

**Titre:** Modélisation non linéaire du galop en rotation pour des cylindres  
rectangulaires  
Title: rectangular galloping in rotation for rectangular cylinders

**Auteur:** Jacques Garapin  
Author: Jacques Garapin

**Date:** 2016

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Garapin, J. (2016). Modélisation non linéaire du galop en rotation pour des cylindres rectangulaires [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/2344/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2344/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Stéphane Étienne, & Dominique Pelletier  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION NON LINÉAIRE DU GALOP EN ROTATION POUR DES  
CYLINDRES RECTANGULAIRES

JACQUES GARAPIN  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
OCTOBRE 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION NON LINÉAIRE DU GALOP EN ROTATION POUR DES  
CYLINDRES RECTANGULAIRES

présenté par : GARAPIN Jacques  
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GOSSELIN Frédéric, Doctorat, président

M. ÉTIENNE Stéphane, Doctorat, membre et directeur de recherche

M. PELLETIER Dominique, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. BÉGUIN Cédric, Ph. D., membre

## DÉDICACE

À “*Convention*”

## REMERCIEMENTS

Ma gratitude va en premier lieu à Stéphane Étienne pour sa direction efficace et attentive, la grande liberté qu'il m'a laissée dans la façon de m'organiser, ainsi que la rapidité et la justesse de ses conseils lorsque j'en avais besoin. Un grand merci aussi à Cédric Béguin, qui répondait toujours à mes questions variées - et parfois quotidiennes - et qui forme avec Stéphane un binôme de travail que j'ai beaucoup apprécié. Je souhaite remercier aussi Dominique Pelletier d'avoir accepté d'être mon co-directeur de recherche, et de s'être intéressé aux problèmes que j'ai pu rencontrer sur l'utilisation du code de calcul.

Le début de cette maîtrise aurait été beaucoup plus laborieux sans "l'héritage" reçu de Jean-Baptiste Frigo sur la meilleure façon de mener des simulations numériques, et sur les mille subtilités de CADYF, Amiral, Gmsh, Tria2D... Merci à lui d'avoir pris du temps pour me transmettre son expérience.

Merci aussi à Alexander Hay : sans ses conseils et ses petits scripts Bash, je ne serais probablement pas venu à bout des quelques 1300 cas différents à étudier...

La bonne ambiance quotidienne était très appréciable toute cette année, merci à Jean-Baptiste, Adrien, Martin, Étienne, Victor, Guillaume et Francis d'en avoir été les garants.

Enfin et surtout, merci à Axelle pour sa patience, et à mes parents et amis pour leur curiosité et leur soutien.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire étudie un phénomène physique dont la nature est encore mal connue : le galop en rotation, ou en torsion. Il s'agit d'une instabilité qui peut apparaître lorsqu'un cylindre de section non circulaire est placé dans un écoulement transversal. Suivant les paramètres de l'écoulement et la forme du cylindre, on observe qu'il peut entrer en vibrations, en rotation autour de son axe central. Cette instabilité est évidemment une limitation pour des projets industriels, qui recherchent le plus souvent une grande stabilité des structures.

On cherche dans ce travail à modéliser ce phénomène le plus simplement et justement possible. Des travaux précédents donnent des conclusions différentes sur la nature du galop en torsion, et expliquent son apparition par des raisons physiques variées. On cherche donc à explorer ces différentes hypothèses (phénomène quasi-statique, effets d'histoire...) pour vérifier leur validité. On construit un modèle à partir d'expériences numériques bidimensionnelles, en utilisant un code éléments finis pour les problèmes couplés entre fluide et solide. De nombreux cas sont étudiés, trois géométries ont été retenues pour cette étude (le carré, et deux rectangles).

La plus grosse partie du travail n'est pas dans l'obtention des résultats expérimentaux, mais dans leur traitement théorique. Un modèle relativement simple existe déjà, et est utilisé comme critère pour prédire l'apparition du galop en rotation. Nous utilisons ce modèle comme point de comparaison. On introduit trois grandeurs déterminantes, classiques en mécanique : la raideur, l'amortissement et l'inertie ajoutées par le fluide. Nous modélisons ensuite ces grandeurs à partir de nos résultats expérimentaux. Dans le cas d'une section carrée, on voit qu'on peut développer un modèle qui se rapproche du précédent, bien qu'il soit plus complet. On constate aussi que l'inertie ajoutée est négligeable. Ce modèle adapté aux sections carrées n'est pas valide sur les sections rectangulaires, ce qui montre les limitations du critère existant, et améliore la compréhension du phénomène.

Les conclusions de ce travail ont donc un réel intérêt pour la recherche et l'industrie : on comprend qu'un critère simple ne peut pas être appliqué de façon générale, et on cerne mieux les origines du galop en torsion.

## ABSTRACT

We studied a mechanical instability that is still hard to understand precisely, the rotational (or torsional) galloping. This instability can occur when a non-circular cylinder is located in a cross-flow. Depending on the shape of the cylinder and the angle of attack of the fluid, the cylinder can vibrate in rotation around its central axis. This is an obvious limitation to industrial projects, in which structures are often thought to be as stable as possible.

In this paper, we build the simplest model we can. Previous works had different conclusions and mechanical explanations about the reasons for rotational galloping. We investigate the usual hypotheses (quasi steady phenomenon, history effects...) to ensure they make sense in this problem. We build our model from numerical two-dimensional experiments, using a finite-element method for fluid-structure problems. Many experiments are implemented, on the three sections we have chosen at the beginning of the project: a square and two different rectangles.

The main part of the work is to process experimental data, and to find a theoretical formulation to explain our results. A simple model was developed in the last few years, and is used as a criterion to predict occurrence of the rotational galloping. We base our theory on this model, and introduce added stiffness, damping and inertia. We build a model for these three classical quantities, from our numerical experiments. For the square section, we develop the existing model, which is found to be a simplification of a general model. We also show that added inertia is negligible. However, the model built for a square section is not valid for rectangular sections. It shows the limitation of the simple model used for industrial purposes, and allows a better understanding of the phenomenon.

Conclusions of this work have a real industrial and theoretical interest. We understand that a simple criterion cannot probably be used in a general way on various shapes.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
NOMENCLATURE . . . . .	xii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xiv
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Définitions et concepts de base . . . . .	1
1.2 Problématique . . . . .	2
1.3 Objectifs de recherche . . . . .	3
1.4 Plan du mémoire . . . . .	3
 CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	4
 CHAPITRE 3 MISE EN ÉQUATIONS . . . . .	7
3.1 Analyse dimensionnelle . . . . .	7
3.2 Hypothèse quasi-statique . . . . .	8
3.3 Formulation initiale du problème . . . . .	9
3.3.1 Hypothèses de Blevins . . . . .	10
 CHAPITRE 4 MESURE DU MOMENT PAR SIMULATION NUMÉRIQUE . . . . .	12
4.1 Simulations numériques . . . . .	12
4.1.1 Paramètres de calcul . . . . .	12
4.1.2 Géométrie et maillage . . . . .	13
4.1.3 Etude de convergence . . . . .	15

4.2 Cas statique . . . . .	18
4.3 Ecoulements stationnaires . . . . .	20
4.4 Mouvements forcés . . . . .	22
4.4.1 Lois de mouvements . . . . .	22
4.4.2 Filtrage des résultats expérimentaux . . . . .	23
 CHAPITRE 5 DÉVELOPPEMENT LIMITÉ D'ORDRE 2 . . . . .	27
5.1 Construction du modèle . . . . .	27
5.2 Comparaison avec l'expérience . . . . .	30
5.2.1 Quantification des effets d'histoire . . . . .	30
5.2.2 Mise en oeuvre du modèle . . . . .	33
5.2.3 Discussion . . . . .	35
5.2.4 Conclusion . . . . .	36
 CHAPITRE 6 DISCUSSION SUR LE CARRÉ . . . . .	37
6.1 Emploi de la loi sinusoïdale . . . . .	37
6.2 Comparaison avec l'expérience . . . . .	41
6.3 Raisonnement énergétique . . . . .	44
6.4 Simulation de cas libres . . . . .	45
6.5 Conclusion . . . . .	49
 CHAPITRE 7 DISCUSSION SUR LES RECTANGLES . . . . .	50
7.1 Invalidation du critère de Blevins . . . . .	50
7.2 Cas libres . . . . .	52
7.3 Conclusion . . . . .	56
 CHAPITRE 8 CONCLUSION . . . . .	58
8.1 Synthèse des travaux . . . . .	58
8.2 Cadre du projet et contribution à la science . . . . .	59
8.3 Limitations de la solution proposée . . . . .	59
8.4 Améliorations futures . . . . .	60
 RÉFÉRENCES . . . . .	61
ANNEXES . . . . .	64

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 6.1	Valeurs expérimentales des coefficients du modèle . . . . .	38
Tableau 7.1	Zones les plus favorables à l'instabilité, à faible raideur structurelle. .	56

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	<i>Riser</i> avant remorquage et installation. . . . .	2
Figure 2.1	Angle d'incidence apparent pour un cylindre en translation . . . . .	4
Figure 2.2	Système choisi par van Oudheusden pour l'étude du galop en torsion (tiré de van Oudheusden (2000)) . . . . .	6
Figure 3.1	Notations du problème . . . . .	7
Figure 4.1	Vue globale du maillage, pour un cylindre de section carrée ( $R = 1$ ) .	14
Figure 4.2	Zones définissant le raffinement du maillage . . . . .	14
Figure 4.3	Déformation maximale du maillage. . . . .	16
Figure 4.4	Erreur relative sur la mesure du moment en fonction du nombre de noeuds, pour les trois géométries étudiées. . . . .	17
Figure 4.5	Coefficient de moment, ou raideur fluide, $C_\theta$ , issu des mesures statiques	19
Figure 4.6	Apparition du relâché tourbillonnaire au delà d'un certain angle d'amplitude, $Re = 200$ . . . . .	21
Figure 4.7	Comparaison des deux lois de mouvement, $U_R = 40$ , $\Theta = 25^\circ$ . . . . .	23
Figure 4.8	Mesure du moment et analyse fréquentielle pour $R = 1$ , $Re = 200$ , $U_R = 40$ , $\theta = 5^\circ$ , $\Theta = 15^\circ$ . . . . .	24
Figure 4.9	Moment exercé par le fluide en fonction de l'angle, pour différents angles $\theta_e$ et différentes amplitudes $\Theta$ . . . . .	25
Figure 5.1	Composante du coefficient d'amortissement $C_{D\theta}$ indépendante de la vitesse. . . . .	29
Figure 5.2	Coefficients du développement limité en vitesse de l'amortissement. .	31
Figure 5.3	Histoires d'écoulement différentes pour une même position. . . . .	32
Figure 5.4	Détermination d'une courbe moyenne, pour un régime établi, à partir des expériences à $\theta_e$ différents ( $R = 1$ , $Re = 100$ , $U_R = 40$ , $\Theta = 25$ ). .	33
Figure 5.5	Reconstruction du moment à partir du modèle (trait pointillé, voir Eq. 5.7) et comparaison avec les données filtrées (trait plein fin). On visualise la superposition des données filtrées, et l'écart au coefficient statique (courbe avec marqueurs) . . . . .	34
Figure 6.1	Comparaison entre l'amortissement et la dérivée du coefficient de raideur. $U_R = 40$ . . . . .	38
Figure 6.2	Ajustement affine de la dérivée du coefficient de raideur sur les valeurs d'amortissement mesurées. . . . .	40

Figure 6.3	Reconstruction du moment fluide sur tout le cycle à partir du modèle (trait pointillé) et comparaison avec l'expérience (trait plein), $U_R = 40$ .	42
Figure 6.4	Reconstruction du moment fluide sur tout le cycle à partir du modèle (trait pointillé) et comparaison avec l'expérience (trait plein), $U_R = 80$ .	43
Figure 6.5	Transfert d'énergie entre le solide et l'écoulement, suivant l'aire des boucles et le sens de parcours.	45
Figure 6.6	Paramètres de mouvement libre utilisés comme éléments de comparaison (données issues d'une simulation numérique, $R = 1$ , $Re = 100$ , $U_R = 40$ )	46
Figure 6.7	Cas libres : prédiction de la zone d'instabilité, de l'amplitude d'oscillation, de l'angle moyen et de la vitesse réduite, $U_R = 40$ . Comparaison avec l'expérience (points, en rouge)	47
Figure 6.8	Cas libres : prédiction de la zone d'instabilité, de l'amplitude d'oscillation, de l'angle moyen et de la vitesse réduite, $U_R = 80$ . Comparaison avec l'expérience (points, en rouge)	48
Figure 7.1	Comparaison entre l'amortissement ( $F(\theta)$ ) et la dérivée du coefficient de raideur.	51
Figure 7.2	Positions d'équilibre et stabilité suivant la raideur structurelle ( $\theta_i = 10^\circ$ , $R = 10$ , $Re = 100$ ). * = équilibre stable, o = équilibre instable.	53
Figure 7.3	Oscillations libres en fonction du temps, pour des angles d'attaque initiaux variables	54
Figure 7.4	Zones d'instabilité (observation expérimentale), qui correspondent à un amortissement négatif (trait pointillé). Comparaison avec la dérivée du coefficient de moment.	55

## NOMENCLATURE

### Paramètres du solide

$D$	Taille caractéristique de la section du cylindre
$\ell$	Largeur du cylindre
$\rho_s$	Masse volumique du solide
$M_\theta$	Moment fluide sur la section, autour de son axe central
$c_s$	Amortissement structurel
$k_s$	Raideur structurelle
$I$	Inertie de la section par unité de longueur
$\theta_i$	Angle initial, pour lequel la section ne subit aucun moment
$\theta_e$	Angle d'équilibre dans l'écoulement
$\Theta$	Amplitude du mouvement forcé
$\omega_n$	Pulsation naturelle

### Paramètres du fluide

$U$	Vitesse transverse
$\rho_f$	Masse volumique du fluide
$\mu_f$	Viscosité du fluide

## Nombres adimensionnels

$Re = \rho_f U D / \mu_f$	Nombre de Reynolds
$St = D / UT$	Nombre de Strouhal associé à une période $T$
$R = D / \ell$	Rapport d'aspect d'une section rectangulaire
$t_s = \omega_n t$	Temps solide
$t_f = Ut/D$	Temps fluide
$U_R = 2\pi t_f / t_s$	Vitesse réduite
$m^* = \rho_s / \rho_f$	Masse réduite
$k_s^* = 2k_s / \rho_f U^2 D^2$	Nombre de raideur
$\zeta = c_s / 2\sqrt{k_s I}$	Rapport d'amortissement structurel
$I^* = I / \rho_f D^4$	Nombre d'inertie
$C_\theta$	Coefficient de moment
$K_\theta$	Raideur ajoutée
$C_{D\theta}$	Amortissement ajouté
$I_\theta$	Inertie ajoutée

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	CALCUL DU MOMENT - ÉLÉMENTS ISOPARAMÉTRIQUES . . .	64
----------	--	----

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

La question que nous abordons dans ce mémoire provient de l'ingénierie marine, et de la recherche appliquée qu'elle demande. Il a été observé que des structures immergées (typiquement, des *risers* de plate-forme pétrolière utilisés pour remonter les hydrocarbures en surface, comme celui représenté sur la figure 1.1) sont susceptibles d'entrer en rotation, donc de subir des efforts importants (spécialement aux points d'accroche) qui peuvent mener à des incidents. Ces structures possèdent rarement une symétrie axiale, elles sont par exemple constituées de différents tubes cylindriques assemblés. Suivant l'angle d'incidence du courant marin, le moment exercé est différent, et, dans certains cas qu'il est actuellement difficile de prédire, une instabilité apparaît. La demande industrielle est forte pour comprendre les raisons physiques de telles oscillations, la façon de les corriger ou de dimensionner les structures en conséquence. Ce problème est un exemple typique des interactions fluide-structures, qui sont étudiées depuis de nombreuses années.

### 1.1 Définitions et concepts de base

Selon les auteurs (en particulier Naudascher and Rockwell (1993); Blevins (1990); de Langre (2002)), on peut classifier les instabilités en interaction fluide-structures de différentes façons, en fonctions des paramètres du problème, et de la source de l'instabilité :

- les interactions dues à une instabilité du fluide environnant, comme les vibrations induites par le relâché tourbillonnaire en aval d'un cylindre.
- les interactions induites par les conditions extérieures (écoulement instationnaire, turbulence, houle...)
- les interactions induites par le mouvement du solide sous un écoulement stationnaire. On peut les diviser en deux catégories : les instabilités statiques obtenues lorsque la raideur du système devient négative (le système s'éloigne de sa position d'équilibre jusqu'au bris ou à une stabilisation à autre point d'équilibre lié à la non-linéarité du système). Les instabilités dynamiques apparaissent quant à elles lorsque l'amortissement est négatif. Les oscillations sont amplifiées jusqu'à un cycle limite déterminé par la non-linéarité du problème, ou jusqu'à la ruine de la structure.

Pour savoir où se trouve le galop dans cette classification, il faut savoir quelle en est la cause, et comment formaliser le problème. Cela serait l'objectif de ce travail, si un objectif si large était réaliste. On sait néanmoins que la fréquence de galop est bien inférieure à celle des phénomènes fluides environnants, et que l'amplitude du mouvement est importante comparée



Figure 1.1 *Riser* avant remorquage et installation.

à la taille caractéristique du solide. Il peut se développer dans un écoulement stationnaire.

En pratique, le mouvement est très souvent une combinaison de translation et de rotation, mais on va chercher à séparer les deux composantes. Si le mouvement principal est une oscillation transverse par rapport au fluide, on parle de galop en translation. Historiquement, l'étude du galop a commencé par l'observation des vibrations de grande amplitude des lignes électriques couvertes de glace. Dans ce cas, la perte de symétrie axiale due au dépôt de glace rend possible l'instabilité. Le cas qui retient notre attention est celui du galop en rotation, lorsque le mouvement principal est une rotation du solide autour de son axe. Il est sans doute plus difficilement observable, mais on a vu qu'il pose des limitations dans le domaine de l'ingénierie *offshore*. Là encore, il faut que le cylindre ne soit pas à symétrie de révolution pour que l'instabilité soit susceptible d'apparaître.

Dans ce travail, comme dans de nombreuses études en interaction fluide-structures (et conformément à la définition géométrique), on parle de “cylindre” quelque soit la forme de la section.

## 1.2 Problématique

On verra plus loin que, à ce jour, le galop en torsion est prédit par un modèle quasi-statique simple, issu d'un modèle qui ne fait pas l'unanimité dans la communauté scientifique. Des

expériences montrent la limitation de ce modèle, et nous font nous poser la question suivante : dans quelle mesure peut-on construire un modèle simple pour prédire l'apparition du galop en torsion, et les paramètres du mouvement qui en résulte ?

### 1.3 Objectifs de recherche

Vu l'état des connaissances actuelles et des besoins industriels, on cherche à :

- proposer une méthode pour prédire les configurations instables au plus faible coût expérimental
- améliorer la compréhension des causes du galop en rotation
- prédire le type de mouvement qui résulte de l'instabilité (amplitude, fréquence, stabilité...)

Pour cela, on dispose essentiellement des outils de simulation numérique. Le but n'est pas encore de les utiliser au minimum, mais de les utiliser pour être capable de comprendre le phénomène, et de trouver une façon de les utiliser le plus justement possible ensuite. Si des expériences simples et peu coûteuses sont suffisantes, il est intéressant de déterminer leur nature et leur efficacité. A terme, on souhaiterait être capable de prédire les plages d'instabilité à partir d'expériences statiques (en soufflerie, ou numériques).

### 1.4 Plan du mémoire

Une revue de littérature suit cette introduction, et prépare la mise en équation du problème. Le chapitre 4 donne les caractéristiques de nos simulations numériques, des géométries étudiées, et présente les premiers résultats. On développe ensuite au chapitre 5 un modèle qui se veut très général, avant de l'appliquer à différentes géométries dans les chapitres 6 et 7 pour comprendre les simplifications qu'on peut y apporter. Dans chacun de ces deux chapitres, on explique d'où proviennent les données expérimentales, la façon de les traiter, on compare notre modélisation avec d'autres expériences, pour conclure sur la validité de notre modèle. Enfin, le dernier chapitre conclut l'ensemble du travail.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

De multiples approches ont été utilisées pour comprendre et modéliser les efforts induits par un écoulement sur un cylindre mobile, problème très étendu par le nombre des paramètres qui le caractérisent. Notre étude porte sur le cas particulier d'un cylindre en rotation pure dans un écoulement de faible nombre de Reynolds. On se place aussi dans l'hypothèse des hautes vitesses réduites, c'est-à-dire que le temps caractéristique pour que le fluide contourne le solide ( $t_f = Ut/D$ ) est beaucoup plus petit que le temps caractéristique du mouvement du solide ( $t_s = \omega_n t$ ). On développe cette hypothèse dans le chapitre suivant.

L'étude du galop en rotation pure se base sur celle du galop transverse, car son approche est plus simple et permet de mettre en forme le problème. La première approche qui fait référence est celle de Den Hartog : lorsqu'un solide se déplace dans un écoulement, dans l'hypothèse où la vitesse du solide est faible devant celle du fluide, il se crée un angle d'incidence apparent  $\alpha$ , comme illustré sur la figure 2.1.

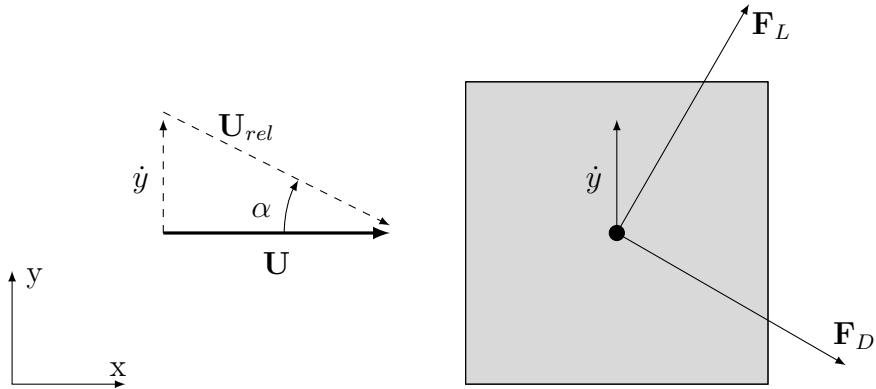


Figure 2.1 Angle d'incidence apparent pour un cylindre en translation

En calculant les forces de portance et de traînée selon cet angle incidence, le critère de Den Hartog prédit l'instabilité en galop transverse : “*une section est dynamiquement instable si la pente négative de la courbe de portance est plus grande que l'ordonnée de la courbe de traînée*” (den Hartog (1956), notre traduction), soit mathématiquement :

$$\frac{dF_L}{d\alpha} + F_D < 0 \quad (2.1)$$

Cette notion d'angle apparent est ensuite transposée au galop en rotation, avec quelques modifications (Blevins, 1990; Païdoussis et al., 2010). En rotation, l'angle apparent dépend

du point du solide, et de sa vitesse. Pour garder un angle apparent unique, Blevins choisit un point de référence, à une distance  $L$  du point de pivot. Son raisonnement, qui n'est pas reproduit ici mais dont on pourra se faire une idée au début du chapitre 3 (ou à la lecture de Blevins (1990)), aboutit sur le critère suivant : la section est susceptible d'être instable en rotation si

$$\frac{\partial C_\theta}{\partial \alpha} < 0, \text{ où } C_\theta \text{ est le coefficient de moment.} \quad (2.2)$$

Païdoussis reprend le raisonnement en choisissant cette fois un rayon de référence, suivant la section étudiée. Par ailleurs, ce rayon est défini par rapport au centre de torsion. Van Oudheusden utilise un système différent pour étudier le galop en rotation, bien que le mouvement observé puisse plutôt s'apparenter à du galop transverse (van Oudheusden, 2000).

Dans son montage (voir Figure 2.2), le moment au centre de torsion est principalement créé par les forces de portance et de trainée, ce qui rend négligeables les contributions au moment des forces élémentaires à la surface du cylindre. En cela, ce travail s'éloigne de ce que nous cherchons à modéliser, car il peut exister un moment non nul même si les forces globales de portance et de traînée sont nulles, ce qui n'est pas pris en compte par Oudheusden. On constate également que dans son montage, les mouvements de rotation et de translation sont couplés. Il ne considère pour autant qu'un seul degré de liberté. Le problème est abordé différemment selon le nombre de degrés de liberté considérés, et de nombreux modèles ont été mis en place pour adapter le critère de Den Hartog à des systèmes à plusieurs degrés de liberté (Blevins and Iwan, 1974; McComber and Paradis, 1998; Gjelstrup and Georgakis, 2011; Nikitas and Macdonald, 2014; He and Macdonald, 2015).

Notre étude se concentre sur un cylindre de section carrée ou rectangulaire, qui a été le sujet de nombreuses recherches (voir entre autres Norberg (1993); Robertson et al. (2003); Yoon et al. (2012); Béguin et al. (2015)), à cause de sa simplicité, de sa capacité à développer une instabilité, et de son usage très répandu dans l'industrie. Robertson étudie les instabilités d'une section rectangulaire (rapports d'aspect de 1, 1.5, 2, 3, 4 et 5) dans un écoulement à  $Re = 250$ . Il reproduit le raisonnement de Blevins en choisissant un rayon de référence égal à la moitié de la longueur du rectangle, et considère que c'est le bord d'attaque de la section qui détermine l'angle équivalent. Ses simulations numériques de galop en torsion confirment le critère de Blevins, pour un angle d'incidence nul uniquement. A cet angle d'incidence, toutes les sections sont susceptibles d'être instables, et toutes entrent en oscillation.

Toute notre étude est faite en deux dimensions, pour des raisons de simplicité et de coûts en calcul numérique. Cependant, des phénomènes purement tridimensionnels existent dans le sillage d'un cylindre (étirement tourbillonnaire, mode de vibration du cylindre...), qui peuvent influencer les résultats obtenus en deux dimensions (voir de Langre, 2002; Yoon et al., 2012;

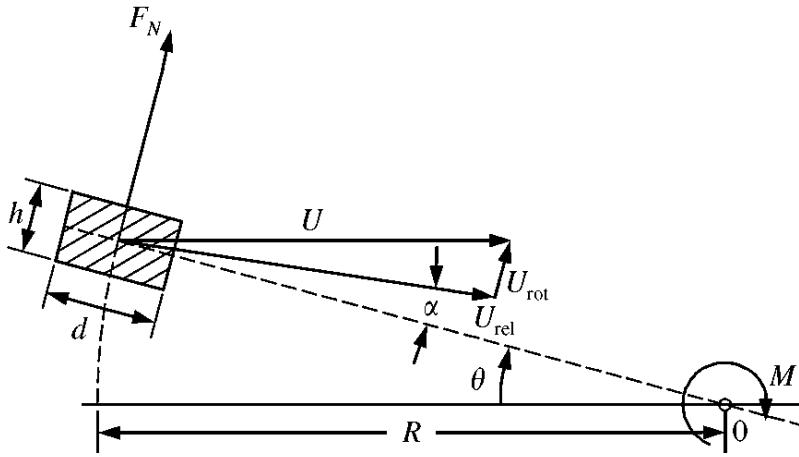


Figure 2.2 Système choisi par van Oudheusden pour l'étude du galop en torsion (tiré de van Oudheusden (2000))

Frigo, 2016). On reviendra sur les conséquences de ces phénomènes tridimensionnels au cours de ce mémoire, lorsqu'elles seront observées. Néanmoins, on précise ici que pour les nombres de Reynolds considérés dans notre étude ( $Re = 100, 200$ ), les écarts entre des études 2D et 3D sont suffisamment faibles pour qu'il soit pertinent de construire un premier modèle semi-empirique sur des données 2D. Le gain possible en précision obtenu par des expériences tridimensionnelles ne justifie pas pour l'instant le coût et la complexité supplémentaires de telles expériences numériques.

Le problème d'un cylindre dans un écoulement, avec angle d'attaque fluctuant, se rencontre enfin dans le domaine aéronautique. Même si ce champ d'application n'est pas exactement ce qui motive l'étude du galop en torsion, des résultats similaires sont observés : pour un angle et une vitesse de rotation données, on mesure une augmentation de la portance de l'aile, au delà de sa valeur à vitesse de rotation nulle (voir Leishman, 2006), puis une chute de la portance. On parle de décrochage dynamique lorsqu'on s'intéresse à la portance, mais nous observons des résultats similaires avec le moment fluide (voir la sous section 4.4.2). D'indénombrables études ont été menées sur le problème du décrochage dynamique d'une aile d'avion ou d'une pale d'hélicoptère (voir par exemple Sheng and Galbraith (2006); Geissler and Haselmeyer (2006); Wang et al. (2010)), mais l'approche utilisée et les paramètres du problème diffèrent entre ces travaux et notre étude.

### CHAPITRE 3 MISE EN ÉQUATIONS

Le but est de mettre en place un modèle de prédiction du moment exercé par un fluide en mouvement sur un cylindre immergé, afin de prédire l'apparition du galop en rotation. Le cylindre ne possède qu'un seul degré de liberté, la rotation d'un angle  $\theta$  autour de son axe central. On représente en figure 3.1 les conventions géométriques retenues.

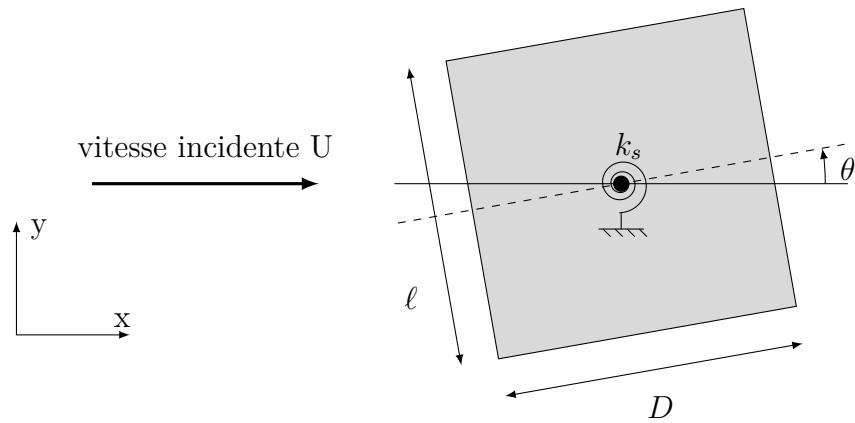


Figure 3.1 Notations du problème

### 3.1 Analyse dimensionnelle

Notre problème dépend de 11 variables dimensionnelles :

- le temps  $t$
- la longueur  $D$  du cylindre
- la largeur  $\ell$  du cylindre
- la densité du solide  $\rho_s$
- la raideur structurelle  $k_s$
- l'amortissement structurel  $c_s$
- l'inertie de la section par unité de longueur  $I$
- le moment fluide  $M_\theta$  au centre de rotation
- la vitesse du fluide  $U$
- la masse volumique du fluide  $\rho_f$
- la viscosité du fluide  $\mu_f$

On définit aussi la pulsation naturelle du solide comme  $\omega_n = \sqrt{k_s/I}$ . Selon de théorème de Vaschy-Buckingham, on peut introduire  $11 - 3 = 8$  nombres sans dimension pour traiter le problème. On choisit les nombres suivants :

- le temps solide  $t_s = \omega_n t$
- le moment adimensionnel  $M = \frac{M_\theta}{1/2\rho_f U^2 D^2}$
- le rapport d'aspect du cylindre  $R = D/\ell$
- le rapport d'amortissement structurel  $\zeta = c_s/2\sqrt{k_s I}$
- le nombre d'inertie  $I^* = I/\rho_f D^4$
- la masse réduite, ou ratio de masse  $m^* = \rho_s/\rho_f$
- la vitesse réduite, qui est le rapport entre la durée des phénomènes fluides et le temps solide,  $U_R = 2\pi \frac{Ut/D}{\omega_n t} = \frac{2\pi U}{\omega_n D}$ .
- le nombre de Reynolds  $Re = \rho_f U D / \mu_f$ , qui compare les effets inertIELS aux effets visqueux dans l'écoulement.

Les 3 derniers nombres sont très classiques pour les problèmes d'interaction fluide-structure. Ce sont les paramètres les plus importants pour notre étude, on discutera de leur influence en conclusion de ce travail.

### 3.2 Hypothèse quasi-statique

L'immense majorité des travaux antérieurs sur le galop se base sur l'hypothèse suivante : pour un angle et une vitesse donnés, “*les efforts sur la structure sont déterminés uniquement par la vitesse relative instantanée*” (Blevins (1990), notre traduction). Cela signifie que le solide *semble* immobile du point de vue du fluide, et que l'histoire de l'écoulement n'influence pas les efforts à l'instant considéré. Pour que cette hypothèse, dite hypothèse quasi-statique, soit vérifiée, le temps caractéristique du mouvement du solide doit être très supérieur au temps fluide, soit :

$$t_s = \frac{2\pi}{\omega_n} \gg t_f = \frac{D}{U St} \quad (3.1)$$

où  $St$  est le nombre de Strouhal. Pour un cylindre carré ou circulaire, il est connu (Zdravkovich (2003); Norberg (1993)) que le nombre de Strouhal caractéristique du relâché tourbillonnaire dépend très peu du nombre de Reynolds, avec  $St \sim 0.2$ . Ainsi, l'hypothèse quasi-statique est légitime pour :

$$U_R = \frac{2\pi U}{\omega_n D} \gg \frac{1}{St} \text{ soit } U_R \gg 5 \quad (3.2)$$

Cette valeur est cependant encore discutée, selon la forme du cylindre (Bearman et al., 1987; Piccardo et al., 2014). L'hypothèse quasi-statique simplifie grandement le problème,

elle est fondamentale dans le critère de Den Hartog et permet une bonne prédiction du galop transverse. En revanche, son emploi dans l'étude du galop en torsion fait débat. (Nakamura and Mizota, 2006; Nakamura, 1979; Washizu et al., 1980; Blevins, 1990; Païdoussis et al., 2010). En particulier, Nakamura (1979) ne détecte pas de galop pour un carré à incidence nulle, contrairement à ce que prédit le modèle quasi-statique de Blevins. Il remet donc en cause cette hypothèse, et évoque l'existence d'effets d'histoire, qui seraient déterminants pour l'apparition du galop. Mais des expériences similaires à celle de Nakamura ont été faites à Polytechnique Montréal, et leurs conclusions sont différentes, puisque le galop en rotation apparaît à  $\theta = 0$ . Ainsi, on tente de restaurer cette hypothèse quasi-statique, et de développer une formulation mathématique du problème pour conclure sur sa vraie nature.

### 3.3 Formulation initiale du problème

Dans l'hypothèse quasi-statique, on considère que le moment fluide total  $M_T$  s'exprime de la façon suivante :

$$M_T = M_{RT} + M_\theta \quad (3.3)$$

où  $M_{RT}$  est le moment induit par le relâché tourbillonnaire, et

$$M_\theta(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, Re) = \rho_f D^2 \left[ \frac{U^2}{2} C_\theta(\theta) - U D C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}, Re) \dot{\theta} - D^2 I_\theta(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, Re) \ddot{\theta} \right] \quad (3.4)$$

On supposera que l'interaction entre le relâché tourbillonnaire et le mouvement du solide est faible, et que le moment total est la somme des moments, comme exprimé dans l'équation 3.3.

Ainsi, par définition, toute la dépendance du moment à la position angulaire du cylindre est incluse dans le terme de raideur  $C_\theta$ , la dépendance à la vitesse dans le terme d'amortissement  $C_{D\theta}$  et la dépendance à l'accélération dans l'inertie  $I_\theta$ . Les variables qui servent à définir la raideur, l'amortissement et l'inertie sont cohérentes avec les définitions qu'on en donne : si la raideur dépendait par exemple de la vitesse, alors la contribution de ce terme au moment global pourrait être prise en compte dans l'amortissement. Il en va de même pour les deux autres paramètres. Etant donné que la fréquence naturelle du cylindre est très éloignée de celle du relâché tourbillonnaire, on ne considérera pas son effet, puisque l'amplitude de la réponse est en  $1/(\omega_n^2 - \omega_{RT}^2)$ . Ainsi, le cylindre est soumis à un moment par unité de longueur  $M_\theta$ , son mouvement de rotation est régi par l'équation :

$$I[\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2(\theta - \theta_i)] = M_\theta \quad (3.5)$$

où  $I$  est l'inertie par unité de longueur,  $\zeta$  l'amortissement structurel,  $\omega_n$  la pulsation naturelle et  $\theta_i$  l'angle initial, auquel la structure n'exerce pas de moment sur le cylindre. On définit l'angle d'équilibre  $\theta_e$  par la relation :

$$I\omega_n^2(\theta_e - \theta_i) = M_\theta(\theta_e) \quad (3.6)$$

On déduit des équations 3.4 et 3.5 l'équation globale du mouvement :

$$\left(1 + \frac{I_\theta}{I^*}\right)\ddot{\theta} + 2\omega_n \left(\zeta + C_{D\theta} \frac{U_R}{4\pi I^*}\right)\dot{\theta} + \omega_n^2 \left(1 + \frac{U_R^2}{8\pi^2 I^*} K_\theta(\theta, \theta_e)\right)(\theta - \theta_e) = 0 \quad (3.7)$$

avec

$$K_\theta(\theta, \theta_e) = -\frac{C_\theta(\theta) - C_\theta(\theta_e)}{\theta - \theta_e} = -\frac{\partial C_\theta}{\partial \theta} \quad (3.8)$$

L'équation 3.7 fait apparaître les critères d'instabilité :

- une divergence statique se produit quand la raideur totale est négative : cela se produit quand  $K_\theta < -\frac{8\pi^2 I^*}{U_R^2}$ , soit  $\frac{\partial C_\theta}{\partial \theta} > \frac{2k_s}{\rho_f U^2 D^2}$ . On illustre cela à la fin de ce mémoire, en Figure 7.2. Le cylindre atteint une nouvelle position d'équilibre, déterminée par les termes non-linéaires.
- les oscillations apparaissent pour un amortissement global négatif, ce qui nécessite d'avoir  $C_{D\theta}(\theta_e) < 0$ . Le mouvement oscillant atteint un cycle limite, déterminé par les termes non-linéaires.

### 3.3.1 Hypothèses de Blevins

Le modèle de galop en torsion développé par Blevins se base sur l'existence d'un angle d'attaque équivalent  $\alpha$  qui dépend de la position et de la vitesse angulaire (voir Blevins, 1990), selon la relation suivante :

$$\alpha = \theta - \frac{L\dot{\theta}}{U} \quad (3.9)$$

où  $L$  est une longueur caractéristique du problème. Dans le cas d'un cylindre de section rectangulaire, Blevins choisit  $L$  comme la distance entre le bord d'attaque et le point de pivot. Par ailleurs, Blevins fait l'hypothèse que le moment imposé au cylindre en mouvement est égal à celui qu'il subirait à vitesse nulle, avec un angle d'attaque  $\alpha$  :

$$M_\theta(\theta, \dot{\theta}) = M_\theta(\alpha, 0) = \frac{1}{2}\rho_f U^2 D^2 C_\theta(\alpha) \quad (3.10)$$

Dans le cadre de petites oscillations, on effectue le développement en séries de Taylor de  $C_\theta(\alpha)$  :

$$C_\theta(\alpha) = C_\theta(\theta_e) + \left( \theta - \theta_e - \frac{L\dot{\theta}}{U} \right) \frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta_e) \quad (3.11)$$

Par identification entre l'équation 3.4 et l'équation 3.10 dans laquelle on injecte le développement précédent, on remarque que l'amortissement peut être relié à la raideur par la relation suivante :

$$C_{D\theta}(\theta_e, \dot{\theta}, Re) = \frac{L}{2D} \frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta_e, Re) \quad (3.12)$$

Ainsi, la condition nécessaire du galop en rotation devient :

$$\frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta_e) < 0 \quad (3.13)$$

Par la suite, c'est cette condition que l'on désigne par "critère de Blevins". La mesure du coefficient de moment  $C_\theta(\theta)$  est relativement simple à obtenir à partir d'expériences statiques en soufflerie, ou par simulation numérique. Ainsi, le critère de Blevins semble prédire de façon simple la zone d'instabilité pour une géométrie donnée.

## CHAPITRE 4 MESURE DU MOMENT PAR SIMULATION NUMÉRIQUE

### 4.1 Simulations numériques

Afin de mesurer les efforts du fluide sur le cylindre, on réalise des simulations numériques à l'aide du code éléments finis CADYF, spécialement conçu dans le laboratoire du Pr. Dominique Pelletier pour les problèmes d'interactions fluide-structures. Le but de ce mémoire n'est pas de développer et d'améliorer l'outil numérique, mais de l'utiliser de façon éclairée. La connaissance de la théorie des éléments finis et de la structure du code CADYF étaient absolument nécessaires à cette étude, mais nous nous sommes davantage concentrés sur l'analyse des résultats numériques, plus que sur la vérification et la validation de ces résultats. Ces étapes ont bien évidemment été effectuées auparavant (en particulier Etienne et al. (2009), Frigo (2016)), ce qui nous assure de la qualité des résultats numériques. Par ailleurs, nous avons cherché à nous comparer à des données numériques d'autres travaux, et à garder un sens critique sur les résultats de nos simulations. Cela a notamment permis de définir les bonnes procédures d'évaluation de moment sur un corps en mouvement avec le code CADYF (voir en particulier l'annexe A).

#### 4.1.1 Paramètres de calcul

**Discrétisation spatiale** Le code résout les équations de Navier-Stokes en pression et en vitesse, en formulation couplée avec le mouvement du solide. Le problème est transitoire, l'écoulement laminaire, le fluide incompressible et la section du cylindre indéformable. Les simulations sont bidimensionnelles, le plan est maillé avec des éléments P2-P1 de Taylor-Hood. Les fonctions d'interpolation de la vitesse sont donc quadratiques et celle de la pression sont linéaires. Le maillage est pseudo-solide, il se déforme pour suivre les mouvements du solide.

**Discrétisation temporelle** On utilise une méthode à pas variable, l'intégration en temps est faite par méthode BDF (Backward Difference Formulas) d'ordre variable entre 1 et 4. Cette méthode est inconditionnellement stable pour les ordres 1 et 2, mais elle peut être instable pour des ordres supérieurs. L'ordre est déterminé par le code de calcul pour optimiser le résultat en conservant sa stabilité. La tolérance en temps est de  $10^{-5}$ . La vérification et la validation du code ont été effectuées pour les écoulements instationnaires et les maillages déformables (voir Etienne et al., 2009). Les équations du fluide et du solide sont résolues, que

le mouvement du solide soit imposé ou non.

#### 4.1.2 Géométrie et maillage

On étudie une section rectangulaire, de longueur  $D = 1$ , de largeur  $\ell = D/R$ , avec  $R = 1, 4$  et  $10$ . On choisit la longueur  $D$  comme taille caractéristique pour définir les quantités sans dimension comme le nombre de Reynolds ou la vitesse réduite. Par convention, l'angle d'incidence est nul quand la plus grande longueur du rectangle ( $D$ ) est horizontale. Les frontières du domaine de calcul sont suffisamment éloignées de la section pour que leur présence n'influence pas le résultat du calcul (domaine de taille  $160 \times 240$ ).

La Figure 4.1 représente la vue d'ensemble du maillage utilisé. Ce maillage, obtenu avec le mailleur Gmsh, est raffiné par une fonction de forme qui ajuste la taille des mailles en fonction de la position dans le plan. Cette fonction est définie en plusieurs zones visibles en Figure 4.2 :

- dans un cercle de rayon 2 autour du centre du solide, la taille des éléments varie linéairement avec la distance à la paroi du solide. Ainsi, le maillage autour du cylindre ne dépend pas de sa position angulaire absolue. Quand la géométrie de la section change, on maintient cette dépendance de la taille des mailles en fonction de la distance à la frontière, pour que le reste du maillage soit indépendant du changement de géométrie à l'intérieur du cercle.
- dans un arc d'épaisseur 1 en amont du cylindre, on prolonge cette variation linéaire avec la distance, pour raccorder de façon continue avec le domaine extérieur.
- le sillage est défini par deux droites affines (d'équations  $y = 0.1x + 4$  et  $y = -0.1x - 4$ ), sur lesquelles la fonction de raffinement est constante. Entre ces droites, la taille des éléments varie de façon quadratique en  $x$  et en  $y$ .

Ce maillage a été construit de façon à présenter une zone très raffinée et isotrope autour du cylindre, ainsi qu'un sillage en aval. Les différentes zones ont été ajustées visuellement pour que les variations en taille soient le moins brutales possibles, au moins au voisinage du solide. L'allure du sillage n'est pas notre principale préoccupation, on autorise donc des variations importantes de la taille des mailles loin du cylindre, lorsque cela se produit (visible par exemple en figure 4.2). Le raffinement global dépend d'une seule variable  $s$ , qui n'est pas directement proportionnelle au nombre de noeuds, mais qui nous permet d'effectuer l'étude en convergence du maillage pour les 3 géométries de façon simple. Cette variable ne modifie pas la géométrie des zones de raffinement du maillage, mais la résolution à l'intérieur de ces zones, définies une fois pour toute notre étude.

On applique enfin des conditions de symétrie sur les parois supérieures et inférieures, des conditions en entrée ( $u = 1, v = 0$ ) et en sortie ( $\frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0$ ). Les noeuds du maillage

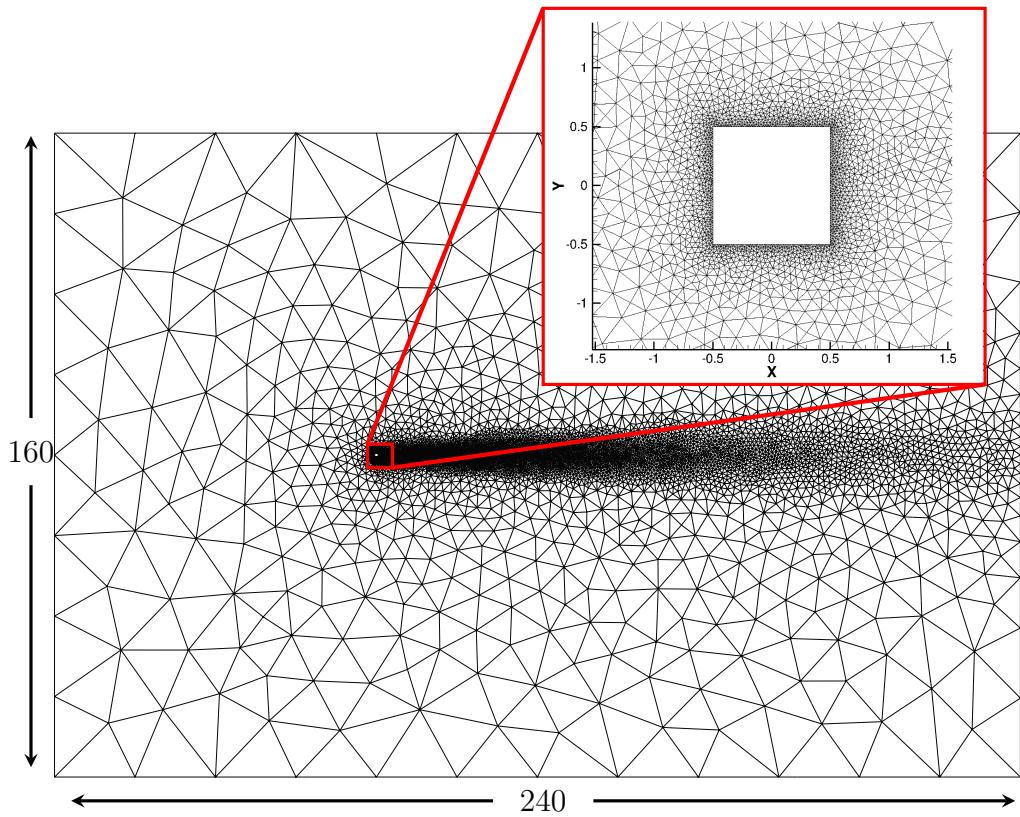


Figure 4.1 Vue globale du maillage, pour un cylindre de section carrée ( $R = 1$ )

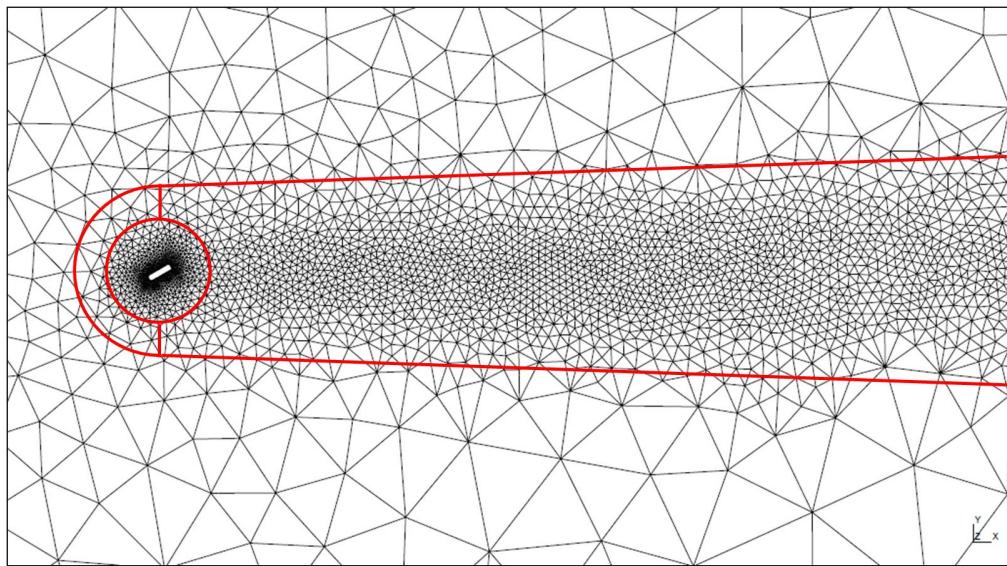


Figure 4.2 Zones définissant le raffinement du maillage

situés sur une frontière du domaine de calcul sont laissés libres de glisser sur cette frontière. Lorsque le cylindre a un mouvement de rotation, le maillage se déforme pour suivre le changement de géométrie, à la façon d'un solide élastique, sans inertie. On choisit les coefficients de Lamé de ce pseudo-solide, pour concentrer les déformations du maillage autour du solide. La taille des éléments à proximité du cylindre est isotrope, pour que la déformation ne change pas significativement la structure globale du maillage. Plus on s'approche du cylindre, plus le pseudo-solide est rigide. Les plus grandes contraintes sur le maillage ont lieu à proximité du cylindre, là où le maillage est le plus rigide. Cela nous permet de maintenir le sillage du solide en place. Les paramètres retenus pour le pseudo-solide permettent de s'adapter à des rotations d'environ  $80^\circ$ , ce qui est suffisant pour notre problème. On représente en figure 4.3 l'allure du maillage initial et déformé, dans la configuration où nous imposons une rotation maximale. Dans certains cas, des inversions de mailles se sont produites pour des très grandes déformations, mais après un temps suffisamment long pour que les résultats soient exploitables. Enfin, quand les déformations de maillage sont trop importantes, cela constitue souvent un signe de mauvaise compréhension physique du phénomène et engage à une nouvelle réflexion sur la façon de procéder.

#### 4.1.3 Etude de convergence

Comme dit précédemment, le raffinement global du maillage dépend d'une unique variable, ce qui garantit que l'aspect relatif des différentes zones du maillage ne change pas suivant le raffinement. L'étude de convergence se base sur la mesure du moment fluide moyen (en temps) sur un cylindre carré, d'angle d'incidence  $\theta = 15^\circ$ , pour  $Re = 200$ . On effectue d'abord une mesure avec un maillage suffisamment raffiné pour que le résultat puisse être considéré comme valeur de référence. Les expériences suivantes sont ensuite comparées à ce premier cas. L'erreur relative sur la mesure,  $\varepsilon_{rel}$  définie par

$$\varepsilon_{rel} = \frac{|\langle M_\theta \rangle - \langle M_\theta \rangle_{ref}|}{|\langle M_\theta \rangle_{ref}|} \quad (4.1)$$

est représenté en Figure 4.4 en fonction du nombre de noeuds du maillage.

Par souci de simplicité et de cohérence entre les expériences, on souhaite utiliser le même type de maillage pour les trois sections. On sélectionne le maillage qui possède environ 25000 noeuds, qui donne une erreur relative inférieure ou égale à 0.02 pour les trois cas. Ce maillage est représenté sur les Figures 4.1 et 4.2. On signale par ailleurs que ce maillage est presque 2 fois plus léger que celui utilisé par Zabarjad (voir Zabarjad-Shiraz, 2014) pour un travail similaire, avec une précision semblable.

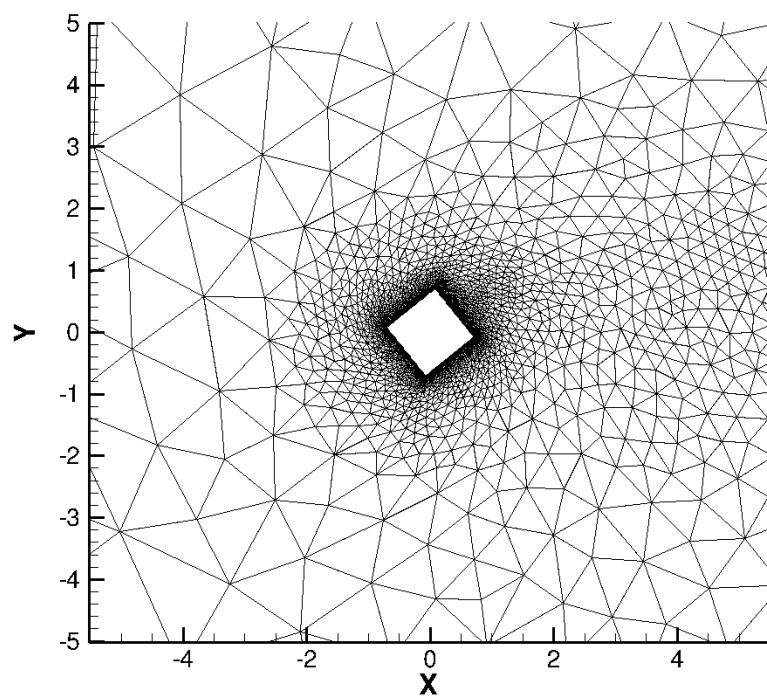
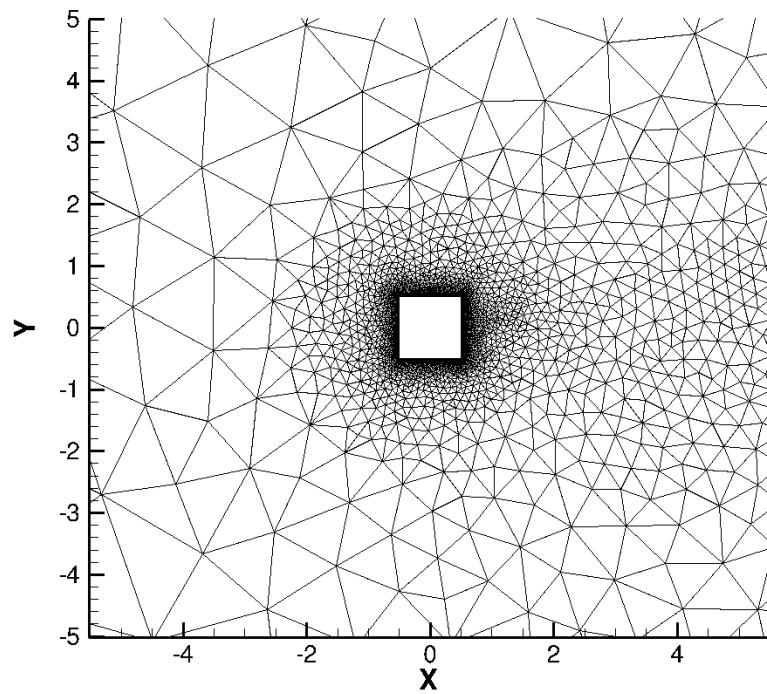


Figure 4.3 Déformation maximale du maillage.

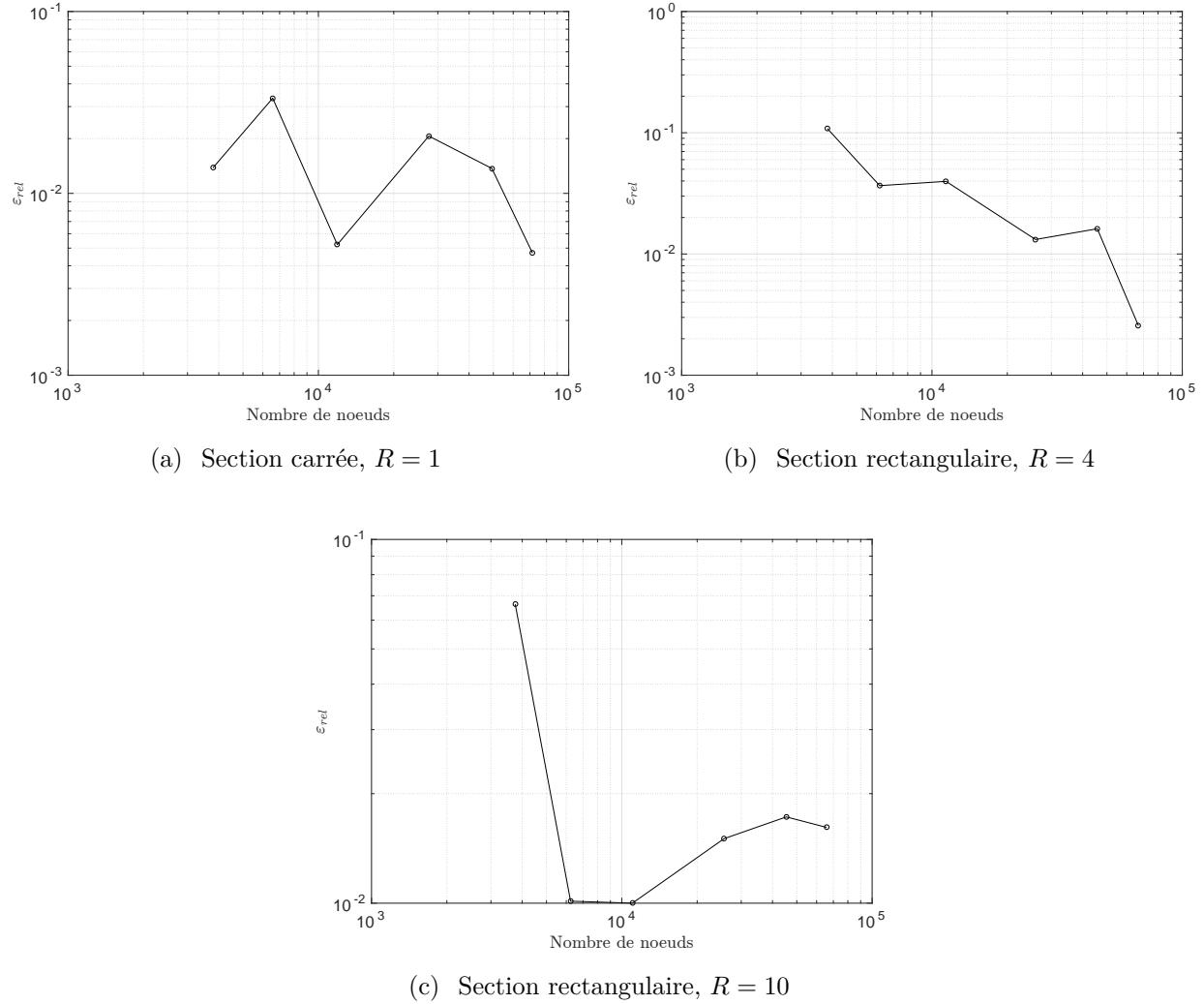


Figure 4.4 Erreur relative sur la mesure du moment en fonction du nombre de noeuds, pour les trois géométries étudiées.

## 4.2 Cas statique

Les premières simulations effectuées ont pour but de déterminer la raideur fluide. D'après notre expression du moment (Eq. 3.4), le coefficient de raideur peut être déduit facilement à partir d'un cas statique :

$$M_\theta(\theta = \theta_e, \dot{\theta} = 0, \ddot{\theta} = 0, Re) = \frac{\rho_f D^2 U^2}{2} C_\theta(\theta_e, Re) \quad (4.2)$$

Les simulations numériques sont faites avec les paramètres suivants :  $\rho_f = 1$ ,  $\mu_f = 1/Re$ ,  $t_{f,final} = 500$ . On fait varier l'angle d'attaque de  $0^\circ$  à  $45^\circ$  dans le cas du carré, et de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  dans le cas des rectangles, et on prolonge les résultats par symétrie.

La valeur du moment pour un angle donné est obtenue en moyennant le signal sur les 15 dernières périodes du relâché tourbillonnaire, lorsque l'écoulement présente une allée de von Karman. S'il n'y a pas de relâché tourbillonnaire (sections rectangulaires,  $\theta < 15^\circ$  environ), la valeur moyenne est calculée sur la deuxième moitié du temps de simulation, une fois que l'écoulement est établi.

Pour chaque nombre de Reynolds testé, on interpole la fonction  $C_\theta$  entre les points de mesure par transformée de Fourier. Par symétrie, pour les rectangles ( $R = 4, 10$ ), seul les modes impairs sont nuls, les 12 premiers sont conservés. Pour le carré, seuls les modes en  $\sin(4n/\theta)$  sont non nuls, on ne conserve encore que les 12 premiers. Les résultats sont représentés sur la Figure 4.5. Pour la section carrée, on compare nos résultats avec ceux de Robertson et al. (2003) et Yoon et al. (2012) obtenus à  $Re = 200$ .

La comparaison avec Robertson et al. (2003) sert de validation de notre code de calcul sur le calcul du moment. On constate que le carré à angle d'incidence nul est stable en raideur (le moment négatif le ramène vers 0 si son angle d'incidence augmente), mais d'après Blevins il est instable en amortissement. Les deux sections rectangulaires sont instables en raideur mais stables en amortissement, à  $\theta = 0$ .

La valeur du moment statique est calculée ici en 2D, mais à partir d'une certaine valeur du nombre de Reynolds, des phénomènes tridimensionnels influencent la mesure. D'après Sohankar et al. (1999), ces effets sont remarquables au dessus de  $Re \sim 200$ , mais leur influence sur la valeur du moment reste négligeable (voir Frigo (2016)). On peut garder en tête cette limitation de nos résultats. Mais, dans la mesure où nous cherchons à construire un modèle pour le galop, la précision absolue des résultats est moins importante que leur fidélité, et que les liens observés entre différentes configurations comparables.

On représente aussi en figure 4.5 la comparaison avec Robertson et al. (2003) à  $Re = 1000$ ,

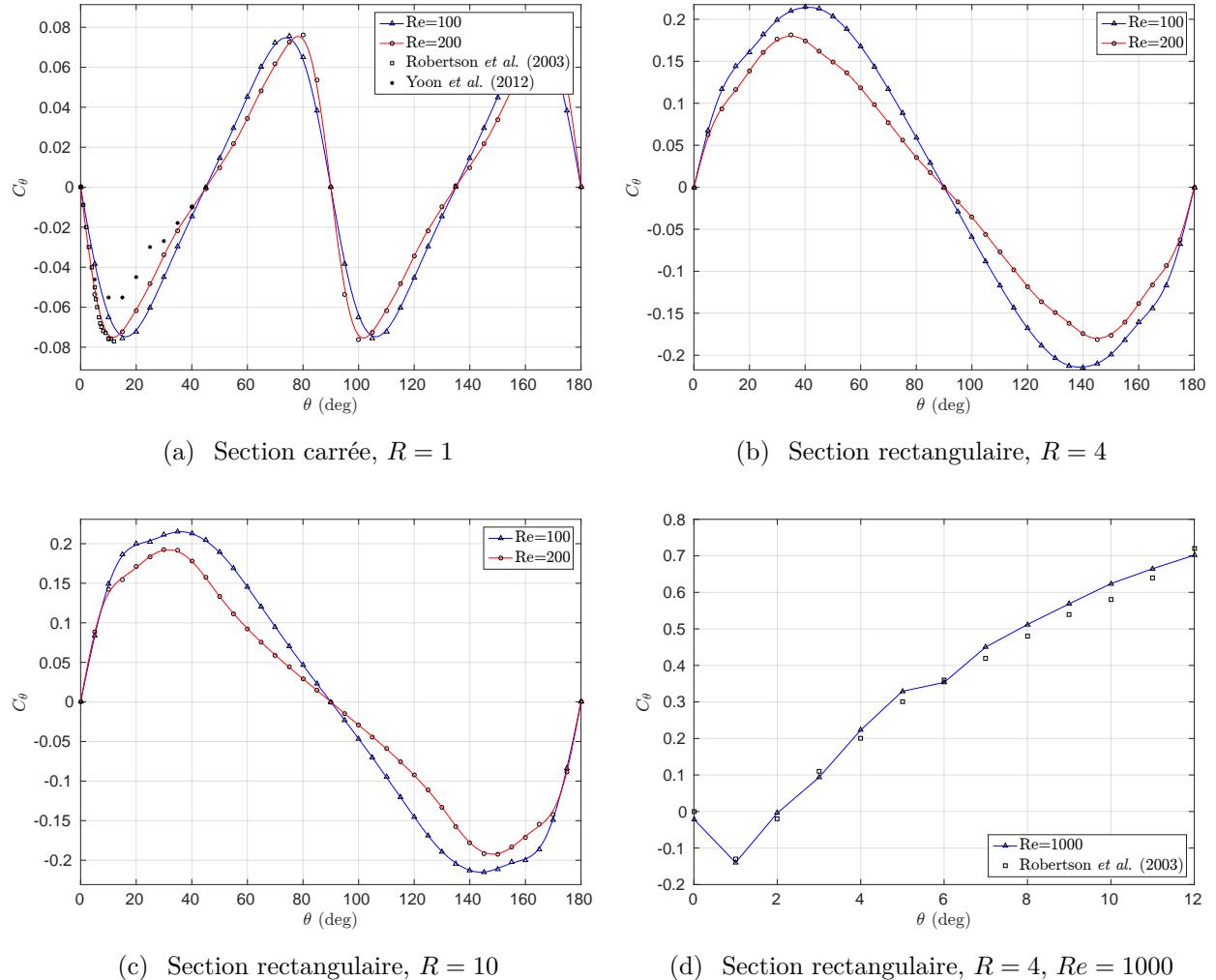


Figure 4.5 Coefficient de moment, ou raideur fluide,  $C_\theta$ , issu des mesures statiques

pour une validation indirecte de nos calculs, et pour s'assurer de l'observation d'un fait particulier : le rectangle de rapport d'aspect 4 est instable en raideur à incidence nulle et à  $Re = 100, 200$ , mais il est stable à  $Re = 1000$ . Roberston observe d'ailleurs du galop en rotation dans ce deuxième cas, ce qui est cohérent avec les résultats de Blevins. Cette différence serait passée inaperçue avec un pas de  $5^\circ$  pour les mesures statiques à  $Re = 1000$ . Cela pose la question du pas choisi pour toutes les mesures statiques précédentes. Puisque les ressources de calcul sont limitées, que le critère de Blevins est très qualitatif, et que la comparaison avec Robertson est excellente dans le cas  $Re = 200$ , on considère cependant que les mesures statiques effectuées sont très représentatives de la réalité.

### 4.3 Ecoulements stationnaires

Comme évoqué précédemment, l'écoulement ne comprend pas toujours de relâché tourbillonnaire. Dans le cas des géométries plus élancées ( $R = 4, 10$ ), l'écoulement est stationnaire pour des petits angles d'incidence. On représente en figure 4.6 le passage d'un écoulement stationnaire à instationnaire. A  $Re = 200$ , la limite en dessous de laquelle il n'y a pas d'allée de Von Karman se trouve entre 5 et 10 degrés pour le rectangle de rapport d'aspect 4, et entre 15 et 20 degrés pour un rapport d'aspect de 10. A  $Re = 100$ , cette limite se trouve entre autour de 20 degrés pour  $R = 4$ , et entre 30 et 35 degrés pour  $R = 10$ . Nous adaptons la façon de mesurer le moment à ces deux types d'écoulements. Pour le carré, aux nombres de Reynolds considérés, l'écoulement est toujours instationnaire. Une conséquence du passage d'un écoulement stationnaire à instationnaire pourrait être visible sur les courbes des coefficients de moment : on observe un changement de pente bien visible autour de 15 degrés environ, le coefficient de moment augmente moins rapidement avec l'angle d'incidence lorsque l'écoulement est devenu instationnaire. Ce changement de pente n'est pas présent dans le cas du carré, dont le sillage est toujours instationnaire.

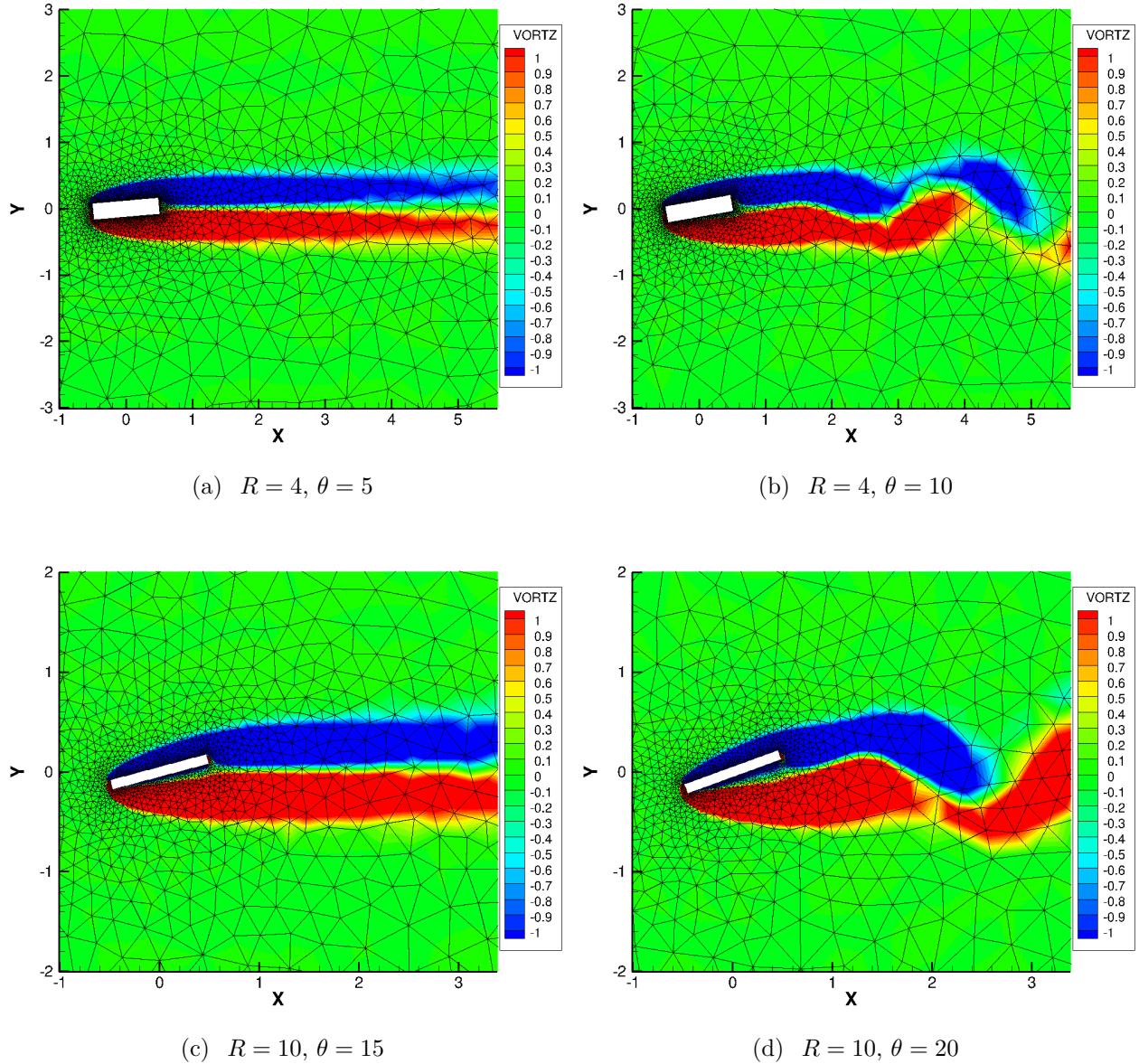


Figure 4.6 Apparition du relâché tourbillonnaire au delà d'un certain angle d'amplitude,  $Re = 200$ .

## 4.4 Mouvements forcés

### 4.4.1 Lois de mouvements

Dans la construction des modèles suivants, on étudie des oscillations forcées du cylindre. Deux lois de mouvement sont utilisées pour mettre en évidence différents résultats. On explicite ici les lois de mouvement auxquelles on fera référence plus tard.

La loi de mouvement "sinusoïdale" correspond au mouvement suivant :

$$\theta(t) - \theta_e = \Theta \sin\left(\frac{2\pi U}{U_R D} t\right) = \Theta \sin(\omega_n t) \quad (4.3)$$

L'intuition de cette loi vient de l'observation du mouvement réel d'un cylindre libre d'osciller : son mouvement n'est pas rigoureusement sinusoïdal, mais c'est une façon simple de reproduire un mouvement réaliste.

La loi "triangulaire", quant à elle, est définie par :

$$t_m = t_f \bmod(U_R)$$

- si  $t_m \in \left[0; \frac{U_R}{4} - \frac{\epsilon}{2}\right]$ , alors  $\theta(t_f) - \theta_e = 2\pi \frac{\Theta}{U_R} t_f$
- si  $t_m \in \left[\frac{U_R}{4} - \frac{\epsilon}{2}; \frac{U_R}{4} + \frac{\epsilon}{2}\right]$ , alors  $\theta(t_f) - \theta_e = -2\pi \frac{\Theta}{\epsilon U_R} \left(t_f - \frac{U_R}{4}\right)^2 + \frac{\pi}{2} \Theta \left(1 - \frac{\epsilon}{U_R}\right)$
- si  $t_m \in \left[\frac{U_R}{4} + \frac{\epsilon}{2}; \frac{3U_R}{4} - \frac{\epsilon}{2}\right]$ , alors  $\theta(t_f) - \theta_e = -2\pi \frac{\Theta}{U_R} \left(t_f - \frac{U_R}{2}\right)$
- si  $t_m \in \left[\frac{3U_R}{4} - \frac{\epsilon}{2}; \frac{3U_R}{4} + \frac{\epsilon}{2}\right]$ , alors  $\theta(t_f) - \theta_e = 2\pi \frac{\Theta}{\epsilon U_R} \left(t_f - \frac{3U_R}{4}\right)^2 - \frac{\pi}{2} \Theta \left(1 - \frac{\epsilon}{U_R}\right)$
- si  $t_m \in \left[\frac{3U_R}{4} + \frac{\epsilon}{2}; U_R\right]$ , alors  $\theta(t_f) - \theta_e = 2\pi \frac{\Theta}{U_R} (t_f - U_R)$

Cette loi correspond à un signal triangulaire de période  $U_R$ , dont les sommets sont remplacés par des segments de paraboles afin que le signal soit dérivable partout. La largeur du segment de parabole est  $\epsilon$ , choisi tel que cela corresponde à 10 pas de temps du calcul environ.

Le lien entre les deux lois est la pente à l'angle moyen : en  $\theta = \theta_e$ , la pente du triangle est égale à celle du sinus d'amplitude  $\Theta$ , tel que  $\dot{\theta}(t_f = kU_R/2) = \pm\omega_n\Theta$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

On représente ces deux lois de mouvement en Figure 4.7.

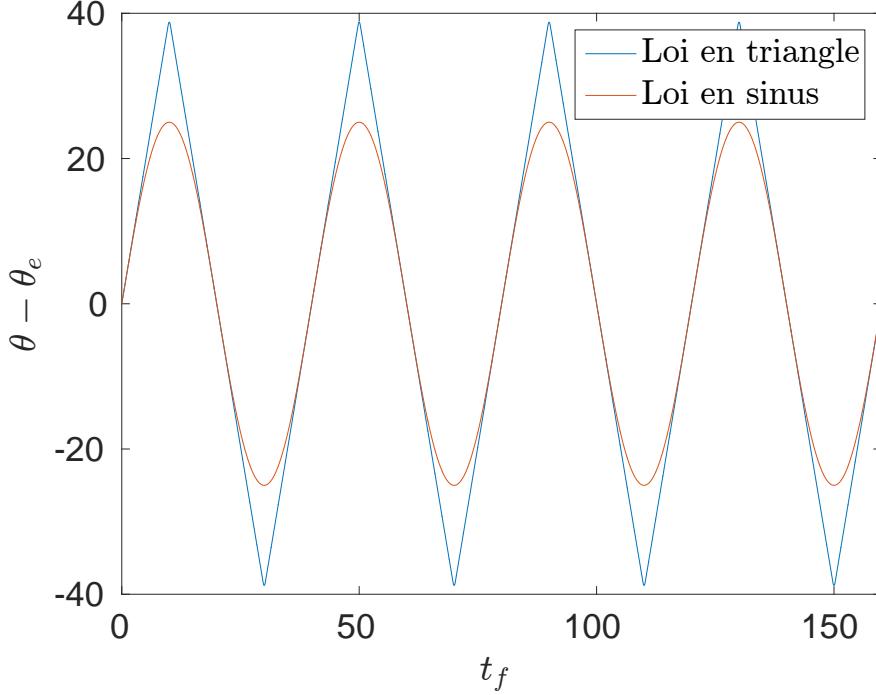
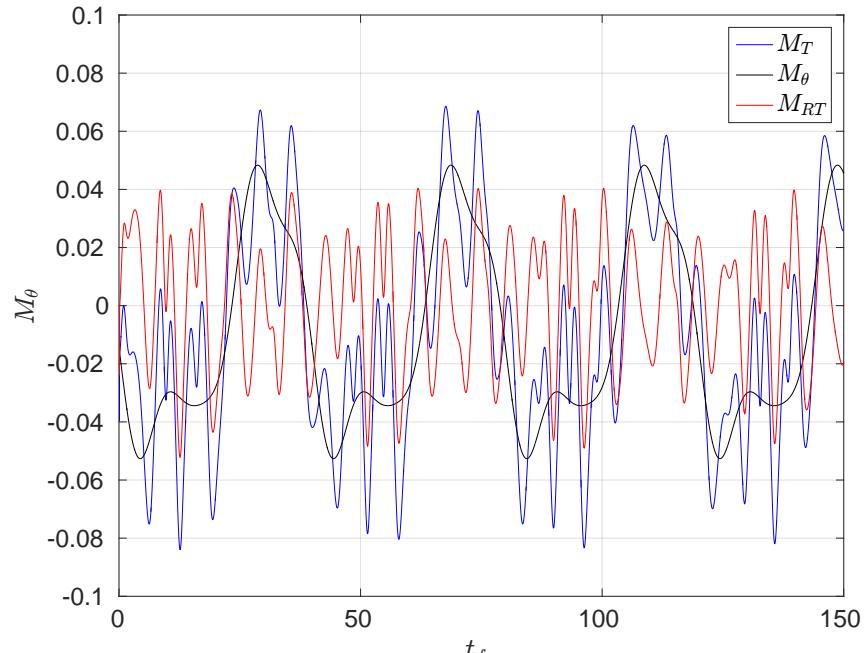


Figure 4.7 Comparaison des deux lois de mouvement,  $U_R = 40$ ,  $\Theta = 25^\circ$

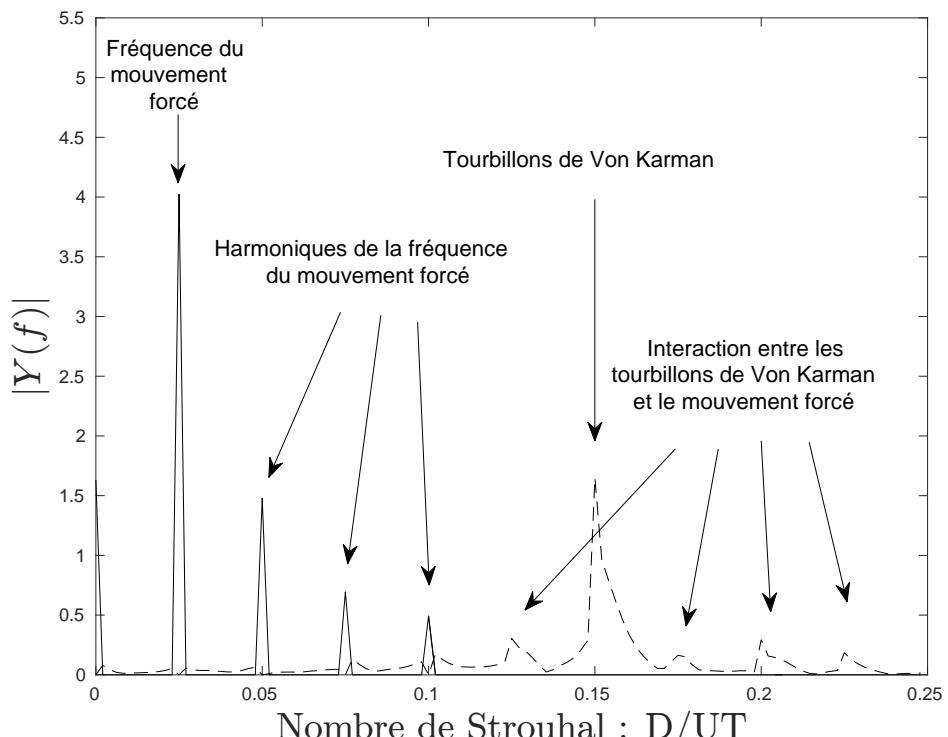
#### 4.4.2 Filtrage des résultats expérimentaux

La valeur importante issue de la simulation est celle du moment fluide global exercé sur la section, en fonction du temps. Ce moment est la somme de deux contributions : l'effet du relâché tourbillonnaire dans le sillage du cylindre, et celui du moment fluide que nous cherchons à modéliser. On observe Figure 4.8 un signal typique des simulations réalisées, avec la variation à haute fréquence due au relâché tourbillonnaire, et la composante à la fréquence du mouvement forcé ( $U_R = 40$  sur l'exemple). Ces deux contributions sont également visibles sur la transformée de Fourier du signal. Pour filtrer le moment induit par les tourbillons, dont le nombre de Strouhal vaut 0.15 et 0.25 environ dans notre problème, nous sélectionnons uniquement les 4 premières harmoniques de la transformée de Fourier du signal (ligne continue sur la Figure 4.8). La cinquième harmonique est trop proche de la fréquence du relâché tourbillonnaire pour être mesurée précisément.

En supprimant les effets du relâché tourbillonnaire avec ce filtrage en fréquence, on peut tracer le moment adimensionné en fonction de l'angle  $\theta$  et le comparer au cas statique. On représente en Figure 4.9 la série d'expériences sur la section carrée avec la loi sinusoïdale, faite pour  $\theta_e \in [0; 45]$  et  $\Theta \in [5; 25]$ , avec un pas de 5 degrés pour les deux variables.



(a) Moment fluide en fonction du temps



(b) Transformée de Fourier du signal

Figure 4.8 Mesure du moment et analyse fréquentielle pour  $R = 1$ ,  $Re = 200$ ,  $U_R = 40$ ,  $\theta = 5^\circ$ ,  $\Theta = 15^\circ$ .

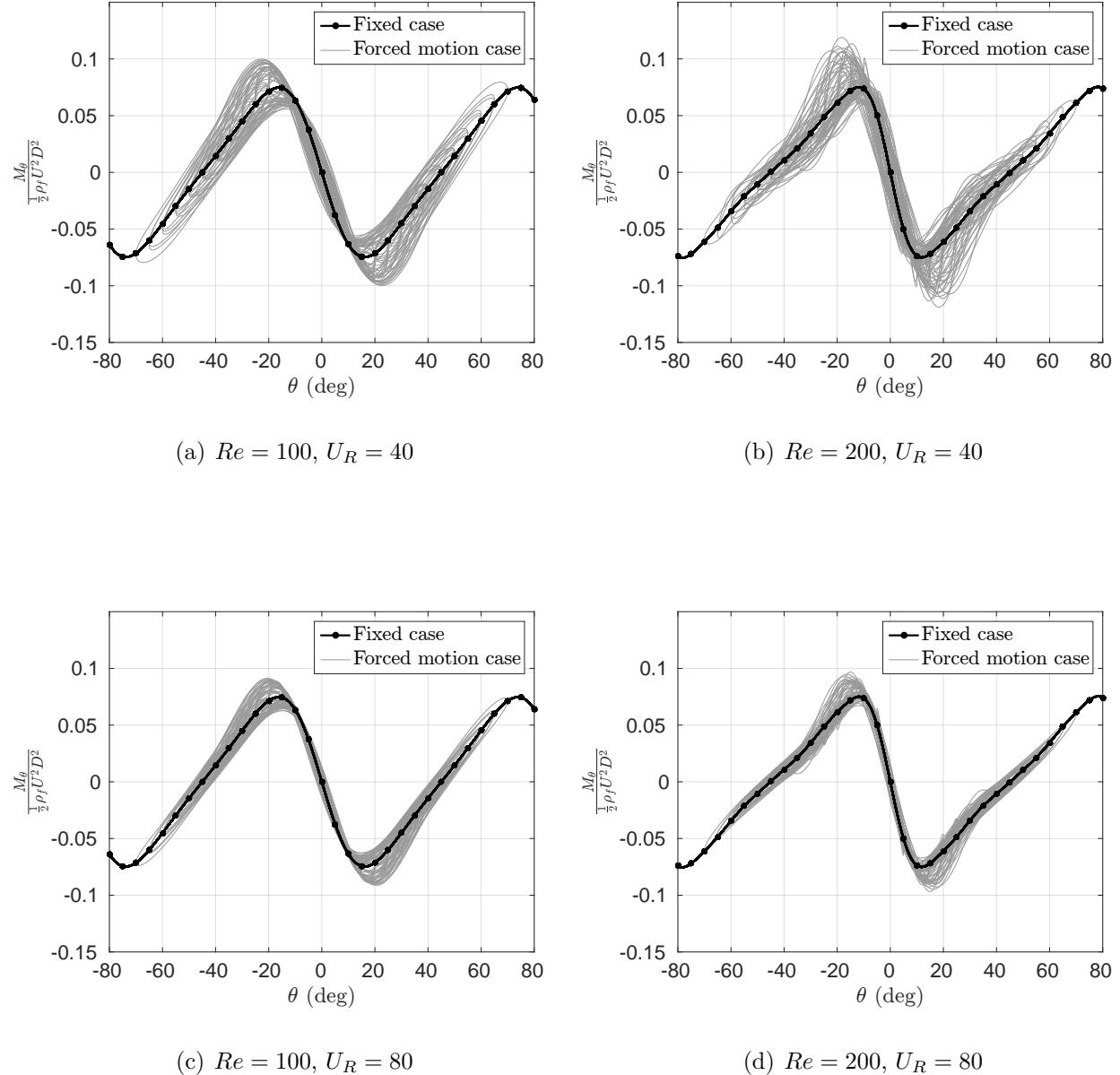


Figure 4.9 Moment exercé par le fluide en fonction de l'angle, pour différents angles  $\theta_e$  et différentes amplitudes  $\Theta$ .

On constate que le cas statique constitue une bonne première approximation pour la valeur moyenne du moment, même si des effets dynamiques apparaissent pour les mouvements de grande amplitude. Ces effets sont particulièrement importants dans les zones de changement de pente du coefficient statique. Par ailleurs, plus la vitesse réduite est importante, plus le mouvement du cylindre est lent par rapport à celui du fluide, et moins les effets dynamiques sont importants.

L'hypothèse de l'angle apparent introduite par Blevins peut être discutée à partir de la Figure 4.9. On rappelle que son hypothèse est la suivante : pour un cylindre de position  $\theta$  et de vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  qui subit un moment fluide  $M_\theta(\theta, \dot{\theta})$ , il existe un angle d'attaque équivalent  $\alpha$  tel que

$$M_\theta(\theta, \dot{\theta}) = M_\theta(\alpha, 0) \quad (4.4)$$

Or, on observe que le moment fluide atteint des valeurs telles qu'il soit impossible de trouver un tel angle équivalent. Par exemple, dans le cas  $Re = 200, U_R = 40$ , les effets dynamiques induisent une valeur du moment qui dépasse 0.1 autour de  $20^\circ$ , mais la valeur 0.1 n'a pas d'antécédent sur la courbe statique. Ainsi, cette augmentation du moment due aux effets dynamiques (comparable à la hausse de portance qui accompagne le décrochage dynamique d'une aile d'avion) est un phénomène non prédict par le modèle quasi-statique de Blevins, que l'on souhaite être capable de modéliser.

## CHAPITRE 5 DÉVELOPPEMENT LIMITÉ D'ORDRE 2

La procédure appliquée pour modéliser le phénomène de galop en rotation est la suivante :

- mesure du moment fluide lors d'un mouvement forcé du solide, pour les 3 géométries.
- modélisation des coefficients de raideur, d'amortissement et d'inertie à partir de ces expériences dans lesquelles la position, la vitesse et l'accélération angulaires sont connues à chaque instant.
- comparaison entre le mouvement prédit par le modèle et les résultats expérimentaux, lorsque le mouvement du cylindre est libre.

### 5.1 Construction du modèle

D'après l'équation 3.4, la valeur de l'amortissement  $C_{D\theta}$  peut être mesurée aux points d'accélération nulle :

$$\frac{M_\theta(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta} = 0)}{\frac{1}{2}\rho_f U^2 D^2} = C_\theta(\theta) - \frac{2D}{U} C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} \quad (5.1)$$

L'utilisation de la loi triangulaire nous permet de mesurer l'amortissement sur la quasi totalité du signal. Afin de garder la plus grande généralité possible, avec une complexité de calcul raisonnable, on effectue le développement limité à l'ordre 2 de  $C_{D\theta}$ , autour de la position moyenne  $\theta_e$  :

$$C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) = a + b(\theta - \theta_e) + c(\theta - \theta_e)^2 + d\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right) + e\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right)^2 + f\left(\frac{(\theta - \theta_e)\dot{\theta}}{\omega_n}\right) \quad (5.2)$$

où

$$a = C_{D\theta}(\theta_e, 0); \quad b = \frac{\partial C_{D\theta}}{\partial \theta}(\theta_e, 0); \quad c = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C_{D\theta}}{\partial \theta^2}(\theta_e, 0)$$

$$d = \frac{\partial C_{D\theta}}{\partial \dot{\theta}}(\theta_e, 0); \quad e = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C_{D\theta}}{\partial \dot{\theta}^2}(\theta_e, 0); \quad f = \frac{\partial^2 C_{D\theta}}{\partial \theta \partial \dot{\theta}}(\theta_e, 0)$$

On calcule les 6 coefficients à partir des données expérimentales filtrées, en ne conservant que la partie du signal située en  $[\theta_e - \pi\Theta/8; \theta_e + \pi\Theta/8]$ , pour  $\dot{\theta} > 0$  et  $\dot{\theta} < 0$ . Cela correspond à un huitième de période, centré sur  $\theta_e$ . Nous utilisons une minimisation au sens des moindres carrés de la distance entre le développement limité et les données expérimentales pour calculer

les coefficients. Cette minimisation est faite sur l'ensemble des mouvements de même angle d'équilibre  $\theta_e$ , avec des amplitudes variables. En effet, le développement limité est écrit pour un  $\theta_e$  donné.

On peut ensuite exprimer l'amortissement sous la forme :

$$C_{D\theta}(\theta, \theta_e, \dot{\theta}) = F_e(\theta) + G_e(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.3)$$

avec

$$\begin{aligned} F_e(\theta) &= a + b(\theta - \theta_e) + c(\theta - \theta_e)^2 \\ G_e(\theta, \dot{\theta}) &= d\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right) + e\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right)^2 + f\left(\frac{(\theta - \theta_e)\dot{\theta}}{\omega_n}\right) \end{aligned}$$

et extraire la fonction  $F_e$  en ne conservant que les 3 premiers coefficients du développement limité. Cette fonction est une parabole, définie sur un intervalle centré en  $\theta_e$ . On représente en Figure 5.1 l'ensemble des fonctions  $F_e$  pour  $\theta_e \in [0; 45]$  dans le cas du carré et  $\theta_e \in [0; 90]$  dans le cas des rectangles. Toutes ces portions de paraboles sont des approximations locales d'une fonction  $F$  définie pour toute position angulaire, et qui ne dépend que du nombre de Reynolds du problème, et de la géométrie de la section. La fonction  $F$  est interpolée par spline cubique de Hermite, en supposant une symétrie de la fonction puisque les sections sont symétriques. Elle est représentée en trait pointillé sur la Figure 5.1.

Nous poursuivons la modélisation du coefficient d'amortissement en cherchant sa dépendance à la vitesse, par la fonction  $G_e$  définie ci-dessus. On réécrit le problème de la façon suivante :

$$C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) - F(\theta) = G_e(\theta, \dot{\theta}) = d\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right) + e\left(\frac{\dot{\theta}}{\omega_n}\right)^2 + f\left(\frac{(\theta - \theta_e)\dot{\theta}}{\omega_n}\right) \quad (5.4)$$

Une nouvelle minimisation est faite pour chaque angle d'équilibre  $\theta_e$ , pour des amplitudes variables, afin d'évaluer les 3 coefficients restants.

Le problème est périodique, de période  $\pi$ , et sa seule symétrie évidente est :

$$C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) = C_{D\theta}(-\theta, -\dot{\theta}) \quad (5.5)$$

Le problème possède une symétrie centrale en vitesse et en position ( $|M_\theta(\theta, \dot{\theta})| = |M_\theta(-\theta, -\dot{\theta})|$ ), mais pas de symétrie en vitesse seule ( $|M_\theta(\theta, \dot{\theta})| \neq |M_\theta(\theta, -\dot{\theta})|$ ).

Ainsi, le coefficient  $d$  est une fonction impaire de l'angle d'équilibre, tandis que les coefficients

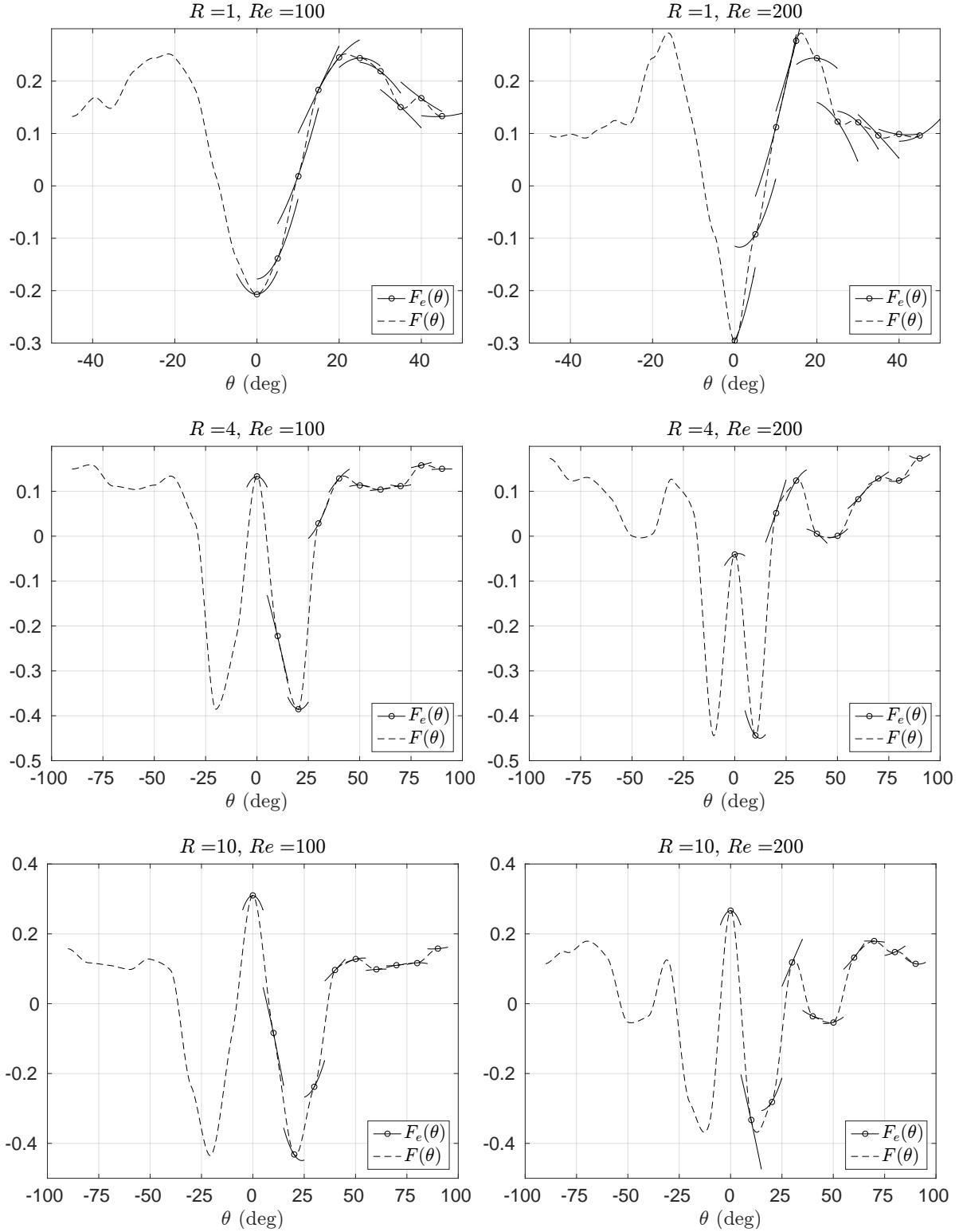


Figure 5.1 Composante du coefficient d'amortissement  $C_{D\theta}$  indépendante de la vitesse.

$e$  et  $f$  sont des fonctions paires. Cela nous est utile pour prolonger les résultats quand les données expérimentales sont limitées, mais des données complètes sur une large gamme d'angle d'équilibre nous assurent auparavant de la fiabilité de ce prolongement par symétrie.

La figure 5.2 représente le résultats de la deuxième minimisation (toujours au sens des moindres carrés) : on trace la valeur des trois coefficients  $d$ ,  $e$ , et  $f$  du développement limité, en fonction de l'angle d'équilibre. Leur valeur en tout point est interpolée par transformée de Fourier, avec 20 modes.

On remarque une grande variabilité de ces coefficients en fonction de l'angle, spécialement entre 0 et  $45^\circ$  environ. Par ailleurs, le terme croisé  $f$  est toujours prépondérant sur les deux autres. Cela nous permet d'introduire une dépendance en vitesse dans le coefficient d'amortissement. En revanche, il semble compliqué d'extraire une tendance claire, un schéma qui se répèterait pour tous les cas étudiés. La procédure retenue est donc d'injecter ces résultats directement dans l'expression de l'amortissement, et de reconstruire la valeur du moment.

## 5.2 Comparaison avec l'expérience

On cherche maintenant à reconstruire la valeur du moment fluide à partir de notre modélisation de l'amortissement. La loi triangulaire nous permet de ne pas nous soucier des effets dynamiques liés à l'accélération, mais aussi de mesurer qualitativement les effets d'histoire dans le phénomène étudié.

### 5.2.1 Quantification des effets d'histoire

La loi en vitesse retenue permet de placer le cylindre à une position donnée, à une vitesse donnée, avec des histoires différentes. Cela est visible par exemple sur la figure 5.3 : seuls les angles moyens changent, de sorte que le cylindre arrive dans la position mise en évidence par des chemins très différents (juste après un changement de signe de la vitesse pour le signal 1), et après une vitesse positive “établie” pour le signal 2)).

Pour une amplitude  $\Theta$  donnée, on peut ainsi comparer les signaux obtenus pour différents angles moyens  $\theta_e$ . La figure 5.4 représente les mesures de moment en fonction de la position angulaire, pour un carré avec  $\Theta = 25$ ,  $\theta_e \in [0; 45]$ . A partir de ces données, on construit une courbe moyenne sur les parties du signal telles que  $\theta > \theta_e$  si  $\dot{\theta} > 0$ , et  $\theta < \theta_e$  si  $\dot{\theta} < 0$ . On considère que cela forme une courbe de référence, où les variations de vitesse précédentes n'ont pas d'influence. La durée nécessaire pour que le moment atteigne la valeur de référence après un brusque changement de vitesse (à l'extrémité des cycles d'oscillation) nous renseigne

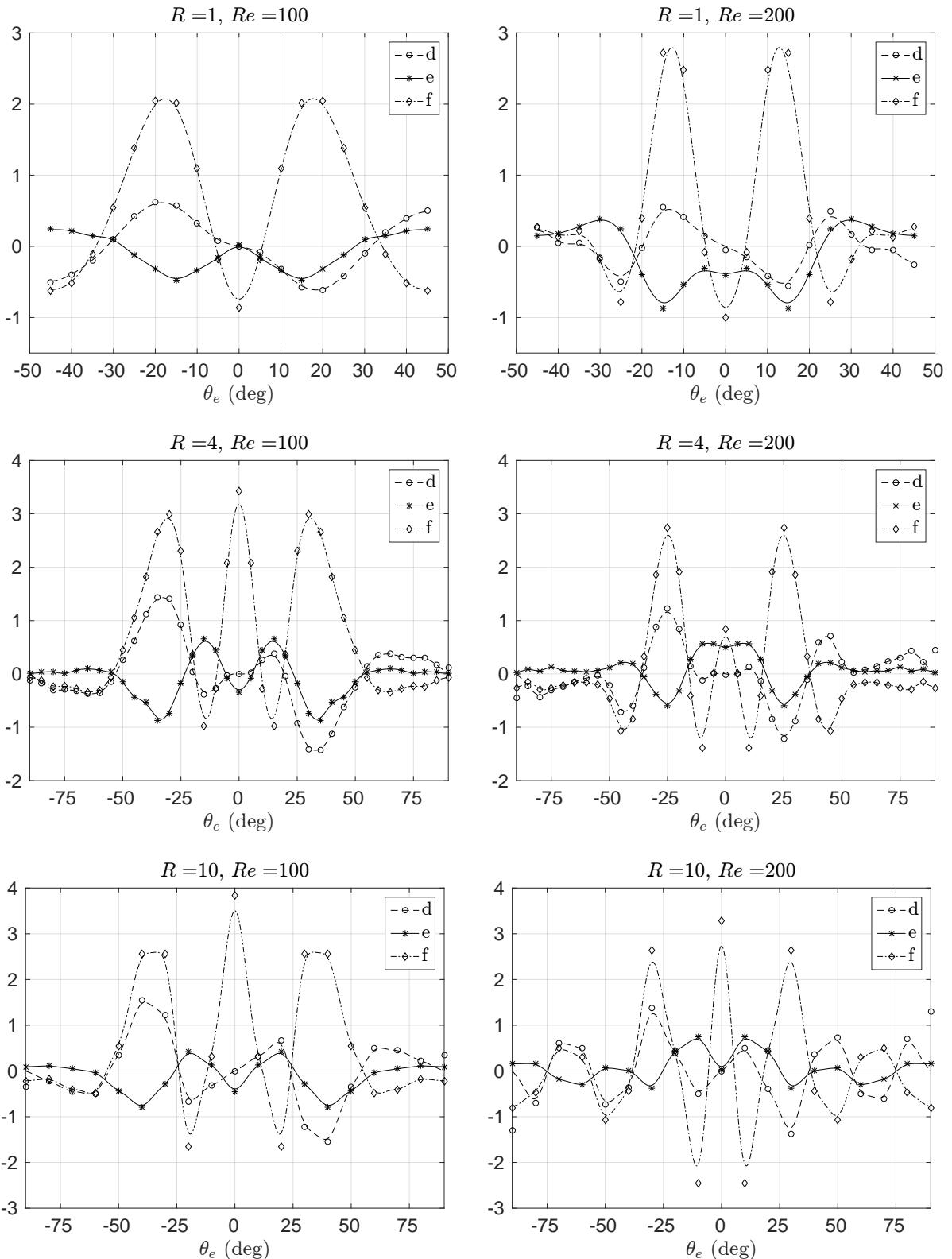


Figure 5.2 Coefficients du développement limité en vitesse de l'amortissement.

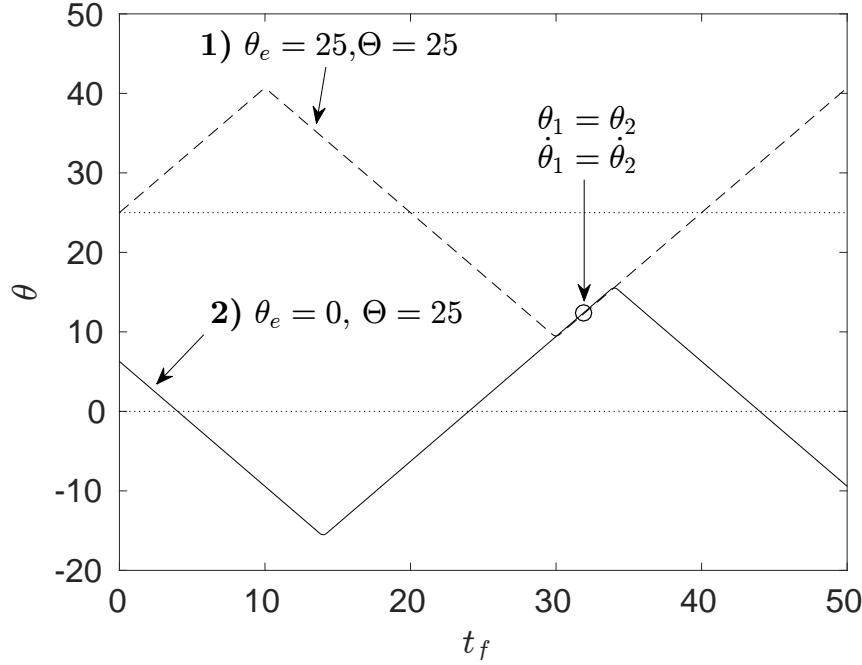


Figure 5.3 Histoires d’écoulement différentes pour une même position.

alors sur la “mémoire” de l’écoulement. Qualitativement, on constate qu’il faut environ  $10^\circ$  pour atteindre cette valeur moyenne à partir d’une extrémité du cycle. Avec  $St \simeq 0.15$  pour le relâché tourbillonnaire, cela correspond à :

$$\frac{\Delta t_{\text{mémoire}}}{T_{\text{tourbillons}}} = \frac{10 St U}{D \omega_n \Theta} \lesssim 0.5 \quad (5.6)$$

La mémoire de l’écoulement est donc équivalente à la moitié d’une période de relâché tourbillonnaire, soit au temps de formation d’un tourbillon environ. Vu l’écart observé entre la fréquence du galop en rotation et celle du relâché tourbillonnaire, ce résultat qualitatif nous conforte dans l’hypothèse que les effets d’histoire sont négligeables pour notre étude. C’est cette courbe moyenne qui nous servira d’élément de comparaison avec notre modèle : on ne cherche pas à obtenir une reconstruction du moment sur un cycle d’oscillation triangulaire, mais à reconstituer cette courbe moyenne pour tous les cas étudiés.

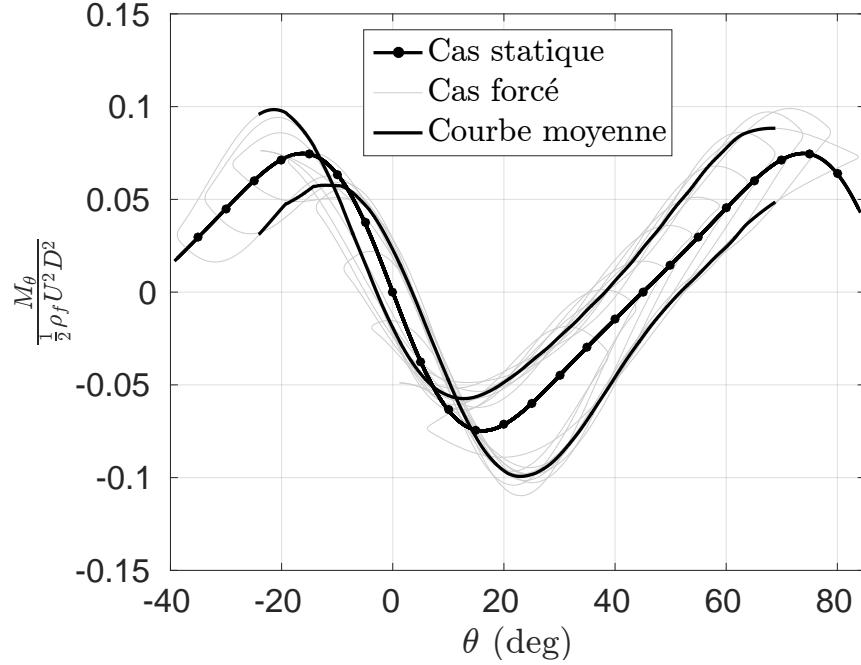


Figure 5.4 Détermination d'une courbe moyenne, pour un régime établi, à partir des expériences à  $\theta_e$  différents ( $R = 1$ ,  $Re = 100$ ,  $U_R = 40$ ,  $\Theta = 25$ ).

### 5.2.2 Mise en oeuvre du modèle

La figure 5.5 compare la courbe moyenne présentée précédemment au résultat de l'équation suivante :

$$\frac{M_\theta(\theta, \dot{\theta})}{\frac{1}{2} \rho_f U^2 D^2} = C_\theta(\theta) - \frac{2D}{U} \left( F(\theta) + d \left( \frac{\dot{\theta}}{\omega_n} \right) + e \left( \frac{\dot{\theta}}{\omega_n} \right)^2 + f \left( \frac{(\theta - \theta_e)\dot{\theta}}{\omega_n} \right) \right) \dot{\theta} \quad (5.7)$$

où  $F$  est une fonction connue expérimentalement, et les coefficients  $d$ ,  $e$ , et  $f$  sont des fonctions de  $\theta$  obtenues par interpolation des résultats précédents (voir figure 5.2).

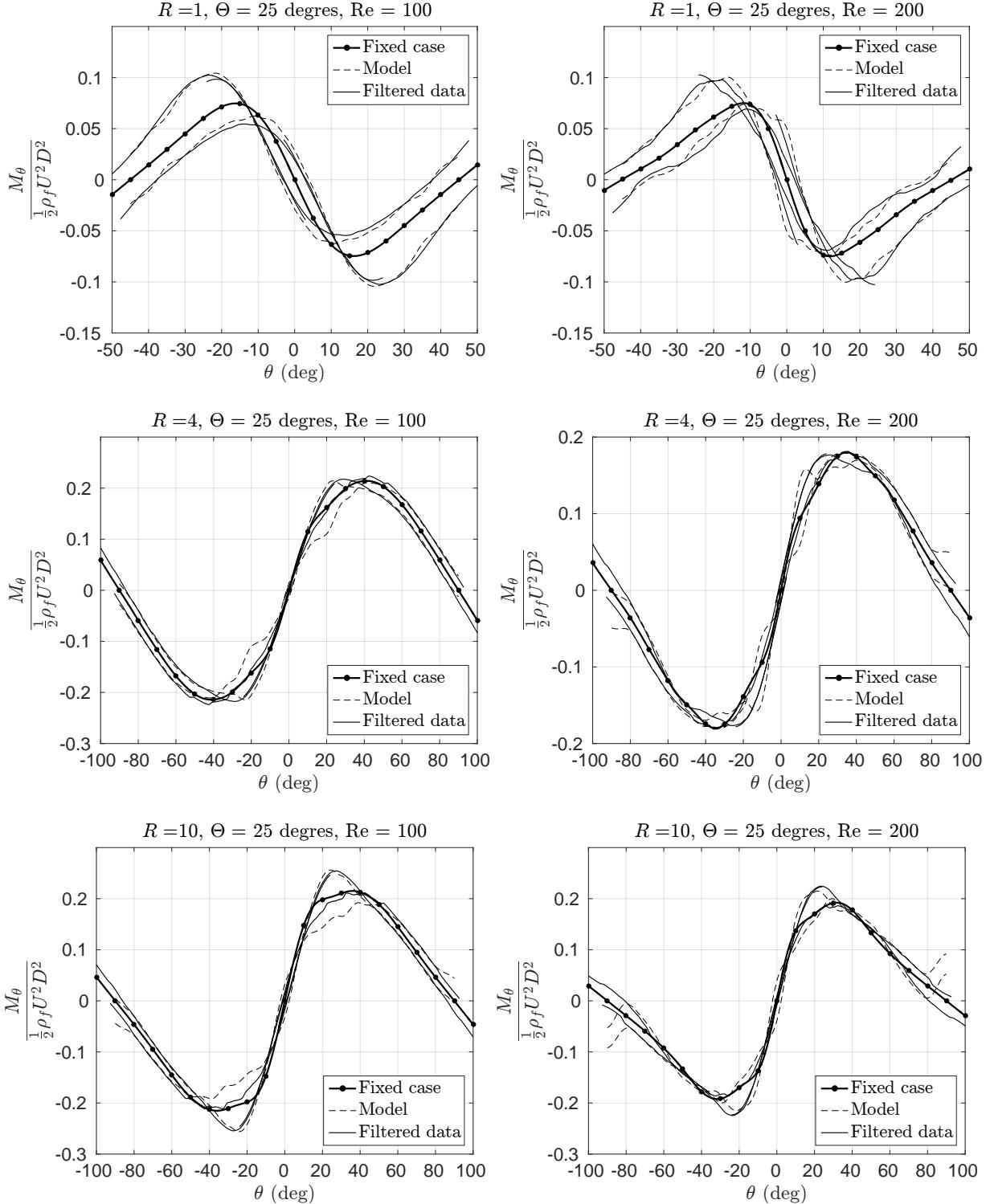


Figure 5.5 Reconstruction du moment à partir du modèle (trait pointillé, voir Eq. 5.7) et comparaison avec les données filtrées (trait plein fin). On visualise la superposition des données filtrées, et l'écart au coefficient statique (courbe avec marqueurs)

Chaque sous-graphe de la figure 5.5 comporte 7 courbes :

- une courbe en trait plein gras avec des marqueurs représente le coefficient statique, qui nous sert de référence depuis le début de l'étude.
- deux courbes en trait pointillé pour notre modèle, qui correspondent à l'équation 5.7 avec  $\dot{\theta} > 0$  et  $\dot{\theta} < 0$ .
- quatre courbes en trait plein représentent la courbe moyenne du moment, tracée à partir de tous les signaux ayant la même amplitude. On voit en figure 5.4 que deux courbes sont nécessaires, une associées à une vitesse angulaire positive, l'autre à une vitesse négative. Par ailleurs, grâce à la symétrie centrale du problème, on s'attend à ce que ces deux courbes soient également symétriques. C'est pourquoi on trace finalement 4 courbes ( $(\theta_e > 0, \dot{\theta} > 0);(\theta_e > 0, \dot{\theta} < 0)$  et le symétrique  $(\theta_e < 0, \dot{\theta} > 0);(\theta_e < 0, \dot{\theta} < 0)$ ) pour s'assurer de la bonne superposition des résultats.

### 5.2.3 Discussion

Le premier constat est que les résultats obtenus à  $Re = 100$  sont globalement moins bruités que ceux à  $Re = 200$ . Cela peut s'expliquer par le fait que les courbes expérimentales sont plus lisses à bas Reynolds, mais on ne cherche pas à expliquer ici la raison physique précise d'une telle différence entre les deux écoulements.

Le cas le moins satisfaisant est le carré à  $Re = 200$ , pour lequel la courbe moyenne est mal définie (mauvaise superposition des courbes ayant des angles moyens différents) et dont la symétrie est approximative. Ce cas démontre une limitation de notre modèle, mais ne remet pas complètement en cause la modélisation que nous avons faite. A ce stade, le signal est traité par de nombreuses étapes successives (transformée de Fourier, filtrage pour ne conserver que certains modes, minimisation en deux étapes, moyennes des différents signaux...) qui peuvent être chacune une source d'erreur, suivant le choix des paramètres retenus.

Les résultats des autres cas sont inégaux, mais on peut remarquer que :

- le saut en moment au lieu de changement de pente du coefficient statique est bien reproduit à  $Re = 100$ , sans prendre en compte des effets de mémoire de l'écoulement. Un coefficient d'amortissement non-linéaire permet de reproduire le phénomène, qui constitue une limite à l'approche de Blevins.
- la dépendance de l'amortissement à la vitesse est significative, puisque les points d'intersection entre les courbes expérimentales à  $\dot{\theta} > 0$  et  $\dot{\theta} < 0$  ne sont pas sur la courbe statique. Ce modèle reproduit ce fait, bien qu'il soit difficile de conclure précisément sur la qualité de la prédiction.
- l'écart entre moment statique et dynamique est souvent d'un ordre plus petit que la valeur

absolue du moment, ce qui rend son estimation d'autant plus compliquée (amplification des erreurs). On s'est placé ici dans le cas d'une amplitude forcée maximale ( $\Theta = 25$ ) afin de bien mettre en évidence les effets dynamiques, mais on comprend que les erreurs seront encore amplifiées pour des amplitudes de mouvement plus faibles.

#### 5.2.4 Conclusion

La première analyse de nos résultats nous montre donc que l'amortissement est essentiellement une fonction de la position angulaire, bien qu'une dépendance à la vitesse existe. Elle reste cependant difficile à modéliser. Notre approche nous permet de bien reconstruire les courbes expérimentales dans la majorité des cas. On montre aussi que les effets d'histoire peuvent être négligés.

## CHAPITRE 6 DISCUSSION SUR LE CARRÉ

Nous poursuivons notre étude de la section carrée, en cherchant à construire un modèle plus spécifique pour cette section. Par ailleurs, on étudie deux vitesses réduites différentes,  $U_R = 40$  et  $U_R = 80$ , pour lesquelles l'hypothèse quasi-statique est toujours valable.

### 6.1 Emploi de la loi sinusoïdale

La section précédente n'inclut aucune influence de l'accélération. On souhaite l'évaluer ici, en changeant la loi du mouvement forcé. Mais on a vu que la mesure précise de l'amortissement ne peut se faire qu'à accélération angulaire nulle. Avec notre loi de mouvement sinusoïdale, nous devons donc mesurer  $C_{D\theta}$  pour  $\theta(t) = \theta_e$  et  $\dot{\theta}(t) = \pm\omega_n\Theta$ . Comme formulé dans l'équation 3.12, Blevins suppose que  $C_{D\theta}$  peut être exprimé en fonction de la dérivée du coefficient de moment statique  $C_\theta$  en fonction de  $\theta$ . Cette intuition, et l'observation de l'allure de la fonction  $F$ , nous incitent à comparer  $F$  à la dérivée du coefficient de raideur, pour explorer l'hypothèse de Blevins. On représente en Figure 6.1 la fonction  $F$  déterminée au chapitre précédent, et la dérivée du coefficient statique. On constate que la similitude de ces deux courbes nous autorise à chercher une relation affine pour les superposer.

Ainsi, nous adaptons notre modèle initial en prenant en compte l'intuition de Blevins :

$$C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) = \underbrace{A + B \frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta)}_{F(\theta)} + d \left( \frac{\dot{\theta}}{\omega_n} \right) + e \left( \frac{\dot{\theta}}{\omega_n} \right)^2 + f \left( \frac{(\theta - \theta_e)\dot{\theta}}{\omega_n} \right) \quad (6.1)$$

On se trouve donc dans un cas particulier du modèle précédent, où on cherche une forme particulière pour la fonction  $F$  :

$$F(\theta) = A + B \frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta) \quad (6.2)$$

La mesure de  $C_{D\theta}$  ne peut être effectuée que quand  $\theta = \theta_e$ . C'est un point particulier, pour lequel le dernier terme du modèle est nul. Ainsi, il est impossible d'évaluer ici le coefficient  $f$ , mais sa valeur n'importe pas car son influence sur la mesure est nulle. Les coefficients  $d$  et  $e$  ont été déterminés auparavant. Ici, on va chercher à adapter une fonction de la position  $\theta$  sur de nombreux points expérimentaux, à des vitesses et angles d'équilibre variables : c'est donc la valeur moyenne des coefficients  $d$  et  $e$  qui intervient. Or la valeur moyenne de  $d$  est nulle (fonction impaire), et celle de  $e$  est faible (voir Figure 5.2,  $\langle e \rangle \sim 0.1$ , ce qui induit une

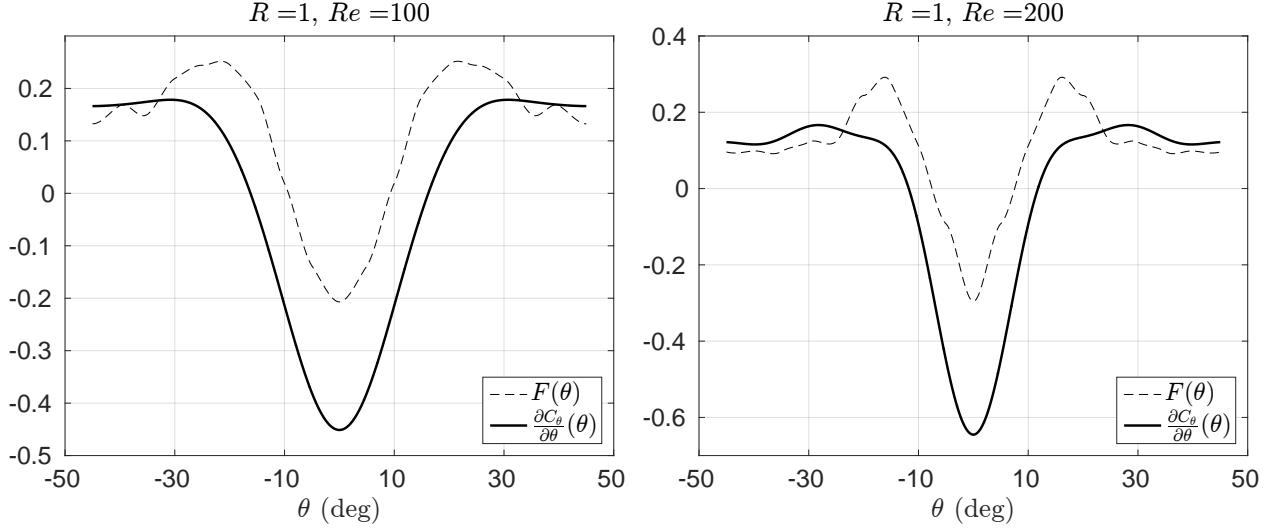


Figure 6.1 Comparaison entre l'amortissement et la dérivée du coefficient de raideur.  $U_R = 40$ .

correction sur l'amortissement de l'ordre de 1% de sa valeur à vitesse nulle). Enfin, on remarque que la dépendance de l'amortissement à la vitesse n'a pas d'influence sur l'apparition du galop, mais uniquement sur l'amplitude du cycle limite. On néglige donc ces termes, pour aboutir à la formulation simplifiée suivante :

$$C_{D\theta}(\theta, \dot{\theta}) = C_{D\theta}(\theta) = A + B \frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta) \quad (6.3)$$

On obtient la valeur des deux coefficients restants par une minimisation au sens des moindres carrés entre les points de mesure et le modèle. Les valeurs obtenues sont regroupées dans le Tableau 6.1.

Tableau 6.1 Valeurs expérimentales des coefficients du modèle

Paramètres	$A$	$B$
$Re = 100, U_R = 40$	0.11	0.58
$Re = 200, U_R = 40$	0.08	0.49
$Re = 100, U_R = 80$	0.13	0.56
$Re = 200, U_R = 80$	0.08	0.40

$A$  et  $B$  ont un sens physique :  $B$  représente ce que Blevins note  $L/2D$  dans l'équation 3.12. Comme  $L$  et  $D$  sont fixés à 1, le fait de mesurer  $B \simeq 1/2$  semble cohérent. Le coefficient  $A$  peut être relié à l'amortissement induit par la friction. Ainsi, dans le cas d'un cylindre circulaire,  $\frac{\partial C_\theta}{\partial \theta} = 0$  mais il existe quand même un amortissement du à la viscosité du fluide :

$A \neq 0$ . Cette interprétation physique est confortée par le fait que la valeur de  $A$  semble uniquement liée au nombre de Reynolds associé à l'écoulement.

La comparaison entre les données expérimentales et ce modèle simplifié est représentée Figure 6.2.

On constate que le modèle a un sens, car la dérivée du coefficient statique s'adapte assez bien aux données numériques. On peut souligner deux points :

- il existe encore des écarts significatifs entre le modèle et les données expérimentales. La façon de filtrer les données a évidemment une influence sur ces écarts, mais elle ne permet pas de les réduire sans supprimer de l'information importante. Ces écarts sont probablement dus au fait que nous faisons un développement limité en  $\dot{\theta} = 0$ , alors que nos points de mesure sont en  $\dot{\theta} = \pm\omega_n\Theta$ .
- les données expérimentales sont obtenus sur des angles variant de 0 à 45°. L'ajustement du modèle est effectué sur ces valeurs d'angles, mais la symétrie du carré garantit que les résultats puissent être prolongés de -180 à +180°. Aucune position particulière de la section n'est privilégiée dans l'établissement du modèle.

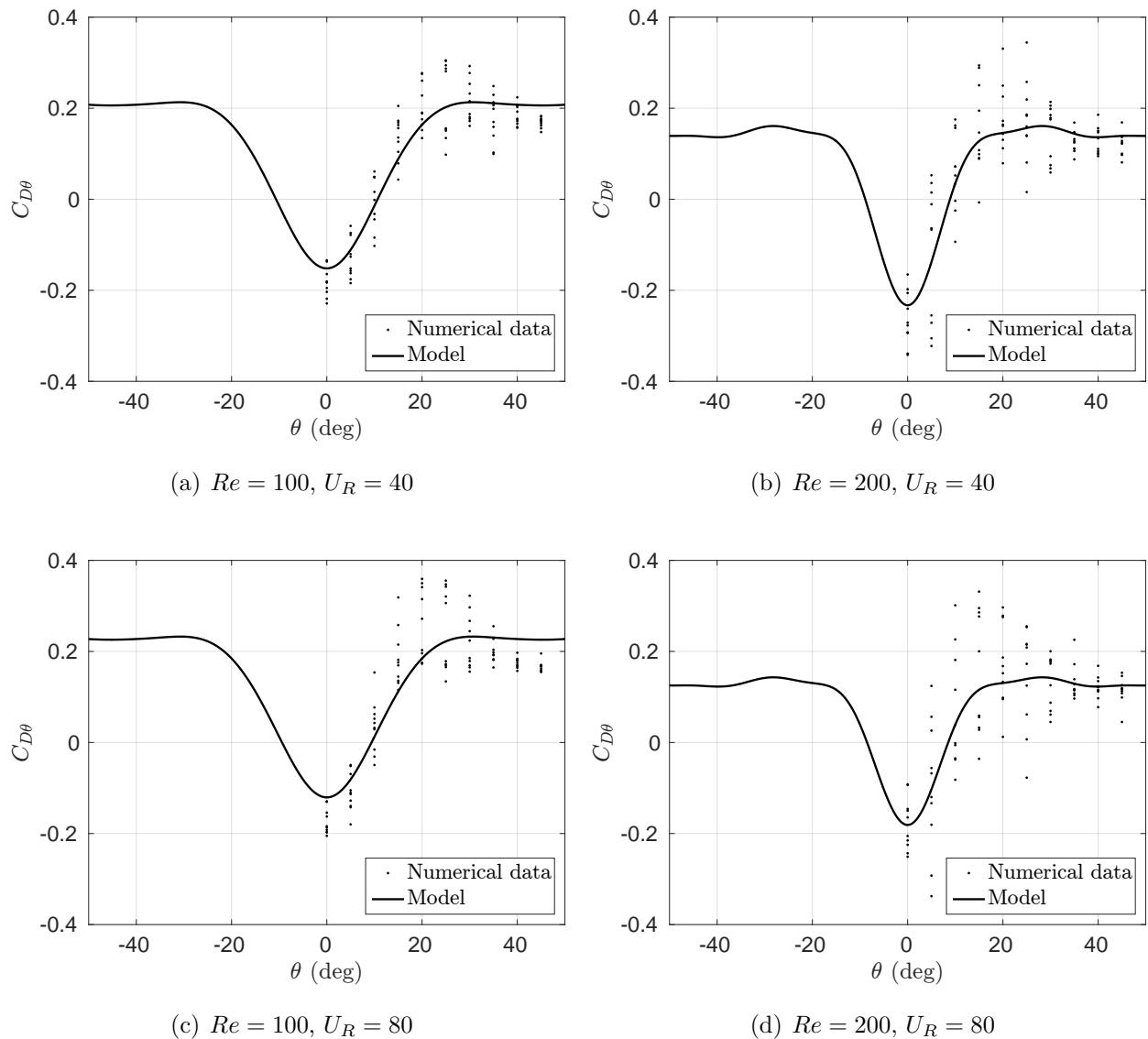


Figure 6.2 Ajustement affine de la dérivée du coefficient de raideur sur les valeurs d'amortissement mesurées.

## 6.2 Comparaison avec l'expérience

Notre modèle se base sur les mesures faites à accélération nulle. La valeur du moment pour n'importe quelle position, vitesse et accélération ne peut donc pas être rigoureusement prédictée à ce stade. Néanmoins, l'écart entre la valeur mesurée et notre prédition correspond à l'influence de l'inertie ajoutée, ainsi qu'aux erreurs sur la modélisation de l'amortissement. En faisant l'hypothèse que l'inertie ajoutée est négligeable ( $I_\theta(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = 0$ ), on peut reconstruire la valeur du moment sur tout le cycle de rotation imposé au cylindre, d'après l'équation 3.4. Par comparaison avec la courbe expérimentale, on a une confirmation que l'inertie ajoutée a un effet peu important. En effet on remarque que, en bout de cycle des données expérimentales, l'écart entre moment statique et dynamique est dû uniquement à l'inertie ajoutée (multipliée par l'accélération), puisque la vitesse est nulle :

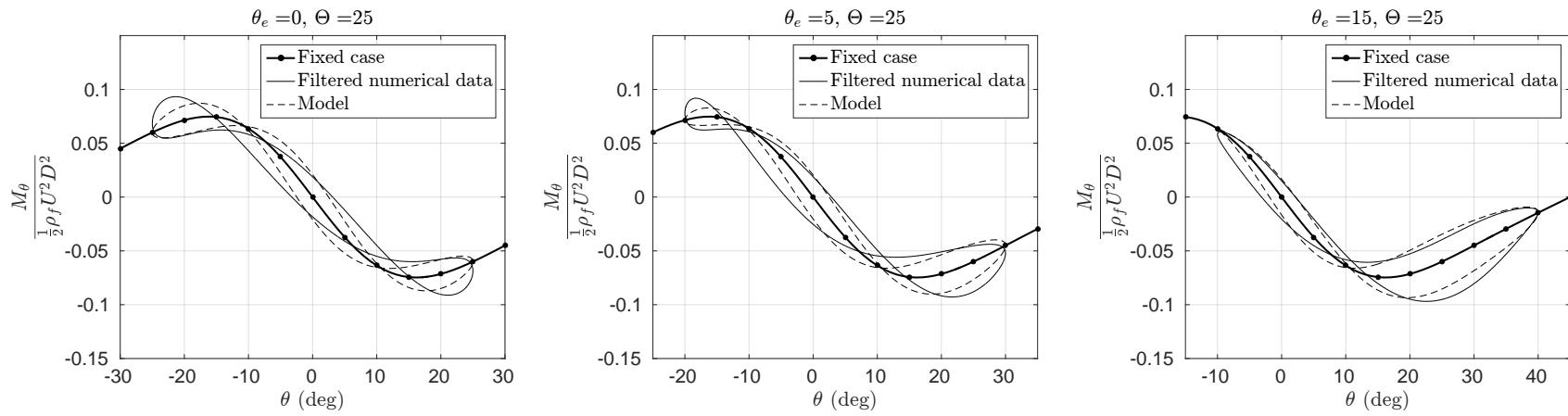
$$\frac{M_\theta(\theta, 0, \ddot{\theta})}{\frac{1}{2}\rho_f U^2 D^2} - C_\theta(\theta) = -2 \frac{D^2}{U^2} I_\theta(\theta, 0, \ddot{\theta}) \ddot{\theta} \quad (6.4)$$

Or cet écart est toujours nul ou très faible bien que l'accélération soit maximale, ce qui tend à valider l'hypothèse d'une inertie ajoutée négligeable.

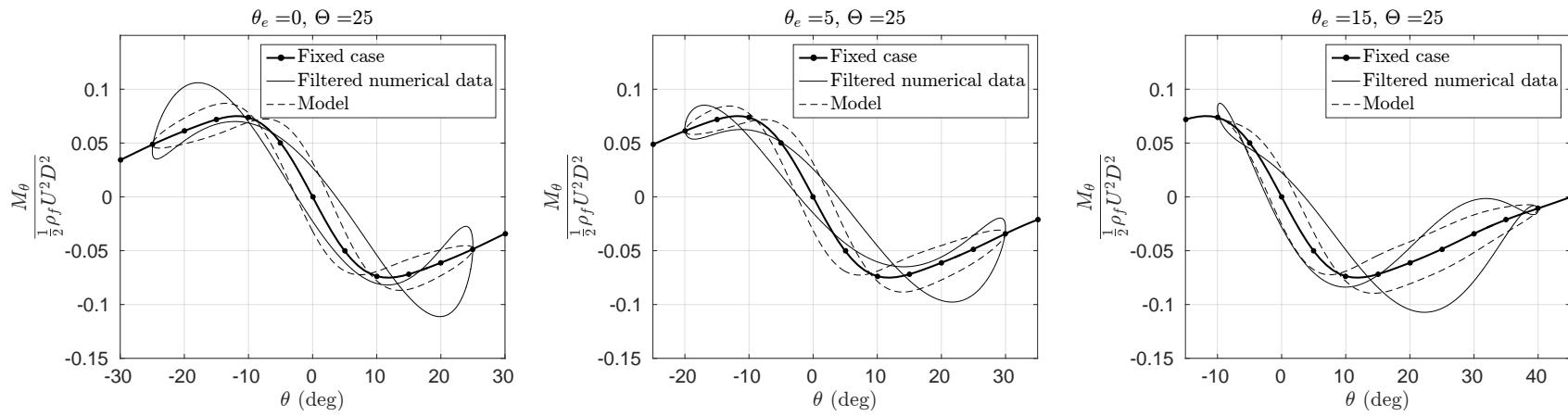
Les résultats sont présentés sur les Figures 6.3 et 6.4. Chaque graphe comporte 3 courbes :

- celle du coefficient de moment, mesurée par les expériences statiques.
- celle du moment mesuré dans les expériences dynamiques. Comme on ne garde que les 4 premiers modes de la transformée de Fourier du signal, cette mesure est une fonction trigonométrique de l'angle, ce qui explique la superposition parfaite des différentes périodes.
- celle de notre modèle, dont les deux coefficients ont été calculés plus haut.

On a choisi de faire figurer ici les résultats obtenus pour une grande amplitude de mouvement,  $\Theta = 25$ , afin que les effets dynamiques soient bien visibles. Cela augmente également les écarts entre notre modèle et les expériences, ce qui facilite la discussion des résultats.



(a)  $Re = 100, U_R = 40$



(b)  $Re = 200, U_R = 40$

Figure 6.3 Reconstruction du moment fluide sur tout le cycle à partir du modèle (trait pointillé) et comparaison avec l'expérience (trait plein),  $U_R = 40$ .

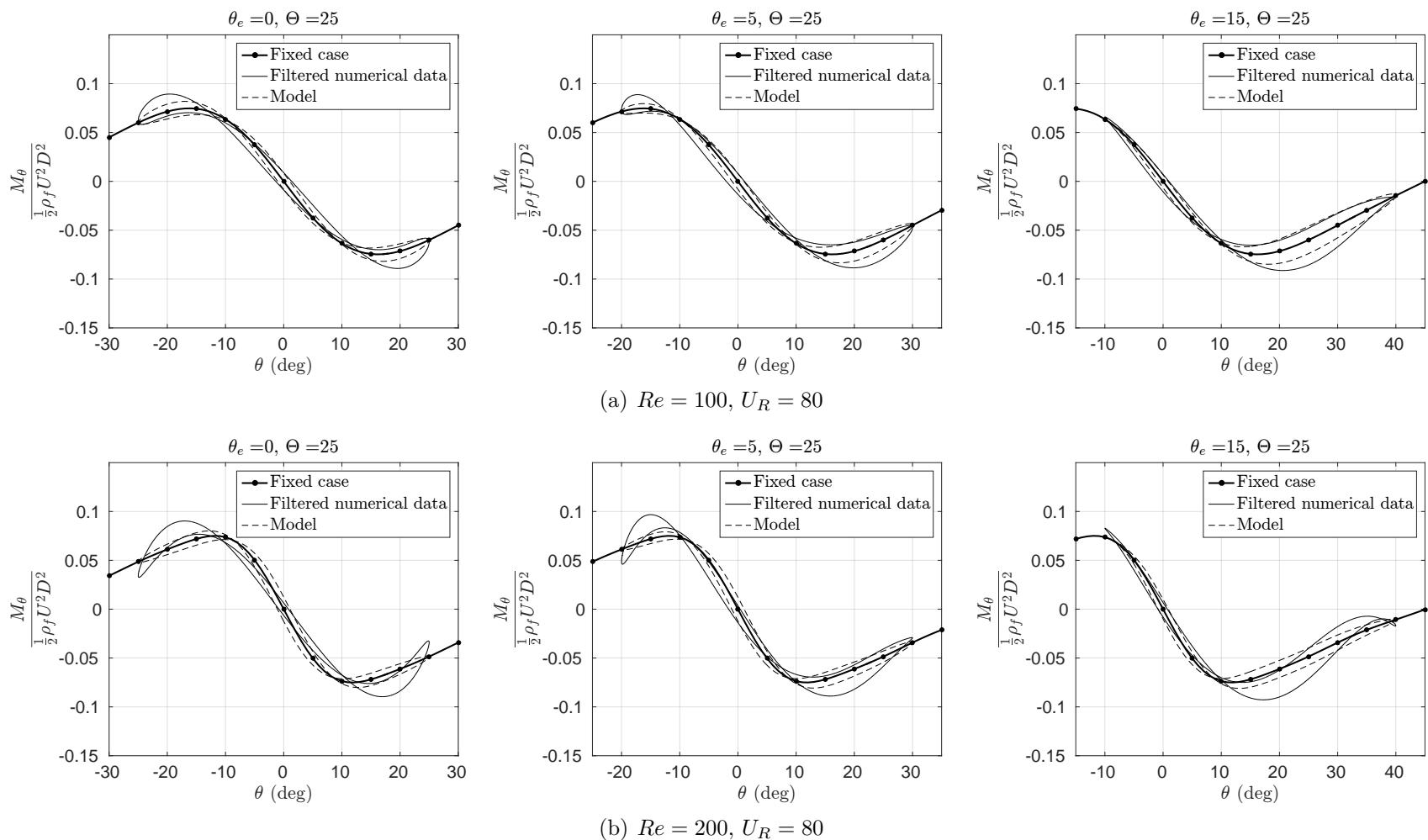


Figure 6.4 Reconstruction du moment fluide sur tout le cycle à partir du modèle (trait pointillé) et comparaison avec l'expérience (trait plein),  $U_R = 80$ .

En premier lieu, on remarque que l'ordre de grandeur des effets dynamiques est correctement prédit par le modèle. Les deux courbes ne se superposent pas parfaitement, mais leur comportement est similaire. Le moment est globalement mieux prédit pour  $Re = 100$  que pour  $Re = 200$ , mais on constate encore que les courbes expérimentales ont une allure plus “lisse” à  $Re = 100$ . Un point majeur à signaler ici encore, en comparaison avec les travaux précédents sur le galop en rotation (Païdoussis et al. (2010); Nakamura (1979)), est que notre modèle prédit les écarts à la courbe statique sans introduire d’effet d’histoire. On rappelle (voir partie 4.4.2) que ces écarts constituent une limite au critère de Blevins, dans son hypothèse de l’existence d’un angle d’attaque équivalent. A elle seule, la non-linéarité du coefficient d’amortissement crée ce saut de moment autour du changement de pente du coefficient statique. Ce saut est parfois prédit de façon extrêmement satisfaisante (voir par exemple les cas  $Re = 100$ ,  $U_R = 40$ ,  $\theta_e = 5$  ou  $15$ ).

On souligne ensuite que, comme notre modèle n’inclut pas de dépendance en vitesse dans le coefficient d’amortissement, la courbe pointillée croise la courbe statique toujours au même point, que la vitesse soit positive ou négative. Les extrémités des “boucles” du modèle sont toujours situées sur la courbe statique. Or, ce n’est pas toujours le cas dans les expériences (voir par exemple le cas  $Re = 100$ ,  $U_R = 40$ ,  $\theta_e = 0$ ). Mais on a vu précédemment que cette dépendance était difficilement modélisable, et qu’elle n’introduit pas une erreur trop importante sur la prédiction de l’amortissement.

### 6.3 Raisonnement énergétique

Les courbes présentées sur les figures 6.3 et 6.4 peuvent aussi être interprétées de façon physique. En effet, l’aire des boucles formées par la courbe du moment en fonction de l’angle (en trait plein) est directement liée au transfert d’énergie entre le solide et l’écoulement. Le sens de parcours nous renseigne sur le sens de ce transfert. Cela est visible sur la figure 6.5. Dans la boucle de droite ( $\theta > 10$ ), le solide perd de l’énergie au cours de son mouvement forcé, tandis que dans la partie gauche, l’écoulement lui transmet de l’énergie. Le point d’intersection de la courbe avec elle-même est donc un point important, car il sépare ces deux régimes. On comprend avec cette figure qu’un cycle limite sera atteint quand les aires des deux boucles seront égales, et qu’il n’y aura globalement plus de transfert d’énergie sur un cycle. On peut donc déjà déduire de ces courbes le domaine de stabilité du cylindre carré : par exemple, autour de 20 degrés, le cylindre perd de l’énergie en oscillant, on s’attend donc à ce qu’il soit stable.

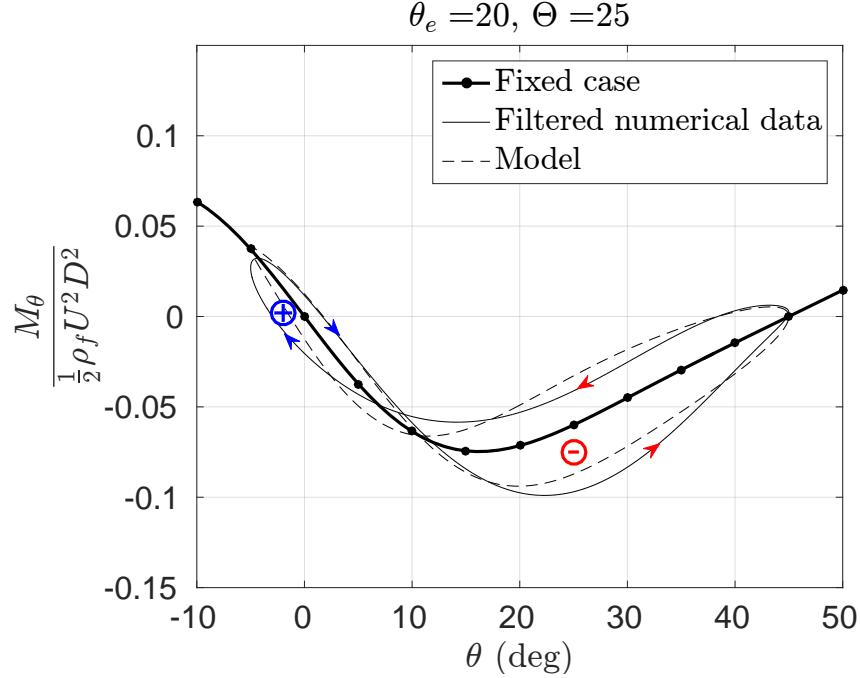


Figure 6.5 Transfert d'énergie entre le solide et l'écoulement, suivant l'aire des boucles et le sens de parcours.

#### 6.4 Simulation de cas libres

Afin de vérifier la validité du modèle, on étudie des cas de rotation libre. On choisit arbitrairement une masse réduite  $m^* = \frac{\rho_s}{\rho_f} = 100$  et un amortissement structurel nul, soit, pour  $U_R = 40$  :

$$I^* = 16.67, \quad k_s = 0.411 \text{ N}, \quad \zeta = 0 \quad (6.5)$$

On compare les simulations numériques à la solution de l'équation différentielle non-linéaire suivante :

$$\ddot{\theta} + \omega \frac{U_R}{2\pi I^*} \left( A + B \frac{\partial C_{D\theta}}{\partial \theta} \right) + \frac{U_R^2}{8\pi^2 I^*} C_\theta(\theta) + \omega^2(\theta - \theta_i) = 0 \quad (6.6)$$

La solution est calculée par la routine Matlab “ode45”, basée sur la méthode Runge-Kutta d'ordre 4 avec évaluateur d'erreur d'ordre 5. On compare le modèle et les simulations au travers de 3 paramètres du mouvement : amplitude du cycle limite d'oscillation, angle moyen, et vitesse réduite effective (qui dépend directement de la fréquence des oscillations).

Ces paramètres sont visibles sur la figure 6.6, qui représente les signaux obtenus par simulation numérique pour un carré à  $Re = 100$ , pour des angles d'incidence initiaux de 5 et 40 degrés.

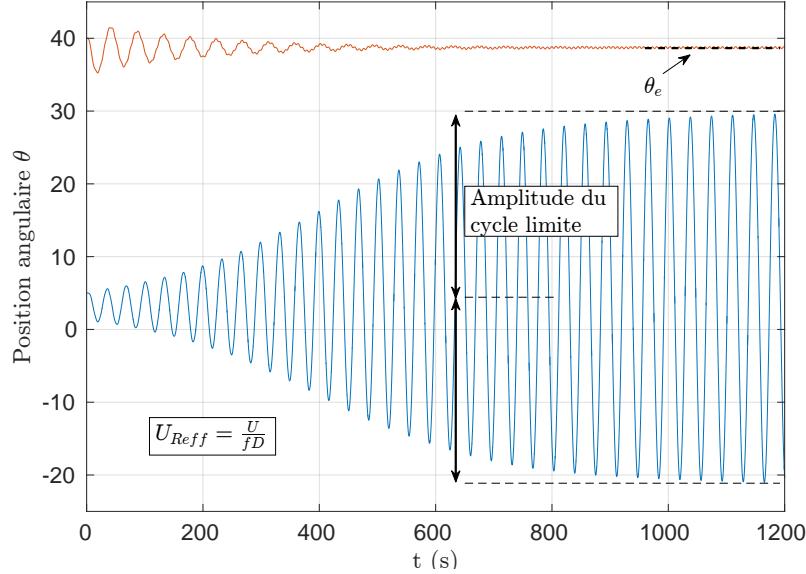


Figure 6.6 Paramètres de mouvement libre utilisés comme éléments de comparaison (données issues d'une simulation numérique,  $R = 1$ ,  $Re = 100$ ,  $U_R = 40$ )

Le cas lâché à  $5^\circ$  est instable (les oscillations sont amplifiées jusqu'à un cycle limite), et le cas à  $\theta_i = 40^\circ$  est stable. On peut mesurer la fréquence des oscillations dans les 2 cas, et en déduire une vitesse réduite effective.

Les figures 6.7 et 6.8 présentent la comparaison entre données numériques et solution de l'équation de mouvement (les points sont les données obtenues par simulation). On attend de notre modèle qu'il prédise au moins la plage d'instabilité du cylindre, c'est-à-dire les angles d'attaque qui correspondent à un cycle limite d'amplitude non-nul : cela est vérifié, avec une erreur maximale de  $2^\circ$  dans le cas  $Re = 200$ ,  $U_R = 40$  (figure 6.7). Par ailleurs les amplitudes d'oscillations sont très correctement prédictes pour  $Re = 100$ . On observe aussi que la position moyenne du cylindre, lorsqu'il oscille, n'est pas exactement sa position théorique d'équilibre statique (écart entre les courbes fines pointillées et pleines). Le cylindre ne rejoint sa position d'équilibre statique  $\theta_e$  que quand il n'oscille pas. Ce fait apparaît également dans les prédictions du modèle, même si on observe des écarts importants pour les cas à  $U_R = 80$ .

Enfin, les vitesses réduites effectives sont correctement prédictes, avec des erreurs inférieures à  $5\%$ . Dans le cas d'oscillation amorties, on mesure la fréquence sur les premiers cycles d'oscillation, lorsque cela est possible. Plus l'amortissement augmente, moins le cylindre oscille longtemps avant de se stabiliser. Il oscille à une plus basse fréquence, d'où les deux domaines de comportement de la vitesse réduite effective.

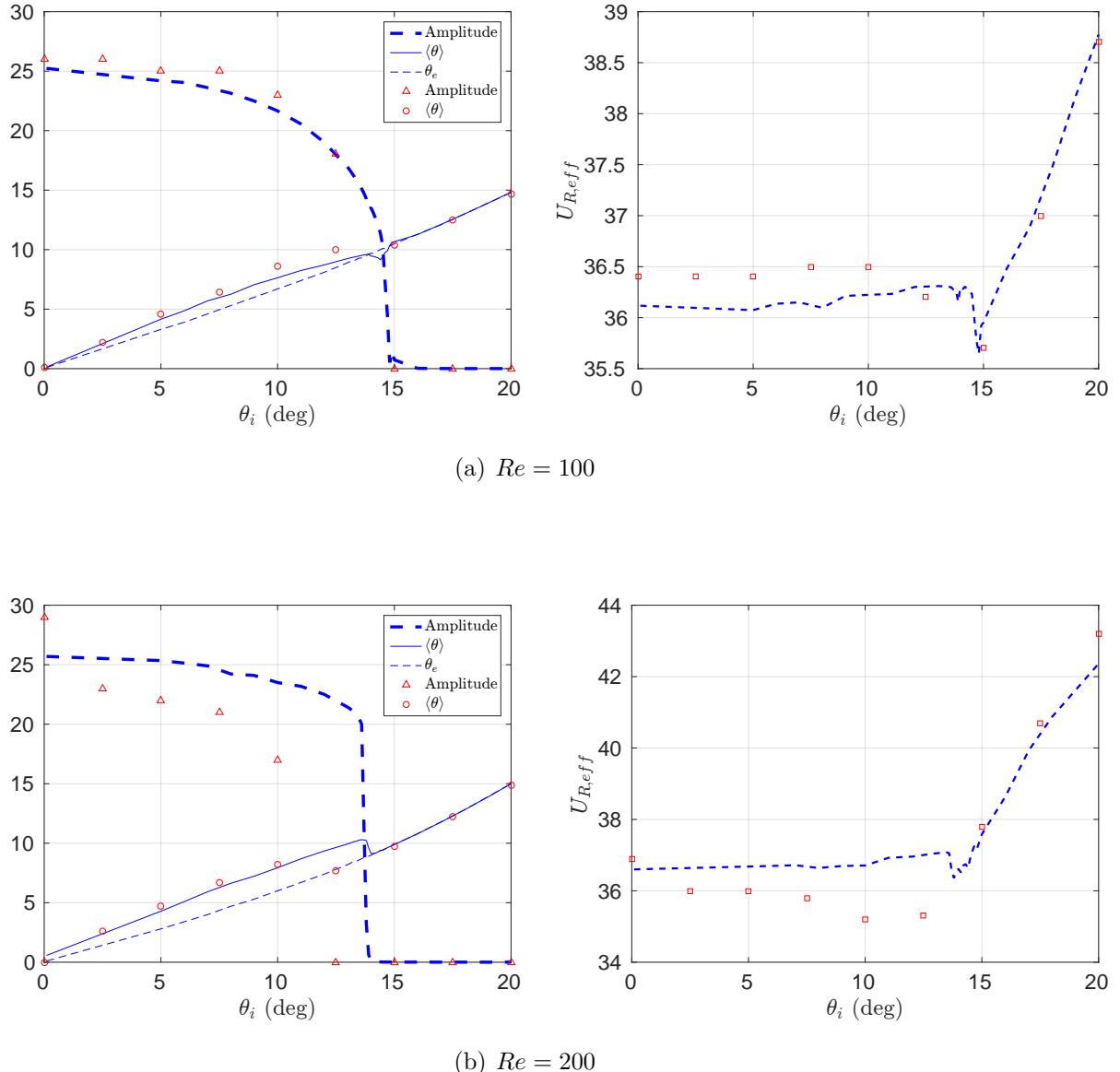


Figure 6.7 Cas libres : prédiction de la zone d'instabilité, de l'amplitude d'oscillation, de l'angle moyen et de la vitesse réduite,  $U_R = 40$ . Comparaison avec l'expérience (points, en rouge)

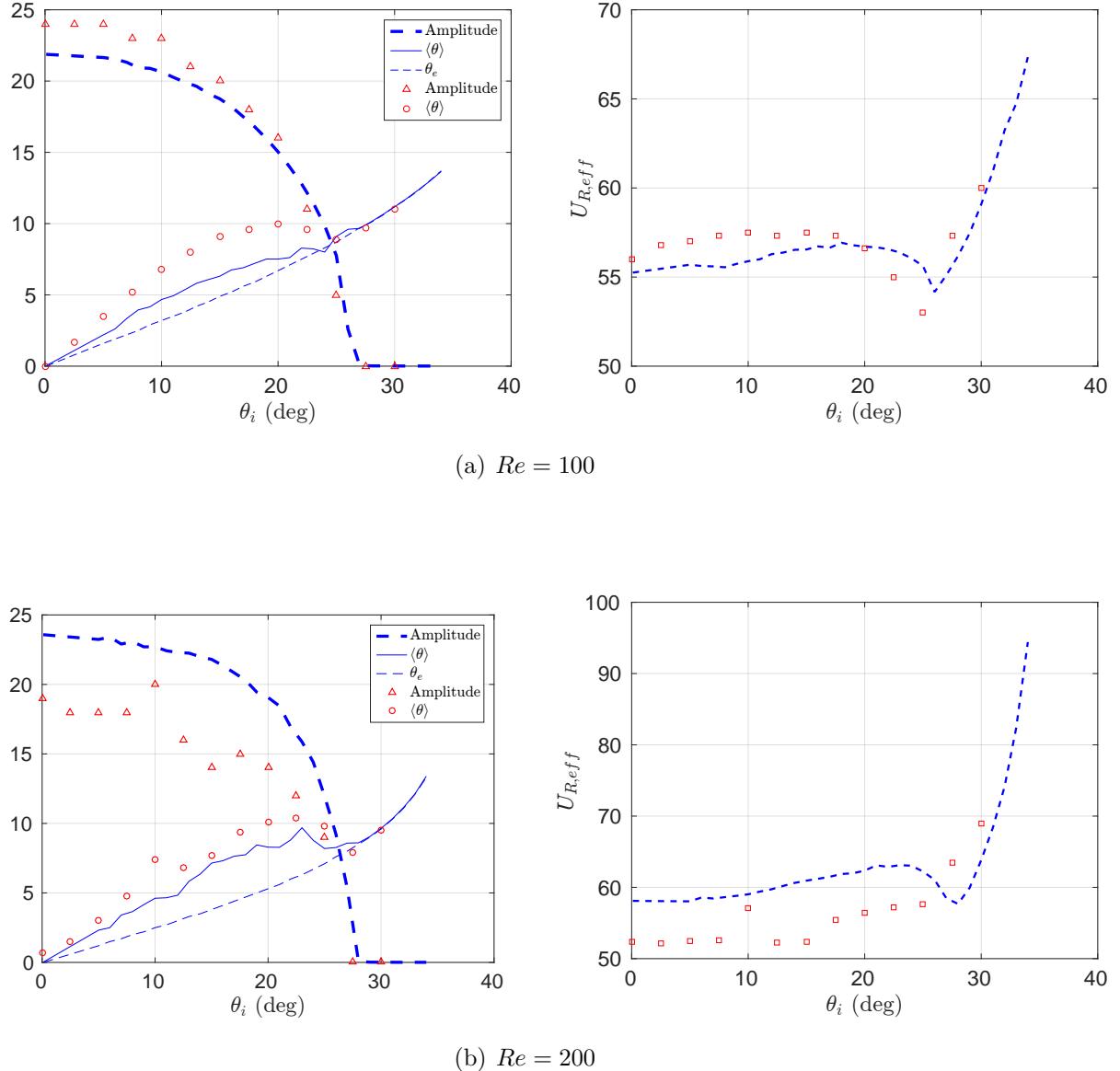


Figure 6.8 Cas libres : prédiction de la zone d'instabilité, de l'amplitude d'oscillation, de l'angle moyen et de la vitesse réduite,  $U_R = 80$ . Comparaison avec l'expérience (points, en rouge)

## 6.5 Conclusion

L'étude d'oscillations sinusoïdales forcées d'une section carrée nous a conduit à construire un modèle non linéaire pour le galop en rotation, dans le prolongement du critère de Blevins. Ce modèle est un cas particulier de notre modèle général au second ordre, et se base sur l'ajustement de deux paramètres à partir de données expérimentales de mouvements forcés, pour modéliser l'amortissement fluide ( $C_{D\theta}(\theta) = A + B \frac{\partial C_{D\theta}}{\partial \theta}$ ). On montre également que l'inertie ajoutée est négligeable, à partir de la reconstruction du moment sur un cycle d'oscillations forcées.

Les résultats de cette approche sont satisfaisants : la prédiction de la valeur du moment fluide, de la plage de stabilité en rotation, de l'amplitude du cycle limite d'oscillation et de la vitesse réduite semble fiable. Ce modèle a également été appliqué à une autre géométrie faite d'un assemblage de cylindres circulaires (non présentée dans ce mémoire consacré aux géométries rectangulaires), avec les mêmes résultats (Garapin et al., 2016).

Ce modèle pourrait être affiné pour mieux rendre compte du phénomène sur le cylindre de section carré ( $R = 1$ ). Mais les tentatives pour l'appliquer aux autres géométries plus élancées (rectangles de rapport d'aspect  $R = 4, 10$ ) donnent de très mauvais résultats. En particulier, la mesure des coefficients  $A$  et  $B$ , déterminants pour la modélisation de l'amortissement, n'a pas de sens. On présente au Chapitre 5 cette discussion sur les sections rectangulaires.

## CHAPITRE 7 DISCUSSION SUR LES RECTANGLES

Pour une section carrée, on a vu qu'on pouvait inclure la formulation de Blevins dans la modélisation de l'amortissement. On l'a même développée en introduisant deux constantes, pour établir une relation affine entre amortissement et dérivée du coefficient de moment. On évalue maintenant cette procédure sur les sections rectangulaires.

### 7.1 Invalidation du critère de Blevins

On se concentre sur les sections rectangulaires de rapport d'aspect  $R = 4$  et  $10$ . Dans le cas du carré, on a comparé la fonction  $F$ , qui représente la part de l'amortissement indépendante de la vitesse angulaire, et la dérivée du coefficient de moment, pour déduire une relation affine entre ces deux grandeurs. Cette même comparaison pour les rectangles est représentée sur la figure 7.1. On constate immédiatement qu'il n'existe pas de relation affine pertinente dans le cas des sections rectangulaires. Vouloir relier amortissement et raideur n'a pas de sens dans ces cas là, la similitude est fortuite dans le cas du carré. Cela nous pousse à conclure dès maintenant que le critère de Blevins ne s'applique pas à toutes les géométries. Il est difficile de conclure sur les raisons physiques précises qui expliquent la limitation du critère, mais on peut faire la remarque suivante : dans son raisonnement, Blevins introduit une position de référence, à une certaine distance du pivot, et à un certain angle. Dans le cas d'un corps épais, il semble normal de prendre comme distance la taille caractéristique du solide. Mais pour un corps élancé, plusieurs distances interviennent pour définir le solide, la définition d'une position de référence est moins immédiate. Par ailleurs, la différence entre bord d'attaque et bord de fuite est importante pour un corps élancé, alors que cette distinction est moins pertinente pour un corps épais. Pour les rectangles, ce sont peut-être les phénomènes au bord de fuite qu'il faut étudier. On s'attend donc à ce qu'il existe un rapport d'aspect limite pour appliquer le critère de Blevins, bien que nous n'ayons pas cherché à le déterminer précisément (entre 1 et 4 d'après nos expériences).

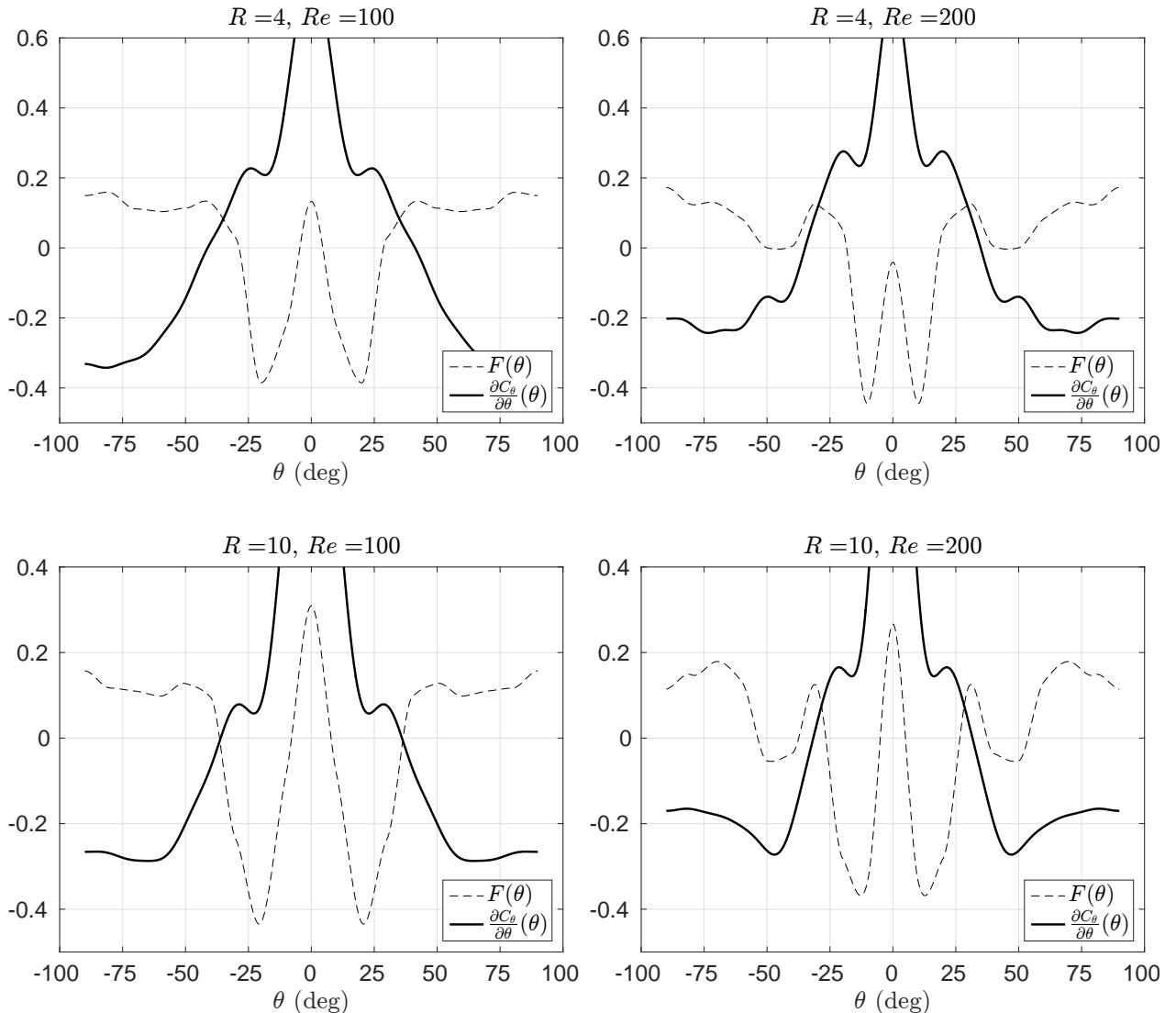


Figure 7.1 Comparaison entre l'amortissement ( $F(\theta)$ ) et la dérivée du coefficient de raideur.

## 7.2 Cas libres

Puisque la comparaison entre le modèle et les données dans le cas des rectangles a été faite au chapitre 5, la dernière étape de notre procédure est la comparaison avec des cas de vibrations libres. Pour le carré, la masse réduite du solide avait été fixée à  $m^* = 100$ . Le choix de la masse réduite détermine entièrement le nombre d'inertie et la raideur structurelle, à vitesse réduite fixée, selon les formules suivantes :

$$I^* = \frac{m^*}{12R} \left(1 + \frac{1}{R^2}\right), \quad k_s = I^* \left(\frac{2\pi}{U_R}\right)^2 \quad (7.1)$$

L'amortissement structurel est toujours fixé à zéro. On rappelle que la position d'équilibre (dont l'écart à la position moyenne est faible ou nul) est déterminée par la solution de l'équation 3.6 :

$$I\omega_n^2(\theta_e - \theta_i) = k_s(\theta_e - \theta_i) = M_\theta(\theta_e)$$

soit en introduisant le nombre de raideur  $k_s^* = \frac{2k_s}{\rho_f U^2 D^2}$  :

$$k_s^*(\theta_e - \theta_i) = C_\theta(\theta_e) \quad (7.2)$$

On représente en figure 7.2 la signification de cette équation pour  $R = 10$ ,  $Re = 100$ . Pour un angle initial  $\theta_i = 10$ , la position d'équilibre est le point d'intersection entre la droite affine de pente  $k_s^*$  et la courbe de raideur statique  $C_\theta$ . Suivant la valeur de la raideur structurelle, on voit que plusieurs positions d'équilibre sont possibles. L'équilibre sera stable si la pente du coefficient de moment est plus faible que la raideur structurelle ( $K_\theta + k_s^* > 0$ ). Si la pente est plus forte que  $k_s^*$ , l'équilibre est instable, le cylindre va alors se déplacer vers un équilibre stable, quitte à avoir une déflexion statique beaucoup plus importante. Pour une masse réduite de 100 et des rapports d'aspect  $R = 4, 10$ , la raideur structurelle est très faible ( $k_s = 0.05N$  et  $k_s = 0.02N$  respectivement). Ainsi, il est impossible de maintenir un rectangle dans sa zone d'instabilité en raideur pour une telle masse réduite. Cela donnait lieu à de grandes déflexions statiques ( $|\theta_i - \theta_e| > 80^\circ$ ) et à des inversions de mailles dans nos simulations. Par ailleurs, il était impossible d'évaluer la capacité du cylindre à osciller dans toute une gamme d'angle. On a donc choisi d'augmenter la masse réduite, afin d'avoir de grandes raideurs structurelles et de faibles déflexions statiques. Pour cela, on choisit arbitrairement une raideur ajoutée  $k_s = 2N$ , qui détermine ensuite la masse ajoutée ( $m^* \simeq 3600$  pour  $R = 4$  et  $m^* \simeq 9600$  pour  $R = 10$ ). Par souci de cohérence, on ne change pas la vitesse réduite, ce qui donne de grandes valeurs du nombre d'inertie ( $I^* \simeq 81$ ). Le cycle limite est atteint après un temps très long, que nous n'avons pas cherché à atteindre.

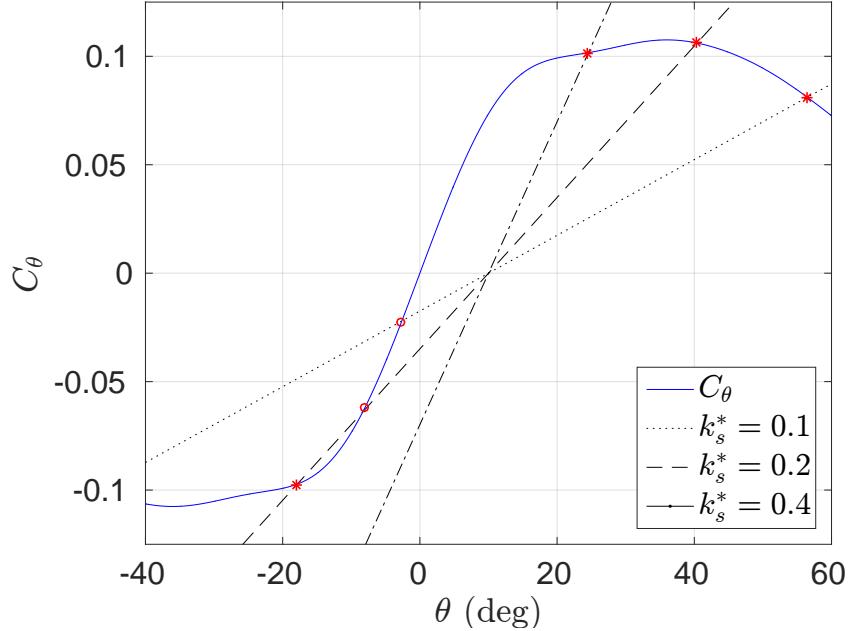


Figure 7.2 Positions d'équilibre et stabilité suivant la raideur structurelle ( $\theta_i = 10^\circ$ ,  $R = 10$ ,  $Re = 100$ ). \* = équilibre stable, o = équilibre instable.

Les simulations de cas libres sont représentées en figure 7.3, pour le carré et les 2 rectangles. On observe que, pour certains angles d'incidence (zones griseses de la figure), les oscillations sont amplifiées et qu'on atteint un cycle limite. En revanche, pour d'autres angles  $\theta_i$ , les oscillations sont amorties, et le cylindre se stabilise. Cela arrive pour un temps plus ou moins long suivant la valeur de la masse réduite. On déclare que le cylindre est instable quand les oscillations sont d'amplitudes croissantes.

Puisqu'il ne semble pas y avoir de modèle simple permettant de prédire tous les paramètres du mouvement pour les rectangles, on cherche uniquement à mesurer les zones d'instabilité en rotation. C'est ce qui est présenté en figure 7.4, pour les deux rectangles et le carré. On y fait aussi figurer les valeurs de l'amortissement, que l'on considère indépendant de la vitesse, et la dérivée du coefficient de raideur. Les zones griseses représentent les angles d'équilibres pour lesquels se développe une instabilité de galop en torsion. Il ne s'agit pas ici de l'angle initial d'incidence, bien que la différence soit faible à cause des grandes valeurs de raideur structurelle. Par exemple, dans le cas  $R = 1$ ,  $Re = 100$ , il serait faux de conclure qu'un cylindre lâché à  $\theta_i = 20$  est stable. Suivant la valeur de  $k_s$ , il se peut que sa position d'équilibre stable soit  $|\theta_e| < 10$ , et qu'il entre donc dans la zone d'instabilité.

Les résultats des simulations libres sont très satisfaisants en comparaison avec les valeurs calculées de l'amortissement fluide. On constate bien que l'instabilité se produit si et seulement

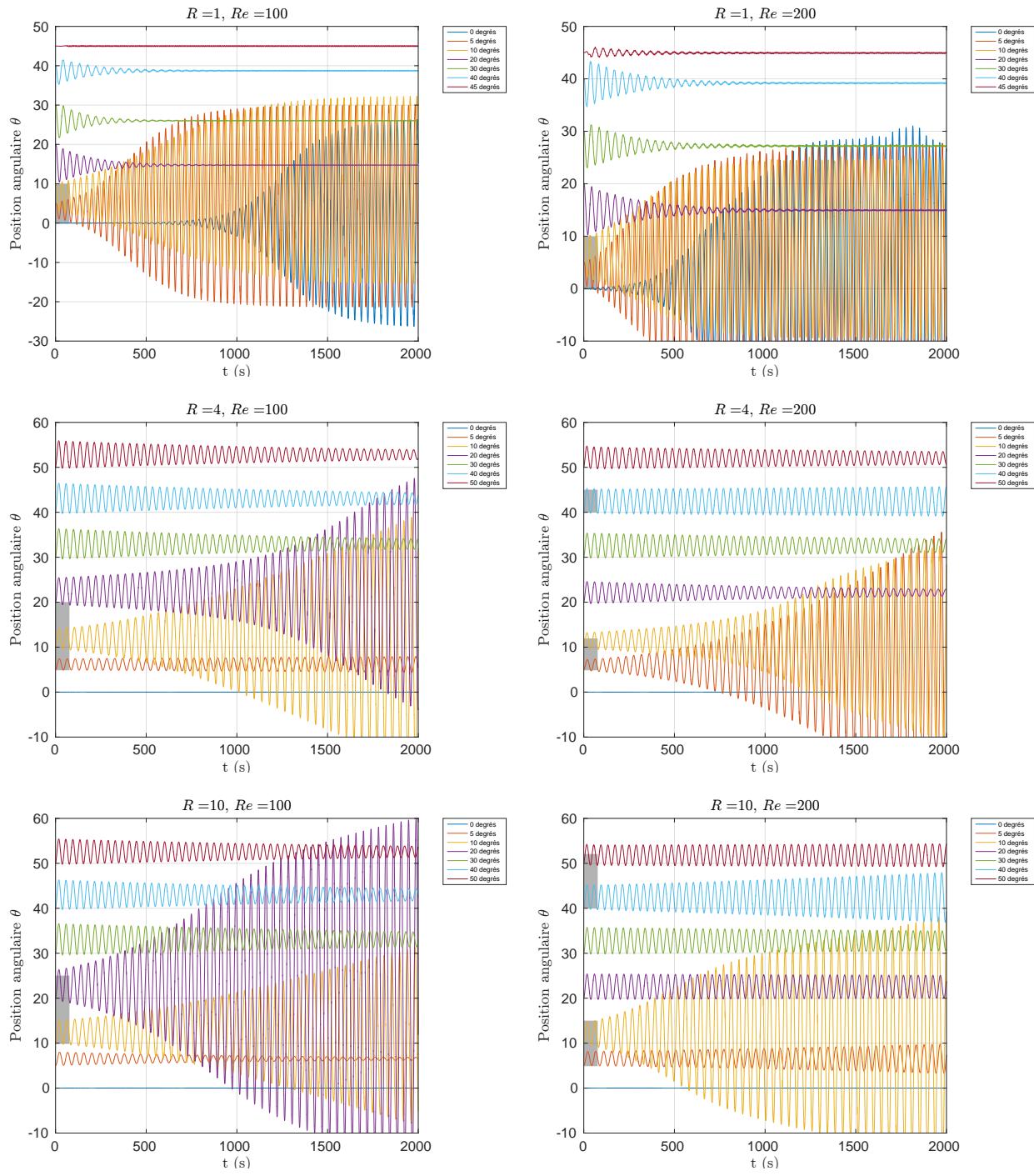


Figure 7.3 Oscillations libres en fonction du temps, pour des angles d'attaque initiaux variables

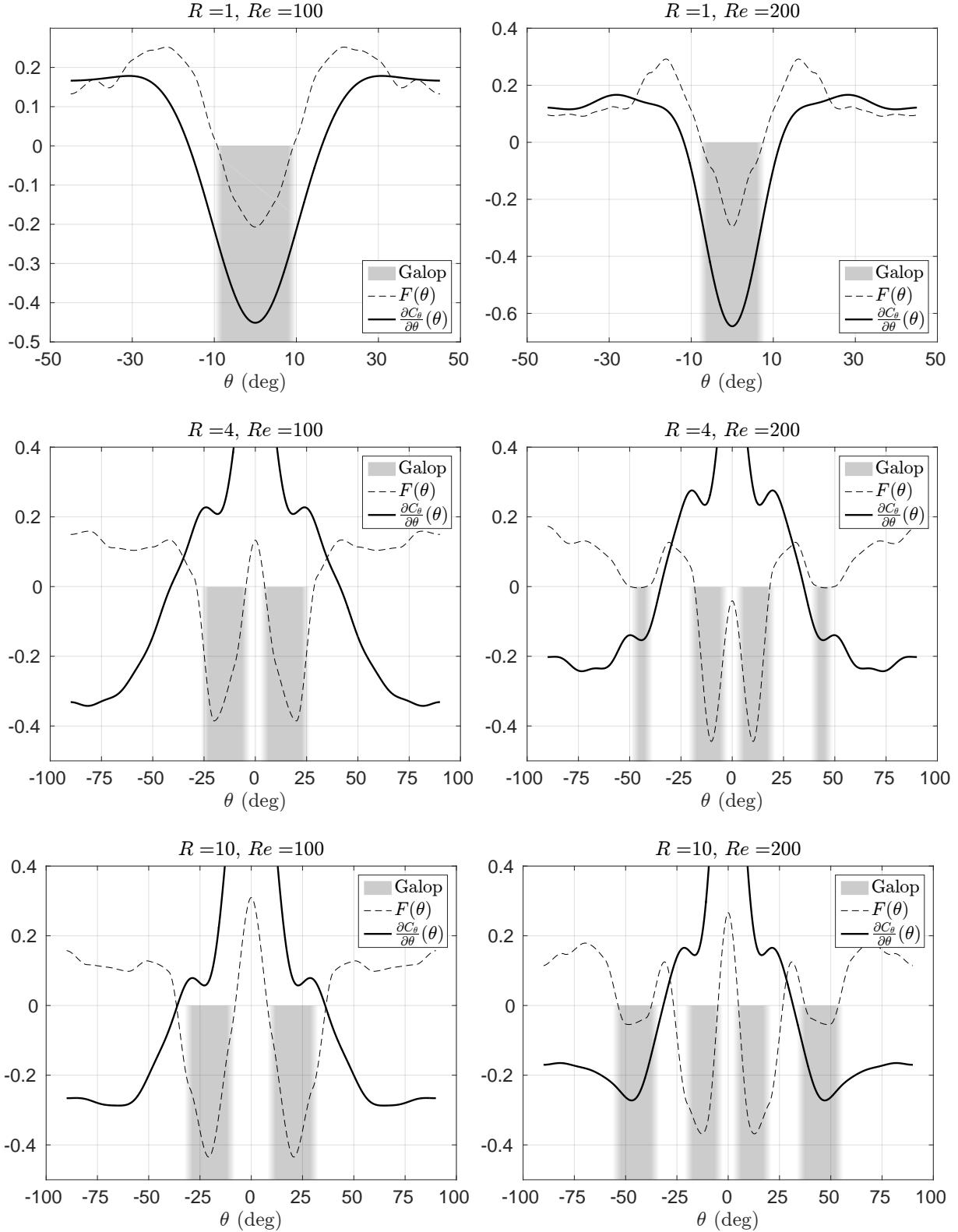


Figure 7.4 Zones d'instabilité (observation expérimentale), qui correspondent à un amortissement négatif (trait pointillé). Comparaison avec la dérivée du coefficient de moment.

si l'amortissement fluide est négatif. Il existe cependant quelques exceptions et imprécisions (pas de galop alors que l'amortissement est nul pour le rectangle  $R = 4$  à  $Re = 200$ , frontière de la zone instable qui ne correspond pas exactement au changement de signe de l'amortissement pour  $R = 10$ ). Il est intéressant de remarquer qu'une très petite zone d'instabilité existe autour de  $40^\circ$  pour le cas  $R = 4$ ,  $Re = 200$ , alors que l'amortissement prend une valeur très faiblement négative. Cela nous donne une idée de la bonne précision de nos résultats. On constate aussi que, dans le cas des rectangles, l'instabilité n'est absolument pas reliée au signe de la pente du coefficient statique, donc que le critère de Blevins ne s'applique pas à ces géométries. L'influence de la vitesse sur la valeur de l'amortissement est suffisamment faible pour que les zones d'instabilité soient prédites sans prendre en compte cette dépendance.

Enfin, on rappelle qu'une position d'équilibre est instable en raideur si  $\frac{\partial C_\theta}{\partial \theta}(\theta_e) > 0$ . Suivant la valeur de la raideur structurelle, il est possible que le cylindre puisse toujours quitter une position d'équilibre instable, ce qui limite les zones d'instabilités en amortissement atteignables. Par exemple, dans le cas  $R = 4$ ,  $Re = 100$ , le cylindre ira toujours se stabiliser, dans la mesure du possible, à des angles d'attaque supérieurs à  $40^\circ$  environ. Pour que le galop en torsion apparaisse, il faudrait que la raideur structurelle soit assez importante pour le maintenir dans une zone *a priori* instable. A faible raideur structurelle, toutes les zones grisées de la figure 7.4 ne sont donc pas "dangereuses". On regroupe dans le tableau 7.1 la caractérisation angulaire de ces quelques zones propices à l'apparition du galop.

Tableau 7.1 Zones les plus favorables à l'instabilité, à faible raideur structurelle.

	$Re = 100$	$Re = 200$
$R = 1$	$ \theta_e  \leq 8$	$ \theta_e  \leq 6$
$R = 4$	-	$ \theta_e  \simeq 40$
$R = 10$	-	$ \theta_e  \in [37; 52]$

### 7.3 Conclusion

Pour conclure, l'étude des sections rectangulaires montre les limitations du critère de Blevins. La mesure de l'amortissement fluide comme une fonction de la position angulaire par un développement limité à l'ordre 2 donne cependant d'excellents résultats sur la détermination des zones instables. La prédiction de ces zones ne peut malheureusement pas se faire sans de nombreux calculs d'oscillations forcées. L'absence de simplification du modèle rend plus compliqué la prédictions des paramètres du mouvement (nous ne cherchons pas à prédire les amplitudes et vitesses réduites du mouvement).

La discussion finale nous renseigne sur l'effet des nombres adimensionnels principaux  $Re$ ,  $U_R$  et  $m^*$ .

- à masse réduite et vitesse réduite fixées, faire varier le nombre de Reynolds a peu d'influence. Nous avons travaillé à de faibles nombres de Reynolds ( $Re = 100$  ou  $200$ ), et n'avons pas observé de différences significatives. Pour de telles valeurs, le nombre de Strouhal du relâché tourbillonnaire n'est pas encore indépendant du Reynolds, il se pourrait donc éventuellement que les fréquences de relâché se rapprochent des harmoniques de nos mouvements forcés pour des Reynolds inférieurs à  $100$ .
- pour rester dans l'hypothèse quasi-statique, il faut garder une valeur suffisamment élevée de la vitesse réduite ( $U_R \gtrsim 30$ ). A  $Re$  et  $m^*$  fixés, une augmentation de la vitesse réduite passe par une diminution de la raideur structurelle. On a vu que la raideur structurelle était déterminante pour la position moyenne du cylindre, et donc sur sa capacité à osciller.
- enfin, la masse réduite  $m^*$  doit être suffisamment élevée pour que les effets de galop ne soient pas dominés par les effets du relâché tourbillonnaire. En dessous d'une certaine masse réduite critique, on s'attend à ce que le relâché tourbillonnaire fasse vibrer le cylindre de façon telle que la nature du problème ne soit plus la même, et qu'on n'observe plus de galop (concernant les interactions entre les galop et les vibrations induites par vortex à faible ratio de masse, voir Joly et al. (2012)). Dans nos expériences, nous avons maintenu une raideur structurelle importante en choisissant de grandes masses réduites ( $m^* = 100$  pour le carré,  $3600$  pour le rectangle  $R = 4$  et  $9600$  pour le rectangle  $R = 10$ ). Ce choix permet de mieux comprendre le phénomène, il n'est pas réaliste pour le problème de vibration de risers, mais serait tout à fait adapté pour des vibrations de structures en acier dans l'air, spécialement à  $R = 10$  (panneau de signalisation, ...).

## CHAPITRE 8 CONCLUSION

Dans ce dernier chapitre, on résume les caractéristiques du modèle que nous avons présentés, et la façon de l'appliquer aux géométries que nous avons choisies. On rappelle ensuite les limites de notre travail et les améliorations qui permettraient de les repousser.

### 8.1 Synthèse des travaux

Nous avons étudié le galop en torsion au travers de simulations numériques. Le développement d'une formulation mathématique adaptée au problème (Chapitre 3), et une réflexion sur les paramètres de nos expériences (Chapitre 4) ont été nécessaires pour bien s'approprier notre problématique : dans quelle mesure peut-on construire un modèle simple pour prédire l'apparition du galop en torsion, et les paramètres du mouvement qui en résulte ?

La procédure pour construire un tel modèle commence par des mesures statiques de moment, puis par des cas de rotations forcées. Ces séries d'expériences nous donnent accès à une mesure de l'amortissement fluide. On effectue un développement limité à l'ordre 2 en position et en vitesse pour modéliser l'amortissement (Chapitre 5). Cette approche nous permet de montrer que l'amortissement dépend essentiellement de la position du cylindre. La dépendance à la vitesse angulaire n'est pas nulle, mais elle n'est pas facilement modélisable, et son influence n'est pas déterminante pour reproduire les résultats expérimentaux ou prédire les zones d'instabilité. On montre aussi qu'il n'est pas nécessaire d'introduire des effets d'histoire pour modéliser le galop en torsion.

L'étude d'une section carrée (Chapitre 6), avec des oscillations sinusoïdales forcées à différentes vitesses réduites, nous prouve que l'inertie ajoutée est totalement négligeable, et que l'approche de Blevins est réaliste. On peut relier l'amortissement au coefficient de moment, mais nous l'avons fait de manière plus complète qu'auparavant (relation affine, évaluation de deux coefficients). Cela nous donne une façon plus simple de modéliser l'amortissement, qui nous permet de prédire correctement les amplitudes d'oscillations et la vitesse réduite en fonction de la position initiale du cylindre.

Mais cette approche s'adapte mal aux sections rectangulaires (Chapitre 7). Il n'y a plus aucun lien évident entre amortissement et coefficient de moment, il faut revenir au modèle le plus général. Cela met en évidence les limitations du critère de Blevins, et nous pousse à conclure qu'on ne peut pas, en général, prédire l'instabilité à partir d'expériences statiques simples. Cependant, la mesure de l'amortissement comme une fonction de la position uniquement, et

l'hypothèse d'une inertie ajoutée négligeable, donnent d'excellents résultats sur la prédiction des zones instables, pour le carré comme pour les rectangles.

## 8.2 Cadre du projet et contribution à la science

Ce projet a été réalisé alors qu'un article de conférence et un mémoire de maîtrise avait déjà été publiés sur le sujet du galop en rotation, dans le cadre de la chaire de recherche (voir Béguin et al. (2015); Zabarjad-Shiraz (2014)). Le travail de recherche présenté ici a commencé en janvier 2016, alors qu'un partenariat était établi avec des industries (Technip, Subsea7, Doris Engineering, Engie). Nos premiers résultats sur l'extension du critère de Blevins pour les carrés ont fait l'objet d'un article de conférence (voir Garapin et al. (2016)). Je suis allé présenter ces résultats à la conférence FIV2016, à la Haye (Pays-Bas), le 5 juillet 2016. J'ai effectué une seconde présentation devant les partenaires industriels, à Paris, le 11 octobre 2016. Elle portait sur l'application de notre modèle à des géométries de *risers* plus complexes et plus réalistes, qui ne figurent pas dans ce mémoire par souci de confidentialité. Les bons résultats obtenus nous ont cependant assurés de la cohérence de notre modèle pour les géométries élancées, et ils ont été très bien accueillis par nos partenaires industriels. J'ai finalement présenté mon mémoire dans son ensemble à Polytechnique Montréal le 28 octobre 2016, conformément à l'échéancier établi au début de la maîtrise. Une dernière présentation est également au programme des 15<sup>ème</sup> Journées de l'Hydrodynamique, à Brest (France), le 24 novembre 2016.

Le principal apport de ce travail est la remise en cause du modèle de Blevins, dans sa formulation la plus simple. L'intuition qui en est à l'origine garde un sens, mais le modèle doit être étendu afin de s'adapter à des cas plus variés. Un deuxième résultat remarquable est l'absence d'effets d'histoire. L'existence de tels effets est souvent avancée pour justifier les écarts entre la valeur du moment dans un cas statique et dans un cas dynamique. Mais on a montré qu'on peut reproduire fidèlement la valeur du moment sur un cylindre en mouvement en prenant en compte des non-linéarités dans la valeur de l'amortissement.

Ces contributions donneront lieu à la rédaction d'un article de journal, qui reprendra l'ensemble des résultats présentés ici.

## 8.3 Limitations de la solution proposée

Notre solution pour prédire les instabilités nécessite un grand nombre de simulations numériques. Ce coût expérimental est donc la principale limitation, alors que notre objectif était de prédire le galop par des mesures statiques. Mais c'est la nature complexe du phénomène

qui semble être à l'origine de cette limitation. On constate aussi que la précision des plages d'instabilité est moins bonne lorsque la pente de l'amortissement est grande : notre modèle comporte de erreurs et approximations qui ne sont probablement pas dues à des erreurs numériques, mais à des simplifications trop fortes dans la façon de modéliser le problème.

#### 8.4 Améliorations futures

Plusieurs pistes peuvent encore être explorées pour comprendre plus profondément le galop en torsion :

- en fonction des ressources numériques, une étude tridimensionnelle seraient plus proche de la réalité, et permettrait peut-être de soulever d'autres points intéressants.
- afin de comprendre la plage de validité du critère de Blevins, on pourrait étudier des formes de plus en plus élancées, pour voir si un rapport d'aspect critique existe. En effet, le critère semble s'appliquer sur des corps épais, mais pas sur des corps élancés.
- on pourrait aborder le problème sous un autre angle en analysant la structure du sillage d'un corps en rotation. La position des points de décollement, ou des maxima/minima de pression, pourrait permettre de comparer des corps fixes et des corps en rotation au travers d'un angle apparent d'incidence, et réhabiliter ainsi l'intuition de Blevins.

## RÉFÉRENCES

- P. W. Bearman, I. S. Gartshore, D. J. Maull, et G. V. Parkinson, “Experiments on flow-induced vibration of a square-section cylinder”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 1, pp. 19–34, 1987.
- C. Béguin, S. Etienne, et B. Molin, “Rotational galloping of square and bundle cylinders in cross-flow at low Reynolds numbers”, *7<sup>th</sup> International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology*, 2015.
- R. D. Blevins et W. D. Iwan, “The galloping response of a two degree-of-freedom system”, *Journal of Applied Mechanics*, 1974.
- R. D. Blevins, *Flow-Induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold, 1990.
- E. de Langre, *Fluides et Solides*. Editions de l’Ecole Polytechnique, 2002.
- J. P. den Hartog, *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, USA (fourth edition), 1956.
- S. Etienne, A. Garon, et D. Pelletier, “Perspective on the geometric conservation law and finite element methods for ale simulations of incompressible flow”, *Journal of Computational Physics*, vol. 228, no. 7, pp. 2313–2333, 2009.
- J.-B. Frigo, *Étude tridimensionnelle de l’apparition du galop en rotation sur des corps épais*. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montreal, 2016.
- J. Garapin, C. Béguin, S. Etienne, D. Pelletier, et B. Molin, “Non-linear model of rotational galloping of square and bundle cylinder in cross-flow”, *FIV2016*, 2016.
- W. Geissler et H. Haselmeyer, “Investigation on dynamic stall onset”, *Aerospace Science and Technology*, vol. 10, pp. 590–600, 2006.
- H. Gjelstrup et C. T. Georgakis, “A quasi-steady 3 degree-of-freedom model for the determination of the onset of bluff body galloping instability”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 27, pp. 1021–1034, 2011.
- M. He et J. H. G. Macdonald, “An analytical solution for the galloping stability of a 3 degree-of-freedom system based on quasi-steady theory”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 60, pp. 23–36, 2015.

- A. Joly, S. Étienne, et D. Pelletier, “Galloping of square cylinders in cross-flow at low reynolds numbers”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 28, pp. 232–243, 2012.
- J. G. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics*. Cambridge University Press (second edition), 2006.
- P. McComber et A. Paradis, “A cable galloping model for thin ice accretions”, *Atmospheric Research*, vol. 46, pp. 13–25, 1998.
- Y. Nakamura, “On the aerodynamic mechanism of torsional flutter of bluff structures”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 67, pp. 163–177, 1979.
- Y. Nakamura et T. Mizota, “Torsional flutter of rectangular prisms”, *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 101, pp. 125–142, 2006.
- E. Naudascher et D. Rockwell, *Flow-Induced Vibration, An Engineering Guide*. A. A. Balkema, Rotterdam, 1993.
- N. Nikitas et J. H. G. Macdonald, “Misconceptions and generalizations of the den hartog galloping criterion”, *Journal of Engineering Mechanics*, 2014.
- C. Norberg, “Flow around rectangular cylinders : pressure forces and wake frequencies”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 49, pp. 187–196, 1993.
- M. P. Païdoussis, S. J. Price, et E. de Langre, *Fluid-Structure Interactions : Cross-Flow Induced Instabilities*. Cambridge University Press, 2010.
- G. Piccardo, L. C. Pagnini, et F. Tubino, “Some research perspectives in galloping phenomena : critical conditions and post-critical behavior”, *Continuum Mech. Thermodyn.*, vol. 27, pp. 261–285, 2014.
- I. Robertson, L. Li, S. J. Sherwin, et P. W. Bearman, “A numerical study of rotational and transverse galloping rectangular bodies”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 17, pp. 681–699, 2003.
- W. Sheng et R. A. M. Galbraith, “A new stall-onset criterion for low speed dynamic-stall”, *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 128, pp. 461–471, 2006.
- A. Sohankar, C. Norberg, et L. Davidson, “Simulaion of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate reynolds numbers”, *Physics of Fluids*, vol. 11(2), pp. 288–306, 1999.

- B. W. van Oudheusden, “Aerodynamic stiffness and damping effects in the rotational galloping of a rectangular cross-section”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 14, pp. 1119–1144, 2000.
- S. Wang, D. B. Ingham, L. Ma, M. Pourkashanian, et Z. Tao, “Numerical investigations on dynamic stall of low reynolds number flow around oscillating airfoils”, *Computers and Fluids*, vol. 39, pp. 1529–1541, 2010.
- K. Washizu, A. Ohya, Y. Otsuki, et K. Fujii, “Aerodynamic instability of rectangular cylinders in a torsional mode due to a transverse wind”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 72, pp. 507–521, 1980.
- D.-H. Yoon, K.-S. Yang, et C.-B. Choi, “Three-dimensional wake structures and aerodynamic coefficients for flow past an inclined square cylinder”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 101, pp. 34–42, 2012.
- M. Zabarjad-Shiraz, *Determination of galloping for non-circular cross-section cylinders*. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montreal, 2014.
- M. M. Zdravkovich, *Flow around circular cylinders, volume 2*. Oxford University Press, 2003.

## ANNEXE A    CALCUL DU MOMENT - ÉLÉMENTS ISOPARAMÉTRIQUES

Dans ce travail, on calcule le moment des forces élémentaires sur la surface du cylindre. Cette mesure se doit d'être précise, car elle constitue la base du modèle. On calcule le moment à chaque noeud de la frontière, en utilisant la méthode des éléments finis. On présente dans cette annexe une source d'erreur éventuelle dans la mesure du moment, qui n'est pas importante pour les géométries que nous avons étudiées, mais qu'il est bon d'avoir à l'esprit si on souhaite poursuivre ce travail sur d'autres sections. L'ordre de grandeur des erreurs provoquées par l'utilisation d'éléments non-isoparamétriques n'a pas été déterminé dans ce travail.

Par définition :

$$\bar{M} = \int \bar{f}(x) \wedge \bar{x} dS \quad (\text{A.1})$$

Formulation éléments finis au noeud  $i$  :

$$\bar{f}(x) = \bar{f}_i = \int \bar{f} \cdot \varphi_i(x) dS \quad (\text{A.2})$$

où  $\{\varphi_i\}$  est la base des fonctions d'interpolation de la force. Soit  $\{\phi_i\}$  la base des fonctions d'interpolation géométriques, telle que :

$$\bar{x} = \sum_i \phi_i \cdot \bar{x}_i \quad (\text{A.3})$$

Numériquement, le calcul des moments est effectué par l'opération suivante :

$$\bar{M}_{num} = \sum_i \bar{f}_i \wedge \bar{x}_i \quad (\text{A.4})$$

$$= \sum_i \int \bar{f} \wedge \bar{x}_i \varphi_i(x) dS \quad (\text{A.5})$$

$$= \int \bar{f} \wedge \sum_i \bar{x}_i \varphi_i(x) dS \quad (\text{A.6})$$

Alors pour avoir  $\bar{M}_{num} = \bar{M}$ , il faut que  $\{\varphi_i\} = \{\phi_i\}$ , c'est-à-dire des éléments isoparamétriques. L'utilisation d'éléments non isoparamétriques introduit donc une erreur dans le calcul du moment, que nous n'avons pas cherché à quantifier. En effet, nous étudions des géométries simples dont les frontières sont des segments de droite, cas particulier pour lequel cette erreur est nulle.