

**Titre:** Stabilité des barrages-poids: une approche progressive considérant les incertitudes sur les paramètres de résistance et les chargements  
Title: les incertitudes sur les paramètres de résistance et les chargements

**Auteur:** Mathilde Cordier  
Author:

**Date:** 2017

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Cordier, M. (2017). Stabilité des barrages-poids: une approche progressive considérant les incertitudes sur les paramètres de résistance et les chargements [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/2507/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2507/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Pierre Léger  
Advisors:

**Programme:** Génie civil  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

STABILITÉ DES BARRAGES-POIDS : UNE APPROCHE PROGRESSIVE CONSIDÉRANT  
LES INCERTITUDES SUR LES PARAMÈTRES DE RÉSISTANCE ET LES  
CHARGEMENTS

MATHILDE CORDIER

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CIVIL)

AVRIL 2017

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

STABILITÉ DES BARRAGES-POIDS : UNE APPROCHE PROGRESSIVE CONSIDÉRANT  
LES INCERTITUDES SUR LES PARAMÈTRES DE RÉSISTANCE ET LES  
CHARGEMENTS

présenté par : CORDIER Mathilde

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GOULET James-A., Ph. D., président

M. LÉGER Pierre, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. BEN FTIMA Mahdi, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier sincèrement mon directeur de recherche, M. Pierre Léger, pour m'avoir ouvert la porte de cette « grande famille » des passionnés de l'ingénierie hydraulique, et proposé ce sujet qui m'a beaucoup intéressée. Particulièrement, son implication et son encadrement attentif, sa disponibilité auprès des étudiants, ainsi que ses nombreux commentaires constructifs tout au long de l'avancée de mon projet de maîtrise, ont contribué à rendre ce travail enthousiasmant et plaisant.

J'aimerais remercier le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie (CRSNG) du Canada ainsi que les Fonds de Recherche du Québec - Nature et Technologies (FRQNT) pour le financement de mon travail de recherche.

Merci aux examinateurs de mon mémoire de maîtrise, M. James Goulet et M. Mahdi Ben Ftima, d'avoir accepté d'évaluer et commenter ce travail.

Mes remerciements s'adressent également aux étudiants aux cycles supérieurs du Groupe de Recherche en Structure (GRS) pour leur bonne humeur, leurs encouragements et les agréables mois que nous avons partagés au Québec.

Finalement, je remercie profondément ma famille et mes amis d'ici, de là-bas et d'ailleurs, avec qui je grandis chaque jour, pour leur soutien, leur humour, et ce goût de la vie que nous partageons et qui me donne l'envie d'avancer toujours plus loin.

## RÉSUMÉ

La stabilité au glissement des barrages-poids est évaluée par la satisfaction ou non d'un état-limite binaire, exigeant que la capacité de résistance au cisaillement,  $R$ , soit supérieure à la charge en cisaillement,  $L$ . Afin de se prémunir contre les incertitudes aléatoires et épistémiques, d'importants facteurs de sécurité sont requis par les guides déterministes, appliqués dans la majorité des pays pour l'évaluation de la stabilité des ouvrages hydrauliques. Ces facteurs de sécurité requis sont parfois arbitrairement diminués lorsque des tests matériels ont été effectués, par exemple passant de 3.0 à 2.0 (CDA 2007). En revanche, les valeurs requises ne sont pas justifiées par la propagation des incertitudes. Une justification mathématique de la stabilité des barrages en considérant les incertitudes est possible grâce aux analyses probabilistes, par exemple par simulations de Monte Carlo. Les probabilités de défaillance obtenues sous forme de courbes de fragilité en fonction du niveau d'eau, utilisées avec des modèles d'exposition, aléas, demande, conséquences, permettent une prise de décision à partir d'une appréciation du risque. Les exigences sociétales de transparence et les enjeux économiques conduisent à privilégier de plus en plus les analyses de risques. Cependant, les résultats d'analyses probabilistes sont sensibles au choix des variables aléatoires, densités de probabilités, bornes ; et leur application est complexe, nécessitant une expertise peu commune. Un besoin d'une méthode fiable simplifiée, robuste, est alors identifié, afin de rationaliser les critères de stabilité par rapport aux incertitudes. Le format *Reliability Based Safety Factor* (RBSF) s'appuie sur le calcul fiable d'un facteur de sécurité requis,  $FS_{req}$ , à comparer à un facteur de sécurité adaptable en fonction des incertitudes propres à chaque ouvrage, AFS, répondant ainsi à la justification du critère de stabilité par rapport aux incertitudes, et conservant le format universel des facteurs de sécurité. Une méthodologie progressive est proposée, et appliquée à un barrage-poids de 80 m. Elle consiste à combiner quatre formats d'évaluation de complexité croissante, dont les caractéristiques sont examinées : tout d'abord, une (i) analyse déterministe est essentielle pour obtenir les efforts de résistance et de chargement. Une (ii) analyse semi-probabiliste peut être entreprise afin de différencier les incertitudes sur la cohésion,  $C$ , de celles sur le coefficient de friction,  $\tan\phi$ . Le (iii) format RBSF, permettant de rationaliser la propagation des incertitudes mais simple d'utilisation et d'interprétation, est étudié en détails pour déterminer sa précision et ses conditions d'applications. Ses résultats approchent ceux d'une référence probabiliste (Monte Carlo) avec une précision de 10%, satisfaisante pour une méthode

simplifiée. Une (iv) analyse probabiliste plus complexe pourra être envisagée en complément. Finalement, l'incertitude sur la poussée hydrostatique est également examinée.

## ABSTRACT

Structural sliding stability of gravity dams is assessed by satisfying or not the binary limit-state such that the shear resistance,  $R$ , has to be larger to the driving shear load,  $L$ . Large safety factors are required to guard against aleatory and epistemic uncertainties, from deterministic guidelines used in most countries to assess hydraulic structures' stability. These required factors of safety are sometimes arbitrarily decreased when material tests have been done, for instance evolving from 3.0 to 2.0 (CDA 2007). Yet, the required values do not rely on the propagation of uncertainties. A mathematical justification of dam stability considering uncertainties is possible while using probabilistic analyses, for instance Monte Carlo simulations. Probabilities of failure are presented with fragility curves, functions of water levels. Employed with models for exposure, hazard, demand, consequences, they allow risk based decision making. Societal need for transparency and economical concerns drive to opt more and more for risk assessments. Nevertheless, probabilistic analyses results are sensitive to the selection of random variables, probability density functions, bounds; and their application is complex and challenging for practical use. A simplified, robust, reliability based safety assessment procedure is thus required, to rationalise stability criteria accounting for uncertainties. A *Reliability Based Safety Factor* (RBSF) format is based on the probabilistic computation of a required factor of safety,  $FS_{req}$ , to compare with an Adjustable Factor of Safety, AFS, adjusted according to uncertainties specific to each dam. This method answers the justification of stability criterion by considering uncertainties, and keeps the universal format of factors of safety. A progressive methodology is suggested and applied to an 80 m-high gravity dam. It consists in combining four safety evaluation formats of increasing complexity for which characteristics are examined: first, (i) deterministic analysis is necessary to obtain resistance and load. (ii) A semi-probabilistic analysis may be undertaken to separate uncertainties in cohesion,  $C$ , or friction coefficient,  $\tan\phi$ . (iii) The RBSF format is easy to use and interpret, and rationalises propagation of uncertainties; this is why the accuracy and range of application of this method is studied in details. Its results are close to those from a Monte-Carlo probabilistic reference, with a 10% precision, satisfactory for a simplified approach. (iv) A comprehensive probabilistic analysis may be considered to complete the assessment. Finally, uncertainties on hydrostatic thrust are also examined.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
LISTE DES FIGURES.....	XIII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XVII
LISTE DES ANNEXES.....	XXIII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Contexte .....	1
1.2 Problématique.....	1
1.3 Objectifs .....	3
1.4 Méthodologie .....	4
1.5 Contenu du mémoire .....	6
CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE : FORMATS D'ÉVALUATION DE LA STABILITÉ DES BARRAGES-POIDS.....	7
2.1 Introduction .....	7
2.2 Sécurité des barrages soumis à la submersion .....	9
2.2.1 Barrage-poids .....	9
2.2.2 Crues.....	10
2.2.3 Mécanismes de défaillance.....	11
2.2.4 Méthode de gravité.....	11
2.2.5 Définition des paramètres de résistance .....	14



2.3	Approche progressive d'évaluation de la stabilité structurale .....	17
2.4	Analyse déterministe .....	18
2.5	Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance .....	23
2.6	Méthode semi-probabiliste .....	25
2.7	Analyse probabiliste .....	26
2.7.1	Méthodes .....	26
2.7.2	Besoin et utilisations .....	32
2.7.3	Choix des paramètres .....	34
2.7.4	Courbes de fragilité et incertitudes.....	37
2.7.5	Fiabilité d'un système .....	39
2.7.6	Analyse de risque .....	40
2.7.7	Relations entre probabilité de défaillance et facteur de sécurité.....	41
2.8	Méthode du Facteur de Sécurité Adaptable (AFS) .....	42
2.9	Conclusion.....	44
CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE.....		45
3.1	Objectifs .....	45
3.2	Méthodologie .....	46
3.3	Pertinence de l'article.....	47
3.4	Contributions originales .....	48
CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : STRUCTURAL STABILITY OF GRAVITY DAMS: A PROGRESSIVE ASSESSMENT CONSIDERING UNCERTAINTIES IN SHEAR STRENGTH PARAMETERS .....		49
4.1	Abstract .....	49
4.2	Introduction .....	50
4.3	Stability assessment of gravity dams considering uncertainty analysis .....	51

4.4	Quantitative requirements in safety evaluation formats.....	54
4.4.1	Deterministic .....	54
4.4.2	Semi-probabilistic .....	56
4.4.3	Probabilistic.....	58
4.4.4	Reliability based safety factors .....	61
4.4.5	Progressive approach to introduce uncertainties .....	63
4.5	Application of progressive safety assessment.....	64
4.5.1	Description of the gravity dam for applications.....	64
4.5.2	Deterministic stability evaluation.....	67
4.5.3	Probabilistic safety evaluation .....	68
4.5.4	Semi-probabilistic stability evaluation.....	70
4.5.5	Reliability based safety factors – AFS .....	71
4.6	Discussion .....	73
4.6.1	Results from different safety evaluation formats .....	73
4.6.2	Comparisons of different safety evaluation formats .....	75
4.7	Conclusions .....	79
4.8	Acknowledgements .....	80
4.9	References .....	80
4.10	Appendix 1 – ICOLD Benchmark material data.....	85
CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS COMPLÉMENTAIRES .....		86
5.1	Résolution de l'étude de cas du Benchmark de l'ICOLD.....	86
5.1.1	Méthode déterministe .....	86
5.1.2	Méthodes MCFOSM et FOSM .....	87
5.1.3	Simulations de Monte Carlo.....	89

5.2	Réduction de l'utilisation de trois variables ( $C$ , $\tan\phi$ , $H_w$ ) à deux ( $R$ , $L$ ) lors d'analyses probabilistes .....	93
5.2.1	Ajustement de la densité de probabilité de la résistance $R$ .....	93
5.2.2	Validation de l'hypothèse de calcul de $c_R$ dans le format .....	94
5.2.3	Etude de la corrélation entre $R$ et $L$ .....	96
5.2.4	Simulations de Monte Carlo ( $R$ , $L$ ).....	96
5.3	Évaluation de stabilité avec incertitudes sur le chargement hydrostatique .....	98
CHAPITRE 6	DISCUSSION GÉNÉRALE .....	105
6.1	Caractéristiques de l'approche progressive d'évaluation de la stabilité .....	105
6.2	Avantages .....	106
6.3	Inconvénients .....	107
CHAPITRE 7	CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....	109
BIBLIOGRAPHIE	.....	112
ANNEXES	.....	114

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis sans considération de l'état de connaissance des paramètres .....	19
Tableau 2.2. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon la connaissance des paramètres (CDA 2007) .....	19
Tableau 2.3. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon la connaissance des paramètres (ANCOLD 2013).....	20
Tableau 2.4. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon des conséquences d'une défaillance (FERC 2002).....	21
Tableau 2.5. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon les conséquences d'une défaillance et la connaissance des paramètres (USACE 2005).....	22
Tableau 2.6. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon Rocha (1974) .....	23
Tableau 2.7. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon IS (1984-1998) .....	23
Tableau 2.8. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon SPANCOLD (2003) .....	24
Tableau 2.9. Coefficients partiels selon ANCOLD (1991).....	25
Tableau 2.10. Coefficients partiels selon CFBR (2006-2012).....	26
Tableau 2.11. Types d'incertitudes selon leur origine et coefficients associés pour la méthode AFS .....	42
Table 4.1. Required deterministic factors of safety without any explicit consideration of uncertainties .....	55
Table 4.2. Required deterministic factors of safety depending on the level of knowledge of strength parameters .....	56
Table 4.3. Semi-probabilistic partial safety coefficients.....	58
Table 4.4. Material test data statistics for friction and cohesion at the dam-foundation interface	66

Table 4.5. Sliding FS from safety formats: (i) deterministic (CDA 2007), (ii) semi-probabilistic (CFBR 2013), (iii) three criteria of RBSF method, (iv) probabilistic.....	76
Tableau 5.1. Paramètres utilisés pour les analyses Monte Carlo et AFS .....	98
Tableau 5.2. Paramètres utilisées pour les analyses de l'ouvrage, avec $H_w = 80$ m.....	100
Tableau 5.3. Paramètres utilisés pour les formats probabiliste et AFS, pour trois niveaux d'augmentation des incertitudes sur R et L, $pf^* = 10^{-4}$ .....	102
Tableau G.1. Calcul des fractiles 5% des lois lognormales utilisées.....	120

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1. Profil type d'un barrage trapézoïdal .....	10
Figure 2.2. Actions s'appliquant à l'ouvrage .....	12
Figure 2.3. Processus itératif de calcul de la longueur de fissuration .....	13
Figure 2.4. Critère de rupture de Mohr-Coulomb .....	14
Figure 2.5. Fractile à 5% d'une loi normale .....	16
Figure 2.6. Approche progressive d'évaluation de la stabilité structurale.....	17
Figure 2.7. (a) densités de probabilité $f_R$ et $f_L$ (en rouge) et densité de probabilité conjointe $f_{RL}$ (surface) en fonction des variables de résistance $r$ et de chargement $l$ ; (b) projection normale de $f_{RL}$ et domaine de défaillance défini par « $r > l$ » en fonction des variables de résistance $r$ et de chargement $l$ ; adapté de Peyras et al. (2010a) .....	28
Figure 2.8. Représentation du problème de fiabilité (Melchers 1999).....	29
Figure 2.9. Simulations de Monte Carlo : tirages aléatoires $x = \{r, l\}$ suivant la densité de probabilité conjointe $f_{RL}$ représentés en fonction de $r$ et $l$ ; domaine de défaillance défini par « $r > l$ ».....	30
Figure 2.10. Approximation linéaire de la surface d'état-limite - Concept utilisé pour les méthodes FORM et SORM (Melchers 1999).....	31
Figure 2.11. Solutions proposées par les participants au Benchmark de l'ICOLD en 2011 pour le barrage drainé évalué par simulations de Monte Carlo (Escuder-Bueno et al. 2011).....	33
Figure 2.12. Exemple de courbe de fragilité pour l'intensité de la sollicitation décrite par le niveau d'eau appliqué .....	38
Figure 2.13. Concept "ALARP" ; adapté de CDA (2007) .....	41
Figure 2.14. Concept du Facteur de Sécurité Adaptable – Définitions des paramètres (Kreuzer et Léger 2013) .....	43
Figure 4.1. Concept of "As Low As Reasonably Possible" adapted from (CDA 2007).....	59

Figure 4.2. Dispersion in fragility curves computed for the ICOLD Benchmark for a 80 m-high gravity dam (Fig. 5); $\phi$ is the friction angle, C the cohesion, R the global resistance of the dam defined in Eq. 2; N = normal distribution, LN = lognormal distribution; selected bounds are indicated. Fcurves1 to 7 are from participants in the ICOLD Benchmark, Fcurves 8 to 12 are our solutions to the Benchmark.....	60
Figure 4.3. Definition of the six uncertainty coefficients in the Reliability Based Safety Factor format: (i) $c_R = \sigma_R/\mu_R$ , (ii) $k_R$ , (iii) $\alpha_R$ , (iv) $c_L = \sigma_L/\mu_L$ , (v) $k_L$ , (vi) $\alpha_L$ .....	62
Figure 4.4. Progressive approach for dam safety assessment: parameters, sources of uncertainties and performance indicators .....	63
Figure 4.5. Geometry, load, L, drainage, and resistance, R, (friction and cohesion) properties of the gravity dam analysed.....	65
Figure 4.6. Maximum allowable water level according to deterministic CDA (2007) dam safety guidelines .....	67
Figure 4.7. Fragility curves comparing <b>unbounded</b> N-PDF and LN-PDF, variables (C, $\tan\phi$ ) or R, computed with MC; and $H_w$ according to probabilistic analysis for a target failure probability $p_f^* = 10^{-5}$ .....	69
Figure 4.8. Fragility curves comparing <b>bounded</b> N-PDF and LN-PDF at the 5% and 95% fractile values, variables (C, $\tan\phi$ ) or R, computed with MC; and maximum allowable water level according to probabilistic analysis for a $p_f^* = 10^{-5}$ .....	70
Figure 4.9. Maximum allowable water level according to semi-probabilistic CFBR (2013) dam safety guidelines .....	71
Figure 4.10. RBSF method: deterministic $FS_{det}$ ; required $FS_{req}$ for $p_f^* = 10^{-5}$ and <b>unbounded</b> LN-PDF for R; and AFS for (i) $k_R = 1.39$ , (ii) $k_R = 2$ , (iii) $k_R = 3$ .....	72
Figure 4.11. RBSF method: deterministic safety factor $FS_{det}$ ; required safety factor $FS_{req}$ for $p_f^* = 10^{-5}$ and <b>bounded</b> LN-PDF for R; AFS and $FS_{req}$ for (i) $k_R = 1.39$ , (ii) $k_R = 2$ , (iii) $k_R = 3$ .....	73
Figure 4.12. Maximum allowable water level for different safety formats: (i) deterministic, (ii) semi-probabilistic, (iii) RBSF criterion " $AFS \geq FS_{req}$ ", (iv) RBSF criterion " $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ ",	

(v) probabilistic MC simulations with random variables $(C, \tan\phi)$ , (vi) probabilistic MC simulations with random variable $R$ . LN-PDF is used for RBSF and probabilistic methods. In boxes are Demand/Capacity ratios .....	75
Figure 4.13. Demand/Capacity ratios for RBSF as compared to MC, for varying PDF bounds in MC simulations ( $m_l$ ) and RBSF ( $k_R$ ).....	78
Figure 5.1. Facteurs de sécurité déterministes du barrage drainé et non drainé, variables $(C, \phi)$ et $(C, \tan\phi)$ .....	87
Figure 5.2. Courbes de fragilité obtenues par les analyses MCFOSM et FOSM du barrage drainé et non drainé, <b>variables aléatoires <math>(C, \phi)</math></b> .....	88
Figure 5.3. Courbes de fragilité obtenues par les analyses MCFOSM (et FOSM : mêmes résultats car fonction de performance linéaire) du barrage drainé et non drainé, <b>variables aléatoires <math>(C, \tan\phi)</math></b> .....	89
Figure 5.4. Ajustement de la cohésion $C$ aux PDF normal et lognormal.....	90
Figure 5.5. Ajustement du coefficient de friction $\tan\phi$ aux PDF normal et lognormal.....	91
Figure 5.6. Courbes de fragilité obtenues par les simulations Monte Carlo utilisant pour les variables $(C, \phi)$ et $(C, \tan\phi)$ des densités de probabilité <b>normales</b> , du barrage drainé et non drainé.....	91
Figure 5.7. Courbes de fragilité obtenues par les simulations Monte Carlo Carlo utilisant pour les variables $(C, \phi)$ et $(C, \tan\phi)$ des densités de probabilité <b>lognormale pour <math>C</math> et normale pour <math>\phi</math> ou <math>\tan\phi</math></b> , du barrage drainé et non drainé .....	92
Figure 5.8. Ajustement de la densité de probabilité pour la résistance à $H_w = 80$ m, données issues de tirages MC variables $(C, \tan\phi, H_w)$ .....	94
Figure 5.9. Coefficient de variation $c_R$ de la résistance $R$ , (i) calculé à partir de l'hypothèse du format RBSF, (ii) issu des simulations Monte Carlo .....	95
Figure 5.10. Coefficient de corrélation entre $R$ et $L$ obtenu par simulations Monte Carlo, variables $(C, \tan\phi, H_w)$ .....	96
Figure 5.11. Probabilité de défaillance obtenue par simulations de Monte Carlo (i) variables $(C, \tan\phi, H_w)$ , (ii) variables $(R, L)$ sans corrélation, (iii) variables $(R, L)$ avec $\rho_{RL} = -0.4$ .....	97



Figure 5.12. Tirages Monte Carlo de la variable aléatoire multivariée $\{R, L\}$ et domaine de défaillance pour $H_w = 80$ m.....	99
Figure 5.13. Courbe de fragilité : probabilité de défaillance en fonction du niveau d'eau.....	99
Figure 5.14. Niveaux d'eau autorisés par les critères (i) probabiliste (Monte Carlo), (ii) AFS $k_R = k_L = 1$ , (iii) AFS $k_R = k_L = 2$ , (iv) déterministe. ....	101
Figure 5.15. Niveaux d'eau autorisés par les méthodes (i) probabiliste (Monte Carlo) et (ii) AFS, pour trois niveaux d'incertitudes indiqués dans le Tableau 5.3, pour $p_f^* = 10^{-4}$ .....	103
Figure E.1. Calcul de $FS_{req}$ .....	118
Figure F.2. Calcul de $p_f$ sans incertitude sur la charge.....	119

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Sigles

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
ACB	Association Canadienne des Barrages
AFS	<i>Adjustable Factor of Safety</i>
ALARP	<i>As Low As Reasonably Possible</i>
ANCOLD	<i>Australian National Committee on Large Dams</i>
BCR	Béton Compacté au Rouleau
BCV	Béton Conventionnel Vibré
CDA	<i>Canadian Dam Association</i>
CFBR	Comité Français des Barrages et Réservoirs
CMP	Crue Maximale Probable
EPRI	<i>Electric Power Research Institute</i>
Fcurve	<i>Fragility curve</i>
FERC	<i>Federal Energy Regulatory Commission</i>
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
FOSM	<i>First Order Second Moment</i>
HCS	<i>Hazard Classification System</i>
ICOLD	<i>International Commission on Large Dams</i>
IS	<i>Indian Standards</i>
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
LN	Distribution lognormale

MC	Monte Carlo
MCFOSM	<i>Mean Centred First Order Second Moment</i>
N	Distribution normale
NA	Non autorisé
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PMF	<i>Probable Maximum Flood</i>
RBSF	<i>Reliability Based Safety Factor</i>
SF	<i>Safety Factor</i>
SORM	<i>Second Order Reliability Method</i>
SPANCOLD	<i>Spanish Committee on Large Dams</i>
USACE	<i>United States Army Corps of Engineers</i>
USBR	<i>United States Bureau of Reclamation</i>

### Symboles

A	Aire de la section horizontale
$A_c$	Aire en compression
C	Cohésion
c	Coefficient de considération des incertitudes physiques (AFS)
$c_L$	Coefficient de variation de la variable L, coefficient de considération des incertitudes physiques pour la variable L (AFS)
$c_R$	Coefficient de variation de la variable R, coefficient de considération des incertitudes physiques pour la variable R (AFS)
$c_X$	Coefficient de variation de la variable X
D	Domaine de défaillance
E	Coefficient d'efficacité du drainage

$e$	Distance du centre de la section à l'extrémité amont ou aval de l'ouvrage
$f_c'$	Résistance en compression du béton
$F_L$	Densité de probabilité cumulative de la variable L
$f_L$	Densité de probabilité de la variable L
$F_R$	Densité de probabilité cumulative de la variable R
$f_R$	Densité de probabilité de la variable R
$f_{RL}$	Densité de probabilité conjointe des variables R et L
$F_{RL}$	Densité de probabilité cumulative conjointe des variables R et L
FS	Facteur de sécurité
$FS_{det}$	Facteur de sécurité déterministe
$FS_{req}$	Facteur de sécurité requis
$f_t$	Résistance en traction du béton
$F_X$	Densité de probabilité cumulative de la variable X
$f_X$	Densité de probabilité de la variable X
$g$	Accélération de la pesanteur
G	Fonction de performance
$H_w$	Niveau d'eau
I	Moment d'inertie
k	Coefficient de considération des incertitudes statistiques (AFS)
$k_L$	Coefficient de considération des incertitudes statistiques pour la variable L (AFS)
$k_R$	Coefficient de considération des incertitudes statistiques pour la variable R (AFS)
L	Chargement global en cisaillement
l	Réalisation de la variable aléatoire L
$L'$	Chargement global en cisaillement pondéré par des coefficients de sécurité partiels semi-probabilistes

$L_k$	Valeur caractéristique du chargement global en cisaillement
$M$	Moment au centre de la section
$m$	Nombre d'écarts-types auquel est bornée une densité de probabilité
$m_l$	Nombre d'écarts-types auquel est bornée une densité de probabilité à gauche
$m_r$	Nombre d'écarts-types auquel est bornée une densité de probabilité à droite
$n$	Nombre de tirages (simulations Monte Carlo)
$p_f$	Probabilité de défaillance
$p_f^*$	Probabilité de défaillance cible
$p_{fMC}$	Probabilité de défaillance estimée par simulations de Monte Carlo
$r$	Réalisation de la variable aléatoire $R$
$R$	Résistance globale en cisaillement
$R'$	Résistance globale en cisaillement pondérée par des coefficients de sécurité partiels semi-probabilistes
$R_k$	Valeur caractéristique de la résistance globale en cisaillement
$\tan\phi$	Coefficient de friction
$U$	Sous-pressions
$u$	Transformée de $x$ dans l'espace normal centré réduit
$u^*$	Point de conception dans l'espace normal centré réduit
$U_{RL}$	Coefficient réducteur appliqué à $FS_{det}$ pour obtenir AFS
$V$	Résultante des efforts normaux
$w_{5LN}$	Fractile 5% de la loi LN
$w_{5N}$	Fractile 5% de la loi N
$W$	Poids propre de l'ouvrage
$W_w$	Poids de l'eau sur la crête
$x$	Réalisation de la variable aléatoire $X$

$X$	Variable aléatoire
$x^*$	Point de conception dans l'espace original
$Z$	Marge de sécurité
$z$	Réalisation de la variable aléatoire $Z$
$\alpha$	Coefficient de considération des incertitudes épistémiques (AFS)
$\alpha_L$	Coefficient de considération des incertitudes épistémiques pour la variable $L$ (AFS)
$\alpha_R$	Coefficient de considération des incertitudes épistémiques pour la variable $R$ (AFS)
$\beta$	Indice de fiabilité
$\gamma_C$	Coefficient de sécurité partiels semi-probabiliste pour le paramètre $C$
$\gamma_{\tan\phi}$	Coefficient de sécurité partiels semi-probabiliste pour le paramètre $\tan\phi$
$\delta_X$	Coefficient de variation de la variable $X$
$\mu_L$	Moyenne de la variable $L$
$\mu_R$	Moyenne de la variable $R$
$\mu_X$	Moyenne de la variable $X$
$\mu_X'$	Valeur nominale de la variable $X$
$\rho_c$	Masse volumique du béton
$\rho_{C\tan\phi}$	Coefficient de corrélation entre deux variables $C$ et $\tan\phi$
$\rho_{C\phi}$	Coefficient de corrélation entre deux variables $C$ et $\phi$
$\rho_{RL}$	Coefficient de corrélation entre deux variables $R$ et $L$
$\rho_w$	Masse volumique de l'eau
$\rho_{XY}$	Coefficient de corrélation entre deux variables $X$ et $Y$
$\sigma$	Contrainte normale amont ou aval
$\sigma_C$	Écart-type de la variable $C$
$\sigma_L$	Écart-type de la variable $L$

$\sigma_R$	Écart-type de la variable R
$\sigma_{\tan\phi}$	Écart-type de la variable $\tan\phi$
$\sigma_X$	Écart-type de la variable X
$\phi$	Angle de friction

**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE A – Analyse déterministe : calcul de la longueur de fissuration .....	114
ANNEXE B – Analyse probabiliste : FOSM.....	115
ANNEXE C – Analyse probabiliste : simulations de Monte Carlo .....	116
ANNEXE D – Analyse probabiliste : intégration directe .....	117
ANNEXE E – Analyse RBSF : calcul de $FS_{req}$ .....	118
ANNEXE F – Analyse RBSF : sans incertitude sur la charge.....	119
ANNEXE G – Statistiques : calcul du fractile 5% pour une densité de probabilité lognormale .	120



## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Contexte

Les barrages sont des ouvrages majeurs de génie civil, dont la rupture est un évènement extrêmement rare mais implique des conséquences désastreuses sur les plans économique, social, et environnemental, à cause du volume d'eau déversé à l'aval intervenant parfois sur des centaines de kilomètres. Les barrages-poids sont particulièrement sensibles à la submersion, en raison de l'importante poussée hydrostatique qui s'exerce alors sur le parement amont du barrage et l'augmentation associée des sous-pressions. En effet, cela met en défaut la capacité de résistance en cisaillement du barrage, réalisée grâce à la sollicitation de la friction et de la cohésion avec la fondation ou le corps du barrage, par le poids propre de l'ouvrage (FERC 2014). La durée de vie des barrages étant de plusieurs décennies, le vieillissement de l'ouvrage, les modifications de son environnement, une précision améliorée des méthodes de prévision des crues, rendent nécessaires des réévaluations régulières de la stabilité de l'ouvrage, souvent sous l'égide d'une agence de régulation gouvernementale. Or, la nature des ouvrages hydrauliques qui sont des systèmes hydro-géo mécaniques uniques, et leur évolution au cours de leur durée de vie, introduisent d'importantes **incertitudes épistémiques et aléatoires** quant à la détermination des paramètres qui gouvernent leur capacité de résistance.

### 1.2 Problématique

Pour satisfaire la stabilité au glissement, l'ouvrage doit vérifier l'état binaire tel que la résistance globale en cisaillement  $R$  soit strictement supérieure à la charge globale en cisaillement  $L$ . Afin de se prémunir des incertitudes associées à  $R$  et  $L$ , d'importants facteurs de sécurité  $FS_{det}$  sont requis. Selon des guides et recommandations, ces facteurs peuvent dépendre de la connaissance acquise sur les paramètres de résistance de l'ouvrage : par exemple, CDA (2007) requiert un facteur de sécurité de 3.0 lorsqu'aucun test n'a été effectué, et de 2.0 lorsque des essais sont disponibles. La marge de sécurité diminue ainsi lorsque la fiabilité des paramètres utilisés augmente. Néanmoins, ces valeurs sont issues de l'expérience et ne sont pas mathématiquement justifiées. Dans un contexte sociétal de réclamation de transparence, il importe alors de **rationnaliser la**

**considération des incertitudes** afin de justifier les facteurs de sécurité requis qui assurent la sécurité des personnes et des biens.

Le format probabiliste permet de considérer les incertitudes de manière mathématique. Son produit est une probabilité de défaillance,  $p_f$ , conditionnelle à un niveau de chargement, propre à l'ouvrage et considérant les incertitudes associées aux paramètres, à comparer à une probabilité de défaillance requise,  $p_f^*$ , dépendant de l'importance du barrage. Ce format répond aux exigences sociétales de transparence, et peut être lié au concept de risque et à la prise de décision basée sur l'analyse de risque, si des démarches supplémentaires sont menées (modèles d'exposition, de demande, de conséquences). Cependant, l'utilisation de méthodes probabilistes, par exemple de simulations de Monte Carlo, est complexe car les résultats sont sensibles aux hypothèses concernant le nombre de variables, les données statistiques, les bornes, les densités de probabilités (*Probability Density Functions* – PDF) ; elle requiert une expertise et des ressources souvent non disponibles dans la pratique.

Il s'agit alors de développer, valider et vérifier une procédure simplifiée qui permette de comparer un facteur de sécurité similaire à  $FS_{det}$ , ajusté en fonction de la connaissance de l'ouvrage, à un facteur de sécurité requis  $FS_{req}$  dépendant des incertitudes et du niveau de fiabilité souhaité pour le barrage, évalué à partir de ces méthodes probabilistes. La marge de sécurité requise devient fonction des incertitudes sur les paramètres de résistance de l'ouvrage. Cette méthode simplifiée se veut robuste, efficace en temps de calcul, comprenant un nombre limité de variables, d'interprétation facile, et elle pourrait être intégrée aux guides existants pour une évaluation complète de la stabilité des ouvrages.

Dans ce contexte, ce projet vise à établir une **approche progressive d'évaluation de la stabilité des barrages-poids**, combinant les formats d'évaluation existants (i) déterministe, (ii) du Facteur de sécurité adaptable (*Adjustable Factor of Safety* – AFS), (iii) probabiliste, afin de considérer rationnellement la propagation des incertitudes, principalement sur les paramètres de résistance au cisaillement (coefficient de friction et cohésion).

## 1.3 Objectifs

L'objectif général de ce projet de maîtrise est la définition d'une approche d'évaluation de la stabilité des barrages-poids en intégrant des formats d'évaluation existants de complexité croissante, afin de rationaliser la considération des incertitudes.

Ce travail est divisé selon les objectifs spécifiques suivants :

1. Effectuer une revue critique de la littérature à propos des formats d'évaluation de la stabilité des barrages : (i) déterministe, (ii) semi-probabiliste, (iii) méthode fiabiliste du facteur de sécurité adaptable (AFS), (iv) probabiliste ; et particulièrement de la considération des incertitudes sur les paramètres de résistance et de chargement pour chacun de ces formats,
2. Comparer les critères de stabilité des différents formats d'évaluation pour un barrage de référence, en augmentant progressivement le niveau d'eau de la retenue jusqu'à atteindre un état ne satisfaisant plus le critère de stabilité considéré. Il s'agit d'un barrage-poids de 80 m, proposé pour l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011 sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un barrage-poids pour le mécanisme de défaillance du glissement (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*, (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia, and Serrano-Lombillo 2011)),
3. Particulièrement, examiner le champ d'applicabilité, les avantages, les inconvénients, de l'évaluation de sécurité avec le format AFS par rapport aux méthodes probabilistes (simulations de Monte Carlo),
4. Caractériser l'influence des incertitudes sur la cohésion  $C$  et le coefficient de friction  $\tan\phi$ , sur l'évaluation de stabilité de l'ouvrage par chacun des formats de sécurité employés,
5. Étudier la réduction du problème de fiabilité de deux variables ( $C$  : cohésion,  $\tan\phi$  : coefficient de friction) à une variable ( $R$  : résistance globale),
6. Proposer une approche progressive d'évaluation de la stabilité des barrages-poids qui rationalise la prise en compte des incertitudes liées aux paramètres de résistance au cisaillement, définir son champ d'applicabilité, ses avantages et inconvénients,
7. Examiner l'introduction de l'incertitude sur la poussée hydrostatique,

8. Formuler des recommandations sur la mise en œuvre de l'approche progressive pour la pratique.

## 1.4 Méthodologie

La réalisation d'une revue critique de la littérature est une étape primordiale de ce projet. Elle comprend l'étude des formats existants d'évaluation de la stabilité des barrages, leurs caractéristiques, avantages, inconvénients, champs d'application.

- La reproduction d'exemples issus de la littérature permet tout d'abord de se familiariser avec l'évaluation de la stabilité des ouvrages hydrauliques.
- Le barrage de l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011 sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un barrage-poids pour le mécanisme de défaillance du glissement (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*, (Escuder-Bueno et al. 2011)) est choisi pour être utilisé pour les applications, en raison des comparaisons possibles avec les participants du Benchmark.
- Les différentes théories avancées concernant la considération des incertitudes sur les paramètres sont particulièrement considérées.

Des outils de calcul sont développés sous les logiciels MATLAB® (The MathWorks 2016) et Excel® (Microsoft 2016) et validés par comparaisons avec d'autres logiciels, et avec les résultats d'autres auteurs sur les mêmes exemples.

- Pour les analyses déterministes, la méthode de gravité est employée ; un algorithme de calcul itératif de la longueur de fissuration est construit et validé par des comparaisons avec le logiciel CADAM2D (Leclerc et Léger 2014).
- Pour les analyses semi-probabilistes, une feuille de calcul Excel® est utilisée.
- Pour les analyses probabilistes, des évaluations de la probabilité de défaillance par les méthodes MCFOSM et FOSM sont réalisées. Également, des simulations de Monte Carlo, ainsi qu'un calcul d'intégration directe pour le problème bivarié de fiabilité, sont effectués sous MATLAB®.

- Une option permettant de ne considérer que les incertitudes de résistance et non en chargement est ajoutée à l'existant format d'évaluation de l'AFS avec le logiciel MATLAB®, et le critère d'acceptation de l'AFS est enrichi des variantes (critères «  $FS_{det} \geq FS_{req}$  » et «  $AFS \geq 1$  ») afin d'appréhender l'influence des coefficients relatifs aux incertitudes.

L'application des différents formats d'évaluation à un barrage-poids de référence permet ensuite de comparer les critères de validation de la stabilité. Le niveau d'eau de la retenue est progressivement augmenté, et donc la poussée hydrostatique et les sous-pressions, jusqu'à atteindre un état non-satisfaisant selon le critère considéré.

- La méthode de gravité et le calcul itératif de la longueur de fissuration sont employés pour obtenir le facteur de sécurité déterministe  $FS_{det}$  pour chaque niveau d'eau. Les critères déterministe et semi-probabiliste sont appliqués.
- Les méthodes probabilistes FOSM et Monte Carlo sont utilisées et les résultats validés par la comparaison avec les participants de l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011. Les simulations de Monte Carlo sont privilégiées car la fonction de performance utilisée ne requiert pas de performances de calcul contraignantes.
- Les résultats obtenus avec le format AFS sont comparés aux résultats obtenus par les simulations de Monte Carlo, avec et sans incertitudes sur le chargement.
- Des études de sensibilités sur les paramètres de résistance et les incertitudes associées sont menées afin de caractériser l'influence des incertitudes sur l'évaluation de stabilité de l'ouvrage avec chacun des formats employés. Particulièrement, la répartition des valeurs expérimentales (écart-type), les bornes, les PDF, les coefficients du format AFS sont étudiés.
- Des courbes de fragilité représentant la probabilité de défaillance en fonction du niveau d'eau dans la retenue, sont construites à l'issue de ces analyses.
- Également, des histogrammes permettent de comparer les niveaux d'eau autorisés par les critères de stabilité examinés.

Une approche progressive est définie, se proposant de rationaliser la considération des incertitudes, et comprenant des recommandations pour son application dans les pratiques professionnelles. Un

article scientifique est rédigé et soumis pour publication à la revue *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*.

## **1.5 Contenu du mémoire**

Ce mémoire est divisé en sept chapitres, incluant cette introduction. Le second chapitre présente la revue critique de la littérature faisant état des connaissances à propos des formats d'évaluation de la stabilité des barrages, et particulièrement la considération des incertitudes sur les paramètres de résistance des ouvrages. Le troisième chapitre résume la démarche qui a été employée pour ce travail de recherche, et introduit l'article scientifique soumis qui constitue le quatrième chapitre. Le cinquième chapitre comprend les résultats complémentaires étudiés lors du projet. Une discussion générale est menée dans le sixième chapitre, et les conclusions et recommandations complètent ce mémoire dans le septième chapitre.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE : FORMATS D'ÉVALUATION DE LA STABILITÉ DES BARRAGES-POIDS

### 2.1 Introduction

Les barrages sont des ouvrages majeurs de génie civil, dont la rupture est un évènement extrêmement rare mais implique des conséquences désastreuses sur les plans économique, social, environnemental, à cause du volume d'eau déversé à l'aval intervenant parfois sur des centaines de kilomètres. La documentation des ruptures de barrage-poids de Deroo et Jimenez (2011) montre qu'une crue intervient dans la majorité des accidents – d'autres ruptures ont lieu lors du remplissage du réservoir. En effet, la submersion de l'ouvrage entraîne une poussée hydrostatique très importante et de fortes sous-pressions, qui mettent en défaut la capacité de résistance d'un barrage-poids exercé par frottement sur la fondation (FERC 2014). Malgré que plusieurs accidents dus à une submersion à l'orée du vingtième siècle, comme la rupture du barrage de Bouzey en 1895 en France et celle du barrage d'Austin en 1911 aux États-Unis, aient permis de connaître l'importance des sous-pressions et de dimensionner les ouvrages adéquatement – notamment en intégrant un système de drainage performant à inspecter régulièrement – le risque de rupture reste lié à l'occurrence d'une forte crue.

Le risque est défini comme le produit de (i) la probabilité de défaillance du barrage par (ii) les conséquences de la rupture (Bury et Kreuzer 1985). En génie civil, les structures comme les ponts, les bâtiments, sont désormais évaluées grâce aux méthodes probabilistes ou semi-probabilistes, qui sont alors liées au concept de risque acceptable grâce à la probabilité de défaillance des ouvrages. La définition d'une probabilité de défaillance cible est un enjeu, puisque se pose alors la question : **à partir de quand un ouvrage est-il suffisamment sécuritaire ?**

Les barrages sont en service pour une durée de plusieurs décennies. Au cours de la durée de vie de l'ouvrage, les méthodes d'évaluation des évènements hydrologiques peuvent évoluer et la nouvelle crue de conception peut devenir plus importante que l'originale, ce qui rend nécessaire une réévaluation de la stabilité. Or, le vieillissement du barrage peut impliquer un endommagement de la structure de l'ouvrage, de la fondation, des équipements mécaniques. La réévaluation compte donc de nombreuses **incertitudes** liées aux paramètres de résistance et de chargement, que les traditionnelles méthodes d'évaluation déterministes ne permettent pas de considérer. Pour

connaître les incertitudes, leurs effets, et leurs sources – afin de préciser les risques associés à l’ouvrage, et optimiser la réduction des incertitudes – **une évolution des pratiques est alors nécessaire.**

L’analyse déterministe est utilisée dans de nombreux pays (ANCOLD 2013; CDA 2007; FERC 2002; Ruggeri 2004; USACE 1995, 2005; USBR 1976), mais d’autres formats d’évaluation de la sécurité des ouvrages existent d’ores et déjà : (i) méthodes probabilistes (FERC 2014; ISO 2015; JCSS 2008; SPANCOLD 2013; Westberg Wilde et Johansson 2016), (ii) semi-probabilistes (ANCOLD 1991; CFBR 2006-2012, 2010-2015; IS 1984-1998; Peyras et al. 2008; SPANCOLD 2003), (iii) Facteur de Sécurité Adaptable en fonction des incertitudes propres à l’ouvrage (*Adjustable Factor of Safety (AFS)*) (Kreuzer et Léger 2013). Ils sont actuellement à l’étude pour leur application aux ouvrages hydrauliques, et font l’objet de nombreuses publications. Les thèmes portant sur les méthodes probabilistes des Ateliers comparatifs internationaux sur l’analyse numérique des barrages (*International Benchmark Workshops on Numerical Analysis of Dams*) d’ICOLD en 2011 et 2017 prouvent l’intérêt grandissant que la profession accorde à ces alternatives au modèle déterministe traditionnel (Escuder-Bueno et al. 2011). Les méthodes semi-probabilistes sont déjà appliquées dans les pratiques professionnelles (CFBR 2006-2012), et les méthodes probabilistes peuvent être employées pour justifier la stabilité d’un ouvrage dans des situations particulières (ISO 2015). Notamment, aux Pays-Bas, dans le cadre du projet de l’Analyse Nationale du Risque d’Inondation pour les Pays-Bas (*the National Flood Risk Analysis for the Netherlands*), des recherches sont menées depuis 2006 afin d’évoluer d’une analyse déterministe vers une analyse de risque généralisée en 2017, utilisant les méthodes semi-probabiliste et probabiliste, adaptée aux systèmes et scénarii définis sur le territoire hollandais (Jongejan et Maaskant 2013; Vergouwe 2016). Par ailleurs, le concept de courbes de fragilité construites à la suite d’une analyse probabiliste a été développé à l’origine pour les structures nucléaires soumises au risque sismique, mais peut être utilisé pour la sécurité hydraulique des barrages. La probabilité de défaillance de l’ouvrage est alors représentée en fonction du niveau d’eau, et l’on peut l’utiliser pour comparer plusieurs possibilités de renforcement ou réhabilitation : il s’agit d’un outil intéressant pour la prise de décision (Ellingwood et Tekie 2001), assurant une optimisation des coûts et une meilleure quantification des marges de sécurité dans un contexte sociétal d’exigence de transparence. Également, les courbes de fragilité pourront être combinées à un modèle de conséquences afin de quantifier le risque (Porter 2017).



Dans cette revue de littérature, seront abordés les concepts généraux intervenant dans l'évaluation de la stabilité des barrages. Puis, les différents formats d'évaluation seront détaillés, et nous étudierons en particulier la manière dont sont considérées les incertitudes à travers ces différents formats d'évaluation présentés.

## **2.2 Sécurité des barrages soumis à la submersion**

### **2.2.1 Barrage-poids**

Un barrage-poids est un ouvrage de retenue d'eau dont la résistance à la poussée hydrostatique, aux sous-pressions et autres actions, est assurée par son poids propre (Degoutte 2002). Les autres types de barrages couramment utilisés sont les barrages voûtes, qui résistent à la poussée hydrostatique par l'action en compression des arcs sur les rives ; et les barrages en remblai, plus économiques mais plus sensibles au déversement que les barrages rigides. Un barrage-poids est nécessairement implanté sur une fondation rocheuse de bonne qualité, afin de supporter la rigidité de l'ouvrage. Aussi, son drainage doit être étudié attentivement, car les sous-pressions jouent un rôle important pour la stabilité de l'ouvrage.

Trois catégories de barrage-poids sont établies à partir des matériaux les constituant :

- Maçonnerie : matériau de construction très utilisé jusqu'au début du XXème siècle, qui nécessite une importante main d'œuvre ; il est encore aujourd'hui employé dans certains pays pour des ouvrages de petite taille,
- Béton conventionnel vibré (BCV) : au cours du XXème siècle, cette technique a été employée pour un grand nombre d'ouvrages de toutes tailles et utilisations ; le béton est constitué de gros granulats et de ciment fortement dosé,
- Béton compacté au rouleau (BCR) : à partir des années 1980, les ouvrages en BCR ont progressivement remplacé le BCV grâce à l'avantage majeur qu'est la rapidité d'exécution par des engins de terrassement ; la quantité de ciment a pu être réduite avec le compactage de fines couches afin de limiter l'exothermie.

On observe trois profils de barrage-poids : arqué, trapézoïdal, symétrique. Le profil trapézoïdal est le plus largement utilisé (Peyras et al. 2010b, Figure 2.1).

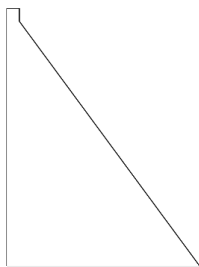


Figure 2.1. Profil type d'un barrage trapézoïdal

Les barrages-poids sont ensuite catégorisés selon leur hauteur et le volume d'eau contenu dans la retenue (Gouvernement du Québec, 1996).

### 2.2.2 Crues

Lorsque les précipitations sont trop importantes sur un bassin hydrographique, le sol n'absorbe plus, le ruissellement s'intensifie, et le débit transporté par les cours d'eau augmente. Ces épisodes de crue peuvent être saisonniers ou exceptionnels. Afin de prévoir la quantité d'eau, des modèles mathématiques sont mis en place ; ils utilisent les débits de crue historiques, les mesures de précipitations enregistrées. Une analyse fréquentielle des débits permet d'obtenir un débit de pointe correspondant à une période de retour ou une fréquence prédéterminée, ou la Crue Maximale Probable (CMP – *Probable Maximum Flood* (PMF)). Par exemple, au Québec, selon leur classement, les barrages sont conçus pour supporter sans dommage (grâce au laminage par la retenue et au débit évacuable par l'évacuateur de crues) une crue de période de retour 100, 1 000, 10 000 ans, ou bien la CMP : la probabilité qu'une crue d'un tel débit se produise est, chaque année, de 1/100, 1/1 000, 1/10 000 (Gouvernement du Québec, 1996). Des modélisations plus précises utilisent des simulations de précipitations et d'écoulement pour calculer ces débits ainsi que le niveau d'eau dans la retenue correspondant.

Seulement, avec les données historiques dépassant rarement plus d'un siècle, et des périodes de retour recherchées extrêmement longues, il est complexe de déterminer précisément les crues de conception : des incertitudes sont donc associées au niveau d'eau prévu. D'autre part, bien qu'exceptionnelles, de telles crues peuvent se produire : alors leur prise en compte dans l'historique qui a servi à projeter les crues de conception précédentes, vient rehausser les estimations. Ce fut le cas au Saguenay en 1996, lorsqu'une crue de période de retour comprise entre 1 000 et 10 000 ans,

et peut-être même plus, causa la rupture d'un barrage en terre et vint endommager plusieurs ouvrages civils dont la centrale hydroélectrique de Chicoutimi (Léger et al. 2000).

### **2.2.3 Mécanismes de défaillance**

Plusieurs mécanismes de défaillance distincts peuvent entraîner la rupture d'un barrage. Sont couramment étudiés pour les barrages-poids :

- Le glissement,
- La fissuration excessive,
- L'écrasement du béton en compression,
- Le renversement.

Également, peuvent intervenir selon la configuration du site :

- Des débris flottants,
- L'érosion à l'aval.

Ces mécanismes sont étudiés séparément, puis combinés afin de former des scénarii de défaillance susceptibles de se produire lors de l'évènement défavorable considéré – une crue.

### **2.2.4 Méthode de gravité**

La méthode de gravité est couramment employée pour l'étude de stabilité des barrages-poids, pour lesquels on désire se prémunir contre le glissement de l'ouvrage, la fissuration excessive, l'écrasement du béton en compression, le renversement de l'ouvrage. Il s'agit en premier lieu d'identifier la géométrie du barrage ainsi que les surfaces de rupture potentielles (joints de reprise, interface béton-rocher). Une modélisation bidimensionnelle classique consiste à étudier l'ouvrage par sections de 1 m de largeur, en négligeant les effets tridimensionnels. Un calcul en 3D peut aussi être réalisé si la géométrie de l'ouvrage est complexe, ou s'il est souhaitable de préciser les résultats de l'étude 2D.

La méthode de gravité consiste à :

- i. Calculer les contraintes normales pour évaluer la longueur de fissuration et pour valider la résistance en compression du béton,

- ii. Évaluer la résistance au glissement de l'ouvrage pour en déduire une marge ou un facteur de sécurité, et positionner la résultante des forces pour vérifier une condition de non-renversement.

Les efforts s'appliquant sur l'ouvrage, considéré comme un solide indéformable, sont étudiés en premier lieu. Il s'agit du poids propre, de la poussée hydrostatique amont, de la poussée hydrostatique aval, des sous-pressions, de la poussée des sédiments, de l'action des ancrages en post-tension etc. (Figure 2.2).

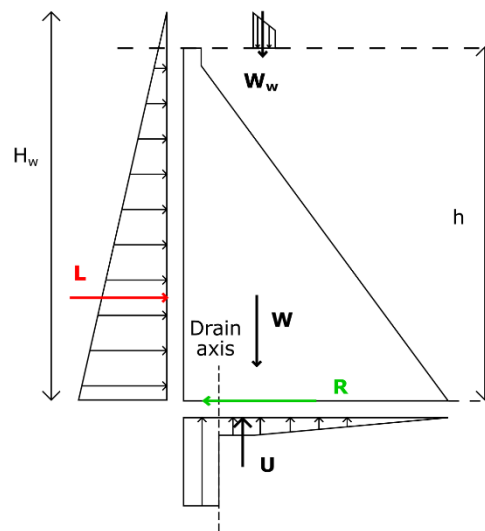


Figure 2.2. Actions s'appliquant à l'ouvrage

Les contraintes normales amont et aval sont calculées grâce à la théorie des poutres, selon la formule :

$$\sigma = \frac{V}{A} \pm \frac{Me}{I},$$

Où :

$V$  est la résultante des actions verticales,

$A$  est l'aire de la section horizontale considérée,

$M$  est le moment au centre de la section,

$e$  est la distance du centre de la section à l'extrémité amont ou aval de l'ouvrage,

$I$  est le moment d'inertie de la section.

Si la contrainte amont excède la résistance à la traction de l'ouvrage, la longueur de fissuration est obtenue de manière itérative (*cracked base analysis*, Figure 2.3).

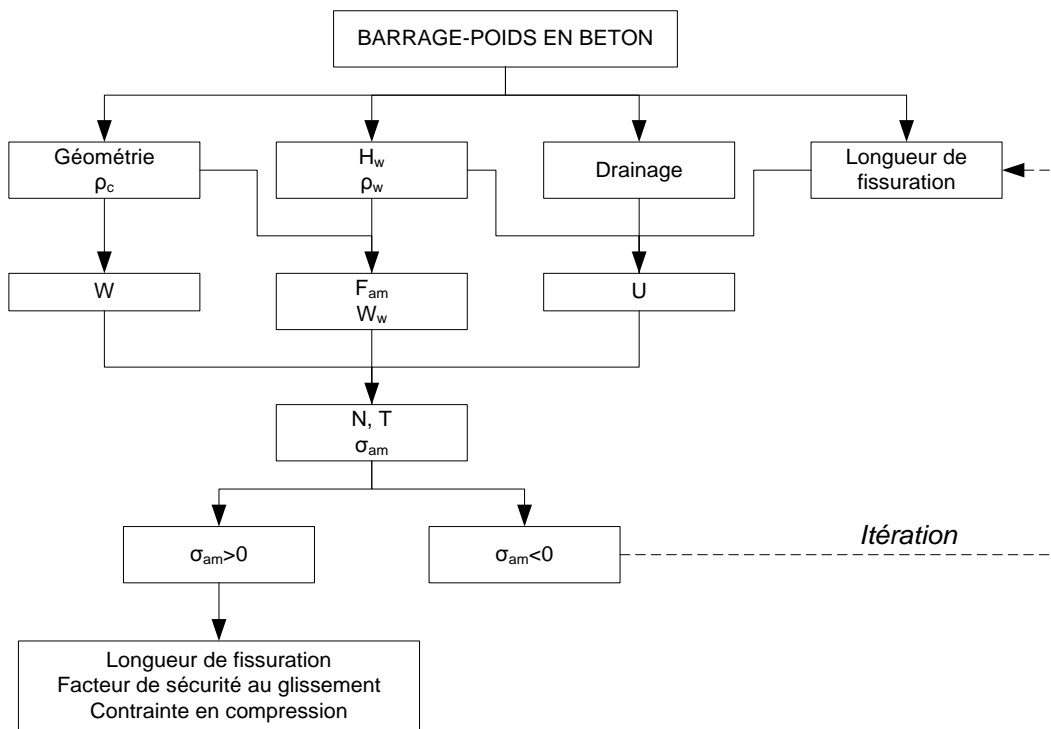


Figure 2.3. Processus itératif de calcul de la longueur de fissuration

La résistance au cisaillement est due à la cohésion au joint étudié, et aux frottements sollicités par le poids propre de l'ouvrage. Elle est évaluée avec le critère de rupture de Mohr-Coulomb (Figure 2.4) :

$$R = V \tan \phi + A_c C,$$

Où :

$V$  est la résultante des actions verticales,

$A_c$  est l'aire en compression,

$\tan \phi$  est le coefficient de frottement,

$C$  est la cohésion.

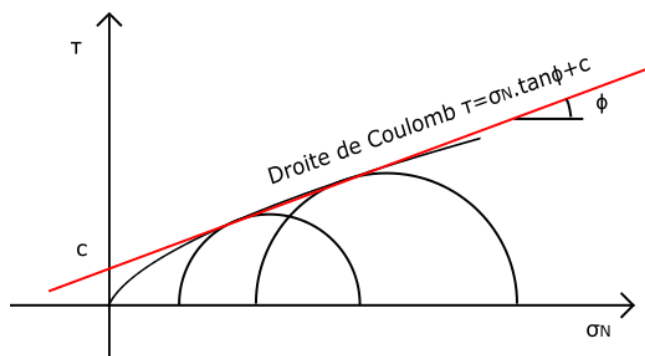


Figure 2.4. Critère de rupture de Mohr-Coulomb

La résistance au cisaillement,  $R$ , doit, pour assurer la stabilité au glissement de l'ouvrage, excéder la résultante des actions horizontales  $L$ . La différence, ou rapport, entre  $R$  et  $L$ , est utilisée pour les évaluations : déterministe et AFS (facteur de sécurité), semi-probabiliste (coefficients partiels), probabiliste (fonction de performance).

### 2.2.5 Définition des paramètres de résistance

Les barrages sont des ouvrages en relativement faible nombre, dont les caractéristiques sont spécifiques aux terrains d'implantation. De plus, il est difficile de reproduire ces conditions de terrain en laboratoire, donc d'obtenir des modèles réduits représentatifs sur lesquels on peut effectuer des essais destructifs; et il est difficile d'obtenir une connaissance pertinente de l'ouvrage à partir de tests non-destructifs sur les barrages existants à cause de l'hétérogénéité des paramètres dans la structure. Les incertitudes associées aux paramètres de résistance sont ainsi souvent importantes. D'autre part, les conditions de construction du barrage sont primordiales pour choisir les paramètres de résistance à utiliser dans les analyses, mais souvent anciennes et mal documentées ; et le vieillissement de l'ouvrage modifie les paramètres de résistance initialement considérés, ce qui propage également des incertitudes.

Comme la plupart des guides recommandent l'utilisation de l'analyse déterministe pour évaluer la stabilité des barrages, le choix des paramètres est effectué à partir des essais précédemment cités, mais sans considérer les incertitudes associées – par exemple, le très faible nombre d'essais ou leur faible représentativité – et du jugement de l'ingénieur en fonction de l'expérience dans la profession.

Les principaux paramètres entrant en jeu dans la résistance de l'ouvrage sont la cohésion  $C$ , le coefficient de frottement  $\tan\phi$ , la résistance à la traction  $f_t$ , et la résistance à la compression  $f_c'$ . La méthodologie et les essais couramment utilisés pour déterminer les propriétés de résistance mécanique de la fondation, des joints rocheux, du corps du barrage et des reprises de bétonnage sont détaillés dans CFBR (2006-2012); Peyras et al. (2010b).

À partir des valeurs obtenues de plusieurs essais, nous pouvons calculer les indicateurs statistiques des paramètres voulus sous MATLAB® (The MathWorks 2016).

Considérons  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  les  $N$  valeurs prises par la variable aléatoire discrète  $X$  (notre paramètre à l'étude) lors d'observations.

La **moyenne** ou **espérance mathématique** de la variable  $X$  est définie par :

$$\mu_X = E[X] = \sum_{i=1}^N x_i P(X = x_i)$$

La **variance** de  $X$  est :

$$v(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2$$

L'**écart-type** de la variable  $X$  est définie comme :

$$\sigma_X = \sqrt{v(X)}$$

Dans la pratique, on utilisera pour calculer l'écart-type de nos observations la formule :

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)^2}$$

Le **coefficient de variation** de  $X$  est :

$$\delta_X = c_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

Nous utiliserons aussi des valeurs nominales et caractéristiques de la variable  $X$ .

La **valeur nominale** de la variable  $X$  est sa valeur moyenne, minorée ou majorée d'une quantité pour tenir compte des incertitudes physiques s'exerçant sur ce paramètre :

$$\mu'_X = \mu_X (1 \pm k_X c_X)$$

Où :

$k_X$  est un coefficient issu du jugement de l'ingénieur ou de l'expert.

La **valeur caractéristique** de la variable  $X$  est définie à partir des observations et du jugement de l'ingénieur. Il s'agit d'une estimation prudente de la valeur moyenne, ou du fractile à 5% d'un paramètre de résistance, et fractile à 95% d'un paramètre de chargement (CFBR 2006-2012), c'est-à-dire que respectivement 5% et 95% des valeurs distribuées du paramètre sont inférieures à la valeur caractéristique  $R_k$  ou  $L_k$  (Figure 2.5).

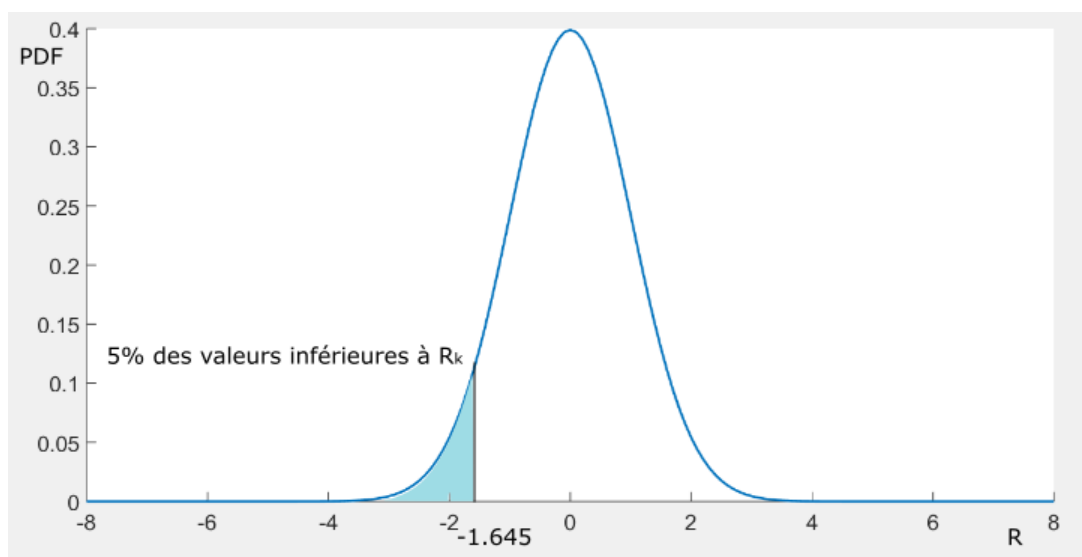


Figure 2.5. Fractile à 5% d'une loi normale

Lorsque les essais sont peu nombreux, non réalisables ou non représentatifs, les valeurs utilisées pour les calculs sont couramment des estimations prudentes des indicateurs statistiques – par exemple valeurs nominales ou caractéristiques –, ou bien des valeurs types issues d'ouvrages similaires, choisies par l'ingénieur expérimenté. La surveillance et l'auscultation du barrage, régulière ou non, est prise en compte pour déterminer les incertitudes associées au vieillissement de l'ouvrage et modifier en fonction les valeurs considérées. Lors de l'application de méthodes probabilistes, l'approche bayésienne est utilisée pour obtenir les valeurs à employer.

Finalement, l'efficacité du drainage intervient également dans l'étude de stabilité du barrage. Elle dépend beaucoup de l'âge de l'ouvrage et de son entretien. Elle est choisie selon les recommandations en vigueur dans le pays de localisation.



## 2.3 Approche progressive d'évaluation de la stabilité structurale

Il existe différents formats d'évaluation de la stabilité structurale des barrages-poids : il est ainsi possible d'établir une approche progressive, en appliquant successivement ces méthodes de la plus simple à la plus complexe, afin de préciser les résultats et de considérer au mieux les incertitudes associées aux paramètres d'entrée (Figure 2.6). Nous étudions par la suite en détail les caractéristiques des formats proposés.

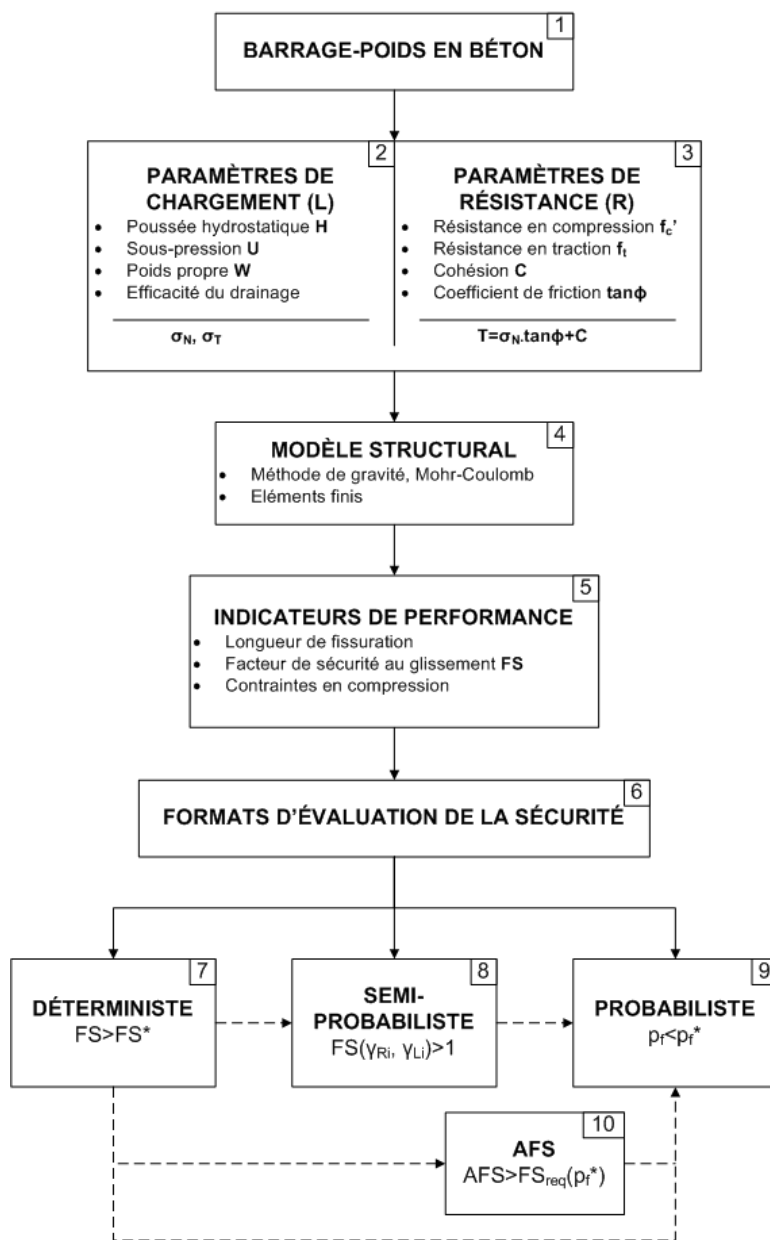


Figure 2.6. Approche progressive d'évaluation de la stabilité structurale

## 2.4 Analyse déterministe

L'analyse déterministe est traditionnellement utilisée pour évaluer la stabilité des barrages ; les normes et recommandations en usage dans de nombreux pays prônent son utilisation (Ruggeri 2004). Elle consiste à appliquer la méthode de gravité précédemment présentée, et à comparer la caractéristique du mécanisme de défaillance à l'étude – facteur de sécurité pour la résistance au cisaillement, longueur de fissuration, résistance à la compression, position de la résultante des forces - à la quantité requise pour assurer une marge de sécurité adéquate par les recommandations ou normes en vigueur.

Le facteur de sécurité déterministe au glissement est défini par :

$$FS = R/L,$$

Où :

$L$  est la charge appliquée sur l'ouvrage,

$R$  est la résistance au cisaillement, évaluée avec le critère de rupture de Mohr-Coulomb pour la méthode de gravité.

Les quantités requises dépendent de la combinaison des chargements considérée. Pour des événements rares, une marge de sécurité moins importante est autorisée.

Par exemple, l'Association Canadienne des Barrages (ACB – *Canadian Dam Association (CDA)*) définit trois combinaisons de chargement associées au niveau d'eau : usuelle, exceptionnelle, extrême – crue (CDA 2007).

Afin de conserver la cohérence entre les coefficients présentés provenant de différentes sources, nous utilisons ces trois combinaisons de chargement, même si dans les documents étudiés elles sont réparties dans des catégories propres à chaque document. Notamment, nous considérons ici uniquement les combinaisons liées au **niveau d'eau**, et non aux séismes par exemple. De même, nous nous intéressons aux coefficients à appliquer lors de l'étude de l'**interface barrage-fondation**, bien que certains documents préconisent des coefficients différents lors de l'étude d'une rupture en fondation ou dans le corps du barrage.

Certains documents requièrent un facteur de sécurité global, pour chaque combinaison (Tableau 2.1).

Tableau 2.1. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis sans considération de l'état de connaissance des paramètres

Combinaison de chargement	Facteur de sécurité requis	
	USBR (1976)	USACE (1995)
Usuelle	3.0	2.0
Exceptionnelle	2.0	1.7
Extrême – crue	1.0	1.3

D'autres documents distinguent les niveaux de connaissance des paramètres de résistance du barrage. C'est le cas de CDA (2007) qui diminue le facteur de sécurité requis si des tests ont été effectués (Tableau 2.2).

Tableau 2.2. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon la connaissance des paramètres (CDA 2007)

Combinaison de chargement	Facteur de sécurité requis		
	Cohésion nulle	Cohésion et friction – avec tests de matériaux	Cohésion et friction – sans test de matériaux
Usuelle	$\geq 1.5$	$\geq 2.0$	$\geq 3.0$
Exceptionnelle	$\geq 1.3$	$\geq 1.5$	$\geq 2.0$
Extrême – crue	$\geq 1.1$	$\geq 1.1$	$\geq 1.3$

ANCOLD (2013) requiert des facteurs de sécurité au glissement en considérant la résistance maximale (ou « de pic »), et la résistance résiduelle. La connaissance des paramètres de résistance est prise en compte par la catégorisation des valeurs « bien définies » ou non (Tableau 2.3).

Tableau 2.3. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon la connaissance des paramètres (ANCOLD 2013)

Combinaison de chargement	Facteur de sécurité requis		
	Cohésion et friction résiduelles	Cohésion et friction maximales – bien définies	Cohésion et friction maximales – non-bien définies
Usuelle	$\geq 1.5$	$\geq 2.0$	$\geq 3.0$
Exceptionnelle	$\geq 1.3$	$\geq 1.5$	$\geq 2.0$
Extrême – crue	$\geq 1.1$	$\geq 1.3$	$\geq 1.5$

Enfin, certains documents catégorisent les barrages selon les conséquences qu'une rupture engendrerait, faisant ainsi le lien avec les concepts de probabilité de défaillance et de risque.

FERC (2002) distingue les ouvrages à risques faibles de ceux à risques modérés à élevés, c'est-à-dire que les facteurs de sécurité requis sont plus importants lorsqu'une défaillance de l'ouvrage introduit de graves conséquences à l'aval. En revanche, les facteurs de sécurité requis sont identiques que des essais afin d'avoir une meilleure estimation des paramètres de résistance du barrage aient été réalisés ou non (Tableau 2.4).

Tableau 2.4. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon des conséquences d'une défaillance (FERC 2002)

Combinaison de chargement		Facteur de sécurité requis	
		Cohésion nulle (1)	Cohésion et friction
Risques faibles	Usuelle	$\geq 1.5$	$\geq 2.0$
	Exceptionnelle	$\geq 1.3$	$\geq 1.25$
Risques élevés	Usuelle	$\geq 1.5$	$\geq 3.0$
	Exceptionnelle	$\geq 1.3$	$\geq 2.0$

(1) Dans le cas où la cohésion est considérée nulle, la combinaison de chargement « usuelle » est la combinaison statique la plus défavorable, et la combinaison de chargement « exceptionnelle » est le cas de crue.

USACE (2005) différencie les structures normales des structures critiques : les structures sont dites critiques lorsqu'une rupture conduirait à la perte de vies humaines. Sont également distingués les niveaux de connaissance des paramètres de résistance du barrage, en fonction des essais réalisés et de la documentation sur les conditions de conception des barrages existants. Une faible connaissance n'est pas autorisée pour les structures critiques (Tableau 2.5).

Tableau 2.5. Facteurs de sécurité déterministes au glissement requis selon les conséquences d'une défaillance et la connaissance des paramètres (USACE 2005)

Combinaison de chargement		Facteur de sécurité requis		
		Bonne connaissance	Connaissance ordinaire	Connaissance limitée
Structure normale	Usuelle	$\geq 1.4$	$\geq 1.5$	$\geq 3.0$
	Exceptionnelle	$\geq 1.2$	$\geq 1.3$	$\geq 2.6$
	Extrême – crue	$\geq 1.1$	$\geq 1.1$	$\geq 2.2$
Structure critique	Usuelle	$\geq 1.7$	$\geq 2.0$	NA (1)
	Exceptionnelle	$\geq 1.3$	$\geq 1.5$	NA
	Extrême – crue	$\geq 1.1$	$\geq 1.1$	NA

(1) NA : non autorisé

Les tests matériels permettent de diminuer les incertitudes quant aux valeurs des paramètres intervenant dans la résistance du barrage (cohésion et angle de friction). Il est reconnu, par la diminution des facteurs de sécurité requis si des tests ont été effectués, qu'une marge de sécurité plus importante doit être respectée lorsque le niveau d'incertitude est élevé. En revanche, les valeurs des coefficients de sécurité déterministes requis sont issues de l'expérience (Kovarik 2000), et n'ont pas de justification mathématique.

## 2.5 Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance

Aux paramètres entrant en jeu dans la capacité de résistance d'un ouvrage, sont reliés plusieurs niveaux d'incertitudes. Par exemple, le poids propre de l'ouvrage variera peu et peut-être déterminé aisément, alors que la détermination des sous-pressions est beaucoup plus imprécise. Il est alors intéressant d'associer différents coefficients de sécurité aux paramètres — notamment, concernant la résistance de la fondation, à la cohésion et le coefficient de frottement — plutôt que de considérer un facteur de sécurité global (Rocha 1974, Tableau 2.6). Le coefficient de sécurité à appliquer dépendra de la valeur choisie du paramètre : il peut s'agir d'une valeur moyenne, ou bien de la valeur caractéristique.

Tableau 2.6. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon Rocha (1974)

Combinaison de chargement	Coefficient diviseur à appliquer	
	$\tan\phi$	C
Non précisée	1.5 - 2	3 - 5

Plusieurs pays ont adopté cette méthode des coefficients de sécurité partiels des paramètres de résistance, notamment l'Inde (Tableau 2.7) et l'Espagne (Tableau 2.8).

Tableau 2.7. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon IS (1984-1998)

Combinaison de chargement	Coefficient diviseur à appliquer	
	$\tan\phi$	C
Usuelle	1.5	3.6
Exceptionnelle	1.5	3.6
Extrême	1.0	1.2

Tableau 2.8. Coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance selon SPANCOLD (2003)

Combinaison de chargement		Coefficient diviseur à appliquer	
		$\tan\phi$	C
A : Structure critique	Usuelle	1.5	5.0
	Exceptionnelle	1.2	4.0
	Extrême	>1.0	3.0
B : Structure introduisant de faibles risques	Usuelle	1.4	5.0
	Exceptionnelle	1.2	3.0
	Extrême	>1.0	2.0

Il est ainsi reconnu que l'influence des incertitudes de la cohésion (C) sur la résistance est plus importante que celles du coefficient de frottement ( $\tan\phi$ ).

Cependant, les valeurs recommandées pour les coefficients de sécurité partiels dans les codes ayant adopté cette pratique sont basées et ajustées sur l'expérience, et l'on ne peut pas quantifier le niveau de sécurité qu'ils assurent en termes de probabilités de défaillance cible.



## 2.6 Méthode semi-probabiliste

La méthode semi-probabiliste s'appuie sur le même principe que celui des coefficients partiels de réduction des paramètres de résistance, mais introduit également un coefficient partiel à appliquer à la charge (Tableau 2.9).

Tableau 2.9. Coefficients partiels selon ANCOLD (1991)

Combinaison de chargement	Coefficient multiplicateur à appliquer			
	Fondation – Résistance maximale au cisaillement	Fondation – Résistance résiduelle au cisaillement	Béton (1)	Charges (2)
Usuelle	0.3	0.5	0.4	0.95 à 1.50
Exceptionnelle	0.4	0.7	0.5	
Extrême	0.8	1.0	1.0	

- (1) La résistance au cisaillement à considérer dans l'analyse est la résistance la plus faible du béton ou de la fondation : à moins d'un béton de très faible qualité, c'est souvent la résistance de la fondation qui est prise en compte.
- (2) Coefficient inférieur à 1 pour les charges contribuant à la stabilité (poids propre) et variant selon la connaissance ; et supérieur à 1 pour les charges contribuant à l'instabilité (sous-pressions, poussée hydrostatique, sédiments).

En France, afin d'uniformiser l'évaluation des ouvrages hydrauliques avec les Eurocodes en application en Europe pour différentes structures de Génie Civil, CFBR (2006-2012); Peyras et al. (2008) recommandent une telle analyse (Tableau 2.10). La méthode semi-probabiliste est également présente dans CFBR (2010-2015) qui permet d'évaluer les barrages et digues en remblai.

Tableau 2.10. Coefficients partiels selon CFBR (2006-2012)

Combinaison de chargement	Coefficient diviseur à appliquer		
	$\tan\phi$	C	L (1)
Usuelle	1.5	3.0	1.0
Exceptionnelle	1.2	2.0	
Extrême	1.0	1.0	

(1) L est la poussée hydrostatique.

Les Pays-Bas utilisent également la méthode semi-probabiliste pour l'évaluation de la stabilité des digues, intégrées dans des systèmes afin de réaliser une analyse de risque (Vergouwe 2016). Kovarik (2000) et Jongejan et Calle (2013) précisent la manière dont sont calibrés les coefficients partiels pour la méthode semi-probabiliste. Selon les codes qui définissent de tels coefficients, ils peuvent être calculés à partir d'analyses probabilistes, ou bien ajustés de manière à minimiser la différence avec les pratiques traditionnelles ayant servi à dimensionner les barrages existants. En effet, pour les barrages notamment, les ouvrages existants ayant été conçus et évalués avec des méthodes déterministes, il est important de pouvoir situer les évaluations récentes par analyses semi-probabilistes par rapport aux résultats précédents, ce que permet de retrouver une telle calibration des coefficients.

## 2.7 Analyse probabiliste

### 2.7.1 Méthodes

La **probabilité de défaillance** d'un ouvrage, notée  $p_f$ , est le produit de la probabilité de défaillance de l'ouvrage conditionnelle à l'occurrence d'un évènement défavorable, par la probabilité d'occurrence de cet évènement.

$$p_f = P(\text{réponse}|\text{chargement}).P(\text{chargement})$$

Un ouvrage peut être considéré comme élément ou système d'éléments. Dans ce dernier cas, les probabilités de défaillance des éléments le constituant peuvent être combinées pour évaluer la probabilité de défaillance du système (cf. section 2.7.5). De nombreuses méthodes existent pour estimer la probabilité de défaillance d'un élément. Nous pouvons les regrouper en trois catégories : l'intégration directe, les méthodes de simulation, et les approximations de la surface d'état-limite (Melchers 1999).

- **Formulation du problème de fiabilité**

Considérons pour un élément un chargement  $L$ , et une résistance  $R$ . Il peut s'agir de forces ou de contraintes, déterminées par exemple grâce à la méthode de gravité présentée précédemment si l'élément est un barrage.

La probabilité de défaillance  $p_f$  de l'élément est alors :

$$p_f = P(R \leq L) = P(R - L \leq 0) = P\left(\frac{R}{L} \leq 1\right).$$

Plus généralement, nous pouvons définir  $G: (r, l) \rightarrow G(r, l)$  la **fonction de performance** telle que  $p_f = P(G(R, L) \leq 0)$ . Elle délimite le **domaine de défaillance**  $D = \{r, l | G(r, l) \leq 0\}$  par la surface d'état-limite.

Également, l'**indice de fiabilité**  $\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$  avec  $Z = R - L$  est utilisé pour calculer  $p_f = \Phi(-\beta)$ .

Dans le cas d'une loi normale,  $\beta$  est le nombre d'écart-types reliant l'origine au domaine de défaillance. Plus  $\beta$  est grand, plus  $p_f$  est petit. Le passage d'une variable aléatoire quelconque  $z$  à une variable aléatoire normale centrée réduite  $u$  ( $u = \frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}$  si  $z$  est normale) va permettre d'appliquer les méthodes d'approximation de la surface d'état-limite, qui résultent en une estimation de  $\beta$ .

Si le chargement  $L$  et la résistance  $R$  sont distribués suivant deux densités de probabilité (PDF)  $f_L$  et  $f_R$ , alors :

$$p_f = \iint_D f_{RL}(r, l) dr dl,$$

Où  $f_{RL}$  est la densité de probabilité conjointe (Figure 2.7).

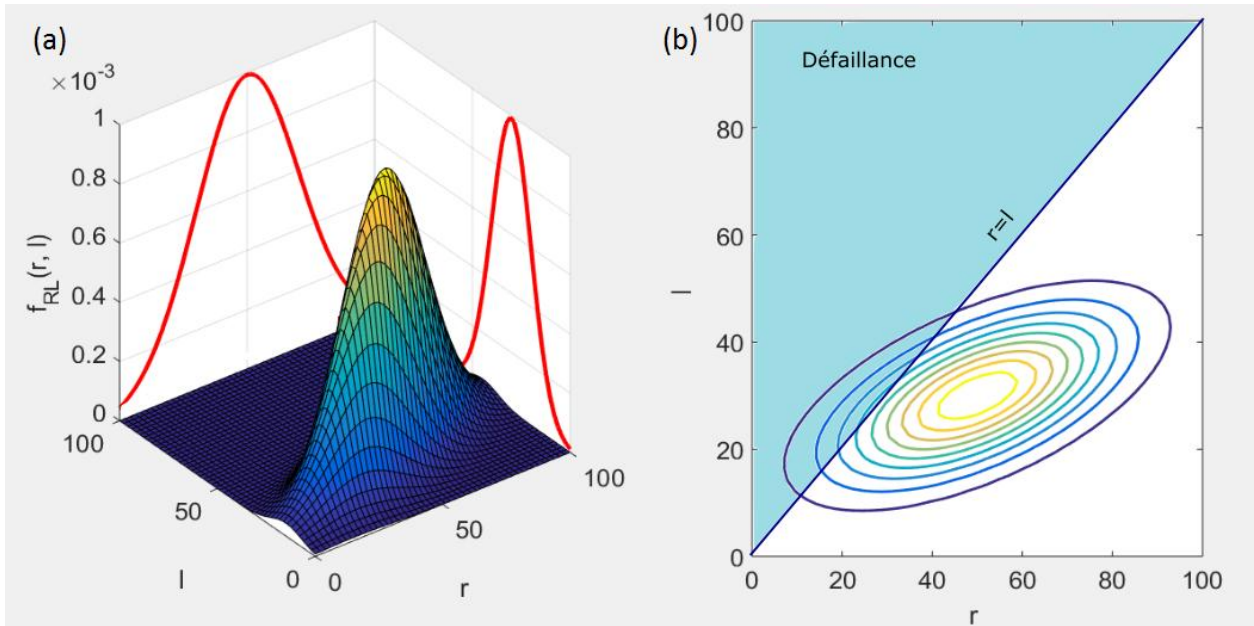


Figure 2.7. (a) densités de probabilité  $f_R$  et  $f_L$  (en rouge, non normalisées) et densité de probabilité conjointe  $f_{RL}$  (surface) en fonction des variables de résistance  $r$  et de chargement  $l$  ;  
 (b) projection normale de  $f_{RL}$  et domaine de défaillance défini par «  $r > l$  » en fonction des variables de résistance  $r$  et de chargement  $l$  ; adapté de Peyras et al. (2010a)

Si  $L$  et  $R$  sont indépendants, alors  $f_{RL}(r, l) = f_R(r) \cdot f_L(l)$ , et nous avons donc :

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^l f_R(r) \cdot f_L(l) dr dl = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(l) \cdot f_L(l) dl,$$

Avec  $F_R$  la densité de probabilité cumulative (CDF – *Cumulative Density Function*, Figure 2.8).

Nous pouvons donc calculer cette intégrale analytiquement.

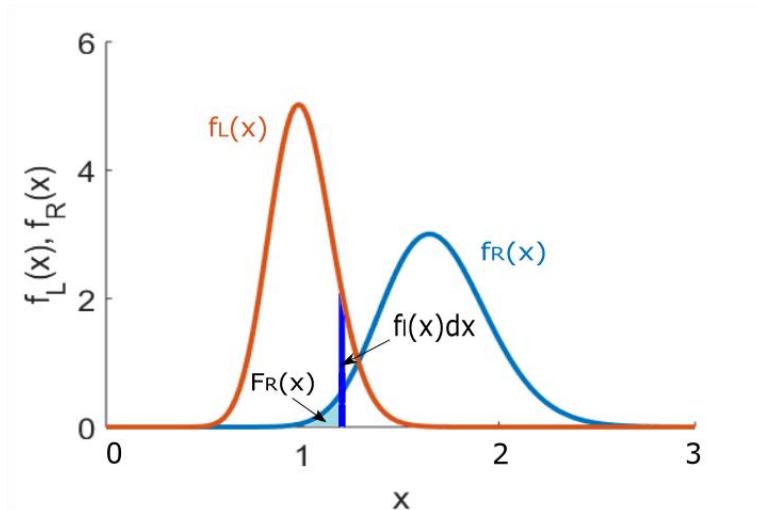


Figure 2.8. Représentation du problème de fiabilité (Melchers 1999)

Ce problème est simplifié par l'utilisation des deux variables  $R$  et  $L$ , et par l'hypothèse de leur indépendance. Cependant, la formulation du problème de fiabilité peut être généralisée à plus de deux variables aléatoires. Pour des problèmes simples, on pourra utiliser pour le résoudre la méthode d'intégration directe (cf. Annexe D), et pour des problèmes plus complexes, des méthodes d'intégration numérique pourront être mises en œuvre (simulations de Monte Carlo). Ou bien, on cherchera à approcher la surface d'état-limite, notamment afin de gagner en temps de calcul.

- **Méthodes d'intégration et de simulation**

Soit  $X$  un vecteur de variables aléatoires. Nous avons  $G: X \rightarrow G(X)$  la fonction de performance, et  $D = \{X | G(X) \leq 0\}$  le domaine de défaillance. Alors :

$$p_f = P(G(X) \leq 0) = \int_D f_X(x) dx,$$

Avec  $f_X$  la densité de probabilité conjointe.

Comme avec les variables  $R$  et  $L$  ci-dessus, le problème bivarié peut être résolu analytiquement. De même, lorsque la fonction de performance est linéaire, il est possible de calculer l'intégrale.

Cependant,  $X$  peut contenir de nombreux paramètres, et la fonction  $G$  qui définit le domaine de défaillance peut être une fonction complexe. L'intégrale ne peut alors plus être calculée analytiquement : une méthode de **simulation de Monte Carlo** est employée (Figure 2.9). Il s'agit de réaliser un grand nombre  $N$  de tirages de la variable aléatoire  $X$  distribuée selon la densité de probabilité conjointe  $f_X$  et pour chacun, d'évaluer si  $G(x)$  est négatif. Notons  $I: x \rightarrow I(x)$  la

fonction indicatrice telle que  $I(x) = 1$  si  $G(x) \leq 0$  et  $I(x) = 0$  sinon. La probabilité de défaillance est :

$$p_{fMC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i).$$

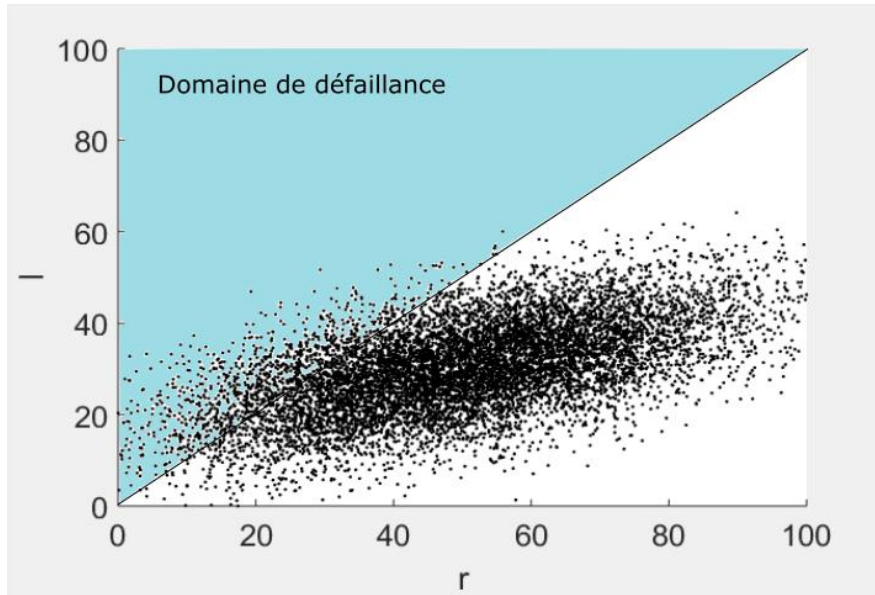


Figure 2.9. Simulations de Monte Carlo : tirages aléatoires  $x = \{r, l\}$  suivant la densité de probabilité conjointe  $f_{RL}$  représentés en fonction de  $r$  et  $l$  ; domaine de défaillance défini par

$$\ll r > l \gg$$

La moyenne de l'estimateur  $p_{fMC}$  est  $\mu(p_{fMC}) = p_f$  (estimateur non-biaisé), sa variance est  $\sigma^2(p_{fMC}) = \frac{(p_f - p_f^2)}{N}$ . Son coefficient de variation est alors  $\delta(p_{fMC}) = \frac{\sigma(p_{fMC})}{\mu(p_{fMC})} = \sqrt{\frac{1-p_f}{Np_f}}$ .

Pour assurer une précision cible de  $\delta(p_{fMC})$  le nombre d'essais requis est :

$$N = \frac{1-p_f}{\delta^2(p_{fMC})p_f}.$$

Lorsque la probabilité de défaillance de l'ouvrage est faible,  $N$  devient important. Si de plus la fonction de performance est complexe (par exemple si l'évaluation de stabilité est effectuée avec une analyse par éléments finis), son temps d'évaluation et donc celui des simulations de Monte Carlo est long. Un échantillonnage préférentiel, ou par importance, peut alors être utilisé : il s'agit de réaliser un plus grand nombre de tirages à proximité de la surface d'état-limite qui définit le domaine de défaillance grâce à une densité d'échantillonnage  $h: x \rightarrow h(x)$ . Comme :

$$p_f = \int_D f_X(x) dx = \int_x \frac{I(x)f_X(x)}{h(x)} h(x) dx,$$

On définit :

$$p_{fMCP} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{I(x_i)f_X(x_i)}{h(x_i)}.$$

Le choix de la densité d'échantillonnage s'effectue après une première simulation de Monte Carlo traditionnelle (échantillonnage adaptatif) ou bien après une analyse FORM que nous allons étudier à présent (échantillonnage autour du point de conception  $x^*$ ).

- **Méthodes d'approximation de la surface d'état-limite**

La méthode FOSM (*First-order second moments*) consiste à approximer la surface d'état-limite linéairement, connaissant les deux premiers moments de la variable multivariée  $X$  : le vecteur moyenne et la matrice des écart-types. Après transformation dans l'espace normal centré réduit, un processus itératif permet de trouver le point de défaillance le plus probable  $u^*$  où est réalisée l'approximation afin d'être le plus précis possible (Figure 2.10).

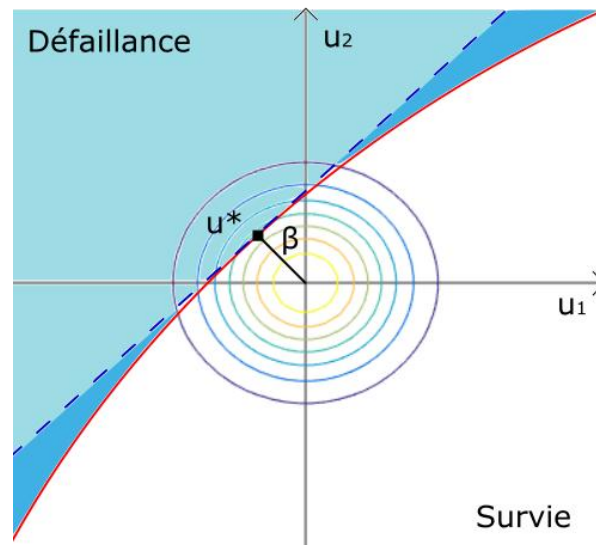


Figure 2.10. Approximation linéaire de la surface d'état-limite - Concept utilisé pour les méthodes FORM et SORM (Melchers 1999)

Avec la méthode FORM (*First-order reliability method*), on approxime également la surface d'état-limite par un plan. Cependant, on utilise alors non les deux premiers moments de  $X$ , mais sa densité de probabilité conjointe  $f_X$ , ce qui permet d'améliorer la précision de la méthode. En pratique, FORM s'avère souvent adéquat, sauf si la surface d'état-limite est fortement non-

linéaire : une approximation du second-ordre pourra être utilisée (SORM – *Second-order reliability method*). Les méthodes FOSM et FORM résultent en une estimation de  $\beta$  grâce à laquelle est déduit  $p_f$ .

## 2.7.2 Besoin et utilisations

Les méthodes de fiabilité des structures sont déjà appliquées pour l'évaluation de nombreux ouvrages de génie civil (ISO 2015). Cependant, les spécificités des barrages concernant le faible nombre de données disponibles limitent la généralisation de ces analyses probabilistes.

Pourtant, nous avons pu constater que lors d'une analyse déterministe, l'indicateur obtenu qu'est le facteur de sécurité englobe toutes les incertitudes liées aux paramètres d'entrée. Ainsi, un grand facteur de sécurité calculé avec des paramètres pour lesquels l'incertitude est importante, n'implique pas nécessairement une grande fiabilité de l'ouvrage. Or, ces incertitudes sont justement particulièrement grandes pour les barrages à cause des limitations connues : faible nombre d'ouvrages, d'essais disponibles, vieillissement des barrages existants, etc.

De par leur intérêt concernant la quantification et la prise en compte des incertitudes liées aux paramètres de chargement et de résistance, les méthodes de fiabilité des structures commencent à être appliquées aux barrages. Elles se démarquent tôt comme intéressant outil de prise décision (Bury et Kreuzer 1985).

Plusieurs projets utilisent les méthodes de calcul citées ci-dessus, pour calculer et comparer les probabilités de défaillance d'ouvrages hydrauliques, comme composants ou comme systèmes.

En 2011, ICOLD a organisé un Atelier comparatif international sur l'analyse numérique des barrages (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*) afin que plusieurs utilisateurs puissent pratiquer et comparer ces méthodes. Le cas d'étude proposé est un barrage-poids de 80 m, et quinze couples de valeurs pour la cohésion et l'angle de friction sont fournies. Les méthodes suggérées sont (1) déterministe, (2) FOSM et possiblement une seconde méthode d'approximation de la surface d'état-limite, (3) simulation de Monte Carlo. Tous les participants ont utilisé une modélisation par la méthode de gravité, et certains ont également réalisé une analyse par éléments finis. Les synthèses de Escuder-Bueno et al. (2011); Escuder-Bueno et al. (2016)



permettent de constater une grande diversité des résultats selon les hypothèses et méthodes considérées par chaque participant (Figure 2.11).

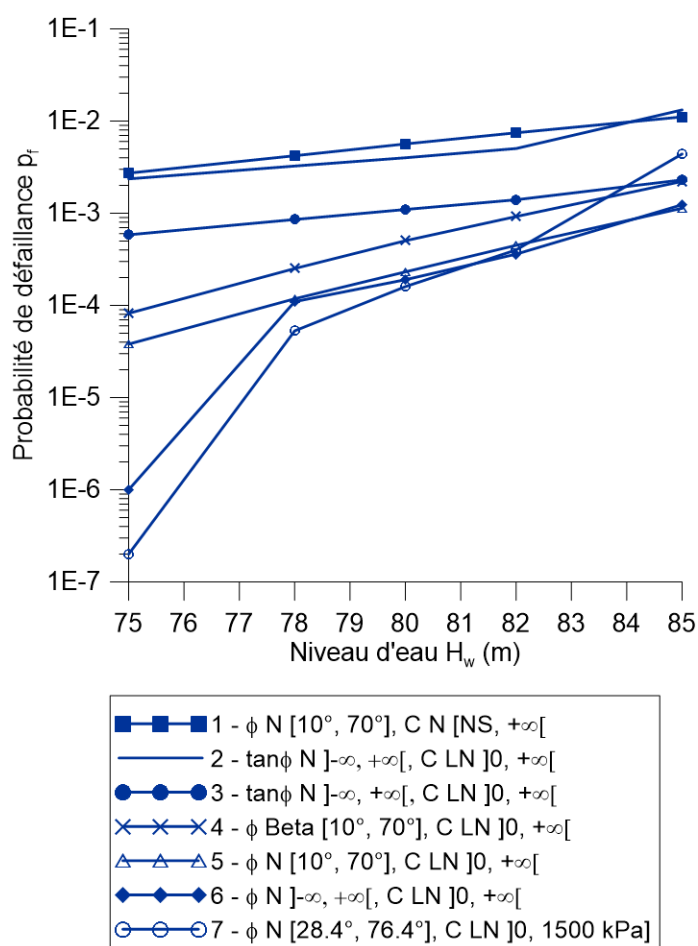


Figure 2.11. Solutions proposées par les participants au Benchmark de l'ICOLD en 2011 pour le barrage drainé évalué par simulations de Monte Carlo (Escuder-Bueno et al. 2011)

En 2017, un second Atelier comparatif international sur l'analyse numérique des barrages portant sur l'analyse de risque sera organisé, ce qui prouve l'intérêt grandissant de la profession pour faire évoluer les méthodes d'évaluation.

Également, dans le cadre du projet de l'Analyse Nationale du Risque d'Inondation pour les Pays-Bas (*the National Flood Risk Analysis for the Netherlands*), des recherches ont été menées de 2006 à 2014 afin d'évoluer d'une analyse déterministe vers une analyse de risque généralisée en 2017, utilisant les méthodes semi-probabiliste et probabiliste, adaptée aux cinquante-trois systèmes de digues et aux scénarii définis sur le territoire hollandais (Jongejan et Maaskant 2013; Vergouwe 2016).

Considérant que les hypothèses simplificatrices utilisées dans les modèles de base et les analyses déterministes ne rendent pas compte du comportement complexe réel du réservoir et de la structure du barrage, Altarejos-Garcia et al. (2012) proposent une approche progressive utilisant les probabilités. Les auteurs combinent alors une modélisation par éléments finis (à comparer à une modélisation par la méthode de gravité) et l'utilisation d'analyses probabilistes : trois méthodes d'approximation de la surface d'état-limite dont FOSM, ainsi que des simulations Monte Carlo (à comparer à une analyse déterministe réalisée en parallèle). Les variables les plus influentes sont déterminées, les incertitudes et distributions associées choisies. Il est démontré que le type de modélisation de l'ouvrage influence beaucoup la probabilité de défaillance de l'ouvrage, et que pour des niveaux d'eau normaux, l'emploi de la méthode de gravité donne des résultats plus conservateurs. L'augmentation des incertitudes sur les paramètres permettrait de donner une « enveloppe » des probabilités de défaillance atteignables par l'ouvrage. La méthodologie détaillée pas à pas permet un exemple d'application rigoureuse de plusieurs méthodes probabilistes, qui peut être reproduite avec précision. Elle prouve que les analyses probabilistes sont bien applicables pour les barrages puisqu'elles fournissent des résultats pertinents. Elle intègre notamment une modélisation par éléments finis afin de décrire le comportement non-linéaire de l'interface barrage-fondation.

Ainsi, l'utilisation d'analyses probabilistes se répand largement dans la profession, mais à des niveaux de complexité très divers selon les paramètres considérés : le choix des méthodes et paramètres à utiliser, qui peut entraîner une grande complexité d'application en pratique, est pourtant primordial afin d'obtenir des résultats précis et fiables.

### **2.7.3 Choix des paramètres**

La difficulté d'application des méthodes probabilistes par les praticiens réside dans la complexité des choix des paramètres d'entrée, car les analyses probabilistes sont très sensibles au choix des variables, distributions, coefficients de variation, bornes, et il importe d'effectuer un choix éclairé pour obtenir des résultats qui rendent compte de la réalité (Kreuzer 2003).

- **Modélisation des paramètres de résistance du barrage**

Ainsi, Altarejos-Garcia, Escuder-Bueno, et Morales-Torres (2015) approfondissent le choix des paramètres d'entrée à partir de différentes connaissances a priori de l'ouvrage, concernant les paramètres de résistance à l'interface barrage-fondation. Plusieurs cas d'incertitudes sont étudiés : (1) incertitude maximale – aucune donnée, paramètres choisis par jugement de l'ingénieur et expériences similaires – (2) incertitudes moyennes – nombre variable d'essais réalisés –, (3) variation spatiale des paramètres exprimée par la réduction de leurs coefficients de variation, (4) simulations de la variation spatiale des paramètres. Cette méthodologie appliquée avec rigueur permet de préciser le choix des paramètres à partir de données brutes obtenues en pratique.

Également, Carjaval et al. (2009) et Peyras et al. (2010b) réalisent une **modélisation probabiliste** des paramètres de résistance d'un barrage en béton compacté au rouleau (BCR). À partir des quelques informations disponibles obtenues par essais expérimentaux (plusieurs essais de densité du BCR par couche, une ou deux mesures de résistance à la compression du BCR par couche, très peu d'essais de résistance à la traction et au cisaillement du BCR pour l'ouvrage), il est déduit que seule la variabilité spatiale de la densité du béton peut être étudiée. La démarche effectuée consiste à, à différentes échelles (locale, d'une couche, du barrage) :

- Analyser statistiquement les données de densité  $\rho$  obtenues en nombre suffisant,
- Modéliser la résistance à la compression  $f_c'$  grâce aux résultats statistiques des densités,
- Modéliser la résistance à la traction à partir des correspondances proposées entre  $f_c'$  et  $f_t$  dans la littérature,
- Modéliser les paramètres de résistance au cisaillement  $C$  et  $\tan\phi$  par relation physique (courbe intrinsèque du béton).

Cette procédure permet de dépasser les frontières de connaissance imposées par le faible nombre d'essais directs réalisés sur les ouvrages hydrauliques.

Carjaval, Peyras, et Bacconnet (2010) proposent de considérer la résistance au cisaillement dans le corps du barrage sans avoir recours aux paramètres  $C$ ,  $\tan\phi$  pour éviter la perte de précision due à l'hypothèse de Mohr-Coulomb et autres modélisations simplifiées. Une courbe intrinsèque parabolique est utilisée pour le béton afin de mieux représenter  $R$  pour de faibles niveaux de contraintes, comme il peut y en avoir à l'amont lors de chargements hydrostatiques extrêmes. La dépendance entre charge hydrostatique et résistance au cisaillement est ainsi prise en compte. Cette

correction d'une surestimation de  $R$  résulte en une augmentation de la probabilité de défaillance de l'ouvrage : il sera donc intéressant de considérer cette hypothèse dans certains cas critiques afin de ne pas fausser l'analyse de risque qui s'ensuit grâce aux résultats de l'analyse probabiliste.

Pour enrichir l'estimation de la résistance, Krounis et Johansson (2012) étudient la **corrélation** entre la cohésion et l'angle de friction, et son influence sur l'évaluation probabiliste de l'ouvrage. Également, la cohésion à l'interface barrage-fondation est un élément difficile à évaluer et impossible à mesurer, mais a une importance considérable sur les résultats, ce qui encourage à préciser au maximum les données d'entrée avant toute étude (Krounis et al. 2016). Enfin, Spross, Johansson, et Larsson (2013) proposent une méthodologie pour préciser la connaissance des sous-pressions puisque l'augmentation de celles-ci influence fortement l'instabilité du barrage.

Enfin, à partir des données obtenues par des essais expérimentaux, un ajustement avec une loi de probabilité connue peut être effectué. Pour déterminer les paramètres de cette loi (moyenne, écart-type), **l'approche bayésienne** peut être utilisée. Il s'agit d'améliorer une estimation a priori d'un paramètre (moyenne) grâce aux statistiques des observations effectuées. En cas de nombre insuffisant d'observations, Westberg Wilde et Johansson (2016) proposent également de mener des études de sensibilité sur l'écart-type.

- ***Modélisation des paramètres de chargement***

Traditionnellement, les études de stabilité sont menées pour un niveau d'eau fixe dans la retenue, correspondant à la crue de conception choisie selon les caractéristiques du barrage, par exemple la CMP (Crue Maximale Probable, PMF – *Probable Maximum Flood*) au Canada. Carjaval et al. (2009b) et Carjaval et al. (2009a) suggèrent une méthodologie permettant une modélisation probabiliste du niveau d'eau dans la retenue, intégrant des simulations prenant en compte les précipitations, la topologie du bassin versant, etc. à la manière des méthodes courantes ; ainsi que le niveau du réservoir au début de la crue, en fonction de l'historique et de l'utilisation de l'ouvrage. Les applications à des cas-types résultent en une diminution de l'estimation du niveau d'eau correspondant à la CMP. D'autre part, cette méthodologie ouvre les perspectives de modélisation de la charge hydrostatique comme une distribution de probabilités : PDF, indicateurs statistiques, etc.

- ***Choix des PDF et des bornes***

Les incertitudes associées aux estimations des paramètres de résistance et de chargement sont intégrées dans les calculs probabilistes grâce aux distributions choisies pour les variables. Il importe de les déterminer rigoureusement ; en effet les probabilités de défaillance résultantes sont susceptibles de varier beaucoup, surtout lorsque l'on recherche de faibles valeurs de probabilités de défaillance puisque c'est le contenu de probabilité dans la queue de la distribution qui diffère d'une distribution à l'autre.

Lombardi (2006) propose une méthodologie pour sélectionner la distribution de probabilités qui correspond le mieux à une série de données connue, pour la résistance et pour la charge. Il s'agit de sélectionner une distribution parmi une nomenclature de PDF usuels, et de vérifier et améliorer un ajustement de la distribution avec les échantillons de valeurs dont on dispose.

Certains considèrent des distributions non-bornées (Westberg Wilde et Johansson 2013), d'autres bornent les PDF considérés afin de conserver le sens physique des résultats, puisqu'une probabilité trop faible, par exemple  $10^{-123}$  n'a plus de signification (Lombardi 1993) ; c'est le cas de Altarejos-Garcia et al. (2012).

Cependant, la prudence est de mise lors de l'utilisation de lois bornées, puisqu'alors le contenu de probabilité aux bornes peut être important, et la probabilité de défaillance passer brusquement de 0 à une valeur inacceptable, sans échelonnage progressif, lorsque la charge augmente. C'est pourquoi Lombardi (1988) propose une distribution à double borne logarithmique, qui vient enrichir la nomenclature des distributions bornées à sélectionner pour réaliser un ajustement avec nos valeurs.

#### **2.7.4 Courbes de fragilité et incertitudes**

Les courbes de fragilité sont utilisées à l'origine pour les structures nucléaires soumises à un risque sismique (EPRI 1994). Elles consistent à représenter la probabilité de défaillance en fonction de l'intensité de la charge, ici le séisme. Le concept est repris pour les ouvrages hydrauliques soumis aux crues par Ebeling et al. (2012); Ellingwood et Tekie (2001); Tekie (2002) : la charge en fonction de laquelle est représentée la probabilité de défaillance du barrage est alors le niveau d'eau dans la retenue (Figure 2.12). Combiné à un modèle de conséquences, il s'agit d'un intéressant

outil de décision puisque la variation de la probabilité de défaillance qu'engendre une incertitude, une amélioration ou une diminution de l'intensité de la charge, est explicite : l'optimisation d'une réhabilitation, d'études supplémentaires, d'essais, etc. est facilitée (Porter 2017). Lupoi et Callari (2012) et Hariri-Ardebili et Saouma (2016) utilisent en outre les courbes de fragilité pour réaliser l'évaluation sismique des barrages, et obtient des graphes en fonction de l'accélération maximale probable.

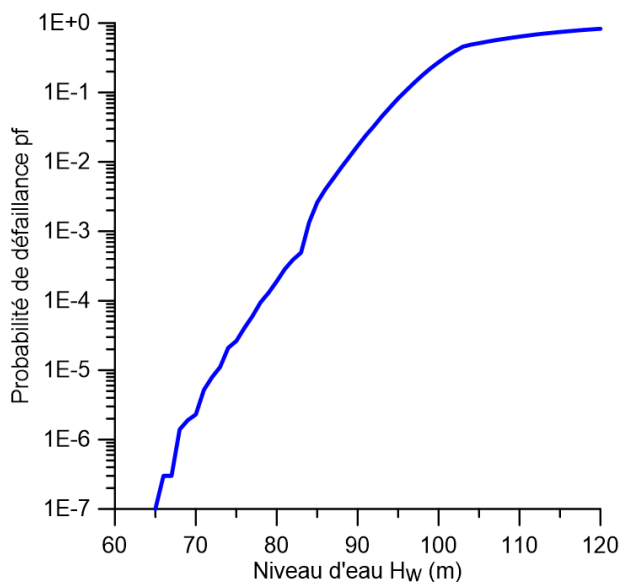


Figure 2.12. Exemple de courbe de fragilité pour l'intensité de la sollicitation décrite par le niveau d'eau appliqué

Récemment, Morales-Torres et al. (2016) ont employé les courbes de fragilité afin de séparer les sources d'incertitudes pour optimiser leur réduction, dans le but de diminuer la probabilité de défaillance finale. En effet, les incertitudes sont couramment séparées en deux catégories selon leur origine : aléatoires et épistémiques. Les incertitudes aléatoires, ou naturelles, sont dues à la dispersion physique des propriétés matérielles et des occurrences des événements hydrologiques, sismiques, etc. ; elles ne peuvent être réduites par des essais mais on peut les estimer. Les incertitudes épistémiques sont liées à un manque de connaissance concernant la géologie, l'hydrologie, le comportement structural, ainsi qu'aux hypothèses considérées lors de la modélisation de l'ouvrage réel par un modèle mathématique ; elles peuvent être diminuées par une meilleure connaissance ou un raffinement du modèle, mais il est difficile de les quantifier. Der Kiureghian et Ditlevsen (2009) étudient l'influence de ces incertitudes séparées lors de

l'application des méthodes probabilistes. Il est intéressant de connaître l'importance et l'influence des incertitudes épistémiques sur la fiabilité d'un ouvrage, puisque l'on a ainsi accès à la rentabilité amélioration/coût d'investissements visant à augmenter la sécurité du barrage.

La synthèse de Baecher (2016) théorise les types d'incertitudes et nous éclaire à ce sujet ; les incertitudes aléatoires peuvent d'ores-et-déjà être diminuées pour augmenter la fiabilité de l'ouvrage, il est également à venir que les incertitudes épistémiques entrent en compte dans les analyses et il importe de bien les connaître.

### **2.7.5 Fiabilité d'un système**

Les méthodes présentées à la section 2.7.1 concernent la fiabilité d'une composante. Or, un barrage peut être considéré comme un système de composantes, indépendantes ou corrélées. Ces composantes sont spatiales (division de l'ouvrage en blocs qui ne possèdent pas les mêmes propriétés de résistance ou de géométrie), ou bien représentent des événements distincts de chargement qui vont entraîner différents mécanismes de défaillance. Par exemple, Westberg Wilde et Johansson (2013) divise l'évacuateur de crue évalué en  $N$  différents monolithes, chacun est divisé en trois sous-systèmes selon que la rupture a lieu dans le corps du barrage, à l'interface barrage-fondation ou bien dans la fondation ; enfin, les mécanismes de défaillance étudiés sont le renversement et le glissement. Le nombre de composantes étudié est donc  $2 \times 3 \times N = 6N$ . Une analyse probabiliste est réalisée pour chacune, et les probabilités de défaillance sont associées (composantes en série et/ou en parallèle) afin d'obtenir la probabilité de défaillance globale de l'ouvrage.

Wang et Rosowsky (2016) utilisent ce principe de fiabilité des systèmes pour les structures en bois, et les composantes sont alors des combinaisons de chargement. De même, Lupoi et Callari (2012) avec les mécanismes de défaillance considérant le risque sismique et Jongejan et Maaskant (2013) avec la géographie des digues considérées chacune comme composante, établissent des scénarii de défaillance grâce à des arbres d'évènements qui permettent d'associer les probabilités de défaillance des composantes pour obtenir la fiabilité finale du système. La fiabilité des systèmes est utilisée lors de l'analyse de risque.

## 2.7.6 Analyse de risque

Il est intéressant d'utiliser la probabilité de défaillance d'un ouvrage, calculée avec une analyse probabiliste, pour effectuer une **analyse de risque** (Hartford et Baecher 2004; Peyras et al. 2010b; Peyras et al. 2012).

L'analyse de risque regroupe plusieurs analyses et modélisations complémentaires :

- i. Exposition : crues, séismes,
- ii. Aléas, intensité des sollicitations : débits, niveau d'eau, spectres, accélération sismique,
- iii. Demande : critères de performance, états-limites, modes de défaillance,
- iv. Fragilité : probabilité d'atteindre un état limite pour une intensité de sollicitation donnée,
- v. Conséquences : facteurs humain, environnemental, économique, ingénieur,
- vi. Risque : prise de décision basée sur l'appréciation du risque.

Souvent, un arbre d'évènements est utilisé pour situer les rôles des composants et des mécanismes de défaillance dans un scénario de rupture ou la perte de fonctionnalité de l'ouvrage (Hartford et Baecher 2004).

L'objectif d'une telle analyse est d'optimiser le rapport du coût d'une réhabilitation sur la sécurité gagnée ; et bien sûr d'augmenter la sécurité des personnes et des biens. Selon Kreuzer (2000), l'analyse probabiliste permet de traduire les jugements de l'ingénieur en quantités numériques, ce qui permet une plus grande transparence et un choix rationnel entre plusieurs alternatives. Seulement, le risque nul n'existe pas, et il est judicieux de se demander : à partir de quand un ouvrage peut-il être considéré comme sécuritaire ? – « *How safe is safe enough ?* » (Bowles 2007).

De nombreux pays ont établi des guides de bonne pratique pour l'application d'analyses de risque et de prise de décision suite à une analyse de risque (FERC 2014; ISO 2015; JCSS 2008; SPANCOLD 2013). Ils y ont défini le concept de **ALARP** (*As Low As Reasonably Possible*) afin d'évaluer la probabilité de défaillance cible pour les ouvrages en fonction des conséquences qu'une rupture impliquerait (Figure 2.13).



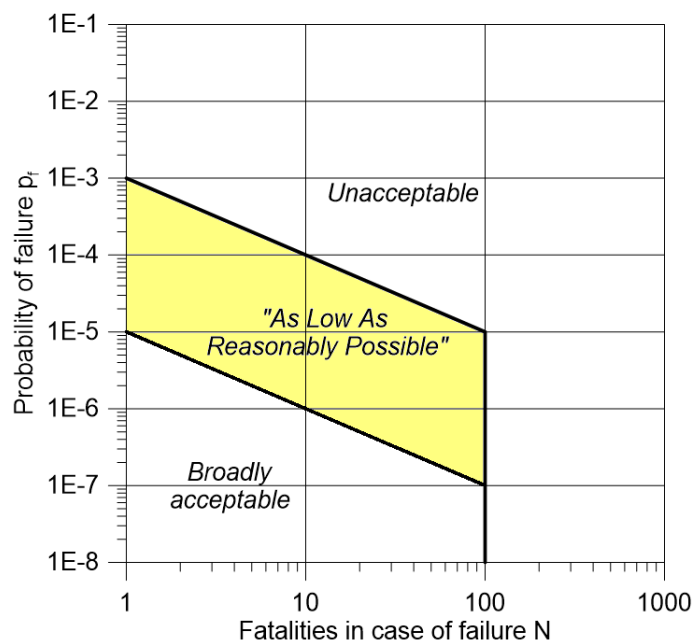


Figure 2.13. Concept "ALARP" ; adapté de CDA (2007)

La synthèse de Westberg Wilde et Johansson (2016) propose des valeurs minimales de  $\beta$  en fonction des conséquences qu'une rupture de l'ouvrage impliquerait. Ces valeurs vont de 5.2 à 3.8, ce qui donne des probabilités de défaillance de  $10^{-7}$  à  $10^{-4}$ .

### 2.7.7 Relations entre probabilité de défaillance et facteur de sécurité

Nous avons constaté la diversité des méthodes d'évaluation de la stabilité des barrages-poids. L'évolution des analyses, d'une méthode déterministe à de complexes analyses probabilistes, a pour objectif de considérer au mieux les incertitudes s'appliquant aux paramètres en jeu. Cependant, comme les barrages existants ont été conçus et évalués avec une analyse déterministe traditionnelle, il est important de pouvoir situer les résultats des nouvelles évaluations par rapport aux précédentes. C'est pourquoi, Ching (2009) a démontré une condition suffisante pour qu'il existe une relation (fonction décroissante) entre facteur de sécurité et probabilité de défaillance. Plus simplement, Kreuzer (2003) considère différents facteurs de sécurité et démontre que selon les coefficients de variation utilisés lors de l'analyse probabiliste, les probabilités de défaillances obtenues vont de  $10^{-2}$  à  $10^{-7}$ . Une telle différence illustre l'importance d'une approche d'évaluation tenant compte des incertitudes !

## 2.8 Méthode du Facteur de Sécurité Adaptable (AFS)

Une évaluation probabiliste d'un barrage introduit elle-même de grandes incertitudes dues aux nombreux paramètres à choisir par l'utilisateur. Afin de mieux considérer les incertitudes s'appliquant aux paramètres de résistance et de chargement qu'avec les méthodes déterministes, et éviter la complexité de mise en œuvre des méthodes probabilistes, Kreuzer et Léger (2013) suggèrent une nouvelle méthodologie d'évaluation.

La méthode consiste à simplifier le problème de fiabilité, de manière à ne plus considérer comme variables aléatoires que la résistance  $R$  et la charge  $L$ . Un **facteur de sécurité adaptable** en fonction des incertitudes, est comparé à un **facteur de sécurité requis** dépendant de la probabilité de défaillance souhaitée et de la connaissance de l'ouvrage.

Les types d'incertitudes sont séparés en trois catégories différentes selon leur source, et à chacune est associé un paramètre qui les quantifie (Tableau 2.11).

Tableau 2.11. Types d'incertitudes selon leur origine et coefficients associés pour la méthode AFS

Type d'incertitudes	Source	Coefficient
Physique	Variation intrinsèque des propriétés mécaniques et occurrences des événements naturels	$c$
Statistique	Nombre de tests, localisation, qualité, fiabilité	$k$
Épistémique	Modélisation	$\alpha$

Un coefficient  $f_i$  peut être ajouté pour pallier à un manque de connaissance supplémentaire (jugement de l'ingénieur).

Le **Facteur de Sécurité Adaptable** (AFS – *Adjustable Factor of Safety*) est alors défini en fonction des paramètres de résistance de l'ouvrage et des incertitudes associées :

$$AFS = \frac{\mu_R \{1 - (k_R c_R + \alpha_R)\}}{\mu_L \{1 + (k_L c_L + \alpha_L)\}} = FS_{det} \cdot U_{RL}$$

Il s'agit en réalité, du facteur de sécurité déterministe  $FS_{det}$  multiplié par un coefficient dépendant de la connaissance que l'on a de l'ouvrage  $U_{RL}$ . Ce dernier facteur multiplicateur tend vers 1 lorsque l'ouvrage est parfaitement maîtrisé – il subsiste toujours des incertitudes physiques irréductibles qui empêchent d'atteindre 1.

La résistance est calculée grâce au critère de rupture de Mohr-Coulomb présenté avec la méthode de gravité ( $R = V \tan \phi + A_c C$ ). Une analyse déterministe est donc nécessaire préalablement à l'application de la méthode AFS. L'écart-type de la résistance est pris égal à :

$$\sigma_R = \sqrt{(V \sigma_{\tan \phi})^2 + (A_c \sigma_C)^2}$$

Cet AFS sera comparé à un **Facteur de Sécurité Requis**  $FS_{req}$  qui dépend des distributions supposées pour  $R$  et  $L$ , des coefficients correspondant aux incertitudes associées à leurs paramètres, et d'une **probabilité de défaillance cible**  $p_f^*$ . Il est calculé par dichotomie sur  $\mu_R$  ayant préalablement normalisé  $\mu_L$ , entre les bornes  $\mu_L(1 + k_L c_L + \alpha_L)$  et  $\mu_R(1 - k_R c_R - \alpha_R)$ , dans le logiciel R-AFS qui a été conçu pour mettre en œuvre cette évaluation simplement (Figure 2.14, Annexe E)

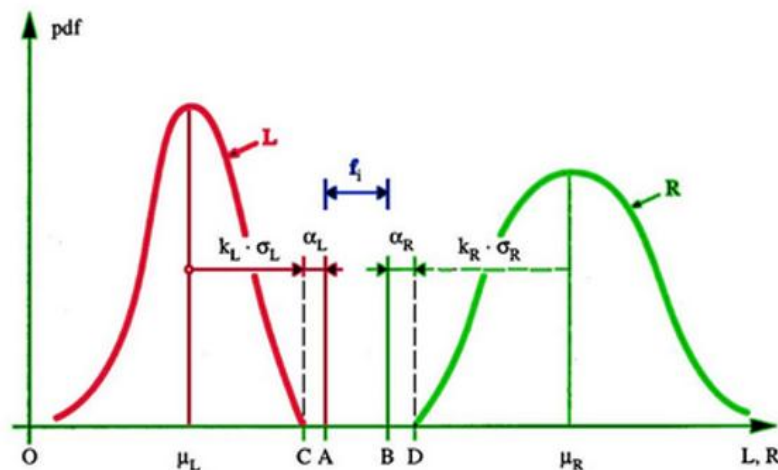


Figure 2.14. Concept du Facteur de Sécurité Adaptable – Définitions des paramètres (Kreuzer et Léger 2013)

Les auteurs proposent des valeurs pour les coefficients  $c$  et  $k$  et des distributions usuelles à utiliser pour  $R$  et  $L$ , à partir de l'expérience professionnelle et de jugement d'experts.

Avec ce concept, l'AFS est comparé à un  $FS_{req}$  qui est propre à l'ouvrage, qui peut être diminué si la connaissance est améliorée. Ainsi, le facteur de sécurité requis pour un barrage très peu maîtrisé sera bien plus important que pour un ouvrage parfaitement maîtrisé, puisque les paramètres avec lesquels est calculé l'AFS sont moins sûrs. L'objectif d'une telle analyse est de pouvoir optimiser l'amélioration de la sécurité du barrage grâce à une meilleure connaissance et donc une réduction des incertitudes, ou bien une réhabilitation de l'ouvrage.

## 2.9 Conclusion

Nous avons pu constater que les formats d'évaluation pour la sécurité des barrages sont nombreux et variés, tant dans les besoins que dans les applications. Les importantes incertitudes concernant les paramètres caractéristiques des barrages, notamment les propriétés matérielles, obligent à faire évoluer les pratiques afin de les prendre en compte de manière efficiente.

De nombreuses recherches sont en cours pour, tout en acquérant une grande précision, essayer de rendre plus applicables les méthodes probabilistes, afin de généraliser les analyses de risque. En effet, celles-ci permettent des choix rationnels et une optimisation de la prise de décision.

Cependant, les méthodes semi-probabilistes et le concept de l'AFS, moins complexes d'utilisation, offrent également la possibilité de quantifier ce qui était à présent de ressort du jugement. Les alternatives au modèle traditionnel déterministe sont nombreuses ; prenant mieux en considération les incertitudes, les projets d'évaluation de la stabilité des barrages utilisant de telles analyses visent à garantir une sécurité maximale.

## CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

### 3.1 Objectifs

Les objectifs suivants sont définis pour ce travail de recherche (cf. Chapitre 1) :

1. Effectuer une revue critique de la littérature à propos des formats d'évaluation de la stabilité des barrages : (i) déterministe, (ii) semi-probabiliste, (iii) méthode fiabiliste du facteur de sécurité adaptable (AFS), (iv) probabiliste ; et particulièrement de la considération des incertitudes sur les paramètres de résistance et de chargement pour chacun de ces formats,
2. Comparer les critères de stabilité des différents formats d'évaluation pour un barrage de référence, en augmentant progressivement le niveau d'eau de la retenue jusqu'à atteindre un état ne satisfaisant plus le critère de stabilité considéré. Il s'agit d'un barrage-poids de 80 m, proposé pour l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011 sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un barrage-poids pour le mécanisme de défaillance du glissement (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*, (Escuder-Bueno et al., 2011)),
3. Particulièrement, examiner le champ d'applicabilité, les avantages, les inconvénients, de l'évaluation de sécurité avec le format AFS par rapport aux méthodes probabilistes (simulations de Monte Carlo),
4. Caractériser l'influence des incertitudes sur la cohésion  $C$  et le coefficient de friction  $\tan\phi$ , sur l'évaluation de stabilité de l'ouvrage par chacun des formats de sécurité employés,
5. Étudier la réduction du problème de fiabilité de deux variables ( $C$  : cohésion,  $\tan\phi$  : coefficient de friction) à une variable ( $R$  : résistance globale),
6. Proposer une approche progressive d'évaluation de la stabilité des barrages-poids intégrant des formats d'évaluation existants de complexité croissante, qui rationalise la prise en compte des incertitudes liées aux paramètres de résistance au cisaillement, définir son champ d'applicabilité, ses avantages et inconvénients,
7. Examiner l'introduction de l'incertitude sur la poussée hydrostatique,

8. Formuler des recommandations sur la mise en œuvre de l'approche progressive pour la pratique.

## 3.2 Méthodologie

La méthodologie suivie consiste à :

- Réaliser une revue critique de la littérature à propos des formats existants d'évaluation de la stabilité des barrages, leurs caractéristiques, avantages, inconvénients, champs d'application, et particulièrement de la considération des incertitudes,
- Choisir un ouvrage de référence pour l'application des analyses de stabilité : il s'agira du barrage-poids de 80 m décrit en section 4.5.1, proposé pour l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011 sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un barrage-poids pour le mécanisme de défaillance du glissement (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*, (Escuder-Bueno et al., 2011)), en raison des comparaisons possibles avec les participants du Benchmark,
- Développer et valider des outils de calcul pour l'application des formats d'évaluation choisis à l'aide des logiciels MATLAB® (The MathWorks 2016) et Excel® (Microsoft 2016),
- Appliquer les différents formats d'évaluation à un barrage-poids de référence pour comparer les critères de validation de la stabilité. Le niveau d'eau dans la retenue est progressivement augmenté, et donc la poussée hydrostatique et les sous-pressions, jusqu'à atteindre un état non-satisfaisant selon le critère considéré. Les outils de calcul précédemment développés sont employés, ainsi que le logiciel R-AFS (Morin 2016),
- Réaliser des études de sensibilités sur les paramètres de résistance et les incertitudes associées afin de caractériser l'influence des incertitudes sur l'évaluation de stabilité de l'ouvrage avec chacun des formats employés. Particulièrement, la répartition des valeurs expérimentales (écart-type), les bornes, les PDF, les coefficients du format AFS sont étudiés.

- Construire des courbes de fragilité, et représenter graphiquement les facteurs de sécurité, différences, inconvénients, intérêts des différents formats pour obtenir une comparaison pertinente ; les histogrammes sont particulièrement intéressants selon notre méthode de comparaison procédant par « niveau d'eau autorisé selon le critère considéré »,
- Comparer particulièrement les résultats obtenus par la méthode AFS aux résultats obtenus par des analyses probabilistes : simulations de Monte Carlo, en employant les variables ( $C$ ,  $\tan\phi$ ) ou  $R$ , et différentes hypothèses de bornes pour les PDF,
- Centrer l'étude sur les incertitudes sur les paramètres de résistance : considérer pour les analyses probabilistes les variables aléatoires ( $C$ ,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ) et ( $R$ ,  $L$ ), et pour le format AFS introduire un  $c_L$  non nul.
- Définir une approche progressive se proposant de rationaliser la considération des incertitudes, et comprenant des recommandations pour son application dans les pratiques professionnelles,
- Rédiger l'article scientifique faisant état du projet.

### 3.3 Pertinence de l'article

Un barrage est un système hydro-géo mécanique unique dont les paramètres de résistance reposent sur des conditions difficiles à reproduire sur modèle réduit en laboratoire, et sur lequel peu d'essais expérimentaux peuvent être effectués. D'importantes **incertitudes** sont donc liées à la capacité de résistance d'une telle structure, et dans le cas d'un barrage-poids soumis à une augmentation du niveau d'eau, particulièrement de résistance au cisaillement car le glissement et la fissuration excessive sont les mécanismes de défaillance les plus susceptibles de survenir. Il importe de considérer ces incertitudes dans l'évaluation de stabilité de l'ouvrage. Or, l'utilisation de facteurs de sécurité, comme cela se fait dans les méthodes déterministes employées traditionnellement, ou de coefficients de sécurité partiels dans les méthodes semi-probabilistes, ne permet pas de quantifier la marge de sécurité existante entre les conditions réelles et le critère imposé. Les alternatives probabilistes qui permettent de rationaliser la considération des incertitudes sont souvent complexes d'utilisation. Les comparaisons entre les méthodes simples d'utilisation –

déterministe, semi-probabiliste, méthode simplifiée fiabiliste AFS –, et les analyses probabilistes sont peu présentes dans la littérature.

L'article constituant le quatrième chapitre de ce mémoire se propose de réaliser une **comparaison** exhaustive de ces quatre formats d'évaluation, par l'évaluation de stabilité d'un barrage-poids de référence. Ainsi, l'évaluation de stabilité d'un ouvrage réel pourra être réalisée en employant un ou plusieurs de ces formats, comme suggéré dans l'approche progressive d'évaluation, par un utilisateur **averti**, conscient des différences, avantages, inconvénients, de la considération des incertitudes par chacune des méthodes d'évaluation.

### 3.4 Contributions originales

La comparaison entre le format d'évaluation AFS, qui se propose de comparer un facteur de sécurité adaptable en fonction des incertitudes et un facteur de sécurité requis fiabiliste, et des analyses probabilistes, qui considèrent également les incertitudes mathématiquement, est effectuée ici pour la première fois.

Également, la méthode AFS telle que proposée dans (Kreuzer et Léger 2013) considère des incertitudes relatives au chargement. L'emploi de ce format sans considérer d'incertitudes sur le chargement, qui permet de comparer les résultats de cette méthode aux résultats des évaluations par d'autres formats d'évaluation de la stabilité, n'avait pas été examiné auparavant.

Enfin, sont proposés dans cet article une comparaison exhaustive entre les quatre formats d'évaluation de la stabilité des barrages : (i) déterministe, (ii) semi-probabiliste, (iii) méthode simplifiée fiabiliste AFS, (iv) probabiliste ; et l'approche progressive permettant l'emploi éclairé de ces formats de complexité croissante lors de l'évaluation d'un ouvrage.



## CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : STRUCTURAL STABILITY OF GRAVITY DAMS: A PROGRESSIVE ASSESSMENT CONSIDERING UNCERTAINTIES IN SHEAR STRENGTH PARAMETERS

*(Manuscript submitted for review and possible publication in the Journal Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards)*

Mathilde Cordier, Pierre Léger, 01/04/2017

**Key words:** Dam safety, uncertainty, factor of safety, reliability analysis, Monte Carlo simulation

### 4.1 Abstract

Structural sliding stability of gravity dams is most often quantified using a binary safe/unsafe criterion such that the shear resistance has to be larger than the driving shear load. Large deterministic factors of safety,  $FS_{det}$  (e.g. 3 in normal condition), are used in existing guidelines to guard against material uncertainties. Some guidelines allow an arbitrary reduction in  $FS_{det}$  (e.g. 2) when the knowledge in strength parameters increases from material test data. Yet, those reduced  $FS_{det}$  are not based on a rational consideration of uncertainties. Propagation of uncertainties could be done using probabilistic analyses, such as Monte-Carlo simulations (MC). However, MC are complex and challenging for practical use. There is thus a need to develop simplified reliability based safety assessment procedures that could rationalise the adjustment of  $FS_{det}$  from existing dam safety guidelines. This paper presents a progressive analysis methodology using four existing safety evaluation formats of increasing complexity: (i) deterministic, (ii) semi-probabilistic, (iii) reliability based *Adjustable Factor of Safety (AFS)*, and (iv) probabilistic. Comprehensive comparisons are made for the sliding safety evaluation of a 80 m gravity dam. Results are presented in terms of sliding factors of safety, allowable water levels, and demand/capacity ratios. It is shown that the reliability based AFS formulation, using direct integration, is simple and practical to use in complement to existing dam safety guidelines before undertaking MC simulations. AFS yielded results with a maximum difference of approximately 10% as compared to rigorous MC probabilistic analyses.

## 4.2 Introduction

Dams are major infrastructures, for which failure is an extremely rare event but with very serious consequences. Gravity dams are particularly sensitive to overtopping, due to the large hydrostatic thrust and uplift pressures that reduce the shear strength capacity that could be mobilised by frictional resistance and cohesion along lift joints or the concrete-rock interface. Dams have a useful service life extending for decades, such that aging of materials and the magnitude of anticipated floods evolve with advances in predictive methodologies and changes in the environment. The structural stability of major dams needs to be re-evaluated every 5-10 years according to Hazard Classification Systems (HCS), most often within the legal framework of a governmental regulatory agency.

Structural stability against sliding should satisfy a binary safe/unsafe limit-state stating that the shear resistance,  $R$ , has to be strictly larger than or equal to the driving shear load,  $L$ . To guard against uncertainties in  $R$  and  $L$ , large deterministic factors of safety ( $FS_{det}$ ) are used. These large  $FS_{det}$  may be reduced when new knowledge about the material shear strength parameters is acquired to better quantify the friction coefficient and cohesion. For instance, in CDA (2007),  $FS_{det} = 3$  if no material test is available, and  $FS_{det} = 2$  if tests are done. A better knowledge of strength parameters thus authorises a reduced safety margin. However, the specified  $FS_{det}$  numerical values come from experience and not from a rational approach to quantify reduction in strength parameters uncertainties.

There is thus a need to develop, validate and verify simplified reliability based safety assessment procedures that could rationalise the  $FS_{det}$  adjustment from existing dam safety guidelines, used routinely by practicing engineers. Simplified methods should be robust, computationally efficient, with a limited number of random variables, easily interpretable, and should be integrated as an extension of existing guidelines. Reliability based safety assessment should answer a societal need of transparency, and be communicated to decision makers and stakeholders with clarity. Of course, comprehensive probabilistic analyses could be undertaken to propagate uncertainties in structural stability analyses. However, probabilistic analyses (e.g. Monte Carlo (MC) simulations) require extensive time, sophisticated tools, expertise and resources that are most often not available. To adjust the required safety margin as a function of a reduction in shear strength uncertainties, this paper presents a progressive analysis methodology of increasing complexity. It consists in applying

successively (i) deterministic analyses, (ii) simplified reliability based *Adjustable Factor of Safety* (AFS) analyses, and (iii) full probabilistic analyses (crude MC).

This paper is organised as follows. After the review of literature in section 2, section 3 describes four different safety formats: (i) deterministic, (ii) semi-probabilistic, (iii) reliability based AFS, and (iv) probabilistic. Comprehensive comparisons of the four safety evaluation formats are done by comparing sliding stability indicators of a 80 m-high gravity dam, studied in a previous ICOLD numerical Benchmark seeking to quantify the sliding probability of failure,  $p_f$ , as a function of the upstream reservoir water elevation,  $H_w$  (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo 2011). It is shown that coherent results are obtained while using the AFS computation as compared to MC, in a much simpler and practical way. The AFS method is thus a preliminary substitute to full probabilistic analysis that may therefore be avoided within the scope of the gravity dam stability problem studied herein.

### **4.3 Stability assessment of gravity dams considering uncertainty analysis**

One can solve the gravity dam stability problem as a deterministic one where there is no uncertainty. At the other end of the spectrum, total ignorance of phenomena that may affect stability, and its outcome, cannot be quantified because classification and identification of what is unknown is not possible (Riley, Webley and Thomson 2017; D. Rumsfeld famous deep "*unknown-unknown*" uncertainty; Baecher 2016). We will therefore focus our analysis on epistemic and aleatory uncertainties in input data (friction coefficient and cohesion) that admit statistical descriptions from a frequentist point of view.

***Deterministic analysis*** is traditionally used to assess the stability of dams (ANCOLD 2013; CDA 2007; FERC 2002; Ruggeri 2004; USBR 1976; USACE 1995, 2005). Deterministic methods do not allow accounting explicitly for uncertainties in strength capacity. There is thus a huge interest in the profession to move towards probabilistic methods to consider uncertainties.

***Probabilistic analysis*** allows quantifying engineering judgement. Then, comparisons between several options are possible while assessing probability of failure,  $p_f$ , and related risk according to

the consequence model. Probabilistic methods are thus very useful tool to decision-making (Bury and Kreuzer 1985; FERC 2014). Probabilistic risk analysis, and associated risk management, are used for other civil structures and are now in active development in dam engineering (Baecher 2016; FERC 2014; Hartford and Baecher 2004; Hartford et al. 2016; Kalinina et al. 2016; Peyras et al. 2010; Peyras et al. 2012; SPANCOLD 2013; Westberg Wilde and Johansson 2016; Zhang et al. 2016). As dam engineering is moving towards models accounting for uncertainties, ICOLD organized an International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams in 2011 to examine probabilistic analysis (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo 2011). A new ICOLD Benchmark on Risk Assessment will take place in 2017. Risk assessment uses probabilistic methods, and consists (i) to combine failure modes to determine a failure scenario; a tree of events is often used, (ii) to model each failure mode, (iii) to compute the failure probability for each failure mode, (iv) to deduce the total failure probability for the whole scenario. The concept of "*As Low As Reasonably Possible (ALARP)*" is then used in several dam safety guidelines to answer the difficult question "*How safe is safe enough?*" (Bowles 2007). ALARP is used to accept or reject the resulting failure probability and related consequences. Recognising that absolute safety cannot be achieved, the mathematical concept of risk is used to specify reasonable efforts to avert losses considering what can be achieved with the available resources. Reasoning in terms of probability of failure and acceptable risks is a key societal construct, subjected to time evolution. While accepting the ALARP principle, it is then possible to make the transition between the deterministic world, where achieving the required  $FS_{det}$  is believed to provide absolute safety, and the probabilistic world where uncertainties are explicitly recognised (Luhmann 2005).

A probabilistic analysis could account for uncertainties in cohesion, friction, drain efficiency, and several other parameters as shown in Altarejos-Garcia et al. (2015, 2012). Probabilistic analysis also allows reliability assessment of dam-foundation-reservoir systems (Westberg Wilde and Johansson 2013). In probabilistic safety assessment, fragility analysis, first used in seismic evaluation of nuclear power plants, is a key step (Porter 2017). Fragility analysis is the computation of the probability to reach an undesirable limit-state for a known loading intensity. Fragility curves, expressed as function of reservoir elevation,  $H_w$ , provide quantitative cumulative distribution functions for the dam to resist sliding. Fragility functions are used in damage analysis that is combined with loss analysis to quantify risk (Porter 2017). Fragility curves provides a rational tool

that could be used to compare several remedial options if a need for strengthening is identified (Ebeling et al. 2012; Ellingwood and Tekie 2001; Tekie 2002).

However, probabilistic assessments require many parameters to describe uncertainties, such as random variables, Probability Density Functions (PDF), PDF bounds, coefficients of variation, which may affect substantially the analysis results as shown by the wide dispersion in fragility curves computed from the participants in the ICOLD Benchmark (Escuder-Bueno et al. 2016). Then, the decision to take remedial action, if necessary, depends on a complex and possibly not unique assessment: one may wonder about limits of reliability methods, which are finally not the unerring reference (Kreuzer 2000, 2003).

*Semi-probabilistic analysis* is a first simplified approach that allows considering uncertainties according to each load and resistance parameter (ANCOLD 1991; CFBR 2013, 2015; IS 1984-1998; Peyras et al. 2008; Rocha 1974; SPANCOLD 2003). Partial safety coefficients are ideally calibrated according to probabilistic analyses. However, each dam is a unique hydro-geomechanical system. Calibration may not be based on consistent sampling, but adapted to correspond to existing structures designed with deterministic methods (Jongejan and Calle 2013; Kovarik 2000). In the Netherlands, the National Flood Risk Analysis project developed recommendations evolving from deterministic to semi-probabilistic analysis to assess stability of hydraulic structures (levees), using probabilistic analysis to calibrate coefficients according to target failure probability,  $p_f^*$  (Jongejan and Maaskant 2013; Vergouwe 2016).

*Adjustable Factor of Safety (AFS)* analysis is another simplified and practical way to perform probabilistically (reliability) based safety assessment. AFS considers only two basic random variables, the resistance  $\mathbf{R}$  and the load,  $\mathbf{L}$ . AFS is seeking a binary outcome such that  $AFS \geq FS_{req}$ , where  $FS_{req}$  is depending on a user defined target  $p_f^*$  or a target reliability index,  $\beta^*$ . As described in more details in section 3, AFS connects  $\mathbf{R}$  and  $\mathbf{L}$  within a probabilistic framework using their PDF along with six uncertainty factors calibrated on empirical evidences, including coefficients of variations as well as upper (for  $\mathbf{L}$ ) or lower (for  $\mathbf{R}$ ) PDF bounds (Kreuzer and Léger 2013). More comprehensive probabilistic analyses may attempt a solution requiring much more extensive numerical data processing. However, no matter how mathematically elaborate is a probabilistic analysis, it cannot avoid the key difficulty of acquiring data to characterise each random variable from reliable empirical evidences.

A progressive approach, with increasing level of complexity to assess the sliding stability of gravity dams is therefore proposed as follows: (i) deterministic analysis is done first, (ii) then semi-probabilistic method can optionally be used to distinguish uncertainties about the friction coefficient and cohesion. (iii) The AFS method is next performed to rationally adjust the computed  $FS_{det}$  and compared it to  $FS_{req}$  considering a probabilistic description of R uncertainties and a selected target  $p_f^*$  or  $\beta^*$ . Finally, (iv) full probabilistic analysis may be undertaken if deemed necessary.

## 4.4 Quantitative requirements in safety evaluation formats

### 4.4.1 Deterministic

Deterministic analysis is traditionally used to design and assess dam stability. It consists in defining a factor of safety (FS) between the dam's resistance R and the loading L from  $FS = R/L$ , and to compare it to required values according to applicable guidelines. The gravity method and Mohr-Coulomb criterion are most often employed to define the shear strength resistance to compute sliding FS. Typically, three values for resistance are considered in parametric study: best estimate, lower bound, and upper bound. Different load combinations are considered, only those associated with water levels are studied herein: usual, unusual, and extreme (flood). Moreover, required FS relate to dam-foundation interface and lift joints. These coefficients come from experience and have no sound mathematical justification.

Some guidelines require FS without any consideration to the level of knowledge about strength parameters (Table 4.1). Some other guidelines recommend FS considering the level of knowledge in strength parameters. The required FS are larger if no material tests have been realised (Table 4.2).

Table 4.1. Required deterministic factors of safety without any explicit consideration of uncertainties

<b>Load combination</b>	<b>Required factor of safety</b>		
	UBSR (1976)	USACE (1995)	FERC (2002) <sup>(a)(b)</sup>
Usual	3.0	2.0	3.0
Unusual	2.0	1.7	2.0
Extreme	1.0	1.3	-

<sup>(a)</sup> Dams are categorised according to the consequences of a failure: the coefficients are for a dam with moderate to high risks.

<sup>(b)</sup> Other FS are required for friction only (cohesion is null).

Table 4.2. Required deterministic factors of safety depending on the level of knowledge of strength parameters

Load combination	Required factor of safety					
	CDA (2007) <sup>(a)</sup>		ANCOLD (2013) <sup>(a)</sup>		USACE (2005) <sup>(b)</sup>	
Knowledge?	No tests	With tests	Not well-defined <sup>(c)</sup>	Well-defined <sup>(c)</sup>	Well-defined <sup>(d)</sup>	Ordinary
Usual	3.0	2.0	3.0	2.0	2.0	1.7
Unusual	2.0	1.5	2.0	1.5	1.5	1.3
Extreme	1.3	1.1	1.5	1.3	1.1	1.1

<sup>(a)</sup> Other FS are required for friction only (CDA 2007) or residual values for C,  $\tan\phi$  (ANCOLD 2013).

<sup>(b)</sup> Dams are categorised according to the consequences of a failure: the FS are for a dam with moderate to high risks.

<sup>(c)</sup> According to ANCOLD (2013), "well-defined" means that "a sufficient number of tests have been done to specify the strength parameters with reasonable certainty (e.g. assumed strength is exceeded by 80% of the test results from a test regime involving a significant number of tests)".

<sup>(d)</sup> According to USACE (2005), site information is "well-defined" when records are available, dam is monitored, uplift are known, and "foundation strengths can be established with a high level of confidence".

#### 4.4.2 Semi-probabilistic

Rocha (1974) suggested to introduce partial safety coefficients for friction and cohesion instead of a single FS. This approach is to account for different levels of uncertainties in these two shear strength mechanisms. Divisor coefficients of 1.5 to 2, and 3 to 5, could be applied respectively to



the friction coefficient,  $\tan\phi$ , and the cohesion,  $C$ . It is thus recognised that uncertainties in cohesion are more important than in friction, whereas there is no mathematical justification for the recommended values. Thereafter, countries like India (IS 1984-1998) and Spain (SPANCOLD 2003) chose to use the concept of partial strength reduction coefficients (Table 4.3).

Semi-probabilistic assessment consists in using some partial safety coefficients for both loads and strengths, increasing loads and reducing strengths depending on the target reliability of the structural component. These coefficients are ideally calibrated from probabilistic methods, and adapted to existing structures designed with deterministic analysis (Jongejan and Calle 2013; Kovarik 2000).

Table 4.3. Semi-probabilistic partial safety coefficients

Load combination	Partial safety coefficients							
	IS (1984-1998)		SPANCOLD (2003) <sup>(b)</sup>		CFBR (2013)		ANCOLD (1991) <sup>(c)</sup>	
	$\gamma_C$ <sup>(a)</sup>	$\gamma_{\tan\phi}$	$\gamma_C$	$\gamma_{\tan\phi}$	$\gamma_C$	$\gamma_{\tan\phi}$	Strength	Load <sup>(d)</sup>
Usual	3.6	1.5	5.0	1.5	3.0	1.5	0.3	
Unusual	3.6	1.5	4.0	1.2	2.0	1.2	0.4	0.95 to 1.50
Extreme – flood	1.2	1.0	3.0	> 1.0	1.0	1.0	0.8	

<sup>(a)</sup> C is the cohesion,  $\tan\phi$  is the friction coefficient;  $\gamma_C$  and  $\gamma_{\tan\phi}$  are associated partial safety coefficients such that semi-probabilistic sliding stability limit-state criterion is:  $\frac{A_c \cdot C / \gamma_C + V \cdot \tan\phi / \gamma_{\tan\phi}}{L} > 1.0$  where V is the sum of vertical forces,  $A_c$  the compressed sliding area, L the hydrostatic thrust (IS 1984-1998; SPANCOLD 2003; CFBR 2013).

<sup>(b)</sup> Dams are categorised according to the consequences of failure: the coefficients are for a dam with moderate to high risks.

<sup>(c)</sup> Multiplier coefficients applied to strength and load parameters to compute  $R'$  and  $L'$  such that semi-probabilistic sliding stability limit-state criterion is:  $R' > L'$  (ANCOLD 1991).

<sup>(d)</sup> Coefficients for loads are 0.95 for water and well-known dead loads contributing to stability, 0.90 for not well-known concrete weight, 1.05 for water, uplift and dead loads contributing to instability, 1.50 for live and silt loads contributing to instability.

### 4.4.3 Probabilistic

FS and partial safety coefficients do not inform about the safety margin including uncertainties about parameters employed in analysis. Probabilistic analysis allows to compute a failure probability,  $p_f$ , considering mathematically uncertainties. HCS have been developed to differentiate

structures according to the consequences a failure. The ALARP concept has often been used to link loss of human lives (or persons in danger), more than material costs of consequences, to recommended acceptable failure probability (Figure 4.1).

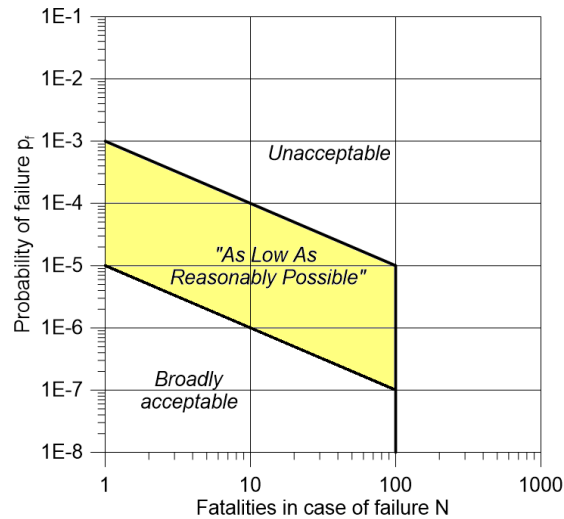


Figure 4.1. Concept of "As Low As Reasonably Possible" adapted from (CDA 2007)

In probabilistic analysis, load ( $L$ ) and resistance ( $R$ ) parameters are statistically distributed according to PDF selected to be representative of tests and knowledge about these parameters. Failure develops when internal load demand exceeds the resistance capacity of the dam. Influences of different selections of PDF data in probabilistic analyses have been studied in Altarejos-Garcia et al. (2012); Carjaval et al. (2009a, 2009b, 2009c); Carjaval, Peyras, and Baconnet (2010); Krounis and Johansson (2012); Krounis et al. (2016); Lombardi (1988, 1993, 2006); Spross, Johansson and Larsson (2013). Probabilistic analysis, no matter how sophisticated, can still lead to very different solutions for a given problem because of the complex choices of random variables, characteristic values, PDF, bounds, which can largely influence final results. For example, Figure 4.2 illustrates the wide dispersion obtained from participants in an ICOLD Benchmark seeking to compute the fragility curve ( $F_{curve}$ ) for  $p_f$  as a function of  $H_w$  for a 80 m-high gravity dam given fifteen sets of "cohesion, friction angle" data pair representing material test data. The detailed description of the problem is given in section 4.4.1 of this paper. In Figure 4.2, we present results from all participants

that used MC simulations, (Fcurves 1-7) as well as our own MC solutions (Fcurves 8-12). Using the same PDF data for  $C$  and  $\tan\phi$ , ICOLD Fcurve 2 is similar to Fcurve 8 computed herein for water levels ranging from 75 m to 80 m. Our MC probabilistic analysis procedure is thus validated for the selected PDF data.

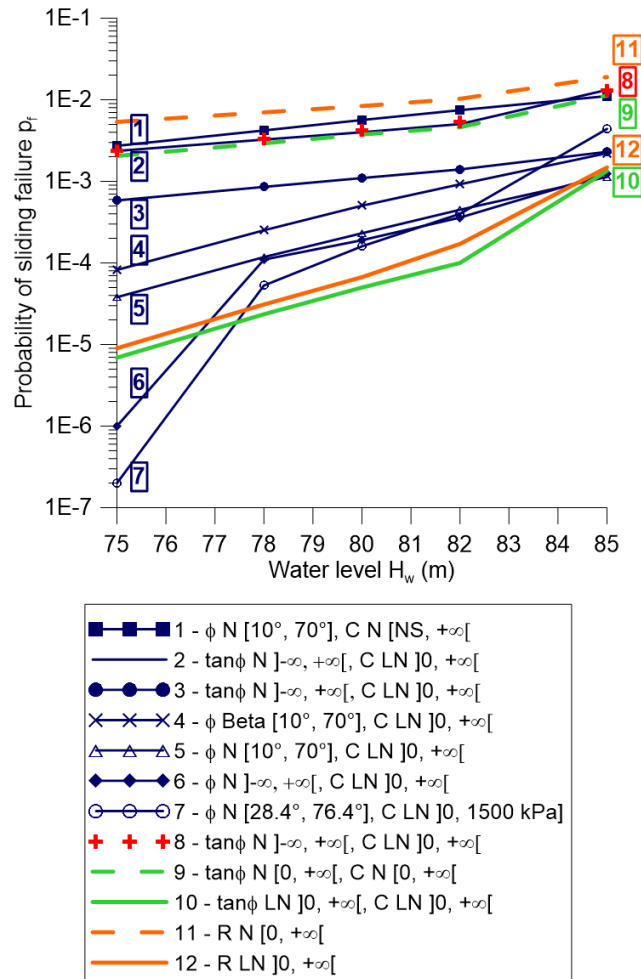


Figure 4.2. Dispersion in fragility curves computed for the ICOLD Benchmark for a 80 m-high gravity dam (Fig. 5);  $\phi$  is the friction angle,  $C$  the cohesion,  $R$  the global resistance of the dam defined in Eq. 2;  $N$  = normal distribution,  $LN$  = lognormal distribution; selected bounds are indicated. Fcurves1 to 7 are from participants in the ICOLD Benchmark, Fcurves 8 to 12 are our solutions to the Benchmark

#### 4.4.4 Reliability based safety factors

Kreuzer and Léger (2013) presented a simplified reliability based method to assess dam stability. It depends on two uncertain random variables, R and L. An *Adjustable Factor of Safety (AFS)* is defined by:

$$AFS = \frac{\mu_R \{1 - (k_R \cdot c_R + \alpha_R)\}}{\mu_L \{1 + (k_L \cdot c_L + \alpha_L)\}} = FS_{det} \cdot U_{RL} \quad (\text{Eq. 1})$$

$FS_{det}$  is the deterministic factor of safety,  $c_R$  and  $c_L$  are the coefficients of variation related to physical uncertainties, the natural intrinsic dispersion of values,  $k_R$  and  $k_L$  are related to statistical uncertainties defined herein as the lack of knowledge, from the number and reliability of material test data and  $\alpha_R$  and  $\alpha_L$  are related to model or (epistemic) uncertainties (Figure 4.3). Comprehensive description and numerical values for these coefficients have been suggested in Kreuzer and Léger (2013) depending on the knowledge of the structure.

Considering only two random variables, R and L, the AFS aims to be compared to a Required Safety Factor,  $FS_{req}$ , depending on a target failure probability,  $p_f^*$ , or the corresponding reliability index  $\beta^*$ . For a safe structure, the stability criterion becomes  $AFS \geq FS_{req}$ .  $FS_{req}$  is computed iteratively by direct integration to be the  $FS = \mu_R/\mu_L$  such that with the selected PDF data for R and L, the computed  $p_f$  would correspond to the target failure probability,  $p_f^*$ . PDF are bounded at distances from the mean corresponding to a number  $k_R$  or  $k_L$  of standard deviations, on the left for the resistance and on the right for the load. For unbounded PDF, tails of distributions are considered in the computation of  $FS_{req}$  (it would correspond to  $k = \infty$ ), but a  $k$  value has to be defined for the computation of AFS.  $FS_{req}$  decreases when the uncertainties in L and R are reduced. The AFS is a simple approach to introduce uncertainties using PDF data of the basic random variables **L** and **R** directly into the safety evaluation process. It allows to study the effect of reducing the coefficient of variation of the resistance,  $c_R$ , using material tests, on a rational basis as opposed to existing deterministic dam safety guidelines using arbitrary reduced FS requirements. The AFS considers only  $p_f^*$ , that could be specified directly from a HCS, avoiding to rely on assessing speculative terms of risk which require a complementary loss model. A user friendly open source computer program, **R-AFS**, was developed to perform AFS and  $FS_{req}$  computations (Morin 2016). The R-AFS implementation is controlled by an input-output environment, using the "R" open-source

statistical computational platform (see <https://www.r-project.org/>). A copy of R-AFS could be obtained by contacting the second author (pierre.leger@polymtl.ca).

While discussing AFS with colleagues, we realized that the expression "*Adjustable*" is unfortunate because for some it conveys the impression of an *arbitrary* adjustment instead of a reliability based adjustment using sound principles. We are thus using below the expression Reliability Based Safety Factor (RBSF). RBFS is, we believe, more suitable to convey the essence of the proposed simplified method.

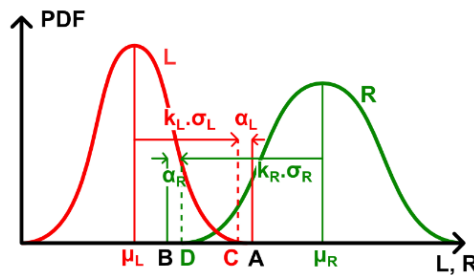


Figure 4.3. Definition of the six uncertainty coefficients in the Reliability Based Safety Factor format: (i)  $c_R = \sigma_R/\mu_R$ , (ii)  $k_R$ , (iii)  $\alpha_R$ , (iv)  $c_L = \sigma_L/\mu_L$ , (v)  $k_L$ , (vi)  $\alpha_L$

The advantages of RBSF are (i) the rationality to account for uncertainties using selected PDF data and a target  $p_f^*$  (or  $\beta^*$ ) in similarity to probabilistic analysis, (ii) its simplicity and practical use, (iii) a clear interpretation in the form of a binary decision to accept/reject the computed FS.

Of course, if one has the certitude to have properly factored all uncertainties with the  $c$ ,  $k$  and  $\alpha$  values,  $FS_{req} = 1$  would be adequate. The general accepted safety performance criterion then becomes  $AFS \geq 1$ . Another approach is to consider all uncertainties in the computation of  $FS_{req}$ . In the gravity dam shear strength problem, we are then seeking to satisfy  $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}(c_R, k_R, \alpha_R, p_f^*)$ . However, an additional safety margin might be provided for initial imperfection, ignorance or lack of information leading to the acceptance criterion  $AFS \geq FS_{req}(c_R, k_R, \alpha_R, p_f^*)$  (Kreuzer and Léger 2013). These three acceptance criteria (i)  $AFS \geq 1$ , (ii)  $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ , and (iii)  $AFS \geq FS_{req}$  are compared with MC analyses, used as the reference solution to evaluate the RBFS method.

#### 4.4.5 Progressive approach to introduce uncertainties

The above safety evaluation formats, ranging from deterministic to probabilistic analyses, show different ways to account for uncertainties, from various sources appearing at each level of the stability assessment of the dam: material testing, selection of strength and load parameters, structural model. A progressive approach may then be developed to best account for these uncertainties, from simple to more complex but more precise evaluation formats (Figure 4.4).

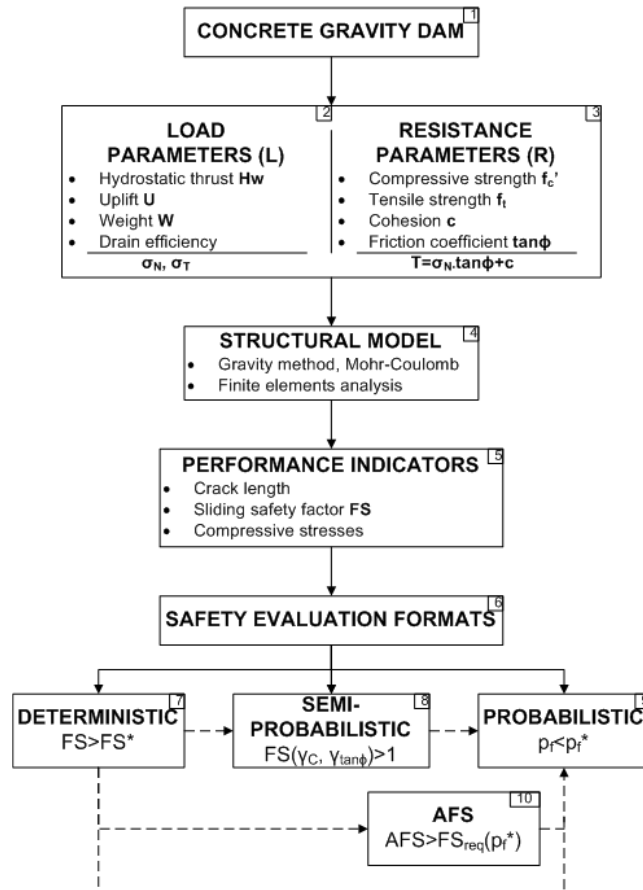


Figure 4.4. Progressive approach for dam safety assessment: parameters, sources of uncertainties and performance indicators

## 4.5 Application of progressive safety assessment

### 4.5.1 Description of the gravity dam for applications

The dam for applications is a 80 m-high concrete gravity dam that might be subjected to overtopping. The dam geometry (Figure 4.5) is given in the 11th ICOLD Numerical Benchmark (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo 2011). The resistance,  $\mathbf{R}$ , is a function of two basic random variables, (i) the friction coefficient,  $\tan\phi$ , and (ii) the cohesion,  $C$ . The dam weight,  $W$ , and the drain effectiveness,  $E$ , are considered as given constant parameters. The uplift pressure,  $U$ , is a function of the water level,  $H_w$ . In this application, there is no uncertainty for the load,  $\mathbf{L}$ . The water level,  $H_w$ , is increased systematically to reach an unacceptable limit state. In the case of overtopping, the water weight on the crest is estimated as  $W_w$ . The gravitational acceleration, the dam-foundation interface tensile strength, the water and concrete densities used in computations are respectively,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $f_t = 0$ ,  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ , and  $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$ . The classical gravity method is used in stability analyses, considering cracking at the dam-foundation interface. If the base crack extends beyond the drain, the full uplift pressure is considered in the crack.



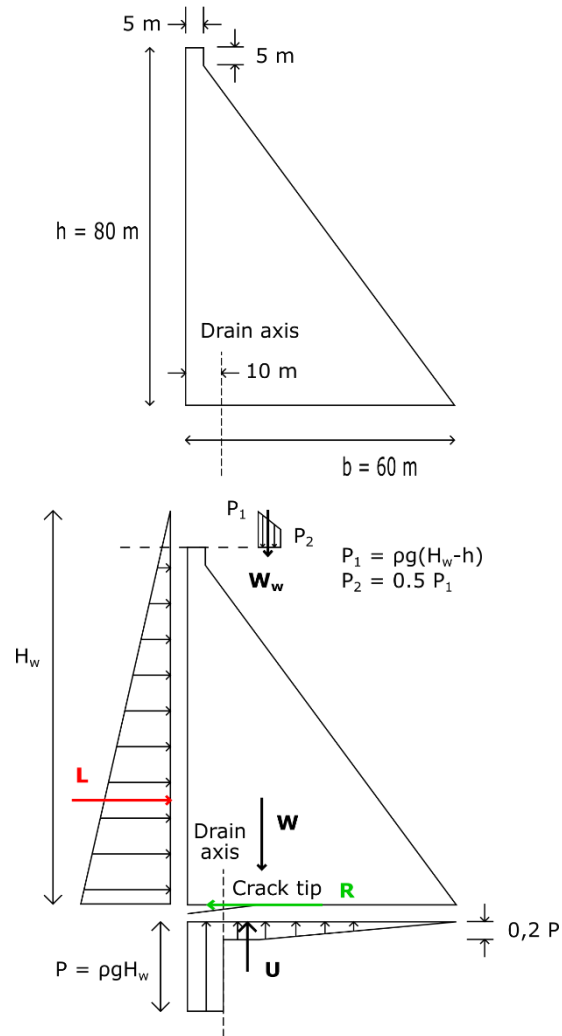


Figure 4.5. Geometry, load,  $L$ , drainage, and resistance,  $R$ , (friction and cohesion) properties of the gravity dam analysed

Fifteen couples of friction angle  $\phi$  ( $^{\circ}$ ) and cohesion  $C$  (kPa) are specified as input "material test" data in the 11th ICOLD Numerical Benchmark seeking to estimate the sliding probability of failure,  $p_f$ , of the dam (see Appendix 1). The statistics for  $C$  and the friction coefficient,  $\tan\phi$ , are summarised in Table 4.4. The coefficient of variation for cohesion,  $c_c$ , is 0.67, which is quite large. Distribution fitting has been realised with N-PDF and LN-PDF. The LN-PDF was found to suit the data best taking into account the skewness, whereas N-PDF is symmetrical.

Table 4.4. Material test data statistics for friction and cohesion at the dam-foundation interface

<b>Material test</b>	<b>Cohesion <math>C</math> (kPa)</b>	<b>Friction angle <math>\phi</math> (<math>^{\circ}</math>)</b>	<b>Friction coefficient <math>\tan\phi</math></b>
Mean $\mu$ – best estimate	367	52.4	1.36
Standard deviation $\sigma$	247	7.99	0.39
Coefficient of variation $c$	0.67	0.15	0.29
Minimum – lower bound	0	37	0.75
Maximum – upper bound	800	63	1.96
5% fractile – N	0	39.3	0.72
5% fractile – LN	112	40.3	0.82

## 4.5.2 Deterministic stability evaluation

Deterministic analyses are first realised with mean values selected as best estimates for cohesion,  $C$ , and friction coefficient,  $\tan\phi$ . Smallest and largest values are taken as lower and higher bounds. For the usual and unusual load combinations, the maximal allowable water level,  $H_w$ , is computed according to CDA (2007, Table 4.2), without and with material tests (Figure 4.6).

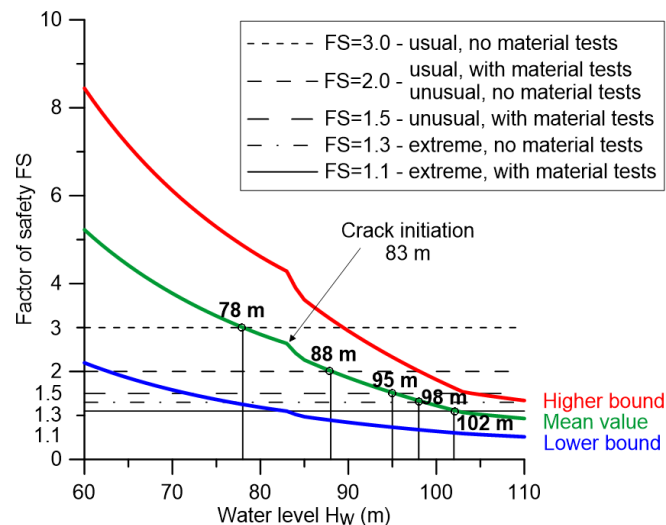


Figure 4.6. Maximum allowable water level according to deterministic CDA (2007) dam safety guidelines

These results indicated the importance of having a good knowledge of shear strength parameters. For the usual load combination, the allowable water level increased by 10 m if material tests are realised. However, CDA (2007) does not provide clear guidance on the number of tests, the sampling location and the testing method to be used to obtain representative results with a quantified confidence level. ANCOLD (2013) suggests criteria for the "well-defined" material shear strength parameters (Table 4.2).

### 4.5.3 Probabilistic safety evaluation

A probabilistic assessment requires to select a target  $p_f^*$ , random variables, their PDF, and their bounds if they are bounded. PDF are bounded at distances from the mean corresponding to a number  $m$  of standard deviations on the left and on the right. Unbounded PDF corresponds to  $m = \infty$ . Herein, the  $p_f^*$  is  $10^{-5}$ , consistent with the ALARP principles for a high-risk dam (CDA 2007). We work with two sets of random variables either  $(C, \tan\phi)$  or  $R$ . The resistance,  $R$ , is described as the sum a friction and a cohesion component:

$$R = V \cdot \tan\phi + A_c \cdot C \quad (\text{Eq. 2})$$

a mean value is computed for  $R$  and the standard deviation,  $\sigma_R$ , is estimated from:

$$\sigma_R = \sqrt{(V \cdot \sigma_{\tan\phi})^2 + (A_c \cdot \sigma_C)^2} \quad (\text{Eq. 3})$$

where  $V$  is the sum of vertical forces, and  $A_c$  the area in compression.

The related PDF are successively selected as  $N$  and  $LN$  in sensitivity analyses. Bounded and unbounded PDF are also studied. MC computations are realised with MATLAB® (The MathWorks 2016),  $n = 10^7$  samples are found adequate to obtain convergence for  $p_f$ . For instance, when  $p_f = 10^{-5}$ , the accuracy is  $p_f = 10^{-5} \pm 5 \cdot 10^{-7}$ .

**Unbounded PDF** are first studied. When the unbounded hypothesis is considered with  $N$ -PDF, negative values of  $C$ ,  $\tan\phi$ , or  $R$ , are replaced by new draws in MC simulations. The results are presented in Figure 4.7.  $LN$ -PDF yielded failure probabilities smaller than  $N$ -PDF. The reduction from two random variables,  $(C, \tan\phi)$ , to one random variable,  $R$ , gave similar  $H_w$  results.

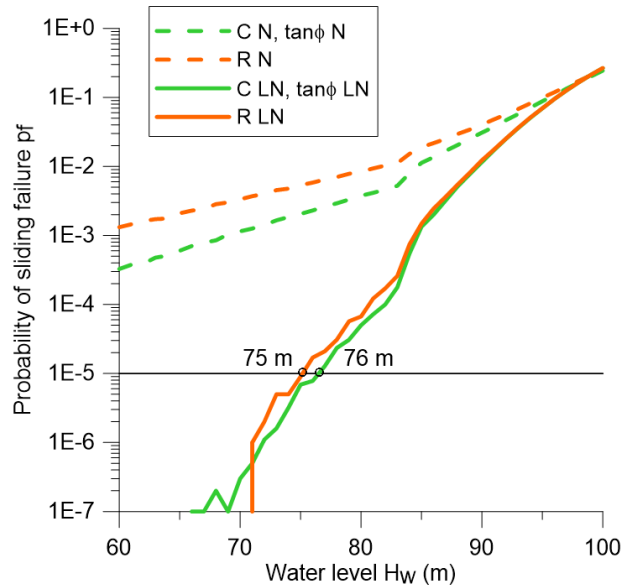


Figure 4.7. Fragility curves comparing **unbounded** N-PDF and LN-PDF, variables (C, tanφ) or R, computed with MC; and  $H_w$  according to probabilistic analysis for a target failure probability  $p_f^* = 10^{-5}$

The effect of **bounded PDF** is investigated by selecting values between the 5% fractile for strength parameters on the left of the distribution:  $m_l$  standard deviations, and the 95% fractile on the right:  $m_r$  standard deviations (Figure 4.8). For variables C, tanφ, R,  $m_l$  are respectively equal to 1.03, 1.38, 1.39 and  $m_r$  respectively equal to 1.88, 1.84, 1.83.

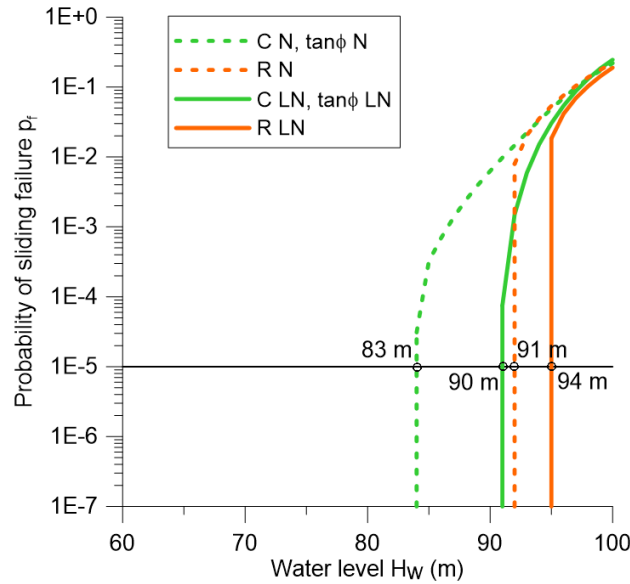


Figure 4.8. Fragility curves comparing **bounded** N-PDF and LN-PDF at the 5% and 95% fractile values, variables (C,  $\tan\phi$ ) or R, computed with MC; and maximum allowable water level according to probabilistic analysis for a  $p_f^* = 10^{-5}$

Results were similar using N-PDF or LN-PDF, but more sensitive to the selection of random variables. Using a single random variable, R, instead of two (C,  $\tan\phi$ ), yielded higher  $H_w$ .

#### 4.5.4 Semi-probabilistic stability evaluation

For the semi-probabilistic analysis, CFBR (2013) suggests as characteristic values, a "wise estimation of the mean", and the 5% fractile if statistical methods are used. Herein, two pairs of (C,  $\tan\phi$ ) are used (i) mean values as best estimates (367, 1.36), and (ii) 5% fractile obtained from the 15 material test data assuming a N-PDF (0, 0.72, Table 4.4) considered in typical user of CFBR. The partial strength safety coefficients are applied for the usual, unusual, and extreme load combinations (Table 4.3).

With the extreme combination, the computed  $H_w$  was 106 m using the mean values for (C,  $\tan\phi$ ), but as complete base cracking occurred at **104 m** we used this last value as the maximum  $H_w$ . Allowable  $H_w$  according to each load combination are presented in Figure 4.9.

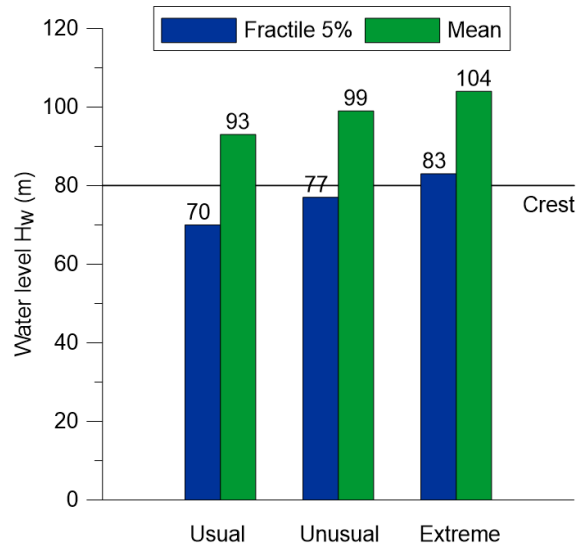


Figure 4.9. Maximum allowable water level according to semi-probabilistic CFBR (2013) dam safety guidelines

These results showed a very significant sensitivity of the semi-probabilistic method to the selected characteristic values.

#### 4.5.5 Reliability based safety factors – AFS

The selected  $p_f^*$  is  $10^{-5}$  as recommended for a high-risk dam with good quality assurance and management (Kreuzer and Léger 2013). The AFS method is employed without uncertainties in load  $L$ ,  $c_L = 0$ , also, coefficients reporting model uncertainties  $\alpha_R$  and  $\alpha_L$  are null. The shear strength random variable in the AFS method is  $R$ . The related PDF is LN as recommended in Kreuzer and Léger (2013).

**Unbounded PDF** are first studied. Tails of distributions are considered while computing  $FS_{req}$  but a value for  $k_R$  has to be defined for the evaluation of AFS. Values selected for  $k_R$  in the AFS computation (Eq. 1) are (i)  $k_R = 1.39$ , corresponding to the 5% fractile for  $R$  for LN-PDF (Holický 2009), (ii)  $k_R = 2$ , (iii)  $k_R = 3$ .  $FS_{req}$  is computed with unbounded PDF. Computed AFS and  $FS_{req}$  are presented in Figure 4.10. For  $k_R = 3$ , allowable water level was less than 40 m.

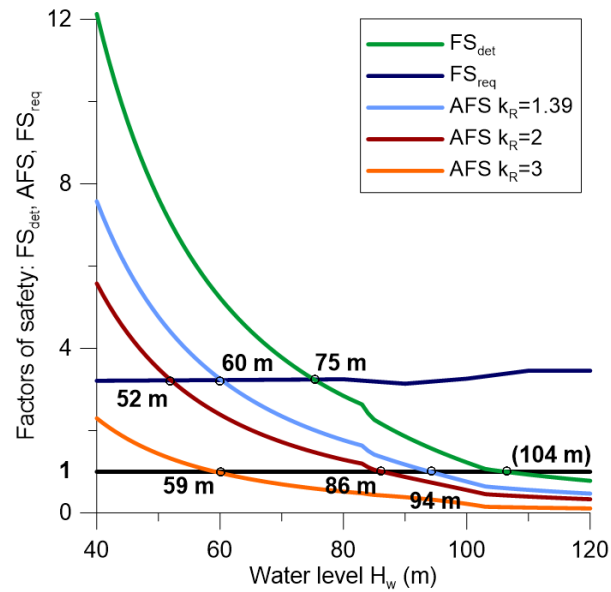


Figure 4.10. RBSF method: deterministic  $FS_{det}$ ; required  $FS_{req}$  for  $p_f^* = 10^{-5}$  and **unbounded** LN-PDF for  $R$ ; and AFS for (i)  $k_R = 1.39$ , (ii)  $k_R = 2$ , (iii)  $k_R = 3$

For **bounded PDF** the effect of bounds is investigated by selecting (i)  $k_R = 1.39$  (corresponding to the 5% fractile for  $R$  for our LN-PDF (Holický 2009)), (ii)  $k_R = 2$ , and (iii)  $k_R = 3$  for the computation of AFS as well as  $FS_{req}$ . The computed AFS and  $FS_{req}$  are presented in Figure 4.11. For  $k_R = 3$ ,  $H_w$  was again less than 40 m.



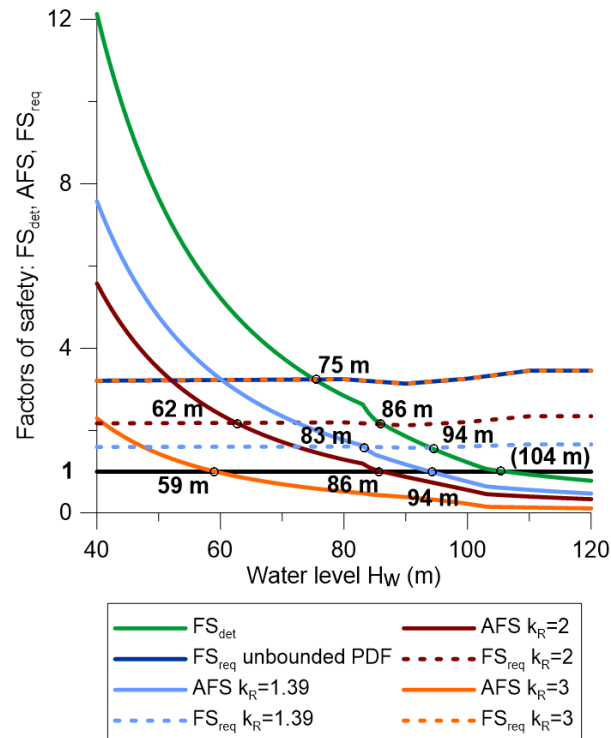


Figure 4.11. RBSF method: deterministic safety factor  $FS_{det}$ ; required safety factor  $FS_{req}$  for  $p_f^* = 10^{-5}$  and **bounded** LN-PDF for R; AFS and  $FS_{req}$  for (i)  $k_R = 1.39$ , (ii)  $k_R = 2$ , (iii)  $k_R = 3$

## 4.6 Discussion

### 4.6.1 Results from different safety evaluation formats

The 80 m dam was analysed according to four safety evaluation formats applying the proposed progressive safety assessment methodology. The key results are presented (i) in Figure 4.6 for deterministic analyses, (ii) in Figure 4.9 for semi-probabilistic analyses, (iii) in Figures 4.10-4.11 for RBSF, and (iv) in Figures 4.7-4.8 for probabilistic analyses. Comparative  $H_w$  results are presented in Figure 4.12. Table 4.5 presents the computed FS for each safety format that are compared to the required FS to declare a safe dam. The reference value to make comparisons and orient the discussion is  $H_w = 90$  m. This allowable  $H_w$  is computed from MC simulations, using  $C$  and  $\tan\phi$  as random variables, with LN-bounded PDF ( $m_1 = 1.03$  for  $C$  and 1.38 for  $\tan\phi$ , corresponding to the 5% fractile). It is a reasonable and defensible probabilistic model having considered strength uncertainty in a rational way with two random variables, as well as existing

dam safety guidelines to select PDF bounds. Obviously, other reference value for  $H_w$  could be selected. However, we present coherent hypotheses moving from one level of complexity to the next such that meaningful comparisons and discussion could be established.

The *deterministic* format criteria (Table 4.2, CDA 2007) are unable to consider the large coefficient of variation in shear strength parameters,  $H_w$  being **102 m** for extreme conditions (flood) if material tests had been realised. A parametric analysis showed that lower bound of shear strength data would authorise  $H_w$  equal to **82 m**.

*Probabilistic* sensitivity analyses were applied with random variables ( $C, \tan\phi$ ) or  $R$ , LN-PDF, and unbounded or bounded distributions, with  $p_f^* = 10^{-5}$ . For the unbounded case,  $H_w$  was **76 m** with variables ( $C, \tan\phi$ ) and **75 m** with variable  $R$ , leading to similar results. With bounds corresponding to the 5% fractiles for strength parameters,  $H_w$  was **90 m** (the reference value) for variables ( $C, \tan\phi$ ) and **94 m** for  $R$ . Probabilistic analysis (MC) may be considered as the most rigorous approach but is shown to be sensitive to the selection of random variables and PDF bounds.

In *semi-probabilistic analysis*, two pairs of values for ( $C, \tan\phi$ ) were used. For the extreme combination, using the mean,  $H_w$  was **104 m**. Using the 5% fractile,  $H_w$  was **83 m**. This 83 m value was the same as using bounded N-PDF with variables ( $C, \tan\phi$ ) in probabilistic analysis (Figure 4.8), meaning that calibration of partial coefficients in semi-probabilistic analysis appears to be consistent with results of N-PDF bounded probabilistic analysis.

The *reliability based safety factors (AFS)* with criterion " $AFS \geq FS_{req}$ " yielded very low  $H_w$  for unbounded LN-PDF. For unbounded PDF,  $H_w$  values were very sensitive to the coefficient  $k_R$ . It is deemed inadequate in our application.

The criterion " $AFS \geq 1$ " gave the same  $H_w$  for unbounded and bounded LN-PDF because this criterion is not related to the computation of  $FS_{req}$ , using PDF data. For  $k_R = 1.39$  and  $k_R = 2$ ,  $H_w$  obtained with the criterion " $AFS \geq 1$ " are the same as those obtained with criterion " $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ ". The criterion " $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ " gave the same  $H_w$  for unbounded PDF even for  $k_R = 3$ . This means that bounding PDF with large  $k_R$  is equivalent in RBSF to consider the whole content of the distribution.

## 4.6.2 Comparisons of different safety evaluation formats

For the same 80 m gravity dam stability problem, with known 15 pairs  $(C, \tan\phi)$  and considering (i) no uncertainty, (ii) uncertainties believed to be known with certainty either in RBSF or probabilistic analysis or, (iii) uncertainties with an added safety margin, may decrease the allowable  $H_w$  from 104 m to 60 m (Figure 4.12). Table 4.5 presents FS computed by each safety evaluation format and the associated safety criterion for two water levels: 80 m and 90 m. Demand/capacity ratios (D/C) have been computed in each case as  $(H_w^2/90^2)$  because the applied hydrostatic thrust,  $L$ , could be estimated as  $L = (\rho_w g H_w^2)/2$ . D/C ratios are presented in enclosed boxes in Figure 4.12, and for varying values of PDF bounds,  $m_l$  (MC) and  $k_R$  (RBSF), in Figure 4.13.

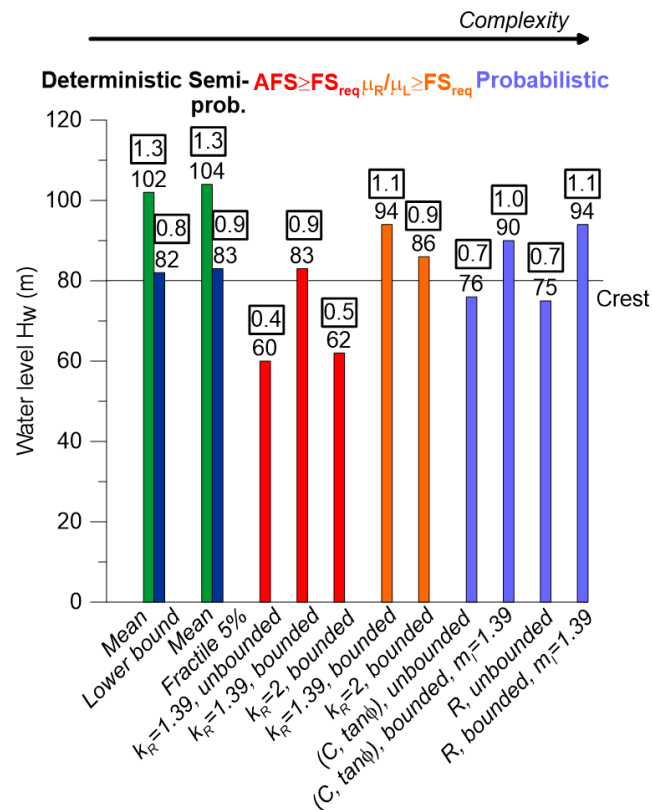


Figure 4.12. Maximum allowable water level for different safety formats: (i) deterministic, (ii) semi-probabilistic, (iii) RBSF criterion " $AFS \geq FS_{req}$ ", (iv) RBSF criterion " $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ ", (v) probabilistic MC simulations with random variables  $(C, \tan\phi)$ , (vi) probabilistic MC simulations with random variable R. LN-PDF is used for RBSF and probabilistic methods. In boxes are

Demand/Capacity ratios

Table 4.5. Sliding FS from safety formats: (i) deterministic (CDA 2007), (ii) semi-probabilistic (CFBR 2013), (iii) three criteria of RBSF method, (iv) probabilistic

	<b>80 m - unusual</b>		<b>90 m - extreme</b>	
<b>Deterministic</b>	$FS_{det}$	$FS_{det}^{req}$	$FS_{det}$	$FS_{det}^{req}$
$FS_{det} \geq FS_{det}^{req}$	2.84	$\geq 1.5$	1.86	$\geq 1.1$
<b>Semi-prob.</b>	$FS'_{unus}$	$FS'^{req}$	$FS'_{extr}$	$FS'^{req}$
$FS' \geq FS'^{req}$	2.14	$\geq 1.0$	1.86	$\geq 1.0$
<b>RBSF<sup>(a)</sup></b>	$AFS$	$AFS^{req}$	$AFS$	$AFS^{req}$
(i) $AFS \geq 1$	1.77	$\geq 1.0$	1.17	$\geq 1.0$
(ii) $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$	$\mu_R/\mu_L$	$FS_{req}$	$\mu_R/\mu_L$	$FS_{req}$
	2.84	$\geq 1.61$	1.86	$\geq 1.58$
(iii) $AFS \geq FS_{req}$	$AFS$	$FS_{req}$	$AFS$	$FS_{req}$
	1.77	$\geq 1.61$	1.17	$< 1.58$
<b>Probabilistic<sup>(b)</sup></b>	$FS_{pr}$	$FS_{pr}^{req}$	$FS_{pr}$	$FS_{pr}^{req}$
$FS_{pr} \geq FS_{pr}^{req}$	1.26	$\geq 1.0$	1.0	$\geq 1.0$

<sup>(a)</sup> RBSF computations with bounded PDF and  $k_R = 1.39$ .

<sup>(b)</sup> Reference value from probabilistic analyses is 90 m.  $FS_{pr}$  is defined by the inverse of the demand/capacity ratio.

Deterministic and semi-probabilistic formats do not allow to account for uncertainties in parameters used for computations. The allowable  $H_w$  were especially high using mean values as

strength parameters (102 m and 104 m an allowable capacity approximately 30% larger than the reference value). Using lower bound or 5% fractile values as strength parameters in a sensitivity analysis yielded much smaller  $H_w$  (82 m and 83 m), because of the large scatter in test data.

Application of RBSF method (computation of  $FS_{req}$  and AFS) allows to quantify uncertainties in the safety evaluation. Comparing  $(\mu_R/\mu_L)$  to  $FS_{req}$  is then a mathematically expressible safe/unsafe criterion. Allowable  $H_w$  were 94 m and 86 m for bounded PDF with  $k_R$  respectively equal to 1.39 and 2. This criterion yielded the same  $H_w$  as probabilistic MC simulations using variable R and bounded at 5% fractile. This is because direct integration used in computation of  $FS_{req}$  and MC simulations give the same  $p_f$ . While using  $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ ,  $H_w$  is 94 m corresponding to a D/C of 1.1 using the 90 m reference value. A maximum difference of 10%, as compared to the reference solution, is deemed acceptable for a simplified method. This difference decreases while increasing the PDF bound such that RBFS is found to have the same range of applicability as that of MC with a maximum difference of the order of 10%. The criterion "AFS  $\geq 1$ " gave also 94 m and 86 m for bounded PDF and  $k_R$  equal to 1.39 and 2, respectively. The range of applicability of the criterion "AFS  $\geq 1$ " is indicated in terms of D/C ratios in Figure 4.13. If we accept a difference of 10% with the reference solution, the use of "AFS  $\geq 1$ " is restricted to  $k_R$  value smaller than 2.5. On the other hand, comparing AFS to  $FS_{req}$  allows to introduce an additional safety margin. This added safety margin obviously yields to significantly lower allowable  $H_w$  and smaller D/C ratios as compared to other safety formats.

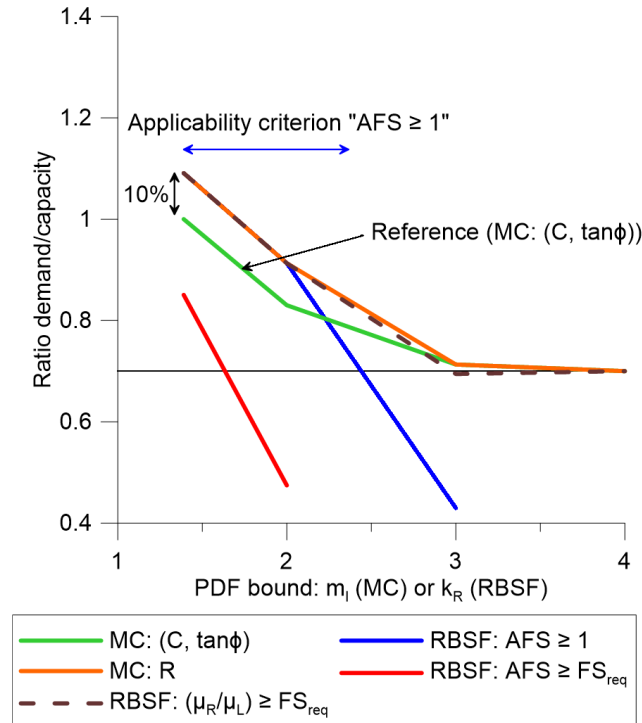


Figure 4.13. Demand/Capacity ratios for RBSF as compared to MC, for varying PDF bounds in MC simulations ( $m_l$ ) and RBSF ( $k_R$ )

From a practical standpoint, we feel confident to allow  $H_w$  equal to 83 m (3 m of overtopping) for the ICOLD Benchmark dam, using the " $AFS \geq FS_{req}$ " RBSF criterion with  $k_R = 1.39$  corresponding to the 5% fractile of the shear strength parameters. After performing the "sophisticated" analyses presented in this paper, we checked our findings from McCann et al. (1985) against rules of thumb for the allowable depth of overtopping,  $h_o$ , as a function of the dam height, using  $h = 80$  m (262.4 ft), in our case. Preliminary screening values for  $h_o$  are based on field experience and engineering judgement. They were recommended using the following description and equations (in feet) (i) for dams in good condition: with very little seepage, no cracks or movement ( $h_o = h^{0.6} \approx 8.6$  m), (ii) for dams in a fair condition: with moderate seepage, small structural cracks, slight differential movement ( $h_o = h^{0.45} - 1 \approx 3.5$  m) and (iii) for dams in poor conditions: with excessive seepage, large continuous cracks, excessive differential movements ( $h_o = h^{0.3} - 1 \approx 1$  m). The proposed RBSF " $AFS \geq FS_{req}$ " yielded a  $h_o$  value of 3 m corresponding to the rule of thumb for a dam in fair condition. This sounds about right considering the potential scour at the

downstream toe, the vibrations induced by the overflowing aerated water nappe, the increased in downstream toe uplift pressure due to the downstream face water jet changing direction at the toe. Such phenomenon are not being considered explicitly in dam safety guidelines, and are very difficult to model from a sound probabilistic standpoint.

## 4.7 Conclusions

In this paper, the consideration of material uncertainties in gravity dam sliding stability assessment was investigated for four safety evaluation formats: (i) deterministic, (ii) semi-probabilistic, (iii) reliability based Adjustable Factor of Safety (AFS), and (iv) probabilistic Monte Carlo (MC) analysis. The results were presented in terms of the allowable water level,  $H_w$ , demand/capacity ratios (D/C), and FS to reach an unstable condition. In AFS and MC, the selected target failure probability,  $p_f^*$ , was  $10^{-5}$ . A 80 m-high gravity dam was used for applications without considering uncertainties in the applied loads,  $L$ . The main conclusions can be summarised as follows:

- The dam engineering profession shows a huge interest in probabilistic methods. However, computation of  $p_f$  is very sensitive to the selection of shear strength random variables and PDF data as shown by the wide dispersion observed from the ICOLD Benchmark's results for a 80 m-high gravity dam. Practical applications are thus challenging, and generalisation of probabilistic analyses needs clear guidance.
- Using the deterministic format,  $H_w$  was found to be 103 m as compared to a reference MC solution with  $H_w$  equal to 90 m. The Deterministic safety format was found inadequate to introduce uncertainties even with an arbitrary reduction of the required FS if material tests are conducted
- In MC analyses, PDF bound data are the predominant parameters affecting the computation of  $p_f$ . A simplified bounded MC solution, using a single force resultant shear strength random variable,  $R$ , yielded a dam capacity approximately 10% larger than a bounded reference MC solution using two random variables (cohesion,  $C$  and friction,  $\tan\phi$ ). This excessive capacity decreases as the PDF bound becomes larger, the difference becoming insignificant when unbounded distributions are considered.

- A reliability based safety factor (RBSF) is a simplified and practical approach to introduce probabilistic uncertainties in shear strength parameters. The criterion " $(\mu_R/\mu_L) \geq FS_{req}$ ", using direct integration to compute  $FS_{req}$ , yielded the same results as MC simulations using the same PDF data and a single random variable, R. This criterion is recommended as a preliminary substitute to full probabilistic MC analysis that may therefore be avoided within the scope of the gravity dam stability problem studied herein. The proposed simplified approach yields a good accuracy with a 10% maximum difference with respect to a more comprehensive MC reference solution. The criterion " $AFS \geq FS_{req}$ ", which introduces an additional safety margin, cannot be compared the MC reference solution, because no additional safety margin was introduced in the MC solution. " $AFS \geq FS_{req}$ " yielded a lower allowable water level (83 m) than the MC solution (90 m). However,  $H_w = 83$  m does correspond to an established rule of thumb to estimate the capacity of a 80 m-high gravity dam.
- The proposed RBSF is a practical answer to the need for a simplified and robust method to introduce material data shear strength uncertainties using a rigorous approach in gravity dam stability analysis. Its range of applicability and the adequacy of the safety margin provided as compared to reference MC solutions make RBSF a useful tool to use in sensitivity analysis of PDF data before undertaking more comprehensive MC analyses (or variants such as FORM).

## 4.8 Acknowledgements

The financial support provided by the Natural Science and Engineering Research Council of Canada is acknowledged. The authors would also like to thank Dr Harald Kreuzer for proposing the RBSF and the fruitful technical discussions that took place during this study.

## 4.9 References

Altarejos-Garcia, L., Escuder-Bueno, I., and Morales-Torres, A. (2015). "Advances on the failure analysis of the dam-foundation interface of concrete dams." *Materials*, 8, 8255-8278.



Altarejos-Garcia, L., Escuder-Bueno, I., Serrano-Lombillo, A., and Membrillera-Ortuño, G. D. (2012). "Methodology for estimating the probability of failure by sliding in concrete gravity dams in the context of risk analysis." *Structural Safety*, 36-37, 1-13.

ANCOLD. (2013). *Guidelines on design criteria for concrete gravity dams*. Australia: Australian National Committee on Large Dams.

ANCOLD. (1991). *Guidelines on design criteria for concrete gravity dams*. Australia: ANCOLD.

Baecher, G. B. (2016). "Uncertainty in dam safety risk analysis." *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 10(2), 92-108.

Bowles, D. S. (2007). "Tolerable risk for dams: How safe is safe enough?" Paper presented at the 27<sup>th</sup> US Society on Dams Annual Conference, Philadelphia, USA.

Bury, K. V., and Kreuzer, H. (1985). "Assessing the failure probability of gravity dams." *Water Power & Dam Construction*, 37(11), 46-50.

Carjaval, C., Peyras, L., Arnaud, P., Boissier, D., and Royet, P. (2009a). "Assessment of hydraulic load acting on dams including filling variability and stochastic simulations." *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 13(4), 399-411.

Carjaval, C., Peyras, L., Arnaud, P., Boissier, D., and Royet, P. (2009b). "Probabilistic modeling of floodwater level for dam reservoirs." *Journal of Hydrologic Engineering*, 14(3), 223-232.

Carjaval, C., Peyras, L., and Bacconnet, C. (2010). "On the loading/shear strength coupling in the probabilistic formulation of the limit-state in shear for gravity dams." *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 14(3), 283-301.

Carjaval, C., Peyras, L., Bacconnet, C., and Bécue, J.-P. (2009c). "Probability modelling of shear strength parameters of RCC gravity dams for reliability analysis of structural safety." *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 13(1), 91-119.

CDA. (2007). *Dam safety guidelines*. Edmonton, Canada: Canadian Dam Association.

CFBR. (2013). *Recommendations for the justification of the stability of gravity dams*. France: Comité Français des Barrages et Réservoirs.

CFBR. (2015). *Guidelines for the justification of embankment dams and levees*. France: CFBR.

Ebeling, R. M., Fong, M. T., Wibowo, J. L., and Chase, A. (2012). *Fragility analysis of a concrete gravity dam embedded in rock and its system response curve computed by the analytical program GDLAD\_Foundation*. Engineer Research and Development Center Technical Report ERDC TR-12-4. Pittsburgh, USA: United States Army Corps of Engineers.

- Ellingwood, B., and Tekie, P. B. (2001). "Fragility analysis of concrete gravity dams." *Journal of Infrastructure Systems*, 7(2), 41-48.
- Escuder-Bueno, I., Altarejos-Garcia, L., and Serrano-Lombillo, A. (2011). "Theme C - Estimation of the probability of failure of a gravity dam for the sliding failure mode." Paper presented at the XI ICOLD International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams, Valencia, Spain.
- Escuder-Bueno, I., Mazzà, G., Morales-Torres, A., and Castillo-Rodriguez, J. T. (2016). "Computational aspects of dam risk analysis: findings and challenges." *Engineering*, 2(3), 319-324.
- FERC. (2002). *Engineering guidelines for the evaluation of hydropower projects*. Washington DC, USA: Federal Energy Regulatory Commission.
- FERC. (2014). *Risk-Informed Decision Making*. Washington DC, USA: FERC.
- Hartford, D. N. D., and Baecher, G. B. (2004). *Risk and uncertainty in dam safety*. London, UK: Thomas Telford.
- Hartford, D. N. D., Baecher, G. B., Zielinski, P. A., Patev, R. C., Romanas, A., and Rytters, K. (2016). *Operational safety of dams and reservoirs - Understanding the reliability of flow-control systems*. London, UK: ICE Publishing.
- Holický, M. (2009). *Reliability analysis for structural design*. Stellenbosch, South Africa: SUN MeDIA Publishing.
- IS. (1984-1998). *Criteria for design of solid gravity dams*. New Delhi, India: Indian Standards.
- Jongejan, R. B., and Calle, E. O. F. (2013). "Calibrating semi-probabilistic safety assessments rules for flood defences." *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*. doi:10.1080/17499518.2013.790731
- Jongejan, R. B., and Maaskant, B. (2013). "The use of quantitative risk analysis for prioritizing flood risk management actions in the Netherlands." Paper presented at the 2013 CDA Annual Conference, Montreal, Canada.
- Kalinina, A., Spada, M., Marelli, S., Burgherr, P., and Sudret, B. (2016). *Uncertainties in the risk assessment of hydropower dams - State-of-the-art and outlook*. Technical report. Zürich, Switzerland: ETH.
- Kovarik, J.-B. (2000). "What is a safety factor in civil engineering? (in French: "Qu'est-ce qu'un coefficient de sécurité en génie civil ?")." *Revue Française de Génie Civil*, 4(6), 607-651.
- Kreuzer, H. (2000). "Risk analysis for existing dams: merits and limits of credibility." *Hydropower & Dams*, 7(1), 49-53.

Kreuzer, H. (2003). "Uncertainty in the assessment of failure probabilities." *Hydropower & Dams*, 10(6), 98-101.

Kreuzer, H., and Léger, P. (2013). "The Adjustable Factor of Safety: A reliability-based approach to assess the factor of safety for concrete dams." *Hydropower & Dams*, 20(1), 67-90.

Krounis, A., and Johansson, F. (2012). "The influence of correlation between cohesion and friction angle on the probability of failure for sliding of concrete dams." In Escuder-Bueno. et al. (Ed.), *Risk Analysis, Dam Safety, Dam Security and Critical Infrastructure Management*. London: Taylor & Francis Group.

Krounis, A., Johansson, F., Spross, J., and Larsson, S. (2016). "Influence of cohesive strength in probabilistic sliding stability reassessment of concrete dams." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. doi:10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001583

Lombardi, G. (1988). "Logarithmic double-bounded distribution (in French: "Distribution à double borne logarithmique")." Paper presented in the 16<sup>th</sup> ICOLD Congress, San Francisco, Q.63, R.17, pp.1337-1348, USA.

Lombardi, G. (1993). "Concrete dams and their foundation - Evaluation for static loading." Paper presented at the International Workshop on Dam Safety Evaluation, Grindelwald, Switzerland. Vol.4, 77-90.

Lombardi, G. (2006). "Tendencies, probabilities and risk analysis for dams." *Dam Engineering*, 17(1), 5-29.

Luhmann, N. (2005). *Risk - A sociological theory*. London, UK: Aldine Transaction Publisher.

McCann, M.W., Franzini, J.B., Kavazanjian, E., Shah, H.C. 1985. *Preliminary safety evaluation of existing dams*, Vol. I, Report No. 69, Department of Civil Engineering, Stanford University.

Morin, S. (2016). R-AFS Version 1.6. Ecole Polytechnique de Montréal.

Peyras, L., Carjaval, C., Felix, H., Bacconnet, C., Royet, P., and Boissier, D. (2012). "Probability-based assessment of dam safety using combined risk analysis and reliability methods – Application to hazards studies." *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16(7), 795-817.

Peyras, L., Royet, P., Deroo, L., Albert, R., Becue, J.-P., Aigouy, S., Bourdarot, E., Loudiere, D., and Kovarik, J.-B. (2008). "French recommendations for limit-state analytical review of gravity dam stability." *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 12(9-10), 1137-1164.

Porter, K. (2017). *A beginner's guide to fragility, vulnerability, and risk*. University of Colorado Boulder.

Riley, K., Webley, P., and Thomson, M. (2017). *Natural hazard uncertainty assessment: Modeling and decision support* (Vol. 223). Hoboken, USA: John Wiley & Sons.

Rocha, M. (1974). *Present possibilities of studying foundations of concrete dams*. Paper presented at the Third Congress of the International Society of Rock Mechanics, Denver, USA.

Ruggeri, G. (2004). *Sliding safety of existing gravity dams - Final report*: ICOLD European Club.

SPANCOLD. (2003). *Dam safety technical guidelines N°2: Criteria for dams and associated works projects (in Spanish: "Guía Técnicas de Seguridad de Presas N° 2: Criterios para proyectos de presas y sus obras anejas")*. Madrid, Spain: Spanish Committee on Large Dams.

SPANCOLD. (2013). *Risk analysis applied to management of dam safety*. Madrid, Spain: SPANCOLD.

Spross, J., Johansson, F., and Larsson, S. (2013). "On the use of pore pressure measurements in safety reassessments of concrete dams founded on rock." *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 8(2), 117-128.

Tekie, P. B. (2002). *Fragility Analysis of Concrete Gravity Dams*. USACE ERDC Technical Report TR-02-6. Washington DC, USA: USACE.

The MathWorks, I. (2016). MATLAB R2016a.

USACE. (2005). *Stability analysis of concrete structures*. Washington DC, USA: USACE.

USACE. (1995). *Gravity dam design*. Washington DC, USA: USACE.

USBR. (1976). *Design of gravity dams*. Denver, USA: United States Bureau of Reclamation.

Vergouwe, R. (2016). *The national flood risk analysis for the Netherlands. Final report*. The Netherlands: Rijkswaterstaat VNK Project Office.

Westberg Wilde, M., and Johansson, F. (2013). "System reliability of concrete dams with respect to foundation stability: Application to a spillway." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 139(2), 308-319.

Westberg Wilde, M., and Johansson, F. (2016). *Probabilistic model code for concrete dams*. Report 2016:292. Stockholm, Sweden: Energiforsk.

Zhang, L., Peng, M., Chang, D., and Xu, Y. (2016). *Dam failure mechanisms and risk assessment*. Singapore: John Wiley & Sons.

#### **4.10 Appendix 1 – ICOLD Benchmark material data**

The fifteen couples of friction angle  $\phi$  ( $^{\circ}$ ) and cohesion  $C$  (kPa) specified as input "material test" data in the 11th ICOLD Numerical Benchmark (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo 2011) are:  $(\phi, C) = \{(45, 500); (37, 300); (46, 300); (45, 700); (49, 800); (53, 200); (54, 600); (45, 0); (49, 100); (60, 200); (63, 200); (62, 400); (60, 700); (56, 100); (62, 400)\}$ .

## CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS COMPLÉMENTAIRES

### 5.1 Résolution de l'étude de cas du Benchmark de l'ICOLD

Le Benchmark de l'ICOLD en 2011, portant sur un barrage-poids de 80 m présenté à la section 4.5.1, avait pour objectif d'obtenir des relations entre niveaux d'eau, facteurs de sécurité déterministes, et probabilités de défaillance. Pour cinq niveaux d'eau : 75, 78, 80, 82 et 85 m, et pour deux conditions de drainage : drainage proposé en section 4.5.1 et barrage non-drainé, les participants devaient appliquer une méthode de chaque catégorie, les catégories étant (1) méthode des facteurs de sécurité : déterministe ou semi-probabiliste, (2) méthode fiabiliste de niveau deux, considérant les deux premiers moments de la distribution conjointe des variables : MCFOSM (*Mean Centred* FOSM), FOSM, (3) méthode fiabiliste de niveau trois, dite « exacte » car elle prend en compte la distribution conjointe des variables aléatoires : FORM (transformations) ou Monte Carlo (simulations) (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia, and Serrano-Lombillo 2011).

Notre réponse à cette proposition consiste à appliquer (1) la méthode déterministe, (2) la méthode MCFOSM et la méthode FOSM, (3) les simulations de Monte Carlo, pour les variables ( $C$ ,  $\phi$ ) et ( $C$ ,  $\tan\phi$ ). Les outils de calcul utilisés pour les objectifs principaux de l'étude, présentés auparavant, sont ainsi développés et maîtrisés. Ils sont présentés en Annexes A, B, C. Cependant, en raison du modèle structural choisi (calcul en 2D par la méthode de gravité) la fonction de performance est rapide à évaluer ; c'est pourquoi les simulations de Monte Carlo sont employées seules, et non en parallèle des méthodes MCFOSM et FOSM, lors des applications d'analyses probabilistes dans le chapitre 4 de ce mémoire.

#### 5.1.1 Méthode déterministe

Le calcul des efforts appliqués sur l'ouvrage, et le calcul itératif de la longueur de fissuration, présentés en Annexe A, nous donnent les facteurs de sécurité de la Figure 5.1, pour les moyennes des variables ( $C$ ,  $\phi$ ) et ( $C$ ,  $\tan\phi$ ), et en considérant le drainage efficace ou non. La différence entre les facteurs obtenus en utilisant  $\phi$  ou  $\tan\phi$  est due à la différence entre  $\mu_{\tan\phi}$  et  $\tan\mu_{\phi}$  intervenant dans le calcul de la résistance globale  $R$  telle que  $FS=R/L$  avec  $L$  la poussée hydrostatique.

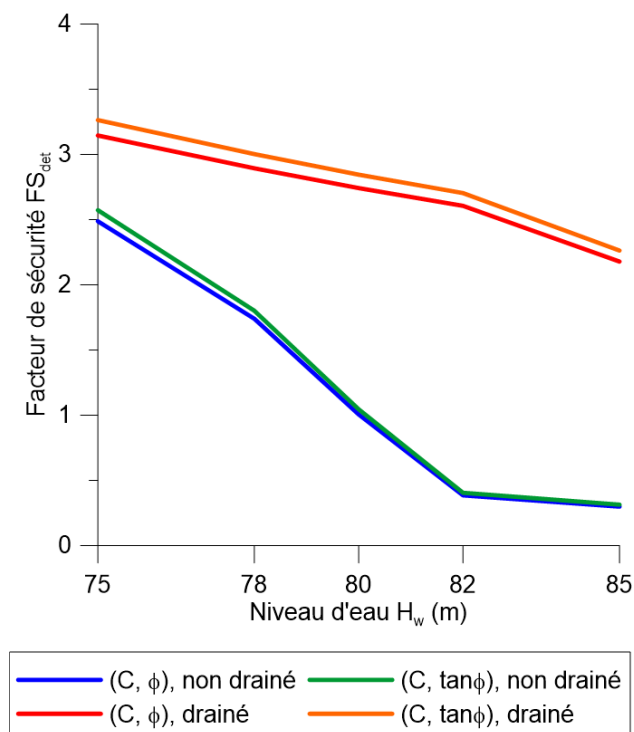


Figure 5.1. Facteurs de sécurité déterministes du barrage drainé et non drainé, variables  $(C, \phi)$  et  $(C, \tan\phi)$

La considération des variables  $\phi$  ou  $\tan\phi$  importe peu pour une évaluation déterministe. Les conditions de drainage sont en revanche essentielles, puisque le barrage non-drainé implique des facteurs de sécurité bien moindres que le barrage drainé, atteignant l'état-limite de non-stabilité au glissement ( $FS_{det} = 1.0$ ) à partir de 80 m, qui est la hauteur de la crête.

### 5.1.2 Méthodes MCFOSM et FOSM

Les méthodes MCFOSM et FOSM sont des méthodes fiabilistes de niveau deux : elles utilisent les deux premiers moments de la variable aléatoire  $X$ , et non sa densité de probabilité conjointe  $f_X$ . Elles consistent à linéariser la fonction de performance, autour de la moyenne pour MCFOSM, autour du point de défaillance le plus probable, ou point de conception,  $u^*$  dans l'espace normal centré réduit obtenu à la suite d'un algorithme itératif pour FOSM (cf. Annexe B). La méthode FOSM par rapport à MCFOSM permet de s'affranchir de la formulation de la fonction de

performance ; elle est plus précise car la linéarisation de la fonction de performance qui sert à approximer le domaine de défaillance est effectuée au plus près du point de défaillance réel ; une différence est en effet observée sur la Figure 5.2. Les deux méthodes donnent les mêmes résultats si la fonction de performance utilisée est linéaire, comme c'est le cas en considérant la variable  $\tan\phi$  plutôt que  $\phi$  (Figure 5.3).

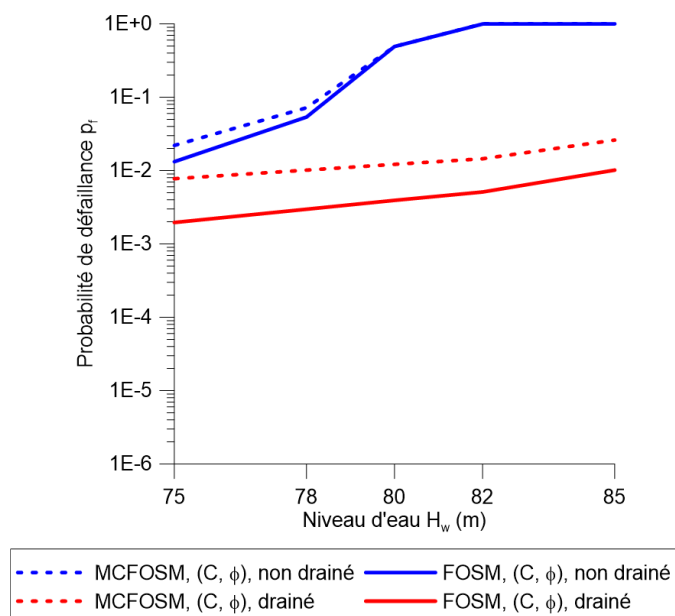


Figure 5.2. Courbes de fragilité obtenues par les analyses MCFOSM et FOSM du barrage drainé et non drainé, **variables aléatoires (C,  $\phi$ )**



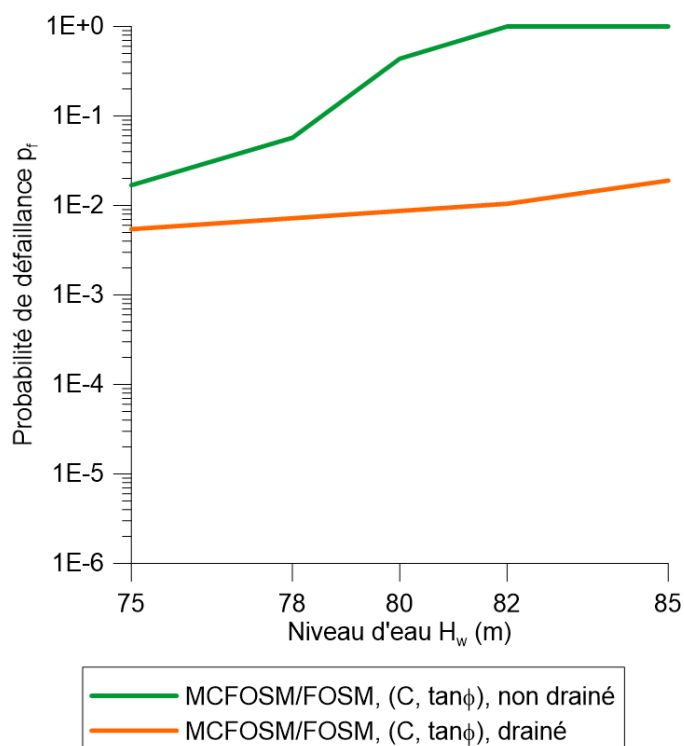


Figure 5.3. Courbes de fragilité obtenues par les analyses MCFOSM (et FOSM : mêmes résultats car fonction de performance linéaire) du barrage drainé et non drainé, **variables aléatoires (C,  $\tan\phi$ )**

Quelle que soit la variable de friction utilisée, le barrage non drainé atteint des probabilités de défaillance égales à 1 à 82 m, et proches de 1 à partir d'environ 80 m, soit la hauteur de la crête, ce qui est cohérent avec les facteurs de sécurité déterministes calculés précédemment. Le fait d'employer  $\tan\phi$  plutôt que  $\phi$  conduit à une légère augmentation des probabilités de défaillance obtenues.

### 5.1.3 Simulations de Monte Carlo

La corrélation entre deux variables  $X$  et  $Y$  est définie par  $\rho_{XY} = \text{covariance}(X, Y) / \sigma_X \cdot \sigma_Y$ . Pour les variables (C,  $\phi$ ), la corrélation des quinze couples de valeurs proposés par Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo (2011) est  $\rho_{C\phi} = -0.01$ , et pour les variables (C,  $\tan\phi$ ), la corrélation est  $\rho_{C\tan\phi} = -0.02$ . Ces corrélations ont été considérées comme négligeables, et donc

les variables respectivement  $(C, \phi)$  et  $(C, \tan\phi)$  indépendantes, lors de la définition de la densité de probabilité conjointe utilisée pour l'application des simulations de Monte Carlo. Il s'agit d'une méthode fiabiliste de niveau trois puisqu'elle utilise la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires. La distribution Nataf est utilisée pour décrire la densité de probabilité conjointe choisie (cf. Annexe C). Une représentation visuelle des données  $(C, \tan\phi)$  de l'atelier comparatif de l'ICOLD (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia and Serrano-Lombillo 2011) est effectuée pour l'ajustement d'un PDF qui corresponde au mieux aux données expérimentales (Figures 5.4 et 5.5). La loi lognormale sera privilégiée dans le chapitre 4 de ce mémoire pour les deux variables, car elle correspond à l'asymétrie observée sur les données : le coefficient d'asymétrie est de 0.38 pour  $C$  et de 0.22 pour  $\tan\phi$ . De plus, les valeurs négatives sont ainsi évitées. Pour la réponse au Benchmark, les paires de distributions  $(C \text{ LN}, \tan\phi \text{ N})$  et  $(C \text{ LN}, \phi \text{ N})$  d'une part, et  $(C \text{ N}, \tan\phi \text{ N})$  et  $(C \text{ N}, \phi \text{ N})$  d'autre part, sont considérées (Figures 5.6 et 5.7). Lorsque la loi normale est utilisée, les valeurs négatives sont tirées à nouveau afin de conserver le sens physique de ces simulations mathématiques. Cela a peu d'influence sur la probabilité de défaillance lorsqu'il s'agit de la friction, en revanche il est essentiel d'éliminer les valeurs négatives de la cohésion, à défaut de quoi la probabilité de défaillance est largement sous-estimée.

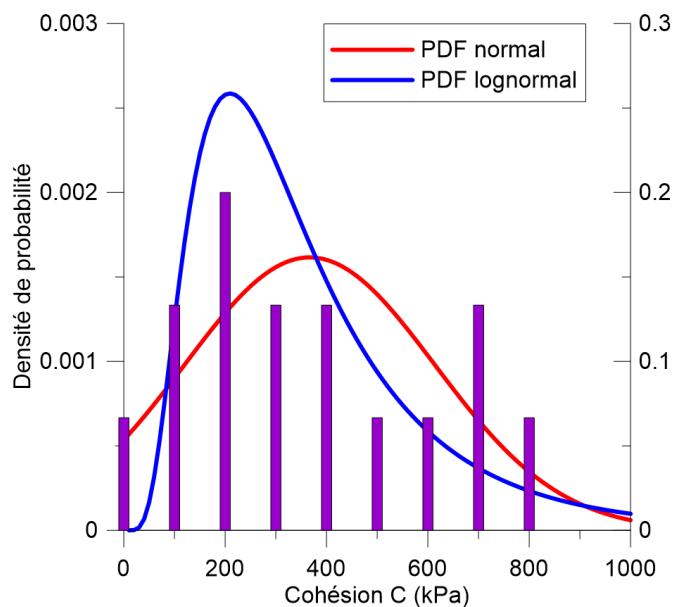


Figure 5.4. Ajustement de la cohésion  $C$  aux PDF normal et lognormal

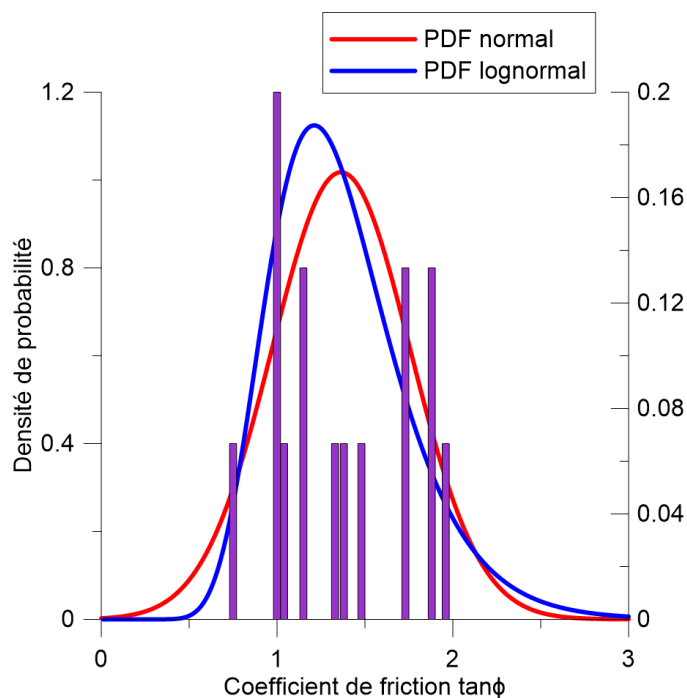


Figure 5.5. Ajustement du coefficient de friction  $\tan\phi$  aux PDF normal et lognormal

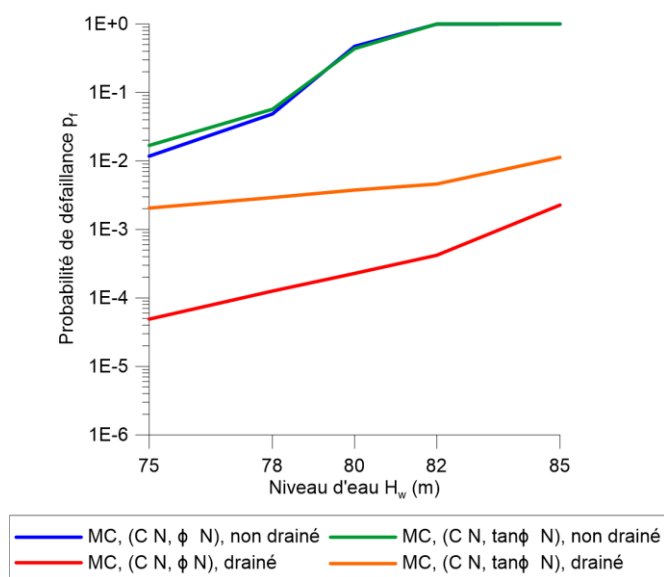


Figure 5.6. Courbes de fragilité obtenues par les simulations Monte Carlo utilisant pour les variables  $(C, \phi)$  et  $(C, \tan\phi)$  des densités de probabilité **normales**, du barrage drainé et non drainé

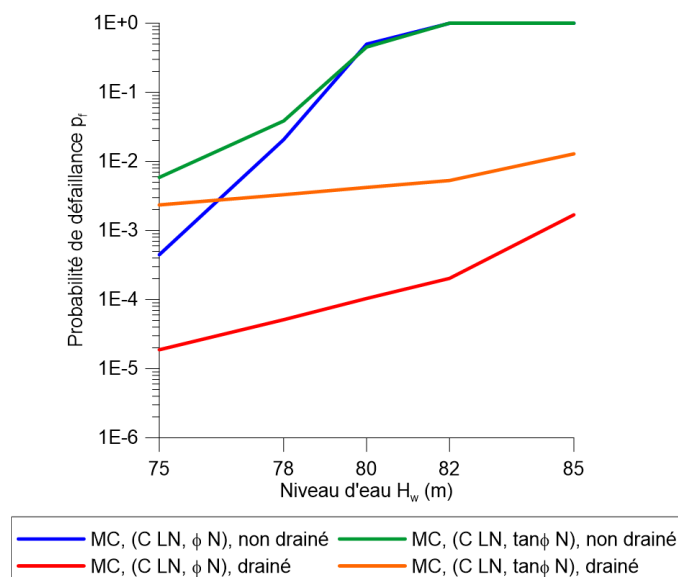


Figure 5.7. Courbes de fragilité obtenues par les simulations Monte Carlo Carlo utilisant pour les variables  $(C, \phi)$  et  $(C, \tan\phi)$  des densités de probabilité **lognormale pour C et normale pour  $\phi$  ou  $\tan\phi$** , du barrage drainé et non drainé

En employant une distribution normale pour les variables, les résultats s'approchent de ceux obtenus par les méthodes MCFOSM et FOSM. Les probabilités de défaillance sont toujours proches de 1 en dépassant la crête à 80 m. Les probabilités de défaillance diminuent légèrement lorsqu'une loi lognormale est utilisée pour la cohésion, avec plus d'influence sur le barrage non drainé. Pour le barrage drainé en utilisant la variable de friction  $\tan\phi$ , la distribution de la cohésion  $C$  a peu d'influence, les probabilités de défaillance sont stables. En revanche, en employant  $\phi$  plutôt que  $\tan\phi$  pour la friction, les probabilités de défaillance sont bien plus faibles. Ces résultats sont cohérents avec les valeurs des autres participants du Benchmark de l'ICOLD, pour les mêmes hypothèses de variables et de distributions. Ces calculs permettent donc de valider les outils de calcul, notamment les simulations Monte Carlo, utilisés dans les chapitres 4 et 5 de ce mémoire.

## 5.2 Réduction de l'utilisation de trois variables ( $C$ , $\tan\phi$ , $H_w$ ) à deux ( $R$ , $L$ ) lors d'analyses probabilistes

La méthode de recherche d'un facteur de sécurité requis fiabiliste  $FS_{req}$  dans le format d'évaluation de la stabilité AFS, se base sur la formulation simplifiée du problème de fiabilité utilisant seulement deux variables aléatoires,  $R$  et  $L$ , afin de calculer la probabilité de défaillance de la structure par intégration directe (cf. Annexe D). Les hypothèses supposées pour cette formulation simplifiée sont (i) le choix d'une densité de probabilité pour la résistance  $R$ , sans données expérimentales à corrélérer, (ii) le calcul du coefficient de variation de  $R$  selon la formule pour l'écart-type :  $\sigma_R =$

$$\sqrt{(V\sigma_{\tan\phi})^2 + (A_c\sigma_C)^2}, \text{ (iii) l'indépendance des variables } R \text{ et } L.$$

Considérant l'étude de résistance au glissement, les paramètres entrant en compte dans la capacité de résistance globale sont la cohésion et le coefficient de friction, ( $C$ ,  $\tan\phi$ ), et le paramètre de chargement est le niveau d'eau,  $H_w$ . Il importe alors d'étudier les hypothèses concernant la distribution de  $R$ , le coefficient de variation  $c_R$ , et l'indépendance de  $R$  et  $L$  de la méthode AFS, ainsi que les résultats d'analyses probabilistes utilisant comme variables (i) ( $C$ ,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ) et (ii) ( $R$ ,  $L$ ), pour les justifier.

L'ouvrage étudié est le barrage-poids du Benchmark de l'ICOLD. Dans les sections 5.2.1, 5.2.2, 5.2.3,  $10^6$  tirages Monte Carlo de ( $C$ ,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ) sont effectués, selon les hypothèses décrivant ces trois paramètres : loi LN pour  $C$ , de moyenne 366.7 et d'écart-type 249.6, non-bornée :  $]0, +\infty[$  ; loi N pour  $\tan\phi$ , de moyenne 1.364 et d'écart-type 0.392, bornée afin d'éviter les valeurs négatives :  $[0, +\infty[$  ; et loi LN pour  $H_w$ , de moyenne  $H_w$ , d'écart-type  $0.05*H_w$ , bornée :  $[\max(0, H_w-5*0.05*H_w), H_w+5*0.05*H_w]$ .

### 5.2.1 Ajustement de la densité de probabilité de la résistance $R$

Pour effectuer l'ajustement de la résistance à un PDF, pour un niveau d'eau donné, la résistance  $R$  est calculée pour chaque tirage Monte Carlo de ( $C$ ,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ), et la représentation visuelle présentée en Figure 5.8 est obtenue, pour  $H_w = 80$  m, grâce à l'outil *Distribution Fitting Tool* de MATLAB®.

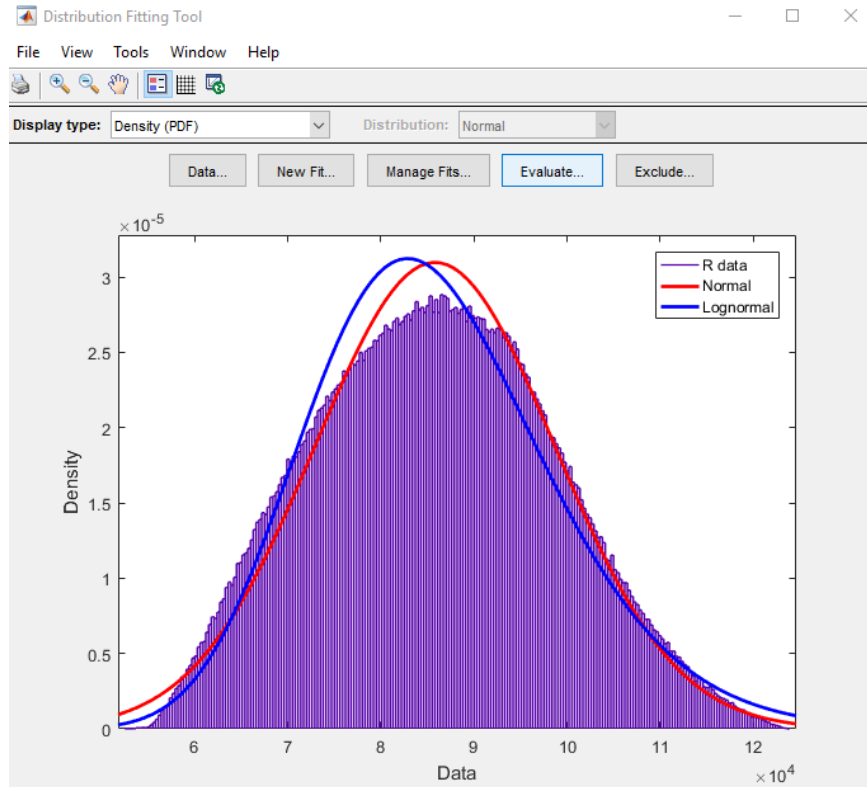


Figure 5.8. Ajustement de la densité de probabilité pour la résistance à  $H_w = 80$  m, données issues de tirages MC variables ( $C$ ,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ )

Il apparaît que si ni la loi normale, ni la loi lognormale ne correspondent exactement aux tirages issus de simulations Monte Carlo, aucune de ces deux hypothèses ne peut non plus être rejetée clairement. Il est à noter que, comme les probabilités de défaillance apparaissent aux valeurs faibles de  $R$ , la loi normale bornée à 0 risque de faire passer brusquement la probabilité de défaillance de 0 à une valeur non négligeable, en raison du contenu de probabilité non nul à  $R = 0$  pour la loi normale. Il appartient à l'utilisateur du format AFS de faire un choix parmi les distributions proposées dans le logiciel R-AFS ; pour notre application de la méthode de l'AFS, la loi lognormale est privilégiée.

### 5.2.2 Validation de l'hypothèse de calcul de $c_R$ dans le format

Afin de calculer  $c_R$  à partir des données de  $(C, \tan\phi)$ , le format RBSF fait l'hypothèse que  $\sigma_R =$

$\sqrt{(V\sigma_{\tan\phi})^2 + (A_c\sigma_C)^2}$ . Pour valider cette hypothèse, pour un niveau d'eau donné, la résistance  $R$

est calculée pour chaque tirage Monte Carlo de  $(\mathbf{C}, \tan\phi, \mathbf{H}_w)$  : l'écart-type de la distribution de  $R$ ,  $c_R$ , peut alors être obtenu. Il est comparé au  $c_R$  calculé selon l'hypothèse du format AFS. Lorsqu'il n'y a pas de fissuration, les deux coefficients de variation sont similaires ; en revanche, à partir d'un niveau d'eau d'environ 80 m, le coefficient  $c_R$  issu des tirages augmente, alors que l'estimation de  $c_R$  diminue, à cause de la fissuration qui intervient à partir de 83 m (Figure 5.9).

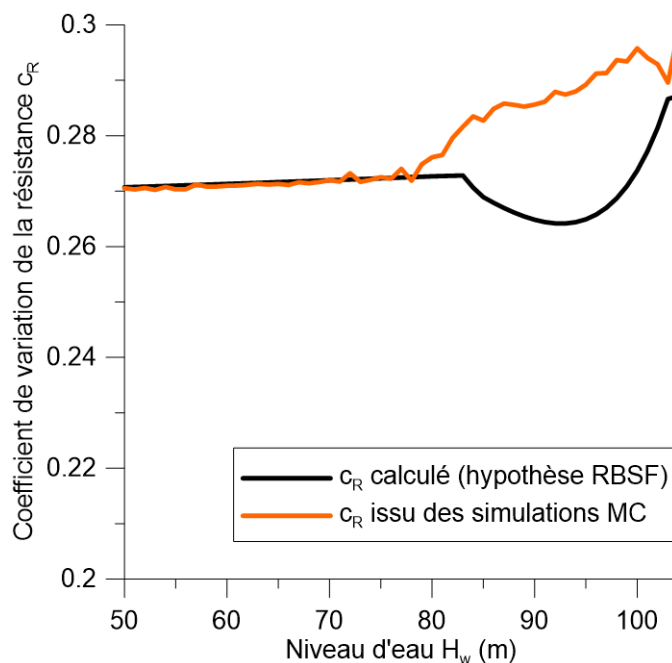


Figure 5.9. Coefficient de variation  $c_R$  de la résistance  $R$ , (i) calculé à partir de l'hypothèse du format RBSF, (ii) issu des simulations Monte Carlo

L'hypothèse de calcul pour  $c_R$  employée dans la méthode simplifiée de l'AFS est donc inexacte lorsque la fissuration apparaît, en raison de la longueur de fissuration intervenant dans la formule. Une formulation alternative pourrait être proposée pour corriger cette différence observée entre le calcul simplifié et les valeurs issues de simulations Monte Carlo.

### 5.2.3 Etude de la corrélation entre R et L

Pour effectuer l'ajustement de la résistance à un PDF, pour un niveau d'eau donné, la résistance R et le chargement L sont calculés pour chaque tirage Monte Carlo de  $(C, \tan\phi, H_w)$ , et le coefficient de corrélation sur les  $10^6$  simulations est finalement obtenu. Il varie entre 0 et -0.38, selon le niveau d'eau considéré (Figure 5.10).

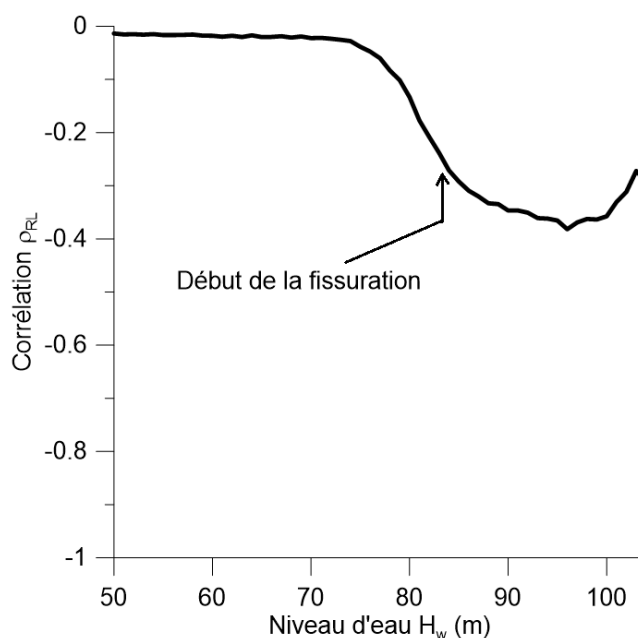


Figure 5.10. Coefficient de corrélation entre R et L obtenu par simulations Monte Carlo, variables  $(C, \tan\phi, H_w)$

L'hypothèse d'indépendance supposée pour les besoins de l'intégration directe, à la base de l'algorithme de recherche du facteur de sécurité requis  $FS_{req}$ , n'est pas validée par les tirages Monte Carlo effectués, particulièrement lorsque l'ouvrage fissure. Dans la section 5.2.4, l'influence d'un coefficient de corrélation non nul sur les probabilités de défaillance du barrage est étudiée.

### 5.2.4 Simulations de Monte Carlo (R, L)

Des simulations de Monte Carlo sont ensuite effectuées avec les variables R, L. Une distribution Nataf est utilisée pour définir la distribution conjointe de R et L. Le coefficient de corrélation entre R et L est tout d'abord pris nul, car l'objectif de réduire la formulation du problème de fiabilité de trois variables  $(C, \tan, H_w)$  à deux  $(R, L)$ , est d'ensuite comparer les résultats d'analyses



probabilistes à ceux obtenus par le format RBSF, or dans cette dernière méthode R et L sont considérés indépendants. De même, le coefficient de variation de R,  $c_R$ , est calculé selon l'hypothèse de la méthode RBSF. R et L suivent des distributions lognormales non bornées. Les probabilités de défaillance obtenues en utilisant les variables (R, L) sont inférieures à celles obtenues en utilisant les variables (C,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ) selon les hypothèses décrites au 5.2.1 (Figure 5.11).

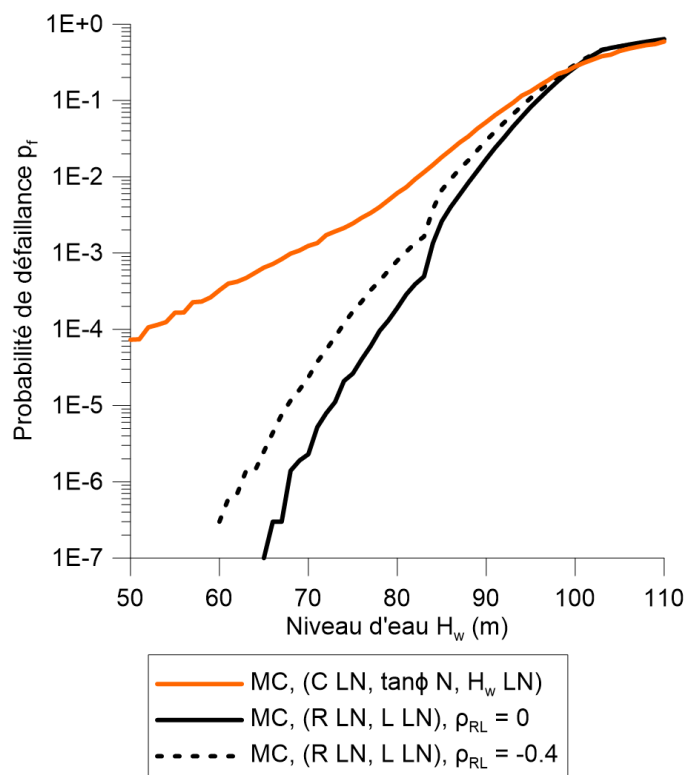


Figure 5.11. Probabilité de défaillance obtenue par simulations de Monte Carlo (i) variables (C,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ), (ii) variables (R, L) sans corrélation, (iii) variables (R, L) avec  $\rho_{RL} = -0.4$

En intégrant un coefficient de corrélation de -0.4, qui est une borne supérieure en valeur absolue des corrélations observées (cf. section 5.2.3), dans la distribution Nataf utilisée, les probabilités de défaillance augmentent légèrement (Figure 5.11). Elles s'approchent donc de celles obtenues en utilisant les variables (C,  $\tan\phi$ ,  $H_w$ ), cependant les valeurs restent inférieures alors que le coefficient de corrélation considéré est une borne supérieure de ce qui pourra être observé dans nos tirages. Si l'algorithme utilisait Monte Carlo (hypothèse irréaliste en pratique en raison du temps de calcul)

ou une analyse FORM, plutôt que l'intégration directe, la prise en compte de la corrélation dans le calcul de  $FS_{req}$  réduirait la différence entre la « référence », c'est-à-dire les résultats issus de simulations MC à trois variables, et les résultats des simulations MC à deux variables, mais ne l'annulerait pas. Cette différence est due aux données statistiques considérées lors de la réduction de la définition de la résistance de deux variables,  $(C, \tan\phi)$  à une,  $R$  : PDF, moyennes, écart-types.

### 5.3 Évaluation de stabilité avec incertitudes sur le chargement hydrostatique

Des incertitudes sur le chargement,  $L$ , soit la poussée hydrostatique, sont introduites dans les analyses du barrage-poids de 80 m, afin d'examiner la performance des formats d'évaluation de la sécurité, particulièrement AFS par rapport à probabiliste. Les variables aléatoires,  $R$  et  $L$ , suivent des distributions lognormales non bornées. Les moyennes de  $R$  et  $L$  sont issues d'une analyse déterministe réalisée au préalable (cf. 4.5.2). Le coefficient de variation de  $R$ ,  $c_R$ , est calculé selon la formulation de l'AFS. Le coefficient de variation de  $L$ ,  $c_L$ , est pris arbitrairement égal à 0.1. Les paramètres sont résumés dans le Tableau 5.1. Le nombre de tirage est  $10^7$ . Les simulations de Monte Carlo et le domaine de défaillance sont représentées sur la Figure 5.12 pour  $H_w = 80$  m.

Tableau 5.1. Paramètres utilisés pour les analyses Monte Carlo et AFS

Variable	PDF	Moyenne	Écart-type
<b>R</b>	LN	$\mu_R = \mathbf{R}(H_w)$	$\sigma_R = c_R(H_w) \mu_R$
<b>L</b>	LN	$\mu_L = \mathbf{L}(H_w)$	$\sigma_L = 0,1 \mu_L$

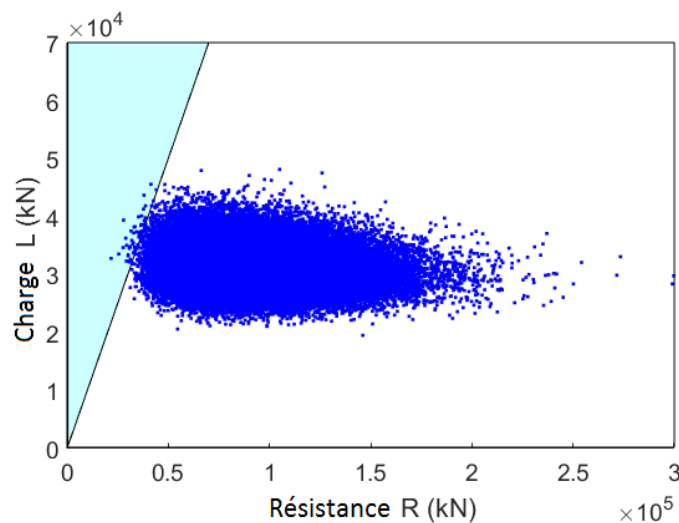


Figure 5.12. Tirages Monte Carlo de la variable aléatoire multivariée  $\{R, L\}$  et domaine de défaillance pour  $H_w = 80$  m

Les probabilités de défaillance cibles sont  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$ . La courbe de fragilité obtenue se trouve sur la Figure 5.13. Les probabilités de défaillance obtenues sont importantes, et donc les niveaux d'eau autorisés relativement faibles au regard de la hauteur de la crête, 80 m.

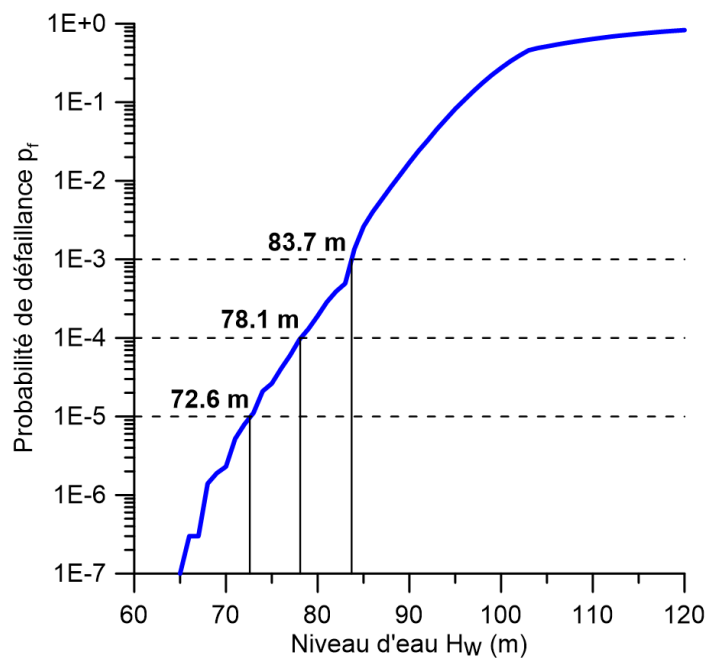


Figure 5.13. Courbe de fragilité : probabilité de défaillance en fonction du niveau d'eau

Le logiciel R-AFS (Morin 2016) est utilisé pour les analyses AFS. Les paramètres des distributions de R et L sont identiques à ceux employés pour les simulations de Monte Carlo. Les coefficients  $\alpha_R$  et  $\alpha_L$  sont nuls, et les coefficients  $k_R$  et  $k_L$  successivement pris égaux à 1 et 2. Les paramètres pour  $H_w = 80$  m sont présentés dans le Tableau 5.2.

Tableau 5.2. Paramètres utilisées pour les analyses de l'ouvrage, avec  $H_w = 80$  m

Méthode	$\mu_L$ (kN)	$\sigma_L$ (kN)	$c_L$	$k_L$	$\mu_R$ (kN)	$\sigma_R$ (kN)	$c_R$	$k_R$	Remarque
Déterministe	31391	-	-	-	89305	-	-	-	$FS_{det} = 2.84$
Monte Carlo	31391	3139	0.1	-	89305	24354	0.27	-	$p_f = 1.91 \cdot 10^{-4}$
AFS $k_R=k_L=1$	31391	3139	0.1	1	89305	24354	0.27	1	Mêmes PDF que MC – faibles incertitudes
AFS $k_R=k_L=2$	31391	3139	0.1	2	89305	24354	0.27	2	Mêmes PDF que MC – augmentation des incertitudes sur R et L

L'ouvrage atteint sa capacité limite lorsque  $AFS = FS_{req}$  : les niveaux d'eau autorisés pour  $k_R = k_L = 1$ , et  $k_R = k_L = 2$ , ainsi que ceux obtenus par les critères probabiliste et déterministe, se trouvent sur la Figure 5.14.

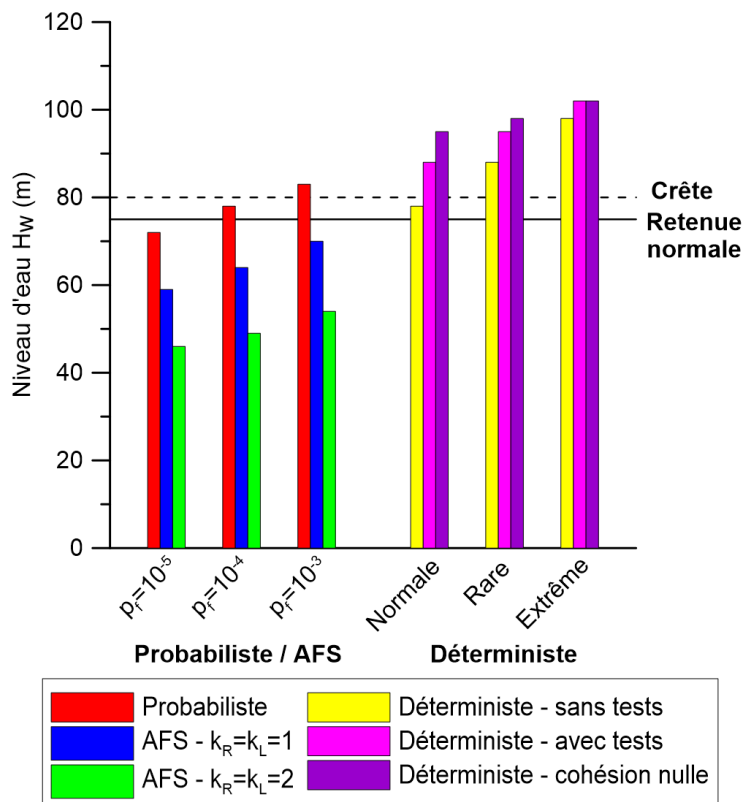


Figure 5.14. Niveaux d'eau autorisés par les critères (i) probabiliste (Monte Carlo), (ii) AFS  $k_R = k_L = 1$ , (iii) AFS  $k_R = k_L = 2$ , (iv) déterministe.

Les niveaux d'eau autorisés par les critères déterministes sont supérieurs à ceux autorisés par l'analyse probabiliste, surtout pour les conditions de chargement rare et extrême : le format déterministe, bien que distinguant différentes combinaisons de chargement pour se prémunir des incertitudes sur la charge, n'est pas adapté à l'évaluation de l'ouvrage étudié en considérant les incertitudes sur R et L. Les niveaux d'eau autorisés par les critères AFS sont inférieurs à ceux autorisés par l'analyse probabiliste, pour les mêmes probabilités de défaillance cibles  $p_f^*$ . Due à la marge de sécurité issue de la considération des incertitudes à la fois dans le calcul de AFS et celui de  $FS_{req}$ , cette différence est cependant acceptable, car AFS est une méthode simplifiée et les résultats sont alors préférablement du côté conservateur, donc sécuritaire.

Le Tableau 5.3 et la Figure 5.15 présentent les résultats si les coefficients de variation de R et L diminuent, mais que leur considération, grâce aux coefficients k dans le format AFS, augmente, résultant en une augmentation globale des incertitudes. La probabilité de défaillance choisie est  $10^{-4}$ , se situant dans la zone ALARP. Une telle probabilité de défaillance étant tolérée lorsque

les conséquences d'une rupture sont faibles selon le facteur humain, les conséquences n'étant pas abordées dans les comparaisons entre les formats d'évaluation.

Tableau 5.3. Paramètres utilisés pour les formats probabiliste et AFS, pour trois niveaux d'augmentation des incertitudes sur R et L,  $p_f^* = 10^{-4}$

Incertitudes	1-Faibles	2-Moyennes	3-Importantes
$c_L$	0.05	0.05	0.1
$k_L$	1.5	1.5	3
$c_R$	0.1	0.2	0.2
$k_R$	2	3	3
$FS_{det}$	2.09	6.04	7.64
$AFS = FS_{req}$	1.56	2.25	2.35
Remarque	Ouvrage bien conçu, analyse et surveillé	Augmentation des incertitudes de résistance	Augmentation des incertitudes de chargement

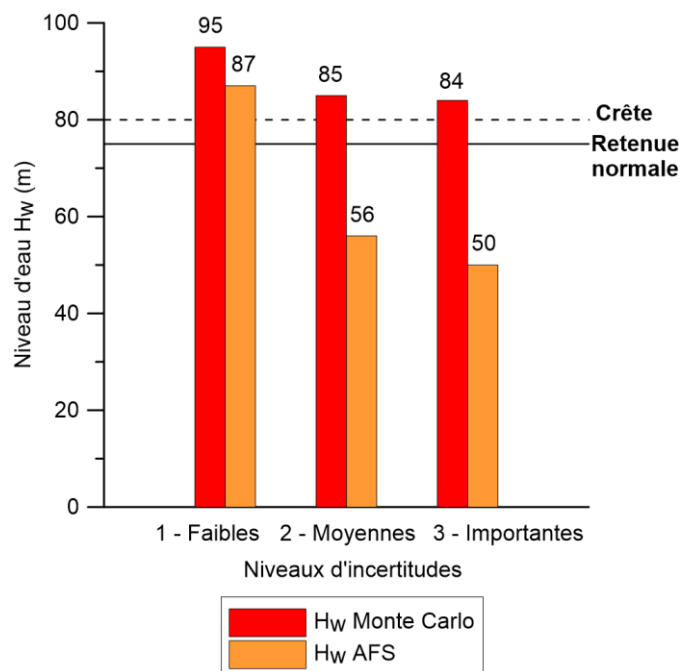


Figure 5.15. Niveaux d'eau autorisés par les méthodes (i) probabiliste (Monte Carlo) et (ii) AFS, pour trois niveaux d'incertitudes indiqués dans le Tableau 5.3, pour  $p_f^* = 10^{-4}$

Les niveaux d'eau autorisés par le format AFS sont à nouveau inférieurs à ceux obtenus par le format probabiliste, pour  $p_f^* = 10^{-4}$ . En effet, la méthode AFS, grâce aux coefficients  $k$ , permet d'agir sur la connaissance acquise de l'ouvrage : selon la pertinence des tests expérimentaux effectués par exemple, une confiance plus ou moins importante peut être apportée aux statistiques issues des essais. Plus les incertitudes portant sur les incertitudes des paramètres elles-mêmes, sont grandes, plus le coefficient  $k$  est important, impliquant à la fois des bornes des distributions probabilistes éloignées de la moyenne, et une diminution de AFS selon le coefficient  $U_{RL}$ . Lorsque les tests effectués sont estimés représentatifs de la dispersion réelle des paramètres, un coefficient  $k$  réduit peut être appliqué. En revanche, ce coefficient ne vient pas modifier les écarts-types des distributions, contrairement au concept qui est parfois utilisé lors de certaines analyses probabilistes, où l'écart-type est augmenté ou diminué en fonction de la qualité de la détermination des données statistiques des paramètres (Morales-Torres et al. 2016 ; Porter 2017). Une comparaison plus profonde entre les méthodes AFS et probabiliste inclurait une évolution de l'écart-type dans les simulations Monte Carlo, afin de rendre compte du mécanisme de ces « incertitudes portant sur les incertitudes », ou incertitudes statistiques portant sur les incertitudes

physiques, selon Kreuzer et Léger (2013), présent dans le format AFS grâce au rôle joué par les coefficients  $k$ .

Le format AFS, bien que sécuritaire par rapport aux analyses probabilistes, offre donc de multiples possibilités et variantes pour évaluer la stabilité des ouvrages hydrauliques : les trois critères exposés au chapitre 4, l'introduction d'incertitudes sur la charge, ainsi que les considérations des incertitudes physiques, statistiques et épistémiques avec les coefficients  $c$ ,  $k$  et  $\alpha$ .



## CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE

Les caractéristiques, avantages et inconvénients de l'approche progressive d'évaluation de la stabilité des barrages-poids proposée, comprenant l'application de quatre formats d'évaluation existants de complexité croissante, et notamment celle de la méthode RBSF, sont développés dans ce chapitre.

### 6.1 Caractéristiques de l'approche progressive d'évaluation de la stabilité

L'approche progressive proposée consiste à appliquer quatre formats d'évaluation de la stabilité des barrages existants : (i) déterministe, (ii) semi-probabiliste, (iii) format RBSF, (iv) probabiliste. L'analyse déterministe est une étape préliminaire car elle permet de calculer les efforts nécessaires pour l'application des trois autres méthodes. Les facteurs de sécurité requis pour se prémunir des incertitudes sur les paramètres sont importants, mais les valeurs choisies ne sont pas justifiées mathématiquement. D'autre part, il est démontré dans le chapitre 4 que cette approche n'est pas adaptée pour considérer les grandes incertitudes associées aux paramètres de résistance du barrage étudié. L'analyse semi-probabiliste permet une différenciation des coefficients de sécurité partiels associés aux paramètres de résistance (cohésion  $C$  et coefficient de friction  $\tan\phi$ ). Cependant, ces coefficients partiels sont égaux à 1.0 en cas de combinaison extrême de chargement, qui apparaît en cas de submersion due à une crue, conduisant aux mêmes conclusions que l'analyse déterministe, à savoir que le niveau d'eau autorisé par ce format d'évaluation de la stabilité est très important. Le format semi-probabiliste est donc intéressant à appliquer à la suite d'une analyse déterministe, pour des niveaux d'eau normaux et rares. Néanmoins, si les coefficients de sécurité partiels semi-probabilistes sont dans l'idéal calibrés à partir d'analyses probabilistes permettant la propagation d'incertitudes, ils seraient dans le domaine hydraulique plutôt calibrés à partir de barrages existants qualifiés de « sûrs ». Les analyses probabilistes rationalisent la considération des incertitudes, qui sont alors justifiées mathématiquement. Le produit d'une analyse probabiliste est une probabilité de défaillance conditionnelle à l'occurrence d'un événement défavorable, à comparer à une probabilité de défaillance cible issue de classifications liées au concept de risque

(*Hazard Classification System* – HCS). Leur utilisation est complexe en raison des choix à effectuer sur les variables, densités de probabilité, bornes.

Un compromis entre la simplicité d'utilisation et d'interprétation des formats déterministe et semi-probabiliste, et la justification mathématique des analyses probabilistes, est l'application du quatrième format d'évaluation de la stabilité : RBSF. Nous préconisons l'application de cette méthode fiabiliste simplifiée à la suite d'une analyse déterministe, comme substitut préliminaire d'une analyse probabiliste afin de considérer les incertitudes associées aux paramètres de résistance au cisaillement. Dans le cadre d'une évaluation progressive, une analyse probabiliste pourra être effectuée ensuite, afin d'acquérir une précision supplémentaire sur les résultats grâce à la considération des paramètres d'origine définissant la capacité de résistance du barrage, la cohésion  $C$  et le coefficient de friction  $\tan\phi$ .

## 6.2 Avantages

- Rationalisation de la considération des incertitudes : la recherche d'un facteur de sécurité requis  $FS_{req}$  à partir de l'intégration directe probabiliste des densités de probabilité définies pour  $R$  et/ou  $L$ , permet de justifier un facteur de sécurité propre à chaque ouvrage et aux incertitudes associées.
- Simplicité d'utilisation : l'utilisation du logiciel R-AFS (Morin 2016), d'une unique variable de résistance,  $R$ , de PDF et de coefficients  $c$ ,  $k$  suggérés pour les variables  $R$  et  $L$ , permet l'application directe de ce format avec pour toutes informations nécessaires les produits de l'analyse déterministe, ainsi qu'une probabilité de défaillance cible.
- Simplicité d'interprétation : la comparaison de  $FS_{req}$  au facteur de sécurité déterministe,  $(\mu_R / \mu_L)$ , ou au facteur de sécurité adapté en fonction des incertitudes, AFS, se réfère aux pratiques déterministes usuelles.
- Origine des coefficients suggérés dans la méthode RBSF : les valeurs des coefficients  $c$  et  $k$  sont issues d'une large expérience pratique de spécialistes des paramètres de résistance considérés (Kreuzer et Léger 2013).

- Cohérence avec l'analyse probabiliste de référence : le chapitre 4 de ce mémoire démontre que dans le cadre du problème étudié, les résultats utilisant le critère issu de la méthode simplifiée RBSF qui veut que  $(\mu_R / \mu_L) \geq FS_{req}$ , avec incertitudes sur le paramètre R et non sur L, se situent à  $\pm 10\%$  des résultats d'une analyse probabiliste considérant les variables C et  $\tan\phi$ , pour des bornes placées aux fractiles 5% des paramètres de résistance. Cet écart va en s'amenuisant lorsque les bornes sont plus importantes ou que les densités de probabilité considérées sont non bornées.
- Compatibilité avec les guides et recommandations actuellement en vigueur : parce qu'elle s'appuie à la fois sur la comparaison binaire d'un facteur de sécurité calculé à un facteur de sécurité requis, et sur une probabilité de défaillance cible issue de classifications HCS, telles que le concept ALARP, actuellement présentes dans les guides, la méthode RBSF pourrait s'intégrer dans les pratiques professionnelles comme supplément fiabiliste d'une analyse déterministe.

### 6.3 Inconvénients

- Légère surestimation de la capacité de l'ouvrage par rapport à l'analyse probabiliste de référence : dans le cadre du problème étudié au chapitre 4, la capacité estimée de l'ouvrage en utilisant le critère issu de la méthode simplifiée RBSF qui veut que  $(\mu_R / \mu_L) \geq FS_{req}$ , avec incertitudes sur le paramètre R et non sur L, est 10% **supérieure** à celle estimée à partir d'une analyse probabiliste considérant les variables C et  $\tan\phi$ , pour des bornes placées aux fractiles 5% des paramètres de résistance. Pour une méthode simplifiée, une légère sous-estimation serait préférable, afin de pouvoir utiliser la capacité estimée de manière simplifiée comme borne supérieure et éviter une analyse probabiliste complexe et coûteuse. La capacité estimée par notre critère simplifié est cependant bien inférieure à celle calculée avec l'analyse probabiliste de notre ouvrage.
- Conservatisme très important dans le cas d'incertitudes sur le chargement : les analyses probabilistes, ainsi que la méthode RBSF, offrent la possibilité de tenir compte d'incertitudes sur le chargement, L. Or, dans la section 5.3, un coefficient de variation  $c_L$  non nul est considéré, et les estimations de la capacité de l'ouvrage obtenues se situent bien

en-deçà de celles issues de simulations Monte Carlo. Cette différence est due à la marge de sécurité supplémentaire prise en compte dans le calcul d'AFS, plus importante lorsqu'un coefficient  $k_L$  est utilisé en addition du  $k_R$  car alors  $U_{RL}$  diminue grandement. Les niveaux d'eau obtenus sont trop bas pour être mis en œuvre dans la pratique, même pour de faibles valeurs de  $k_R$  et  $k_L$  ( $k_R = k_L = 1$ ).

- Conservatisme très important en utilisant les plus importantes des valeurs suggérées pour  $k$  (i.e.  $k = 3$ ) : les valeurs suggérées pour l'application de la méthode RBSF vont pour  $k_R$  de 2 à 3 et pour  $k_L$  de 1.5 à 3. De la même manière que précédemment, la réduction de  $FS_{det}$  pour obtenir AFS, qui introduit une marge de sécurité supplémentaire par rapport aux analyses Monte Carlo, devient très importante lorsque les valeurs de  $k$  sont grandes, par exemple en utilisant  $k_R = 3$  (chapitre 4) ou bien  $k_L = k_R = 2$  (chapitre 5).

## CHAPITRE 7 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Ce projet de maîtrise a consisté à définir une approche progressive d'évaluation de la stabilité au glissement des barrages-poids, rationalisant la considération des incertitudes sur les paramètres de résistance et de chargement par la comparaison et la combinaison de quatre méthodes existantes de complexité croissante. Particulièrement, l'application de la méthode RBSF est privilégiée en raison de la transparence et la justification de la considération des incertitudes, sa simplicité d'utilisation et d'interprétation, sa cohérence avec une analyse probabiliste de référence. Les conclusions de ce travail, y compris celles apparaissant dans un article scientifique soumis à la revue *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards* (cf. chapitre 4) sont présentées dans ce chapitre.

1. La revue de la littérature à propos des formats d'évaluation de la stabilité des barrages : (i) déterministe, (ii) semi-probabiliste, (iii) méthode fiabiliste du facteur de sécurité adaptable (AFS), (iv) probabiliste, a permis de relever de manière exhaustive les manières de traitement des **incertitudes** de chacun de ces formats. Particulièrement, il apparaît que la profession prend actuellement la direction des **analyses probabilistes**, afin de répondre aux attentes sociétales de transparence et aux exigences de prises de décision économiques optimales. Ces dernières s'accomplissent dans le concept de risque, qui s'appuie sur les modèles de l'exposition, des aléas, de la demande, de la **fragilité** (les analyses probabilistes réalisées s'intègrent dans cette modélisation, résultant en une probabilité de défaillance conditionnelle à l'occurrence d'un évènement défavorable), des conséquences, du risque (HCS). Pourtant, les analyses probabilistes sont complexes d'utilisation et d'interprétation. Pour éviter le recours à des performances de calcul et des ressources non disponibles en pratique, est identifié un besoin d'une **méthode simplifiée** rationalisant les facteurs de sécurité requis actuellement exigés lors de l'application d'analyses déterministes.
2. Une comparaison entre les quatre formats d'évaluation de la stabilité étudiés, dont les produits sont des facteurs de sécurité ou des probabilités de défaillance, est effectuée. L'application concerne un barrage-poids de 80 m, proposé pour l'atelier comparatif de l'ICOLD en 2011 sur l'estimation de la probabilité de défaillance d'un barrage-poids pour le mécanisme de défaillance du glissement (*International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*, (Escuder-Bueno, Altarejos-Garcia, and Serrano-Lombillo

2011). Les résultats sont présentés sous la forme de **niveaux d'eau autorisés** par chaque format, et de **facteurs de sécurité entre la capacité autorisée par chaque format et une référence probabiliste**, permettant une comparaison éclairée. La référence probabiliste choisie est une analyse par simulations de Monte Carlo utilisant deux variables aléatoires, la cohésion  $C$  et le coefficient de friction  $\tan\phi$ , suivant chacune une distribution lognormale bornée au fractile 5%, afin d'assurer la compatibilité avec les guides de sécurité des ouvrages hydrauliques recommandant un intervalle de confiance de 95% pour les paramètres de résistance. Des analyses probabilistes avec une unique variable de résistance,  $R$ , de densité de probabilité lognormale, sont également réalisées, car la méthode RBSF s'appuie sur une formulation simplifiée du problème de fiabilité employant  $R$  comme seul paramètre de résistance.

3. Les méthodes **déterministe et semi-probabiliste sont estimées inadéquates** pour prendre en compte les incertitudes s'appliquant sur les paramètres de résistance de l'ouvrage examiné, puisque la capacité autorisée excède de 30% celle de la référence probabiliste.
4. Les résultats des analyses probabilistes diffèrent si les distributions sont bornées ou non bornées. L'utilisation de l'unique variable aléatoire  $R$  plutôt que  $(C, \tan\phi)$  conduit à une surestimation de 10% de la capacité de l'ouvrage lorsque les distributions sont bornées aux fractiles 5%. Cette différence va en s'amenuisant lorsque les bornes deviennent plus importantes, et devient négligeable dans le cas de distributions non bornées. Un écart de 10% étant acceptable pour une approche simplifiée, **l'hypothèse de réduction des deux variables  $(C, \tan\phi)$  à  $R$  pour décrire la résistance au cisaillement est validée** dans le cadre de l'étude effectuée.
5. La méthode RBSF s'appuie sur cette hypothèse de simplification de la formulation du problème de fiabilité. L'approche progressive prend tout son sens, offrant alors la possibilité d'appliquer trois critères intermédiaires issus de ce format RBSF, à la suite d'une analyse déterministe avant d'appliquer éventuellement une analyse probabiliste si nécessaire : (i)  $(\mu_R / \mu_L) \geq FS_{req}$ , (ii)  $AFS \geq 1$ , (iii)  $AFS \geq FS_{req}$ . Le premier critère,  **$(\mu_R / \mu_L) \geq FS_{req}$** , donne des résultats identiques à ceux de l'analyse probabiliste utilisant  $R$  comme unique variable, car l'algorithme de recherche du  $FS_{req}$  utilise l'intégration directe qui produit des probabilités de défaillance égales à celles obtenues par simulations Monte

Carlo : la capacité estimée excède donc de 10% au plus celle de la référence, pour des bornes aux fractiles 5% ou plus larges. Cet écart étant acceptable pour une méthode simplifiée, **ce critère fiabiliste est applicable, et privilégié dans le cadre de l'approche progressive proposée, comme substitut préliminaire d'une analyse probabiliste complète**. Sa simplicité d'utilisation et d'interprétation sont des avantages indéniables. La légère surestimation de la capacité de l'ouvrage poussera dans certains cas à entreprendre des analyses probabilistes complémentaires pour plus de précision.

6. Le second critère,  $AFS \geq 1$ , donne les mêmes capacités que le premier, mais son **champ d'applicabilité est restreint** à des valeurs de  $k_R$  comprises entre 1.39 et 2.5 pour l'ouvrage examiné, les sous-estimations s'écartant de la référence probabiliste pour des valeurs de  $k_R$  supérieures.
7. Le dernier critère,  $AFS \geq FS_{req}$ , considère une marge de sécurité supplémentaire puisque les incertitudes sont alors considérées dans  $AFS$  et dans  $FS_{req}$ . Les **estimations de la capacité de l'ouvrage sont bien sûr inférieures à la référence** probabiliste utilisée, surtout pour de grandes valeurs de  $k_R$ . Une comparaison avec une méthode probabiliste nécessiterait de tenir compte d'une marge de sécurité supplémentaire dans la référence probabiliste également.
8. L'hypothèse de calcul du coefficient de variation  $c_R$  du format RBSF est examinée : lorsque la fissuration apparaît, le coefficient de variation issu de simulations Monte Carlo avec les variables ( $C, \tan\phi, H_w$ ) diffère de celui calculé pour l'application de la méthode simplifiée. Une formulation alternative de l'estimation de  $c_R$  pourra être proposée afin de tenir compte de la longueur fissurée de l'ouvrage. Également, l'hypothèse d'indépendance des variables n'est plus valide lorsque l'ouvrage fissure ; néanmoins la prise en compte d'un coefficient de corrélation dans l'algorithme de recherche du  $FS_{req}$  du format RBSF ne changerait pas substantiellement les résultats obtenus. Les hypothèses d'origine du format RBSF sont validées dans la pratique, particulièrement en appliquant le critère  $(\mu_R / \mu_L) \geq FS_{req}$  comme indiqué au point 5.
9. Finalement, les incertitudes sur le chargement sont considérées ; la méthode de l'AFS, critère  $AFS \geq FS_{req}$ , est estimée trop conservatrice par rapport aux analyses probabilistes de comparaison en raison de la considération d'une marge de sécurité importante.

## BIBLIOGRAPHIE

Les références citées dans ce mémoire sont présentées ici, excepté celles qui sont également citées dans le chapitre 4 qui comprend sa propre section de références.

CFBR. (2006-2012). *Recommandations pour la justification de la stabilité des barrages-poids*. France : Comité Français des Barrages et Réservoirs.

CFBR. (2010-2015). *Recommandations pour la justification des barrages et des digues en remblai*. France : Comité Français des Barrages et Réservoirs.

Ching, J. (2009). “Equivalence between reliability and factor of safety.” *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24, 159-171.

Degoutte, G. (2002). *Petits barrages - Recommandations pour la conception, la réalisation et le suivi*. France : Cemagref.

Der Kiureghian, A., et Ditlevsen, O. (2009). “Aleatory or epistemic? Does it matter?” *Structural Safety*, 31(2), 105-112.

Deroo, L., et Jimenez, B. (2011). “Notes sur l'accidentologie des barrages-poids.” Paper presented at the Colloque CFBR-AFEID : Etudes de danger.

Gouvernement du Québec. (1996). *S-3.1.01 Loi sur la sécurité des barrages*. Canada : Editeur officiel du Québec.

Hariri-Ardebili, M. A., et Saouma, V. E. (2016). “Seismic fragility of concrete dams: A state-of-the-art review.” *Engineering Structures*, 128, 374-399.

ISO. (2015). *ISO 2394:2015(E) - General principles on reliability for structures*. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization.

JCSS. (2008). *Risk assessment in engineering - Principles, system representation & risk criteria*. Lyngby, Denmark: Joint Committee on Structural Safety.

Melchers, R. E. (1999). *Structural reliability analysis and prediction*. Chichester, UK: John Wiley & Sons.

Morales-Torres, A., Escuder-Bueno, I., Altarejos Garcia, L., et Serrano-Lombillo, A. (2016). “Building fragility curves of sliding failure of concrete gravity dams integrating natural and epistemic uncertainties.” *Engineering Structures*, 125, 227-235.

Leclerc, M., et Léger, P. (2014). *CADAM2D - Computer Analysis of concrete gravity DAMs v2.0.3*. Montréal, Canada: Ecole Polytechnique de Montréal.



Léger, P., Larivière, R., Palavicini, F., et Tinawi, R. (2000). “Performance of gated spillways during the 1996 Saguenay flood (Québec, Canada) and evolution of related design criteria.” Paper presented at the Vingtème congrès des grands barrages, Beijing, Chine.

Lupoi, A., et Callari, C. (2012). “A probabilistic method for the seismic assessment of existing concrete gravity dams.” *Structure and Infrastructure Engineering*, 8(10), 985-998.

Microsoft. (2016). Office Excel 2016.

Peyras, L., Boissier, D., Carjaval, C., Bacconnet, C., Bécue, J.-P., et Royet, P. (2010a). *Analyse de risques et fiabilité des barrages - Application aux barrages-poids en béton*. Berlin, Allemagne: Universitaires Européennes.

Rocha, M. (1974). *Possibilités actuelles d'étude des fondations de barrages en béton*. Paper presented at the Troisième Congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Denver.

Wang, Y., et Rosowsky, D. V. (2016). “Joint Earthquake–Snow Hazard Characterization and Fragility Analysis of Wood-Frame Structures.” *Journal of Structural Engineering*. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001555

## ANNEXE A – ANALYSE DÉTERMINISTE : CALCUL DE LA LONGUEUR DE FISSURATION

Le calcul itératif de la longueur fissurée de l'interface barrage-fondation a pour objectif d'obtenir  $A_c$  l'aire en compression telle que la résistance  $R = A_c \cdot C + V \cdot \tan\phi$  avec  $C$  la cohésion,  $\tan\phi$  le coefficient de friction et  $V$  la résultante des forces verticales. L'algorithme est développé sous MATLAB®. Il consiste tout d'abord à :

- Calculer le poids propre de l'ouvrage  $W$  et le bras de levier de cet effort,
- Calculer la poussée hydrostatique  $L$  qui s'applique sur le parement amont (en tenant compte que si l'ouvrage est submergé, l'eau qui dépasse la crête n'exerce pas d'effort sur le barrage),
- Calculer le poids de l'eau  $W_w$  sur la crête en cas de submersion. L'hypothèse considérée est celle d'une charge répartie trapézoïdale avec une hauteur diminuant de moitié sur la longueur de la crête – voir Figure 4.5,
- Calculer les sous-pressions  $U$  selon les conditions de drainage suggérées dans le Benchmark de l'ICOLD – voir Figure 4.5,
- Calculer les contraintes amont  $\sigma_{am}$  et aval  $\sigma_{av}$  par la théorie des poutres :  $\sigma = \frac{V}{A} \pm \frac{Me}{I}$ , où  $V$  est la résultante des actions verticales,  $A_c$  l'aire en compression,  $M$  le moment au centre de la section,  $e$  la distance du centre de la section à l'extrémité amont ou aval de l'ouvrage,  $I$  le moment d'inertie de la section.

Ensuite, si la contrainte amont est négative, il s'agit de compression et la fissuration n'apparaît pas,  $R$  peut être calculé directement avec  $A_c = A_{tot} = 1.0 \cdot 60 \text{ m}^2$  (section de largeur 1.0 m).

Si elle est positive, la traction ouvre une fissure de longueur  $l = 60 \cdot \sigma_{am} / (\sigma_{am} - \sigma_{av})$ . Alors, tant que la fissuration n'est pas complète et tant que la contrainte amont est négative, les bras de levier des forces :  $W$ ,  $W_w$ ,  $U$ , ainsi que les contraintes amont et aval, et la longueur de fissuration sont recalculés à chaque itération. Le passage de l'itération  $K$  à l'itération  $K+1$  se fait par :  $l_{K+1} = l_K + (60 - l) \cdot \sigma_{amK} / (\sigma_{amK} - \sigma_{avK})$ .

Ce procédé est utilisé pour l'application de tous les formats d'évaluation de la sécurité examinés.

## ANNEXE B – ANALYSE PROBABILISTE : FOSM

Pour l'analyse probabiliste par la méthode FOSM, on suppose que les deux premiers moments,  $\mathbf{M}_X$  et  $\Sigma_{XX}$ , de la distribution multivariée de  $\mathbf{X}$ ,  $f_X$ , sont connus. L'approximation consiste à considérer que la variable aléatoire  $\mathbf{X}$  suit une loi normale définie par ces deux moments. La fonction de performance,  $g$ , est alors linéarisée, autour de la moyenne,  $\mathbf{M}_X$ , pour la méthode MCFOSM, autour du point de conception dans l'espace normal centré réduit,  $\mathbf{u}^*$ , pour FOSM.

Pour MCFOSM, soit le gradient de  $g$  au point  $\mathbf{M}_X$ ,  $\nabla g(\mathbf{M}_X)$ , alors  $g(\mathbf{X}) \approx g(\mathbf{M}_X) + \nabla g(\mathbf{M}_X)(\mathbf{X} - \mathbf{M}_X)$ , et  $\beta \approx \frac{g(\mathbf{M}_X)}{\sqrt{\nabla g(\mathbf{M}_X) \Sigma_{XX} \nabla g(\mathbf{M}_X)^T}}$ , on trouve ensuite  $p_f = \Phi(-\beta)$ .

L'algorithme développé pour FOSM utilise la transformation de  $\mathbf{X}$  en  $\mathbf{U}$ , dans l'espace normal centré réduit, afin de s'affranchir de la formulation de  $g$  dans l'estimation des probabilités de défaillance. Le point de défaillance le plus probable est obtenu par l'algorithme itératif iHL-RF (*improved Hasofer-Lind, Rackwitz-Fiessler*).

Alors, de la même manière que pour MCFOSM mais dans l'espace normal centré réduit, la linéarisation donne  $G(\mathbf{U}) \approx G(\mathbf{u}^*) + \nabla G(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)$ , et finalement  $\beta \approx \frac{-G(\mathbf{u}^*)\mathbf{u}^*}{\sqrt{\nabla G(\mathbf{u}^*) I \nabla G(\mathbf{u}^*)^T}}$ .

## ANNEXE C – ANALYSE PROBABILISTE : SIMULATIONS DE MONTE CARLO

Pour définir la distribution multivariée nécessaire aux simulations Monte Carlo, une loi Nataf est utilisée. Ses principes sont expliqués ici.

Soient les distributions marginales  $f_{X_k}$  des variables aléatoires  $X_k$ ,  $k$  étant un nombre parmi le total  $n$  des dimensions de  $\mathbf{X}$  :  $X_k \sim f_{X_k}(x_k)$ . Chacune des distributions marginales est transformée dans l'espace normal centré réduit, de façon à ce que  $Z_k \sim \phi(z_k)$ .

Alors  $\Phi(z_k) = F_{X_k}(x_k)$ , d'où  $z_k = \Phi^{-1}(F_{X_k}(x_k))$ .

La distribution multivariée est définie par  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_0) \prod_{k=1}^n \frac{f_{X_k}(x_k)}{\phi(z_k)}$  et  $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \Phi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}_0)$ , où  $\mathbf{R}_0$  est la matrice de corrélation de la loi Nataf, distincte de  $\mathbf{R}$  si les variables ne sont pas indépendantes.

Pour les simulations Monte Carlo, un ensemble d'échantillons  $z_k$  est tiré suivant une loi multinormale de paramètres  $\mathbf{0}$ ,  $\mathbf{R}_0$ . A partir des  $z_k$ , sont déduits les  $x_k = F_{X_k}^{-1}(\Phi(z_k))$  grâce aux distributions marginales définies auparavant.

Chaque tirage  $x^i$ ,  $i$  étant un nombre parmi le total  $N$  des simulations, sert à évaluer si la fonction de performance  $g$  est négative, impliquant que  $I$  la fonction indicatrice est égale à 1, afin d'obtenir finalement la probabilité de défaillance  $p_{fMC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x^i)$ .

## ANNEXE D – ANALYSE PROBABILISTE : INTÉGRATION DIRECTE

L'intégration directe entre deux variables indépendantes est utilisée dans la méthode AFS. Les simulations de Monte Carlo avec un nombre suffisant de tirages produisent les mêmes résultats en considérant les variables R et L indépendantes.

Il s'agit de l'intégration analytique des distributions marginales des variables. Le chargement  $L$  et la résistance  $R$  sont distribués suivant deux densités de probabilité  $f_L$  et  $f_R$ , alors  $p_f = \iint_D f_{RL}(r, l) dr dl$ , où  $f_{RL}$  est la densité de probabilité conjointe.

L et R étant supposés indépendants,  $f_{RL}(r, l) = f_R(r) \cdot f_L(l)$ , et nous avons donc :

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^l f_R(r) \cdot f_L(l) dr dl = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(l) \cdot f_L(l) dl,$$

Avec  $F_R$  la densité de probabilité cumulative. Cette intégrale est finalement calculée analytiquement sous MATLAB® ou R-AFS, notamment pour la recherche dichotomique de  $FS_{req}$ .

## ANNEXE E – ANALYSE RBSF : CALCUL DE $FS_{REQ}$

Le calcul de  $FS_{req}$  dans le logiciel R-AFS est effectué en plusieurs étapes :

- i. Tout d'abord, les paramètres décrivant les distributions de R et L sont normalisés de manière à avoir un  $\mu_L$  unitaire,
- ii. Puis, R et L suivent les PDF choisis avec les coefficients de variation  $c_R$  et  $c_L$  pour les moyennes  $\mu_L = 1$  et  $\mu_R$  prenant une grande valeur arbitraire, par exemple 10,
- iii.  $\mu_R$  diminue itérativement et à chaque nouvelle valeur,  $p_f$  est calculée par intégration directe comme étant  $p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^l f_R(r) \cdot f_L(l) dr dl = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(l) \cdot f_L(l) dl$  (cf. Annexe D),
- iv. Tant que  $p_f$  est inférieure à la probabilité de défaillance cible  $p_f^*$ ,  $\mu_R$  diminue et lorsque  $p_f = p_f^*$ ,  $\mu_R = FS_{req}$ .

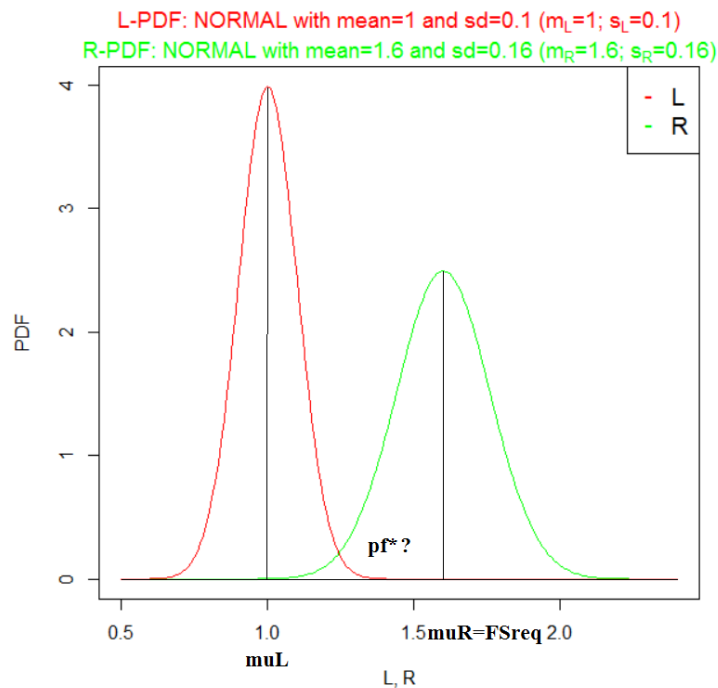
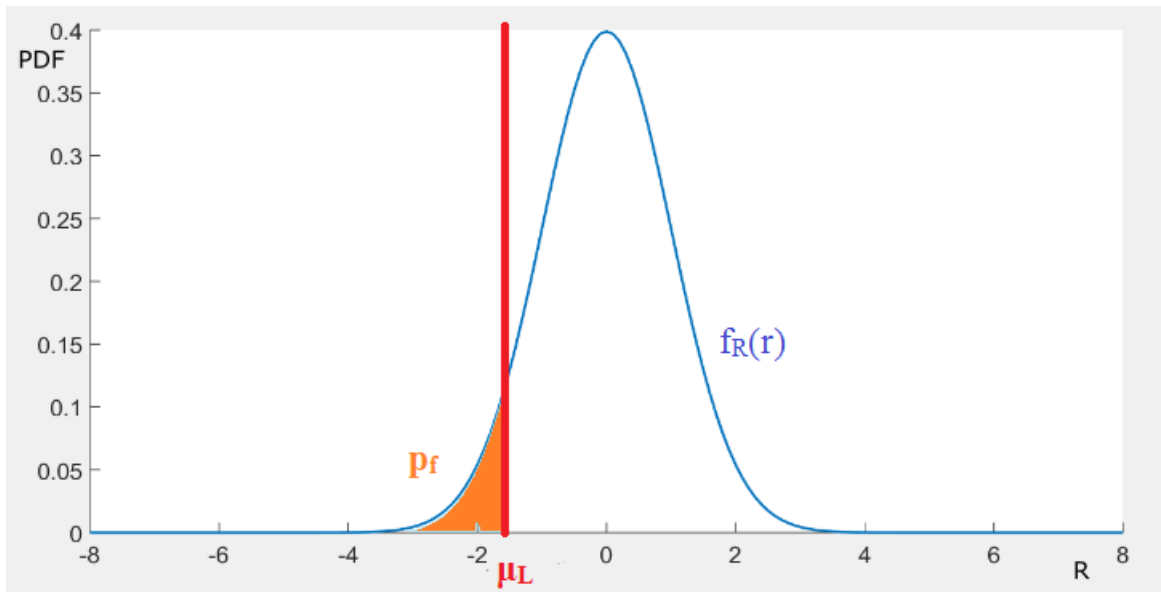


Figure E.1. Calcul de  $FS_{req}$

## ANNEXE F – ANALYSE RBSF : SANS INCERTITUDE SUR LA CHARGE

La variante de l'algorithme de recherche de  $FS_{req}$ , sans considérer d'incertitude sur la charge, consiste à évaluer l'intégrale analytique précédente, sur l'intervalle  $]-\infty, \mu_L]$ , où  $\mu_L$  est la charge

sans incertitude :  $p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^l f_R(r) \cdot f_L(l) dr dl = \int_{-\infty}^{\mu_L} f_R(r) dr = F_R(\mu_L)$  (Figure A.2).



## ANNEXE G – STATISTIQUES : CALCUL DU FRACTILE 5% POUR UNE DENSITÉ DE PROBABILITÉ LOGNORMALE

D'après Holický (2009), le fractile 5%  $w_{5LN}$  de la distribution d'une variable aléatoire lognormale est donné par  $\mu_X - w_{5LN} \cdot \sigma_X = \exp(\mu_{lnX}) \cdot \exp(w_{5N} \cdot \sigma_{lnX})$  ou  $w_{5N}$  est -1.64, le nombre d'écart-types auquel se trouve le fractile 5% de la loi normale.

Ainsi, pour les lois lognormales utilisées, nous avons les données du Tableau A.1 (pour R,  $H_w$  est choisi égal à 80 m par exemple).

Tableau G.1. Calcul des fractiles 5% des lois lognormales utilisées

	C	$\phi$	$\tan\phi$	R ( $H_w = 80$ m)
$\mu_X$	366.7	52.4	1.364	89305
$\sigma_X$	246.9	7.99	0.392	24352
$\mu_{lnX}$	5.72	3.95	0.271	11.4
$\sigma_{lnX}$	0.611	0.152	0.282	0.268
<b><math>w_{5LN}</math></b>	<b>1.03</b>	<b>1.51</b>	<b>1.38</b>	<b>1.39</b>

Ces valeurs sont utilisées dans le chapitre 4 de ce mémoire.