

**Titre:** Évaluation de la stabilité des structures hydrauliques fissurées à l'aide des méthodes d'éléments finis quasi statiques explicites et de l'équilibre limite 3D  
**Title:**

**Auteur:** Flavien Vulliet  
**Author:**

**Date:** 2016

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Vulliet, F. (2016). Évaluation de la stabilité des structures hydrauliques fissurées à l'aide des méthodes d'éléments finis quasi statiques explicites et de l'équilibre limite 3D [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
**Citation:** <https://publications.polymtl.ca/2353/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2353/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de recherche:** Pierre Léger, & Mahdi Ben Ftima  
**Advisors:**

**Programme:** Génie civil  
**Program:**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉVALUATION DE LA STABILITÉ DES STRUCTURES HYDRAULIQUES FISSURÉES  
À L'AIDE DES MÉTHODES D'ÉLÉMENTS FINIS QUASI STATIQUES EXPLICITES ET  
DE L'ÉQUILIBRE LIMITE 3D

FLAVIEN VULLIET

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CIVIL)

NOVEMBRE 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉVALUATION DE LA STABILITÉ DES STRUCTURES HYDRAULIQUES FISSURÉES  
À L'AIDE DES MÉTHODES D'ÉLÉMENTS FINIS QUASI STATIQUES EXPLICITES ET  
DE L'ÉQUILIBRE LIMITE 3D

présenté par : VULLIET Flavien

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BOUAANANI Najib, Ph. D., président

M. LÉGER Pierre, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. BEN FTIMA Mahdi, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. MIQUEL Benjamin, Ph. D., membre

## DÉDICACE

*à mes frères : Grégoire, Kilian et Max*

## REMERCIEMENTS

« Je ne tournerai pas ma langue par quatre chemins »

*Perronisme, Jean Perron*

Je voudrais remercier en premier lieu Pierre Léger, mon directeur de recherche, pour sa forte implication auprès de tous ses étudiants, sa bonne humeur permanente et son soutien solide durant ces deux années de recherche. Un grand merci également à Mahdi Ben Ftima, mon co-directeur de recherche, pour son dévouement, son énergie et son expertise qui m'ont tant apporté durant cette maîtrise. Je suis honoré d'avoir travaillé auprès de ces deux experts en structure qui transmettent contagieusement leur passion.

Merci à Hydro-Québec pour leur soutien, leur collaboration et la documentation mise à notre disposition. Je remercie plus particulièrement les ingénieurs Benjamin Miquel et Fateh Boussaha pour leur accompagnement et discussions tout au long du projet. Merci au Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG) pour le financement de ce travail.

Je voudrais remercier les étudiants au cycle supérieur du Groupe de Recherche en Structure (GRS), pour leur bonne humeur, leur entre aide et leur habileté à counter-strike, qui a permis d'égayer certaines de nos longues soirées studieuses.

Merci à ma famille trouvée ici à Montréal ou que j'ai laissé outre atlantique. Ils ont toujours su trouver les mots pour me remotiver et me faire tenir dans les moments les plus difficiles, mais aussi se réjouir avec moi de mes instants de réussite. La fierté que vous m'avez manifestée est la plus puissante de toute les motivations, et la réussite de ce projet est également un peu la vôtre.

Finalement, et non des moindres, merci à mes amis. C'est un lot d'amour, d'humour et d'inspiration qui me sont délivrés chaque jour. Outre les haut-savoyards et les mineurs alésiens, merci à Julien, mon colocataire, pour ses bons petits plats qui font tant de bien au moral.

## **AVANT PROPOS**

Ce travail de recherche et développement a été mené dans le contexte universitaire. Bien que de nombreuses vérifications ont été effectuées, l'auteur ne peut pas être tenu responsable de l'exactitude des résultats présentés. Les résultats des analyses structurales décrits dans au chapitres 5 et 6 de ce mémoire le sont à titre indicatif seulement, ces résultats ne doivent donc pas être utilisés dans le cadre de l'étude de la sécurité structurale d'un aménagement hydro- électrique en particulier.

## RÉSUMÉ

Plusieurs structures hydrauliques souffrent d'importantes fissures discrètes tridimensionnelles (3D), qui créent des ensembles de blocs empilés les uns sur les autres. Il est important de considérer les particularités 3D de ces surfaces fissurées dans l'évaluation non-linéaire de la sécurité au glissement de ces structures. Une méthodologie pour estimer un facteur de sécurité au glissement ( $SSF$ ) et une direction de glissement  $\mathbf{D}$ , pour n'importe quelle structure admettant une fissure discrète, est présentée dans ce mémoire. Cette méthodologie utilise une méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM) ayant une approche par réduction de capacité résistive (réduction des coefficients de friction et de cohésion). La QSE-FEM est connue pour présenter d'excellentes propriétés de convergence, à comparer d'une méthode implicite par EF, pour des problèmes hautement non-linéaires. Cependant, dans la QSE-FEM la détermination de l'initiation du mouvement de glissement est difficile. En plus du ratio de l'énergie cinétique sur l'énergie de déformation interne, un nouveau critère est introduit pour détecter l'initiation du glissement, basé sur les déplacements absolus d'un point de contrôle. Un outil complémentaire, la 3D-LEM, a été développé, faisant partie intégrante de la méthodologie proposée, et est une extension 3D de la méthode de l'équilibre limite 2D (LEM). Cet outil permet de réaliser des études préliminaires très utiles sur le coefficient de friction critique induisant le glissement et sur la direction  $\mathbf{D}$  correspondante. Trois exemples de validations, de complexité croissante, sont présentés pour vérifier et valider la méthodologie proposée. Ensuite, une étude de cas est adaptée d'une structure hydraulique fissurée existante pour évaluer sa stabilité au glissement en utilisant la QSE-FEM et la 3D-LEM. Finalement, deux études complémentaires sur le cas de la structure hydraulique fissurée sont présentées : l'estimation préliminaire de la poussée de réaction d'alcalis-granulats (RAG) critique initiant le glissement, et l'estimation préliminaire du  $SSF$  calculé avec la 3D-LEM,  $SSF_{LEM}$ , en considérant les travaux de réfection (pose de barres d'ancrages passifs). Dans les trois exemples de validation, les facteurs de sécurité et les directions au glissement trouvés par les outils QSE-FEM et 3D-LEM sont identiques. Dans l'étude de cas de la structure hydraulique fissurée,  $SSF_{LEM}$  calculé avec la 3D-LEM est plus conservateur que le  $SSF_{FEM}$  calculé avec la QSE-FEM, et la corrélation entre les directions de glissement  $\mathbf{D}$  calculées avec les deux outils est très forte. Dans les études complémentaires, la poussée de RAG critique est sujette à une grande incertitude, et les ancres passifs ont une influence modérée sur le  $SSF_{LEM}$ .

## ABSTRACT

Several hydraulic concrete structures suffer from severe tridimensional (3D) discrete cracking, producing an assembly of concrete blocks resting ones on top of the others. It is important to consider the 3D particularities of the cracked surfaces in the nonlinear sliding safety evaluation of these structures. A methodology to assess a sliding safety factor ( $SSF$ ) and a sliding direction  $\mathbf{D}$  for any structure with a 3D discrete crack using a quasi-static explicit nonlinear finite elements method (QSE-FEM) is presented herein in the context of the strength reduction approach. QSE-FEM is known to exhibit excellent convergence properties for highly nonlinear problems as compared to implicit FEM. However, in QSE-FEM the determination of the incipient failure motion is challenging. In addition to the ratio of kinetic to internal strain energy, a new criterion is proposed to identify sliding initiation, based on absolute displacements of a control point. As part of the proposed methodology, a complementary simple tool, 3D-LEM, has been developed as a 3D extension of the classical Limit Equilibrium Method (LEM). It is useful in preliminary sliding analyses, to estimate the critical friction coefficient inducing sliding and the corresponding  $\mathbf{D}$ . Three benchmark examples, of increasing complexities, are presented to verify the performance of the proposed methodology. Then, a case study is adapted from an existing cracked hydraulic structure to evaluate its sliding stability using the QSE-FEM and 3D-LEM approaches. Finally, two supplementary preliminary studies are presented: assessment of the critical alkali-aggregates reaction (AAR) thrust initiating sliding motion, and assessment of the  $SSF_{LEM}$ , from the 3D-LEM, of the cracked hydraulic structure case considering refection works (passive anchors). In the three benchmark examples, the same results are found for  $SSF$  and  $\mathbf{D}$  for the two approaches. In the hydraulic structure example,  $SSF_{LEM}$ , computed with 3D-LEM, is a lower bound of  $SSF_{FEM}$  from QSE-FEM, and a strong correlation is found between the sliding directions computed with the two approaches. In the complementaries studies, a uncertainty remains on the critical AAR thrust, and passive anchors have a moderate influence on  $SSF_{LEM}$ .



## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
AVANT PROPOS.....	V
RÉSUMÉ.....	VI
ABSTRACT .....	VII
TABLE DES MATIÈRES .....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
LISTE DES FIGURES .....	XII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XV
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Contexte général.....	1
1.2 Problématique.....	2
1.3 Objectifs de recherche .....	5
1.4 Méthodologie .....	6
1.5 Contenu du mémoire .....	8
CHAPITRE 2 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE .....	9
2.1 Réaction alcalis-granulats : origines conséquences et modélisation .....	9
2.1.1 Histoire et origine de la RAG.....	9
2.1.2 Conséquences de la RAG sur le comportement des ouvrages affectés .....	10
2.1.3 Modélisation et mesures correctives de la RAG .....	11
2.2 Facteur de sécurité par réduction de capacité résistive ou augmentation des charges ...	14
2.2.1 Réduction de capacité résistive .....	14
2.2.2 Augmentation des charges .....	15
2.3 Stabilité au glissement bidimensionnel et tridimensionnel des prismes .....	16
2.3.1 Méthode de l'équilibre limite .....	16

2.3.2	Comparaison entre la méthode de l'équilibre limite et la méthode de l'effort tranchant .....	20
2.3.3	Extensions tridimensionnelles de la méthode de l'équilibre limite dans la littérature	21
2.4	Résolution explicite par éléments finis .....	22
CHAPITRE 3 STABILITÉ D'UN PRISME DE BÉTON : EXTENSION TRIDIMENSIONNELLE DE LA MÉTHODE DE L'ÉQUILIBRE LIMITE .....		
3.1	Présentation du prisme et du problème de stabilité .....	24
3.2	Développement d'un logiciel sous MATLAB® pour l'équilibre limite 3D (3D-LEM)	25
3.2.1	Résolution des équations d'équilibre des efforts tranchants .....	25
3.2.2	Détermination du facteur de sécurité au glissement $SSF_{LEM}$ .....	27
3.2.3	Cas particulier de divergence .....	28
CHAPITRE 4 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE ET ORGANISATION GÉNÉRALE DU DOCUMENT INDIQUANT LA COHÉRENCE DES ARTICLES PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE .....		
4.1	Objectifs de la recherche .....	30
4.2	Description sommaire de la méthodologie .....	31
4.3	Pertinence de l'article .....	31
4.4	Originalité de l'article .....	32
CHAPITRE 5 ARTICLE 1 : STABILITY OF CRACKED CONCRETE HYDRAULIC STRUCTURES BY NONLINEAR QUASI-STATIC EXPLICIT FINITE ELEMENT AND 3D LIMIT EQUILIBRIUM METHODS .....		
5.1	Abstract .....	35
5.2	Introduction .....	35
5.3	Nonlinear quasi-static explicit FEM .....	38
5.4	3D Extension of limit equilibrium method .....	42
5.4.1	2D limit equilibrium method .....	42
5.4.2	3D extension of limit equilibrium method .....	43
5.5	Proposed methodology for sliding safety assessment .....	47
5.6	Validation examples .....	48

5.6.1	Example 1 – 3D sliding block on an inclined surface .....	49
5.6.2	Example 2 – Column with locally large uplift pressures .....	50
5.6.3	Example 3- Extruded 2D gravity dam – Multi-wedge analysis .....	52
5.7	Spillway analysed.....	56
5.7.1	Description .....	56
5.7.2	Stability assessment.....	58
5.8	Conclusions .....	60
5.9	Acknowledgements .....	62
5.10	References .....	63
CHAPITRE 6	RÉSULTATS ET DISCUSSIONS COMPLÉMENTAIRES .....	66
6.1	Poussée de la réaction alcalis-granulats .....	66
6.1.1	Combinaison et application des charges .....	66
6.1.2	Méthodologie d'analyse .....	68
6.1.3	Magnitude de poussée de RAG et discussions.....	70
6.2	Stabilité post réfection.....	71
6.2.1	Combinaison de charges et travaux de réfection.....	71
6.2.2	Étude préliminaire de l'ajout d'ancrages métalliques à l'aide de la 3D-LEM.....	72
CHAPITRE 7	DISCUSSION GÉNÉRALE .....	74
7.1	Critiques de la 3D-LEM.....	74
7.1.1	Avantages .....	74
7.1.2	Inconvénients .....	74
7.2	Critiques de la QSE-FEM .....	75
7.2.1	Avantages .....	75
7.2.2	Inconvénients .....	75
CHAPITRE 8	CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS .....	77
RÉFÉRENCES	.....	80

## LISTE DES TABLEAUX

Table 5-1 : Example 3, Extruded 2D Gravity Dam.....	54
Table 5-2 : Material Properties.....	57
Table 5-3 : Comparative results for the GHVU load combination .....	58
Tableau 6-1 : Poussée d'alcalis-granulats critique selon la 3D-LEM et la QSE-FEM.....	71
Tableau 6-2 : Facteur de sécurité et direction de glissement avant et après travaux de réfection .	73

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Géométrie générale du prisme à l'étude présentant une fissure à sa base.....	2
Figure 1.2 : Vue d'ensemble de l'aménagement hydroélectrique. <i>BPRG : barrage-poids rive gauche</i> .....	3
Figure 1.3: Différentes méthodes pour appréhender un même problème ; (a) Découpe en blocs selon la méthode de l'équilibre limite (LEM) ; (b) Maillage permettant une analyse selon la méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM) .....	4
Figure 1.4: Deux exemples simples de la littérature traités avec le logiciel CADAM3D (Leclerc & Léger 2012). (a) barrage-poids avec rupture amont et aval (USACE, 2005) ; (b) barrage-poids avec rupture aval du sol (Jansen, 1988) .....	6
Figure 1.5: Photos de l'ouvrage. (a) prisme vu de l'aval en rive droite ; (b) vue du côté droit du pilier du prisme ; (c) vue avale de face du piler du prisme. ....	7
Figure 2.1: Localisation des structures routières et hydrauliques affectées par la RAG au Québec (Bérubé et al. 2000). ....	10
Figure 2.2 : Barrage de Fontana, vue des surfaces fissurées : parement aval à gauche et galerie périmétrale à droite (Comi et al., 2009) .....	11
Figure 2.3 : Modélisation par EF d'ouvrages atteints par la RAG et visualisation des dégradations (a) barrage de Beauharnois, Québec, Canada. (Huang et Pietruszczak, 1999); (b) barrage de Fontana, France (Comi et al., 2009).....	13
Figure 2.4: Méthode de l'Équilibre Limite (LEM) pour un problème comportant plusieurs blocs (adapté de USACE 1981) (a) division en bloc d'une entité ayant une ligne de rupture à plusieurs segments de droite ; (b) détail des efforts agissant sur le bloc i .....	18
Figure 2.5: Improved Equal-K method (Sun et al. 2015).....	19
Figure 2.6: Séquence de rupture des monolithes pour un exemple de barrage-poids selon la méthode de Bretas et al. (2012). <i>SSF : Sliding Safety Factor, facteur de sécurité au glissement du monolithe seul calculé pour un glissement dans la direction de la résultante des forces appliquées</i> .....	22

Figure 3.1 Géométrie générale du prisme à l'étude présentant une fissure à sa base (a) géométrie du prisme; (b) écoulements sur le parement aval; (c) géométrie générale de l'ouvrage, <i>BPRD : Barrage Poids Rive Droite, BRPG : Barrage Poids Rive Gauche</i> .....	24
Figure 3.2 La méthode de l'équilibre limite tridimensionnelle (3D-LEM) (a) division du prisme en « cylindres » à base triangulaire ; (b) application des charges pour un cylindre élémentaire ; (c) repère local lié à la base d'un cylindre ; (d) définition de l'angle de glissement $\theta$ et la direction de glissement $\mathbf{D}$ .....	26
Figure 3.3 : Algorithme du logiciel 3D-LEM .....	28
Figure 5.1 : 3D discrete cracking due to AAR expansion: (a) 3D view of hydraulic facility; (b) problematic corner showing 3D discrete cracking; (c) crack mapping on existing structure .....	38
Figure 5.2 : QSE-FEM (adapted from Ben Ftima (2013)): (a) loading smooth amplitude; (b) typical curve for energy ratio versus time.....	40
Figure 5.3 : Procedure used in strength reduction method: (a) variable friction in the tracking phase; (b) sliding interval tracking; (c) variable and constant friction analysis in the verification refinement phase; (d) energy ratio evolution in the tracking phase; (e) energy ratio evolution in the verification/refinement phase. ....	41
Figure 5.4 : 2D limit equilibrium method; (a) three wedges example; (b) loads on a single wedge (USACE 1981) .....	43
Figure 5.5 : Definition of 3D-LEM (a) cracked surface divided into triangles and concrete block divided into columns; (b) loads applied on a column; (c) local axis definition for the triangular base; (d) definition of $\theta$ and the sliding direction $\mathbf{D}$ .....	44
Figure 5.6 : Influence of the tolerance on $SSF(\mathbf{D})$ (example 2 considered) (a) tolerance= $10^{-1}$ ; (b) tolerance= $10^{-2}$ ; (c) tolerance= $10^{-3}$ , $\mathbf{D}_{LEM}=\mathbf{D}(\theta=30.67\text{deg})$ ; (d) tolerance= $10^{-4}$ .....	46
Figure 5.7 : Example 1 of sliding block on an inclined plane (a) geometry definition of the inclined surface; (b) geometry definition of the block, definition of the loads and ABAQUS mesh; (c) $SSF$ computed for three friction coefficients from 3D-LEM and $SSF_{FEM}$ from QSE-FEM; (d) sliding trajectory in XY plan of the block with ABAQUS. ....	50

Figure 5.8 : Exemple 2 with locally large uplift pressures (a) loads applied; (b) geometry of the problem and ABAQUS mesh; (c) criteria for QSE-FEM; (d) $SSF(\theta)$ according to different considerations on $F_F$ value, and QSE-FEM results.....	52
Figure 5.9 : Exemple 3 of hydraulic structure from USACE (1981) (a) multi-wedge 2D problem; (b) ABAQUS mesh; (c) wedge displacements of the <i>contact</i> problem (scale: 10/1); (d) wedge displacements of the <i>tied</i> problem (scale: 10/1).....	53
Figure 5.10: Absolute displacements of the control point. Convergence of the standard implicit solutions towards the explicit solution when penalty coefficient is increasing. Computed for tied example 3 $SSF=2$ .....	55
Figure 5.11: Horizontal displacements of the control point for untied example 3.....	56
Figure 5.12 : Load conditions on the concrete wedge: H Hydrostatic pressure, U Uplift and V Gate thrust; (a) elevation view; (b) plan view .....	58
Figure 5.13 : Quasi-static explicit FE method (QSE-FEM) analysis with ABAQUS; (a) the monitoring displacements node is selected according to the sliding kinematic motion; (b) $C_{Eng}$ and $C_{Disp}$ criteria responses for the GHVU load combination. ....	60
Figure 6.1 : Application des charges pour la combinaison GHVUR (a) vue du profil droit (b) vue en élévation .....	67
Figure 6.2 : Localisation de l'application de la poussée alcalis-granulats.....	68
Figure 6.3 : Recherche du point de rupture à l'aide de la 3D-LEM pour déterminer la poussée alcalis-granulats critique .....	69
Figure 6.4 : Détermination d'une poussée alcalis-granulats critique à l'aide de la QSE-FEM.....	70
Figure 6.5 : Localisation des ancres passifs sur la crête du prisme .....	72

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Sigles

2D	Bidimensionnel
2D-LEM	<i>bi-dimensional limit equilibrium method</i>
3D	Tridimensionnel
3D-LEM	<i>three-dimensional limit equilibrium method</i>
AAR	<i>alkali-aggregate reaction</i>
BPRD	Barrage-poids rive droite
BPRG	Barrage poids rive gauche
DOF	<i>Degrees-of-freedom</i>
EF	Éléments finis
FE	<i>Finit elements</i>
FEM	<i>Finit elements method</i>
GHVU	Combinaison de charge : Gravité, Hydrostatique, Vanne, Sous-Pressions
LEM	<i>Limit equilibrium method</i>
QSE-FEM	<i>Quasi static explicit finite elements method</i>
RAG	Réaction alcalis-granulats
SFM	<i>Shear friction method</i>
SSF	<i>Sliding safety factor</i>
SSR	<i>Shear strength reduction method</i>
SRM	<i>Strength reduction method</i>
V&V	<i>Verification and validation</i>
USACE	<i>US Army Corps of Engineers</i>



## Symboles

$A_i$	Aire de la surface de la base de la colonne $i$ (3D-LEM)
$A_s$	Aire de section de barre d'armature d'acier
$c_i$	Cohésion de l'élément $i$ (3D-LEM)
$C_{Eng}$	Critère énergétique (QSE-FEM)
$C_{Disp}$	Critère de déplacements absolus (QSE-FEM)
$D$	Direction de glissement
$D_{FEM}$	Direction de glissement critique (QSE-FEM)
$D_{LEM}$	Direction de glissement critique (3D-LEM)
$E_k$	Énergie cinétique
$E_i$	Énergie de déformation interne
$F_i$	Résultante des forces externes (LEM ou 3D-LEM)
$F_F$	Force de friction (3D-LEM)
$F_{FEM}$	Poussée de réaction alcalis-granulats critique (QSE-FEM)
$F_{LEM}$	Poussée de réaction alcalis-granulats critique (3D-LEM)
$F_{RAG}$	Poussée de RAG (QSE-FEM)
$F_{RAG\ charg}$	Poussée de RAG à la fin du chargement initial (QSE-FEM)
$F_y$	Limite élastique de l'acier
$FS$	Facteur de sécurité (USACE 1981)
$G$	Centre de gravité
$H$	Poussée hydrostatique horizontale
$I$	Charges internes
$L_i$	Longueur de la fissure sous le bloc considéré (LEM)
$M$	Matrice de masse concentrée

$N$	Force normale
$P$	Charges externes
$P_i$	Force interstitielle entre deux colonnes adjacentes (LEM ou 3D-LEM)
$Q$	Forces interstitielle (Sun et al. 2015)
$r_i$	ratio de pic énergétique ( $E_k/E_i$ )
$SRF$	Facteur de réduction de capacité résistive (QSE-FEM)
$SSF$	Facteur de sécurité au glissement
$SSF_{FEM}$	Facteur de sécurité au glissement (QSE-FEM)
$SSF_{LEM}$	Facteur de sécurité au glissement (3D-LEM)
$t_{exp}$	Temps d'analyse (QSE-FEM)
$t_f$	Instant de rupture (QSE-FEM)
$t_i$	Instant de pic énergétique (QSE-FEM)
$t_{low}$	Instant avant rupture (QSE-FEM)
$t_L$	Temps de chargement (QSE-FEM)
$t_{up}$	Instant après rupture (QSE-FEM)
$T_1$	Période fondamentale (QSE-FEM)
$T_i$	Force de cisaillement (LEM)
$\ddot{u}$	Vecteur accélération
$U_i$	Sous pressions sous l'élément $i$ (LEM ou 3D-LEM)
$u_1 \ u_2 \ u_3$	Vecteurs unitaires du repère local de la colonne élémentaire considérée (3D-LEM)
$V_i$	Poids de l'eau au-dessus de l'élément $i$ (LEM)
$W_i$	Poids propre de l'élément $i$ (LEM)
$\alpha_i$	Angle d'inclinaison de la surface de rupture par rapport à l'horizontale (LEM)
$\Delta P$	Différence de forces $P_i$ (LEM ou 3D-LEM)

$\Delta t$	Incrément de temps (QSE-FEM)
$\varepsilon$	Tolérance
$\theta$	Angle de la direction de glissement
$\mu$	Coefficient de friction
$\mu_i$	Coefficient de friction de l'élément $i$ (QSE-FEM)
$\mu_{i_0}$	Coefficient de friction initial d'analyse de l'élément $i$ (QSE-FEM)
$\mu_{i_{crack}}$	Coefficient de friction pour l'élément $i$ (QSE-FEM)
$\mu_{i_{crit}}$	Coefficient de friction critique pour l'élément $i$ (QSE-FEM)
$\mu_{FEM}$	Coefficient de friction critique (QSE-FEM)
$\mu_{LEM}$	Coefficient de friction critique (3D-LEM)
$\varphi$	angle d'inclinaison des forces interstitielles (Sun et al. 2015)
$\phi_i$	Angle de friction de l'élément $i$ (LEM ou 3D-LEM)
$\Phi_{mobilisé}$	Angle de friction mobilisé pour un $SSF$ donné
$\sigma$	Effort normal (LEM)
$\tau$	Effort tranchant (LEM)
$\tau_a$	Résistance à l'effort tranchant (LEM)

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Contexte général

La réaction d'alcalis-granulats (RAG) est une pathologie du béton très répandue à travers le monde. Elle fut étudiée pour la première fois au Canada dans les années 1930. Cette réaction survient lorsque trois facteurs sont réunis : la présence d'un granulats réactif, d'un ciment à fort taux d'alcalis comme le ciment Portland, et d'un taux d'humidité d'au moins 80%. Des essais sont aujourd'hui réalisés pour prévenir cette réaction, mais de très nombreux ouvrages en sont atteints par méconnaissance de ce phénomène lors de leur réalisation. En Amérique du Nord, un très grand nombre d'ouvrages d'art tels que des ponts ou des barrages en souffrent, pour ne citer que ceux-ci. En 2000 le Québec comptait à lui seul pas moins de 87 ouvrages routiers et 36 ouvrages hydrauliques atteints par cette réaction (Bérubé et al., 2000).

Cette pathologie entraîne un gonflement puis une fissuration du béton. Les caractéristiques mécaniques de l'ouvrage s'amointrissent, la rigidité baisse et le module d'élasticité s'affaiblit. Le gonflement du béton peut provoquer des dysfonctionnements de l'ouvrage, tels qu'une ovalisation des puits de turbines des structures hydrauliques, affectant la production d'électricité. La RAG peut être également responsable d'un coincement des vannes d'évacuation, menaçant l'ouvrage de dysfonctionnement en cas de crue. La fissuration permet l'infiltration d'eau et donc la corrosion des armatures, qui entraîne une baisse des performances ainsi qu'un vieillissement prématuré des ouvrages. Dû au gonflement, de plus larges et profondes fissures discrètes peuvent se développer, menaçant cette fois l'intégrité structurelle de l'ouvrage. De telles observations ont été faites notamment pour les ouvrages tels que Beauharnois au Québec (Huang et Pietruszczak, 1999), Fontana (Comi et al., 2009) et Temple-Sur-Lot (Bourdarot et al., 2010) en France. Ces ouvrages ont la particularité de présenter une discontinuité dans leur géométrie, comme un angle dans la ligne de crête, provoquant une concentration des efforts à cet endroit.

Dans ce contexte émerge le besoin de développer des outils de calcul pour le suivi de ces ouvrages. Plusieurs modèles numériques par éléments finis sont proposés pour reproduire le gonflement dû à la RAG (Comi et al., 2009). Ces modèles permettent de suivre l'évolution d'un ouvrage dans le temps et de retrouver son état de dégradation actuel. Cette modélisation très précise de l'état de

dégradation actuel est difficile à obtenir par des mesures d'auscultations sur site. L'état de dégradation futur peut aussi être estimé, ce qui permet d'anticiper les problématiques à venir.

Parallèlement, des outils pour évaluer la marge de sécurité structurale de ces ouvrages sont requis. Ce mémoire porte sur l'évaluation d'un facteur de sécurité au glissement (SSF) d'ouvrages fissurés. Différents outils sont considérés dans la revue critique de la littérature présente dans ce mémoire. Finalement deux outils seront développés pour mener cette étude, la méthode de l'équilibre limite tridimensionnelle (3D-LEM) mise en œuvre dans le cadre de cette maîtrise qui correspond à l'extension de la méthode de l'équilibre limite 2D (USACE, 1981), et la méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM) introduite par Ben Ftima (2013).

## 1.2 Problématique

L'objet de cette étude est de qualifier la marge de sécurité structurale d'un prisme de béton au sein d'une structure hydraulique, délimité par une fissure discrète formée à la base d'un pilier (Figure 1.1).

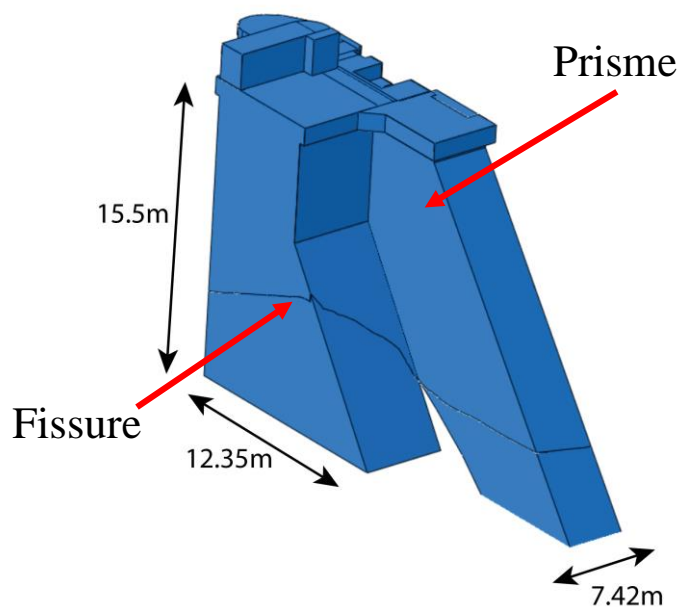


Figure 1.1: Géométrie générale du prisme à l'étude présentant une fissure à sa base

Ce prisme intègre le premier pilier rive droite de l'évacuateurs, ainsi que le début du barrage-poids rive droite (BPRD) (Figure 1.2). Le gonflement provoqué par la RAG du BPRD induit une poussée sur le pilier. N'étant pas retenu latéralement à sa gauche, une fissure s'est développée à sa base. La fissure traverse aujourd'hui d'amont en aval la structure, formant ainsi un prisme dont la quantification de la stabilité est l'objet d'étude de ce mémoire.

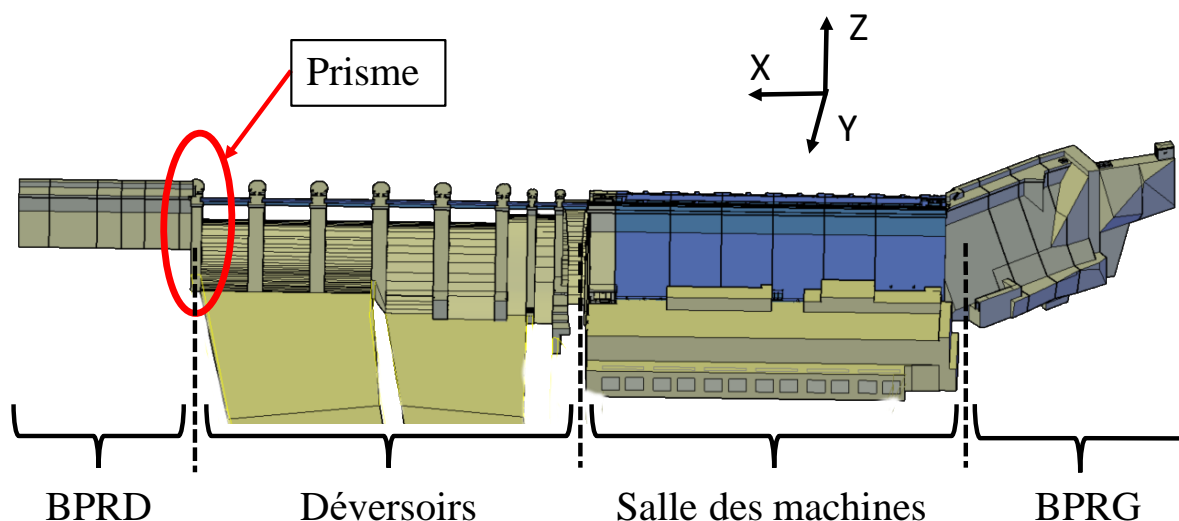


Figure 1.2 : Vue d'ensemble de l'aménagement hydroélectrique. *BPRG : barrage-poids rive gauche*

Les modèles présentés dans ce mémoire sont adaptés d'un cas réel, mais ne reflètent pas la stabilité de l'ouvrage. En effet des travaux de réfection (barres d'ancrages passifs) ont été réalisés. Cette étude ne prend en compte que de manière très préliminaire ces ancrages dans les résultats complémentaires présentés au chapitre 6.

La problématique consiste à identifier les mécanismes de défaillance de ce prisme. Seul le glissement sera étudié dans ce texte. Les problèmes liés au renversement et au basculement de la structure ne seront abordés que très brièvement.

Deux outils d'analyse de la stabilité seront être exploités. Le premier, nommé 3D-LEM, est une méthode tridimensionnelle développée pour ce mémoire sous MATLAB®, se basant sur la méthode de l'équilibre limite (LEM). La LEM est une méthode bidimensionnelle (amont-aval) introduite en 1981 par l'USACE. Elle détermine un facteur de sécurité au glissement (SSF) par

découpe en colonnes adjacentes de la structure à l'étude. La Figure 1.3a illustre sommairement cette méthode d'analyse qui sera détaillée au deuxième chapitre. Le second outil est une méthode d'analyse par éléments finis, exploité sous le logiciel ABAQUS, résolvant les problèmes de manière explicite. C'est-à-dire que le problème est solutionné sans réaliser d'itérations en résolvant les équations dynamiques, par incrément de pas de temps, même si le problème est statique. Nous la nommerons méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM). Une telle approche de problèmes statiques par résolution explicite est traitée par Ben Ftima (2013), notamment à travers deux exemples complexes d'étude d'une centrale hydroélectrique et d'une bache spirale, qui intègrent divers matériaux et éléments (plaque d'acier, barres d'armatures, béton, etc.). La Figure 1.3b représente une modélisation sous ABAQUS du prisme qui est l'objet d'étude de ce mémoire. C'est un cas d'étude simple en comparaison de ceux présentés par Ben Ftima (2013), car le modèle ne comporte qu'un unique matériau. Le problème du prisme reste tout de même un défi de taille par la complexité de la géométrie de son plan de fissuration.

Le but visé est le développement d'une méthodologie, intégrant les deux outils 3D-LEM et QSE-FEM, afin de déterminer un facteur de sécurité au glissement (SSF) pour tous types de prismes fissurés de géométrie arbitraire.

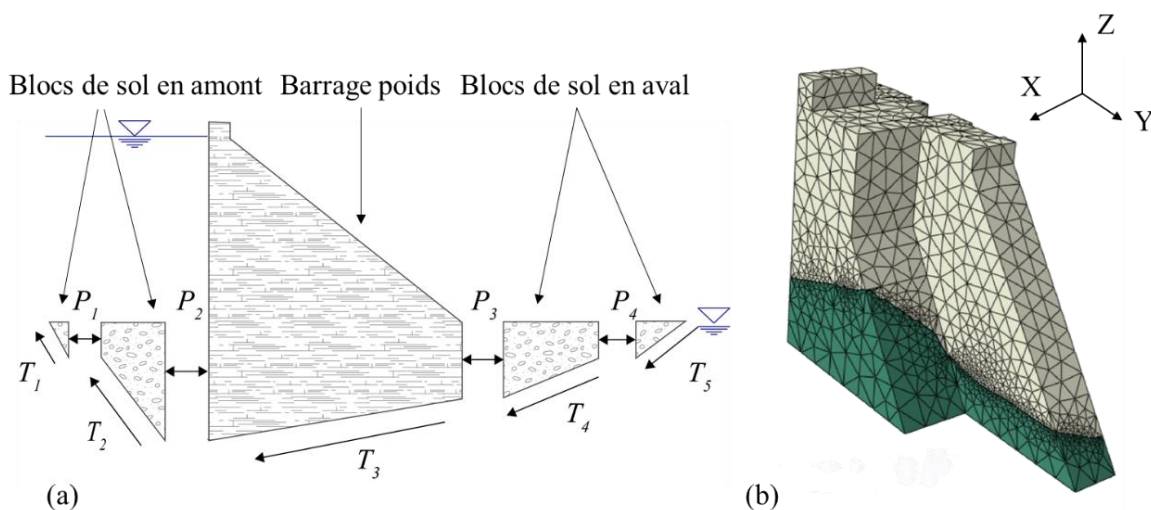


Figure 1.3: Différentes méthodes pour appréhender un même problème ; (a) Découpe en blocs selon la méthode de l'équilibre limite (LEM) ; (b) Maillage permettant une analyse selon la méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM)

## 1.3 Objectifs de recherche

Les objectifs suivants sont définis pour ce mémoire :

1. Réaliser une revue de la littérature sur les méthodes de caractérisation de la stabilité au glissement de prismes de béton présentant une fissuration discrète à la base de géométrie quelconque pour le cas bidimensionnel et tridimensionnel.
2. Théoriser une extension tridimensionnelle à la LEM, nommée 3D-LEM.
3. Développer un logiciel reprenant l'algorithme du 3D-LEM à l'aide du logiciel MATLAB®.
4. Valider ce logiciel par des exemples de complexité croissante.
5. Documenter ce logiciel afin de le rendre accessible. Il devra notamment être possible pour une personne extérieure au projet d'utiliser le programme créé, d'en comprendre le fonctionnement ou d'en modifier le contenu.
6. Mettre en pratique la QSE-FEM sur les exemples de validation et définir des critères indiquant la perte de stabilité du prisme.
7. Comparer les deux méthodes (3D-LEM vs QSE-FEM) d'un point de vue pratique.
8. Mettre en relation les résultats obtenus avec ces deux méthodes, et caractériser leur complémentarité.
9. Formuler des recommandations sur la méthodologie de calcul à mettre en œuvre pour évaluer la stabilité des prismes de béton.



## 1.4 Méthodologie

- La première étape est la documentation du sujet. Le phénomène de la RAG et la méthode LEM sont étudiés. Pour cela, des exemples simples de calculs de stabilité de barrage-poids tirés de la littérature sont reproduits à l'aide de tableurs ou de logiciel spécialisés (Figure 1.4). Plus généralement cette étape permet de se familiariser avec le domaine structural hydroélectrique. Une majeure partie du corpus littéraire essentiel au projet est alors identifié et regroupé.

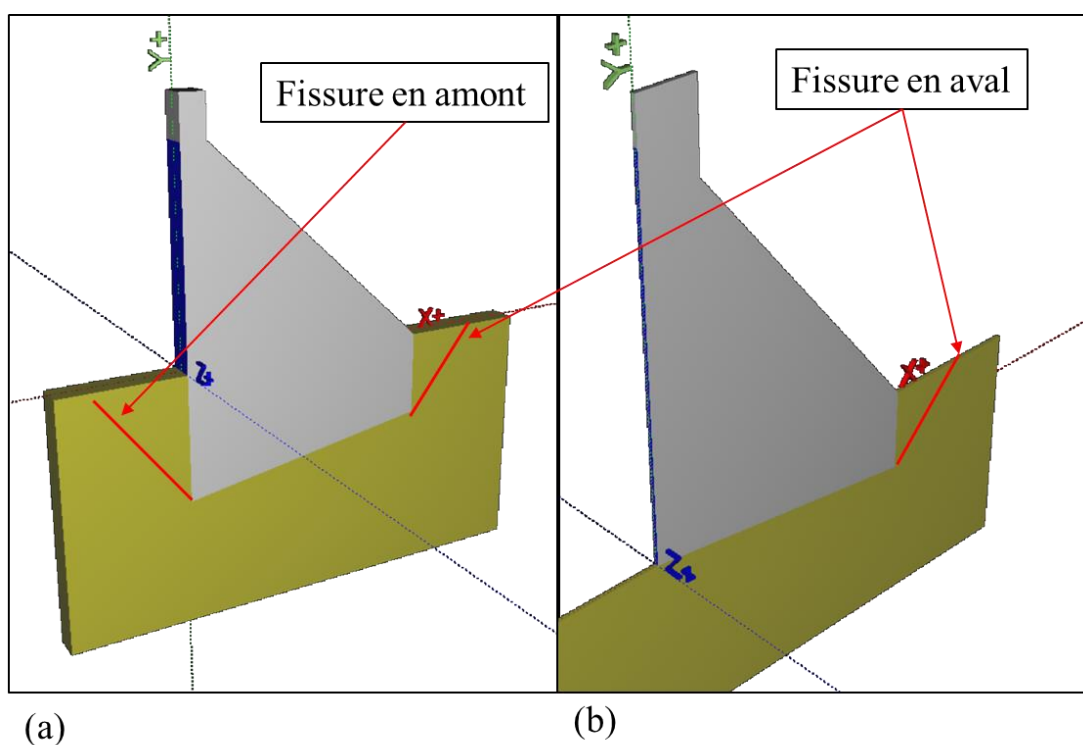


Figure 1.4: Deux exemples simples de la littérature traités avec le logiciel CADAM3D (Leclerc & Léger 2012). (a) barrage-poids avec rupture amont et aval (USACE, 2005) ; (b) barrage-poids avec rupture aval du sol (Jansen, 1988)

- Le problème tridimensionnel (3D) du prisme est ensuite abordé. Sa géométrie, son comportement, ses sollicitations et son histoire sont étudiés. S'effectue alors une analyse de divers documents tels que des rapports de stabilité, des tests en laboratoires, des relevés

de mesures in situ, des plans et des modélisations assistées par ordinateur. Suite à quoi une visite de l'ouvrage permet de confronter les informations récoltées à celles relevées sur le site. Durant cette visite la localisation des instruments de mesure, tels que les piézomètres ou les pendules est confirmée. De plus la Figure 1.5 montre, sur des photographies prises lors du déplacement sur site, des coulées blanchâtres ainsi que l'éclatement en faïence du béton qui sont caractéristiques de la RAG. Les lignes rouges indiquent le pourtour de la fissure qui encercle toute la base du plot 1. Sur la photo 1.5a, l'eau s'écoule le long du parement aval du barrage-poids, signe que la fissure est ouverte d'amont en aval.

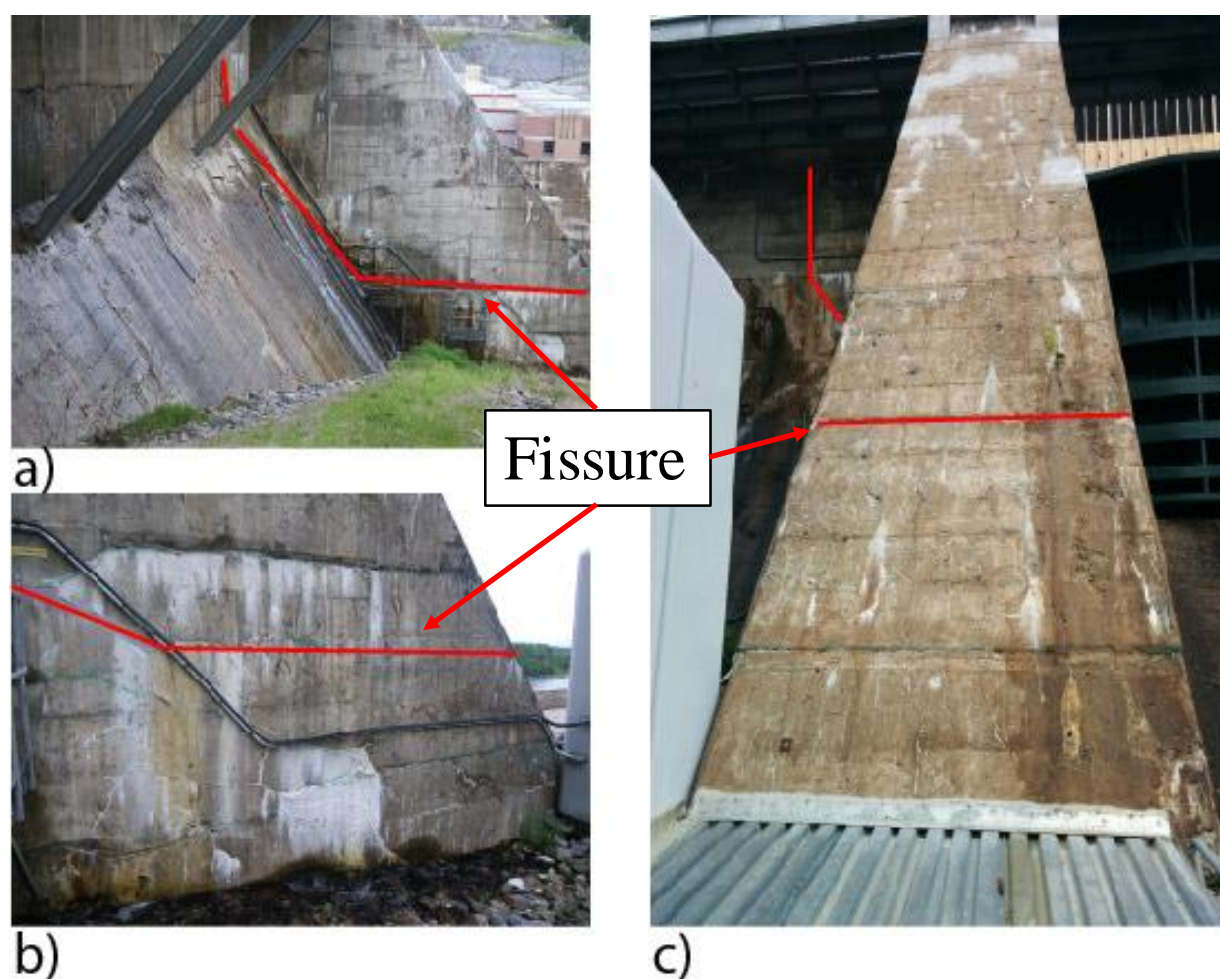


Figure 1.5: Photos de l'ouvrage. (a) prisme vu de l'aval en rive droite ; (b) vue du côté droit du pilier du prisme ; (c) vue avale de face du piler du prisme.

- Ensuite la théorie de la 3D-LEM est développée et son algorithme est implémenté dans un logiciel écrit sous MATLAB® que nous nommons également 3D-LEM. Une série d'exemples de validation de complexité croissante est créée afin de valider la théorie et le logiciel. Parallèlement au développement du logiciel 3D-LEM, la méthode QSE-FEM est abordée sous le logiciel ABAQUS. Cet outil est validé et vérifié sur les mêmes exemples que la 3D-LEM. De plus un nouveau critère de stabilité est introduit, portant sur le déplacement absolu d'un point de contrôle, et permettant une détermination précise de l'instant de glissement.
- Une méthodologie utilisant les deux outils, que sont la 3D-LEM et la QSE-FEM, est développée, afin d'étudier la stabilité au glissement de n'importe quel prisme présentant une géométrie de fissuration arbitraire. Cette méthodologie est ensuite appliquée au cas du prisme présenté à la Figure 1.1.
- Un article scientifique est rédigé, ainsi qu'une documentation accompagnant le logiciel sous MATLAB®. Cette documentation ayant pour but de permettre à un tiers extérieur au projet de maîtriser le logiciel écrit sous MATLAB®. Il pourra alors étudier d'autres géométries, mais aussi comprendre le fonctionnement de l'algorithme, afin d'effectuer des modifications et des améliorations de celui-ci, et à l'utiliser à des fins de recherche.

## 1.5 Contenu du mémoire

Ce mémoire contient une introduction, présentant la problématique et le sujet traité. S'en suit une revue critique de littérature faisant un bilan de la littérature à date, et permettant de mettre en relief les solutions et manques existants. Le troisième chapitre présente les méthodes de la 3D-LEM et de la QSE-FEM, ainsi que les différents modèles qui ont été testés lors de ce projet. Le quatrième chapitre introduit l'article et indique la cohérence de l'article au sein du travail de recherche. Vient ensuite l'article scientifique soumis pour publication au cinquième chapitre. Des résultats et discussions complémentaires à ceux décrits dans l'article sont présentés au sixième chapitre. Les discussions générales menées au septième chapitre portent sur la critique des outils 3D-LEM et QSE-FEM. Le huitième chapitre conclut ce mémoire de maîtrise tout en soumettant des pistes d'études qui pourraient faire suite aux travaux présentés dans ce document.

## **CHAPITRE 2 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE**

### **2.1 Réaction alcalis-granulats : origines conséquences et modélisation**

#### **2.1.1 Histoire et origine de la RAG**

Les réactions alcalis-granulats (RAG) sont des réactions chimiques se produisant dans le béton. Les alcalins présents dans le ciment réagissent avec les granulats, et plus particulièrement avec les silicates généralement contenus par ces agrégats, lorsque le taux d'humidité est important (supérieur à 80%). Le résultat de cette réaction est un gel expansif qui se répand dans le béton et comble tous les pores dans un premier temps. Une fois tous les pores bouchés l'expansion continue et provoque un gonflement du béton. (Huang M et Pietruszczak S. 1999).

Il existe plusieurs types de réactions alcalis-granulats, telles que la réaction alcali-silicates ou alcali-carbonates, mais c'est la réaction impliquant les ions de silices qui est la plus largement répandue au Québec. La partie au nord du Saint Laurent nommée bouclier canadien représente 95% du territoire de la province québécoise, ainsi un grand nombre d'ouvrages d'art et notamment d'aménagements hydroélectriques furent bâtis avec des granulats provenant de ce sol. Les roches métamorphiques abondantes dans cette partie nord, contiennent des quartz, forts en silices, et donc très propices à une réaction alcali-silicate. L'utilisation de ces granulats s'est massivement développée entre les années 1930 et 1980, et l'étude de la réaction ne s'est initiée que dans les années 1940. Il en résulte qu'un très grand nombre d'ouvrages au Québec sont atteints par la RAG. Bérubé et al. (2000) dénombrait 37 cas de RAG déclarés rien que dans la partie nord du Saint-Laurent, et ne prenant en compte que les ouvrages hydrauliques (Figure 2.1).

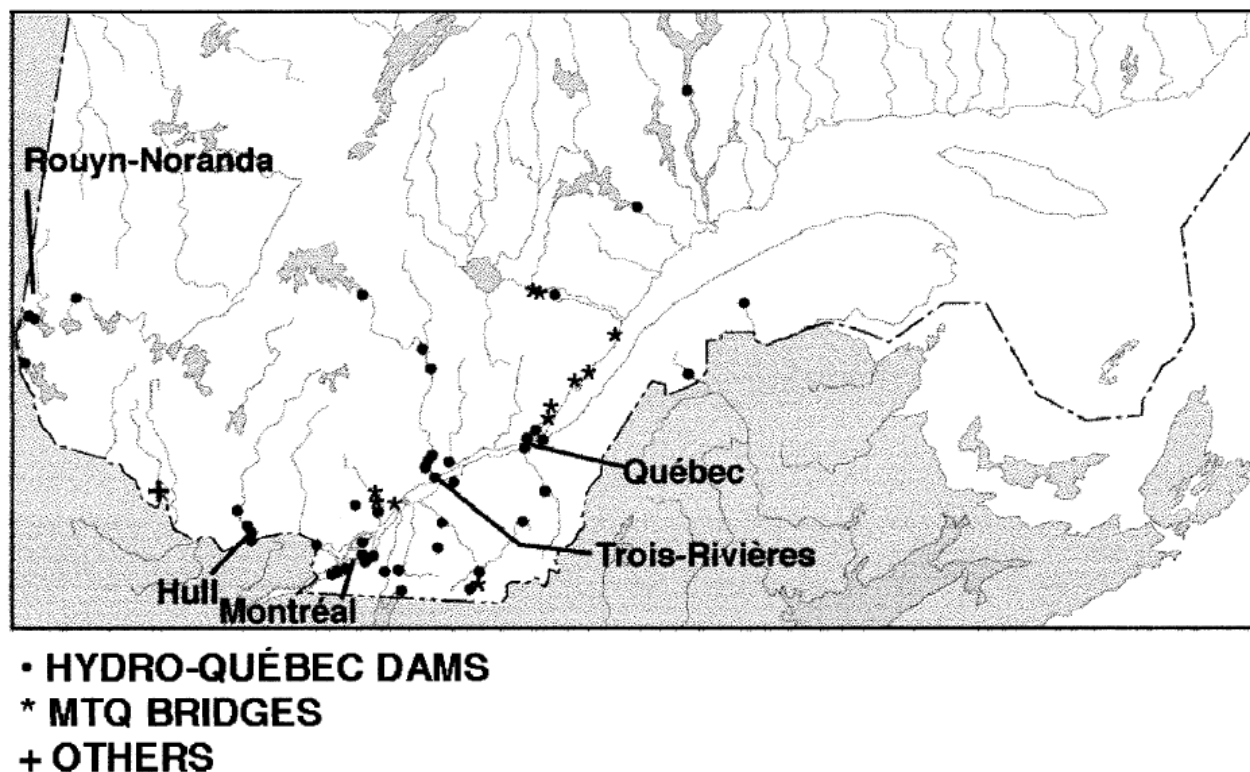


Figure 2.1: Localisation des structures routières et hydrauliques affectées par la RAG au Québec (Bérubé et al. 2000).

### 2.1.2 Conséquences de la RAG sur le comportement des ouvrages affectés

Le gonflement du gel provoque en surface une fissuration en faïence du béton et un écoulement blanchâtre très caractéristiques de la réaction. Ce gonflement et cette fissuration se produisent dans toute la masse de béton et ont plusieurs impacts sur les ouvrages. Tout d'abord la durabilité du béton est affectée par la fissuration de l'ouvrage. L'ouverture des fissures de surface augmente la porosité et favorise l'intrusion de tous les agents agresseurs qui accélèrent la dégradation du béton. La fissuration interne détériore les propriétés mécaniques de l'ouvrage en dégradant le module d'élasticité et sa résistance mécanique (Comi et al., 2009). Finalement la durée de vie des ouvrages affectés par la RAG s'en trouve considérablement diminuée. Ensuite ce gonflement a un impact sur la fonctionnalité des ouvrages. En effet, pour ne citer que les ouvrages hydrauliques, au sein de la salle des machines la RAG provoque une ovalisation des ouvertures où sont situées les turbines et un désalignement induisant un dysfonctionnement des installations mécaniques. Au niveau de la

retenue d'eau le gonflement provoque un coincement des vannes, empêchant leur utilisation lors de crue et donc mettant en danger les populations et installations avoisinantes. Enfin la RAG peut provoquer des problèmes de stabilité des ouvrages. Les discontinuités géométriques, telles que des angles dans la direction rive gauche-rive droite, ou bien les interfaces entre barrages-poids et pilier de déversoirs provoquent des concentrations de contraintes qui mènent au développement de larges fissures. Aux États-Unis le barrage-poids de Fontana, qui présente une courbe dans la ligne de crête, possède une fissure partant du parement aval et traversant la galerie périmétrale (Figure 2.2). En France l'ouvrage de Temple-Sur-Lot souffre de problème de stabilité au niveau de ses piliers de déversoirs. Une fissuration importante se développe à la base du pilier au fur et à mesure que le gonflement du béton implique un basculement rive gauche-rive droite (Bourdarot et al., 2011). Au Québec dans la région de Montréal, le barrage de Beauharnois possède deux angles à gauche et à droite de la prise d'eau, à l'interface avec les barrages-poids. Du fait de cette géométrie et du gonflement de la RAG, il y a une concentration des contraintes et donc une importante fissuration du béton dans cette zone angulaire (Huang et Pietruszczak 1999).

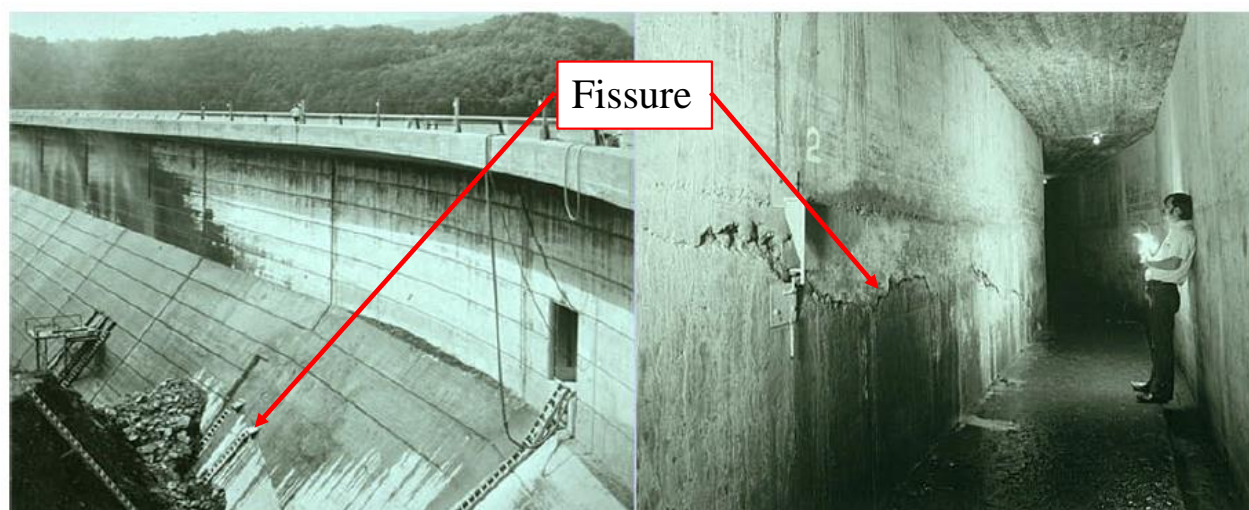


Figure 2.2 : Barrage de Fontana, vue des surfaces fissurées : parement aval à gauche et galerie périmétrale à droite (Comi et al., 2009)

### 2.1.3 Modélisation et mesures correctives de la RAG

De nombreux modèles numériques ont été développés pour caractériser le gonflement et les détériorations dus à la RAG. La Figure 2.3 illustre de tels modèles avec en (a) la visualisation du

paramètre  $\beta$  qui caractérise le taux de dégradation du béton du barrage de Beauharnois et en (b) la fissure structurale sur l'ouvrage de Fontana. Le modèle proposé par Bourdarot et al. (2011) se concentre sur la caractérisation du gonflement du béton et procède à une application sur l'ouvrage de Temple-Sur-Lot. La théorie développée par Huang et Pietruszczak (1999) permet de décrire l'état de dégradation du béton à travers un modèle thermomécanique prenant en compte le taux d'alcalis présent dans le béton, mais aussi le taux de confinement et les variations de température. Finalement Comi et al. (2009) développèrent également une théorie thermomécanique, mais cette fois en considérant le béton comme un corps bi-phasique constitué de la matrice cimentaire et de gel expansif. Tous ces modèles sont complémentaires et permettent des approches variées du problème et une meilleure compréhension du comportement des ouvrages affectés par la RAG. Ils constituent un moyen de suivre l'évolution de la réaction à l'instant présent, et de faire un bilan de l'état de dégradation de celui-ci. En effet, si un certain nombre des effets de la RAG sont observables, telles que la fissuration sur les parements extérieurs, d'autres comme la fissuration dans un caisson de pont ou une ovalisation des conduites et des ouvertures sont beaucoup plus difficiles à relever par auscultation. Ces modèles permettent de rendre compte de ces dégradations cachées. En plus de permettre de réaliser un bilan des dégradations et de prendre des mesures correctives a posteriori, ces modèles sont aussi un moyen de prédire le comportement de l'ouvrage et donc d'anticiper d'éventuelles défaillances et d'introduire des actions préventives.



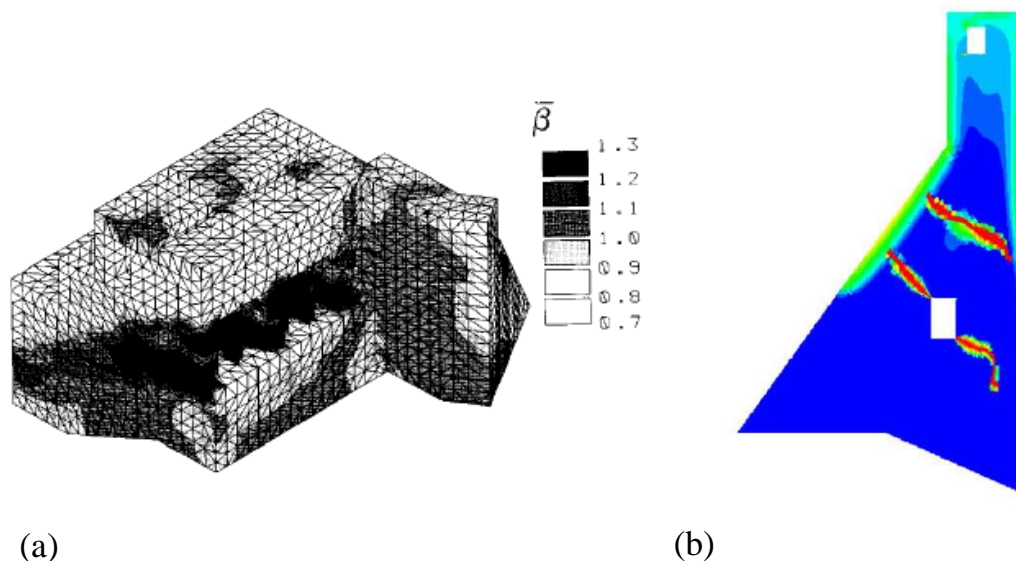


Figure 2.3 : Modélisation par EF d'ouvrages atteints par la RAG et visualisation des dégradations (a) barrage de Beauharnois, Québec, Canada. (Huang et Pietruszczak, 1999); (b) barrage de Fontana, France (Comi et al., 2009)

Le meilleur moyen de prévenir les dommages dus à la RAG est de prévenir la RAG elle-même, en testant la réactivité des granulats avant la construction et en limitant le taux d'alcalis dans le ciment. C'est ce qui est fait systématiquement aujourd'hui, mais il reste de nombreux ouvrages anciens qu'il faut réhabiliter. Pour cela un certain nombre de solutions ont été exploitées dont la nature varie selon les difficultés rencontrées. Hormis la démolition de l'ouvrage, toutes ces solutions sont temporaires, car aucune d'entre elles ne permet d'arrêter le gonflement. De plus il est difficile de prévoir le pouvoir expansif total de la RAG. Parmi ces solutions certaines répondent aux problèmes de fonctionnalité comme, couper les ancrages des superstructures métalliques pour empêcher le coincement des vis de levage des vannes, ou de manière générale, installer un jeu dans les installations mécaniques pour permettre le mouvement du béton lors du gonflement. Dans le cas de problèmes de stabilité, de nombreuses interventions ont aussi eues lieu. Le niveau d'eau peut être abaissé pour diminuer les charges, des ancrages peuvent être installés pour limiter ou contrôler le gonflement. Des opérations beaucoup plus coûteuses et complexes ont été entreprises comme la découpe d'une tranche amont-aval de barrage à l'aide d'un câble diamanté, pour relâcher les



contraintes au sein du matériau, ou encore l'installation d'une membrane sur le parement amont pour étanchéifier le béton et ainsi limiter la réaction en diminuant le taux d'humidité (Du 2010).

## **2.2 Facteur de sécurité par réduction de capacité résistive ou augmentation des charges**

Il existe trois familles de méthodes pour définir un facteur de sécurité. La première procède par la réduction graduelle de la capacité résistive des matériaux et est connue sous le nom de « strength reduction method » dans la littérature. La seconde méthode consiste à augmenter une ou plusieurs charges s'appliquant sur le système dont la dénomination est « pushover method » ou « overloading method » selon les cas. La troisième méthode est une combinaison des deux premières. Elle se déroule généralement en deux étapes, d'abord une réduction de capacité des matériaux, puis une augmentation du chargement (Chen et al., 2012). Seules les deux premières méthodes sont documentées et employées dans le contexte des travaux de recherche de ce mémoire.

### **2.2.1 Réduction de capacité résistive**

Lors d'une analyse de stabilité au glissement par réduction de capacité résistive les propriétés résistives des matériaux (coefficient de friction et cohésion) sont réduites simultanément par un même facteur. La valeur du facteur entraînant la perte d'équilibre est le facteur de sécurité retenu (Chen et al., 2012). Ce type d'analyse est très utilisée dans l'étude de la stabilité des pentes (Hammah et al. 2005, Tschuchnigg et al. 2015) et dans la stabilité des barrages (Krounis et al. 2015, Wei et al. 2009). La diminution de résistance affecte usuellement la résistance en cisaillement des matériaux d'où l'appellation « shear strength reduction method » (SSR). Différentes méthodes bidimensionnelles et tridimensionnelles procèdent par SSR. La méthode de l'équilibre limite (LEM) en est un exemple bidimensionnel et celle-ci est détaillée plus loin dans ce chapitre. Cependant, dans la littérature la SSR renvoie généralement à une analyse tridimensionnelle par élément finis (Hammah et al. 2005, Krounis et al. 2015, Tschuchnigg et al. 2015). Ces méthodes par EF permettent alors de définir non seulement un facteur de sécurité mais également la surface de rupture la plus probable. La rupture survient lorsque le modèle EF ne converge plus. Une dernière façon plus rare de réaliser une étude par réduction de capacité est par étude en laboratoire. Chen et al. (2012) décrivent un protocole expérimental, permettant de diminuer les propriétés des matériaux des fondations d'une maquette de barrage-poids. Les fondations sont réalisées dans un

polymère dont les capacités diminuent avec l'augmentation de la température. Ainsi en chauffant progressivement le modèle expérimental, et connaissant la loi de comportement du polymère, un facteur de sécurité peut être déterminé.

La plupart des méthodes d'analyse par SSR utilisent le modèle de Mohr-Coulomb pour décrire la résistance des matériaux (Hammah et al. 2005). Ce modèle est très répandu pour trois raisons principales : (1) il est le modèle présent dans la LEM (principalement pour l'analyse bidimensionnelle) et donc permet une uniformité entre les analyses bidimensionnelles et tridimensionnelles ; (2) le modèle est linéaire, ainsi les propriétés réduites des matériaux sont faciles à calculer ; (3) Le modèle est déjà implémenté dans un grand nombre de logiciels d'analyse. D'autres modèles tel que le modèle de Hoek et Brown peuvent servir à décrire la résistance au glissement des interfaces géométriques (contact roc-béton, contact béton-béton...). C'est le cas notamment en géotechnique, où ce dernier modèle décrit mieux les observations faites pour des masses rocheuses. Le modèle de Hoek et Brown n'étant pas linéaire, le calcul des capacités réduites n'est pas trivial. Hammah et al. (2005) proposent une approche simplifiée pour calculer la résistance à l'effort tranchant réduite et un algorithme pour réaliser une analyse par SSR. Plusieurs exemples sont alors étudiés, et une très bonne corrélation est montrée entre les facteurs de sécurité calculés par la LEM d'une part, et les analyses tridimensionnelles par SSR utilisant les critères de Mohr Coulomb et de Hoek et Brown d'autre part.

Dans le cadre de ce travail de recherche, le modèle retenu pour mener une analyse par SSR est le modèle de Mohr-Coulomb, car (1) il est le modèle le plus communément utilisé, (2) permet de calculer des facteurs de sécurité proches de ceux calculés avec d'autres modèles non linéaires de comportement des matériaux, (3) et est très facile à implémenter.

### **2.2.2 Augmentation des charges**

La seconde façon de calculer un facteur de sécurité est par augmentation des charges (ou « pushover » ou encore « overloading »), tandis que les propriétés mécaniques des matériaux sont maintenues constantes. Dans le cas d'un barrage par exemple, cela peut être par augmentation du niveau d'eau en amont jusqu'à ce que l'équilibre soit rompu. Le facteur de sécurité est alors défini comme le rapport entre le niveau d'eau induisant la rupture et le niveau d'eau nominal (Chen et al. 2012).

Contrairement à une analyse par SSR, plusieurs modes de rupture peuvent survenir lors d'une analyse par augmentation des charges. Le seul mode de rupture par SSR est le glissement du bloc au-dessus du plan de rupture sur sa fondation se trouvant en dessous, alors qu'une augmentation des charges peut mener à une rupture par renversement.

La méthode d'augmentation des charges est la méthode d'essai expérimental en laboratoire la plus répandue, car il est plus aisé d'augmenter les charges ou les déplacements (avec des presses ou vérins par exemple) que de réduire les capacités résistives des matériaux. Elle permet également de révéler les points de faiblesse des structures en analysant la cinématique de rupture (Chen et al. 2012).

## **2.3 Stabilité au glissement bidimensionnel et tridimensionnel des prismes**

De nombreuses méthodes existent pour étudier la stabilité d'un prisme dans le cas bidimensionnel comme dans le cas tridimensionnel. Cependant, seul un certain nombre de ces méthodes permet de s'intéresser spécialement au glissement, et d'étudier un problème ayant une surface de rupture aussi complexe que le cas qui nous occupe. Par exemple, la méthode de Londe (Hoek and Bray 1977) décrit très bien la rupture de prismes rocheux sans considérer la rotation de ceux-ci. Mais cette méthode se trouve être très compliquée à mettre en œuvre dans le cas qui nous occupe en raison du nombre important de facettes de notre plan de rupture. Une des méthodes retenue pour l'étude du prisme en béton montré à la Figure 1.1 est la méthode de l'équilibre limite.

### **2.3.1 Méthode de l'équilibre limite**

La méthode de l'équilibre limite (LEM) est une méthode décrite par l'US Army Corps of Engineers (USACE) (1981). Elle détermine un facteur de sécurité au glissement FS. Ce facteur est défini comme le rapport entre la résistance en cisaillement sur la sollicitation en cisaillement au niveau de la surface de rupture, selon l'équation. (2.1) :

$$FS = \frac{\tau_a}{\tau} \quad (2.1)$$

où  $\tau_a$  est la résistance en cisaillement, ou le cisaillement admissible, et  $\tau$  représente la sollicitation en cisaillement. Le cisaillement maximal est déterminé par l'équation de Mohr-Colomb et peut être exprimé par l'équation. (2.2) :

$$\tau_a = c + \sigma * \tan(\phi) \quad (2.2)$$

où  $c$  est la cohésion au niveau de la fissure,  $\sigma$  la contrainte normale à la surface et  $\phi$  l'angle de friction.

Cependant, cette définition permet uniquement de calculer un facteur de sécurité pour une unique surface de rupture plane associée à une cohésion et un angle de friction. L'USACE (1981) introduit une procédure dans le cas bidimensionnel pour considérer de multiples lignes de rupture associées à des coefficients de cohésion et des angles de frictions variés. Pour chaque segment de droite de la ligne de rupture est associée un bloc par délimitation verticale aux extrémités du segment (Figure 2.4a). Pour chacun de ces blocs  $i$  des forces horizontales  $P_{i-1}$  et  $P_i$  sont introduites à droite et à gauche (Figure 2.4 b). Ces forces s'ajoutent aux autres efforts qui peuvent s'appliquer sur ce bloc tels que le poids, les sous-pressions ou le poids de l'eau au-dessus du bloc. La valeur  $P_i - P_{i-1}$  est telle que l'effort de cisaillement sur la ligne de rupture du bloc  $i$  est égal à la résistance en cisaillement suivant cette même ligne de rupture (équations. (2.3) et (2.4))

$$\begin{aligned} & (W_i + V_i) * \sin(\alpha_i) + (P_{i-1} - P_i) * \cos(\alpha_i) \\ & = ((W_i + V_i) * \cos(\alpha_i) - (P_{i-1} - P_i) * \sin(\alpha_i) - U_i) * \frac{\tan(\phi_i)}{FS} + c_i \\ & * L_i \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & P_{i-1} - P_i \\ & = \frac{((W_i + V_i) * \cos(\alpha_i) - U_i) * \frac{\tan(\phi_i)}{FS} - (W_i + V_i) * \sin(\alpha_i) + \frac{c_i}{FS} * L_i}{\cos(\alpha_i) + \sin(\alpha_i) * \frac{\tan(\phi_i)}{FS}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

où l'indice  $i$  réfère au bloc  $i$ ,  $W_i$  représente le poids du bloc,  $V_i$  le poids de l'eau au-dessus du bloc,  $L_i$  la longueur de la ligne de rupture et  $\alpha_i$  l'angle entre la ligne de rupture et l'horizontale, angle compté positivement dans le sens horaire.

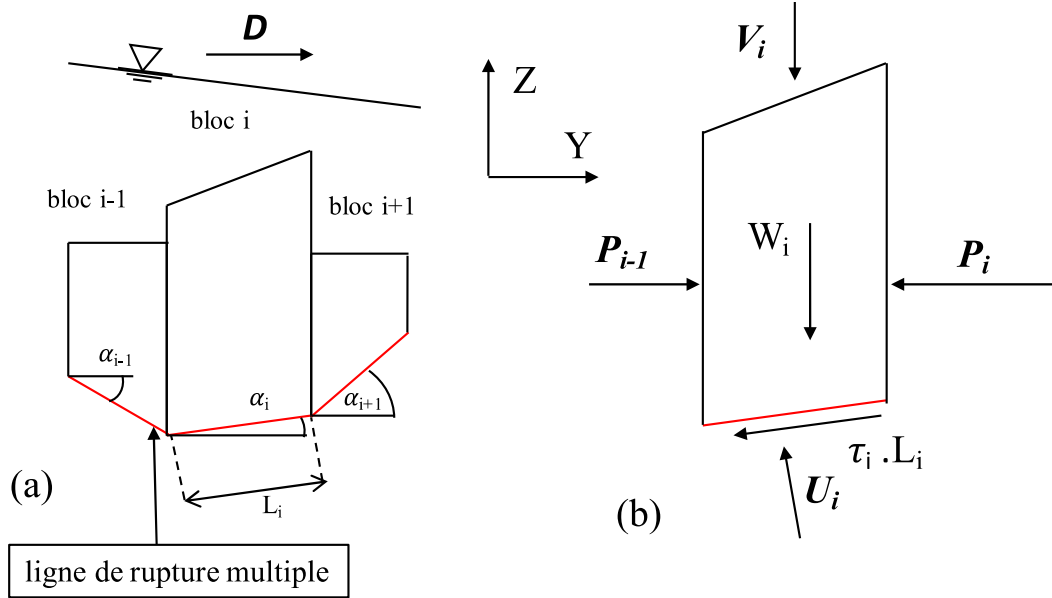


Figure 2.4: Méthode de l'Équilibre Limite (LEM) pour un problème comportant plusieurs blocs (adapté de USACE 1981) (a) division en bloc d'une entité ayant une ligne de rupture à plusieurs segments de droite ; (b) détail des efforts agissant sur le bloc  $i$

Comme ces blocs sont en équilibre, la somme des  $P_{i-1} - P_i$  sur l'ensemble des blocs est nulle. Ainsi, pour déterminer le coefficient de sécurité FS de l'ensemble des blocs l'équation (2.5) est résolue par itération sur la valeur de FS :

$$\sum_i (P_{i-1} - P_i) (FS) = 0 \quad (2.5)$$

La LEM a été par la suite très réutilisée dans la littérature et de nombreux ouvrages et articles y font référence (Jansen 1988, USACE 2005, Zheng 2012). De nombreuses méthodes dérivées de la LEM ont été proposées telles que « l'Improved Equal K-Method » (Sun et al. 2015). Dans cette

méthode les forces interstitielles, notées  $Q$ , entre les blocs ne sont plus horizontales, mais inclinées d'un angle  $\varphi$  (Figure 2.5)

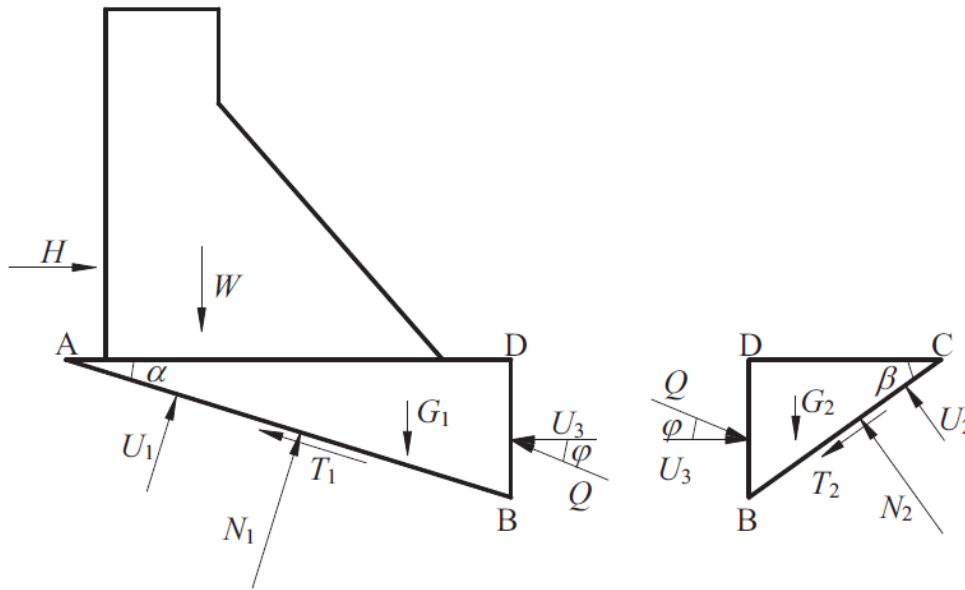


Figure 2.5: Improved Equal-K method (Sun et al. 2015)

L'originalité de « l'improved Equal-K method » n'est pas d'introduire cet angle  $\varphi$ , car cela avait été introduit antérieurement (Sun et al. 2015), mais réside dans la méthode qui est proposée pour statuer sur sa valeur. En effet, introduire une valeur non nulle pour l'angle  $\varphi$  augmente généralement la valeur de FS, donc un soin tout particulier doit être apporté à la justification.

Comme cet angle  $\varphi$  est une inconnue supplémentaire, il est proposé d'introduire un coefficient de cohésion et un angle de friction le long de l'interface verticale BD. De plus il est suggéré que l'ensemble des blocs ne peut glisser que si l'interface BD rompt, ce qui signifie que l'effort de cisaillement appliqué sur ce segment soit plus important que le cisaillement résistant. Un facteur de sécurité FS est introduit à l'interface BD selon l'équation (2.1). En statuant que les facteurs de sécurité associés aux segments AB, BC et BD doivent être tous égaux, et en itérant sur les valeurs de  $\varphi$  il est alors possible de converger vers une unique valeur de FS.

Cette méthode simplifiée donne de très bons résultats par comparaison avec d'autres méthodes d'équilibre (Sun et al. 2015), et présente l'avantage par rapport à la LEM que les interfaces entre blocs sont régies par la loi de Mohr-Coulomb. Cependant deux principales objections peuvent être formulées contre « l'improved Equal-K method ». (1) Elle contraint à définir un unique angle de friction et un unique coefficient de cohésion pour chaque surface de rupture verticale. Définir ces paramètres est un exercice difficile, car pour un sol par exemple, cette ligne pourrait entrecouper différentes sortes de strates. (2) Cette méthode n'est applicable que dans le cas où le nombre de blocs est égal à deux. En effet, dans cette méthode le facteur de sécurité est totalement déterminé pour chaque équation associée à deux blocs adjacents, et par conséquent il y a un facteur de sécurité différent par interface. Il n'est alors plus possible de déterminer un unique facteur de sécurité FS pour l'ensemble des blocs tel que cela est fait dans la LEM.

### **2.3.2 Comparaison entre la méthode de l'équilibre limite et la méthode de l'effort tranchant**

Une méthode permettant de rendre compte à la fois des lignes de rupture complexes et de définir un unique facteur de sécurité est la shear friction method (SFM). Celle-ci est antérieure à la LEM puisqu'elle existe depuis environ 1935 (Jansen 1988). De la même manière que pour la LEM, la ligne de rupture est régie par l'équation de Coulomb (équation (2.2)). Cette méthode définit le facteur de sécurité comme le rapport entre la résistance horizontale du système et la somme des forces horizontales. La résistance horizontale est la somme des projections sur l'axe horizontal, des résistances en cisaillement suivant l'équation (2.2). Lorsque la ligne de rupture est horizontale, la LEM et la SFM aboutissent au même coefficient FS. Mais sinon, excepté certains cas particuliers, les deux méthodes donnent des facteurs de sécurité différents.

Jansen (1988) dans son ouvrage présente une comparaison entre ces deux méthodes. Il fait varier l'angle d'inclinaison  $\alpha$  de la surface de rupture pour un unique bloc dont le ratio entre forces verticales et horizontales est égal à 1.5, et ce pour deux cas : (1) cohésion nulle et angle de friction  $\phi = 30$  deg et (2) forces de cohésion égales aux forces horizontales et angle de friction nul. Dans les deux cas le facteur de sécurité donné par la SFM est inférieur à celui fourni par la LEM, et cela quel que soit la valeur de l'angle  $\alpha$ . Cependant, il ne faut pas en conclure que ce sera toujours le cas, car un exemple dans la suite de Jansen (1988) prouve le contraire. Sa conclusion est alors

qu'après cinquante ans où la SFM fut utilisée avec satisfaction, la raison pour laquelle l'USACE change le standard pour la LEM n'est pas totalement comprise.

### **2.3.3 Extensions tridimensionnelles de la méthode de l'équilibre limite dans la littérature**

Zheng (2012) sépare les méthodes d'analyse de stabilité en deux groupes : celles qui sont rigoureuses et celles qui ne le sont pas, les méthodes rigoureuses étant celles qui satisfont l'ensemble des équations d'équilibre. Plusieurs méthodes 2D permettent bien de tenir compte de l'ensemble des équations d'équilibre, et ont été vérifiées par de nombreux tests numériques. En revanche, même s'il existe des méthodes 3D, qui sont souvent des extensions de méthode 2D, celles-ci souffrent dans la pratique de problèmes numériques. La méthode tridimensionnelle proposée par Zheng (2012), tout comme d'autres méthodes proposées existantes (Sun et al. 2010), permettent en théorie de résoudre toutes les équations d'équilibre. Cependant la résolution se fait toujours en faisant des hypothèses sur la nature des équations liant les inconnues entre elles ou sur l'expression générale des fonctions qui décrivent les inconnues du problème. Ainsi même les méthodes tridimensionnelles décrites comme rigoureuses par Zheng (2012) admettent des approximations.

Bretas et al. (2012) développèrent une extension tridimensionnelle à la LEM dans le but de prendre en compte les efforts qui peuvent être transmis d'un monolithe à l'autre au sein d'un barrage-poids (Figure 2.6). Cette technique peut être résumée simplement de la manière suivante. La première étape consiste à choisir a priori un facteur de sécurité. Un bilan des forces est réalisé pour chaque monolithe tel un corps libre en réduisant les efforts résistant par le facteur de sécurité choisi. Ensuite, les monolithes ayant des forces appliquées inférieures à leur capacité résistive, transmettent la partie non équilibrée des forces appliquées au monolithe adjacent qui est du côté du centre de la vallée. S'en suit une itération sur la valeur du facteur de sécurité jusqu'à la rupture de tous les monolithes constituant le barrage. Cette méthode a pour avantage de rendre compte de toutes les équations (forces et moments) et de donner de bons résultats dans le cas de l'étude d'un barrage-poids. Cependant, la transmission des efforts se fait dans une direction précise du fait de la géométrie du problème, c'est-à-dire un ouvrage hydraulique fait de monolithes adjacents et alignés, et la méthode ne peut donc pas être facilement appliquée à un problème ne possédant pas



cet alignement. Le prisme qui est à l'étude dans ce texte ne peut donc pas être directement traité par cette méthode.

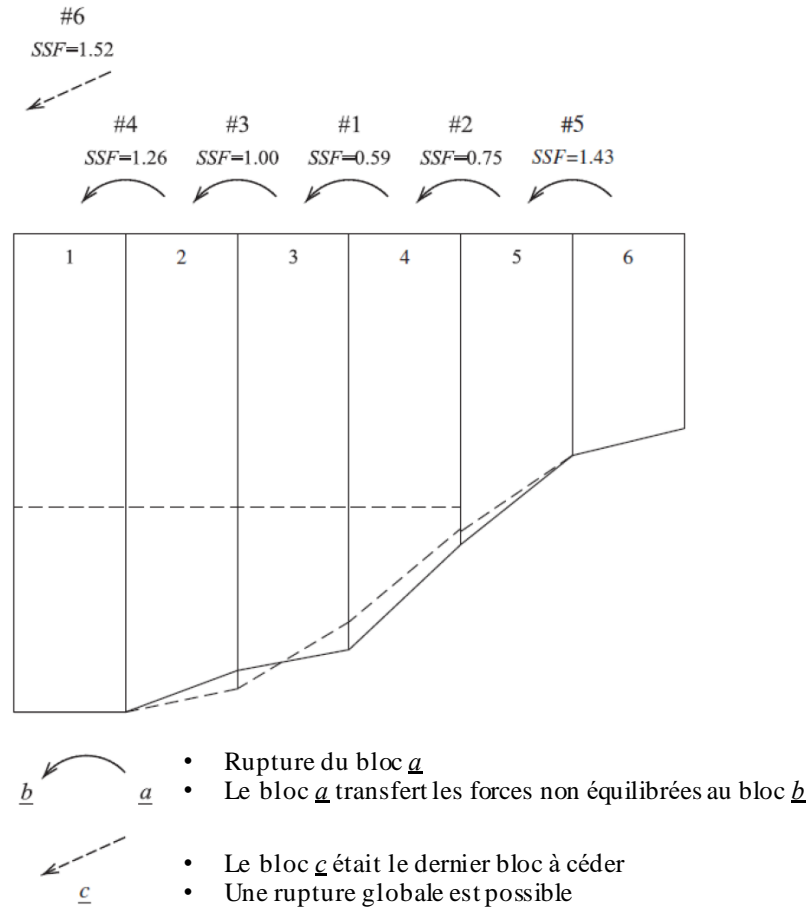


Figure 2.6: Séquence de rupture des monolithes pour un exemple de barrage-poids selon la méthode de Bretas et al. (2012). *SSF* : *Sliding Safety Factor*, *facteur de sécurité au glissement du monolithe seul calculé pour un glissement dans la direction de la résultante des forces appliquées*

## 2.4 Résolution explicite par éléments finis

Les méthodes conventionnelles de résolution de problèmes non linéaires sont des méthodes implicites par éléments finis. Celles-ci équilibrent les efforts internes et externes par itérations successives jusqu'à atteindre la convergence. La résolution de ces équations peut devenir très

difficile dans le cas de problèmes hautement non linéaires (développement d'un réseau de fissures, problème de contact ou lois de comportement des matériaux non linéaires par exemple) dû à la difficulté des algorithmes à redistribuer des instabilités locales (Ben Ftima 2013, Noor-E-Khuda et al. 2016).

L'approche explicite résout les équations d'équilibre dynamiquement, c'est-à-dire en résolvant l'équation de Newton qui inclut masses, accélérations, forces externes et internes. Contrairement à la solution implicite, aucune itération n'est faite à chaque incrémentation du pas de temps, en revanche le pas de temps doit être suffisamment faible pour garantir une convergence vers la solution explicite. Une application des charges quasi-statique permet de résoudre des problèmes statiques tels que le chargement d'une poutre en béton, ou la stabilité au glissement d'une structure hydraulique fissurée. Des études comparatives ont montré l'avantage d'une résolution explicite dans le cas de problèmes complexes non linéaires, notamment en termes de la stabilité de la solution numérique (Ben Ftima 2013).

Un exemple d'application de cette approche explicite au génie civil est donné par Manoucherian et Cai (2015) et Zhang et Li (2009). Ces deux études utilisent des modèles explicites pour réaliser une analyse par SSR d'un tunnel. Le but de ces études n'étant pas seulement de déterminer un facteur de sécurité, mais également d'observer la cinématique de rupture et d'analyser la stabilité de l'ensemble de la structure après une rupture locale, tel que la rupture d'un bloc rocheux dans la voute du tunnel par exemple. Une telle analyse n'étant pas possible par résolution implicite, une rupture locale entraîne la divergence de la solution numérique.

## CHAPITRE 3 STABILITÉ D'UN PRISME DE BÉTON : EXTENSION TRIDIMENSIONNELLE DE LA MÉTHODE DE L'ÉQUILIBRE LIMITE

Ce chapitre présente la méthode de l'équilibre limite tridimensionnel (3D-LEM), qui est un outil d'étude de stabilité au glissement, défini comme une extension de la méthode de l'équilibre limite 2D (LEM). La 3D-LEM est développée pour ce mémoire et est un élément d'une méthodologie d'analyse de la stabilité de prismes fissurés décrite au chapitre 5.

### 3.1 Présentation du prisme et du problème de stabilité

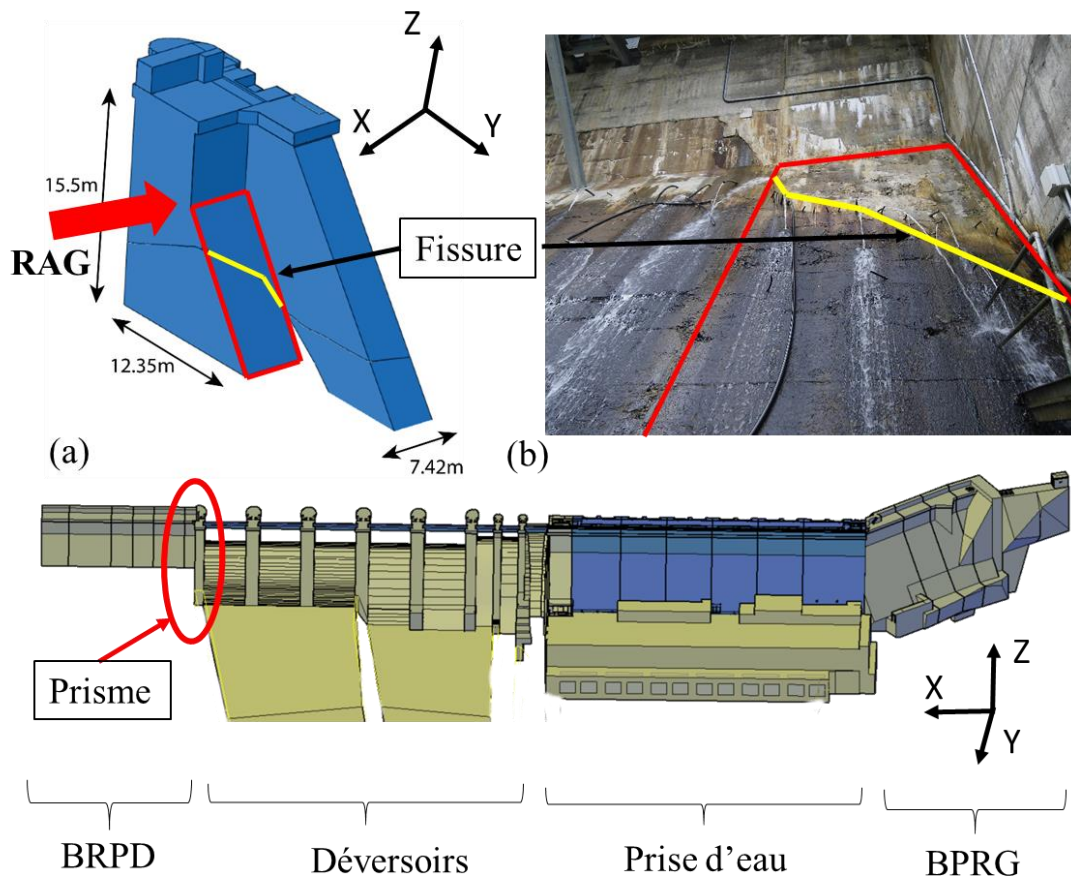


Figure 3.1 Géométrie générale du prisme à l'étude présentant une fissure à sa base (a) géométrie du prisme; (b) écoulements sur le parement aval; (c) géométrie générale de l'ouvrage, *BPRD : Barrage Poids Rive Droite*, *BPRG : Barrage Poids Rive Gauche*

Nous désirons étudier la stabilité au glissement d'un prisme en béton situé sur la rive droite d'un ouvrage hydraulique (Figure 3.1c). Ce prisme constitue la partie supérieure d'un barrage-poids et d'un pilier de déversoir dont la base est fissurée (Figure 3.1a). La géométrie de la fissure est très précisément définie sur le pourtour du prisme, car elle a été déterminée par des relevés sous-marins en amont et par des observations directes en aval. Un fort écoulement d'eau est observé sur le parement aval ce qui indique que la fissure est formée d'amont en aval. Ainsi nous considérons que ce prisme de béton est libre de bouger sur son socle si les sollicitations deviennent très importantes. Ceci est une hypothèse simplificatrice, car des travaux d'ancrage du prisme à l'aide d'ancrages métalliques passifs (barres d'armature) ont été entrepris. Ainsi les analyses menées dans ce mémoire ne reflètent pas la stabilité réelle de l'ouvrage.

La fissure est le fruit de la poussée due au gonflement du barrage-poids rive droite sous l'action de la RAG. L'ouvrage ayant été conçu dans les années 1940 alors que cette réaction n'était pas encore connue, il s'inclut parmi les nombreux ouvrages québécois devant faire face aux problématiques de cette réaction (Bérubé, 2000).

## 3.2 Développement d'un logiciel sous MATLAB® pour l'équilibre limite 3D (3D-LEM)

Afin de déterminer un facteur de sécurité au glissement (SSF) du prisme étudié, nous développons un logiciel, 3D-LEM, écrit sous MATLAB®, calculant un facteur de sécurité  $SSF_{LEM}$  pour toute géométrie de fissuration. La théorie de ce logiciel est une extension tridimensionnelle de la méthode de l'équilibre limite (LEM), cette dernière étant une méthode bidimensionnelle décrite au chapitre 2.

### 3.2.1 Résolution des équations d'équilibre des efforts tranchants

La fissure à la base du prisme est discrétisée en un ensemble de triangles dans l'espace (Figure 3.2a). Pour chaque triangle  $i$ , nous définissons un cylindre vertical à base triangulaire. Celui-ci est soumis à différentes charges extérieures telles que le poids  $W_i$ , les sous-pressions  $U_i$  et une résultante des forces externes  $F_i$ . De manière analogue à la LEM, nous introduisons les forces  $\Delta P_i = P_i - P_{i-1}$ , qui équilibrent l'effort tranchant survenant à la base du cylindre (Figure 3.2b). Pour déterminer la valeur de  $\Delta P_i$  un système de coordonnées locales  $u_1, u_2, u_3$  est défini comme

expliqué ci-après (Figure 3.2c):  $\mathbf{u}_1$  est le vecteur unitaire entre les nœuds (1) et (2) du triangle (123) dans le sens (1) vers (2).  $\mathbf{u}_3$  est le vecteur unitaire normal au triangle (123) tel que  $\mathbf{u}_z \cdot \mathbf{u}_3 > 0$ .  $\mathbf{u}_2$  est le vecteur unitaire complémentaire aux vecteurs  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_3$ ,  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_3 \wedge \mathbf{u}_1$ . La direction d'étude du glissement  $\mathbf{D}$  est définie par l'angle  $\theta$  qu'il décrit avec l'axe X dans le plan XY du repère global (Figure 3.2d). Le vecteur  $\Delta \mathbf{P}_i$  est orienté selon la direction  $\mathbf{D}$ . Ainsi la différence  $\Delta \mathbf{P}_i$  peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{P}_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1} = P_i * \mathbf{D} \quad (3.1)$$

où  $P_i$  est un scalaire.

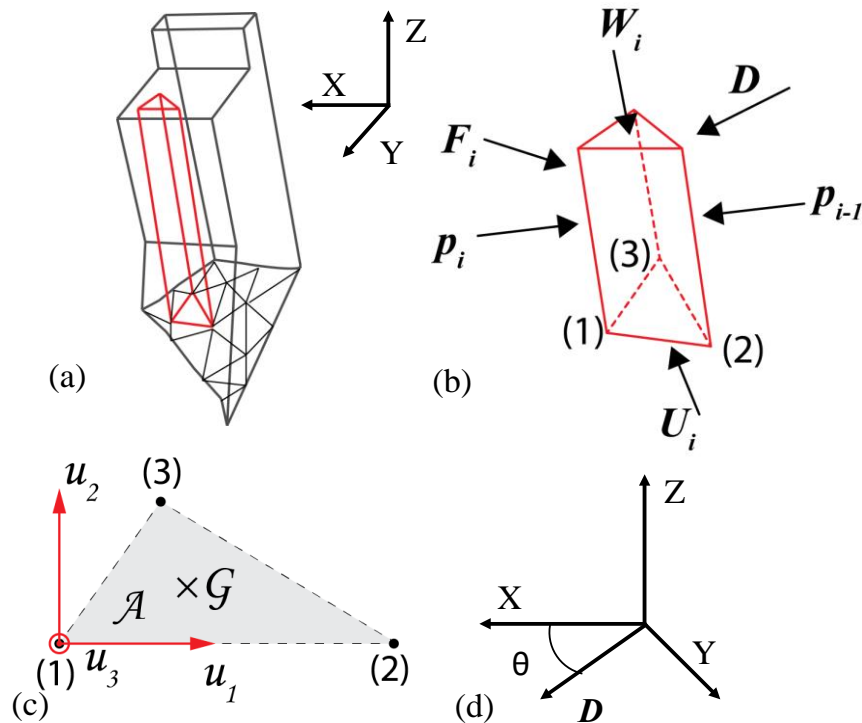


Figure 3.2 La méthode de l'équilibre limite tridimensionnelle (3D-LEM) (a) division du prisme en « cylindres » à base triangulaire ; (b) application des charges pour un cylindre élémentaire ; (c) repère local lié à la base d'un cylindre ; (d) définition de l'angle de glissement  $\theta$  et la direction de glissement  $\mathbf{D}$

L'équilibre des efforts tranchants à la base du cylindre  $i$  s'exprime par

$$\frac{c_i * A_i}{SSF} - (W_i + U_i + F_i + \Delta P_i) \cdot u_3 * \frac{\tan(\Phi_i)}{SSF} = (F_i + W_i + \Delta P_i) \cdot \frac{D'}{\|D'\|} \quad (3.2)$$

où  $c_i$  est le coefficient de cohésion,  $A_i$  l'aire de la base triangulaire du cylindre,  $\Phi_i$  l'angle de friction et  $D'$  est défini par :

$$D' = D - (u_3 \cdot D)u_3 \quad (3.3)$$

En utilisant les équations (3.1) et (3.2) le scalaire  $P_i$  est déterminé par :

$$P_i = \frac{(F_i + W_i) \cdot \frac{D'}{\|D'\|} - \frac{c_i * A_i}{SSF} + (W_i + U_i + F_i) \cdot u_3 * \frac{\tan(\Phi_i)}{SSF}}{(D \cdot u_3 \frac{\tan(\Phi_i)}{SSF} - D \cdot \frac{D'}{\|D'\|})} \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Détermination du facteur de sécurité au glissement $SSF_{LEM}$

De manière analogue à la méthode bidimensionnelle, la détermination du facteur de sécurité  $SSF_{LEM}$  se fait par itérations. Pour chaque direction  $D$  à l'étude, le logiciel itère sur la valeur de  $SSF$  jusqu'à ce que  $\sum_i \Delta P_i$  soit inférieure à une tolérance fixée à  $10^{-3}$ . Le facteur  $SSF$  qui répond alors à ce critère est retenu comme étant  $SSF_{LEM}$ . Les valeurs successives de  $SSF$  sont déterminées par la méthode de Newton, ce qui garantit une convergence quadratique vers la solution (Figure 3.3).

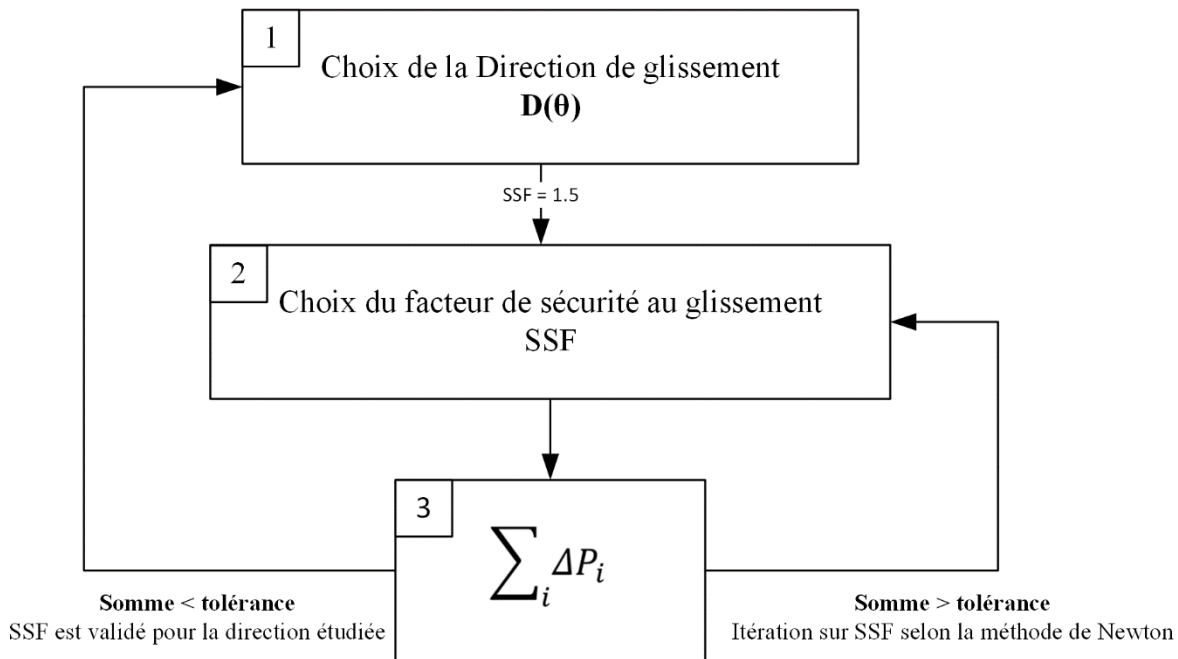


Figure 3.3 : Algorithme du logiciel 3D-LEM

### 3.2.3 Cas particulier de divergence

L'équation (3.4) admet un dénominateur  $m_\alpha$  qui peut s'annuler pour une valeur particulière de SSF. Dans ce cas la somme sur les  $\Delta P_i$  admet des points de discontinuité vis-à-vis de SSF, ce qui perturbe l'algorithme de résolution. Selon Ebeling et al. (2012) le problème survient lorsque  $\alpha + \phi_{\text{mobilisé}}$  tend vers 90 deg et il est conseillé 0.2 comme valeur limite acceptable de  $m_\alpha$ , où  $\phi_{\text{mobilisé}}$  est décrit par :

$$\phi_{\text{mobilisé}} = \tan^{-1}\left(\frac{\phi}{SSF}\right) \quad (3.5)$$

Pour s'affranchir de ce cas particulier, il est implémenté dans le logiciel 3D-LEM une mesure corrective lorsque le dénominateur est inférieur à 0.1. Pour ce faire, pour chaque triangle dont le dénominateur est inférieur à la tolérance, l'inclinaison de cette face est modifiée par rapprochement du vecteur normal à l'axe vertical Z. La nouvelle normale du triangle est alors une combinaison linéaire entre l'ancienne normale et l'axe vertical dont les coefficients de pondération valent respectivement 0.9 et 0.1. Cette mesure corrective apporte une modification locale à la géométrie de la fissure, la géométrie originale étant utilisée pour

l'itération suivante. Cela est acceptable, car il existe une incertitude sur la géométrie exacte de la fissure.



## **CHAPITRE 4 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE ET ORGANISATION GÉNÉRALE DU DOCUMENT INDICANT LA COHÉRENCE DES ARTICLES PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE**

Ce chapitre décrit la démarche suivie lors du travail de recherche. Il rappelle les objectifs poursuivis lors de cette étude et la méthodologie employée. Suite à ce travail, un article scientifique a été rédigé et est présenté au chapitre 5. La pertinence de cet article au sein de la littérature ainsi que son originalité sont décrites ci-dessous.

### **4.1 Objectifs de la recherche**

Les neuf objectifs suivants sont décrits pour ce mémoire (voir chapitre 1 section 3) :

1. Réaliser une revue de la littérature sur les méthodes de caractérisation de la stabilité au glissement de prismes de béton, présentant une fissuration discrète de géométrie quelconque à la base pour le cas bidimensionnel et tridimensionnel.
2. Théoriser une extension tridimensionnelle à la LEM, nommée 3D-LEM.
3. Développer un logiciel reprenant l'algorithme du 3D-LEM à l'aide du logiciel informatique MATLAB®.
4. Valider ce logiciel par des exemples de complexité croissante.
5. Documenter ce logiciel afin de le rendre accessible. Il devra notamment être possible pour une personne extérieure au projet d'utiliser le programme créé, d'en comprendre le fonctionnement ou d'en modifier le contenu.
6. Mettre en pratique la QSE-FEM sur les exemples de validation et définir des critères indiquant la perte de stabilité du prisme.
7. Comparer les deux méthodes (3D-LEM vs QSE-FEM) d'un point de vue pratique.
8. Mettre en relation les résultats obtenus avec ces deux méthodes, et caractériser leur complémentarité.

9. Formuler des recommandations sur la méthodologie de calcul à mettre en œuvre pour évaluer la stabilité des prismes de béton.

## 4.2 Description sommaire de la méthodologie

La méthodologie suivante a été suivie par ordre chronologique :

- Prise d'informations sur la RAG et la LEM ;
- Prise d'informations sur l'objet à l'étude : le prisme en béton ;
- Développement de la théorie de la 3D-LEM et du logiciel du même nom sous MATLAB®;
- Développement des critères pour la QSE-FEM sous ABAQUS pour encadrer le coefficient de friction limite et confronter ces résultats à ceux de la 3D-LEM ;
- Développement de la méthodologie d'analyse de stabilité au glissement de prismes fissurés à l'aide des deux outils 3D-LEM et QSE-FEM ;
- Rédaction de l'article scientifique ;

## 4.3 Pertinence de l'article

Les ouvrages affectés par la RAG sont très nombreux à travers le monde et tout particulièrement au Québec. Cependant très peu de méthodes permettent aujourd'hui d'étudier simplement les problèmes de stabilité d'ouvrages fissurés. Parmi les méthodes présentes dans la littérature, soit celles-ci ne s'appliquent qu'à des géométries particulières, soit elles sont difficiles à mettre en œuvre à cause de leur complexité mathématique, soit elles utilisent les éléments finis. La 3D-LEM présentée dans ce mémoire permet d'évaluer un facteur de sécurité au glissement  $SSF_{LEM}$  pour n'importe quelle géométrie de prisme en béton tout en respectant la simplicité de la méthode bidimensionnelle décrite par l'USACE (1981) ainsi que son caractère conservateur.

Les cas d'utilisation de la méthode explicite par élément finis sont peu nombreux dans la littérature. Pourtant cette méthode permet de s'affranchir des problèmes de convergence liés aux méthodes implicites par éléments finis. L'article présenté au chapitre 5 complète les travaux sur le sujet en proposant une méthodologie intégrant la 3D-LEM et la QSE-FEM (outil d'analyse explicite par

éléments finis), permettant d'étudier des problèmes d'instabilité au glissement hautement non linéaires (problèmes de contact).

#### **4.4 Originalité de l'article**

- La méthode de l'équilibre limite telle que décrite par l'USACE (1981) est étendue aux cas tridimensionnels. Ainsi une méthode et un logiciel sont développés (3D-LEM) pour déterminer un facteur de sécurité au glissement pour n'importe quelle géométrie de prismes en béton.
- Les problèmes de contact de surfaces de géométries quelconques sont hautement non linéaires, ce qui les rend difficiles à traiter par des méthodes par élément finis classiques implicites. Un outil explicite par éléments finis nommé QSE-FEM est décrit et une méthodologie est introduite, afin de déterminer un coefficient de friction critique et un facteur de sécurité relié à la présence de déplacements significatifs du prisme compromettant la stabilité structurale.
- La détection de l'instant de rupture, ou instant d'initiation du glissement, est une des difficultés de l'utilisation d'une méthode explicite. Deux critères sont décrits dans cet article. Le premier porte sur l'énergie cinétique et est introduit par Ben Ftima (2013). Le second porte sur les déplacements absolus d'un point de contrôle et est développé dans le cadre de ce mémoire.

**CHAPITRE 5    ARTICLE 1 : STABILITY OF CRACKED CONCRETE  
HYDRAULIC STRUCTURES BY NONLINEAR QUASI-STATIC  
EXPLICIT FINITE ELEMENT AND 3D LIMIT EQUILIBRIUM  
METHODS**

*(Manuscript submitted for review and possible publication in  
Computers & Structures)*

**Flavien Vulliet**

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,  
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus  
P.O. Box 6079, Station CV  
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7

**Mehdi Ben Ftima**

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,  
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus  
P.O. Box 6079, Station CV  
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7

**Pierre Léger**

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,  
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus  
P.O. Box 6079, Station CV  
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7

**Corresponding Author :**

Mahdi Ben Ftima

Phone: (514) 340-4711 ext. 3712

Fax: (514) 340-5881

Email: [mahdi.ben-ftima@polymtl.ca](mailto:mahdi.ben-ftima@polymtl.ca)

## 5.1 Abstract

Several hydraulic concrete structures suffer from severe tridimensional (3D) discrete cracking, producing an assembly of concrete blocks resting one on top of the other. It is important to consider the 3D particularities of the cracked surfaces in the nonlinear sliding safety evaluation of these structures. A methodology to assess a sliding safety factor ( $SSF$ ) and a sliding direction  $\mathbf{D}$  for any structure with a 3D discrete crack using the quasi-static explicit nonlinear finite elements method (QSE-FEM) is presented herein in the context of the strength reduction approach. QSE-FEM is known for its efficiency in solving highly nonlinear problems compared to implicit FEM. However, in QSE-FEM the determination of the incipient failure motion is challenging. In addition to the ratio of kinetic to internal strain energy, a new criterion is proposed to identify sliding initiation, based on absolute displacements of a control point. As part of the proposed methodology, a complementary simple tool, 3D-LEM, has been developed as a 3D extension of the classical limit equilibrium method (LEM). It is useful in preliminary sliding analyses, to estimate the critical friction coefficient inducing sliding and the corresponding direction  $\mathbf{D}$ . Three benchmark examples, of increasing complexities, are presented to verify the performance of the proposed methodology. Finally, a case study is adapted from an existing cracked hydraulic structure to evaluate its sliding stability using the QSE-FEM and 3D-LEM approaches. In the three benchmark examples, the same results are found for  $SSF$  and  $\mathbf{D}$  for the two approaches. In the hydraulic structure example,  $SSF_{LEM}$ , computed with 3D-LEM, is a lower bound of  $SSF_{FEM}$  from QSE-FEM, and a strong correlation is found between the sliding directions computed with the two approaches.

## 5.2 Introduction

Several concrete gravity dams and spillways have been subjected to severe three-dimensional (3D) discrete cracks induced, for example, by concrete expansion due to alkali aggregate reaction (AAR), producing an assembly of unreinforced cracked mass concrete blocks resting one on top of the other (Figure 5.1). Discrete cracks, of complex non planar and irregular surface geometries tend to occur and become localised in structures exhibiting geometrical and stiffness discontinuities along their longitudinal axes. As typical examples, the following structures showing this type of damage pattern have been reported in the literature: Beauharnois dam, Canada (Huang et

Pietruszczak 1999); Fontana dam, USA (Comi et al. 2009); La Tuque dam, Canada (Bérubé et al. 2000); Chambon dam, France (Goguel et al. 2009); and Temple-sur-Lot spillway piers (Sellier et al. 2009, Bourdarot et al. 2010). For this type of cracked concrete hydraulic structures, it is important to consider the 3D particularities of the crack contacting surface geometries in the presence of uplift pressures. The finite element (FE) solution to detect 3D relative crack surface motions of arbitrary geometry, leading to sliding or rotational failure mechanisms, is a highly nonlinear frictional contact problem that is difficult to solve using the classical nonlinear implicit finite element method (FEM). For sliding stability, FEM using a Mohr-Coulomb frictional model can be performed using the strength reduction method in which the friction coefficient is progressively reduced to induce sliding displacements. Strength reduction method has been successively applied in the field of geotechnical engineering for quantifying slope stability. Recently, Tu et al. (2016) used FLAC3D to study the stability of 2D and 3D slope problems. Energy based criteria were developed to define the incipient slope failure. The criteria are based on detecting changes in kinetic, potential or strain energy of the model. The results were consistent with the safety factors determined by conventional criteria based on changes in the stresses, strain or displacement distributions in the slope. Though the results were satisfying using the energy criteria, they were applied on simpler problems, if compared to the case study problem shown in Fig. 1. Their applicability is therefore questionable for the general case where the geometry of the failure surface is arbitrary and where the direction of the sliding is not easily predictable.

Constitutive laws for materials can also exhibit highly nonlinear softening behaviour due to alkali-aggregate reaction (AAR) degradation or other structural effects. Convergence difficulties may arise when using the conventional implicit FEM, in the context of large concrete models leading to premature "numerical" failure (Ben Ftima 2013). Using the explicit FEM approach, the numerical problem is solved dynamically using Newton's second law of motion. This approach was found to be very efficient for solving highly nonlinear problems such as impact and large displacement problems (Hibbit et al. 2010). Lately, it has been applied in the field of concrete hydraulic structures using the quasi-static approach (Ben Ftima et Massicotte 2015). The nonlinear quasi-static explicit finite element method (QSE-FEM) is used in this work as an alternative to the classical implicit FEM. QSE-FEM requires the definition and interpretation of criteria to detect the loss of static equilibrium leading to instability with respect to the initial position. In addition to the kinetic energy criterion used in the previous studies (Ben Ftima 2013, Ben Ftima et Massicotte

2015, Ben Ftima et al. 2016), one additional criterion is proposed herein: the absolute crack surface motions at particular degrees of freedom (DOFs). In addition, simple tools, such as the classical limit equilibrium method, should be used for verification purposes to bound the sliding safety factors computed from QSE-FEM. For that purpose, a 3D extension of the 2D limit equilibrium method (Ebeling et al. 2012), labelled as 3D-LEM, has been developed and implemented in a MATLAB® code as a complementary tool to QSE-FEM. 3D-LEM uses a directional search algorithm to find the minimum sliding safety factor ( $SSF_{LEM}$ ) and related sliding direction. 3D-LEM is found to be a lower bound solution compared to QSE-FEM. The proposed solution strategies are general and could be applied to any concrete structure with discrete cracks.

This paper is organised as follows. First, the QSE-FEM tool is presented. The 3D extension of the classical 2D limit equilibrium algorithm, 3D-LEM, is then developed. An analysis methodology is proposed using QSE-FEM and 3D-LEM as complementary tools. Three validation examples of increasing complexity are investigated to illustrate the particularities of the 3D stability problem. Finally, a case study, adapted from an actual cracked hydraulic structure, as shown in Figure 5.1, is analysed showing the performance of QSE-FEM and 3D-LEM. Though applied on an example of hydraulic structure, the framework developed in this study can be applied to a wider range of civil engineering problems where failure may occur through complex and arbitrary 3D surface.



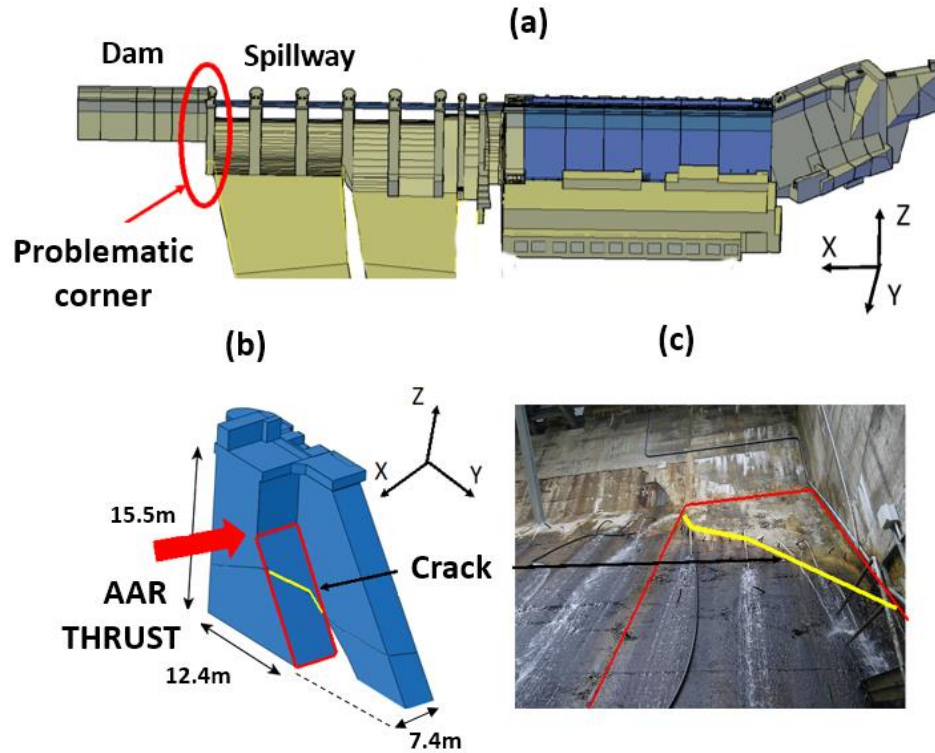


Figure 5.1 : 3D discrete cracking due to AAR expansion: (a) 3D view of hydraulic facility; (b) problematic corner showing 3D discrete cracking; (c) crack mapping on existing structure

### 5.3 Nonlinear quasi-static explicit FEM

The explicit dynamics approach was developed and successfully applied in the industrial field of metal forming at the beginning of the nineties (Hibbit et al. 2010, Prior 1994). The explicit approach was implemented in several commercial packages (e.g., ABAQUS-Explicit in ABAQUS LS-Dyna in ANSYS, FLAC3D for geotechnical applications ...). Following an explicit formulation, the nonlinear problem is solved using dynamic equilibrium equations. Conventional nodal forces are converted into inertia forces by assigning lumped masses to nodal DOFs. The dynamic equilibrium equations are written in terms of inertia forces, where  $\mathbf{M}$  is the lumped mass matrix of the model,  $\mathbf{P}$  is the external load vector, and  $\mathbf{I}$  is the internal load vector:

$$M\ddot{u} = P - I \quad (5.1)$$

Compared to the conventional implicit approach, no iteration is performed. The transient solution algorithm advances explicitly in time using a very small time increment to ensure stability. This increment,  $\Delta t$ , depends on the smallest element of the mesh and can be as low as  $10^{-5}$  to  $10^{-7}$  fraction of the total analysis time,  $t_{exp}$  (Figure 5.2). The original nonlinear static problem is solved in a quasi-static manner when the first term in Eq. (5.1) is negligible. This can be accomplished by applying the loads "slowly enough" with respect to the fundamental period of vibration,  $T_1$ , to ensure that kinetic energy,  $E_k$ , is negligible compared to the internal strain energy,  $E_i$ , (Hibbit et al. 2010, Ben Ftima 2013). As shown in Figure 5.2a, a smooth loading time,  $t_L$ , is suggested for each load applied separately, such as self-weight, hydrostatic thrusts and uplift pressures, using an established rule of thumb of  $20 T_1$  to  $50 T_1$  for the loading time  $t_L$  (Ben Ftima 2013). This ensures an acceptable evolution of the energy ratio  $E_k/E_i$  over time as shown in Figure 5.2b. Each peak  $(t_i, r_i), i > 1$ , in Figure 5.2b represents a typical nonlinear "major event" (e.g., macro-crack propagation in a reinforced concrete beam, or local sliding of a surface in a Mohr-Coulomb stability problem). Two important *quasi-static criteria* must be met for the energy response: (1) considering an energetic criterion,  $C_{Eng} = E_k/E_i$ , the magnitude of  $C_{Eng}$  at the peaks  $i$  for  $i > 1$  should be less than 5% ( $C_{Eng} \leq 5\%$ ); (2) the behaviour of the model shall remain linear elastic within the initial "acceleration" period between 0 and  $t_0$  (Figure 5.2b) to avoid a sudden (dynamic) release of stored elastic energy due to damage. By respecting these two quasi-static criteria, the failure time  $t_f$  of the model is defined as the time where  $C_{Eng}$  *irreversibly* exceeds a threshold value (e.g.,  $C_{Eng} > 5\%$ ).

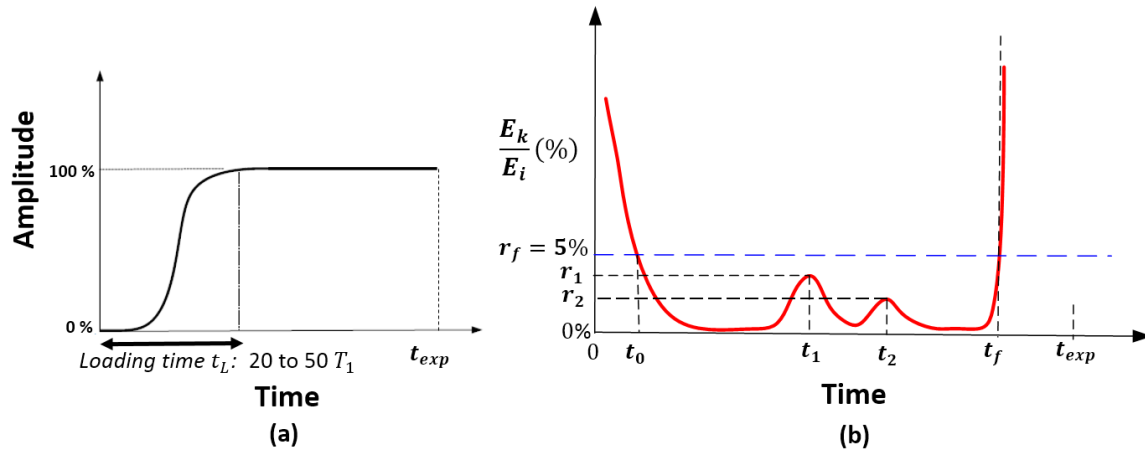


Figure 5.2 : QSE-FEM (adapted from Ben Ftima (2013)): (a) loading smooth amplitude; (b) typical curve for energy ratio versus time

In this work, the ABAQUS-Explicit framework is used within the commercial package ABAQUS (Hibbit et al. 2010). The *General contact* algorithm available in ABAQUS-Explicit is used. It is a robust automatic contact algorithm able to solve complicated and very general 3D contact problems. This contact algorithm has been used extensively in the industry to solve impact tests and automobile crash tests (Gholami et al. 2003). Using a sophisticated tracking algorithm over the contact domain, the software identifies all node-to-face and edge-to-edge penetrations at each explicit time increment and uses a penalty enforcement of contact constraint in the normal direction. A large displacement sliding method is used in tangential directions, which allows for arbitrary separation, sliding and rotation of surfaces in contact. In the tangential (sliding) direction, displacement continuity is exactly enforced during the stick condition. For the strength reduction method used in this study, a user subroutine, called *VFRIC*, was programmed to model a user defined tangential strength which allows for a progressive decrease in the friction coefficient over time  $\mu_i(t)$ . The typical variation of  $\mu_i(t)$  is shown in Figure 5.3a. The  $t_j$  and  $\mu_i(t_j)$  values are user inputs to the subroutine required to compute a continuous curve with smooth interpolation (cubic polynomial) between successive time points. The Mohr-Coulomb criterion is used for sliding with zero cohesion. All computations are performed with static friction coefficients in contrast to using static and dynamic friction coefficients. The first value  $\mu_{i0}$  is the initial value of the friction coefficient, constant for the first loading step, which is a local material property for the "i<sup>th</sup>"

discretized FE contact surface. Of course, these friction coefficients must be larger than the critical friction coefficient values that induce sliding.

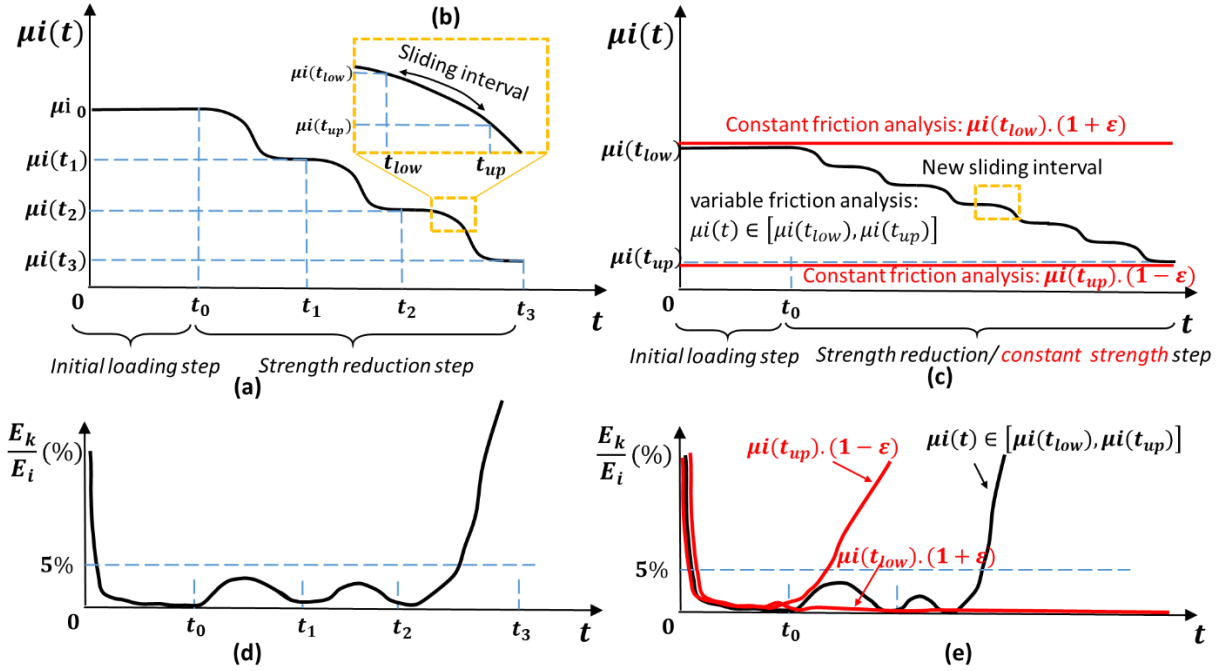


Figure 5.3 : Procedure used in strength reduction method: (a) variable friction in the tracking phase; (b) sliding interval tracking; (c) variable and constant friction analysis in the verification refinement phase; (d) energy ratio evolution in the tracking phase; (e) energy ratio evolution in the verification/refinement phase.

In addition to the energy criterion,  $C_{Eng}$ , a displacement criterion,  $C_{Disp}$ , is defined herein.  $C_{Disp}$  is related to the absolute displacement magnitude of a selected *control point* from the upper sliding block. Due to the relatively large magnitude of the sliding displacement with respect to the elastic displacement induced by the deformations of the upper and lower blocks and to the large sliding velocity that is initiated by a sliding failure, it was found that using the absolute displacement is precise enough to detect the onset of the instability (sliding) phase. The *control point* is a point belonging to the upper sliding surface. It is located at the extremity of the last resisting elements with respect to the sliding direction,  $D$ . An example of a control point is presented in the third example of section 5 (Figure 5.9). In a more general 3D problem, the selection of the control point

and sliding direction is not easily predictable. 3D-LEM is thus introduced in section 3 as a preliminary predictive tool to complement the QSE-FEM analysis. The strength reduction factor  $SRF(t)$  as the ratio between initial and reduced friction coefficients:  $SRF(t) = \mu_{i0} / \mu_i(t)$  (Figure 5.3a). Using the  $C_{Eng}$  and  $C_{Disp}$  criteria, the  $SRF$  that induces sliding is identified.  $SSF_{FEM}$  is defined as the last value of  $SRF$  where a stable condition is maintained.

## 5.4 3D Extension of limit equilibrium method

### 5.4.1 2D limit equilibrium method

The bi-dimensional limit equilibrium method (2D-LEM) was documented by the US Army Corps of Engineers in 1981 (USACE 1981). The method defines  $SSF_{LEM}$ :

$$SSF_{LEM} = \frac{\tau_a}{\tau} \quad (5.2)$$

where  $\tau_a$  is the admissible shear stress and  $\tau$  is the shear stress on the failure plane. The admissible shear stress is ruled by the Mohr Coulomb equation:

$$\tau_a = c + \sigma * \tan(\phi) \quad (5.3)$$

where  $c$  is the cohesion,  $\sigma$  is the normal pressure to the failure plane, and  $\phi$  is the friction angle.

$SSF_{LEM}$  in Eq. (5.2) can be applied only on a single wedge with a straight cracked plane. An algorithm was thus developed to solve multi-wedges problem associated with a segmented cracked surface (Figure 5.4a). Each segment of the cracked surface defines a wedge by vertical delimitation to each extremity of the segment. Horizontal thrusts,  $P_{i-1}$  and  $P_i$ , are introduced on the left and right sides of each wedge to equilibrate the shear stress on its bottom segment (Figure 5.4b). The force difference,  $P_{i-1} - P_i$ , is computed as follows:

$$P_{i-1} - P_i = \frac{((W_i + V_i) * \cos(\alpha_i) - U_i) \frac{\tan(\phi_i)}{SSF_{LEM}} - (W_i + V_i) * \sin(\alpha_i) + \frac{c_i}{SSF_{LEM}} * L_i}{\cos(\alpha_i) + \sin(\alpha_i) * \frac{\tan(\phi_i)}{SSF_{LEM}}} \quad (5.4)$$

where  $W_i$  is the weight of the wedge,  $V_i$  is the weight of the water above,  $U_i$  is the uplift,  $L_i$  is the length of the  $i^{th}$  segment, and  $\alpha_i$  is the angle between this segment and the horizontal. The  $SSF_{LEM}$  corresponding to the sliding limit equilibrium is computed such that the summation of all  $P_{i-1} -$

$P_i$  is nearly zero. Moment equilibrium is not satisfied. Therefore, only a global equilibrium of driving versus resisting sliding forces is satisfied along a unique kinematic admissible sliding direction,  $D$ , which is horizontal for the case in Figure 5.4.

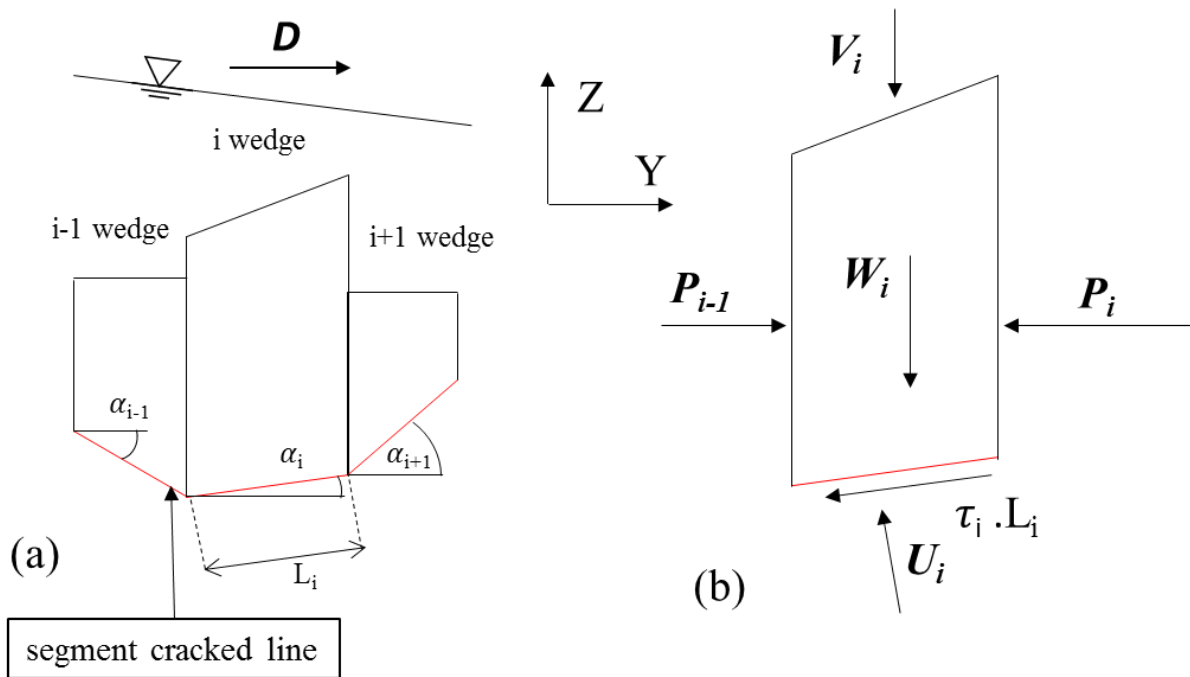


Figure 5.4 : 2D limit equilibrium method; (a) three wedges example; (b) loads on a single wedge (USACE 1981)

### 5.4.2 3D extension of limit equilibrium method

The 3D limit equilibrium method (3D-LEM) is defined as an extension of the classical 2D-LEM presented in section 5.4.1. Figure 5.5a presents part of a gravity dam (or an arbitrary concrete structure) with a nonplanar crack pattern at its base. The complete cracked surface is discretized by several elementary triangular surfaces. The volume of the complete structure is divided into adjacent vertical elementary elements labelled as "columns" located between a particular triangle at the cracked surface and the top of the structure. Each column, and its related base triangular surface described by nodes 1-2-3, is subjected to several forces: the self-weight,  $W_i$ , the uplift pressures,  $U_i$ , an arbitrary resultant of external forces,  $F_i$  and the forces  $P_i$  and  $P_{i-1}$  associated with

the LEM, which equilibrate the shear strain on the base of the column (Figure 5.5b). The self-weight of a column,  $W_i$ , is defined by the product of material density and the column volume computed from the known geometry. Water pressures are associated with each corner of the base triangle. The average value defines the elementary uplift pressure that is multiplied by the base triangular surface to obtain the uplift force,  $U_i$ . The external thrust  $F_i$ , could be null or could be the resultant of hydrostatic pressure as an example.

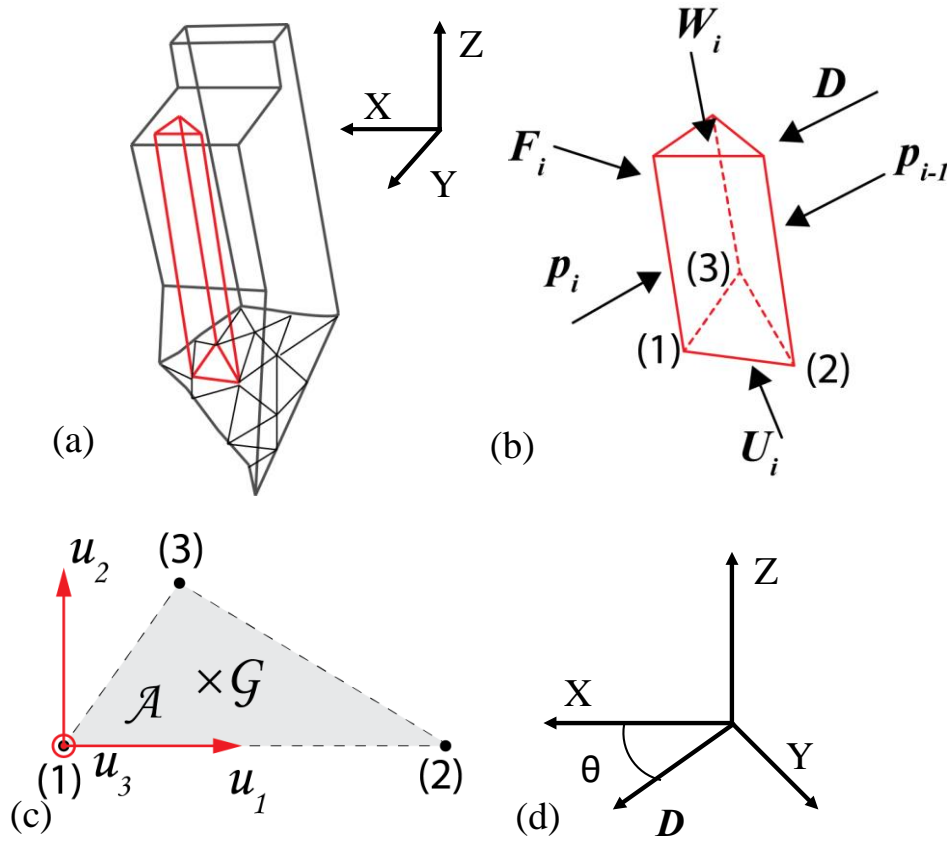


Figure 5.5 : Definition of 3D-LEM (a) cracked surface divided into triangles and concrete block divided into columns; (b) loads applied on a column; (c) local axis definition for the triangular base; (d) definition of  $\theta$  and the sliding direction  $D$

The elementary unbalanced horizontal forces,  $\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_i$  or  $\Delta \mathbf{P}$ , are to be computed for each column, following a given direction  $\mathbf{D}$ . The limit equilibrium condition of the surface along the direction  $\mathbf{D}$  gives the following equation:

$$\frac{c * A}{SSF} - (\mathbf{W} + \mathbf{U} + \mathbf{F} + \Delta \mathbf{P}) \cdot \mathbf{u}_3 * \frac{\tan(\Phi)}{SSF} = (\mathbf{F} + \mathbf{W} + \Delta \mathbf{P}) \cdot \frac{\mathbf{D}'}{\|\mathbf{D}'\|} \quad (5.5)$$

where

$$\mathbf{D}' = \mathbf{D} - (\mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{D}) \mathbf{u}_3 \quad (5.6)$$

$(\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_3)$  defines a local axis system linked to the triangular column base (Figure 5.5c). The parameter  $\mathbf{u}_1$  is a normalised vector from node 1 to node 2 of the triangle, and  $\mathbf{u}_3$  is normal to the triangle and oriented such that the scalar product  $\mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{Z} \geq 0$ . The vector  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_3 \wedge \mathbf{u}_1$  is complementary and located in the plane of the triangle. The Mohr-Coulomb equation rules the contact between surfaces, such that a friction coefficient,  $\mu_{i_{crack}} = \tan(\Phi)$  and a cohesion,  $c_i$ , are associated with the “i<sup>th</sup>” surface.

$\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_i$  is defined along this same direction  $\mathbf{D}$ :

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1} = \mathbf{P} * \mathbf{D} \quad (5.7)$$

The direction  $\mathbf{D}$  is horizontal, and is defined by the angle  $\theta$  (Figure 5.5d). It is assumed that the strength is developed in direction  $\mathbf{D}$  such that the resisting forces associated with the cohesion and the friction are also along this direction. A vector  $\Delta \mathbf{P}$  is computed for each column.

Similar to the 2D-LEM method, the  $SSF(\mathbf{D})$  is determined when  $\sum_i \Delta \mathbf{P}_i = 0$ . Newton's method is used to find the "zero" of the summation, which has the advantages of simplicity and quadratic convergence.  $SSF(\mathbf{D})$  is computed for each direction  $\mathbf{D}$ , and the minimum is identified as  $SSF_{LEM}$  related to the corresponding sliding direction,  $\mathbf{D}_{LEM}$ .

The convergence tolerance to satisfy the equation  $\sum_i \Delta \mathbf{P}_i \cong 0$  has a strong influence on the  $SSF_{LEM}$  results. Figure 5.6 illustrates several curves drawn for different tolerances where  $\sum_i \Delta \mathbf{P}_i = 10^{-1}$  to  $10^{-4}$ . A "small" tolerance is required for smooth response curves. A real improvement occurs for tolerances smaller than or equal than  $10^{-3}$ , a  $10^{-3}$  tolerance value is thus used later in the application examples.



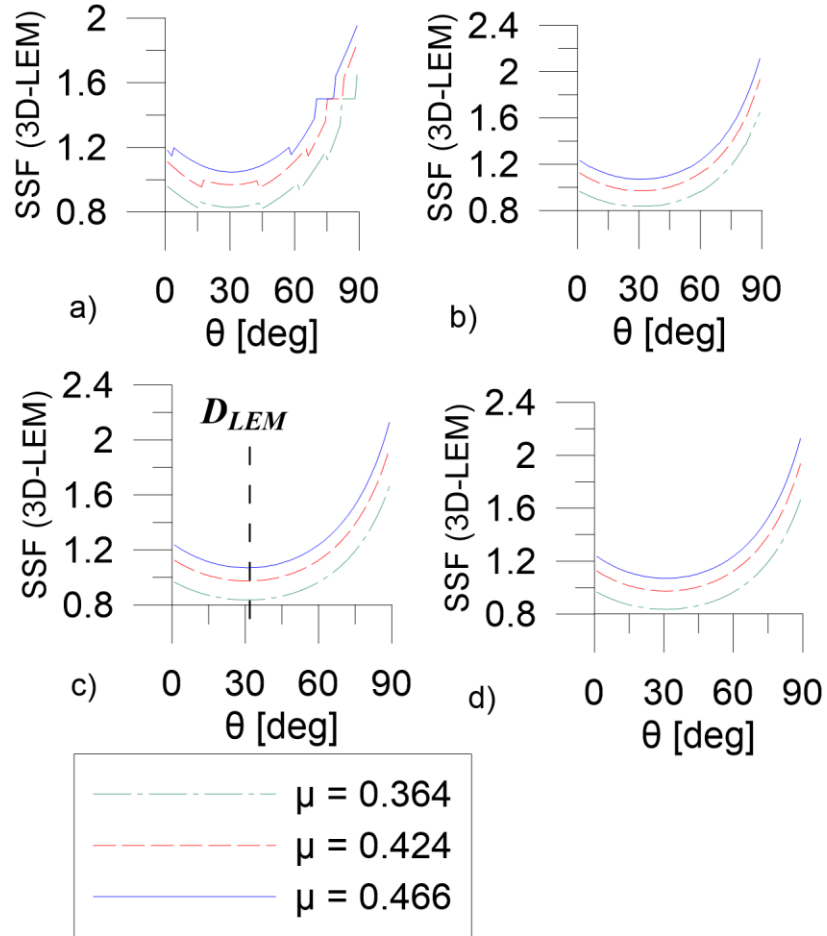


Figure 5.6 : Influence of the tolerance on  $SSF(D)$  (example 2 considered) (a) tolerance= $10^{-1}$ ; (b) tolerance= $10^{-2}$ ; (c) tolerance= $10^{-3}$ ,  $D_{LEM}=D(\theta=30.67\text{deg})$ ; (d) tolerance= $10^{-4}$

Eq. (5.4) could become ill conditioned if the denominator is close to zero. Ebeling et al. (2012) suggested that the denominator in Eq. (5.4) should not be less than 0.2. In 3D-LEM, the ill condition problem is solved by slightly modifying the inclination of the base triangle of problematic columns. The inclination is reduced so that the normal to the base becomes closer to the vertical axis Z. This operation locally modifies the geometry of the cracked surface, but it is acceptable in practice for a structure such as that shown in Figure 5.1 because uncertainty always remains on the exact geometry of the crack surfaces.

## 5.5 Proposed methodology for sliding safety assessment

A progressive assessment methodology is suggested in this work, based on the experienced gained through the several numerical studies conducted. 3D-LEM is found to be a simple tool compared to QSE-FEM, giving a lower bound value of  $SSF_{FEM}$ . QSE-FEM is a sophisticated FE tool that considers all types of potential unstable conditions by computation of the incipient kinematic motions of all cracked components in the model. It is therefore relevant to any general 3D stability problem: rigid/deformable bodies, linear/nonlinear constitutive material, small/large displacements, imposed displacements/forces, sliding/overturning/uplifting or any combination of these relative motions. As with any sophisticated tool, using QSE-FEM represents challenges in terms of *problem sensitivity* and *abundance* of results. The analysis should thus be performed as follows:

- a) Discretization of the geometry: discretization into triangles of the 3D discrete cracked surfaces in 3D-LEM and 3D discretization with solid elements in the FE model used in QSE-FEM. For consistency, the discrete cracked surfaces are generated with ABAQUS and used as input to MATLAB®.
- b) Selection of time integration parameters: Compute the stable time increment  $\Delta t$  for the QSE-FEM generated mesh. Compute the modal frequencies of the FE model by imposing the full compatibility condition in the interfaces between all cracked components (or wedges) of the model (TIED condition) and fixity condition at the bottom face of the foundation block. Define accordingly  $t_{exp}$  for the analysis duration and  $t_L$  for each load condition. Proceed with preliminary analyses using QSE-FEM (only with an initial loading step,  $t_L$ ) to check the quasi-static criteria.
- c) Directional search: Proceed with a directional search with 3D-LEM to find  $SSF_{LEM}$  and  $D_{LEM}$ .
- d) Initialisation of QSE-FEM: Use the results of step c) to select an initial value of the friction coefficient  $\mu i_0$  and a control point to monitor the onset of the sliding (criterion  $C_{Disp}$ ).
- e) Perform strength reduction: Move forward with a strength reduction step in QSE-FEM within a first tracking phase (Figs 3a, b and d). Identify a sliding interval range using a lower bound and an upper bound,  $[\mu i(t_{low}), \mu i(t_{up})]$ , for  $\mu i_{crit}$  (criteria  $C_{Eng}$  and  $C_{Disp}$  are considered; only  $C_{Eng}$  is shown in Figure 5.3d).

- f) Verification and refinement to compute  $\mu_{crit}$ : In this step, three different analyses are considered as shown in Figure 5.3c. For verification of the sliding interval range, two analyses with constant friction coefficients are conducted. The values of the friction coefficients are selected to be slightly outside the sliding interval range (an  $\epsilon$  value of 0.05 to 0.1 is to be used). It may happen that, contrary to what is shown in Figure 5.3e, the criterion  $C_{Eng}$  for the case  $\mu i(t_{up}) \cdot (1 - \epsilon)$  decreases after  $t_0$  and follows a tendency similar to the case  $\mu i(t_{low}) \cdot (1 + \epsilon)$ . The reason for this behaviour is the presence of residual inertia forces for each smooth step delimited by  $t_j$  and  $t_{j+1}$ . This behaviour is schematically shown in Figure 5.3d at the end of the interval  $[t_0, t_1]$ . It is necessary for this particular case to return to the tracking phase and set up new bounds of the sliding interval. The increase in the interval length (e.g., the interval  $[t_0, t_1]$  for the case depicted in Figure 5.3) was found to be an efficient solution to reduce the magnitude of the inertia forces. The next step is the refinement of the  $\mu_{crit}$  interval range. An analysis with a variable friction coefficient is therefore used (Figure 5.3c and e). Similar to the tracking phase, a first initial loading step with constant friction coefficient  $\mu i(t_{low})$  is followed by a strength reduction step with friction coefficient smoothly decreasing from  $\mu i(t_{low})$  to  $\mu i(t_{up})$  (Figure 5.3c and e).
- g) Computation of  $SSF_{FEM}$ : Estimate the value of the critical friction coefficient,  $\mu_{crit}$ , the corresponding  $SSF_{FEM} = \frac{\mu_{crack}}{\mu_{crit}}$  and the corresponding sliding direction,  $D_{FEM}$ .

Complementary analyses could be performed in step f) Verification and refinement to compute  $\mu_{crit}$  using implicit FEM on the two analyses with constant friction coefficients. If both analyses with constant friction coefficients  $\mu i(t_{low})$  and  $\mu i(t_{up})$  converge, the interval range  $[\mu i(t_{low}), \mu i(t_{up})]$  is incorrect. The analysis using the coefficient value  $\mu i(t_{up})$  should not lead to an equilibrium state. The methodology must then be initiated again in step e). In any other case, one analysis or both analyses fail such that no conclusion can be deduced due to the possibility of a “numerical” failure of the implicit analyses.

## 5.6 Validation examples

Three validation examples are considered in this section. They represent important issues related to the real case study problem introduced in Figure 5.1b. Sliding on an arbitrary inclined plane and tracking of the critical sliding direction are considered in example 1. The problem of locally large

uplift pressure with respect to gravity loads, which may occur in the downstream inclined face of a dam (Figure 5.1b), is considered in example 2. The multiple-wedge issue is considered in example 3 taken from USACE (1981). In addition to USACE (1981), example 1 and example 2 can be considered as new benchmark *unit problems* that can be used for the *verification and validation* purposes (V&V) of the stability assessment tool of a general 3D problem.

### 5.6.1 Example 1 – 3D sliding block on an inclined surface

This first example illustrates a 3D stability problem of a single massless block sliding on an arbitrary inclined surface (Figure 5.7a). Two external driving forces are applied, 5 kN along the Z-axis and 1 kN along the X-axis (Figure 5.7b). A sliding analysis direction is required to compute  $SSF_{LEM}$ . This direction is projected in the XY plane and is characterized by a directional angle  $\theta$  defined from the X-axis (Figure 5.7d). Sets of  $SSF(\mathbf{D}(\theta))$  results are computed for series friction coefficients,  $\mu$ , and for a range of  $\theta$  (Figure 5.7c). The curve tangent to a  $SSF(\mathbf{D}) = 1$  defines the minimal friction coefficient for limit equilibrium which is equal to  $\mu_{LEM} = 0.435$ .  $SSF(\mathbf{D})$  increases with the increasing friction coefficient  $\mu$  regardless of the potential sliding direction  $\mathbf{D}$ . Minimum  $SSF(\mathbf{D})$ ,  $SSF_{LEM}$ , is always reached at the directional angle  $\theta_{LEM} = 30.67^\circ$ , irrespective of the friction coefficient. The red point in Figure 5.7c indicates  $\mu_{FEM} = 0.437$  computed using the QSE-FEM. The sliding motion projected in the XY plane is shown in Figure 5.7d. It is a rectilinear motion with a  $29.33^\circ$  directional angle between the X-axis and the sliding direction.  $\mu_{FEM} = 0.437$  develops the frictional strength just able to maintain equilibrium (incipient sliding motion), which has less than 1% difference with  $\mu_{LEM}$ . These nearly identical results between  $\mu_{LEM}$  and  $\mu_{FEM}$  validate the two stability analysis tools used to characterize the limit friction coefficient and the incipient sliding direction for this basic 3D sliding problem.

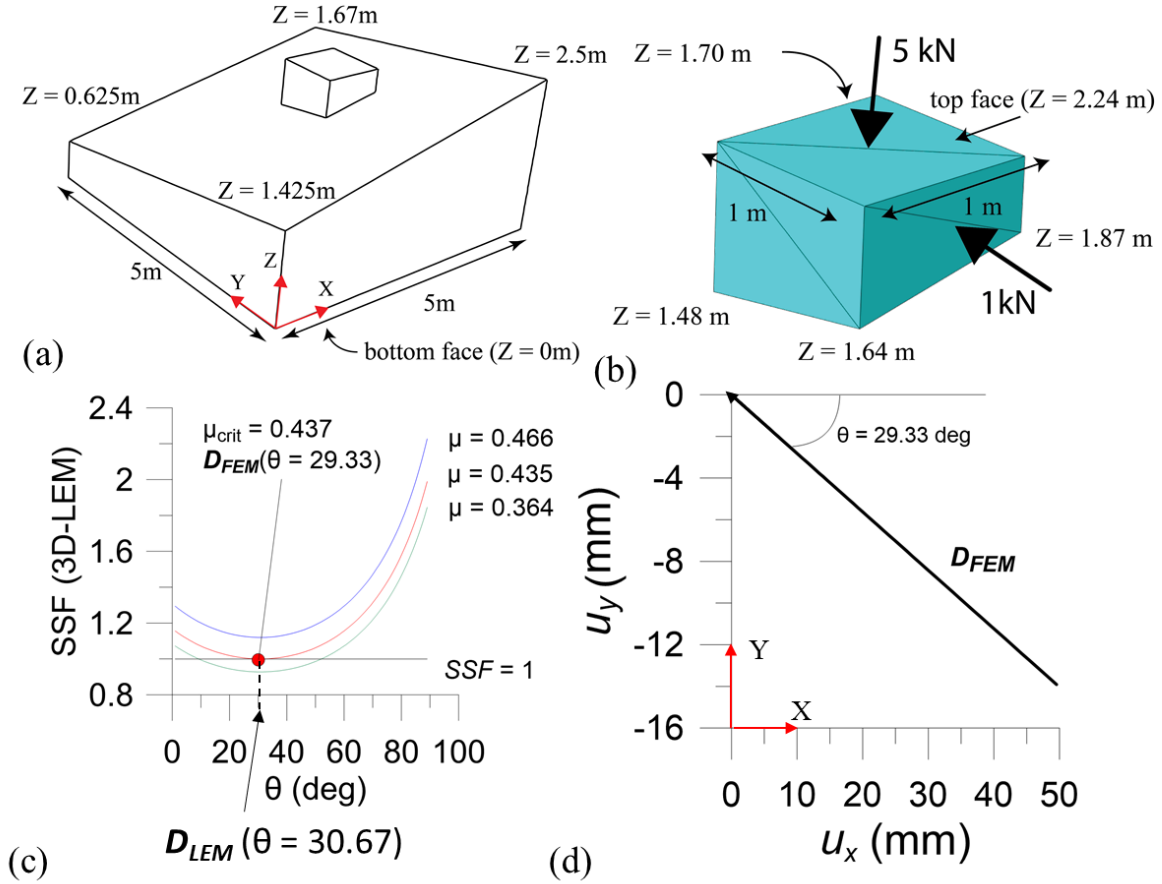


Figure 5.7 : Example 1 of sliding block on an inclined plane (a) geometry definition of the inclined surface; (b) geometry definition of the block, definition of the loads and ABAQUS mesh; (c)  $SSF$  computed for three friction coefficients from 3D-LEM and  $SSF_{FEM}$  from QSE-FEM; (d) sliding trajectory in XY plan of the block with ABAQUS.

### 5.6.2 Example 2 – Column with locally large uplift pressures

The second example is used to illustrate the effect of vertical uplift pressures locally larger than the self-weight of column B of the structure shown in Figure 5.8a. Eq. (5.5) includes the friction force expression  $F_F = (W + U + F + \Delta P) \cdot \mathbf{u}_3 * \frac{\tan(\Phi)}{SSF}$  regardless of its sign. It is possible to obtain a negative  $F_F$  value if there is a tensile normal force along  $\mathbf{u}_3$ . In this case  $F_F$  has no physical meaning. Considering a structure made of two tied columns A and B (Figure 5.8a), the loads are the self-weights  $W_A = 8$  kN and  $W_B = 1$  kN for A and B respectively; the uplift pressure  $U = 1$  kPa and a horizontal external thrust  $F = 1$  kN. The friction coefficient  $\mu_{crack}$  equals 0.84 between the structure and the foundation. The uplifting force locally under B (2 kN), is larger than the self-

weight ( $\mathbf{W}_B = 1$  kN) making this column intuitively “floating” if considered as a free-standing element, even if the complete structure A-B is stable. In that case, using independent free-body diagrams for A and B, no friction can occur between column B and the foundation because there should be no contact. Thus the expression  $F_F = (\mathbf{W} + \mathbf{U} + \mathbf{F} + \Delta\mathbf{P}) \cdot \mathbf{u}_3 * \frac{\tan(\phi)}{SSF}$  equals 0 for column B. To test whether we should neglect  $F_F$  in the case of “floating” columns, two analyses were performed with 3D-LEM: The first with Eq. (5.5) and the second with a procedure added to neglect  $F_F$  when its sign is negative. Figure 5.8d illustrates the response obtained with Eq. (5.5) (lowest curve) and the modified equation, which neglect  $F_F$  for column B (highest curve). The red point in Figure 5.8d represents the result computed from QSE-FEM. The correlation between the lowest curve and the red point in Figure 5.8d and the analytical solution, which is  $\mu_{crit}=0.2$  ( $\mu_{crit} = \mathbf{F}(1\text{kN}) / [\mathbf{W}_A(8\text{kN}) + \mathbf{W}_B(1\text{kN}) - \mathbf{U}(4\text{kN})] = 0.2$ ), demonstrates that the analysis using Eq. (5.5) directly is correct. Neglecting  $F_F$  for “floating” columns changes the quantity  $\Delta\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}$ .  $\Delta\mathbf{P}_i$  that symbolizes the available resistive strength of the  $i^{\text{th}}$  column. It is thus important to not modify Eq. (5.5), because to neglect the negative value of  $F_F$ , is similar to not considering “weak” columns (such as column B), overestimating  $SSF_{LEM}$ .

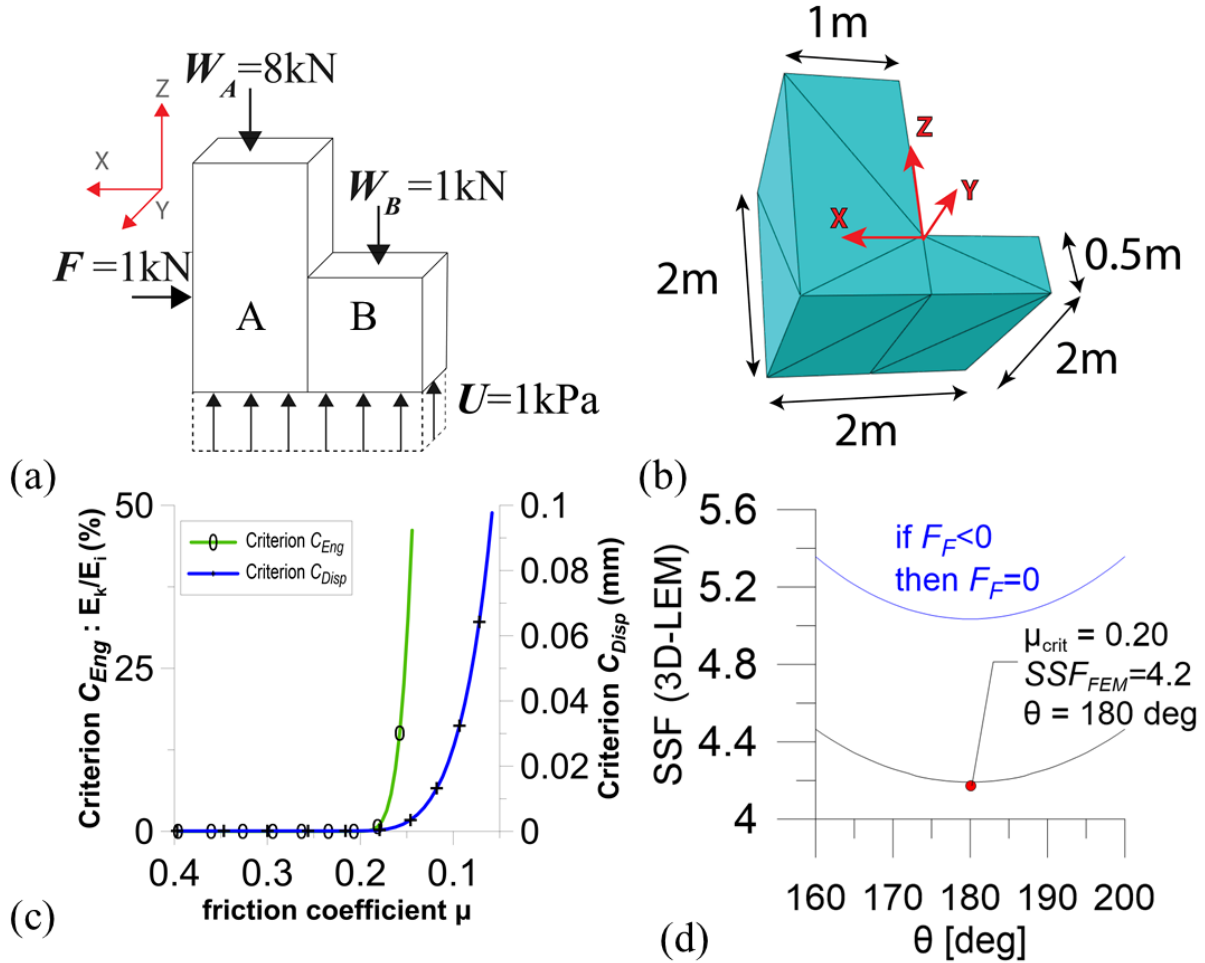


Figure 5.8 : Exemple 2 with locally large uplift pressures (a) loads applied; (b) geometry of the problem and ABAQUS mesh; (c) criteria for QSE-FEM; (d)  $SSF(\theta)$  according to different considerations on  $F_F$  value, and QSE-FEM results

### 5.6.3 Example 3- Extruded 2D gravity dam – Multi-wedge analysis

The example seeks to compute the sliding safety factor ( $SSF_{LEM}$ ;  $SSF_{FEM}$ ) of a 2D 12 m high gravity dam resting on a rock foundation (Figure 5.9). This problem has been solved, with detailed calculations, by the standard 2D LEM using a multi-wedge analysis (Ebeling et al. 2012, USACE 1981, USACE 1995, USACE 2005). A non-planar failure surface is formed within the soil and rock foundation and along the dam-foundation interface. The dam-foundation system is divided into 5 adjacent wedges. There are two driving soil wedges, one structural wedge, and two resisting

soil wedges. The loads acting on each wedge  $i$  are the wedge weight,  $W_i$ , uplift pressures  $U_i$ , hydrostatic pressure  $H_i$ , and vertical water weight  $V_i$ .

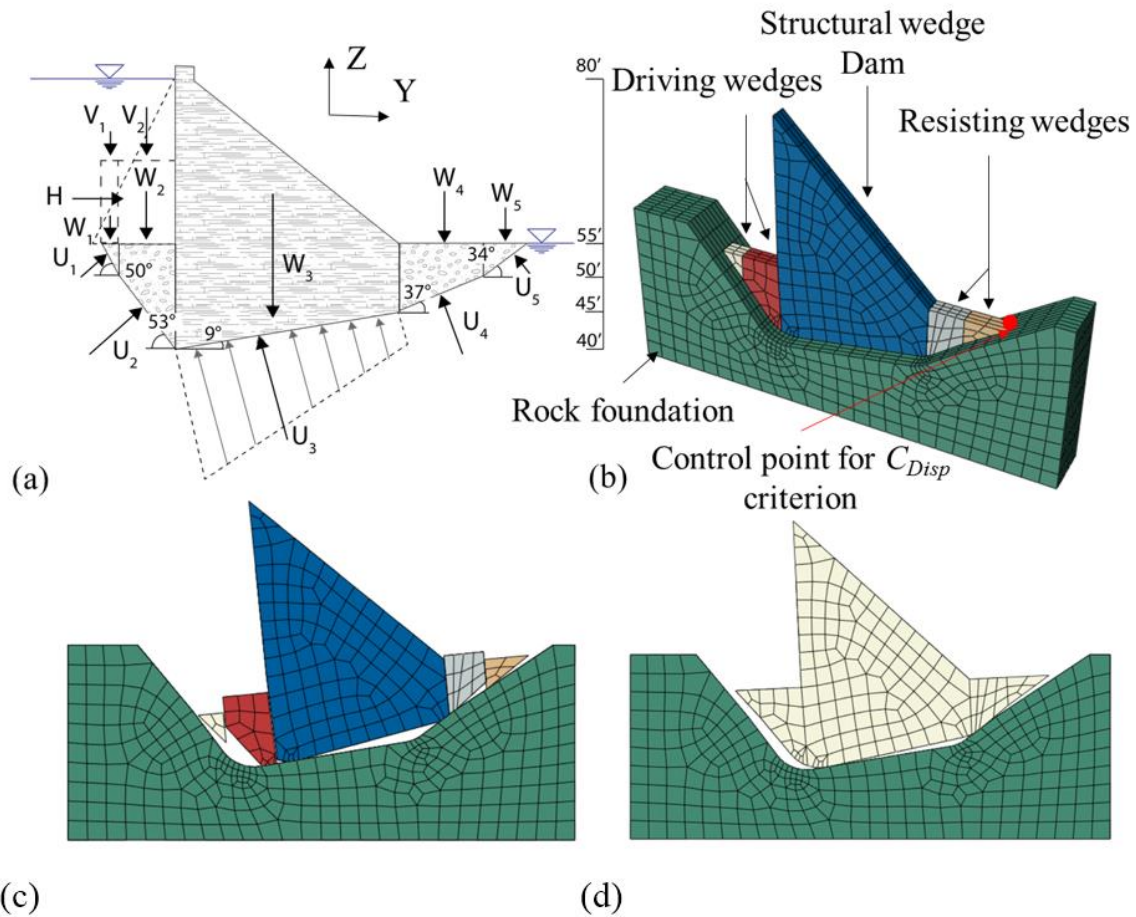


Figure 5.9 : Exemple 3 of hydraulic structure from USACE (1981) (a) multi-wedge 2D problem; (b) ABAQUS mesh; (c) wedge displacements of the *contact* problem (scale: 10/1); (d) wedge displacements of the *tied* problem (scale: 10/1)

Despite its apparent simplicity, this problem is particularly challenging due to the following issues; (1) The presence of sharp contact edges at the intersection of the wedges and sensitivity of the General contact algorithm to this condition; (2) The effect of shear and moment transfer along the vertical interfaces between the wedges; (3) The driving force in the problem that is the hydrostatic force  $H$  acting on the upstream face of the dam or wedge 3. This force is exerted on the third wedge



element (and not the first) in the wedge chain and results in tensile stresses between the second and third wedges and an overturning tendency of the dam. (4) The abutment effect developed due to resisting soil wedges.

Clearly, most of these issues are outside the 3D-LEM tool application range. QSE-FEM can be used to study each issue separately, but this is also outside the scope of this paper. The effect of sharp contact edges has been studied, and no significant effect was found in the  $SSF_{FEM}$  or in the final instability mechanism. The effect of vertical interfaces between wedges was tested using two conditions: a contact condition with no friction and a full compatibility (or tied) condition. The results of the QSE-FEM are dependent on these conditions and are listed in Table 5-1 by QSE-FEM-contact and QSE-FEM-tied for *contact* and *tied* conditions, respectively.

Table 5-1 : Example 3, Extruded 2D Gravity Dam

USACE 2005	3D-LEM	QSE-FEM-contact	QSE-FEM-tied
$SSF_{LEM}$	$SSF_{LEM}$	$SSF_{FEM}$	$SSF_{FEM}$
2.0	1.96	2.1	> 8.0

One of the advantages of the explicit solution tool in ABAQUS compared to the standard implicit resolution is the way contacts on interfaces are managed, especially how contact between two coincident nodes from a wedge and the foundation is modelled. In the standard implicit tool, the tangential contact before sliding is represented by a penalty coefficient. This allows displacements named “elastic slip”, even if the shear stress is below the allowable frictional shear strength described by Mohr-Coulomb equation. Figure 5.10 represents several displacement responses in the *tied* conditions for constant friction coefficients reduced by a factor of 2 from the initial values. In the implicit analyses, the tangential penalty coefficient is increased systematically to study convergence properties. The implicit solutions are converging to the explicit solution while the penalty coefficient is increasing. QSE-FEM uses the equivalent of an infinite tangential penalty

coefficient, which reduces the “elastic slip” to zero. This makes the explicit solution much more efficient than the standard implicit one to detect sliding motions.

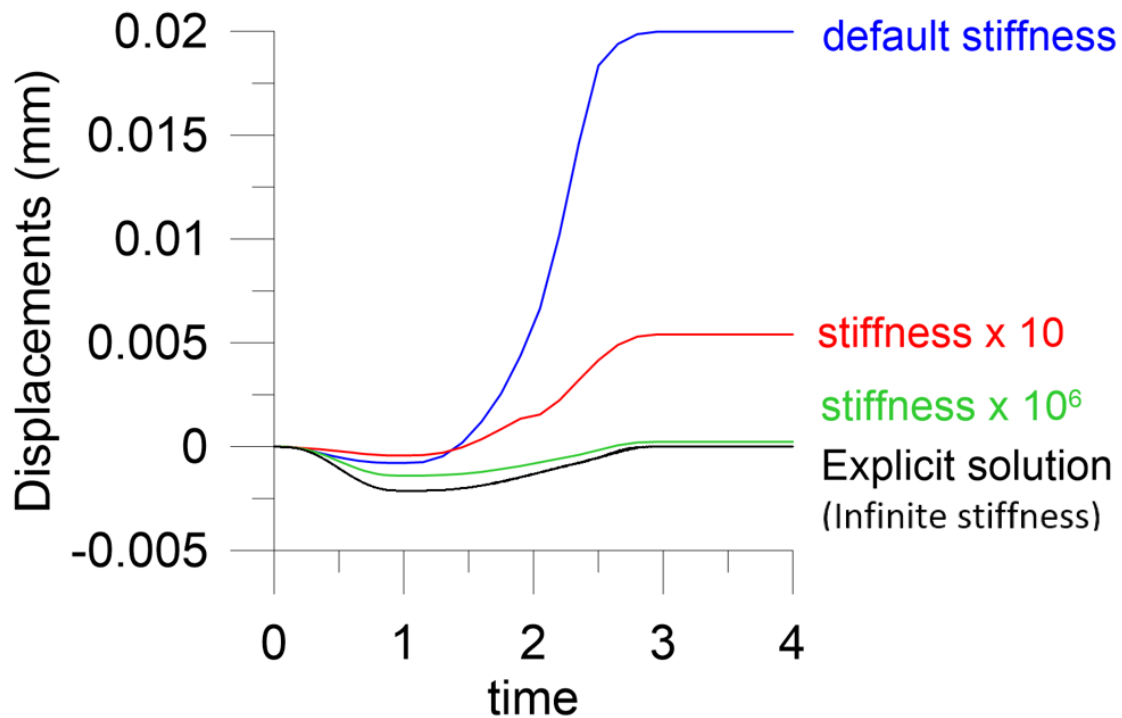


Figure 5.10: Absolute displacements of the control point. Convergence of the standard implicit solutions towards the explicit solution when penalty coefficient is increasing. Computed for tied example 3  $SSF=2$

A good correlation is found for  $SSF$ , between the USACE (1981), 3D-LEM and QSE-FEM-contact conditions. QSE-FEM-tied resulted in a large value of  $SSF_{FEM}$ , which can be attributed to the abutment effect of resisting soil wedges. Figure 5.11 presents the evolution of the computed  $SSF_{FEM}$  versus the horizontal displacement of the control point. A similar tendency has been reported by Wei et al. (2009) and demonstrates the obvious dependency of  $SSF$  on the displacement of the control point (equal to sliding for infinitely rigid blocks). The problem therefore becomes an

*engineering problem* to decide on the threshold displacement (or sliding) value and compute the corresponding *SSF* according to Figure 5.11.

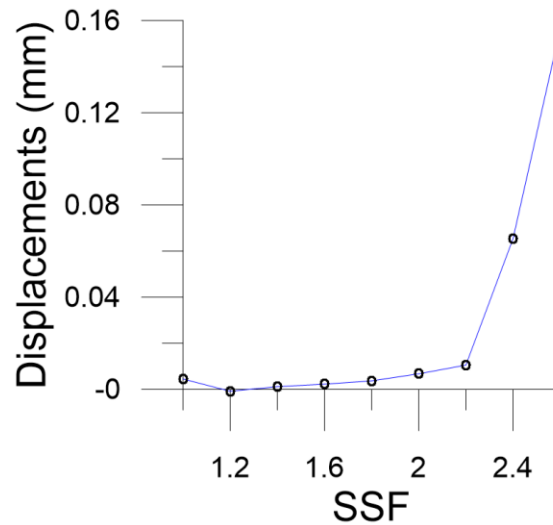


Figure 5.11: Horizontal displacements of the control point for untied example 3

## 5.7 Spillway analysed

This section presents the sliding stability analysis of a concrete hydraulic structure adapted from an existing spillway suffering from AAR as shown in Figure 5.1.

### 5.7.1 Description

The AAR swelling displacements induced severe cracking at the base end of the gravity dam and the spillway pier adjacent to it (Figure 5.1b). The crack and the top of the hydraulic structure separate the extremities of the concrete block. Water flow is visible on the downstream face of the gravity dam (Figure 5.1c). The crack is thus going from the upstream to the downstream face. The upper block is considered independent of the rest of the structure and is free to move in any direction. In the existing structure, passive steel anchors have been added to improve the sliding safety. These anchors have not been considered in this application.

The material and crack interface properties of this block are displayed in Table 5-2. Four load conditions are considered: the weight due to gravity (G), the horizontal hydrostatic pressure (H), the horizontal gate thrust (V) on the left of the pier and the uplift pressures (U). Thus we define one load combination including the load conditions: GHVU. In the context of this application example we exclude any consideration of AAR effects.

Table 5-2 : Material Properties

Material properties		
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Density	2 400
E (MPa)	Young modulus	25 000
$\nu$	Poisson coefficient	0.2
$\mu_{\text{crack}}$	Friction coefficient	1.13
C (kN/m <sup>2</sup> )	cohesion	0.0

The hydrostatic loads and uplift pressures are defined according to the following outlines: (1) the hydrostatic pressure is maximal upstream of the gate and (2) it linearly decrease downstream of the gate until reaching atmospheric pressure at the downstream face of the gravity dam (Figure 5.12). The maximal pressure is defined as the water column height from the crest of the pier and the dam. The gate thrust is produced by the horizontal hydrostatic pressure acting on the gate adjacent to the pier. The gate is 15 m long, and the half-force resultant of this pressure is transmitted to the pier.

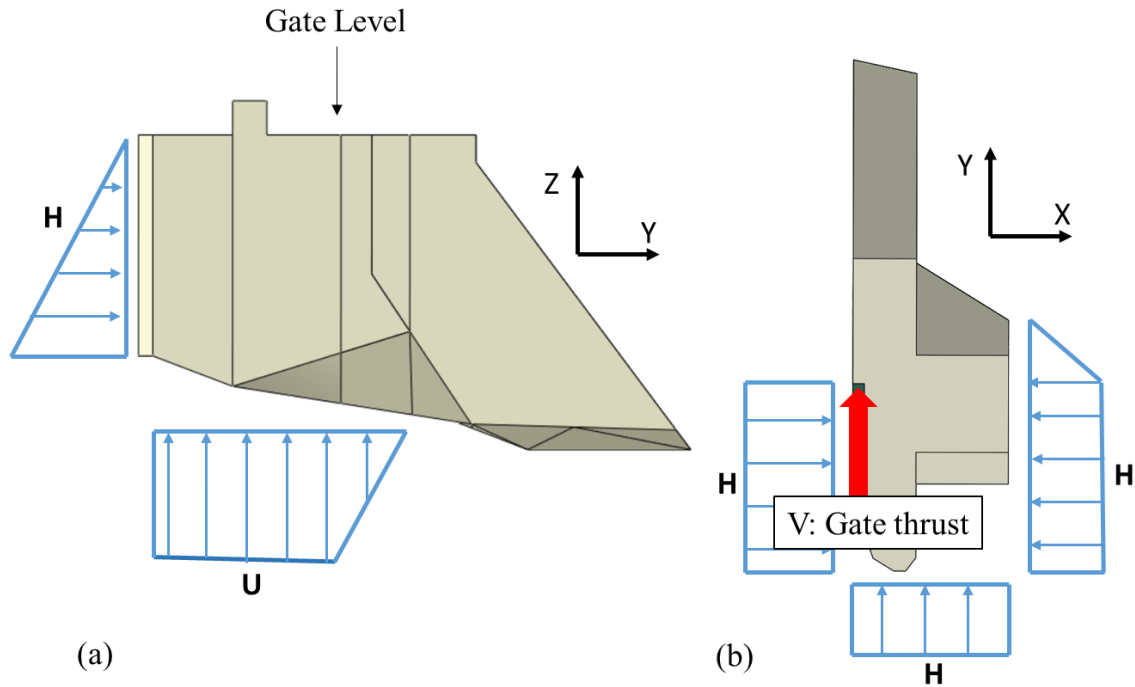


Figure 5.12 : Load conditions on the concrete wedge:  $H$  Hydrostatic pressure,  $U$  Uplift and  $V$  Gate thrust; (a) elevation view; (b) plan view

### 5.7.2 Stability assessment

The friction coefficient of the concrete/concrete cracked interface is  $\mu_{crack} = 1.13$ . Table 5-3 displays  $SSF_{LEM}$  and  $SSF_{FEM}$  and the related sliding directions  $D$  for the the load combination GHVU.

Table 5-3 : Comparative results for the GHVU load combination

3D-LEM		QSE-FEM		
$SSF_{LEM}$	$D_{LEM}$ $\theta$ (deg)	$SSF_{FEM}$ Criterion $C_{Eng}$	$SSF_{FEM}$ Criterion $C_{Disp}$	$D_{FEM}$ $\theta$ (deg)
1.66	106	1.94	1.78	105

In the load combination GHVU,  $SSF_{LEM} = 1.66$  is the lower bound in regard to  $SSF_{FEM}$  computed with the criteria  $C_{Eng}$  ( $SSF_{FEM} = 1.94$ ) and  $C_{Disp}$  ( $SSF_{FEM} = 1.78$ ). The sliding direction  $\theta_{LEM} = 106$  deg is very close to  $\theta_{FEM} = 105$  deg.

The ABAQUS mesh is used for QSE-FEM analyses, and the two convergence criteria for a friction coefficient interval range of  $[1.13 ; 0.2]$  are shown in Figure 5.13. According to Figure 5.13b,  $\mu_{crit}$ , the critical friction coefficient inducing sliding, lies between 0.7 and 0.4. The methodology described in section 5.5 was thus applied to reduce uncertainty on  $\mu_{crit}$ . The main observations led to steps a) to g) are next summarised. Step a: the crack surface geometry was modelled in ABAQUS only according to the onsite measurement of the crack rim, so uncertainty remains in the exact crack surface geometry. Linear tetrahedral FEs were used. Different mesh sizes were tested during the analyses and no significant influence on  $SSF_{FEM}$  or  $SSF_{LEM}$  was found. Step d: based on  $\theta_{LEM} = 106$  deg computed in step c, the monitoring node was defined as shown in Figure 5.13a.  $SSF_{FEM}$  equals 1.66, corresponding to  $\mu_{LEM} = 0.683$ . Thus the initial value of the friction coefficient for QSE-FEM was set up to  $\mu_0 = 0.7$ . Step e: the first interval range computed for  $\mu_{crit}$  was  $[\mu(t_{low}) = 0.7, \mu(t_{up}) = 0.45]$ . The two verification analyses were performed with  $\epsilon = 5\%$  and validated the interval range. Another analysis with the reduced interval range  $[\mu(t_{low}) = 0.65, \mu(t_{up}) = 0.5]$  was then performed, and two new verification analyses ( $\epsilon = 5\%$ ) validated the new interval. Step g: using the two criteria  $C_{Disp}$  and  $C_{Eng}$  the friction coefficients were found :  $\mu_{crit}(C_{Disp}) = 0.637$  and  $\mu_{crit}(C_{Eng}) = 0.585$ . The corresponding  $SSF_{FEM} = \frac{\mu_{crack}}{\mu_{crit}}$  values are shown in Table 5-3.

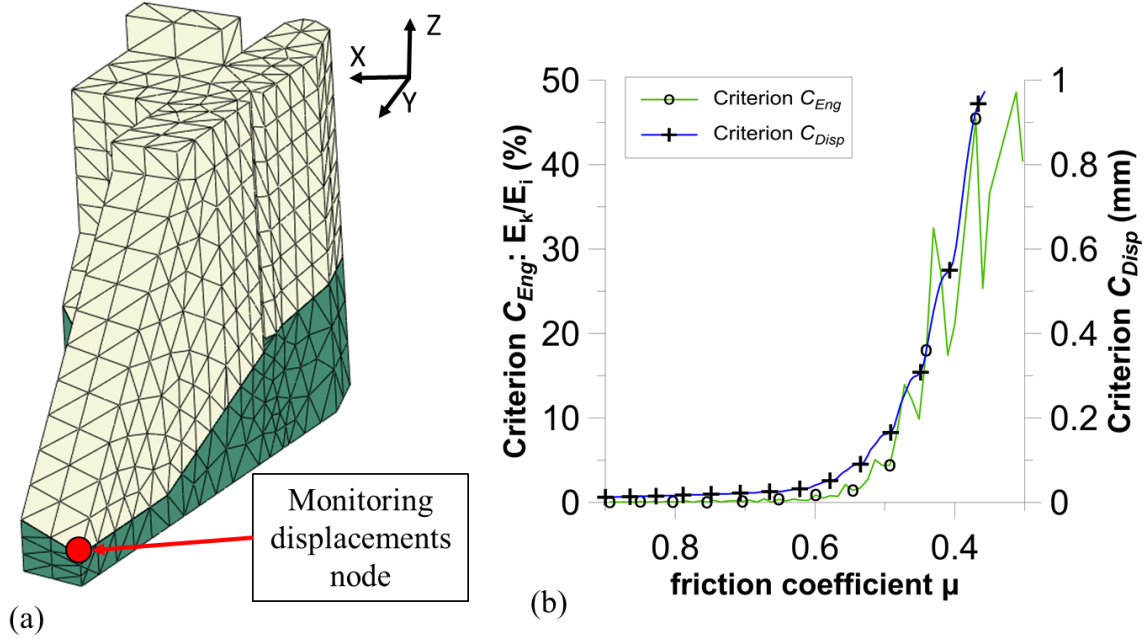


Figure 5.13 : Quasi-static explicit FE method (QSE-FEM) analysis with ABAQUS; (a) the monitoring displacements node is selected according to the sliding kinematic motion; (b)  $C_{Eng}$  and  $C_{Disp}$  criteria responses for the GHVU load combination.

## 5.8 Conclusions

A methodology to study the sliding safety of hydraulic structures with an arbitrary discrete cracked surface geometry has been presented. This methodology is based on two complementary tools using a shear strength reduction method: (1) the Quasi-Static Explicit Finite Element Method (QSE-FEM) exhibiting robust convergence properties for highly nonlinear problems, and (2) the tridimensional limit equilibrium method (3D-LEM). 3D-LEM developed in this work is an extension of the classical 2D limit equilibrium (USACE 1981) considering force equilibrium in the sliding direction but neglecting moment equilibrium. 3D-LEM computes sliding safety factors ( $SSF$ ) along any potential sliding direction  $\mathbf{D}$ ; for arbitrary cracked surface geometry. Three benchmark examples were studied to verify and validate the proposed methodology. A case study, adapted from an existing cracked hydraulic structure, was then presented. Though applied on an example of hydraulic structure, the framework developed in this study can be applied to a wider

range of civil engineering problems where failure may occur through complex and arbitrary 3D surface.

The following conclusions were drawn while developing and applying the proposed methodology:

1. The 3D-LEM tool is simple to implement and to interpret in regards to tridimensional QSE-FEM analyses, which require significant resources and expertise. 3D-LEM should be used in complement to QSE-FEM to estimate the critical friction coefficient and sliding direction,  $\mathbf{D}_{FEM}$ . Strong correlation was found for  $SSF$  and sliding direction  $\mathbf{D}$  between QSE-FEM and 3D-LEM for pure translational kinematic motion problems without any rotation (crack opening). For more complex problems, such as the hydraulic cracked structure (Figure 5.1), 3D-LEM was found to be a lower-bound to estimate  $\mu_{crit}$  and related  $SSF_{LEM}$  in regard to QSE-FEM,  $SSF_{FEM}$ .
2. One major difficulty with explicit finite element analyses is to identify sliding initiation. A criterion based on the ratio of kinetic energy to internal strain energy has been shown to be insufficient. A new criterion based on absolute displacements of a control point, located at the extremity of the sliding crack surface, was found to be effective to detect incipient sliding failure.
3. While using the strength reduction method, it was shown that the friction coefficient  $\mu$  must be reduced in a series of “smooth steps” including two stages: (1) cubic polynomial decrease of  $\mu(t)$ ; (2) nearly constant value of  $\mu(t)$ . This procedure allows accurate monitoring of the control point displacements and determination of the critical friction coefficient  $\mu_{crit}$  to initiate sliding motions.
4. Tangential contact in implicit standard analyses is modelled by penalty coefficients before the initiation of sliding. This is when the driving shear force is smaller than the shear strength that can be mobilized. Penalty coefficients allow small differential displacements, identified as “elastic slip deformations”, to occur between two coincident nodes from the top and bottom crack surfaces. Difficulties arise when these “elastic slip deformations” must be distinguished from absolute sliding displacements of the top structure on its supporting block. In explicit analyses, the tangential contact can be modelled by enforcing an exact displacement continuity between cracked surfaces in a stick condition. The resulting “elastic slip deformations” vanish such that the identification of sliding motion leading to failure is facilitated



5. Ill conditioning is possible in 3D-LEM for complex geometries. Because the exact crack surface geometry remains uncertain in most cases, the geometry is locally adjusted in 3D-LEM to ensure convergence (Ebeling 2012).
6. The third benchmark example (multiple wedges problem (USACE 1981)) revealed to be a challenging problem to solve with QSE-FEM. The geometry of the cracked surfaces with sharp concave angles and the importance of the overturning moment induced by the applied loads, favour a rotational motion in addition to sliding, which could not be accounted for in 3D-LEM. Two versions of this problem were studied: the contact and untied problems. The untied problem gave results close to the limit equilibrium method (LEM) and to 3D-LEM. The tied problem requires more studies, which are outside the scope of this paper.

Following this research work, some further developments are underway:

1. Structural modelling using QSE-FEM has been undertaken to consider a highly nonlinear concrete material constitutive model, including strength and stiffness degradation due to alkali-aggregate reaction. QSE-FEM is expected to allow modelling, in a robust way, of hydraulic structures with complex multi-crack patterns.
2. The modelling of the effect of rehabilitation work using passive or post-tensioned steel anchor bars has been initiated.

## 5.9 Acknowledgements

The financial support provided by the Quebec Fund for Research on Nature and Technology, and the Natural Science and Engineering Research Council of Canada is acknowledged. The authors would also like to thank Hydro-Quebec Engineers for their fruitful collaboration and discussions.

## 5.10 References

- Bérubé, M.-A., Durand, B., Vézina, D., & Fournier, B. (2000). Alkali-aggregate reactivity in Québec (Canada), *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 27 , pp. 226-245.
- Ben Ftima, M. (2013). Utilisation de la méthodes des éléments finis non linéaires pour la conception des structures en béton armé: application aux structures massives, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.
- Ben Ftima, M., & Massicotte, B. (2015). Utilization of nonlinear finite elements for the design and assessment of large concrete structures, part II: Applications, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 141, No. 9, DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001178.
- Ben Ftima, M., Sadouki, H., & Brühwiler, E. (2016). Development of a computational framework for the use of nonlinear explicit approach in the assessment of concrete structures affected by alkali-aggregate reaction, Proceedings, 9th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FRAMCOS-9, V. Saouma, J. Bolander, and E. Landis (Eds), May 22-25, Berkeley, California, USA, 11 pp.
- Bourdarot, E., Sellier, A., Multon, S., & Grimal, E. (2010). A review of continuum damage modelling for dam analysis, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 14, No. 6-7, pp. 805-82., DOI: 10.1080/19648189.2010.9693263.
- Comi, C., Fedele, R., & Perego, U. (2009). A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction, *Mechanics of Materials*, Vol. 41, pp. 210-230.
- Ebeling, R.M., Fong, M.T, Wibowo, J.L., & Chase, A. (2012). Fragility Analysis of a Concrete Gravity Dam Embedded in Rock and Its System Response Curve Computed by the Analytical

*Program GDLAD\_Foundation*, US Army Corps of Engineers, Engineer Research and Development Center, Report No. ERDC TR-12-4 , Pittsburgh, PA, USA.

Gholami, T., Lescheticky, J., & Paßmann, R. (2003). Crashworthiness Simulation of Automobiles with ABAQUS/Explicit, *ABAQUS User' Conference*, Munich, Germany, 18 pp.

Goguel, B., Arch Dam case studies, (2009). Symposium on Alkali Aggregate reactions in Concrete Dams, Paris, France, September, 15.

Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. & Sorensen, E. P. (2014). ABAQUS version 6.14, *finite element program*, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I.

Huang, M., & Pietruszczak, S. (1999). Modeling of thermomechanical effects of alkali-silica reaction, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol.125, No.4 pp. 476- 485.

Prior, A. M., (1994). Applications of implicit and explicit finite element techniques to metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 45, No. 4, pp. 649-656.

Sellier, A., Bourdarot, E., Multon, S., Cyr, M., and Grimal, E. (2009). Combination of Structural Monitoring and Laboratory Tests for Assessment of Alkali-Aggregate Reaction Swelling: Application to Gate Structure Dam, *ACI Materials Journal*, Vol. 106, No. 3, pp. 281-290.

Tu, Y., Liu, X., Zhong, Z., & Li, Y. (2016). New criteria for defining slope failure using the strength reduction method, *Engineering geology*, Vol. 212, pp. 63-71, DOI: 10.1016/j.enggeo.2016.08.002.

US Army Corps of Engineers (USACE) (1981). Sliding stability for concrete structures, Engineering Technical Letter No. ETL 1110-2-256, Washington, DC, USA.

US Army Corps of Engineers (USACE) (1995). Engineering and design, gravity dam,. Report No EM 1110-2-2200 1995, Washington, D.C., USA.

US Army Corps of Engineer (USACE) (2005). Stability Analysis of Concrete Structures, Engineering and Design, Report No EM 1110-2-2100 2005, Washington, D.C., USA.

Wei, W.B., Cheng, Y.M., & Li, L. (2009). Three-dimensional slope failure analysis by the strength reduction and limit equilibrium methods, *Computers and Geotechnics* Vol. 36, pp. 70–80.

## **CHAPITRE 6    RÉSULTATS ET DISCUSSIONS COMPLÉMENTAIRES**

### **6.1 Poussée de la réaction alcalis-granulats**

La poussée de la réaction alcalis-granulats (RAG) due au gonflement du BPRD responsable de la fissuration à la base du prisme est un élément affectant la stabilité au glissement de ce dernier. Ce paragraphe décrit une méthodologie d'analyse par incrémentation graduelle de la poussée de RAG (« overloading » ou « push over ») afin de déterminer une poussée de RAG critique induisant une perte d'équilibre et une initiation de glissement du prisme de béton de l'ouvrage illustré à la Figure 1.1.

#### **6.1.1 Combinaison et application des charges**

La combinaison de charge est celle décrite au paragraphe 5.7.1 à laquelle vient s'ajouter une pression de poussée de RAG. Les charges appliquées sont : les charges gravitaires (G), les poussées hydrostatiques horizontales (H), la poussée de vanne (V), les sous-pressions (U) et la poussée de RAG (R). La Figure 6.1 illustre la répartition des sous-pressions : la pression est maintenue maximale jusqu'au niveau de la vanne, puis décroît linéairement jusqu'à atteindre la pression atmosphérique sur le parement aval. La poussée de RAG est induite par le gonflement du BPRD, ainsi elle est appliquée sur la face verticale droite du prisme.

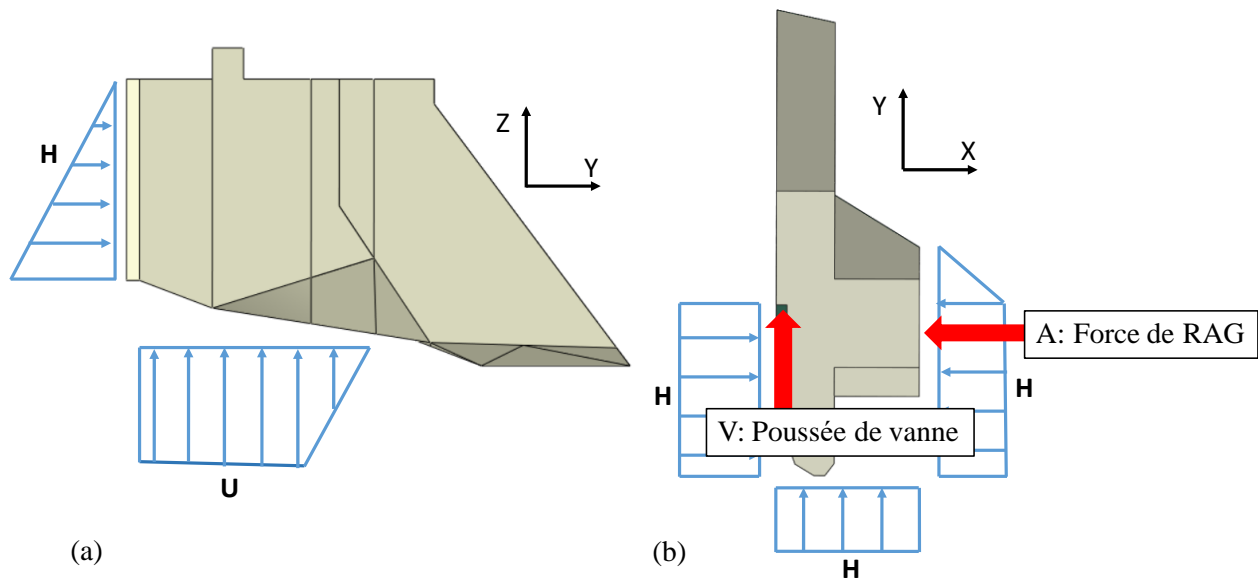


Figure 6.1 : Application des charges pour la combinaison GHVUR (a) vue du profil droit (b) vue en élévation

Les analyses par incrémentation des charges permettent l'apparition d'un nouveau mode de rupture par rapport aux analyses par réduction de capacité résistive : le basculement. L'incrémentation des charges produit un moment de renversement changeant la cinématique de la rupture. Dans le cas du prisme qui nous occupe, lorsque la poussée de RAG est appliquée uniformément sur toute la hauteur de la face droite, la rupture survient par une combinaison du glissement et du basculement. Cependant la 3D-LEM ne considère pas de moment de renversement et détermine une perte d'équilibre par « pur glissement ». La poussée de RAG a donc été appliquée dans une zone basse du prisme (Figure 6.2) afin de diminuer le bras de levier associé à la poussée de RAG au cours des analyses par EF (QSE-FEM), et de minimiser le rôle du basculement dans la cinématique de rupture. Il s'agit donc d'une étude préliminaire afin de se familiariser avec la technique d'incrémentation de la charge tout en effectuant des comparaisons entre l'approche 3D-LEM et QSE-FEM.

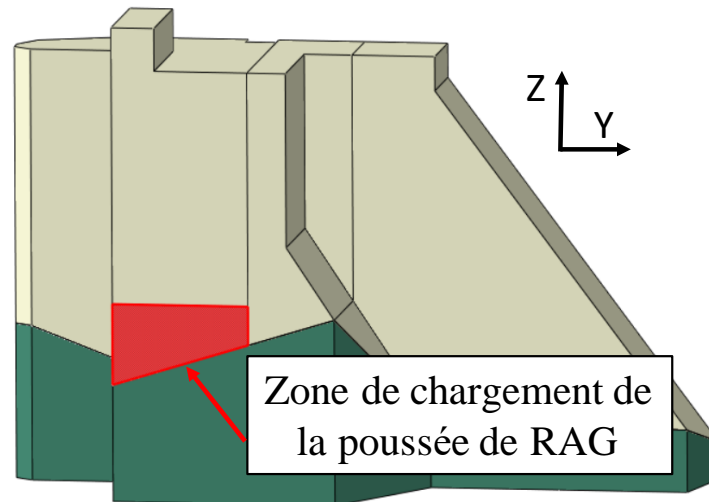


Figure 6.2 : Localisation de l'application de la poussée alcalis-granulats

### 6.1.2 Méthodologie d'analyse

De manière similaire à la méthodologie énoncée au paragraphe 5.5, la méthodologie d'analyse mise en place pour l'incrémentation des charges est divisée en sept étapes :

- a) Discretisation de la géométrie : discrétisation 2D de la géométrie de la fissure en triangles sous la 3D-LEM, et discrétisation 3D avec EF solides dans le modèle utilisé pour la QSE-FEM. Les surfaces de fissurations sont générées avec ABAQUS et importées sous MATLAB®.
- b) Sélection des paramètres d'intégration du temps : Déterminer le pas de temps  $\Delta t$  pour le maillage de la QSE-FEM. Déterminer les fréquences modales en imposant une totale compatibilité aux interfaces fissurées entre les composants du modèle (condition liée), et un encastrement à la base du bloc et de la fondation. Définir les durées  $t_{exp}$  pour la durée de l'analyse et  $t_L$  pour chaque charge. Réaliser une analyse préliminaire avec la QSE-FEM (uniquement la période de chargement  $t_L$ ) pour vérifier les conditions quasi statiques.
- c) Analyses préliminaires : Réaliser une série d'analyses avec la 3D-LEM en incrémentant progressivement la poussée de RAG (Figure 6.3). Déterminer une poussée de RAG critique  $F_{LEM}$  correspondante à la courbe tangente à la droite  $SSF=1$ . Dédire la direction de glissement  $D_{LEM}$  associée.

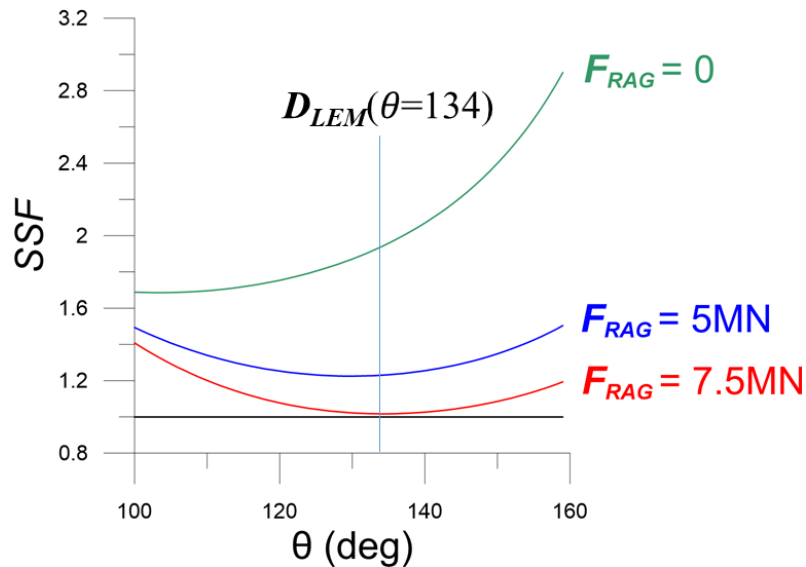


Figure 6.3 : Recherche du point de rupture à l'aide de la 3D-LEM pour déterminer la poussée alcalis-granulats critique

- d) Initialisation de la QSE-FEM : à l'aide des résultats obtenus à l'étape c), choisir un point de contrôle pour le critère  $C_{Disp}$  et une force de RAG de chargement  $F_{RAG\,charg}$ .
- e) Réaliser une analyse par augmentation des charges : réaliser une analyse par augmentation de la poussée de RAG. Après une première étape de chargement de durée  $t_L$ , incrémenter par « étapes lissées » la poussée de RAG (Figure 6.4a). Identifier un intervalle  $[F_{RAG}(t_{bas})\, F_{RAG}(t_{haut})]$  encadrant la poussée de RAG critique engendrant la perte d'équilibre à l'aide des deux critères  $C_{Disp}$  et  $C_{Eng}$ .
- f) Vérification et raffinement pour déterminer la poussée de RAG critique : Dans cette étape trois analyses différentes sont réalisées (Figure 6.3b). Pour la vérification de l'intervalle encadrant la poussée de RAG critique, deux analyses avec une poussée de RAG constante après la période de chargement sont menées. Les valeurs des poussées de RAG sont légèrement en dehors de l'intervalle encadrant la poussée de RAG critique ( $\varepsilon$  entre 0.05 et 0.1). La troisième analyse permet de réduire l'intervalle  $[F_{RAG}(t_{bas})\, F_{RAG}(t_{haut})]$  : après une phase de chargement, la poussée de RAG est graduellement augmentée par « étapes lissées » telles qu'en e).



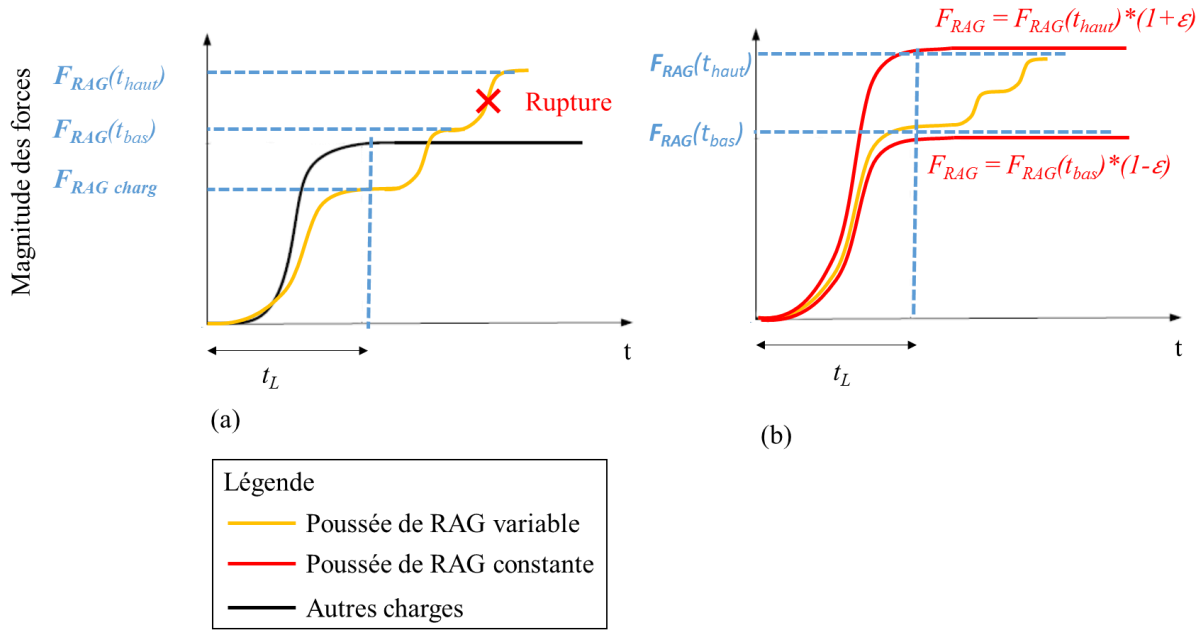


Figure 6.4 : Détermination d'une poussée alcalis-granulats critique à l'aide de la QSE-FEM

- g) Détermination de  $F_{FEM}$  : Les critères  $C_{Disp}$  et  $C_{Eng}$  permettent de déterminer une poussée critique de RAG,  $F_{FEM}$ , induisant la perte d'équilibre, et une direction de glissement privilégiée  $D_{FEM}$ .

### 6.1.3 Magnitude de poussée de RAG et discussions

Le Tableau 6-1 présente les facteurs de sécurité obtenus à l'aide des deux outils d'analyses. La poussée critique est sujette à une grande incertitude alors que sa valeur estimée à l'aide de la 3D-LEM et QSE-FEM sont de 7.5MN et de 21MN respectivement. Plusieurs points peuvent influencer l'incertitude d'estimation de la poussée de RAG. (1) La présence de deux modes de ruptures, basculement et glissement, lors d'analyse par incrémentation des charges influence la magnitude de la poussée critique. La rupture survient par la combinaison des deux modes de rupture. Privilégier un mode par rapport à l'autre, tel que le glissement par rapport au basculement comme c'est le cas dans l'exemple du prisme, est une approche simplifiée. (2) La répartition des pressions de RAG sur le côté droit du prisme est complexe et inconnue. Elle dépend du taux d'humidité (plus humide à l'amont qu'à l'aval), des contraintes internes des matériaux (plus le matériau est confiné, moins la RAG est active) de la température et des déformations de l'ouvrage (si le joint entre deux

blocs est partiellement ouvert, la surface libre ne subit aucune pression due à la RAG). (3) La poussée de RAG est une force pilotée par les déplacements. La RAG provoque des déplacements (gonflement) qui induisent des contraintes lorsque les conditions aux frontières ne sont pas libres (exemple : joints verticaux entre deux blocs). Ainsi lorsqu'un élément se déplace sous l'effet de la pression de RAG induite par un élément adjacent, les contraintes se relâchent immédiatement, et l'élément retourne à un état d'équilibre. L'étude de l'équilibre du prisme vis-à-vis de la poussée de RAG nécessite une analyse plus complexe qu'une simple analyse par augmentation des charges.

Tableau 6-1 : Poussée d'alcalis-granulats critique selon la 3D-LEM et la QSE-FEM

3D-LEM		QSE-FEM		
Poussée de RAG (MN)	$\theta$ (deg)	Poussée de RAG (MN) Critère $C_{Eng}$	Poussée de RAG (MN) Critère $C_{Disp}$	$\theta$ (deg)
7.5	134	21	21	171

## 6.2 Stabilité post réparation

Cette section présente une étude d'équilibre du prisme par diminution de la capacité résistive (strength reduction method), pour un cas de charge particulier, en considérant des barres d'ancrages passifs (barres d'acier d'armatures) installées dans le prisme.

### 6.2.1 Combinaison de charges et travaux de réparation

En 2009 des travaux ont été réalisés sur le prisme pour améliorer sa stabilité. 10 barres d'ancrages passifs verticales de 35M (1000 mm<sup>2</sup>) ont été installées. Elles sont sollicitées en cisaillement et on présume dans une approche simplificatrice qu'elles développent une résistance selon l'équation suivante :

$$F = 0.6 * A_s * F_y \quad (6.1)$$

où  $A_s$  est la section totale des barres ( $10 \times 1000 \text{ mm}^2$ ) et  $F_y$  la limite élastique de l'acier (400MPa). L'équation (6.1) représente la résistance au cisaillement pure d'une barre qui est considérée comme un boulon retenant deux plaques d'acier. La force totale qui peut être développée est  $F = 2440 \text{ kN}$ . La Figure 6.5 montre le positionnement approximatif des dix barres d'ancrage. Le cas de charge adopté est GHVU décrit par la Figure 5.12.

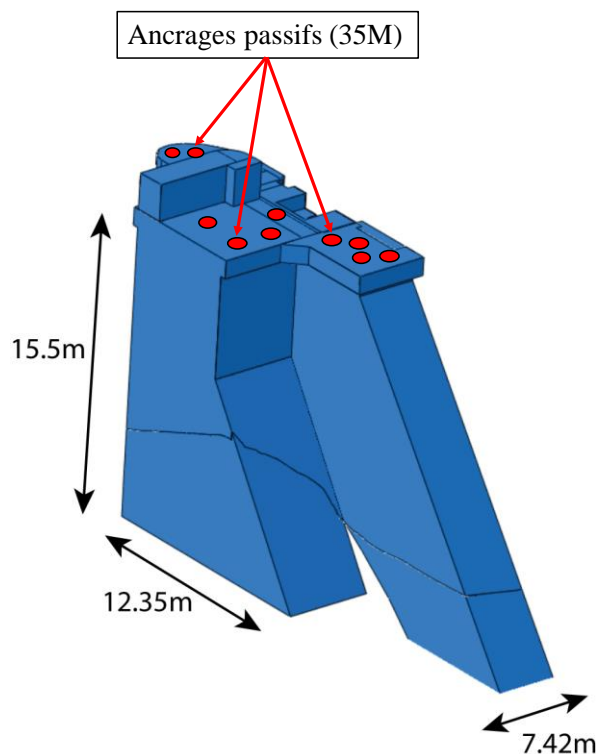


Figure 6.5 : Localisation des ancrages passifs sur la crête du prisme

### 6.2.2 Étude préliminaire de l'ajout d'ancrages métalliques à l'aide de la 3D-LEM

Les résultats comparatifs de l'étude préliminaire menée avec la 3D-LEM avant et après les travaux de réfection sont présentés dans le Tableau 6-2. La direction de glissement varie peu et les ancrages ont un effet significatif sur le facteur de sécurité au glissement  $SSF_{LEM}$  (+35%).

Tableau 6-2 : Facteur de sécurité et direction de glissement avant et après travaux de réfection

Avant travaux de réfection		Avec 10 barres	
$SSF_{LEM}$	$\theta$ (deg)	$SSF_{LEM}$	$\theta$ (deg)
1.67	106	2.26	101

Un déplacement permanent de l'ordre du millimètre dû à la RAG est mesuré tous les ans au sommet du prisme. Une estimation du déplacement du prisme au niveau de la fissure permettrait d'estimer l'état de plastification potentiel des barres et la force résistive développée. La force de RAG estimée au chapitre précédent (entre 7.5 MN et 21MN) à comparer avec la force résistive offerte par les barres d'ancrages (2.44MN) suggère que les barres seront fortement sollicitées.

## CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

Les avantages et inconvénients des deux méthodes de la 3D-LEM sous MATLAB® et de la QSE-FEM sous ABAQUS sont abordés dans ce chapitre.

### 7.1 Critiques de la 3D-LEM

#### 7.1.1 Avantages

- **Conservatrice.** La 3D-LEM s'est révélée être plus conservatrice que la QSE-FEM lors de nos cas d'études, qu'ils s'agissent des exemples de validation préliminaires ou des études menées pour les différents cas de charges appliqués au prisme. Elle est donc plus sécuritaire et constitue une bonne approche préliminaire à l'étude tridimensionnelle des ouvrages fissurés, tout comme l'est la LEM dans le cas bidimensionnel.
- **Simple.** Le logiciel 3D-LEM et sa théorie ont été développés dans l'optique de garder une grande simplicité des équations et de l'algorithme permettant la résolution du problème. Ainsi l'apprentissage de l'utilisation du logiciel peut se faire rapidement. De plus il est conçu de manière à pouvoir importer la géométrie du problème d'un logiciel de modélisation par ordinateur tel que ABAQUS.
- **Peu demandant en puissance de calcul.** Dans le cas du prisme en béton qui nous occupe, le temps de calcul est uniquement de quelques minutes pour obtenir les courbes telles que présentées à la Figure 5.6. Ces calculs ont été menés avec un processeur Intel i7 quad-cœur @2.6 GHz.
- **Modifiable.** Tous les scripts et leur code source sont fournis et réutilisables. Ceci permet de comprendre dans son intégralité le fonctionnement du logiciel, de le modifier ou de réutiliser une partie du code.

#### 7.1.2 Inconvénients

- **Réductrice.** Du fait de son aspect simple et conservatrice la 3D-LEM est aussi réductrice, car elle ne satisfait aucune équation liée au moment des forces. De plus elle ne considère

pas d'effort tranchant vertical entre les colonnes élémentaires constituant la découpe prisme.

- **Faillible.** La 3D-LEM peut admettre des directions ne permettant pas la détermination d'un facteur de sécurité au glissement. Déterminer  $SSF$  dans une direction où le glissement est très peu probable peut être impossible. Par exemple, pour une analyse d'un barrage-poids dans la direction allant de l'aval vers l'amont, la poussée hydrostatique est alors une force « résistante » contribuant à la stabilité de l'ouvrage. Dans ce cas il est très probable que la résistance soit plus importante que les sollicitations, et ce même avec un coefficient de friction nul. Le facteur de sécurité tend alors vers l'infini.

## 7.2 Critiques de la QSE-FEM

### 7.2.1 Avantages

- **Stable.** La méthode explicite par sa résolution d'équations d'équilibre dynamique (équation faisant intervenir l'accélération) offre une grande stabilité par rapport à des méthodes traditionnelles implicites. Celles-ci peuvent être difficiles à mettre en place dans une étude hautement non linéaire, comme l'est le problème de contact de surfaces qui nous occupe.
- **Performante.** Le logiciel ABAQUS est un logiciel très performant sur différents aspects. Tout d'abord il intègre des algorithmes de gestions des contacts entre deux surfaces quelconques très robustes. Ensuite il permet la parallélisation des calculs en découpant en différents blocs le maillage, ce qui divise approximativement le temps de calculs par le nombre de processeurs disponibles.

### 7.2.2 Inconvénients

- **Temps de calcul.** La méthode explicite par rapport à une méthode standard d'éléments finis est beaucoup plus lente. Par exemple, pour le modèle du prisme et pour la même puissance de calcul (Intel i7 quad-cœur @2.6GHz) un calcul par méthode explicite prend 15 à 25 min contre moins de 3 min pour un calcul par méthode standard.
- **Interprétation.** Contrairement à la 3D-LEM qui donne une unique valeur pour  $SSF_{LEM}$ , la QSE-FEM demande une interprétation de deux critères pour statuer sur un facteur  $SSF_{FEM}$ .

Ces critères ont été fixés par les auteurs, et leurs valeurs seuil, telles qu'un dépassement de 5% pour le critère énergétique  $C_{Eng}$ , peuvent être discutées.

## CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Lors des travaux de recherche présentés dans ce mémoire, il a été développé une méthodologie d'analyse 3D permettant d'étudier la stabilité au glissement de structures hydrauliques présentant une surface de fissuration de géométrie quelconque à leur base. Cette méthodologie s'appuie sur deux outils qui opèrent par réduction de capacité résistive (strength reduction method) : (1) la méthode quasi-statique explicite par éléments finis (QSE-FEM) qui présente une grande stabilité face aux problèmes hautement non linéaires et (2) la méthode de l'équilibre limite tridimensionnelle (3D-LEM). La 3D-LEM est une extension de la méthode de l'équilibre limite bidimensionnelle (USACE, 1981) qui équilibre les forces dans une direction de glissement, mais qui ne considère pas les moments. Ces outils permettent de déterminer un facteur de sécurité au glissement pour n'importe quelle géométrie de fissure entre un prisme de béton et sa base. Les résultats de l'étude sont donnés en détail dans un article soumis à la revue *Computers and Structures* et quelques résultats complémentaires sont présentés au chapitre 6. Les conclusions principales sont les suivantes :

1. La 3D-LEM est un outil très simple d'utilisation et d'interprétation par rapport aux analyses tridimensionnelles menées avec la QSE-FEM. La 3D-LEM doit être utilisée en complément de la QSE-FEM pour déterminer une direction de glissement critique  $D_{FEM}$  et un facteur de sécurité au glissement  $SSF_{FEM}$ . Il existe une forte corrélation entre les valeurs calculées par chaque outil (3D-LEM et QSE-FEM) sur les directions de glissement et facteurs de sécurité, dans le cas des exemples de validation qui sont des problèmes purement translationnels. Pour des problèmes plus complexes, tels que la structure hydraulique fissurée faisant l'objet de cette étude (Figure 1.1), la 3D-LEM donne un facteur de sécurité  $SSF_{LEM}$  qui minore le facteur  $SSF_{FEM}$  estimé par la QSE-FEM. Les analyses complémentaires, menées sur la poussée de réaction alcali-granulat entraînant une perte d'équilibre (RAG), laissent une incertitude sur la magnitude de la force critique. Cependant la valeur déduite avec la 3D-LEM reste un minorant de la valeur donnée par la QSE-FEM.
2. Une des difficultés majeures des méthodes explicites est de déterminer l'instant de perte d'équilibre, c'est-à-dire l'instant d'initiation du glissement. Ben Ftima (2013) introduisit un critère basé sur le ratio de l'énergie cinétique sur l'énergie de déformation interne. Celui-ci a été démontré insuffisant pour détecter l'initiation du glissement. Un nouveau critère



portant sur le déplacement absolu d'un point de contrôle a été introduit, donnant une précision satisfaisante pour détecter l'instant d'initiation du glissement.

3. Durant les analyses par réduction de capacité résistive (strength reduction method), il a été démontré que le coefficient de friction  $\mu$  doit être réduit par « étapes lissées » qui présentent deux phases : (1) diminution du coefficient  $\mu(t)$  selon une fonction polynomiale cubique et (2) maintien quasi constant du coefficient  $\mu(t)$ . Cette procédure permet de suivre précisément le déplacement du point de contrôle, et donc de déterminer le coefficient de friction critique  $\mu_{crit}$  qui initie le glissement.
4. Lors analyses par éléments finis usuelles implicites, les contacts tangentiels avant l'initiation du glissement, sont modélisés soit par un coefficient de pénalité, soit à l'aide d'une méthode assurant la continuité des déplacements entre les éléments en contact, telle que la constraint-function method. Dans le cas d'une méthode faisant intervenir un coefficient de pénalité, un léger mouvement relatif est permis entre deux nœuds coïncidents de part et d'autre de la surface de rupture, nommé « glissement élastique ». La difficulté lors de telles analyses implicites est de distinguer les déplacements dus à ces glissements élastiques des déplacements dus au glissement de la structure sur jacente à la fissure, sur son socle. Dans le cas d'une méthode implicite assurant la continuité des déplacements entre des nœuds coïncidents de part et d'autre de la fissure, Bathe et al. (1998) indiquent que le haut degré de non-linéarité du problème empêche souvent la convergence de l'algorithme de résolution. L'analyse explicite par éléments finis permet de s'affranchir des problèmes de mouvements relatifs, car une continuité est assurée entre des nœuds adjacents de part et d'autre de la fissure, et des problèmes de convergence, car l'analyse explicite n'effectue pas d'itération pour converger vers la solution. Cependant, l'analyse explicite nécessite de choisir un pas de temps d'intégration inférieur à un certain pas critique, ce qui peut rendre les analyses inefficaces en termes de temps de calcul (Bathe et al. 1998). Le logiciel ABAQUS détermine un minorant au pas de temps critique proportionnel à la longueur caractéristique du plus petit élément du maillage (Ben Ftima 2013). Or la taille caractéristique des éléments employés lors d'analyse d'ouvrages en béton est importante, ce qui permet, dans notre contexte de l'étude d'ouvrages hydrauliques, aux analyses explicites d'être réalisable en termes de temps d'analyse.

5. Il est possible que l'algorithme de la 3D-LEM soit mal conditionné pour des géométries complexes. Comme les géométries exactes des fissures ne sont pas connues, le problème est résolu en ajustant localement et légèrement la géométrie de la fissure.
6. Le troisième exemple de vérification présent au chapitre 5 (problème de blocs multiples) s'est avéré être un problème ardu pour la QSE-FEM. La géométrie de la ligne de rupture, qui présente des angles concaves, et l'application des charges qui induisent un moment de renversement, favorisent une rupture par basculement en plus du glissement, ce qui ne peut pas être étudié avec la 3D-LEM. Deux versions de ce problème ont été réalisés : blocs non liés et blocs liés. Le problème à blocs non liés aboutit à un facteur de sécurité  $SSF_{FEM}$  en accord avec la méthode de l'équilibre limite et la 3D-LEM. Le problème à blocs liés nécessite une étude plus approfondie qui sort du cadre de ce projet de maîtrise.

Suite à ce travail de recherche, quelques travaux sont en cours :

1. Un modèle structurel utilisant la QSE-FEM a été initié pour prendre en compte un modèle de matériau constitutif de béton hautement non linéaire, incluant la dégradation des propriétés mécaniques due à la RAG. Le but étant d'analyser avec un outil stable, la QSE-FEM, la stabilité des structures hydrauliques présentant un réseau de fissures multiples.
2. La modélisation des effets des travaux de réfection à l'aide de barres d'ancrages passives ou de post-tension a été entreprise.

## RÉFÉRENCES

Les références listées dans ce chapitre sont les références citées dans ce mémoire à l'exceptions de celles citées au chapitre 5. Le chapitre 5 comporte sa propre section listant les références.

Bathe, K. J., Guillermin, O., Walczak, J., & Chen, H.-Y. (1997). Advances in nonlinear finite element analysis of automobiles, *Computers & Structures*, Vol. 64, No. 5-6, pp. 881-891

Bérubé, M.-A., Durand, B., Vézina, D., & Fournier, B. (2000). Alkali-aggregate reactivity in Québec (Canada) *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 27, pp. 226-245.

Ben Ftima, M. (2013). Utilisation de la méthodes des éléments finis non linéaires pour la conception des structures en béton armé: application aux structures massives, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Bourdarot, E., Sellier, A., Multon, S., & Grimal, E. (2010). A review of continuum damage modelling for dam analysis, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 14, No. 6-7, pp. 805-822, DOI: 10.1080/19648189.2010.9693263

Bretas E.M., Léger, P., & Lemos, J.V. (2012). 3D Stability Analysis of Gravity Dams on Sloped Rock Foundations Using the Limit Equilibrium Method. *Computers & Geotechnics* Vol.44, pp. 147-156.

Comi, C., Fedeles, R., & Perego, U. (2009). A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction, *Mechanics of Materials* Vol. 41, pp. 210-230.

Du, C. (2010). Dealing with alkali-aggregate reaction in hydraulic structures, *HRW-hydro review worldwide*

- Hammah, R.E., Yacoub, T.E., & Corkum, B.C. (2005). The Shear Strength Reduction Method for the Generalized Hoek-Brown Criterion, Proc. *American Rock Mechanics Association*, 40th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS): Rock Mechanics for Energy, Mineral and Infrastructure Development in the Northern Regions, Anchorage, Alaska, June 25-29, 2005. Paper No. ARMA/USRMS 05-810, 6pp.
- Hoek, E., & Bray, J. (1980). Rock slope engineering. London, UK: *Institution of Mining and Metallurgy*, Ch. 8, pp. 199-225.
- Huang, M., & Pietruszczak, S. (1999). Modeling of thermomechanical effects of alkali-silica reaction, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol.125, No.4 pp. 476- 485.
- Jansen, R. (1988). Advanced dam engineering for design, construction, and rehabilitation. *Consulting Civil Engineer*, Van Nostrand Reinhold, New-York, Ch.16, pp 480-492. ISBN 0-442-24397-9.
- Krounis, A., Johansson, F., & Larsson, S. (2015). Effects of spatial variation in cohesion over the concrete-rock interface on dam sliding stability, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering* Vol. 7, pp. 659-667
- Leclerc, M., Léger, P. (2012). CADAM3D Manuel d'utilisateur – Version 2.23, Département des génies civil, géologique et des mines, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada.
- Manouchehrian A., & Ming C. (2016). Influence of material heterogeneity on failure intensity in unstable rock failure, *Computers and Geotechnics*, Vol. 71, pp. 237-246.

- Noor-E-Khuda, S., Dhanasekar, M., & Thambiratnam, D.,P. (2016). An explicit finite element modelling method for masonry walls under out-of-plane loading, *Engineering Structures*, Vol. 113, pp. 103-120.
- Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., & Sloan, S.W. (2015). Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques. Part I: Numerical studies considering non-associated plasticity, *Computers and Geotechnics* Vol. 70, pp. 169–177.
- Sun, G., Zheng, H., Huang, Y., & Xu H. (2015). Improved equal-K method for evaluation of stability of gravity dams against sliding along deep-failure surfaces in foundation: case study in China, *American Society of Civil Engineers, International Journal of Geotechnics*, DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000546.
- Sun, G., Zheng, H., & Liu, D-F. (2010). A three-dimensional procedure for evaluating the stability of gravity dams against deep slide in the foundation, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48 2011 421-426.
- US Army Corps of Engineers (USACE), (1981). Sliding stability for concrete structures, Engineering Technical letter No. ETL 1110-2-256, Washington, DC, 1981.
- US Army Corps of Engineer (USACE) (2005). Stability Analysis of Concrete Structures, Engineering and Design, Report No EM 1110-2-2100 2005.
- Wei, W.B., Cheng, Y.M., & Li, L. (2009). Three-dimensional slope failure analysis by the strength reduction and limit equilibrium methods, *Computers and Geotechnics* Vol. 36, pp. 70–80.

Chen, Y., Zhang, Lin., Yang, G., Dong, J., & Chen, J. (2012). Anti-sliding stability of a gravity dam on complicated foundation with multiple structural planes, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* Vol. 55, pp. 151–156.

Zhang, Y., & Li, X. (2009). Finite element analysis of the stability of tunnel surrounding rock with a weak rock layer, Canadian Center of Science and Education, *Modern Applied Science Journal*, Vol.3, No.12, pp 22- 27.

Zheng H, (2012). A three-dimensional rigorous method for stability analysis of landslides, *Engineering Geology*, Vol. 144-145, pp. 30-44