

**Titre:** Caractérisation et modélisation d'un véhicule tout terrain et de ses tampons d'ancrages faits d'élastomères.  
Title:

**Auteur:** Martine Lavoie  
Author:

**Date:** 2009

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Lavoie, M. (2009). Caractérisation et modélisation d'un véhicule tout terrain et de ses tampons d'ancrages faits d'élastomères. [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/232/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/232/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Annie Ross  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION D'UN VÉHICULE TOUT  
TERRAIN ET DE SES TAMPONS D'ANCRAGES FAITS D'ÉLASTOMÈRES

MARTINE LAVOIE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
DÉCEMBRE 2009

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION D'UN VÉHICULE TOUT  
TERRAIN ET DE SES TAMPONS D'ANCRAGES FAITS D'ÉLASTOMÈRES

présenté par: LAVOIE Martine

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. VADEAN Aurelian, Doct., président

Mme. ROSS Annie, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. BISSONNETTE Christian, M.Sc.A., membre

## REMERCIEMENTS

Je souhaite tout d'abord remercier la directrice de mon projet, Mme Annie Ross, pour son investissement dans le projet, pour son expertise qu'elle a mise à contribution tout au long de la réalisation du projet, pour son esprit critique qu'elle a toujours exercé de manière constructive et ainsi que pour ses conseils donnés avec les meilleures intentions et le meilleur effet.

Je souhaite également remercier nos partenaires de Soucy-Baron inc., M. Éric Côté, directeur général de SBI et M. Philippe Andrès, directeur des ventes, sans qui le projet n'aurait pu se concrétiser, M. Roch Gaudreau, directeur de l'ingénierie, qui a toujours veillé à la réalisation technique du projet, M. Simon Rioux, ingénieur de projet, pour son aide précieuse sur plusieurs volets du projet, M. Alain Raymond, M. Éric Lebeau et M. Alain Denoncourt, qui nous ont très bien supportés avec les équipements techniques liés au projet.

J'aimerais remercier aussi mes collègues de l'École Polytechnique liés au projet, M. Joël Chamberland-Lauzon, pour son aide précieuse, l'énergie qu'il a investie et sa grande motivation, ainsi que M. Hanitra Tsitanandahy Jonarivelo, M. Nicolas Schneider, M. Éric Lorrain, M. Amaury Fillon, M. Robin Walther et M. Yannick Ngounou, qui ont tous travaillé sur différentes sections du projet et y ont apporté leurs connaissances, leur personnalité et leur volonté.

Je voudrais, finalement, remercier spécialement M. Christian Bissonnette, ingénieur spécialisé en vibrations, qui s'est investi avant même le début du projet et jusqu'à la fin à me transmettre le maximum de ses connaissances et à me donner confiance en mon expertise.



## RÉSUMÉ

Ce projet de maîtrise constitue les premières étapes d'un projet de recherche et développement réalisé conjointement avec l'entreprise Soucy-Baron inc., dont l'expertise est la conception et la production de pièces de caoutchouc, liées ou non au domaine du NVH (Noise Vibration Harshness).

Le but de ce projet de recherche et développement est de concevoir un tampon d'ancrage en caoutchouc capable de rediriger dans le véhicule l'énergie vibratoire habituellement dissipée. Le projet englobe plusieurs projets étudiants, comprenant des projets de fin d'étude, des stages, des maîtrises cours et des maîtrises recherche. L'objectif de cette maîtrise est de caractériser les propriétés vibratoires du véhicule (fréquences naturelles, modes propres) et d'obtenir un modèle numérique de ce véhicule. Le modèle numérique sera validé en comparant le comportement vibratoire simulé avec les mesures expérimentales. Cette maîtrise est composée des premières étapes du projet de recherche et développement, soit une recherche bibliographique étendue, l'acquisition de données expérimentales, la conception d'un modèle, la validation du modèle et des simulations. Les étapes subséquentes au projet global sont la conception d'un dispositif de récolte d'énergie et l'optimisation des tampons d'ancrage.

La recherche bibliographique étendue porte sur la conception des systèmes d'ancrage, la récolte d'énergie, la modélisation par éléments finis et les techniques expérimentales pour l'acquisition de données vibratoires.

L'acquisition de données se divise en deux volets, soit la caractérisation du caoutchouc et la caractérisation du véhicule (système moteur-tampons-châssis). La caractérisation du caoutchouc est réalisée en vue de modéliser celui-ci par éléments finis à l'aide de lois de comportement hyperélastiques et viscoélastique. Le caoutchouc est caractérisé dans le domaine statique par quatre tests typiques à l'aide d'un équipement servo-hydraulique. La caractérisation du système moteur-tampon-

châssis est réalisée en vue de valider le modèle par éléments finis du véhicule. Des capteurs de force et des accéléromètres sont utilisés pour acquérir les données. Celles-ci servent essentiellement à reconstituer les forces injectées par le moteur, les mouvements du moteur et du châssis, et à faire une analyse modale du véhicule. Les données acquises ont apporté beaucoup d'informations sur le comportement du véhicule en marche, telles que l'ordre et l'amplitude des forces injectées, et sur ses caractéristiques vibratoires, telles que certaines fréquences naturelles et déformées modales.

Une nouvelle technique a été développée pour reconstituer les forces du moteur. Cette technique consiste à mesurer les forces transmises du moteur aux tampons ainsi que les accélérations du moteur à proximité des tampons. En faisant l'addition vectorielle des forces transmises et des inerties du moteur, on obtient les forces induites par le moteur. Cette technique des capteurs de forces (CF) a été élaborée pour contourner le manque d'espace autour des tampons d'ancrage, ce qui empêche l'application de la technique des fonctions de réponse en fréquence proposée dans la littérature. Les résultats se sont avérés satisfaisants en comparaison avec la littérature.

La conception du modèle est faite à l'aide d'éléments finis (plutôt qu'avec un modèle analytique) à cause de la complexité de la géométrie du système moteur-tampons-châssis. Le moteur est modélisé comme un solide rigide, tandis que les tampons et le châssis sont maillés essentiellement avec des éléments de coque et des éléments solides. Le caoutchouc est modélisé comme un matériau non-linéaire. La validation du modèle numérique est effectuée en comparant les modes propres, les fréquences naturelles et les spectres de réponses pour des spectres de forces donnés. L'analyse modale s'est montrée concluante mais une analyse plus poussée du modèle global s'est cependant avérée moins satisfaisante et mène à la recommandation que le modèle doit encore être amélioré.

Ce modèle une fois validé servira à réaliser des simulations pour mieux comprendre comment les tampons travaillent pour dissiper l'énergie vibratoire et surtout, pour aider à la conception des dispositifs de récolte.

## ABSTRACT

The purpose of this Masters Thesis is to model an all terrain vehicle (ATV) in order to design a vibration energy harvesting device for engine mounts. Such a device needs to be optimized under known environmental conditions to work properly and to maximize the harvested energy. The ATV was modeled in a Finite Element Analysis (FEA) software in order to simulate the vibration loads and responses on the engine mounts and on the harvesting device. Information about the environment, such as induced forces and corresponding accelerations were needed in order to validate the ATV model and run simulations with the real inputs. A test bench was built in order to characterize the vehicle and its components. Rubber characterization was performed to simulate the hyperelastic and viscoelastic behaviors in the FEA software. Acceleration measurements were taken to identify the movement of the vehicle when excited by the engine. A modal analysis was performed experimentally to find the natural frequencies and mode shapes of the structure. A new method using force sensors (CF) has been developed to identify the forces exerted by the engine. This method consists in measuring the forces transmitted to the mounts and the accelerations at the mounts. Transmitted forces and corresponding inertia vectors were summed to identify the induced forces. This method was compared with the existing Frequency Response Function (FRF) method. The results achieved with the new developed method were satisfying when compared with the literature. The FEA model was run and improved in order to meet the identified natural frequencies, mode shapes and response spectra measured on the test bench. The results were satisfying according to the natural frequencies and mode shapes, but the model still needs improvement to match the response spectra.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xvi
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xx
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1    REVUE BIBLIOGRAPHIQUE . . . . .	5
1.1    Introduction . . . . .	5
1.2    Conception du système d’ancrage . . . . .	6
1.2.1    Matériau du tampon d’ancrage . . . . .	6
1.2.2    Géométrie . . . . .	10
1.2.3    Disposition . . . . .	12
1.3    Récolte d’énergie . . . . .	17
1.3.1    Effet piézoélectrique . . . . .	17
1.3.2    Autres dispositifs de récolte . . . . .	20
1.4    Modélisation par éléments finis . . . . .	21
1.4.1    Modélisation des tampons d’ancrage . . . . .	21
1.4.2    Modélisation du châssis. . . . .	22

1.5	Travaux expérimentaux . . . . .	22
1.5.1	Caractérisation dynamique du système moteur-tampon-châssis . . . . .	22
1.5.2	Identification des forces . . . . .	23
1.5.3	Analyse modale . . . . .	25
CHAPITRE 2	OBJECTIFS . . . . .	27
2.1	Objectifs globaux . . . . .	27
2.2	Objectifs expérimentaux . . . . .	28
2.3	Objectifs de la caractérisation du caoutchouc . . . . .	29
2.4	Objectifs de la modélisation par éléments finis . . . . .	30
CHAPITRE 3	BANC D'ESSAIS . . . . .	32
3.1	Description du banc d'essais . . . . .	32
3.1.1	Composantes . . . . .	32
3.1.2	Assemblage . . . . .	34
3.1.3	Conception des supports de châssis . . . . .	38
3.2	Données à acquérir . . . . .	39
3.2.1	Types d'analyses . . . . .	40
3.2.2	Quantités physiques . . . . .	41
3.2.3	Organisation des données . . . . .	42
3.3	Instrumentation du banc d'essais . . . . .	44
3.3.1	Systèmes d'acquisition . . . . .	44
3.3.2	Capteurs . . . . .	45
3.3.3	Disposition des capteurs . . . . .	47
3.4	Commentaires sur l'acquisition de données . . . . .	53
3.5	Traitement des signaux . . . . .	53
3.6	Résultats . . . . .	54
3.6.1	Forces mesurées à l'aide des capteurs de force et accélérations correspondantes . . . . .	54

3.6.2	Accélérations mesurées et FRF calculées pour la méthode des FRF . . . . .	57
3.6.3	Accélérations mesurées pour identification des réponses . . .	60
3.7	Analyse et interprétation des données . . . . .	61
3.7.1	Reconstitution des forces du moteur . . . . .	61
3.7.2	Analyse modale . . . . .	66
3.8	Conclusion du chapitre . . . . .	69
CHAPITRE 4	CARACTÉRISATION DU CAOUTCHOUC . . . . .	70
4.1	Identification des caractéristiques statiques et dynamiques pouvant être modélisées dans ABAQUS . . . . .	70
4.2	Mesures nécessaires à la définition de l'hyperélasticité . . . . .	71
4.3	Mesures nécessaires à la définition de la viscoélasticité . . . . .	76
4.4	Analyse modale sur le tampon réel et calcul théorique . . . . .	79
CHAPITRE 5	ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS . . . . .	81
5.1	Modèles en CAO . . . . .	81
5.2	Choix du logiciel d'analyse par éléments finis . . . . .	81
5.3	Modélisation du châssis . . . . .	82
5.4	Modélisation des tampons . . . . .	85
5.5	Modélisation du moteur . . . . .	90
5.6	Assemblage des composantes . . . . .	91
5.7	Conditions aux rives . . . . .	92
5.8	Analyse modale . . . . .	93
CHAPITRE 6	ANALYSE ET VALIDATION . . . . .	95
6.1	Comparaison . . . . .	95
6.1.1	Écart des fréquences . . . . .	95
6.1.2	Forme des modes . . . . .	97

6.2	Comparaison des réponses forcées en fréquence . . . . .	103
6.3	Validation . . . . .	108
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS . . . . .		109
ANNEXES . . . . .		118
II.1	Méthode expérimentale . . . . .	121
II.1.1	Hyperélasticité . . . . .	121
II.1.2	Viscoélasticité . . . . .	124
II.2	Résultats . . . . .	127



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Valeur des pics des spectres de forces mesurées pour le capteur avant gauche (A) sur l'axe <b>p</b> et le capteur arrière gauche (C) sur l'axe <b>p</b> à 1400 rpm . . . . .	56
Tableau 3.2	Valeur des pics des spectres d'accélération mesurées pour le capteur avant gauche (A) dans l'axe <b>p</b> et le capteur arrière gauche (C) dans l'axe <b>p</b> à 1400 rpm . . . . .	56
Tableau 3.3	Valeur des pics des spectres d'accélération mesurées pour l'accéléromètre en (C) dans l'axe <b>s</b> et pour l'accéléromètre en (D) dans l'axe <b>s</b> . . . . .	59
Tableau 3.4	Valeur des pics des spectres d'accélération mesurées sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe <b>s</b> et sur le tampon arrière droite (D) dans l'axe <b>s</b> . . . . .	60
Tableau 3.5	Valeur des pics des spectres d'accélération mesurées sur le tampon avant gauche (A) dans l'axe <b>p</b> et sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe <b>p</b> , côté moteur, et sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe <b>p</b> côté châssis . . . . .	60
Tableau 3.6	Analyse modale des mouvements rigides du moteur . . . . .	68
Tableau 5.1	Valeurs des 6 premières fréquences naturelles et déformées modales du modèle moteur-tampons-châssis issues de l'analyse modale finale pratiquée par éléments finis . . . . .	93
Tableau 6.1	Analyse modale des mouvements rigides du moteur . . . . .	96
Tableau II.1	Conditions des test de caractérisation hyperélastique . . . . .	122
Tableau II.2	Conditions des test de caractérisation viscoélastique . . . . .	127

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Modèles de Maxwell et de Kelvin-Voigt . . . . .	8
Figure 1.2	Tampon d’ancrage en forme de sandwich . . . . .	11
Figure 1.3	Tampons d’ancrage de géométries diverses . . . . .	12
Figure 1.4	Intersection des axes élastiques de deux tampons d’ancrage .	15
Figure 1.5	TRA et RA sur le moteur . . . . .	17
Figure 1.6	Dispositif de récolte énergétique basé sur le mouvement d’un aimant à l’intérieur d’un solénoïde . . . . .	20
Figure 3.1	Banc d’essais . . . . .	33
Figure 3.2	Modèle CAO de l’assemblage entre les tampons, les supports à moteur et le châssis . . . . .	34
Figure 3.3	Référentiel d’un tampon d’ancrage . . . . .	36
Figure 3.4	Référentiels du châssis . . . . .	37
Figure 3.5	Référentiel du moteur . . . . .	38
Figure 3.6	Supports de châssis . . . . .	39
Figure 3.7	Modèle d’accéléromètre utilisé . . . . .	46
Figure 3.8	Modèle de capteur de forces utilisé . . . . .	46
Figure 3.9	Capteur de forces posé sur un système à 1 ddl . . . . .	47
Figure 3.10	Capteurs posés . . . . .	50
Figure 3.11	Forces mesurées . . . . .	55
Figure 3.12	Accélérations mesurées . . . . .	57
Figure 3.13	Accélérations mesurées . . . . .	58
Figure 3.14	Graphique de FRF . . . . .	59
Figure 3.15	Accélérations mesurées . . . . .	61
Figure 3.16	Forces reconstituées . . . . .	62
Figure 3.17	Forces reconstituées dans la littérature [1] . . . . .	63
Figure 3.18	Forces mesurées et reconstituées . . . . .	65

Figure 4.1	Test uniaxial . . . . .	71
Figure 4.2	Test équi biaxial . . . . .	72
Figure 4.3	Test en tension planaire . . . . .	72
Figure 4.4	Test volumétrique . . . . .	73
Figure 4.5	Résultats expérimentaux d'un test uniaxial . . . . .	73
Figure 4.6	Test de relaxation en cisaillement simple . . . . .	77
Figure 4.7	Résultats d'un test de relaxation en cisaillement . . . . .	78
Figure 4.8	Test d'impact sur un tampon . . . . .	79
Figure 5.1	Maillage du châssis . . . . .	83
Figure 5.2	Maillage du châssis . . . . .	84
Figure 5.3	Maillage du tampon . . . . .	86
Figure 5.4	Maillage du tampon . . . . .	87
Figure 5.5	<i>Curve fitting</i> dans ABAQUS . . . . .	88
Figure 5.6	<i>Curve fitting</i> dans ABAQUS . . . . .	89
Figure 5.7	Modèle du moteur . . . . .	91
Figure 5.8	Conditions aux rives . . . . .	92
Figure 6.1	Mode de translation dans l'axe D . . . . .	98
Figure 6.2	Mode de translation dans l'axe H . . . . .	99
Figure 6.3	Mode de rotation dans l'axe D . . . . .	100
Figure 6.4	Mode de rotation dans l'axe H . . . . .	101
Figure 6.5	Mode de rotation dans l'axe A . . . . .	102
Figure 6.6	Accélération sur le tampon A côté moteur à 900 RPM . . . . .	105
Figure 6.7	Magnitude de l'accélération sur le tampon A côté moteur avec une sollicitation à 60 Hz dans Abaqus . . . . .	106
Figure II.1	Test uniaxial . . . . .	123
Figure II.2	Test équi biaxial . . . . .	124
Figure II.3	Test en cisaillement pur . . . . .	125
Figure II.4	Test en compression volumétrique . . . . .	126

Figure II.5	Test de relaxation . . . . .	127
Figure II.6	Résultats des tests uniaxiaux . . . . .	128
Figure II.7	Résultats des tests équilibiaux . . . . .	129
Figure II.8	Résultats des tests en cisaillement pur . . . . .	130
Figure II.9	Résultats des tests volumétriques . . . . .	131
Figure II.10	Résultats des tests de relaxation en cisaillement simple nor- malisés . . . . .	132
Figure II.11	Résultats des tests de relaxation en compression volumétrique	133

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

### SYMBOLES

$A$ :	aire [ $\text{m}^2$ ]
$c$ :	coefficient d'amortissement [ $\text{Ns/m}$ ]
$C$ :	tenseur de déformation de gauche de Cauchy-Green [ $\text{m}^2/\text{m}^2$ ]
$C_{ij}$ :	paramètre dépendant de la température
$d$ :	constante piézoélectrique [ $\text{m/V}$ ]
$dX$ :	distance entre deux particules voisines dans l'espace [unités consistantes de longueur]
$dx$ :	nouvelle distance entre deux particules voisines dans l'espace [unités consistantes de longueur]
$D_s$ :	énergie dissipée [ $\text{J}$ ]
$D_i$ :	paramètre dépendant de la température
$E$ :	module d'élasticité de Young [ $\text{Pa}$ ]
$f$ :	fréquence [ $\text{Hz}$ ]
$F$ :	force [ $\text{N}$ ]
$F$ :	matrice des gradients de déformation [unités consistantes de longueur]
$\mathbf{F}$ :	vecteur de force [ $\text{N}$ ]
$G$ :	module de cisaillement [ $\text{Pa}$ ]
$g$ :	module de cisaillement normalisé au module à long terme [ $\text{Pa/Pa}$ ]
$h$ :	hauteur [ $\text{m}$ ]
$\mathbf{H}$ :	vecteur de FRF [ $\text{m/Ns}^2$ ]
$I_1$ :	premier invariant [ $\text{m}^2/\text{m}^2$ ]
$I_2$ :	deuxième invariant [ $\text{m}^4/\text{m}^4$ ]
$I_3$ :	troisième invariant [ $\text{m}^6/\text{m}^6$ ]

$\bar{I}_1 :$	premier invariant normalisé par rapport au volume
$\bar{I}_2 :$	deuxième invariant normalisé par rapport au volume
$\bar{I}_3 :$	troisième invariant normalisé par rapport au volume
$J :$	changement de volume $[\text{m}^6/\text{m}^6]$
$J_{el} :$	changement de volume dû à l'élasticité $[\text{m}^6/\text{m}^6]$
$K :$	module de compression volumétrique $[\text{Pa}]$
$K^* :$	raideur dynamique (module complexe) $[\text{N}/\text{mm}]$
$k_{dyn} :$	raideur dynamique $[\text{N}/\text{m}]$
$dL :$	longueur initiale entre deux particules [unités consistantes de longueur]
$dl :$	longueur finale entre deux particules [unités consistantes de longueur]
$m :$	masse $[\text{kg}]$
$N :$	vecteur unitaire dans la direction de $dX$ [unités consistantes de longueur]
$p :$	multiplicateur de Lagrange
$P_{elec} :$	puissance électrique $[\text{Watt}]$
$t :$	temps $[\text{s}]$
$U :$	potentiel d'énergie dans un volume $[\text{J}]$
$x :$	nouvelle position d'une particule dans l'espace [unités consistantes de longueur]
$\ddot{\mathbf{X}} :$	vecteur d'accélération $[\text{m}/\text{s}^2]$
$\mathbf{X} :$	position d'une particule dans l'espace [unités consistantes de longueur]
$\vec{x} :$	vecteur de position $[\text{m}]$
$y :$	déplacement $[\text{m}]$

$z$ :	déplacement [m]
$\dot{z}$ :	vitesse [m/s]
$\ddot{z}$ :	accélération [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha$ :	coefficient déterminé expérimentalement [N/m <sup>3</sup> ]
$\beta$ :	coefficient déterminé expérimentalement [Ns <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> ]
$\delta$ :	angle de phase du déplacement par rapport à l'excitation [Sans unités]
$\epsilon$ :	constante diélectrique [F m <sup>-1</sup> ]
$\lambda$ :	rapport d'étirement entre deux particules voisines [m/m]
$\bar{\lambda}$ :	rapport d'étirement normalisé entre deux particules voisines
$\nu$ :	coefficient de Poisson
$\rho$ :	densité massique [kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$ :	temps de relaxation [s]
$\varepsilon$ :	déformation [m/m]

## UNITÉS

F :	Farad
GPa :	GigaPascal
Hz :	Hertz
J :	Joule
kg :	kilogramme
m :	mètre
mm :	millimètre
N :	Newton
Pa :	Pascal

s :	seconde
V :	Volt
Watt :	Watt

## INDICES

$n$ :	dimension du vecteur colonne contenant les normes des vecteurs d'accélération
$m$ :	dimension du vecteur colonne contenant les normes des vecteurs de force
$T$ :	transposée (pour une matrice)
$T$ :	transmise (pour une force)

## ACRONYMES

CAO :	Conception Assistée par Ordinateur
FRF :	Fonction de Réponse en Fréquence
RA :	<i>Roll Axis</i>
RPM :	Révolution Par Minute
TRA :	<i>Torque Roll Axis</i>
VTT :	Véhicule Tout Terrain



**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE I	THÉORIE DES INVARIANTS POUR LA MODÉLISATION DES LOIS DE COMPORTEMENT HYPERÉLASTIQUES	118
ANNEXE II	CARACTÉRISATION DU CAOUTCHOUC . . . . .	121

## INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, l'industrie des véhicules récréatifs utilise des tampons d'ancrage pour augmenter le confort de ses véhicules. Les tampons d'ancrage, couramment appelés « supports de moteur », isolent le moteur du reste du véhicule, permettant ainsi de réduire la transmission de vibrations jusqu'à l'utilisateur. Les tampons d'ancrage sont placés entre le moteur et le châssis du véhicule, agissant comme lien mécanique entre ces deux composantes. Cette technologie est basée essentiellement sur les caractéristiques mécaniques des matériaux choisis et sur la géométrie du produit.

C'est le caoutchouc qui est principalement utilisé pour concevoir les tampons d'ancrage, d'abord pour son module d'élasticité facilement manipulable chimiquement, pour sa grande plage de déformation dans le domaine élastique, mais aussi pour ses caractéristiques viscoélastiques permettant la dissipation d'énergie vibratoire et pour la facilité avec laquelle il peut être moulé sous la forme désirée. Le principe fondamental du fonctionnement des tampons d'ancrage est que le caoutchouc empêche le contact métal-métal entre le moteur et le châssis. Des pièces d'acier agissent comme intermédiaires de fixation entre le moteur, le caoutchouc et le châssis du véhicule. C'est l'encollage qui permet de maintenir ensemble les pièces d'acier et de caoutchouc du tampon d'ancrage. La forme des tampons d'ancrage, leur orientation et leur nombre permettent d'obtenir les raideurs dynamiques désirées dans les directions désirées, raideurs qui, lorsqu'elles sont bien choisies, réduisent la transmission des vibrations du moteur sur sa plage d'utilisation, soit généralement entre 1000 et 8000 RPM.

Un moteur bien isolé ne produit pas moins d'énergie vibratoire ; celle-ci n'est que savamment dissipée et isolée. Bien que les performances des moteur aient été gran-

dement améliorées au cours des dernières décennies, l'énergie vibratoire n'est pas récupérée ; cela constitue une perte. Or au XXI<sup>e</sup> Siècle, l'efficacité énergétique est un enjeu important. Plus que jamais, on tente de réduire les pertes énergétiques pour des raisons environnementales et économiques. La réduction de ces pertes trouve tout son sens dans l'industrie des véhicules tout terrain, qui fonctionnent aux hydrocarbures.

Le but global du projet est de trouver une manière de réutiliser l'énergie vibratoire qui est produite par le moteur d'un véhicule tout terrain (VTT) et dissipée par ses tampons d'ancrage. L'optimisation de l'énergie réutilisée par essais successifs avec diverses technologies et configurations mécaniques serait coûteuse en matériaux et en temps. Pour cette raison, on estime qu'un modèle numérique basé sur des valeurs théoriques et validé expérimentalement serait moins coûteux et surtout plus rapide pour atteindre nos objectifs. Le but de cette maîtrise est de fournir un modèle numérique fidèle du véhicule tout terrain, ainsi que les données nécessaires à son utilisation. Ceci implique la réalisation de plusieurs travaux.

D'abord, une meilleure connaissance du caoutchouc permettra de modéliser ses caractéristiques mécaniques à l'aide de lois de comportement. Ces lois de comportement feront partie intégrante du modèle numérique. Il sera donc nécessaire de mesurer expérimentalement les caractéristiques mécaniques du caoutchouc (module d'élasticité, taux d'amortissement) en fonction de divers facteurs pouvant faire varier ces caractéristiques, tels que la fréquence et l'amplitude des sollicitations. Il faudra également connaître le comportement statique du caoutchouc (module élastique vs déformation). Une fois les lois de comportement établies et les caractéristiques mécaniques mesurées, il faudra valider un premier modèle numérique, celui du tampon d'ancrage, afin de vérifier si le caoutchouc est modélisé adéquatement.

La connaissance des caractéristiques du véhicule est également primordiale pour la réalisation d'un modèle numérique. Le modèle numérique, plus précisément réalisé à l'aide d'éléments finis, devra représenter fidèlement le comportement du véhicule. Ce dernier devra être simplifié afin de réduire le temps de calcul et les erreurs dues aux composantes présentes dont on ne connaît pas les caractéristiques dynamiques (masse, raideur). On ne conservera que le moteur, les tampons d'ancrage et le châssis. Il faudra modéliser les matériaux qui constituent le châssis (essentiellement l'acier), obtenir des modèles tridimensionnels du châssis, le mailler correctement avec des éléments adéquats et choisir les conditions aux rives. Le moteur devra être modélisé à partir de ses caractéristiques dynamiques connues (inerties, masse).

Même simplifié, le modèle par éléments finis restera assez complexe s'il ne comprend que le moteur, les tampons d'ancrage et le châssis. C'est pourquoi il sera nécessaire de le valider expérimentalement avec le véhicule. Afin de recueillir des données expérimentales sur le véhicule, il faudra construire un banc d'essais impliquant l'utilisation d'une version simplifiée d'un VTT. D'abord pour permettre qu'il soit similaire au modèle numérique simplifié, et ensuite pour simplifier l'interprétation des données mesurées. Le véhicule choisi pour l'étude est un Arctic Cat Prowler de l'année 2006. Le banc d'essais devra être instrumenté pour permettre l'extraction de certaines données dynamiques essentielles à la validation du modèle numérique, telles que les fréquences naturelles et la forme des modes. La sollicitation qu'exerce le moteur sur les tampons d'ancrage devra aussi être mesurée pour être utilisée dans le modèle numérique.

Cette maîtrise porte donc sur la planification et la réalisation des travaux mentionnés, ainsi que sur l'analyse des résultats expérimentaux et la validation des modèles numériques. Elle se divise en cinq chapitres. Le premier porte sur l'étude bibliographique, les trois suivants portent respectivement sur le banc d'essais expérimental,

la caractérisation du caoutchouc et la réalisation du modèle numérique. Le dernier porte sur la validation du modèle à l'aide des données expérimentales.

## CHAPITRE 1

### REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1.1 Introduction

La revue bibliographique de ce mémoire contient quatre sections relatives à la réalisation du projet. D'abord, une section porte sur la conception du système d'ancrage. Cette section explique les différents volets de la conception des systèmes d'ancrage, tels qu'ils sont conçus actuellement. Ces volets incluent le choix du matériau pour les tampons, le choix de la géométrie des tampons et leur disposition sur la structure du véhicule.

Dans une seconde section, on verra plusieurs dispositifs et méthodes de récolte d'énergie vibratoire appliqués à des excitations stationnaires ou transitoires. Cela permettra de s'orienter vers des techniques qui seront mieux adaptables aux systèmes d'ancrage actuels. Afin de récolter un maximum d'énergie vibratoire, il faudra développer un modèle du véhicule qui reproduit le véhicule et l'ensemble des données dynamiques qui le caractérisent pour pouvoir choisir le dispositif de récolte le plus efficace, pour le positionner et l'orienter adéquatement, et également pour connaître la réponse du véhicule avec l'ajout de ce dispositif.

Une troisième section porte sur la modélisation. Pour les raisons évoquées dans le paragraphe précédent, un modèle du véhicule est nécessaire pour comprendre l'impact de l'ajout d'un dispositif sur la structure. Un modèle théorique du véhicule risquerait d'être très laborieux, ce pourquoi on optera pour un modèle par éléments finis ; on pourra donc modifier le système de récolte et le système d'ancrage rapi-

dement par simulation et ainsi étudier plusieurs avenues de conception possibles. Cette section montrera donc les méthodes de conception d'un tel modèle à l'aide d'éléments finis.

Une quatrième section porte sur les méthodes expérimentales à suivre dans le cadre d'une telle étude vibratoire sur la structure d'un véhicule pour obtenir des données pertinentes et utiles. Afin de s'assurer que la structure du véhicule est bien représentée dans le modèle, il faudra valider ce dernier à l'aide de données expérimentales. De plus, les données expérimentales seront nécessaires pour reproduire la sollicitation du moteur. C'est pour cette raison qu'un banc d'essais devra être mis en place.

## **1.2 Conception du système d'ancrage**

Les systèmes d'ancrage des moteurs de VTT sont réalisés à l'aide de tampons d'ancrage montés sur le châssis. Un système d'ancrage comporte le moteur du véhicule, assemblé à un certain nombre de tampons qui sont eux-mêmes assemblés au châssis. Le matériau constituant les tampons, leur géométrie et leur disposition (nombre, orientation, emplacement) définissent le système d'ancrage. Lorsque celui-ci doit être modifié, c'est sur ces paramètres que cela sera fait.

### **1.2.1 Matériau du tampon d'ancrage**

Les élastomères, plus précisément les caoutchoucs sont fréquemment utilisés dans la fabrication des tampons d'ancrage. Le caoutchouc, dont la raideur est relativement faible (module d'Young de l'ordre de 1 à 100 MPa pour les tampons d'ancrage [2]) a la capacité de subir de larges déformations dans le domaine élastique tout en

offrant une bonne durabilité. Ses caractéristiques mécaniques peuvent être facilement ajustées aux valeurs voulues en modifiant les proportions d'un mélange, en changeant de famille de caoutchouc ou en modifiant la géométrie de la pièce (coefficient de forme, type de sollicitation). Son comportement élastique non-linéaire peut être exploité pour obtenir des caractéristiques mécaniques particulières [3]. Par exemple, une diminution du module d'élasticité après un certain taux de compression peut s'avérer utile pour diminuer la transmissibilité de certaines fréquences transitoires.

Le comportement élastique non-linéaire du caoutchouc est généralement modélisé comme un comportement hyperélastique à l'aide de lois de comportement non-linéaires basées sur l'énergie de déformation du matériau [4]. De ces lois de comportement sont issus des modèles d'hyperélasticité, tels que les modèles de Mooney-Rivlin ou le modèle Polynomial. Les modèles d'hyperélasticité expriment le potentiel d'énergie de déformation en fonction des invariants du matériau. Les invariants sont des fonctions des ratios de déformation du matériau selon ses trois directions de déformation principales (le ratio de déformation est défini comme la longueur finale divisée par la longueur initiale). On obtient expérimentalement les invariants en faisant des tests de caractérisation sur le matériau. Quatre tests de déformation permettent d'obtenir des invariants : les tests d'allongement uniaxial, équi-biaxial, et en cisaillement pur, ainsi que le test de compression volumétrique. Ces tests donnent des courbes de déformation en fonction de la contrainte et sont utilisés ensemble pour calculer les invariants. La théorie des invariants est présentée à l'Annexe I.

En plus de son comportement élastique non-linéaire, le caoutchouc est reconnu pour ses propriétés amortissantes, également non-linéaires. On admet généralement que les modèles de viscoélasticité tels que ceux de Maxwell ou de Kelvin offrent un bon portrait, quoi qu'incomplet, des caractéristiques dynamiques du matériau



puisqu'ils font appel à des éléments de modélisation linéaires [5]. Le modèle de Maxwell propose un ressort linéaire et un amortisseur linéaire posés en série pour représenter le comportement du matériau. Le modèle de Kelvin-Voigt, quant à lui, propose ces deux éléments en parallèle.

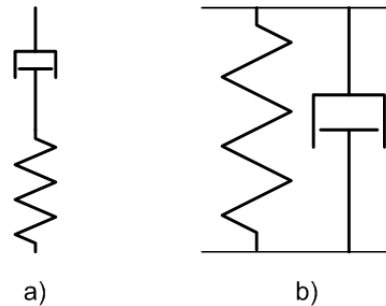


Figure 1.1 – a) Modèle de Maxwell b) Modèle de Kelvin-Voigt

Ces modèles ou leurs combinaisons plus complexes restent linéaires ; ils combinent des propriétés linéaires d'élasticité et de viscosité [6] et ne tiennent pas compte de l'hyperélasticité. Il est possible de caractériser un matériau viscoélastique expérimentalement en faisant du lissage de courbes sur des tests de fluage ou de relaxation. Cependant, ce ne seront que les éléments linéaires du modèle (ressort(s), amortisseur(s)) qui seront caractérisés.

À des fins pratiques, ces modèles sont souvent simplifiés et adaptés à des cas particuliers [7], c'est-à-dire à une fréquence, une température, une déformation initiale et une amplitude de déformation données. On exprimera les caractéristiques dynamiques de la pièce de caoutchouc en termes de son module complexe de raideur dynamique ( $K^*$ ) et de sa capacité à dissiper l'énergie ( $D_s$ ,  $\tan\delta$ ). Ces caractéristiques ne seront valables que pour un cas donné et devront être réévaluées pour chaque autre cas traité. La tangente de l'angle de perte ( $\tan\delta$ ) est couramment utilisée pour exprimer l'amortissement en terme d'énergie dissipée. Elle exprime le retard de phase entre la contrainte et la déformation du matériau. Un matériau

purement élastique a un angle  $\delta$  nul, et un matériau purement visqueux a un angle  $\delta$  de 90 degrés. Les mesures sont obtenues expérimentalement en soumettant des échantillons du matériau (généralement un tampon) à une charge cyclique, tout en contrôlant la déformation moyenne, l'amplitude de déformation et la température pour qu'elles soient maintenues fixes, et en faisant varier la fréquence pour obtenir les caractéristiques souhaitées à différentes fréquences. Les valeurs obtenues sont utilisées pour définir les propriétés dynamiques des tampons d'ancrage plutôt que les lois de comportement hyperélastique et viscoélastique puisqu'elles sont attribuées à une géométrie de tampon et à un matériau spécifiques. Cependant, elles ne permettent pas de faire un développement complet du produit (différentes géométries, différentes déformations) et l'optimisation des tampons d'ancrage se fait par itérations.

D'autres lois de comportement simplifiées ont été développées à partir des raideurs dynamiques et des amortissements mesurés [7]. En utilisant un pot vibrant et une masse posée au dessus d'un spécimen de caoutchouc à la géométrie simple, et en composant d'éléments non-linéaires l'équation du mouvement de ce système dynamique, des termes supplémentaires d'amortissement ont été trouvés et viennent raffiner le modèle linéaire. Par exemple, un modèle non-linéaire a été construit à partir de l'équation du mouvement suivante :

$$m\ddot{z} + k_{dyn}z + \alpha z^3 + c\dot{z} + \beta\dot{z}|\dot{z}| = -m\ddot{y} \quad (1.1)$$

où  $m$  est la masse,  $k_{dyn}$  est la raideur dynamique (non complexe),  $c$  est le coefficient d'amortissement,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients déterminés expérimentalement,  $z$  est le déplacement de la masse et  $y$  est le déplacement de la base.

Les termes  $\alpha$  et  $\beta$  sont trouvés expérimentalement. Ce genre de loi de comportement, issue de l'équation du mouvement, permet de prédire le comportement dynamique de tampons d'ancrage dont la géométrie est définie, mais ne pourrait pas être étendue à d'autres géométries car il faudrait que les coefficients des termes non-linéaires puissent être définis dans le matériau (sous la forme d'un module non-linéaire) plutôt qu'être définis pour une géométrie donnée.

### 1.2.2 Géométrie

La géométrie d'un tampon d'ancrage varie en fonction de la raideur qu'on souhaite obtenir dans au moins deux directions perpendiculaires sur le tampon. En effet, un tampon possède généralement un axe principal, le long duquel se trouvent souvent les éléments d'attache avec le moteur et le châssis. L'exemple le plus simple de géométrie d'un tampon d'ancrage est le tampon en forme de sandwich ; il s'agit d'un corps axisymétrique autour de l'axe principal, constitué de deux éléments d'attache et de deux plaques métalliques, entre lesquelles se trouve une rondelle de caoutchouc. On peut voir un exemple de cette géométrie à la figure 1.2.

Cette géométrie donne un ratio entre la raideur en cisaillement et la raideur en compression variant entre 0,12 et 0,2 [8]. Ce ratio est plus faible que le ratio de 0,33 qu'on trouve en théorie entre  $G$  et  $E$ . Ceci s'explique principalement à cause du facteur de forme, qui bonifie la raideur en compression à cause du caoutchouc qui « fuit » perpendiculairement à l'axe de compression, puisque le caoutchouc est presque incompressible. Il est possible d'obtenir d'autres ratios selon deux axes perpendiculaires, simplement en changeant l'orientation du tampon par rapport à l'axe d'application de la charge ou encore en modifiant la géométrie du tampon. On procède à une modification de la géométrie lorsqu'il est difficile d'appliquer la charge autrement sur le tampon, ou encore parce qu'on souhaite avoir un autre

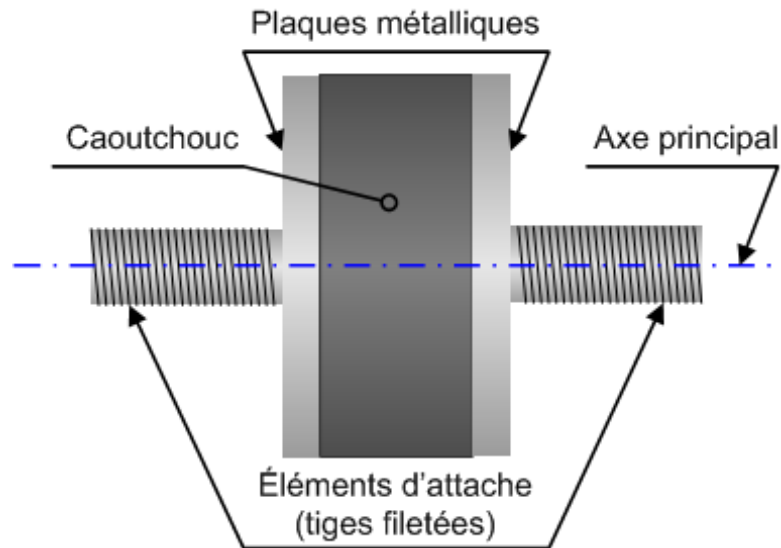


Figure 1.2 – Tampon d’ancrage en forme de sandwich

type d’élément d’attache (un tube, par exemple). La figure 1.3 illustre quelques exemples de géométries utilisées pour faire des tampons d’ancrage. Ces tampons ont des géométries de révolution autour de l’axe longitudinal illustré pour chacun d’eux. Selon la théorie de la résistance des matériaux [9], le module d’Young  $E$  d’un matériau est environ trois fois plus élevé que son module de cisaillement  $G$ . Donc, la raideur d’un tampon dépend de la manière dont le matériau travaille dans l’axe de sollicitation (tension ou cisaillement).

On peut voir à la figure 1.3 trois géométries de tampons représentées par une vue auxiliaire. Les hachures espacées représentent le métal et les hachures rapprochées représentent le caoutchouc. Dans cette figure, le tampon de gauche est assemblé au moteur par une de ses composantes métalliques et il est assemblé au châssis par l’autre partie métallique. À cause de sa géométrie, on voit qu’il travaille tant en tension qu’en cisaillement dans son axe longitudinal (illustré) que dans son axe transversal (perpendiculaire à l’axe longitudinal). Le tampon du centre est assemblé au moteur et au châssis de la même manière que le tampon de gauche (par

ses deux composantes métalliques). À cause de sa géométrie, on voit qu'il travaille principalement en tension dans l'axe longitudinal et principalement en cisaillement dans l'axe transversal. Le tampon de droite a une géométrie cylindrique. La partie externe, en caoutchouc, est insérée en compression radiale dans un cylindre métallique qui appartient soit au châssis ou soit au moteur. Son autre élément d'assemblage, le cylindre métallique interne, est assemblé avec une tige filetée à l'autre composante du véhicule (châssis ou moteur). Ce tampon travaille principalement en cisaillement dans l'axe longitudinal et à la fois en tension et cisaillement dans son axe transversal.

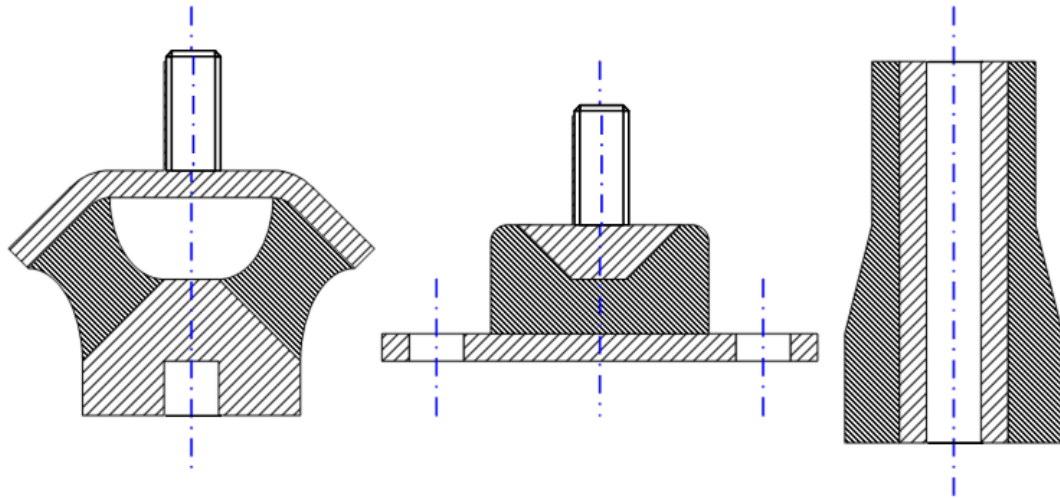


Figure 1.3 – Tampons d'ancrage de géométries diverses

### 1.2.3 Disposition

Le design d'un système d'ancrage du moteur repose sur le principe que les tampons d'ancrage ont une raideur moindre que celle du châssis. Ainsi, à cause de la grande masse du moteur, le système moteur-tampons seul a des fréquences naturelles significativement plus basses que celles où le châssis participe. Ce dernier, léger et composé de métaux, est beaucoup plus raide que l'ensemble des tampons d'ancrage.

Les premières fréquences naturelles du système moteur-tampon correspondent aux modes de mouvements rigides du moteur. Ainsi, les tampons d’ancrage doivent avoir une raideur optimale pour bien isoler le véhicule des mouvements du moteur [10]. Des tampons trop mous permettent de trop grands déplacements du moteur. Le poids du moteur, estimé à 70 kg, cause une grande déflexion des tampons s’ils ne sont pas assez raides (considérant que pour une masse constante, la déflexion est inversement proportionnelle à la raideur). Si leur raideur est trop élevée, les fréquences naturelles associées aux modes rigides du système moteur-tampons tomberont dans la plage de sollicitation du moteur, allant de 15 à 300 Hz. Comme l’espace disponible pour le moteur et le transfert de puissance est généralement restreint, mieux vaut limiter les déplacements. Des tampons trop raides réduisent les déplacements du moteur, mais permettent une plus grande transmission des vibrations entre le moteur et le châssis. On estime que les fréquences naturelles des modes rigides du système moteur-tampons devraient se trouver à la moitié de la valeur de la plus basse fréquence d’excitation du moteur [11].

Le design du système d’ancrage ne se limite pas au tampon lui-même ; nous avons vu que sa géométrie permet de choisir les caractéristiques dynamiques du tampon selon trois directions orthogonales, mais encore faut-il savoir leur disposition, c’est-à-dire le nombre nécessaire de tampons, la position de chacun et leur orientation. Afin d’optimiser tous ces paramètres, plusieurs auteurs ont créé des modèles mathématiques. C’est le cas de Kaul et Dhingra [10] qui optimisent les raideurs des tampons d’ancrage pour une motocyclette sujette aux vibrations de son moteur et à la sollicitation de la route. Dans ce cas, la raideur dans chaque direction d’un tampon est modélisée indépendamment, à l’aide d’éléments linéaires de rigidité. Le nombre de tampons est fixe et leur position est choisie d’avance. Le modèle ne permet donc pas d’optimiser ces paramètres. Toutefois, le calcul effectué à l’aide du modèle est recommencé pour différentes positions choisies des tampons ; même

si la position n'est pas optimale, il est possible comparer les résultats de chaque position. Dans ce modèle, la force exercée par le moteur est modélisée selon une seule fréquence de révolution, soit 4000 RPM (67 Hz). La plage des fréquences de révolution du moteur n'était pas entièrement couverte, il est possible que le modèle donne de bons résultats pour la fréquence de 4000 RPM, mais de mauvais résultats à d'autres fréquences d'opération. La plupart des modèles mathématiques imposent qu'il faille choisir d'avance certains paramètres, ce qui peut limiter le processus d'optimisation.

Le choix de positions et d'orientations des tampons d'ancrage est également fait selon certains principes de positionnement qui s'appuient sur la géométrie du moteur et du châssis. La littérature rapporte d'ailleurs à plusieurs reprises la méthode de positionnement en V [12] [13] [14], qui s'applique à des tampons d'ancrage en forme de sandwich pour découpler certains modes rigides du moteur. Le couplage apparaît lorsque l'excitation d'un mode entraîne l'excitation d'autres modes. L'axe élastique d'un tampon en sandwich se situe dans le plan formé par son axe de compression et l'un de ses axes de cisaillement.

La Figure 1.4 illustre le positionnement en V. On y voit deux tampons de type sandwich (caoutchouc pris entre deux plaques de métal). Ces tampons travaillent principalement en traction-compression dans leur axe longitudinal et en cisaillement dans leur axe transversal, ce pourquoi l'axe longitudinal est renommé « axe de compression » et l'axe transversal est renommé « axe de cisaillement ».

Dans cette figure, on peut voir que les tampons sont placés avec un certain angle de sorte que leur axe de compression et leur axe de cisaillement se rencontrent. Le moteur (non illustré sur la figure) est assemblé à la partie métallique supérieure des deux tampons de sorte que ces parties sont liées rigidement.

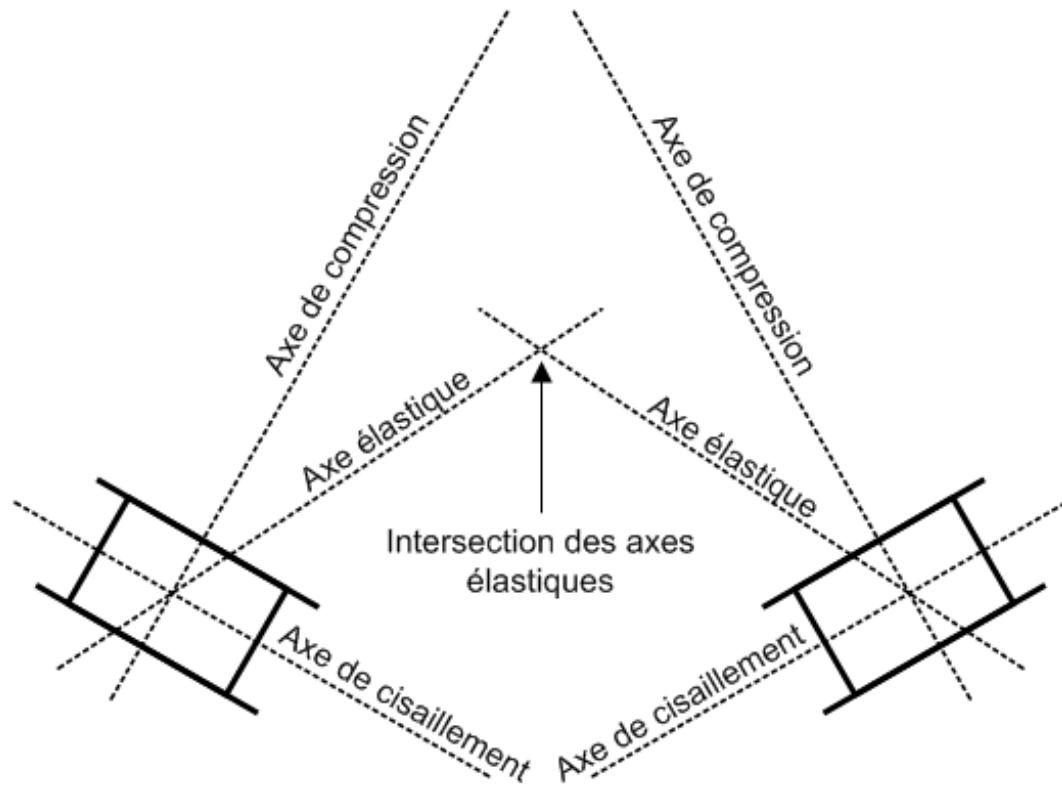


Figure 1.4 – Intersection des axes élastiques de deux tampons d’ancrage

Lorsque les deux tampons sont liés rigidement par une plaque métallique (ou par un moteur), il existe pour eux un autre axe qui se nomme l’axe élastique. L’axe élastique se trouve dans le plan formé par l’axe de compression et l’axe de cisaillement et passe par leur intersection. Il est défini comme la somme vectorielle entre la raideur en compression (selon l’axe de compression) et la raideur en cisaillement (selon l’axe de cisaillement) du tampon. La particularité des axes élastiques est qu’au point où ils se rencontrent, toute sollicitation exercée produira une réponse dans la même direction que cette sollicitation, c’est-à-dire une réponse totalement découplée. Toute sollicitation exercée ailleurs dans le plan produira une réponse couplée, c’est-à-dire une réponse qui ne sera pas nécessairement dans la même direction que la sollicitation. Cette particularité des axes élastiques vaut aussi pour les sollicitations produites sous la forme de moments.



L'utilisation des axes élastiques peut jouer un rôle important dans le positionnement du moteur. En effet, si on réussit à faire coïncider l'axe perpendiculaire au plan et passant par le point de rencontre entre les deux axes élastiques avec l'axe principal de rotation du moteur (rouli), on empêche que les modes rigides en translation du moteur soient excités par la sollicitation en rotation que celui-ci exerce. Cependant, la méthode de positionnement en V se limite à des systèmes d'ancrage relativement symétriques. Ce calcul devient plus difficile lorsque les axes de compression et de cisaillement se trouvent dans des plans différents.

Dans le même ordre d'idées, certains auteurs [11] identifient deux axes important du moteur, soit le « Torque Roll Axis » (TRA) et le « Roll Axis » (RA). Le TRA est l'axe théorique autour duquel tournerait le moteur sujet aux rotations du vilebrequin, s'il était libre (c'est-à-dire sans points d'attache). Le RA et l'axe réel autour duquel le moteur vibre lorsqu'il est sujet aux rotations du vilebrequin. La position du RA dépend de l'inertie du moteur, de la position et de la raideur des tampons d'ancrage ainsi que de la fréquence de l'excitation. La technique proposée consiste à positionner les tampons d'ancrage de sorte que les axes TRA et RA soient le plus rapprochés (superposés) possible, ce qui diminuerait la transmission de vibrations puisque le système serait conçu pour réduire la transmission de vibrations autour des deux axes en même temps. La figure 1.5 illustre les axes TRA et RA.

Une bonne isolation est également effectuée en choisissant stratégiquement les points d'ancrage sur le châssis. On privilégiera par exemple les points correspondant aux noeuds des déformées des premiers modes sur le châssis pour éviter que les fréquences associées à ces modes ne soient excités par le moteur [8].

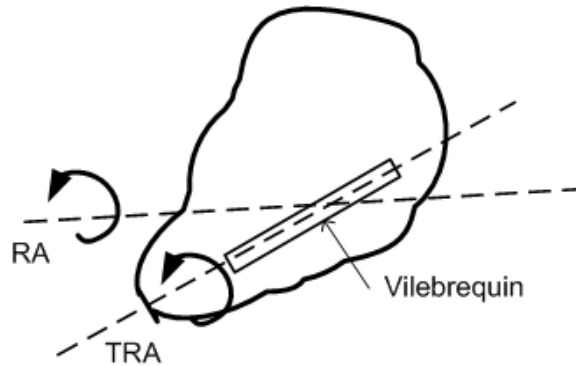


Figure 1.5 – TRA et RA sur le moteur

### 1.3 Récolte d'énergie

Diverses techniques de récolte énergétique existent et pourraient être utilisées dans un tampon d'ancrage. La plupart des techniques se basent sur la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique. Les dispositifs de récolte construits selon ces techniques ont une géométrie et une taille optimisées en fonction de l'énergie vibratoire disponible. La section suivante présente les techniques de récolte énergétique les plus efficaces, et les mieux adaptables aux ordres de grandeur et à la géométrie d'un VTT.

#### 1.3.1 Effet piézoélectrique

L'effet piézoélectrique demeure le phénomène le plus utilisé en récolte d'énergie vibratoire. Cet effet est exploité à l'aide de matériaux piézoélectriques, des cristaux, qui ont la particularité de générer une différence de potentiel dans une direction lorsqu'ils sont sollicités dans cette direction. Cette différence de potentiel se perd lorsque la sollicitation est une charge statique, mais conserve son amplitude si la sollicitation est une charge dynamique oscillante. On peut récolter une quantité

maximale d'énergie lorsque le système masse-piézoélectrique vibre à sa fréquence naturelle. Ce type de matériau a un module d'élasticité très élevé (de l'ordre de plusieurs GPa), ce qui porte la fréquence naturelle des systèmes masse-piézoélectrique à quelques kHz [15] lorsqu'ils sont utilisés directement en traction-compression dans sa direction polarisée.

Comme les sources d'énergie vibratoire telles que les VTT produisent des sollicitations à d'assez basses fréquences, le problème du module d'élasticité élevé des cristaux piézoélectriques est généralement contourné en modifiant la forme du dispositif de récolte énergétique pour en diminuer les fréquences naturelles. On rapproche ainsi les fréquences naturelles du dispositif de récolte des fréquences de sollicitation, pour obtenir une ou plusieurs résonances dans le dispositif.

Dans certains cas, les dispositifs de récolte sont conçus de sorte que leur première fréquence naturelle se rapproche de la principale fréquence de sollicitation ; on n'exploite alors qu'un seul degré de liberté. C'est le cas du transducteur en forme de cymbale [16], en forme de membrane [17] ou de type poutre [18] qui ne fonctionnent que dans un axe et avec un seul mode. La puissance électrique récoltée avec ces dispositifs est de l'ordre de 30 mW avec le cymbale et de 2 mW avec la membrane. La puissance récoltée dépend de plusieurs paramètres, tels que la constante diélectrique du matériau piézoélectrique, le volume de matériau et la déformation du matériau dans le sens de sa polarisation. Sa constante diélectrique  $\epsilon$ , sa constante piézoélectrique  $d$  et son module d'élasticité  $E$  sont des paramètres propres au matériau, tandis que le volume de matériau dépend de la forme du dispositif et de sa taille. La déformation du matériau dépend des propriétés énumérées ci-haut ainsi que de l'amplitude de la sollicitation appliquée et de sa fréquence. La puissance électrique  $P_{elec}$  pouvant être générée par un morceau de matériau piézoélectrique d'aire  $A$  et d'épaisseur  $h$  sous une sollicitation définie par force d'amplitude  $F$  à une fréquence  $f$  est définie selon l'Équation 1.2 [16].

$$P_{elec} = \frac{1}{2} \frac{d^2 F^2 h f}{A \epsilon_0 \epsilon^X} \quad (1.2)$$

ou  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique sans contrainte et  $\epsilon^X$  est la constante diélectrique sous la contrainte  $X$ .

Dans d'autres cas [19], on utilise une composante intermédiaire (une bille, par exemple) pour créer des impacts sur des cristaux piézoélectriques. La composante intermédiaire est sollicitée par la source vibratoire et se déplace en réponse à cette sollicitation. Les cristaux piézoélectriques sont installés dans la trajectoire de la composante intermédiaire de sorte qu'ils l'interceptent dans son mouvement et que cela crée un impact. De cette manière, les cristaux piézoélectriques sont excités à de plus hautes fréquences et sont moins sujets à être abîmés puisqu'ils ne sont pas insérés directement entre deux composantes mécaniques de la source vibratoire. Par contre, le dispositif peut être beaucoup plus encombrant. La puissance électrique récoltable estimée pour un tel dispositif est de l'ordre de 50 mW.

La récolte d'énergie avec des matériaux piézoélectriques est limitée par le fait qu'une seule direction de déformation crée un voltage. En d'autres termes, on ne peut utiliser le matériau que dans une seule direction de sollicitation. Il faudrait optimiser le dispositif de récolte dans le véhicule selon une orientation précise pour qu'il convertisse un maximum d'énergie mécanique en énergie électrique. Aussi, les matériaux piézoélectriques peuvent être sujets à une dépolarisation s'ils sont soumis à de trop fortes contraintes, températures ou champs électriques. Finalement, ils sont fragiles. Cette difficulté est contournée en créant des dispositifs tels que le cymbale, mais le risque qu'ils soient sujets à des impacts répétés est élevé dans un véhicule tout terrain.

### 1.3.2 Autres dispositifs de récolte

Outre la piézoélectricité, on retrouve surtout des transducteurs fonctionnant par électromagnétisme ou par effet de Villari.

Un transducteur électromagnétique fonctionne en faisant vibrer une masse magnétisée à l'intérieur d'un solénoïde, à la fréquence de résonnance du système mécanique et électrique comme l'illustre la figure 1.6. Comme la masse doit être libre de vibrer dans le solénoïde, ce dispositif ne pourrait pas être installé entre le moteur et le châssis. Il pourrait être posé sur le moteur, orienté selon un mode et agir comme un amortisseur dynamique. La littérature rapporte des performances de l'ordre du milliWatt [15]. La masse risque cependant d'être excitée dans d'autres axes que celui du solénoïde et causer des bris ou des pertes de performance.

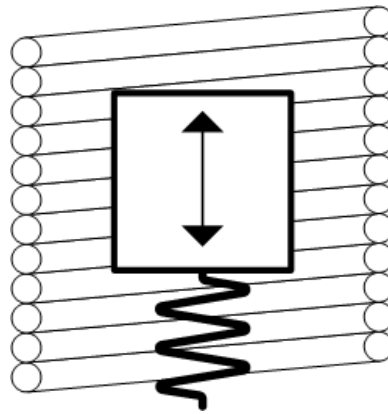


Figure 1.6 – Dispositif de récolte énergétique basé sur le mouvement d'un aimant à l'intérieur d'un solénoïde

Un transducteur fonctionnant par l'effet de Villari est aussi muni d'un solénoïde. Cependant, c'est un matériau magnétostrictif qui, sous contrainte, induit le flux magnétique dans le solénoïde. Ce type de transducteur fonctionne sous une contrainte mécanique et pourrait être placé entre deux composantes. Une fois encore, un seul axe serait exploité. Les matériaux magnétostrictifs seraient cependant beaucoup

plus rigides que le caoutchouc [20], avec des modules d'élasticité de l'ordre de 10 GPa, et le véhicule ne serait plus isolé des vibrations du moteur.

## 1.4 Modélisation par éléments finis

### 1.4.1 Modélisation des tampons d'ancrage

Les tampons d'ancrage sont constitués de métal et de caoutchouc. Le caoutchouc, rappelons-le, a un comportement non-linéaire et on souhaite le modéliser comme tel. La littérature [21] rapporte d'ailleurs que la modélisation du caoutchouc à l'aide de lois de comportement non-linéaires est possible, en sélectionnant un programme d'analyse par éléments finis capable de faire ce type de modélisation. ABAQUS est un programme d'analyse par éléments finis très utilisé pour l'analyse non-linéaire car il a la capacité de réaliser ce type d'analyse [21], [4].

Le modèle de Mooney-Rivlin est un modèle de comportement hyperélastique souvent choisi pour modéliser le comportement non-linéaire du caoutchouc car il tient compte des trois invariants (combinaisons mathématiques des trois ratios de déformation) [21],[22]. Il ne s'applique pas aux très grandes déformations du matériau (supérieures à 100%). Toutefois, la déformation des tampons étant évaluée à environ 20% en usage normal, son utilisation se situe largement en deçà des très grandes déformations. La théorie sur les invariants est présentée à l'Annexe I.

Le partie élastique non-linéaire est modélisée à l'aide de lois de comportement, mais ces lois ne modélisent pas l'amortissement présent dans le matériau. L'amortissement présent dans le caoutchouc est généralement représenté comme un amortissement viscoélastique [5]. Dans ABAQUS, la partie « visqueuse » de la viscoélasticité est représentée séparément de la partie « élastique » [23]. Il devient donc possible

de modéliser conjointement la non-linéarité de l'élasticité et la viscoélasticité du matériau, le rendant ainsi viscohyperélastique.

Les lois de comportement hyperélastique et viscolastique sont obtenues dans ABAQUS en procédant à des tests de caractérisation du caoutchouc, qui sont discutés à la section 1.5.

### **1.4.2 Modélisation du châssis.**

Le châssis, essentiellement constitué d'acier, est un assemblage de poutres tubulaires soudées. Cette constitution permet des déplacements assez élevés (de l'ordre de quelques millimètres) mais tout de même assez petits pour considérer que les déformations sont petites et restent dans le domaine linéaire élastique. Comme les profilés tubulaires sont assez minces (de 2 à 3 millimètres), ils sont généralement modélisés avec des éléments de coque dans un modèle par éléments finis, ce qui réduit énormément le temps de calcul sans compromettre les résultats lors d'une analyse modale et d'une analyse de réponse en fréquence [24].

## **1.5 Travaux expérimentaux**

### **1.5.1 Caractérisation dynamique du système moteur-tampon-châssis**

Les travaux expérimentaux servent à définir les propriétés dynamiques de la structure afin de pouvoir la définir. C'est ce qui servira à valider le modèle par éléments finis. Les propriétés dynamiques servant à définir le comportement d'une structure sont les fréquences naturelles de la structure et la forme des modes associés à ces fréquences naturelles. Pour trouver ces propriétés dynamiques, des mesures

doivent être effectuées sur la structure. C'est en passant par la fonction de réponse en fréquence (FRF) qu'on arrive à trouver les fréquences naturelles de la structure.

Les fonctions de réponse en fréquence peuvent être définies à partir de l'accélération, comme réponse, et de la force d'excitation comme entrée. Ces deux paramètres sont aisément mesurables avec des accéléromètres et des capteurs de force. Dans la littérature le calcul des forces induites varie d'un auteur à l'autre. Couramment, on utilise des impacts pour trouver les fonctions de réponse en fréquence ; les impacts, surtout s'ils sont bien répétés, produisent une sollicitation qui couvre une plage assez large en fréquence [25]. En choisissant un marteau d'impact adéquat et en excitant la structure aux bons endroits, on peut retrouver la plupart des fréquences naturelles dans la plage des fréquences sollicitées par les impacts. Il est également possible de trouver les FRF avec d'autres types de sollicitations à condition que la fonction temporelle de la force soit connue, répétable et qu'elle comporte une plage de fréquences adéquate. Nommons ici les ondes carrées, les dents de scie et les « chirp » [1]. Lorsque la sollicitation en force est répétable et contient une plage de fréquences adéquate, elle permet de trouver plusieurs fréquences naturelles.

### 1.5.2 Identification des forces

Afin de pouvoir travailler sur le modèle par éléments finis, une sollicitation, c'est-à-dire une entrée, sera nécessaire. Cette entrée doit être la même que celle qui est exercée sur le véhicule, indépendamment du reste de la structure. En pratique, cette entrée est la force vibratoire exercée par le moteur. Cette force, due au déséquilibre, à la rotation du vilebrequin, au mouvement des pistons et aux explosions dans les chambres à combustion, dépend simplement des composantes internes du moteur. Évidemment, la charge entraînée fait varier cette sollicitation ; c'est pour-



quoi le banc d'essais expérimental devra être quasiment aussi simplifié que le modèle par éléments finis.

Certains auteurs traitent de l'identification des forces. La méthode la plus couramment utilisées est l'identification des forces par le calcul des FRF et la mesure des accélérations [1]. La méthode consiste à poser des accéléromètres sur la structure et à l'exciter avec une force connue à certains endroits. Le calcul des FRF est fait pour chaque accélération mesurée avec chaque force connue appliquée. On construit ainsi une matrice de FRF et on utilise cette matrice pour calculer les forces exercées par le moteur en utilisant les accélérations mesurées lorsque le moteur fonctionne en régime permanent. Ceci permet de trouver les forces exercées par le moteur à un régime particulier.

Cette méthode peut être utilisée en mesurant autant de forces que d'accélérations. On obtient ainsi une matrice de FRF carrée qu'on peut facilement inverser pour calculer les forces induites ; il s'agit de la méthode directe inverse [26].

$$\{\ddot{\mathbf{X}}\} = [\mathbf{H}] \{\mathbf{F}\} \rightarrow \{\mathbf{F}\} = [\mathbf{H}]^{-1} \{\ddot{\mathbf{X}}\} \quad (1.3)$$

où  $\ddot{\mathbf{X}}$  est un vecteur d'accélération,  $\mathbf{H}$  est le vecteur des FRF et  $\mathbf{F}$  est un vecteur de force.

Selon N. Okubo et S. Tanabe [1], cette technique donnerait des résultats limités car plus la structure est complexe, plus il y a de réponses disponibles pour une seule force. Or cette technique limite le nombre de réponses au nombre de forces. Pour contrer le problème et améliorer la qualité des FRF, les auteurs suggèrent la méthode des moindres carrés. Cette méthode consiste à augmenter le nombre

de réponses pour un même nombre de forces. Ainsi, les forces sont calculées selon l'équation suivante :

$$\{\ddot{\mathbf{X}}\}_n = [\mathbf{H}]_{nm} \{\mathbf{F}\}_m \rightarrow \{\mathbf{F}\}_m = ([\mathbf{H}^{*T}]_{mn} [\mathbf{H}]_{mn})^{-1} [\mathbf{H}^{*T}]_{mn} \{\ddot{\mathbf{X}}\}_n \quad (1.4)$$

où  $n$  est la dimension du vecteur colonne contenant les normes des vecteurs d'accélération et  $m$  est la dimension du vecteur colonne contenant les normes des vecteurs de force.

Cette méthode est envisagée pour l'identification des forces effectuées par le moteur dans le cadre de cette recherche. Cependant, cette méthode peut amener une lacune importante au niveau de la faisabilité si l'encombrement est trop important près de l'emplacement des tampons d'ancrage.

Au cours de la partie expérimentale de ce projet, la méthode de l'identification des forces sera essayée pour trouver les forces induites par le moteur. Cependant, cette méthode pourrait ne pas donner les résultats escomptés et il faudra peut-être développer une autre méthode pour mesurer les forces induites par le moteur.

### 1.5.3 Analyse modale

Afin de bien connaître les propriétés dynamiques du système moteur-tampon-châssis, une analyse modale doit être effectuée. L'analyse modale permet d'évaluer les fréquences naturelles du système dynamique. Afin que ces fréquences soient évaluées, le système dynamique doit être sollicité sur une bande de fréquence suffisamment large pour couvrir les modes susceptibles d'être excités par le moteur.

On retrouve dans la littérature essentiellement une seule méthode pour procéder à l'analyse modale, soit l'acquisition de données d'accélération à différents endroits sur le véhicule à l'aide d'accéléromètres. Les accélérations sont mesurées à des endroits susceptibles d'être sujets à un mouvement lorsque la plupart des modes fondamentaux sont excités (on évitera ainsi les endroits susceptibles d'être des noeuds et on privilégiera les endroits susceptibles d'être des ventres). En pratique, il est plutôt difficile de tomber exactement sur un noeud, alors le positionnement des accéléromètres n'est pas trop contraignant. Si on dispose d'une sollicitation qui couvre une bande de fréquences assez large, la fonction de réponse en fréquence sera tout à fait désignée pour identifier les modes propres. Elle permettra également l'utilisation de la phase pour connaître la déformée modale [27].

Le choix de la sollicitation sur une large bande de fréquences permet d'identifier plusieurs fréquences naturelles. Ce type de sollicitation peut être reproduit avec un marteau d'impacts ou un pot vibrant [28]. Les impacts produits avec un marteau d'impacts couvrent généralement une large bande en fréquence mais sont difficiles à reproduire. C'est pourquoi on doit procéder à du moyennage, du fenêtrage, et du chevauchement pour arriver à des mesures de bonne qualité [26]. Les signaux pouvant être produits avec un pot vibrant sont variés. On choisira plus souvent un bruit blanc produit sur une assez longue période de temps pour qu'il couvre une large bande de fréquence avec une amplitude égale. L'inconvénient du pot vibrant est qu'il doit être inséré dans la structure pour la solliciter, et donc qu'il la modifie.

## CHAPITRE 2

### OBJECTIFS

#### 2.1 Objectifs globaux

L'objectif principal de cette maîtrise est de définir et de modéliser le système mécanique utilisé pour le projet, soit un véhicule Prowler 2006 d'ARCTIC CAT. Le modèle devra être validé et être utilisé pour faire des simulations.

La définition de ce système mécanique doit être faite à l'aide de travaux expérimentaux, qui ont pour but d'étudier le comportement du véhicule soumis à la sollicitation du moteur. Ces travaux réalisés à l'aide d'un banc d'essais serviront à valider le modèle numérique. Il faudra également caractériser le caoutchouc utilisé dans les tampons d'ancrage pour valider le modèle numérique ; le caoutchouc, souvent défini par des lois de comportement non-linéaires, doit être modélisé de sorte que sa contribution au système mécanique soit représentée fidèlement. Finalement, le modèle numérique validé servira à faire des simulations pour tester de nouvelles géométries ou sollicitations sans avoir à réaliser ces essais expérimentalement ; les coûts de fabrication et de montage seront alors moindres et la conception de meilleurs tampons d'ancrage sera plus rapide.

La validation du modèle numérique devra être réalisée avec les résultats expérimentaux. Pour cela, il faut établir sur quelles bases le modèle par éléments finis et les résultats expérimentaux peuvent être comparés. On entend ici par base, un ou plusieurs types d'analyses, un domaine et des quantités physiques.

Lors de la réalisation des tâches menant à la réussite des objectifs du projet, plusieurs étudiants ont été mis à contribution sous ma supervision. La participation de chacun de ces étudiants est citée à côté des tâches sur lesquelles ils ont réalisé des travaux.

## 2.2 Objectifs expérimentaux

Comme il a été énoncé, le banc d'essais expérimental permettra la collecte de données physiques caractérisant le système dynamique moteur-tampon-châssis. Ces données serviront à ajuster et valider un modèle par éléments finis du système moteur-tampon-châssis. La validation devra être faite sur la base de quantités physiques communes au système réel et au modèle numérique. Afin de valider le modèle par éléments finis, il faut donc réaliser les tâches suivantes sur le banc d'essais :

- Tâche 1.1 Décrire le banc d'essais et identifier ses principales composantes, ainsi que leur emplacement (M. Lavoie) ;
- Tâche 1.2 Déterminer les données à acquérir (lieu, unités) (M. Lavoie) ;
- Tâche 1.3 Concevoir le montage du banc d'essais (E. Lorrain, S. Rioux)
- Tâche 1.4 Instrumenter le banc d'essais en fonction des données à recueillir (M. Lavoie, S. Rioux) ;
- Tâche 1.5 Procéder à l'acquisition des données (M. Lavoie, J. Chamberland-Lauzon, A. Fillon) ;
- Tâche 1.6 Traiter et analyser les données (A. Fillon, M. Lavoie, J. Chamberland-Lauzon) ;

Tâche 1.7 Identifier les principales caractéristiques du véhicule (fréquences naturelles, modes propres) (M. Lavoie) ;

Tâche 1.8 Obtenir une sollicitation proche de la sollicitation réelle exercée par le moteur sur le système moteur-tampons-châssis (A. Fillon, M. Lavoie) ;

### **2.3 Objectifs de la caractérisation du caoutchouc**

La caractérisation du caoutchouc a pour but d'obtenir un modèle de comportement semblable au comportement réel du caoutchouc. Ce modèle, défini par des lois de comportement, fera partie du modèle d'analyse par éléments finis. Pour obtenir les caractéristiques mécaniques du caoutchouc, il faudra :

Tâche 2.1 Identifier les caractéristiques statiques et dynamiques non-linéaires qui peuvent être utilisées dans ABAQUS pour définir un matériau tel que le caoutchouc (M. Lavoie) ;

Tâche 2.2 Mesurer les propriétés mécaniques statiques du caoutchouc (M. Lavoie) ;

Tâche 2.3 Mesurer les propriétés dynamiques du caoutchouc (M. Lavoie) ;

Tâche 2.4 Réaliser une analyse modale sur le tampon d'ancrage réel (M. Lavoie) ;

Tâche 2.5 Traiter et analyser les données et les rendre utilisables dans le logiciel ABAQUS (M. Lavoie) ;

Nous verrons au Chapitre 5 la raison qui motive le choix d'ABAQUS comme programme d'analyse par éléments finis.

## 2.4 Objectifs de la modélisation par éléments finis

Une fois le modèle par éléments finis validé, il servira à faire des simulations. Ces simulations permettront de déterminer la manière dont les tampons d’ancrage dissipent l’énergie vibratoire du moteur, les principales contraintes et déformations qu’ils subissent ainsi que leurs zones les plus sollicitées. Pour arriver à ce résultat, il faudra donc :

Tâche 3.1 Obtenir des modèles numériques tridimensionnels (conception assistée par ordinateur) (CAO) des composantes mécaniques du système moteur-tampon-châssis (S. Rioux) ;

Tâche 3.2 Si nécessaire, modifier ces modèles CAO afin qu’ils soient fonctionnels pour une simulation par éléments finis (M. Lavoie, S. Rioux) ;

Tâche 3.3 Pour chaque composante, choisir (M. Lavoie, S. Rioux, H. Jonarivelo Tsytanandahy) :

- le matériau et son modèle ;
- le type l’éléments ;
- le type de maillage ;
- la grosseur du maillage ;
- son interaction avec les autres composantes ;
- ses conditions aux rives.

Tâche 3.4 Mailler le modèle en entier (S. Rioux, M. Lavoie, H. Jonarivelo Tsytanandahy) ;

Tâche 3.5 Procéder à une analyse modale (H. Jonarivelo Tsytanandahy, N. Schneider) ;

- Tâche 3.6 Modéliser et numériser la sollicitation du moteur obtenue expérimentalement (N. Schneider, M. Lavoie) ;
- Tâche 3.7 Procéder à des simulations (H. Jonarivelo Tsytanandahy, N. Schneider, M. Lavoie) ;
- Tâche 3.8 Comparer les résultats des simulations aux données expérimentales (M. Lavoie, N. Schneider) ;
- Tâche 3.9 Au besoin, ajuster le modèle par éléments finis à partir des résultats de la comparaison (M. Lavoie, N. Schneider) ;
- Tâche 3.10 Itérer et valider ;
- Tâche 3.11 Indiquer par quels mécanismes l'énergie vibratoire est dissipée ;



## CHAPITRE 3

### BANC D'ESSAIS

#### 3.1 Description du banc d'essais

##### 3.1.1 Composantes

Le véhicule étudié, lorsqu'il est en fonction, comprend un moteur, quatre tampons d'ancrage, un châssis, une transmission, des suspensions et des roues, son habillage, ses composantes électriques, ses composantes mécaniques, ainsi que ses commodités usuelles (sièges, valise, etc.) La figure 3.1 illustre le banc d'essais et ses composantes restantes.

Comme cette étude est portée sur les tampons d'ancrage, le banc d'essais est constitué de sorte que tous les mouvements et sollicitations du véhicule qui proviennent de l'extérieur (outre ceux provenant du moteur) soient éliminés. Ainsi, on allège le contenu des données pour qu'il soit concentré uniquement sur le moteur. Comme les tampons d'ancrage sont attachés au moteur et au châssis, les roues et les suspensions ont été retirés, afin que le châssis puisse reposer sur des supports rigides ancrés dans le sol. Les mouvements du châssis seront alors considérés comme absolus. Toutes les pièces n'entrant pas dans le fonctionnement du moteur et n'y étant pas connectées ont également été retirées du véhicule, car elles auraient gravement alourdi le modèle par éléments finis tout en ne modifiant rien à la sollicitation produite par le moteur. On a ainsi retiré du véhicule son habillage, ses sièges, sa valise, etc. La transmission est restée car sans elles il aurait été délicat d'ajuster le régime du moteur à une révolution déterminée car il aurait été pratiquement à vide.

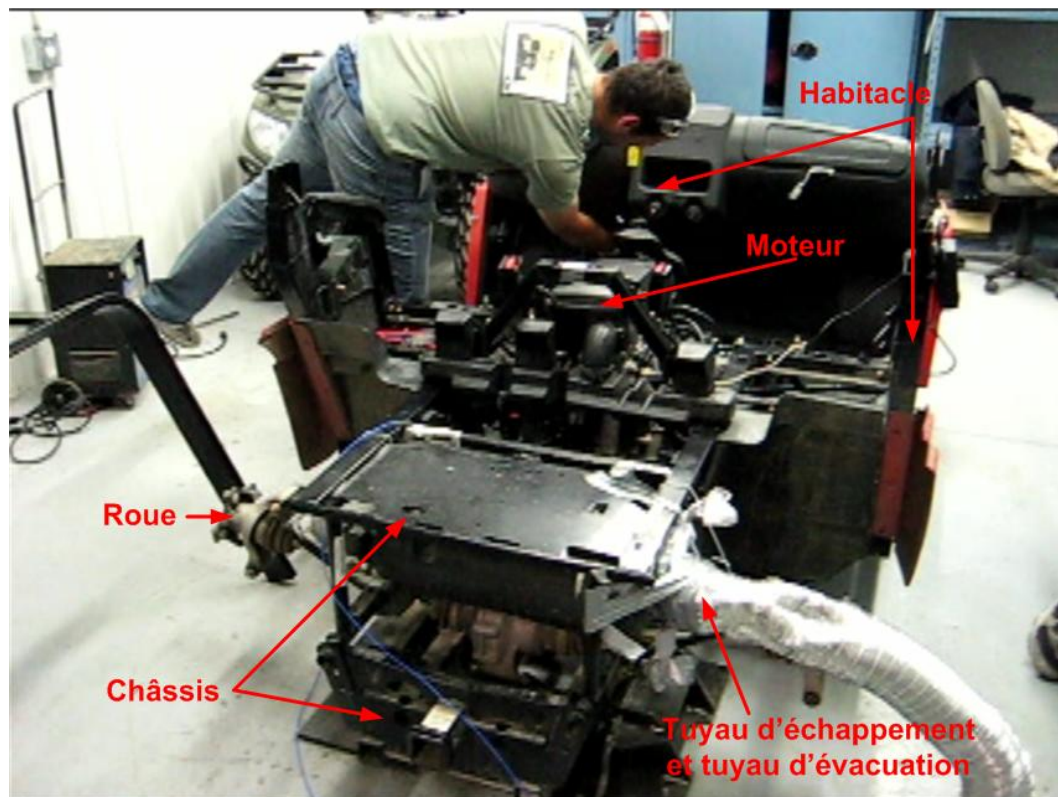


Figure 3.1 – Banc d’essais : on peut voir que sur le châssis, plusieurs composantes mécaniques restent, telles que les roues, le tuyau d’échappement, et même certaines parties de la carrosserie et de l’habitacle.

### 3.1.2 Assemblage

Le système moteur-tampon-châssis est donc constitué du moteur, des supports du moteur, des tampons d'ancrage, du châssis, de supports rigides fixant le châssis au sol, ainsi que des diverses composantes mécaniques et électriques énoncées à la section précédente. Considérons pour le moment l'assemblage entre les tampons et le moteur. La figure 3.2 illustre le modèle CAO de l'assemblage moteur-tampon-châssis. Le moteur n'est pas visible sur la figure mais il est rigidement lié aux supports à moteur. (Les composantes de l'assemblage sont mieux visibles sur le modèle CAO qu'en photo.)

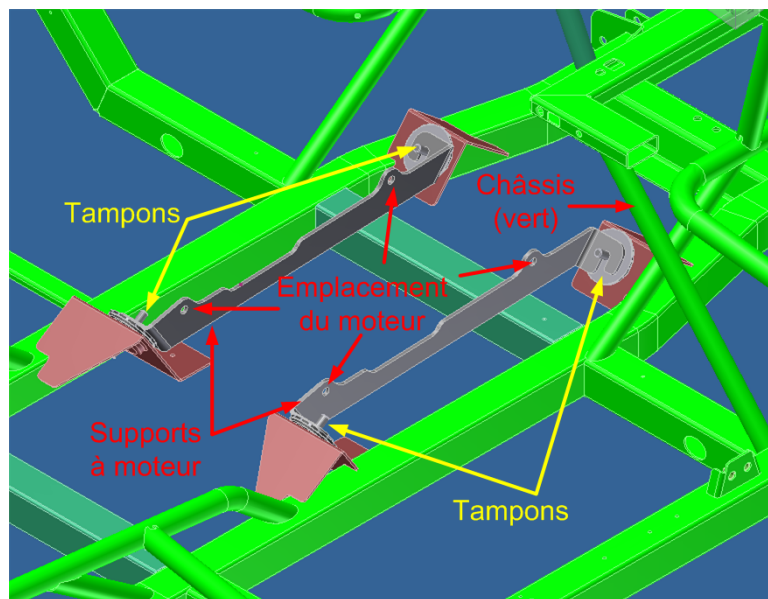


Figure 3.2 – Modèle CAO de l'assemblage entre les tampons, les supports à moteur et le châssis

Le moteur est fixé rigidement à deux pièces métalliques, les supports du moteur, qui sont fixés aux tampons. La géométrie, l'orientation et la position des tampons expliquent la présence de ces supports moteur car il aurait été impossible d'assembler l'ensemble moteur-tampons au châssis si les tampons avaient été fixés directement

au moteur. On ignore pour le moment l'influence de la raideur des supports de moteur sur la raideur globale du système moteur-tampons-châssis. Cette influence pourrait se manifester par une variation plus ou moins importante des fréquences naturelles et des déformées modales. Cela pourrait par conséquent influencer la réponse en fréquence. Les tampons sont fixés à ces pièces métalliques à l'aide d'une tige filetée qui la retient sur la plaque la plus large du tampon (voir la géométrie du tampon à la figure 3.3).

Les tampons sont fixés au châssis à l'aide d'une tige filetée, qui retient la plaque la moins large du tampon au fond des compartiments prévus à cet effet sur le châssis.

Le châssis est supporté par des fixations rigides à l'aide de boulons, c'est-à-dire de la même manière qu'il était supporté par la suspension du véhicule lorsque ce dernier était entièrement assemblé. De cette manière, on s'assure de reproduire les mêmes conditions aux rives que lorsque le châssis était fixé aux suspensions, à l'exception que les supports ne peuvent pas bouger l'un par rapport à l'autre, puisqu'ils sont fixés au sol. Cependant, ces mêmes conditions seront reproduites dans le modèle par éléments finis.

Il y a au total quatre tampons d'ancrage qui supportent le moteur. Les deux tampons situés à l'avant du véhicule sont orientés de la même manière par rapport au référentiel du véhicule. C'est aussi le cas des deux tampons situés à l'arrière. Pour bien illustrer la disposition des capteurs, il faut d'abord définir les systèmes d'axes utilisés. La figure 3.3 illustre le référentiel du tampon. La figure 3.4 illustre les systèmes d'axes utilisés par rapport au châssis. La figure 3.5 illustre le système d'axes du moteur en relation avec le système d'axe du châssis. Les systèmes d'axes de disposition des tampons sur le châssis (figure 3.4 b) et c) ) sont les mêmes du côté moteur et du côté châssis. Autrement dit, si on fait référence à l'accélération

du tampon selon l'axe  $\mathbf{p}$  du côté du moteur, il s'agit du même axe  $\mathbf{p}$  que du côté du châssis.

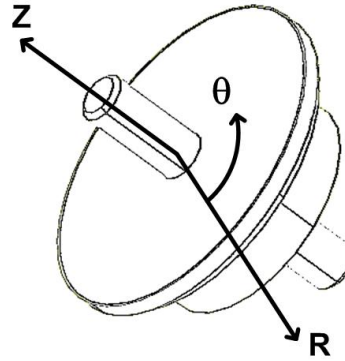


Figure 3.3 – Référentiel d'un tampon d'ancrage :  $\mathbf{Z}$  est son axe longitudinal,  $\mathbf{R}$  son axe radial et  $\theta$  son axe angulaire.

D'abord, le référentiel d'un tampon, qui est défini par le système d'axes à la Figure 3.3, est en coordonnées polaires. L'axe  $\mathbf{Z}$ , qui est l'axe principal du tampon, est orienté selon le sens de déformation en traction-compression du tampon. Son sens positif se situe du côté du tampon où la plaque métallique est la plus large, soit du côté dirigé vers le moteur lorsqu'il est assemblé.

Ensuite, le référentiel du véhicule est défini par le système d'axes à la figure 3.4 a). L'axe  $\mathbf{A}$  pointe vers l'avant du véhicule, l'axe  $\mathbf{H}$  pointe vers le haut du véhicule et l'axe  $\mathbf{D}$  vers la droite du véhicule. Ce système d'axes servira surtout à repérer les déformées modales du moteur et du châssis.

Viennent ensuite deux paires de systèmes de coordonnées qui définissent la disposition des tampons sur le véhicule et qui distinguent l'avant et l'arrière de celui-ci. On peut voir ces systèmes de coordonnées à la Figure 3.4. Ces deux paires de systèmes

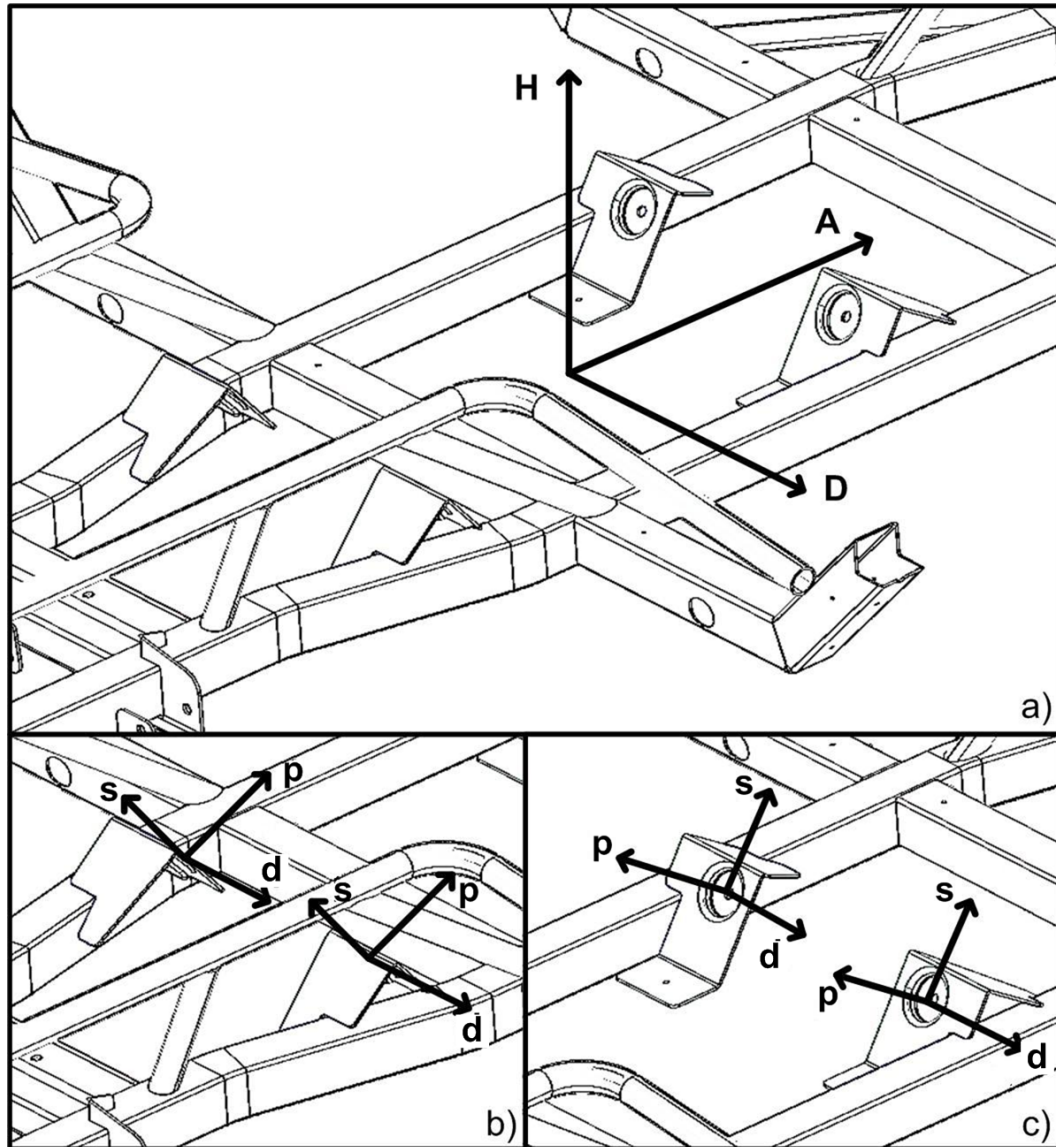


Figure 3.4 – Référentiels du châssis : a) Référentiel du châssis par rapport au véhicule.  $H$ , le haut du véhicule,  $A$ , l'avant et  $D$  la droite. b) Référentiel des tampons d'ancrage à l'arrière du châssis. c) Référentiel des tampons d'ancrage à l'avant du châssis ;  $p$  coïncide avec l'axe  $Z$  du tampon,  $s$  coïncide avec l'axe  $R$  du tampon,  $d$  est orthogonal aux axes  $p$  et  $s$ .

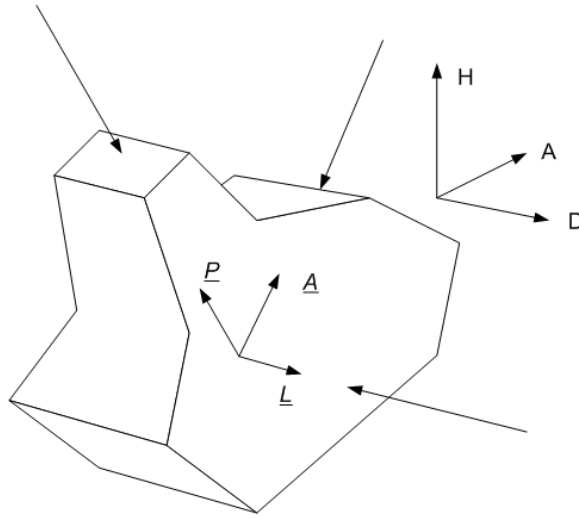


Figure 3.5 – Référentiel du moteur :  $\underline{P}$ , l'axe du piston,  $\underline{L}$ , l'axe latéral coïncidant avec l'axe  $\mathbf{D}$  du châssis, et  $\underline{A}$ , l'axe avant du moteur.  $\underline{P}$  et  $\underline{A}$  sont dans le plan formé par les axes  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{A}$  du châssis mais ne sont pas espacés de 90 degrés.

de coordonnées ont un axe coïncidant avec l'axe  $\mathbf{Z}$  du tampon, tout en définissant son orientation sur le véhicule. Ainsi, nous retrouvons les quatre systèmes de coordonnées en b) et c). Leur axe  $\mathbf{p}$  est aligné avec l'axe  $\mathbf{Z}$  du tampon et est parallèle au plan formé par les axes  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$  du véhicule. Leur axe  $\mathbf{s}$  coïncide avec l'axe  $\mathbf{R}$  du tampon, toujours dans le plan formé par les axes  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{H}$  du véhicule. Leur axe  $\mathbf{d}$  est parallèle à l'axe  $\mathbf{D}$  du véhicule et dans le même sens que cet axe. Ces quatre systèmes de coordonnées seront nécessaires pour orienter les capteurs lors de la prise de mesures (car, on le verra dans la section sur l'instrumentation, les capteurs devront être orientés selon les tampons et non selon le véhicule.)

### 3.1.3 Conception des supports de châssis

Les supports de châssis ont été conçus afin de supporter le châssis de la même manière que le faisaient les suspensions, tout en étant suffisamment rigides pour ne pas être entraînés par le moteur. La figure 3.6 montre le modèle CAO des supports

et du châssis assemblés. Composés d'acier, leur structure de plaques soudées leur donne une grande rigidité. Les trous sur les bases permettent de les fixer au sol à l'aide de vis. Ces supports ont été vissés à un sol de béton, pour s'assurer de leur immobilité. Leur première fréquence naturelle avec le poids du système moteur-tampon-châssis se situe à plus de 140 Hertz, ce qui permet d'affirmer qu'ils ne seront pas excités par les fréquence d'excitation du moteur et leurs quatre premières harmoniques sous les 2000 RPM. (Nous verrons plus tard que l'excitation utilisée sera sous les 2000 RPM).

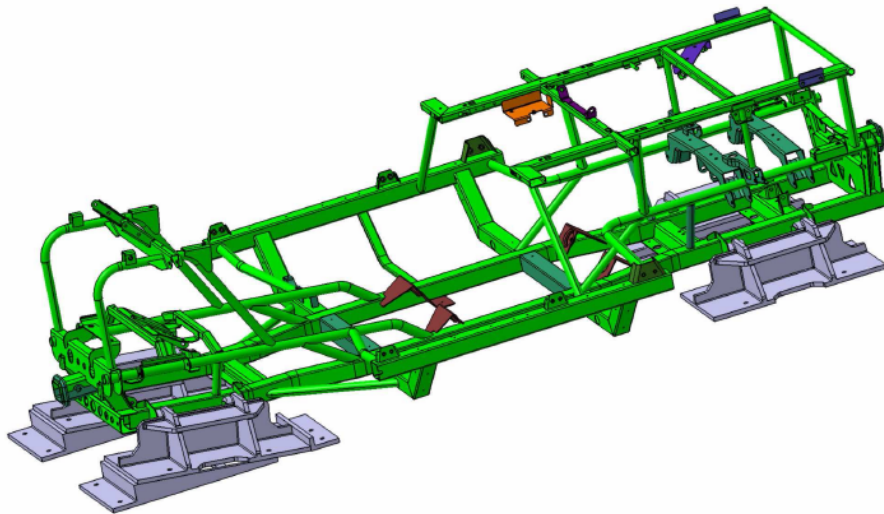


Figure 3.6 – Supports de châssis en gris et châssis en vert

### 3.2 Données à acquérir

L'instrumentation du banc d'essais passe nécessairement par une bonne connaissance des données qu'on doit acquérir. Il faut savoir quel type de données sont nécessaires pour chaque type d'analyse qu'on souhaite exécuter. Dans cette section, on définit d'abord ces analyses, puis les données nécessaires pour pouvoir faire ces analyses.



### 3.2.1 Types d'analyses

Le modèle numérique sera réalisé à l'aide d'éléments finis, dans le logiciel ABAQUS. Ce logiciel permet de faire plusieurs types d'analyses dynamiques (modale, harmonique, aléatoire, transitoire). Pour qu'il soit jugé valable, le modèle par éléments finis doit au minimum avoir les mêmes fréquences naturelles que le banc d'essais, et ces fréquences doivent être associées aux mêmes déformées modales. L'analyse modale est alors toute indiquée pour faire une première validation. On trouvera dans cette analyse les modes associés aux mouvements rigides du moteur, dont les fréquences sont généralement basses (entre 0 et 30 Hz, rappelons le) et les modes associés au mouvement flexible du châssis, dont les fréquences sont un plus élevées (au delà de 40 Hz). Ces ordres de grandeur peuvent évidemment varier en fonction du système dynamique. L'analyse modale permettra donc de faire une première approximation du modèle par éléments finis par rapport au banc d'essais. On estime que la sollicitation du moteur seule pourrait ne pas être suffisante pour exciter également un grand nombre de modes, même à basse fréquence, pour l'analyse modale. En effet, plus le contenu fréquentiel de l'excitation est étendu et ce dans les trois axes orthogonaux, et mieux les modes propres de la structure pourront être identifiés. Or l'excitation produite par un moteur cible généralement certaines fréquences assez précises sur la plage d'utilisation du moteur, plus quelques harmoniques, ce qui laisse une grande proportion des fréquences non excitées. Par exemple, un moteur tournant à 3000 rpm générerait une excitation à 50 Hz, et des harmoniques à 100, 150, 200 Hz et plus. L'analyse modale de la structure moteur-tampons-châssis aurait donc tout intérêt à être faite à l'aide d'une sollicitation ayant un grand contenu fréquentiel, telle que des impacts.

Une validation plus complète du modèle par éléments finis se traduirait par un modèle qui prendrait une entrée (sollicitation) mesurée et dont la sortie (réponse)

serait très semblable à la sortie mesurée correspondante. Avec l'analyse modale, ces sollicitations ne sont pas identifiées. Il faudrait donc reconstituer la sollicitation exercée par le moteur sur le système mécanique et connaître la réponse à cette sollicitation. Les tests d'impacts effectués pour connaître les caractéristiques modales de la structure pourraient avoir une autre utilité, soit celle de reconstituer la sollicitation effectuée par le moteur sur la structure à l'aide de fonctions de réponse en fréquence (FRF). La validation du modèle serait complète si les sorties réelles et simulées étaient semblables pour une même sollicitation du moteur (on parle ici d'une analyse de réponse en fréquence pour un système forcé). Par contre, l'encombrement pourrait faire échouer la méthode des FRF, ce pourquoi on essaiera également de constituer la sollicitation du moteur à l'aide de capteurs qui mesureront directement cette sollicitation. Pour valider le modèle, il nous faut donc recueillir la sollicitation du moteur et la réponse du système moteur-tampon-châssis à cette sollicitation. Comme il a été mentionné au paragraphe précédent, la sollicitation du moteur cible certaines fréquences assez précises, donc pour faire la validation du modèle à l'aide de la sollicitation du moteur, une analyse harmonique pourrait être effectuée dans ABAQUS.

### 3.2.2 Quantités physiques

Il faut d'abord établir à partir de quelles quantités physiques le véhicule (système moteur-tampon-châssis) et son modèle peuvent être comparés.

En principe, l'entrée, ou sollicitation exercée sur la structure, est une force qui pourra être reconstituée à l'aide des FRF ou à l'aide de capteurs de forces. Comme il serait difficile de mesurer à quel endroit exactement les forces du moteur d'exercent sur celui-ci, on décomposera les forces en déterminant leurs composantes sur les tampons d'ancrage ; on pose alors l'hypothèse que le moteur est isolé du reste du

véhicule et repose seulement sur les tampons d’ancrage. Si cette hypothèse est réaliste, on reconstituera en principe la totalité de la force exercée par le moteur tout en reportant les moments de force directement sur les tampons d’ancrage. De plus, on pourra comparer la force reconstituée par les FRF et les forces mesurées directement sur les tampons à l’aide des capteurs de force, qui devraient différer uniquement de par l’inertie du moteur en mouvement.

La sortie, ou réponse, peut être mesurée sous la forme d’un déplacement, d’une vitesse ou d’une accélération. Il est généralement plus aisé de mesurer une sortie en accélération. De plus, l’intégration d’un signal d’accélération donne généralement un meilleur résultat que la différentiation d’un signal de vitesse ou de déplacement. Le fait de connaître les vitesses de part et d’autre du tampon mèneraient au calcul de l’énergie dissipée dans le tampon. En connaissant l’accélération  $\vec{a}$ , la force exercée par le moteur sur les tampons d’ancrage  $\vec{F}$  et la force transmise par le moteur sur les tampons d’ancrage  $\vec{F}_T$ , il sera possible d’extraire un équivalent de masses modales propre au moteur puisque la force et l’accélération sont directement proportionnelles.

Dans le cas des entrées et des sorties, les données pourront être traitées sous forme de spectres en fréquence. Des spectres de forces et d’accélérations serviront à calculer des FRF, à identifier les forces exercées par le moteur et à valider le modèle numérique.

### 3.2.3 Organisation des données

Afin d’obtenir des données du côté du moteur et du châssis, il faut différencier ces deux côtés, même s’ils ne sont séparés que par quelques millimètres de caoutchouc. Ainsi, on nommera « côté moteur » la partie métallique du tampon qui est du

côté du moteur, et « côté châssis » la partie métallique du tampon qui est du côté du châssis. D'autres points sur le moteur pourraient également servir à obtenir les déformées modales rigides du moteur, mais les points situés sur le haut du tampon sont les plus éloignés dans un plan horizontal, ce qui permet d'avoir une meilleure précision sur les données. De plus, les données prises sur un côté du tampon pourront être comparées avec celles de l'autre côté, ce qui permettra de faire des déductions sur la manière dont le tampon se déforme pour certains modes. On pose dans ce cas l'hypothèse que le moteur et ses liens d'attachement aux tampons sont beaucoup plus rigides que les tampons.

Les données d'accélération prises du « côté moteur » traduiront le mouvement absolu du moteur (qui contient le mouvement du châssis) et les données prises du « côté châssis » traduiront le mouvement absolu du châssis. Il faudra au minimum trois points sur le moteur et trois points sur le châssis pour pouvoir déduire le minimum d'informations requises concernant les déformées modales (à savoir s'il y a une correspondance en trois dimensions entre le banc d'essais et le modèle par éléments finis). Ces trois points ne doivent pas être colinéaires.

Quant aux données de forces, celles-ci devront être acquises du côté du moteur. Puisque le moteur est soutenu par 4 tampons, il faudra mesurer les forces du moteur en quatre points, qui sont bien sûr situés sur les tampons, tant pour la méthode des FRF que pour la méthode de mesure avec les capteurs de force. Omettre un tampon signifierait de ne pas avoir des données de forces complètes.

### 3.3 Instrumentation du banc d'essais

#### 3.3.1 Systèmes d'acquisition

Deux systèmes d'acquisition ont été utilisés pour acquérir les données ; un système d'enregistrement des données temporelles et un analyseur en fréquence.

L'enregistrement des données temporelles s'est fait avec un ordinateur de type PXI de National Instruments, muni de plusieurs cartes d'acquisition à huit canaux. Plusieurs tentatives ont été faites pour réaliser un programme d'acquisition capable d'acquérir simultanément avec plusieurs cartes, mais ces tentatives ont échoué par manque de ressources informatiques et de temps. Un délai de quelques millisecondes entre les cartes aurait créé un déphasage entre les données, qui aurait été significatif bien avant les 100 Hz. Il a donc été décidé de construire le programme d'acquisition de sorte qu'il fonctionne avec une seule carte, donc avec un maximum de huit canaux. Les forces mesurées avec les capteurs de force ainsi que les accélérations correspondantes ont été mesurées avec ce système d'acquisition.

L'acquisition des données à l'aide de l'enregistreur de données temporelles est faite en régime permanent pour permettre l'analyse de la réponse en fréquence dans le programme d'éléments finis ; il faut pour cela que les entrées sous forme spectrale soient stationnaires et c'est le cas lorsque l'acquisition est faite en régime permanent. On conçoit que l'excitation produite par le moteur contiendra plusieurs fréquences (à cause des harmoniques) et le contenu des entrées comme celui des sorties devra être analysé et comparé dans le domaine fréquentiel.

Le programme d'acquisition a été conçu pour acquérir les données à une fréquence d'acquisition de 3000 Hz, pendant un laps de temps de 5 secondes. La fréquence de 3000 Hz a été choisie car la vitesse de rotation maximale du moteur est de 8000

RPM, soit 133 Hz (on souhaitait se rendre à 8000 RPM dans les mesures mais on verra plus loin que pour des raisons techniques, cette vitesse de révolution du moteur a été limitée). En laissant assez d'espace sur la plage fréquentielle pour contenir la seconde harmonique de cette fréquence, soit 266 Hz, et en multipliant cette fréquence par 10 pour avoir une bonne représentation temporelle du signal, on obtient 2660 Hz. Pour faciliter le traitement des données, on arrondit cette fréquence à 3000 Hz. La carte d'acquisition permet d'échantillonner jusqu'à plus de 10 kHz, mais les fichiers de données seraient alors trop volumineux, ce qui ralentirait le traitement de ces données. C'est d'ailleurs pour cette raison que le temps d'échantillonnage est limité à 5 secondes.

L'analyseur en fréquence (OROS, modèle OR38) a été mis à notre disposition beaucoup plus tard. Cet appareil d'acquisition a permis l'acquisition de données à 16 canaux et a réduit énormément le temps de traitement des données. Ce système a été utilisé pour mesurer les impacts et les accélérations résultant des impacts, à faire le traitement de toutes ces données et à calculer les fonctions de réponse en fréquence. L'analyse modale est donc réalisée également avec l'analyseur en fréquences.

### 3.3.2 Capteurs

Afin de reconstituer les mouvements du banc d'essais, des accéléromètres triaxiaux (modèle 356A16 de PCB) ont été utilisés. Le fait d'utiliser des accéléromètres triaxiaux permet de s'assurer que les données sont acquises le long de trois axes orthogonaux. Ainsi, si la projection des données dans un autre système d'axe est nécessaire, on s'assurera de ne pas amplifier ou diminuer certaines valeurs par rapport à d'autres. Ces accéléromètres ont une plage d'utilisation comprise entre 1 et 5000 Hz en fréquence, et entre  $\pm 50g$  en amplitude, ce qui convient aux mesures qui

ont été effectuées ; les fréquences d'intérêt se situent entre 1 et 500 Hz en fréquence (et moins pour les modes rigides du moteur) et entre  $\pm 30g$  en amplitude.

D'autres accéléromètres, cette fois uniaxiaux, ont été utilisés pour la méthode des FRF. Ceux-ci se sont ajoutés aux accéléromètres triaxiaux pour augmenter le nombre de réponses disponibles. Un de ces accéléromètres a également été placé sur le marteau d'impacts et celui-ci a été calibré comme un capteur de force en ajoutant un gain égal à la masse du marteau d'impacts. Ces accéléromètres uniaxiaux ont les mêmes propriétés d'acquisition (plage de fréquences, amplitudes) que les accéléromètres triaxiaux.



Figure 3.7 – Modèle d'accéléromètre utilisé : 356A16 de PCB

Pour mesurer directement les forces générées par le moteur en marche, des capteurs de forces triaxiaux ont été utilisés. Le modèle retenu est le 260A02 de PCB. Ces capteurs de force ont une plage d'utilisation comprise entre 0,01 et 90000 Hz, en fréquence, et entre  $\pm 4450$  N, en amplitude. Les amplitudes de force du moteur en marche étaient évaluées à moins de 2000 N en amplitude avant les essais, et les fréquences sont les mêmes que pour les accéléromètres.



Figure 3.8 – Modèle de capteur de forces utilisé : 260A02 de PCB

Les fiches techniques de ces capteurs sont disponibles à l'Annexe C.

### 3.3.3 Disposition des capteurs

#### 3.3.3.1 Mesure des forces à l'aide des capteurs de force

Comme on l'a mentionné dans la revue bibliographique, l'identification des forces pouvait s'avérer problématique avec la méthode des FRF, ce pourquoi une technique différente a été développée. Cette technique est basée sur l'utilisation d'accéléromètres et de capteurs de force.

L'identification des forces à l'aide de capteurs de forces a pour inconvénient de mesurer la force transmise  $F_T$  plutôt que la force induite  $F$  (force extérieure). La figure 3.9 montre, pour un système mécanique à un degré de liberté, comment la mesure faite par un capteur de force mesure la force transmise. Pour ce système,  $k$  représente la constante de raideur du ressort,  $c$  représente le coefficient d'amortissement visqueux de l'amortisseur,  $m$  représente la valeur de la masse, et  $x$  représente le déplacement de la masse. Ses dérivées par rapport au temps sont  $\dot{x}$ , la vitesse, et  $\ddot{x}$ , l'accélération. L'amplitude de la force transmise dépend du système mécanique comme le montre l'équation 3.2 puisque l'amplitude du déplacement et de la vitesse dépendent du système mécanique ( $c$ ,  $k$ ,  $m$ ). La force induite est indépendante.

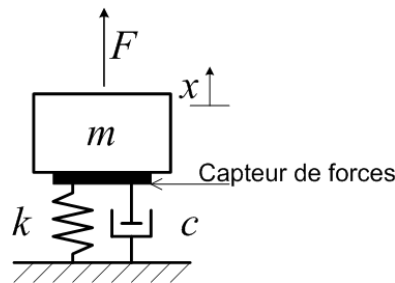


Figure 3.9 – Capteur de forces posé sur un système à 1 ddl

$$F = kx + c\dot{x} + m\ddot{x} \quad (3.1)$$



$$F_T = kx + c\dot{x} \quad (3.2)$$

$$F = F_T + m\ddot{x} \quad (3.3)$$

L'équation 3.1 montre l'équation du mouvement associée au système mécanique de la figure 3.9. On comprend donc que pour reconstituer la force induite  $F$ , il faut connaître la masse et l'accélération du système à un degré de liberté, comme le montre l'équation 3.3. Dans un système dynamique à plusieurs degrés de liberté, l'identification des forces n'est pas aussi simple puisque la masse seule ne peut plus représenter correctement l'inertie du système dynamique. On parlera alors de masses et d'inerties équivalentes pour chaque mode de vibration.

Dans le cas de la mesure des forces avec les capteurs de force (plutôt qu'avec la méthode des FRF), l'accélération doit être mesurée le plus près possible des capteurs de force. Pour ce faire, de petits trous ont été faits très près du tampon d'ancrage sur les plaques de positionnement et c'est ainsi que les accéléromètres ont pu être posés.

Pour obtenir des données significatives par rapport à la géométrie, les capteurs de force et les accéléromètres ont été placés de sorte que leurs axes coïncident avec les référentiels illustrés à la figure 3.4 b) et c). Si l'axe d'un capteur est dans le sens négatif d'un axe du référentiel, les données seront par la suite multipliées par -1.

La pose des capteurs de force a nécessité un travail de conception. En effet, ces capteurs doivent mesurer la force exercée par le moteur sur les tampons, et donc se retrouver au-dessus des tampons (côté moteur) mais l'encombrement s'est trouvé trop important pour pouvoir poser simultanément le capteur de force et le tampon

d'ancrage. Sachant que les forces exercées par le moteur sont considérées comme des entrées (c'est un système forcé) on a conclu que l'absence du tampon n'affecterait pas la force exercée par le moteur ; cela n'affecterait que la réponse. En effet, les forces vibratoires exercées par le moteur proviennent des explosions de carburant, du mouvement des pistons et des composantes internes ainsi que des débalancements. Si le moteur opère dans les mêmes conditions internes, il devrait exercer les mêmes forces vibratoires indépendamment du système d'ancrage. Ainsi a-t-on décidé d'éliminer le tampon d'ancrage du système moteur-tampon-châssis pour pouvoir mesurer la force vibratoire exercée par le moteur. Il est important de souligner que si les capteurs de forces se trouvent entre le moteur et le châssis pour mesurer les forces, alors les forces mesurées seront les forces exercées par le moteur ainsi que l'inertie du moteur en mouvement. Il est donc nécessaire de mesurer à nouveau les accélérations dans ce cas puisque le système dynamique est changé et qu'elles ne seront pas les mêmes ; ces accélérations, multipliées par la masse du moteur approximée à cet endroit et converties en inerties, devront être déduites de la force mesurée pour obtenir la force exercée par le moteur. Elles doivent donc être mesurées simultanément avec la force comment le montrent les équations 3.2 et 3.3.

Fait à noter, ces inerties sont des inerties en translations, c'est-à-dire des accélérations linéaires multipliées par des masses. Bien que les rotations du moteur puissent être obtenues avec les composantes en translations par des équations de contrainte entre les positions des masses, rien n'indique que la valeur des masses et leur position ne reconstitue l'inertie en rotation du moteur. On verra un peu plus loin, à l'analyse des données, comment les inerties en rotation ont été approximées et quelles sont les forces et les lacunes de cette méthode.

Aussi, puisque le moteur est attaché au châssis par sa transmission, il est probable que des masses et des forces transmises ne soient pas considérées dans ce type de mesure.



Figure 3.10 – Capteurs posés : on peut voir ici un capteur de force posé à la place normalement occupée par un tampon d’ancrage. Un accéléromètre est placé tout près, dans le même référentiel que le capteur de forces, pour mesurer l’accélération le plus près possible de ce dernier.

Comme le système d’acquisition ne permet pas d’enregistrer plus de 8 canaux à la fois, les mesures ont été prises par paires de capteurs triaxiaux. Il fallait d’abord obtenir une force triaxiale et une accélération triaxiale simultanées par tampon. Ceci fait 4 paires de mesures puisqu’il a 4 tampons. Nous avons donc une paire accélération-force à l’avant à gauche, une à l’avant à droite, une à l’arrière à gauche et une à l’arrière à droite. Cependant, ces 4 paires ne permettent pas de calculer le déphasage entre les quatre tampons puisqu’elles sont prises sur un tampon à la

fois, ce qui ne permet pas d'avoir de mesures relatives entre les tampons. Pour cela, il faut ajouter 3 paires de mesures de force entre des capteurs de force seulement. Ainsi, on mesure trois de quatre paires suivantes : deux capteurs à l'avant (gauche et droite), deux capteurs à l'arrière (gauche et droite), deux capteurs à gauche (avant et arrière) et deux capteurs à droite (avant et arrière).

### **3.3.3.2 Mesure de réponses, analyse modale et reconstitution à l'aide des FRF**

La méthode des FRF peut fournir beaucoup d'informations en peu de mesures. Comme nous l'avons établi précédemment, les accéléromètres posés sur le côté moteur mesurent l'accélération absolue du moteur, qui elle contient l'accélération du châssis. Ainsi, pour l'analyse modale, il n'est pas nécessaire de poser les accéléromètres sur le châssis ; le mouvement de celui-ci apparaîtra également dans les spectres des accélérations mesurées du côté moteur.

Pour mesurer la réponse du système tampons-moteur-châssis, les accéléromètres sont placés près des tampons, du côté moteur. Comme on disposait d'un analyseur en fréquence pouvant mesurer 16 canaux simultanément, les douze accélérations (sur 3 axes et 4 positions) ainsi que la force d'impact ont été mesurées simultanément (3 axes). Les 12 accéléromètres étaient tous alignés sur les référentiels de la figure 3.4 b) et c). Un treizième accéléromètre était positionné sur le marteau d'impacts afin de mesurer la force d'impact.

On a discuté plus tôt que l'encombrement autour des tampons d'ancrage pouvait poser un problème à l'application de la méthode des FRF. En effet, il n'a pas été possible d'appliquer les impacts avec un marteau d'impacts sur les tampons d'ancrage. Pour contourner le problème, on a vérifié s'il était possible d'appliquer les

impacts directement sur le moteur et de calculer les forces résultantes équivalentes sur les tampons, sans perdre d'information. Trois points d'application ont été choisis sur le moteur pour appliquer les impacts. En connaissant la distance entre ces points d'application et les tampons d'ancrage, on a construit un modèle rigide du moteur par éléments finis. Des forces unitaires statiques ont été modélisées sur les points d'application des impacts et les forces résultantes ont été calculées numériquement, ce qui a permis de trouver dans quelle proportion les impacts appliqués sont transmis aux tampons. Le point positif de ce calcul est que l'espace entre les tampons est suffisamment grand pour que les moments de force appliqués au moteurs soient transférés sous la forme de forces uniquement aux tampons d'ancrage (les moments résultants représentent environ 1% des forces transférées). Le point négatif est que le calcul inverse ne peut pas être effectué car les impacts appliqués ne sont mesurés que comme des forces et non comme des moments.

### **3.3.3.3 Mesure de réponses**

Afin de déterminer l'effet des tampons d'ancrage sur la structure, des mesures d'accélération ont été effectuées du côté moteur et du côté châssis près des 4 tampons du système moteur-tampons-châssis. Ces mesures servent à évaluer l'atténuation du mouvement entre le moteur et le châssis et à connaître l'excitation de la structure due à la sollicitation du moteur pour des fins de validation du modèle par éléments finis.

### 3.4 Commentaires sur l'acquisition de données

Le tachymètre servant à mesurer la vitesse de révolution du moteur était peu précis. Pour s'assurer d'avoir des mesures suffisamment espacées en révolution, on a choisi un pas de 500 rpm.

Pour des raisons de sécurité à l'intérieur des garages, le moteur n'a pas été sollicité au-delà de 1500 rpm. Les mesures ont donc été faites à 900 rpm, 1400 rpm, et quelques mesures ont été exceptionnellement prises à 1800 rpm. La vitesse de révolution de 900 rpm correspond au régime neutre du véhicule, soit un peu plus basse que la plage d'utilisation citée dans l'introduction du document.

### 3.5 Traitement des signaux

Les signaux issus de l'acquisition de données peuvent contenir du bruit, raison pour laquelle il est plus approprié d'utiliser des signaux moyennés afin de dissiper le bruit et de mettre en évidence les signaux cohérents. Le traitement des signaux implique d'autres considérations, comme d'appliquer des fenêtres pour forcer la périodicité et d'inclure un chevauchement des portions de signaux pour que l'influence du signal soit égale sur toute sa durée. Toutes ces considérations prises, les signaux mesurés se sont vus traités de la sorte : sur trois signaux mesurés à 3000 Hz sur 5 secondes, 30 portions ont été divisées également, pour une durée de 1 seconde par portion. Le chevauchement de ces portions est de 50%. Une fenêtre de Hann a été appliquée sur chacune des portions avant que celles-ci soient moyennées.

Les signaux mesurés avec l'analyseur en fréquence ont été traités directement par l'analyseur. On a choisi d'appliquer le même traitement mais en choisissant une

fréquence d'acquisition plus élevée, ce qui nous donne une plage de données plus étendue en fréquence.

### 3.6 Résultats

Les spectres traités de forces et d'accélération mesurées sont présentés dans cette section. Afin d'éviter d'alourdir le texte, ces spectres ne seront présentés que pour deux axes sur deux capteurs différents à titre d'exemple pour expliquer les résultats obtenus.

#### 3.6.1 Forces mesurées à l'aide des capteurs de force et accélérations correspondantes

On voit ici les forces mesurées et les accélérations correspondantes qui serviront à reconstituer les forces exercées par le moteur sur les tampons d'ancrage.

La figure 3.11 montre le spectre d'amplitude et de phase pour la force mesurée sur le tampon avant gauche (A) dans l'axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe **p**. On peut voir, au tableau 3.1, les fréquences correspondant aux pics d'amplitude les plus élevés pour deux capteurs, ainsi que la différence de phase de (C) par rapport à (A) à ces fréquences identifiées.

Sachant que 1400 RPM représentent environ 23Hz, on peut en déduire qu'au premier ordre de révolution du moteur, la force est exercée en alternance (150 degrés) entre l'avant et l'arrière. Au deuxième ordre, évalué à 46-47 Hz, la force serait exercée en simultané à l'avant et à l'arrière du moteur. On retrouve aussi les forces des troisième, quatrième, cinquième et sixième ordres (69, 92, 116 et 138 Hz). On retrouve également une sollicitation à 37 Hz. Cette sollicitation peut être due à une

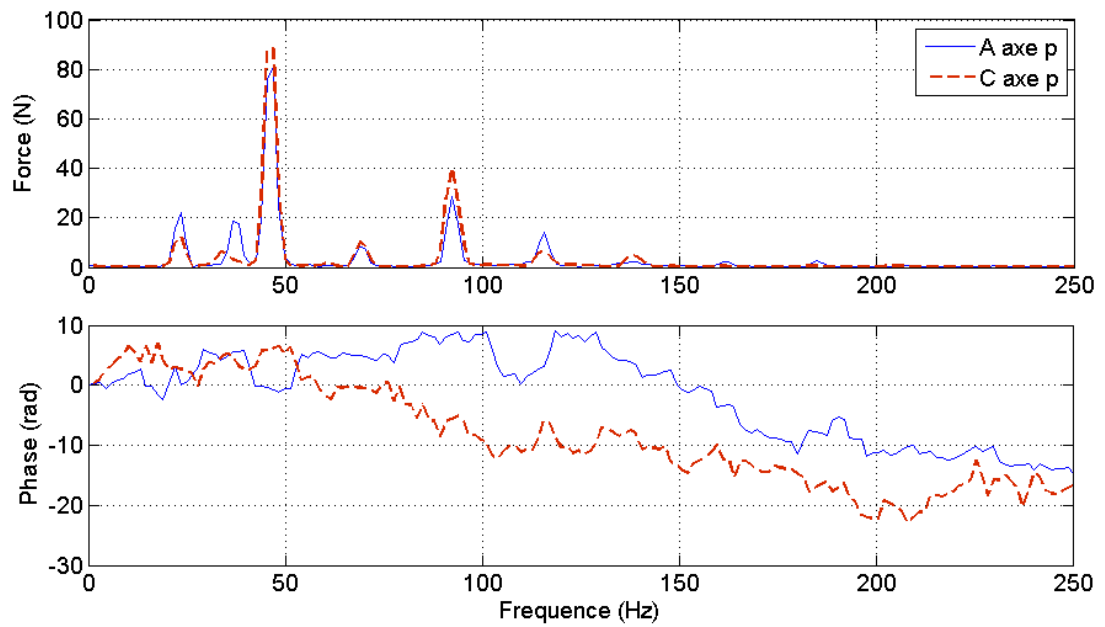


Figure 3.11 – Forces mesurées : on voit deux spectres de forces mesurées sur le tampon avant gauche (A) sur l'axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) sur l'axe **p**

composante intermédiaire telle que le tuyau d'échappement ou être due à une sollicitation externe. On notera plus tard dans l'analyse des résultats qu'une fréquence naturelle du système a été identifiée à 36 Hz.



Fréquence Hz	Amplitude A axe p N	Amplitude C axe P N	Différence de phase degrés
23	22	12	150
37	18	-	-16
47	81	87	-30
69	8.5	10.5	100
92	27	40	90
116	14	7	0
138	2	5	0

Tableau 3.1 – Valeur des pics des spectres de forces mesurées pour le capteur avant gauche (A) sur l’axe **p** et le capteur arrière gauche (C) sur l’axe **p** à 1400 rpm

La figure 3.12 montre le spectre d’amplitude et de phase pour l’accélération mesurée sur le capteur avant gauche dans l’axe **p**, et sur le capteur arrière gauche dans l’axe **p**. On peut voir au tableau 3.2, les fréquences correspondant aux pics, ainsi que l’amplitude des pics et leur différence de phase. Pour alléger le tableau, seulement les premiers pics sont répertoriés.

Fréquence Hz	Amplitude (A) axe <b>p</b> $m/s^2$	Amplitude (C) axe <b>p</b> $m/s^2$	Différence de phase degrés
23	0.35	0.26	-300
37	0.12	0.72	-150
47	4.4	7.2	-160
69	0.6	0.7	90
92	3.9	3.2	-10

Tableau 3.2 – Valeur des pics des spectres d’accélérations mesurées pour le capteur avant gauche (A) dans l’axe **p** et le capteur arrière gauche (C) dans l’axe **p** à 1400 rpm

On peut voir, une fois de plus, les pics correspondant aux ordres de révolution du moteur jusqu’au quatrième ordre.

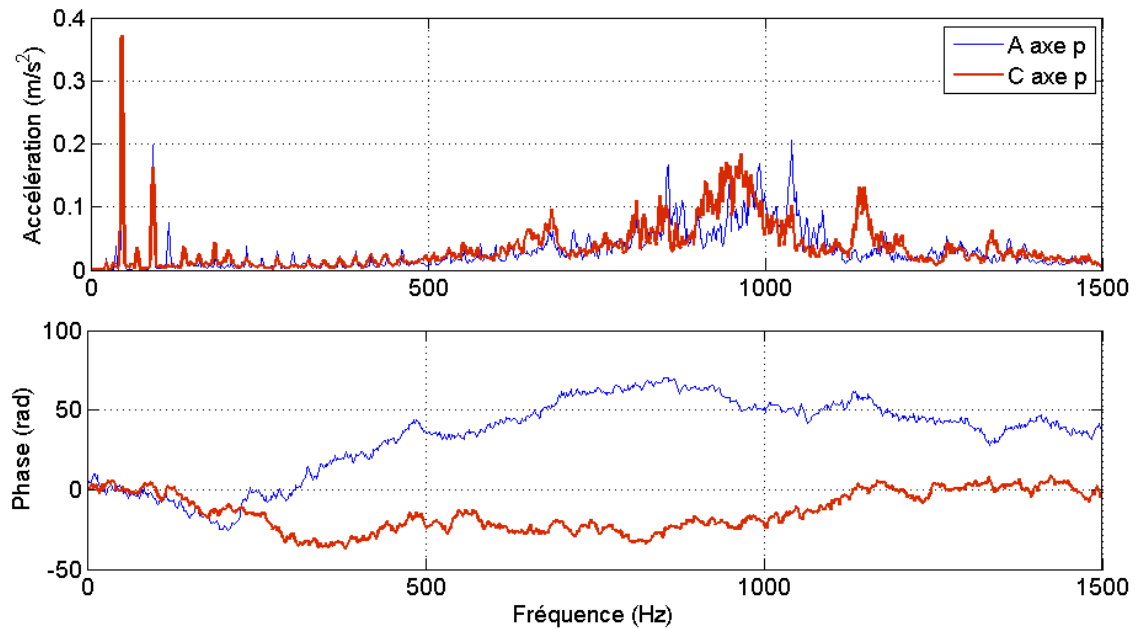


Figure 3.12 – Spectres d’accélération mesurés sur le tampon avant gauche (A) dans l’axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **p**

### 3.6.2 Accélérations mesurées et FRF calculées pour la méthode des FRF

Rappelons-le, la méthode des FRF nécessite que des mesures d’accélération soient prises suite à des impacts dont on mesure la force et suite à la mise en marche du moteur en régime stationnaire.

On verra ici les accélérations mesurées et les FRF correspondantes qui serviront à reconstituer les forces exercées par le moteur sur les axes de son système de coordonnées.

La figure 3.13 montre le spectre des amplitudes et de phase pour les accélérations mesurées sur le capteur avant gauche dans l’axe **s**, et sur le capteur arrière droit dans l’axe **s**. Ces mesures sont prises en régime permanent à 1400 rpm. Ce sont

ces accélérations qui servent à calculer les forces injectées par le moteur en divisant la matrice des accélérations combinées par la matrice de FRF. On peut voir, au tableau 3.3, les fréquences correspondant aux pics, ainsi que l'amplitude des pics et leur différence de phase.

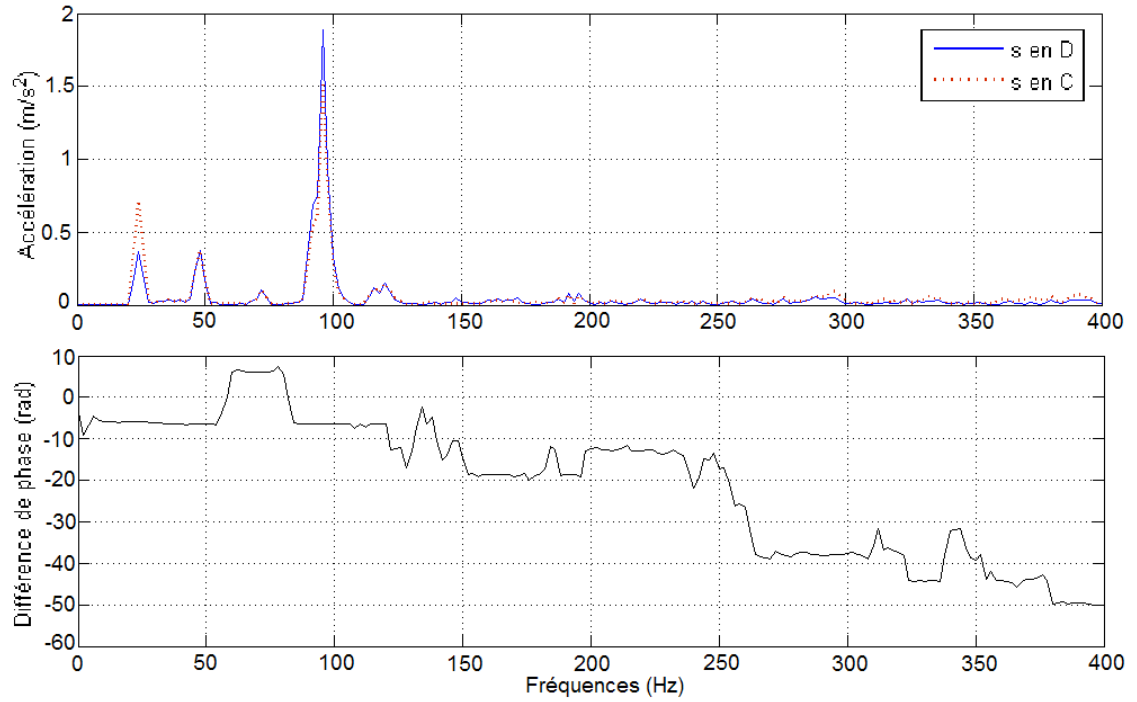


Figure 3.13 – Accélérations mesurées : on voit deux spectres d'accélérations mesurées sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe  $s$  et sur le tampon arrière droit (D) dans l'axe  $s$

Fréquence Hz	Amplitude en (C) $m/s^2$	Amplitude en (D) $m/s^2$	Différence de phase degrés
24	0.7	0.35	17
48	0.38	0.38	-6.4
72	0.11	0.11	-5.7
96	1.5	1.8	-5.8
120	0.15	0.15	-12

Tableau 3.3 – Valeur des pics des spectres d'accélérations mesurées pour l'accéléromètre en (C) dans l'axe **s** et pour l'accéléromètre en (D) dans l'axe **s**

La figure 3.14 montre les FRF pour le tampon arrière gauche (C) dans l'axe **s**, et pour le tampon arrière droite (D) dans l'axe **s**, par rapport à l'axe **P** du moteur. On peut voir, au tableau 3.4, quelques pics dans le spectre des FRF pouvant être associés à des fréquences naturelles.

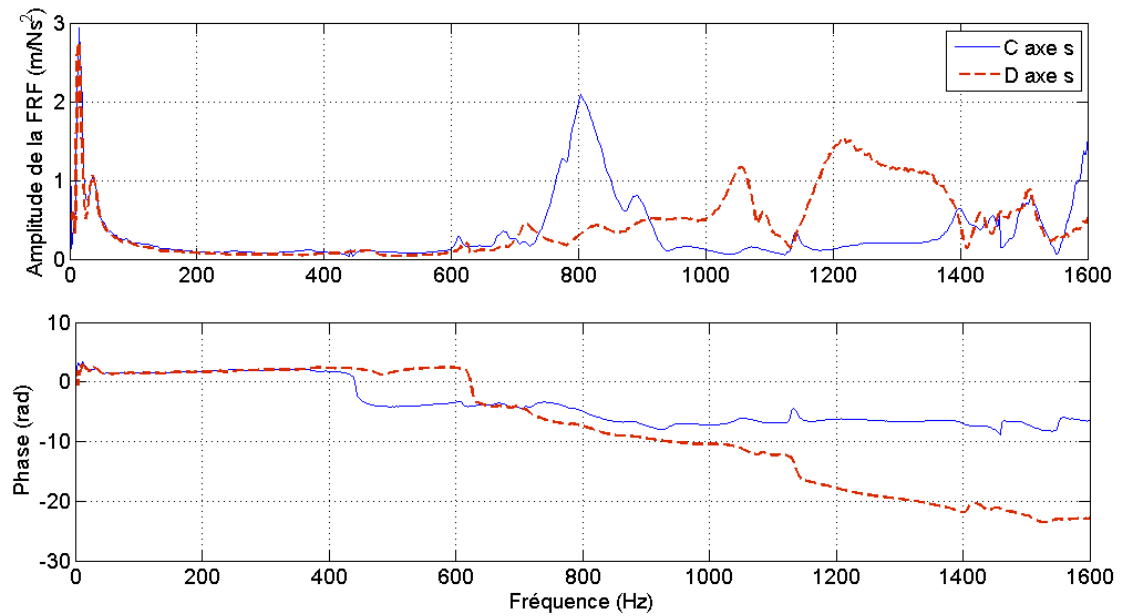


Figure 3.14 – FRF mesurées sur le tampon arrière gauche (C) dans l'axe **s** et sur le tampon arrière droite (D) dans l'axe **s**

Fréquence Hz	Amplitude (C) $m/Ns^2$	Amplitude (D) $m/Ns^2$	Différence de phase degrés
6	0.4	0.6	120
12	2.1	2.5	-8
14	3	2.8	4
36	1.1	1.1	0
804	2.1	0.5	150
1040	0.3	0.3	0

Tableau 3.4 – Valeur des pics des spectres d’accélération mesurées sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **s** et sur le tampon arrière droite (D) dans l’axe **s**

### 3.6.3 Accélérations mesurées pour identification des réponses

La réponse du véhicule suite à la sollicitation du moteur doit être mesurée pour pouvoir valider le modèle par éléments finis. En effet, les forces du moteur reconstituées seront numérisées dans le modèle et la réponse du véhicule mesurée sera comparée à sa réponse numérique.

La figure 3.15 montre le spectre d’amplitude et de phase pour les accélérations mesurées sur le tampon avant gauche (A) dans l’axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **p**, du côté moteur. On peut voir, au tableau 3.5, certaines fréquences où les pics d’accélération se correspondent, ainsi que leur amplitude.

Fréquence Hz	Amplitude (A) (moteur) $m/s^2$	Amplitude (C) (moteur) $m/s^2$	Amplitude (C) (chassis) $m/s^2$
23.5	1.5	2.2	0.15
32.5	0.34	0.38	0.02
45.5	16	1.3	0.2
69	2.6	0.14	0.06
91	5.6	0.4	0.2
114	1.5	0.32	0.06
138	0.8	0.6	0.2

Tableau 3.5 – Valeur des pics des spectres d’accélération mesurées sur le tampon avant gauche (A) dans l’axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **p**, côté moteur, et sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **p** côté châssis

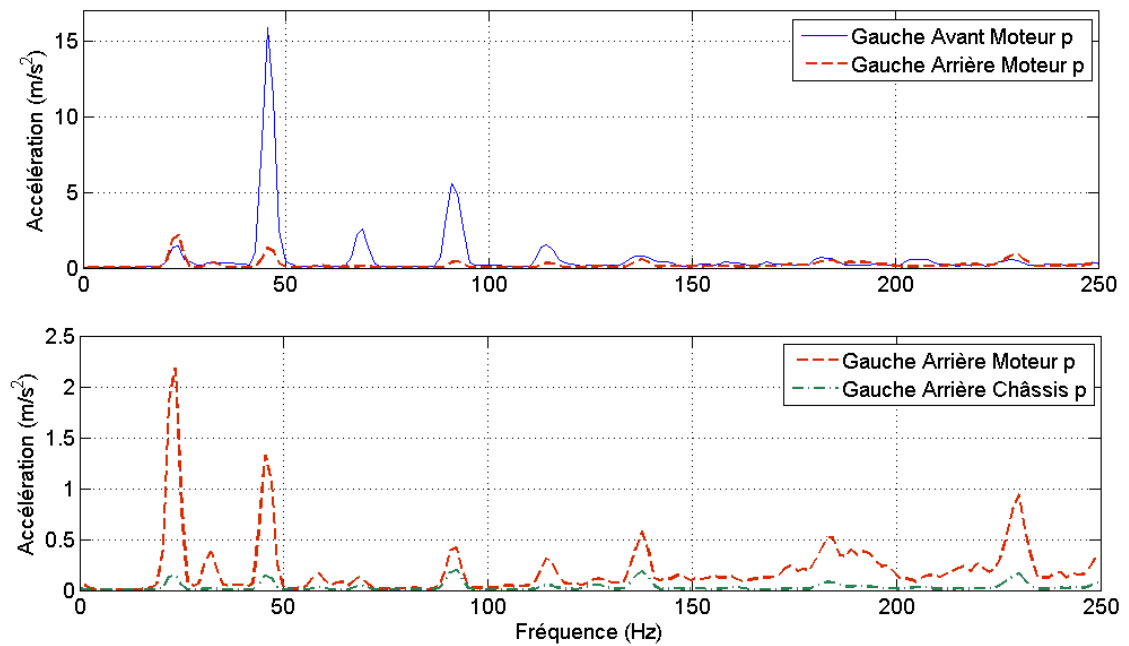


Figure 3.15 – Accélérations mesurées à 1400 RPM : en haut, on voit deux spectres d’accélérations mesurées sur le tampon avant gauche (A) dans l’axe **p** et sur le tampon arrière gauche (C) dans l’axe **p**, côté moteur. En bas, on voit deux spectres d’accélérations mesurées sur le tampon arrière gauche dans l’axe **p**, côté moteur et côté châssis.

### 3.7 Analyse et interprétation des données

Cette section porte sur l’analyse des spectres issus des données. Encore une fois, pour ne pas alourdir le document, un minimum de graphiques seront présentés.

#### 3.7.1 Reconstitution des forces du moteur

Les figures 3.16 et 3.17 représentent respectivement les forces reconstituées et les forces d’un moteur tirées de la littérature. Dans la figure 3.16 on retrouve en haut les forces reconstituées à l’aide des capteurs, et en bas les forces reconstituées à l’aide

de la méthode des FRF. On remarque que les deux spectres de forces reconstituées expérimentalement dans le cadre de ce projet sont assez différents. Si on les compare au spectre de forces présenté dans la littérature, on peut voir que le spectre de forces obtenues avec la méthode des FRF ressemble peu au spectre de la littérature. Le spectre des forces calculées à partir des capteurs de force ressemble plus au spectre de la littérature, tant au niveau de la forme que des ordres de grandeur.

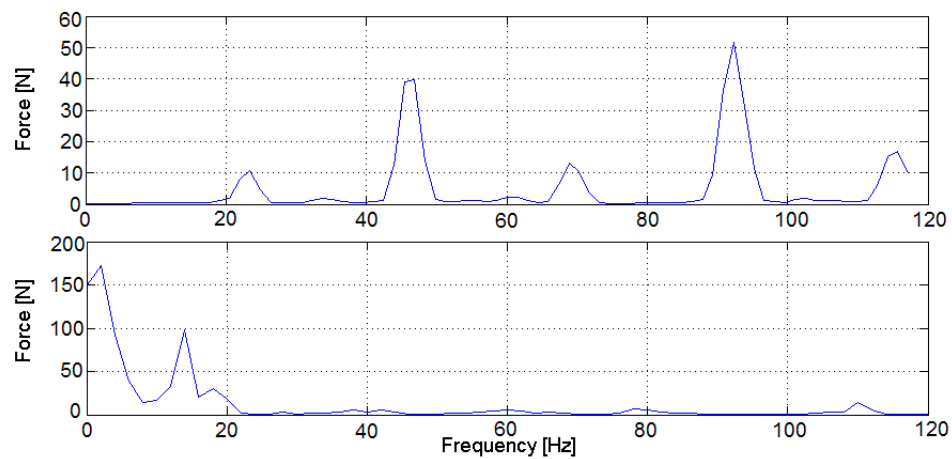


Figure 3.16 – En haut, les forces reconstituées à l’aide des capteurs de forces et des accéléromètres. En bas, les forces reconstituées à l’aide de la méthode des FRF.

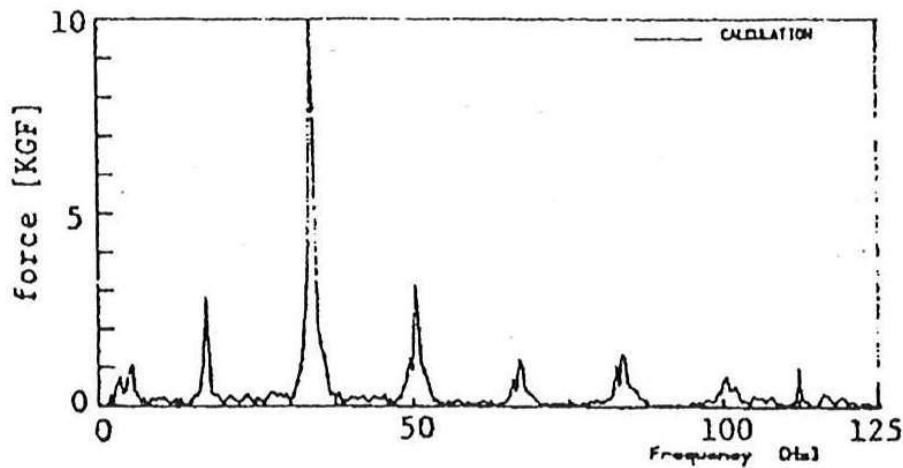


Figure 3.17 – Forces reconstituées dans la littérature à l’aide de la méthode des FRF [1]

Les hypothèses qui ont régi le calcul des forces à partir des capteurs de force mettent un bémol sur l’exactitude des amplitudes calculées. Il est probable que certains pics aient une amplitude plus élevée qu’ils ne le devraient car les masses modales équivalentes ont été conservées à une fois la valeur de la masse soutenue par le tampon. De plus, comme la structure a été rigidifiée par la pose des capteurs (puisque les tampons, beaucoup plus mous que les capteurs, ont été enlevés pour que ceux-ci soient posés), il est certain que les modes rigides du moteur avaient des fréquences naturelles plus élevées et donc que les pics dont la fréquence était plus basse que celle des modes rigides aient été amplifiés.

Le fait de rigidifier la structure augmente ses fréquences naturelles. Une amplification peut survenir dans les fréquences inférieures aux fréquences naturelles d’une structure. Si on augmente les fréquences naturelles de la structure, on peut étendre la zone d’amplification sur une plus grande plage de fréquences. C’est pour cette raison que les forces mesurées seront amplifiées sur une plus grande plage de fréquences que si elle étaient mesurées sur la structure originale (avec tampons) dont les fré-



quences naturelles sont plus basses. Au-delà des premières fréquences naturelles de la structure, on entre dans une zone d'atténuation en dehors des fréquences naturelles. Comme les zones d'amplification et d'atténuation diffèrent lorsqu'on monte le moteur rigidement au châssis, il est important de considérer les accélérations dans le calcul de reconstitution des forces car elles viennent reconstituer correctement l'amplitude et la phase des forces induites.

On a conclu que la méthode de mesure des forces avec les capteurs de forces s'est avérée plus concluante pour reconstituer les forces du moteur que la méthode des FRF présentée dans la littérature, si on se fie à l'aspect des spectres de forces présentés précédemment. Nous obtenons, avec les capteurs de force, les résultats les mieux utilisables que possible pour servir d'entrées dans l'analyse par éléments finis.

On peut voir, à la figure 3.18, les forces mesurées et reconstituées. On retrouve clairement une zone d'amplification, où la force mesurée (transmise) est plus grande ou égale à la force reconstituée (induite). Dans cette zone, qui se termine à environ 75 Hz, il n'y a pas de différence de phase entre ces deux signaux. Au-delà 75 Hz, on quitte la zone d'amplification ; la force induite est plus élevée que la force transmise et une différence de phase s'amorce. Cette différence de phase devient de plus en plus évidente à partir de 225 Hz. C'est en bas de cette zone d'amplification qu'on peut établir que les premières fréquences naturelles du système se trouvaient lorsque le moteur était rigidement fixé au châssis. On remarquera plus tard que ces fréquences sont plus élevées que les fréquences naturelles rigides du moteur sur les tampons, qui se terminent autour des 30 Hz.

Ces résultats semblent satisfaisants quand on les compare à la littérature et également quand on regarde les forces mesurées et les forces reconstituées superposées sur un même graphique. On voit l'effet de l'addition des forces d'inertie aux forces

mesurées par la différence entre l'amplitude des pics et par la différence des phases, qui est pratiquement nulle dans la zone d'amplification.

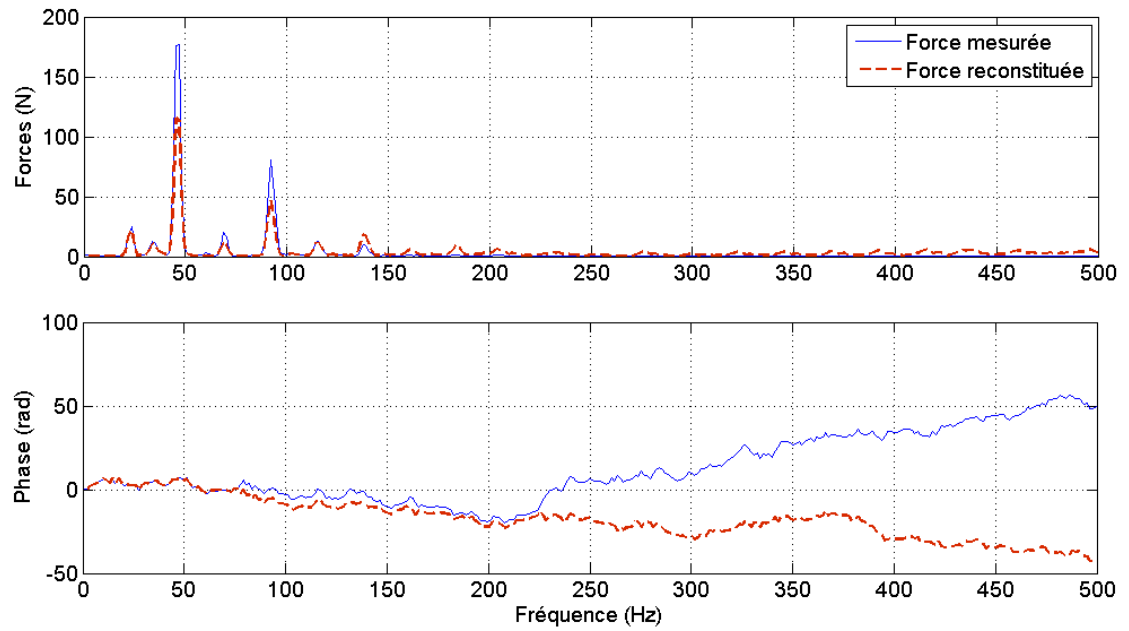


Figure 3.18 – Forces mesurées aux points d’ancrage et forces exercées par le moteur (reconstituées avec la méthode des capteurs de force) pour l’axe  $\mathbf{p}$  du tampon arrière gauche à 1400 RPM : en haut, le spectre d’amplitude et en bas le spectre de phases.

### 3.7.2 Analyse modale

Bien que les forces reconstituées avec les résultats obtenus des FRF n'aient pas été retenues, les spectres de FRF ont été conservés pour faire l'analyse modale du véhicule. On attribue l'échec de la méthode des FRF pour reconstituer les forces à l'impossibilité de poser les impacts directement sur les tampons. Cependant, l'application d'impacts directement sur le moteur a pour conséquence d'exciter les modes rigides du moteur. Le spectre d'amplitude de la force d'impact était uniforme sur une bande de fréquences allant jusqu'à 200 Hz. On peut en déduire que les FRF comportent des informations importantes sur les fréquences des modes rigides du moteur en particulier puisque les impacts étaient appliqués directement sur le moteur.

En se servant des FRF, nous avons obtenu plusieurs pics qui sont associés à des fréquences naturelles. Afin d'associer ces fréquences à des déformées modales, une projection des pics obtenus sur les axes des tampons a été faite sur les axes du véhicule. On pourra ainsi associer les mouvements à des translations et à des rotations du moteur.

Il est déjà assez peu probable que les mouvements du moteur soient parfaitement découplés. Ainsi, on établit des relations mathématiques entre les mouvements de chaque tampons selon chacun des axes pour pouvoir évaluer s'il s'agit d'un mouvement de translation ou un mouvement de rotation du moteur.

Prenons, par exemple, la composante des pics selon l'axe H du véhicule pour tous les tampons. Les tampons sont en position A, B, C, D. L'équation 3.4 désigne une translation selon l'axe H, du centre géométrique des quatre tampons. Les équations 3.5 et 3.6 désignent respectivement une rotation autour de l'axe A et de l'axe D du moteur. Ces équations sont calculées avec des spectres complexes et c'est la valeur

absolue du spectre, une fois l'opération réalisée, qui détermine s'il y a participation d'un mode à une fréquence donnée.

$$T_H = \frac{A_H + B_H + C_H + D_H}{4} \quad (3.4)$$

$$L_{Gauche-Droite} R_A = \frac{\frac{A_H + C_H}{2} - \frac{B_H + D_H}{2}}{2} \quad (3.5)$$

$$L_{Avant-Arriere} R_D = \frac{\frac{A_H + B_H}{2} - \frac{C_H + D_H}{2}}{2} \quad (3.6)$$

où  $T_H$  est une amplitude associée à une translation selon l'axe H du véhicule,  $R_A$  est une amplitude associée à une rotation autour d'un axe parallèle à l'axe A du véhicule,  $R_D$  est une amplitude liée à une rotation autour d'un axe parallèle à l'axe D du véhicule,  $L_{Gauche-Droite}$  est la distance entre les tampons de gauche et les tampons de droite,  $L_{Avant-Arriere}$  est la distance entre les tampons avant et les tampons arrière,  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$  et  $D_H$  sont les composantes sur l'axe H de l'amplitude de la FRF (le rapport entre l'entrée et la sortie), en  $m/Ns^2$ , en position A (gauche-avant), B (droite-avant), C (gauche-arrière) et D (droite-arrière) respectivement.

Ces équations, résolues dans le domaine complexe, ne font en fait que projeter les composantes des données en phase et les composantes des données déphasées de 180 degrés. Donc si des données sont déphasées de 90 degrés, on aura une translation et une rotation combinées avec la même amplitude.

Ces opérations ont été effectuées avec les FRF calculées d'après les trois excitations produites par le marteau d'impacts sur les axes **A**, **L** et **P** du moteur (voir figure 3.5). Certains axes d'application de l'impact pouvaient exciter certains modes plus

que d'autres, ce pourquoi l'interprétation est faite d'après ces trois composantes d'excitation. Seulement trois mouvements sont présentés dans les trois équations précédentes ; en pratique, il existe six mouvements rigides, soit :  $T_H$ ,  $R_A$ ,  $R_D$ , définis précédemment,  $T_A$ , la translation sur l'axe **A** du véhicule,  $T_D$ , la translation sur l'axe **D** du véhicule et  $R_H$ , la rotation autour d'un axe parallèle à l'axe **H** du véhicule.

Si les rotations ne se font pas exactement autour de l'axe géométriquement au milieu des tampons, il y aura une composante en translation sur l'axe dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Par exemple, si une rotation autour de l'axe **D** n'est pas centrée entre deux tampons, cela se traduira par une composante en translation sur l'axe **H**.

Les résultats interprétés à partir des calculs précédents sont présentés au tableau 3.6. On y voit chaque mouvement identifié et son pourcentage de participation par rapport à l'amplitude du pic de la FRF du mouvement principal identifié.

Fréquences Hz	Mouvement principal -	Mouvements secondaires (dans l'ordre d'importance)
6	$T_H$	$R_A(85\%)$ , $R_D(50\%)$ et $T_D(50\%)$
8	$T_D$	$R_H(80\%)$ , $T_H(30\%)$ , $R_D(20\%)$
12 à 14	$R_D$	$T_H(95\%)$
16 à 18	$T_H$	$T_A(90\%)$ , $R_D(83\%)$
22	$T_A$	$T_H(40\%)$ , $T_D(45\%)$ , $R_D(35\%)$
24	$R_H$	-
30 à 36	-	tous

Tableau 3.6 – Analyse modale des mouvements rigides du moteur

On peut voir que d'après les différents mouvements calculés, on a pu identifier un mouvement principal en translation ou en rotation mais que ces mouvements sont bien couplés avec les autres. Ce couplage s'explique par l'emplacement des axes de rotation réels par rapport aux axes de rotation calculés ; n'importe quelle

autre position ou angle des axes calculés engendre un couplage dans le calcul des amplitudes des déformées modales.

On remarque qu'à 6 Hz et à 16 Hz, on a identifié deux fois  $T_H$  comme mouvement principal. Par contre, en termes d'amplitude absolue, les mouvements  $T_H$ ,  $R_A$  et  $R_D$  sont très rapprochés entre 6 et 8 Hz tandis que  $T_D$  augmente significativement d'amplitude à 8 Hz. Il est plutôt difficile de statuer sur ce qui arrive à 6 Hz, mais il est fort possible que ce qui a été identifié à 6 et 8 Hz appartienne au même mode.

L'emplacement estimé des axes permet toutefois d'isoler les composantes principales du mouvement. Les composantes secondaires dont l'amplitude était comparable à celle des composantes principales sont gardées en considération, car il est possible que les mouvements soient couplés dans la réalité - outre le calcul fait pour isoler les composantes.

Ce sont les déformées modales identifiées qui serviront de base de comparaison avec le modèle par éléments finis. La déformée principale identifiée et les déformées secondaires qui contribuent à la déformée modale seront comparés aux mouvement illustrés par l'analyse modale dans ABAQUS.

### 3.8 Conclusion du chapitre

Ce chapitre, portant sur le banc d'essais, a fait état de toutes les étapes nécessaires à l'obtention des résultats expérimentaux nécessaires à la validation du modèle par éléments finis. En commençant par les composantes, leur description, leur emplacement, les hypothèses relatives à l'acquisition de données, les détails techniques menant à l'acquisition, pour terminer avec l'acquisition, l'analyse des données et leur interprétation, on complète la partie des travaux expérimentaux devant être effectués sur le véhicule.

## CHAPITRE 4

### CARACTÉRISATION DU CAOUTCHOUC

Ce chapitre résume la caractérisation des propriétés mécaniques du caoutchouc. Il fait référence à mon projet de fin d'études [4] qui traite du sujet dans les détails. L'extrait de PFE traitant de ce sujet est présenté à l'Annexe II.

#### 4.1 Identification des caractéristiques statiques et dynamiques pouvant être modélisées dans ABAQUS

D'abord, rappelons que le choix d'ABAQUS est motivé par ses options permettant de faire de l'analyse non-linéaire en régime permanent (analyse harmonique), incluant l'hyperélasticité et la viscoélasticité. ANSYS, contrairement à ABAQUS, ne tient compte que des modèles linéaires définissant les matériaux. Comme on souhaite évaluer la dissipation dans le caoutchouc, on doit tenir compte de ses propriétés viscoélastiques. Le choix d'ABAQUS est discuté plus en détails dans le chapitre suivant, portant sur le modèle par éléments finis.

ABAQUS fournit beaucoup d'options en ce qui concerne la modélisation d'un matériau et est assez diversifié dans le domaine non-linéaire. Le comportement hyperélastique est l'un des nombreux modèles de comportement qu'il met à notre disposition et convient très bien au caoutchouc, qui affiche un comportement élastique non-linéaire.

L'amortissement du caoutchouc est généralement modélisé à l'intérieur d'un modèle de viscoélasticité, où les parties visqueuse et élastique sont des éléments linéaires.

Cependant, ABAQUS offre la possibilité de combiner l'hyperélasticité et la partie visqueuse de la viscolasticité en définissant un matériau viscoélastique de manière adimensionnelle. On obtient donc un matériau viscohyperélastique.

## 4.2 Mesures nécessaires à la définition de l'hyperélasticité

L'hyperélasticité se définit avec des courbes de contrainte-déformation effectuées selon quatre tests typiques : le test de traction uniaxiale, le test de traction équi-biaxiale, le test de tension planaire et le test de compression volumétrique. Ces tests sont tous réalisés de manière quasi statique, c'est-à-dire à une vitesse de déformation très basse. Dans le cas du test en compression volumétrique, c'est plutôt les courbes de pression hydraulique en fonction de la compression volumétrique qui sont utilisées. Ces différents tests sont illustrés aux figures 4.1 à 4.4. Dans tous les cas, ce sont des éprouvettes de caoutchouc de forme précise qui permettent la caractérisation.

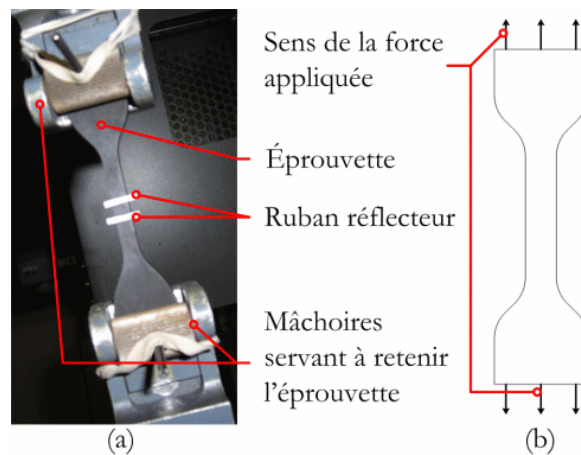


Figure 4.1 – Test Uniaxial

On peut voir à la figure 4.5 une courbe typique de caractérisation uniaxiale. Il n'est pas nécessaire d'effectuer les quatre tests pour obtenir un modèle de compor-



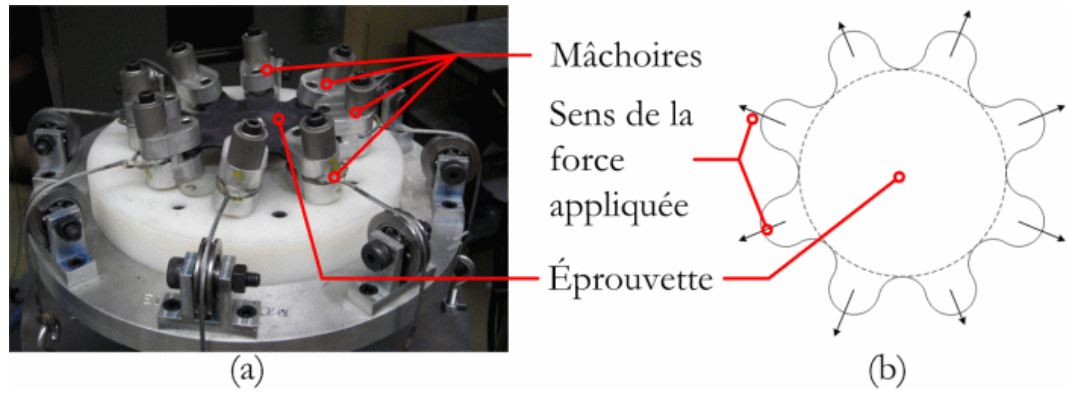


Figure 4.2 – Test équi-biaxial

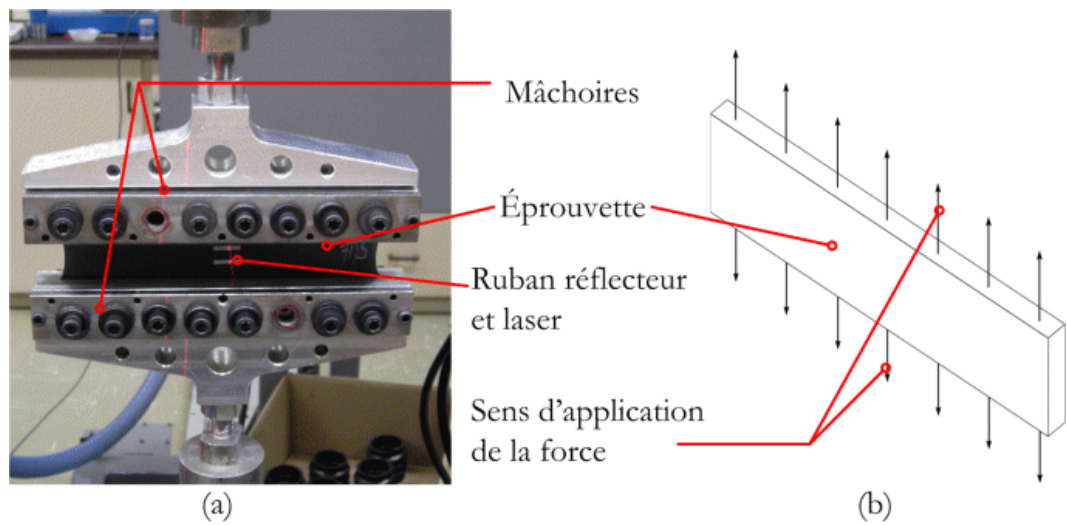


Figure 4.3 – Test en tension planaire

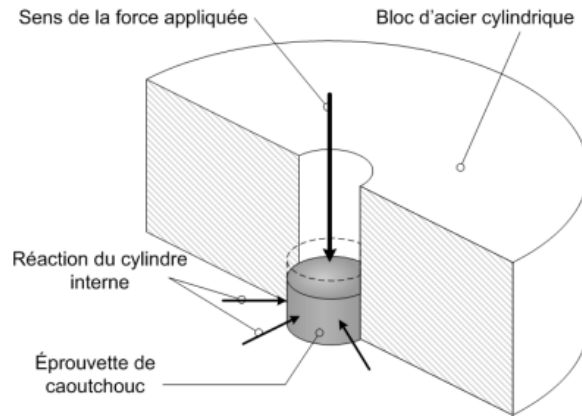


Figure 4.4 – Test volumétrique

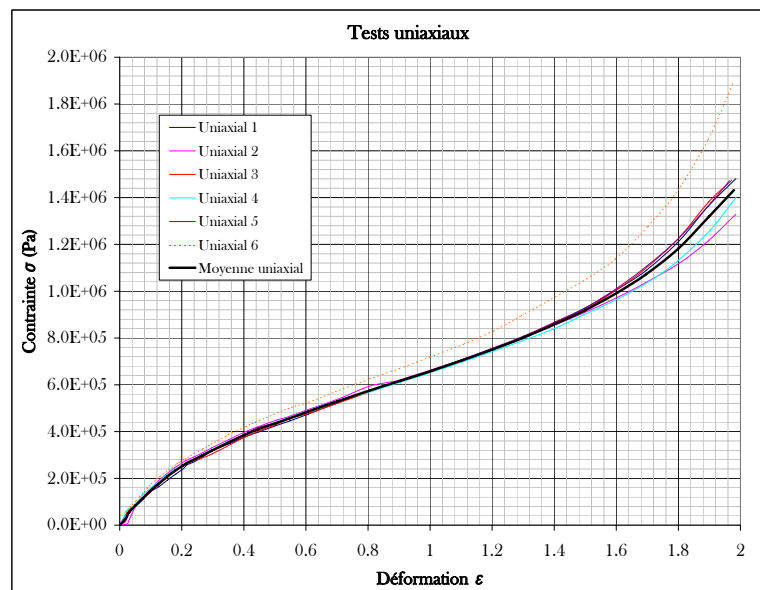


Figure 4.5 – Résultats expérimentaux d'un test uniaxial

tement hyperélastique ; certaines lois de comportement ne nécessitent qu'un seul test. Tout dépend de la loi choisie pour modéliser le caoutchouc. Le choix de cette loi dépend de l'analyse qu'on souhaite effectuer sur notre matériau. Dans notre cas, on souhaite réaliser une analyse dynamique tout en sachant que les déformations du tampon sont de l'ordre de 10%. Ce sont ces informations qui justifient le choix de la loi de comportement de Mooney-Rivlin, assez complète au niveau de la définition tridimensionnelle mais limitée au niveau du taux de déformation. En effet, la loi de Mooney-Rivlin tient compte des trois invariants  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_2$  et  $J_{el}$ , mais dans une équation limitée au premier degré de la loi Polynomiale. Les équations 4.1 et 4.2 représentent respectivement les lois Polynomiale et de Mooney-Rivlin.

$$U = \sum_{i+j=1}^N C_{ij}(\bar{I}_1 - 3)^i(\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i} \quad (4.1)$$

où  $U$  est l'énergie de déformation par volume de référence ;  $C_{ij}$  et  $D_i$  sont des paramètres du matériau dépendants de la température ;  $N$  est l'ordre de l'équation  $\bar{I}_1$  et  $\bar{I}_2$  sont les deux premiers invariants de déformation et  $J_{el}$  est le troisième invariant, aussi calculé comme le ratio de volume entre le volume final et le volume initial.

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1} (J_{el} - 1)^2 \quad (4.2)$$

La loi de comportement de Mooney-Rivlin est en fait un cas particulier de la loi Polynomiale où le paramètre  $N$  vaut 1.

Comme il a été mentionné plus tôt, les invariants sont des fonctions des ratios de déformation du matériau (longueur finale divisée par longueur initiale). Les ratios de déformation sont calculés à partir de la géométrie de l'éprouvette sollicitée dans

les tests de caractérisation. Par exemple, pour un test de déformation uniaxiale, le ratio de longueur  $\lambda$  et les invariants seraient définis par les équations 4.3 et 4.4.

$$\lambda_1 = \lambda_U, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_U^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\bar{I}_1 = \lambda_U^2 + 2\lambda_U^{-1}, \bar{I}_2 = \lambda_U^{-2} + 2\lambda_U \quad (4.4)$$

On fait ensuite appel au principe des travaux virtuels pour exprimer la contrainte du matériau en fonction de la dérivée entre le potentiel d'énergie et la déformation du matériau comme le montrent les équations 4.5 et 4.6.

$$\delta U = T_U \delta \lambda_U = \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} \delta \lambda_U \quad (4.5)$$

$$T_U = \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} \quad (4.6)$$

où  $T_U$  est la contrainte uniaxiale,  $U$  est le potentiel d'énergie exprimé dans les modèles d'hyperélasticité et  $\lambda_U$  est le ratio de déformation dans la direction uniaxiale. Donc, en dérivant l'équation du modèle de Mooney-Rivlin par le ratio de déformation uniaxial (exprimé dans les invariants) on trouve une relation contrainte-déformation. On effectue cette dérivation pour les autres types de caractérisation utilisés (équibiaxiale, planaire et volumétrique) et on obtient des relations dont les coefficients  $C_{01}$ ,  $C_{10}$  et  $D_1$  sont encore indéterminés. L'ajustement de courbes (*curve fitting*) est fait entre les relations contrainte-déformation issues du modèle et les relations contrainte-déformation issues des résultats expérimentaux, pour

tous les types de caractérisation simultanément. On en déduit les trois coefficients. Évidemment, comme ces trois coefficients font un compromis entre un et quatre ajustements de courbes employant les mêmes paramètres, il est fort probable que pour quatre courbes, les ajustements ne soient pas optimaux.

### 4.3 Mesures nécessaires à la définition de la viscoélasticité

Dans ABAQUS, la viscoélasticité est définie avec les séries de Prony. Les séries de Prony définissent les modules de cisaillement et de compression volumétrique dans le temps. Pour obtenir ces séries, il faut effectuer des tests de relaxation ou des tests de fluage. Ces tests sont bien sûr effectués en cisaillement simple et en compression volumétrique. Il n'est pas nécessaire de calculer les séries de Prony soi-même pour définir la viscoélasticité dans ABAQUS ; en effet, il ne faut qu'entrer les résultats adimensionnalisés des tests de relaxation ou de fluage et les séries de Prony sont calculées dans ABAQUS. Les séries de Prony en cisaillement simple sont présentées à l'équation 4.7. Elles sont définies comme une somme de fonctions exponentielles qui définissent  $g_R(t)$

$$g_R(t) = \frac{G_R(t)}{G_0} = 1 - \sum_{i=1}^N g_i \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right] \quad (4.7)$$

où  $G_R(t)$  est le module de cisaillement dans le temps,  $G_0$  est le module de cisaillement au tout début de l'essai de relaxation,  $g_R(t)$  est le rapport entre le module de cisaillement dans le temps et le module de cisaillement au début de l'essai de relaxation,  $\tau_i$  est un temps de relaxation correspondant à l'incrément  $i$ ,  $t$  est le temps pendant l'essai de relaxation et  $g_i$  est le module de cisaillement correspondant à l'incrément  $i$  et correspondant au temps de relaxation  $\tau_i$ .

Les tests ont été effectués en relaxation plutôt qu'en fluage car la machine de test, une MTS (Material Test System) se contrôlait mieux en déplacement qu'en force. Le déplacement est contrôlé par un vérin hydraulique et la force est mesurée par une cellule de charge. On contrôle la force en déplaçant le vérin hydraulique (donc en déformant la pièce intermédiaire et en mesurant la variation de la force), ce qui ajoute une boucle supplémentaire au contrôle de la force.

La figure 4.6 représente le montage d'un test de relaxation en cisaillement simple pour obtenir les séries de Prony. Les éprouvettes choisies sont de forme cylindrique (géométrie simple) pour pouvoir calculer facilement le module de cisaillement à partir de la force mesurée. La figure 4.7 illustre les résultats typiques d'un test de relaxation.

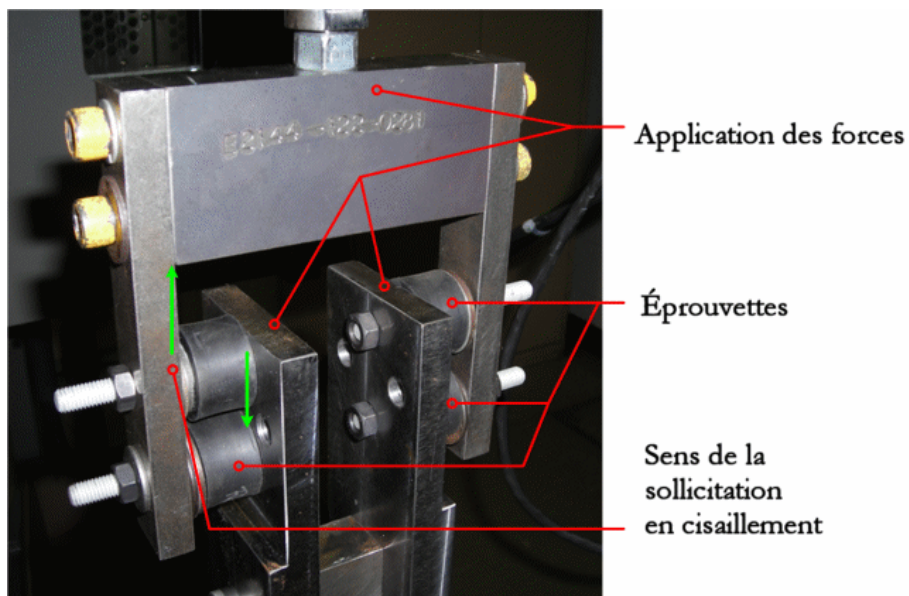


Figure 4.6 – Test de relaxation en cisaillement simple

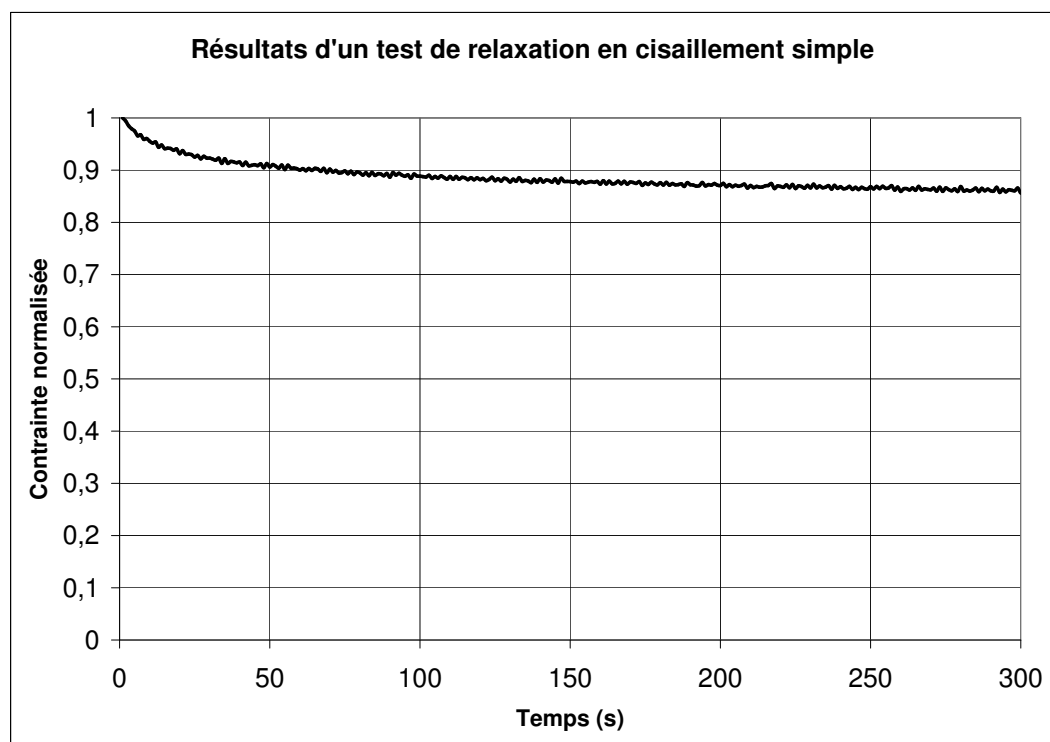


Figure 4.7 – Résultats d'un test de relaxation en cisaillement

#### 4.4 Analyse modale sur le tampon réel et calcul théorique

Afin de valider le modèle par éléments finis du tampon dont le caoutchouc est modélisé grâce aux tests de caractérisation précédents, une analyse modale a été effectuée sur le tampon réel et un modèle théorique simple a été créé. On évalue la première fréquence naturelle en traction/compression du tampon.

L'analyse modale est faite à l'aide d'un marteau d'impact et sollicite le tampon selon son axe principal en traction compression comme on le voit à la figure 4.8. Un petit accéléromètre était installé sur le tampon et la réponse était enregistrée et traitée avec un analyseur en fréquence.

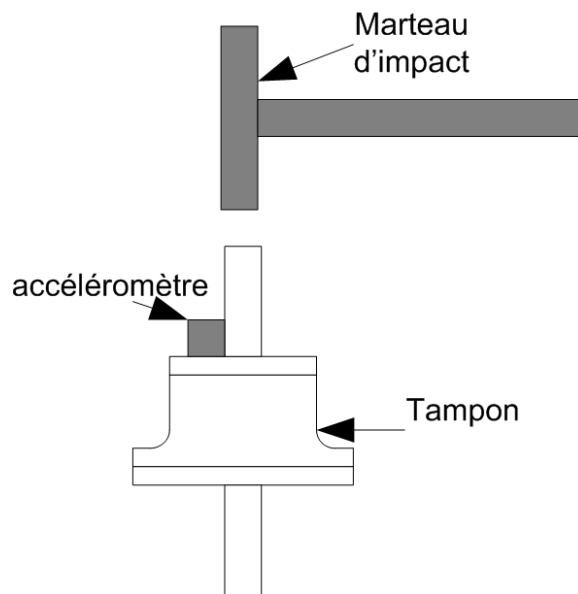


Figure 4.8 – Test d'impact sur un tampon

Le modèle analytique, quant à lui, représentait le caoutchouc comme plusieurs ressorts posés en série et en parallèle, en décomposant la géométrie du caoutchouc dans le tampon en géométries simples, comme des cylindres. La raideur  $k$  de chacun des ressorts était exprimée à l'aide de la longueur de caoutchouc  $L$ , l'aire de caoutchouc



dans le plan normal à la traction/compression  $A$  et le module d'Young à une très faible déformation  $E$ , pour satisfaire l'équation 4.8. Dans le modèle, on ajoute également un facteur de forme  $S$  (dont on parle dans la revue bibliographique) pour tenir compte de la raideur supplémentaire créée par l'incompressibilité du matériau. Comme il s'agit de petites déformations, on calcule que ce facteur peut varier entre 1 et 2.8 (calculé selon la forme du tampon).

$$k = S \frac{EA}{L} \quad (4.8)$$

Les résultats de cette étude donnent une fréquence naturelle comprise entre 350 et 670 Hz (sans la masse du moteur, et selon l'influence du facteur de forme) pour le modèle théorique et une valeur de 470 Hz pour l'analyse modale expérimentale. Pour de très petites déformations, le facteur de forme devrait être peu influent comparativement aux grandes déformations, donc la valeur devrait être plus près de 350 Hz. Il faut cependant compter que ce calcul est fait à partir du module de rigidité statique du matériau et que la raideur du tampon augmente en dynamique à cause de la force due à la viscosité. Ce sont ces valeurs qui ont servi à la validation du modèle par éléments finis du tampon, dont la première fréquence naturelle en traction/compression a été évaluée à 480 Hz.

## CHAPITRE 5

### ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS

Cette section fait référence au mémoire de Jonarivelo Tsytanandahy Hanitra [29]. Ces travaux portent sur le modèle par éléments finis de l'ensemble tampons moteur châssis. Plus précisément, un second modèle par éléments finis du tampon d'ancrage, un programme d'interface entre ANSYS et ABAQUS pour reconstituer le modèle du châssis, ainsi qu'une nouvelle version du modèle assemblé du moteur, des tampons et du châssis, avec les sollicitations et conditions aux rives qui s'y appliquent ont été réalisés.

#### 5.1 Modèles en CAO

Les modèles en CAO du châssis, des tampons et des supports nous sont fournis sous le format de fichier STEP. Le modèle en CAO du moteur ne nous est pas fourni. Les fichiers STEP peuvent être lus avec les logiciels de CAO tels que CATIA ou Inventor, qui sont d'ailleurs utilisés dans le projet. Ces fichiers demandent par contre d'être adaptés dans les logiciels afin d'être modifiés car ils ne contiennent que les géométries, sans les « features » (méthode de construction 3D propre à la CAO) associés à la CAO en 3D.

#### 5.2 Choix du logiciel d'analyse par éléments finis

Les logiciels retenus pour l'analyse par éléments finis étaient ANSYS et ABAQUS, pour leur disponibilité à l'École Polytechnique, d'une part, et pour leur interface

visuelle et leur compatibilité avec les modèles CAO des composantes mécaniques, d'autre part. On a cependant eu à faire le choix entre ces deux logiciels pour procéder aux simulations. Une étude a été faite à cet effet et ABAQUS s'est avéré être notre choix parce qu'il offre la possibilité de faire des analyses harmoniques avec des matériaux non-linéaires, tandis qu'ANSYS n'offre pas cette possibilité.

### 5.3 Modélisation du châssis

Le modèle CAD du châssis a dû être modifié pour pouvoir être intégré dans ABAQUS ; le modèle en format STEP était complètement désassemblé une fois importé dans ABAQUS. Pour contourner le problème, le modèle a été modifié dans Inventor pour s'assurer que toutes les composantes étaient assemblées. Puis, le modèle a été exporté dans ANSYS ; l'exportation de Inventor vers ANSYS cause de moins grandes pertes d'information et les contraintes d'assemblage entre les pièces sont conservées. Le modèle a été maillé par Simon Rioux chez Soucy Baron Inc. et a été exporté pour être utilisé dans ABAQUS.

Le maillage réalisé dans ANSYS a été fait avec des éléments de plaque (quatre noeuds) d'une grosseur de 2 mm environ (la dimension est adaptée au niveau de détail de chaque pièce). À ces éléments sont associées des épaisseurs. Dans notre cas, le châssis est constitué de tubes dont l'épaisseur n'est pas la même sur tous les tubes constituant le châssis. Dans l'exportation entre ANSYS et ABAQUS, l'information sur l'épaisseur associée à chacun des éléments a été perdue. Une première tentative pour transférer manuellement les épaisseurs s'est avérée coûteuse en temps et surtout, les résultats n'étaient pas précis. Les tubes du châssis transférés dans ABAQUS ne pouvaient être sélectionnés séparément et le maillage devenait un assemblage d'éléments. Tous les tubes étaient confondus.

Un programme d'interface entre ANSYS et ABAQUS a été conçu pour que l'exportation du maillage se fasse sans perdre l'information sur l'épaisseur associée aux éléments de plaque. Le programme a été réalisé à l'aide du logiciel MATLAB. Pour chaque élément de maillage existant dans le modèle sous ANSYS, le programme va ajouter l'information d'épaisseur au même élément correspondant dans le modèle sous ABAQUS. Ce programme, qui s'est avéré être un succès, a permis que le maillage du châssis soit transféré dans ABAQUS. Le maillage du châssis est illustré aux figures 5.1 et 5.2.

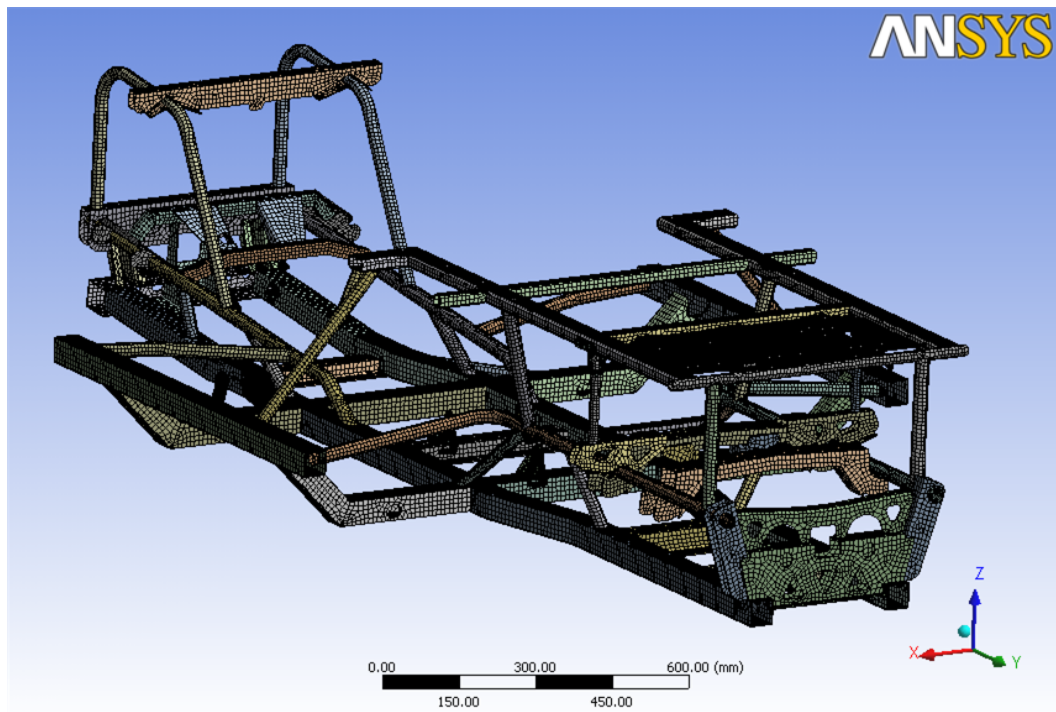


Figure 5.1 – Maillage du châssis dans ANSYS

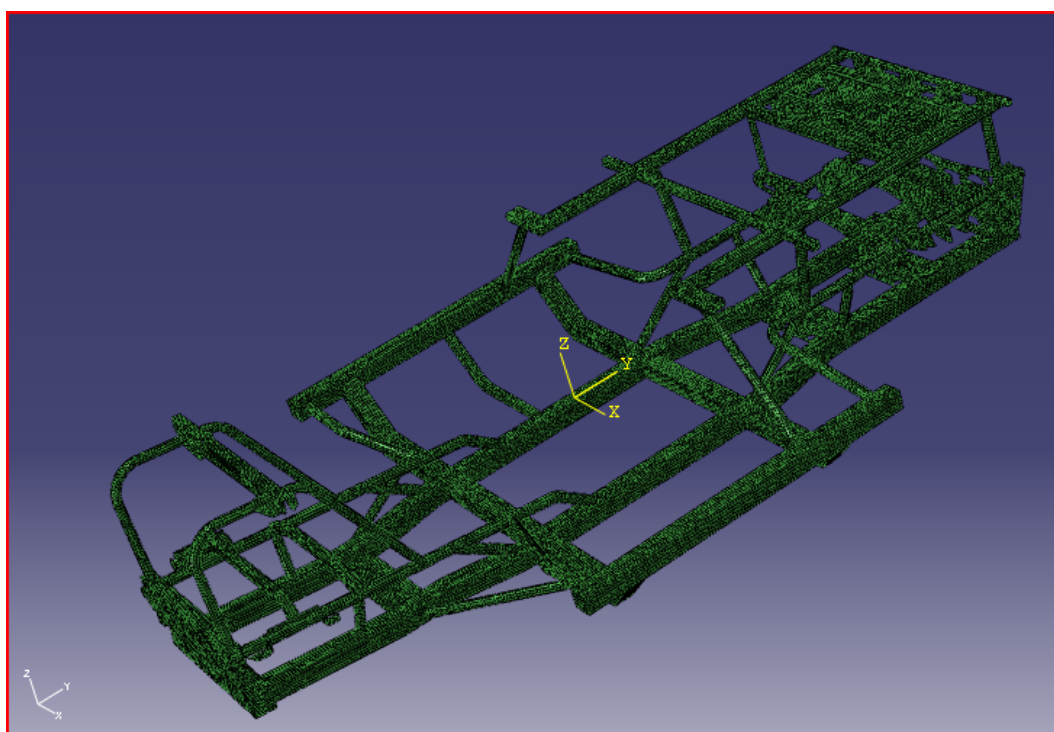


Figure 5.2 – Maillage du châssis dans ABAQUS

## 5.4 Modélisation des tampons

Les tampons sont modélisés dans ABAQUS à l'aide de deux modèles de matériaux : un matériau linéaire élastique isotropique pour l'acier, et un matériau non-linéaire hyperélastique et viscoélastique isotrope pour le caoutchouc.

Comme l'interface entre l'acier et le caoutchouc est liée avec une colle assez rigide sur la pièce, le modèle est fait de sorte que les surfaces caoutchouc-métal ne peuvent pas être dissociées. Plus précisément, les pièces d'acier sont encollées avant la vulcanisation et lorsque la pièce est moulée, le lien de colle entre le caoutchouc et le métal est plus solide que la résistance du caoutchouc à la rupture. Autrement dit, une déchirure du caoutchouc est beaucoup plus probable qu'un décollement. Pour cela, il est important de choisir un maillage de même dimension et de même forme afin que les noeuds coïncident entre les deux matériaux.

Dans un premier essai, le tampon d'ancrage a été maillé avec des éléments hexahédriques linéaires C3D8 ; la forme du tampon se prêtait bien à ce type de maillage et on obtenait une certaine régularité dans le maillage. Cependant, il n'était pas possible de modéliser le lien rigide entre les éléments solides du tampon et les éléments de plaque du châssis avec ce type d'éléments car dans ABAQUS, les liens rigides solide-plaque ne peuvent pas se faire à partir de surfaces partitionnées. Les partitions sont nécessaires pour obtenir un maillage régulier tel qu'avec des éléments hexahédriques. Pour modéliser l'interaction entre ces éléments, il fallait éliminer le partitionnement des surfaces et mailler le tampon avec une méthode automatique. La méthode de maillage automatique ne permet que l'utilisation d'éléments tétrahédriques.

Les éléments choisis pour mailler le tampon sont donc des éléments tétrahédriques linéaires (C3D4), c'est-à-dire des tétraèdres à quatre noeuds. Ces éléments sont

compatibles avec les lois de comportement hyperélastique et viscoélastique qui sont attribuées au caoutchouc. Aux figures 5.3 et 5.4, on voit les deux modèles de tampons réalisés.

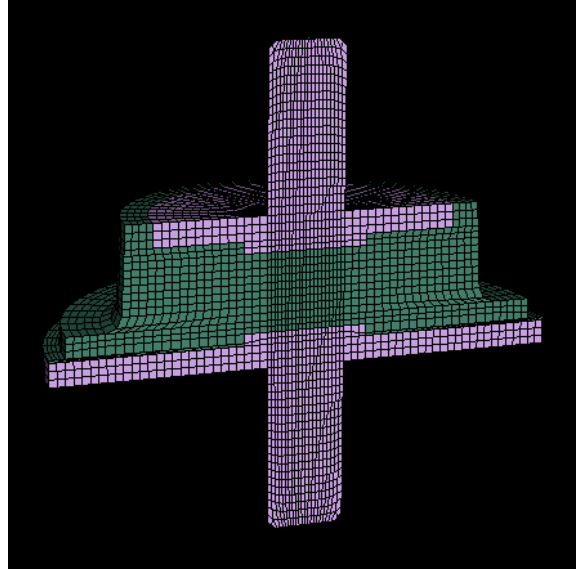


Figure 5.3 – Maillage du tampon avec des éléments hexahédriques

Les caractéristiques mécaniques du caoutchouc, qui ont été mesurées avec les tests de caractérisation mentionnés au chapitre 4, sont entrées dans les tables de définition des matériaux hyperélastique et viscolastique. Les coefficients propres aux lois de comportement (Mooney-Rivlin et séries de Prony) sont calculés automatiquement par ABAQUS et sont sujets à une validation d'ABAQUS. Il est ainsi possible de voir si l'ajustement de courbes (*curve fitting*) a fonctionné avec les données entrées. On peut également superposer les courbes issues de l'ajustement sur les courbes de caractérisation expérimentales et constater visuellement si les courbes calculées sont acceptables. Les figures 5.5 et 5.6 illustrent un exemple de graphique avec une courbe expérimentale et une courbe calculée par ABAQUS.

Les résultats obtenus avec l'ajustement de courbes dans ABAQUS ont confirmé le choix du modèle de Mooney-Rivlin pour représenter le comportement hyper-

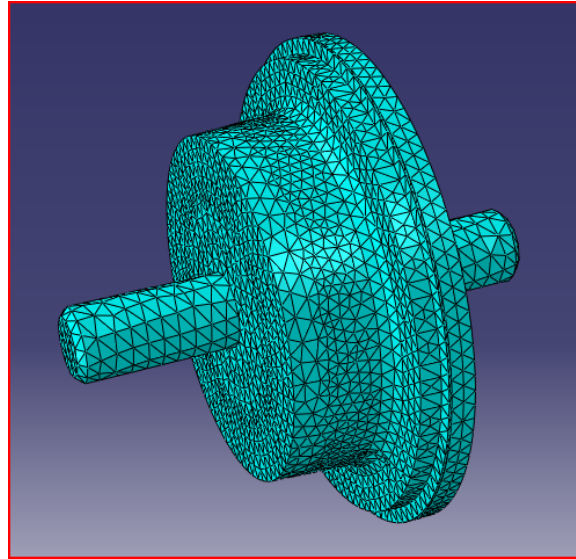


Figure 5.4 – Maillage du tampon avec des éléments tétraédriques

élastique du caoutchouc ; en effet, les coefficients calculés ont été jugés stables par ABAQUS sur toute la plage de déformation qu'on souhaite exploiter dans le modèle. Le résultats étaient également aussi concluants avec les séries de Prony, dont nous avons pu calculer les coefficients entre 1, 2, 3 et 4 temps de relaxation. Le maximum de temps de relaxation possible est défini par la fréquence d'échantillonnage des données du test de relaxation et sa durée. Comme les temps sont définis sur une échelle logarithmique, un test dont la durée est 10 fois le pas temporel d'échantillonnage pourra compter deux temps de relaxation. Pour une durée de 100 fois, on pourra utiliser trois temps de relaxation. Pour une durée de 1000 fois, on pourra utiliser 4 temps de relaxation, et ainsi de suite. Le choix du nombre de temps de relaxation a été décidé à 2 d'après la qualité de l'ajustement de courbes.



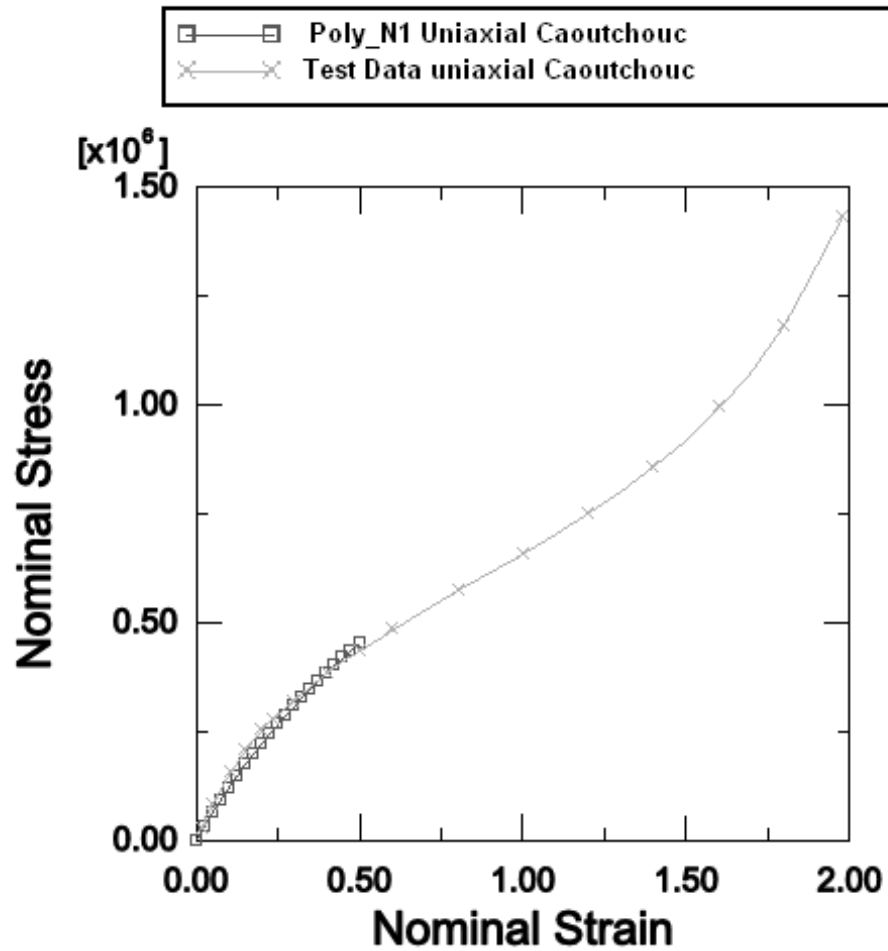


Figure 5.5 – Ajustement de courbes dans ABAQUS : courbes d'un test uniaxial avec le modèle hyperélastique de Mooney-Rivlin

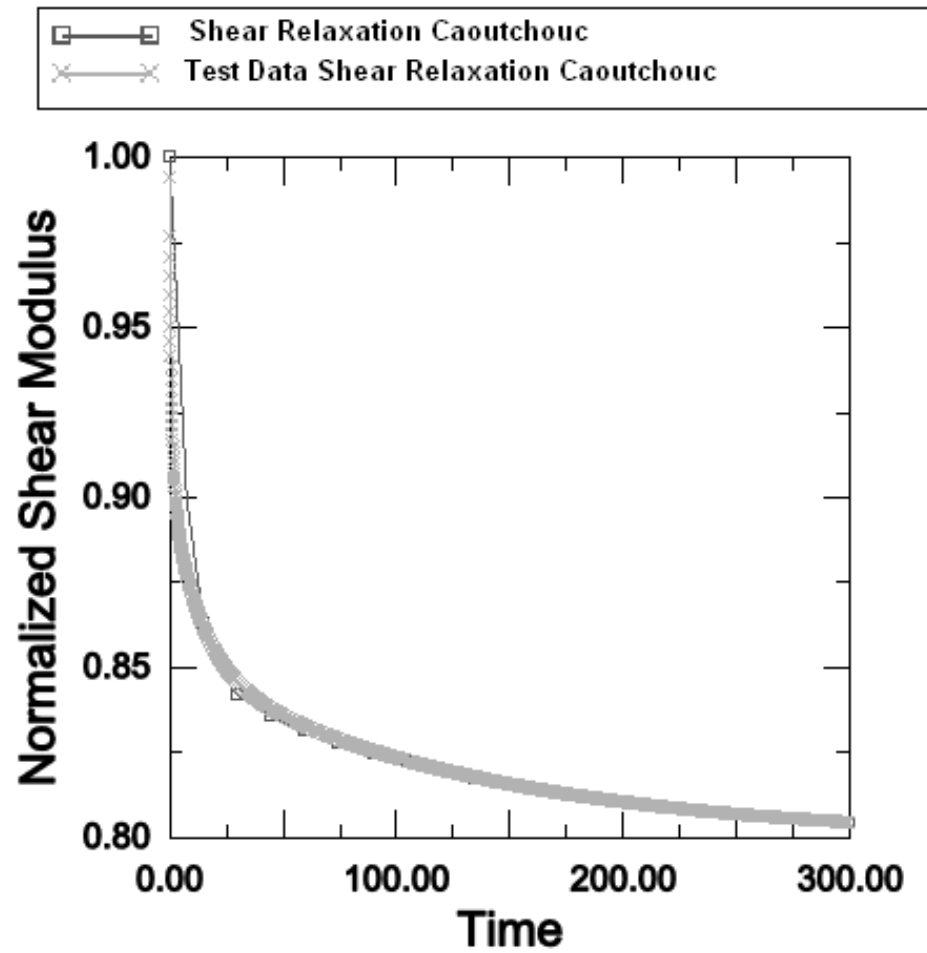


Figure 5.6 – Ajustement de courbes dans ABAQUS : courbes d'un test de relaxation en cisaillement avec les séries de Prony

## 5.5 Modélisation du moteur

Le moteur, dont les composantes mécaniques sont couvertes par une coque métalliques très raide, a été considéré comme étant une masse rigide ; on estime que les fréquences naturelles dues à ses déformations seront nettement plus élevées que les fréquences naturelles associées à ses mouvements rigides sur les tampons et le châssis. On estime la fréquence naturelle du moteur en translation dans l'axe H du châssis (voir Chapitre 3) à environ 20 Hz (pour un moteur de 70 kg et quatre tampons dont la raideur est estimée à 325 N/mm dans l'axe H) tandis que les fréquences naturelles du moteur seul peuvent être estimées à plus de 500 Hz (réponse libre à un impact). Évidemment, ces estimations ne tiennent pas compte des composantes supplémentaires pouvant se trouver attachées au moteur ; on estime que les fréquences naturelles extraites expérimentalement seront plus basses que celles trouvées dans le modèle par éléments finis ou celles qui sont estimées.

Le moteur est donc modélisé comme une masse rigide. On dispose de très peu d'informations sur sa géométrie et sur ses propriétés dynamiques, si ce n'est l'emplacement de son centre de masse et la valeur de sa masse. Ainsi, le moteur est modélisé par quatre masses ponctuelles rigidement liées entre elles. Ces masses totalisent le poids du moteur. Elles sont positionnées sur les supports de moteur de sorte que la position statique et le centre de masse du moteurs soient bien représentés. Les masses sont attachées aux supports de moteur à l'endroit où le moteur est normalement attaché. Cette hypothèse de positionnement se rapproche de l'hypothèse posée pour le calcul des forces injectées par le moteur, à l'exception que les masses sont un peu plus éloignées des tampons. Cela ne change en rien en ce qui a trait aux mouvements translationnels, mais donne une estimation plus juste des mouvements rotationnels (pour lesquels on avait attribué un facteur plus petit que 1 pour représenter les masses ponctuelles au-dessus des tampons).

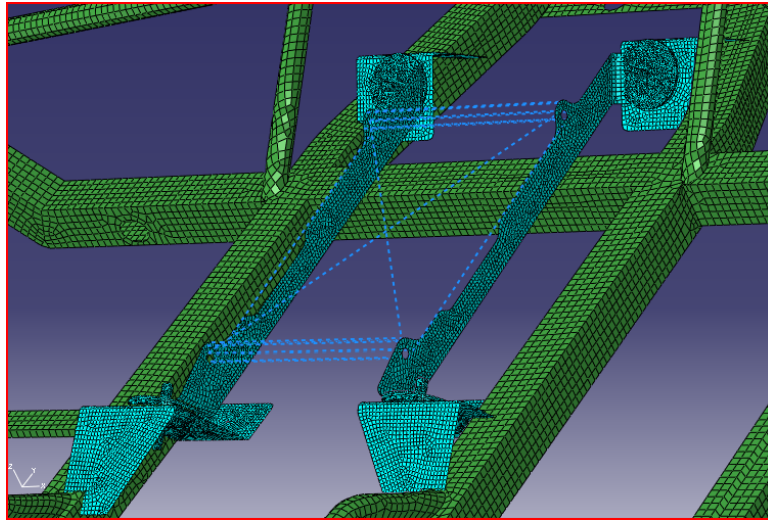


Figure 5.7 – Modèle du moteur

La figure 5.7 illustre le modèle du moteur, soit les quatre masses ponctuelles positionnées. Les masses se trouvent à l'extrémité des liens rigides.

## 5.6 Assemblage des composantes

Le moteur, composé de masses ponctuelles rigidement assemblées, est assemblé sur les supports du moteur à l'aide d'un lien rigide. On représente ainsi le fait que le moteur est modélisé comme une masse rigide.

Les supports du moteur ont été maillés de la même manière que le châssis, avec le même matériau. Ainsi, il n'est pas possible de lier les supports du moteur aux tampons par les noeuds, puisque la géométrie des éléments est différente et que le maillage est fait automatiquement sur le tampon. On n'a donc aucun contrôle sur la disposition des noeuds. Pour contourner le problème, on pose l'hypothèse que puisque les supports du moteur sont posés rigidement sur les tampons, on peut lier ces deux surfaces à l'aide du module Interaction d'ABAQUS. Ce module permet

de lier les noeuds des éléments de différents types pour que les surfaces bougent solidairement. Ce même module est utilisé pour lier les tampons au châssis. On peut voir l'assemblage complet à la figure 5.7.

## 5.7 Conditions aux rives

Le châssis constitue la seule composante du modèle à interagir avec l'extérieur. C'est pour cela qu'on doit définir les conditions aux rives du modèle sur le châssis. Le châssis est lié aux supports du banc de test de la même façon qu'il était lié à ses suspensions lorsque le véhicule était entier. Ainsi, on limite le déplacement du châssis à ce même endroit en empêchant les translations et en ne permettant les rotations qu'autour de l'axe de positionnement du châssis sur les suspensions. Ces conditions sont illustrées à la figure 5.8.

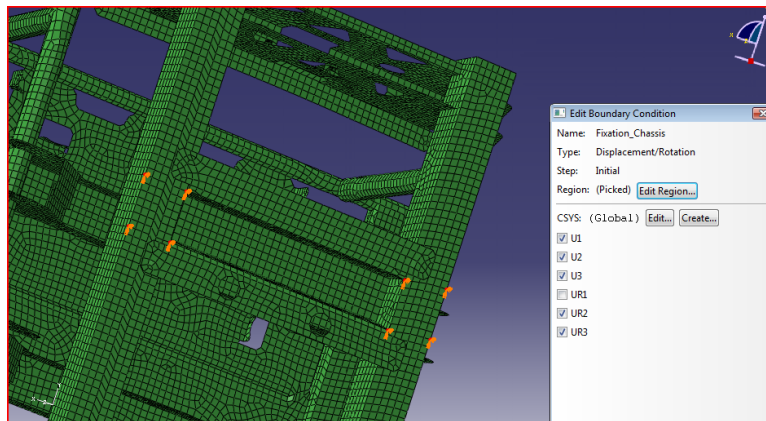


Figure 5.8 – Conditions aux rives. On voit dans la fenêtre en bas à droite que les trois translations et deux rotations sont bloquées.

## 5.8 Analyse modale

L'analyse modale a été réalisée sur le modèle entièrement maillé et plusieurs fréquences naturelles et déformées modales en sont issues. Après quelques itérations où on a mieux modélisé l'effet des boulons qui supportent le moteur sur les supports de moteur, on arrive à des fréquences naturelles et des déformées modales assez réalistes pour le modèle final.

Celles-ci sont identifiées dans le tableau 5.1.

Mode	Fréquence Hz	Mouvement identifié
1	13.5	Translation H + Rotation A
2	14.3	Translation D + Rotation H
3	19.1	Rotation D + A
4	20.9	Rotation A
5	26.6	
6	41.0	

Tableau 5.1 – Valeurs des 6 premières fréquences naturelles et déformées modales du modèle moteur-tampons-châssis issues de l'analyse modale finale pratiquée par éléments finis

On peut voir ici que les fréquences ont légèrement augmenté, ce qui est normal puisque l'ajout des contraintes aux supports de moteur rigidifie le modèle. À partir de cette analyse modale, on réalise qu'il y a effectivement un couplage présent dans la forme des modes : on ne trouve pas les 6 modes rigides en pure translation et rotation qu'on attendait. Ceci dit, ce couplage trouvé dans l'analyse par éléments finis aidera à l'interprétation des résultats expérimentaux, pour lesquels on avait justement décelé la participation de plusieurs mouvements rigides différents dans les modes trouvés.

Au chapitre suivant, nous verrons des figures représentant les déformées modales issues de l'analyse modale par éléments finis. Ces figures sont présentées au chapitre suivant pour être comparées aux résultats expérimentaux.

## CHAPITRE 6

### ANALYSE ET VALIDATION

La validation du moteur doit passer par une analyse conjointe du modèle expérimental et du modèle par éléments finis. Cette validation sera basée sur les résultats de l'analyse modale (fréquences naturelles et déformées modales) ainsi que sur les résultats de l'analyse de la réponse forcée en fréquence (correspondance des spectres).

#### 6.1 Comparaison

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux sur l'analyse modale est basée sur deux éléments : les fréquences naturelles et les déformées modales. Ce seront les fréquences naturelles de mouvement rigide du moteur qui seront comparées, puisque ce sont ces déformées qui engendrent les mouvements les plus distincts (donc les mouvements les plus aisément mesurables). Le tableau 6.1 montre, pour une déformée modale principale, la fréquence naturelle à laquelle cette déformée modale a été identifiée dans les résultats expérimentaux et dans le modèle numérique. À ces déformées principales sont associées les déformées secondaires identifiées dans les résultats expérimentaux et dans le modèle numérique.

##### 6.1.1 Écart des fréquences

On note dès le départ que généralement, les fréquences naturelles calculées dans le modèle par éléments finis sont un peu plus élevées que les fréquences naturelles



Déformée modale principale	Expérimental		Numérique	
	Fréquence Hz	Déformées couplées	Fréquence Hz	Déformées couplées
$T_D$	8	$R_H, T_H, R_D$	12	-
$T_H$	16-18	$T_A, R_D$	16	$R_D$
$R_D$	12-14	$T_H$	18.5	$R_A$
$R_H$	24	-	22	-
$R_A$	-	-	28	-

Tableau 6.1 – Analyse modale des mouvements rigides du moteur

trouvées expérimentalement. Si on regarde cette différence en termes de pourcentage d'écart, elle peut paraître importante : les fréquences naturelles calculées sont 50% plus élevées pour les modes  $T_D$  et  $R_D$ , et 8% moins élevées pour le mode  $R_H$  par rapport aux fréquences naturelles identifiées expérimentalement. Pour le mode  $T_H$ , les valeurs sont sensiblement les mêmes.

Par contre, en termes d'ordre de grandeur, on s'attendait à trouver ces fréquences naturelles rigides du moteur entre 0 et 30 Hz et c'est ce qui a été trouvé tant dans l'expérimental que dans le numérique, avec des écarts de quelques Hz (6 Hz au maximum pour le mode  $R_D$ ). De ce point de vue, on peut estimer que les fréquences naturelles trouvées numériquement sont acceptables, surtout en considérant la grande quantité de composantes du véhicule qui n'ont pas été intégrées au modèle numérique.

Les écarts entre les fréquences trouvées expérimentalement et calculées numériquement pouvant être différents d'un mode à l'autre, cela fait en sorte que si on place les modes en ordre ascendant de fréquence naturelle, on ne retrouve pas le même ordre du côté numérique et du côté expérimental. Cela laisse croire que bien que le ratio entre la masse du moteur et la raideur des tampons soit respecté dans l'ordre de grandeur (car la fréquence naturelle est égale à la racine de la raideur divisée par la masse), il subsiste des différences plus ou moins importantes au niveau de

la modélisation de la structure. Une étude plus approfondie de la forme des modes donnera cependant des explications supplémentaires sur l'écart qu'on retrouve entre les fréquences.

### **6.1.2 Forme des modes**

On peut voir, au tableau 6.1 que les fréquences naturelles ont été attribuées à une déformée modale principale et à des déformées modales couplées. Cela signifie qu'on ne peut pas attribuer une déformée modale à un seul des six degrés de liberté du moteur et que plusieurs de ces degrés de liberté sont impliqués à différents niveaux dans une déformée modale. En d'autres termes, il nous faut considérer tous les mouvements du moteur pour constituer le mouvement d'une déformée modale. L'association des déformées modales expérimentales et numériques doit se faire en tenant compte de l'ensemble des mouvements identifiés.

Les figures 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5 illustrent les déformées modales identifiées dans le modèle numérique. Les déformées sont exagérées pour qu'on puisse bien identifier la participation de chacun des six mouvements identifiés comme étant les mouvements rigides du moteur.

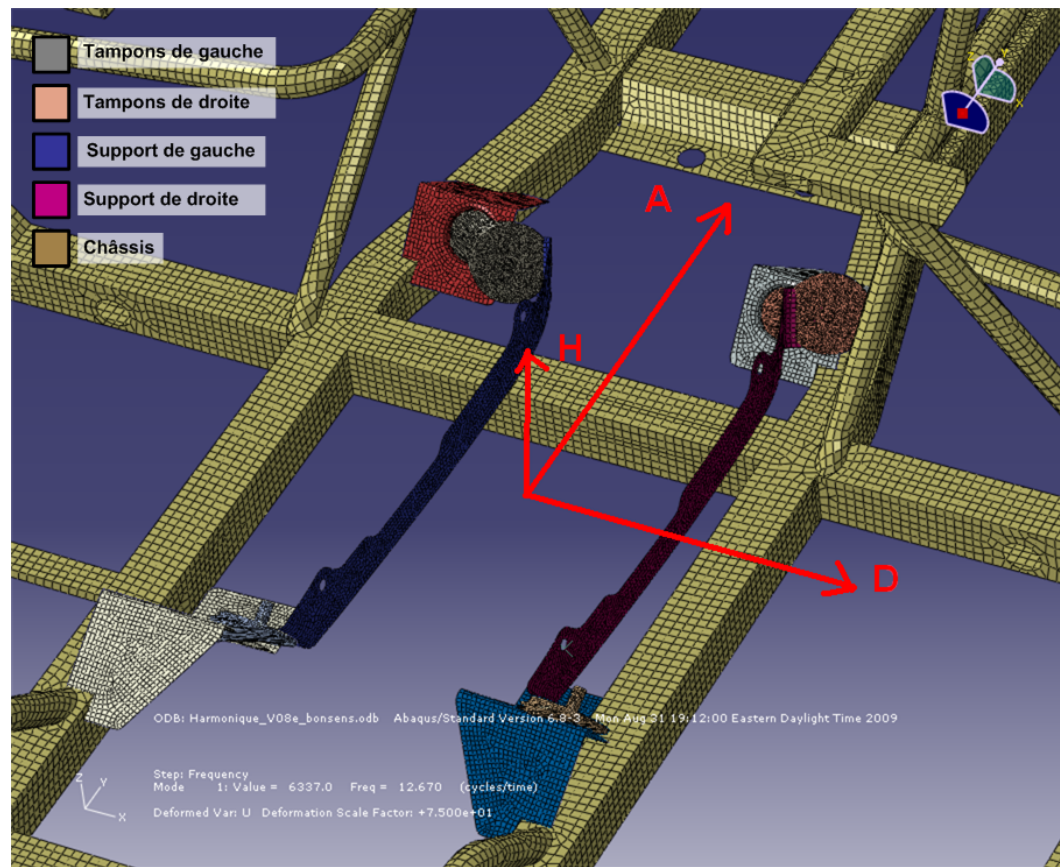


Figure 6.1 – Mode de translation selon l'axe D. Les tampons (gris, rose) et les supports de moteur (bleu foncé, magenta) se déplacent latéralement, selon l'axe D illustré.

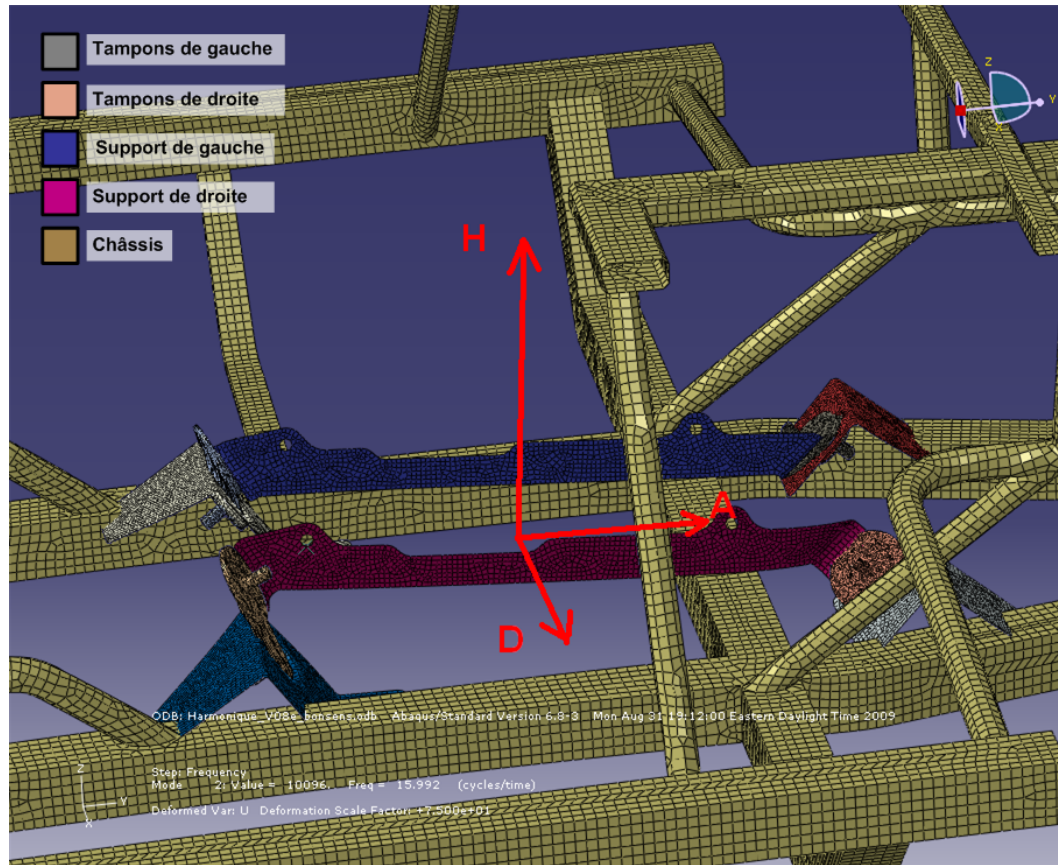


Figure 6.2 – Mode de translation selon l'axe H. Les tampons arrières (à gauche sur la figure) subissent une translation selon l'axe H mais que les tampons avant (à droite sur la figure) se déplacent peu. Cette translation est donc couplée avec une rotation autour de l'axe D.

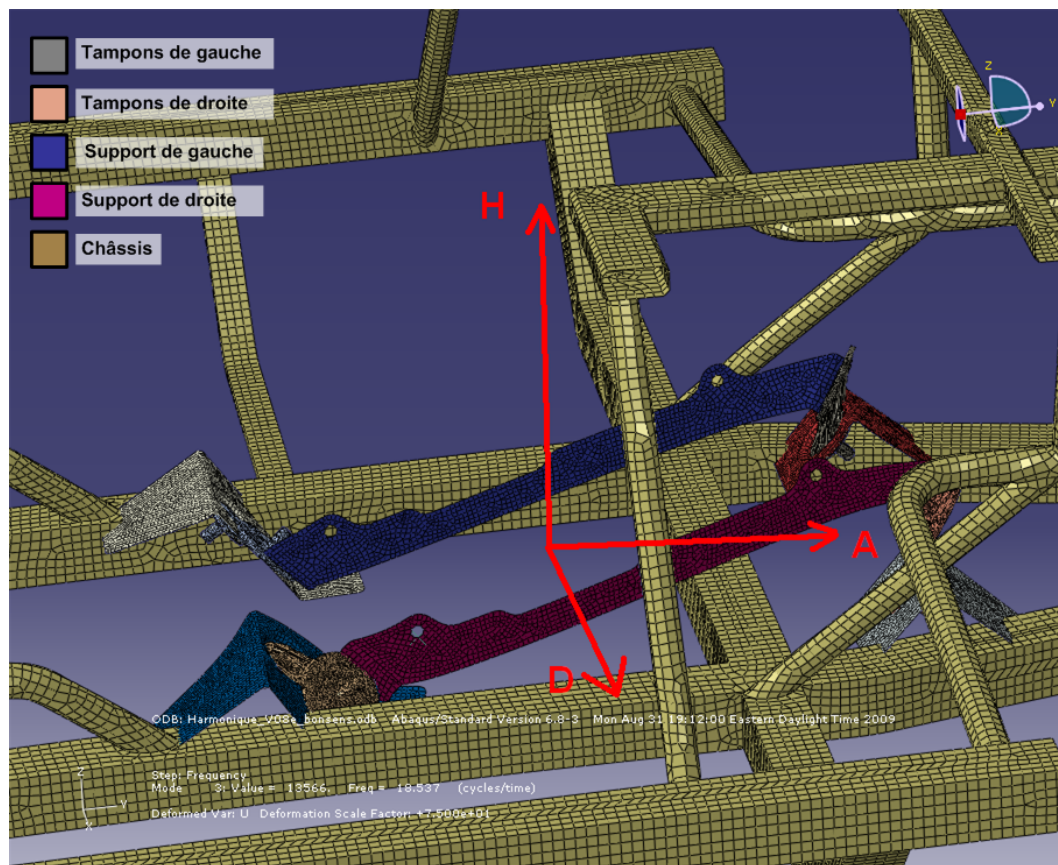


Figure 6.3 – Mode de rotation selon l’axe D. Les tampons arrières (à gauche sur la figure) descendent et les tampons avant (à droite sur la figure) montent.



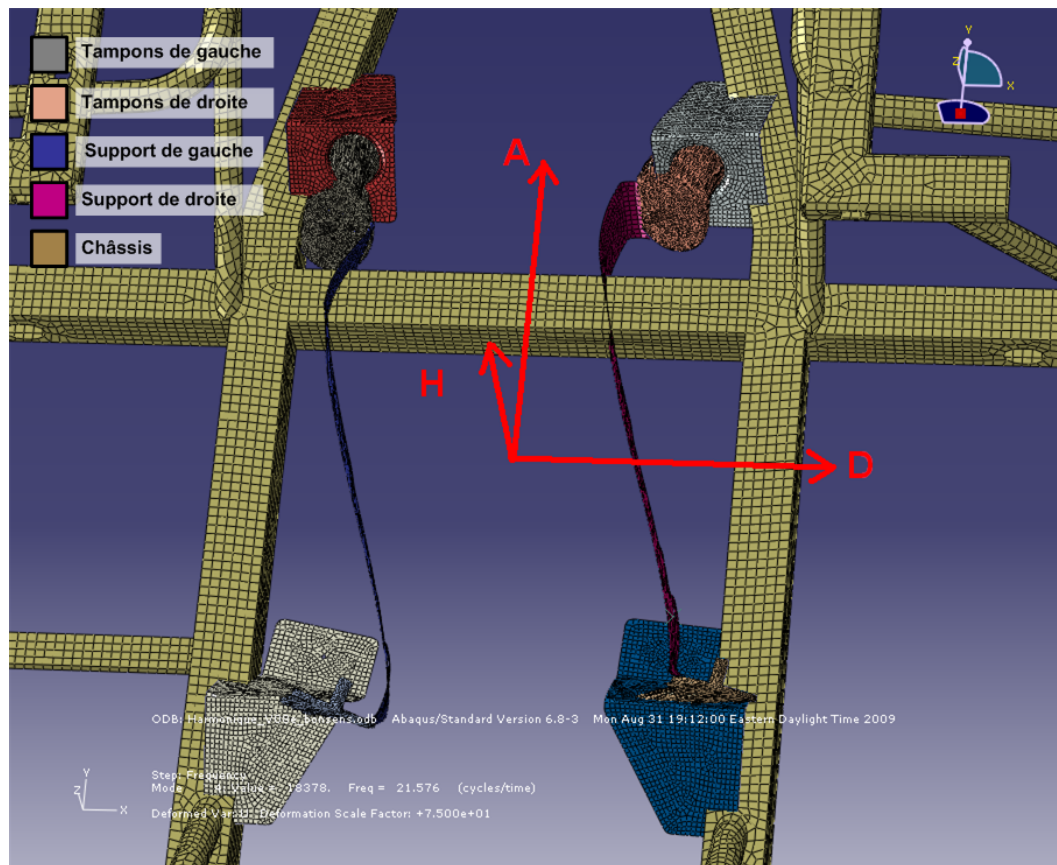


Figure 6.4 – Mode de rotation selon l'axe H. Les tampons avant (en haut sur la figure) se déplacent vers la gauche et les tampons arrière (en bas sur la figure) se déplacent vers la droite.

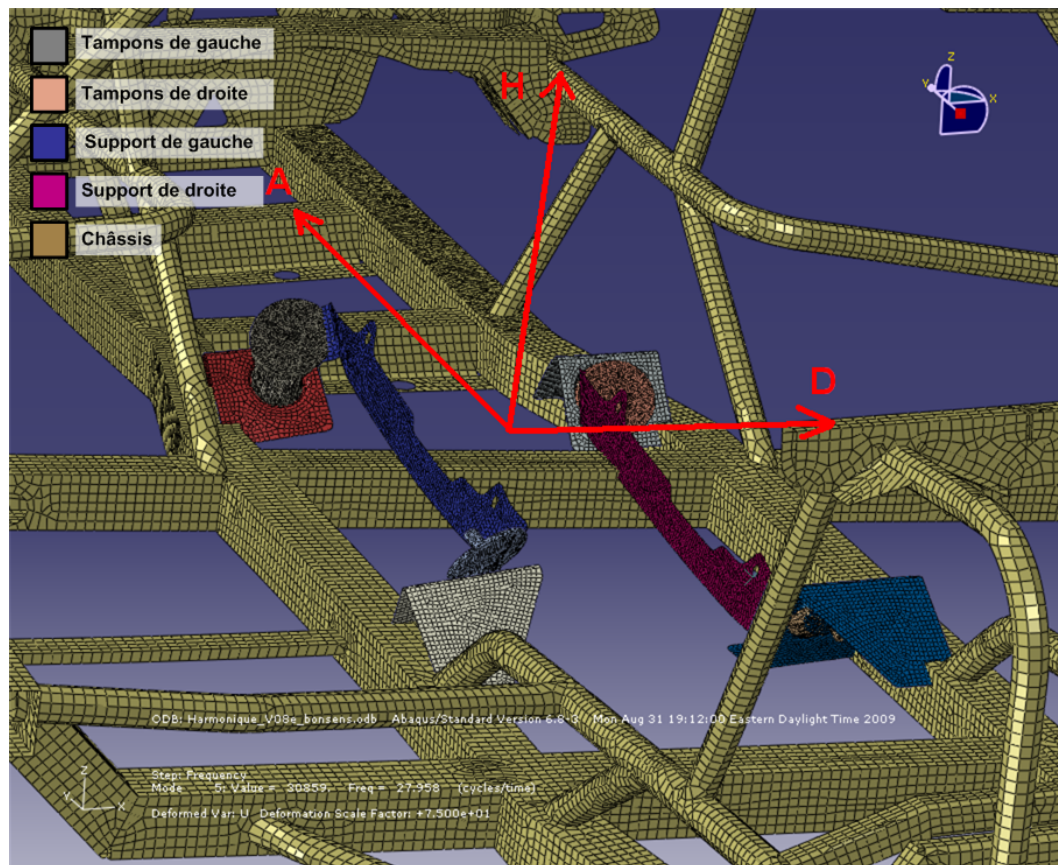


Figure 6.5 – Mode de rotation selon l'axe A. Les tampons de gauche (gris) se déplacent vers le haut et les tampons de droite (roses) sont à leur position initiale. Ce mouvement est couplé avec une translation selon l'axe H.

On peut voir à la figure 6.2 le fort couplage avec le mouvement  $R_D$ . Les autres figures démontrent aussi l'important couplage qu'il y a entre le mouvement principal du moteur et les mouvements secondaires qui participent plus ou moins à la forme du mode. Ces mouvements sont listés au tableau 6.1, qui a été présenté au début du chapitre.

On peut conclure de ces analyses modales que le modèle représente bien, en général, les modes associés aux mouvements rigides du moteur, en termes d'ordre de grandeur des fréquences naturelles. On remarque que la valeur des fréquences naturelles est généralement respectée, quoi qu'avec un écart modéré dans quelques cas. Cela indique que bien que dimensionnellement, le modèle est bien représenté, la définition de la structure en général (notamment la modélisation du moteur) peut encore être améliorée.

## 6.2 Comparaison des réponses forcées en fréquence

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux sur la réponse forcée en fréquence est basée sur les spectres de réponse issus d'une même sollicitation, c'est-à-dire le même spectre de force. Ce spectre de force est reconstitué à partir des données expérimentales tel qu'on l'a vu au Chapitre 3.

Les spectres de force n'ont pas été entrés tels quels dans ABAQUS ; ils ont été entrés sous la forme de séries de Fourier, c'est-à-dire que chaque pic de force du spectre ayant une valeur suffisante (au-delà de 10% du pic le plus élevé) est modélisé dans la série de Fourier avec son amplitude et sa phase mesurées expérimentalement.

Les premiers résultats numériques ont donné un spectre d'accélération pollué de plusieurs pics d'amplitude variable. On associe ces pics à des problèmes numériques (correspondance entre les fréquence des entrées et des sorties). Il faut noter



que l'amortissement structural dans l'acier n'a pas été pris en compte dans cette simulation, ce pour quoi le modèle a été ajusté en ajoutant un coefficient d'amortissement structural de 0.05 pour représenter l'amortissement structural dans l'acier, dans les soudures des profilés tubulaires du châssis et dans l'assemblage avec les supports de châssis (frottement). Ensuite, on a constaté que dans le premier modèle, l'amplitude de la force utilisée pour les spectres de forces numériques était égale à l'amplitude des spectres de forces expérimentaux. Or, les spectres expérimentaux, moyennés sur plusieurs échantillons, ont la forme de cloches étendues sur une plage de fréquences d'environ 8 Hz. Comme l'entrée de spectres de forces prise par ABAQUS discrétise les forces, on perd une énergie spectrale importante et attribuant l'amplitude du pic de force numérique à l'amplitude du pic de force expérimental. On devrait plutôt considérer plusieurs fréquences avoisinantes ou l'aire sous la courbe pour définir l'amplitude des spectres de forces numérisés. Ces deux options ont été tentées, et elles ont malheureusement mené à des résultats très semblables aux premiers résultats, ce qui laisse croire que le problème ne vient pas nécessairement de la numérisation des forces.

Les résultats suite à la modélisation de l'amortissement sont beaucoup plus réguliers. En observant le spectre d'accélération numérique et en le comparant au spectre d'accélération expérimental, on constate que les pics sont loin de se correspondre. On peut voir à la figure 6.6 les spectres d'accélération issus des résultats expérimentaux et du modèle numérique.

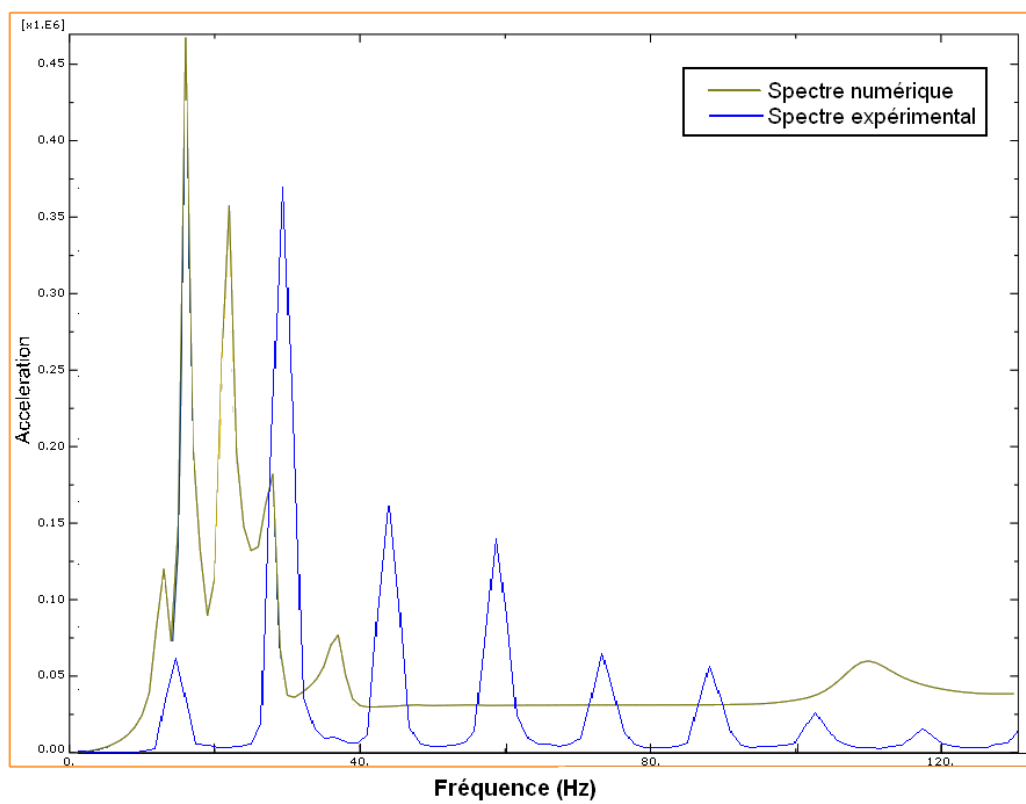


Figure 6.6 – Spectre d'accélération sur le tampon A côté moteur à 900 RPM, expérimental et numérique.

On remarque d'abord qu'il n'y a aucune correspondance entre les pics. On remarque également que le spectre issu d'ABAQUS présente beaucoup de pics concentrés avant 40 Hz et ne présente rien de notable après 40 Hz. De plus, les pics d'amplitude de ce spectre ne sont pas espacés d'une valeur égale en fréquence ; on ne retrouve aucune harmonique. Le contenu du spectre d'accélération expérimental présente des pics au-delà de 40 Hz et ces pics sont également espacés ; on retrouve les harmoniques de la sollicitation du moteur. Devant le peu de conformité entre le spectre expérimental et le spectre numérique, on a essayé de ne modéliser qu'une seule force à 60 Hz pour voir l'allure du spectre numérique d'accélération issu de cette seule force. On constate que le nouveau spectre varie très peu par rapport au précédent, si ce n'est la disparition de quelques pics. Le nouveau spectre est illustré à la figure 6.7. Normalement, on aurait dû retrouver un pic à 60 Hz et un spectre quasiment nul ailleurs. On retrouve plutôt un spectre contenant des pics semblables à ceux retrouvés dans l'analyse précédente, à des fréquences qui ne correspondent pas du tout à la fréquence d'excitation.

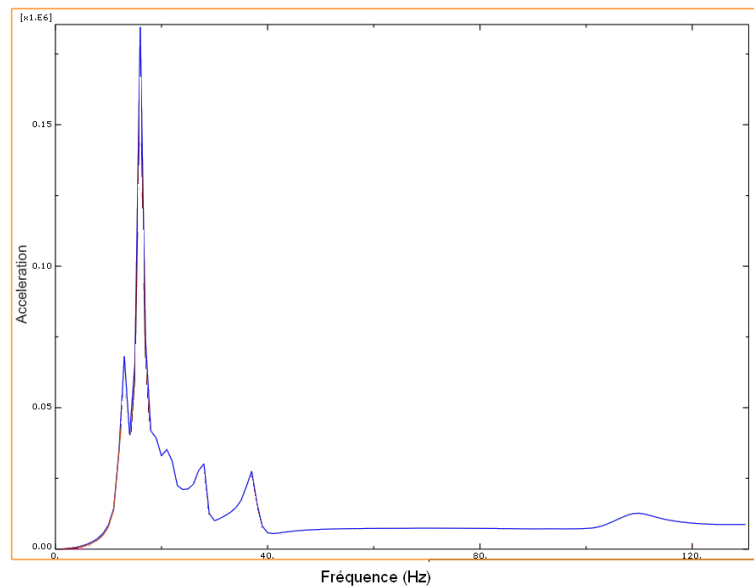


Figure 6.7 – Magnitude de l'accélération sur le tampon A côté moteur avec une sollicitation à 60 Hz dans Abaqus

Ce nouveau spectre mène à croire que la méthode d'analyse fait défaut. L'analyse effectuée est une analyse dynamique en régime permanent basée sur les modes de la structure. Son but est de calculer la réponse linéarisée en régime permanent à une excitation harmonique. Comme les non-linéarités ne sont pas prises en compte, ce type d'analyse était utilisé comme une première approximation de ce que serait la réponse de la structure à la sollicitation du moteur.

On remarque également que les amplitudes issues de ces sollicitations atteignent des valeurs très grandes : on parle d'accélération de  $50 \text{ m/s}^2$ , alors que les plus grandes accélérations mesurées étaient de l'ordre de 5 à  $7 \text{ m/s}^2$ . C'est dix fois plus que ce qui a été mesuré.

De plus, on ne sait pas comment ABAQUS linéarise le comportement non-linéaire des matériaux. D'après la documentation, il tient compte de l'hyperélasticité, mais comme il linéarise le comportement du matériau, on ignore si cette linéarisation reproduit bien le comportement du caoutchouc. De plus, la viscoélasticité n'est pas prise en compte. Cela n'explique pas les hautes valeurs d'accélération ni les pics sur le spectre calculé avec une seule fréquence de 60 Hz, mais démontre que le choix de ce type d'analyse n'est pas approprié pour calculer la réponse de la structure à la sollicitation du moteur. Au départ, le choix de cette analyse avait été fait pour faire une première approximation de la réponse en fréquence, même si le comportement était linéarisé. On réalise que la linéarisation à elle-seule n'explique pas les résultats peu concluants de cette analyse, mais que cette première approximation comporte beaucoup d'interrogations dont l'effet de la linéarisation.

### 6.3 Validation

Les résultats issus de l'analyse modale démontrent que le modèle représente bien, en général, la structure en termes de fréquences naturelles et d'analyse modale. Il faut cependant mettre un bémol sur cette dernière affirmation. Bien que les fréquences naturelles obtenues expérimentalement et numériquement soient du même ordre de grandeur, elles ne sont pas exactement les mêmes et les déformées modales correspondantes n'apparaissent pas exactement dans le même ordre si on les présente par ordre croissant de fréquence. Le modèle du moteur donne une bonne approximation de la réalité mais il faudrait plus d'informations pour mieux le modéliser.

Les spectres d'accélération issus de l'analyse de réponse en fréquence n'ont pas donné de résultats concluants. Par contre, la discussion sur ces résultats a mené à la conclusion que cette analyse n'était pas un bon choix pour valider le modèle à partir des forces du moteur et des accélérations résultantes. Un autre type d'analyse, plus coûteux en temps de calcul et en traitement post analyse pourrait être appliqué pour valider le modèle numérique à partir des entrées et des sorties : une analyse de réponse transitoire. L'application des forces est faite dans le domaine temporel, sur une plage de temps assez longue (quelques secondes) pour que seule la réponse en régime permanent reste. Ce type d'analyse dans ABAQUS tient compte de toutes les non-linéarités du matériau, ce qui pourrait éliminer l'effet de la linéarisation sur les résultats et permettrait de mieux évaluer notre modèle. Ce serait la prochaine étape à appliquer pour valider le modèle.

## CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Ce projet de maîtrise avait pour objectif de caractériser une structure et d'en faire un modèle valide pour récolter l'énergie vibratoire disponible dans les tampons d'ancrage. Pour parvenir à ces objectifs, il a fallu réaliser des travaux expérimentaux de caractérisation de la structure du véhicule et de caractérisation du caoutchouc, des travaux de modélisation du véhicule et des tampons d'ancrage et des travaux de validation de modèle à l'aide des résultats expérimentaux.

La recherche bibliographique qui a été faite dans le cadre de cette maîtrise a mené à des méthodes, des idées et des concepts qui ont été mis en application dans la réalisation des travaux de ce projet.

Un banc d'essais a été monté et instrumenté dans les installations de Soucy Baron Inc. pour caractériser le comportement vibratoire du véhicule. Les grandeurs à mesurer ont été identifiées et un programme d'acquisition de données a été réalisé. Les réponses (accélérations) du véhicule dues à la sollicitation du moteur ont été mesurées dans le but de valider le modèle. Les forces injectées par le moteur ont été identifiées à l'aide d'une méthode expérimentale qu'on a élaborée. Cette méthode consistait à mesurer les forces transmises entre le moteur et le châssis ainsi que les accélérations pour reconstituer la force induite par le moteur. Les résultats ont été satisfaisants par rapport à ceux qu'on a calculés avec une méthode connue de la littérature, soit la méthode des FRF.

Cette autre méthode a été utilisée pour identifier les forces injectées par le moteur. Les résultats de la méthode que nous avons développée (méthode des capteurs de force nommée méthode CF) ont donné des spectres de forces plus semblables aux données expérimentales trouvées dans la littérature, si on les compare aux spectres que nous avons obtenus avec la méthode des FRF. La méthode de reconstitution

des forces à l'aide de la méthode CF a donc été retenue pour l'identification des forces. Cependant, la méthode des FRF a fourni des informations importantes sur la structure du véhicule ; on a utilisé les FRF pour connaître les principales fréquences naturelles associées aux mouvements rigides du moteur ainsi que les déformées modales associées à ces fréquences.

Les travaux expérimentaux de caractérisation du caoutchouc ont nécessité quatre tests typiques pour modéliser l'hyperélasticité et deux tests typiques pour modéliser la viscoélasticité. Les résultats de ces tests étaient destinés à être numérisés et utilisés dans ABAQUS pour modéliser le caoutchouc. On a également pratiqué une analyse modale par impacts sur le tampon seul pour connaître sa première fréquence naturelle. Les résultats de cette analyse modale ont été utilisés pour valider le modèle par éléments finis également. L'écart entre les résultats analytiques, numériques et expérimentaux était assez mince, soit de 10 Hz (sur 480 Hz) entre l'expérimental et le numérique.

Les résultats de la caractérisation du caoutchouc ont été traités, numérisés et entrés dans le modèle sur ABAQUS. Pour l'hyperélasticité, le caoutchouc a été modélisé selon la loi de comportement de Mooney-Rivlin, choisie rappelons-le pour la faible déformation du caoutchouc (de l'ordre de 10%) et pour l'intégration possible de plusieurs des quatre tests typiques dans le modèle. La viscoélasticité a quant à elle été modélisée avec les séries de Prony issues des tests de relaxation effectués sur le caoutchouc. Dans les deux cas (modélisation de l'hyperélasticité et de la viscoélasticité) les modèles numériques ont été calculés par lissage de courbes et la similarité entre les courbes calculées et les courbes expérimentales s'est avérée très satisfaisante.

La modélisation du véhicule a nécessité plusieurs itérations pour parvenir au modèle actuel. Il a fallu mailler le châssis avec des éléments de coque linéaires et les

transférer d'ANSYS à ABAQUS. Certaines informations ont été perdues pendant le transfert et un programme a été réalisé pour retrouver ces informations. Certaines composantes ont été ajoutées au maillage du châssis, notamment les supports de moteur et les coques métalliques servant de fixation aux tampons d'ancrage. Les tampons d'ancrage ont dû être re-maillés pour être intégrés au modèle complet. Le moteur a été modélisé à l'aide de masses ponctuelles liées rigidement. Les spectres de forces injectées par le moteur ont été numérisés sous la forme de séries de Fourier et intégrés au modèle numérique.

Le modèle par éléments finis a été validé en plusieurs étapes. D'abord, le tampon seul a été validé à l'aide de données expérimentales et d'un modèle analytique. Ensuite, la structure assemblée du véhicule a été étudiée à l'aide d'une analyse modale et comparée à l'analyse modale qui a été réalisée expérimentalement. Les résultats obtenus sont satisfaisants quant on regarde l'ordre de grandeur des fréquences naturelles. Lorsqu'on compare l'ordre des modes et les fréquences associées aux modes, on remarque des variations, parfois minimales et parfois considérables avec les résultats expérimentaux. On attribue ces variations à la modélisation un peu simple du moteur et on recommande que ce modèle soit retravaillé pour mieux représenter la réalité. En effet, le modèle actuel représente bien l'emplacement du centre de masse et la répartition du poids sur les tampons, mais les inerties du moteur n'ont pas été suffisamment prises en considération dans ce modèle. Comme on ne connaît pas les inerties du moteur, il est impossible de dire si notre modèle de quatre masses les représentent bien. Le travail de modélisation en quatre masses a été fait pour reconstituer la répartition des masses du moteur et non ses inerties.

La validation du modèle par éléments finis du véhicule a aussi été tentée en réalisant une analyse de réponse en fréquence. Le principe de cette analyse était, rappelons-le, de modéliser le spectre d'entrée (forces) et d'obtenir, comme résultat, le spectre de sortie (les accélérations). Cette analyse s'est avérée décevante lorsqu'on a ob-



servé les résultats ; les spectres d'accélération du modèle sont très différents des spectres d'accélération expérimentaux. Après un test de vérification en n'entrant qu'un seul pic de force à une fréquence déterminée, nous n'avons pas été en mesure d'obtenir un spectre d'accélération dont le pic correspondait à la même fréquence que le pic d'entrée. De plus, les ordres de grandeur des accélérations étaient dix fois plus élevés dans le modèle que dans les résultats expérimentaux. On a compris par la suite que ce type d'analyse était peut-être mal adapté à ce qu'on souhaitait obtenir du modèle, d'abord parce que les comportements non-linéaires étaient linéarisés, et aussi parce qu'ABAQUS procède à une discrétisation des amplitudes sur la fréquence qui y est associée, ce qui ne permettait pas de modéliser correctement les pics de force obtenus expérimentalement. Ces derniers, après le traitement des signaux, sont constitués de pics assez larges en forme de cloches qui couvrent plusieurs fréquences. En discrétisant ces pics, on perd une énergie spectrale importante. Cependant cela ne constitue pas une explication valable aux résultats obtenus car de notre test d'excitation à 60 Hz ont résulté des pics de très grande amplitude à des fréquences différentes.

Suite à cette étude, on propose les recommandations suivantes pour procéder à une validation complète du modèle par éléments fini : d'abord, le modèle du moteur doit être retravaillé et modélisé sous une forme tridimensionnelle rigide ou presque qui respecte l'emplacement du centre de masse, la répartition statique des masses et la forme générale du moteur pour que les inerties soit près de la réalité. Comme on ne connaît pas les inerties du moteur, on fera une nouvelle analyse modale pour valider l'amélioration du modèle du moteur. Ensuite, afin de valider le modèle avec la correspondance des entrées et sorties, on propose d'effectuer une analyse transitoire temporelle sur une durée de temps assez longue pour éliminer la réponse transitoire et parvenir au régime permanent. Ceci demandera un temps de calcul beaucoup plus long que celui qui était nécessaire avec l'analyse actuelle (d'environ

4-5 heures), mais ce type d'analyse tient compte de toutes les non-linéarités associées au modèle et on contrôlera directement les entrées et sorties sous une forme temporelle. De cette façon, nous aurons également un meilleur contrôle sur l'analyse spectrale. Comme l'analyse est temporelle, la sortie numérique, l'accélération, devra être transformée mathématiquement en spectre fréquentiel d'accélération pour qu'on puisse le comparer aux spectres expérimentaux.

Ainsi se terminent les travaux de ce projet de maîtrise. On peut dire que les objectifs concernant les travaux expérimentaux ont été atteints. Les objectifs concernant la modélisation et la validation du modèle sont interdépendants; tant que le modèle n'est pas validé, il y a des travaux de modélisation à poursuivre. Le modèle du tampon a été validé, et ensuite, le modèle du véhicule a été en grande partie validé grâce à l'analyse modale. Ces validations obtenues donnent des perspectives d'utilisation très intéressantes au modèle car celui-ci étant déjà représentatif des ordres de grandeur des fréquences naturelles du véhicule réel, on peut anticiper que les simulations donneront un aperçu satisfaisant du comportement de la structure sujette aux vibrations du moteur. Ces simulations mèneront à une analyse plus poussée des forces, des contraintes, des déformations et des vitesses à l'intérieur du tampon pendant que ce dernier accomplit sa tâche d'isolation du moteur. La compréhension de ces mécanismes mènera à la conception et à l'optimisation de tampons d'ancrage à l'aide d'outils numériques (ABAQUS) et c'est également à l'aide de ces résultats que l'on pourra concevoir un dispositif de récolte ou de redirection de l'énergie vibratoire du moteur.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. T. N. Okubo, S. Tanabe, "Identification of forces generated by a machine under operating condition," *Camal, Chuo University, Tokyo, Japan*, pp. 920–927.
- [2] T. O. A. Ueda, "Vibration isolation characteristics of chemically modified solution-polymerized rubbers for engine mount use," *Automotive Polymers & Design*, no. APRIL, pp. 2–8, 1989.
- [3] J. Harris et A. Stevenson, "On the role of non-linearity in the dynamic behaviour of rubber components," *Int. J. of Vehicle Design*, vol. 8, no. 4/5/6, pp. 553–577, 1987.
- [4] M. Lavoie, *Modélisation par éléments finis d'un tampon d'ancrage comprenant un matériau viscoélastique*, Rapport de projet de fin d'études, 2007.
- [5] B. Fisa, *Plastiques, Élastomères et Composites*, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1993.
- [6] G. Gallas, "Propriétés dynamiques des élastomères application aux supports et butées," *Ingenieurs de l'automobile*, vol. 11, pp. 648–656, 1978.
- [7] V. K. A.K. Mallik, "On the modelling of non-linear elastomeric vibration isolators," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 219, no. 2, pp. 239–253, 1999.
- [8] K. Worthington, "The elastic mounting of power units in vehicles," *Noise Control Vibration and Insulation*, no. April, pp. 125–132, 1976.
- [9] A. Bazergui, Ph.D., ing., T. Bui-Quoc, D.Sc.A, ing., A. B. an Ph.D., ing., G. McIntire, M. ans ing. et Charles Laberge, M.Sc.A. et ing., *Résistance des matériaux*, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1993.

- [10] A. K. D. SUDHIR KAUL, “Two approaches for optimum design of motorcycle engine mount systems,” *Engineering Optimization*, vol. 37, no. 3, pp. 307–324, 2005.
- [11] R. D. Thomas Vietor, “Robust design of elastic mounting systems,” *Society of automotive engineers, inc.*, no. 971933, pp. 517–524, 1997.
- [12] R. L. Straw, “The development of isolation mounts,” *Society of Automotive Engineers, Inc.*, vol. 0096-736X, no. 9304-0058, pp. 4.58–4.61, 1985.
- [13] C. Lewitzke et P. Lee, “Application of elastomeric components for noise and vibration isolation in the automotive industry,” *Society of Automotive Engineers, Inc.*, vol. 01, no. 1447, 2001.
- [14] M. Horovitz, “Suspension of internal-combustion engines in vehicles,” *Proc Institution Mechanical Engineers*, no. 1, pp. 1–19, 1957.
- [15] E. S. G. Poulin, “Generation of electrical energy for portable devices comparative study of an electromagnetic and a piezoelectric system,” *Sensors and Actuators*, vol. A 116, pp. 461–471, 2004.
- [16] A. B. Hyeoung Woo KIM, “Energy harvesting using a piezoelectric cymbal transducer in dynamic environment,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 43, no. 9A, pp. 6178–6183, 2004.
- [17] D. V. M. Ericka, “Energy harvesting from vibration using a piezoelectric membrane,” *Journal de Physique IV France*, vol. 128, pp. 187–193, 2005.
- [18] D. C. Thomas J. Johnson, “Energy harvesting from mechanical vibrations using piezoelectric cantilever beams,” *Proc. of SPIE*, vol. 6169, no. 61690D, 2006.

- [19] C. P. J. Rastegar, "Piezoelectric-based power sources for harvesting energy from platforms with low frequency vibration," *Proc. of SPIE*, vol. 6171, no. 617101, 2006.
- [20] X. Zhao et D. Lord, "Application of the villari effect to electric power harvesting," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, no. 08M703, 2006.
- [21] X. S. Jiancai Zhao, Qian Li, "Finite element analysis and structure optimization for improving the fatigue life of rubber mounts," *Journal of Macromolecular Science, Part A*, no. 45, pp. 542–547, 2008.
- [22] B. Z. X. Z. Qian Li, Jiancai Zhao, "Parameter optimization of rubber mounts based on finite element analysis and genetic neural network," *Journal of Macromolecular Science, Part A*, no. 46, p. 186192, 2009.
- [23] *ABAQUS Analysis User's Manual*, ABAQUS inc., vol. 6.3.
- [24] R. A. R. Teo Han Fui, "Statics and dynamics structural analysis of a 4.5 ton truck chassis," *Jurnal Mekanikal*, vol. December, no. 24, pp. 56–67, 2007.
- [25] M. French, "What makes a good impact function?" *Experimental techniques*, vol. November/December 1999, 1999.
- [26] P. Avitable, "Experimental modal analysis," *Sound and Vibration*, vol. January, pp. 1–11, 2001.
- [27] Y.-s. P. Yong-Hwa Park, "Vehicle interior noise and vibration reduction using experimental structural dynamics modification," *Society of automotive engineers, inc.*, no. 971915, pp. 365–370, 1997.
- [28] P. D. Andrea Bracciali, "A preliminary study of noise reduction in a passenger car through optimization of the engine suspension," pp. 858–862.

- [29] J. H. TS, *Modélisation numérique analyse harmonique et mode de dissipation d'énergie viscoélastique des tampons d'ancrage*, Mémoire de maîtrise en génie mécanique, 2009.
- [30] *ABAQUS Theory Manual*, ABAQUS inc., vol. 6.3.
- [31] J.-P. Brossard, *Mécanique Générale*, INSA de Lyon, 1994.

## ANNEXE I

### THÉORIE DES INVARIANTS POUR LA MODÉLISATION DES LOIS DE COMPORTEMENT HYPERÉLASTIQUES

Cette section est un extrait de mon PFE [4] portant sur la théorie des invariants pour la modélisation des lois de comportement hyperélastiques.

Les modèles d'hyperélasticité d'un caoutchouc sont définis à partir de son potentiel d'énergie de déformation pour un volume,  $U$  (Chapitres 1.4.1, 1.4.2 et 4.6.1) [30] et Chapitre 17.5.1 [23]. Il faut d'abord pouvoir définir cette déformation, soit

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad (\text{I.1})$$

où  $\mathbf{X}$  est la position d'une particule dans l'espace, et  $\mathbf{x}$  est la nouvelle position de cette particule dans l'espace. On peut donc définir  $\mathbf{F}$ , la matrice des gradients de déformation, telle que

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{I.2})$$

On peut ensuite définir

$$dL^2 = d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{X}, \quad dl^2 = d\mathbf{x}^T \cdot d\mathbf{x} \quad (\text{I.3})$$

où  $dL$  est la longueur initiale entre deux particules et  $dl$  est la longueur finale entre deux particules. Le rapport d'étirement est donc  $\lambda$

$$\lambda = \frac{dl}{dL} = \sqrt{\frac{d\mathbf{x}^T \cdot d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{X}}} \quad (\text{I.4})$$

En manipulant cette équation, on obtient

$$\lambda^2 = \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \quad (\text{I.5})$$

avec  $\mathbf{N}$ , un vecteur unitaire dans la direction de  $d\mathbf{X}$ . On sautera ici les détails de l'application du principe variationnel et l'introduction du multiplicateur de Lagrange ( $p = \lambda^2$ ). On obtient le problème de valeurs propres suivant

$$\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \lambda^2 \mathbf{I} = 0 \quad (\text{I.6})$$

$\mathbf{F}$  peut être exprimée par la multiplication d'une matrice de rotation orthogonale  $\mathbf{R}$  par une matrice de déformation symétrique  $\mathbf{V}$ . On peut donc définir le tenseur de déformation de gauche de Cauchy-Green

$$\mathbf{C} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{V}^T = \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (\text{I.7})$$

et on résout le problème de valeurs propres avec  $\mathbf{C}$  définie dans la base de notre choix  $(1, 2, 3)$  et avec les valeurs propres des rapports d'étirement définis dans les directions principales  $\lambda_P$  avec  $P = I, II, III$  [31].

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

On trouve donc l'équation caractéristique

$$-\lambda_P^6 + I_1 \lambda_P^4 - I_2 \lambda_P^2 + I_3 = 0 \quad (\text{I.9})$$



où les trois invariants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sont des quantité définies telles que

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2, \quad I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = J^2 \quad (\text{I.10})$$

où  $J$  est le changement de volume total du volume étudié. Si on normalise par rapport à  $J$ , on a

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2, \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{-2} + \bar{\lambda}_2^{-2} + \bar{\lambda}_3^{-2}, \quad \bar{I}_3 = 1 \quad (\text{I.11})$$

Comme il s'agit d'un problème aux valeurs propres, les invariants sont les quantités dont dépendent les rapports d'étirement dans le repère principal,  $\lambda_P$ , peu importe la base de référence choisie. Pour connaître le potentiel d'énergie dans un volume indépendamment de la base, il est donc judicieux d'exprimer le potentiel d'énergie en fonction des trois invariants, ou, s'ils sont normalisés par rapport au volume, en fonction des deux premiers invariants et du changement de volume total du volume étudié.

$$U = U(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) \quad (\text{I.12})$$

## ANNEXE II

### CARACTÉRISATION DU CAOUTCHOUC

Cette section présente deux extraits de mon PFE [4] portant sur la caractérisation du caoutchouc.

Cette section présente un modèle de caractérisation du caoutchouc, les méthodes expérimentales employées pour obtenir les données nécessaires à la modélisation du caoutchouc ainsi que les résultats des tests de caractérisation. Dans ABAQUS, le comportement hyperélastique est défini comme le comportement de base du matériau. Le comportement viscoélastique, lui, est défini sous forme unitaire et est intégré au comportement hyperélastique du matériau.

#### II.1 Méthode expérimentale

##### II.1.1 Hyperélasticité

Il est d'usage, en industrie, de caractériser le comportement hyperélastique du caoutchouc à l'aide de quatre tests effectués de manière quasi-statique : les tests uniaxiaux, équi-biaxiaux, en cisaillement pur et en compression volumétrique. Pour tous les tests, sauf le test de compression volumétrique, ce sont les courbes de contrainte versus déformation qui sont entrées dans ABAQUS. Pour le test en compression volumétrique, la courbe entrée est une courbe de pression versus rapport de volume. Comme ABAQUS détermine les coefficients de ses modèles d'hyperélasticité avec un ou plusieurs de ces tests, on a décidé de tous les effectuer. Les propriétés hyperélastiques du caoutchouc ont donc été déterminées à l'aide de ces

quatre tests, qui ont été effectués sur trois à six éprouvettes par test. Les conditions de ces tests sont décrites au tableau II.1, où  $\varepsilon_{\max}$  est l'allongement maximal subi par les éprouvettes durant les tests.

Test	$\varepsilon_{\max}\%$	Nombre d'éprouvettes
Uniaxial	200%	6
Équibiaxial	40%	3
Cisaillement pur	200%	4
Volumétrique	50%	15 au total, 5 par test

Tableau II.1 – Conditions des test de caractérisation hyperélastique

Tout ces tests sont réalisés sur la machine de caractérisation MTS de l'entreprise Soucy Baron inc., sauf le test uniaxial. Ce dernier est réalisé sur la machine de caractérisation Lloyd de Soucy Baron inc. également. Pour tous ces tests, les données recueillies sont les courbes de force versus déformation. La déformation est mesurée à l'aide d'un laser et de deux lanières de ruban adésif réflecteur dont la distance qui les sépare est détectée par le capteur compris dans le laser. Les forces sont mesurées avec la cellule de charge des machines de caractérisation. On se sert des forces obtenues pour calculer les contraintes à partir des dimensions initiales de l'éprouvette, sauf en compression volumétrique où on calcule la pression hydrostatique. On note qu'en compression volumétrique, plusieurs échantillons sont utilisés dans un seul test ; c'est pour avoir plusieurs épaisseurs, et ainsi avoir une meilleure précision sur la déformation. Ci-dessous, une brève description des tests de caractérisation est faite.

**Uniaxial** Une force est appliquée dans une seule direction d'une éprouvette de test de section constante dans la direction de la force appliquée. La section a une longueur d'environ 5 cm, pour une largeur de 1/4 po. et une épaisseur de l'ordre du 0,1 Po. On mesure la déformation au centre de la zone de test

ainsi que la force. On peut voir sur la figure II.1 plus de détails sur le test uniaxial.

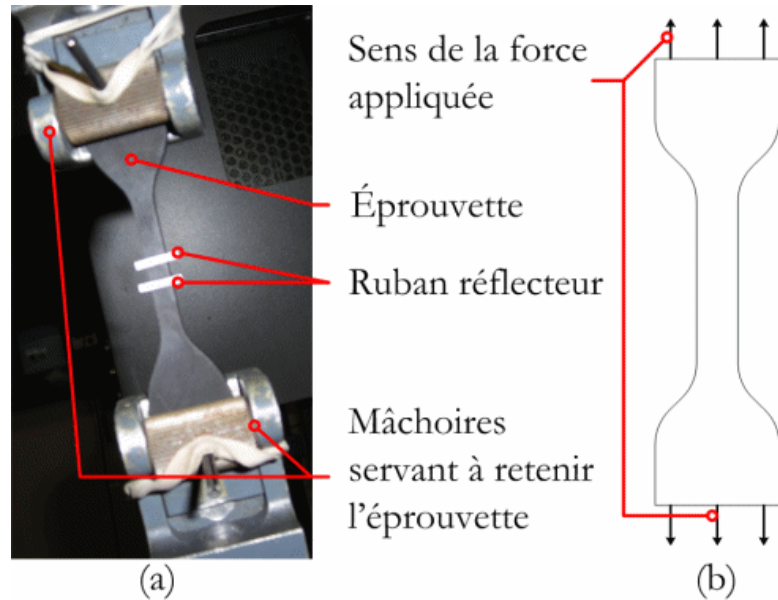


Figure II.1 – Test uniaxial : (a) montage du test et (b) illustration du test

**Équibiaxial** Des contraintes de même grandeur sont appliquées dans un même plan, et leurs lignes de force passent toutes par le même point. Ce point est le centre d'une éprouvette en forme de disque d'épaisseur constante. Le diamètre du disque est de 2 et 5/8 po. et son épaisseur est de l'ordre du 0,1 Po. La forme circulaire de l'éprouvette est dans le même plan que les contraintes. On mesure la déformation au centre du cercle, ainsi que la force. On peut voir sur la figure II.2 plus de détails sur le test équibiaxial.

**Cisaillement pur** Ce test est tel qu'un test uniaxial, mais l'éprouvette est au minimum dix fois plus large que longue. Sa largeur est de 6 po., la longueur de l'ordre du 1/2 po. et son épaisseur de l'ordre du 0,1 po. Ceci permet à des contraintes en cisaillement de s'établir au centre de l'éprouvette à 45 degrés. On mesure la déformation au centre de l'éprouvette, dans le sens de la

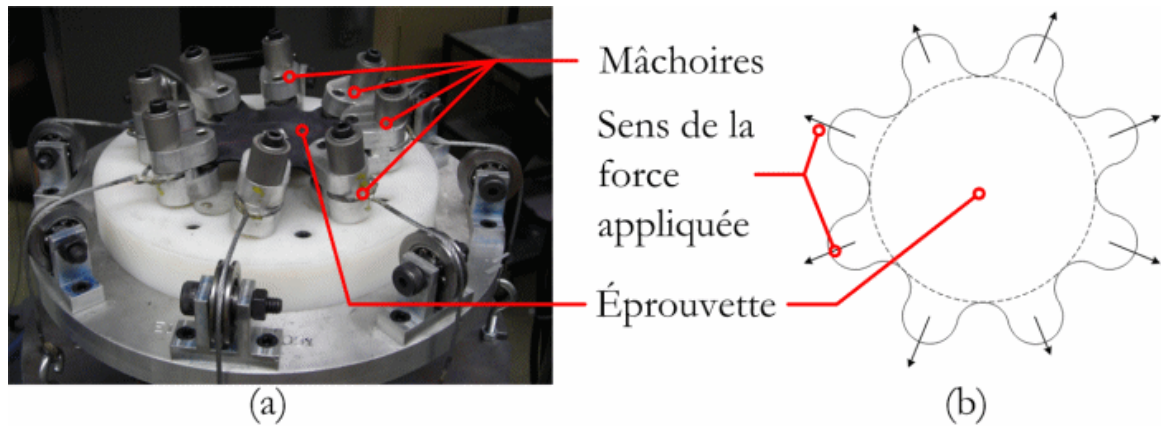


Figure II.2 – Test équi-biaxial : (a) montage du test et (b) illustration du test

force appliquée, ainsi que la force. Il faut toutefois considérer qu'en pratique, les contraintes en cisaillement ne sont probablement pas aussi idéales que souhaité.

**Volumétrie** Une éprouvette cylindrique est placée au centre d'un cylindre considéré rigide. Le rayon extérieur de l'éprouvette est égal au rayon intérieur du cylindre rigide. Le diamètre du cylindre est de  $1/4$  de po. et son épaisseur de l'ordre du 0,1 Po. La contrainte est appliquée selon l'axe du cylindre et en compression. On mesure le déplacement (dont on se sert pour calculer le rapport de volume) ainsi que la force.

### II.1.2 Viscoélasticité

ABAQUS définit la viscoélasticité d'un matériau à l'aide des séries de Prony. Cependant, il n'est pas nécessaire d'entrer les coefficients d'une série directement dans ABAQUS ; celui-ci peut les calculer à partir de séries de données provenant d'un test ou d'un groupe de tests.

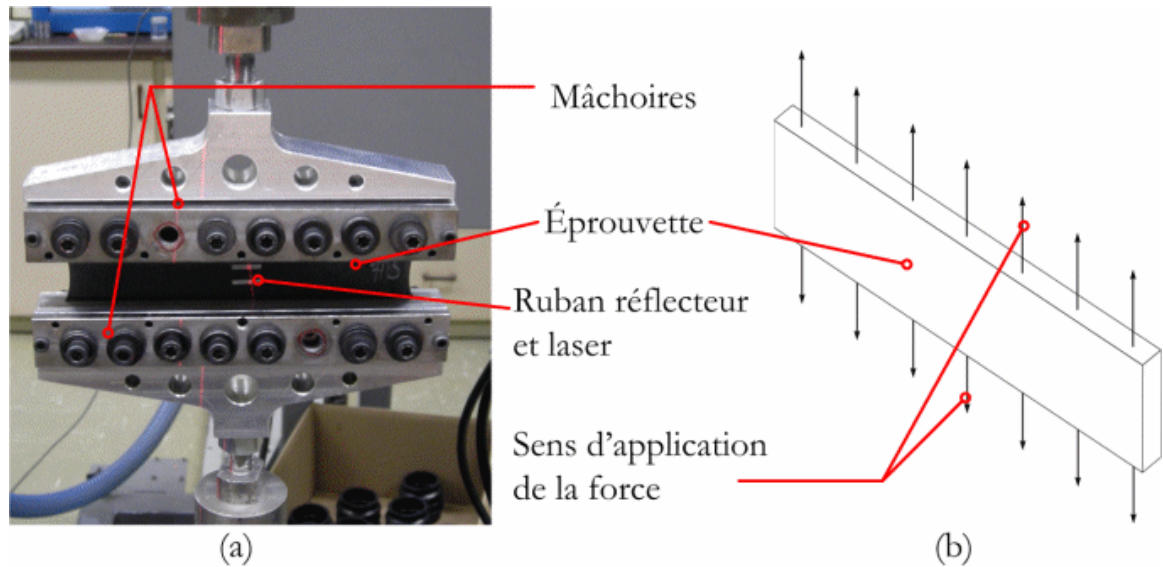


Figure II.3 – Tests en cisaillement pur : (a) montage du test et (b) illustration du test

Les tests dont il est question peuvent être évalués soit en temps, soit en fréquence. La viscoélasticité évaluée dans le domaine temporel est plus appropriée pour de petites et de grandes déformations, en régime transitoire. La viscoélasticité évaluée dans le domaine fréquentiel est plus appropriée pour les petites déformations en régime permanent. Il peut être aussi utile d'entrer des données pouvant être évaluées dans les domaines temporel et fréquentiel (séparément) pour avoir la possibilité de faire plusieurs types d'analyses sur le même matériau (ex : analyse modale et analyse d'un impact en régime transitoire). C'est dans cette optique qu'on a choisi de réaliser des tests de relaxation sur le caoutchouc ; ils sont faciles à réaliser et peuvent être utilisés dans les domaines temporel et fréquentiel d'ABAQUS.

Les tests de relaxation ont été effectués en cisaillement simple et en compression volumétrique. La procédure a été élaborée en cours de projet et peut être décrite en les quatre étapes que voici.

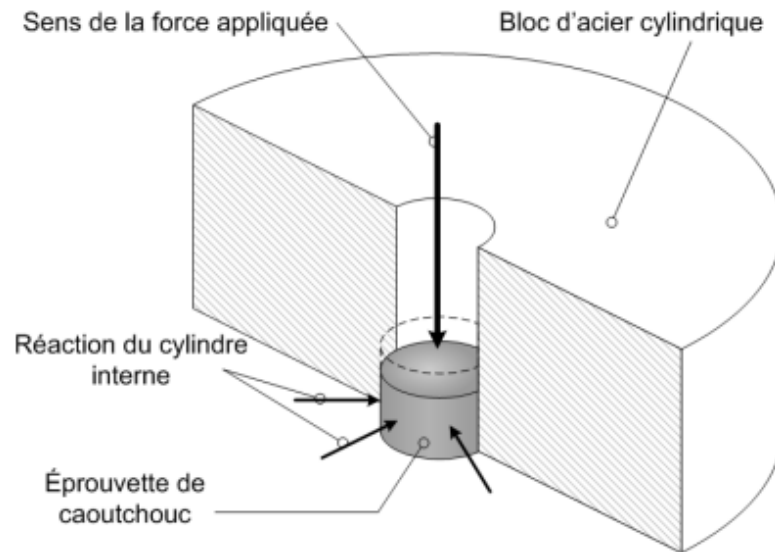


Figure II.4 – Test en compression volumétrique : illustration du test

1. La force est nulle et l'éprouvette est à la position d'équilibre statique.
2. L'éprouvette est déformée en moins de deux secondes à un maximum prédéfini.
3. L'éprouvette est maintenue à cette déformation pendant cinq minutes. La force est mesurée pendant ces cinq minutes.
4. L'éprouvette est ramenée à sa position initiale.

Les tests de relaxation effectués sont décrits au tableau II.2. Pour le test en cisaillement, des éprouvettes de section et d'épaisseur constantes ont été fabriquées sur mesure. Pour les deux tests, on mesure la force dans le temps, qu'on pourra par la suite convertir en contrainte adimensionnelle dans le temps.

Le montage du test de relaxation volumétrique est le même que le test en compression volumétrique dans la caractérisation hyperélastique. Pour le test en cisaillement simple, plusieurs éprouvettes ont été utilisées, tel qu'illustré à la figure

Test	$\varepsilon_{\max}$	Nombre d'échantillons
Cisaillement simple	100%	4 par test
Équibiaxial	40%	5 par test

Tableau II.2 – Conditions des test de caractérisation viscoélastique

II.5. Le test a été réalisé sur quatre éprouvettes (de diamètre de l'ordre de 1 po. est d'épaisseur de l'ordre des 3/4 de po.) en même temps pour avoir une meilleure résolution sur la force mesurée.

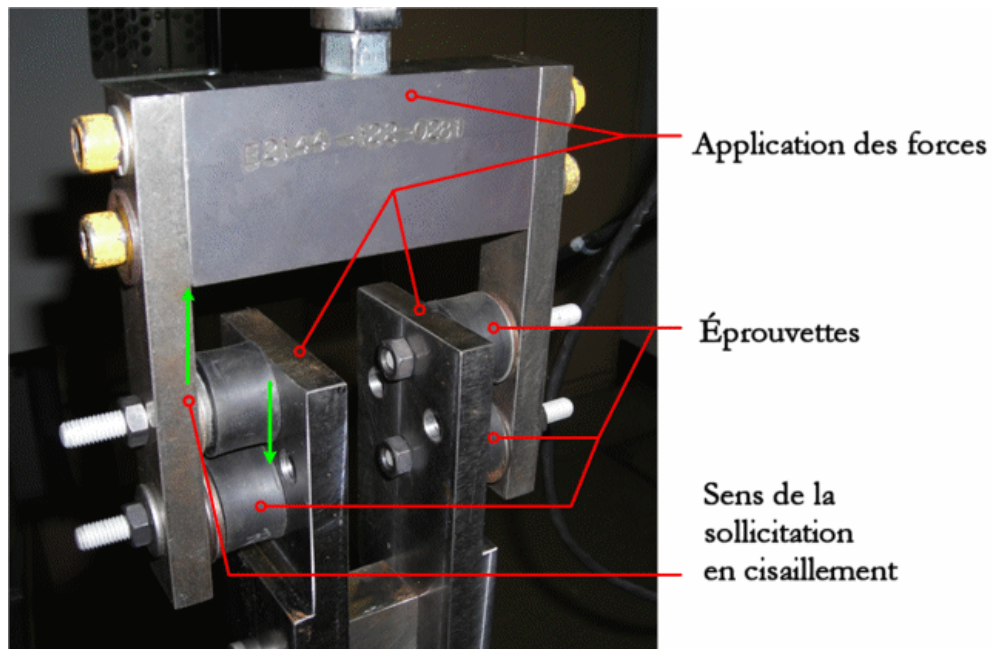


Figure II.5 – Test de relaxation : les quatre éprouvettes sur mesure sont encastrées et sont déformées vers le haut

## II.2 Résultats

Les figures II.6 à II.9 montrent les courbes obtenues des différents tests de caractérisation hyperélastique.



Les figures II.10 et II.11 montrent les courbes obtenues des différents tests relaxation.

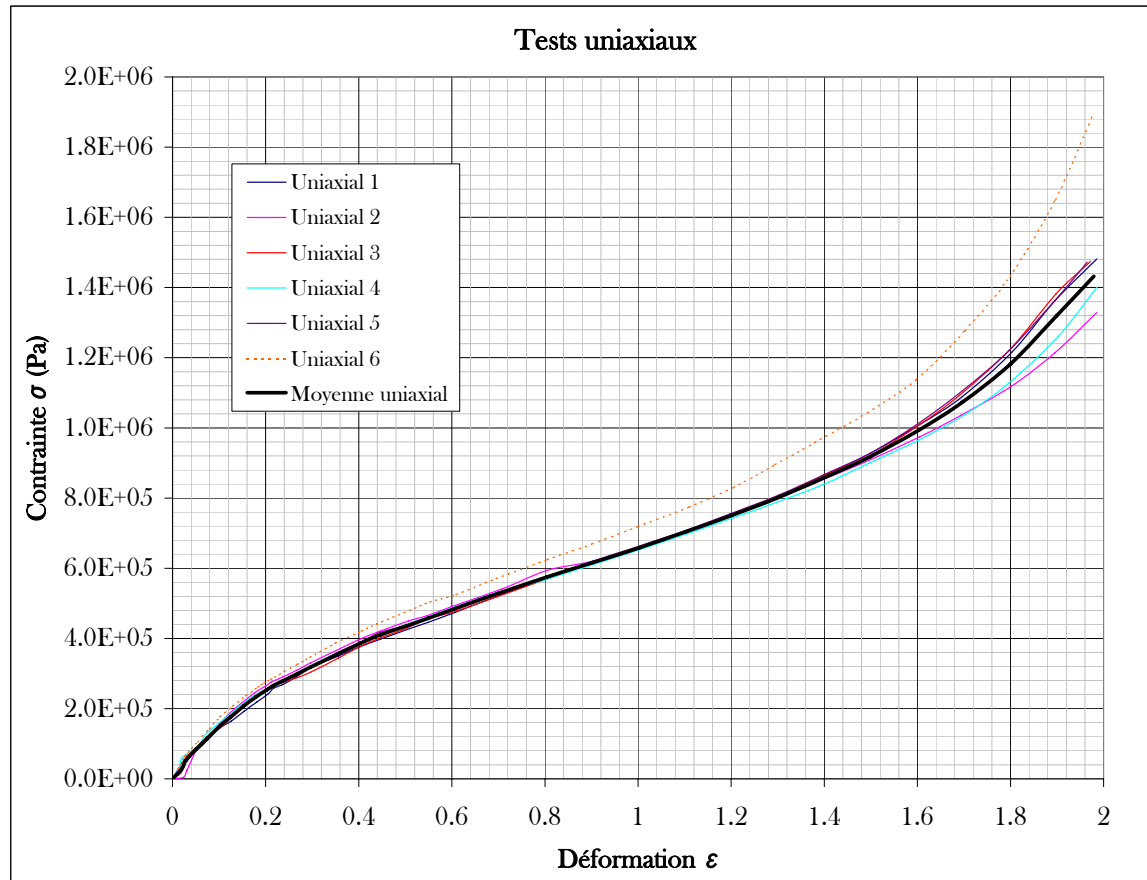


Figure II.6 – Résultats des tests uniaxiaux

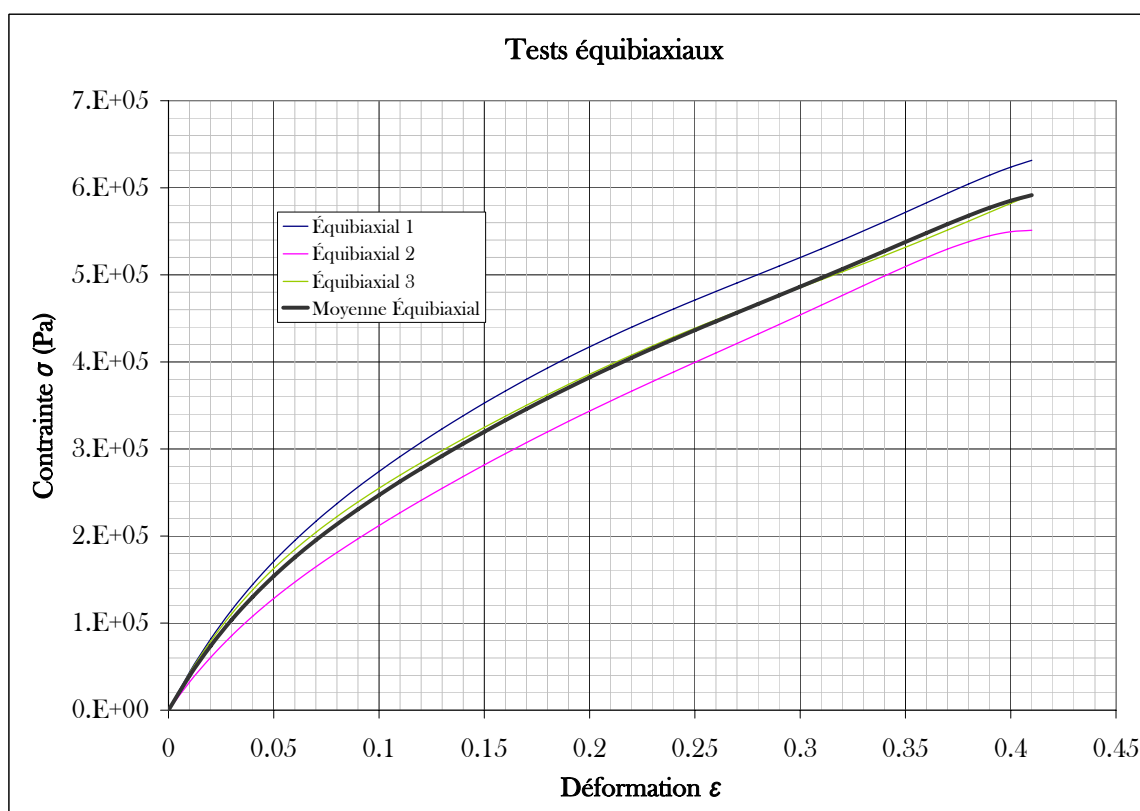


Figure II.7 – Résultats des tests équi-biaxiaux

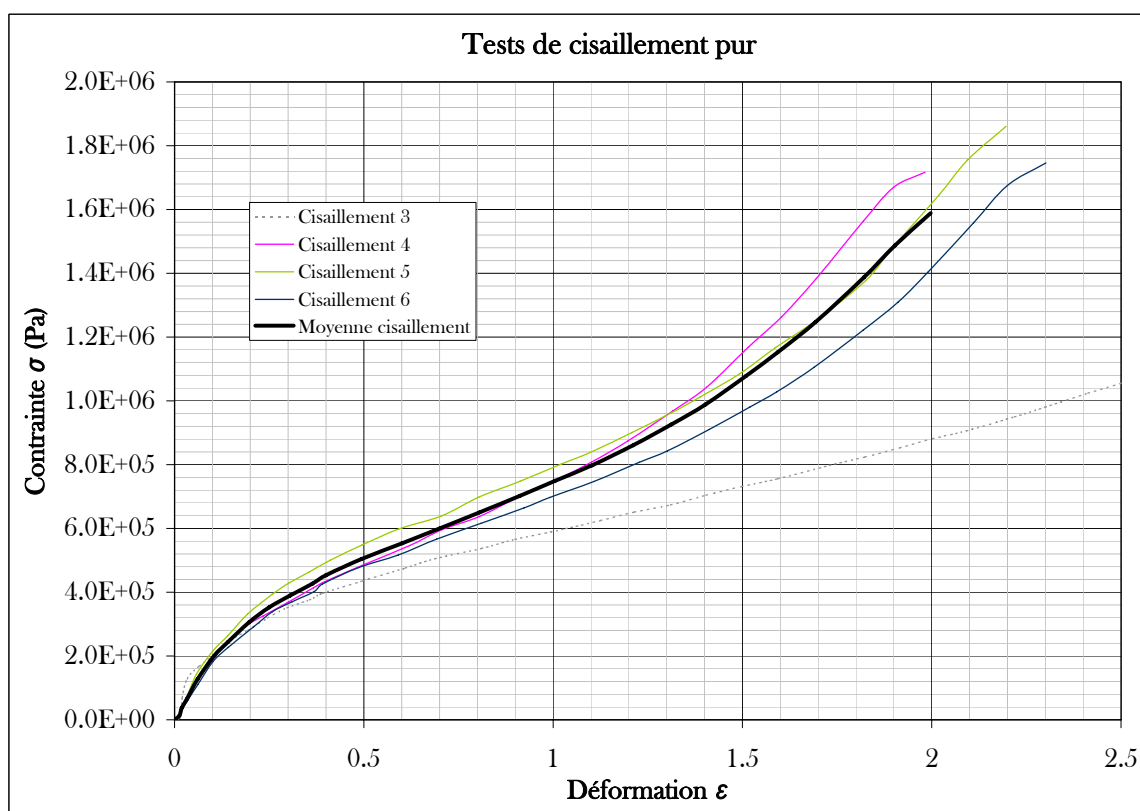


Figure II.8 – Résultats des tests en cisaillement pur

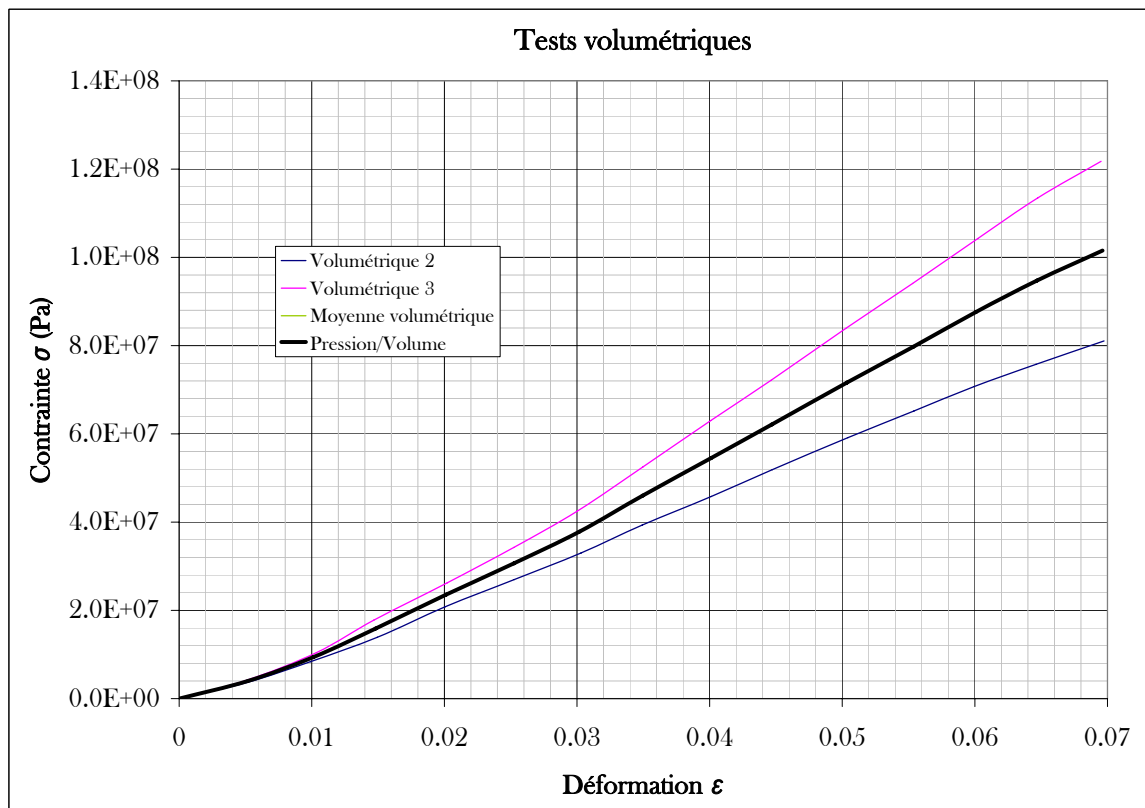


Figure II.9 – Résultats des tests volumétriques

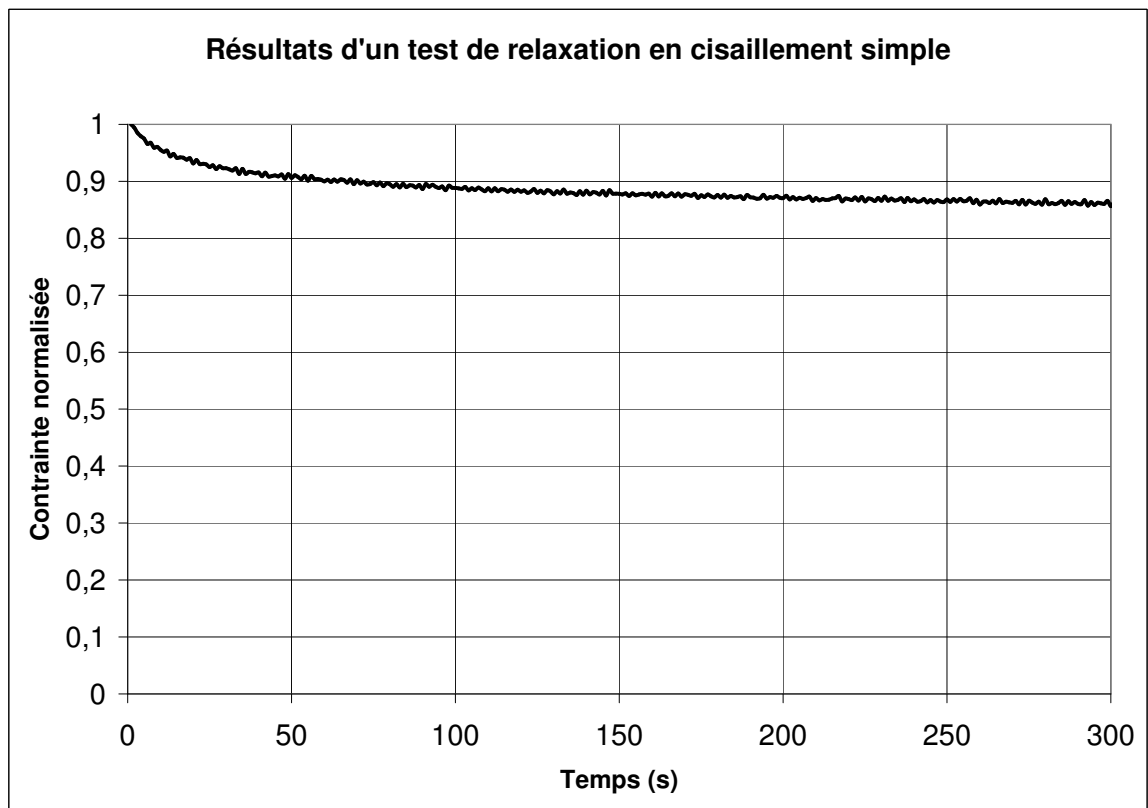


Figure II.10 – Résultats des tests de relaxation en cisaillement simple normalisés

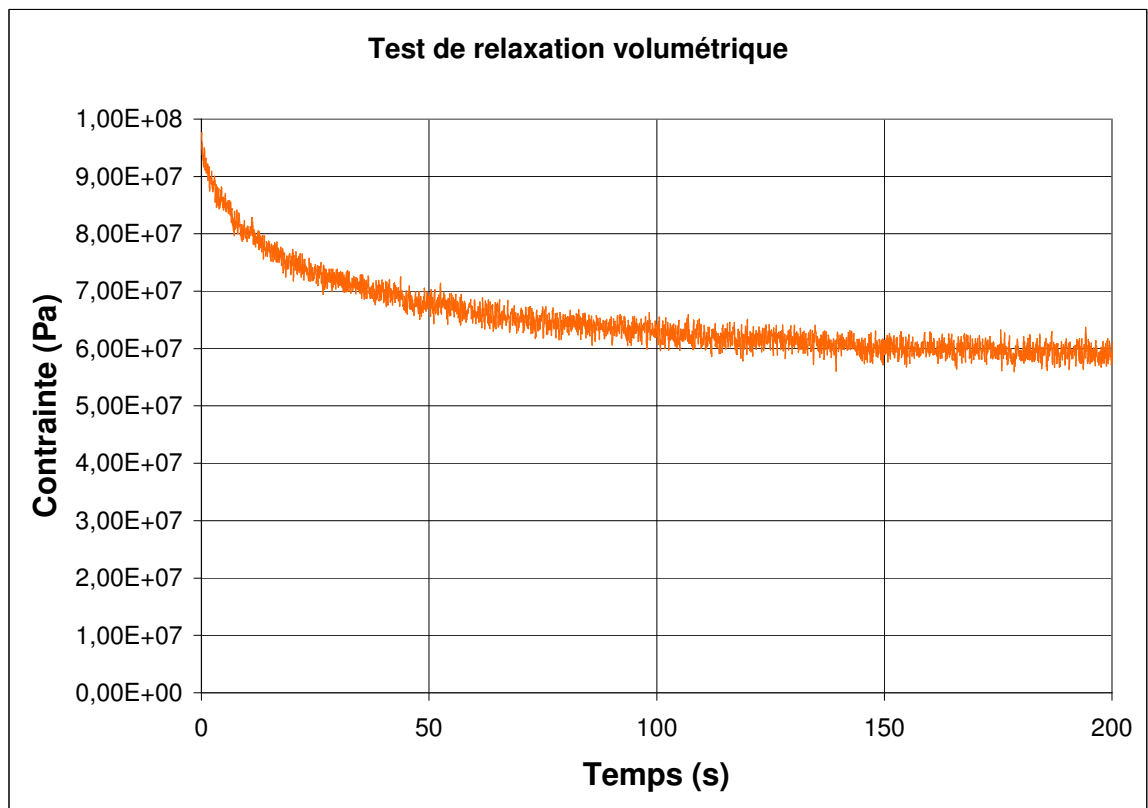


Figure II.11 – Résultats des tests de relaxation en compression volumétrique