UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE DES CONDITIONS DE FABRICATION EN PRESSION ET TEMPÉRATURE DANS LES PROCÉDÉS D'INJECTION PAR TRANSFERT DE RÉSINE

FLORENT CLOUTIER

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE MÉCANIQUE)

MARS 2010

© Florent Cloutier, 2010.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ANALYSE DES CONDITIONS DE FABRICATION EN PRESSION ET TEMPÉRATURE DANS LES PROCÉDÉS D'INJECTION PAR TRANSFERT DE RÉSINE

présenté par : CLOUTIER Florent

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BOUKHILI Rachid, Ph. D., président

M. TROCHU François, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. NGUYEN The Hung, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. François Trochu pour m'avoir proposé de venir travailler au sein de l'équipe de la Chaire sur les composites à haute performance (CCHP). Son énergie, sa disponibilité et sa gentillesse m'ont permis d'accomplir ce projet. Je veux aussi remercier tous les membres de la chaire qui participent à la bonne ambiance qui règne au sein du laboratoire. Je remercie Marc-André Octeau du Centre des technologies de pointe en fabrication aérospatiale (CTFA) et les étudiants du laboratoire de composites de l'université McGill pour leur collaboration dans le cadre du projet CRIAQ. Je remercie la Chaire pour son soutien financier. Enfin, je remercie les professeurs The Hung Nguyen et Rachid Boukhili pour avoir accepté de faire partie du jury de ce mémoire.

RÉSUMÉ

Les procédés de moulage par transfert de résine regroupés sous le terme générique « *Liquid Composite Molding* » sont de plus en plus utilisés dans l'industrie des matériaux composites. Ces procédés sont considérés comme fiables pour fabriquer des pièces composites, mais de nombreuses améliorations peuvent être proposées. L'efficacité des procédés existants peut être améliorée par une meilleure utilisation des outils mis à la disposition des utilisateurs mais aussi par un certain nombre d'innovations. Le procédé d'injection flexible est un exemple de nouveau procédé LCM qui consiste à injecter la résine sous une membrane flexible, puis à compacter le composite au moyen d'un fluide de compaction injecté au dessus de la membrane. Plusieurs phénomènes particuliers apparaissent pendant les phases d'injection et de cuisson. La modélisation et la simulation donnent la possibilité de mieux comprendre le procédé et permettent d'optimiser les paramètres qui gouvernent l'injection.

Ce mémoire a pour but de montrer comment la simulation et la modélisation des phénomènes physiques permet d'améliorer la qualité des composites fabriqués par injection sur renforts. Le premier article présente une amélioration du procédé RTM, dans laquelle la température du moule n'est plus uniforme. Le fait de chauffer différemment l'outillage entre l'entrée et la sortie permet d'uniformiser le degré de cuisson à l'intérieur du moule. L'impact de ce chauffage par zone est aussi analysé par rapport au temps de cycle. Dans le deuxième article, la thermique du procédé d'injection flexible est analysée et les paramètres critiques sont identifiés. Par la suite, une amélioration de l'algorithme de minimisation du taux de vide est proposée. Par le biais de la simulation, puis grâce à une approche analytique, les calculs fournissent une méthode de mise en œuvre simple pour diminuer le taux de vide dans les pièces. Le chapitre suivant propose une simulation simplifiée du procédé d'injection flexible, qui permet d'évaluer le temps d'injection et de mieux comprendre l'influence des paramètres gouvernant la fabrication. Enfin, le dernier chapitre analyse l'importance des paramètres d'injection sur le temps de cycle dans le procédé RTM. Leurs influences relatives sont calculées et le gain sur le temps de cycle peut être évalué quantitativement.

ABSTRACT

Resin transfer molding processes are increasingly used in the composite material industry. These processes are viewed as reliable to make composite parts, but many improvements can still be implemented in terms of process reliability, part quality and cost. This can be achieved by a better use of existing tools or by a certain number of innovations. Flexible injection is an example of a new resin injection process in the Liquid Composite Molding (LCM) family. In flexible injection the resin is injected under a membrane after which a compaction fluid is injected in an upper chamber of the mold above the membrane in order to compress the composite until it reaches its nominal thickness. Several physical phenomena occur during the injection and the cure stages. Modeling and simulation give the opportunity to better understand the process and allow optimizing the parameters that govern the injection.

This thesis is focused on how the modeling and the simulation of the physical phenomena can improve the quality of the composite parts. In a first step, an improvement of the RTM process is analyzed when the mold is heated non uniformly. The difference between the inlet gate and the vent can decrease the cure gradient in the part and the cycle time. In the second article, the thermal analysis of the flexible injection is analyzed and the critical parameters are identified. Chapter 5 is a complement to the first article. It analyses the effect of zone heating on the cycle time. In chapter 6 an improvement of the void minimization algorithm is suggested. In the next chapter, a simulation of the flexible injection is proposed to identify a key parameter by calculations. Finally a quick analysis of the RTM process gives the cycle time as a function of the parameters and computes the benefits in time of the change of one parameter.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS III

RÉSUMÉ IV

ABSTRACT V

TABLE DES MATIÈRES VI

LISTE DES TABLEAUX X

LISTE DES FIGURES XI

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XIV

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE 3

1.1 Généralités 3

1.2 Matériaux 4

1.2.1 Renforts 4

1.2.2 Résines 6

1.3 Procédés de fabrication 7

1.3.1 Liste des procédés 7

1.3.2 VARI 8

1.3.3 RTM 9

1.3.4 Injection flexible 10

1.4 Modélisation 11

1.4.1 Rhéologie de l'écoulement de la résine 11

1.4.2 Échanges thermiques dans les procédés d'injection sur renfort 12

1.4.3 Cinétique de polymérisation de la résine 13

1.4.4 Comportement viscoélastique du renfort 15

CHAPITRE 2 DÉMARCHE 17

CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : ANALYSIS OF MULTIPLE ZONE HEATING IN RESIN TRANSFER MOLDING 20

3.1 Abstract 20

3.2 Introduction 21

3.3 Model description 22

3.4 Two zone heating 24

3.5 Analytical approach 25

3.6 Three zone heating 30

3.7 Numerical simulations 32

3.8 Conclusion 34

3.9 References 35

3.10 Acknowledgements 36

CHAPITRE 4 ARTICLE 2 : ANALYSIS OF THROUGH-THICKNESS HEAT TRANSFER IN FLEXIBLE INJECTION BY DUAL KRIGING 37

4.1 Abstract 37

4.2 Introduction 38

4.3 Description of the mold 40

4.4 Heat transfer problem 41

4.4.1 Statement of the problem 42

4.4.2 Forced convection internal boundary condition 44

4.5 Numerical model 45

4.6 Dual kriging interpolation 47

4.7 Results and discussion 49

4.8 Conclusion 52

4.9 References 53

CHAPITRE 5 ÉTUDE DE L'EFFET DU CHAUFFAGE PAR ZONES SUR LE TEMPS DE CYCLE 55

5.1 Introduction 55

5.2 Approximation de Kamal-Sourour 55

5.2.1 Première approximation 55

5.2.2 Deuxième approximation 56

5.2.3 Troisième approximation 57

5.2.4 Comparaison 57

5.3 Réduction du temps de cycle 58

5.3.1 Chauffage avec deux zones 58

5.3.2 Chauffage avec trois zones 60

5.4 Conclusion 60

CHAPITRE 6 MODIFICATION DE L'ALGORITHME DE VITESSE OPTIMALE UTILISÉ POUR MINIMISER LE TAUX DE VIDE 62

6.1 Introduction 62

6.2 Algorithme de minimisation du taux de vide 63

6.3 Amélioration de l'algorithme 63

6.3.1 Maillage 64

6.3.2 Résultats de l'algorithme classique 64

6.3.3 Amélioration de l'algorithme 66

6.3.4 Résultats de l'algorithme amélioré 69

6.4 Conclusion et comparaison visuelle entre les différents algorithmes 71

CHAPITRE 7 SIMULATION DU PROCÉDÉ D'INJECTION FLEXIBLE AVEC UN RENFORT TISSÉ 73

7.1 Introduction 73

7.2 Objectif 75

7.3 Équations de base 75

7.3.1 Hypothèse *A* nul 77

7.3.2 Hypothèse *A* non nul 80

7.4 Conclusion 89

CHAPITRE 8 INFLUENCE DES PARAMÈTRES D'INJECTION SUR LE TEMPS DE CYCLE DANS LE PROCÉDÉ RTM 90

8.1 Introduction 90

8.2 Description du modèle 90

8.3 Variabilité des résultats 93

8.3.1 Approche analytique 93

8.4 Temps de cycle 95

8.4.1 Temps d'injection 95

8.4.2 Temps de cuisson 95

8.4.3 Temps de cycle 97

8.5 Conclusion 99

CHAPITRE 9 DISCUSSION GÉNÉRALE 100

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS 102

LISTE DES RÉFÉRENCES 104

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1: Comparaison des différents matériaux 3

Tableau 3-1: Material properties of the mold 23

Tableau 4-1: Constants of the auto-catalytic resin kinetics formulation 44

Tableau 4-2: Experimental domain 48

Tableau 4-3: Coefficients of the drift 52

Tableau 7-1: Données de l'étude 75

Tableau 8-1: Propriétés du moule 91

Tableau 8-2: Propriétés du renfort fibreux 91

Tableau 8-3: Cinétique et paramètres du modèle de viscosité 92

Tableau 8-4: Temps d'injection et de cycle en fonction de la pression d'injection 97

Tableau 8-5: Temps d'injection et de cycle en fonction du taux de fibres 98

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1: Différents types d'architecture des renforts fibreux 5

Figure 1-2: Différents procédés de fabrication des composites 7

Figure 1-3: Schématisation du procédé d'injection VARI (injection de la résine à partir du côté gauche) 8

Figure 1-4: Étapes du procédé RTM 10

Figure 1-5: Taux de cuisson en fonction du degré de cuisson pour différentes températures 14

Figure 1-6: Contraintes dans les fibres et la résine [22] 15

Figure 1-7: Modélisation des fibres et de la résine [31] 15

Figure 1-8: Pression de compaction en fonction du taux de fibres pour différents renforts tissés [31] 16

Figure 2-1: Dépendance des paramètres du procédé 17

Figure 3-1: Vertical cross-section of a typical rectangular mold 23

Figure 3-2: Mesh of the mold and calculated temperature distribution for two zone heating (The mold is assumed to be perfectly insulated) 25

Figure 3-3: Maximum cure gradient along the length of the composite part as a function of the inlet temperature for two heating zones (recall that an average mold temperature of 390°K was selected) 30

Figure 3-4: Maximum cure gradient along the composite part as a function of the temperature in the center of the mold for three heating zones 32

Figure 3-5: Evolution of the degree of cure as a function of time along the composite part for two heating zones 33

Figure 3-6: Evolution of the degree of cure as a function of time along the composite part for three heating zones 34

Figure 4-1: Vertical cross-section of the mold illustrating the principle of the flexible injection: in red the resin; in blue, the compaction fluid; in green, the membrane; in hatched red, the composite; and in grey, the mold.....40

Figure 4-2: Longitudinal cross-section of the mold numerical model under the forced convection of the compaction fluid 42

Figure 4-3: Temperature profile in the composite after 160s (T_{fluid} = 323K, T_{mold} = 303K).....49

Figure 4-4: Kriged function: response time as a function of the compaction fluid temperature ...50

Figure 4-5: Kriged function: response time as a function of the membrane conductivity 50

Figure 4-6: Kriged function: response time as a function of the compaction fluid flow rate.....51

Figure 4-7: Kriged function: response time as a function of the membrane thickness 51

Figure 5-1: Temps en fonction du degré de cuisson pour les trois approximations et le modèle de Kamal-Sourour 58

Figure 5-2: Temps de cycle en fonction de la température d'entrée pour différentes températures moyennes.....59

Figure 5-3: Temps de cycle en fonction de la température du centre pour 373°K à l'entrée et 367°K à la sortie 60

Figure 6-1: Taux de vide en fonction du nombre capillaire 62

Figure 6-2: Maillage du moule utilisé pour la simulation 64

Figure 6-3: Nombre d'occurrences en fonction de la vitesse (en mm/s) pour l'algorithme classique 65

Figure 6-4: Importance du taux de vide en fonction de la vitesse (en m/s).....65

Figure 6-5: Taux de vide moyen en fonction de la vitesse optimale entrée dans l'algorithme d'optimisation du taux de vide 70

Figure 6-6: Influence de chaque vitesse sur le taux de vide pour différentes vitesses optimales ..70

Figure 6-7: Taux de vide dans la pièce pour une injection à pression constante.....71

Figure 6-8: Taux de vide dans la pièce pour l'algorithme classique d'optimisation du débit.....72

Figure 6-9: de vide dans la pièce pour l'algorithme amélioré 72

Figure 7-1: Écoulement de la résine dans la cavité inférieure 73

Figure 7-2: Différentes possibilités à la fin de l'injection : (1) la résine atteint l'évent avant la fin de l'injection, (2) la résine n'a pas réussi à atteindre l'évent, (3) la résine atteint l'évent juste à la fin de l'injection 74

Figure 8-1: Coupe verticale du moule considéré 90

Figure 8-2: Temps de cycle en fonction de la pression d'injection 98

Figure 8-3: Temps de cycle en fonction du taux de fibres 99

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

SIGLES

ϕ	Porosité
v_f	Taux volume de fibres
$\underline{K}$	Tenseur de perméabilité
C	Constante de Kozeny (m^2)
K_1 et K_2	Valeurs principales de perméabilité dans le plan (m^2)
β	Orientation de l'ellipse de perméabilité (^{0})
γ	Cisaillement d'une cellule unitaire de renfort de fibres (^{0})
μ	Viscosité cinématique (Pa.s)
ν	Viscosité dynamique ($m^2.s^{-1}$)
$\mathbf{v}_D$	Vitesse de Darcy ($m.s^{-1}$)
$\mathbf{v}$	Vitesse en général ($m.s^{-1}$)
v	Norme de vitesse en générale ($m.s^{-1}$)
T	Température en générale (K)
T_{gel}	Température de gel (K)
Re_d	Nombre de Reynolds en milieu poreux
P	Pression (Bars)
ρ	Densité ($kg.m^{-3}$)
k	Conductivité ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
h	Coefficient de transfert thermique par convection ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
ΔH_r	Chaleur totale de réaction ($J.kg^{-1}$)
c_p	Chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
α	Degré de cuisson
$\dot{\alpha}$	Vitesse de réaction (s^{-1})
L	Longueur caractéristique (m)
H	Hauteur caractéristique (m)
f_e	Facteur de remplissage

Δt	Pas de temps (s)
φ	Densité de flux de chaleur ($W.m^{-2}$)

OPÉRATEURS MATHÉMATIQUES

$\vec{\nabla}$	Gradient vectoriel
∇^2	Laplacien scalaire
div	Divergence

INTRODUCTION

L'utilisation des matériaux composites renforcés par des fibres est en pleine expansion dans divers domaines tels que l'aéronautique, l'automobile, la construction ou l'équipement sportif. Le succès de ces matériaux provient, entre autres, de leur très bonne résistance à la fatigue et de leur légèreté. La combinaison possible de plusieurs types de renfort et de matrices offre également une grande flexibilité au niveau de la conception.

Dans le domaine des composites, les procédés de fabrication permettent à la fois de fabriquer le matériau et de mettre la pièce en forme. Par conséquent, la maîtrise de la fabrication est complexe et demande une compréhension des phénomènes physiques associés à la mise en oeuvre. La simulation numérique s'avère nécessaire en amont de la chaîne de fabrication afin d'améliorer les outils de mise en oeuvre et le contrôle du procédé.

L'objectif de la recherche est d'optimiser le procédé d'injection par transfert de résine en analysant l'influence de la pression et de la température sur les mécanismes d'injection et de polymérisation. Ainsi des études thermiques du procédé RTM vont être menées afin d'optimiser les échanges thermiques et améliorer ainsi la qualité des pièces. La pression d'injection est aussi analysée pour minimiser les porosités dans le composite. Toutes ces études menées d'un point de vue analytique, mais aussi numérique, visent à améliorer la performance mécanique des pièces fabriquées par les procédés d'injection sur renforts.

Afin d'améliorer la qualité des pièces, une étude du chauffage non uniforme du moule est réalisée de manière théorique. A partir des équations de la thermique et de la cuisson de la résine, des conclusions seront tirées sur la meilleure stratégie d'injection tout en tenant compte de la faisabilité et de la complexité du système. Ce travail sur le chauffage par zones d'un moule RTM a fait l'objet d'un premier article soumis à la revue *« Polymer Composites »*.

Toujours du point de vue thermique, une étude de l'injection flexible est aussi effectuée analytiquement. Des simulations sont réalisées pour différentes valeurs des paramètres qui gouvernent le procédé. Une fois les données recueillies, elles seront interpolées par la méthode du krigeage dual afin d'obtenir une fonction interpolée du temps de réponse du moule sur le plan

thermique. Cette analyse, qui a permis de comparer l'influence de chacun des paramètres, a fait l'objet d'un second article soumis au *« Journal of Reinforced Plastics & Composites »*.

Par la suite, une amélioration de l'algorithme d'optimisation du débit d'injection dans le cas du procédé RTM est apportée à partir de simulations et d'une approche analytique. Cette étude permet de réduire très simplement la quantité des porosités dans un composite fabriqué par injection sur renforts.

Le chapire suivant esquisse une approche analytique pour prédire le comportement du procédé d'injection flexible. A partir des données recueillies sur les matériaux et sur la géométrie de la pièce, la taille optimale de la cavité est calculée analytiquement.

Enfin, le dernier chapitre présente un travail qui étudie la sensibilité des paramètres d'injection sur le temps de cycle. A travers une approche analytique, leur influence relative est calculée et le gain sur le temps de cycle est évalué quantitativement.

CHAPITRE 1 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Généralités

L'utilisation des matériaux composites remonte au temps de l'Égypte ancienne où certaines briques de construction étaient fabriquées à partir d'un mélange d'argile liquide et de brins de paille. Cependant, les composites tels qu'ils sont connus aujourd'hui sont apparus lors de la seconde guerre mondiale (1939-1945). Les compagnies Lotus (1957), puis Cadillac (1960) sont les premières à utiliser les composites dans des applications automobiles [23]. La technologie des composites a surtout évolué dans les années 60 lorsque les laboratoires de recherche ont commencé à approfondir ce domaine. Ainsi en 1969, l'avion de chasse F16 inclut déjà certaines structures composites. Les composites représentent désormais 25% du poids d'un Airbus A-380 [24]. Aujourd'hui, le domaine d'application des composites s'est considérablement élargi et ne se résume plus aux technologies liées au transport : pour ne citer que quelques exemples, les composites sont désormais utilisés pour la fabrication de pales d'éolienne ou d'articles de sports (skis, cadres de vélos,etc).

Tableau 1-1: Comparaison des différents matériaux

Matériau	Densité	Module (GPa)	Résistance en tension (MPa)	M/ρ (10^6)	R/ρ (10^3)
acier AISI 4340	7,87	207	745	2,68	9,46
aluminium	2,83	71,7	607	2,53	21,5
titane Ti-6A1-V	4,5	110	965	2,45	21,4
fibres carbone - époxy	1,63	215	1240	13,44	77,5

Les matériaux composites, tout en gardant un module et une résistance en tension semblable ou supérieure à l'acier et à l'aluminium, ont une densité bien plus faible, ce qui permet un gain non négligeable sur le poids des pièces réalisées.

1.2 Matériaux

1.2.1 Renforts

Le rôle principal du renfort fibreux dans les matériaux composites à fibres continues est d'augmenter les propriétés mécaniques en supportant une grande partie de la charge transmise par la matrice polymère.

1.2.1.1 Types de fibres

Les fibres les plus couramment utilisées dans le domaine des composites sont le verre, le carbone et l'aramide. Cependant de nombreux autres types de fibres existent comme le bore, le basalte ou les fibres naturelles qui en raison de leur caractère biodégradable prennent une part de plus en plus importante dans le monde du composite. Les fibres de verre sont les plus utilisées (plus de 90% de la production). Les fibres de carbone sont plus fréquentes dans les applications de pointe (aéronautique, sports, ...) en raison de leurs excellentes propriétés mécaniques et de leur module de tension élevé, mais un coût plus élevé freine leur utilisation dans les fabrications de grande série. Les fibres d'aramide (kevlar est une dénomination commerciale) sont les plus légères et les plus résistantes à l'impact, mais la difficulté de leur mise en œuvre, leur coût élevé et leur mauvaise résistance en compression restreingnent leur utilisation.

1.2.1.2 Architecture des renforts

L'architecture des renforts est très importante. Elle est déterminée par les besoins spécifiques au niveau des propriétés mécaniques. Les principaux types de renforts sont les suivants :

- mat où les fibres sont disposées de manière aléatoire;
- renforts unidirectionnels où les fibres sont toutes orientées dans la même direction;
- renforts tissés selon deux ou trois directions perpendiculaires;
- renforts tressés selon deux directions non nécessairement perpendiculaires (utilisé en général dans des pièces axisymétriques).

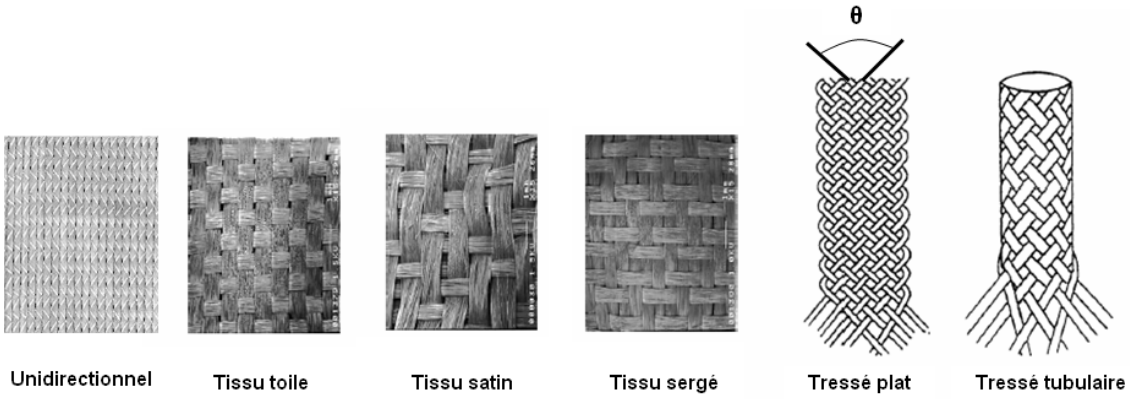

Figure 1-1: Différents types d'architecture des renforts fibreux

1.2.1.3 Types de fibres

Lors de l'injection de résine à travers un renfort fibreux, celle-ci s'écoule dans les espaces intersticiels. La facilité du fluide à traverser le milieu poreux est caractérisée par la permeabilité K (en m^2) [25]. Un autre paramètre critique dans les procédés de fabrication est le taux volumique de fibres V_f qui est défini par le rapport entre le volume occupé par les fibres et le volume total. La porosité ϕ est le complémentaire de ce taux volumique par rapport à 1 $(1-V_f)$.

1.2.2 Résines

Le principal rôle de la résine est d'unir les fibres. Elle permet aussi de transférer la charge et de protéger les fibres de l'environnement extérieur et de la corrosion. Les principales résines thermodurcissables utilisées dans l'industrie des composites sont les résines polyester, vinylester et époxy. La polyester est la plus facile à mettre en œuvre et aussi la moins chère. Cependant, elle possède d'assez faibles propriétés mécaniques et sa mise en œuvre requiert l'utilisation d'un solvant, le styrène, un gaz extrêmement volatile, potentiellement cancérigène. La résine vinylester est meilleure au niveau mécanique que la polyester, mais également plus chère. Enfin l'époxy possède les meilleures propriétés mécaniques et n'émet pas de styrène, mais son prix peut être dix fois plus important que le polyester.

1.2.2.1 Propriétés

Les propriétés les plus importantes d'une résine sont sa viscosité et sa cinétique de polymérisation. La viscosité caractérise l'aptitude de la résine à transférer de la quantité de mouvement. Plus la viscosité d'une résine est élevée, plus le frottement interne entre les particules est important, et plus il est difficile de déplacer la résine. La viscosité a une grande influence sur l'écoulement de la résine et donc sur les temps de remplissage dans le procédé RTM. La viscosité d'une résine est habituellement représentée par sa viscosité dynamique μ dont l'unité est le Pascal.seconde (Pa.s) ou le Poiseuille (Pois = Pa.s). Dans le cas du procédé RTM, la résine est considérée comme un fluide Newtonien, c'est-à-dire que sa viscosité ne dépend pas du taux de cisaillement. La viscosité d'une résine thermodurcissable varie seulement avec la température et le degré de cuisson α. Le degré d'avancement de la polymérisation est compris entre 0 et 1 : 1 correspond à une résine complétement polymérisée et 0 au début de la réaction chimique de polymérisation. L'avancement de la réaction dépend de la température et du degré de polymérisation. Plus la température est importante, plus la réaction sera rapide et dégagera de la chaleur (réaction exothermique).

Les modèles peuvent être de deux types, soit fondés sur les réactions chimiques elles-mêmes (modèles « mécanistiques ») [26] ou déterminés en fonction des données expérimentales receuillies (modèles « phénoménologiques ») [27].

1.3 Procédés de fabrication

1.3.1 Liste des procédés

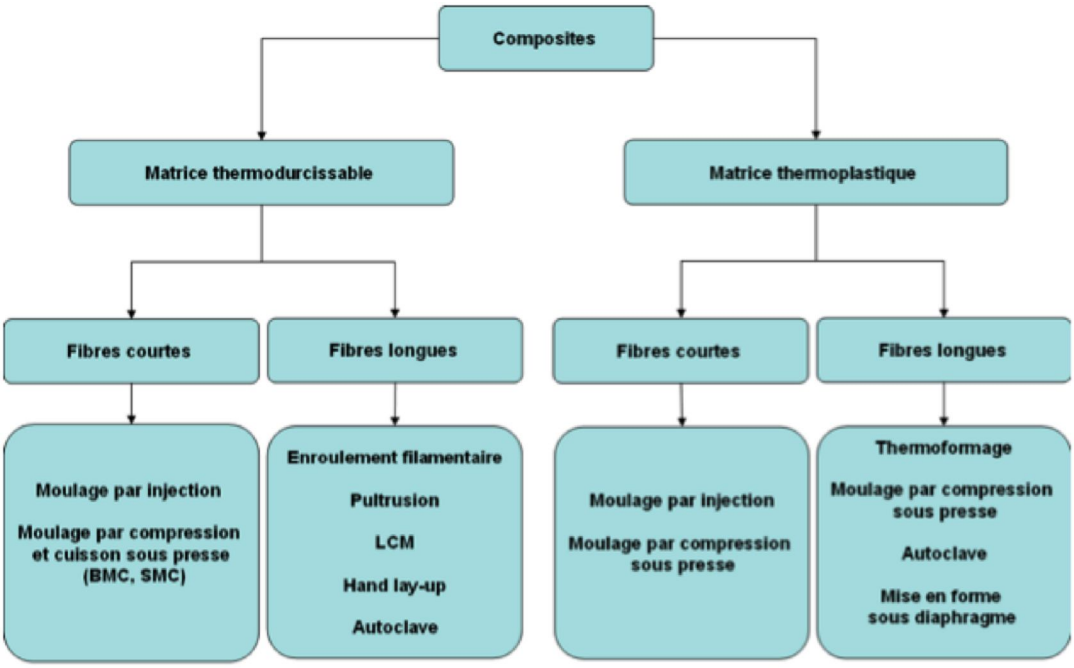

Figure 1-2: Différents procédés de fabrication des composites

Les procédés de fabrication des composites sont nombreux. Des procédés différents sont utilisés selon les matériaux, c'est-à-dire les fibres (longues ou courtes), mais aussi pour la résine (thermodurcissable ou thermoplastique). Dans le cas des fibres longues et les matrices thermodurcissables, les procédés peuvent être divisés en cinq catégories principales :

Le *« hand lay-up »* consiste à appliquer manuellement de la résine sur un tapis de fibres.

La pultrusion consiste à tirer les fibres à travers un moule après les avoir trempées dans un bain de résine.

L'enroulement filamentaire est un procédé de fabrication de pièces composites axisymétriques par dépôt de fibres préalablement imprégnées sur un mandrin en rotation.

L'autoclave est une cuve fermée thermo-régulée, qui permet d'appliquer une forte pression sur les fibres préimprégnées par la résine.

Le RTM *« Resin Transfer Molding »* consiste à injecter la résine dans un moule fermé, qui contient le renfort fibreux.

Ce dernier procédé est le plus apte à réaliser des pièces à haute performance de géométrie complexe à une cadence soutenue. Il est donc important d'étudier plus en profondeur le procédé RTM.

1.3.2 VARI

Le procédé LCM le plus simple est le VARI *(« Vacuum Assisted Resin Infusion »*). La résine est infusée à la pression atmosphérique dans le renfort fibreux, qui est déposé entre un moule rigide et un film plastique. Le vide est fait à l'évent et la différence de pression fait avancer la résine à travers les fibres. C'est un procédé facile à mettre en œuvre et relativement peu coûteux, mais son utilisation est limitée aux petites séries.

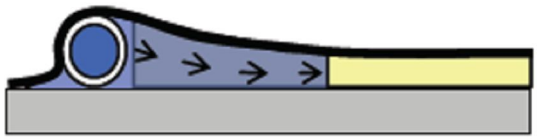

Figure 1-3: Schématisation du procédé d'injection VARI (injection de la résine à partir du côté gauche)

1.3.3 RTM

Le procédé RTM a connu un fort développement ces dernières années suite aux efforts importants consentis pour la recherche et l'étude de cette technologie. Le RTM présente l'avantage de pouvoir être automatisé et d'avoir un temps de cycle assez faible [28]. Parmi les autres avantages de ce procédé, il faut citer :

- la possibilité de fabriquer des pièces de formes complexes;
- un bon fini de surface;
- une bonne reproductibilité des pièces.

L'optimisation des stratégies de remplissage et l'optimisation des cycles thermiques pour le RTM font l'objet de recherches continues. Ces nouveaux axes de recherche s'orientent vers la modélisation numérique ou vers des algorithmes globaux d'optimisation (Algorithmes Génétiques). Cependant, la maîtrise du procédé RTM passe avant tout par une connaissance améliorée des matériaux mis en oeuvre lors du procédé. En effet, l'analyse des propriétés intrinsèques de ces matériaux s'avère nécessaire pour décrire et prédire les phénomènes qui se produisent pendant le déroulement du procédé.

Le RTM (« *Resin Transfer Molding* ») peut être divisé en cinq principales étapes :

- placement de la préforme dans le moule,
- fermeture du moule,
- injection de la résine,
- cuisson,
- démoulage.

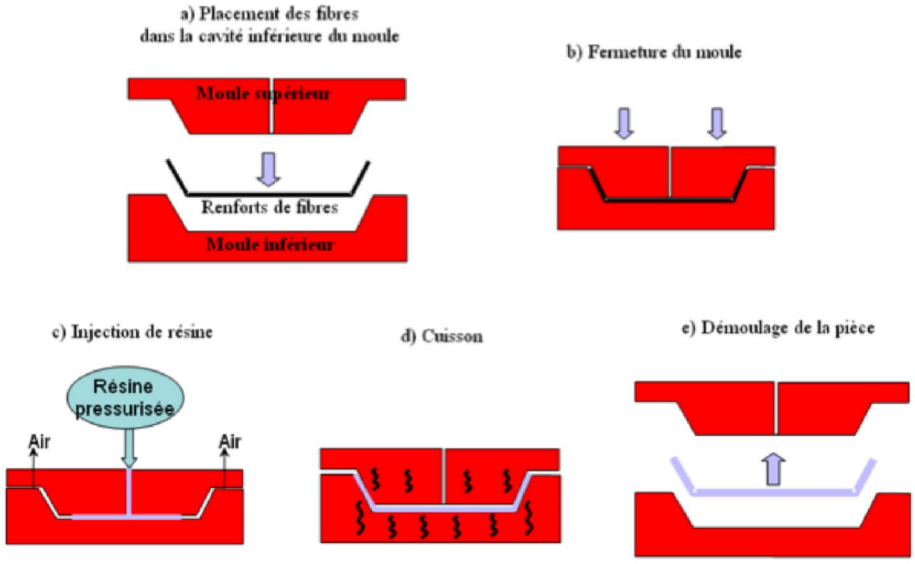

Figure 1-4: Étapes du procédé RTM

1.3.4 Injection flexible

Le procédé d'injection flexible avec fluide de compaction permet de fabriquer des pièces composites à haute performance. Les principaux avantages de l'injection flexible par rapport au procédé RTM sont la réduction du temps d'injection et du temps de cycle, mais aussi un contrôle plus facile du taux volumique de fibres. La cavité dans laquelle les fibres sont disposées est divisée en deux chambres par une membrane. La résine s'écoule entre la préforme et la membrane dans la cavité du renfort située dans la chambre inférieure, puis, après l'injection du fluide de compaction dans la chambre supérieure, imprègne transversalement les fibres. L'importante diminution du temps de cycle est un des principaux avantages de l'injection flexible [29]. Un meilleur contrôle en température par l'intermédiaire du fluide de compaction représente un autre atout de l'injection flexible, de même que le contrôle du niveau de compression du renfort.

1.4 Modélisation

1.4.1 Rhéologie de l'écoulement de la résine

Le renfort fibreux peut être assimilé à un milieu poreux. L'écoulement de la résine est alors gouverné par la loi de Darcy [30]. Il dépend de la perméabilité des fibres $[K]$, de la porosité ϕ du renfort, de la viscosité μ de la résine et du gradient de pression ∇p :

$$v = -\frac{[K]}{\mu\phi}\nabla P \tag{1}$$

Cette loi n'est cependant valable que dans le cas d'un fluide newtonien et d'un écoulement rampant, c'est-à-dire pour un nombre de Reynolds inférieur à 1. Dans le cas d'un milieu poreux, le nombre de Reynolds est défini par :

$$Re = \frac{\rho\, d\, v}{\mu} \tag{2}$$

avec ρ masse volumique du fluide, d longueur caractéristique et v vitesse du fluide. Dans le cas des procédés RTM ou VARI, ce nombre est inférieur à 1 et le comportement de la résine est considéré comme newtonien. La loi de Darcy s'applique donc dans cette étude. L'équation de la conservation de la masse pour un fluide incompressible s'écrit

$$div(v) = 0 \tag{3}$$

soit

$$\frac{[K]}{\mu\phi} div(\nabla P) = 0 \tag{4}$$

Dans le cas d'un écoulement unidirectionnel, cette équation devient

$$\Delta P(x) = 0 \tag{5}$$

La pression P est donc linéraire de la forme $ax + b$. Dans le cas d'une injection à pression constante, en notant x_f la position du front de résine, les conditions aux limites donnent

$$P(x) = (P_i - P_f)(1 - \frac{x}{x_f}) \tag{6}$$

où P_i est la pression d'injection et P_f la pression à l'évent.En réintégrant cette expression dans la loi de Darcy, une équation différentielle est obtenue

$$\dot{x}_f x_f = \frac{K}{\mu\phi}(P_i - P_f) \tag{7}$$

qui, après intégration, permet d'obtenir le temps nécessaire à la résine pour atteindre un point d'abscisse x_f donné.

$$t = \frac{\mu\phi}{(P_i - P_f)K} x_f^2 \tag{8}$$

1.4.2 Échanges thermiques dans les procédés d'injection sur renfort

L'équation de la chaleur décrit le phénomène de conduction thermique. C'est une équation aux dérivées partielles sur la température :

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = D\Delta T(x,t) + \frac{P}{\rho C} \tag{9}$$

Lorsqu'aucune production de chaleur n'a lieu, le terme source P est nul et l'équation se réduit à :

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = D\Delta T(x,t) \tag{10}$$

En régime permanent seul le laplacien reste $(\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = 0)$, la température est donc linéaire par morceaux (en notant T_1 et T_2 les conditions aux limites) :

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1 \tag{11}$$

La convection est un mécanisme important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe comme une pompe ou un ventilateur par exemple, le processus est appelé convection forcée. La quantité de chaleur transmise entre un solide et un fluide est exprimé par:

$$\phi = hS(T_1 - T_2) \tag{12}$$

où h est le coefficient d'échange convectif. Le coefficient h est fonction d'un nombre adimensionnel (nombre de Nusselt) de la manière suivante :

$$h = \frac{kNu}{L_c} \tag{13}$$

où L_c est une longueur caractéristique du milieu et k est la conductivité thermique du fluide. Le nombre de Nusselt est fonction de deux autres nombres adimensionnels (le nombre de Prandtl et le nombre de Reynolds). D'ailleurs cette fonction ne peut être déterminée qu'expérimentalement :

$$Nu = f(Pr, Re) \tag{14}$$

1.4.3 Cinétique de polymérisation de la résine

Le degré d'avancement de la polymérisation est appelé degré de cuisson qui est compris entre 0 et 1 (1 correspond à une résine totalement polymérisée et 0 au début de la réaction chimique de polymérisation). Ce paramètre adimensionnel est proportionnel à la quantité d'énergie libérée lors de la polymérisation par rapport à l'enthalpie totale de réaction. Les modèles cinétiques de polymérisation définissent la vitesse de réaction $\frac{\partial \alpha}{\partial t}$ en fonction du degré de cuisson et de la température :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = f(\alpha, T) \tag{15}$$

Les modèles cinétiques peuvent être de deux types:

-les modèles mécanistiques fondés sur les réactions chimiques intervenant lors de la polymérisation;

-les modèles phénoménologiques qui reposent uniquement sur les résultats expérimentaux.

Les modèles phénoménologiques les plus utilisés sont le modèle catalytique :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = (K_1 e^{-\frac{E_1}{T}})(1-\alpha)^n \tag{16}$$

ou le modèle auto-catalytique de Kamal-Sourour [35]:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = (K_1 e^{-\frac{E_1}{T}} + K_2 e^{-\frac{E_1}{T}} \alpha^m)(1-\alpha)^n \tag{17}$$

La température joue un rôle très important dans la vitesse de polymérisation : plus elle est importante, plus la réaction de polymérisation est rapide. La figure 5 montre la vitesse de réaction de polymérisation en fonction du temps pour différentes températures.

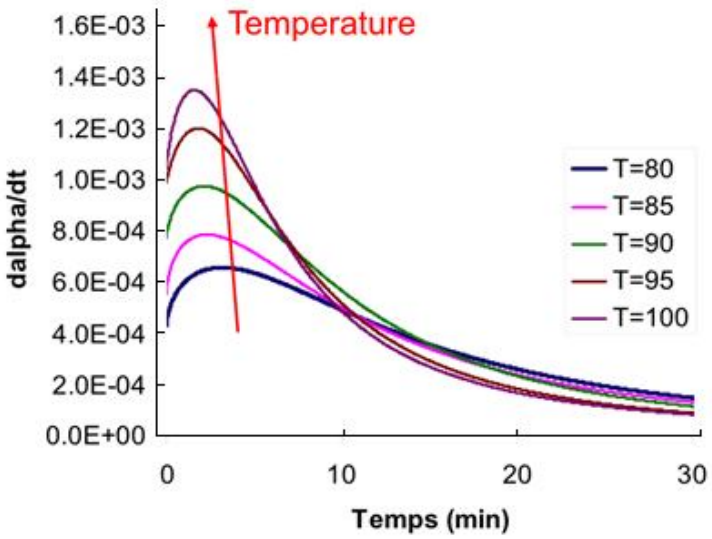

Figure 1-5: Taux de cuisson en fonction du degré de cuisson pour différentes températures

1.4.4 Comportement viscoélastique du renfort

Le comportement des fibres et de la résine est régi par la loi de Terzaghi [22]. La résine présente dans les porosités de la préforme crée une pression interstitielle qui se dissipe au profit de la contrainte effective dans les fibres qui elle augmente avec le temps:

$$\sigma_{applique} = \sigma_{fibre} + P_{resine} \tag{18}$$

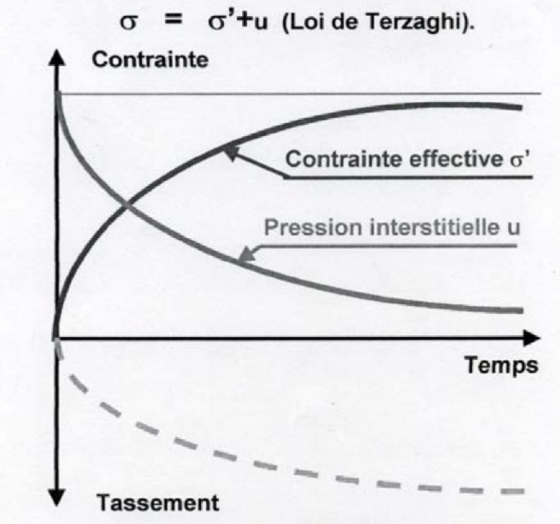

Figure 1-6: Contraintes dans les fibres et la résine [22]

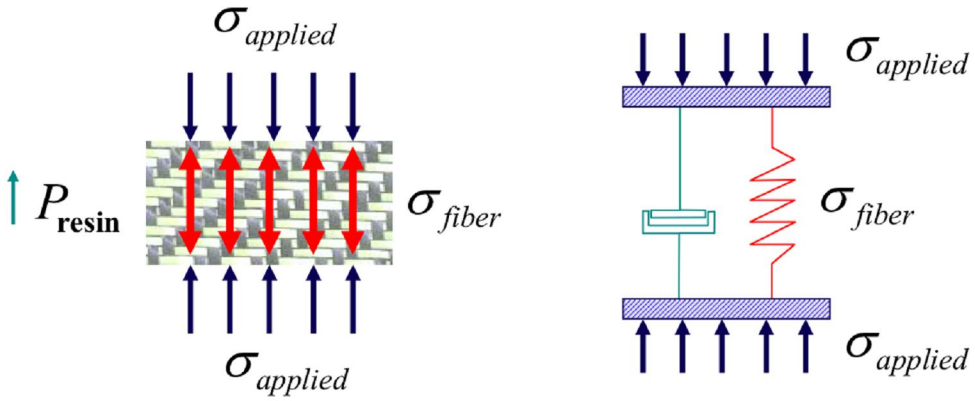

Figure 1-7: Modélisation des fibres et de la résine [31]

La contrainte dans les fibres peut être exprimée en fonction du taux de fibres. Plus ce taux est important, plus la compaction du renfort est difficile. Toll les relie d'une manière très simple [35]:

$$\sigma_{fibre} = AV_f^B \tag{19}$$

Les deux coefficients A et B sont déterminés expérimentalement et dépendent, entre autres, de la structure du tissu.

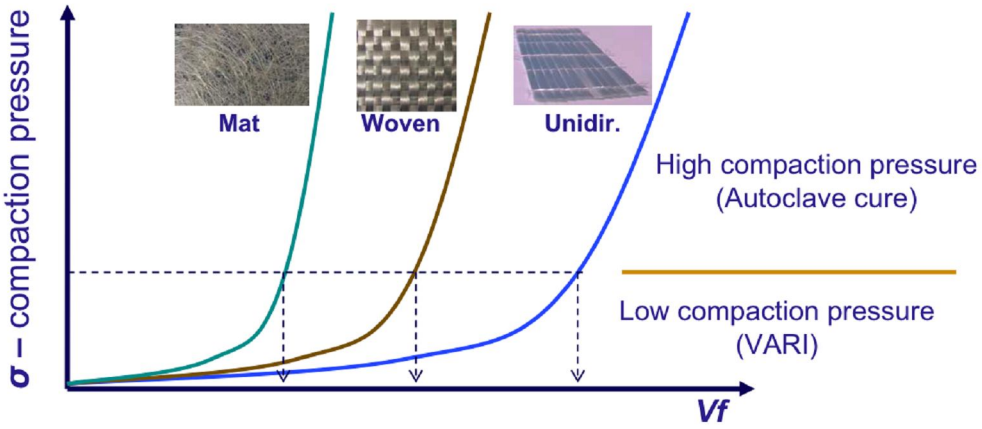

Figure 1-8: Pression de compaction en fonction du taux de fibres pour différents renforts tissés [31]

CHAPITRE 2 DÉMARCHE

Les recherches effectuées sur les procédés de fabrication des composites s'articulent souvent autour de deux grands axes qui gouvernent les coûts de fabrication des composites: le temps de cycle et la qualité de la pièce. Le premier volet, le temps de cycle, est vraiment le critère le plus important pour les applications automobiles des composites, tandis que le second, la qualité des pièces, est primordial pour les applications aéronautiques. Le temps de cycle nécessaire à la fabrication d'une pièce est critique dans l'optique d'une fabrication de masse. Il dépend de la rapidité d'injection de la résine mais aussi de sa polymérisation. L'optimisation de la qualité de la pièce passe par la diminution du taux de vide, mais aussi par une cuisson le plus uniformément possible du composite. L'amélioration de ces deux grands axes passe donc par une optimisation de trois paramètres: vitesse du front, degré de cuisson et taux de vide.

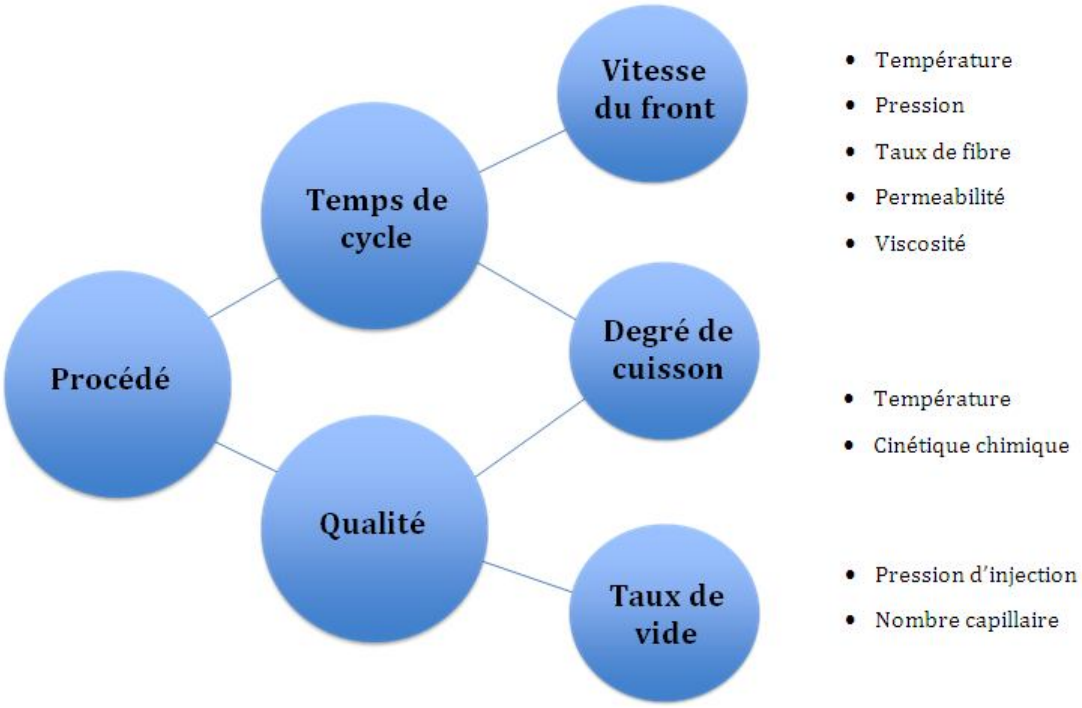

Figure 2-1: Dépendance des paramètres du procédé

Dans un composite, deux variables physiques jouent un rôle essentiel, car elles gouvernent respectivement l'écoulement de la résine à travers le renfort fibreux et la cuisson du composite. Il

s'agit de la pression et de la température. Certes ces deux variables sont liées lors de la mise en œuvre des composites à matrice polymère:

1- la pression gouverne l'écoulement de la résine, qui transporte en même temps la chaleur par convection dans le moule.

2- La température a une influence importante sur la viscosité de la résine, qui intervient dans la loi de Darcy et a donc une influence sur l'écoulement.

On peut toutefois souvent les découpler en s'assurant par exemple que la polymérisation se fait toujours après le remplissage du moule. Ainsi dans une injection isotherme, quand la résine et le moule sont chauffés à la même température, il n'est pas nécessaire de tenir compte de la température pour prédire l'écoulement.

Les chapitres 3, 4 et 5 présentent deux approches pour contrôler le degré de cuisson. La première consiste à étudier l'impact sur la cuisson de la pièce d'un chauffage non uniforme du moule. À travers une démarche analytique, les températures idéales sont calculées et les résultats sur la cuisson sont quantifiés. Le chapitre suivant estime l'impact de quatre paramètres propres au procédé d'injection flexible sur le temps de réponse thermique du moule. L'influence relative de ces variables est décrite et l'avantage de l'injection flexible pour contrôler la cuisson du composite est mis en évidence. Ces deux chapitres font l'objet d'un article. Le chapitre 5 est un complément à l'article du chauffage par zones qui étudie plus spécifiquement l'impact de cette approche sur le temps de cycle en plus de tenir compte de l'uniformité de la cuisson.

Une proposition de modification d'un algorithme existant de minimisation du taux de vide est ensuite présentée. L'analyse permet de montrer qu'un changement très simple de l'algorithme réduirait significativement le taux de vide moyen, constatation confirmée par des simulations numériques.

Enfin les deux derniers chapitres analysent l'influence des paramètres d'injection sur le procédé RTM et sur l'injection flexible. Les calculs analytiques effectués permettent de mettre en évidence les paramètres critiques et de conserver une vision synthétique de l'ensemble des phénomènes se produisant lors de la mise en œuvre des composites par des procédés d'injection sur renforts.

Les calculs analytiques sont certes limités à des géométries plus simples que les pièces réelles. Ils permettent toutefois de compléter la simulation numérique en mettant en lumière les ordres de grandeur de l'influence des divers paramètres qui gouvernent la mise en œuvre des composites. Des hypothèses doivent être posées afin de pouvoir mener les calculs analytiques. Un soin particulier est requis ici afin de toujours vérifier si ces hypothèses sont réalistes sur le plan physique.

CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : ANALYSIS OF MULTIPLE ZONE HEATING IN RESIN TRANSFER MOLDING

Florent Cloutier [1], Sofiane Soukane [1], Francois Trochu [1, 2]

[1] *Department of Mechanical Engineering and Chair on Composites of High Performance, Centre de recherché en plasturgie et composites (CREPEC),*

École Polytechnique de Montréal, P.O. Box 6079, Station "Centre-Ville",

Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

[2] *Corresponding author's Email: trochu@polymtl.ca*

3.1 Abstract

Because of the critical importance of temperature in composite processing, it is often advantageous to heat the mold locally with more than one control temperature. In this case two questions may arise: (1) How many zones should one consider? (2) What is the best injection temperature? The present work aims to explore with numerical simulations and analytical calculations the new opportunities that arise in Resin Transfer Molding (RTM) with multiple zone heating. The ultimate goal is not only to speed up the fabrication process, but also to improve the quality of the composite by determining temperature ramps ensure a more uniform cure of the part. This study will assess the relevance and compare the performance of one, two or three heating zones in a mold. Numerical heat transfer simulations will be carried out in a one-dimensional test mold to evaluate the feasibility of heating molds with multiple heat sources. Then an analytical solution to the problem will be developed to derive the injection time as a function of the temperatures of the heating zones. Secondly, this analytical model will be used to find the best mold heating strategy for a resin injected at a given temperature so as to cure as uniformly as possible the resin in the part. Modifications of the mold temperature have a direct influence on the injection time and, as a result, on the polymerization of the resin. An optimization strategy will be devised for a unidirectional injection in a rectangular mold that will take into account resin viscosity, cure kinetics, injection and heating conditions so as to reduce not only the cycle time, but also the cure gradient in the composite.

KEYWORDS: RTM, heating, cure, resin polymerization

3.2 Introduction

Resin Transfer Molding has been used in composite production over the past three decades [1], but its cost and relative complexity often slow down a wider scope of applications. To increase productivity and decrease cycle time, the mold is often preheated. As a matter of fact, higher mold and resin temperatures provide a way to reduce resin viscosity; hence filling and curing times decrease. However, this approach has a limit because the resin must reach the vent before gel. For this reason, the mold is often heated at a higher temperature than the resin. This difference in temperature results in a non uniform polymerization of the resin and creates residual stresses in the part, which may be evaluated by finite element simulation [2]. These stresses can modify the mechanical properties of the part [3]. Zhao, Warrior and Long [4] have studied the effect of residual stress on damage and failure and have shown their relevance for transverse and shear failure. Several methods allow reducing processing stresses. Ruiz and Trochu [5] have developed a model to predict residual stresses during resin cure and proposed in [6] an optimized temperature profile to reduce stresses while maintaining a low cycle time. White and Hahn [7, 8] have shown that residual stresses may decrease by 30% by curing at lower temperature for a longer time or by utilizing an intermediate low temperature dwell in three step cure cycles [9]. Another possibility is to change over time the quantity of catalyst injected such as in Blanchard and Rudd [10]. Their work reduces the residual stresses, but also decreases the gradient of cure in the composite.

The present paper describes another approach, which consists of heating non uniformly the mold. The difference in temperature between the inlet and outlet gates can compensate partially and reduce the cure gradient in the part. An analytical method to determine the best temperatures of the heating zones is proposed in the case of a rectangular cavity filled up by a unidirectional injection, and the difference in cure is evaluated along the resin flow path from the inlet gate to the vent. This analysis aims to provide a first assessment based on analytical calculations to evaluate quantitatively the new opportunity arising in Resin Transfer Molding (RTM) from

multiple zone heating.

In Resin Transfer Molding (RTM), the mold is usually heated in order to decrease the resin viscosity, speed up the filling of the cavity and enable a faster polymerization of the resin. Several means exist to heat the molds, such as embedding heating pipes in the core, through which a heating fluid is injected, or by incorporating electrically heated cartridges in the mold base and/or cover. The heating temperature is usually set to a constant value. A heating fluid may be provided from the same heating source, and then split through embedded pipes, or the heating cartridges may be controlled simultaneously by the same electrical current. Despite the critical importance of temperature in composite processing, the heating process is usually considered in a "global way" with a unique temperature control, or sometimes two to set different temperatures in the bottom and top parts of the mold.

The present investigation aims to analyze the new opportunity arising in Resin Transfer Molding (RTM) from multiple zone heating. The goal is not only to speed up the fabrication process, but also to improve the part quality by determining temperature ramps to even out the evolution of cure in the composite, and hence help reducing residual stresses and warpage. The model considered here is a typical rigid and rectangular mold as used in Resin Transfer Molding (RTM) with two and three zone heating zones. Numerical heat transfer simulations will first be carried out to verify the temperature distribution in the mold in the cases of two and three heating zones, after which analytical solutions are developed to model the injection time as a function of resin viscosity, cure kinetics, injection and heating conditions. Finally, an optimization strategy is proposed to minimize cure gradients in the composite.

3.3 Model description

As a typical model, the cross-section of a planar rectangular mold is considered in Fig. 3-1. The length L is set to 1 m and the total thickness including the mold base, mold cover and cavity is 20 cm. The height of the cavity where fiber impregnation takes place is 3 mm, the targeted part thickness (see Fig. 1). The relative injection pressure with respect to the atmospheric pressure is

P_0 at the inlet gate. It decreases to zero on the flow front located at position x_f along the mold longitudinal axis at time t.

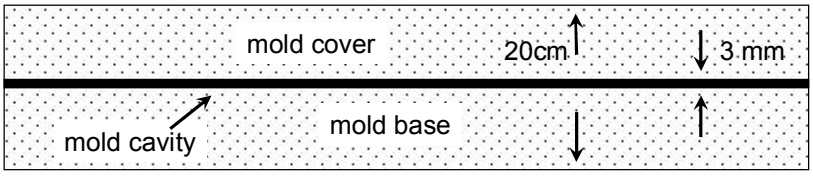

Figure 3-1: Vertical cross-section of a typical rectangular mold

The mold is assumed to be made of epoxy and aluminum with the intrinsic material properties of Table 3-1 calculated by the rule of mixture.

Tableau 3-1: Material properties of the mold

	Density (kg/m3)	Specific heat (J/kg/m3)	Conductivity W/(m.K)
Epoxy/Aluminum	1250	993	70

The permeability of the fibrous reinforcement is set to 10^{-9} m^2 and the porosity is 0.3. Since the goal of this analysis is also to improve temperature control during the curing stage, resin kinetics need to be taken into account. The autocatalytic model of Kamal-Sourour [11] is selected here, in which the degree of cure is expressed by:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(K_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} + K_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot \alpha^m \right) \cdot (1-\alpha)^n \tag{20}$$

The resin viscosity depends on the temperature and degree of cure and is often represented by an exponential function:

$$\mu = \mu_\infty e^{\left(-\frac{U}{RT}+K_\mu \alpha\right)} \tag{21}$$

where the following parameters are defined as:

K_1 , K_2 :	Arrhenius constants;
E_1 , E_2 :	energies of activation of the polymerization reaction;
α:	degree of cure;
m, n :	orders of the chemical reaction;
R :	constant of perfect gases;
μ_∞:	viscosity constant;
K_μ:	kinetic coefficient;

3.4 Two zone heating

In this section the isothermal case at 390°K will be compared to two zone heating. Heating of the mold can be carried out with two heating pipes near the inlet and two heating pipes near the vent embedded respectively in the mold cover and base (see Fig. 3-2). Note that resin is injected only after the preheating of the mold is complete, namely when the temperature has reached a steady state.

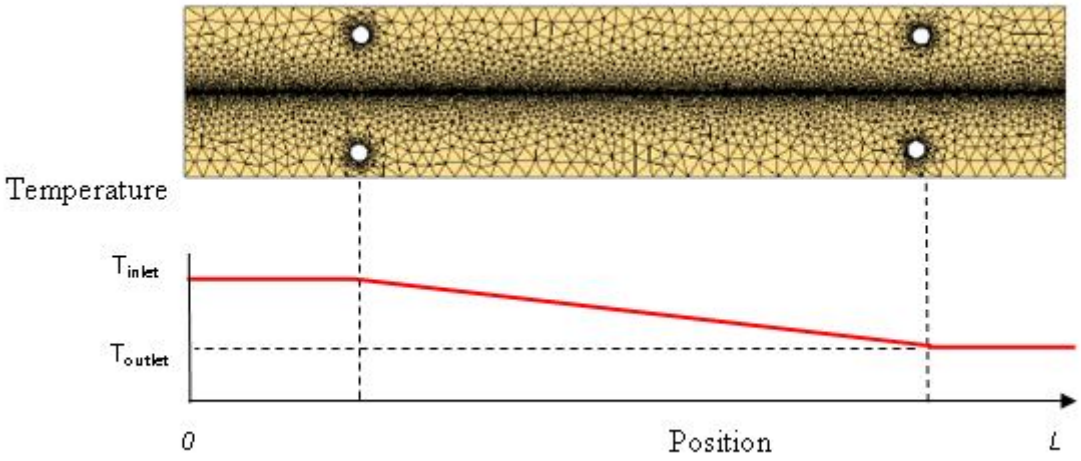

Figure 3-2: Mesh of the mold and calculated temperature distribution for two zone heating (The mold is assumed to be perfectly insulated)

The resulting temperature evolution is described along a central longitudinal axis in the mold by a ramp in the range of the boundary conditions assigned to the heating pipes. This analytical solution was verified by a 2D finite element calculation for the mesh shown in Fig. 3-2. If an average temperature of 390°K is targeted in the mold, once the inlet temperature is set, the vent temperature is then uniquely defined. The average temperature of 390 °K was selected here for the sake of comparing two zone heating with the isothermal case.

3.5 Analytical approach

In order to develop an analytical model of cure evolution, the molding process is divided in two stages: (1) in the first stage, the cure evolution is predicted during the filling stage; (2) afterwards, only resin polymerization is considered. During the first stage, a major hypothesis is made, namely that the viscosity of the resin is not affected much by the chemical reaction of polymerization. This assumption is based on the relatively slow resin kinetics in the operating temperature range. At a first glance, this assumption appears realistic, because during the

impregnation stage polymerization remains an undesirable effect. In this case, equation (21) simplifies to:

$$\mu = \mu_\infty e^{-\frac{U}{RT}} \tag{22}$$

The next step consists of finding a mathematical expression for the total filling time. For this, one has to look back to the resin transport. The resin average velocity is given as a function of the pressure gradient by Darcy's law as follows:

$$v = -\frac{K}{\mu\phi}\nabla p \tag{23}$$

where K is the permeability, μ the resin viscosity and ϕ is the porosity of the fibrous reinforcement. Note that p here denotes the relative pressure in the cavity, namely the pressure minus the atmospheric pressure. Temperature varies following a ramp from the inlet to the vent, and thus can be written as a linear function of position between the two heating pipes:

$$T(x) = a\,x + b \tag{24}$$

The spatial domain will be uniformly discretized, in which case the velocity at a given position x_n may be expressed as follows:

$$v = -\frac{K}{\phi\,\mu_\infty e^{-\frac{U}{R(a x_n + b)}}}(\nabla p)_n \tag{25}$$

where $(\nabla p)_n$ denotes the pressure gradient at position $x_n = n\Delta x$, $0 \le n \le N$ with $N\Delta x = L$. We get

$$(\nabla p)_0 = -\frac{P_0 - p(\Delta x, t)}{\Delta x} \tag{26}$$

$$(\nabla p)_n = -\frac{p[n\Delta x, t] - p[(n+1)\Delta x, t]}{\Delta x} \tag{27}$$

$$(\nabla p)_{N-1} = -\frac{p[(N-1)\Delta x, t] - p[N\Delta x, t]}{\Delta x} = -\frac{p[(N-1)\Delta x, t]}{\Delta x} \tag{28}$$

Note that the relative pressure is zero at the vent, which explains why equation (28) has only one term. At any given time during resin impregnation the instantaneous velocity is the same everywhere in the domain, since a flat plate of uniform thickness is filled by an incompressible fluid. If the injection is performed at constant pressure, the velocity will change in time, but it remains uniform everywhere in the saturated preform. If the injection is carried out at constant flow rate, the velocity is not only uniform in the cavity at any given time, but it remains also constant in time.

Using equation (25) between two successive points, one can therefore write for $1 \le n \le N-1$:

$$(\nabla P)_{n+1} = \frac{e^{-\frac{U}{R(a x_{n+1}+b)}}}{e^{-\frac{U}{R(a x_n+b)}}} (\nabla P)_n \tag{29}$$

Hence, by recurrence we get:

$$(\nabla p)_n = \frac{e^{-\frac{U}{R(a x_n+b)}}}{e^{-\frac{U}{Rb}}} (\nabla p)_0 \tag{30}$$

Moreover, the pressure gradients along the spatial discretization sum up to the total gradient from the inlet to the outlet of the mold:

$$\sum_0^{n-1} (\nabla p)_n = \frac{-P_0}{\Delta x} \tag{31}$$

Another simplification comes from the temperature ramp that has a relatively small slope. Consequently, $a x_n << b$, leads to:

$$e^{-\frac{U}{R(a x_n+b)}} = e^{-\frac{U}{Rb\left(\frac{a}{b}x_n+1\right)}} = e^{-\frac{U}{Rb}\left(1-\frac{a x_n}{b}\right)} = e^{-\frac{U}{Rb}} e^{\frac{aU x_n}{Rb^2}} \tag{32}$$

Hence, the summation of equation (31) over the nodes of the mesh gives:

$$(\nabla p)_0 \left[\sum_0^{n-1} e^{-\frac{U}{R(ax_i+b)}} \right] e^{\frac{U}{Rb}} = -\frac{P_0}{\Delta x} \tag{33}$$

Using the properties of a geometric progression, the following expression is obtained:

$$\begin{aligned} \sum_0^{n-1} \left(e^{\frac{aU\Delta x}{Rb^2}} \right)^i &= -\frac{P_0}{\Delta x (\nabla p)_0} \\ &= \frac{1-\left(e^{\frac{aU\Delta x}{Rb^2}} \right)^n}{1-e^{\frac{aU\Delta x}{Rb^2}}} = \frac{1-\left(e^{\frac{aU\Delta x}{Rb^2}} \right)^n}{-\frac{aU\Delta x}{Rb^2}} \end{aligned} \tag{34}$$

and after rearrangement:

$$(\nabla p)_0 = \frac{P_0 U a}{Rb^2 \left(1 - e^{\frac{aUx}{Rb^2}} \right)} \tag{35}$$

Therefore the velocity *v(x)* of the resin being uniform at any given time, it may be expressed from Darcy's law (23) as follows:

$$v(0) = v(x) = \frac{dx}{dt} = -\frac{K}{\phi \mu} (\nabla p)_0 \tag{36}$$

By adding the viscosity simplified model we get:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{KaUP_0}{\phi \mu_\infty \, \mathrm{Re}^{-\frac{U}{Rb}} b^2 \left(1 - e^{\frac{aUx}{Rb^2}} \right)} \tag{37}$$

Setting the initial time at the beginning of resin injection and integrating gives the time *t(x)* when the resin front reaches the position *x* in the mold:

$$t(x) = -\frac{\left(x - \frac{Rb^2\left(e^{\frac{Uax}{Rb^2}} - 1 \right)}{aU} \right) \phi \mu_\infty Rb^2 e^{-\frac{U}{Rb}}}{KP_0 aU} \tag{38}$$

This mathematical development shows that the total injection time can be readily obtained by assuming that the polymerization is slow enough so as not to influence the resin viscosity during mold filling, which is the case usually in the RTM process. To further carry out the analysis, four points are chosen to follow numerically the degree of cure at $L/8$, $3L/8$, $5L/8$, $7L/8$, L being the total length of the mold cavity. To calculate the degree of cure at the end of the injection for each selected sensor location, the effect of polymerization on viscosity can be neglected and a simplified resin kinetics model will be used, namely:

$$\frac{d\alpha}{dt} = A_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} \tag{39}$$

This equation allows estimating the degree of cure at each sensor location at the end of mold filling. For example, the resin reaching the first sensor stayed $t(8L/8) - t(7L/8)$ seconds under a temperature $a\ L/16 + b$, which allows calculating the degree of cure.

Once the degree of cure has been estimated at the end of mold filing, the full Kamal-Sourour [11] model is considered and discretized in time in order to predict the evolution of cure after mold filling as a function of time. Afterwards, for some chosen times (1 min, 1 min 30 s, 2 min, 2 min 30 s), the differences between two neighboring sensors can be easily determined. The algorithm calculates the maximum cure difference between any two successive sensors. The procedure is repeated for different temperatures to evaluate the effect of temperature on the spatial variations of the degree of cure. The results are then compiled in Fig. 3-3 to determine the inlet temperature that minimizes these variations along the composite. The temperature for which the cure gradient is the lowest (11.3%) is 420°K at the mold inlet, and therefore 360 °K at the vent (see Fig. 3-3). An inlet temperature equal to the prescribed average temperature 390 °K corresponds to a single heating control. In this case, Fig. 3-3 shows a cure gradient above 25%, whereas a linear temperature distribution in the mold results in gradients of less than 12%.

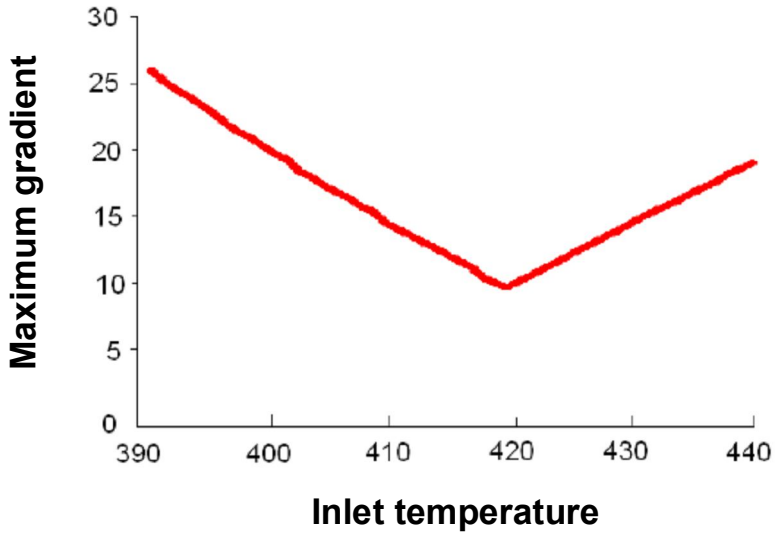

Figure 3-3: Maximum cure gradient along the length of the composite part as a function of the inlet temperature for two heating zones (recall that an average mold temperature of 390°K was selected)

3.6 Three zone heating

In the case of three zone heating, the temperature distribution follows two linear functions distributed along two portions of the mold: $a\,x + b$ in the first half, and $c\,x + d$ in the second half, with of course a continuity condition in the center of the mold. When the first half of the mold is filled, the evolution of the flow front remains the same as detailed in the previous section (two heating zones). One can then write for

$$t \le -\frac{\left(\frac{L}{2} - \frac{Rb^2 e^{\frac{UaL}{2Rb^2}}}{aU} + \frac{Rb^2}{aU}\right)\phi\mu_\infty Rb^2 e^{-\frac{U}{Rb}}}{KPaU} \tag{40}$$

the filling time as:

$$t(x) = -\frac{\left(x - \frac{b^2 R\, e^{\frac{U a x}{R b^2}}}{aU} + \frac{b^2 R}{aU}\right) \phi \mu_\infty b^2 R\, e^{-\frac{U}{Rb}}}{K P a U} \tag{41}$$

Analogously, in the second half of the mold:

$$\sum_{0}^{\frac{L}{2\Delta x}} e^{-\frac{U}{R(ax_i+b)}} + \sum_{\frac{L}{2\Delta x}}^{n-1} e^{-\frac{U}{R(ax_i+b)}} = -\frac{P}{\Delta x (\nabla p)_0} e^{-\frac{U}{Rb}} \tag{42}$$

Using the same approximations as in the previous case, we get:

$$\frac{b^2 R}{aU}\left(1 - e^{\frac{aUl}{2Rb^2}}\right) + \frac{d^2 R}{cU}\, e^{-\frac{U}{R}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b}\right)} e^{-\frac{cUl}{2d^2 R}} \left(1 - e^{\frac{cUx}{d^2 R}}\right) = \frac{P}{(\nabla p)_0} \tag{43}$$

Therefore

$$(\nabla p)_0 = \frac{PU}{R\left(\frac{b^2}{a}\left(1 - e^{\frac{aUl}{2Rb^2}}\right) + \frac{d^2}{c} e^{-\frac{U}{R}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b}\right)} \left(e^{\frac{cUl}{2d^2 R}} - e^{\frac{cUx}{d^2 R}}\right)\right)} \tag{44}$$

Integrating and applying boundary conditions gives finally:

(45)

$$t(x) = \frac{\phi \mu_\infty e^{-\frac{U}{Rb}} R}{KUP_0}\left(\left(x - \frac{L}{2}\right)\left(\frac{b^2}{a}\left(1 - e^{\frac{aUL}{2b^2 R}}\right) + \frac{d^2}{c} e^{-\frac{U}{R}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b}\right)} e^{\frac{cUL}{2d^2 R}}\right) - \frac{d^4 R}{c^2 U} e^{-\frac{U}{R}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b}\right)} \left(e^{\frac{cUL}{2d^2 R}} - e^{\frac{cUx}{d^2 R}}\right)\right) + t\left(\frac{L}{2}\right)$$

which is the time necessary for the resin to reach the position *x* located in the second half of the mold.

In order to determine the optimal temperature that reduces the cure gradient, the heating slopes may be varied just by changing the temperature in the center of the mold. Fig. 3-4 shows the

maximum cure gradient along the central longitudinal axis in the mold as a function of the temperature in the center.

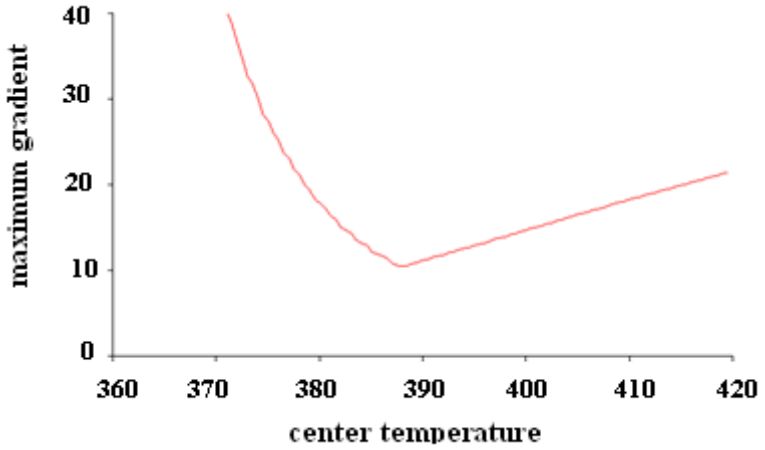

Figure 3-4: Maximum cure gradient along the composite part as a function of the temperature in the center of the mold for three heating zones

Note that for a temperature of 390°K in the center, the result of the previous section is recovered. The minimum cure gradient is obtained at T = 388°K. In this case the cure gradient is 10.5% (compared to more than 25% with a single heating zone). By adding two new heating zones, the sequence of temperatures 420°K - 399°K - 384°K - 373°K - 360°K gives a gradient of 7.5%.

3.7 Numerical simulations

Numerical simulations are carried out to evaluate and compare the total cycle times for one, two and three heating zones. The simulations will also allow verifying if the assumptions made to derive the analytical solutions are reasonable from a physical point of view. Let us consider two and three heating zones between 420°K and 360°K. The numerical simulations are carried out with PAM-RTM software [7]. In the zone heated at 420°K, the resin viscosity decreases, which facilitates the flow. Meanwhile, the zone at 360°K does not increase much the degree of cure of

the resin that has already flowed through the 420°K zone. Therefore, this lower temperature tends to even out the degree of cure. The total injection time is 17 s, and a time of 280 s was found for the whole part to attain everywhere a degree of polymerization over 95%. This represents already a 50 s gain compared to a single heating strategy.

Fig. 3-5 and 3-6 show the evolution of the degree of cure as a function of time along the composite part for two and three heating zones respectively. For three heating zones, the degree of cure becomes faster slightly more uniform along the part, although the injection time and the time necessary to reach a nearly uniform degree of cure nearly everywhere in the part are almost the same for two and three heating zones.

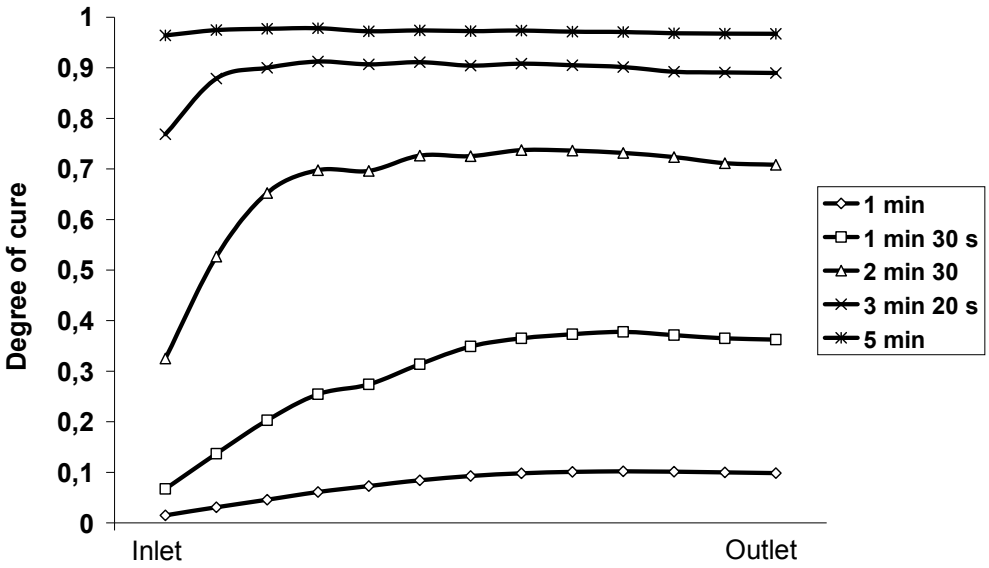

Figure 3-5: Evolution of the degree of cure as a function of time along the composite part for two heating zones

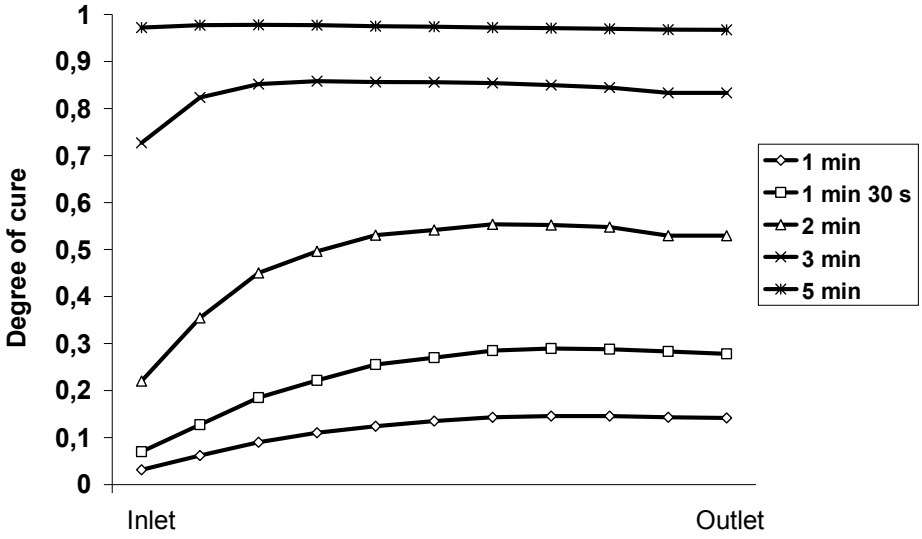

Figure 3-6: Evolution of the degree of cure as a function of time along the composite part for three heating zones

3.8 Conclusion

This article clearly shows the benefits of zone heating. While maintaining an acceptable injection time, multiple zone heating allows obtaining a better uniformity in the degree of cure. The cure gradient can be reduced from 25% in the case of an isothermal mold to 11,5% with two zone heating and 10,5% with three zones. Instead of 280 s in the isothermal case, the total cycle time for two and three zone heating becomes 230 s. In the case of multiple zone heating, the temperatures minimizing the cure gradient have been determined analytically as a function of the mold and process parameters. In the analysis of three zone heating, the temperature of the additional zone decreases only slightly the cure gradient compared to two zone heating. The numerical simulations carried out have confirmed the feasibility of the assumptions made to derive the analytical solutions.

The main conclusion of this analysis is that two or three zone heating brings a gain not only in quality because it reduces the cure gradient in the part, but also improves cycle times. Hence it becomes possible to demold the part earlier. However, a balance will always have to be taken

into account between the quality of the composite and the cost of a more sophisticated heating system. Zone heating is capable of improving the composite manufacturing process. However, two or a maximum of three heating zones are sufficient; an increased complexity of the mold is not justified. Although carried out for a simple model problem, this analysis confirms the interest of zone heating in Resin Transfer Molding (RTM).

3.9 References

1- D. Abraham, R. Mcllhagger, "A Review of Liquid Injection Techniques for the Manufacture of Aerospace Composite Structures", *Polymers and Polymer Composites 4,* 1996

2- Y. Abou Msallem, F. Jacquemin, N. Boyard, A. Poitou, D. Delaunay, S. Chatel, "Material Characterization and Residual Stresses Simulation during the Manufacturing Process of Epoxy Matrix Composites", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 41(1)*, 108-115, 2010

3- G.K. Hu, G.J. Weng, "Influence of Thermal Residual Stresses on the Composite Macroscopic Behaviour", *Mechanics of Materials 27*, 229 – 240, 1998

4- L.G. Zhao, N.A. Warrior, A.C. Long, "A Thermo-viscoelastic Analysis of Process-induced Residual Stress in Fibre-reinforced Polymer-matrix Composites", *Materials Science and Engineering A,* 452-453, 483-498*,* 2007

5- E. Ruiz, F. Trochu, "Numerical Analysis of Cure Temperature and Internal Stresses in Thin and Thick RTM Parts*", Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 36(6),* 806-826, 2005

6- E. Ruiz, F. Trochu, "Multi-criteria Thermal Optimization in Liquid Composite Molding to Reduce Processing Stresses and Cycle Time", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 37(6 SPEC. ISS.),* 913-924, 2006

7- S.R. White, H.T. Hahn, "Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure", *Part I. Model Formulation, Journal of Composite Materials, Vol. 26,* No. 16, 2402-2422, 1992

8- S.R. White, H.T. Hahn, “Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure”, *Part II. Experiment validation, Journal of Composite Materials, Vol. 26,* No. 16, 2423-2453, 1992

9- S.R. White, H.T. Hahn, “Cure Cycle Optimization for the Reduction of Processing-Induced Residual Stresses in Composite Materials”, *Journal of Composite Materials, Vol. 27, No. 14,* 1352-1378, 1993

10- P. J. Blanchard, C. D. Rudd, “Cycle Time Reduction in Resin Transfer Moulding by Phased Catalyst Injection”, *Composites Science and Technology, Vol. 56, Issue 2,* 123-133, 1996

11- M.R. Kamal, S. Sourour, “Kinetics and Thermal Characterization of Thermoset Cure”, *Polymer Engineering and Science, Vol. 13,* 59, 1973

12- PAM-RTM software, ESI-Group, http://www.esi-group.com

3.10 Acknowledgements

The authors would like to thank Dr. John Owens, from General Motors Laboratory, Detroit, USA, for his advises regarding the orientation of this research, and General Motors (GM) of Canada, the Canada Research Chair program and the National Science & Research Council of Canada (NSERC) for their financial contributions. The support of “Centre de recherche en plasturgie et composites” (CREPEC) and of “Consortium de recherche et d’innovation en aérospatiale du Québec” (CRIAQ) for the infrastructure of the laboratory of the Chaire sur les Composites à Haute Performance (CCHP) are also gratefully acknowledged.

CHAPITRE 4 ARTICLE 2 : ANALYSIS OF THROUGH-THICKNESS HEAT TRANSFER IN FLEXIBLE INJECTION BY DUAL KRIGING

Florent Cloutier [1], Aurelian Vadean [1], and Francois Trochu [1, 2]

[1] *Department of Mechanical Engineering and Chair on Composites of High Performance, Centre de recherché en plasturgie et composites (CREPEC),*

École Polytechnique de Montréal, P.O. Box 6079, Station "Centre-Ville",

Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

[2] *Corresponding author's Email: trochu@polymtl.ca*

4.1 Abstract

Flexible injection is a new process destined to allow a fast filling of a double cavity mold. The fibrous reinforcement is contained in the bottom cavity, the injection chamber, and is covered by a flexible membrane. After filling of the bottom cavity by the liquid resin, a compaction fluid is injected in the upper cavity called the compaction chamber. The fluid pressure will hence compress the composite until the part reaches its nominal thickness. When the compaction fluid is injected at high temperature in the upper cavity, heat is exchanged with the resin and the fiber bed through the membrane. In order to optimize this new process, it is important to evaluate quantitatively the effectiveness of the heat transfer through the mold. The present investigation aims at evaluating the relative importance of the main parameters that govern the heat flowing through the membrane from the compaction fluid to the composite, namely the heat conductivity and thickness of the membrane, the temperature and the flow rate of the compaction fluid injected in the upper cavity. The analysis is based on simple one-dimensional numerical simulations carried out through the thickness of the mold. In order to evaluate quantitatively the relative influence of the four above mentioned parameters that govern the heat flow in the mold, a new approach based on dual kriging is proposed. The heat flow through the thickness of the mold is evaluated for a series of values of the governing parameters, and then the results of this sensitivity study are interpolated by dual kriging. This gives a series of interaction coefficients

that allow a quantitative assessment of the influence of each parameter on the efficiency of heat transfer in a flexible mold.

KEYWORDS: dual kriging, flexible injection, Resin Transfer Molding (RTM), heat transfer

4.2 Introduction

The understanding of thermal exchanges is essential in composite manufacturing when a thermosetting matrix is injected in a closed mold containing the fibrous reinforcement. Indeed, heat is one of the factors governing the chemical reaction that results in the hardening of the polymer resin. As these reactions of polymerization are exothermic it is imperative to control temperature in the mold during the manufacturing cycle. This task is delicate and critical because the polymerization reactions are completely irreversible. Moreover, when molding a complex part, a full three-dimensional transient analysis of the heat exchanges in the mold is often rather difficult to conduct, by taking into account the complex geometrical features of the part, the various materials the mold is made of and the important number of material data that would be required to carry out precise finite element heat transfer simulations. For these reasons, in order to assess the particular features of the new process called flexible injection in terms of temperature control, a series of simple one-dimensional calculations through the thickness of the mold have been performed to study the influence of the various parameters that govern heat transfer in flexible injection, namely the heat conductivity and thickness of the membrane, and the temperature and flow rate of the compaction fluid.

Flexible injection is a novel technique in Liquid Composite Molding (LCM). Combining features of Resin Transfer Molding (RTM), Vacuum Assisted Resin Infusion (VARI) and autoclave processing, this new composite manufacturing technology leads to significant reductions of the manufacturing time cycle [13]. However, flexible injection has been studied only recently, and very few papers are available apart from two papers presented at the 9th International Conference on Flow Process in Composite Materials (FPCM-9) in 2008 by Ruiz et al. [13] and Trochu et al. [14]. Briones [15] laid the foundations of this new technique by analyzing the influence of five

manufacturing parameters on the resin flow velocity: the injection pressure and the viscosity of the resin and of the compaction fluid, and the volume of resin injected. Although this investigation was limited to the isothermal case, one of the main results shows the importance of the compaction pressure on the total filling time. In the same way, Allard [16] and Daqoune [17] have studied experimentally and optimized flexible injection in the isothermal case.

As well as speeding up the filling time as demonstrated in Briones [15] and optimized by Allard [16] and Daqoune [17], flexible injection improves also the heat exchanges in the mold. On the contrary to classical Resin Transfer Molding (RTM), in which the resin polymerizes mainly thanks to the heat already contained in the mold, in flexible injection heat is brought by the compaction fluid. Hence this process brings up a new opportunity, by setting the temperature of the compaction fluid, to control more precisely the polymerization of the resin everywhere in the composite. Non isothermal flexible injection has not yet been studied. This paper presents a simple one-dimensional analysis through the thickness of the mold of the influence of four parameters that govern resin polymerization: the temperature and the flow rate of the compaction fluid, and the heat conductivity and the thickness of the membrane. The goal of this investigation is to evaluate the relative importance of each parameter for subsequent mold design.

After presenting the simple test mold that will be studied to evaluate the efficiency of heat transfer in flexible injection, namely a rectangular mold filled up by a unidirectional flexible injection, the heat transfer problem through the thickness of the mold will be presented and the numerical solution based on a classical transient finite difference scheme will be implemented. Finally, the results of a sensitivity analysis carried out for the four parameters that govern the heat transfer in flexible injection will be interpolated by dual kriging [18] in order to evaluate quantitatively the relative influence of each parameter.

Dual kriging is a statistical interpolation method that takes into account the local correlation that usually exists between experimental data. A short and original presentation of dual kriging can be found in Trochu [18]. In fact, kriging is a numerical method that allows constructing automatically from a series of experimental observations the best linear unbiased estimator of a random function. In the case considered here, the experimental observations are the numerical results of the through-thickness heat transfer problem considered. Although the number of

applications of kriging in many various fields has been steadily growing in the past two decades [19, 20, 21], this kind of investigation consisting of interpolating numerical results instead of experimental observations is relatively new. Finally, the kriged function will provide a series of interaction coefficients giving information on the relative importance of each parameter on the efficiency of heat transfer in flexible injection.

4.3 Description of the mold

A simple rectangular mold is considered in this investigation on heat transfer in flexible injection. The mold is filled up by unidirectional injection of a reactive resin that generates and exchanges heat with the bottom of the mold and with the top cover through a flexible membrane (Fig. 4-1). The membrane is heated by forced convection of the warm oil injected in the upper cavity of the mold. The heat needed to start and support resin cure is brought simultaneously by the oil and the mold.

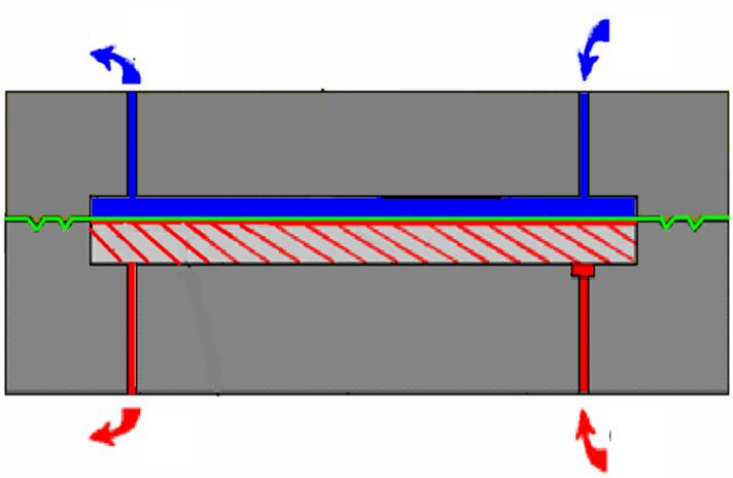

Figure 4-1: Vertical cross-section of the mold illustrating the principle of the flexible injection: in red the resin; in blue, the compaction fluid; in green, the membrane; in hatched red, the composite; and in grey, the mold

The response time is defined as the time required for a change in the control temperature of the heating system to become effective in the composite. The response time must be minimized to improve the efficiency of temperature control. Among the various parameters having an influence, the four following variables will be considered: the flow rate and the temperature of the heat transfer fluid, and the heat conductivity and the thickness of the membrane.

4.4 Heat transfer problem

As illustrated in Fig. 4-2, the phenomena occurring in this analysis are conduction through the thickness of the mold, forced convection of the compaction fluid and generation of heat by the resin during cure. A model of chemical kinetics is implemented to account for a possible overheating of the composite due to the exothermic peak. The following assumptions are made:

- the temperatures and material properties are averaged over the length of the mold;
- the resin and the fibers are at every moment at the same temperature;
- the mold remains at a uniform temperature (this hypothesis is valid for a steel mold);
- the thermal contact resistances on the membrane, the composite and the mold interfaces are neglected;
- at the end of the fabrication cycle, the composite and the membrane reach the temperature of the mold.

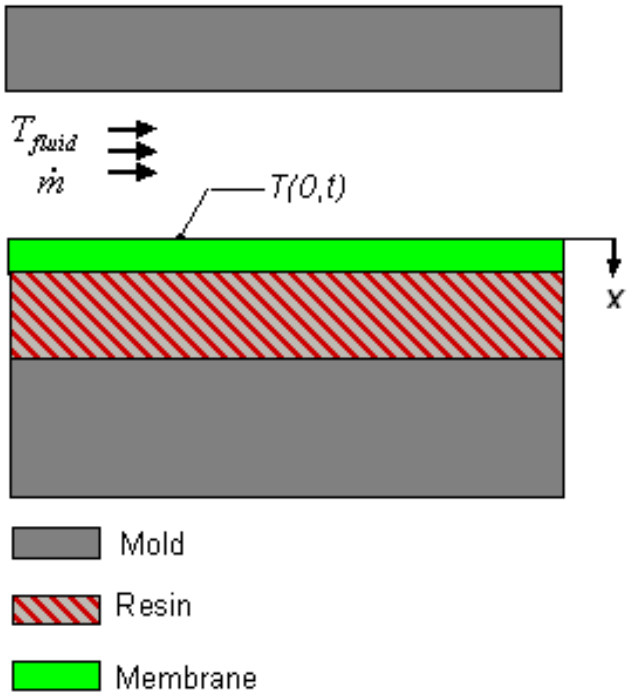

Figure 4-2: Longitudinal cross-section of the mold numerical model under the forced convection of the compaction fluid

4.4.1 Statement of the problem

The problem of transfer of the heat is governed by equations of conduction and convection. Forced convection heat transfer occurs between the compaction fluid and the membrane, while conduction takes place in the membrane and the composite. The conduction in the membrane is governed by the following law:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_m}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{46}$$

where α_m is the thermal diffusivity of the membrane:

$$\alpha_m = \frac{k_m}{\rho_m \cdot Cp_m} \tag{47}$$

and the following parameters are defined as:

ρ_m: membrane density

k_m: thermal conductivity of the membrane

Cp_m: specific heat of the membrane

The transient heat transfer in the composite is governed by the same law, but an additional source term is present:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k_c} = \frac{1}{\alpha_c}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{48}$$

where $\dot{q}$ is the source term modeling the generation of heat due to the chemical reaction of polymerization. This source term is a function of the cure rate as follows:

$$\dot{q} = \dot{\alpha} \cdot \Delta H_r \tag{49}$$

The cure rate is a function of the degree of cure, of time and of the temperature. The auto-catalytic model of Kamal-Sourour [22] is selected to model the chemical kinetics of polymerization. This model is defined by the following equation:

$$\dot{\alpha} = \left(K_1 \cdot e^{\frac{-E_1}{RT}} + K_2 \cdot e^{\frac{-E_2}{RT}} \cdot \alpha^m \right) \cdot (1-\alpha)^n \tag{50}$$

where the parameters are defined as:

K_1 , K_2: Arrhenius constants;

E_1 , E_2: energies of activation of the polymerization reaction;

α: degree of cure;

m, n: orders of the chemical reaction;

R: constant of perfect gases

Tableau 4-1: Constants of the auto-catalytic resin kinetics formulation

$K_1(s^{-1})$	$8\ 10^{-3}$
$K_2(s^{-1})$	*0.508*
$\frac{E_1}{R}(°K)$	*610*
$\frac{E_2}{R}(°K)$	*796*
m	*1,5*
n	*1,424*

4.4.2 Forced convection internal boundary condition

The total reaction heat is 250 kJ/kg. However, it is necessary to take into account the fact that only the resin polymerizes and releases heat in the fibrous reinforcement considered as a porous medium. The coefficients of the auto-catalytic formulation for the epoxy resin are defined in Table 4-1.

The convection equation between the membrane and the fluid of compaction are:

$$-k_m \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \overline{h} \cdot \left(T(0,t) - T_{fluid}\right) \tag{51}$$

The initial temperatures of the membrane and the composite are equal to the mold temperature. The degree of cure is considered to be null at the initial time $t = 0$. The convection coefficient depends of the flow rate of the compaction fluid. Given that the flow rate is one of the studied parameters, it is necessary to find a law describing the variation of the convection coefficient h as a function of the flow rate and to implement it in the solver.

To characterize the relative importance of the two phenomena of conduction and convection, the number of Nusselt has been used. It represents the ratio between both heat transfers. By solving simultaneously the thermal and dynamic equations, the expression of Nusselt number is obtained:

$$Nu_y = 0.332 \cdot \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \cdot \mathrm{Re}_y^{\frac{1}{2}} \tag{52}$$

with Reynolds and Prandtl numbers defined as follows:

$$\mathrm{Re}_y = \frac{\rho \cdot U_\infty \cdot y}{\mu} \tag{53}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha_t} \tag{54}$$

where U_∞ is the fluid speed, ν the cinematic viscosity and α_t the thermal diffusivity.

The local Nusselt number is defined by the expression:

$$Nu_y = \frac{h_y \cdot y}{k_f} \tag{55}$$

while the average Nusselt number is given by the following formula:

$$\overline{Nu} = 2 \cdot Nu\big|_{y=L} \tag{56}$$

Thus, one concludes that the average heat transfer coefficient:

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu} \cdot k_f}{L} \tag{57}$$

where L is the characteristic length of the mold.

4.5 Numerical model

The transient one-dimensional heat transfer problem through the thickness of the composite will be solved numerically. The main goal is to determinate the thermal response time. However, thanks to kriging, the relative importance of the parameters studied on the time of thermal

response can be evaluated and the profile of temperature during some cycle of cure for different conditions. The goal of this project is to estimate the efficiency of the control in temperature by heating the compaction fluid. The conduction limit conditions between the composite and the mold can be simply expressed by a constant temperature in the knot *n*: $T_n = T_{mold}$

At first, the domain of variations of variables of the process is fixed, and then a Matlab program calculates the numerical solution of the heat transfer equations. Numerical simulations are then realized by fixing for every simulation the variables of the process to cover all the experimental space. The results obtained by the simulations are then interpolated by dual kriging in "*n*" dimensions. Here $n = 4$ as four variables are considered: the flow rate and temperature of the compaction fluid; the thickness and the heat conductivity of the membrane.

A temporal and spatial discretization of the equations by finished differences is made according to an explicit plan. Once discretized, the conduction equation in the membrane gives:

$$\frac{T_{n+1}{}^{t} - 2T_n{}^{t} + T_{n-1}{}^{t}}{\Delta x} = \frac{1}{\alpha}\frac{T_n{}^{t+1} + T_n{}^{t}}{\Delta t} \tag{58}$$

Fourier number is defined as a function of the thermal diffusivity as follows:

$$Fo = \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \tag{59}$$

By rearranging the discretized equation, we obtain the expression of the temperature at knot *n* at time *t*+*dt*:

$$T_n{}^{t+1} = Fo \cdot \left(T_{n+1}{}^{t} + T_{n-1}{}^{t}\right) + (1 - 2 \cdot Fo) \cdot T_n{}^{t} \tag{60}$$

In the same way, the discretized equation of the energy balance in the composite gives:

$$T_n{}^{t+1} = Fo \cdot \left(T_{n+1}{}^{t} + T_{n-1}{}^{t} + \frac{\Delta x^2}{k_c} \cdot \Delta H_r \cdot \dot{\alpha}_n{}^{t} \right) + (1 - 2 \cdot Fo) \cdot T_n{}^{t} \tag{61}$$

Considering the first knot of the model of the membrane (*x=0*) as being in contact with the fluid, the convective equation is:

$$T_1{}^{t+1} = Fo \cdot \left(T_2{}^{t} + Bi \cdot T_{fluid}\right) + (1 - 2 \cdot Fo - 2 \cdot Fo \cdot Bi) \cdot T_1{}^{t} \tag{62}$$

where *Bi* is the Biot number given by:

$$Bi = \frac{\bar{h} \cdot \Delta x}{k_m} \tag{63}$$

The explicit model is easier to solve, but the numerical scheme is not unconditionally stable. A constraint on the step of time is thus necessary to ensure its stability. The most binding criterion of stability is:

$$Fo \cdot (1 + Bi) \prec \frac{1}{2} \tag{64}$$

This criterion must be necessarily verified during the numerical solution of the problem. As the temperature and degree of cure are updated at every knot following Kamal-Sourour model, the program iterates in time until the composite reaches a cure degree over 50 % in its center. This degree of cure corresponds approximately to the gel point.

4.6 Dual kriging interpolation

In absence of an analytical solution to the problem, kriging allows extracting relevant information from a purely numerical plan of experiments. The complexity of the phenomenon is reduced to a single function by kriging, the so-called kriged or interpolated function. This function of four variables allows predicting the response time without having to carry out additional numerical simulations for every new value of the studied parameters. This technique also gives the possibility of optimizing the efficiency of the heat transfer.

Four parameters are kriged with a pseudo-quadratic drift and a linear covariance function. The pseudo-quadratic drift of the polynomial is limited to quadratic terms only. A single coefficient is obtained for every parameter, hence facilitating the interpretation and the comparison of the relative importance of each parameter. Kriging gives a result such as:

$$response\ \ time = a_0 + \sum a_i\, parameter_i^{\,2} + \sum b_i \cdot K(h) \tag{65}$$

with a linear generalized covariance function

$$K(h) = h \tag{66}$$

The Euclidian distance was used to calculate *h*:

$$h(i,j) = \sqrt{\sum_k (p_i^{\,k} - p_j^{\,k})^2} \tag{67}$$

Several other types of covariance and drift were tested. The number of points for every variable is not sufficient for the use of a cubic covariance. Furthermore, no representative fluctuations appear with a linear or constant drift and a linear covariance. It would be necessary to increase the number of simulations to have more flexibility in the choice of the covariance and the drift. An axial normalization is made before kriging to reduce roundness errors due to the differences in the orders of magnitude of the four variables considered. A complete factorial plan of 81experiments is calculated by dual kriging to evaluate the thermal response of the mold. Table 4-2 gives three various values considered for every factor studied. The numerical experiments are implemented for a combination of these values.

Tableau 4-2: Experimental domain

Variable	**Value 1**	**Value 2**	**Value 3**
Temp. of the compaction fluid (K)	323	353	373
Flow rate of the compaction fluid (l/s)	0,1	0,5	1
Membrane heat conductivity. (W/m K)	1	5	20
Thickness of the membrane (mm)	0,9	1,5	3

4.7 Results and discussion

Generally, the thermal transfer problem provides good results as the profiles of temperature in the composite and in the membrane are coherent. These profiles of temperature can be represented by a gradient of colors as in Figure 4-3. An important gradient of temperature is created in the composite when temperature of the compaction fluid becomes larger than the temperature of the mold.

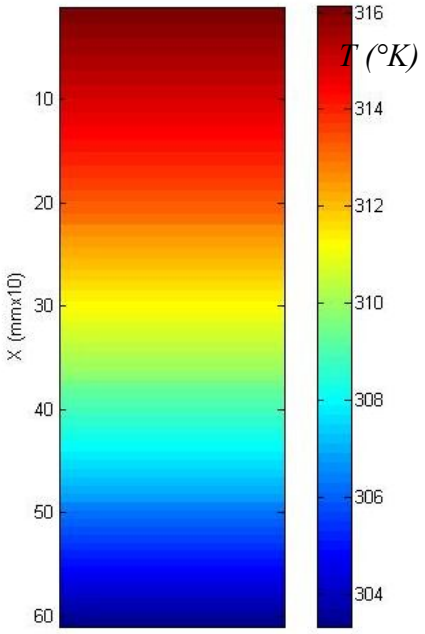

Figure 4-3: Temperature profile in the composite after 160s (T_{fluid} = 323K, T_{mold} = 303K)

Interpolating by dual kriging the results of the numerical simulations gives a variation of the response time as a function of the four process variables considered. As expected, to maximize the efficiency of the thermal transfer, the flow rate must be maximized as well as the temperature of the compaction fluid, the thermal conductivity of the membrane and while the the thickness of the membrane must be minimized.

Figures 4-4, 4-5, 4-6 and 4-7 show the variations of the response time calculated by the kriging interpolation as a function of each variable. The continuity of the kriged function allows

obtaining a value of response time for any combination of parameters inside the experimental space. The figures confirm the general trends expected for the response time as a function of the variables studied.

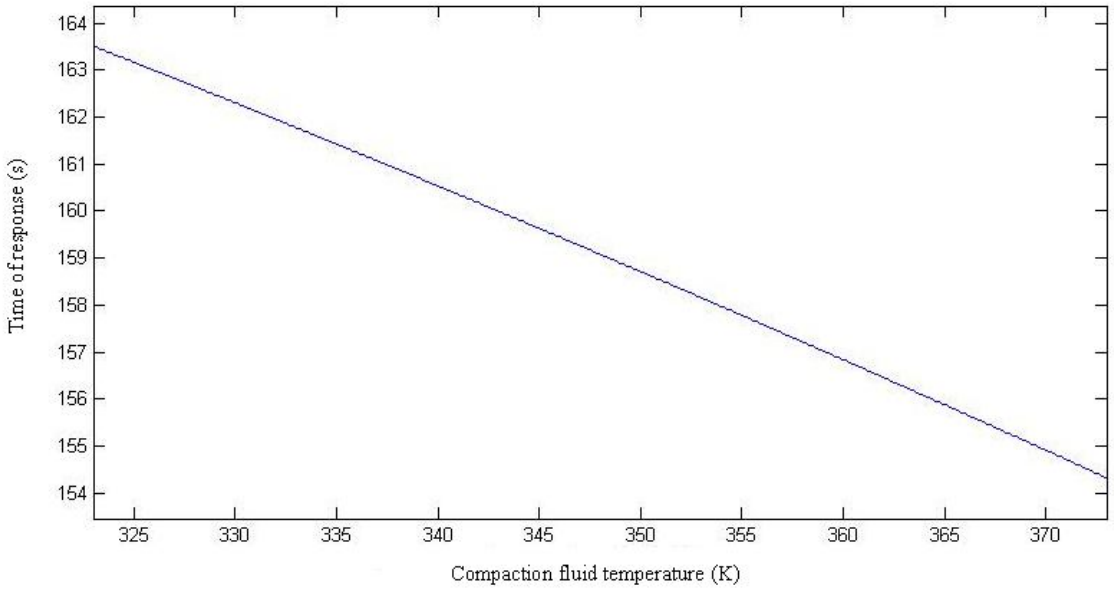

Figure 4-4: Kriged function: response time as a function of the compaction fluid temperature

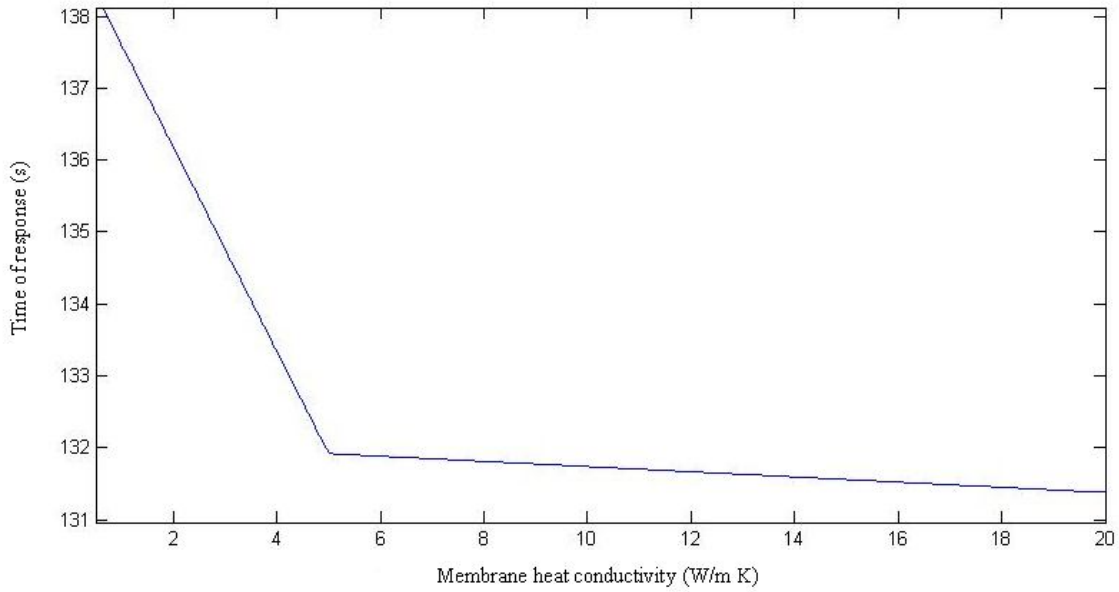

Figure 4-5: Kriged function: response time as a function of the membrane conductivity

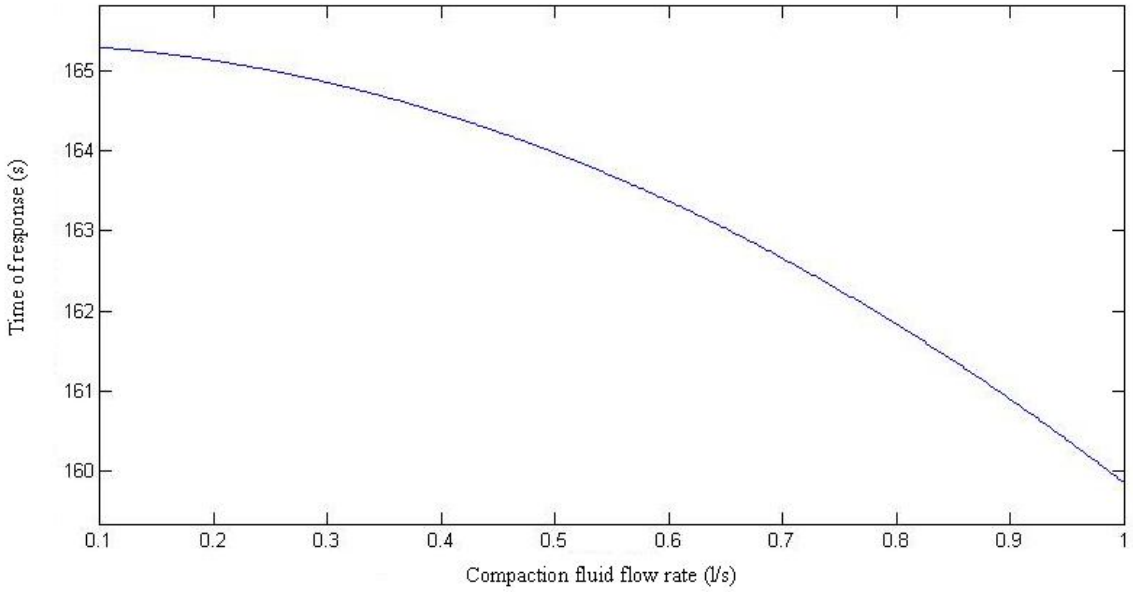

Figure 4-6: Kriged function: response time as a function of the compaction fluid flow rate

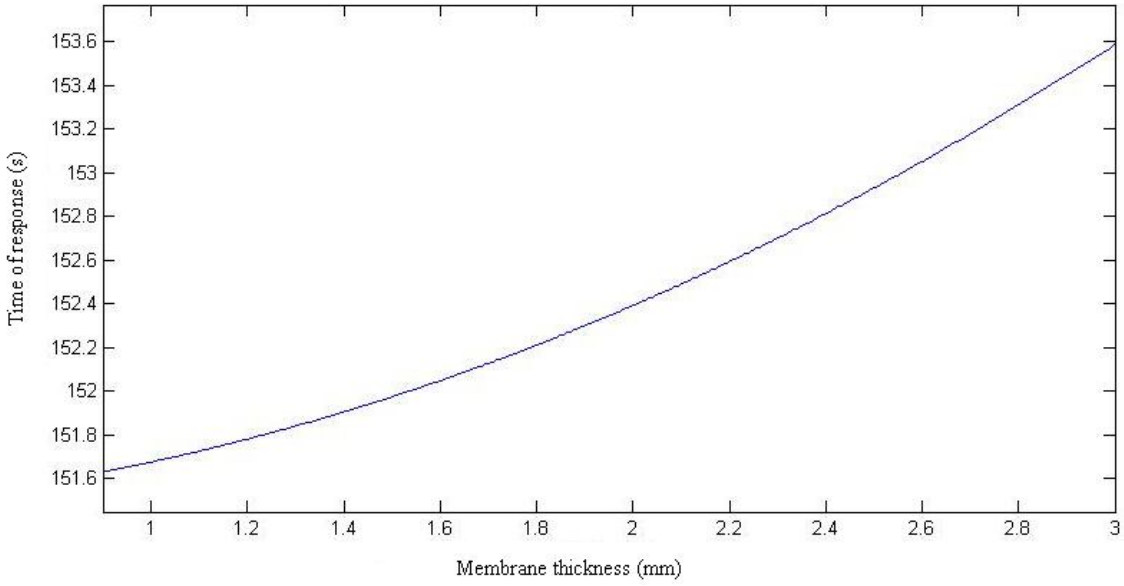

Figure 4-7: Kriged function: response time as a function of the membrane thickness

Because of the large differences in the orders of magnitude of the variables, each variable was normalized between zero and one in order to be able to compare the relative influence of each one on the response time of the mold. The coefficients of the drift were obtained in units of time (seconds). The relative importance and the influence of each parameters of the process can be compared in Table 4-3. The variables are classified in the order of decreasing influence according to the drift coefficients. Table 4-3 allows identifying the factors that influence the most the response time and consequently will help in defining the priorities and requirements to improve the efficiency of the heat transfer.

Tableau 4-3: Coefficients of the drift

Variables (in order of growing influence)	Coefficients of the drift associated with each variable
Membrane heat conductivity	8,60
Compaction fluid temperature	4,55
Membrane thickness	1,88
Compaction fluid flow rate	0,05

4.8 Conclusion

This investigation on a new composite manufacturing process by flexible injection brought interesting information for processing when the compaction fluid is heated. The impact of the four main parameters of the thermal response of the mold was studied. These four parameters are the thermal conductivity of the membrane, its thickness, the temperature and the flow of the

compaction fluid. Numerical heat transfer simulations were carried out and the relative influence of the four variables was quantified thanks to the interpolation by kriging. The conductivity of the membrane and the temperature of the compaction fluid are yielded as the critical factors to control the temperature through the fluid compaction heating during the manufacturing of composites by flexible injection. The major contribution of this work was to estimate the relative importance of the influence of the four main parameters on the thermal response of the mold, which turned out to remain below three minutes for all the simulations carried out. This confirms the efficiency of the control in temperature provided by compaction fluid heating. In this analysis, kriging appeared to be a practical tool for the optimization of complex processes depending on numerous variables.

4.9 References

13- E. Ruiz, L. Briones, E. Allard, F. Trochu, "Flexible Injection: A Novel LCM Technology for Low Cost Manufacturing of High Performance Composites. Part I: Experimental Investigation", *9th Int. Conf. on Flow Proc. in Comp. Mat.* (FPCM-9), *Montreal, Canada*, 8-10 July 2008

14- F. Trochu, S. Soukane, B. Touraine, "Flexible Injection: A Novel LCM Technology for Low Cost Manufacturing of High Performance Composites. Part II: Numerical Model", *9th Int. Conf. on Flow Proc. in Comp. Mat.* (FPCM-9), *Montreal, Canada*, 8-10 July 2008

15- L. Briones, "Injection flexible dans moule isotherme : conception et analyse d'un nouveau procédé de fabrication de composites", *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique de Montréal,* 2005

16- E. Allard, "Analyse expérimentale et optimisation d'un procédé d'injection flexible pour la fabrication rapide des composites", *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique Montréal,* 2006

17- T. Daqoune, "Analyse expérimentale sur des renforts tissés d'un procédé d'injection flexible pour la fabrication rapide des composites", *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique Montréal*, 2007

18- F. Trochu, “A Contouring Program Based on Dual Kriging Interpolation”, *Engineering with Computers*, 9(3), 160-177, 1993

19- J. L. Smith, J. J. Halvorson, R. T. Papendick, “Using Multiple-variable Indicator Kriging for Evaluating Soil Quality”, *Soil Science Society of America Journal*, vol. 57, 743-749, 1993

20- Y. Xiong, “Using Predictive Models in Engineering Design-Metamodeling, Uncertainty Quantification, and Model Validation”, *Ph. D. thesis, Mechanical Engineering, Northwestern University, Evanston, Illinois*, 2008

21- D. Huang, T. T. Allen, W. I. Notz, R. A. Miller, “Sequential Kriging Optimization using Multiple-fidelity Evaluations”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 32, 369-382, 2006

22- M. R. Kamal, S. Sourour, “Kinetics and Thermal Characterization of Thermoset Cure”, *Polymer Engineering and Science*, 13(59), 1973

CHAPITRE 5 ÉTUDE DE L'EFFET DU CHAUFFAGE PAR ZONES SUR LE TEMPS DE CYCLE

5.1 Introduction

Ce chapitre présente un complément à l'article « Analysis of Multiple Zone Heating In Resin Transfer Molding » présenté dans le chapitre 3. La première partie consiste en la vérification d'une hypothèse énoncée dans le chapitre 3 où le degré de cuisson, pour des valeurs assez faibles, peut être approximé par une fonction linéaire du temps. Différentes approximations sont donc effectuées et comparées à la solution du modèle. Le chapitre 3 présentait l'importance du chauffage par zone sur l'uniformisation du degré de cuisson, mais celui-ci a aussi un impact sur le temps d'injection et donc le temps de cycle, impact présenté dans la deuxième partie de ce chapitre.

5.2 Approximation de Kamal-Sourour

5.2.1 Première approximation

La première approximation consiste à suppose que, pour des faibles valeurs de polymérisation, le terme $(1-\alpha)^n$ peut être réécrit $1-n\alpha$. Avec cette approximation, l'équation de Kamal-Sourour devient:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(K_1 + K_2 \alpha^{\frac{3}{2}} \right)(1 - n\alpha) \tag{68}$$

avec le changement de variable $\beta = \alpha^{\frac{1}{2}}$ cela donne:

$$\beta \frac{d\beta}{dt} = \left(K_1 + K_2 \beta^3\right)\left(1 - n\beta^2\right) \tag{69}$$

L'intégration et les conditions aux limites donnent l'équation suivante:

$$t=\frac{1}{3\left(K_1{}^2n^3-K_2{}^2\right)}\left(\begin{array}{l}\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{-\frac{2}{3}}\left(nK_1+K_2\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)\left(2\ln\left(\sqrt{\alpha}+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)\right)-\ln\left(\alpha-\sqrt{\alpha}\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{2}{3}}\right)\\ +2\sqrt{3}\left(nK_1-K_2\right)\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{-\frac{2}{3}}\left(atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{1}{3}}}-1\right)\right)+atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)+\\ 2K_1n^2\left(\ln\left(K_1+K_2\alpha^{\frac{3}{2}}\right)-\ln\left(K_1\right)\right)+n^2K_1\ln\left(1-n\alpha\right)-2\sqrt{n}K_2\left(atn\left(\sqrt{n\alpha}\right)-\frac{\pi}{2}\right)\end{array}\right) \tag{70}$$

5.2.2 Deuxième approximation

Pour de faibles valeurs de polymérisation, une deuxième approximation $(1-\alpha)^n \approx 1$ permet d'obtenir l'équation suivante:

$$\frac{d\alpha}{dt}=K_1+K_2\alpha^m=K_1+K_2\alpha^{\frac{3}{2}} \tag{71}$$

avec le même changement de variable que précédemment:

$$\beta\frac{d\beta}{dt}=K_1+K_2\beta^3 \tag{72}$$

L'intégration et les conditions aux limites donnent alors:

$$t=\frac{1}{3\left(K_2\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}\right)}\left[\begin{array}{l}-2\ln\left(\beta+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}\right)+\ln\left(\beta^2-\beta\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{2/3}\right)\\ +2\sqrt{3}atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{2\beta}{\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}}-1\right)\right)+2\sqrt{3}atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\end{array}\right] \tag{73}$$

soit en fonction de α :

$$t = \frac{1}{3\left(K_2\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}\right)}\left[\begin{array}{l} -2\ln\left(\sqrt{\alpha}+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}\right)+\ln\left(\alpha-\sqrt{\alpha}\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}+\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{2/3}\right) \\ +2\sqrt{3}atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/3}}-1\right)\right)+2\sqrt{3}atn\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \end{array}\right] \tag{74}$$

Cependant, cette solution reste complexe et renvoie uniquement le temps de cuisson en fonction du degré de polymérisation et non l'inverse ce qui est difficilement manipulable dans les équations différentielles de progression du front de résine.

5.2.3 Troisième approximation

Une troisième approximation peut être réalisée en supposant que le degré de cuisson reste si faible que le terme $K_2\alpha^m$ est négligeable. Le résultat de cette approximation donne immédiatement le degré de cuisson comme une fonction du temps:

$$\alpha = K_1 t \tag{75}$$

5.2.4 Comparaison

Ces trois différentes approximations ainsi que le modèle de Kamal-Sourour sont tracées sur la Figure 5-1.

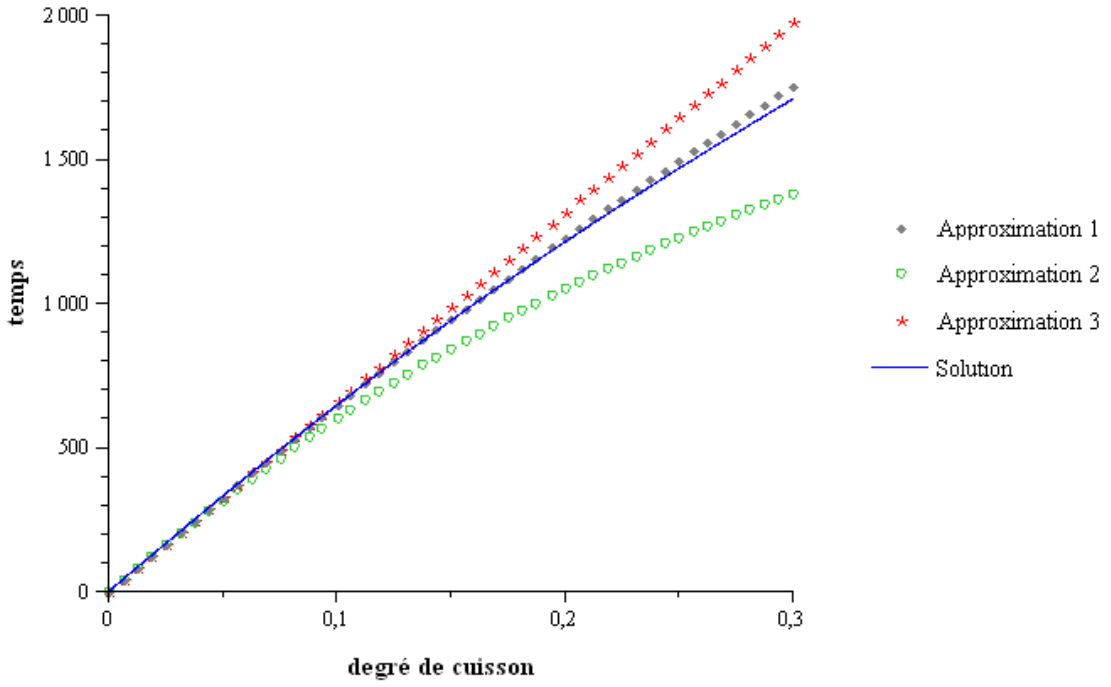

Figure 5-1: Temps en fonction du degré de cuisson pour les trois approximations et le modèle de Kamal-Sourour

Pour de faibles valeurs du degré de cuisson (inférieures à 0,3), les trois courbes sont très proches du modèle. Cela conduit à choisir la solution la plus simple à manipuler soit la troisième :

$$\alpha = K_1 t \tag{76}$$

5.3 Réduction du temps de cycle

5.3.1 Chauffage avec deux zones

Le second objectif du chauffage par zone est la réduction du temps de cycle. Pour s'assure de la bonne injection de la résine le degré de cuisson maximum à la fin de l'injection est fixé à 0,2. Avec la méthode développée pour réduire le gradient de cuisson, le degré de polymérisation est calculé à la fin de l'injection. Puis avec les modèles de cinétique, le temps nécessaire à la résine

pour atteindre 0,8 est déterminé pour différents couples entrée/sortie de températures. La Figure 5-2 montre le temps de cycle en fonction de la température à l'entrée pour différentes températures moyennes. Les lignes pointillées correspondent aux zones où le degré de cuisson est supérieur à 0,2 à la fin de l'injection.

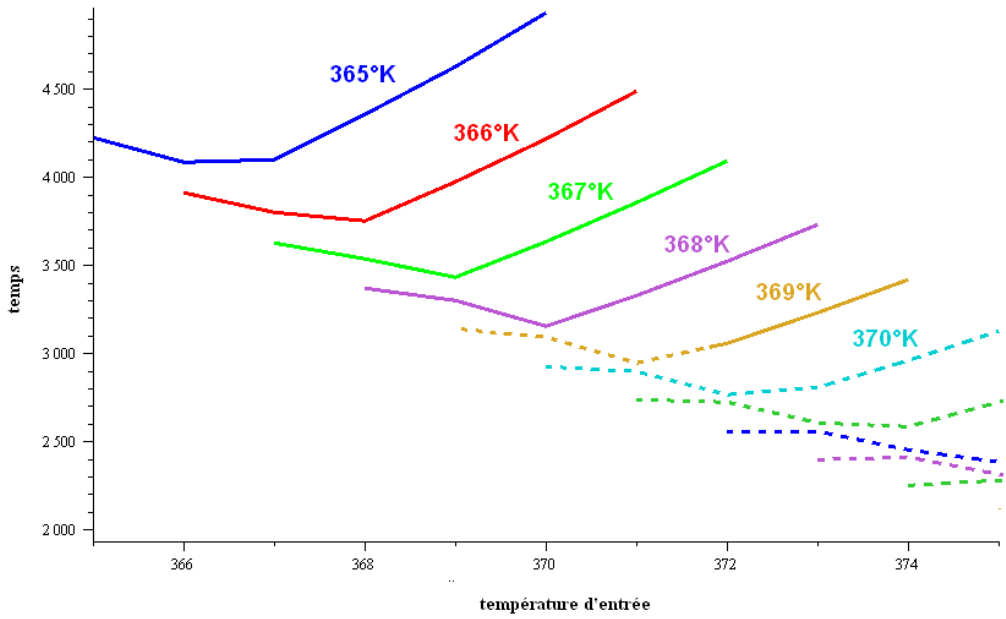

Figure 5-2: Temps de cycle en fonction de la température d'entrée pour différentes températures moyennes

Dans le cas d'un chauffage isotherme, le plus faible temps de cycle (56 min 55 s) est obtenu pour une température de 368°K (95°C) . Pour le chauffage deux zones, le temps de cycle est minimum pour une température moyenne de 369°K(96°C) (quand le moule est plus chaud, le degré de cuisson à la fin de l'injection est plus grande que 0,2) et pour une température à l'entrée de 372°K (99°C) (ce qui donne 366°K à l'évent). Avec ces deux conditions, le temps de cycle est alors plus faible que pour un chauffage isotherme: 51 min 13 s soit une diminution de l'ordre de 10%.

5.3.2 Chauffage avec trois zones

La méthode est la même que celle employée pour deux zones. Le plus faible temps de cycle avec la condition d'un degré de caisson inférieur à 0,2 à la fin de l'injection est de 48 min 29 s pour un triplet de température 373°K-369°K-367°K soit une réduction de 15%. La Figure 5-3 représente le temps de cycle en fonction la température du centre avec 373°K à l'entrée et 367°K à la sortie (la ligne pointillée représente la zone où la résine cuit trop vite).

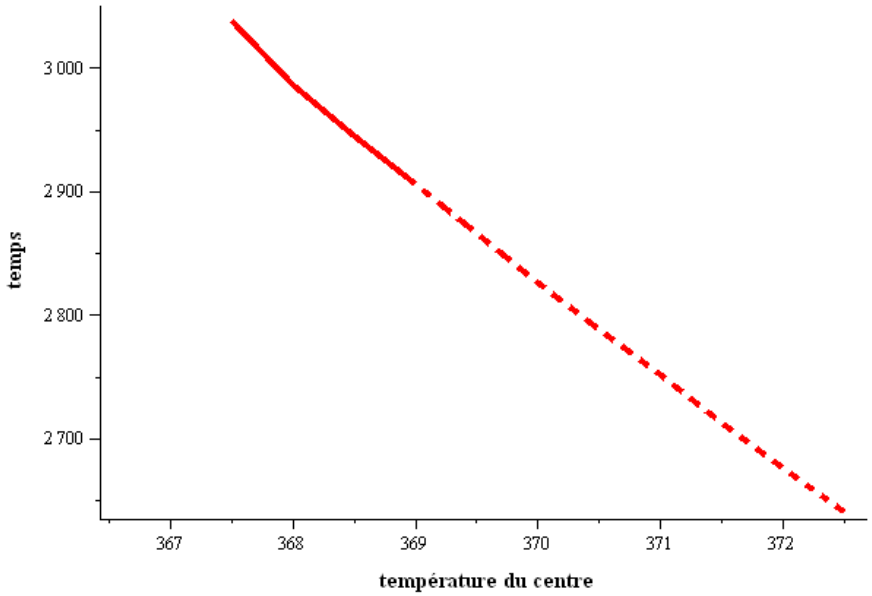

Figure 5-3: Temps de cycle en fonction de la température du centre pour 373°K à l'entrée et 367°K à la sortie

5.4 Conclusion

Dans le cas d'une injection unidirectionnelle dans un moule rectangulaire, le chauffage par zone permet un gain de l'ordre de 10% pour deux zones et 15% pour trois. En plus de l'amélioration sur le gradient de caisson présentée dans l'article "Analysis of Multiple Zone Heating in Resin Transfer Molding" le chauffage par zone apparaît comme un moyen de diminuer le temps de

cycle. Bien que menée sur un cas très simple, cette analyse fournit une justification du chauffage par zone en RTM, qui a montré la possibilité de réduire le gradient de cuisson mais aussi le temps de cycle

CHAPITRE 6 MODIFICATION DE L'ALGORITHME DE VITESSE OPTIMALE UTILISÉ POUR MINIMISER LE TAUX DE VIDE

6.1 Introduction

Lors de la fabrication d'une pièce composite, un des objectifs est la minimisation du taux de vide. En effet, la présence de porosités dans la pièce finale diminue ses propriétés mécaniques. Le taux de vide est fonction du nombre capillaire et donc de la vitesse d'imprégnation. Si la vitesse est trop faible, les forces capillaires sont prépondérantes, ce qui a pour effet la création de macrovides. En revanche, si la vitesse est trop élevée, des vides se formeront à l'intérieur des fibres (microvides). La vitesse optimale v^* empêche donc la création de macrovides, mais aussi de microvides. Lorsque la vitesse est supérieure à cette valeur v^*, il en résulte la formation de microvides V_m, et inversement, lorsque la vitesse d'imprégnation v est inférieure à cette valeur, des macrovides V_M sont créés. Les lois expérimentales de formation des vides calculées par Leclerc [33] pour le couple résine/fibre choisi sont les suivantes:

$$\begin{aligned} V_M &= -23{,}6 - 11{,}8\log(3{,}5v) \\ V_m &= 4{,}7 + 2{,}35\log(3{,}5v) \end{aligned} \tag{77}$$

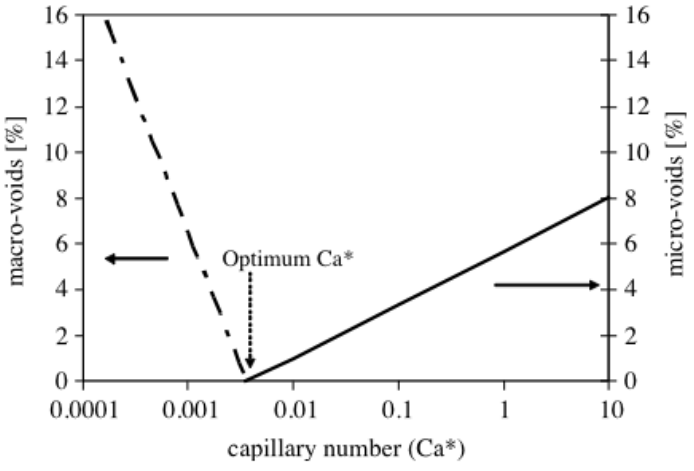

Figure 6-1: Taux de vide en fonction du nombre capillaire

6.2 Algorithme de minimisation du taux de vide

L'algorithme d'optimisation de la vitesse d'injection permet de calculer la pression ou le débit d'injection au cours du temps nécessaire pour que le front de résine ait une vitesse moyenne qui minimise le taux de vide. Celui-ci permet au nombre capillaire au front de résine d'être le plus proche possible du nombre capillaire optimal [34].

6.3 Amélioration de l'algorithme

Comme le front de résine n'a pas une vitesse uniforme sur toute sa longueur, toutes les vitesses au front ne sont pas égales à v^*. Nécessairement à certains endroits, la résine avance à une vitesse inferieure ou supérieure à cette vitesse optimale. Ces vitesses différentes de la valeur optimale sont à l'origine de la création de vides macroscopiques ou microscopiques. Cependant, même si la distribution de vitesse au front de résine est centrée autour de la valeur qui donne le plus faible taux de vide, cela n'implique pas nécessairement que le taux de vide au niveau du front soit le plus faible possible. En effet, les pentes des courbes qui décrivent la distribution des vides macroscopiques ou microscopiques en fonction de la vitesse sont différentes. Par exemple, un écart de 10% de la valeur optimale résulte en un taux de vide de 0,54% pour les macropores et de 0,10% pour les micropores. Il est donc beaucoup plus intéressant de s'écarter vers les microvides que vers les macrovides. Ne serait-il pas alors plus bénéfique de faire tourner l'algorithme avec une vitesse cible différente de la vitesse optimale afin de minimiser le taux de vide global? C'est ce que nous allons examiner dans ce chapitre.

6.3.1 Maillage

Une pièce simple est prise en compte afin de pouvoir facilement comparer les différents algorithmes. Elle comprend une partie droite suivie d'un convergent, puis d'un divergent avant de finir à nouveau sur une partie droite.

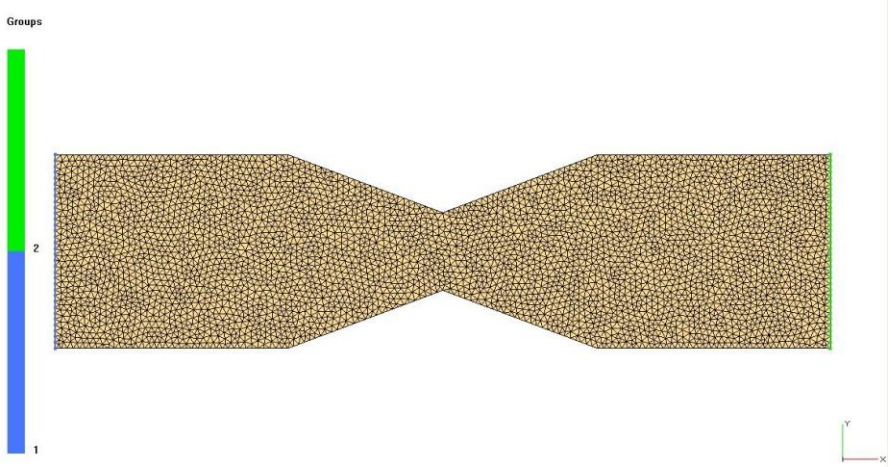

Figure 6-2: Maillage du moule utilisé pour la simulation

La simulation est réalisée à l'aide du logiciel PAM-RTM qui donne le taux de vide dans chaque élément. Le taux de vide est calculé à partir de la vitesse locale de l'écoulement dans chaque élément du maillage.

6.3.2 Résultats de l'algorithme classique

Une première simulation avec l'algorithme d'optimisation classique est réalisée et les résultats sur le taux de vide et la vitesse d'imprégnation sont sauvegardés. La distribution de vitesse s'apparente à une courbe log-gaussienne centrée à la vitesse optimale.

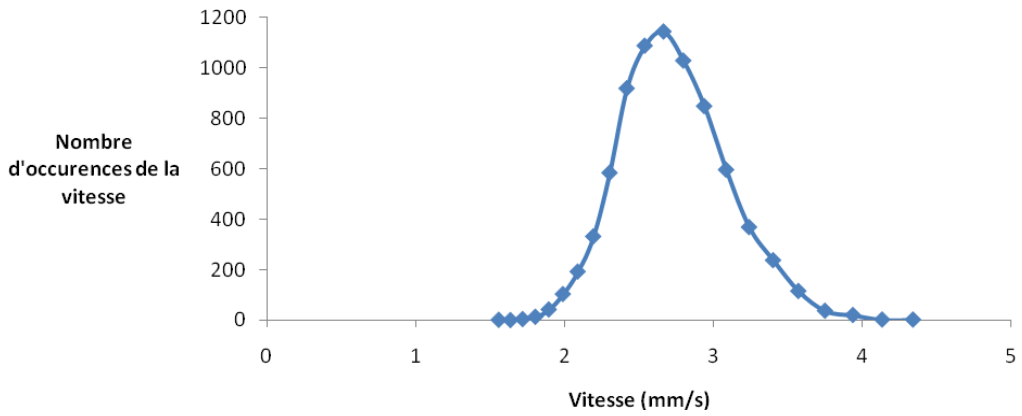

Figure 6-3: Nombre d'occurrences en fonction de la vitesse (en mm/s) pour l'algorithme classique

A partir de ces vitesses, les taux de vide associés sont calculés à partir de l'équation (77) et représentés sur la Figure 6-4.

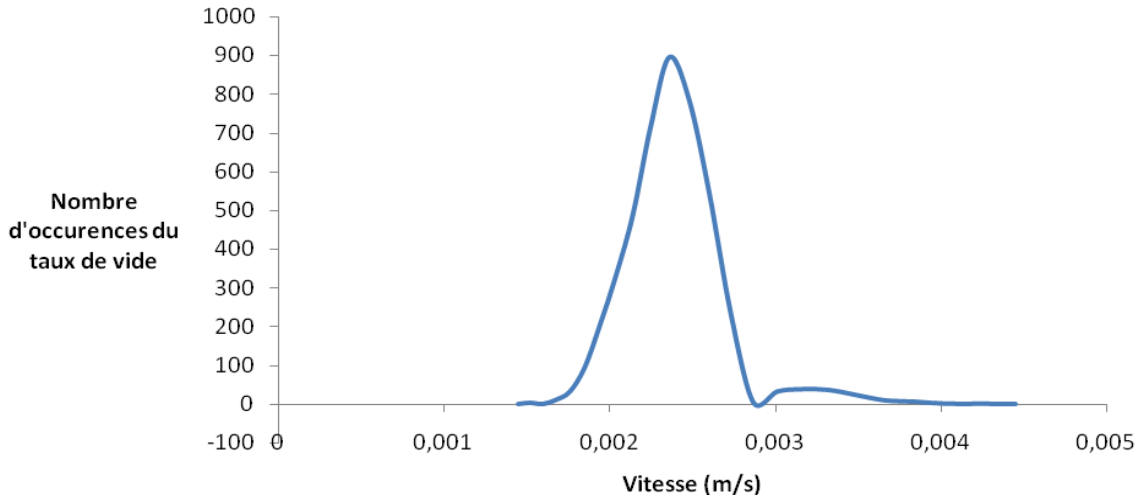

Figure 6-4: Importance du taux de vide en fonction de la vitesse (en m/s)

Les vitesses ont une distribution gaussienne mais, du fait de la non-symétrie des macropores et des micropores, les macrovides ont une importance bien plus grande que les microvides dans le vide total.

6.3.3 Amélioration de l'algorithme

En relançant l'algorithme avec comme vitesse cible une vitesse plus grande que celle qui minimise le taux de vide, plus de microvides vont être créés, et en même temps beaucoup moins de macrovides vont être générés.

La loi de Darcy relie linéairement la pression et la vitesse, donc si la vitesse cible est multipliée par un facteur *k*, l'ensemble des vitesses est aussi multiplié par le même facteur. La distribution des vitesses prend donc aussi une allure de courbe gaussienne centrée sur la nouvelle vitesse cible. Il est donc possible à partir d'une seule simulation de connaître précisément la vitesse cible qui doit être utilisée dans l'algorithme d'optimisation afin de minimiser le vide global.

La distribution des vitesses d'imprégnation dans le cas de l'algorithme s'apparente à une loi log-normale car la variable *ln(v)* suit une loi normale. La densité de probabilité s'écrit alors ainsi :

$$f(x,\mu,\sigma) = \frac{e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \tag{78}$$

pour x strictement positif, μ étant la moyenne du logarithme de la vitesse et σ l'écart type. Le vide total V_t dans la pièce peut alors s'exprimer comme l'intégrale de la densité de probabilité par le taux de vide résultant de la vitesse d'imprégnation soit :

$$V_t = \int_0^{+\infty} f(x,\mu,\sigma)V(x)dx \tag{79}$$

où *V(x)* est le taux de vide (microscopique ou macroscopique). L'intégrale précédente peut alors se réécrire sous la forme explicite suivante:

$$V_t = \int_0^{e^{\mu}} (-a - b\ln x)\frac{e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{x\sigma\sqrt{2\pi}}dx + \int_{e^{\mu}}^{+\infty} (a'+b'\ln x)\frac{e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{x\sigma\sqrt{2\pi}}dx \tag{80}$$

Il s'agit maintenant de minimiser la valeur de cette intégrale en changeant la consigne de vitesse (soit μ). En relançant l'algorithme avec une vitesse cible égale à $\mu'=k\mu$, la même distribution de vitesse est relevée avec un écart type lui aussi multiplié par le facteur *k*. En effet, l'équation de Darcy qui régit l'écoulement de la résine dans le milieu poreux donne une vitesse d'écoulement directement proportionnelle à la pression. Il suffit donc de multiplier la pression d'injection déduite du premier algorithme par le facteur *k* pour obtenir un champ de vitesse lui aussi multiplié par le facteur *k*. L'équation devient alors :

$$V_t = \int_0^{e^{\mu}} (-a - b\ln x)\frac{e^{-\frac{(\ln x-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{xk\sigma\sqrt{2\pi}}dx + \int_{e^{\mu}}^{+\infty} (a'+b'\ln x)\frac{e^{-\frac{(\ln x-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{xk\sigma\sqrt{2\pi}}dx \tag{81}$$

Posons $k\,y=ln\,x$ et effectuons le changement de variable dans les deux intégrales :

$$V_t = \int_{-\infty}^{\mu/k} (-a - bky)\frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy + \int_{\mu/k}^{+\infty} (a'+b'ky)\frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy \tag{82}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (-a - bky)\frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy + \int_{\mu/k}^{+\infty} (a + bky)\frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy + \int_{\mu/k}^{+\infty} (a'+b'ky)\frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy \tag{83}$$

Pour déterminer le minimum, il suffit de trouver le facteur k qui permet à la dérivée de V_t de s'annuler :

$$\frac{\partial V_t}{\partial k} = \int_{-\infty}^{+\infty} (-by) \frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dy + \frac{\partial}{\partial k} \int_{\mu/k}^{+\infty} (a + a' + (b + b')ky) \frac{e^{-\frac{(ky-k\mu)^2}{2k^2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dy \tag{84}$$

Or nous savons que :

$$(a + a' + (b + b')\mu) \frac{e^{-\frac{(\mu/k-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} = 0 \tag{85}$$

Donc l'équation devient :

$$\frac{\partial Vt}{\partial k} = \int_{-\infty}^{+\infty} (-by) \frac{e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dy + \int_{\mu/k}^{+\infty} (b + b')y \frac{e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dy \tag{86}$$

Dans les deux intégrales, faisons le changement de variable $x = \frac{y-\mu}{\sqrt{2}\sigma}$. Il vient :

$$\frac{\partial V_t}{\partial k} = \int_{-\infty}^{+\infty} (-b(x\sigma\sqrt{2} + \mu)) \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} dx + \int_{\mu/k}^{+\infty} (b + b')(x\sigma\sqrt{2} + \mu) \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} dx$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial k} = \int_{-\infty}^{+\infty} (-b\mu) \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} dx + \int_{\frac{\mu/k-\mu}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} (b + b')(x\sigma\sqrt{2} + \mu) \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} dx$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial k} = -b\mu + \frac{(b + b')}{2} \sigma\sqrt{2} \frac{e^{-(\frac{\mu/k-\mu}{\sqrt{2}\sigma})^2}}{\sqrt{\pi}} + \frac{(b + b')}{2} \mu \cdot erfc(\frac{\mu/k - \mu}{\sqrt{2}\sigma}) \tag{87}$$

Le minimum est atteint lorsque la dérivée s'annule. Cependant l'équation peut être simplifiée car le deuxième terme est négligeable sous certaines conditions par rapport au troisième terme. L'équation devient alors :

$$-b\mu + \frac{(b+b')}{2}\mu \cdot erfc(\frac{\mu/k - \mu}{\sqrt{2}\sigma}) = 0 \tag{88}$$

d'où

$$k = \frac{\mu}{\mu + erfc^{-1}(\frac{2b}{b+b'})\sqrt{2}\sigma} \tag{89}$$

L'espérance du logarithme de la vitesse dans le cas présent est de -5,86 et la variance de 0,17. Le facteur k = 0,97, ce qui donne une nouvelle consigne égale à 3,41e-3. Cette solution permet de vérifier a posteriori que le deuxième terme pouvait effectivement être négligé en comparaison du troisième.

6.3.4 Résultats de l'algorithme amélioré

La valeur de la nouvelle consigne peut également être déterminée numériquement en modifiant les résultats obtenus lors de la première simulation. Le taux de vide moyen est alors divisé par trois entre les deux algorithmes et passe de 0,76 à 0,26.

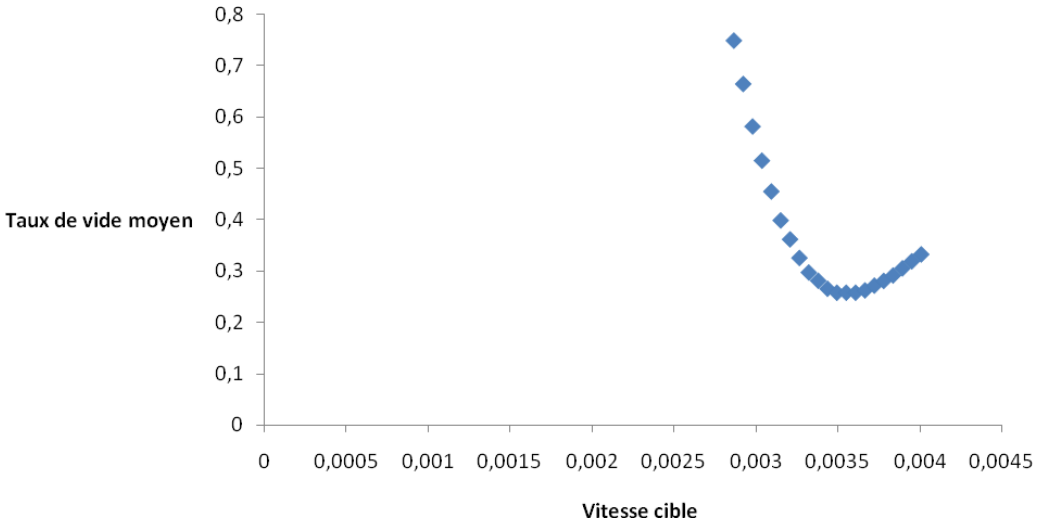

Figure 6-5: Taux de vide moyen en fonction de la vitesse optimale entrée dans l'algorithme d'optimisation du taux de vide

La Figure 6-6 présente l'influence de chaque vitesse sur le taux de vide pour différentes vitesses optimales. Lorsque la consigne augmente, le nombre de microvides augmente mais est contrebalancé par celui des macrovides. Il y a alors diminution du taux de vide global.

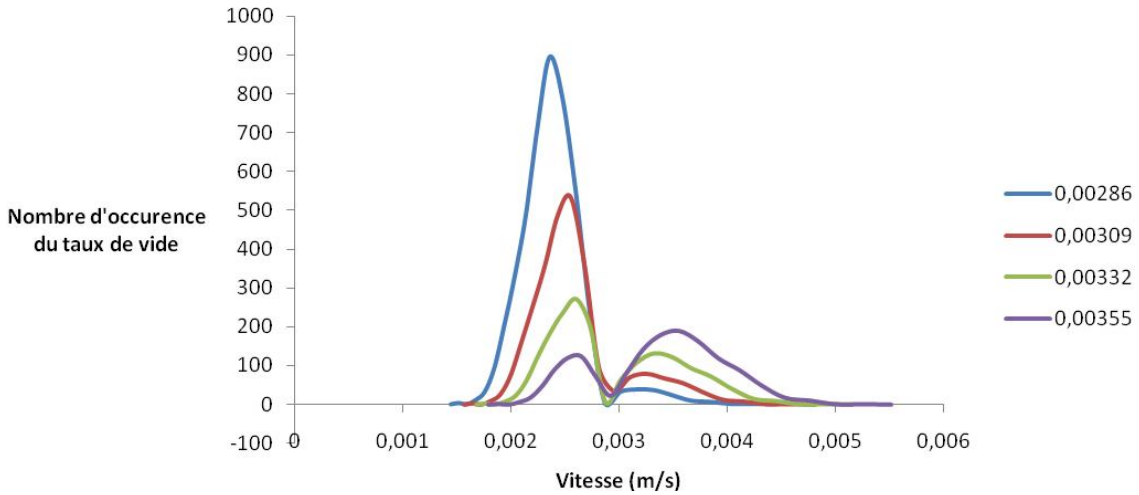

Figure 6-6: Influence de chaque vitesse sur le taux de vide pour différentes vitesses optimales

6.4 Conclusion et comparaison visuelle entre les différents algorithmes

L'étude analytique a permis de mettre en évidence une possibilité de diminution du taux de vide en changeant un simple paramètre dans l'algorithme actuel. Des simulations ont été effectuées à l'aide du logiciel PAM-RTM avec une pression constante, avec l'algorithme d'optimisation existant, et avec l'algorithme pour une vitesse cible plus grande que la vitesse optimale. Les résultats confirment une baisse notable du taux de vide total avec la nouvelle approche proposée.

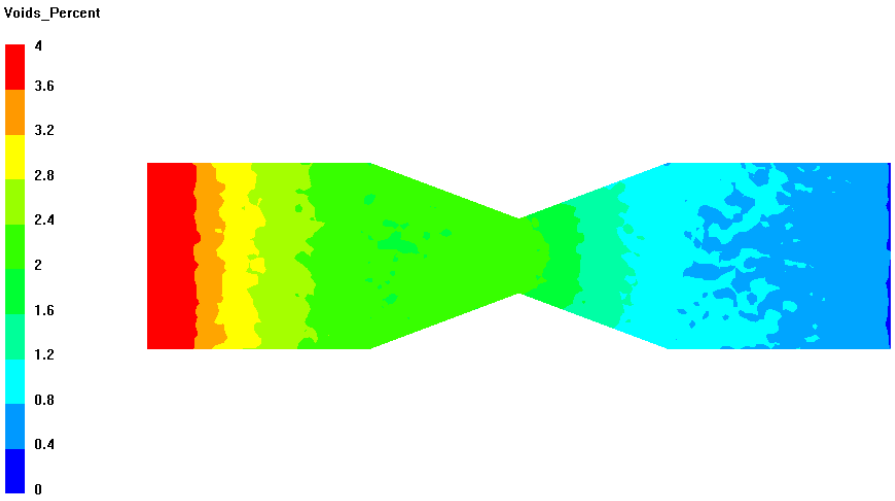

Figure 6-7: Taux de vide dans la pièce pour une injection à pression constante

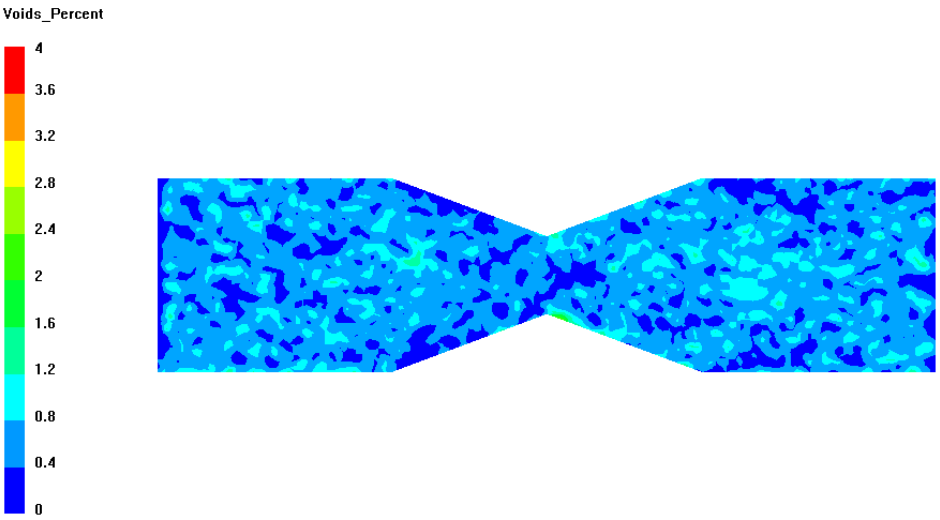

Figure 6-8: Taux de vide dans la pièce pour l'algorithme classique d'optimisation du débit

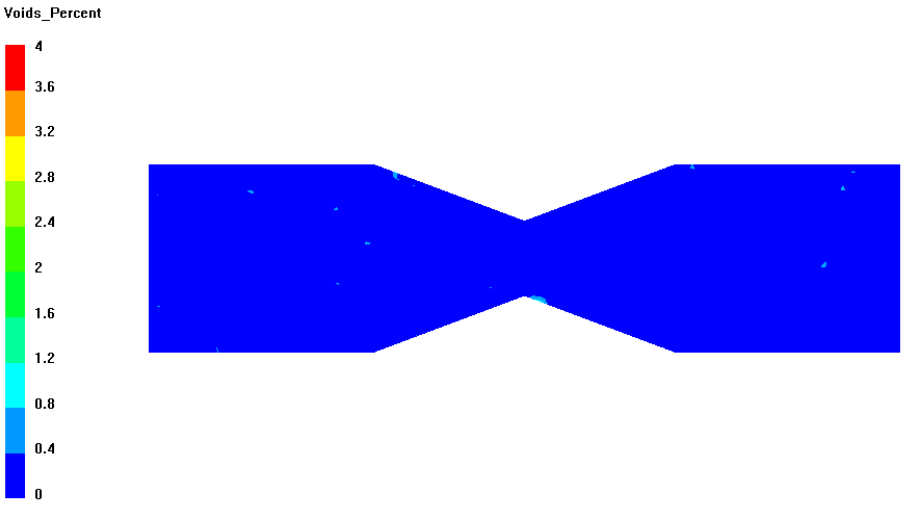

Figure 6-9: de vide dans la pièce pour l'algorithme amélioré

CHAPITRE 7 SIMULATION DU PROCÉDÉ D'INJECTION FLEXIBLE AVEC UN RENFORT TISSÉ

7.1 Introduction

Le procédé étudié est l'injection flexible. Dans un premier temps, le vide créé dans la cavité supérieure a pour effet de plaquer la membrane sur la paroi supérieure du moule. La résine est alors injectée dans la cavité inférieure où se trouvent les fibres. Les fibres n'occupant pas toute la cavité, la résine s'écoule préférentiellement dans l'espace vide au dessus du renfort fibreux. En fait, ce type d'écoulement préférentiel au dessus de la préforme se produira en particulier dans le cas où le renfort a été préformé. Les fibres sont donc imprégnées essentiellement à travers l'épaisseur du renfort, ce qui explique pourquoi l'injection flexible est beaucoup plus rapide que le procédé RTM.

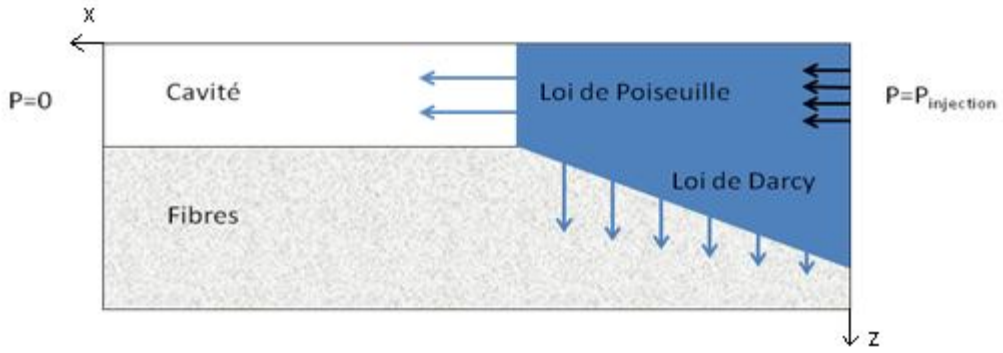

Figure 7-1: Écoulement de la résine dans la cavité inférieure

Lors de l'injection, différents cas peuvent se produire :

1. La résine peut arriver à l'évent avant l'injection de la quantité requise de résine pour fabriquer la pièce. L'évent, dans ce cas, doit donc être fermé ce qui fait augmenter la pression requise pour compléter l'injection de la quantité de résine prévue.

2. La résine peut ne pas avoir atteint l'évent. La phase de compaction doit commencer sans que l'évent ne soit fermé, opération qui devra être effectuée très rapidement dès l'arrivée du fluide de compaction.

3. Pour éviter ces deux phénomènes gênants, le meilleur cas consiste à viser la simultanéité de la fin de l'injection avec l'arrivée de la résine à l'évent.

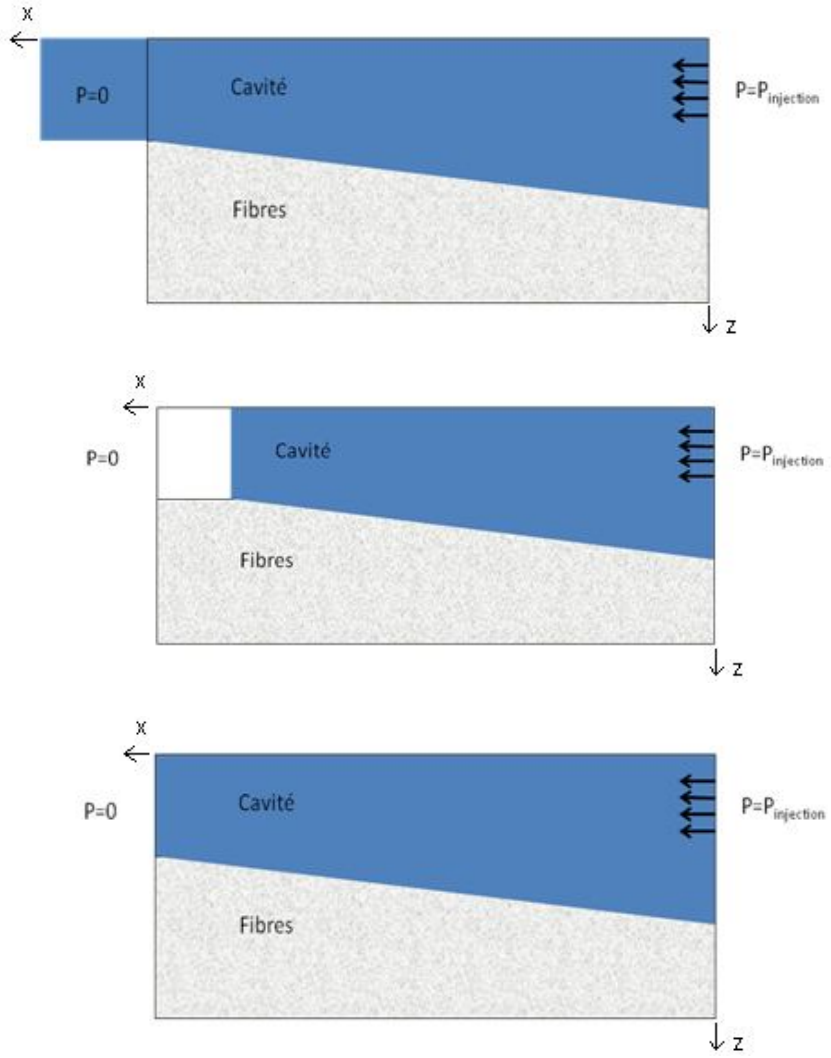

Figure 7-2: Différentes possibilités à la fin de l'injection : (1) la résine atteint l'évent avant la fin de l'injection, (2) la résine n'a pas réussi à atteindre l'évent, (3) la résine atteint l'évent juste à la fin de l'injection

7.2 Objectif

Le présent rapport a pour but de calculer l'épaisseur optimale de la cavité afin que la résine à la fin de l'injection atteigne juste l'évent. Le cas étudié est celui d'un moule rectangulaire dans le cas d'une injection à pression constante. Les principales données de l'étude sont regroupées dans le tableau suivant.

Tableau 7-1: Données de l'étude

Variable	**Symbole**	**Valeur**
Pression	P_0	4e5 Pa
Longueur	L	0,4 m
Épaisseur du composite	$h_{composite}$	0,006 m
Porosité	ϕ	0,4
Perméabilité transverse	K	1e-12 m^2
Viscosité	μ	0,1 Pa.s

7.3 Équations de base

La loi de Darcy donne la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux. Elle s'exprime ainsi:

$$v = -\frac{[K]}{\phi\mu}\nabla P \tag{90}$$

Dans la région fibreuse $[K]\nabla P$ se décompose en $K_x \frac{\partial P}{\partial x}\vec{x} + K_z \frac{\partial P}{\partial z}\vec{z}$, où $\vec{x}$ et $\vec{z}$ sont des vecteurs unitaires sur les axes *x* et *z* respectivement. Le rapport classique entre la perméabilité plane et transverse est de l'ordre de 6, la permeabilité transverse étant toujours plus faible que la permeabilité plane. Le rapport entre les longueurs caractérisitiques en *x* et *z* est plutôt de l'ordre de 40 à 100. Le terme en *x* peut donc être négligé, ce qui permet d'obtenir l'équation:

$$v = v_z = -\frac{K_z}{\phi\mu}\frac{\partial P}{\partial z} \tag{91}$$

La conservation de la masse *div(v) = 0* donne alors la première équation du problème:

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial z^2} = 0 \tag{92}$$

La loi de Poiseuille donne la vitesse des particules d'un fluide en écoulement entre deux plaques séparées par une hauteur *h* :

$$v_x = \frac{\partial P}{\partial x}\frac{h^2}{2\mu}\left(\frac{z^2}{h^2} - \frac{z}{h}\right) \tag{93}$$

Le débit est donc :

$$Q_x = \int_0^h v_x = \frac{\partial P}{\partial x}\frac{h^3}{8\mu} \tag{94}$$

L'équation de conservation de la masse dans un volume élémentaire donne la formule suivante :

$$Q_x = Q_{x+dx} + Q_z \tag{95}$$

où Q_z est le débit de résine vers le renfort fibreux régit par la loi de Darcy. En remplaçant par les valeurs :

$$\frac{h^3}{8\mu}\left(\frac{\partial P(x+dx)}{\partial x}_{z=0} - \frac{\partial P(x)}{\partial x}_{z=0}\right) = -\frac{Kdx}{\phi\mu}\frac{\partial P(x)}{\partial z} \tag{96}$$

$$\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2}_{z=0} = -\frac{8K}{h^3\phi}\frac{\partial P(x)}{\partial z} \tag{97}$$

Soit avec $A = \frac{8K}{h^3 \phi}$:

$$\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2}_{z=0} = -A \frac{\partial P(x)}{\partial z}_{z=0} \tag{98}$$

Les deux équations qui régissent l'écoulement de la résine dans le moule et les fibres sont donc:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2}_{z=0} = -A \frac{\partial P(x)}{\partial z}_{z=0} \end{cases} \tag{99}$$

7.3.1 Hypothèse *A* nul

Dans le cas où A est négligeable les équations peuvent alors s'écrire ainsi:

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial z^2} = 0 \tag{100}$$

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}_{z=0} = 0 \tag{101}$$

L'écoulement est donc un écoulement de Poiseuille classique. La vitesse du front de résine s'écrit alors:

$$v = \frac{h^2}{8\mu} \frac{\partial P(x,t)}{\partial x}_{z=0} \tag{102}$$

La vitesse est uniforme du fait de l'absence de perte de masse. La pression est donc linéaire et prend la forme:

$$P(x,t,z=0) = P_0 (1 - \frac{x}{x_f}) \tag{103}$$

où x_f est la position du front de résine.

$$v = \frac{h^2}{8\mu} \frac{\partial(P_0(1-\frac{x}{x_f}))}{\partial x}_{z=0} = \frac{\partial x_f}{\partial t} \quad 104)$$

La résolution donne

$$x_f = \sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{4\mu}} \quad (105)$$

Nous savons aussi que le profil de pression est linéaire dans le cas d'un écoulement de Darcy :

$$P(x,t,z) = a(x,t)z + b(x,t),\ 0 \le z \le h \quad (106)$$

donc $b(x,t) = P(x,t,z=0) = P_0(1-\frac{x}{x_f})$. De plus $P(x,t,z_f)$=0 ce qui donne l'équation :

$$P(x,t,z_f) = a(x,t)z_f + P_0(1-\frac{x}{x_f}) = 0 \quad (107)$$

Or l'évolution du front de résine dans le renfort fibreux est gouverné par la loi de Darcy :

$$z_f = \sqrt{2BP_0(1-\frac{x}{x_f})t} \quad (108)$$

donc

$$a(x,t) = -\sqrt{\frac{P_0}{2Bt}}\sqrt{1-\frac{x}{x_f}}\ . \quad (109)$$

La pression s'écrit donc sous la forme suivante en fonction de tous les paramètres :

$$P(x,t,z) = P_0(1-\frac{x}{x_f} - \frac{z}{\sqrt{2BP_0t}}\sqrt{1-\frac{x}{x_f}}) \quad (110)$$

A un instant t donné, le volume de résine présent dans le moule est :

$$V = x_f h + \int_0^{x_f} z_f dx \quad (111)$$

Lorsque la résine arrive à l'évent la quantité est :

$$V = Lh + \int_0^{x_f} z_f dx = Lh + \sqrt{2BP_0 t}\sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{9\mu}} \tag{112}$$

Si nous voulons que cette quantité soit égale à la résine nécessaire pour remplir la pièce à la fin de la compaction, on obtient l'équation suivante :

$$Lh + \int_0^L z_f dx = Lh + P_0 th\sqrt{\frac{2B}{9\mu}} = \phi Lh_{compo} \tag{113}$$

Ceci donne finalement :

$$t = \frac{\phi Lh_{compo} - Lh}{P_0 h\sqrt{\frac{2B}{9\mu}}} \tag{114}$$

Or l'équation du front de résine donne le temps nécessaire au front pour arriver à une position x. Le temps pour arriver au front peut aussi s'écrire :

$$t = \frac{4\mu L^2}{h^2 P_0} \tag{115}$$

La hauteur qui permet à la résine d'arriver juste à l'évent quand la quantité totale a été injectée est donc solution de l'équation suivante :

$$t = \frac{\phi Lh_{compo} - Lh}{P_0 h\sqrt{\frac{2B}{9\mu}}} = \frac{4\mu L^2}{h^2 P_0} \tag{116}$$

Notons $k = \frac{h}{h_{compo}\phi}$. L'équation précédente devient :

$$\frac{\phi Lh_{compo} - Lh}{\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}} = \frac{4L^2}{h} \tag{117}$$

$$h^2 - \phi h h_{compo} + 4L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}} = 0 \tag{118}$$

Des solutions réelles existent si :

$$\phi^2 {h_{compo}}^2 - 16L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}} \geq 0 \tag{119}$$

soit

$$K \leq \frac{9\phi}{2}\left(\frac{\phi^2 {h_{compo}}^2}{16L}\right)^2 \tag{120}$$

Les solutions sont alors les suivantes :

$$h = \frac{1}{2}(\phi h_{compo} + \sqrt{\phi^2 {h_{compo}}^2 - 16L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}) \tag{121}$$

$$h = \frac{1}{2}(\phi h_{compo} - \sqrt{\phi^2 {h_{compo}}^2 - 16L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}) \tag{122}$$

L'application numérique donne un K_{limite} de 1,58 10^{-12} m^2. Il n'y a donc pas de solution pour une plaque de 6 mm d'épaisseur.

7.3.2 Hypothèse *A* non nul

Considérons maintenant que *A* est non négligeable :

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial z^2} = 0 \tag{123}$$

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}_{z=0} = -A\frac{\partial P(x)}{\partial z}_{z=0} \tag{124}$$

La première équation donne :

$$P(x,t,z) = a(x,t) + z \cdot b(x,t) \tag{125}$$

En intégrant cette écriture de *P* dans la deuxième équation :

$$\frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2} = -Ab(x,t) \tag{126}$$

P se réécrit alors :

$$P(x,t,z) = a(x,t) - \frac{z}{A}\frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2} \tag{127}$$

Or on sait aussi que *P* s'écrit aussi de la façon suivante par la loi de Darcy à travers les fibres :

$$P(x,t,z) = P(x,t,0)\left(1 - \frac{z}{\sqrt{2Bta(x,t)}}\right) = a(x,t)\left(1 - \frac{z}{\sqrt{2Bta(x,t)}}\right) \tag{128}$$

L'égalité des deux écritures donne une équation différentielle en *a(x,t)* :

$$\frac{1}{A}\frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2} = \frac{a(x,t)}{\sqrt{2Bta(x,t)}} \tag{129}$$

soit :

$$\frac{\partial^2 a(x,t)}{\sqrt{a(x,t)}} = \frac{A\,\partial x^2}{\sqrt{2Bt}} \tag{130}$$

En multipliant par la dérivé de *a(x,t)* de chaque côté de l'égalité :

$$\frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2}\frac{\partial a(x,t)}{\partial x} = \frac{A}{\sqrt{2Bt}}\sqrt{a(x,t)}\frac{\partial a(x,t)}{\partial x} \tag{131}$$

Une première intégration donne :

$$\left(\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}\right)^2 = \frac{4A}{3\sqrt{2Bt}}a(x,t)^{3/2} + 2c(t) \tag{132}$$

Or la vitesse du front de résine est donné par l'équation (102), qui permet de déterminer la constante d'intégration *c(t)* :

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = v_f = -\frac{h^2}{8\mu}\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}_{x=x_f} \tag{133}$$

En se placant en $x = x_f$, cela donne :

$$c(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2 \tag{134}$$

L'équation différentielle devient alors :

$$\left(\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}\right)^2 = \frac{4A}{3\sqrt{2Bt}}a(x,t)^{3/2} + \left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2 \tag{135}$$

La racine de chacun des membres donne une nouvelle équation. Comme la pression est décroissante en fonction de la position dans le moule, sa dérivée *a(x,t)* est négative.

$$\frac{\partial a(x,t)}{\partial x} = -\sqrt{\frac{4A}{3\sqrt{2Bt}}a(x,t)^{3/2} + \left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2} \tag{136}$$

Comme *A* est très petit, la racine peut être approximée de la façon suivante :

$$\frac{\partial a(x,t)}{\partial x} = -\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)\sqrt{\frac{4A}{3\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}a(x,t)^{3/2}+1} \approx -\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)\left(1+\frac{2A}{3\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}a(x,t)^{3/2}\right)$$

$$\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}\left(1-\frac{2A}{3\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}a(x,t)^{3/2}\right) = -\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right) \tag{137}$$

En intégrant de chaque côté, il vient :

$$a(x,t)-\frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}a(x,t)^{5/2}=-\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)x+d(t) \tag{138}$$

En $x=0$, $d(t)$ peut être déterminé :

$$d(t)=P_0-\frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}P_0^{5/2} \tag{139}$$

En $x=x_f$, l'égalité donne une équation différentielle en x_f :

$$P_0-\frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}\right)^2}P_0^{5/2}=\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}x_f \tag{140}$$

Au premier ordre en A, l'équation peut être approximée par :

$$P_0=\frac{8\mu}{h^2}\frac{\partial x_f}{\partial t}x_f \tag{141}$$

soit

$$x_f=\sqrt{\frac{h^2P_0t}{4\mu}} \tag{142}$$

Notons

$$x_f=\sqrt{X} \tag{143}$$

La dérivé devient alors :

$$\frac{\partial x_f}{\partial t}=\frac{\partial X}{\partial t}\frac{1}{2\sqrt{X}}=\sqrt{\frac{h^2P_0}{16\mu t}} \tag{144}$$

En réinjectant cette quantité dans le membre de gauche :

$$\frac{4\mu}{h^2}\frac{\partial X}{\partial t} = P_0 - \frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\right)^2} P_0^{5/2} \frac{16\mu t}{h^2 P_0} \tag{145}$$

$$\frac{4\mu}{h^2}\frac{\partial X}{\partial t} = P_0 - \frac{AP_0^{3/2}h^2}{15\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t} \tag{146}$$

$$\frac{4\mu}{h^2}X = P_0 t - \frac{2AP_0^{3/2}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}t^{3/2} \tag{147}$$

$$\sqrt{X} = x_f = \sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{4\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right)} \tag{148}$$

En refaisant cette opération avec la nouvelle valeur de x_f :

$$\frac{4\mu}{h^2}\frac{\partial X}{\partial t} = P_0 - \frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\right)^2} P_0^{5/2} \frac{X}{\left(\frac{\partial X}{\partial t}\right)^2} \tag{149}$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 - \frac{4A}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\right)^2} P_0^{5/2} \frac{4X}{\left(\frac{\partial X}{\partial t}\right)^2}\right) \tag{150}$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 - \frac{4AP_0^{5/2}}{15\sqrt{2Bt}\left(\frac{8\mu}{h^2}\right)^2}\frac{16\mu}{h^2}\frac{P_0 t - \frac{2AP_0^{3/2}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}t^{3/2}}{\left(P_0 - \frac{AP_0^{3/2}h^2}{15\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right)^2}\right) \tag{151}$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 - \frac{h^2 AP_0^{5/2}\sqrt{t}}{15\sqrt{2B\mu}}\frac{P_0 - \frac{2AP_0^{3/2}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}t^{1/2}}{\left(P_0 - \frac{AP_0^{3/2}h^2}{15\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right)^2}\right) \tag{152}$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} \approx \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 - \frac{h^2 A P_0^{3/2}\sqrt{t}}{15\sqrt{2B}\mu}\left(1 + \frac{\frac{4AP_0^{5/2}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}t^{1/2}}{\left(P_0 - \frac{3AP_0^{3/2}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}\right)^2}\right)\right) \approx \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 - \frac{h^2 A P_0^{3/2}\sqrt{t}}{15\sqrt{2B}\mu}\left(1 + \frac{4AP_0^{1/2}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}t^{1/2}\right)\right)$$

$$X \approx \frac{h^2}{4\mu}\left(P_0 t - \frac{2h^2 A P_0^{3/2} t^{3/2}}{45\sqrt{2B}\mu} - \frac{h^4 A^2 P_0^2}{675 B\mu^2}t^2\right) \tag{153}$$

$$\sqrt{X} = x_f \approx \sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{4\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t} - \frac{h^4 A^2 P_0}{675 B\mu^2}t\right)} \tag{154}$$

A la $i^{ème}$ itération, un terme en A^i est ajouté au polynome de la $i\text{-}1^{ème}$ itération. Cependant comme A reste petit, il n'est pas nécessaire d'aller à un ordre trop grand qui alourdirait le calcul. Le premier ou le deuxième ordre restent suffisants :

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = \frac{h^2}{8\mu}\frac{\partial a(x,t)}{\partial x}_{x=x_f} \tag{155}$$

$$a(x,t) = P_0 - \frac{8\mu}{h^2}\frac{\frac{h^2 P_0}{\mu}\left(1 - \frac{A\sqrt{P_0}h^2}{15\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}\right)}{\sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}\right)}}x = P_0\left(1 - \sqrt{\frac{4\mu}{P_0 h^2 t}}\frac{1 - \frac{A\sqrt{P_0}h^2}{15\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}}{\sqrt{1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}}}x\right) \tag{156}$$

$$P(x,t,z_f) = a(x,t)\left(1 - \frac{z_f}{\sqrt{2Bta(x,t)}}\right) = 0 \tag{157}$$

$$z_f = \sqrt{2Bta(x,t)} = \sqrt{2BtP_0\left(1 - \sqrt{\frac{4\mu}{P_0 h^2 t}}\frac{1 - \frac{A\sqrt{P_0}h^2}{15\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}}{\sqrt{1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}}}x\right)} = \sqrt{2BtP_0\left(1 - \frac{x}{x_f(t)}\right)} \tag{158}$$

La quantité de résine injectée, quand le front de résine est à une position x_f dans le moule, est donnée par :

$$Q = hx_f + \int_0^{x_f} z dx \tag{159}$$

Lorsque la résine arrive à l'évent, on a :

$$Q = hL + \int_0^{L} z dx \tag{160}$$

soit

$$V = hL + \sqrt{2BP_0 t}\sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{9\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right)} \tag{161}$$

Or nous voulons que cette quantité de résine soit égale à celle nécessaire pour la pièce :

$$V = L\, h_{compo}\phi \tag{162}$$

Le temps doit donc doit vérifier l'équation suivante :

$$\sqrt{2BP_0 t}\sqrt{\frac{h^2 P_0 t}{9\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right)} = L\left(h_{compo}\phi - h\right) \tag{163}$$

$$2BP_0 t\,\frac{h^2 P_0 t}{9\mu}\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right) = \left(L\left(h_{compo}\phi - h\right)\right)^2 \tag{164}$$

$$t^2\left(1 - \frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B\mu}}\sqrt{t}\right) = \frac{9\mu}{2Bh^2 {P_0}^2}\left(L\left(h_{compo}\phi - h\right)\right)^2 \tag{165}$$

En première approximation, la résolution donne :

$$t = \sqrt{\frac{9\mu}{2Bh^2 {P_0}^2}}\left(L\left(h_{compo}\phi - h\right)\right) \tag{166}$$

En réintégrant cette valeur dans l'équation précédente, le temps s'écrit :

$$t = \sqrt{\frac{\frac{9\mu}{2Bh^2{P_0}^2}\left(L\left(h_{compo}\phi - h\right)\right)^2}{1-\frac{2Ah^{3/2}}{45\sqrt{2}\mu^{3/4}B^{3/4}}\left(\frac{9}{2}\right)^{1/4}\sqrt{L\left(h_{compo}\phi - h\right)}}} \tag{167}$$

$$t = \sqrt{\frac{9\mu}{2Bh^2{P_0}^2}}\left(L\left(h_{compo}\phi - h\right)\right)\left(1+\frac{Ah^{3/2}}{45\sqrt{2}\mu^{3/4}B^{3/4}}\left(\frac{9}{2}\right)^{1/4}\sqrt{L\left(h_{compo}\phi - h\right)}\right) \tag{168}$$

Or nous connaissons la position du front de résine en fonction du temps. Pour *z=0* et *P=0*, cela donne:

$$\sqrt{\frac{h^2P_0t}{4\mu}\left(1-\frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}\right)} = L \tag{169}$$

$$t\left(1-\frac{2A\sqrt{P_0}h^2}{45\sqrt{2B}\mu}\sqrt{t}\right) = \frac{4\mu}{h^2P_0}L^2 \tag{170}$$

$$t = \frac{9}{8BP_0}\left(h_{compo}\phi - h\right)^2 \tag{171}$$

$$\frac{9}{8BP_0}\left(h_{compo}\phi - h\right)^2\left(1-\frac{4}{15h}\left(h_{compo}\phi - h\right)\right) = \frac{4\mu}{h^2P_0}L^2 \tag{172}$$

La première approximation (*A* très petit) correspond à l'équation suivante :

$$\frac{9}{8BP_0}\left(h_{compo}\phi - h\right)^2 = \frac{4\mu}{h^2P_0}L^2 \tag{173}$$

qui est la formule dans le cas où *A=0*. Une solution existe si :

$$K \le \frac{9\phi}{2}\left(\frac{\phi^2{h_{compo}}^2}{16L}\right)^2 \tag{174}$$

$$h = \frac{1}{2}(\phi h_{compo} + \sqrt{\phi^2 {h_{compo}}^2 - 16L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}) \approx \phi h_{compo} - \frac{4L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}} \tag{175}$$

En réintégrant *h* dans l'équation, celle-ci devient :

$$\frac{9}{8}\left(h - \phi h_{compo}\right)^2 \left(1 - \frac{\frac{16L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}{15\left(\phi h_{compo} - \frac{4L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}\right)}\right) = \frac{4K}{h^2\phi}L^2 \tag{176}$$

avec comme condition pour l'existence d'une solution

$$\sqrt{1 - \frac{\frac{16L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}{15\left(\phi h_{compo} - \frac{4L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}\right)}\phi^2 {h_{compo}}^2} \geq 16L\sqrt{\frac{2K}{9\phi}} \tag{177}$$

$$\left(\phi^4 {h_{compo}}^4 - \frac{16L\phi^2 {h_{compo}}^2}{15}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}} - 256L^2\frac{2K}{9\phi}\right) \geq 0 \tag{178}$$

$$\Delta = \frac{256L^2}{225}\frac{2\phi^4 {h_{compo}}^4}{9\phi} + 4\phi^4 {h_{compo}}^4 256L^2\frac{2}{9\phi} \geq 0 \tag{179}$$

$$\sqrt{K} \leq \frac{\sqrt{\left(\frac{16L\phi^2 {h_{compo}}^2}{15}\sqrt{\frac{2}{9\phi}}\right)^2 + 4\phi^4 {h_{compo}}^4 256L^2\frac{2}{9\phi}} - \frac{16L\phi^2 {h_{compo}}^2}{15}\sqrt{\frac{2}{9\phi}}}{256L^2\frac{2}{9\phi}} \tag{180}$$

$$K \leq \left(\frac{9\phi^2 {h_{compo}}^2}{512L\phi^{3/2}}\left(\sqrt{\left(\left(\frac{16}{15}\right)^2 + 256\right)\frac{2}{9}} - \frac{16}{15}\sqrt{\frac{2}{9}}\right)\right)^2 \tag{181}$$

La hauteur qui permet la simultanéité des deux temps (fin de l'injection et fin du volume prévu) est alors déterminée par :

$$h \approx \phi\, h_{compo} - \frac{4L}{\phi\, h_{compo}} \sqrt{\frac{2K}{9\left(1 - \frac{\frac{16L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}}{15\left(\phi h_{compo} - \frac{4L}{\phi h_{compo}}\sqrt{\frac{2K}{9\phi}}\right)}\right)\phi}} \tag{182}$$

L'application numérique donne $K = 1{,}38\ 10^{-12} m^2$. Pour une perméabilité supérieure, la résine n'a pas le temps d'arriver à l'évent avant la fin de l'injection. Lorsque la perméabilité est inférieure à cette valeur, deux hauteurs de cavité différentes permettent à la résine d'arriver à l'évent à la fin de l'injection.

7.4 Conclusion

L'étude a conduit à déterminer la hauteur de la cavité qui permet à la résine d'arriver à l'évent à la fin de l'injection. Cette hauteur optimale n'existe que pour une perméabilité bien spécifique. Dans le cas contraire, il n'est pas possible d'avoir la simultanéité des deux phénomènes. Ceci ne veut pas dire cependant que le procédé d'injection flexible ne fonctionnera pas. Certes, il serait intéressant d'être optimal, mais ceci dépend dans cette étude de la perméabilité du renfort qu'on peut considérer comme fixe pour un taux de fibre donné. L'injection flexible est beaucoup plus rapide que le procédé RTM en raison du mode de remplissage de la cavité contenant le renfort fibreux, d'abord par un écoulement préférentiel au dessus du renfort, suivi d'un écoulement à travers l'épaisseur du renfort.

CHAPITRE 8 INFLUENCE DES PARAMÈTRES D'INJECTION SUR LE TEMPS DE CYCLE DANS LE PROCÉDÉ RTM

8.1 Introduction

Le but de cette étude est d'essayer de comparer l'importance de chacun des paramètres dans le cas d'une injection RTM. La pression d'injection, la viscosité de la résine et le taux de fibres jouent un rôle crucial dans la rapidité du procédé. Une diminution du temps d'injection permet de chauffer davantage le moule tout en gardant un degré de cuisson suffisamment faible à la fin de la phase d'injection. Ceci améliore par la même occasion le temps de cuisson de la pièce. Il est donc important de pouvoir évaluer, en changeant un des paramètres du procédé, comment le temps de cycle en est affecté.

8.2 Description du modèle

Le moule considéré dans cette étude est la section d'un moule plan rectangulaire (Figure 8-1). La longueur L est de 1 m et l'épaisseur totale incluant la base du moule, la partie supérieure et la cavité est de 20 cm. La hauteur de la cavité ou l'imprégnation des fibres a lieu est de 3 mm. La résine est injectée de la gauche dans un canal jusqu'a ce qu'elle atteigne l'évent du cote opposé. La pression relative d'injection est P_0 au port d'injection.

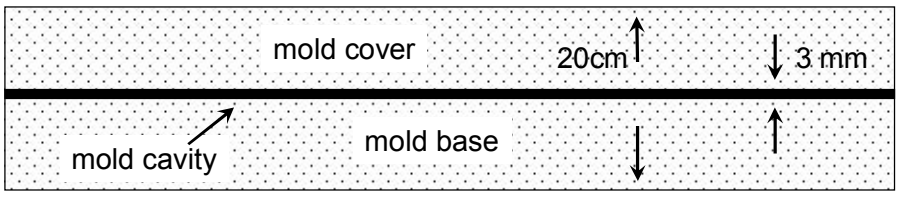

Figure 8-1: Coupe verticale du moule considéré

On suppose que le moule est constitué d'époxy et d'aluminium. Les propriétés des matériaux du Tableau 8-1 ont été calculées par la loi des mélanges. La perméabilité du renfort fibreux est de 10^{-10} m^2 pour une porosité de 0.5 et suit une loi de type Kozeny-Karman:

$$K = C\frac{(1-V_f)^3}{V_f^{\ 2}} \tag{183}$$

où C est une constante déterminée expérimentalement.

Les propriétés des fibres sont résumées dans le Tableau 8-2.

Tableau 8-1: Propriétés du moule

	Densité	Chaleur spécifique	Conductivité W/(m.
Epoxy/Aluminum	1250	993	70

Tableau 8-2: Propriétés du renfort fibreux

	Densité Kg/m^3	Chaleur spécifique	Conductivité W/(m. K)
Sec	300	700	0.7
Imprégné	1660	1600	3.9

Le but de cette analyse est d'améliorer le contrôle en température pendant les phases d'injection et de cuisson. Le modèle auto catalytique de Kamal-Sourour est sélectionné, dans lequel le degré de cuisson est exprimé par la formule suivante:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(K_1 + K_2\,\alpha^m\right)\left(1-\alpha\right)^n \tag{184}$$

Les facteurs K_1 and K_2 peuvent s'exprimer comme une fonction de la température et de l'énergie d'activation comme suit :

$$K_1 = A_1 e^{-\frac{E_1}{RT}} \tag{185}$$

$$K_2 = A_2 e^{-\frac{E_2}{RT}} \tag{185bis}$$

La viscosité de la résine dépend de la température et du degré de cuisson. Elle est souvent représentée par la forme exponentielle suivante :

$$\mu = \mu_\infty e^{\left(-\frac{U}{RT}+K_\mu \alpha\right)} \tag{186}$$

Les mesures expérimentales de la viscosité de la résine époxy GM donnent 1 Pa.s. a 315°K et 0.1 Pa.s. a 365°K, ce qui donne $\mu_\infty = 5.10^{-8}$ et $\frac{U}{R} = -5300$. Les mesures de la viscosité pendant la cuisson donnent $K_\mu = 6$. Le tableau 8-3 résume les valeurs des paramètres du modèle.

Tableau 8-3: Cinétique et paramètres du modèle de viscosité

ΔH_U (KJ/Kg)	290
m	1.5
n	1.424
A_1 (min^{-1})	8
E_1/R (°C)	610
A_2 (min^{-1})	508
E_2/R (°C)	796
K_μ	6
μ_∞	$5.\ 10^{-8}$
U/R	-5300

8.3 Variabilité des résultats

Dans un premier temps la résine polymérise pendant la phase d'injection, puis pendant la phase subséquente de cuisson. Le temps de cycle est le temps nécessaire à la résine pour atteindre un degré de polymérisation suffisant (ici pris égal à 0.8) pendant la cuisson.

8.3.1 Approche analytique

La vitesse du front de résine est donnée par la loi de Darcy dans le cas isotherme par la relation suivante :

$$v = -\frac{K}{\mu\phi}\nabla p \tag{187}$$

où K est la perméabilité du renfort fibreux, ϕ la porosité, p la pression, μ la viscosité de la résine. La vitesse est une fonction de la température du moule à travers la viscosité. L'incompressibilité de la résine $div\, v = 0$ donne ici $\Delta p = 0$. Avec les conditions aux limites, l'intégration de l'équation dans le cas d'une injection unidirectionnelle donne :

$$\nabla p = -\frac{P_0}{x_f} \tag{188}$$

$$v = \frac{P_0 K}{\mu\phi x_f} = \frac{dx_f}{dt} \tag{189}$$

Après intégration, nous obtenons le temps nécessaire à la résine pour atteindre l'évent :

$$t = \frac{L^2\phi\mu}{2KP_0} \tag{190}$$

Le degré de cuisson est faible pendant la phase d'injection, il peut donc être approché par la formule suivante :

$$\alpha = K_1 t = \frac{K_1 L^2 \phi \mu}{2KP_0} = \frac{A_1 e^{-\frac{U}{RT}} L^2 \phi \mu_\infty e^{-\frac{E_1}{T-273}}}{2KP_0} \tag{191}$$

En introduisant la constante suivante pour simplifier les notations :

$$\psi = \frac{A_1 L^2 \mu_\infty}{2KP_0 \alpha} \tag{192}$$

L'équation (191) devient alors:

$$T^2 \ln\psi + T\left(-273\ln\psi - \frac{U}{R} - E_1\right) + 273\frac{U}{R} = 0 \tag{193}$$

qui permet d'obtenir la température maximale du moule afin que la résine puisse arriver à l'évent avec un degré de cuisson inférieur à la limite spécifiée :

$$T = \frac{273\ln\psi + \frac{U}{R} + E_1 + \sqrt{\left(273\ln\psi + \frac{U}{R} + E_1\right)^2 - 4\cdot 273\frac{U}{R}\ln\psi}}{2\ln\psi} \tag{194}$$

Une fois l'injection réalisée, la phase de cuisson peut commencer. Le temps de cycle est défini comme le temps nécessaire à la résine pour atteindre un taux de cuisson supérieur a 0.8. Les paramètres de pression et de viscosité de la résine ont la même importance, alors que le taux de fibres est environ 4 fois plus grand que les aux autres variables. En effet, ce paramètre intervient non seulement dans la porosité, mais aussi dans la perméabilité par la loi de Kozeny-Karman (Eq. 183).

$$\frac{\partial\psi}{\psi} = \frac{2}{1-V_f}\frac{\partial V_f}{V_f} = \frac{\partial\mu_\infty}{\mu_\infty} = -\frac{\partial P_0}{P_0} \tag{195}$$

8.4 Temps de cycle

8.4.1 Temps d'injection

Nous connaissons le temps d'injection en fonction des paramètres du modèle. En dérivant par rapport à un paramètre (ici la pression), nous obtenons l'expression suivante qui donne la variation du temps d'injection en fonction de la variation de la pression :

$$\frac{\partial t}{\partial \psi}\psi = -\frac{\partial t}{\partial P_0}P_0 = -\frac{\partial\left(\frac{l^2\phi\mu}{2KP_0}\right)}{\partial P_0}P_0 = t - t\frac{UP_0}{RT^2}\frac{\partial T}{\partial P_0} = t + t\frac{U}{RT}\frac{273-T}{2T\ln\psi - 273\ln\psi - \frac{U}{R} - E_1}$$

$$\partial t = -\left[t + t\frac{U}{RT}\frac{273-T}{2T\ln\psi - 273\ln\psi - \frac{U}{R} - E_1}\right]\frac{\partial P_0}{P_0} \tag{196}$$

Numériquement, pour une variation de pression d'une unité (ici un pascal), le temps d'injection diminue de 0.0091 s.

8.4.2 Temps de cuisson

Le degré de cuisson est régi par la loi de Kamal-Sourour :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(K_1 + K_2\alpha^m\right)\left(1-\alpha\right)^n \tag{197}$$

Posons :

$$\beta = 1 - \alpha \tag{198}$$

En remplaçant α dans Kamal-Sourour par la nouvelle variable, nous obtenons l'équation suivante, qui peut se simplifier de la manière suivante pour un degré de cuisson proche de 1 :

$$-\frac{d\beta}{dt} = \left(K_1 + K_2(1-\beta)^m\right)\beta^n \approx K_2\beta^n \tag{199}$$

Le temps nécessaire à la résine pour passer d'un degré de cuisson β_0 à β est donné par :

$$K_2\, t = \frac{1}{n-1}\cdot\frac{1}{\beta^{n-1}} - \frac{1}{n-1}\cdot\frac{1}{\beta_0{}^{n-1}} = \frac{1}{n-1}\cdot\frac{1}{(1-\alpha)^{n-1}} - \frac{1}{n-1}\cdot\frac{1}{(1-\alpha_0)^{n-1}} \tag{200}$$

Ceci permet alors d'obtenir la relation suivante entre la variation de temps de cuisson par rapport à la température du moule et la variation du degré de cuisson toujours par rapport à la température du moule :

$$\frac{\partial t}{\partial T} = \frac{1}{(n-1)K_2}\cdot\left(\frac{1}{0.2^{n-1}} - \frac{1}{\left(0.2-\frac{\partial\alpha}{\partial T}\right)^{n-1}}\right) \tag{201}$$

La variation du degré de cuisson par rapport à la température du moule peut être calculée à partir de l'équation de Kamal-Sourour :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha}{\partial T} &= \int_0^t \frac{\partial\left[\left(K_1 + K_2\alpha^m\right)(1-\alpha)^n\right]}{\partial T}dt = \int_0^t \frac{\partial\left(A_1 e^{-\frac{E1}{T-273}} + A_2 e^{-\frac{E2}{T-273}}\alpha^m\right)}{\partial T}(1-\alpha)^n\, dt \\ &= \int_0^t \frac{1}{(T-273)^2}\cdot\left(E_1A_1 e^{-\frac{E1}{T-273}} + E_2A_2 e^{-\frac{E2}{T-273}}\alpha^m\right)(1-\alpha)^n\, dt\end{aligned} \tag{202}$$

Pour T=360K, $\left.\frac{\partial\alpha}{\partial T}\right| = 0.057$ ce qui donne $\left.\frac{\partial t}{\partial T}\right| = -581$. En appliquant les formules précédentes, nous obtenons $\left.\frac{\partial t}{\partial P_0}\right| = -0.036$. Cela signifie que quand la pression augmente d'une unité (un pascal), le temps de cuisson diminue de 0.036 s.

8.4.3 Temps de cycle

Le temps de cycle est la somme du temps de cuisson et du temps d'injection. La variation du temps de cycle est donc la somme des variations de ces deux variations.

$$\frac{\partial t_{cycle}}{\partial P_0} = \frac{\partial t_{inj}}{\partial P_0} + \frac{\partial t_{cure}}{\partial P_0} \tag{203}$$

En ajoutant les deux valeurs numériques, une réduction totale du temps de cycle de 0.045 s est obtenue par unité de pression supplémentaire. Pour 0.4 bars supplémentaires, le temps de cycle est donc réduit de 1800 s. Il est intéressant de remarquer que, du fait de la convexité de la fonction temps de cycle en fonction de la pression, ses tangentes sont « en dessous » de la courbe représentative de la fonction et donc le temps de cycle calculé par la méthode précédente est nécessairement inférieur au véritable temps de cycle.

Tableau 8-4: Temps d'injection et de cycle en fonction de la pression d'injection

Pression	Temps d'injection (s)	Temps d'injection (s) calculé	Temps de cycle (s)	Temps de cycle (s) calculé	Variation du temps de cycle
3.6 bars	2238	2186	10508	10123	+26%
4 bars	1822	1822	8323	8323	
4.4 bars	1501	1458	6681	6523	-20%

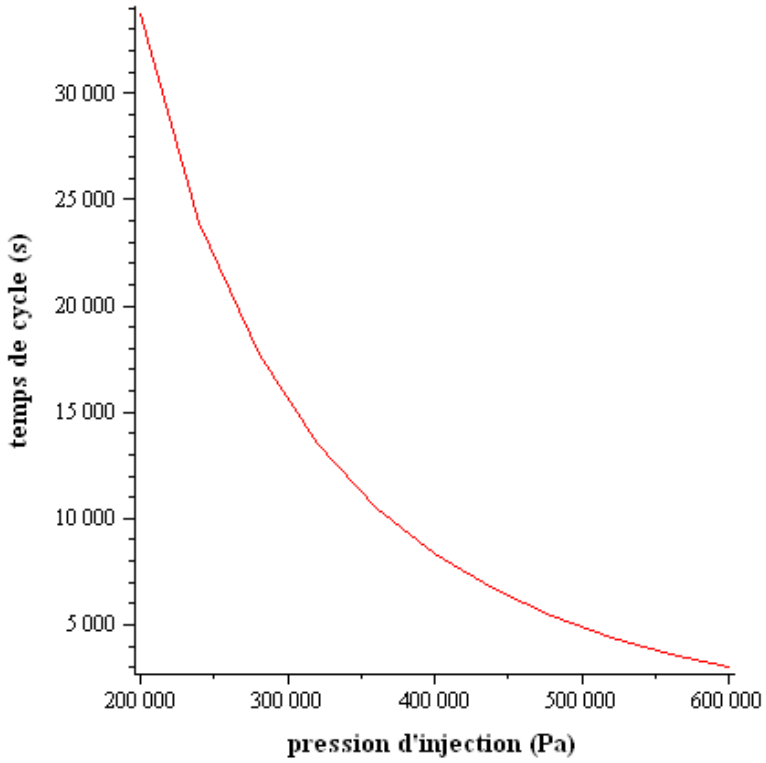

Figure 8-2: Temps de cycle en fonction de la pression d'injection

Tableau 8-5: Temps d'injection et de cycle en fonction du taux de fibres

Taux de fibres	Temps d'injection (s)	Temp. max. du moule (K)	Temps de cycle (s)	Variation du temps de cycle
0.54	589	375	2309	-73%
0.6	1822	359	8323	
0.66	4670	349	24170	+190%

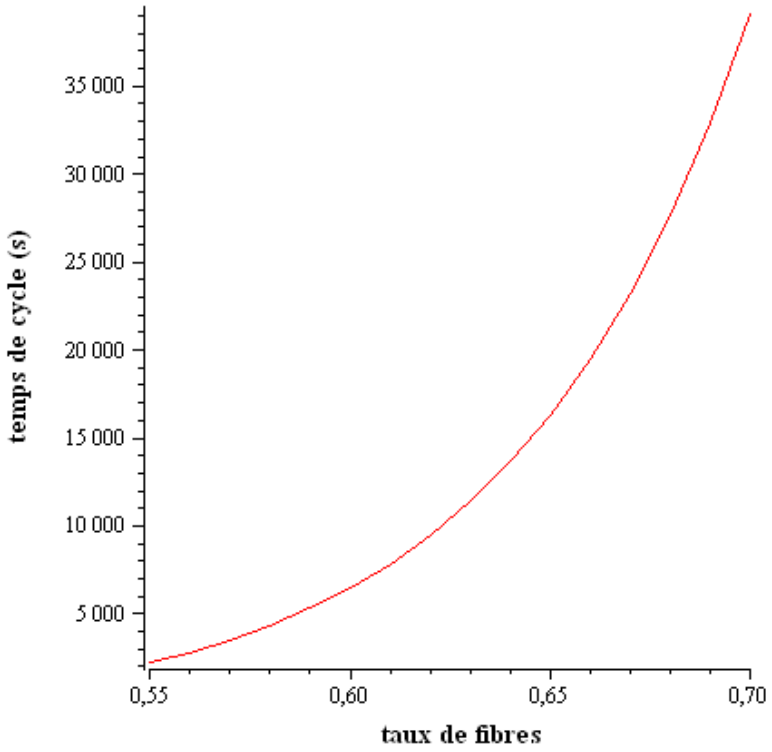

Figure 8-3: Temps de cycle en fonction du taux de fibres

8.5 Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence les paramètres importants du procédé RTM. Une faible diminution du temps d'injection permet notamment de chauffer plus le moule et ainsi d'améliorer substantiellement le temps de cuisson. Le temps de cycle a ainsi été calculé analytiquement en fonction des paramètres qui gouvernent la fabrication afin d'évaluer quantitativement leur importance relative. Le taux de fibre apparaît comme un paramètre critique : une simple diminution de 10% résulte en une baisse du temps de cycle de plus de 70%. Cette étude met aussi en évidence l'absence de facteur d'échelle : un paramètre d'injection qui influe sur la vitesse du front de résine, change par la même occasion la température maximale du moule et donc la durée des phases d'injection et de cuisson. Cette interdépendance des phénomènes rend toute estimation, sur une géométrie plus complexe, très difficile à prévoir.

CHAPITRE 9 DISCUSSION GÉNÉRALE

L'objectif général de ce mémoire était d'analyser les conditions de fabrication des procédés de fabrication de composites par injection sur renforts. Cet objectif a été divisé en trois parties distinctes : degré de cuisson, taux de vide et temps de cycle. Le premier objectif consistait à étudier l'impact du chauffage sur la cuisson des composites. Dans ce sens, le premier article présente une méthode qui permet de calculer analytiquement les températures idéales dans le cas du chauffage par zones, afin de réduire le gradient de cuisson. Cet article prend en compte le cas simple d'une injection unidirectionnelle dans un moule rectangulaire, qui permet facilement, par une approche analytique, de comprendre l'avantage d'un tel système. Cependant, ce type de chauffage nécessite plus d'équipement qu'un chauffage isotherme traditionnel. Il est donc intéressant de savoir si les améliorations sur le gradient de cuisson et le temps de cycle sont suffisamment importantes pour justifier un coût supplémentaire.

Le deuxième article porte sur l'injection flexible. Il s'agit d'évaluer l'impact sur le degré de cuisson du composite d'un chauffage par un fluide de compaction à travers l'épaisseur d'une membrane posée sur un renfort fibreux. Plusieurs variables propres au procédé sont analysées et leurs influences respectives sont déterminées. L'article permet de sélectionner les paramètres permettant d'améliorer le temps de réponse thermique. Néanmoins le chapitre s'appuie sur une simplification unidimensionnelle qui mériterait d'être validée en deux dimensions tout comme la prise en compte de résistances thermiques de contacts.

Le cinquième chapitre est un complément du premier article, qui présente une justification analytique d'une hypothèse avancée dans l'article. Le modèle de cinétique de la résine de Kamal-Sourour est simplifié et les résultats sont comparés à la solution pour des taux de cuisson faibles. Il est ainsi mis en évidence que l'approximation choisie est réaliste pour des degrés de polymérisation faibles. La deuxième partie de ce chapitre évalue les gains obtenus sur le temps de cycle avec le chauffage par zones. Au-delà de la diminution du gradient de cuisson, le chauffage non isotherme apparaît comme un moyen de réduire le temps de cycle. Une fois encore, la diminution est assez faible mais réelle, et la question de l'utilité d'un tel système reste posée. L'étude sur le chauffage par zones a été réalisée avec deux ou trois zones à une température constante dans le temps. Il pourrait être opportun de calculer l'avantage du chauffage par zones

quand les températures sont variables et d'en analyser les conséquences sur la qualité de la pièce et sur le temps de cycle.

Le chapitre 6 présente une étude sur le taux de vide. Un algorithme de minimisation existant est décrit et l'effet d'une modification simple d'une consigne sur le taux de vide final est analysé. Calculée à l'aide d'outils analytiques, cette valeur optimale permet de réduire sensiblement le taux de vide. Les résultats obtenus sur le taux de vide sont mis à titre indicatif, tout en sachant qu'expérimentalement une telle diminution est très difficile à observer. Cependant les calculs ont permis de trouver une valeur qui diminue théoriquement le taux de vide sans refaire de nouvelles simulations numériques ou de caractérisations expérimentales.

Les deux derniers chapitres sont dédiés au temps de cycle. Tout d'abord une étude sur le procédé d'injection flexible est menée. A l'aide des équations qui modélisent les phénomènes qui interviennent pendant dans la phase d'injection de la résine, la position du front est calculée analytiquement dans la cavité au dessus des fibres et à l'intérieur du renfort. La hauteur de la cavité optimale qui fait coïncider la fin de l'injection avec l'arrivé de la résine à l'évent est alors déduite de ces équations avec comme condition une perméabilité transverse inférieure à une valeur critique. Ce chapitre constitue une première démarche en vue de modéliser l'injection flexible.

Enfin le dernier chapitre présente l'influence des différents paramètres sur le temps de cycle dans le procédé RTM. A partir des équations bien connues des phénomènes qui entrent en jeu, le temps de cycle minimal est calculé avec comme condition un degré de cuisson inférieur à 0,2 à la fin de l'injection. Bien qu'appliquée sur un cas très simple, cette étude permet néanmoins de s'apercevoir de l'importance de certains paramètres et de la non-proportionnalité des variables.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

La thermique du moule a été analysée dans ce mémoire et différentes stratégies de cuisson sont proposées pour s'assurer de la polymérisation complète de la résine. Le procédé RTM a aussi été étudié et une amélioration possible de la qualité de la pièce, mais aussi du temps de cycle grâce au chauffage par zones a été proposée. Le gradient de cuisson est diminué lorsque la température d'injection est inférieure à la température à l'évent. Ces deux valeurs idéales sont déterminées analytiquement en fonction des paramètres d'injection. L'étude a également été réalisée pour trois zones de chauffage ou pour *n* zones. L'impact de ce type de chauffage sur le temps de cycle est également étudié et quantifié pour tous les couples et triplets de températures fixées dans les deux ou trois zones de chauffage du moule.

Le deuxième article présente une étude thermique de l'injection flexible qui met en évidence les paramètres critiques qui gouvernent l'injection et la cuisson de la pièce. Les résultats des simulations sont krigés et l'influence relative de chaque paramètre est évaluée.

Le chapitre 5 est un complément à l'article sur le chauffage par zones. Il présente la justification analytique d'une hypothèse effectuée dans l'article et quantifie le gain sur le temps de cycle du chauffage par zones.

Le chapitre suivant présente une possibilité d'amélioration de l'algorithme de réduction du taux de vide. Un simple changement de valeur cible dans le programme permet de réduire significativement le taux de vide. Cette dernière a été déterminée analytiquement et les nouvelles simulations effectuées avec cette nouvelle valeur confirment la diminution des taux de vide.

Le chapitre 7 esquisse une simulation du procédé d'injection. La hauteur de la cavité supérieure, paramètre propre à ce procédé, est déterminée analytiquement afin de synchroniser la fin de l'injection avec l'arrivée de la résine à l'évent.

Enfin, dans le chapitre 8, une approche analytique du procédé RTM présente les paramètres d'injection importants. Leur influence sur le temps de cycle est quantifiée analytiquement ce qui permet de mettre en évidence la non-proportionnalité des variables.

Ces différentes études ont comme objectif commun d'améliorer les procédés existants. Cependant chacune nécessite son propre équipement supplémentaire. Un simple changement de procédé pourrait permettre de combiner toutes ces études et regrouper les avantages de chacune d'entre elles. Le procédé d'injection flexible offre la possibilité d'apporter de la chaleur par un fluide de compaction, fluide qui pourrait être mis en œuvre afin de chauffer non uniformément la résine et les fibres. De la même manière, la vitesse du front de la résine est gouvernée par le fluide de compaction ou par une hauteur de cavité non uniforme. Il pourrait donc aussi être intéressant de combiner ces calculs pour améliorer la qualité des pièces fabriquées par injection flexible.

LISTE DES RÉFÉRENCES

1- D. Abraham, R. Mcllhagger, “A Review of Liquid Injection Techniques for the Manufacture of Aerospace Composite Structures”, *Polymers and Polymer Composites 4,* 1996

2- Y. Abou Msallem, F. Jacquemin, N. Boyard, A. Poitou, D. Delaunay, S. Chatel, “Material Characterization and Residual Stresses Simulation during the Manufacturing Process of Epoxy Matrix Composites”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 41(1)*, 108-115, 2010

3- G.K. Hu, G.J. Weng, “Influence of Thermal Residual Stresses on the Composite Macroscopic Behaviour”, *Mechanics of Materials 27*, 229 – 240, 1998

4- L.G. Zhao, N.A. Warrior, A.C. Long, “A Thermo-viscoelastic Analysis of Process-induced Residual Stress in Fibre-reinforced Polymer-matrix Composites”, *Materials Science and Engineering A,* 452-453, 483-498*,* 2007

5- E. Ruiz, F. Trochu, “Numerical Analysis of Cure Temperature and Internal Stresses in Thin and Thick RTM Parts*”, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 36(6),* 806-826, 2005

6- E. Ruiz, F. Trochu, “Multi-criteria Thermal Optimization in Liquid Composite Molding to Reduce Processing Stresses and Cycle Time”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 37(6 SPEC. ISS.),* 913-924, 2006

7- S.R. White, H.T. Hahn, “Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure”, *Part I. Model Formulation, Journal of Composite Materials, Vol. 26,* No. 16, 2402-2422, 1992

8- S.R. White, H.T. Hahn, “Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure”, *Part II. Experiment validation, Journal of Composite Materials, Vol. 26,* No. 16, 2423-2453, 1992

9- S.R. White, H.T. Hahn, “Cure Cycle Optimization for the Reduction of Processing-Induced Residual Stresses in Composite Materials”, *Journal of Composite Materials, Vol. 27, No. 14,* 1352-1378, 1993

10- P. J. Blanchard, C. D. Rudd, “Cycle Time Reduction in Resin Transfer Moulding by Phased Catalyst Injection”, *Composites Science and Technology, Vol. 56, Issue 2,* 123-133, 1996

11- M.R. Kamal, S. Sourour, “Kinetics and Thermal Characterization of Thermoset Cure”, *Polymer Engineering and Science, Vol. 13,* 59, 1973

12- PAM-RTM software, ESI-Group, http://www.esi-group.com

13- E. Ruiz, L. Briones, E. Allard, F. Trochu, “Flexible Injection: A Novel LCM Technology for Low Cost Manufacturing of High Performance Composites. Part I: Experimental Investigation”, *9th Int. Conf. on Flow Proc. in Comp. Mat.* (FPCM-9), *Montreal, Canada*, 8-10 July 2008

14- F. Trochu, S. Soukane, B. Touraine, “Flexible Injection: A Novel LCM Technology for Low Cost Manufacturing of High Performance Composites. Part II: Numerical Model”, *9th Int. Conf. on Flow Proc. in Comp. Mat.* (FPCM-9), *Montreal, Canada*, 8-10 July 2008

15- L. Briones, “Injection flexible dans moule isotherme : conception et analyse d'un nouveau procédé de fabrication de composites”, *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique de Montréal,* 2005

16- E. Allard, “Analyse expérimentale et optimisation d'un procédé d'injection flexible pour la fabrication rapide des composites”, *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique Montréal,* 2006

17- T. Daqoune, “Analyse expérimentale sur des renforts tissés d'un procédé d'injection flexible pour la fabrication rapide des composites”, *Mémoire de maîtrise*, *École Polytechnique Montréal*, 2007

18- F. Trochu, “A Contouring Program Based on Dual Kriging Interpolation”, *Engineering with Computers*, 9(3), 160-177, 1993

19- J. L. Smith, J. J. Halvorson, R. T. Papendick, “Using Multiple-variable Indicator Kriging for Evaluating Soil Quality”, *Soil Science Society of America Journal*, vol. 57, 743-749, 1993

20- Y. Xiong, “Using Predictive Models in Engineering Design-Metamodeling, Uncertainty Quantification, and Model Validation”, *Ph. D. thesis, Mechanical Engineering, Northwestern University, Evanston, Illinois*, 2008

21- D. Huang, T. T. Allen, W. I. Notz, R. A. Miller, "Sequential Kriging Optimization using Multiple-fidelity Evaluations", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 32, 369-382, 2006

22- K. Terzaghi, "Theoretical Soil Mechanics", *John Wiley and Sons, New York*, 1996

23- "Supplement to Second Edition Automative Composites: A Design and Manufacturing Guide", *Ray publishing publication,* 2006

24- "L'industrie française des matériaux composites", *Nodal Consultants pour le compte de Digitip. Ministère de l'Économie des Finances et de l'Industrie de la République Française,* 2002

25- J. Bear, "Fluid Dynamic in Porous Media", *New-York: American Elsevier Pub.Co,* 1972

26- K. Horie, I. Mita, H. Kambe, "Calorimetric Investigation of Polymerization Reactions", *Journal of Polymer Science. Polymer chemistry Part A. 6(9):* 2663-2676, 1968

27- J. L. Bailleul, G. Guyonvarch, B. Garniera, Y. Jarnya, D. Delaunay, "Identification des propriétés thermiques de composites fibres de verre/résines thermodurcissables: Application à l'optimisation des procédés de moulage", *Revue Générale de Thermique* 35 : 65-77, 1996

28- J. Verrey, M. D. Wakeman, V. Michaud, J.-A.E. Manson, "Manufacturing Cost Comparison of Thermoplastic and Thermoset RTM for an Automotive Floor Pan", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37(1): 9-22, 2006

29- Edu Ruiz, L. Briones, E. Allard, F. Trochu, "Flexible injection: a novel LCM Technology for Low Cost Manufacturing of High Performance Composites", *FPCM-9*, 2008

30- H. Darcy, "Les fontaines publiques de la ville de Dijon : distribution d'eau et filtrage des eaux"*, APPENDICE-Note D. Victor Dalmont,* 1856

31- Edu Ruiz, "Fabrication des composites par injection"*, Cours MEC6318 (École Polytechnique de Montréal),* 2008

32- "Report on the Functional Requirements of Thermal Control (Parametric Study Demonstrating by Numerical Simulation with Existing Software the Advantages of Temperature Control)", *Deliverable 23, GM of Canada – NSERC Industrial Research Chair,* 2008

33- J. S. Leclerc, “Amélioration du procédé RTM par l’optimisation des paramètres d’injection”, *Mémoire de maîtrise (École polytechnique de Montréal),* 2007

34- F. Trochu, E. Ruiz, V. Achim,, S. Soukane, “Advanced Numerical Simulation of Liquid Composite Molding for Process Analysis and Optimization”, *Composites Part A,* 2005

35- S. Toll, “Packing Mechanics of Fiber Reinforcements”, *Polymer Engineering and Science, Vol. 38, 8*, 1337 – 1350, 2004