POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées
Title:

Auteur: Abtin Jahanbakhshzadeh
Author:

Date: 2016

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Jahanbakhshzadeh, A. (2016). Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/2259/
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: https://publications.polymtl.ca/2259/
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Michel Aubertin, & Li Li
Advisors:

Programme: Génie minéral
Program:

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE DU COMPORTEMENT GÉOMÉCANIQUE DES REMBLAIS MINIERS DANS DES EXCAVATIONS SOUTERRAINES INCLINÉES

ABTIN JAHANBAKHSHZADEH

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE PHILOSOPIAE DOCTOR

(GÉNIE MINÉRAL)

AOÛT 2016

© Abtin Jahanbakhshzadeh, 2016.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ANALYSE DU COMPORTEMENT GÉOMÉCANIQUE DES REMBLAIS MINIERS DANS DES EXCAVATIONS SOUTERRAINES INCLINÉES

présentée par : JAHANBAKHSHZADEH Abtin

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. PABST Thomas, Ph. D, président

M. AUBERTIN Michel, Ph. D, membre et directeur de recherche

M. LI Li, Doctorat, membre et codirecteur de recherche

M. SIMON Richard, Ph. D, membre

M. SAEIDI Ali, Ph. D, membre externe

DÉDICACE

À mes parents

À mon frère Armin

REMERCIEMENTS

En premier lieu, je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur Michel Aubertin, mon directeur de recherche et Professeur à Polytechnique Montréal pour m'avoir permis de réaliser les travaux de recherche au sein du laboratoire et surtout pour ses conseils, ses commentaires, ses corrections et sa disponibilité en tout temps. Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur Li Li, mon co-directeur et Professeur à Polytechnique Montréal pour ses conseils et recommandations. J'ai beaucoup apprécié la confiance qu'ils m'ont témoignée aux cours de ma thèse.

Je remercie également la Chaire Industrielle CRSNG Polytechnique – UQAT et l'Institut de recherche en mines et environnement (IRME UQAT-Polytechnique ; http://rime-irme.ca/), et ses partenaires, pour le soutien financier.

J'aimerais aussi destiner ma reconnaissance à mes collègues de Polytechnique Montréal pour leur gentillesse et pour les moments agréables que nous avons pu partager ensemble, plus particulièrement Richard Toussaint, Vincent Martin, Monica Monzon, Noura El-Harrak, Maryam Maknoon et Azadeh Meshkinfar, pour leur disponibilité aux échanges. L'ambiance dans laquelle nous avons évolué tous ensemble a aussi été d'un grand support moral.

Je remercie également mes amis, spécialement Ali Nowamooz et Amir Ershad Fanaei pour leurs encouragements et leur soutien.

J'exprime enfin toute ma reconnaissance et ma gratitude à mes parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé inconditionnellement. Ils m'ont donné le courage et l'élan nécessaires à la réalisation de mes projets. Aujourd'hui j'espère qu'ils pourront être fiers de mon parcours. Je pense avec émotion à mon frère, Armin, qui m'a énormément soutenu et encouragé.

RÉSUMÉ

Les rejets miniers sont couramment utilisés comme matériau de remblayage dans les chantiers souterrains. Le remblayage des chantiers vise l'amélioration de la stabilité du massif rocheux, le contrôle de la dilution du minerai et une réduction du volume de rejets (roches stériles ou résidus miniers) entreposée en surface. Comme le premier rôle du remblai est le maintien d'un espace de travail sécuritaire, il faut par conséquent évaluer l'état des contraintes dans le remblai et celles exercées par le remblai sur les murs du chantier et les structures de support (telles les barricades).

En général, les remblais miniers sont beaucoup moins rigides que le massif rocheux encaissant. Des contraintes de cisaillement se développent aux interfaces entre le remblai et le massif sous l'effet du tassement du matériau de remplissage. Ce transfert d'une partie du poids du remblai aux murs rocheux, appelé effet d'arche, dépend de nombreux facteurs, incluant la géométrie du chantier et les propriétés du remblai.

Au cours des dernières années, beaucoup de travaux ont été menés afin d'évaluer les contraintes dans les chantiers aux murs verticaux. La distribution des contraintes dans les chantiers verticaux a été analysée en fonction des paramètres de résistance au cisaillement du remblai, des pressions interstitielles de l'eau et des conditions de remplissage. La majorité des chantiers remblayés sont toutefois inclinés et cela a une influence sur l'état des contraintes. Jusqu'à présent, relativement peu d'analyses tiennent compte de l'effet d'inclinaison des murs du chantier; cet aspect influence grandement l'ampleur des contraintes dans le chantier, comme le montrent les résultats présentés dans cette thèse.

L'objectif principal de ce projet de doctorat est de développer une approche pour analyser le comportement géomécanique des remblais en interaction avec les parois rocheuses dans des chantiers aux murs inclinés. Les analyses sont basées sur des modélisations numériques effectuées à l'aide des codes de différence finies FLAC et FLAC^{3D}. Les résultats numériques ainsi obtenus sont utilisés pour évaluer l'influence des paramètres de résistance mécanique (incluant l'angle de frottement interne) du remblai et la géométrie des chantiers (hauteur, largeur et inclinaison). Ces résultats montrent que l'effet d'arche dans les chantiers inclinés est généralement moins développé que dans les chantiers verticaux. Ces simulations illustrent également comment ces divers facteurs influencent la distribution des contraintes dans les chantiers inclinés.

Les résultats des simulations sont ensuite comparés à ceux obtenus de solutions analytiques existantes proposées pour des chantiers inclinés. Des écarts significatifs sont alors mis en évidence.

Les résultats numériques sont utilisés pour développer de nouvelles solutions analytiques permettant d'évaluer la distribution des contraintes dans un chantier incliné. La solution est d'abord présentée en 2D. Elle prend en compte la variation des contraintes en fonction de la position, pour toute la largeur et la hauteur de l'ouverture et pour différents angles d'inclinaison. La solution et les résultats représentatifs sont présentés en détail, puis validés à l'aide de simulations numériques.

Les résultats de simulations en 3D indiquent que l'état des contraintes dans les chantiers remblayés inclinés et verticaux dépend aussi de leur longueur de l'ouverture. L'état des contraintes tridimensionnelles dans le remblai le long des épontes est affecté par la présence des quatre murs. Une nouvelle solution 3D est aussi proposée pour évaluer des contraintes verticales et horizontales dans les chantiers remblayés avec des murs inclinés. Les résultats numériques du code FLAC^{3D} sont utilisés pour valider cette nouvelle solution analytique et évaluer l'influence de la largeur, de la longueur et de l'inclinaison du chantier.

Outre les résultats précités, inclus dans trois articles de revue (soumis), la thèse comporte également des résultats de simulations additionnels (dans un autre chapitre et en annexes).

L'ensemble de ces résultats et analyses tend à démontrer la validité des solutions proposées, qui devraient se révéler très utiles pour estimer les contraintes dans les chantiers remblayés aux murs inclinés.

ABSTRACT

Mining waste materials are commonly used as backfill in underground mines. Backfilling is used to improve ground stability of the surrounding rock mass and to reduce solid waste disposal on the surface (waste rock or tailings). To improve stope stability and the safety of workers, it is necessary to assess the stress state in stopes and on support structures (such as barricades).

In general, the backfill is much less stiff than the surrounding rock mass. After it is deposited in an underground stope, settlement of the fill generates shear stresses along the rough walls of the opening. The transfer of part of the weight of the backfill to the rock mass is associated to the arching effect. The magnitude of this redistribution depends on many factors, including the stope geometry and fill properties.

In recent years, fairly extensive work has been conducted to evaluate the stress state in vertical backfilled stopes. The stress distribution in the vertical stope has been assessed by considering the shear resistance parameters of the fill, pore water pressure and filling conditions. In reality however, most mine stopes have inclined walls. To date, few analyses have taken into account the effect of inclination of the opening walls, although this aspect greatly influences the magnitude of the stress in the stope, as shown by the results presented in this thesis.

The main objective of this project is to develop an approach for analyzing the geo-mechanical behavior of backfill in stopes with inclined walls. The analyses are based on numerical simulations performed using the finite difference codes FLAC and FLAC^{3D}. The numerical results obtained are used to evaluate the influence of backfill properties (including the internal friction angle) and stope geometry (height, width and inclination). These results illustrate the effect of arching, which is related to the stress transfer between the fill and rock mass. The results indicate that this effect is typically less well developed in inclined stopes and that the stresses can differ significantly between the hanging wall and footwall. The simulations also show how the various factors influence the stress distribution in the inclined opening.

The simulation results are also compared with existing analytical solutions for inclined stopes. Significant differences are highlighted by this comparison.

The numerical results are then used to develop a new solution that provides the vertical and horizontal stresses in the entire opening, including along the hanging wall, footwall and central

line. The solution is first presented in 2D. This solution takes into account the variation of the stresses along the opening width and height, for various inclination angles. The solution and key results are presented in detail and validated using numerical simulations.

The 3D simulation results indicate that the stress state in vertical and inclined backfilled stopes depends on the stope length (third dimension). The stress magnitude is thus affected by the presence of the four walls. A new 3D solution is proposed to evaluate vertical and horizontal stresses in backfilled stopes with inclined walls. Numerical results obtained with FLAC^{3D} are used to validate this new analytical solution and evaluate the influence of different factors including the width, length and inclination of the opening.

In addition to the above results, included in three Journal manuscripts (that have been submitted), the thesis also includes the results of additional simulations in another chapter (and in appendices).

All of these results and analyses tend to demonstrate the validity of the proposed solutions, which should be useful for estimating the stresses in backfilled stopes with inclined walls.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE III

REMERCIEMENTS IV

RÉSUMÉ V

ABSTRACT VII

TABLE DES MATIÈRES IX

LISTE DES TABLEAUX XII

LISTE DES FIGURES XIV

LISTE DES SIGLES, SYMBOLES, ABRÉVIATIONS ET UNITÉS XXV

LISTE DES ANNEXES XXIX

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

CHAPITRE 2 COMPORTEMENT DES REMBLAIS MINIERS 6

2.1 Types de remblais miniers et caractéristiques 7

2.2 Comportement mécanique des remblais miniers dans les excavations souterraines 15

2.2.1 Essais et mesures *in situ* 16

2.2.2 Simulations numériques 21

2.2.3 Solutions analytiques 29

2.2.4 Distribution des contraintes dans les chantiers avec pression d'eau 46

2.3 Pression horizontale sur les barricades 53

CHAPITRE 3 ARTICLE 1: ANALYSIS OF THE STRESS DISTRIBUTION IN INCLINED BACKFILLED STOPES USING CLOSED-FORM SOLUTIONS AND NUMERICAL SIMULATIONS 57

3.1 Introduction 58

3.2 Existing analytical solutions 59

3.3 Numerical simulations....61
3.4 Simulations results....66
3.5 Comparison between numerical and analytical results....80
3.6 Analysis and Discussion....92
3.7 Conclusion....95
3.8 REFERENCES....96
CHAPITRE 4 ARTICLE 2: A NEW ANALYTICAL SOLUTION FOR THE STRESS STATE IN INCLINED BACKFILLED MINE STOPES....101
4.1 Introduction....102
4.2 Arching in backfilled openings....103
4.3 New solution....105
4.4 Modified expression for coefficient *K*....111
4.5 Solution for the stresses....112
4.6 Analytical and numerical results....114
4.7 Discussion....126
4.8 Conclusion....128
4.9 References....129
CHAPITRE 5 ARTICLE 3: THREE-DIMENSIONAL STRESS STATE IN INCLINED BACKFILLED STOPES OBTAINED FROM NUMERICAL SIMULATIONS AND A NEW CLOSED-FORM SOLUTION....134
5.1 Introduction....135
5.2 Modeling approach and simulated cases....136
5.3 Three-dimensional analytical solution for vertical stopes....144
5.4 Generalized 3D solution for inclined stopes....148
5.5 Application of the new 3D solution and comparison with numerical simulations....152

5.6 Discussion 173

5.7 Conclusion 175

5.8 References 176

CHAPITRE 6 ANALYSES COMPLÉMENTAIRES ET DISCUSSION 181

6.1 Résultats analytiques et numériques de la valeur de poussée des terres K dans un chantier incliné 3D 182

6.2 Analyses numériques 2D de l'effet de cohésion et de l'angle de dilatance 189

6.3 Contraintes dans les chantiers remblayés en 3D avec pressions d'eau 193

6.4 Sommaire et remarques complémentaires 205

CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS 210

BIBLIOGRAPHIE 215

ANNEXES 230

LISTE DES TABLEAUX

Table 3.1: Parameters used for the different simulations conducted with FLAC (Itasca, 2002), including stope size and material properties; in all cases: height H = 45 m; unit weight γ = 18 kN/m^3, Young's modulus E = 300 MPa.....64

Table 3.2a: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the hanging wall (HW) in the backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).....83

Table 3.2b: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the central line (CL) in a backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis). 84

Table 3.2c: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the footwall (FW) in a backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis). 85

Table 3.3a: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the hanging wall (HW) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).....88

Table 3.3b: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the footwall (FW) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1), values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11 and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).....89

Table 3.3c: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the central line (CL) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1), values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).....90

Table 4.1: Parameters used for the simuations, including stope size and material properties (with H = 45 m; c' = 0; unit weight γ = 18 kN/m^3, Young's modulus E = 300 MPa) 107

Table 5.1: Parameters used for the different simulations with FLAC^{3D}, including stope size and material properties (with H = 44.5 m; unit weight of the backfill γ = 18 kN/m^3, Young's modulus of the backfill E = 300 MPa) 138

Tableau 6.1: Paramètres utilisés pour différentes simulations avec FLAC^{3D} pour les chantiers remblayés (H = 44,5 m; B = 6 m; c = 0 ; poids volumique γ = 18 kN/m^3, module E = 300 MPa; angle de dilatance ψ' = 0) 184

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Résistance en compression uniaxiale (*UCS*) de remblais hydrauliques cimentés en fonction du temps de malaxage et pour différents temps de cure avec 5n% de CHF (mélange de scories et de ciment Portland) (tiré de Kermani et al., 2011). 9

Figure 2.2 : Principales composantes et caractéristiques des remblais en pâte (tiré de Belem et al. 2008).....11

Figure 2.3 : Courbe contrainte – déformation d'un remblai en pâte en compression uniaxiale. (tiré de Belem et al., 2000).....13

Figure 2.4 : Courbes de compression uniaxiale de remblais en pâte cimentés pour a) différentes teneurs en agents liant (%) et b) différents types de liants (SP=scorie et ciment portland, FP=cendres volantes et ciment portland et PC=ciment portland), (tiré de Belem et al., 2000). 14

Figure 2.5 : Schéma de l'effet d'arche dans un chantier remblayé (tirée de Pirapakaran 2008). ...16

Figure 2.6 : a) Schématisation de l'instrumentation adoptée sur les chantiers de la mine Doyon; b) variation de la pression horizontale sur la barricade en fonction de la hauteur de remplissage (tiré de Harvey, 2004; voir aussi Belem et al., 2004).....17

Figure 2.7: Mesures in situ à la mine Cayeli (a à c) et la mine Kidd (d), a) plan de localisation des instruments utilisés, b) exemple d'évolution les pressions totales mesurés au point C3, c) pressions pour deux différent vitesses de remplissage, d) pressions total aux points C1-4. (Thompson et al., 2009, 2011, 2012) 20

Figure 2.8: a) Iso-contours des contraintes verticales dans un chantier minier remblayé. b) Distribution des contraintes verticales obtenues avec FLAC (Itasca, 2002) selon la largeur du chantier à différents endroits; les calculs ont été menés avec E = 100 MPa, $c' = 0$, γ = 18 kN/m^3, $\upsilon = 0{,}2$, $\phi' = 30^\circ$, pour le remblai; E = 30GPa, υ = 0,3 et γ = 27 kN/m^3 pour la masse rocheuse; largeur B = 6 m et hauteur H = 45 m. (tirée de Li et al., 2003).....22

Figure 2.9: Distribution des contraintes pour les différentes inclinaisons des chantiers (α) obtenues avec FLAC-2D (Itasca, 2002): a) selon la largeur du chantier au centre; b) au centre du chantier; c) sur l'éponte supérieure; d) sur l'éponte inférieure. Les calculs ont été

menés avec E = 100 MPa, c' = 0, γ = 18 kN/m^3, υ = 0,2, ϕ' = 30°, pour le remblai; E = 30GPa, ν = 0,3 et γ = 27 kN/m^3 pour la masse rocheuse; largeur B = 6 m et hauteur H = 45 m. (tiré de Li et Aubertin, 2009a).....24

Figure 2.10: Distribution des contraintes pour les différentes l'angle de frottement interne dans un chantier incliné avec β = 75° a)au centre du chantier; b) sur l'éponte supérieure; c) sur l'éponte inférieure (tiré de Li et Aubertin, 2009a). 25

Figure 2.11: Distribution des contraintes au centre du chantier vertical, ($\sigma_{xx} = \sigma_h$, $\sigma_{yy} = \sigma_v$), avec une seule étape de remblayage et plusieurs étapes de remblayage (tiré de Li et Aubertin, 2009a).....26

Figure 2.12 : Iso-contours des contraintes horizontales (a) et verticales (b) dans deux chantiers remblayés adjacents à la fin du remblayage du deuxième chantier; E = 300 MPa, c = 0, υ = 0,3 et ϕ = 35° pour le remblai et avec le modèle élasto-plastique pour la masse rocheuse; B = 6 m, H = 45 m et la distance entre deux chantier de 8 m (tiré de Falaknaz et al., 2015a).....27

Figure 2.13 : Valeurs des : a) contraintes totales verticales b) pressions interstitielles et c) contraintes verticales effectives au centre du chantier pour un remplissage avec une seule couche. (tiré d'El Mkadmi, 2013). 28

Figure 2.14 : Conditions des murs contrôlant la valeur de l'angle de frottement de l'interface roche-remblai (tiré de Singh et al., 2010).....31

Figure 2.15 : L'élément différentiel utilisé dans la solution de Marston et Anderson (1913; tiré de McCarthy 1988). 32

Figure 2.16 : Schéma d'un chantier vertical étroit avec les forces agissant sur une couche horizontales (tranche) (adaptée de Aubertin et al., 2003). 34

Figure 2.17 : Schéma d'un chantier vertical remblayé avec les diverses forces sur l'élément horizontal (couche ou tranche), (Li et al., 2005). 39

Figure 2.18 : Valeurs calculées (Éqs. 2.30 et 2.31) de la: a) contrainte verticale; b) la contrainte horizontale (en fonction du rapport h/B). Dans ces cas, B = 6 m, L = 10 m (en 3D), c = 1 kPa, $\delta = \phi$ = 30°, γ = 20 kN/m^3, $K = K_o$ = 0,5 (tirée de Li et al. 2005).....41

Figure 2.19 : Caractéristiques d'un remblai incliné (tirée de Ting et al., 2011).....43

Figure 2.20 : Schéma d'un chantier incliné remblayé et l'arche (tirée de Singh et al., 2011). 44

Figure 2.21 : Schéma d'une ouverture remblayées avec des parois inclinées, non parallèles. (Li et al. 2013).....45

Figure 2.22 : Schéma d'un chantier incliné remblayé avec des épontes non parallèles (Ting et al. 2014).....46

Figure 2.23 : Schéma d'un chantier vertical étroit remblayé partiellement submergé. (Li et Aubertin, 2009c).....47

Figure 2.24 : Contraintes verticales et horizontales applicables (a) et totales (b) au centre du chantier, obtenues par des simulations numériques et des solutions analytiques; E = 300 MPa, c = 0, γsat = 20 kN/m3, υ = 0,2 et $\phi_{sat} = 30^{\circ}$ pour le remblai saturé*; E = 30 GPa, υ = 0,3 et γ = 27 kN/m^3 pour la masse rocheuse; B = 6 m et H = 45 m.* (Li et Aubertin, 2009c)49

Figure 2.25 : Schéma d'un chantier vertical remblayé avec les diverses forces sur l'element horizontal (couche ou tranche), (Li et Aubertin, 2009b) 50

Figure 2.26: a) Contraintes verticales en fonction de la position *h*, basées sur le poids des terres et l'équation (2.50); b) Influence l'angle des frottements internes ϕ c) Influence de la cohésion *c* d) Influence de la longueur *L* du chantier sur les contraintes effectives à différentes élévations *h* avec *B* = 10m, H_m = 5m *; L* = 20m, $\phi' = 30^{\circ}$ *;* γ = 18kN/m^3, $\phi_m = \phi_{sat} = \delta_m = \delta_{sat} = 30°$; γ_{sat} = 20 *kN/m^3*, p_0 = 50 kPa. (tiré de Li et Aubertin, 2009b).....52

Figure 2.27: Chantier vertical remblayé avec la barricade et la galerie (tiré de Li et Aubertin 2009d).....54

Figure 2.28 : Chantier remblayé partiellement submergé avec galerie d'accès et barricade stériles. (tiré de Li et Aubertin, 2009e).....55

Figure 3.1 : Reference model for the simulations of inclined backfilled stopes (not to scale) 62

Figure 3.2 : Typical model constructed with FLAC with the mesh used to simulate the behavior of an inclined backfilled stope (inclination angle $\beta = 80^{\circ}$ shown here).....63

Figure 3.3 : Relation between the value of Poisson's ratio υ and the internal friction angle ϕ' obtained from Eq. 3.12.....65

Figure 3.4 : Iso-contours of the vertical (left; values in Pa) and horizontal (right; values in Pa) stresses (negative values means compression) within backfilled stopes (Case 0); a, b) vertical walls (β=90°) c, d) inclined walls (β=60°). 67

Figure 3.5 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90° to 60°) along the a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case 0, Table 1). The overburden stresses are also shown.....69

Figure 3.6 : Stresses at mid-height of the stope along the width (*x/B*) of the stope for various inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stresses; b) horizontal stresses (Case 0, Table 3.1). 70

Figure 3.7 : Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses across the width of the stope at different elevations : 0.25*H*, 0.5*H* and 0.75*H*; a) β = 90°; b) β = 60° (Case 0, Table 3.1). 71

Figure 3.8 : Iso-contours of the vertical (right) and horizontal (left) stresses within backfilled stopes with *B* = 20 m; a, b) vertical walls (β = 90°) c, d) inclined walls (β = 60°) (Case Ia, Table 3.1). 73

Figure 3.9 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90° to 60°) for *B* = 20 m along the: a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case Ia, Table 3.1).....74

Figure 3.10 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90° to 60°) for *B* = 45 m, along the: a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case Ib, Table 3.1).....75

Figure 3.11 : Stresses distributions along the CL for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1). 77

Figure 3.12: Stresses distributions along the FW for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1). 78

Figure 3.13: Stresses distributions along the HW for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1). 79

Figure 3.14: Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and four analytical solutions; a) β=90°; b) β=80°; c) β=70°; d) β=60° (Case 0, B = 6 m, Table 3.1).....82

Figure 3.15: Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and from the four analytical solutions; a) β=90°; b) β=80°; c) β=70°; d) β=60° (Case I, B = 20 m). 87

Figure 3.16: Comparison between the vertical stresses obtained from the numerical simulations and analytical solutions the center line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW); a) β = 90°; b) β = 80°; c) β = 70°; d) β = 60° (Case II, B = 6 m, ϕ' = 40°). 92

Figure 4.1: Reference model for an inclined backfilled stope (not to scale). 106

Figure 4.2: Simulated value of coefficient K ($= \sigma h \sigma v$) at mid-height along the normalized width (l/B) of the stope, for various inclination angles β (from 90° to 60°), for Case 0 (Table 4.1); the value of K_0 ($= 1 - \sin\phi' = \upsilon 1 - \upsilon$) and K_{aR} (Eq. 2) are also shown. 109

Figure 4.3: Simulated values for coefficient K across the width (l/B) of the stope at different elevations h ($14H$, $12H$ and $34H$), a) inclination angle β = 90°; b) β = 80°; c) β = 70°; d) β = 60° (Case 0, Table 1); the values of K_0 and K_{aR} are also shown. 110

Figure 4.4: Comparison between the coefficients K obtained from the simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 3) and Rankine (Eq. 2) at mid-height of the stope. For Case 0 (Table 1) with a) β = 90°, b) β = 80°, c) β = 70°, d) β = 60°. 115

Figure 4.5: Comparison between the coefficients K obtained from simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 4.3) and Rankine (Eq. 4.2) at mid-height of the stope. For Case I (Table 4.1), B = 20 m, with a) β = 70°, b) β = 60° 117

Figure 4.6 : Comparison between the coefficients K obtained from simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 4.3) and Rankine (Eq. 4.2) at mid-height of the stope for Case II (Table 4.1), $\phi' = 40^{\circ}$ with a) $\beta = 70^{\circ}$, b) $\beta = 60^{\circ}$. 118

Figure 4.7 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 90^{\circ}$: a) along CL and b) along walls. 119

Figure 4.8 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 1), with $\beta = 80^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall. 120

Figure 4.9 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 70^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall. 121

Figure 4.10 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall. 122

Figure 4.11 : Vertical stresses at different elevations h, obtained with proposed analytical solution and numerical simulations for Case I (Table 4.1), B = 20 m, $\phi' = 30^{\circ}$ with $\beta = 70^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall.....124

Figure 4.12 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case II (Table 4.1, $\phi' = 40^{\circ}$ and $\beta = 70^{\circ}$): a) along the footwall; b) along the centre line; c) along the hanging wall. 125

Figure 4.13 : Coefficient K along the CL obtained from the simulations (FLAC) and with Equation 4.3 and 4.17 for Case 0 (Table 4.1), at mid-height of the stope, for various inclination angles β (from 90° to 60°). 127

Figure 5.1 : Schematic representation of a 3D inclined backfilled stopes (not to scale); a) reference conceptual model used for the simulations; b) the forces acting on an isolated layer element. 136

Figure 5.2 : Iso-contours of the stresses (in Pa) near and inside the vertical backfilled stope (Case 0, Table 5.1) with B = 6 m, L = 60 m, along the central vertical x-z plane; a) vertical stresses (σzz); b) horizontal stresses (σyy). 139

Figure 5.3 : Distribution of the stresses (MPa) along the central line (CL) of a vertical stope (β = 90°) obtained from 3D and 2D simulations for Case 0 (B = 6 m, L = 60m; Table 5.1); a) vertical stresses (σzz); b) horizontal stresses (σyy and σxx). 140

Figure 5.4 : Iso-contours of the vertical stresses (σzz, in Pa) for a vertical stope (β = 90°), along the vertical x-z and y-z planes of symmetry (center of the stopes at $l = L2$ and $r = B2$) (Case I, Table 1) a) L = 30 m (Case Ic); b) L = 6 m (Case Ia). 141

Figure 5.5 : Vertical stresses (MPa) distributions along the CL for various length of vertical stope (β = 90°) with two lengths L = 6 m (Case Ia) and L = 30 m (Case Ic), Table 5.1 (B = 6 m). 142

Figure 5.6 : Iso-contours of the vertical stresses (σzz, in Pa) at an inclined stope with β = 60°, along the central of vertical plane parallel to the x-z; a) B = 6 m and L = 30 m (Case Ic); b) B = L = 6 m (Case Ia, Table 5.1). 143

Figure 5.7 : Vertical stresses (MPa) distributions along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) in the inclined stopes with different lengths and at the center of the length for β = 60° (Case 0 and Ia, Table 5.1). 144

Figure 5.8 : Vertical (σzz, MPa) (left) and horizontal (σxx, MPa) (right) stresses at different elevation h, obtained with the analytical solution (Eq. 5.1), the proposed solution (Eq. 5.10) and numerical simulations with β = 90°: a) Case Ia (Table 5.1, L = B = 6 m); b) Case Ic (Table 5.1, L = 30 m and B = 6 m). 146

Figure 5.9 : Distribution stresses (in MPa) along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and analytical solution (Eq. 5.1) for Case Ia (Table 5.1, L = B = 6 m) with β = 60°; a) vertical stress (σzz); b) horizontal stress in width direction (σxx); c) horizontal stress in length direction (σyy). 147

Figure 5.10 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses in the longitudinal direction (center, in MPa) and horizontal stresses in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for

Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the central line (CL); b) along the footwall (FW); c) along the hanging wall (HW). 155

Figure 5.11 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 70^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 157

Figure 5.12 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 80^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 159

Figure 5.13 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ib (Table 5.1 $L = 12$ m and $B = 6$ m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 162

Figure 5.14 : Comparison between the stresses (MPa) at different elevations h obtained from simulations (FLAC^{3D}) and proposed analytical solution (Eq. 5.10) near the right wall (RW) for Case Ib (Table 5.1), $B = 6$ m, $L = 12$ m, $\phi' = 30^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) vertical stresses (σzz); b) horizontal stresses in the longitudinal direction (σxx); c) horizontal stresses in the width direction (σyy). 163

Figure 5.15 : Comparison between the stresses (MPa) at different elevations h obtained from simulations (FLAC^{3D}) and proposed analytical solution (Eq. 5.10) near the left wall (LW) for Case Ib (Table 5.1), $B = 6$ m, $L = 12$ m, $\phi' = 30^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) vertical stresses (σzz); b) horizontal stresses in the longitudinal direction (σxx); c) horizontal stresses in the width direction (σyy). 164

Figure 5.16 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h,

obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ic (Table 5.1 L = 30 m and B = 6 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 168

Figure 5.17 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case II (Table 5.1 L = 6 m and B = 3 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 170

Figure 5.18 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case III (Table 5.1, $B = L$ = 6 m, $\phi' = 40^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). 172

Figure 6.1 : Modèle conceptuel d'un chantier remblayé incliné d'un angle β avec les conditions frontières appliquées aux modèles numériques en 3D (Jahanbakhshzadeh et al. 2016c, voir chapitres 5). 183

Figure 6.2 : Variation du coefficient de pression des terres K obtenue numériquement le long de la largeur du chantier 3D (cas I), pour divers angles d'inclinaison des épontes β (°).....184

Figure 6.3 : Comparaison entre les valeurs de K ($\sigma xx/\sigma zz$) à mi-hauteur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul sur la largeur du chantier r/B, obtenues par FLAC^{3D} et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7) on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0 ; Cas I (voir le tableau 6.1): a) $\beta = 80^{\circ}$; b) $\beta = 70^{\circ}$; c) $\beta = 60^{\circ}$. 186

Figure 6.4 : Comparaison entre les valeurs de K ($\sigma xx/\sigma zz$) à mi-hauteur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul sur la largeur du chantier r/B, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7), on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas I (voir le tableau 1): a) $\beta = 80^{\circ}$; b) $\beta = 70^{\circ}$; c) $\beta = 60^{\circ}$. 187

Figure 6.5 : Comparaison entre les valeurs de K ($\sigma xx/\sigma zz$) à mi-hauteur et mi-longueur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul sur la largeur r/B, obtenues

par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas III (voir le tableau 6.1): a) $\beta = 80^{\circ}$; b) $\beta = 60^{\circ}$. 188

Figure 6.6 : Comparaison entre les valeurs de K ($\sigma yy/\sigma zz$) à mi-hauteur et mi-longueur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul sur la largeur *r/B*, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas II (voir le tableau 1): a) $\beta = 70^{\circ}$; b) $\beta = 60^{\circ}$. 189

Figure 6.7 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de *h* pour différentes valeurs de la cohésion (c = 0, 1, 10 et 50 kPa) (pour $\beta = 70^{\circ}$) : a) au centre du chantier CL; b) à l'éponte inférieure FW et c) à l'éponte supérieure HW.....191

Figure 6.8 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de *h*, pour différents valeurs de l'angles de dilatation des remblais (ψ = 0, 10°, 20° et 30°) pour un chantier incliné avec $\beta = 70^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW.....192

Figure 6.9 : Contraintes verticales effectives et totales, et pression d'eau obtenues numériquement le long de la ligne de centre sur la hauteur du chantier (B = 6 m et L = 30 m); H_m = 6 m; $\phi' = 30^{\circ}$ (au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).....194

Figure 6.10 : Contraintes verticales effectives et totales et pression d'eau obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57 le long de la ligne de centre (à *B/2* et *L/2*) du chantier remblayé avec B = 6 m et L = 30 m; $\beta = 90°$; H_m = 6 m; $\phi' = 30^{\circ}$ (au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).....195

Figure 6.11 : Contraintes horizontales effectives et totales et pression d'eau au centre du chantier obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57: B = 6 m, L = 30 m, β = 90°, H = 40 m; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$(au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3(zone saturée, sous la nappe).....196

Figure 6.12 : Contraintes verticales (a) et horizontales (b) (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57 le long de la hauteur des chantiers : B = 3 m, L = 3 m, H = 40 m; $\beta = 90^{\circ}$; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$(au-dessus et au-

dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3(zone saturée, sous la nappe). 197

Figure 6.13 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement dans un chantier remblayé avec B = 6 m, L = 12 m *et* $\beta = 80^\circ$; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^\circ$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) à l'éponte supérieure; b) au centre du chantier c) à l'éponte inférieure. 199

Figure 6.14 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement dans un chantier remblayé avec B = 6 m, L = 12 m et $\beta = 60^\circ$; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^\circ$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) à l'éponte supérieure; b) au centre du chantier c) à l'éponte inférieure. 200

Figure 6.15 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide de la solution proposé (éqs.6.1 et 6.2) le long de la hauteur du chantier : B = 6 m, L = 12 m et $\beta = 60^\circ$; H_m = 0 m; $\phi = \phi' = 30^\circ$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) au centre du chantier; b) à l'éponte supérieure c) à l'éponte inférieure. 202

Figure 6.16 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide de la solution proposé (éqs.6.1 et 6.2) le long de la hauteur du chantier :B = 6 m, L = 12 m et $\beta = 80^\circ$; H_m = 0 m; $\phi = \phi' = 30^\circ$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) au centre du chantier; b) à l'éponte supérieure c) à l'éponte inférieure. 204

LISTE DES SIGLES, SYMBOLES, ABRÉVIATIONS ET UNITÉS

a Paramètres inclus dans le modèle de Li et Aubertin (2008) (-)

b Paramètres inclus dans le modèle de Li et Aubertin (2008) (-)

B Largeur du chantier (m)

c' Cohésion (kPa)

DF Facteur de distribution inclus dans le modèle de Li et Aubertin (2008)

D_r Densité relative des grains solides (-)

e Indice des vides (-)

E Module de Young du remblai (MPa)

E_r Module de Young de la roche (MPa)

f_w Paramètre de la position horizontale du chantier en fonction du long de largeur dans l'équation 4.3 (-)

f_h Paramètre de la position verticale du chantier en fonction du long d'hauteur dans l'équation 4.3 (-)

FW Ligne sur l'éponte inférieure (« footwall »)

G Module de rigidité au cisaillement (MPa)

h Distance verticale entre le sommet du chantier et le point de mesure (m)

H Hauteur du chantier (m)

H_d Hauteur de la barricade (m)

H_m Distance verticale entre le sommet du chantier et le niveau de l'eau (m)

HW Ligne sur l'éponte supérieure (« hanging wall »)

I_D Indice de densité (%)

K Coefficient de pression des terres (-)

K_a Coefficient de pression des terres à l'état actif (-)

K_0 Coefficient de pression des terres au repos (-)

K_p Coefficient de pression des terres à l'état passif (-)

K' Coefficient de pression des terres utilisé par Ting et al. (2011) (-)

K_{aR} Coefficient de pression des terres à l'état actif de Rankine (-)

K_{aC} Coefficient de pression des terres à l'état actif de Coulomb (-)

K_β Coefficient de pression des terres pour un chantier remblayé incliné (-)

l Distance de l'axe central couvrant la longueur d'un chantier 3D (m)

l La distance horizontale d'un chantier inclus dans l'équation 4.4 (m)

L Longueur du chantier (m)

LC Ligne centrale

n Porosité (-)

r Distance de l'axe central couvrant la largeur d'un chantier 3D (m)

R_c Résistance en compression uniaxiale (*UCS*) (kPa ou MPa)

S Force de cisaillement le long de la paroi inclinée (N/m).

S_{HW} Force de cisaillement le long de l'éponte supérieure (N/m).

S_{FW} Force de cisaillement le long de l'éponte inférieure (N/m).

S_r Degré de saturation (%)

UCS Résistance en compression uniaxiale ("Uniaxial Compressive Strenght") (kPa ou MPa)

u_w Pression interstitielle

V Force vertical (N/m)

W Poids de remblai (kN/m)

α Angle d'inclinaison des épontes dans les modèles Singh et al. (2011); Li et al. (2013) et Ting et al. (2014) (°)

β Angle d'inclinaison du chantier (°)

γ_d Poids volumique sec (kN/m^3)

γ_{sat} Poids volumique saturé (kN/m^3)

γ Poids volumique total du remblai (kN/m^3)

γ_r Poids volumique total du massif rocheux (kN/m^3)

γ_w Poids volumique de l'eau (kN/m^3)

δ Angle de friction à l'interface mur-remblai (°)

δ_1 Angle de friction à l'interface remblai-éponte supérieure (°)

δ_2 Angle de friction à l'interface remblai-éponte gauche (°)

δ_3 Angle de friction à l'interface remblai-éponte inférieure (°)

δ_4 Angle de friction à l'interface remblai-éponte droit (°)

λ_1 Paramètre inclus dans le modèle de Li et Aubertin (2008) (-)

λ_2 Paramètre inclus dans le modèle de Li et Aubertin (2008) (-)

λ_{13} Paramètre inclus dans le modèle de Li et al. (2005) (-)

λ_{24} Paramètre inclus dans le modèle de Li et al. (2005) (-)

σ_{zz} Contrainte verticale à la position *h* en modèle 3D (kPa)

σ_{yy} Contrainte horizontale à la position *h* en direction de la largeur (kPa)

σ_{xx} Contrainte horizontale à la position *h* en direction de la longueur (kPa)

σ_v Contrainte vertical (kPa)

σ_h Contrainte horizontal (kPa)

σ_{vh} Contrainte verticale à la position *h* (kPa)

σ_{hh} Contrainte horizontale à la position *h* (kPa)

σ'_{zz} Contrainte effective moyenne (kPa)

σ_c Résistance en compression uniaxiale (*UCS*) (kPa ou MPa)

τ_h Contraintes de cisaillement sur les murs à la position h (kPa, kN/m^2)

υ Coefficient de Poisson du remblai (-)

υ_r Coefficient de Poisson de la roche (-)

ϕ' Angle de friction interne (°)

ψ' Angle de dilatance (°)

Λ Paramètres inclus dans l'équation 4.4 qui contrôle la distribution de K sur toute la largeur (-)

LISTE DES ANNEXES

Annexe A – Exercices pour la validation des codes FLAC et SIGMA/W 2007 230

Annexe B - Résultats supplémentaires de l'évaluation paramétrique 241

Annexe C - Simulations à l'aide d'un code de calcul par éléments finis.....283

Annexe D– Simulations 3D de chantiers avec une galerie et une barricade.....288

Annexe E - Evaluation of the earth pressures in inclined backfilled stopes based on the Coulomb active state coefficient (Article présenté à la conférence GeoVancouver 2016) 297

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Les remblais sont utilisés dans les opérations minières souterraines, au Canada et dans le monde. L'utilisation accrue du remblai dans les mines requiert une bonne compréhension de ses propriétés (géotechniques, hyrdogéologiques, géochimiques), selon les caractéristiques des matériaux qui les composent incluant les rejets de concentrateur et les stériles miniers. Il existe plusieurs avantages au remblayage, comme l'amélioration du contrôle de terrain et la réduction des volumes de rejets miniers disposés en surface (e.g. Aubertin et al., 2002; Reid et al., 2007, 2008; Benzaazoua et al., 2008). Comme le remblayage souterrain doit assurer la stabilité des ouvertures minières pour extraire le minerai de façon plus complète et sécuritaire, il faut accorder une attention particulière à son comportement géomécanique dans les chantiers.

Le remblayage est une activité qui fait appel à plusieurs expertises telles que la mécanique des roches et des sols, la rhéologie des pulpes (pour le transport hydraulique du remblai) et l'hydrogéologie (pour l'écoulement de l'eau dans le massif rocheux et dans le remblai).

Le remblai rocheux, le remblai hydraulique (remblai conventionnel) et le remblai en pâte sont les types de remblais les plus utilisés actuellement dans le monde minier (Hassani et Archibald, 1998). Un aperçu des caractéristiques de ces remblais sera présenté dans cette thèse, (Chapitre 2, portant sur la revue de littérature).

Les remblais miniers sont généralement beaucoup moins rigides que le massif rocheux encaissant. Après le dépôt du remblai dans les chantiers souterrains, celui-ci se tasse sous son propre poids. Les épontes du massif rocheux subissent l'effet des contraintes de cisaillement produites aux interfaces du remblai. En raison des déplacements, l'effet de la friction (et de la cohésion) produit un transfert d'une partie du poids des terres vers le massif rocheux. Ce type de transfert de charges vers des appuis rigides est associé au phénomène d'effet d'arche (Richards, 1966; Handy, 1985; Hunt, 1986; Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003). L'effet d'arche dans un chantier remblayé dépend d'un grand nombre de facteurs, incluant les propriétés des remblais et la géométrie du chantier (largeur, longueur, inclinaison, etc.).

Au cours des dernières années, diverses solutions analytiques et numériques ont été proposées (surtout en 2D) afin d'évaluer (estimer) les contraintes qui se développent dans les chantiers remblayés verticaux (e.g. Aubertin et al., 2003, 2005; Li et al., 2003, 2005, 2007; Pirapakaran et

Sivakugan, 2007; Li et Aubertin, 2008). L'effet de l'angle d'inclinaison des épontes sur le champ des contraintes dans le remblai a aussi été étudié (e.g. Winch, 1999; Caceres, 2005; Li et al. 2007, 2013; Singh et al., 2011; Ting et al., 2011, 2014; Sobhi, 2014). Certaines solutions analytiques ont été développées pour prendre en compte l'effet des pressions inertielles, PWP (e.g. Li and Aubertin, 2009b, 2009c; Fahey et al., 2009). Plus de détails sur ces méthodes sont présentées dans le Chapitre 2.

De nombreuses études expérimentales (en laboratoire et *in situ*) ont également été réalisés sur les remblais miniers afin de définir leurs propriétés en lien avec le processus de design des systèmes de remblayage.

Les remblais sont souvent sous forme de pulpe (ou de pâte) lorsqu'ils sont placés dans le chantier. Ils comportent donc une certaine quantité d'eau. Des barricades perméables sont construites dans les galeries d'accès pour retenir les rejets tout en permettant l'écoulement d'eau du chantier. Quelques accidents majeurs ont eu lieu en raison de la rupture de telles barricades (Pirapakaran, 2008). Pour réduire les risques de rupture des barricades, il est nécessaire de bien évaluer les contraintes qui se développent dans les chantiers remblayés et dans les galeries.

Les simulations numériques constituent une approche très utile pour analyser le comportement des chantiers remblayés. Elles ont notamment mené une certaine validation des modèles analytiques. De nombreux logiciels ont été utilisés pour analyser l'état des contraintes dans les chantiers remblayés (voir Chapitre 2).

De telles simulations aident à mieux comprendre le comportement hydromécanique des remblais miniers. Plusieurs de ces travaux numériques ont été menés avec le logiciel FLAC (Itasca, 2002), qui est bien adapté pour évaluer l'état des contraintes dans un chantier remblayé (e.g. Li et al., 2003, 2005, 2007; Li et Aubertin, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d, 2009e, 2010a). Ces travaux ont permis d'étudier l'influence de différents paramètres, incluant les propriétés de remblai, la géométrie du chantier et la pression de l'eau interstitielle. D'autres analyses numériques ont aussi été menées ici et ailleurs, avec ce même code et avec d'autres logiciels (e.g. Helinski et al., 2007, 2010, 2011; Pirapakaran et Sivakugan, 2007; Pirapirakan, 2008; Fahey et al., 2009; El Mkadmi et al., 2011, 2014; Liu et al., 2016a, b) pour évaluer l'influence des propriétés du remblai, les caractéristiques de l'interface le long du massif rocheux, le taux de remplissage, et le drainage et la consolidation.

Ces études, et d'autres, ont surtout été menées en lien avec les ouvertures verticales. Mais de manière générale, les chantiers miniers sont rarement verticaux. Dans un chantier aux murs inclinés, les contraintes qui se développent sur chaque éponte ne sont pas symétriques, de sorte que l'effet d'arche est généralement différent (moins accentué) que dans les chantiers verticaux. Jusqu'à présent, il y a relativement peu de travaux sur les solutions analytiques et numériques pour évaluer l'état des contraintes sur l'éponte supérieure et inférieure dans les chantiers aux murs inclinés, en 2D ou en 3D.

L'objectif principal de cette thèse est de développer une approche qui permet de mieux évaluer et appréhender le comportement des remblais miniers en interaction avec les parois rocheuses dans les chantiers souterrains verticaux et inclinés, et d'évaluer la distribution des contraintes dans ces ouvertures et à proximité. L'objectif secondaire de cette thèse est d'étudier l'influence des propriétés du remplissage, de la géométrie du chantier et des caractéristiques de la masse rocheuse sur la distribution des contraintes.

Les résultats numériques obtenus (par simulations) sont ensuite utilisés afin de développer de nouvelles solutions analytiques pour évaluer l'état des contraintes dans les chantiers inclinés en 2D et en 3D. Ces solutions utilisent le coefficient de pression des terres en condition active de Rankine et aussi de Coulomb. Les solutions prennent en compte la variation des contraintes sur toute la largeur et la hauteur de l'ouverture, pour différents angles d'inclinaison. La validation de ces solutions présentée ici indique que les ingénieurs miniers peuvent utiliser ces solutions pour aider à concevoir les chantiers remblayés inclinés et pour déterminer la pression à l'entrée des galeries et plus loin sur les barricades.

Suite à la revue de littérature présentée au Chapitre 2, le Chapitre 3 (préparé sous forme d'un manuscrit soumis à une revue, en anglais) présente une série de simulations numériques en 2D afin d'évaluer l'interaction entre le remblai (sec et sans cohésion) et le massif rocheux dans les chantiers avec des murs inclinés. Les résultats obtenus avec FLAC (version 5, Itasca, 2002) montrent notamment comment les contraintes dans un chantier varient avec l'angle d'inclinaison des murs. Les simulations de plusieurs cas tiennent compte de la géométrie des ouvertures, des propriétés des matériaux et les caractéristiques du modèle. Les résultats des analyses de contraintes sont présentés pour plusieurs cas et ils sont ensuite comparés à ceux obtenus de solutions analytiques existantes pour évaluer les contraintes dans un chantier incliné. Ces

résultats démontrent que ces solutions peuvent diverger considérablement des contraintes simulées. On montre aussi l'effet de la géométrie et des propriétés des remblais sur le rapport entre les contraintes horizontales et verticales K (= σ_h/σ_v).

Le chapitre 4 (2e manuscrit soumis à une revue) présente ensuite une solution pour déterminer la valeur de K le long de la largeur et de la hauteur des chantiers inclinés à partir du coefficient de l'état actif de Rankine. La formulation du coefficient K est introduite dans une nouvelle solution pour l'état des contraintes, basée sur l'équation de Marston (1930) telle que formulée par Aubertin et al. (2003) et Li et al. (2003). Cette solution prend en compte la variation des contraintes (en 2D) selon la position pour toute la largeur et la hauteur de l'ouverture et pour différents angles d'inclinaison. La solution proposée est validée (en partie) à l'aide de simulations numériques

Le Chapitre 5 (3e manuscrit soumis à une revue) présente d'abord les résultats d'une série de simulations en 3D, considérées comme étant souvent plus représentatives des conditions de terrain pour des chantiers inclinés. Le code FLAC^{3D} a notamment été utilisé pour évaluer l'effet de la longueur L (3e dimension) sur les contraintes tridimensionnelles. Les résultats montrent comment les contraintes sont affectées par la présence des quatre parois lorsque L est de dimension limitée (par rapport à la largeur B). Une nouvelle solution 3D, basée sur l'équation arquée 3D proposée par Li et al. (2005) pour les chantiers verticaux, est ensuite présentée (développée) pour les contraintes dans un chantier incliné en tenant compte de l'influence des quatre murs. On présente aussi des comparaisons entre les simulations numériques et les résultats obtenus de la nouvelle solution analytique pour des chantiers avec diverses longueurs L, différentes largeurs B et en variant l'angle d'inclinaison des murs β. Ces comparaisons indiquent que cette nouvelle solution peut fournir une bonne représentation de l'état des contraintes en 3D dans des ouvertures remblayées.

Tel que mentionné, les Chapitres 3 à 5 sont présentés sous forme de manuscrits qui ont été soumis à des revues avec comité de lecture. Il faut noter ici que les trois manuscrits inclus dans cette thèse (aux chapitres 3, 4 et 5) sont basés sur les versions initialement soumises; quelques corrections mineures (en couleur) ont été ajoutées ici, afin de répondre à certaines demandes du comité d'évaluation de la thèse). Les corrections apportées plus tard (demandées par les examinateurs et éditeurs, et autres), avant la publication, ne sont pas incluses ici; les papiers définitifs qui seront publiés peuvent donc différer des versions présentées dans la thèse.

Le Chapitre 6 présente des développements et résultats complémentaires, incluant une nouvelle solution pour évaluer le coefficient *K* dans les chantiers inclinés en utilisant le coefficient actif de Coulomb (plutôt que Rankine) pour la pression des terres dans des chantiers en deux et trois dimensions. D'autres simulations ont aussi été menées pour évaluer les contraintes dans des chantiers inclinés en présence d'eau, avec l'effet des pressions interstitielles. Ce chapitre comporte aussi une synthèse des travaux et une discussion complémentaire des principaux résultats. Une conclusion et diverses recommandations suivent au chapitre 7. Les annexes contiennent la validation/comparaison des logiciels FLAC et SIGMA/W, les résultats supplémentaires de l'évaluation paramétrique et les résultats obtenu à l'aide du logiciel GEOSLOPE (SIGMA/W).

L'originalité de ce projet repose sur l'analyse de l'évolution des contraintes dans un chantier incliné. À ce jour, peu de travaux ont mis en évidence l'effet de la géométrie du chantier sur la distribution des contraintes dans les chantiers remblayés. De plus, ce travail a développé une nouvelle solution analytique pour évaluer des contraintes dans un chantier incliné en 2D et 3D. Les principales contributions de la thèse se situent au niveau de l'analyse numérique et analytique pour évaluer la distribution des contraintes dans un chantier incliné.

CHAPITRE 2 COMPORTEMENT DES REMBLAIS MINIERS

Il existe deux principales méthodes d'exploitation pour les opérations minières. La première est la méthode d'exploitation à ciel ouvert et la seconde est la méthode en souterrain. Les grands vides créés dans les opérations minières souterraines sont souvent comblés par des rejets générés par le traitement du minerai. Ces vides souterrains, appelés chantiers, peuvent avoir une hauteur supérieure à 200 mètres (Pirapakaran, 2008).

Il existe plusieurs avantages au remblayage, telle la réduction des volumes de rejets miniers disposés en surface. Le remblayage souterrain a toutefois pour objectif premier d'assurer la stabilité des ouvertures minières pour extraire le minerai de façon plus complète et sécuritaire. Il faut donc accorder une attention particulière au volet contrôle de terrain (i.e. Thomas et al., 1979; Singh et Hedley, 1981; Hassani et Archibald, 1998; Jung et Biswas, 2002; Aubertin et al., 2002; Reid et al., 2007, 2008; Benzaazoua et al., 2008; Hambley, 2011; Zhang et al., 2012; Liston, 2014).

L'effet d'arche a été introduit en géotechnique par Marston (1930) et ses collaborateurs pour le calcul des pressions (et des forces) sur les conduites en tranchées en sol pulvérulent (e.g., Spangler et Handy, 1984; McCarthy, 1988; Whidden, 2009). Un peu plus tard, Terzaghi (1943) a modifié la solution afin d'évaluer la distribution des contraintes au-dessus des tunnels creusés dans des sols cohérents (e.g., Ladanyi et Hoyaux, 1969, Atkinson et al., 1974). Des solutions basée sur l'effet d'arche (initialement proposée par Janssen, 1895), sont aussi utilisées dans plusieurs autres applications géotechniques, tel l'évaluation des pressions sur les murs de soutènement (e.g., Take et Valsangkar, 2001; Goel et Patra, 2008; Greco, 2012) et pour établir l'état des contraintes dans les empilements de matériaux granulaires (Michalowski et Park, 2005) et dans les digues à noyau (Kutzner, 1997). La théorie de l'effet d'arche est régulièrement utilisée dans l'industrie des poudres pour évaluer les contraintes dans les silos et les containers (e.g., Hartlen et al., 1984; Blight, 1986; Ooi et Rotter, 1990; Blight, 2006).

Ce chapitre présente une revue relativement complète de l'état des connaissances, basée sur les informations tirées de la littérature. On y détaille différents types de remblais ainsi que leurs propriétés, de même que les diverses méthodes d'évaluation des contraintes dans les chantiers remblayés. En outre, il y sera question des méthodes d'évaluation des réponses des barricades.

2.1 Types de remblais miniers et caractéristiques

Les remblais miniers sont généralement constitués des composantes suivantes: la matière solide, l'eau de mélange et, dans certains cas, le liant. (Potvin et al., 2005; El Mkadmi, 2012).

Le solide est souvent issu des rejets de concentrateur, mais il peut aussi inclure du sable, gravier et des stériles miniers. Plusieurs types d'agents de cimentation peuvent être combinés et utilisés dans les remblais cimentés, notamment le ciment Portland (différents types), les cendres volantes, les scories et les fumées de silice. On peut également ajouter des agents chimiques (accélérateur, retardateur, durcisseur, etc.). Les ciments sont utilisés pour augmenter la cohésion depuis les années, 50 (Belem, 2009).

Les remblais miniers sont habituellement classifiés en trois catégories : (Hassani et Archibald, 1998):

Remblai conventionnel (hydraulique)

Ce type de remblai est essentiellement composé de sable et/ou de rejets de concentrateur (avec ou sans particules fines). La fraction très fine (< 10 à 25 μm) est souvent enlevée pour augmenter la résistance mécanique et faciliter le drainage (Rankine et Sivakugan, 2005; Rankine et al., 2005). L'ajout de ciment et d'adjuvant est facultatif, selon les propriétés du remblai et les objectifs visés. Il est nécessaire de construire des barricades transversales à l'intérieur et/ou au base des chantiers pour drainer l'excès d'eau et réduire les pressions (Grice, 1998; Helinski et al., 2006; Sivakugan et Rankine, 2006, 2013; Yumlu et Guresci, 2007).

La taille maximale des grains est généralement de moins de 1 mm. On vise un maximum de 10 % du poids composé de particules d'une taille inférieur à 10 μm (afin d'assurer une assez grande perméabilité). Normalement, le pourcentage de solides (densité de pulpe P) varie généralement entre 65 à 70 % (Belem et Benzaazoua, 2008).

Certains auteurs, tel Grice (1998) et Belem et Benzaazoua (2008), ont proposé des recettes pour les remblais hydrauliques, notamment pour que la conductivité hydraulique soit suffisante afin d'éliminer l'excès d'eau (via une barricade perméable). La conception les remblais hydrauliques doit inclure plusieurs paramètres : la densité de la pulpe, la granulométrie des grains et la résistance mécanique désirée pour l'opération minière.

Rankine et Sivakugan (2005) et Bussière (2007) ont rapporté que la densité relative des grains D_r se situait entre 2,8 et 4,8 pour les résidus de mines en roches dures.

La porosité, n ($= \frac{e}{1+e} \times 100\%$) de ce type du remblai se situe entre 20% et 48%.

Pirapakaran (2008) a fait des essais de cisaillement direct sur 12 différents remblais hydrauliques de trois mines en Australie. Il a procédé à des essais avec différentes contraintes normales afin de déterminer les angles de frottement en fonction de différents états, soit très lâche, lâche, moyen, dense et très dense. L'angle de frottement interne mesuré en laboratoire sur les remblais hydraulique varie entre 28° et 45°, pour indice de densité relative I_D ($=\frac{(e_{max}-e)}{(e_{max}-e_{min})}$, où $e_{\max}$, $e_{\min}$ indiquent le rapport d'indice des vides dans les états les plus lâches et les plus denses, respectivement entre 50 % et 80 % (voir aussi Rankine et Sivakugan, 2005).

Les propriétés hydrauliques du remblai dépendent de plusieurs facteurs; elle varie typiquement de 10^{-5} à 10^{-6} m/s en l'absence de ciment (Rankine et Sivakugan, 2007; Bussière, 2007).

La résistance en compression uniaxiale est obtenue à partir de l'essai de compression simple (ou uniaxiale); le symbole utilisé pour ce paramètre est R_c, σ_c ou *UCS* (Uniaxial compressive strength). Selon la teneur en ciment (ou autre liant), la résistance en compression (*UCS*) pour les remblais hydrauliques peut être supérieure à 0,75 MPa.

La figure 2.1 montre des résultats d'essais de compression uniaxiale sur des remblais hydrauliques cimentés conçus avec six temps de malaxage différents et trois temps de cure (7, 14, 28 jours; Kermani et al. 2011). Ces résultats montrent que la résistance en compression uniaxiale de ces remblais augmente avec le temps de cure (28 jours), mais que le temps de malaxage n'affecte pas beaucoup les résultats. La valeur du *UCS* varie ici entre 400 kPa et 750 kPa environ pour des teneurs en ciment de 5 % de la masse totale.

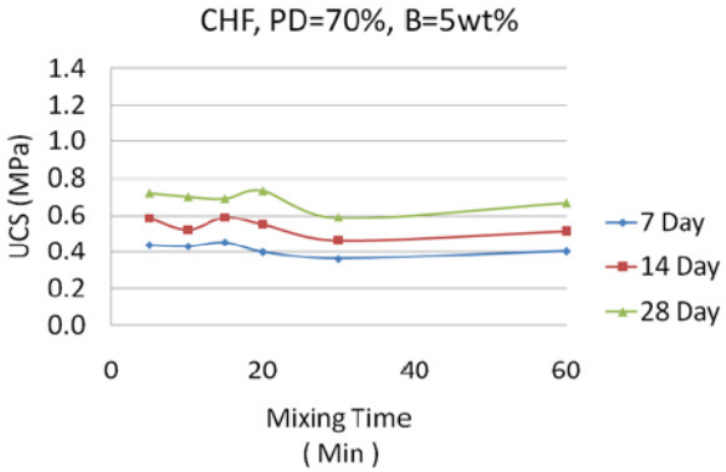


Figure 2.1 : Résistance en compression uniaxiale (*UCS*) de remblais hydrauliques cimentés en fonction du temps de malaxage et pour différents temps de cure avec 5n% de CHF (mélange de scories et de ciment Portland) (tiré de Kermani et al., 2011).

Remblai rocheux

Le remblai rocheux incorpore en majeure partie la roche stérile provenant de l'excavation autour des zones minéralisées. Il se fait avec ou sans agent liant ou matériaux de remplissage (i.e. mélange humide souvent injecté après la mise en place). La résistance ainsi que la rigidité d'un tel matériau sont généralement élevées (plus que pour les remblais hydrauliques). Les remblais rocheux peuvent être classés en quatre grandes catégories (Hassani et Archibald, 1998) :

A. Des roches stériles sans agent liant (URF, Uncemented Rockfill);

B. Des roches stériles auxquelles on ajoute généralement 5 à 6 % en masse d'un agent liant (CRF, Cemented Rockfill);

C. Des remblais rocheux avec du sable et du ciment (5 à 10 % de sable cimenté) (CSRF, Cemented Sand Rockfill); la résistance mécanique de ce type de remblai rocheux est plus grande que celle obtenue avec le CRF;

D. Des roches stériles sur lesquelles on ajoute un mélange fluide constitué de sable et de ciment (CSWF, Cemented Sand Waste Fill); le mélange percole à travers les stériles et remplit les vides, ce qui permet d'augmenter la résistance mécanique.

Les remblais rocheux (et les remblais hydrauliques) qui contiennent des minéraux sulfureux peuvent générer des eaux de drainage minier acides (DMA) à la suite du contact de la roche stérile réactive avec air (oxygène) et eau. Ces eaux de drainage, caractérisées par un faible pH, des concentrations en métaux lourds et en sulfates solubles élevées, peuvent affecter sérieusement l'environnement et contaminer l'eau souterraine (Aubertin et al., 2002).

Les résultats des essais en laboratoire sur des roches stériles de la mine LaRonde (Abitibi) ont montré que la valeur de densité relative des grains est $Dr \approx 2.8$, ce qui est légèrement supérieur à celle habituellement mesurée pour des sols ($Dr \approx 2{,}6$ à 2,7; Gamache, 2004). D'autres résultats montrent que la valeur de D_r pour les roches stériles des mines canadiennes contenant des minéraux ferrifères ou sulfureux peuvent atteindre jusqu'à 4 et même plus (Bussière, 1993; Aubertin et al., 2002; Belem et al., 2002; Bussière et al., 2011; Peregeodova, 2012).

La résistance en compression uniaxiale *UCS* du remblai rocheux cimenté peut atteindre 1,4 MPa à 7 MPa, selon le type et la teneur en ciment ajoutée (Hadley, 1995; Farsangi, 1996; Annor, 1999; Isagon et al., 2011, El Mkdami, 2012). La porosité n de la plupart des remblais rocheux utilisés varie entre 0,3 et 0,5 (Farsangi, 1996). L'angle de frottement interne (de la roche stérile) se situe entre 33° et 41° (Aubertin et al., 2002; Aubertin, 2013).

La perméabilité d'un remblai rocheux est influencée par plusieurs paramètres, incluant la granulométrie, la porosité, la forme et la texture des particules, la présence ou non d'agents liants ainsi que la composition minéralogique. Les essais de perméabilité à charge constante et à charge variable effectués par Gamache (2004) et Peregoedova (2012) donnent des valeurs de conductivité hydraulique saturée (particules plus petites que 5 mm) se situant entre 1×10^{-3} cm/s et 4×10^{-1} cm/s, pour des échantillons de roches stériles (sans ciment) ayant une porosité qui se situe entre 0,25 et 0,4 environ.

Remblai en pâte cimenté

Le remblai en pâte est issu d'une technologie proposée par Robinsky (1975) pour les résidus densifiés (« thickened tailings »). L'utilisation de ce type de remblai est désormais très largement répandue dans les mines modernes partout dans le monde. Le remblai en pâte, qui a une texture assez semblable à une pâte dentifrice, contient généralement entre 70 et 85 % ($\equiv$ P) de solide

(proportion massique, selon la granulométrie et la densité des solides). Ce type de remblai est habituellement constitué de rejets de concentrateur, d'eau et d'agents liants (ciment et autres). La figure 2.2 montre les principales composantes des remblais en pâte. Celui-ci permet d'assurer une bonne stabilité des chantiers et une extraction plus complète des minerais (Belem et al., 2000; Belem et al., 2001; Benzaazoua et al., 2000; Potvin et al., 2005; Belem et Benzaazoua, 2008). Ce type du remblai peut permettre de stocker sous terre jusqu'à 60 % des résidus miniers (Benzaazoua et al., 2004).

Des barricades sont alors requises au bas des chantiers; elles peuvent être construites en roche stérile ou à l'aide d'autres matériaux de support (Le Roux et al., 2005; Rankine et Sivakugan, 2007).

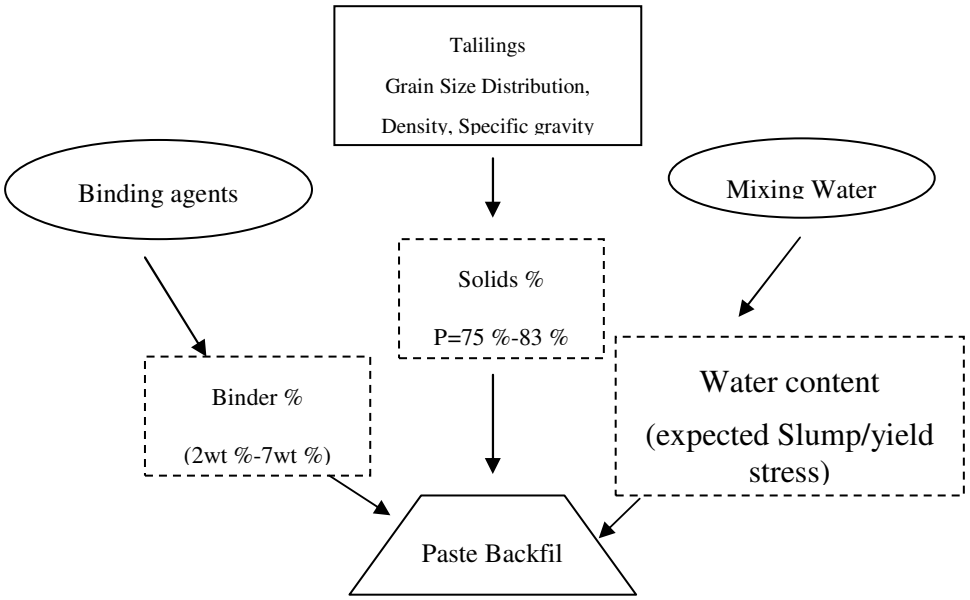


Figure 2.2 : Principales composantes et caractéristiques des remblais en pâte (tiré de Belem et Benzaazoua, 2008).

Les réactions d'hydratation du liant hydraulique dans le remblai en pâte entrainent la formation de minéraux primaires et secondaires (selon la chimie des intrants de base) qui modifient la structure interne de la matrice du remblai. L'évolution de la microstructure contrôle les propriétés hydrogéotechniques du remblai.

Les propriétés mécaniques du remblai en pâte dépendent surtout des caractéristiques physiques, chimiques et minéralogiques des résidus miniers, de l'eau de gâchage et du type de liant utilisé et de sa proportion (Belem et al., 2001; Thompson et al., 2011). La réponse du remblai en pâte est aussi liée à la présence ou non de sulfates dans le mélange (Aubertin et al., 2002; Benzaazoua et al., 2004; Ouellet et al., 2006).

Plusieurs groupes ont étudié expérimentalement l'influence de différents paramètres et des principaux composants (résidu, ciment, eau, etc.) du remblai et du facteur temps sur sa résistance mécanique. Belem et al. (2001), Benzaazoua et al. (2004), Ouellet et al. (2006), Bussière et al. (2007), Da Fonseca et al. (2009) et Fall et al. (2010) ont notamment montré que la densité du remblai en pâte est normalement plus élevée que celle du remblai conventionnel. Sa résistance mécanique est aussi généralement plus grande. Une augmentation de la proportion du liant conduit typiquement à une augmentation de la résistance du remblai. La chimie du liant (et de l'eau) peut toutefois avoir un effet significatif sur la résistance du remblai (e.g. Benzaazoua, 2010).

L'indice des vides des remblais en pâte est souvent très élevé, avec des valeurs de e qui se rapprochent et dépassent parfois l'unité (Pierce et al., 1998; Oullet et al., 1998b; Le Roux, 2004; Godbout, 2005).

Benzaazoua et al. (2004) ont effectué des analyses qui ont montré le lien entre la surface spécifique des particules et la résistance mécanique du remblai en pâte cimenté et son affaissement, en lien avec son pourcentage de solide et la quantité de ciment utilisée.

Ouellet et al. (2006) ont aussi étudié l'effet du type de liant et de la chimie de l'eau de mélange sur l'évolution de la microstructure des remblais en pâte cimentés. Ils ont montré que la porosité totale de leur mélange demeurait autour de 44 % pour tous les temps de curage. Ouellet et al. (2006) ont aussi démontré que l'eau sulfatée peut contribuer à un raffinement de la porosité et à l'augmentation de la résistance mécanique des remblais en pâte. Ceci tend à confirmer les résultats de Belem et al. (2001) qui auraient déjà établi que l'addition de liant réduit significativement le diamètre des pores, ce qui abaisse la conductivité hydraulique à saturation et augmente la rétention d'eau des remblais en pâte.

Les caractéristiques mécaniques du remblai en pâte cimenté évoluent avec le temps. La finesse des particules, leur forme plutôt angulaire, la présence d'eau et la chimie des agents liants lui

confèrent une cohésion qui peut être assez élevée après un certain temps de cure. Divers essais mécaniques de laboratoire sont utilisés pour mesurer la résistance du remblai cimenté en pâte et ils peuvent permettre de simuler l'effet des contraintes lorsqu'il est mis en place dans le chantier minier.

La figure 2.3 montre la configuration de l'essai de compression uniaxiale ainsi qu'une courbe caractéristique obtenue pour le remblai cimenté en pâte. La première partie de la courbe est caractérisée par une zone quasi linéaire qui permet d'évaluer le module de Young (*E*). La résistance en compression uniaxiale (*UCS*) est ensuite atteinte. On note aussi une partie « plastique » (avec des déformations plus grandes et irréversibles).

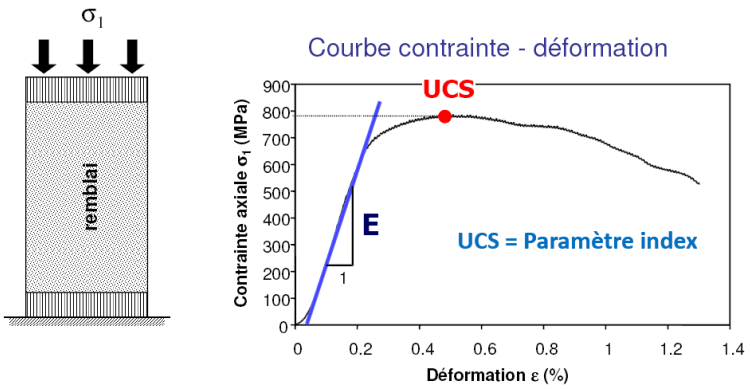


Figure 2.3 : Courbe contrainte – déformation d'un remblai en pâte en compression uniaxiale. (tiré de Belem et al., 2000).

La figure 2.4 montre différentes courbes d'essais de compression uniaxiale mesurés sur des remblais en pâte cimentés faits avec deux types de résidus, trois types d'agents liants (figure 2.4b) et trois proportions de liant (figure 2.4a). On observe que pour un type d'agent liant donné (figure 2.4a), les valeurs de l'*UCS* et du module de Young *E* sont affectés par la quantité de liant dans le remblai. On observe également que pour une quantité donnée d'un agent liant dans le remblai en pâte, le module élastique *E* semble pratiquement constant, quel que soit le type de liant utilisé; la valeur du *UCS* varie toutefois selon le type d'agent liant (figure 2.4b).

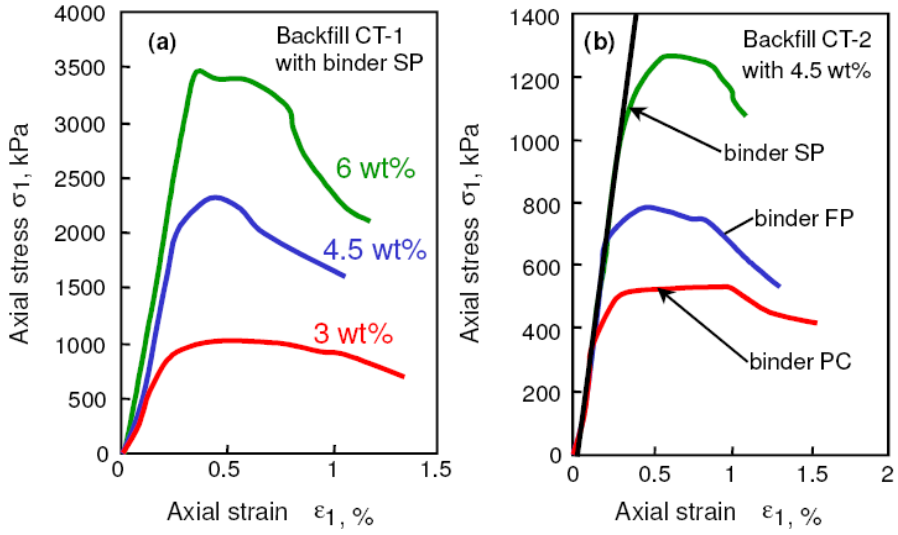


Figure 2.4 : Courbes de compression uniaxiale de remblais en pâte cimentés pour a) différentes teneurs en agents liant (%) et b) différents types de liants (SP=scorie et ciment portland, FP=cendres volantes et ciment portland et PC=ciment portland) (tiré de Belem et al., 2000).

Benzaazoua et al. (2004) et Ouellet et al. (2006) ont réalisé des études sur l'effet de la composition chimique des résidus et de l'eau, et la quantité de sulfure, sur la résistance du remblai. Cette étude a montré que l'eau sulfatée peut affecter négativement la résistance du remblai. Des attaques sulfatiques peuvent diminuer considérablement le pH de la pâte de ciment, et entraîner une chute de résistance du remblai.

L'effet de la distribution granulométrique des particules du remblai sur le procédé d'hydratation des liants et le développement de la résistance en compression du remblai a également été étudié par plusieurs auteurs. Les plupart de ces études (e.g. Thomas et Vance, 1969; Ouellet et al., 1998a; Benzaazoua et al., 2004; Helinski et al., 2007; Pirapakaran, 2008) ont montré qu'un remblai composé de particules plus grossières avait une résistance à la compression supérieure à un remblai constitué de fines plus particules.

La cohésion (c) et l'angle de frottement interne (ϕ) sont les deux composantes directement responsables de la résistance du remblai. La cohésion représente les liens entre les grains du

remblai provenant la cimentation. Le ciment Portland (ou des liants semblables) augmente considérablement la cohésion du remblai. Dans un remblai non cimenté, une cohésion apparente (*c*) peut résulter de l'effet de la tension de surface dans le matériau non saturé (e.g. Narvaez et al., 2015). Cette cohésion peut disparaitre lorsque le matériau est complètement sec ou complètement saturé.

Veenstra (2013) a effectué des essais en laboratoire pour connaître les propriétés de résistance et de consolidation de sept remblais en pâte pour trois différentes mines. Ces résultats montrent que la cohésion de remblai augmente avec le temps. La cohésion maximale pour une faible teneur en liant (de 2 % à 4.5 %) serait d'environ 300 kPa alors qu'elle atteint 600 kPa pour un plus haute teneur en liant, allant de 6.5 % à 8.5 % (Veenstra, 2013).

L'angle de frottement interne dépend de la forme des grains, de la taille des particules et de la densité du remblai. Les investigations en laboratoire et in situ montrent que les valeurs de l'angle de frottement interne des remblais cimentés en pâte se situent entre 35° et 45° (e.g. Belem et al., 2002; Potvin et al., 2005; Veenstra, 2013).

Les propriétés hydrauliques influencent le drainage du remblai et aussi la réponse la contrainte-déformation, et la quantité de liant requise. Des investigations en laboratoire ont montré que la conductivité hydraulique décroît avec une augmentation de la quantité de liant et du temps de cure (Belem et al., 2002; Godbout et al., 2004, 2007; Helinski, 2007, 2011; Fall et al., 2009; Yilmaz, 2010). Godbout et al. (2007) montrent que la conductivité hydraulique du remblai en pâte avec du ciment à base de ciment Portland et de scories diminue après de 28 jours de 1×10^{-4} cm/s à 1×10^{-6} cm/s.

2.2 Comportement mécanique des remblais miniers dans les excavations souterraines

Les remblais miniers sont moins rigides que le massif rocheux encaissant. Après le dépôt du remblai dans les chantiers des mines souterraines, celui-ci se tasse sous son propre poids. Les épontes du massif rocheux subissent alors l'effet des contraintes de cisaillement produit par le remblai le long des murs.

En raison des déplacements, avec l'effet de la friction et de la cohésion, il y a un transfert d'une partie du poids du remblai aux épontes (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al. 2003, 2005; Li et

Aubertin, 2008; Pirapakaran, 2008). Ce type de transfert de charges est associé au phénomène d'effet d'arche (figure 2.5).

Dans un chantier remblayé, les contraintes verticales sont généralement moindres le long des murs que sur la ligne centrale. Les contraintes verticales (et horizontales) sont souvent plus faibles que les pressions dues au poids des terres, surtout en profondeur dans le chantier.

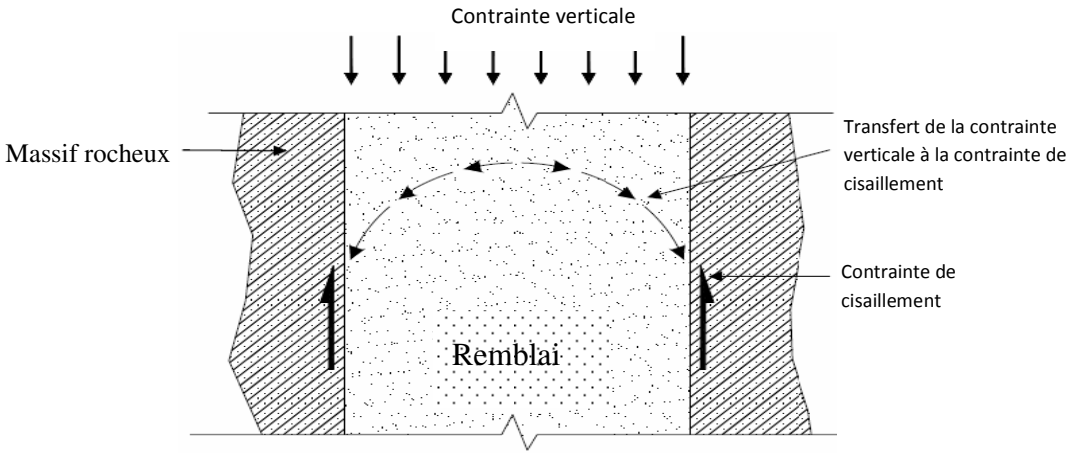


Figure 2.5 : Schéma de l'effet d'arche dans un chantier remblayé (adapté de Pirapakaran, 2008).

De manière générale, il y a trois façons principales d'évaluer l'état des contraintes dans les chantiers remblayés :

i. Les mesures *in situ* (ou sur modèles physiques);

ii. Les modèles numériques.

iii. Les solutions analytiques;

Ces trois approches sont décrites dans ce qui suit

2.2.1 Essais et mesures *in situ*

Parallèlement aux solutions analytiques et numériques, l'approche expérimentale peut être utilisée pour évaluer le comportement des matériaux dans les chantiers, incluant la pression sur les barricades et les contraintes dans le remblai et à l'interface remblai-roche.

Il est toutefois très difficile de mobiliser et d'installer des instruments *in situ* pour mesurer des contraintes et les autres caractéristiques dans les chantiers. Il existe d'ailleurs peu de données (ou

de documents) concernant la mesure *in situ* des contraintes, des déplacements et des propriétés mécaniques du remblai.

Harvey (2004 ; voir aussi Belem et al., 2004) a mesuré l'évolution des contraintes dans un remblai cimenté pendant et après le remplissage du chantier. Des instruments ont été installés au bas du chantier entre la barricade et le remblai en pâte, à l'interface entre le remblai et une des épontes du remblai et au niveau de la barricade. Deux chantiers de la mine Doyon (Cambior Inc., Canada) de tailles différentes ont été instrumentés. Un chantier étroit (L = 23 m, B = 3,5 m, H = 22 m) et un plus grand chantier (L = 21 m, B = 10,5 m, H = 29 m) ont été instrumentés avec des capteurs de pression totale (cellules TPC) placés à différents endroits prédéfinis (3 cellules au bas du chantier ou bouchon, 3 cellules à l'interface bouchon-résiduel, 1 cellule au mur de l'éponte inférieure = interface remblai, 1 cellule au niveau de la barricade), pour un total de 8 cellules de pression TPC par chantier (figure 2.6a). Les valeurs de pression mesurées pendant et après le remplissage ont montré que la pression a progressivement augmenté au cours du remplissage et qu'après 10 jours, il y avait une diminution de la pression. Ces résultats ont semblé confirmer l'existence d'un effet d'arche qui se développe dans le chantier pendant et après le remplissage.

La pression horizontale mesurée sur la barricade a indiqué que la pression a augmenté et atteint son maximum lorsque la hauteur de remplissage est d'environ 22 m (figure 2.6b).

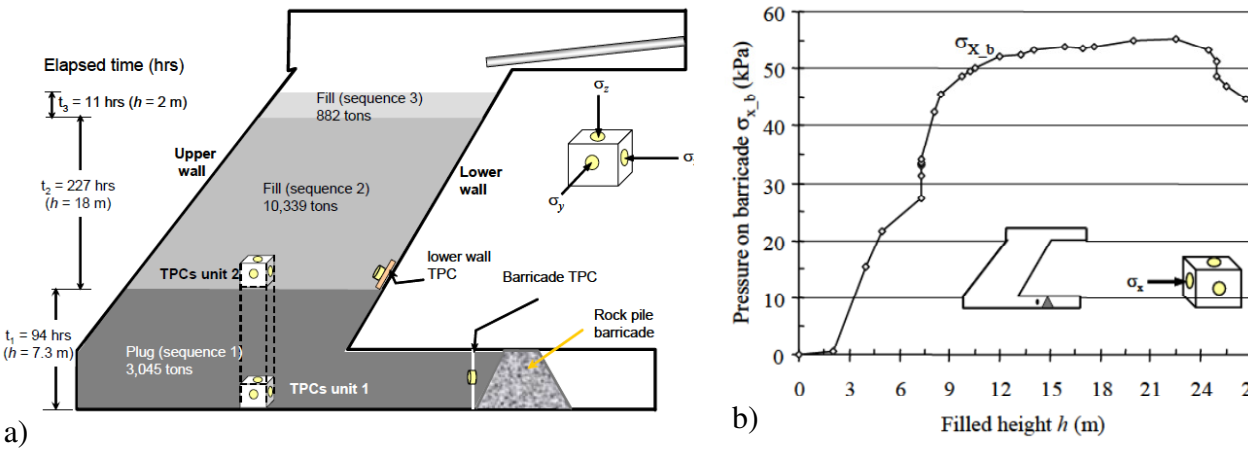


Figure 2.6 : a) Schématisation de l'instrumentation adoptée sur les chantiers de la mine Doyon; b) variation de la pression horizontale sur la barricade en fonction de la hauteur de remplissage (tiré de Harvey, 2004; voir aussi Belem et al., 2004).

Le Roux et al. (2005) ont fait les mesures *in situ* à la mine Golden Giant (États-Unis). Ils ont estimé les propriétés *in situ* des remblais et obtenu les données nécessaires pour l'optimisation de la conception. Les résultats d'essais au pressiomètre ont été exprimés à l'aide du module de cisaillement, de la résistance au cisaillement et de la contrainte *in situ*. Ces résultats d'essais au pressiomètre montrent le module de cisaillement *G* entre 240 MPa et 510 MPa pour un remblai en pâte cimenté à 6 % de liant après un temps de cure de cinq mois. Les valeurs obtenues correspondent au module de Young *E* et sont comprises entre 576 et 1224 MPa avec un coefficient de Poisson de 0,2.

Le Roux et al. (2005) ont effectué des mesures similaires en laboratoire sur le même remblai et comparé ces données aux mesures de terrain. La comparaison des résultats indique que la résistance et la rigidité du matériau sur le terrain sont plus élevées que pour les échantillons préparés en laboratoire : la résistance au cisaillement non drainé était de 50 % à 80 % plus élevée et le module de cisaillement était de 100 % à 150 % plus grand sur le terrain.

Thompson et al. (2010) ont réalisé des mesures *in situ* à la mine Kidd en Ontario. La géométrie du principal chantier est L = 28 m, B = 19 m, H = 32 m. Le volume total du remblai en pâte livré au chantier a été de 15560 m^3. Le chantier a été rempli sur une hauteur de 6 m avec un remblai contenant 4 % de liant et le reste (26 m) avec 2 % de liant. Ils ont utilisé une sonde de conductivité électrique pour mesurer l'hydratation du ciment, des cellules de mesure de pression totale et un capteur pour mesurer les pressions interstitielles (positives et négatives). Lors du remplissage, la pression verticale a augmenté à un rythme assez constant (sauf à l'arrêt du remblayage) jusqu'à ce que le chantier soit rempli. Les résultats montrent que le liant affecte le développement des contraintes effectives. Les résultats des mesures ont montré que les pressions interstitielles près de la barricade sont réduites par rapport aux pressions interstitielles dans le chantier principal à la même hauteur.

Grabinsky (2010) a étudié l'évolution des contraintes, des pressions sur la barricade et des températures du remblai en pâte dans 5 chantiers pour 3 différentes opérations minières. Les résultats montrent qu'après environ une journée, les pressions interstitielles devenaient inférieures aux contraintes totales (indiquant le développement de contraintes effectives; les contraintes horizontales étaient inférieures aux contraintes verticales (i.e. $K = {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v} < 1$). Les

contraintes verticales totales étaient quant à elles presque égales au poids des terres au cours des premières heures, jusqu'à ce que l'effet du drainage se fasse sentir.

Thompson et al. (2009, 2011, 2012) ont utilisé différents instruments installés à l'intérieur de deux chantiers et à proximité de ceux-ci à la mine Inmet Cayeli (en Turquie). Ils ont aussi travaillé dans un chantier de la mine Williams, au Canada (Ontario) afin de mesurer les contraintes totales et la pression interstitielle. Les mesures montrent les contraintes totales, les pressions interstitielles de l'eau et la température changent au cours de l'hydratation du remblai en pâte dans les deux chantiers (figure 2.7).

La figure 2.7 montre certains des résultats obtenus par Thompson et al. (2012) pour la mine Cayeli. Les instruments sont utilisés dans deux chantiers selon un axe vertical et un axe horizontal comme le montre la figure 2.7a. Le chantier 685 présente une largeur de 25 m et une hauteur de 16 m (figure 2.7a et b); le chantier 715 a une largeur de 10 m et une hauteur de 15 m (figure 2.7c). La figure 2.7b montre l'évolution des contraintes totales de la pression de l'eau interstitielle et de la température enregistrées au bas du chantier 685 (cage 3) de la mine Cayeli pendant le remplissage, Cette figure montre que les pressions au bas du chantier augmentent progressivement au cours du remplissage. Pendant les premières heures, la contrainte verticale est égale à la contrainte horizontale et elles sont égales à la pression d'eau (i.e. $^{\sigma_h}/_{\sigma_v} = 1, \text{avec } \sigma'_v = \sigma'_h = 0$), ce qui signifie que le remblai se comporte comme un fluide visqueux. Il a aussi été démontré que la pression d'eau dans le remblai commence à diminuer environ 3 jours après l'arrêt du remplissage.

Le drainage de l'eau du remblai et la réaction d'hydratation réduisent les pressions interstitielles. Par conséquent, les contraintes effectives augmentent (voir aussi Witteman et Simms, 2010; Grabinsky, 2010; Thompson et al., 2011).

Ces résultats montrent aussi que la température et les pressions interstitielles mesurées au point C3 (Cage 3) augmentent significativement au début du remplissage. La température reste constante jusqu'à la fin du remplissage (figure 2.7b).

La figure 2.7c illustre l'effet de la vitesse de remplissage sur la pression du chantier; ceci indique que la pression augmente avec la vitesse de remplissage.

La figure 2.7d montre que des pressions totales élevées ont été mesurées au bas du chantier, à la verticale. Les résultats ont également montré que la pression dans la galerie diminue avec la distance.

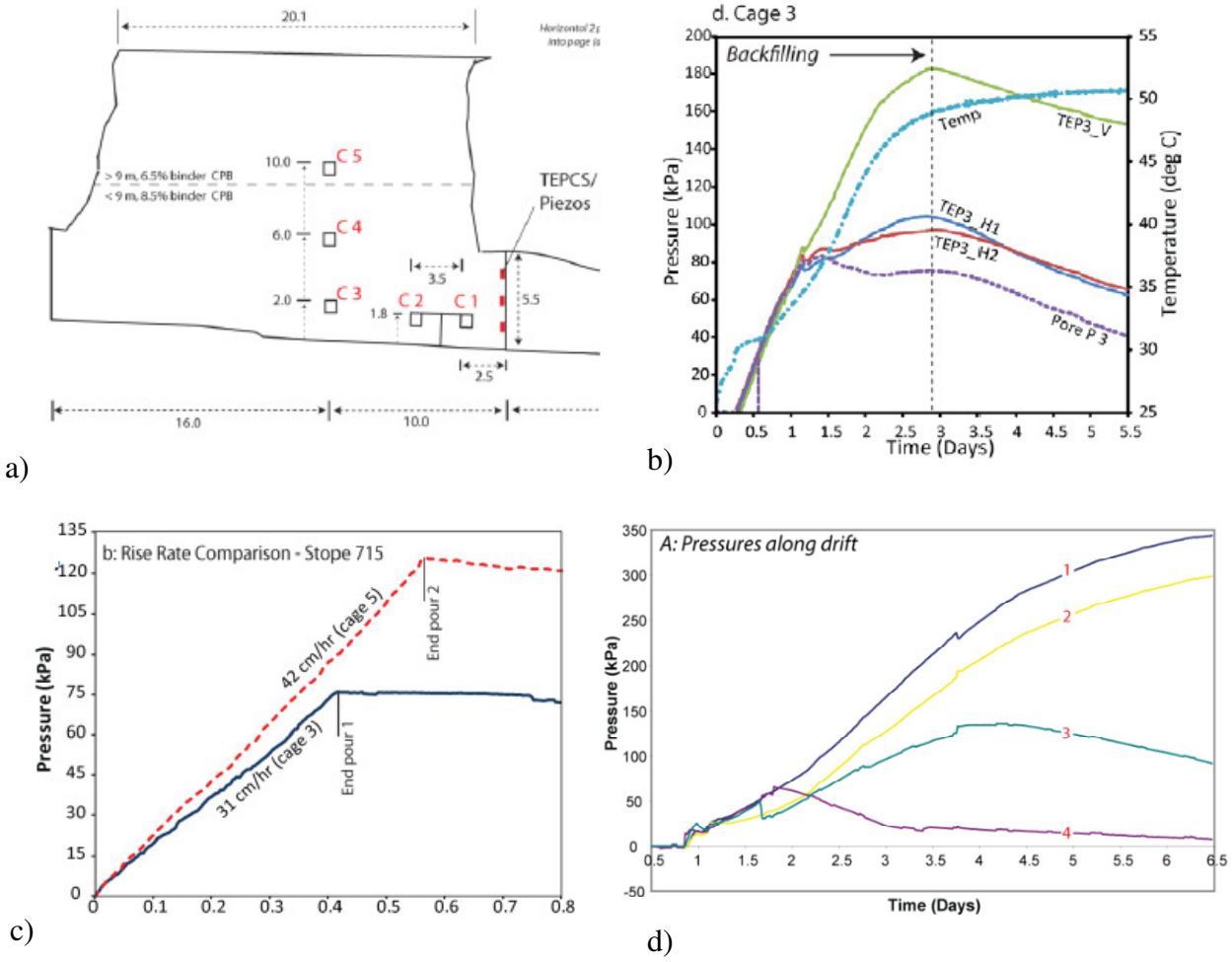


Figure 2.7: Mesures in situ à la mine Cayeli (a à c) et la mine Kidd (d), a) plan de localisation des instruments utilisés, b) exemple d'évolution les pressions totales mesurés au point C3, c) pressions pour deux différent vitesses de remplissage, d) pressions total aux points C1-4. (tiré de Thompson et al., 2009, 2011, 2012)

De nombreux essais (en laboratoire et *in situ*) ont été réalisés pour évaluer les propriétés géotechniques in situ dans les chantiers remblayés. Les résultats obtenus in situ peuvent être mis à profit pour valider les résultats numériques et analytiques. Toutefois, il y a un nombre très

limité de modèles physiques (de taille réduire) et de mesures *in situ* sur l'effet d'arche, notamment parce que les mesures en place sont complexes, chères, et très longues à effectuer (processus d'installation des instruments) par rapport aux solutions analytiques et numériques.

2.2.2 Simulations numériques

Depuis plus d'une vingtaine d'années, l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs et la diminution des coûts d'accès et de mise en œuvre permettent l'analyse et la conception des remblais lorsque des problèmes de stabilité complexes se manifestent (Belem, 2009).

De nos jours, la modélisation constitue une étape nécessaire dans la plupart des projets de génie civil ou génie minier (e.g. Saeidi et al., 2005, 2013; Li et al., 2003). Elle intervient notamment au stade de l'étude de faisabilité d'un projet et permet de prévoir le comportement des terrains et des remblais miniers. La modélisation est également utilisée pour juger de la stabilité des ouvertures. De plus, elle est utile pour développer des études d'ordre général permettant de proposer de nouvelles méthodes d'analyse et des solutions analytiques (Mestat, 2007).

Différents programmes existent: pour analyser le comportement géomécanique en 2D, comme les codes FLAC (différences finies, mis au point par la société ITASCA), SIGMA/W (éléments finis, mis au point par la société GEOSLOPE) et PLAXIS (éléments finis, mis au point par la société PLAXIS). D'autres programmes, en 3D, sont plus complexes à utiliser, (comme FLAC^{3D} et ABAQUS), mais ils sont de plus en plus appliqués dans l'industrie minière (Thompson et al., 2012). Les résultats de ces modèles numériques devraient être validés par comparaison avec des solutions analytiques éprouvées et/ou avec des mesures *in situ* ou en laboratoire.

Aubertin et al. (2003) ont utilisé le modèle numérique par éléments finis PHASE^2 (RocScience) afin de comparer les résultats analytiques et numériques dans les chantiers étroits remblayés (verticaux et inclinés). Ils ont montré qu'il pouvait y avoir un effet d'arche dans un chantier remblayé en raison des contraintes au cisaillement développées le long des murs. La convergence des épontes sur le remblai peut toutefois modifier considérablement l'état des contraintes dans le chantier.

Li et al. (2003, 2007) et Li et Aubertin (2009a, b; 2010a) ont étudié, à l'aide du logiciel FLAC, l'état des contraintes dans des chantiers étroits verticaux et inclinés remblayés. La figure 2.8a montre un exemple d'iso-contours des contraintes verticales dans un chantier vertical. Les

résultats montrent, à la figure 2.8b, que l'effet d'arche se serait développé dans le chantier remblayé. Le contraste de rigidité entre le remblai et le roc produit cet effet d'arche au sein du chantier où les contraintes verticales sont plus élevées au centre par rapport à celles proches du massif rocheux adjacent (figure 2.8b).

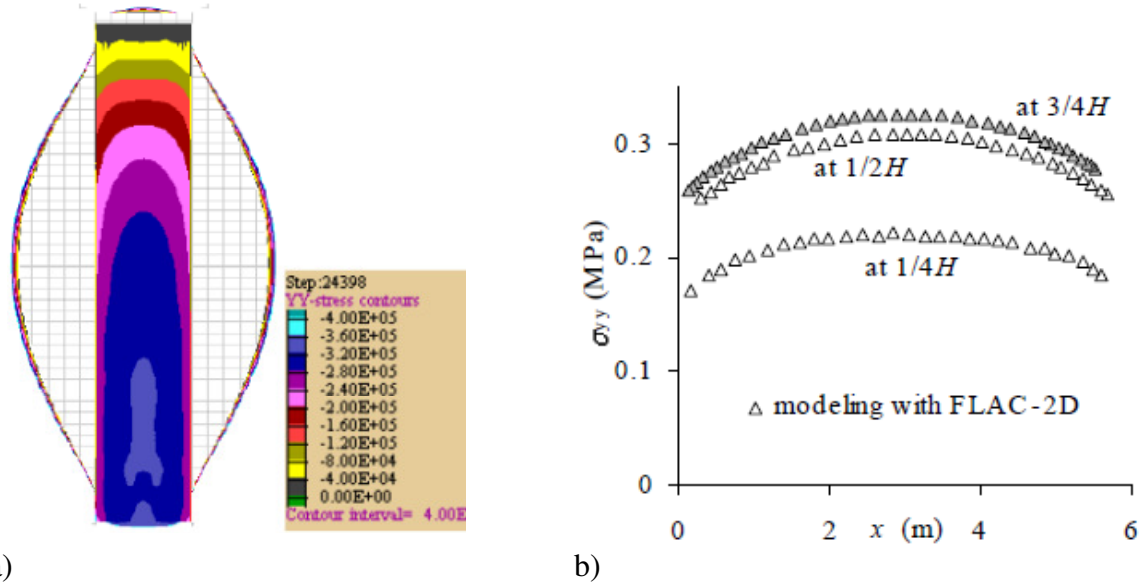


Figure 2.8: a) Iso-contours des contraintes verticales dans un chantier minier remblayé. b) Distribution des contraintes verticales obtenues avec FLAC (Itasca, 2002) selon la largeur du chantier à différents endroits; les calculs ont été menés avec E = 100 MPa, c' = 0, γ = 18 kN/m^3, υ = 0,2, ϕ' = 30°, pour le remblai; E = 30GPa, υ = 0,3 et γ = 27 kN/m^3 pour la masse rocheuse; largeur B = 6 m et hauteur H = 45 m. (tiré de Li et al., 2003)

Dans les analyses menées par Li et al. (2003) avec FLAC, le massif rocheux est considéré comme homogène, isotrope et élastique linéaire. De son côté, le remblai, a un comportement élasto-plastique, selon le critère de Coulomb. La séquence de minage et de remplissage est modélisée avec FLAC de la façon suivante : premièrement, le chantier est excavé et FLAC est engagé jusqu'à ce que l'excavation atteigne l'équilibre; le remblai est ensuite placé avec le champ de déplacement initial fixé à zéro.

Li et al. (2007) et Li et Aubertin (2009a) ont analysé l'état des contraintes en 2D dans les chantiers inclinés remblayés à l'aide du logiciel FLAC. Le massif rocheux est considéré

homogène, isotrope et élastique linéaire, tandis que le remblai a un comportement élasto-plastique et il obéit au critère de Coulomb. Le développement des contraintes verticales et horizontales a été étudié au centre et aux épontes supérieure et inférieure dans le chantier remblayé, lorsque l'angle d'inclinaison se situe entre 60° et 90° par rapport à l'axe horizontal (figure 2.9). Les résultats des simulations numériques montrent que les contraintes de cisaillement se développant sur chaque éponte ne sont pas symétriques; les contraintes verticales à l'éponte supérieure sont usuellement plus faibles que celles de l'éponte inférieure. Aussi, les contraintes horizontales ne sont pas tellement touchées par la variation de l'angle d'inclinaison (figure 2.9).

Li et al. (2007) ont étudié l'influence des propriétés du remblai (le module de Young, le coefficient de Poisson, la cohésion et l'angle de frottement interne, et l'angle de dilatation) sur le développement des contraintes dans les chantiers inclinés remblayés. Li et Aubertin (2009a) ont également évalué l'influence de la géométrie du chantier, les propriétés du remblai et la séquence de remplissage (nombre de couches) sur la distribution des contraintes dans le remblai.

Ces simulations numériques ont montré que la distribution des contraintes est peu influencée par les valeurs du module de Young tant que la valeur de E reste à l'intérieur des valeurs habituelles ($\cong 30\text{MPa}$). Cependant, la cohésion, l'angle de frottement et l'angle de dilatation (ou dilatance) ont un effet marqué sur l'évolution des contraintes. Par exemple, plus l'angle de frottement interne augmente, plus les contraintes horizontales σ_h et verticales σ_v diminuent (figure 2.10). Lorsque l'angle de frottement interne devient supérieur à 20°, la contrainte verticale σ_v devient toutefois moins dépendante de ϕ. Les résultats des simulations ont aussi montré que valeur de la cohésion qui affecte la répartition des contraintes dans un chantier remblayé se limite à une plage entre 10 à 50 kPa.

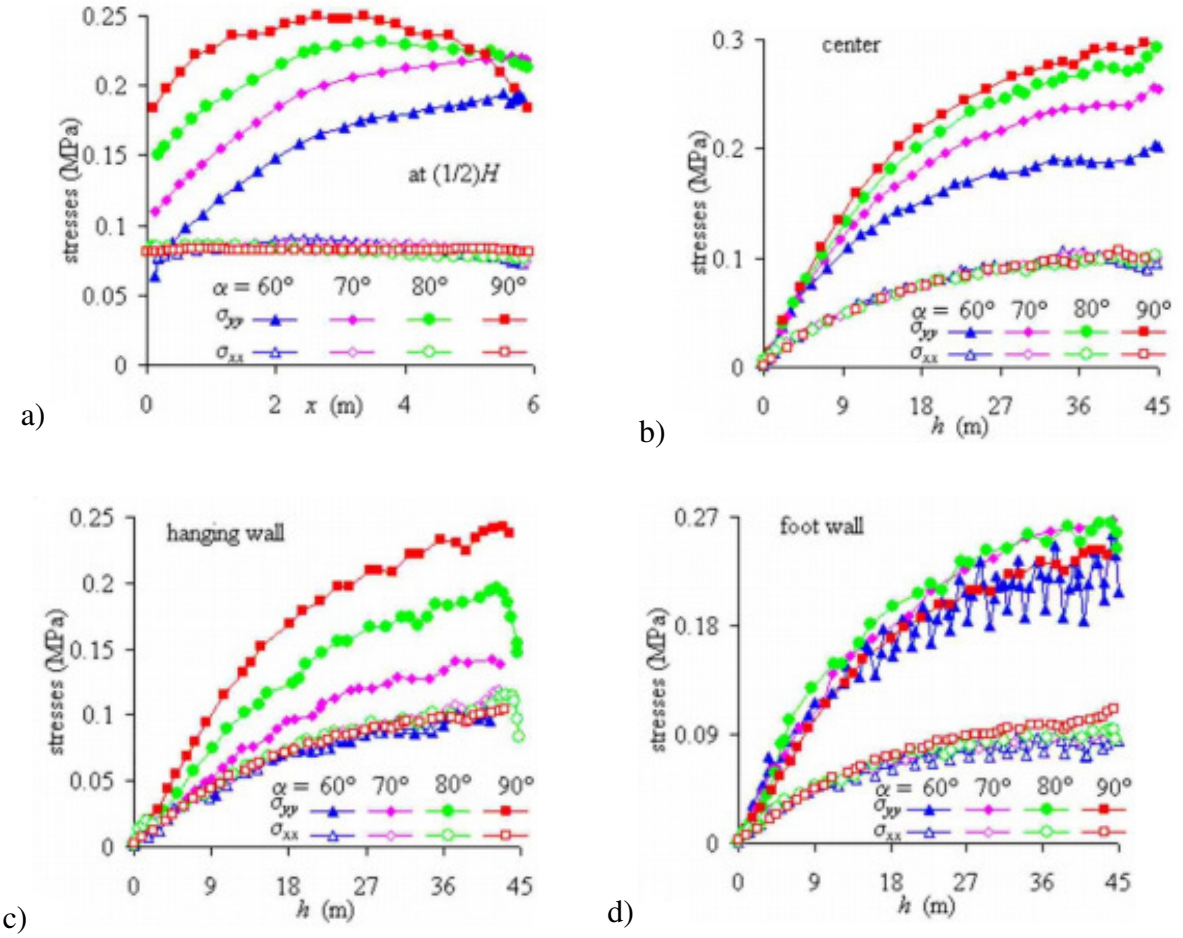


Figure 2.9: Distribution des contraintes pour les différentes inclinaisons des chantiers (α) obtenues avec FLAC-2D (Itasca, 2002): a) selon la largeur du chantier au centre; b) au centre du chantier; c) sur l'éponte supérieure; d) sur l'éponte inférieure. Les calculs ont été menés avec E = 100 MPa, c' = 0, γ = 18 kN/m^3, υ = 0,2, ϕ' = 30°, pour le remblai; E = 30GPa, υ = 0,3 et γ = 27 kN/m^3 pour la masse rocheuse; largeur B = *6* m et hauteur H = 45 m. (tiré de Li et Aubertin, 2009a).

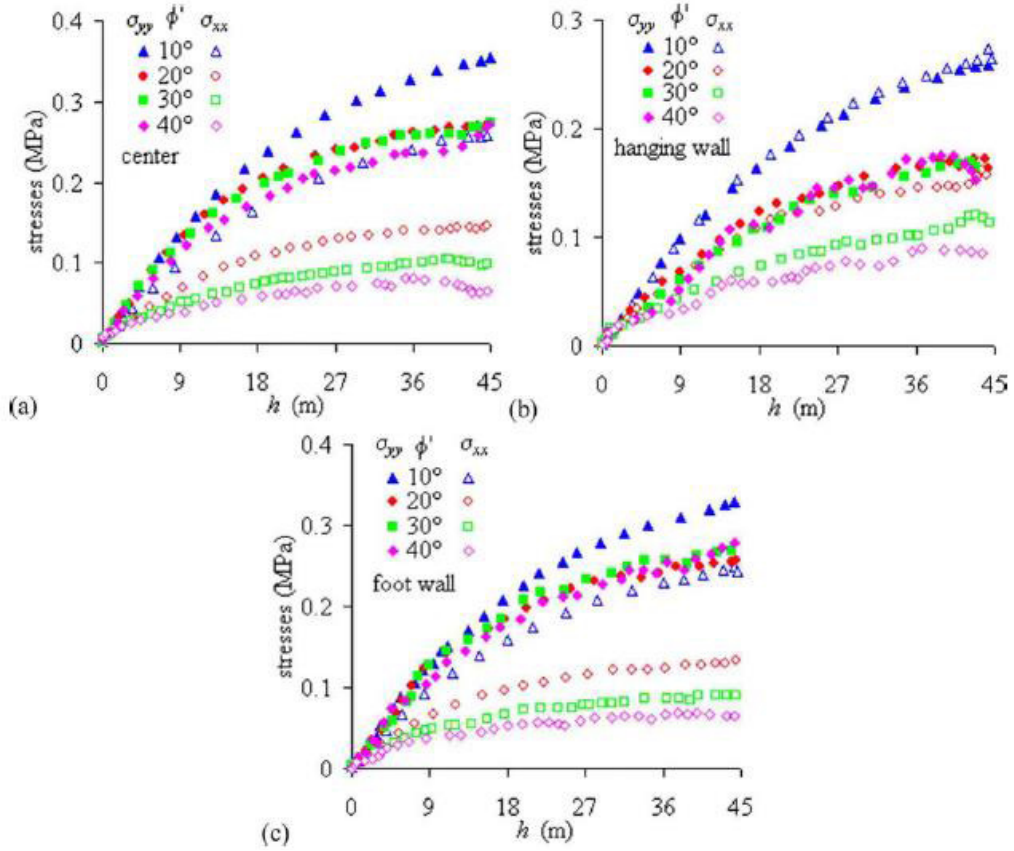


Figure 2.10: Distribution des contraintes pour les différentes l'angle de frottement interne dans un chantier incliné avec $\beta = 75^{\circ}$ a)au centre du chantier; b) sur l'éponte supérieure; c) sur l'éponte inférieure (tiré de Li et Aubertin, 2009a).

Les résultats obtenus par Li and Aubertin (2009a) avec FLAC montrent que les contraintes avec remplissage en une couche ont tendance à être surestimées par rapport aux simulations réalisées avec un remplissage multi-couche (tel qu'illustré à la figure 2.11). Cette figure montre que les résultats restent pratiquement constants lorsque le remblayage du chantier vertical se fait en 4 couches ou plus. La même tendance a été observée par Pirapakaran et Sivakugan (2007) pour des simulations avec remplissage multicouche.

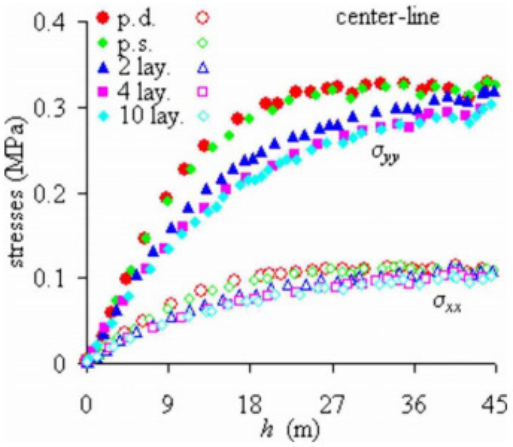


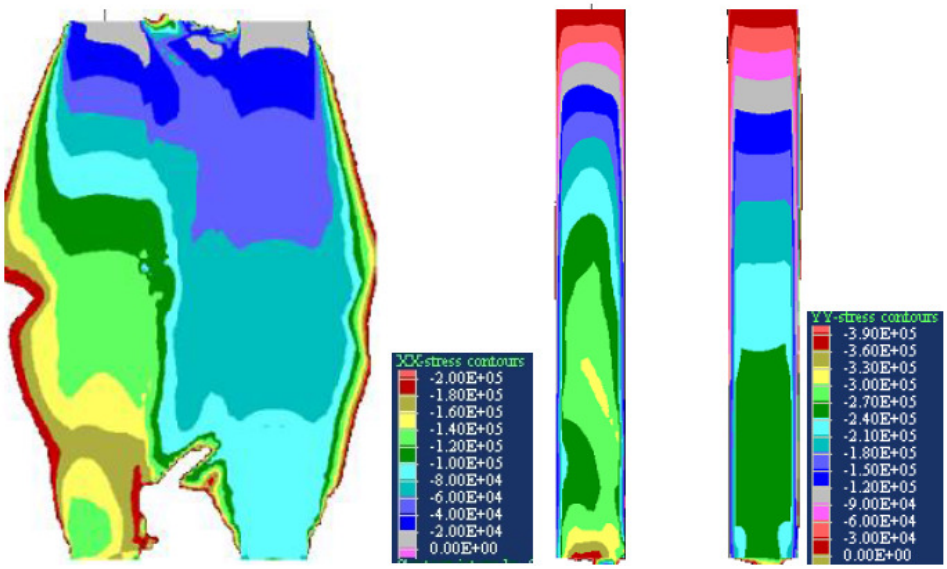
Figure 2.11: Distribution des contraintes au centre du chantier vertical, ($\sigma_{xx} = \sigma_h$, $\sigma_{yy} = \sigma_v$), avec une seule étape de remblayage et plusieurs étapes de remblayage (tiré de Li et Aubertin, 2009a).

Pirapakaran (2008) a aussi étudié des distributions des contraintes dans un chantier vertical en conditions 2D et 3D (circulaire et carré) à l'aide du logiciel FLAC. Il a simulé deux chantiers circulaires et deux chantiers carrés avec une largeur (diamètre) de 100 mm et une hauteur de 600 mm et 900 mm (simulations basées sur des essais sur modèles physiques de laboratoire). Ces résultats montrent que les contraintes verticales dans un modèle circulaire sont plus faibles que dans un modèle carré (ce qui est conforme à la solution analytique de Li et al. 2004, 2005 – voir plus loin). Les résultats ont aussi montré que l'effet de la rugosité des parois sur la distribution des contraintes verticales dans les deux chantiers circulaires et carrés est similaire.

Veenstra (2013) a également utilisé FLAC pour évaluer des contraintes dans les remblais. Il a étudié l'effet de la géométrie du chantier et les propriétés des remblais sur la distribution des contraintes. Ces résultats montrent que les contraintes tendent à baisser en profondeur lorsque la cohésion ou l'angle de frottement interne augmentent. Aussi, l'effet d'arche est moins marqué lorsque la largeur augmente. Ces résultats sont conformes aux tendances observées par Li et al. (2007, 2009a) dans les chantiers verticaux et inclinés.

Falaknaz et al. (2013, 2014, 2015a, b) ont présenté les résultats de modélisations réalisées avec FLAC et FLAC^{3D} pour analyser des contraintes dans deux chantier remblayés adjacents, excavés en remblayés en séquence (situés au même niveau). Dans ces travaux (voir Falaknaz 2014), la majorité des simulations menées avec le modèle de comportement élasto-plastique (avec le

critère de Coulomb) ont pris en compte (pour la première fois) une relation entre le coefficient de Poisson υ et l'angle de friction interne du remblai ϕ (reliés via la valeur de K_o); cette hypothèse est aussi adoptée plus loin dans la présente thèse. Ces résultats ont montré que les déplacements sont plus prononcés en présence d'un chantier voisin; en conséquence, la distribution des contraintes peut être très différente de celle obtenue pour le cas d'un chantier isolé (figure 2.12).



a) b)

Figure 2.12 : Iso-contours des contraintes horizontales (a) et verticales (b) dans deux chantiers remblayés adjacents à la fin du remblayage du deuxième chantier; E = 300 MPa, c = *0*, υ = 0,3 et ϕ = 35° pour le remblai et avec le modèle élasto-plastique pour la masse rocheuse; B = 6 m, H = 45 m et la distance entre deux chantier de 8 m (tiré de Falaknaz et al., 2015a)

El Mkadmi et al. (2011, 2014; voir aussi El Mkadmi, 2012) ont montré les résultats de simulations numériques menées avec le code d'éléments finis SIGMA/W (GEOSLOPE, 2008) pour étudier l'effet du drainage, de la consolidation et du remblayage séquentiel sur les contraintes totales et effectives dans un chantier vertical (et sur une barricade). Les résultats des modélisations ont montré que les contraintes verticales effectives augmentent progressivement avec le drainage dans un chantier remblayé. La figure 2.13a montre par exemple que, lors des premières secondes du processus, les contraintes totales verticales au centre du chantier sont proches de la contrainte totale due au poids du remblai. Après un certain temps de drainage, les contraintes totales verticales et la pression d'eau diminuent progressivement (figures 2.13a et b).

La figure 2.13c montre que les contraintes effectives sont initialement très près de zéro lorsque la pression interstitielle égale la contrainte totale. À mesure que le drainage progresse, les contraintes verticales effectives augmentent progressivement et l'effet d'arche se développe. La figure 2.13 (b et c) montre également que la succion augmente progressivement en haut du chantier (h = 0 m) par conséquent la contrainte verticale effective y demeure positive. Les résultats de ces simulations numériques (et d'autres) correspondent bien aux observations rapportées par Grabinski (2010), Thompson et al. (2011) et Witteman et Simms (2011).

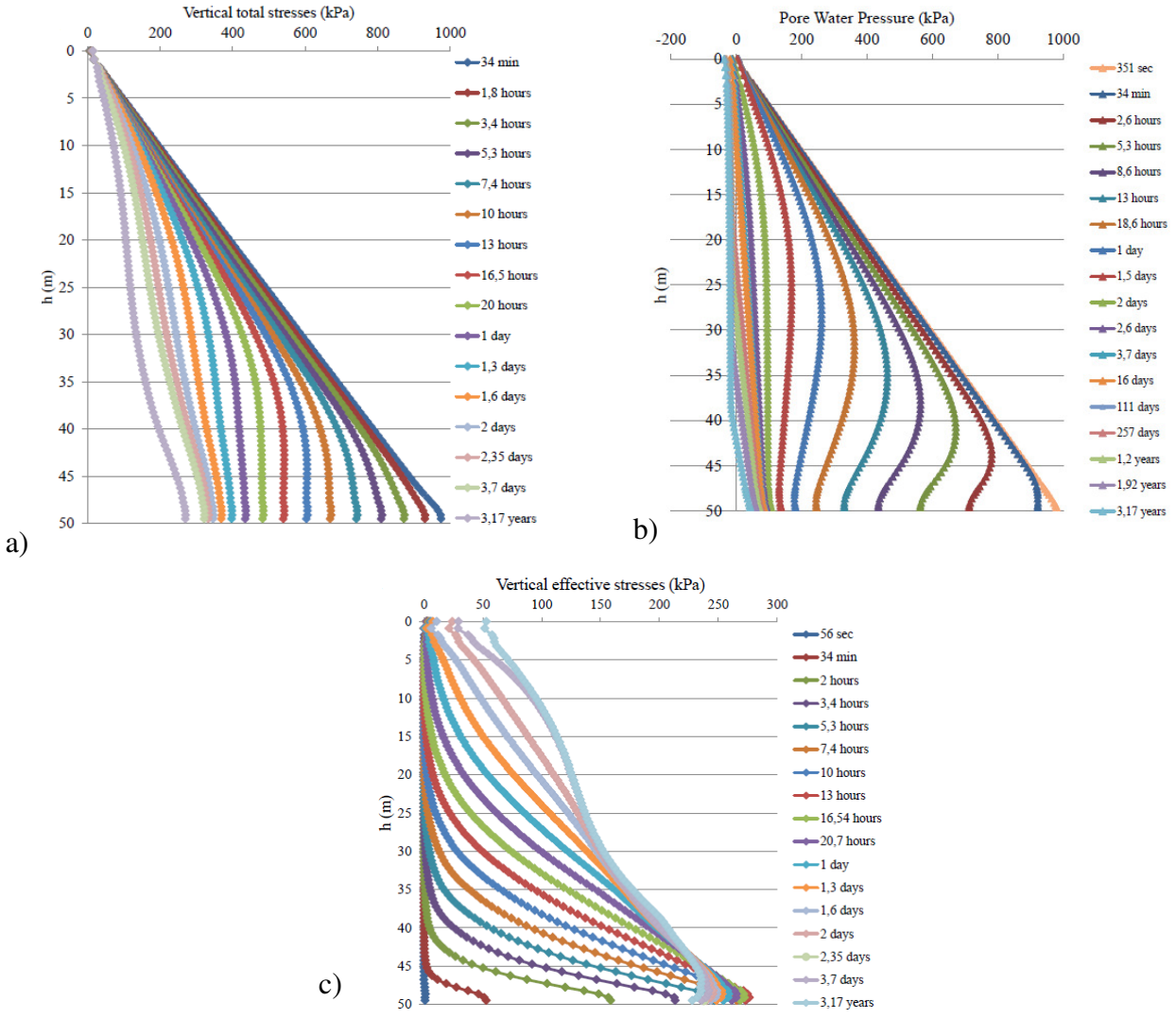


Figure 2.13 : Valeurs des : a) contraintes totales verticales b) pressions interstitielles et c) contraintes verticales effectives au centre du chantier pour un remplissage avec une seule couche. (tiré d'El Mkadmi, 2012).

Sobhi et al. (2014, 2016) ont aussi utilisé les résultats des modélisations numériques menées avec SIGMA/W (GEOSLOPE, 2008) pour étudier les contraintes et les valeurs de coefficient de pression des terres $K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$ (le rapport entre les contraintes horizontales et verticales) au centre de chantiers verticaux et inclinés. Ils ont évalué l'effet des propriétés du remblai (non cimenté), de la roche et de la géométrie du chantier sur la variation du coefficient *K*. Ces résultats montrent que l'angle d'inclinaison des parois β et l'angle de frottement interne du remblai ϕ sont les principaux paramètres qui influencent le coefficient de pression des terres. Ce coefficient de pression des terres *K* serait proche du coefficient actif de Rankine K_{aR} au centre du chantier vertical (du moins lorsque le coefficient de Poisson υ est considéré comme indépendant de l'angle ϕ). Ces résultats sont conformes à la valeur *K* utilisée par les solutions analytiques de Li et al. (2003, 2005). Des conditions analogues sont analysées dans ce projet et les résultats sont présentés dans les prochains chapitres de la thèse.

2.2.3 Solutions analytiques

L'approche analytique est une méthode pratique et bien connue pour estimer les contraintes dans les chantiers remblayés. Des solutions analytiques peuvent notamment être utilisées pour l'évaluation préliminaire des conditions chargement et pour aider à la validation de simulations numériques.

La majorité des solutions analytique existantes ont été développées pour des ouvertures verticales (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2005; Li et Aubertin, 2008, 2009b; Pirapakaran, 2008); dans ce cas, les contraintes sont symétriques autour de l'axe vertical central, i.e. les mêmes sur les 2 épontes en 2D (si leurs caractéristiques sont identiques). En réalité, la plupart des chantiers ont des parois inclinées. Les études numériques (citées plus haut) ont cependant montré que, dans le cas où les parois sont inclinées, les contraintes sur l'éponte supérieure et l'éponte inférieure peuvent être très différentes (Li et al., 2007; Li et Aubertin, 2009a; voir prochains chapitres).

2.2.3.1 Hypothèses de base

Dans un chantier, où le matériau granulaire ne se déplace pas, la seule force qui agit sur les grains est due à la gravité. La contrainte totale verticale au fond du chantier est alors due au poids du remblai :

$$\sigma_v = \gamma h \tag{2.1}$$

où :

σ_v est la contrainte totale verticale (kPa), γ le poids volumique du remblai (kN/m^3), h la hauteur du remblai (m). Il y a donc une relation linéaire entre la contrainte verticale et la profondeur (épaisseur) du remblai.

Ce n'est cependant pas le cas en général puisque le remblai se tasse lors de la mise en place dans le chantier. Un effet d'arche peut alors se développer (si l'ouverture n'est pas trop large). La contrainte verticale (σ_v) serait alors inférieure à la pression résultant du poids des terres (équation 2.1). Ceci est attribuable au transfert de contraintes sur les murs (effet d'arche) qui se développe, et qui influence es contraintes horizontale (σ_h) et verticales (σ_v) dans le remblai. L'ampleur de cet effet d'arche dépend des dimensions du chantier, des propriétés du remblai ainsi que de la nature de la surface de la paroi rocheuse en contact avec le remblai (surface plus ou moins rugueuse, ou lisse).

De façon plus spécifique, les paramètres importants qui influencent les contraintes dans un chantier remblayé ainsi que les interactions à l'interface remblai-roche sont la dimension des chantiers, la convergence des murs (sur le remblai) ainsi que le frottement/cisaillement mobilisé à l'interface remblai-roche (et les propriétés du remblai). Trois scénarios sont présentés à la figure 2.14 pour décrire la résistance au cisaillement le long de l'interface mur-remblai. La figure 2.14a montre un mur lisse qui ne supporte pas (théoriquement) de contrainte de cisaillement; l'angle de frottement δ le long du mur serait alors égal à 0°. La figure 2.14b montre un mur légèrement rugueux le long duquel la contrainte de cisaillement peut se développer, ce qui peut causer un effet d'arche; la valeur de δ est ici comprise entre 0° et ϕ (en fonction de la rugosité de la surface). La figure 2.14c montre un mur très ondulé aux aspérités grossières, comme on le voit dans les chantiers où la surface du mur est constituée suite au dynamitage; dans ce cas, $\delta \simeq \phi$.

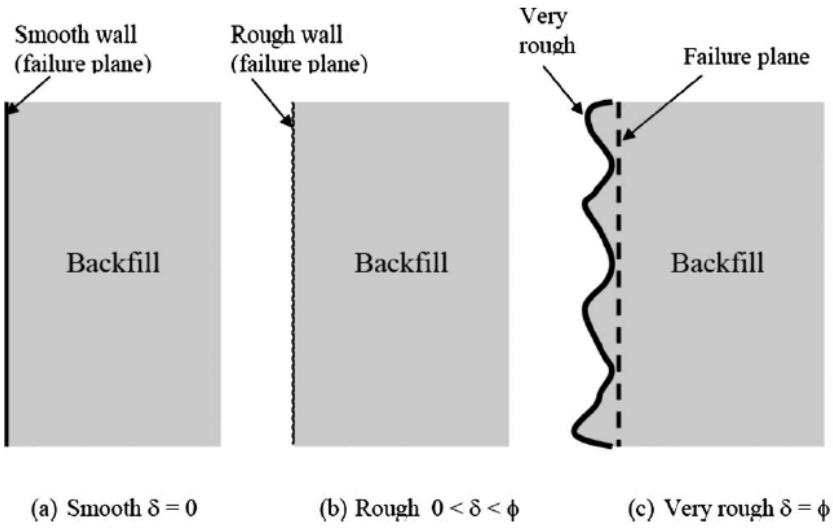


Figure 2.14 : Conditions des murs contrôlant la valeur de l'angle de frottement de l'interface roche-remblai (tiré de Singh et al., 2010).

Dans les solutions analytiques présentées dans ce qui suit, l'hypothèse de base est que, $\delta \leq \phi$

2.2.3.2 Solutions 2D pour chantiers verticaux

Diverses solutions ont été proposées pour évaluer les contraintes dans les chantiers verticaux. Ces solutions mènent usuellement à des contraintes verticales inférieures à celles dues au poids du remblai (obtenue par l'équation 2.1).

Les solutions présentées ici sont basées sur la théorie de l'effet d'arche de Janssen (1895). Elles supposent que le comportement du massif rocheux est très rigide par rapport au matériau remplissant l'excavation.

L'effet d'arche dépend alors du poids volumique du remblai, de la largeur et de la profondeur du chantier, de l'angle de frottement interne (et de sa cohésion, si cimenté), et du coefficient de pression des terres ($K = {\sigma_h}/{\sigma_v}$) qui, à son tour, dépend des propriétés du remblai et du déplacement aux épontes.

- **Solution de Marston**

La solution de Marston (1930) applique le concept général de l'effet d'arche pour le cas des conduites en tranchées (figure 2.15). Cette solution prend en compte la friction le long des parois verticales qui reprennent une partie du poids des terres. La valeur de la contrainte verticale est donc plus faible que celle calculée en considérant le poids des terres.

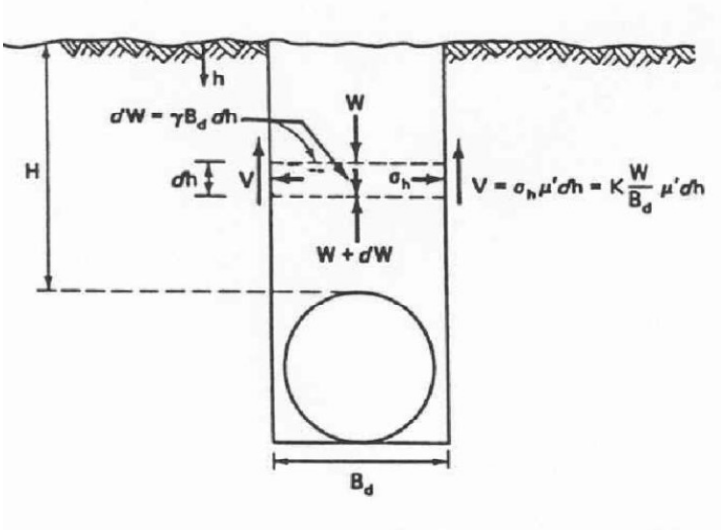


Figure 2.15 : L'élément différentiel utilisé dans la solution de Marston et Anderson (1913; tiré de McCarthy 1988).

Les équations suivantes sont basées sur la solution simplifiée de Marston (qui donne plutôt la force verticale agissant sur la conduite), pour estimer les contraintes verticale et horizontale dans le chantier remblayé:

$$\sigma_{vMC} = \frac{\gamma B}{2\mu}\left[1 - \exp\left(-\frac{2\mu K H}{B}\right)\right] \quad (2.2)$$

$$\sigma_h = \sigma_v K \quad (2.3)$$

$$\mu = \tan\delta \quad (2.4)$$

où δ est l'angle de frottement remblai-mur (º) (entre $\frac{1}{3}\phi \leq \delta \leq \phi$); γ le poids volumique du remblai (kN/m^3), B la largeur de l'ouverture (m), H la hauteur du remblai (m) et K est le coefficient de poussée des terres (le coefficient en condition active de Rankine (K_{aR}) est suggéré, i.e. $K = \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2})$). La solution de Marston n'a pas été développée pour les chantiers miniers, mais elle a servi de base pour plusieurs des développements liés à ce type d'application (voir plus loin)

- **Solution de Terzaghi**

Terzaghi (1943) a ajouté l'effet de la cohésion dans la solution de Marston. Ces équations permettent d'estimer des contraintes verticales et horizontales dans un tunnel (« trap door ») excavé dans un sol, à partir des équations suivantes :

$$\sigma_{vT} = \frac{\gamma B - c}{K \tan\phi}\left[1 - \exp\left(-\frac{K \tan\phi H}{B}\right)\right] + q\exp(-K \tan\phi \frac{H}{B}) \quad (2.5)$$

$$\sigma_h = \sigma_v K \quad (2.6)$$

où ϕ est l'angle de frottement interne (º), c est la cohésion du remblai (kPa) et K le coefficient de poussée des terres, q est la surcharge de surface (kPa).

Terzaghi (1943) suppose que la valeur K est une constante empirique dans le sol.

- **Solution de Marston adaptée aux chantiers remblayés**

Aubertin (1999) et Aubertin et al. (2003) ont adapté explicitement la solution de Marston pour l'adapter au cas des chantiers remblayés verticaux (suite aux travaux de Van Horn, 1964; Askew et al., 1978; Knutson, 1981). La figure 2.16 montre les composantes des contraintes (forces) pour un chantier vertical. Sur cette figure, H est la hauteur de remblai (m), B la largeur du chantier (m), et dh l'épaisseur de l'élément horizontal (tranche). W représente le poids du remblai dans la couche d'épaisseur dh, qui est égal à $W = \gamma B \mathrm{d}h$, où γ est le poids volumique du remblai (kN/m^3). À la position h, l'élément couche est soumis à une force de compression latérale C, une force de cisaillement S et aux forces verticales V et $V + \mathrm{d}V$.

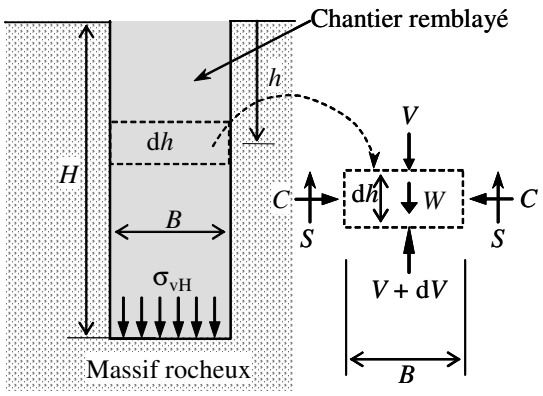


Figure 2.16 : Schéma d'un chantier vertical étroit avec les forces agissant sur une couche horizontales (tranche) (adaptée de Aubertin et al., 2003).

Les formules suivantes sont obtenues en considérant l'équilibre d'une série de tranches (en 2D) superposées, identiques à l'élément dh (Aubertin et al., 2003) :

$$\sigma_{\mathrm{v}} = \frac{\gamma B}{2K_i \tan\phi}\left(1-\exp\left(\frac{-2K_i H \tan\phi}{B}\right)\right) \tag{2.7}$$

$$\sigma_{\mathrm{h}} = K_i \sigma_v \tag{2.8}$$

L'équation 2.7 est une version modifié de l'équation 2.2 avec $\delta = \phi$.

Ces équations sont applicables dans le cas d'un chantier remblayé vertical en déformation plane. La largeur de l'excavation doit être très inférieure à sa longueur et le remblai est complètement drainé et pulvérulent (la cohésion est nulle).

- **Effet de la cohésion**

Les développements analytiques subséquents ont inclus le cas de remblais cohérents (ou cohésifs); dans le cas d'un chantier étroit en 2D, on peut écrire (Li et al., 2004, 2005):

$$\sigma_{\mathrm{v}} = \frac{\gamma B - 2c(1+\tan\alpha_i tan\phi)}{2K_i \tan\phi}\left(1-\exp\left(\frac{-2K_i H\tan\phi}{B}\right)\right) \quad (2.9)$$

$$\sigma_{\mathrm{h}} = K_i \sigma_v \quad (2.10)$$

où ϕ est l'angle de frottement interne (º) qui contrôle aussi l'angle δ à l'interface, α_i est unangle qui est fonction de l'état du remplissage et K_i est le coefficient de poussée des terres (i= a : active, p : passive, 0 : au repos). Sur la base des mouvements de la paroi et les caractéristiques du matériau, la valeur de *K* peut être exprimée par (Aubertin et al., 2003, Li et al., 2003, 2005) :

$K_i = K_0 = 1 - \sin\phi$ et $\alpha_i = 0^{\circ}$ (équation de Jaky, 1948) (2.11)

$K_i = K_a = \tan^2(45^{\mathrm{o}} - \phi/2)$ et $\alpha_i = (\phi/2 - 45^{\mathrm{o}})$ (cas actif Rankine) (2.12)

$K_i = K_p = \tan^2(45^{\mathrm{o}} + \phi/2)$ et $\alpha_i = (\phi/2 + 45^{\mathrm{o}})$ (cas passif Rankine) (2.13)

Théoriquement, la pression active ($K = K_{\mathrm{a}}$) se développe lorsque le mur (lisse) peut se déplacer vers l'extérieur. Ce coefficient mène à la pression minimale qui peut s'exercer sur le mur. La pression passive ($K = K_p$) découle d'un déplacement (significatif) de la paroi vers l'intérieur. La pression au repos ($K = K_0$) s'applique théoriquement lorsque le mur est rigide et ne peut se déplacer et que le remblai ne subit pas de déplacement (ou déformation) horizontal(e); cet aspect a aussi été discuté par Sobhi et al. (2014, 2016), et il sera abordé plus loin dans cette thèse.

- **Distribution non-uniforme des contraintes sur la largeur**

Le modèle proposé par Li et Aubertin (2008) permet d'évaluer, plus réalistement, la répartition des contraintes verticales non uniformes sur la largeur; il peut s'exprimer comme suit :

$$\sigma_{vx} = \frac{\gamma B}{2K\tan\delta}\left[1 - exp\left(\frac{-2Kh\tan\delta}{B(1-DF)}\right)\right] \times \left[1 - a\left(\frac{x}{B}\right)^b\right] \quad (2.14)$$

où x est la distance entre la ligne centrale et la paroi du chantier $\left(x \leq \frac{B}{2}\right)$, a et b sont deux paramètres qui contrôlent l'uniformité de la distribution des contraintes et *DF* est le facteur de distribution défini comme suit :

$$DF = \frac{a}{2^b(b+1)} = \frac{2^{(1-\lambda_1\frac{H}{B})}\tan^{-\lambda_2}(\phi_0+\phi')}{2^b(b+1)} \quad (2.15)$$

Dans cette équation (2.15), l'angle de frottement de référence est $\phi_0 = 50^\circ$ et les paramètres de distribution $\lambda_1 = 0{,}02$, $\lambda_2 = 0{,}1$, $a = 2^{\left(1-\lambda_1\frac{H}{B}\right)}\tan^{-\lambda_2}(\phi' + \phi_0)$ et b = 3.

Selon cette solution, la contrainte horizontale s'exprime de la façon suivante :

$$\sigma_h = \frac{\gamma B}{2\tan\delta}\left[1 - exp\left(\frac{-2Kh\tan\delta}{B(1-DF)}\right)\right] \quad (2.16)$$

2.2.3.3 Chantiers verticaux 3D

Van Horn (1964), Winch (1999), Li et al. (2004, 2005), et Pirapakaran et Sivakugan (2006) ont développé des solutions 3D pour l'analyse des contraintes dans les chantiers remblayés. Les contraintes sont alors influencées par les quatre murs (Li et Aubertin, 2009b).

- **Solution de Van Horn**

Les formules suivantes ont été proposées par Van Horn, (1964) pour évaluer les contraintes en 3D:

$$\sigma_v = \frac{\gamma\left(\frac{BL}{L+B}\right)-2c}{2K_r\tan\delta}\left[1 - \exp\left(\frac{-4K_rH\tan\delta(L+B)}{LB}\right)\right] \quad (2.17)$$

$$\sigma_h = K_r\,\sigma_v \quad (2.18)$$

$$K_r = \sigma_h/\sigma_v = 1/(1+2\tan^2\phi) \quad (2.19)$$

où δ est l'angle de frottement remblai-mur (°), B la largeur du chantier (m), H la hauteur du chantier (m), et L la profondeur du chantier (m).

Cette solution est basée sur celle de Marston (avec les mêmes limitations); elle considère que la contrainte verticale se distribue uniformément sur toute la largeur du chantier.

- **Solution de Winch**

Cette solution 3D pour les chantiers verticaux avec remblai cimenté est basée sur la solution de Terzaghi (1943) présentée plus haut (développée pour le problème du « trap door »). Les contraintes verticales sont obtenues par l'équation suivante (Winch, 1999):

$$\sigma_{vT} = \sigma_{v0} + \frac{\frac{B.l.\gamma}{2R(B+l)} - (c + K.\sigma_{v0}\tan\phi)}{K\tan\phi}\left(1 - exp\left(\frac{-2R(l+B)}{l.B}K.\tan\phi(h-h_0)\right)\right) \quad (2.20)$$

où h_0 est la hauteur de remplissage à laquelle l'effet d'arche commence (m); σ_{v0} est la contrainte verticale (kPa) pour $h = h_0$; R est un rapport de la longueur active sur la longueur totale du chantier; et K est le coefficient de poussée des terres active ou au repos, i.e. $K_0 = 1 - \sin\phi$ et $K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right)$.

- **Solution de Pirapakaran et Sivakugan**

Les contraintes verticales et horizontales s'expriment ici de la façon suivante (Pirapakaran et Sivakugan, 2006)

$$\sigma_v = \frac{\gamma L}{2K_0\tan\delta}\left(\frac{B}{L+B}\right)\left[1 - \exp\left(\frac{-2K_0 H\tan\delta(L+B)}{LB}\right]\right. \quad (2.21)$$

$$\sigma_h = K_0\,\sigma_v \quad (2.22)$$

$$K_0 = {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v} = 1 - \sin\phi \quad (2.23)$$

La principale différence entre la solution de Van Horn (1964) et celle de Pirapakaran et Sivakugan (2006) est le définition de δ; ces derniers supposent que l'angle de frottement remblai-roche (δ) est égal à $\frac{2}{3}\phi$.

Pirapakaran (2008) a construit des modèles physiques de laboratoire (chantiers verticaux remblayés) pour évaluer les contraintes verticales et étudier les facteurs d'influence. Les résultats ont été comparés aux modélisations numériques avec FLAC et avec la solution analytique définie par les éq.2.21 à 2.23. L'influence de la géométrie du chantier, de la rugosité des parois et des propriétés des matériaux de remblayage a été étudiée en relation avec l'effet d'arche au cours d'essais en laboratoire. Ces essais ont notamment démontré que l'effet d'arche s'amplifie avec l'augmentation de la rugosité de surface.

- **Solution générale 3D de Li et al.**

Li et al. (2004; 2005) ont développé une solution basée sur la solution 2D de Marston. Elle est plus générale que les autres approches 3D pour les chantiers verticaux. La figure 2.17 montre schématiquement un chantier vertical, avec les différentes forces appliquées sur un élément couche (tranche horizontale); l'analyse est basée sur une distribution uniforme des contraintes verticales sur la surface horizontale de l'élément. Sur cette figure, H est la hauteur de remblai (m), B la largeur du chantier (m) et L la longueur du chantier (m). Cette couche horizontale est soumise à différentes forces de compression latérales (C_i, i=1-4), verticales (S_i) et horizontales (T_i); on note aussi les forces longitudinales (S_L et S_L+dS_L) et transversales (S_B et S_B+dS_B) de cisaillement. Finalement, on ajoute les forces verticales internes (V et V+dV) agissant sur les surfaces horizontales.

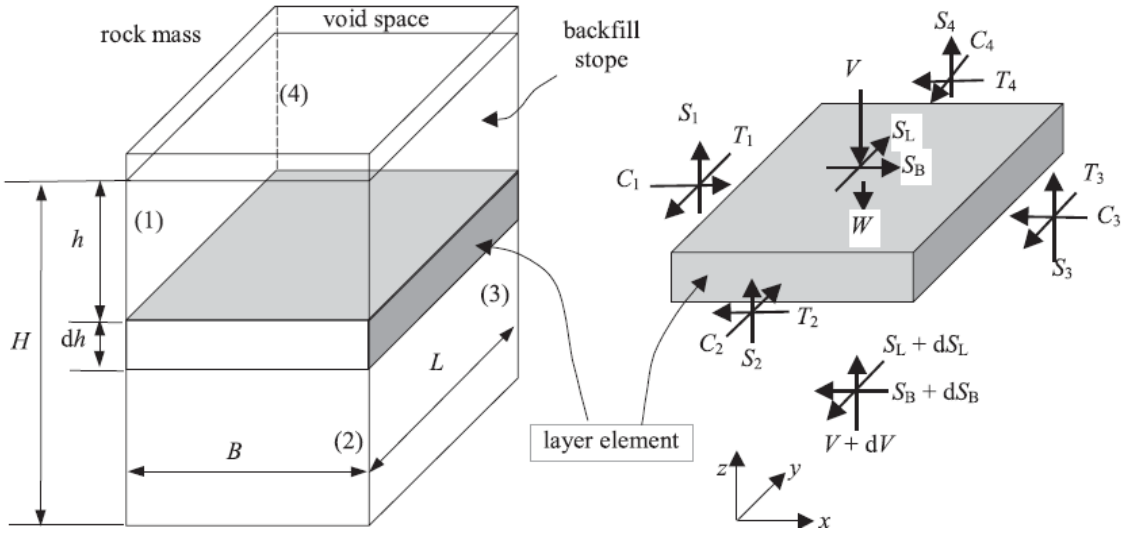


Figure 2.17 : Schéma d'un chantier vertical remblayé avec les diverses forces sur l'élément horizontal (couche ou tranche) (tiré de Li et al., 2005).

Les formule suivantes ont été développées par Li et al. (2004, 2005) pour estimer la contrainte verticale (σ_v) agissant sur le plan horizontal à une profondeur h :

$$\sigma_{vh} = \frac{\gamma - (K_{13}B^{-1} + K_{24}L^{-1})}{\lambda_{13}B^{-1} + \lambda_{24}L^{-1}} \left(1 - exp(-h(\lambda_{13}B^{-1} + \lambda_{24}L^{-1})\right) \quad (2.24)$$

Où la valeur de K_i (i = 1-4) devrait être entre le coefficient au repos (K_0) k et le cas actif (K_a)

$$\lambda_{13} = K_1 \tan\delta_1 + K_3 \tan\delta_3 \quad (2.25)$$

$$\lambda_{24} = K_2 \tan\delta_2 + K_4 \tan\delta_4 \quad (2.26)$$

$$K_{13} = c_1 + c_3 + 2c(\tan\alpha_1 \tan\delta_1 + \tan\alpha_3 \tan\delta_3) \quad (2.27)$$

$$K_{24} = c_2 + c_4 + 2c(\tan\alpha_2 \tan\delta_2 + \tan\alpha_4 \tan\delta_4) \quad (2.28)$$

$\delta_i \leq \phi$ et $c_i \leq c$ (i= 1-4); ϕ est l'angle de frottement interne (°) et c la cohésion du remblai.

Li et al. (2005) ont aussi présenté des solutions spécifiques pour certains cas particuliers :

- Si on suppose que les quatre parois autour du chantier sont composées d'un seul et même matériau (avec $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta$ et $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c$), l'équation 2.24 devient :

$$\sigma_{vh} = \frac{\gamma - 2c\left[(1+2\tan\alpha_1\tan\delta)B^{-1} + (1+2\tan\alpha_2\tan\delta)L^{-1}\right]}{2(K_1B^{-1}+K_2L^{-1})\tan\delta}(1 - exp(-2h(K_1B^{-1} + K_2L^{-1})\tan\delta) \quad (2.29)$$

- Si les quatre parois réagissent de la même manière (avec $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = K$ et $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha$) :

$$\sigma_{vh} = \frac{\frac{\gamma}{B^{-1}+L^{-1}} - 2c(1+2\tan\alpha\tan\delta)}{2K\tan\delta}[1 - exp(-2hK(B^{-1} + L^{-1})\tan\delta] \quad (2.30)$$

Lorsque la longueur du chantier est bien supérieure à la largeur du chantier (avec $L \gg B$), l'équation 2.30 évolue vers la solution 2D (éq. 2.9):

$$\sigma_{vh} = \frac{\gamma B - 2c(1+2\tan\alpha\tan\delta)}{2K\tan\delta}[1 - exp(-2hKB^{-1}\tan\delta)] \quad (2.31)$$

La figure 2.18 montre la comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) calculées en utilisant la solution 3D (éq. 2.30) et les résultats obtenus avec la solution 2D (éq. 2.9 ou 2.31). Ces résultats confirment que les contraintes horizontales et verticales peuvent être beaucoup plus petites avec la solution 3D. Cette différence est due à la plus grande contrainte de cisaillement produite le long de la troisième dimension, à l'interface entre le remblai et les parois (négligée dans la solution 2D). Cette solution ne tient toutefois pas compte des effets du facteur de distribution non-uniforme (*DF*) sur les contraintes verticales dans le remblai (voir éq. 2.14).

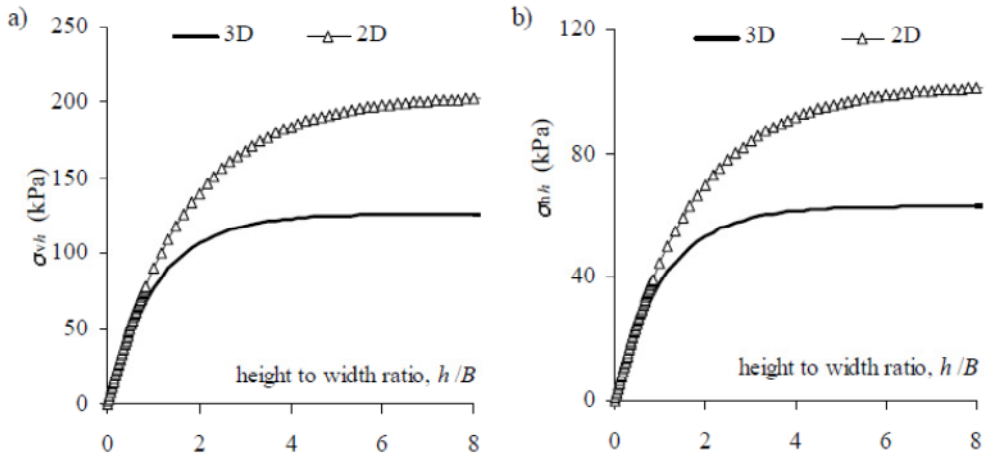


Figure 2.18 : Valeurs calculées (Éqs. 2.30 et 2.31) de la: a) contrainte verticale; b) la contrainte horizontale (en fonction du rapport *h/B*). Dans ces cas, B = 6 m, L = 10 m (en 3D), c = 1 kPa, $\delta = \phi = 30^{\circ}$, γ = 20 kN/m^3, $K = K_o$ = 0,5 (tirée de Li et al. 2005).

2.2.3.4 Distribution des contraintes dans des chantiers inclinés

Les chantiers miniers sont rarement verticaux. Une faible inclinaison ne devrait pas trop influencer le champ des contraintes dans le remblai (Knutsson, 1981). Toutefois, dans un chantier plus incliné, l'éponte inférieure et supérieure peuvent subir des contraintes différentes. Les contraintes globales dans les remblais résultent du poids propre du remblai et des effets du déplacement des épontes et de la friction causant l'effet d'arche.

Quelques solutions analytiques ont été proposées pour les chantiers inclinés ; les principales sont revues ici.

Caceres (2005) a modifié la théorie de Marston (éq. 2.2 pour un chantier incliné. Cette solution a mené à l'équation suivante pour évaluer les contraintes verticales σ_v le long du centre d'un chantier minier incliné d'un angle β (°).

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma B}{2K\tan\phi}\right)\sin^2\beta\left[1 - exp\left(\frac{2Kh\tan\phi}{B\sin^2\beta}\right)\right] \qquad (2.32)$$

K est le coefficient de poussée des terres; dans ce cas $K \cong 1.4\sin^2\phi - 2\sin\phi + 1$ (valeur obtenue suite à des analyses numériques.

Dans cette équation, γ est le poids volumique (kN/m^3); ϕ est l'angle de frottement interne (°); B la largeur du chantier (m); h la hauteur du chantier (m); et β est l'angle d'inclinaison des épontes. La solution ne fait pas de distinction entre les contraintes sur les deux épontes (et au centre).

Ting et al. (2011) ont comparé les formules de Caceres (2005) avec les résultats de modélisations de Li et Aubertin (2009a), et ils ont noté certains écarts (non négligeables). Ting et al. (2011) ont aussi proposé les formules suivantes pour les contraintes au centre du chantier incliné avec deux épontes inclinées parallèles (figure 2.19).

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma B - 2\xi}{2K' \tan\delta}\right)\left[1 - \exp\left(\frac{2K' h \tan\delta}{B}\right)\right] \tag{2.33}$$

$$K' = \frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2}\cos 2\beta + K\tan\delta\sin 2\beta \tag{2.34}$$

$$\xi = c(1 + \sin 2\beta \tan\delta) \tag{2.35}$$

où K est le coefficient de poussée des terres ($K = K_0 = 1 - \sin\phi$) et δ est l'angle de frottement remblai-roche (°). Ils ont proposé d'utiliser $\delta = \frac{2}{3}\phi'$; β est angle d'inclinaison des murs et c est la cohésion (kPa).

Dans cette solution, il a été supposé que la cohésion entre la roche et le remblai est égale à la cohésion du remblai.

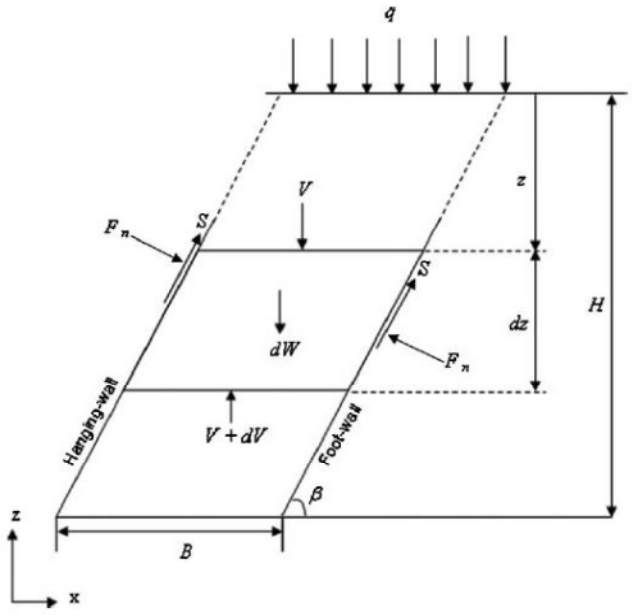


Figure 2.19 : Caractéristiques d'un remblai incliné (tirée de Ting et al., 2011)

Singh et al. (2011) ont proposé les formules suivantes pour un chantier incliné avec deux épontes inclinées parallèles (figure 2.20):

$$\sigma_v = \frac{(\gamma\delta B \sin^2\alpha \csc\delta - 2c)}{2(\sin^2\delta + K\cos^2\delta)\tan\delta}\left(1 - exp\left(\frac{8(\sin^2\delta + K\cos^2\delta)\tan\delta\sin\delta}{B[2(1+K)\delta - (1-K)\sin 2\delta\cos 2\alpha]\sin^3\alpha}h\right)\right) + \sigma_0 exp\left(-\frac{8(\sin^2\delta + K\cos^2\delta)\tan\delta\sin\delta}{B[2(1+K)\delta - (1-K)\sin 2\delta\cos 2\delta]\sin^3\alpha}h\right) \quad (2.36)$$

où B est la largeur du chantier (m); h la hauteur du chantier (m); δ l'angle de frottement d'interface. Ils ont utilisé $\delta = \phi$; (°) α est l'angle d'inclinaison (°) des épontes.

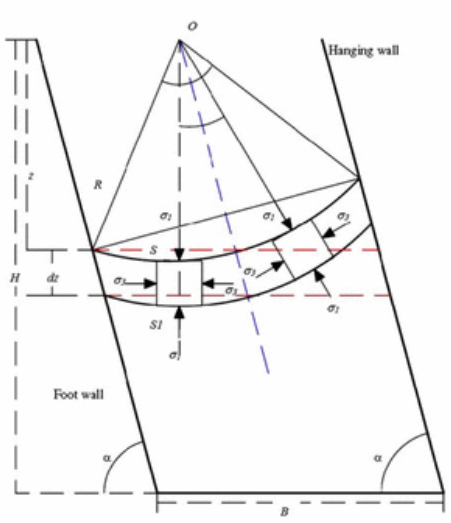


Figure 2.20 : Schéma d'un chantier incliné remblayé et l'arche (tiré de Singh et al., 2011).

La solution de Singh et al. (2011) est difficile à appliquer (et interpréter) car certains paramètres ont une signification flottante; c'est pourquoi elle ne sera pas utilisée dans la suite de ce projet (lorsque les diverses solutions disponibles sont analysées).

Li et al. (2013) ont modifié la théorie de Marston pour estimer des contraintes dans une ouverture symétrique avec des épontes inclinées non parallèles (i.e. problème des tranchées remblayées). La figure 2.21 montre le modèle qu'ils ont utilisé pour développer la solution. Li et al. (2013) ont proposé les équations suivantes pour la contrainte verticale au centre de l'ouverture :

$$\sigma_v = \frac{\gamma D}{2(\lambda-1)} \times \left(1 - \frac{2h}{D}\right)\left\{1 - (1 - \frac{2h}{D})^{\lambda-1}\right\} + q(1 - \frac{2h}{D})^{\lambda} \quad (2.37)$$

$$D = L_b \tan\alpha + 2H_b \quad (2.38)$$

$$\lambda = K_a(\tan\alpha \tan\delta + 1) - 1 \quad (2.39)$$

où α représente l'angle d'inclinaison des épontes (°); δ l'angle de frottement d'interface (°); H_b la hauteur du remblai (m); L_b la largeur à la base de l'ouverture; γ le poids volumique (kN/m^3); h la profondeur du point de calcul dans le remblai (m).

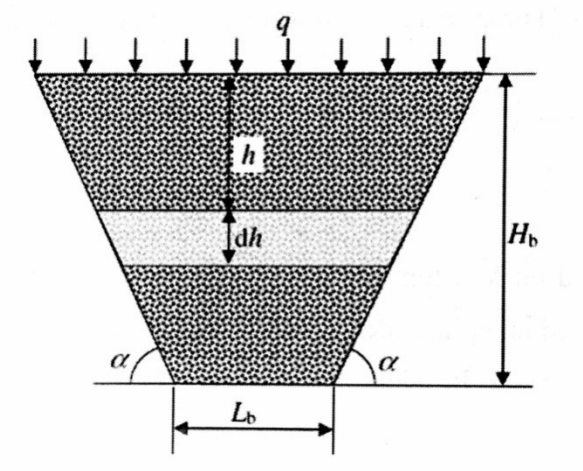


Figure 2.21 : Schéma d'une ouverture remblayées avec des parois inclinées, non parallèles. (tiré de Li et al. 2013)

Ting et al. (2014) ont récemment ont proposé des équations pour un chantier incliné avec des parois ayant deux différents angles d'inclinaison (i.e. l'angle d'inclinaison α et β; figure 2.22):

$$\sigma_v = -\frac{(R-Sz)}{T} + \frac{S(P-Qh)}{T(T+Q)} + (q + \frac{R}{T} - \frac{SP}{T(T+Q)}) \left[(1 - \frac{Qh}{P})^{\frac{1}{a}}\right]^{-T} \quad (2.40)$$

$$T = \frac{(\tan\alpha - \tan\beta)}{\tan\beta \tan\alpha} - K_1 \tan\phi - K_2 \tan\phi - K_2 \cot\beta + K_1 \cot\alpha \quad (2.41)$$

$$R = \gamma B - c(1 + \sin 2\alpha \tan\phi) - c(1 + \sin 2\beta \tan\phi) - c \sin 2\beta \cot\beta) + c \sin 2\alpha \cot\alpha + \frac{\gamma H(\tan\alpha - \tan\beta)}{\tan\beta \tan\alpha} \quad (2.42)$$

Où

$$S = \frac{\gamma(\tan\alpha - \tan\beta)}{\tan\beta \tan\alpha}, Q = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{\tan\beta \tan\alpha} \text{ et } P = B + \frac{H(\tan\alpha - \tan\beta)}{\tan\beta \tan\alpha}. \quad (2.43)$$

Les valeurs du coefficient de pression latérale proposées par Ting et al (2014) sont :

$$K_1 = \frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2}\cos 2\alpha + K \tan\phi \sin 2\alpha. \quad (2.44)$$

Pour l'éponte inférieure avec l'angle d'inclinaison β :

$$K_2 = \frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2}\cos 2\beta + K \tan\phi \sin 2\beta, \quad (2.45)$$

Ici, B représente la largeur du chantier (m); B_T est la largeur en tête du chantier (m); h est la hauteur du chantier (m); α est l'angle d'inclinaison de l'éponte supérieure (°); β est l'angle d'inclinaison de l'éponte inférieure (°); ils ont utilisé $\delta = \phi$.

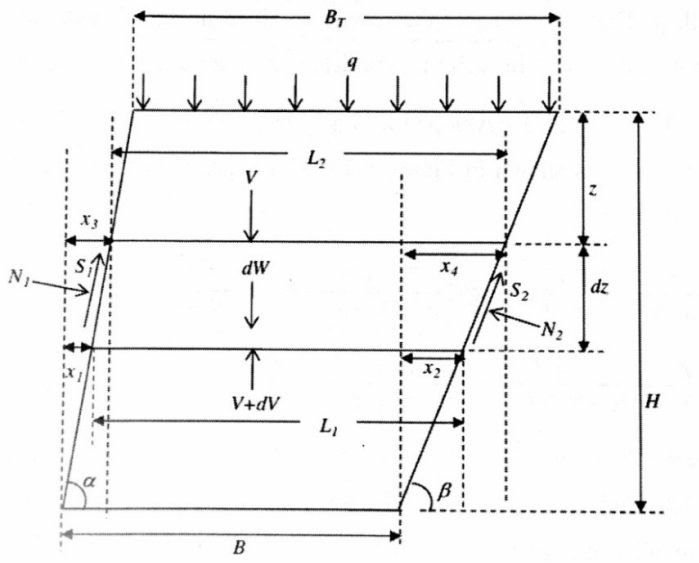


Figure 2.22 : Schéma d'un chantier incliné remblayé avec des épontes non parallèles (tiré de Ting et al. 2014).

2.2.4 Distribution des contraintes dans les chantiers avec pression d'eau

La capacité de drainage d'un remblai est influencée grandement par ses propriétés hydrogéotechniques. Lorsque le remblai possède une forte capacité de rétention d'eau, il peut demeurer plus saturé et il résiste mieux aux phénomènes d'altération chimique et aux

phénomènes d'auto-ignition (Aubertin et al., 2002). Par contre, l'eau retenue peut aussi affecter la répartition des contraintes et la pressions sur les barricades (El Mkadmi et al., 2014).

La relation entre les propriétés des remblais, leur teneur en eau et les pressions interstitielles peut engendrer des couplages complexes entre les transferts d'eau et la réponse mécanique (contraintes et déformations), le drainage et le tassement (et la consolidation) du remblai (avec réduction l'indice des vides).

L'eau présente au remplissage est évacuée vers les zones de plus basse pression, dans un processus transitoire au cours duquel les pressions interstitielles se dissipent progressivement. Pendant ce processus, il y a un transfert progressif des contraintes totales vers le squelette du remblai (i.e. augmentation des contraintes effectives).

Dans les remblais hydrauliques, le drainage et la consolidation peuvent être très rapides en raison de la grande conductivité hydraulique du matériau. Dans le remblai en pâte cimenté, le drainage et la consolidation peut se faire lentement en raison de sa faible conductivité. Lorsque la cure du ciment progresse, les propriétés changent et ceci affecte la réponse du remblai (Potvin et al., 2005).

- **Solution 2D**

Li et Aubertin (2009c) ont développé un modèle d'analyse des contraintes dans un chantier minier remblayé que tient compte de l'effet de la pression d'eau. La figure 2.23 présente schématiquement un chantier vertical étroit remblayé qui est en partie submergé.

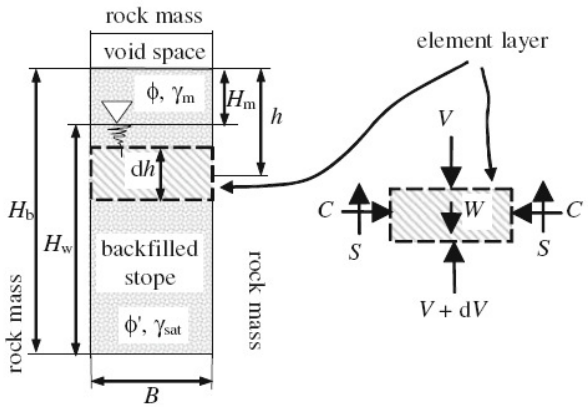


Figure 2.23 : Schéma d'un chantier vertical étroit remblayé partiellement submergé. (tiré de Li et Aubertin, 2009c).

Sur cette figure, H_b est la hauteur totale de remblai (m), H_m l'épaisseur de la couche humide (m), H_w la hauteur d'eau dans le chantier (m) et dh la taille de l'élément horizontal (tranche ou couche). Les principales propriétés du remblai humide sont données par l'angle de frottement ϕ (°) et le poids volumique γ (kN/m^3), alors que celles du remblai saturé sont données par l'angle de frottement effectif ϕ' (°) et le poids unitaire (volumique) saturé, γ_{sat} (kN/m^3).

On calcule l'état de contrainte au-dessus de la nappe phréatique *($h \leq H_m$)* à l'aide des équations 2.7 et 2.8.

Sous la nappe ($h > H_m$), Li et Aubertin (2009c) proposent les formulations suivantes :

$$\sigma_v^{'} = \frac{\gamma_{sub} B}{2K_s \tan\phi^{'}}\left(1 - exp\left(\frac{-2K_s(h-H_m)}{B}\right)\tan\phi^{'}\right) + \frac{\gamma_m B}{2K\tan\phi}\left(1 - exp\left(-\frac{2KH_m}{B}\tan\phi\right)\right) \times$$

$$exp\left(-\frac{2K_s(h-H_m)}{B}\tan\phi^{'}\right) \quad (2.46)$$

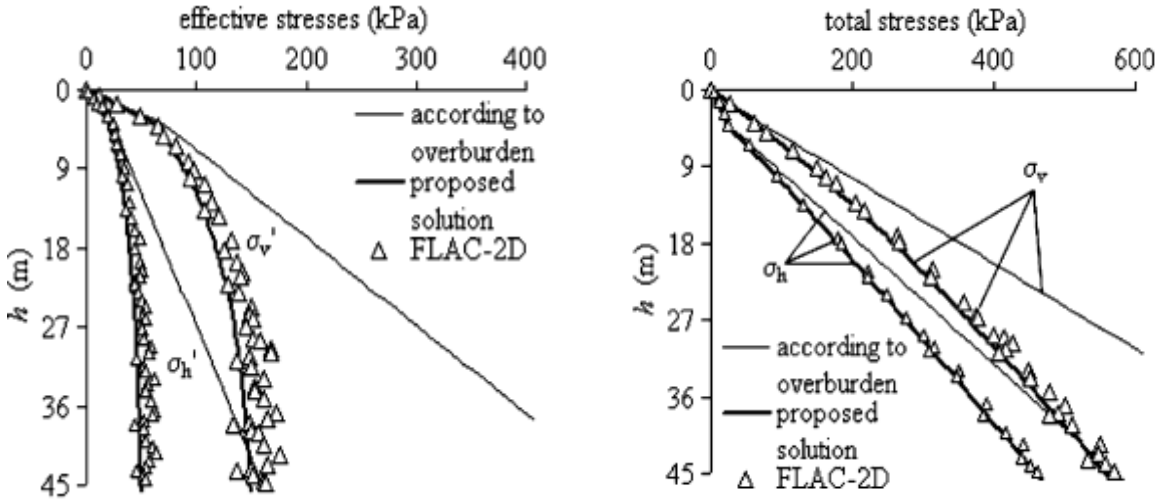
$$\sigma_h^{'} = K_s\sigma_v^{'} \quad (2.47)$$

$$K_s \cong K = K_a = \tan^2\left(45^{\circ} - \frac{\phi^{'}}{2}\right) \quad (2.48)$$

$$\gamma_{sub} = \gamma_{sub} - \gamma_w \quad (2.49)$$

où $\sigma_v^{'}$ est la contrainte verticale effective (kPa); $\sigma_h^{'}$ la contrainte horizontale effective totale (Pa); K_s est le coefficient de réaction effective pour le remblai saturé; les autres définitions usuelles sont utilisées pour la figue 2.23.

Li et Aubertin (2009c) ont aussi évalué numériquement l'effet des pressions interstitielles à l'équilibre et les ont comparés à la solution analytique présentée plus haut (éqs. 2.46 à 2.49). La figure 2.24 montre qu'il y a une bonne corrélation entre les contraintes effectives et totales (verticales et horizontales) au centre du chantier remblayé (les caractéristiques du cas analysé sont présentées dans la légende) obtenues par les solutions numériques et les résultats analytique. Ces résultats indiquent également que les contraintes effectives obtenues par les calculs numériques et l'analytique sont bien inférieures au poids des terrains (l'effet d'arche).



a) b)

Figure 2.24 : Contraintes verticales et horizontales applicables (a) et totales (b) au centre du chantier, obtenues par des simulations numériques et des solutions analytiques; E = 300 MPa, c = 0, γsat = 20 kN/m3, υ = 0,2 et $\phi_{sat} = 30^{\circ}$ pour le remblai saturé*; E = 30 GPa, υ = 0,3 et γ = 27 kN/m³ pour la masse rocheuse; B = 6 m et H = 45 m.* (tiré de Li et Aubertin, 2009c)

- **Solution 3D**

Li et Aubertin (2009b) ont extensionné le modèle d'analyse des contraintes en 3D pour inclure l'effet de la pression d'eau (figure 2.25).

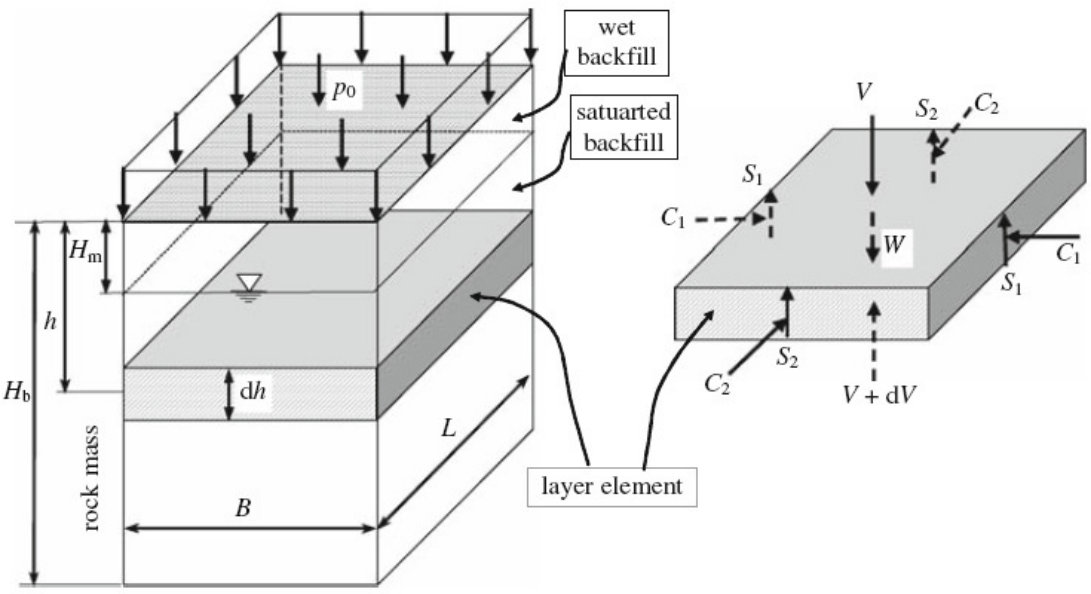


Figure 2.25 : Schéma d'un chantier vertical remblayé avec les diverses forces sur l'element horizontal (couche ou tranche), (tiré de Li et Aubertin, 2009b) .

Les définitions des paramètres de cette figure sont également présentées pour la figure 2.25.

L'état des contrainte au-dessus de la nappe phréatique ($h < H_m$) se calcule à l'aide des équations 2.24 à 2.31. Sous la nappe ($h > H_m$), Li et Aubertin (2009d) proposent les formules suivantes :

$$\sigma'_{\mathrm{vh}} = \frac{\gamma_m - 2c_m(\lambda_{1m}B^{-1} + \lambda_{2m}L^{-1})}{M_m}\left(1-\exp\left(-H_m M_m\right)\right)\exp\left(\left(H_m - h\right)M_{sat}\right) + \frac{\gamma_{sub} - 2c_{sat}(\lambda_{1sat}B^{-1} + \lambda_{2sat}L^{-1})}{M_{sat}}\left(1-\exp\left(H_m - h\right)M_{sat}\right) + P_0\exp\left[\left(H_m - h\right)M_{sat} - H_m M_m\right] \tag{2.50}$$

$$\sigma'_{\mathrm{hhi}} = K_{isat}\sigma'_{vh} + 2c_{sat}\tan\alpha_{isat} \tag{2.51}$$

$$M_{sat} = 2(B^{-1}K_{1sat} + L^{-1}K_{2sat})\tan\delta_{sat} \tag{2.52}$$

$$M_m = 2(B^{-1}K_{1m} + L^{-1}K_{2m})\tan\delta_m \tag{2.53}$$

$$\lambda_{1m} = 1 + 2\tan\alpha_{1m}\tan\delta_m \tag{2.54}$$

$$\lambda_{2m} = 1 + 2\tan\alpha_{2m}\tan\delta_m \tag{2.55}$$

$$\lambda_{1sat} = 1 + 2\tan\alpha_{1sat}\tan\delta_{sat} \tag{2.56}$$

$$\lambda_{2sat} = 1 + 2\tan\alpha_{2sat}\tan\delta_{sat} \tag{2.57}$$

où γ_m est le poids volumique du remblai humide au-dessus de la nappe (kN/m^3), c_m la cohésion du remblai humide au-dessus de la nappe (kPa), γ_{sub} le poids unitaire submergé du remblai, ϕ_{sat} l'angle de frottement applicable (°), c_{sat} la cohésion applicable (kPa), δ_m l'angle de frottement remblai-roche humide (°), δ_{sat} l'angle de frottement remblai-roche saturé (°), K_{isat} le coefficient de réaction applicable pour le remblai saturé et K_{im} le coefficient de pression latérale.

La figure 2.26a montre clairement l'effet d'arche sur les contraintes verticales effectives (éq. 2.50) et totales ($\sigma_v = \sigma'_v + u_w$) avec une surcharge 50 kPa sur le remblai (p_0 = 50 kPa). Les caractéristiques de ce cas sont présentées dans la légende.

Les figures 2.26b, 2.26c et 2.26d montrent que les contraintes verticales effectives (éq. 2.50) calculées selon la théorie de l'effet d'arche sont influencées par les propriétés du remblai et la géométrie du chantier.

La figure 2.26b, c montre que l'augmentation de l'angle de frottement interne ϕ et la cohésion c peuvent réduire significativement les contraintes effectives dans le chantier. Ces résultats confirment aussi que diminuer de la longueur du chantier L peut réduire les contraintes horizontales et verticales, en raison de l'augmentation du transfert au massif rocheux (figure 2.26d). La figure montre aussi que les contraintes effectives verticales et horizontales sont réduites sous le niveau de la nappe phréatique en raison de la pression interstitielle de l'eau.

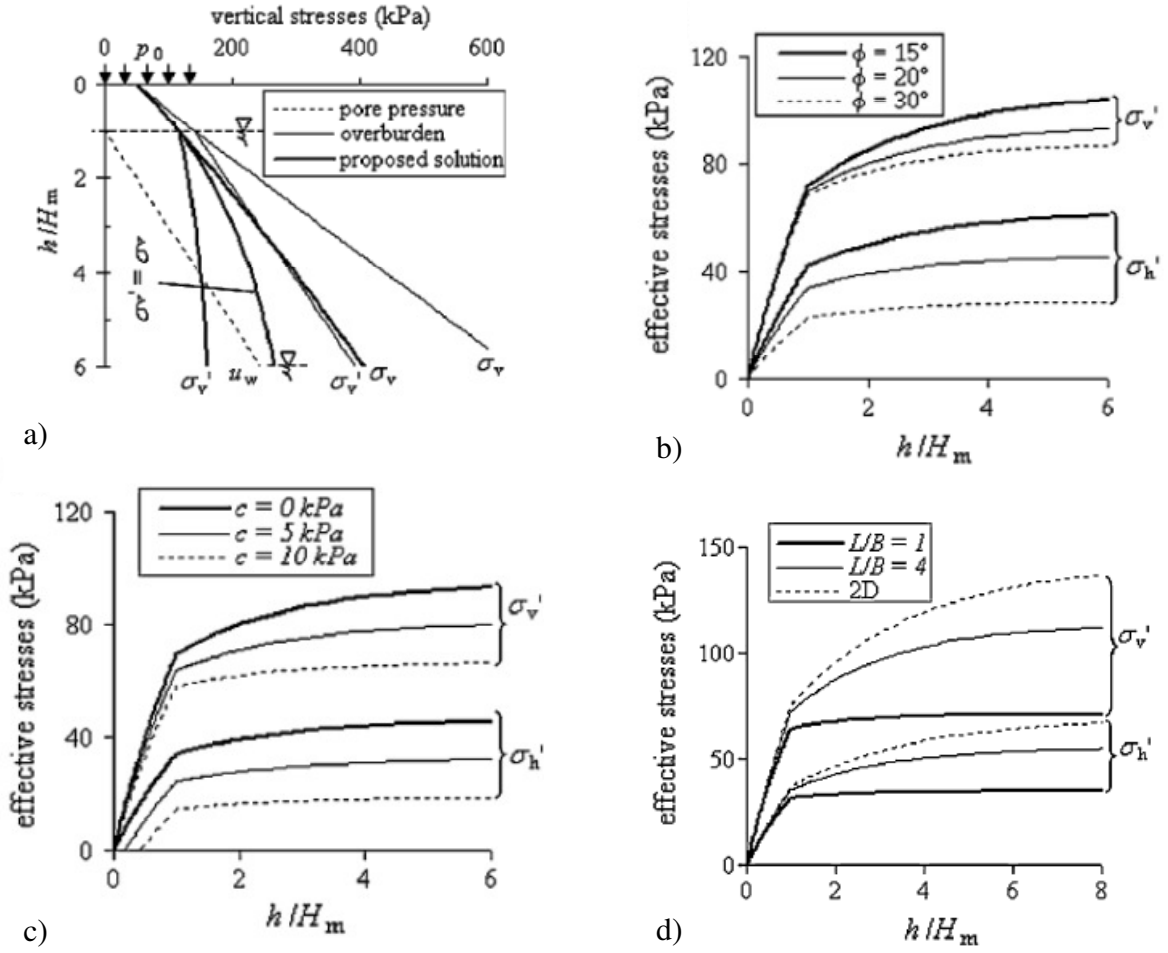


Figure 2.26: a) Contraintes verticales en fonction de la position *h*, basées sur le poids des terres et l'équation (2.50); b) Influence l'angle des frottements internes ϕ c) Influence de la cohésion *c* d) Influence de la longueur *L* du chantier sur les contraintes effectives à différentes élévations *h* avec B = 10m, H_m = 5m ; L = 20m, ϕ'= 30° ; γ = 18kN/m^3, $\phi_m = \phi_{sat} = \delta_m = \delta_{sat} = 30°$; γ_{sat} = 20 kN/m^3, p_0 = 50 kPa. (tiré de Li et Aubertin, 2009b).

- **Distribution non-uniforme des contraintes sur la largeur avec pression de l'eau**

Li et Aubertin (2010a) ont proposé un modèle d'analyse pour évaluer l'effet de la pression d'eau interstitielle dans les chantiers remblayés verticaux en tenant compte des contraintes non-uniformes sur la largeur. Ces contraintes verticales sous la nappe ($h > H_m$) peuvent être définies comme suit :

$$\sigma'_{vx} =$$
$$\left\{\frac{\gamma_{sub}B}{K_s \tan\delta_s}\left[1-\exp\left(-\frac{K_s\tan\delta_s}{B\left(1-\frac{DF_s}{4}\right)}(\langle H_m\rangle - h)\right)\right]+\right.$$
$$\left.\frac{\gamma_m B}{K_m\tan\delta_m}\left[1-\exp\left(-\frac{K_m\tan\delta_m}{B\left(1-\frac{DF_m}{4}\right)}\langle H_m\rangle\right)\right]\exp\left(-\frac{K_s\tan\delta_s}{B\left(1-\frac{DF_s}{4}\right)}(\langle H_m\rangle - h)\right)\right\}\times\left\{1-DF_s\left(\frac{|x|}{B}\right)^3\right\} \quad (2.58)$$

où σ'_{vx} est la contrainte verticale applicable selon de la largeur (kPa) K est le coefficient de poussée des terres (ici $K = K_a$). Les crochets Macaulay sont définis par $\langle H_m\rangle = \left(\frac{H_m+|H_m|}{2}\right)$. Le facteur de distribution DF_s pour le remblai saturé est le suivant :

$$DF_s = \frac{2^{-(2+\frac{H_b}{100B})}}{\tan^{0.1}(50^\circ+\phi_{sat})} \quad (2.59)$$

Les résultats de cette solution indiquent que les contraintes verticales et horizontales effectives diminuent en dessous de niveau de l'eau, tandis que les contraintes totales ont tendance à augmenter avec la pression de l'eau.

2.3 Pression horizontale sur les barricades

Il est essentiel d'évaluer de façon représentative la pression exercée par le remblai sur les murs des chantiers et sur les barricades installées dans les galeries d'accès au bas du chantier.

Une barricade est une structure qui retient les matériaux de remblayage à l'intérieur du chantier. Il existe de nombreux types de barricades. Le choix dépend de la méthode d'extraction employée et des remblais utilisés. Si les remblais sont secs, les barricades ne nécessitent aucun design particulier à moins que l'eau ne s'écoule dans le chantier. Si les remblais contiennent de grandes quantités de matériaux fins et saturés, ils pourraient générer des écoulements de boue de sorte qu'une barricade bien conçue est nécessaire pour la sécurité du site. Les barricades sont habituellement construites avec des briques, des blocs de béton ou du treillis recouvert de béton projeté; elles peuvent aussi être faites avec de la roche stérile (Li et Aubertin, 2009d; Yang et al., 2016).

Li et Aubertin (2009d) ont développé une solution pour évaluer les pressions sur les barricades placées au bas des chantiers, dans des galeries de dimension réduite. La figure 2.27 montre le problème analysé pour le cas complètement drainé (sans pression d'eau). La contrainte horizontale s'exprime alors de la façon suivante :

$$\sigma_h = \left\{\frac{h}{H_d}\sigma_{hT0} + \left[1 - \frac{h}{H_d}\sigma_{hb0}\right]\right\} \exp\left\{-l\,\frac{2\tan\delta}{K_{dl}}\left[\frac{1}{H_d} + \frac{K_{dt}}{W_d}\right]\right\} \tag{2.60}$$

où σ_{hT0} et σ_{hB0} sont les contraintes horizontales en bas et en haut de l'entrée de la galerie, au bas du chantier, K_{dl} et K_{dt} sont les coefficients de poussée des terres selon l'axe longitudinal et transversal de la galerie.

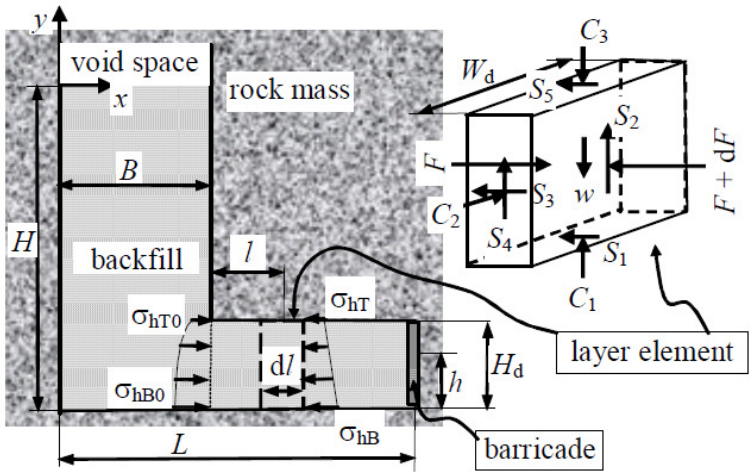


Figure 2.27: Chantier vertical remblayé avec la barricade et la galerie (tiré de Li et Aubertin 2009d).

Li et Aubertin (2009e) ont aussi développée la solution analytique pour évaluer les pressions sur la barricade dans un chantier complètement submergé (voir figure 2.28). Dans ce cas, la contrainte horizontale devient :

$$\sigma'_h = \left\{\frac{h}{H_d}\sigma'_{hT0} + \left[1 - \frac{h}{H_d}\sigma'_{hb0}\right]\right\} \exp\left\{-l\,\frac{2\tan\delta_{sat}}{K_{dl}}\left[\frac{1}{H_d} + \frac{K_{dt}}{W_d}\right]\right\} \tag{2.61}$$

où σ'_{hT0} et σ'_{hB0} sont les contraintes horizontales effectives en bas et en haut de l'entée de la galerie du chantier.

$$\sigma_h = \sigma'_h + \gamma_w(H_w - h) \tag{2.62}$$

Ces équations sont valables pour $H_b \geq H_d$.

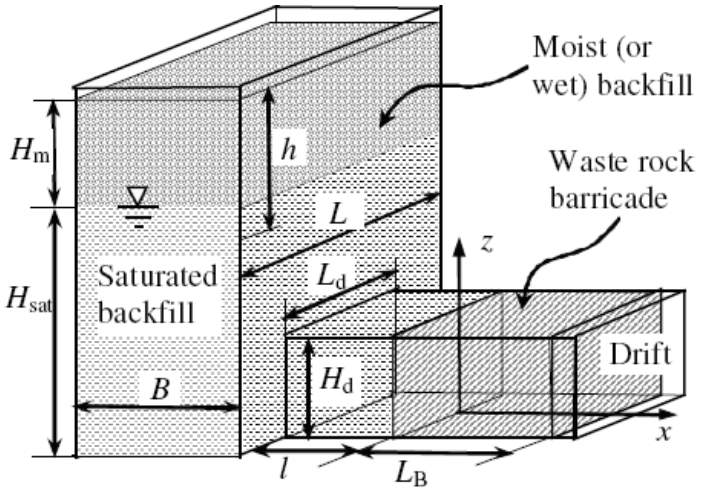


Figure 2.28 : Chantier remblayé partiellement submergé avec galerie d'accès et barricade stériles. (tiré de Li et Aubertin, 2009e)

Différentes méthodes ont été introduites pour estimer l'état des contraintes dans un chantier remblayé, incluant des solutions analytiques, des mesures *in situ* et des modélisations numériques. Des détails supplémentaires à propos de ces méthodes sont aussi disponibles dans ce chapitre. Les chantiers sont souvent inclinés. Toutefois, moins d'investigations ont été faites sur les chantiers inclinés alors que, dans un chantier incliné, les contraintes sur la largeur augmentent considérablement vers l'éponte inférieure. Les solutions existantes négligent souvent plusieurs facteurs. Par exemple, les solutions sont basées sur des hypothèses simplifiées et sont moins utiles dans le cas de géométries plus complexes et inclinées.

Dans la suite de la thèse, nous présenterons les résultats de nouvelles simulations obtenus avec FLAC et FLAC^{3D} et de nouvelles solutions analytiques 2D et 3D applicables aux cas de chantiers inclinés, en tenant compte de l'influence des paramètres de résistance du remblai et de la géométrie des chantiers. Ces solutions (numériques et analytiques) sont basées, en partie, sur certaines de celles qui ont été présentées dans ce chapitre 2.

CHAPITRE 3 ARTICLE 1: ANALYSIS OF THE STRESS DISTRIBUTION IN INCLINED BACKFILLED STOPES USING CLOSED-FORM SOLUTIONS AND NUMERICAL SIMULATIONS

Abtin Jahanbakhshzadeh[1,*], Michel Aubertin[1] and Li Li[1]

This article was submitted to Geotechnical and Geological Engineering, Submitted in April 2016.

Abstract: Backfilling is often used in underground mines to ensure stope stability and workers safety. Evaluating the stress state in the fill material and surrounding rock mass is a critical step for the design of backfilled stopes. The majority of analytical (closed-form) solutions to obtain the stresses have been developed for vertical openings. In reality, most mine stopes have inclined walls. Previous studies have shown that in such cases, the stresses developing along the hanging wall and footwall can be quite different. Recent investigations have also indicated that the stress transfer between the relatively soft backfill and stiff rock mass is typically not as well developed in inclined stopes, compared with vertical openings. In this paper, the authors first recall analytical solutions proposed for evaluating the stresses in backfilled stopes with vertical and inclined walls. Numerical simulations are then used to assess the interactions between the backfill and rock mass. The influence of backfill properties and stope geometry (in terms of height, width and inclination) is examined. The stresses obtained from existing solutions and new simulations are then compared and discussed. This comparison points to significant differences, indicating that an alternate formulation is required to properly assess the stress state in inclined stopes.

Keywords: Mining stopes, inclined openings, backfill, stress state, analytical solutions, numerical modeling.

3.1 Introduction

Backfilling of stopes is applied in underground mines world-wide to improve the ore recovery, opening stability and workers safety. This practice can also serve environmental purposes, by reducing the amount of mining wastes disposed on the surface (Benzaazoua et al. 2008). General overviews on backfill characteristics and applications have been presented by various authors in recent years (e.g. Hassani and Archibald, 1998; Hustrulid and Bullock, 2001; Potvin et al., 2005; Grabinsky, 2010; Hambley, 2011; Thompson et al., 2012).

Rock fill, hydraulic fill and paste backfill are the most popular backfill technologies currently used in mines (e.g. Liston, 2014). For hard rock mines, these fills are much less stiff than the surrounding rock mass, even when a significant portion of binder is added. After deposition in the stope, the self-weight settlements of the fill material tend to produce shear stresses along the rough walls of the opening, transferring some of the overburden weight to the rock mass, through a phenomenon known as arching (e.g. Askew et al., 1978; Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003). This stress transfer process has been extensively investigated for vertical stopes, but much less work has been performed on backfilled stopes with inclined walls. Numerical simulations of inclined stopes have nonetheless revealed some key features, such as a significant difference between the stresses on each side of the opening (Li et al., 2007; Li and Aubertin, 2009a).

Most analytical solutions developed to evaluate the stress distribution in backfilled stopes consider vertical walls (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2005; Li and Aubertin, 2008, 2009b; Pirapakaran, 2008). A few of these closed-form solutions have also been proposed to assess the stress state inside inclined stopes (e.g. James et al., 2004; Caceres, 2005; Caceres et al., 2006; Singh et al., 2009, 2011; Blight, 2010; Ting et al., 2011, 2014). As will be shown below, the applicability of the latter solutions is often limited because these typically neglect the difference between the stresses along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW).

In this paper, analytical solutions proposed to evaluate the stresses in backfilled stopes under plane strain (2D) conditions are recalled. New results from 2D numerical simulations of backfilled stopes with inclined walls are then presented. Simulations results are compared with the stresses obtained from analytical solutions. This comparison indicates that significant differences may exist between the two types of solution. This suggests that modified expressions

are required to improve the evaluation of the stresses in inclined backfilled stopes; such new formulation is proposed in Jahanbakhshzadeh et al. (2016) (chapter 4).

3.2 Existing analytical solutions

Various analytical solutions have been developed to obtain the stresses in backfill placed within mine stopes. Many of these can be considered as extensions of the Marston (1930) solution, initially proposed for conduits in trenches (e.g. McCarthy, 1988; Handy and Spangler, 2007) and later adapted for backfilled stopes. This plane strain solution can be expressed as follows for the vertical (σ_v) and horizontal (σ_h) stresses in stopes (Aubertin et al., 2003):

$$\sigma_v = \frac{\gamma \mathrm{B}}{2K \tan\delta}\left(1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h}\tan\delta}{\mathrm{B}}\right)\right) \tag{3.1}$$

$$\sigma_h = \frac{\gamma \mathrm{B}}{2\tan\delta}\left(1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h}\tan\delta}{\mathrm{B}}\right)\right) \tag{3.2}$$

where h is the depth (m) in the backfill; B is the opening width (m); γ is the backfill unit weight (kN/m^3); δ is the interface friction angle along the walls (°), which is often taken as the internal friction angle ϕ' of the backfill (i.e. $\delta = \phi'$) for rough rock surfaces.

In these equations, K is the earth pressure coefficient ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$). The value $K = K_a = \tan^2\left(45 - \frac{\phi'}{2}\right)$, based on Rankine's active state, appears to apply for vertical stopes, particularly near the central part of the opening (Li et al., 2003; Sobhi et al., 2014).

This solution (Eqs 3.1 and 3.2) has been extended to include the effect of various additional influence factors including backfill cohesion and 3D geometry (Li et al., 2005), and pore water pressures (Li and Aubertin, 2009b, 2010a); these factors will not be considered here.

Li and Aubertin (2008) also modified this analytical solution to reflect the non-uniform stress distribution along the width of vertical backfilled stopes; the corresponding equations can be written as follows:

$$\sigma_v = \frac{\gamma \mathrm{B}}{2K \tan \phi'}\left(1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h} \tan \phi'}{\mathrm{B}(1-DF)}\right)\right) \times \left[1 - a\left(\frac{|x|}{\mathrm{B}}\right)^{\mathrm{b}}\right] \quad (3.3)$$

$$\sigma_h = \frac{\gamma \mathrm{B}}{2 \tan \phi'}\left(1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h} \tan \phi'}{\mathrm{B}(1-DF)}\right)\right) \quad (3.4)$$

with

$$DF = \frac{2^{\left(1-\lambda_1 \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{B}}\right)} \tan^{-\lambda_2}(\phi_0 + \phi')}{2^{\mathrm{b}}(\mathrm{b}+1)} \quad (3.5)$$

In these equations, K is again taken as the Rankine active coefficient ($K = K_a$); x is the distance from the centerline (-B/2 < x < B/2); parameters $\phi_0 = 50^{\circ}$, $\lambda_1 = 0.02$, $\lambda_2 = 0.1$, $a = 2^{\left(1-\lambda_1 \frac{H}{B}\right)} \tan^{-\lambda_2}(\phi' + \phi_0)$ and b = 3 (based on numerical simulations results). These equations lead to stresses near the walls that differ from those along the central line of the stope.

Others have adapted Marston's solution to consider the effect of inclined stope walls. For instance, Caceres (2005) proposed the following equation:

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma \mathrm{B}}{2K tan\phi'}\right) sin^2\beta \left[1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h} tan\phi'}{\mathrm{B} sin^2\beta}\right)\right] \quad (3.6)$$

This equation leads to:

$$\sigma_h = K\sigma_v = \left(\frac{\gamma \mathrm{B}}{2tan\phi'}\right) sin^2\beta \left[1 - exp\left(\frac{-2K\mathrm{h} tan\phi'}{\mathrm{B} sin^2\beta}\right)\right] \quad (3.7)$$

In these equations, β is the inclination angle of the walls (°) from the horizontal axis ($\beta \leq 90^{\circ}$).

Based on the analysis of numerical results, these authors expressed the earth pressure coefficient as follow (Caceres, 2005):

$$K = 1.4\sin^2\phi' - 2\sin\phi' + 1 \qquad (\text{for } \phi' \leq 40^\circ) \tag{3.8}$$

The following formulation was later proposed by Ting et al. (2011) for inclined stopes (without a surcharge on the cohesionless fill surface):

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma \mathrm{B}}{2K' tan\delta}\right)\left[1 - exp\left(\frac{-2K' \mathrm{h} tan\delta}{\mathrm{B}}\right)\right] \tag{3.9}$$

with

$$K' = \frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2}\cos 2\beta + K\tan\delta\sin 2\beta \tag{3.10}$$

The ratio between the horizontal (lateral) σ_h and vertical σ_v stresses along the centerline of the stope is taken as $K = K_0 = 1 - \sin\phi'$, based on the well-known Jaky (1948) equation. This leads to the following expression (for cohesionless fill):

$$\sigma_h = K\sigma_v = K\left[\left(\frac{\gamma \mathrm{B}}{2K' tan\delta}\right)\left[1 - exp\left(\frac{-2K' h tan\delta}{\mathrm{B}}\right)\right]\right] \tag{3.11}$$

A value $\delta = 2/3\phi'$ has been adopted by Ting et al. (2011) for the friction angle along the walls.

The equations presented above will be applied below to calculate the stresses in inclined openings with cohesionless backfill. These results are then compared systematically with those obtained from numerical simulations for a variety of conditions.

3.3 Numerical simulations

Numerical analyses can be very useful to assess the response of underground openings and these have been commonly used to evaluate the behavior of backfilled stopes (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003, 2007; Pirapakaran and Sivakugan, 2007; Li and Aubertin, 2009a; Sivakugan et al., 2013; El Mkadmi et al., 2014; Falaknaz et al., 2015a, 2015b). New simulations

have been conducted here to evaluate the stresses in stopes with walls having different inclination angles, considering various sizes and (uncemented, i.e. $c' = 0$) backfill properties, under plane strain and dry conditions.

Figure 3.1 shows the conceptual model of an inclined backfill stope, based on previous simulations conducted by Li and Aubertin (2009a) using the code FLAC (Itasca, 2002). This commercial code is a two dimensional finite difference program that uses a Lagrangian calculation scheme and a mixed discretization zoning technique. FLAC is well adapted to simulate geotechnical problems consisting of several stages such as sequential excavation and filling of mine stopes

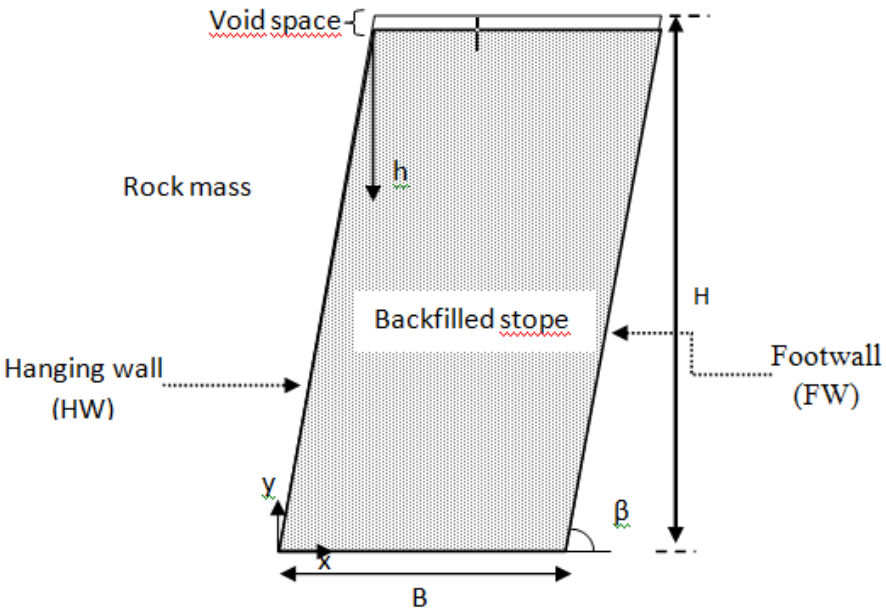


Figure 3.1 : Reference model for the simulations of inclined backfilled stopes (not to scale)

Figure 3.2 shows a typical model with the mesh used for the numerical simulations with FLAC. The elements are smaller inside and near the stope walls to obtain more accurate results. The number of elements depends on the stope geometry and model size.

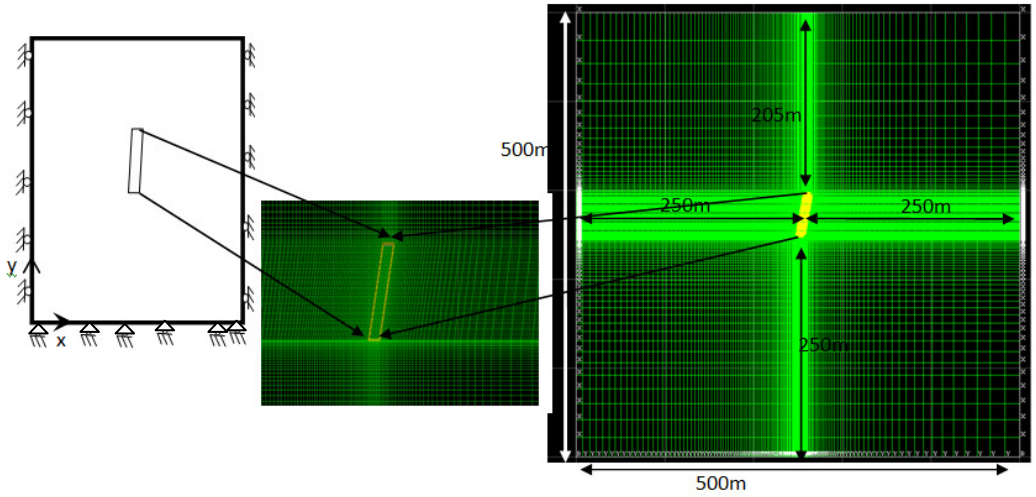


Figure 3.2 : Typical model constructed with FLAC with the mesh used to simulate the behavior of an inclined backfilled stope (inclination angle $\beta = 80^{\circ}$ shown here). (figure modifiée par rapport à celle incluse dans le manuscrit initialement soumis).

The external boundaries (size of the model) have been placed far enough to avoid any influence on the stresses obtained inside and near the walls of the stopes. This assessment was performed for each simulation, with different stope sizes, walls inclination angle and backfill properties, for the various cases identified in Table 3.1. For instance, the external boundaries for the model constructed with walls inclined at $\beta = 80°$, $B = 6$ m and $H = 45$ m (Case 0 illustrated in Figure 3.2), are placed 250 m from the bottom and 205 m from the top of the stope in the vertical direction and 250 m from the center in the horizontal direction; it was verified that increasing the size of this model would have no effect on the simulation results.

The boundary conditions applied to the numerical models are also shown in Figure 3.2. Horizontal displacements are prevented on both side boundaries and vertical displacements are prevented at the base of each model.

Gravity is applied as the initial condition on the rock mass. The excavation is then created in one step. After convergence of the walls is completed, filling of the stope is applied in 7 steps (layers) to minimize the effect of adding the fill too quickly (Pirapakaran, 2008; Li et Aubertin, 2009a).

The stope is filled to a final height h = 44.5 m, with an additional 0.5 m of void space left at the top. The inclination of the stope walls β varies from 90° (vertical) to 60° with respect to the horizontal axis (for the different cases).

The rock mass is considered homogeneous, isotropic and linearly elastic, with the following properties: E_r = 30 GPa (Young's modulus); υ_r = 0.3 (Poisson's ratio) and γ_r = 27 kN/m^3 (unit weight).

Table 3.1: Parameters used for the different simulations conducted with FLAC (Itasca, 2002), including stope size and material properties; in all cases: height H = 45 m; unit weight γ = 18 kN/m^3, Young's modulus E = 300 MPa

Backfill properties	**Case 0**	**Case I**		**Case II**
		Case Ia	**Case Ib**	
Poisson's ratio υ*	0.33	0.33	0.33	0.26
Internal friction angle ϕ' (°)	30	30	30	40
Stope width B (m)	6	20	45	6
Inclination angle β (°)	60, 70, 80, 90	60, 70, 80, 90		60, 70, 80, 90

$*$ $\upsilon \propto \phi'$, *see Eq. 3.12*

The following relationship was applied to relate the value of Poisson's ratio (υ) and the internal friction angle ϕ' of the backfill:

$$\upsilon = \frac{1-\sin\phi'}{2-\sin\phi'} \tag{3.12}$$

This equation, illustrated on Figure 3.3, is used for consistency so a single value is obtained for the earth pressure coefficient at rest (K_0), based either on Jaky's equation (recalled above) or on the relationship with the Poisson's ratio ($K_0 = \frac{\upsilon}{1-\upsilon}$), which are thus considered equivalent (e.g. McCarthy, 2007; Falaknaz, 2014). This approach differs from the one adopted in most previous numerical analyses where ϕ' and υ were considered independent from each other; it also leads to somewhat different results in some cases (Falaknaz, 2014; Falaknaz et al., 2015b; in Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).

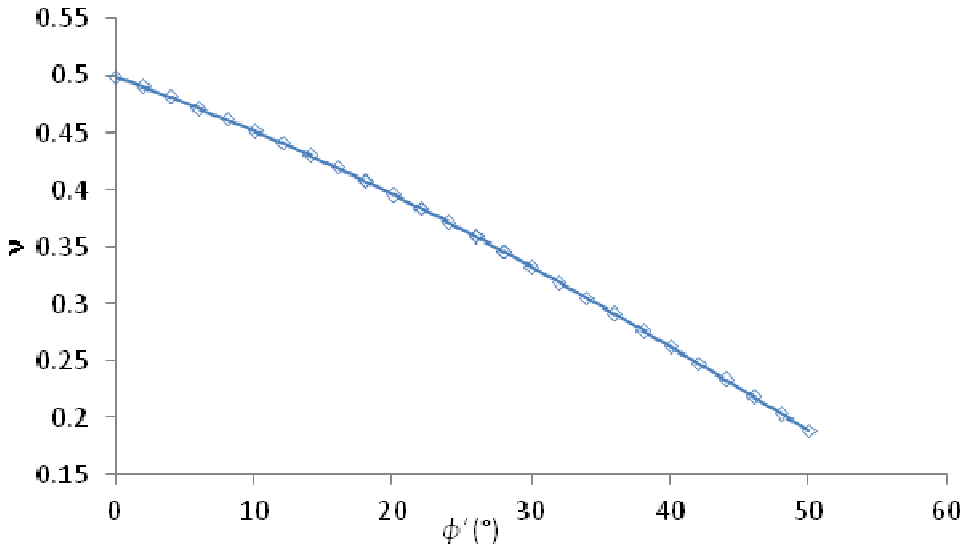


Figure 3.3 : Relation between the value of Poisson's ratio υ and the internal friction angle ϕ' obtained from Eq. 3.12.

Table 3.1 gives the geotechnical and geometric parameters used for the different simulations; the selected backfill properties are mainly based on data taken from Belem et al. (2000, 2004), Belem and Benzaazoua (2008) and El Mkadmi (2012).

The simulations results are first used below to illustrate the effect of stope geometry and backfill properties on the stresses distribution. Numerical results are then compared with the stresses obtained from the analytical solutions presented above.

3.4 Simulations results

Simulations results are presented for the stresses obtained for Cases 0, I and II, with different parameters varied to assess their effect.

3.4.1 Effect of stope inclination

The first series of simulations illustrates the influence of stope walls inclination β. Case 0 (Table 3.1) corresponds to a stope with B = 6 m and h = 44.5 m, with β varying from 90˚ (vertical) to 60˚.

Figure 3.4 shows iso-contours of the vertical and horizontal stresses within the backfill for β = 90˚ (Figs. 3.4a, 3.4b) and 60˚ (Figs. 3.4c, 3.4d). It is seen that for the vertical stope (Figs. 3.4a and 3.4b), there is a significant stress transfer from the backfill to the rock mass abutments (associated with arching). Both the vertical and horizontal stresses are significantly lower than the overburden pressures, especially at depth (as will also be shown in Fig. 3.5).

The iso-contours of the vertical and horizontal stresses within the inclined stope (with β = 60˚) show that these are not uniformly distributed along the width of the stope (Figs. 3.4c, 3.4d). The vertical stress (σ_v) is typically lower near the hanging wall (HW) than along the center line (CL) and footwall (FW). For instance, the vertical stress at mid height (*H*/2) along the width of this inclined stope increases from $\sigma_v = 31$ kPa at the hanging wall to $\sigma_v = 130$ kPa near the footwall. The horizontal stress (σ_h) at mid-height of the stope follows a different trend, decreasing from 78 kPa near the hanging wall to 51 kPa near the footwall. The difference in the stresses along the two walls tends to vary with depth.

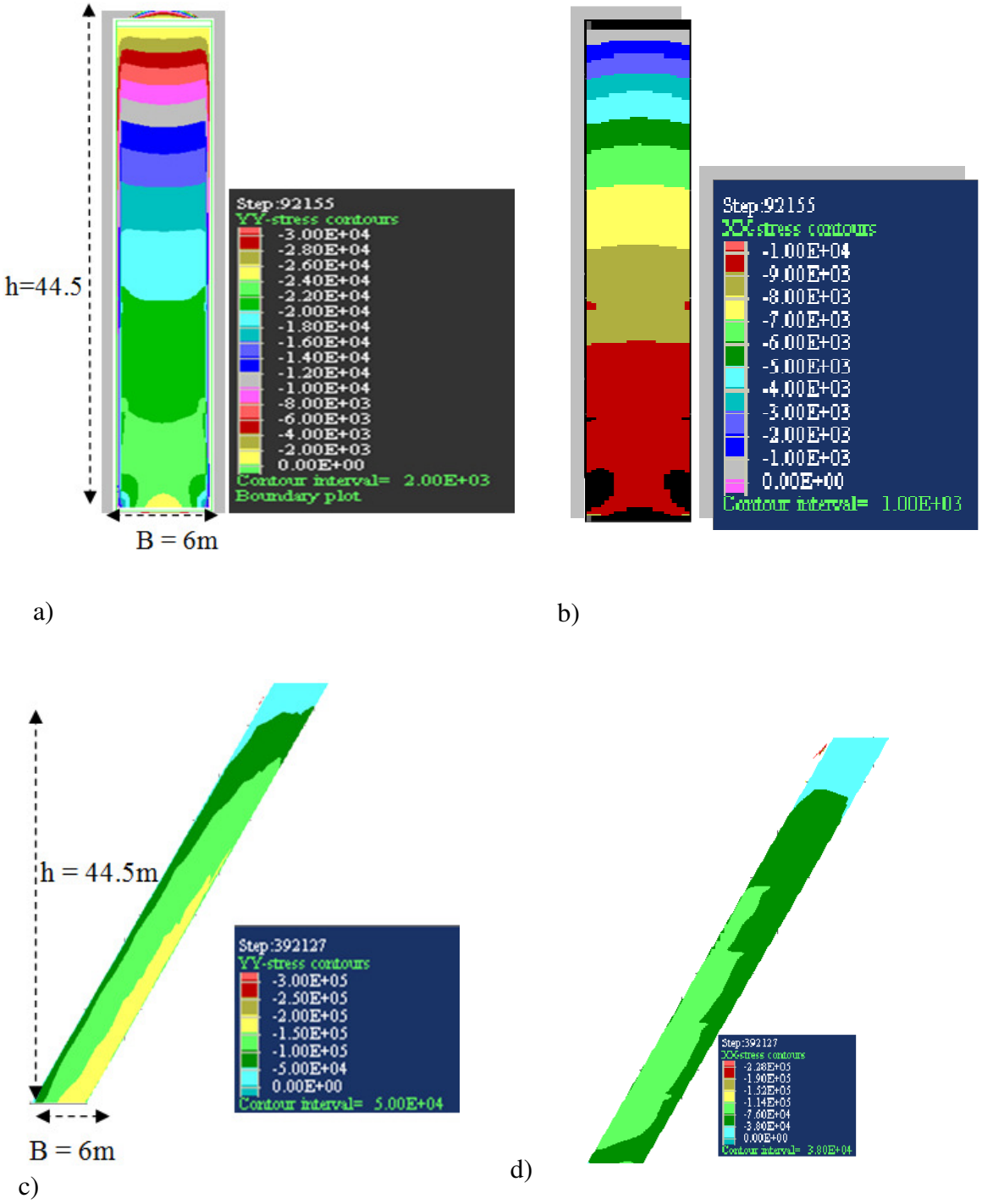


Figure 3.4 : Iso-contours of the vertical (left; values in Pa) and horizontal (right; values in Pa) stresses (negative values means compression) within backfilled stopes (Case 0); a, b) vertical walls (β=90°) c, d) inclined walls (β=60°).

The stresses in the backfill along the three lines parallel to the walls (along the HW, FW and CL) are shown in Figure 3.5 for different angles β (= 90° to 60°); the overburden stresses ($\sigma_v = \gamma h$, $\sigma_h = K_0 \sigma_v$) are also shown on this figure. These results illustrate the effect of adding the backfill in 7 layers, with some oscillations in the stress distributions along the height.

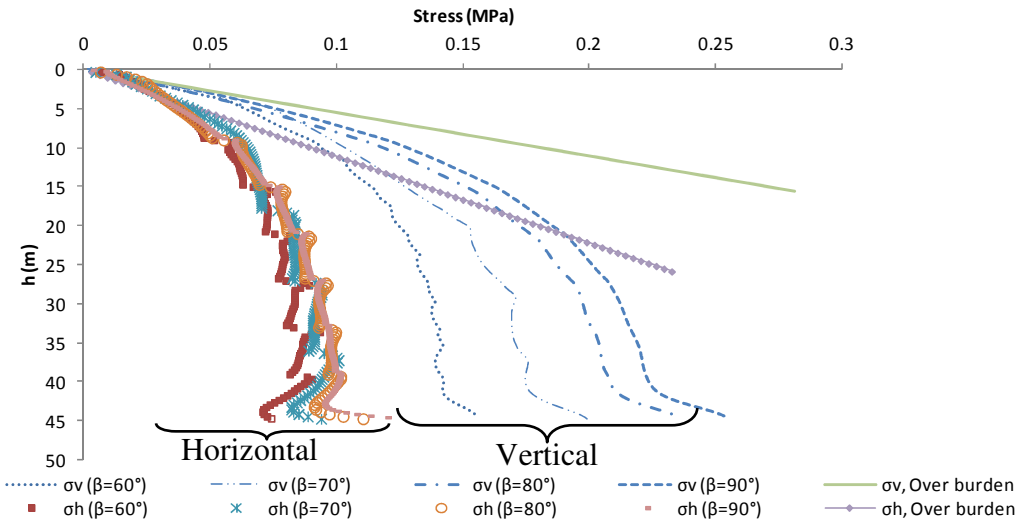
Figure 3.5a indicates that both stresses (σ_v , σ_h) tend to decrease with a reduction of the inclination angle β along the central line (CL); this effect is much more pronounced for the vertical stress.

Along the footwall (FW), the vertical stresses σ_v are almost the same for β = 90° and 80° (Fig. 3.5b), but σ_v decreases for β = 70° and β = 60°. Figure 3.5b also shows that the horizontal stresses near the footwall tend to decrease when the stope is more inclined (particularly for β = 70° and 60°).

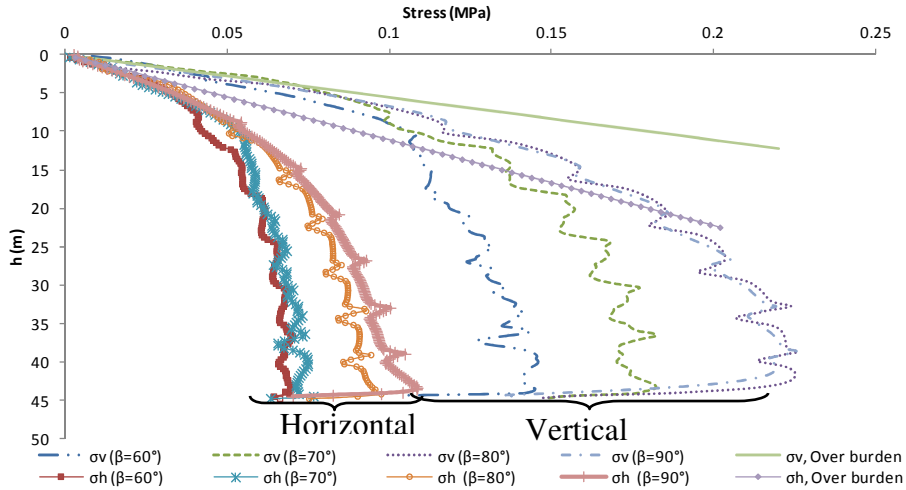
The vertical stresses along the hanging wall (HW) of inclined stopes (Fig. 3.5c) decreases markedly when angle β is reduced; the horizontal stresses tend to increase slightly with a decrease of the inclination angle β.

In all these simulations, the stresses in the backfilled stopes increase with depth, but these are much smaller than the overburden pressures, especially near the base of the opening.

a)



b)



c)

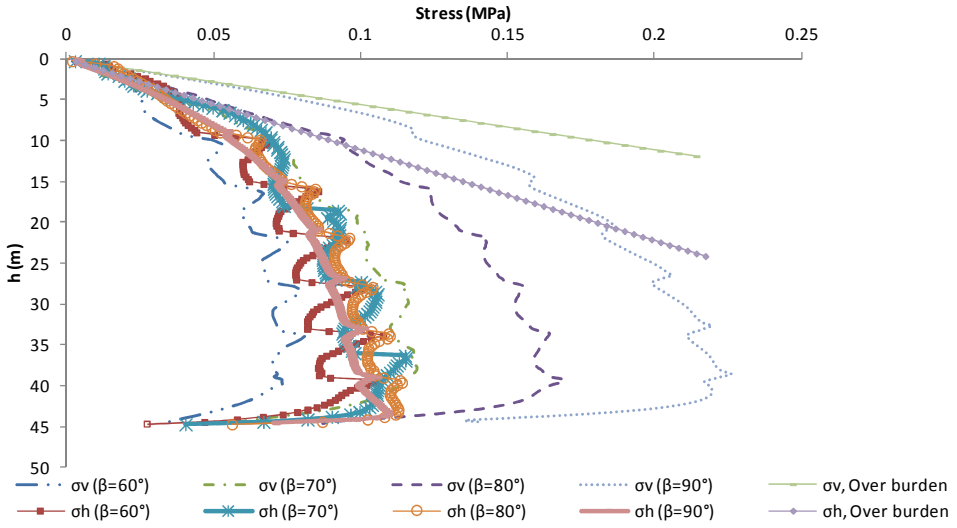
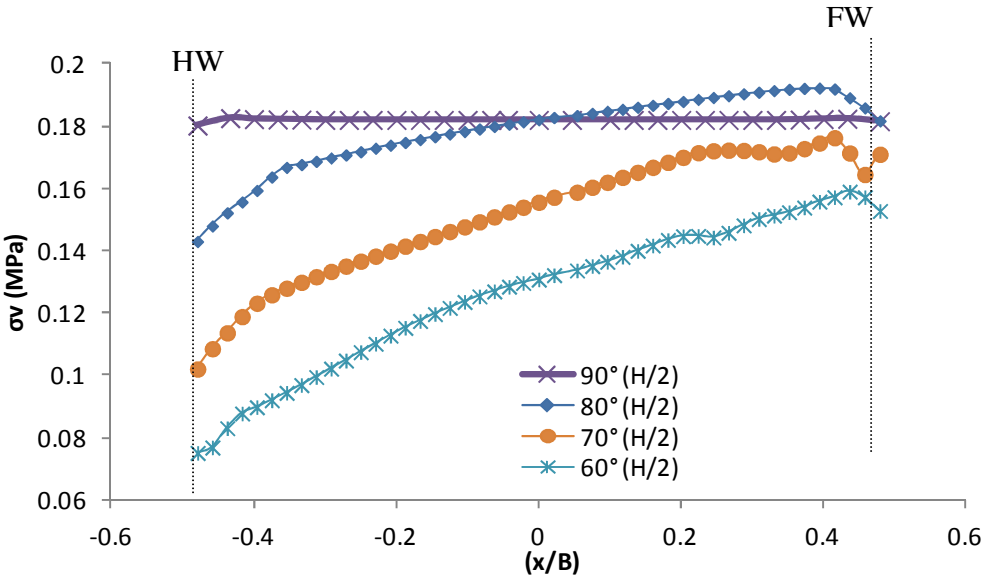
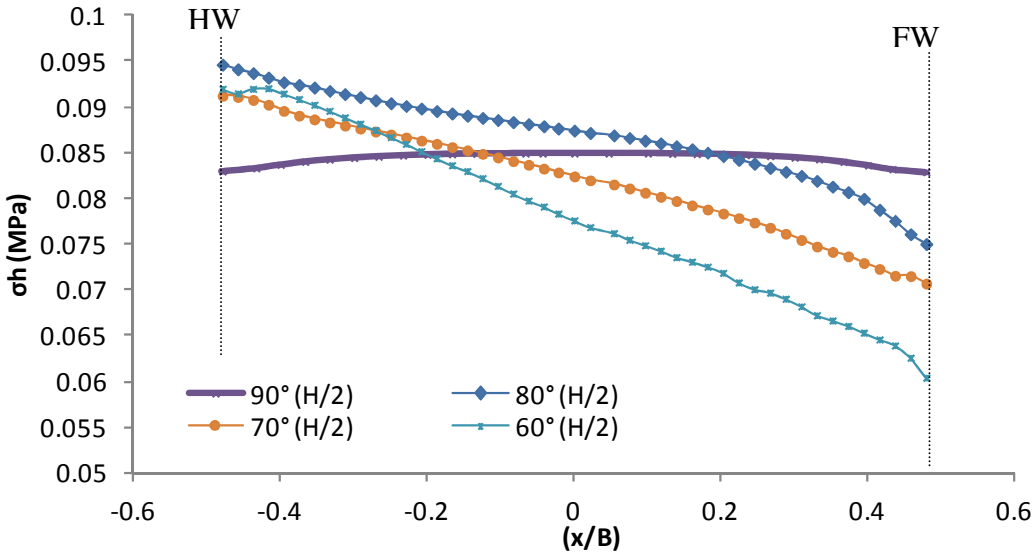


Figure 3.5 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90˚ to 60˚) along the a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case 0, Table 1). The overburden stresses are also shown

Figure 3.6 shows the stresses along the stope width near mid height ($\simeq$ H/2) for an inclination angle β that varies from 90˚ (vertical) to 60˚. As the walls become more inclined, the vertical stresses within the backfill (Fig. 3.6a) tend to decrease close to the hanging wall and (to a much lesser extent) footwall. The horizontal stresses (Fig. 3.6b) also change with the inclination angle, particularly near the footwall where they significantly decrease with a reduction of angle β.



a)



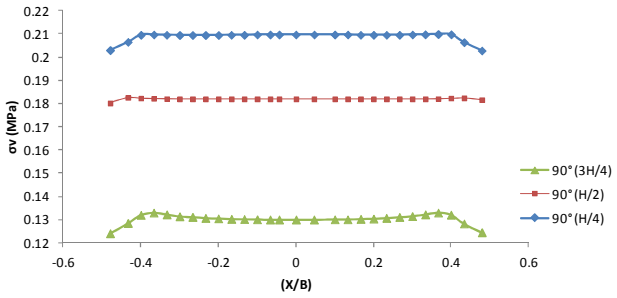
b)

Figure 3.6 : Stresses at mid-height of the stope along the width (*x/B*) of the stope for various inclination angles β (from 90˚ to 60˚); a) vertical stresses; b) horizontal stresses (Case 0, Table 3.1).

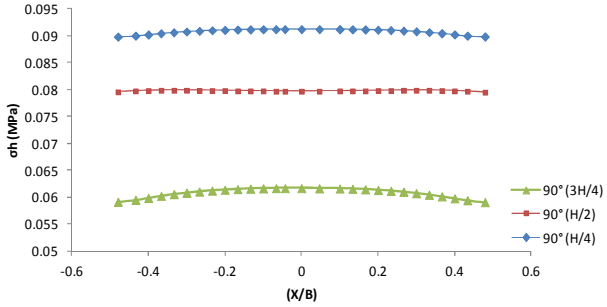
Figure 3.7 shows that the same type of stress distribution is obtained along the width of the backfilled stope at different elevations (i.e. *H*/4 near the base, *H*/2 and 3*H*/4 near the top), for β = 90˚ and 60˚. Figure 3.7a further confirms that for β = 90˚, the vertical stresses are smaller along

the walls than at the center, while the (weaker) horizontal stresses (Fig. 3.7b) remain almost unchanged across the width. These stresses are distributed somewhat differently than those obtained by Li and Aubertin (2008, 2009a) due to the different assumption regarding the values of ϕ' and υ (following the use of Eq. 3.12; see also Falaknaz et al., 2015b).

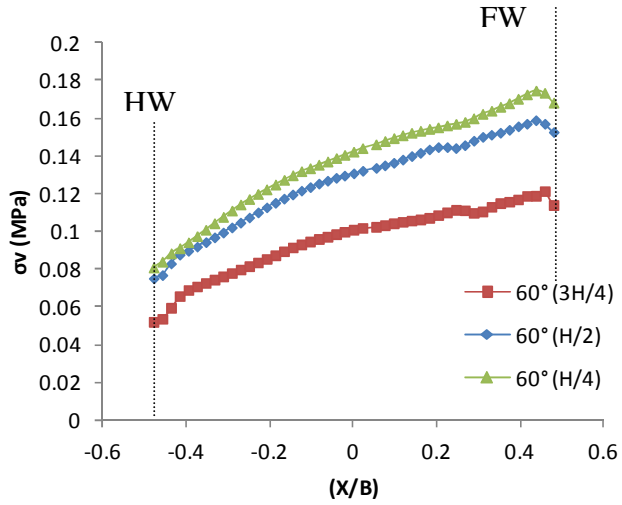
For $\beta = 60^{\circ}$, the vertical stresses increase toward the footwall (Fig. 3.7c), while the horizontal stresses near the HW are higher than near the FW (Fig. 3.7d), particularly at depth ($\geq H/2$).



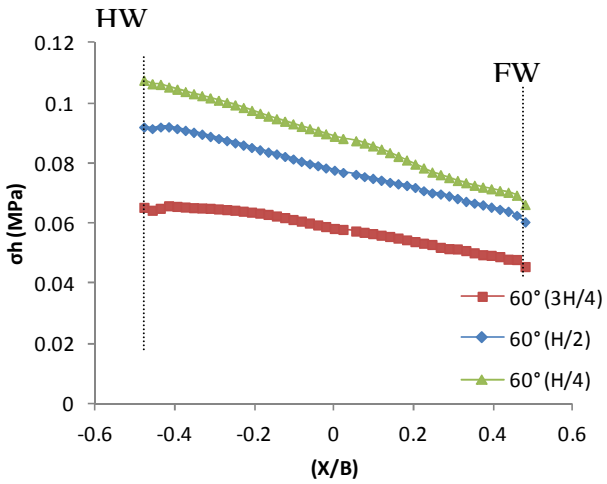
a)



b)



c)



d)

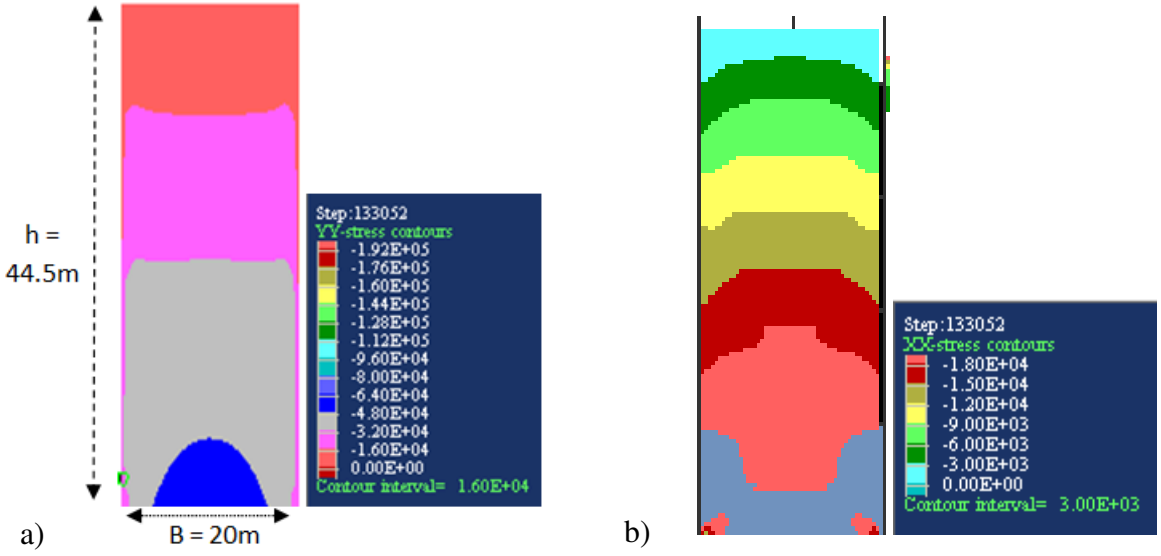
Figure 3.7 : Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses across the width of the stope at different elevations : 0.25H, 0.5H and 0.75H; a) $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 60^{\circ}$ (Case 0, Table 3.1).

3.4.2 Effect of stope width *B*

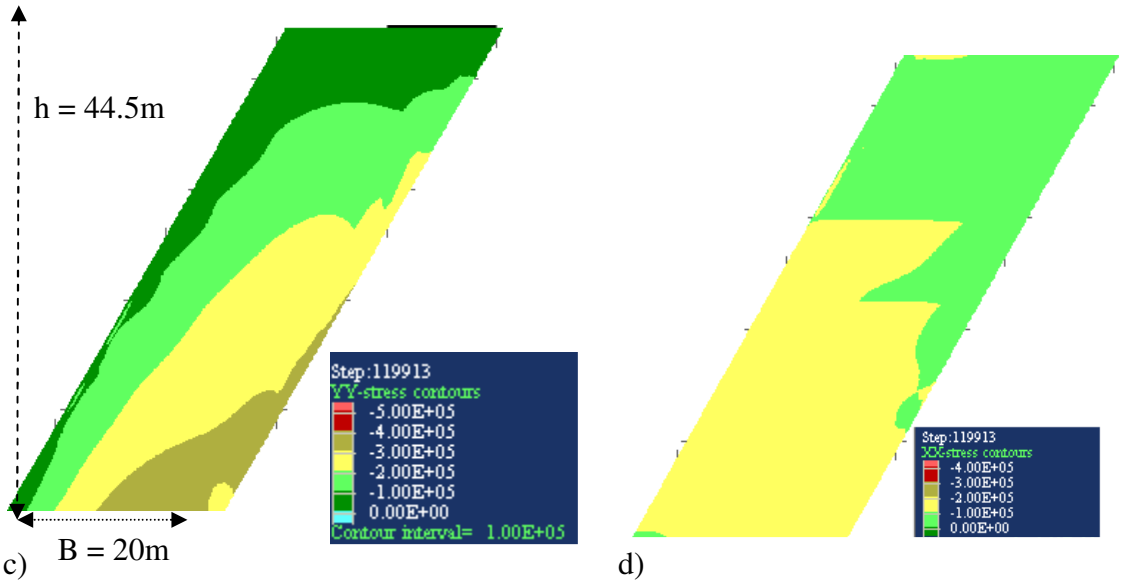
It is well known that the stope width *B* can greatly influence the stresses in vertical and inclined stopes (e.g. Li et al., 2003, 2007; Li and Aubertin, 2009a). Additional simulations have been conducted here to assess more specifically with Equation 3.12, the effect of this factor for the purpose of this comparative investigation. Again, the model size and meshes were adjusted to avoid any significant influence on the simulations results.

Figure 3.8 shows the iso-contours of the vertical and horizontal stresses for a stope width *B* = 20 m (Case Ia, Table 1), for $\beta = 90°$ and 60°; this figure can be compared with Figure 3.4 (for *B* = 6 m, Case 0) to assess the influence of width *B*. Figure 3.8a indicates that for this wider vertical stope, the transfer of the self-weight backfill stresses to the rock mass is less pronounced than for a stope width *B* = 6 m (Fig. 3.4a), hence leading to a weaker arching effect.

The stresses for $\beta = 60°$ and *B* = 20 m are shown in Figs. 3.8c and 3.8d. Both the vertical and horizontal stresses along the hanging wall and footwall are larger than those obtained for *B* = 6 m (Fig. 3.4c, d). The vertical stresses are lower at the hanging wall than along the center line and near the footwall (Fig. 3.4c). It is also observed that the horizontal stresses decrease toward the footwall (Fig. 3.4d).



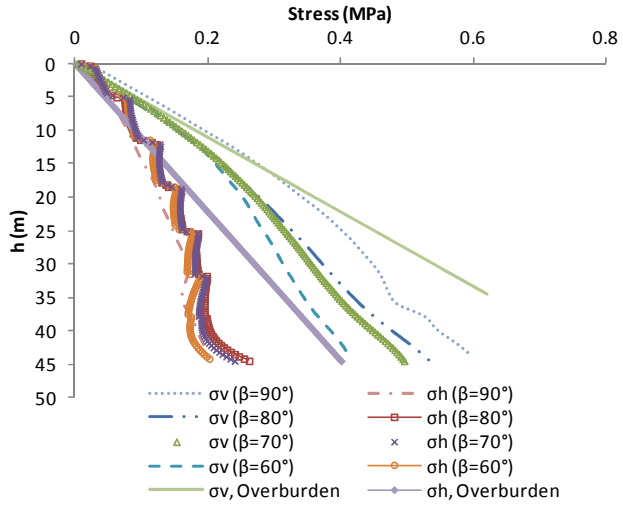
a) b)



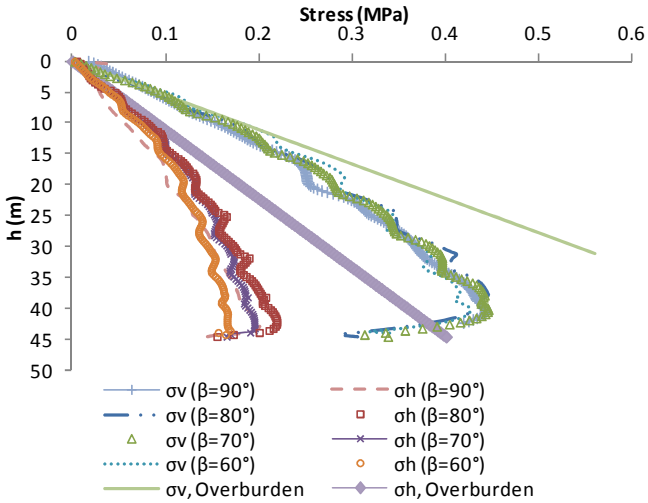
c) d)

Figure 3.8 : Iso-contours of the vertical (right) and horizontal (left) stresses within backfilled stopes with B = 20 m; a, b) vertical walls ($\beta = 90^{\circ}$) c, d) inclined walls ($\beta = 60^{\circ}$) (Case Ia, Table 3.1).

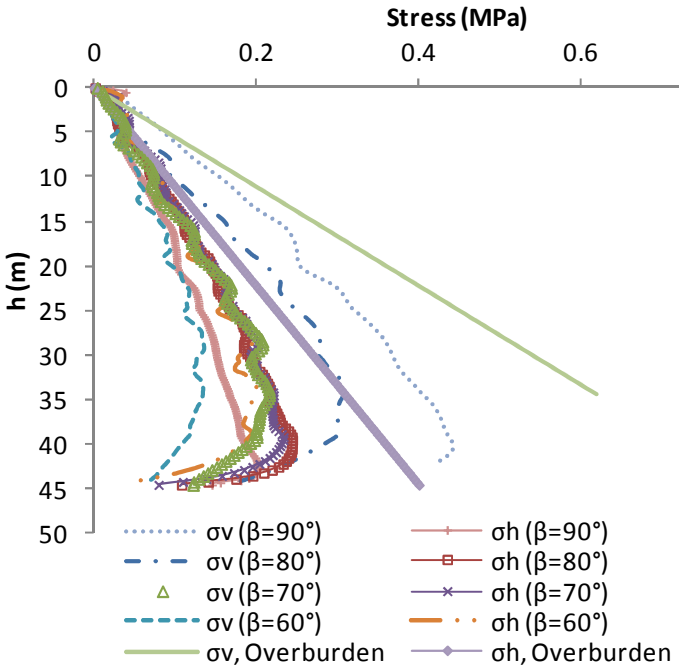
Figure 3.9 shows the vertical and horizontal stresses along the central line (Fig. 3.9a), footwall (Fig. 3.9b) and hanging wall (Fig. 3.9c), for a stope width B = 20 m, with β varying from 90˚ to 60˚ (Case Ia, Table 3.1). When compared with results obtained for B = 6 m (Fig. 3.5), these results confirm that the stresses increase when B is larger. The effect of the width is especially pronounced along the central line and footwall of inclined stopes. For instance, the stresses near mid-height along the CL of the stope with $\beta = 60^{\circ}$ increase from σ_v = 129 kPa and σ_h = 78 kPa for B = 6 m to σ_v = 268 kPa and σ_h = 148 kPa for B = 20 m; along the footwall, the stresses go from σ_v = 153 kPa and σ_h = 60 kPa for B = 6 m to σ_v = 309 kPa and σ_h = 122 kPa for B = 20 m. The increase of the stresses along the HW is somewhat smaller; near mid-height σ_v = 74 kPa and σ_h = 95 kPa for B = 6 m and σ_v = 117 kPa and σ_h = 160 kPa for B = 20 m.



a)



b)



c)

Figure 3.9 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90˚ to 60˚) for B = 20 m along the: a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case Ia, Table 3.1).

The same trend also applies to an even larger stope having a width B = 45 m, as shown in Figure 3.10 (Case Ib, Table 3.1). The stresses along the central line (Fig. 3.10a) and footwall (Fig. 3.10b) are significantly larger for this wider stope, when compared with results obtained for B = 6 m (Fig. 3.5) and B = 20 m (Fig. 3.9). The vertical stresses along the hanging wall are slightly increased (compared with B = 20 m). The horizontal stresses along the hanging wall (Fig. 3.10c) are also less affected by an increase of the stope width for B exceeding about 20 m (compare Fig. 3.10c with Fig. 3.5c for B = 6 m and Fig. 3.9c for B = 20 m).

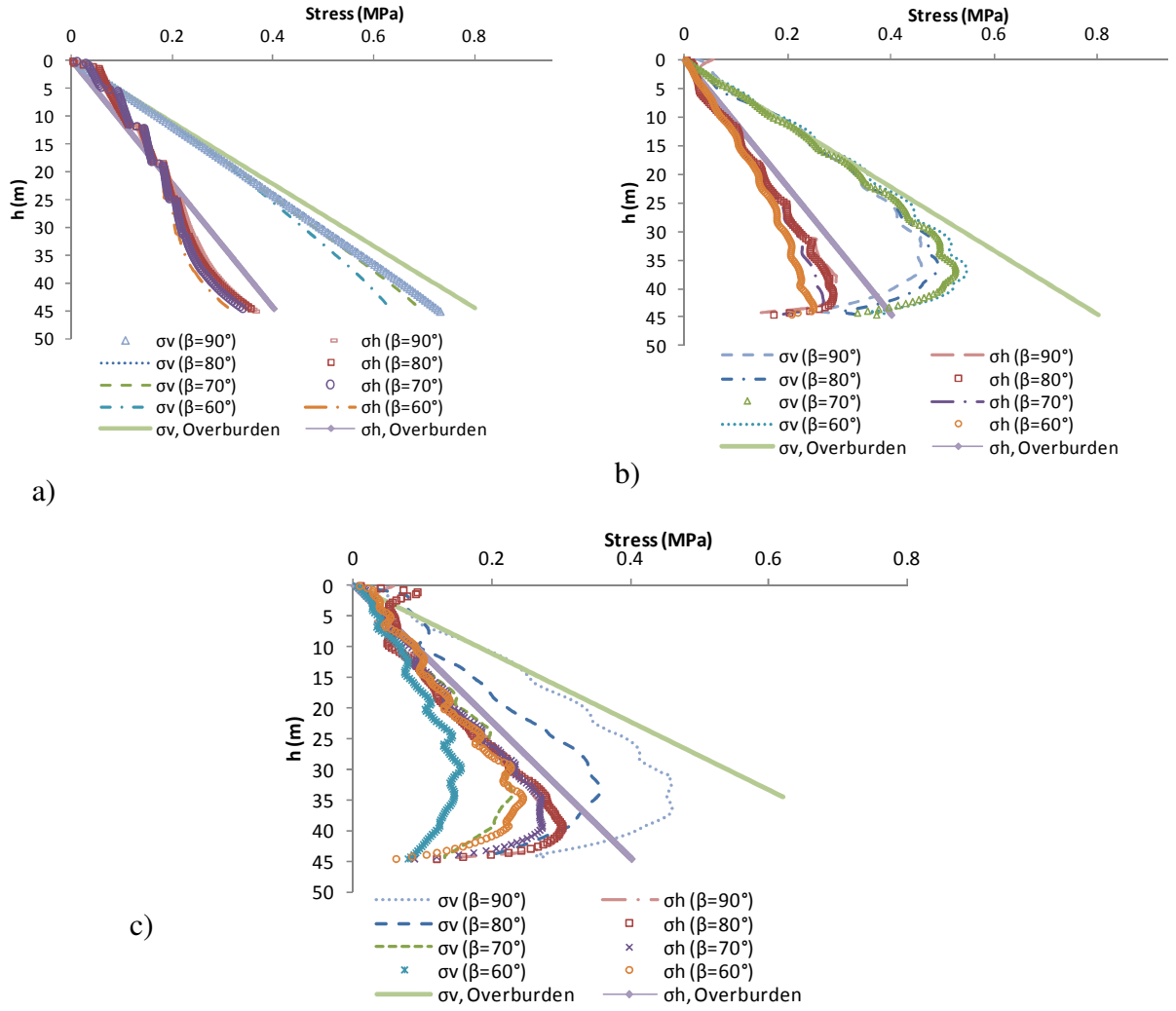


Figure 3.10 : Stresses distributions for various inclination angle β (from 90˚ to 60˚) for B = 45 m, along the: a) central line (CL); b) footwall (FW); c) hanging wall (HW) (Case Ib, Table 3.1).

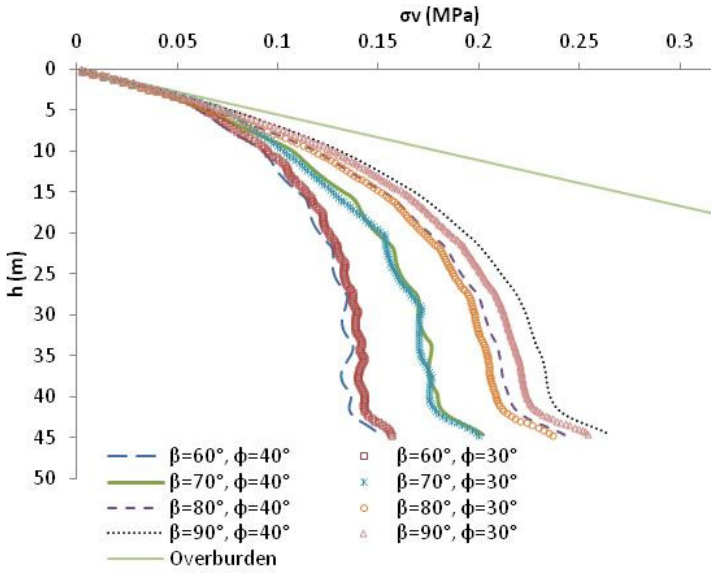
These new simulations results demonstrate that the arching effect is less pronounced when the stope width B is larger. When the value of B increases, the stresses tend to approach those due to overburden pressure (especially near the central line). This tendency is well captured by the analytical solution developed for vertical stopes (Eqs. 3.1, 3.2), but not as well for inclined stopes as will be shown below.

These simulations results indicate that when the stope walls are inclined, the stresses may evolve somewhat differently with B along the hanging wall, central line and footwall. For instance, near the base of the inclined stope (i.e. h = 44.2 m) with $\beta = 70^{\circ}$, $\sigma_v = 198$ kPa along the CL for B = 6 m and $\sigma_v = 496$ kPa for B = 20 m (an increase of 150%); along the hanging wall, $\sigma_v = 67$ kPa for B = 6 m and $\sigma_v = 123$ kPa for B = 20 m (i.e. an increase of 84%); along the footwall, $\sigma_v = 144$ kPa for B = 6 m and $\sigma_v = 313$ kPa for B = 20 m (an increase of about 120%). The comparison presented below will demonstrate that this trend is not captured by analytical solutions.

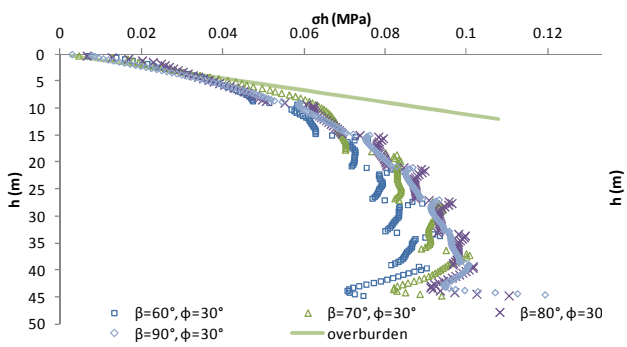
3.4.3 Effect of the backfill strength

As indicated by the equations of the analytical solutions presented above, the shear strength of the fill material is a key influence factor for the stress state in backfilled stopes. Figures 3.11 to 3.13 show simulations results that illustrate the influence of the internal friction angle ϕ' (and Poisson's ratio υ, see Eq. 3.12) on the vertical and horizontal stresses, for B = 6 m and β varying from 90° to 60° . Two values are considered here: $\phi' = 30^{\circ}$ (with υ = 0.33), as in Cases 0 and I, and ϕ' = 40° (with υ = 0.26) for Case II (Table 3.1). The simulations results are presented along the CL (Fig. 3.11), FW (Fig. 3.12), and HW (Fig. 3.13).

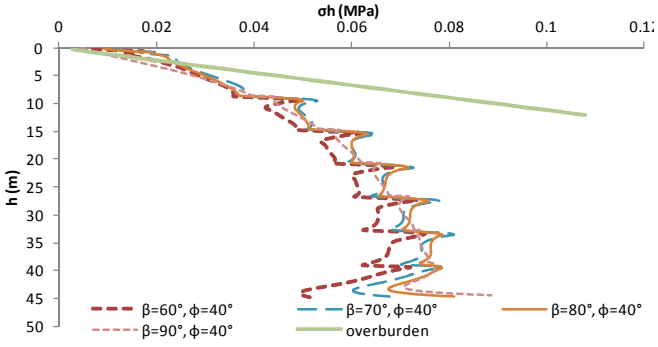
Figure 3.11a indicates that the vertical stresses along the CL are not affected much by this variation of the internal friction angle ϕ' (accompanied by a change in the Poisson's ratio υ). However, comparing Figure 3.11b for $\phi' = 30^{\circ}$ and Figure 3.11c for $\phi' = 40^{\circ}$ shows that the horizontal stresses tend to decrease when the friction angle is increased. For instance, when ϕ' goes from 30° to 40° in the inclined stope with β = 60°, the value of σ_h decreases from 78.4 to 62.1 kPa near mid-height of the opening.



a)



b)

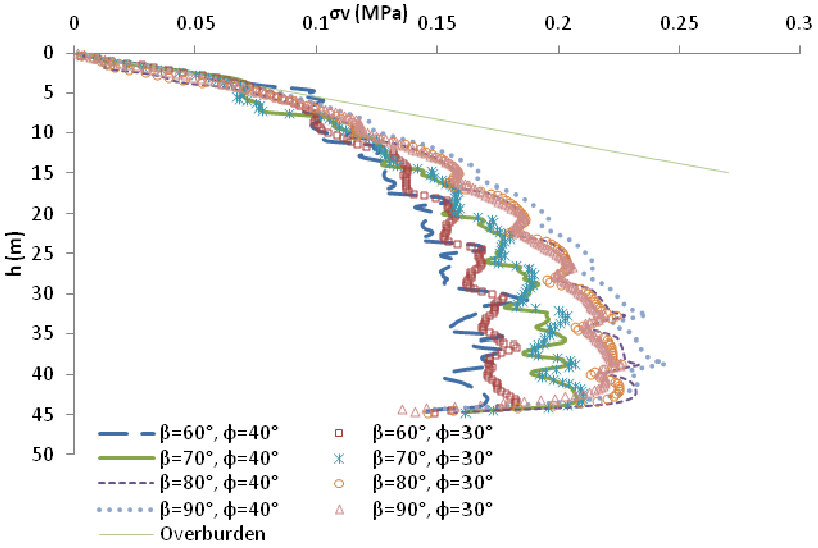


c)

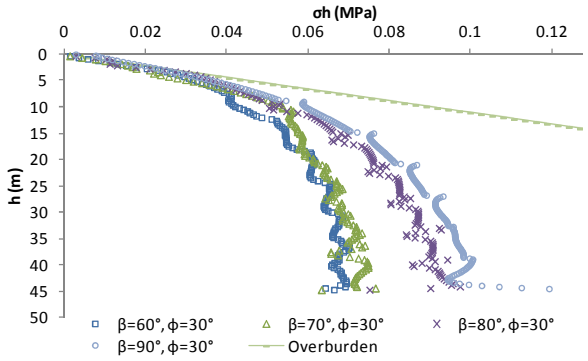
Figure 3.11 : Stresses distributions along the CL for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1).

Similar trends can be observed along the footwall (Fig. 3.12). As the friction angle ϕ' increases from 30° to 40°, the horizontal stresses decrease significantly. For instance, the value of σ_h in the stope with $\beta = 70^{\circ}$ goes from 64 kPa for $\phi' = 30^{\circ}$ to 54 kPa for $\phi' = 40^{\circ}$ near mid-

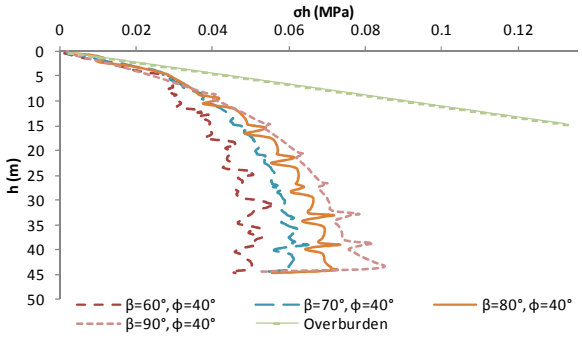
height (Fig. 3.12b and 3.12c). The vertical stresses σ_v (Fig. 3.12a) along the FW change only marginally with ϕ'.



a)



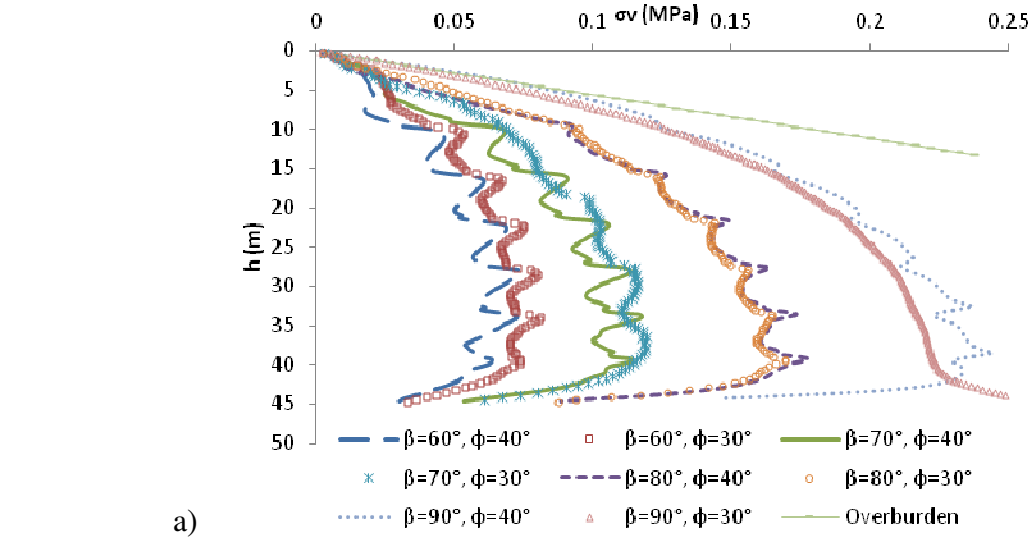
b)



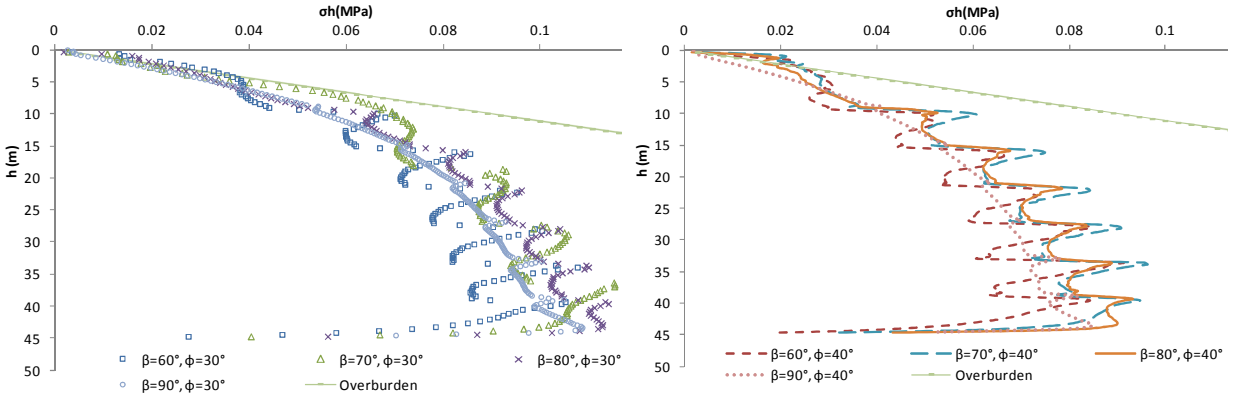
c)

Figure 3.12: Stresses distributions along the FW for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1).

Along the hanging wall, the horizontal stresses σ_h for $\phi' = 40^{\circ}$ are also smaller than those obtained for $\phi' = 30^{\circ}$, for β varying from 60° to 90° (see Fig. 3.13b and 3.13c). The vertical stresses σ_v along the HW is not affected much by an increase of the friction angle; for example, near the base of the stope with $\beta = 70^{\circ}$, $\sigma_v = 110$ kPa for $\phi' = 30^{\circ}$ and $\sigma_v = 116$ kPa for $\phi' = 40^{\circ}$ (Fig. 3.13a).



a)



b) c)

Figure 3.13: Stresses distributions along the HW for various internal friction angle ϕ' (30° and 40°) of the backfill and inclination angles β (from 90° to 60°); a) vertical stress (Case II, Table 3.1); b) horizontal stress (Case 0, Table 3.1); c) horizontal stress (Case II, Table 3.1).

3.5 Comparison between numerical and analytical results

Simulations results obtained with FLAC are compared with the stresses calculated using the analytical solutions (Eqs. 3.1 to 3.12) presented earlier.

Figure 3.14 shows the results obtained from these solutions and numerical calculations for Case 0 (Table 3.1), with $\beta = 90^{\circ}$, 80°, 70°, and 60°. For the vertical stope ($\beta = 90^{\circ}$, Fig. 3.14a), the vertical stresses near the walls obtained from the solution proposed by Li and Aubertin (2008) (Eq. 3.3) compares well with the numerical results. It can also be seen that the vertical stresses σ_v given by Eq. 3.6 (from Caceres et al., 2006) are somewhat smaller than those given by Eq. 3.9 from Ting et al. (2011); these two solutions (Eqs 3.6 and 3.9) give higher stresses than the numerical simulations near the walls.

Figure 3.14a (left side) also show that the vertical stresses σ_v along the CL given by the analytical solutions (Eqs 3.1, 3.3, 3.6 and 3.9) are fairly close to each other, and somewhat higher than those obtained from the simulations. For example, the vertical stress obtained from the numerical calculation near mid-height along the CL is 194 kPa, while $\sigma_v = 214$ kPa for Equation 3.1, $\sigma_v = 216$ kPa for Equation 3.3, $\sigma_v = 209$ kPa for Equation 3.6 and $\sigma_v = 221$ kPa for Equation 3.9.

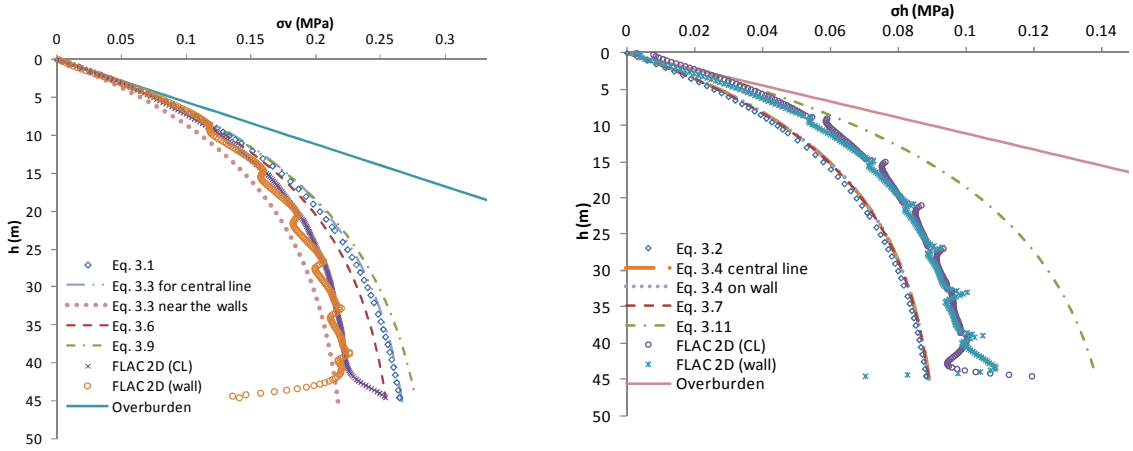
The horizontal stresses σ_h along the CL given by Equations 3.2, 3.4 and 3.7 are almost the same. These stresses are a little bit lower than those obtained from the simulation results (Fig. 3.14a, right side); for example, the horizontal stress near mid-height of the CL is 85 kPa for the numerical results, and 71 kPa for Eq. 3.2.

These differences are also presented in Tables 3.2, 3.3 and 3.4, which have been prepared to help with the comparison between numerical results and the values obtained from the analytical solutions for the vertical (Eq. 3.1, 3.3, 3.6, 3.9) and horizontal (Eq. 3.2, 3.4, 3.7, 3.11) stresses. These tables give the stresses at different locations in the backfilled stopes, i.e. along the FW, HW, and CL, at depth of $H/4$, $H/2$, and $3H/4$; the differences (%) with the simulated results are also given. These tables will be used in the following comparative evaluation of the stresses distributions presented in Figures 3.14, 3.15 and 3.16. The emphasis in what follows is placed on the analytical results that differ significantly from the simulations.

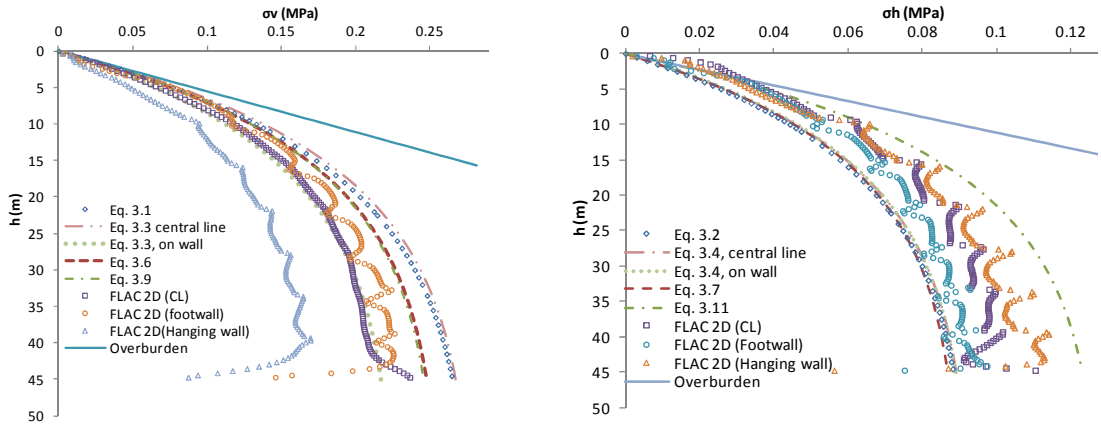
Figure 3.14b shows the stresses along the CL, FW and HW within the stope with walls inclined at $\beta = 80^{\circ}$. This figure indicates that the vertical stresses obtained from Equations 3.6 and 3.9 are almost the same; these are however smaller than the stresses given by Equations 3.1 and 3.3 along the central line. The vertical stresses along the hanging wall obtained from these solutions are quite different than those given by the simulations. The horizontal stresses along the hanging wall (Fig. 3.14b, right side) given by the analytic solutions (Eqs 3.2, 3.4, 3.7 and 3.11) are also significantly different than the numerical results. As seen in Table 3.2a, this difference can exceed 43 % (i.e. about 24 kPa) for Equation 7 at mid-height.

Figure 3.14c shows the stresses in the inclined stope with $\beta = 70^{\circ}$. As mentioned above, it is observed here again that the vertical stresses tend to decrease from the footwall to the hanging wall. The simulated vertical stresses are lower than those given by Eqs 3.1, 3.3, 3.6 and 3.9, particularly near the HW; for example, the difference is about 109% for Eq. 3.1 near mid-height (Table. 3.2a). There is also a fairly large difference (up to 20%) for the horizontal stresses (Fig. 3.14c, right side) along the hanging wall for the three solutions (Eqs 3.2, 3.4 and 3.7; see Table 3.2a).

a)



b)



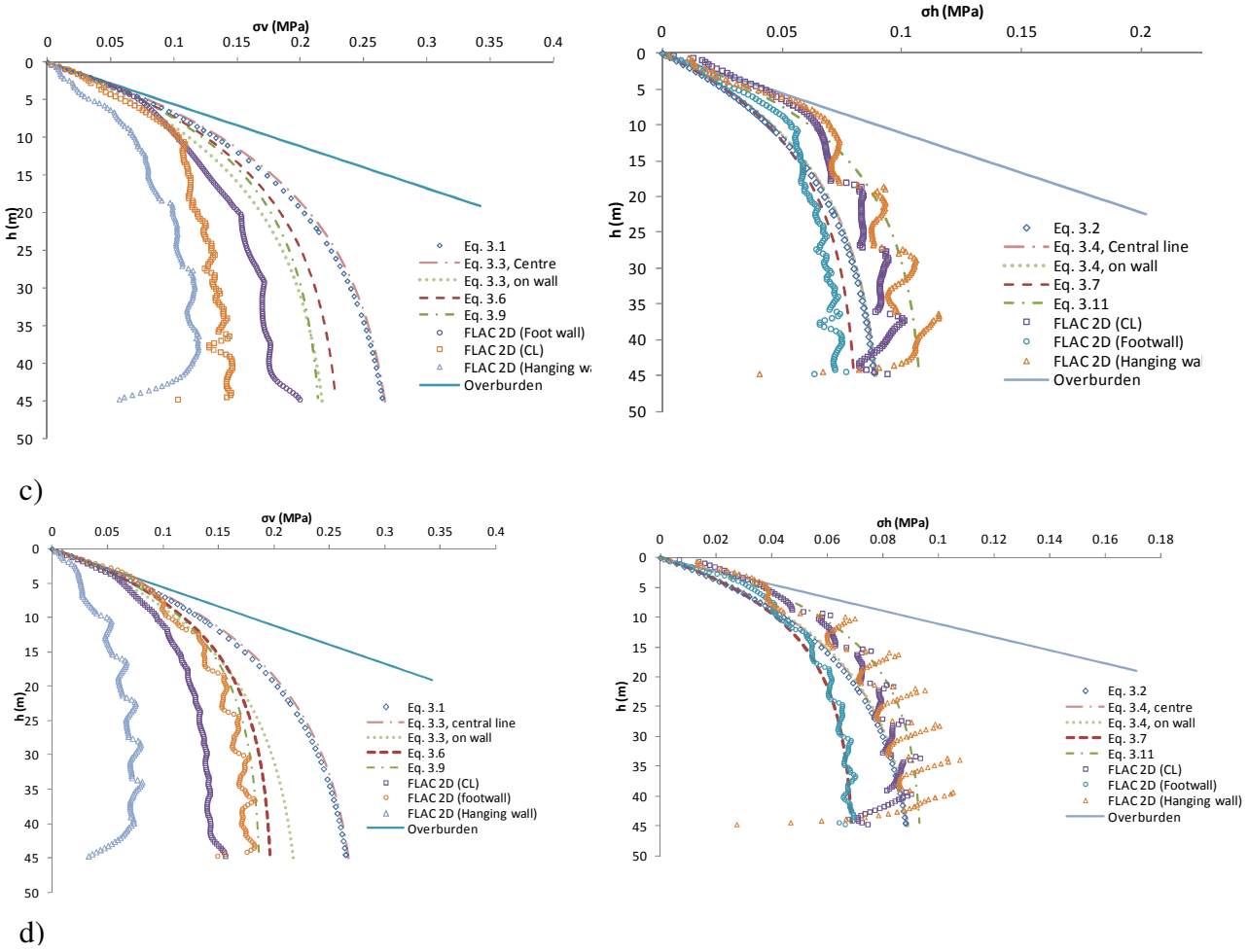


Figure 3.14: Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and four analytical solutions; a) β=90°; b) β=80°; c) β=70°; d) β=60° (Case 0, B = 6 m, Table 3.1). (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

Figure 3.14d shows the vertical (left side) and horizontal (right side) stresses within the stope with β = 60°. The simulated vertical stresses along the HW and CL are far from those given by the analytical solutions (> 100% difference at mid-height along the HW; see also Table 3.2a, 3.2b). The difference is somewhat smaller for the horizontal stresses along the footwall, particularly for Eq. 3.7.

The effect of increasing the stope width B to 20 m on the stresses obtained from the analytical solutions and numerical simulations can be assessed from results shown in Figure 3.15, (Case I, Table 3.1; β varying from 60° to 90°), and Figure 3.14 (for B = 6 m).

Table 3.2a: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the hanging wall (HW) in the backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for $\beta = 60^{\circ}$, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v)	Eq. 3 (σ_v)	Eq. 6 (σ_v)	Eq. 9 (σ_v)	Simulation
		Eq. 2 (σ_h)	Eq. 4 (σ_h)	Eq. 7 (σ_h)	Eq. 11 (σ_h)	HW
H/4	80°	142 (48%)	120 (25%)	138 (43%)	138 (43%)	96
		48 (25%)	49 (23%)	48 (25%)	69 (8%)	64
	70°	142 (100%)	120 (69%)	134 (89%)	131 (84%)	71
		48 (33%)	49 (32%)	47 (35%)	65 (9%)	72
	60°	142 (173%)	120 (131%)	126 (142%)	123 (136%)	52
		48 (26%)	49 (25%)	44 (32%)	62 (4%)	65
H/2	80°	213 (49%)	177 (24%)	205 (43%)	204 (43%)	143
		71 (26%)	73 (24%)	72 (25%)	102 (6%)	96
	70°	213 (109%)	177 (73%)	193 (89%)	184 (80%)	102
		71 (23%)	73 (20%)	67 (27%)	92 (0%)	92
	60°	213 (188%)	177 (139%)	173 (134%)	167 (126%)	74
		71 (25%)	73 (23%)	60 (37%)	83 (13%)	95
3H/4	80°	248 (55%)	204 (27%)	234 (46%)	233 (46%)	160
		83 (20%)	83 (20%)	82 (21%)	116 (11%)	104
	70°	248 (125%)	204 (85%)	218 (98%)	206 (87%)	110
		83 (12%)	83 (12%)	76 (19%)	103 (9%)	94
	60°	248 (231%)	204 (172%)	190 (153%)	182 (143%)	75
		83 (7%)	83 (7%)	67 (25%)	90 (1%)	89

Table 3.2b: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the central line (CL) in a backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for $\beta = 60^{\circ}$, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v) Eq. 2 (σ_h)	Eq. 3 (σ_v) Eq. 4 (σ_h)	Eq. 6 (σ_v) Eq. 7 (σ_h)	Eq. 9 (σ_v) Eq. 11 (σ_h)	Simulation CL
H/4	80°	142 (13%) 48 (24%)	156 (24%) 52 (17%)	138 (9%) 48 (24%)	138 (9%) 69 (9%)	126 63
	70°	142 (30%) 48 (27%)	156 (43%) 52 (21%)	134 (23%) 47 (29%)	131 (20%) 65 (1%)	109 66
	60°	142 (42%) 48 (19%)	156 (56%) 52 (12%)	126 (26%) 44 (25%)	123 (23%) 62 (5%)	100 59
H/2	80°	214 (19%) 71 (20%)	225 (25%) 75 (16%)	205 (14%) 72 (19%)	204 (13%) 102 (15%)	180 89
	70°	214 (74%) 71 (11%)	225 (83%) 75 (17%)	193 (57%) 67 (5%)	184 (49%) 92 (44%)	123 64
	60°	214 (66%) 71 (9%)	225 (74%) 75 (4%)	173 (34%) 60 (23%)	167 (29%) 83 (6%)	129 78
3H/4	80°	248 (23%) 83 (15%)	256 (27%) 85 (13%)	234 (16%) 82 (16%)	233 (16%) 116 (18%)	201 98
	70°	248 (46%) 83 (9%)	256 (50%) 85 (6%)	218 (28%) 76 (16%)	206 (21%) 103 (13%)	170 91
	60°	248 (76%) 83 (10%)	256 (81%) 85 (8%)	190 (35%) 67 (27%)	182 (29%) 90 (2%)	141 92

Table 3.2c: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the footwall (FW) in a backfilled stope (Case 0, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for $\beta = 60^\circ$, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v) Eq. 2 (σ_h)	Eq. 3 (σ_v) Eq. 4 (σ_h)	Eq. 6 (σ_v) Eq. 7 (σ_h)	Eq. 9 (σ_v) Eq. 11 (σ_h)	Simulation FW
H/4	80°	142 (8%) 48 (16%)	120 (8%) 49 (14%)	138 (5%) 48 (16%)	138 (5%) 69 (21%)	131 57
	70°	142 (33%) 48 (14%)	120 (12%) 49 (12%)	134 (25%) 47 (16%)	131 (22%) 65 (16%)	107 56
	60°	142 (24%) 48 (7%)	120 (5%) 49 (9%)	126 (10%) 44 (2%)	123 (8%) 62 (38%)	114 45
H/2	80°	213 (18%) 71 (6%)	177 (2%) 73 (4%)	205 (13%) 72 (5%)	204 (13%) 102 (34%)	181 76
	70°	213 (39%) 71 (14%)	177 (16%) 73 (12%)	193 (26%) 67 (19%)	184 (20%) 92 (11%)	153 83
	60°	213 (39%) 71 (18%)	177 (16%) 73 (22%)	173 (13%) 60 (0%)	167 (9%) 83 (38%)	153 60
3H/4	80°	248 (14%) 83 (11%)	204 (6%) 83 (11%)	234 (8%) 82 (12%)	233 (7%) 116 (25%)	217 93
	70°	248 (80%) 83 (17%)	204 (48%) 83 (17%)	218 (58%) 76 (7%)	206 (49%) 103 (45%)	138 71
	60°	248 (47%) 83 (26%)	207 (21%) 83 (26%)	190 (12%) 67 (1%)	182 (8%) 90 (36%)	169 66

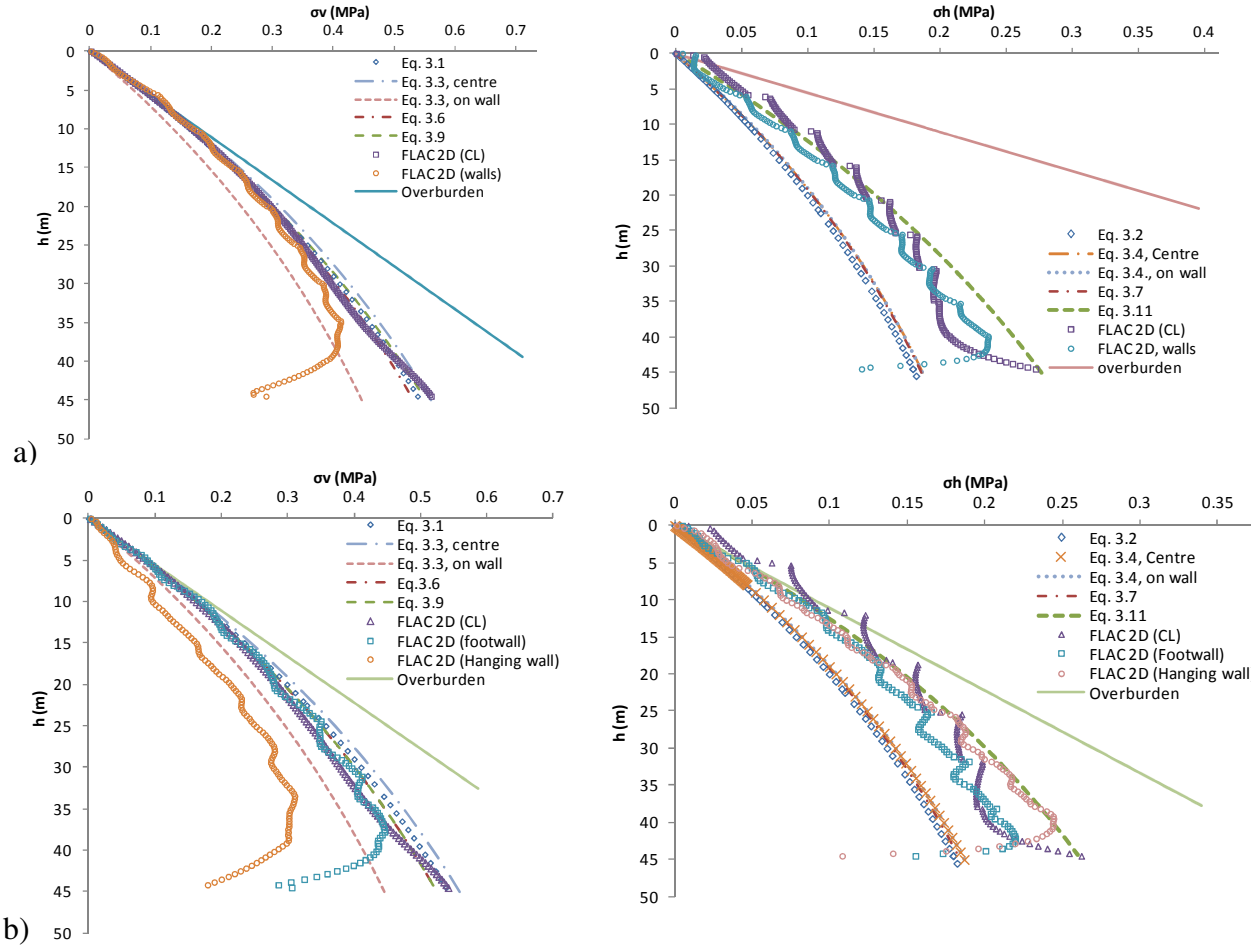
Figure 3.15a shows that the stresses along the CL in the stope with $\beta = 90^\circ$ are relatively close to the stresses along the walls (except near the base of the stope). Both stresses are closer to the overburden pressure than for $B = 6$ m (Fig. 3.14a). The results obtained from the analytical solutions are fairly close to the numerical results for this vertical stope.

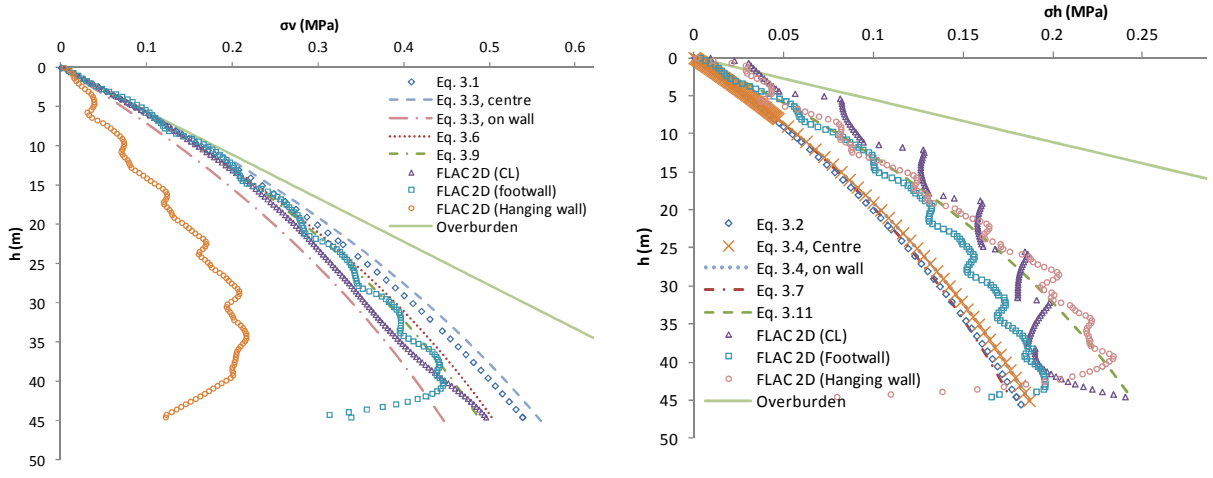
Figure 3.15b shows the vertical (left side) and horizontal (right side) stresses obtained for a stope with $\beta = 80^\circ$ (Case I, see also Table 3.3). It is seen that the simulated vertical stresses can be much lower (difference of up to 18%) than those obtained from analytical solutions, particularly

near the HW. For example, this simulated stress σ_v along the HW near mid-heightis 229 kPa, while $\sigma_v = 326$ kPa for Equation 3.1, $\sigma_v = 271$ kPa for Equation 3.3, $\sigma_v = 323$ kPa for Equation 3.6 and $\sigma_v = 323$ kPa for Equation 3.9.

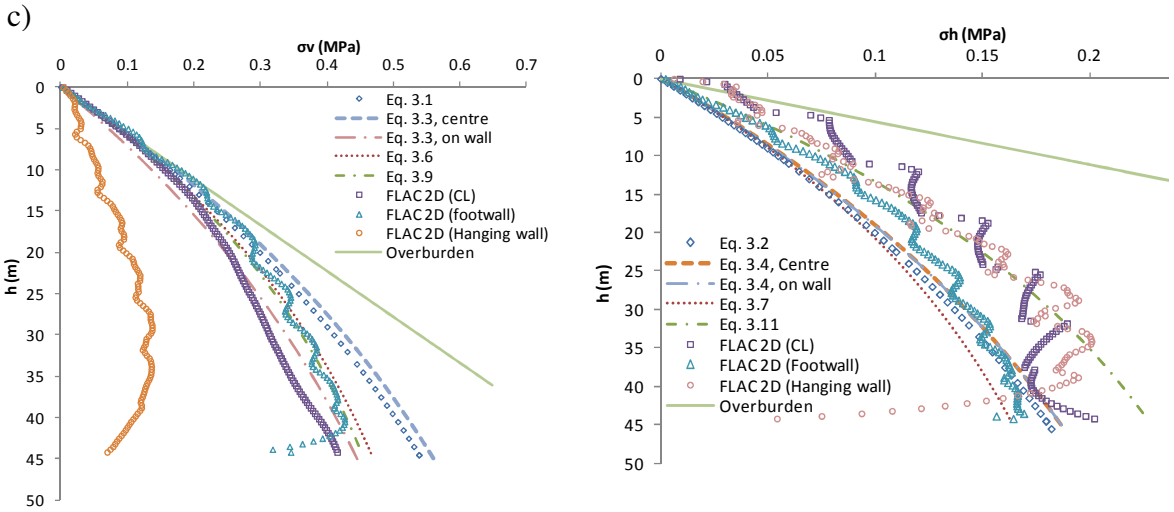
Figure 3.15c illustrates the results obtained for the vertical (left) and horizontal (right) stresses along the FW, HW and the CL for a stope with $\beta = 70^{\circ}$. These show that the simulated vertical stresses along the HW are markedly smaller than those given by the analytical solutions; Table 3a indicates that this difference can reach more than 59% (up to 101 kPa) along the HW at mid-height. However, the simulated horizontal stresses are much higher than those obtained from Equations 3.2, 3.4 and 3.7 (difference of up to 31%).

For $\beta = 60^{\circ}$ (Fig. 3.15d), there is particularly pronounced difference between the simulated vertical stresses along the HW (difference of about 132% near mid-height) and the analytical results.





c)



d)

Figure 3.15: Distribution of the vertical (left) and horizontal (right) stresses along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and from the four analytical solutions; a) β=90°; b) β=80°; c) β=70°; d) β=60° (Case I, B = 20 m). (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

The results summarized in Table 3.3 (a, b, c) indicate that both simulated stresses along the HW are usually quite different than the ones obtained from the analytical solutions.

Table 3.3a: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the hanging wall (HW) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1); values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v) Eq. 2 (σ_h)	Eq. 3 (σ_v) Eq. 4 (σ_h)	Eq. 6 (σ_v) Eq. 7 (σ_h)	Eq. 9 (σ_v) Eq. 11 (σ_h)	Simulation HW
H/4	80°	180 (62%) 60 (27%)	150 (35%) 63 (25%)	177 (59%) 62 (24%)	177 (59%) 88 (7%)	111 82
	70°	180 (153%) 60 (28%)	150 (111%) 63 (25%)	176 (147%) 62 (26%)	175 (146%) 87 (3%)	71 84
	60°	180 (205%) 60 (32%)	150 (154%) 63 (29%)	173 (193%) 60 (32%)	171 (190%) 86 (3%)	59 89
H/2	80°	326 (42%) 108 (29%)	271 (18%) 113 (26%)	323 (41%) 113 (26%)	323 (41%) 161 (6%)	229 152
	70°	326 (92%) 108 (34%)	271 (59%) 113 (31%)	314 (85%) 110 (33%)	308 (81%) 154 (6%)	170 164
	60°	326 (179%) 108 (33%)	271 (132%) 113 (30%)	301 (157%) 105 (35%)	297 (153%) 148 (8%)	117 161
3H/4	80°	443 (48%) 148 (35%)	366 (22%) 153 (33%)	436 (45%) 153 (33%)	435 (45%) 217 (5%)	300 229
	70°	443 (107%) 148 (31%)	366 (71%) 153 (28%)	420 (96%) 147 (31%)	409 (91%) 205 (4%)	214 214
	60°	443 (226%) 148 (26%)	366 (169%) 153 (23%)	396 (191%) 139 (30%)	388 (185%) 194 (3%)	136 200

Table 3.3b: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the footwall (FW) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1), values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11 and from the numerical simulations, for $\beta = 60^{\circ}$, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v) Eq. 2 (σ_h)	Eq. 3 (σ_v) Eq. 4 (σ_h)	Eq. 6 (σ_v) Eq. 7 (σ_h)	Eq. 9 (σ_v) Eq. 11 (σ_h)	Simulation FW
H/4	80°	180 (2%) 60 (30%)	150 (18%) 63 (27%)	177 (4%) 62 (28%)	177 (4%) 88 (2%)	184 86
	70°	180 (3%) 60 (30%)	150 (19%) 63 (27%)	176 (5%) 62 (28%)	175 (5%) 87 (1%)	185 86
	60°	180 (9%) 60 (23%)	150 (24%) 63 (19%)	173 (13%) 60 (23%)	171 (14%) 86 (10%)	198 78
H/2	80°	326 (4%) 108 (24%)	271 (14%) 113 (20%)	323 (2%) 113 (20%)	323 (2%) 161 (13%)	316 142
	70°	326 (4%) 108 (22%)	271 (13%) 113 (19%)	314 (1%) 110 (21%)	308 (1%) 154 (11%)	312 139
	60°	326 (5%) 108 (11%)	271 (12%) 113 (7%)	301 (2%) 105 (14%)	297 (4%) 148 (21%)	309 122
3H/4	80°	443 (1%) 148 (26%)	366 (18%) 153 (24%)	436 (2%) 153 (24%)	435 (2%) 217 (8%)	445 201
	70°	443 (12%) 148 (12%)	366 (7%) 153 (9%)	420 (6%) 147 (13%)	409 (3%) 205 (21%)	395 169
	60°	443 (18%) 148 (1%)	366 (3%) 153 (3%)	396 (5%) 139 (7%)	388 (3%) 194 (30%)	376 149

Table 3.3c: Vertical and horizontal stresses (kPa) along the central line (CL) in a backfilled stope (Case I, B = 20 m, Table 3.1), values obtained with Eqs. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.7, 3.9, 3.11, and from the numerical simulations, for β = 60°, 70° and 80°; the difference (%) with the simulation results (last column) is also given (in parenthesis).

Elevation	β	Eq. 1 (σ_v) Eq. 2 (σ_h)	Eq. 3 (σ_v) Eq. 4 (σ_h)	Eq. 6 (σ_v) Eq. 7 (σ_h)	Eq. 9 (σ_v) Eq. 11 (σ_h)	Simulation CL
H/4	80°	180 (2%) 60 (34%)	203 (15%) 67 (26%)	177 (1%) 62 (32%)	177 (1%) 88 (3%)	176 91
	70°	180 (4%) 60 (36%)	203 (17%) 67 (29%)	176 (1%) 62 (34%)	175 (1%) 87 (7%)	173 94
	60°	180 (6%) 60 (38%)	203 (20%) 67 (31%)	173 (2%) 60 (38%)	171 (1%) 86 (11%)	169 97
H/2	80°	326 (6%) 108 (31%)	362 (17%) 121 (23%)	323 (5%) 113 (28%)	323 (5%) 161 (2%)	308 157
	70°	326 (11%) 108 (32%)	362 (23%) 121 (23%)	314 (7%) 110 (30%)	308 (5%) 154 (2%)	294 158
	60°	326 (22%) 108 (27%)	362 (35%) 121 (18%)	301 (12%) 105 (29%)	297 (11%) 148 (0%)	268 148
3H/4	80°	443 (20%) 148 (24%)	486 (7%) 162 (16%)	436 (4%) 153 (21%)	435 (4%) 217 (12%)	454 194
	70°	443 (16%) 148 (22%)	486 (27%) 162 (14%)	420 (10%) 147 (22%)	409 (7%) 205 (8%)	383 189
	60°	443 (32%) 148 (18%)	486 (45%) 162 (10%)	396 (18%) 139 (23%)	388 (16%) 194 (7%)	335 181

The effect of the internal friction angle ϕ' of the backfill was also evaluated; as this effect is much more pronounced for the vertical stress σ_v, only the latter is considered here. Figure 3.16 and Table 3.4 show the results obtained for ϕ' = 40° for σ_v along the hanging wall, footwall and CL (case II, Table 1); these can be compared with results obtained for ϕ' = 30° (Fig. 3.14). Figure 3.16a shows that the vertical stresses given by Equations 3.1, 3.3, 3.9 are slightly higher than the numerical results for the vertical stope (β = 90°) while Equation 6 gives slightly smaller stresses (difference of about 10%, near mid-height).

For β = 80° (Fig. 3.16b), the simulated vertical stresses along the HW are lower (difference of up to 26 % at mid-height) than the analytical results; for example, as shown in Table 3.4a, the vertical stress obtained from the numerical calculation near mid-height along the HW is 143 kPa, while $\sigma_v = 219$ kPa from Equation 3.1, $\sigma_v = 218$ kPa from Equation 3.3, $\sigma_v = 181$ kPa from Equation 3.6 and $\sigma_v = 198$ kPa from Equation 3.9.

For β = 70°, Figure 3.16c shows that the values of σ_v can be quite different, particularly near the HW (difference > 61% at mid-height). For β = 60° (Fig. 3.16d it is seen the vertical stresses obtained from Eqs. 3.1, 3.3, 3.6 and 3.9 are quite different from the simulated results along the CL and HW.

This explicit comparison thus indicates that the analytical solutions do not correlate well with the simulated stresses in inclined stopes.

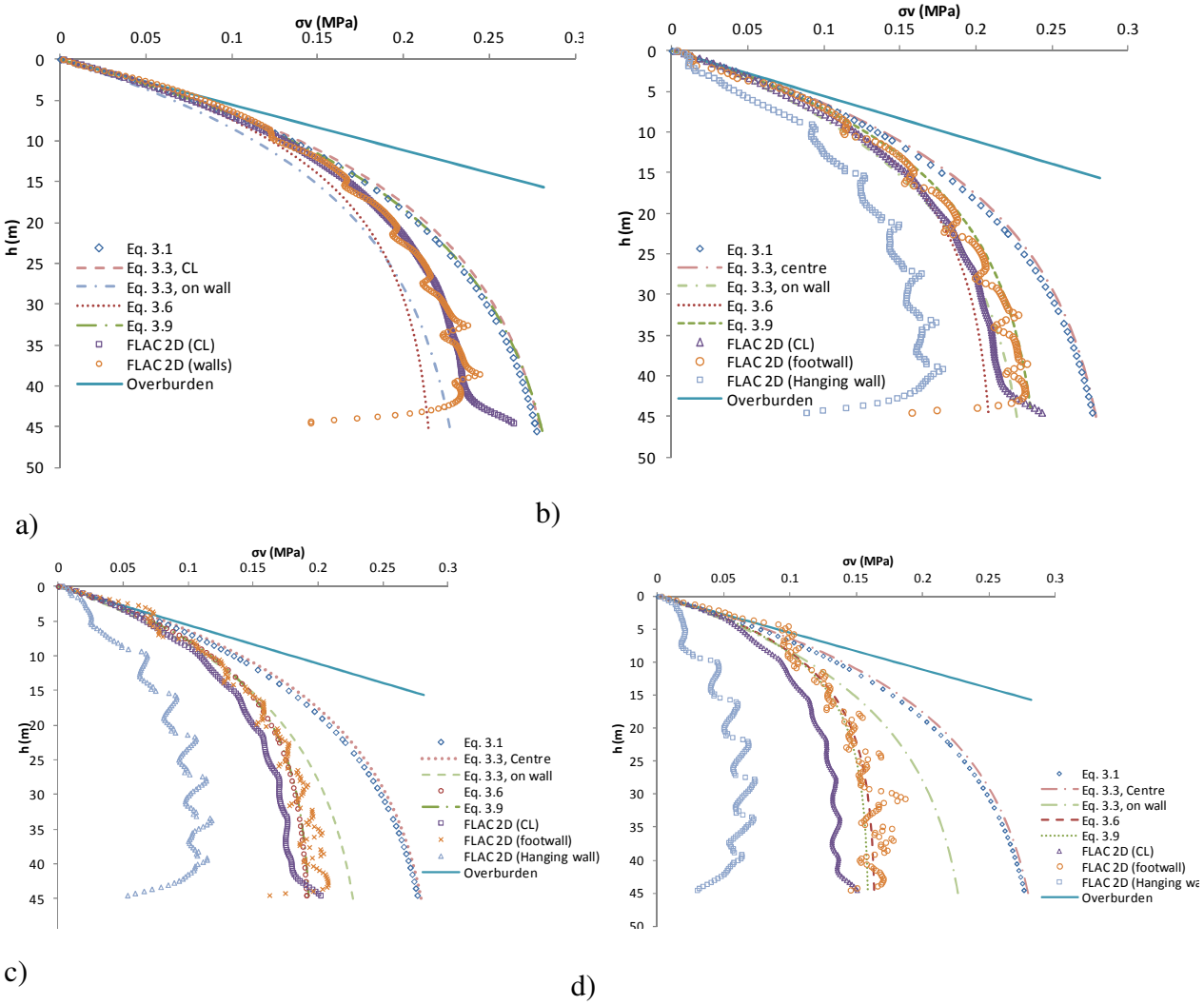


Figure 3.16: Comparison between the vertical stresses obtained from the numerical simulations and analytical solutions the center line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW); a) $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 80^{\circ}$; c) $\beta = 70^{\circ}$; d) $\beta = 60^{\circ}$ (Case II, $B = 6$ m, $\phi' = 40°$).(figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

3.6 Analysis and Discussion

3.6.1 Numerical analysis procedures

The relevance of the simulations results, which are used here to establish the reference values for the stresses, may be affected by various factors. Among these, the mesh (grid) size can influence the reliability of numerical calculations. It is well known that increasing the size of the

elements with FLAC may lead to imprecise results, while a very fine mesh can require excessive CPU time. In this investigation, the mesh size was optimized to obtain representative results that have been previously validated (in part) using experimental data (e.g. Li et al., 2005, 2006). A relatively coarse mesh was used for the elastic rock region (i.e. grid size of 6 m near the model boundaries, progressively reduced to 25 cm near the opening walls), while a finer mesh was applied inside the opening (i.e. 20 cm grid size for vertical stopes and 15 cm for inclined stopes).

Li et al. (2007, 2009a) have highlighted the effect of progressive stope filling on the simulated stresses obtained with FLAC. The results of a recent sensitivity analysis performed by Jahanbakhshzadeh (not shown here, details given in Appendix B) indicate that using seven layers to fill the inclined stopes lead to reliable and representative values, because the stresses did not change significantly when using more layers. The oscillations in the stresses distributions seen in the various figures presented above are associated with the multi-step filling response of the models (see details in Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016). When comparing the numerical results and analytical solutions in Tables 3.2 to 3.4, the main trend lines where used to so the effect of these oscillations was minimize.

3.6.2 Key influence factors

The simulations results have been used above to illustrate how the width and inclination angle of backfilled stopes and the internal friction angle of the fill material affect the stresses in the openings.

These results specifically show that the vertical and horizontal stresses along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW) are often quite different from each other in inclined stopes. Furthermore, the stresses distributions tend to change with the inclination angle, with a decreasing value of β (from 90° to 60°) usually producing a reduction of the vertical stresses along the FW, CL and HW (Figs. 3.4, 3.5 and 3.6). In general, the horizontal stresses appear is less affected by a change of angle β. These trends are generally not well reproduced by the analytical solutions considered here.

The stresses in backfilled stopes are also very sensitive to the opening width B. Larger stopes lead to an increase of σ_v and (to a somewhat lesser extent) σ_h; this increase can be quite different along the HW, FW and CL (e.g. Figs. 3.8 to 3.10). The numerical simulations conducted here are

based on the relationship between ϕ' and υ given by Equation 3.12 (Fig. 3.3), which was adopted for consistency of the K_0 value. The results obtained with this relationship often lead to horizontal and vertical stresses that are somewhat smaller than those obtained from independently determined values for ϕ' and, especially when the latter is smaller than the value given by Eq. 3.12 (e.g. Falaknaz, 2014; Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).

Additional simulations also indicate that the stresses are also significantly affected by the cohesion c of cemented backfills (Li and Aubertin, 2009a; in Chapter 6 in Jahanbakhshzadeh, 2016). It was however deemed preferable to conduct this comparative assessment without the effect of cohesion; all the calculations included here thus considered a cohesionless backfill (with $c' = 0$).

3.6.3 Limitations of analytical solutions

Numerical simulations with FLAC have been used to obtain the stress state in backfilled openings and to make comparisons with the results given by analytical solutions (Eqs. 3.1 to 3.11) for vertical and inclined stopes. The comparative assessment is summarized in Tables 3.2, 3.3 and 3.4.

Tables 3.2 show that for Case 0 the asymmetrical distribution of the vertical stresses across the stope width (B) of inclined stopes is not correctly taken into account by these closed-form solutions.

The comparison reveals that there are significant differences between the simulated simulations and the stresses given by Equations 3.1, 3.3, 3.6, 3.9. The differences are usually more pronounced along the hanging wall (Fig. 3.14). Where the analytical solutions tend to largely overestimate the vertical stresses

Similar comparisons are shown for Case I in Figure 3.15 and Table 3.3. These show that the analytical solutions do not correlate well with simulated stresses, particularly along the HW of this larger inclined stope. For example, the difference of vertical stresses exceeds 132% at H/2 for $\beta = 60^{\circ}$ (Table 3.3a).

This comparison thus indicates that the applicability of the analytical solutions is limited, in part because these neglect the difference in the stress state along opening width.

3.6.4 Final remarks

The numerical results shown above are applicable to openings for which the effect of the third dimension can be neglected (i.e. plane strain condition). Additional work is underway to assess the effect of stope length on the stress state in inclined stopes (Jahanbakhshzadeh et al., 2015; Jahanbakhshzadeh et al., 2016c, Chapter 5).

It is finally recognized that additional factors, not taken into account here, can also influence the stresses in backfilled stopes, including evolution of pore-water pressures (PWP) and related fill consolidation (Li and Aubertin, 2009b; El Mkadmi, 2012; El Mkadmi et al., 2014), and the excavation and filling of neighboring stopes (Falaknaz et al., 2015a, 2015b). These aspects and others have been addressed elsewhere.

3.7 Conclusion

This article presents results of a numerical investigation that illustrates the effect of the opening geometry and material properties on the stresses in inclined backfilled stopes. The results obtained with FLAC indicate that the stress transfer and arching effect in stopes depend on many parameters, including its width and walls inclination angle, and also the internal friction angle of the backfill.

The simulations indicate that a decrease of the inclination angle β (from 90° to 60°) of the walls can lead to a significant decrease in the vertical stress along the hanging wall, while the horizontal stress may increase when β is reduced. Increasing the stope width B generally leads to increasing stresses but this effect is less pronounced near the HW. The numerical simulations also show that an increase of the fill internal friction angle ϕ' (from 30° to 40°) leads to a decrease of the horizontal stresses along the hanging wall.

The systematic comparison between the simulated stresses and those obtained from analytical solutions shows that the latter don't capture well the effect of these influence factors. Hence an improved solution deemed necessary to properly assess the stress state in inclined stopes; such a solution is proposed by Jahanbakhshzadeh et al. (2016) (Chapter 5).

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support from NSERC, the partners of the Industrial NSERC Polytechnique-UQAT Chair on Environment and Mine Wastes Management (2006-2012) and the Research Institute on Mines and the Environment (RIME UQAT-Polytechnique; http://rime-irme.ca/).

3.8 REFERENCES

Askew J, McCarthy PL and Fitzgerald DJ (1978) Backfill research for pillar extraction at ZC/NBHC. Mining with backfill: 12th Canadian Rock Mechanics Symposium, 23–25 May 1978, Sudbury. CIM pp. 100–110.

Aubertin M, Li L, Arnold S, Belem T, Bussiere B, Benzaazoua M and Simon R (2003) Interaction between backfill and rock mass in narrow Stopes. SoilRock2003: 12th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering and 39th U.S. Rock Mechanics Symposium. 22-26 June 2003, Cambridge, Mass., USA, vol. 1, pp 1157–1164

Belem T, Benzaazoua M, and Bussiere B (2000) Mechanical behaviour of cemented paste backfill. In Proceedings of 53th Canadian Geotechnical Conference, Montreal, Canada, Vol. 1, pp. 373-380.

Belem T, Harvey A, Simon R and Aubertin M (2004) Measurement and prediction of internal stresses in an underground opening during its filling with cemented fill. In Proceedings ofthe 5th International Symposium on Ground Support in Mining and Underground Construction, 28–30 September 2004, Perth,Western Australia. Edited by E. Villaescusa and Y. Potvin.Taylern & Francis Group, London, Australia. pp. 619–630

Belem T and Benzaazoua M (2008) Design and application of underground mine paste backfill technology. Geotechnical and Geological Engineering, **26**(2): 147-174.

Benzaazoua M, Bussiere B, Demers I, Aubertin M, Fried E and Blier A (2008) Integrated mine tailings management by combining environmental desulphurization and cemented paste backfill: Application to mine Doyon, Quebec, Canada. Minerals Engineering, 21(4): 330-340.

Blight GE (2010) Shrinkage during wetting of fine-pored materials. Does this accord with the principal of effective stress? Unsaturated soils (In Alonso, E., Gens, A., eds.). London, U.K. CRC Press/Balkema, pp. 205-209.

Caceres C, Pakalnis R, Hughes P and Peterson D (2006) Effect of backfill on open stope design. In Proceedings of the 41st U.S. Rock Mechanics Symposium, ARMA's Golden Rocks 2006: 50 Years of Rock Mechanics, Golden, Colo. Omnipress, Madison, Wisc.

Caceres C (2005) Effect of delayed backfill on open stope minig methods. MASc Thesis., University of British Columbia.

El Mkadmi N (2012) Simulations du comportement Géotechnique des remblais dans les chantiers miniers: Effets du drainage et de la consolidation, Mémoire de maîtrise, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC

El Mkadmi N, Aubertin M and Li L (2014) Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes. Canadian Geotechnical Journal, 51(1): 1-15.

Falaknaz N (2014) Analysis of the geomechanical behavior of two adjacent backfilled stopes based on two and three dimensional numerical simulations, PhD Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Falaknaz N, Aubertin M and Li L (2015a) Evaluation of the Stress state in Two Adjacent Backfilled Stopes Within an Elasto-Plastic Rock Mass, Journal of Geotech Geol. Eng, (Published online ahead of print 28 February 2015).

Falaknaz N, Aubertin M and Li L (2015b) A numerical investigation of the geomechanical response of adjacent backfilled stopes, Canadian Geotechnical Journal, 52(10), pp. 1507-1525.

Grabinsky MW (2010) In situ monitoring for ground truthing paste backfill designs. In Proceedings of the 13th International Seminar on Paste and Thickened Tailings, pp. 3-6.

Hambley DF (2011) Backfill mining. In SME Mining Engineering Handbook (Vol. 1). Darling, P. (Ed.), SME, pp. 1375-1384.

Handy R and Spangler M (2007) Geotechnical engineering: Soil and Foundation principles and practice. 5th Ed. McGraw Hill, New York.

Hustrulid WA, Bullock RL Eds (2001) Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies, Society for Mining, Metallurgy and Exploration (SME).

Hassani F and Archibald J (1998) Mine backfill. CD-Rom, Canadian Institute of Mine, Metallurgy and Petroleum.

Itasca (2002) Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Jaky J (1948) Pressure in silos. In Proceedings of the 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam: Balkema, Vol. 1, pp. 103-107.

Jahanbakhshzadeh A, Aubertin M and Li L (2015) Numerical simulations to assess the stress state in backfilled stopes with inclined walls. In: Proceeding of the Canadian geotechnical conference. GeoQuebec, Quebec, Canada.

Jahanbakhshzadeh A (2016) Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées, Thèse de doctorat, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC.

Jahanbakhshzadeh A, Aubertin M and Li L (2016) A new semi-analytical solution for the stress distribution in inclined backfilled mine stopes. Geotechnical and Geological Engineering Journal. (Under review).

James M, Li L and Aubertin M (2004) Evaluation of the earth pressures in backfilled stopes using limit equilibrium analysis. 57th Canadian Geotechnical conference. Session 6F: pp.33-40

Li L, Aubertin M, Simon R, Bussiere B and Belem T (2003) Modelling arching effects in narrow backfilled stopes with FLAC. In Proceedings of the 3rd International FLAC Symposium, Sudbury, Ont., 21–24 October 2003. pp. 211–219.

Li L, Aubertin M and Belem T (2005) Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, **42**(6): 1705-1717.

Li L, Aubertin M and Belem T (2006) Erratum: Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, **43**(3): 338-339.

Li L, Aubertin M, Shirazi A, Belem T and Simon R (2007) Stress distribution in inclined backfilled stopes. MINEFILL 2007, April 29- May 2, 2007, Montreal, Quebec, Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), #2510.

Li L and Aubertin M (2008) An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, **45**(10): 1487-1496.

Li L and Aubertin M (2009a) Numerical investigation of the stress state in inclined backfilled stopes. Int. J. Geomech., 9(2): 52-62.

Li L and Aubertin M (2009b) A three-dimensional analysis of the total and effective stresses in submerged backfilled Stopes. G Geotech Geol. Eng, 27(4): 559-569.

Li L and Aubertin M (2010) An analytical solution for the nonlinear distribution of effective and total stresses in vertical backfilled stopes. Geotech Geol. Eng 5(4): 237-245.

Liston D (2014) Utilisation of cemented rockfill, cemented hydraulic fill and paste to successfully achieve ore production expansion to 2 Mtpa at Chelopech Mine. In Mine Fill 2014, Y Potvin and AG Grice (eds), Australian Centre for Geomechanics, Perth, Australia.

McCarthy David F (2007) Essentials of soil mechanics and foundations, 7th edn. Prentice Hall, New Jersey

McCarthy David F (1988) Essentials of soil mechanics and foundations: basic geotechnics. Prentice Hall, Englewwod Cliffs, N.J.

Pirapakaran K and Sivakugan N (2007) Arching within hydraulic fill stopes. Geotech Geol. Eng., 25(1), 25-35.

Pirapakaran K (2008) Load-deformation characteristics of minefills with particular reference to arching and stress developments. PhD Thesis, James Cook University, Australia.

Potvin Y and Thomas E (2005) Handbook on mine fill. Australian Centre for Geomechanics.

Singh S, Sivakugan N and Shukla S (2009) Can soil arching be insensitive to ϕ'. Int. J. Geomech., 10(3), pp.124-128.

Singh S, Shukla SK, and Sivakugan N (2011) Arching in inclined and vertical mine stopes. Geotech Geol. Eng, 29(5): 685-693.

Sivakugan N, Widisinghe S and Wang V (2013) Vertical Stress Determination within Backfilled Mine Stopes. Int. J. Geomech., 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000367, 06014011

Sobhi MA, Li L and Aubertin M (2014) Numerical investigation of the lateral earth pressure coefficient along the VCL of vertical backfilled stopes. Proceedings of GeoRegina 2014.

Ting C, Shukla S and Sivakugan N (2011) Arching in Soil Applied to Inclined Mine Stope. Int. J. Geomech. 11(1): 29-35

Thompson B, Bawden W and Grabinsky M (2012) In situ measurements of cemented paste backfill at the Cayeli Mine. Canadian Geotechnical Journal, 49: 755–772.

CHAPITRE 4 : ARTICLE 2: A NEW ANALYTICAL SOLUTION FOR THE STRESS STATE IN INCLINED BACKFILLED MINE STOPES

Abtin Jahanbakhshzadeh[1,*], Michel Aubertin[1] and Li Li[1]

This article was submitted to Geotechnical and Geological Engineering, Submitted in April 2016.

Abstract: There are several good reasons for using backfill in underground stopes, including a reduction of mine wastes on the surface and the improvement of ground stability. Backfilling is now commonly used in underground operations worldwide, so practical methods are required to assess the stress state in stopes, on the surrounding rock mass and on support structures. The majority of existing analytical solutions for the stresses have been developed for vertical openings. In practice, stopes often have inclined walls, and this affects the stress state. Recent numerical studies have shown how the stresses distribution in inclined backfilled stopes is influenced by stope geometry and backfill strength. It has also been shown that existing analytical solutions do not capture the essential tendencies regarding these influence factors. In this paper, a new solution is proposed for the vertical and horizontal stresses in backfilled stopes with inclined walls. This solution takes into account the variation of the stresses along the opening height and width, including the difference between the hanging wall and footwall, for various inclination angles of the walls. Key results are presented and validated using recently performed numerical simulations.

Keywords: Mine backfill, earth pressure coefficient, analytical solutions, inclined stopes, numerical modeling, vertical and horizontal stresses.

4.1 Introduction

The mining industry is an important asset for many regions around the globe, particularly with regards to jobs and exports, and also for the impact of numerous technological developments. Modern mining technology is exemplified by the evolution of backfilling practices for underground stopes, which can lead to a significant reduction in the amount of wastes disposed on the surface and the related environmental impacts (Benzaazoua et al., 2008). Mine backfill also provides ground support to improve rock mass stability for a safer work place, and it can help increase ore recovery and reduce dilution (Hassani and Archibald, 1998; Potvin and Thomas, 2005; Darling, 2011).

In the vast majority of cases, mine backfills are much less stiff than the surrounding rock mass. After deposition in a stope, self-weight settlement of the fill material generates shear stresses along the rough walls of the opening, transferring some of the overburden pressure to the rock; this process is known as arching (e.g. Askew and al., 1978; Li et al., 2003; Potvin and Thomas, 2005).

The arching theory of Janssen (1895) has been used to develop specific geotechnical solutions for the loads or stresses within many types of engineered structures such as conduits in ditches (Marston, 1930; Handy and Spangler, 2007; Whidden, 2009), tunnels in cohesive soils (Terzaghi, 1943; Ladanyi and Hoyaux, 1969; Iglesia et al., 1999), storage in silos and bins (Blight, 2006), retaining walls (Take and Valsangkar, 2001; Greco, 2012), dams with confined cores (Kutzner, 1997; Xu and Zhang, 2009), and mine stopes (Aubertin et al., 2003; Li et al., 2005).

In the latter case, the size of the opening is one of the most influential parameters for the stress state. The conditions along the fill-rock interfaces and the backfill properties are other key characteristics to consider. These factors are taken into account by most analytical solutions commonly used to evaluate the stresses in backfilled mine openings, However, the effect of wall inclination is often neglected in these solutions, despite results that show this has a major influence (Li et al., 2007; Li and Aubertin, 2009a). Nonetheless, solutions that include the latter component exist, and have recently been reviewed; this assessment has demonstrated that these are inconsistent with some of the main trends given by numerical simulations (Jahanbakhshzadeh et al., 2015, 2016a and in Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh, 2016). Additional developments were

thus deemed necessary to account for stope geometry more realistically. The solution resulting from such investigation is presented here.

A particular feature of the proposed solution is the way it defines and makes use of the earth (lateral) pressure coefficient *K*. This coefficient is commonly applied in soil mechanics to analyze the natural response under vertical loading and the related pressures on retaining walls (e.g. Lambe and Whitman, 1979; McCarthy, 2007; Handy and Spangler, 2007). The earth pressure coefficient is usually defined as the ratio between the horizontal (σ_h) and the vertical (σ_v) effective stresses (i.e. $K = {\sigma_h}/{\sigma_v}$). The actual value of *K* is known to depend on the soil strains (or wall movement) and mobilization of shear strength. Simple equations were formulated by Rankine for the stresses acting on smooth (frictionless) vertical surfaces under active and passive conditions. Coulomb proposed more elaborate expressions for walls that can be inclined and rough. Over the years, modified solutions have also been developed to define the earth pressure coefficient along retaining walls (e.g. Chu, 1991; Fan and Fang, 2010; Greco, 2012; Patki et al., 2015).

For backfilled stopes, the available solutions for the stresses consider that the *K* value is constant across the width and height of the opening. However, simulations results have shown that this may not be a representative hypothesis (Li et al., 2003; Li and Aubertin, 2008), particularly for inclined stopes. A more realistic view is taken here to define the value of *K*, as part of the newly developed solution for the stresses in backfilled stopes with inclined walls. This solution is presented below. It is then compared with numerical results for the value of coefficient *K* and the stresses in inclined openings, considering different backfill properties and stope geometries.

4.2 Arching in backfilled openings

Various closed-form solutions for the stresses in backfilled stopes have been reviewed by Jahanbakhshzadeh et al. (2016) (Chapter 3). Key results from this comparative assessment, which is based on numerical simulations, are used here as a basis to define the new solution components.

4.2.1 Marston's solution

The Marston (1930) solution, initially developed to evaluate the loads on conduits in trenches, has served to formulate the basic equation for the stresses in backfilled stopes (Aubertin et al., 2003); it is recalled here in part to illustrate how coefficient *K* is used in this type of formulation.

The vertical stress along the height of a vertical backfilled opening can be evaluated (in 2D) using the following equation, based on Marston's solution (Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003):

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma B}{2K \tan\delta}\right)\left[1 - exp\left[-\frac{2Kh \tan\delta}{B}\right]\right] \quad (4.1)$$

where h is the depth (m) in the backfill; B is the width of the opening (m); δ is the friction angle (°) along the interface between the fill and rock walls; ϕ' is the cohesionless backfill internal friction angle (°) (with $\phi' \geq \delta$); K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) is the earth pressure coefficient (expressed in terms of effective stresses).

The stresses calculated with Eq. 4.1 can be much smaller than the overburden pressure (given by $\sigma_v = \gamma \times h$) because of the stress transfer associated with the arching effect. The existence of arching in backfilled stopes has been confirmed by experimental measurements and numerical simulations (e.g. Li et al., 2003, 2005; Pirapakaran et al., 2006; Pirapirakan, 2007; Thompson et al., 2012; Falaknaz et al., 2015a, b; Jahanbakhshzadeh et al., 2015).

Equation 4.1 has been extended to include additional factors, including backfill cohesion and 3D stope geometry (Li et al., 2005) and pore water pressures (Li and Aubertin, 2009b, 2010a). These factors will not be considered here.

The value $K = K_0$ (at-rest) is sometimes used for the stresses in backfilled stopes (e.g. Pirapakaran and Sivakugan, 2007; Ting et al., 2011). Such as-rest earth pressure coefficient corresponds to a condition where there is no horizontal strain under vertical loading. The K_0 value is generally evaluated with Jaky's (1948) simplified (empirical) equation (i.e. $K_0 = 1 - \sin\phi'$), or (less commonly) from the theoretical relationship with Poisson's ratio ($K_0 = \upsilon/(1-\upsilon)$); these

two well-known expressions are typically applied to normally consolidated soils (e.g. Aysen, 2002; McCarthy, 2007).

Some numerical simulations results have however indicated that *K* can approach the value of Rankine's active earth pressure coefficient, particularly near the central axis of vertical stopes where σ_h and σ_v are the minor and major principal stresses (i.e. $\sigma_h = \sigma_3$, $\sigma_v = \sigma_1$; Li et al., 2003; Sobhi et al., 2014). This coefficient can be expressed as follows for cohesionless fill with a horizontal surface (e.g. McCarthy, 2007):

$$K_{aR} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right) \quad (4.2)$$

A value of $K = {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v} \cong K_{aR}$ has been specifically obtained from the simulations of backfilled stopes, considering indenpendant values for ϕ' and υ (this aspect will be discussed below).

Equation (4.2) will be used in the following to develop a new solution for backfilled stopes with inclined walls. This new solution also takes into account the non-uniform stresses along the opening width.

4.3 New solution

The simulation results presented in Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh, obtained with FLAC (Itasca, 2002), illustrate how the (2D) stresses in backfilled openings vary with various factors, including the walls inclination angle β. These results show that a decrease of angle β (from 90° to 60°) leads to a significant decrease in the vertical stress along the hanging wall. The simulations also indicate that the stresses vary along the stope width (from the hanging wall to the footwall). These further demonstrate how the fill properties influence the stress state in such inclined stopes.

These simulations results have also been compared with results obtained from analytical solutions in Jahanbakhshzadeh et al., 2016a (Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh, 2016). The significant differences observed highlighted the need for an improved solution for inclined stopes. The authors introduce below a new solution for evaluating of the earth pressure *K* and the stresses within backfilled stopes with inclined walls.

4.3.1 Background data and main tendencies

A conceptual backfilled opening is shown in Figure 4.1. In this figure, β ($\leq 90°$) and α ($\geq 90°$) are complementary angles for the walls (with $\alpha = 180^{\circ} - \beta$); B (m) is the opening width and l (m) is the horizontal distance from the hanging wall ($0 \leq l \leq B$); h (m) is the depth of the calculation point in the backfill; dh (m) is the thickness of the layer element used in the analysis to develop the new solution; dW (kN/m) is the weight of the layer element; V (kN/m) and $V+dV$ are the vertical forces on top and at the base of the layer element, respectively; F_{HW} and F_{FW} are the normal forces on the hanging and foot walls, respectively; S_{HW} and S_{FW} represent the shear forces along the fill-rock interfaces at the hanging wall (HW) and footwall (FW), respectively.

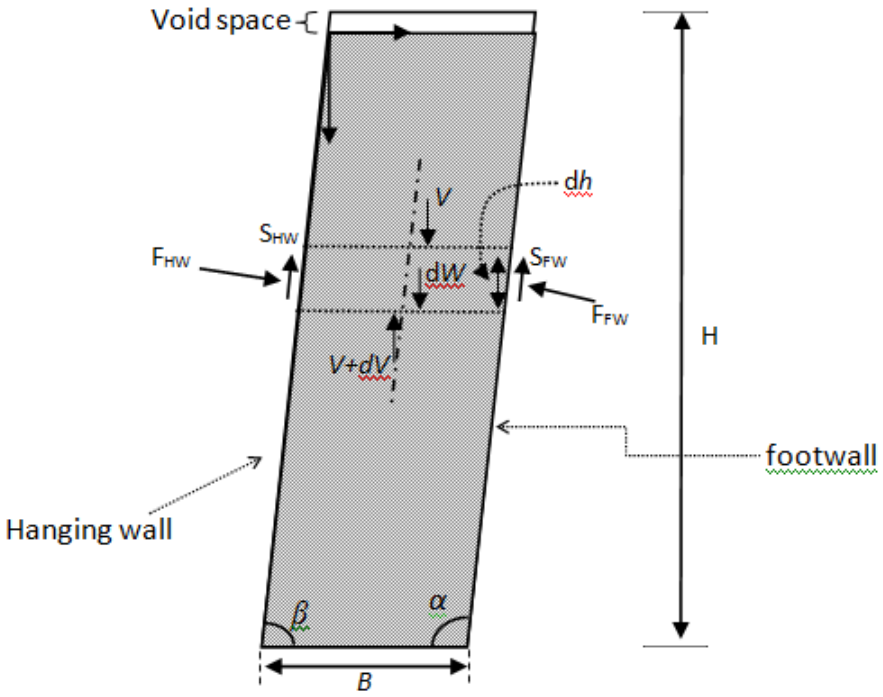


Figure 4.1: Reference model for an inclined backfilled stope (not to scale).

Simulations conducted with FLAC (Itasca 2002) were used here to assess the value of K ($= \sigma_h/\sigma_v$); the details for these calculations are given in Jahanbakhshzadeh et al. (2015, 2016a) and in Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh (2016). Briefly stated, the numerical calculations

considered a homogeneous, isotropic and linearly elastic rock mass, with the following properties: E_r = 30 GPa (Young's modulus); υ_r = 0.3 (Poisson's ratio) and γ_r = 27 kN/m^3 (unit weight). The backfill obeys an elasto-plastic law with the Coulomb yield (ultimate) strength criterion. The fill properties are given by the values of E, υ and γ, with the internal (constant volume) friction angle ϕ' (with $\upsilon \propto \phi'$), cohesion c' (= 0) and dilation angle ψ' (= 0 for the non-associated flow rule adopted here). Table 4.1 gives the geotechnical parameters for the different simulated cases.

Table 4.3: Parameters used for the simuations, including stope size and material properties (with H = 45 m; c' = 0; unit weight γ = 18 kN/m^3, Young's modulus E = 300 MPa)

Backfill properties	**Case 0**	**Case I**	**Case II**
Poisson's ratio υ $*$	0.33	0.33	0.26
Internal friction angle ϕ'	30°	30°	40°
Stope width *B* (m)	6	20	6
Inclination angle β (°)	60, 70, 80, 90	70	70

$* \ \upsilon = \frac{1-\sin\phi'}{2-\sin\phi'}$

The reference stope is 6 m wide; it is filled to a final height of 44.5 m, with 0.5 m of void space left above the backfill. The two walls are parallel. The excavation is created in one step and, after elastic convergence, filled in 7 steps (layers) to minimize the effect of adding the fill too quickly (Li and Aubertin, 2009a; Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016).

The detailed simulations results presented in Jahanbakhshzadeh et al. (2016a) show how the stress transfer (arching effect) in stopes is influenced by different factors. These results specifically illustrate how the stresses in the opening vary along the width *B,* and with the

inclination angle β. For instance, these show that the vertical stresses σ_v can significantly decrease when β go from 90° to 60°, particularly along the hanging wall (with a reduction of more than 50 % in some cases). The results also indicate that the horizontal stresses along the hanging wall can however increase when β is decreased.

The numerical results further demonstrate that an increase of the internal friction angle ϕ' of the fill (from 30° to 40°) leads to a decrease of the stresses at depth, particularly for the horizontal stresses (by more than 20 % along the hanging wall). The simulations performed by Jahanbakhshzadeh et al. (2016a) also demonstrate how the width B of the opening influences the stress state.

These factors also affect the ratio between the horizontal and vertical stresses. Figure 4.2 shows the value of K ($= {\sigma_h}/{\sigma_v}$) given by the numerical simulations for Case 0 (Table 4.1) along the width ($0 \leq l \leq B$) at mid height ($H/2$) of the stope, for an inclination angle β that varies from 90° (vertical) to 60°. The figure also include the values of K_0 (Jaky's equation) and K_{aR} (Eq. 4.2), which are independent from l and β.

The simulations results indicate that the value of K is almost constant along the stope width for the vertical stope ($\beta = 90^{\circ}$). This is a somewhat different than the results by Li et al. (2003, 2009a), who used a different assumption to define the backfill properties (i.e. independent values for v and ϕ'). The results shown here are however close to those obtained by Falaknaz (2014), who also considered the relationship between v and ϕ' (based on the K_o value).

For an inclined stope ($\beta \leq 90^{\circ}$), the value of K changes markedly along the width, decreasing (by up to about 30%) from the hanging wall to the footwall; near the latter, the value of K falls between K_0 and K_{aR}.

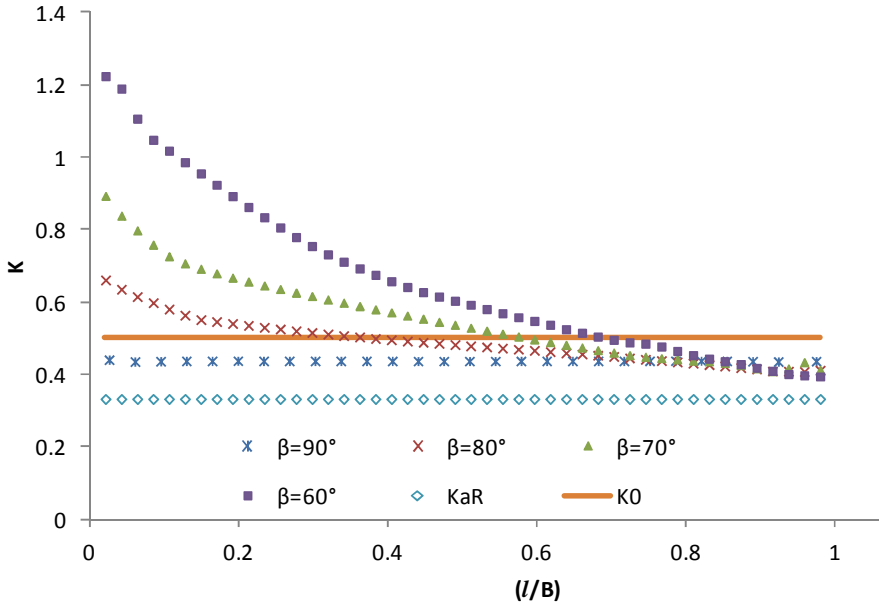


Figure 4.2: Simulated value of coefficient K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) at mid-height along the normalized width (l/B) of the stope, for various inclination angles β (from 90˚ to 60˚), for Case 0 (Table 4.1); the value of K_0 ($= 1 - \sin\phi' = \frac{\upsilon}{1-\upsilon}$) and K_{aR} (Eq. 4.2) are also shown.

Figure 4.3 shows the variation of coefficient K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) along the width of backfilled stopes at different elevations (i.e. $H/4$, $H/2$, and $3H/4$) for β = 90˚ (Figure 4.3a), 80˚ (Figure 4.3b), 70˚ (Fig. 4.3c) and 60˚ (Fig. 4.3d). Figure 4.3a confirms that the earth pressure for the vertical stope does not vary much with the position along the width or also with depth. These K values lie between K_{aR} (Eq. 4.2) and K_0 (from which it is somewhat closer). In Figure 4.3b, it is seen that K tends to decrease slightly with depth for β = 80˚. The K values are close to the at-rest coefficient near the center line, and tend to fall between K_0 and K_{aR} near the hanging wall where the value is much lower than close to the footwall. Fairly similar tendencies are observed in Figure 4.3c, for β = 70˚; the value of K decreases from 0.57 at a depth of 22.25 m near the CL to 0.49 at 33.37 m. These results indicate that K is very close to K_0 near the center of the stope, while it again falls between K_0 and K_{aR} along footwall. The same comments apply to results shown in Figure 4.3d, for β = 60˚; the drop from the HW to the FW is even more pronounced in this case.

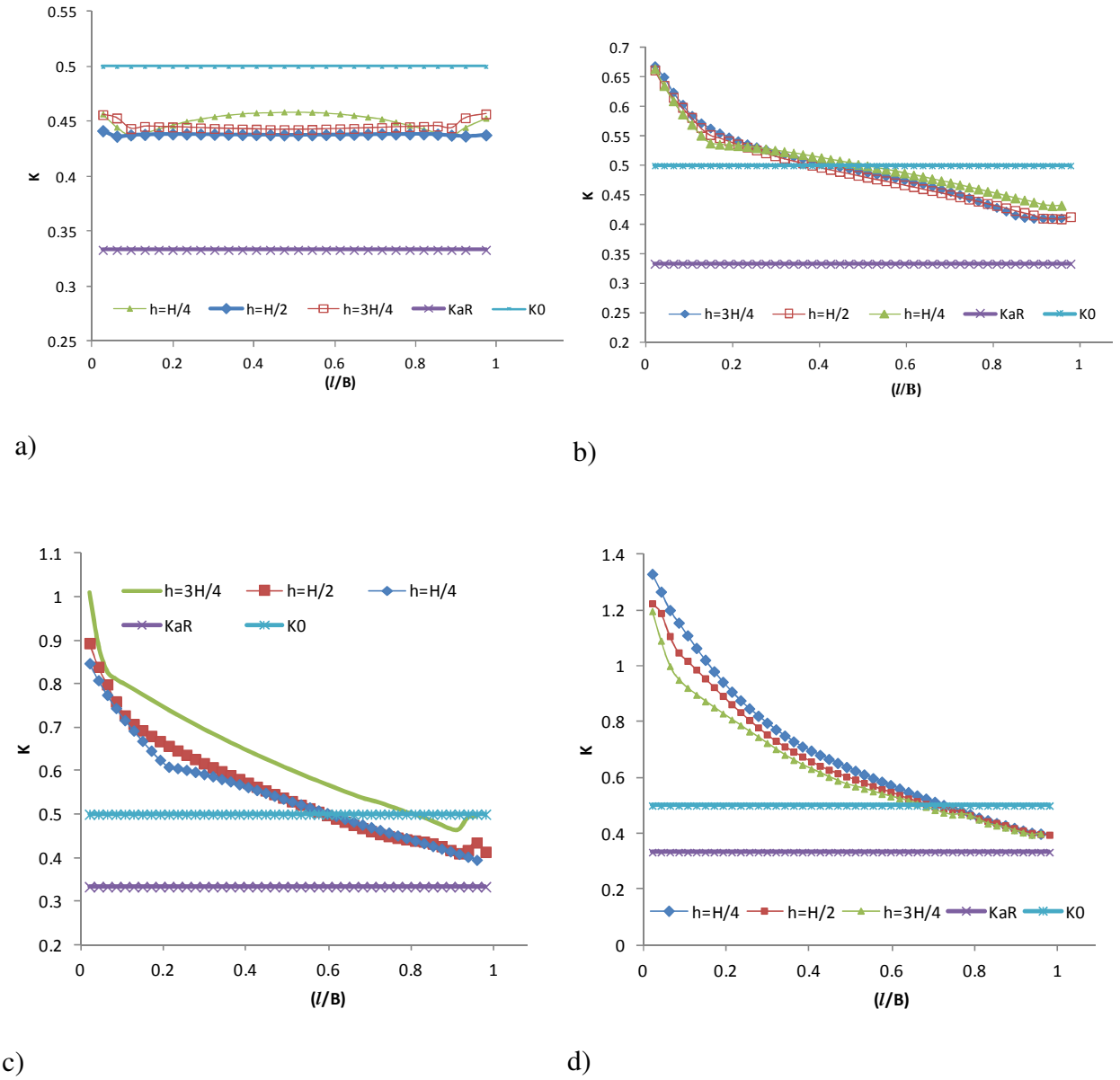


Figure 4.3: Simulated values for coefficient K across the width (l/B) of the stope at different elevations h ($\frac{1}{4}H$, $\frac{1}{2}H$ and $\frac{3}{4}H$), a) inclination angle $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 80^{\circ}$; c) $\beta = 70^{\circ}$; d) $\beta = 60^{\circ}$ (Case 0, Table 4.1); the values of K_0 and K_{aR} are also shown.

These results confirm that the simulated value of K across the width is very sensitive to the inclination β and, to a lesser degree, to elevation. Other results (not shown here) further demonstrate that the value of K in inclined stopes is also influenced by the internal friction angle

ϕ' and opening width (Jahanbakhshzadeh et al. 2016a). These tendencies should be captured by the analytical solution.

4.4 Modified expression for coefficient *K*

As indicated above, the equation defining the value of K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) within inclined stopes should take into account the effect of the horizontal l and vertical h positions, and of the walls angle β. An analysis of the results shown above and those of Jahanbakhshzadeh et al. (2015, 2016a; see also Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016) indicates that the value of this coefficient K ($= K_\beta$) can be represented by the following expression:

$$K_\beta = K_{aR} \times f_h \times f_w \tag{4.3}$$

where K_{aR} is Rankine's active earth pressure coefficient (Eq. 4.2). Functions f_w and f_h represent the effect of geometrical factors, i.e. width, height and inclination; these are expressed as follow:

$$f_w = \left\{1 + \Lambda\left(1 - \frac{l}{B}\right)^4\right\} \tag{4.4}$$

$$f_h = (1 + \cos\beta) - \left[\frac{h}{\mathrm{H}}\tan\phi' \cos^2\beta\right] \tag{4.5}$$

With

$$\Lambda = 3\tan\phi' \cos(\beta - 10^\circ) \tag{4.6}$$

When the stope is vertical ($\beta = 90^{\circ}$), function f_h reduces to unity; there is no effect of the elevation on coefficient *K* in this case (as indicated by numerical calculations, e.g. Fig. 4.3a).

An explicit comparison between this modified formulation for the value of *K* and the results obtained with FLAC is presented below, for various conditions.

4.5 Solution for the stresses

The recent comparative assessment presented by Jahanbakhshzadeh et al. (2016) has shown that existing analytical solutions do not correlate well with numerical results for the stresses in inclined backfilled stopes. An improved solution is proposed here to obtain these stresses under plane strain conditions. This solution is developed to obtain the vertical stress σ_v, which is then used to define the horizontal stress $\sigma_h = K\sigma_v$ (with $K = K_\beta$ given by Eq. 4.3 presented above).

The limit equilibrium of the layer element shown in Figure 4.1 is analyzed and the results are combined with those of all layers to obtain the general solution for the entire backfilled stope, similarly to the development leading to Eq. 4.1 (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2005).

The weight of the backfill *W* (kN/m) in this layer element is given by

$$dW = \gamma\, B\, dh \tag{4.7}$$

The vertical force *V* acting on the thin layer at depth *h* is:

$$V = \sigma_{vh}\, B \tag{4.8}$$

where σ_{vh} is the vertical stress at position *h*.

The vertical force acting upward at the base of the horizontal element at position $h + dh$ is:

$$V + dV = (\sigma_{vh} + d\sigma_{vh})\, B \tag{4.9}$$

The shearing forces on each side of the slice can be expressed as

$$S = \frac{\tau_h}{\sin\beta} dh \tag{4.10}$$

where τ_h is the shear stress along the wall at depth h, which is given by :

$$\tau_h = K_\beta \sigma_{vh} \sin\beta \tan\delta \tag{4.11}$$

The two normal forces and the shear stresses on each side of the layer element, which is under limit equilibrium, are close to each other; hence $F_{HW} \cong F_{FW}$ and $S_{FW} \cong S_{HW}$ can be considered as a first approximation.

Considering the static equilibrium of forces acting on the layer element in the direction of the inclined walls (Fig. 4.1) leads to:

$$dV - dW + \frac{2S}{\sin\beta} = 0 \tag{4.12}$$

Combining Eq. (4.12) with Eqs (4.7) to (4.11) gives the following equation:

$$d\sigma_{vh} = (\gamma - \frac{2K_\beta \sigma_{vh} \tan\delta}{B \sin\beta})dh \tag{4.13}$$

For a friction angle of the fill equal to the fill-wall friction angle (i.e. $\phi' = \delta$), this leads to the following equation:

$$d\sigma_{vh} = (\gamma - \frac{2K_\beta \sigma_{vh} \tan\phi'}{B \sin\beta})dh \tag{4.14}$$

Solving Equation 4.14 and considering the boundary condition $\sigma_{vh} = 0$ at $h = 0$ gives the vertical stress:

$$\sigma_{vh} = \frac{\gamma B(\sin\beta)}{2K_\beta \tan\phi'}\left(1 - exp(-\frac{2K_\beta \tan\phi'}{B(\sin\beta)} \times h)\right) \tag{4.15}$$

For a vertical stope (β = 90°), Equation 4.15 reduces to Equation 4.1.

The horizontal stress can then be expressed as:

$$\sigma_{hh} = K_{\beta}\sigma_{vh} \tag{4.16}$$

where K_{β} is the coefficient of lateral earth pressure defined by Eq. 4.3.

This new solution is applied below to various cases, and the results are compared with the stresses given by numerical simulations conducted with FLAC.

4.6 Analytical and numerical results

Additional numerical calculations have been conducted to investigate the validity of the newly developed solution, and assess its ability to reflect the influence of backfill properties and stope geometry. The various cases simulated for this purpose are identified in Table 4.1.

The numerical analyses conducted here use the explicit relationship (given with Table 4.1) between the values of ϕ' and υ, which is based on the expressions given above for a unique value of the at-rest coefficient K_0 (details are given in Jahanbakhshzadeh et al., 2016; see also Falaknaz, 2014; Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016).

The simulated stresses obtained with FLAC are compared with those calculated with the analytical solution presented above

4.6.1 Assessment of the stress ratio σ_h/σ_v

Figure 4.4 shows a comparison between the K ($= \sigma_h/\sigma_v$) values resulting from the numerical simulations, the coefficient of earth pressure at-rest K_0, Rankine's active coefficient K_{aR} (Eq. 4.2), and the proposed equation (Eq. 4.3) along the width of stopes at mid-height (H/2, or h = 22.25 m) for Case 0 (Table 4.1), with β varying from 90° to 60°. Figure 4a shows the value of K for a vertical stope ($\beta = 90^{\circ}$), for $0 < l < \frac{B}{2}$; only half the width is shown in this case as the distribution is symmetric on both sides of the central axis. Figure 4.4b, c, and d show that the

values of K along the width of the inclined stope with β = 80°, 70° and 60° respectively, for $0 < l < B$.

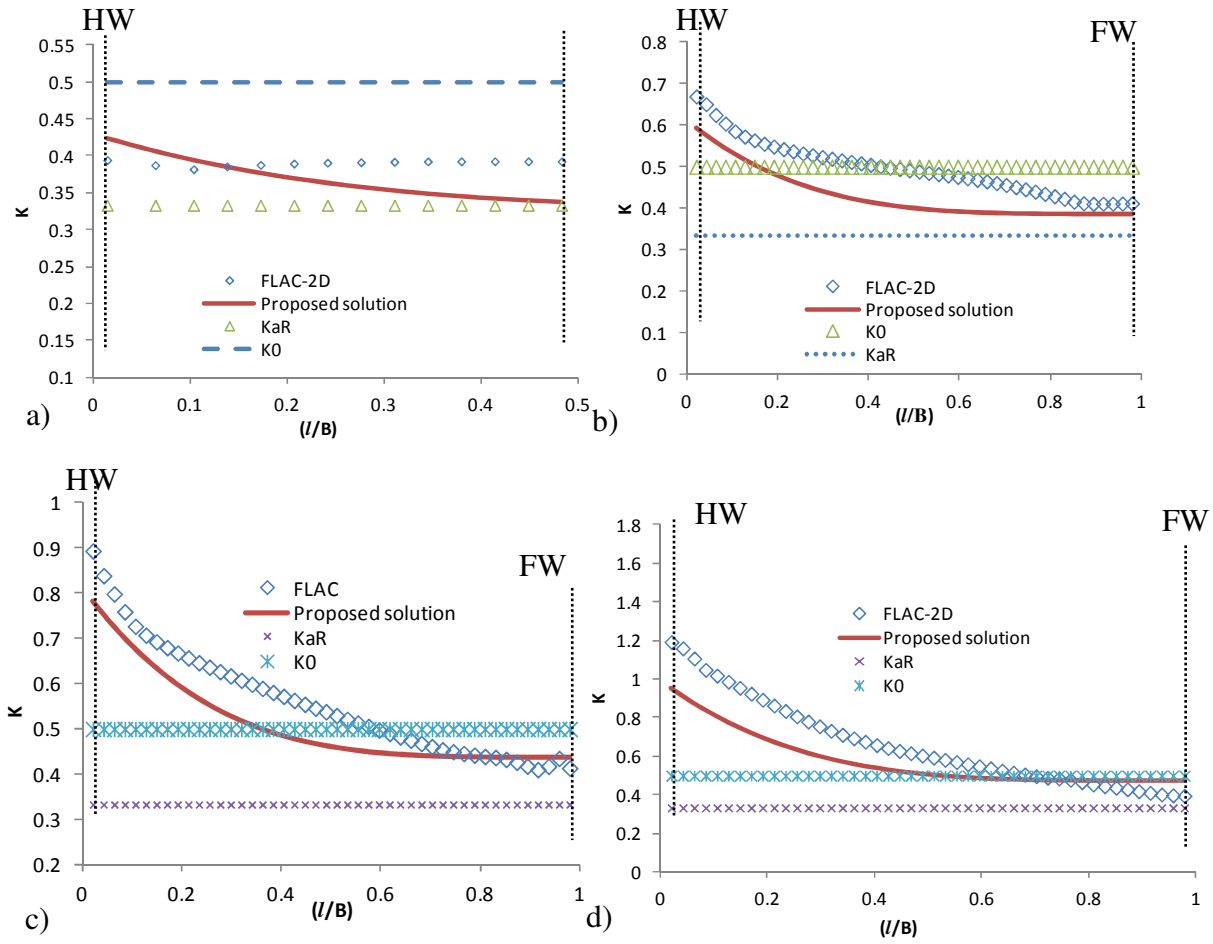


Figure 4.4: Comparison between the coefficients K obtained from the simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 4.3) and Rankine (Eq. 4.2) at mid-height of the stope. For Case 0 (Table 4.1) with a) β = 90°, b) β = 80°, c) β = 70°, d) β = 60°.

It is seen on these figures that the numerical simulations give results that are generally close to the value of K obtained from the proposed solution. The magnitude and general tendency are well captured by the latter, with a value of K that diminishes from the hanging wall to the footwall.

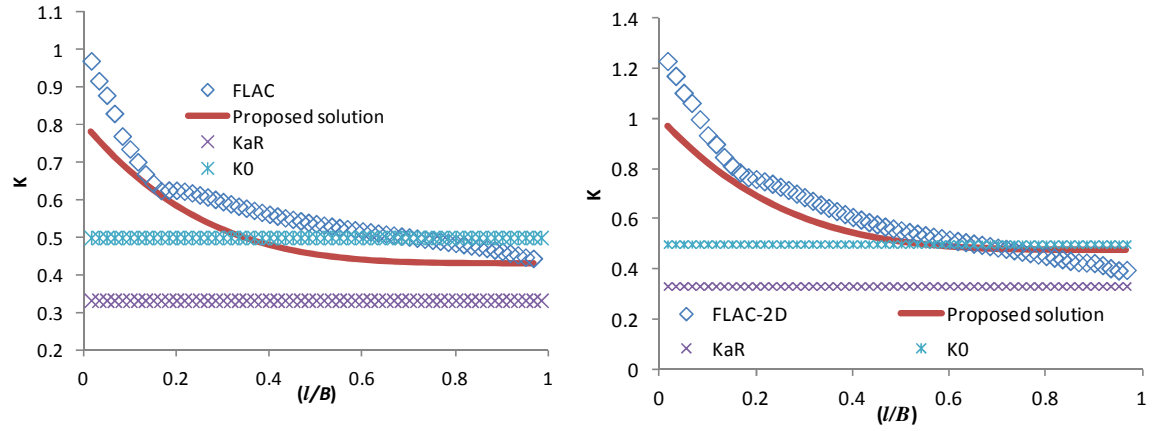
The figures also indicate that the simulated and predicted values of K are relatively close to K_0 near the central line, while these values are typically between K_0 and K_{aR} near the footwall.

Additional results have also been obtained for β = 85° and 75° (not shown here); the comparison confirms that the proposed solution follows the trends given by the numerical simulations (Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).

As mentioned above, various investigations have shown that the opening width B can greatly influence the stresses in backfilled stopes (Li et al., 2003, 2007; Li and Aubertin, 2009a; Jahanbakhshzadeh et al., 2016a). These numerical results have also indicated that when the stope walls are inclined, the stresses along the central line and footwall are usually much more affected by an increase of the width than the stresses along the hanging wall (Jahanbakhshzadeh et al., 2016a). It can therefore be expected that the value of K will also be influenced by an increase in the backfilled stope width.

Figure 4.5 shows the value K along the width at mid-height (H/2) of the stope, for B = 20 m (Case Ia, Table 4.1), with β = 60° (Fig. 4.5b) and 70° (Fig. 4.5a); these results can be compared with those shown in Fig. 4.4 for B = 6 m. This comparison indicates for instance that the values of K are increased slightly when B goes from 6 m to 20 m; this effect becomes more pronounced when approaching the hanging wall.

It is seen on Fig. 4.5 that the value of K across the width of the inclined stope obtained from the proposed Equation (Eq. 4.3) compares well with the numerical results. Again, these calculated values can largely exceed the values of K_0 = 0.5 and K_{aR} = 0.33 near the hanging wall, but they tend to approach the latter values close to the footwall.



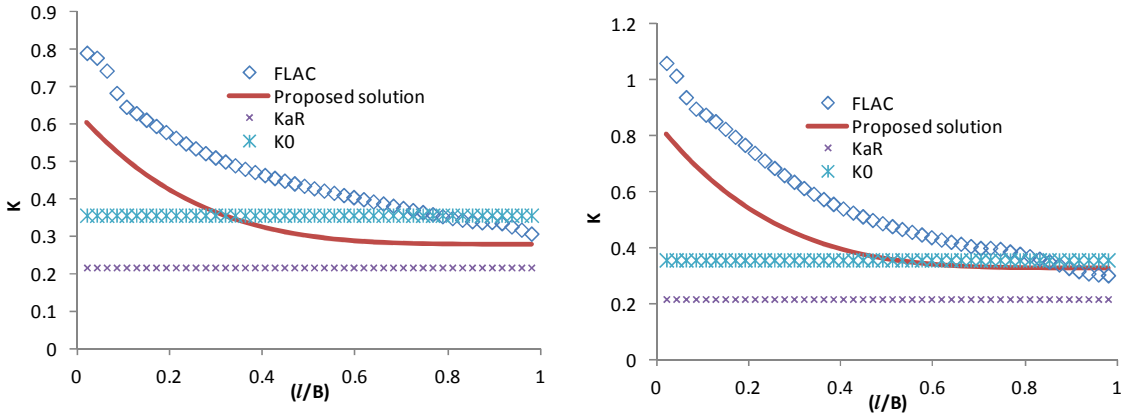
a) b)

Figure 4.5: Comparison between the coefficients K obtained from simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 4.3) and Rankine (Eq. 4.2) at mid-height of the stope. For Case I (Table 4.1), B = 20 m, with a) $\beta = 70^{\circ}$, b) $\beta = 60^{\circ}$.

The coefficient K depends on various other factors, including the shear strength of the fill material (Falaknaz, 2014; Sobhi, 2014). Figure 4.6 shows a comparison between the values of K obtained from simulations results and from the proposed Eq. 4.3 for an internal friction angle $\phi' = 40^{\circ}$ (with $\upsilon = 0.26$, Case II, Table 4.1), for $\beta = 70^{\circ}$ (Fig. 4.6a) and 60° (Fig. 4.6b). It is seen that the value of K tends to decrease when the friction angle is increased (compare with Figure 4.4 for $\phi' = 30^{\circ}$).

Figure 4.6 indicates that, although the match is not perfect, the K values within the backfill follow the same trend; the correlation between the proposed equation and the simulations is however much better near the footwall than close to the hanging wall.

Calculations made for other inclination angles (of 90° and 80°) also indicate that the values K correlate well (details in Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).



a) b)

Figure 4.6 : Comparison between the coefficients K obtained from simulations (FLAC) and calculated with proposed solution (Eq. 4.3) and Rankine (Eq. 4.2) at mid-height of the stope for Case II (Table 4.1), $\phi' = 40^{\circ}$ with a) $\beta = 70^{\circ}$, b) $\beta = 60^{\circ}$.

4.6.2 Evaluation of the stress state

The stresses in backfilled stopes obtained from the simulations with FLAC have also been compared with those given by the solution proposed above (Eq. 4.17 and 4.18). These results are used to assess the validity of this solution for inclined openings.

Figure 4.7 shows the comparisons between the vertical (left side) and horizontal (right side) stresses for Case 0 with $\beta = 90^{\circ}$ (vertical stope) along the CL (Fig. 4.7a) and near the walls (Fig. 4.7b). This comparison indicates that the stresses calculated with the proposed solution correspond very well to those obtained from the numerical calculations.

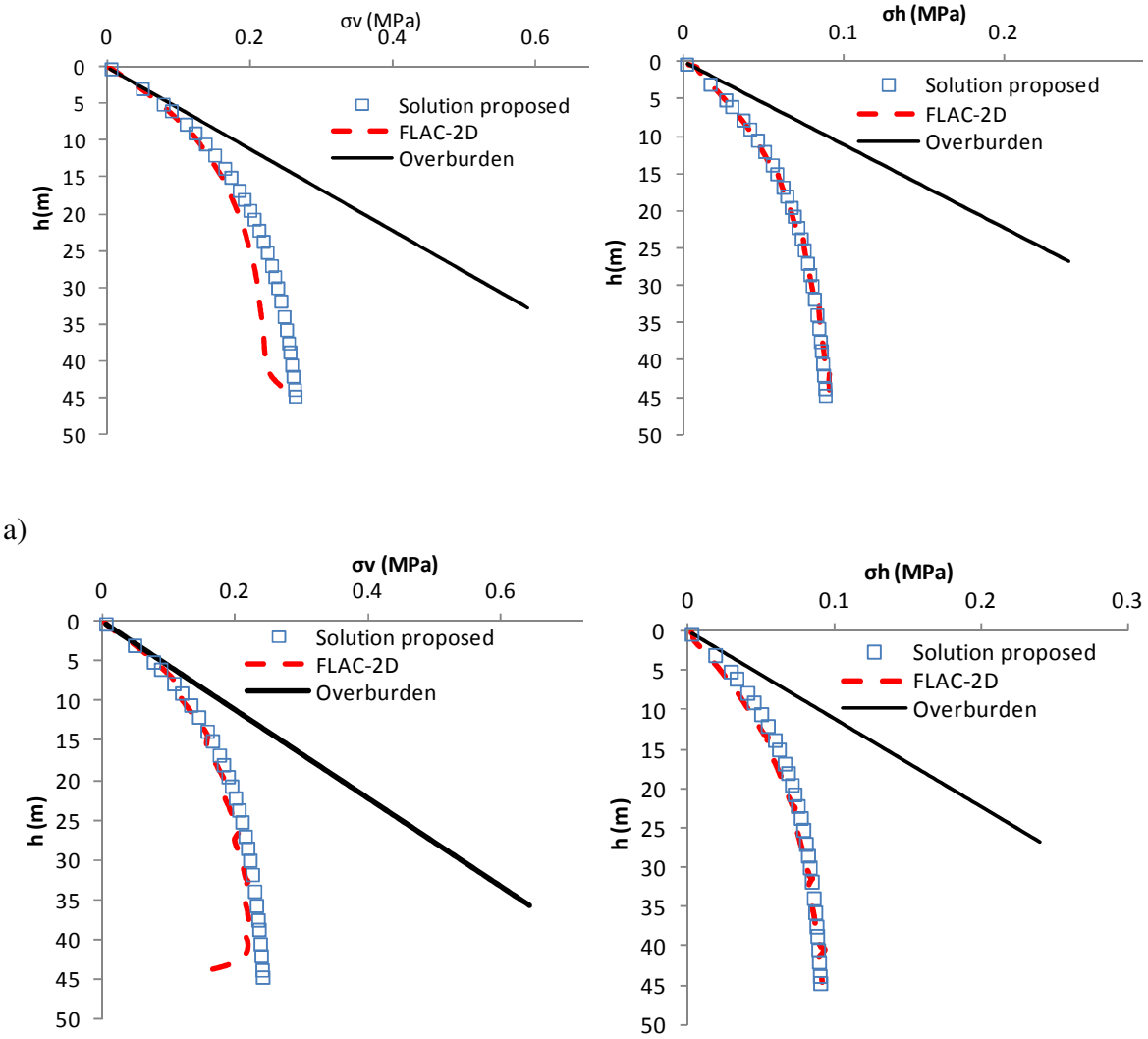


Figure 4.7 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 90^{\circ}$: a) along CL and b) along walls. (figure modifiée par rapport à celle incluse dans le manuscrit initialement soumis).

Figure 4.8 shows the stresses along the footwall (Fig. 4.8a), CL (Fig. 4.8b) and hanging wall (Fig. 4.8c) within a stope with an inclination angle $\beta = 80^{\circ}$. Again, both the vertical (left side) and horizontal (right side) stresses given by both approaches are close to each other. The same observation applies for stopes with $\beta = 70^{\circ}$ (Fig. 4.9) and $\beta = 60^{\circ}$ (Fig. 4.10).

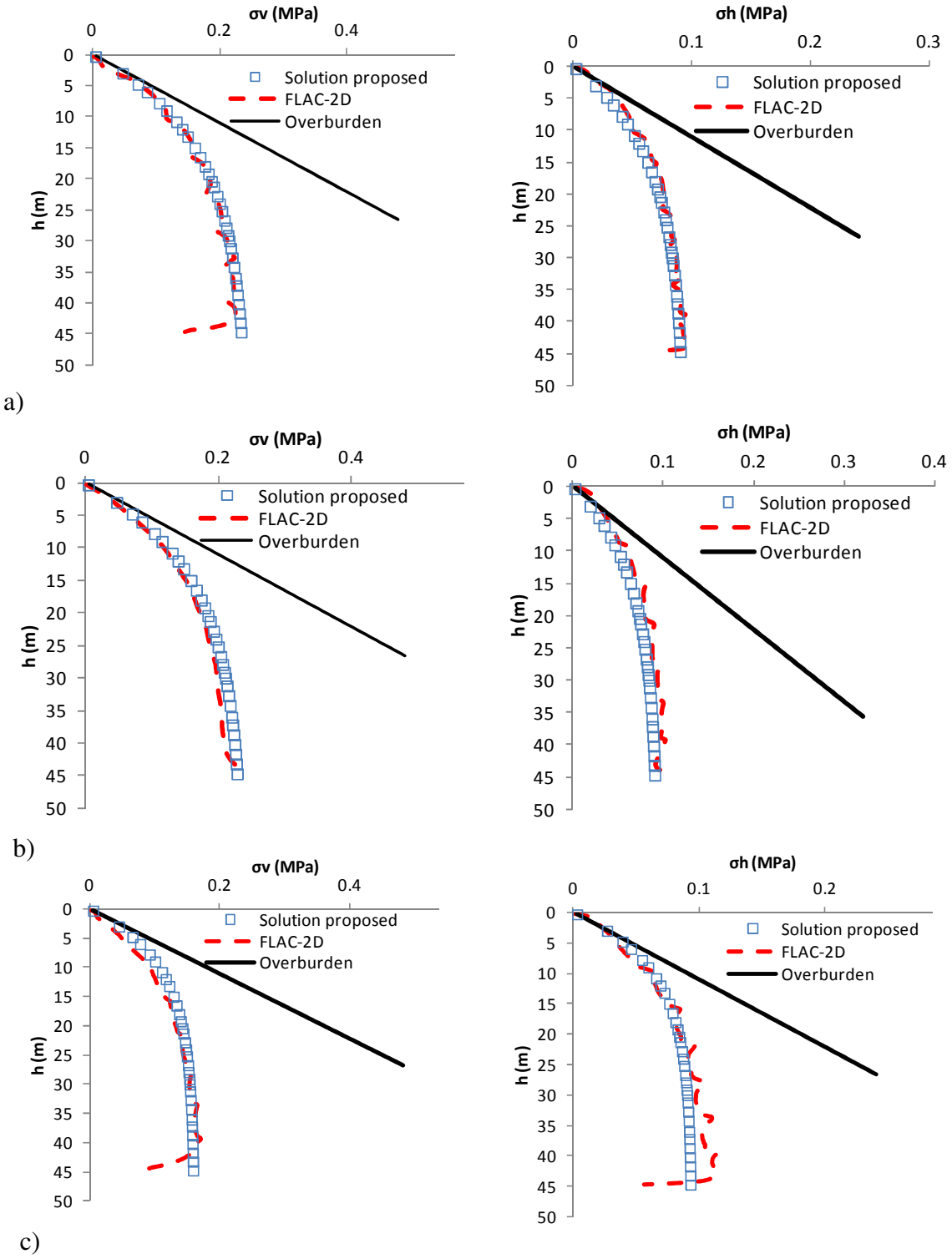


Figure 4.8 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 80^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall. (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original)

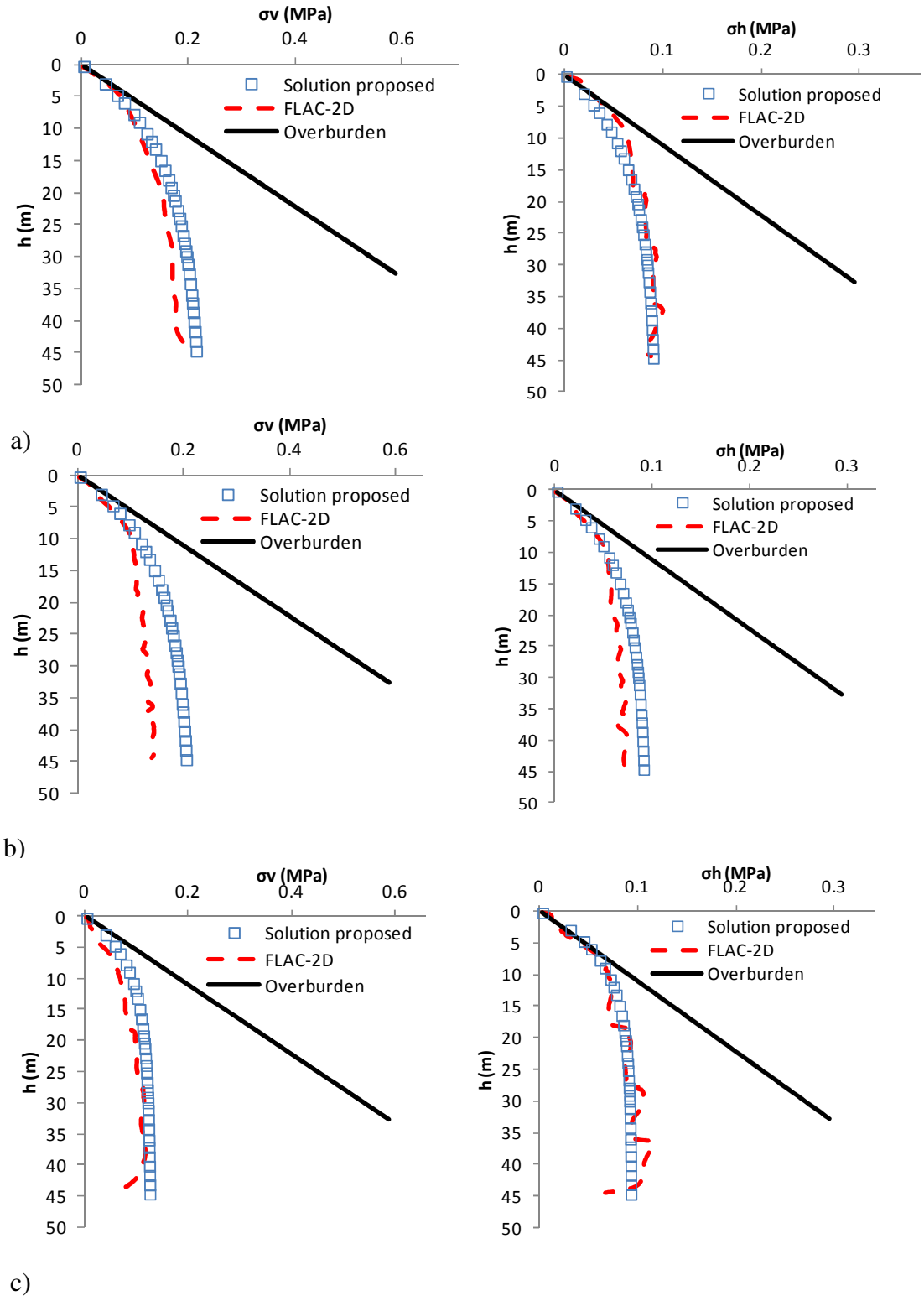


Figure 4.9 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations *h*, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 70^{\circ}$: a) along footwall; b) along centre line; c) along hanging wall. (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original)

.

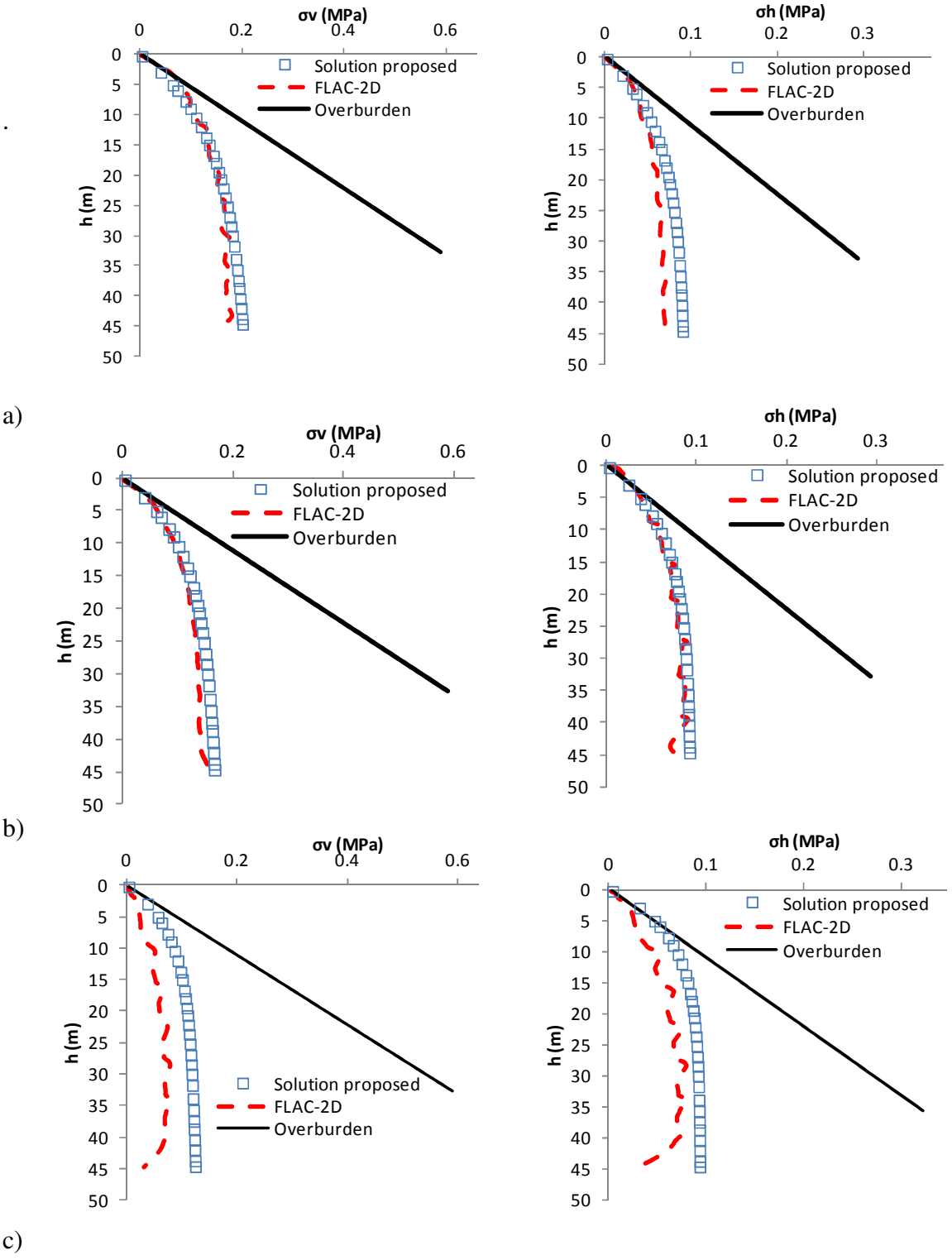


Figure 4.10 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table 4.1), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along footwall; b) along center line; c) along hanging wall. (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original)

Hence, the proposed solution appears to capture well the effect of the inclination angle on the horizontal and vertical stresses across the opening width and along its height.

The effect of the stope width was also investigated, with that of angle β. Figure 4.11 compares the stresses obtained from the numerical and analytical solutions along the FW (Fig. 4.11a), CL (Fig. 4.11b) and the HW (Fig. 4.11c) for $\beta = 70^{\circ}$, for $B = 20$ m (Case I). It is seen that the vertical and horizontal stresses obtained from the two approaches are close to each other along the footwall and center line. There is however a somewhat more pronounced (although limited) discrepancy in the case of the vertical stresses along the hanging wall (Fig. 4.11c); the difference can be considered to be on the safe size, as the analytical solution gives a conservative (larger) estimate of the stresses in this case.

The correlations between the stresses obtained from the proposed solution and simulations are also quite good for inclination angles $\beta = 60^{\circ}$, 80° and 90°, as shown in Appendix B in Jahanbakhshzadeh (2016).

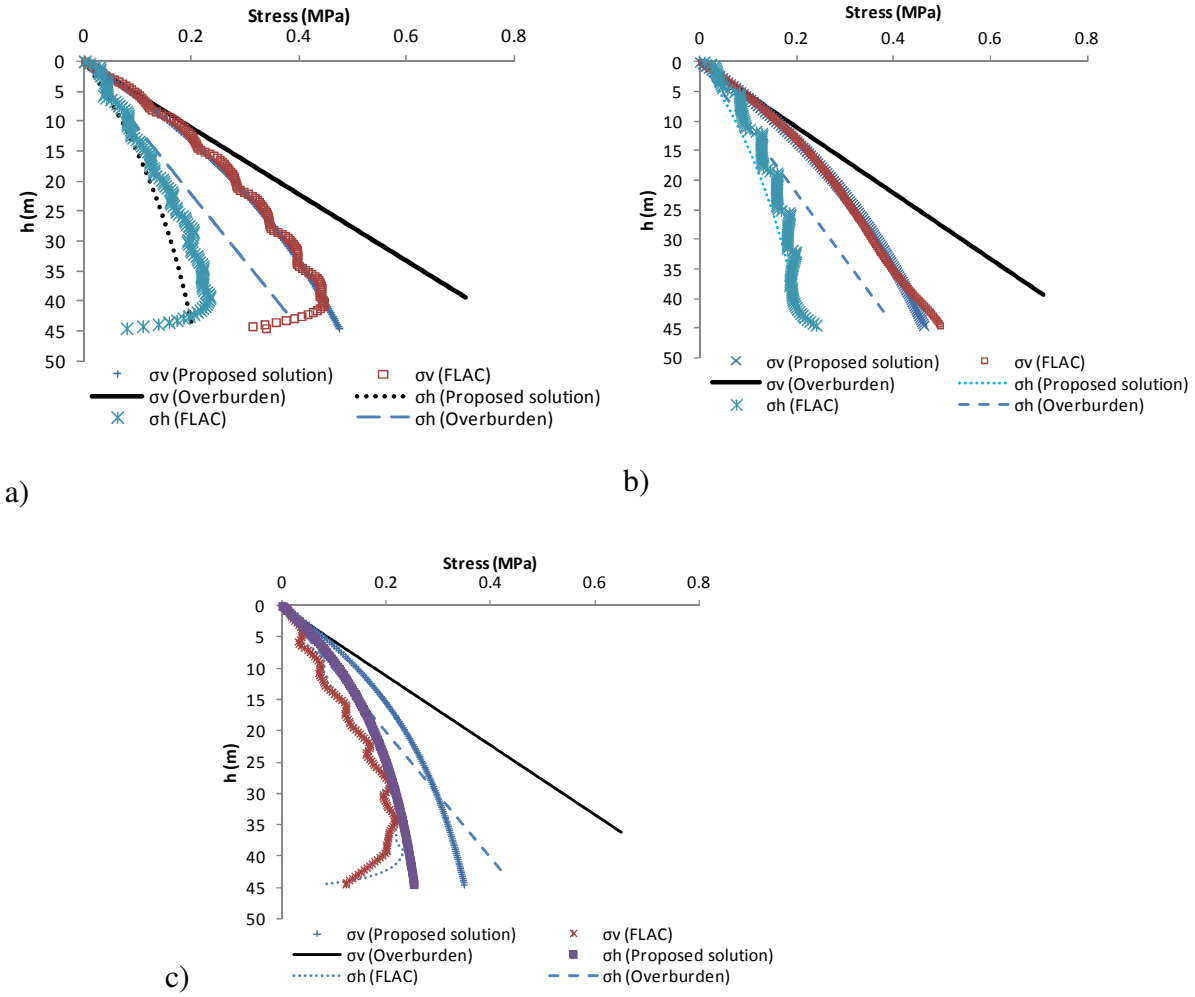


Figure 4.11 : Vertical stresses at different elevations h, obtained with proposed analytical solution and numerical simulations for Case I (Table 4.1), B = 20 m, $\phi' = 30^{\circ}$ with $\beta = 70^{\circ}$: a) along footwall; b) along center line; c) along hanging wall.

Earlier investigations have also demonstrated that the stresses in stopes can be affected by the internal friction angle of the backfill (Li and Aubertin 2009a; Falaknaz 2014). Figure 4.12 illustrates the effect of increasing the friction angle ϕ' to 40° (from 30° on Figure 4.9) on the stresses obtained from the proposed solution and simulations (considering also a change in the Poisson's ratio) for $\beta = 70^{\circ}$ (Case II, Table 4.1). This comparison again indicates that both the vertical and horizontal stresses are close for the two types of solutions, at the three critical locations (FW, HW, and CL) considered here. Similarly good correlations exist for different

inclination angles β of 90°, 80°, 60° and for a friction angle of 35° (Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016).

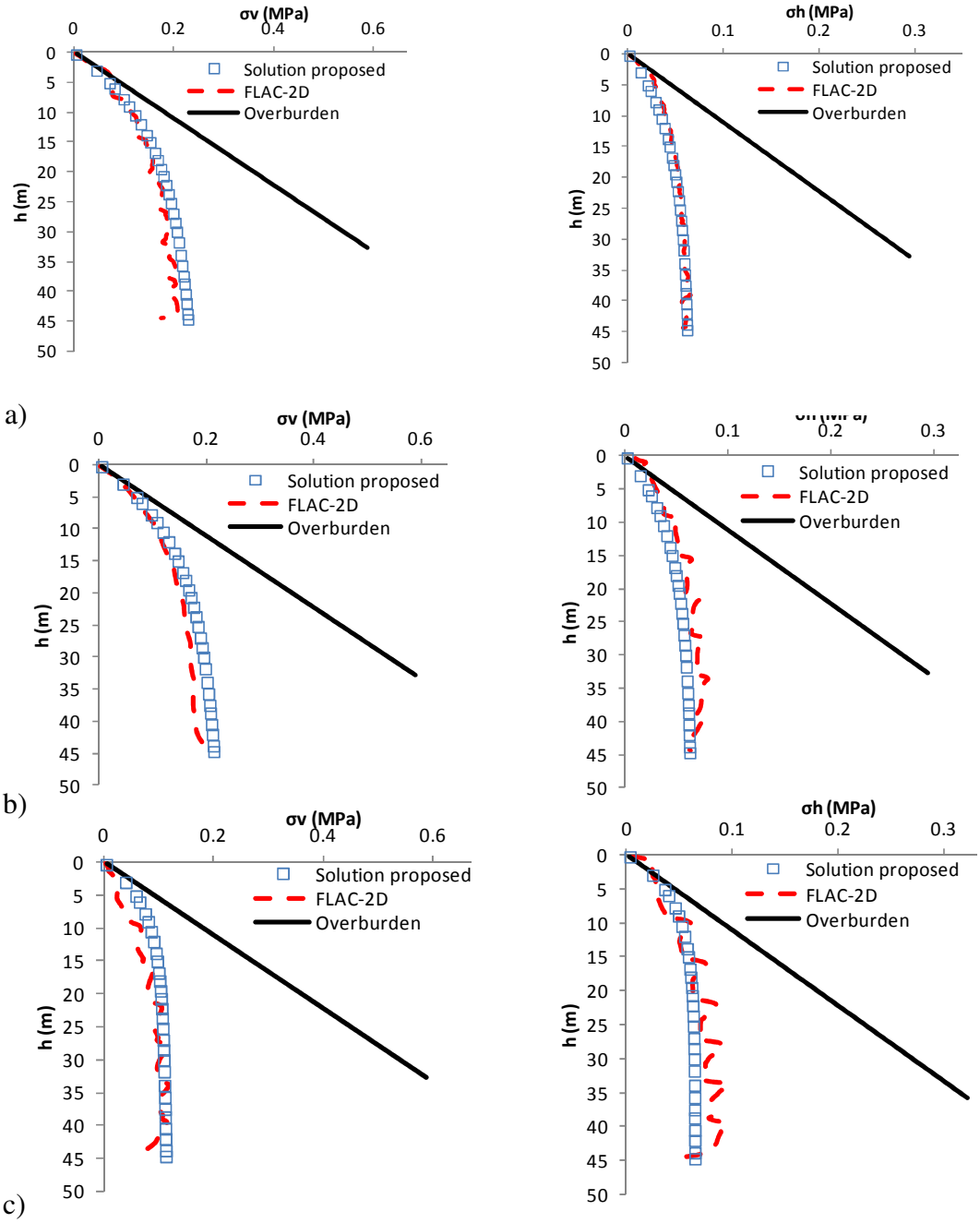


Figure 4.12 : Vertical (left) and horizontal (right) stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case II (Table 4.1, $\phi' = 40°$ and $\beta = 70°$): a) along the footwall; b) along the center line; c) along the hanging wall. (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

These comparative results thus tend to indicate that the stresses obtained from the newly developed analytical solution represent well those obtained from the numerical simulations. This new solution constitutes an improvement over the other existing solutions evaluated by Jahanbakhshzadeh et al. (2016).

4.7 Discussion

In addition to the solutions assessed by Jahanbakhshzadeh et al. (2016a), another recent solution presented in Sobhi et al. (2016) can also be used to estimate the value of the earth pressure coefficient along the central line (CL) of inclined stopes as a function of the inclination angle β and internal friction angle ϕ'. This equation can be expressed as follows:

$$K = \frac{1+K_{aR}}{2} + \frac{1-K_{aR}}{2}\cos 2\beta \qquad (4.17)$$

Equation 4.17 is based on an expression proposed by Ting et al. (2011), in which the at-rest state is replaced by the Rankine's active state; the original expression also includes an additional term for the effect of the friction angle along the walls (not considered in Eq. 4.17). Eq. 4.17 has been successfully compared with simulations results conducted with a finite element code, for the stress ratio K along the CL.

Simulations with FLAC have been used here to assess the results along the central line (CL) for Case 0 (Table 4.1), with β varying from 90˚ to 60˚. The different values of K given by Eq. 4.3 (proposed here), Eq. 4.17 and the simulations are shown in Fig. 4.13. This comparison shows that the value of K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) given by Eq. 4.3 and 4.17 are close to each other, although the two relationships do not follow exactly the same trend (having different curvatures). These K values tend to be somewhat lower than the simulations results along the central line (as was also shown in Figure 4.6 above); the equation proposed here appears to be somewhat closer, in terms of

magnitude and trend, to the numerical results (compare to Eq. 4.17). Hence, this comparison tends to add further support to the validity of the equation proposed here.

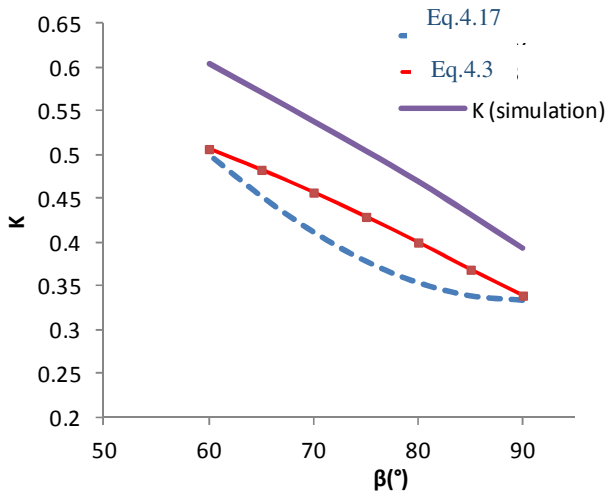


Figure 4.13 : Coefficient K along the CL obtained from the simulations (FLAC) and with Equation 4.3 and 4.17 for Case 0 (Table 4.1), at mid-height of the stope, for various inclination angles β (from 90˚ to 60˚).

It should be recalled also that the numerical results indicate that the value K along the hanging wall (WL) and footwall (FW) are often quite different from each other and from the value along the CL in the case of inclined stopes. It was shown above that the earth pressure coefficient K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) tends to decrease from the hanging wall to the footwall (Fig. 4.2). Its value is also influenced by the elevation in the backfilled stope (Fig. 4.3). The value of K should thus be expressed also as a function of the position along the width and height, as is the case with the new solution proposed here.

These analysis of the stress state demonstrate that both the simulated vertical and horizontal stresses along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW) are generally close to those given by the newly developed solution presented here, for stopes having different inclination angles β (from 90˚ to 60˚), width (from 6 m to 20 m) internal friction angle ϕ' (from 30˚ to 40˚).

It can further be mentioned that the stresses given by these approaches are also close to those obtained from an alternative closed form solution based on the Coulomb active earth pressure coefficient (instead of Rankine's coefficient), developed and described in Appendix E in Jahanbakhshzadeh (2016); the solution presented here is however deemed preferable because of its relative simplicity and ease of application.

Despite the encouraging results presented above, a few limitations pertaining to this investigation should be kept in mind. For instance, it should be recalled that all the calculations shown here were done without interface elements, using the properties of the backfill for the contact with the -rock interface ($\phi' = \delta,$ without cohesion $c' = 0$). This approach was shown to be reasonable for cohesionless backfill with rough rock walls (in Chapter 6 in Jahanbakhshzadeh, 2016). However, this simplifying assumption may not be applicable for cemented backfill or smooth rock surfaces, as suggested by a few experimental investigations (e.g. Pirapakaran, 2008; Fall and Nasir, 2010) and numerical studies (El Mkadmi et al., 2014).

The solution presented here has been developed for cohesionless backfill, which gives higher vertical stresses in the stopes compared to a cemented fill. This is a conservative approach because cohesion is known to increase the stress transfer, leading to a decrease of the vertical stresses in backfilled openings (e.g. Li et al., 2007, Li and Aubertin, 2009a; Falaznaz, 2014).

The effect of pore water pressures was also neglected here; the results are thus applicable to cases where these pressures have been dissipated (or simply don't exist). This factor has been treated explicitly in other investigations (e.g. Li and Aubertin, 2010a; El Mkadmi et al., 2014)

Another limitation of this work is that 2D (plane strain) solutions neglect of the effect of the third dimension. The proposed solution is valid when the length of the opening is much larger than its width (Li et al., 2003). It also represents a conservative solution for actual 3D cases. Additional work is underway to assess the effect of the third dimension on the stresses within inclined stopes (Jahanbakhshzadeh et al., 2015, in Chapter 5 in Jahanbakhshzadeh 2016).

4.8 Conclusion

This paper further advances the investigation on the effect of opening geometry and material properties on the value of coefficient K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) and on the corresponding stresses in inclined backfilled stopes. Simulations results indicate that a decrease of the inclination angle β (from 90°

to 60°) of the walls can lead to a significant increase in the value of K from the hanging wall to the footwall. Increasing the stope width B generally leads to a decreasing K, particularly near the HW. An increase of the fill internal friction angle ϕ' (from 30° to 40°) also leads to a decrease of the value of K along the hanging wall. Based on these numerical results, a new formulation has been developed to obtain the non-uniform distribution of K in inclined backfilled stopes.

The formulation of coefficient K in introduced in a new solution for the stress state, which is based on the Marston arching equation. It gives the stresses in the entire inclined stope, with an emphasis placed here on the profiles along the hanging wall, footwall and central line. Comparisons between numerical simulations and this new analytical solution for various inclination angles β (from 90° to 60°) of the walls indicate that it can provide a good representation of the stress state in the openings. This analytical solution also takes into account the effect of the stope height and width, and of the fill internal friction angle ϕ'.

Acknowledgements

The authors wish to acknowledge financial support from NSERC, from the partners of the Industrial NSERC Polytechnique-UQAT Chair on Environment and Mine Wastes Management (2006-2012) and from the Research Institute on Mines and the Environment (RIME UQAT-Polytechnique; http://rime-irme.ca/).

4.9 References

Askew J, McCarthy PL, Fitzgerald DJ (1978) Backfill research for pillar extraction at ZC/NBHC. Mining with backfill: 12th Canadian Rock Mechanics Symposium, 23–25 May 1978, Sudbury. CIM pp. 100–110.

Aysen A (2002) Soil mechanics - Basic concepts and engineering applications. Lisse: Balkema

Aubertin M, Li L, Arnold S, Belem T, Bussiere B, Benzaazoua M, Simon R (2003) Interaction between backfill and rock mass in narrow Stopes. In: Culligan PJ, Einstein HH, Whittle AJ (eds) Proceedings of Soil and Rock America 2003, Verlag Glu¨ckauf Essen VGE, Essen, Germany, 1, pp 1157–1164

Benzaazoua, M, Bussiere B, Demers I, Aubertin M, Fried E and Blier A (2008) Integrated mine tailings management by combining environmental desulphurization and cemented paste backfill: Application to mine Doyon, Quebec, Canada. Minerals Engineering, 21(4): 330-340.

Blight GE (2006) Assessing Loads on Silos and Other Bulk Storage Structures: Research Applied to Practice. Taylor & Francis.

Chu s (1991) Rankine analysis of active and passive pressures in dry sands, Soils and Foundations, 31(4): 115-120

Darling P (2011) SME mining engineering handbook (3rd ed.), Society for Mining, Metallurgy and Exploration (SME), Denver.

Fall M and Nasir O (2010) Mechanical behaviour of the interface between cemented tailings backfill and retaining structures under shear loads. Geotech. Geol. Eng., 28: 779–790.

Fan CC and Fang YS (2010) Numerical solution of active earth pressures on rigid retaining walls built near rock faces. Computers and Geotechnics, 37(7): 1023-1029.

Falaknaz N (2014) Analysis of the geomechanical behavior of two adjacent backfilled stopes based on two and three dimensional numerical simulations, PhD Dissertation, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Falaknaz N, Aubertin M and Li L (2015a) Evaluation of the Stress state in two adjacent backfilled stopes within an elasto-plastic rock mass. Geotechnical and Geological Engineering, DOI: 10.1007/s10706-015-9868-6.

Falaknaz N, Aubertin M and Li L (2015b) Numerical investigation of the geomechanical response of adjacent backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, 52(10): 1507-1525.

Greco V (2012) Active thrust on retaining walls of narrow backfill width. Computers and Geotechnics, 50: 66-78.

Hassani F and Archibald J (1998) Mine backfill. CD-Rom, Canadian Institute of Mine, Metallurgy and Petroleum.

Handy RL and Spangler MG (2007) Geotechnical Engineering: Soil and Foundation principles. McGraw-Hill.

Itasca (2002) Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Iglesia G R, Einstein HH and Whitman RV (1999) Determination of vertical loading on underground structures based on an arching evolution concept. In Geo-engineering for underground Facilities. Geo-Institute of the American Society of Civil Engineers (ASCE), Reston, Va. 495-506

Janssen V (1895) Versuche über Getreidedrack in Silozellen. Zeitschrift Verein Ingenieure 39: 1045-1049.

Jaky J (1948) Pressure in silos. In Proceedings of the 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Balkema, Rotterdam. 1: 103-107.

Jahanbakhshzadeh A, Aubertin M and Li L (2015) Numerical simulations to assess the stress state in backfilled stopes with inclined walls. In: Proceedings of the Canadian geotechnical conference, GeoQuebec, Canada.

Jahanbakhshzadeh A, Aubertin M and Li L (2016) Analysis of the stress distribution in inclined backfilled stopes using closed-form solutions and numerical simulations. Geotech Geol. Eng, (submitted).

Jahanbakhshzadeh A (2016) Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées, PhD Dissertation, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC.

Kutzner C (1997) Earth and rockfill dams: Principles of design and construction. Balkema, Rotterdam.

Ladanyi B and Hoyaux B (1969) A study of the trap-door problem in a granular mass. Can.Geotech. J. 6(1):1-14

Li L, Aubertin M, Simon R, Bussière B and Belem T (2003) Modeling arching effects in narrow backfilled stopes with FLAC, FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics, pp. 211–219.

Li L, Aubertin M, Belem T, Simon R, James M and Bussière B (2004) A 3D analytical solution for evaluating earth pressures in vertical backfilled stopes, Proceedings of the 57TH Canadian geotechnical conference, GeoQuebec, Canada, pp. 24-27.

Li L, Aubertin M and Belem T (2005) Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, 42(6): 1705-1717.

Li L, Aubertin M, Shirazi A, Belem T and Simon R (2007) Stress distribution in inclined backfilled stopes. In International Symposium in Mining with Backfill, Montreal

Li L and Aubertin M (2008) An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, 45(10): 1487-1496.

Li L, and Aubertin M (2009a) Numerical investigation of the stress state in inclined backfilled stopes. International Journal of Geomechanics, 9(2): 52-62.

Li L and Aubertin M (2009b) A three-dimensional analysis of the total and effective stresses in submerged backfilled Stopes. Geotechnical and Geological Engineering, 27(4): 559-569.

Li L and Aubertin M (2010) An analytical solution for the nonlinear distribution of effective and total stresses in vertical backfilled stopes. Geomechanics and Geoengineering, 5(4): 237-245.

Lambe T W and Whitman RV (1979) Soil Mechanics, John Wiley & Sons.

Marston A (1930) The theory of external loads on closed conduits in the light of the latest experiments. Highway Research Board.

McCarthy DF (2007) Essentials of soil mechanics and foundations. 7th ed, Reston Publishing Company.

Patki M, Mandal J and Dewaikar D (2015) Determination of passive earth pressure coefficients using limit equilibrium approach coupled with Kötter equation. Canadian Geotechnical Journal, 52: 1-14.

Pirapakaran K and Sivakugan N (2006) Numerical and experimental studies of arching effects within mine fill slopes. In 6th International Conference on Physical Modelling in Geotechnics - Physical Modelling in Geotechnics - 6th ICPMG '06, August 4, 2006 - August 6, 2006. Taylor and Francis/Balkema, Hong Kong, China, pp. 1519-1525.

Pirapakaran K and Sivakugan N (2007) Arching within hydraulic fill stopes. Geotech Geol. Eng., 25(1), 25-35.

Pirapakaran K (2008) Load-deformation characteristics of minefills with particular reference to arching and stress developments. PhD Dissertation, James Cook University, Australia.

Potvin Y and Thomas E (2005) Handbook on mine fill. Australian Centre for Geomechanics.

Sobhi MA, Li L and Aubertin M (2014) Numerical investigation of the lateral earth pressure coefficient along the VCL of vertical backfilled stopes. Proceedings of GeoRegina 2014.

Sobhi MA (2014) Analyse numérique visant l'évaluation du coefficient de pression des terres et des contraintes dans des chantiers remblayés au-dessus d'un pillier-dalle, MASc Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Sobhi MA, Li L and Aubertin M (2016) Numerical investigation of the earth pressure coefficient along the central line of backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, ID: cgj-2016-0165.R3.

Take W and Valsangkar A (2001) Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width. Canadian Geotechnical Journal, **38**(6): 1220-1230.

Terzaghi K (1943) Theoretical soil mechanics. Wiley New York.

Ting C, Shukla S and Sivakugan N (2011) Arching in Soil Applied to Inclined Mine Stope. International Journal of Geomechanics. 11(1): 29-35

Thompson B, Bawden W and Grabinsky M (2012) In situ measurements of cemented paste backfill at the Cayeli Mine. Canadian Geotechnical Journal, 49: 755–772.

Whidden WR (2009) Buried flexible steel pipe: Design and structure analysis. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice (MOP) MOP 119.

Xu Y and Zhang L (2009) Breaching parameters for earth and rockfill dams. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 135(12): 1957-1970.

CHAPITRE 5 : ARTICLE 3: THREE-DIMENSIONAL STRESS STATE IN INCLINED BACKFILLED STOPES OBTAINED FROM NUMERICAL SIMULATIONS AND A NEW CLOSED-FORM SOLUTION

Abtin Jahanbakhshzadeh[1,*], Michel Aubertin[1] and Li Li[1]

This article was submitted to Canadian Geotechnical Journal, Submitted in July 2016.

Abstract: Backfill is commonly used world-wide in underground mines to improve ground stability and reduce solid waste disposal on the surface. Practical solutions are required to assess the stress state in the backfilled stopes, which is influenced by the fill settlement that produces a stress transfer to the adjacent rock walls. The majority of existing analytical and numerical solutions for the stresses in backfilled openings were developed for 2D (plane strain) conditions. In reality, mine stopes have a limited extension in the horizontal plane so the stresses are influenced by the four walls. This paper presents recent three-dimensional simulations results and a new 3D closed-form solution for the vertical and horizontal stresses in backfilled stopes with inclined walls. The numerical results are used to validate the analytical solution and illustrate how the stress state varies along the opening height, length and width, for different opening sizes and inclination angles of the footwall and hanging wall.

Keywords: Mining stopes, backfill, 3D analytical solutions, inclined openings, 3D numerical modeling, stress state

5.1 Introduction

Backfilling is very common in underground mining operations around the world (e.g. Hassani and Archibald, 1998; Potvin et al., 2005; Blight, 2010; Hambley, 2011; Darling, 2011). Backfilled stopes initially served to enhance ground stability, but the technique is now frequently used as an alternative to surface disposal of mine wastes (Benzaazoua et al., 2008).

The evaluation of the stress state in backfilled openings is essential to assess their geomechanical behavior. As the backfill tends to settle after deposition, frictional stresses are generated along the rock interfaces, producing a load transfer from the softer fill material to the surrounding walls. The magnitude of this stress redistribution in and around backfilled stopes, associated to an arching effect, depends on many factors including backfill properties, size of the openings and inclination angle of the walls (e.g. Li et al., 2007).

Most investigations on the stress state in backfilled stopes have been conducted for vertical walls under 2D conditions (e.g. Askew et al., 1978; Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003; Pirapakaran and Sivakugan, 2006; Li and Aubertin, 2008, 2009a; Helinski et al., 2007, 2010; Fahey et al., 2009; El Mkadmi et al., 2014). A few others have focused on 2D stopes with inclined walls (e.g. Caceres, 2005; Li et al., 2007; Li and Aubertin, 2009a; Singh et al., 2010; Ting et al., 2011; Jahanbakhshzadeh et al., 2015; 2016a). Some three-dimensional analyses have also been performed for vertical openings (Li et al., 2004, 2005; Pirapakaran, 2008; Li and Aubertin, 2009b). However, little work has been performed on the 3D stress distribution in inclined stopes, considering the effect of the four lateral walls, despite the fact that such conditions are more representatives of many situations in situ.

In this paper, the authors present the results of 3D simulations to illustrate the effect of key influence factors on the stress state in backfilled stopes, including inclination angle of the walls, size of the stopes, and fill properties. A new closed-form solution is proposed for the three dimensional stresses in stopes with inclined walls. This solution is compared with numerical results for different cases. These comparisons tend to indicate that the proposed solution represents well the complex stress state for the various cases investigated here.

5.2 Modeling approach and simulated cases

When placed in an underground stope, backfill tends to move downward under its own weight. This creates shear stresses along the rock walls, which may in turn reduce the vertical stresses in the fill due to arching (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2003; Pirapakaran et al., 2006). This type of behavior has been analyzed in this investigation with the three-dimensional explicit finite-difference code FLAC^{3D} (Itasca, 2013), which is well-adapted to simulate sequential excavation and filling of mine stopes (e.g. Li et al. 2009a; Falaknaz, 2014).

Figure 5.1a shows the conceptual model of an inclined backfilled opening, used to construct the numerical models. In this figure, β (≤90°) is the wall inclination angle; B (m) is the opening width; r (m) is the horizontal distance from the hanging wall, up to the footwall ($0 \leq r \leq B$); L (m) is the opening length; l (m) is the horizontal position along the length ($0 \leq l \leq L$); H (m) is height of the backfill; h (m) is the depth in the backfill ($0 \leq h \leq H = 44.5$ m).

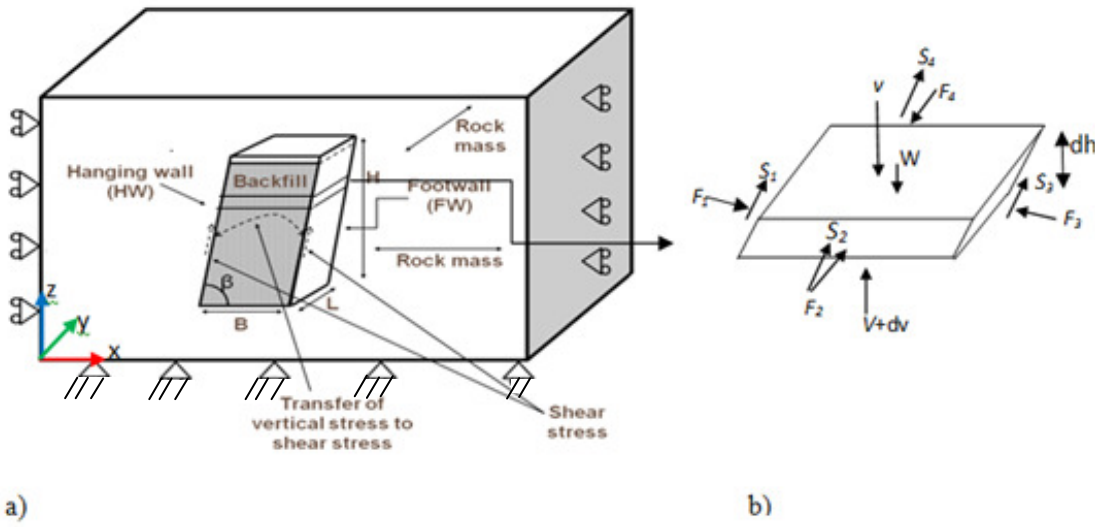


Figure 5.1 : Schematic representation of a 3D inclined backfilled stopes (not to scale); a) reference conceptual model used for the simulations; b) the forces acting on an isolated layer element. (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

A number of simulations have been conducted to evaluate the stresses inside and near the four walls, considering different inclination angles, opening sizes and backfill properties; all cases consider dry and cohesionless backfill.

The simulation procedure can be summarized as follows. Gravity is first applied to the elastic rock mass. The excavation is then created in one step. After convergence of the walls, the fill is added in 6 steps (layers); this limits the momentum effect on the simulated stresses (Li and Aubertin, 2009a; Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).

Sensitivity analyses have been conducted on the mesh to determine the number (size) of elements, based on the geometry of each simulated opening. A coarser mesh is used for the elastic rock region and a finer mesh is applied inside and near the stope (Appendix A in Jahanbakhshzadeh, 2016). In all cases, the external boundaries have been placed far enough to avoid any significant influence on the stresses inside the stope and near the walls. For instance, the boundaries of the model constructed for the stope having a width B = 6 m, length L = 12 m, and backfill height H = 44.5 m (with a void space of 0.5 m above), with inclined walls at an angle $\beta = 60^{\circ}$ (Case Ib, Table 5.1), are placed 30 m from the bottom and top of the stope in the vertical z-direction, 47 m from the center of the inclined stope in the horizontal x-direction and 26 m from the center of the stope in the horizontal y-direction. It was verified that increasing the size of the model would have no significant effect on the simulation results.

In all models, the horizontal displacements are prevented on the four sides, and vertical displacement is prevented at the base.

The models characteristics (i.e. width and length, wall angle, backfill properties) for the different cases are summarized in Table 5.1 (see Chapter 6 and Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016 for more details). The models include a rock mass that is homogeneous, isotropic and linearly elastic, with the following basic parameters: E_r = 30 GPa (Young's modulus); $\upsilon_r = 0.3$ (Poisson's ratio) and $\gamma_r = 27$ kN/m^3 (unit weight). The backfill behavior follows an elasto-plastic law with the Mohr-Coulomb yield criterion. The dry fill properties are described by the values of E, υ and γ, with the internal (constant volume) friction angle ϕ'; the cohesion c' and dilatation angle ψ' are nil (i.e. cohesionless backfill with non-associated flow rule). As there is no pore water pressure, the effective and total stresses (and related parameters) are the same.

Table 5.1: Parameters used for the different simulations with FLAC^{3D}, including stope size and material properties (with H = 44.5 m; unit weight of the backfill γ = 18 kN/m^3, Young's modulus of the backfill E = 300 MPa)

Backfill properties	**Case 0**	**Case I**			**Case II**	**Case III**
		Case Ia	**Case Ib**	**Case Ic**		
Poisson's ratio υ*	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.26*
Internal friction angle ϕ'	30°	30°	30°	30°	30°	40°
Stope width B (m)	6	6	6	6	3	6
Stope length L (m)	60	6	12	30	6	6
Inclination angle β (°)	60, 70, 80, 90	60, 70, 80, 90	60	60, 90	60	60

*$\upsilon = \frac{1-\sin\phi'}{2-\sin\phi'}$

5.2.1 Stress state in stopes with extended length L

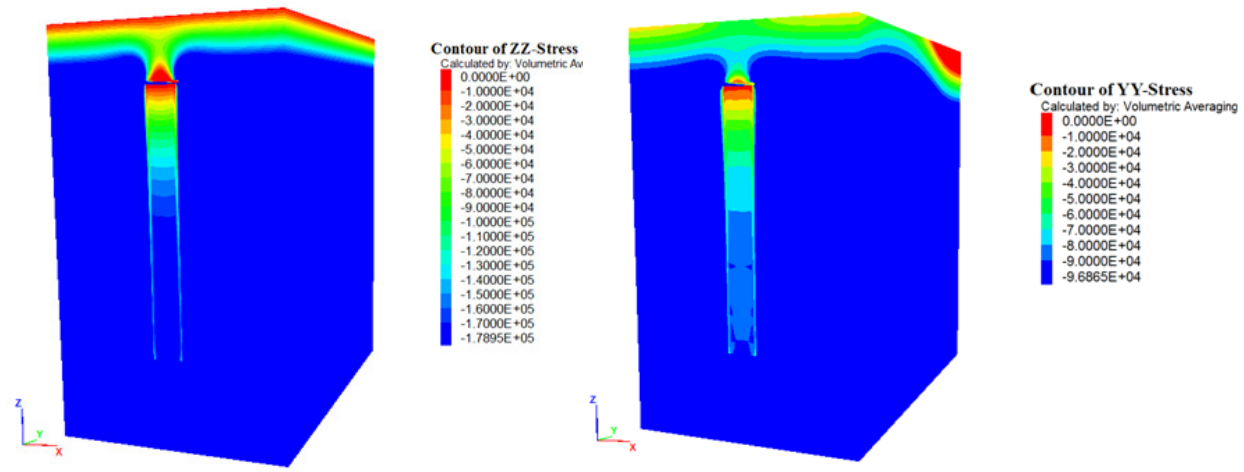
Case 0 represents a vertical stope (β = 90°) with L/B = 10; other characteristics are given Table 5.1.

Figure 5.2 shows iso-contours of the vertical σ_{zz} (Fig. 5.2a) and horizontal σ_{yy} (Fig. 5.2b) stresses within and around the stope, along the vertical x-z plane of symmetry at the center of vertical stope (i.e. at l = L/2 = 30 m). The load transfer from the backfill to the rock mass (associated with arching) leads to values of σ_{zz} and σ_{yy} that are significantly lower than the overburden stresses (defined as $\sigma_{zz} = \gamma h$ and $\sigma_{yy} = K_0\sigma_v$, where K_0 is the at-rest earth pressure coefficient defined below).

Specific simulations results for Case 0 (Table 5.1) at the end of the excavation and filling process are illustrated in Fig. 5.3. It shows the distribution of the vertical σ_{zz} (Fig. 5.3a) and horizontal σ_{xx} and σ_{yy} (Fig. 5.3b) stresses along the central line (CL) of this stope, which has a length that is much larger than its width (L/B = 10). These stresses are compared with those

obtained for 2D (plane strain) simulations (Jahanbakhshzadeh et al. 2016a) in Fig. 5.3. It is seen that the results from the 3D simulations are very close to those obtained in 2D for the three stresses σ_{zz} (Fig. 5.3a) and σ_{yy}, σ_{xx} (Fig. 5.3b).

As is shown in the following however, reducing the length L can lead to significant differences between the stresses obtained from the 2D and 3D simulations.



a) b)

Figure 5.2 : Iso-contours of the stresses (in Pa) near and inside the vertical backfilled stope (Case 0, Table 5.1) with B = 6 m, L = 60 m, along the central vertical x-z plane; a) vertical stresses (σ_{zz}); b) horizontal stresses (σ_{yy}).

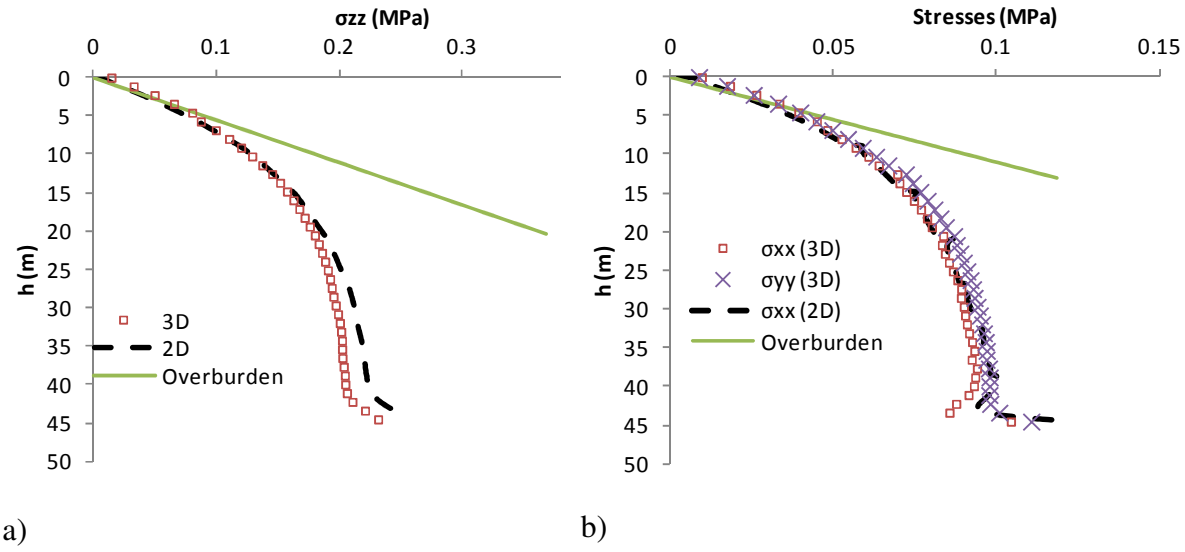
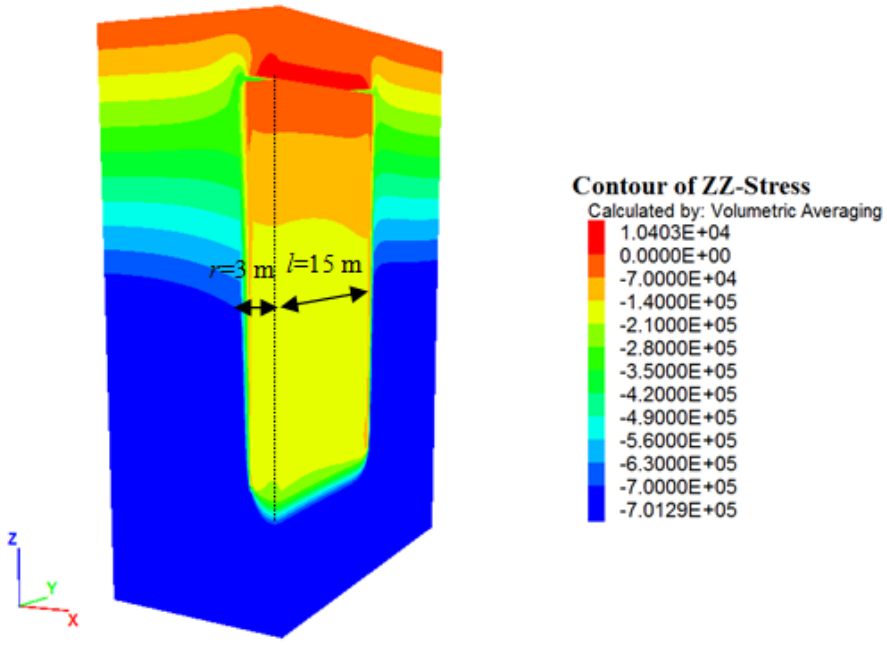


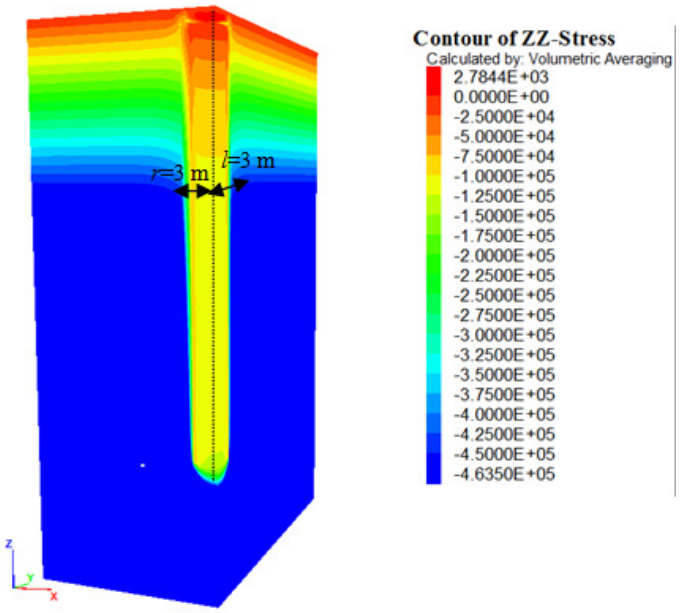
Figure 5.3 : Distribution of the stresses (MPa) along the central line (CL) of a vertical stope (β = 90°) obtained from 3D and 2D simulations for Case 0 (B = 6 m, L = 60m; Table 5.1); a) vertical stresses (σ_{zz}); b) horizontal stresses (σ_{yy} and σ_{xx}).

5.2.2 Stress state in stopes with different length *L*

Figure 5.4 shows the iso-contours of the vertical stresses (σ_{zz}) within the backfilled stope with β = 90° (Case I), for two different lengths: L = 30 m (L/B = 5, Case Ic, Fig. 5.4a) and L = 6 m (L/B = 1, Case Ia, Fig. 5.4b); the stresses are represented along the vertical *x*-*z* and *y*-*z* planes of symmetry (along the central axis of the stopes at $l = {}^{L}/_{2}$ and $r = {}^{B}/_{2}$). These results, which can also be compared with those in Figures 5.2 (for L/B = 10) indicate that the effect of arching is more pronounced when the vertical stope length L decreases (i.e. smaller vertical stresses with L = 6 m).



a)



b)

Figure 5.4 : Iso-contours of the vertical stresses (σ_{zz}, in Pa) for a vertical stope ($\beta = 90^{\circ}$), along the vertical *x*-*z* and *y*-*z* planes of symmetry (center of the stopes at $l = {}^{L}/_{2}$ and $r = {}^{B}/_{2}$) (Case I, Table 5.1) a) L = 30 m (Case Ic); b) L = 6 m (Case Ia).

The same observation usually also applies to inclined openings, as will be illustrated with results shown below.

Figure 5.5 presents the vertical stresses along the central line CL for Cases Ia with L = 6 m (L/B = 1 m) and case Ic with L = 30 m (L/B = 5). These specific results confirm that vertical stresses tend to increase with the stope length. For instance, the vertical stress along the CL at mid-height ($H/2$) goes from σ_{zz} = 109 kPa for L = 6 m to σ_{zz} = 170 kPa for L = 30 m (and to σ_{zz} = 194 kPa for L = 60 m, Fig. 5.3).

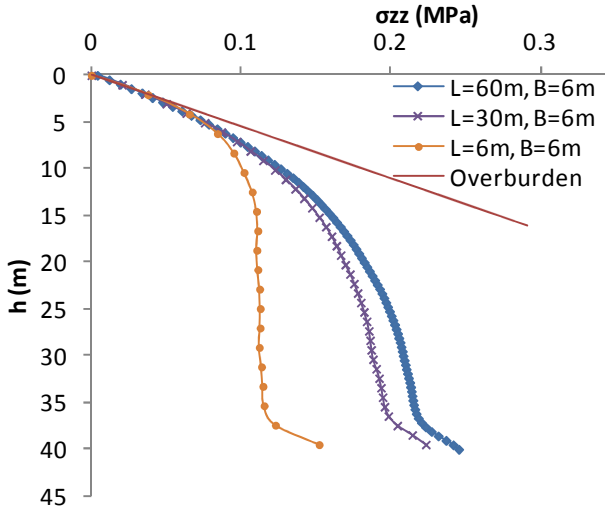


Figure 5.5 : Vertical stresses (MPa) distributions along the CL for various length of vertical stope (β = 90˚) with three lengths L = 6 m (Case Ia), L = 30 m (Case Ic) and L = 60 m (Case 0), Table 5.1 (B = 6 m). (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

Figure 5.6 presents the iso-contours of the vertical stresses (σ_{zz}) near inclined backfilled stopes with β = 60˚, for L = 30 m (Fig. 5.6a) and L = 6 m (Fig. 5.6b) (see Cases Ic and Ia, Table 5.1); the results are shown along the vertical plane parallel to the x-z. It is seen that the vertical stresses are not uniformly distributed along the width of the inclined stopes; this agrees with 2D simulations of inclined stopes (Li and Aubertin, 2009a; Jahanbakhshzadeh et al., 2016a). Comparison of the two figures also indicate the vertical stresses are smaller for L = 6 m than for

L = 30 m; for example, the stresses near mid-height along the hanging wall obtained from L = 6 m are smaller by about 30% than those obtained from L = 30 m.

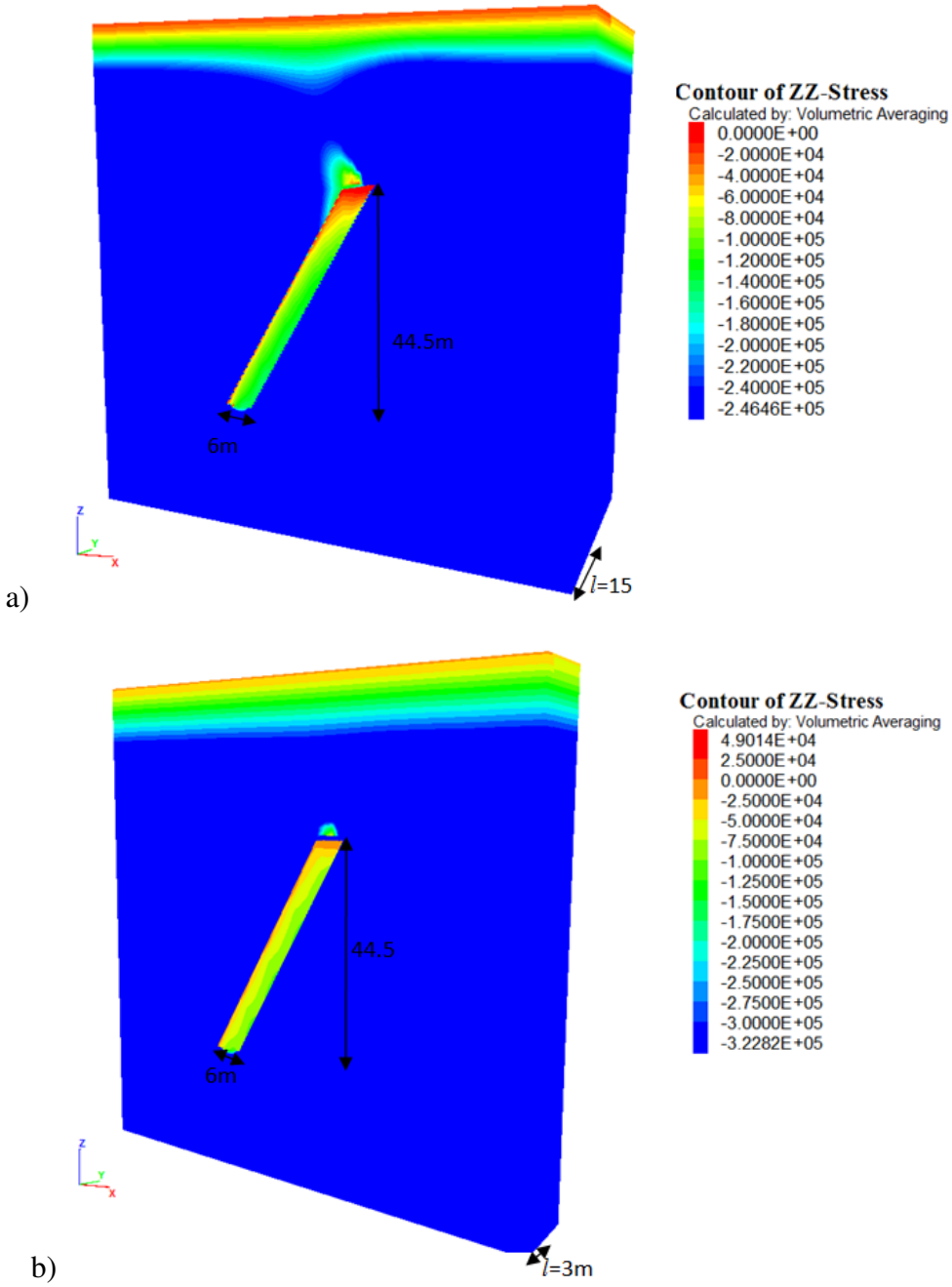


Figure 5.6 : Iso-contours of the vertical stresses (σ_{zz}, in Pa) at an inclined stope with β = 60˚, along the central of vertical plane parallel to the x-z; a) B = 6 m and L = 30 m (Case Ic); b) B = L = 6 m (Case Ia, Table 5.1).

Figure 5.7 shows the values of the vertical stresses along the footwall (FW), hanging wall (HW) and central line (CL) of an inclined stope with $\beta = 60^{\circ}$, for $L/B = 10$ (Case 0, L = 60 m and B = 6 m) and $L/B = 1$ (Case Ia, $L = B$ = 6 m). These specific results illustrate the effect of the filling sequence (in six layers) that leads to the typical wavy pattern, and provide the magnitude of the vertical stresses along the three lines (FW, HW and CL), which are seen to be higher for L = 60 m; for instance, the values of σ_{zz} near mid-height along the hanging wall are 69 kPa for L = 60 m and 40 kPa for L = 6 m (a difference of about 40%).

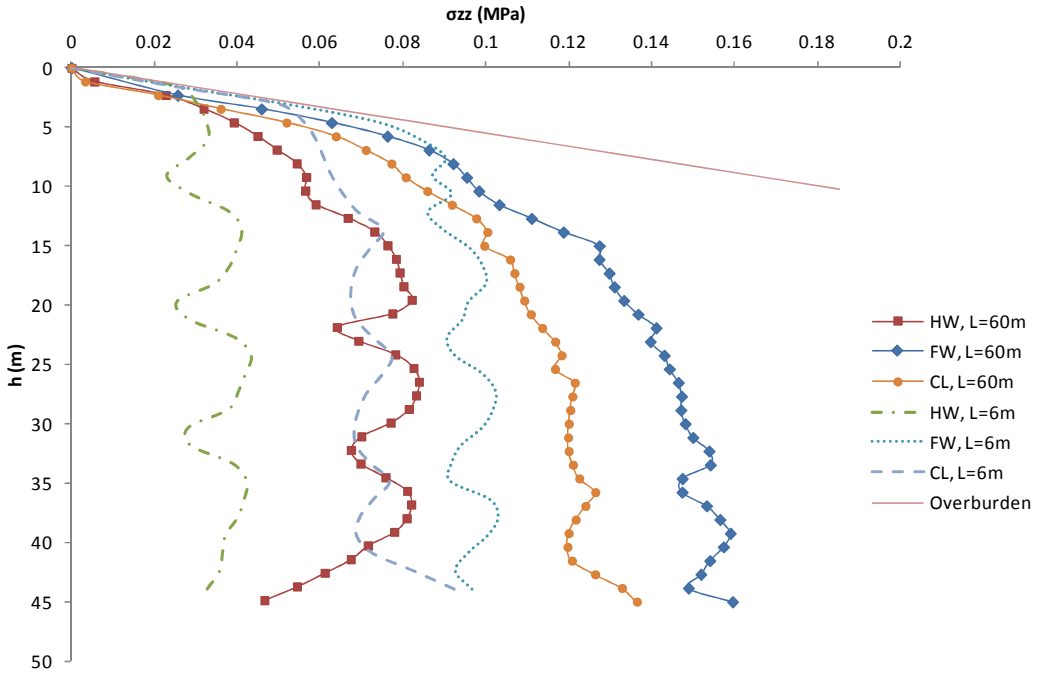


Figure 5.7 : Vertical stresses (MPa) distributions along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) in the inclined stopes with different lengths and at the center of the length for $\beta = 60^{\circ}$ (Case 0 and Ia, Table 5.1).

5.3 Three-dimensional analytical solution for vertical stopes

As mentioned above, a few three-dimensional closed-form (analytical) solutions have been developed for the stresses in vertical backfilled openings (e.g., Li et al., 2004, 2005; Pirapakaran and Sivakugan, 2007; Li and Aubertin, 2009b); these are often based on the 2D Marston (1930) approach (itself based on Janssen (1895) arching theory), which mainly served to assess the loads

on conduits in backfilled trenches. The one proposed by Li et al. (2005) constitutes a fairly general 3D solution that considers the influence of the opening geometry, fill properties, and rock wall characteristics. When the four walls all have the same properties, the vertical stresses in a cohesionless backfill can then be expressed as:

$$\sigma_{\mathrm{v}} = \sigma_{zz} = \left[\frac{\gamma(B^{-1}+L^{-1})^{-1}}{2\,K\tan\delta}\right]\left\{1 - exp\left[-2Kh\left(B^{-1}+L^{-1}\right)\tan\delta\right]\right\} \tag{5.1}$$

where h is depth in the backfill (m); δ is the interfaced friction angle (°) along the walls, which is often taken as the internal friction angle of the backfill ϕ' (at least for rough surfaces); L and B are the length and width of the opening (m), and K is the earth pressure coefficient (i.e. $K = {\sigma_{yy}}/{\sigma_{zz}} = {\sigma_{xx}}/{\sigma_{zz}}$). The value of $K = K_0$ (at-rest), given by Jaky's (1948) simplified equation (i.e. $K_0 = 1 - \sin\phi'$), is typically applied with this equation (Li et al. 2005); K_0 can alternatively be evaluated (in principle) from the theoretical relationship with the Poisson's ratio υ ($K_0 = \upsilon/(1-\upsilon)$). In some instances however, a value of $K = K_{aR}$ (Rankine's active earth pressure, i.e. $K_{aR} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right)$) appears more appropriate (Li et al. 2003, 2005); this aspect is addressed further in the following (see also Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh 2016).

Equation 5.1 leads to stresses that are usually close to those given by numerical simulations for vertical openings, as demonstrated for instance by results shown in Fig. 5.8 (see also Chapter 6 in Jahanbakhshzadeh 2016). The situation can however be quite different for stopes with inclined walls.

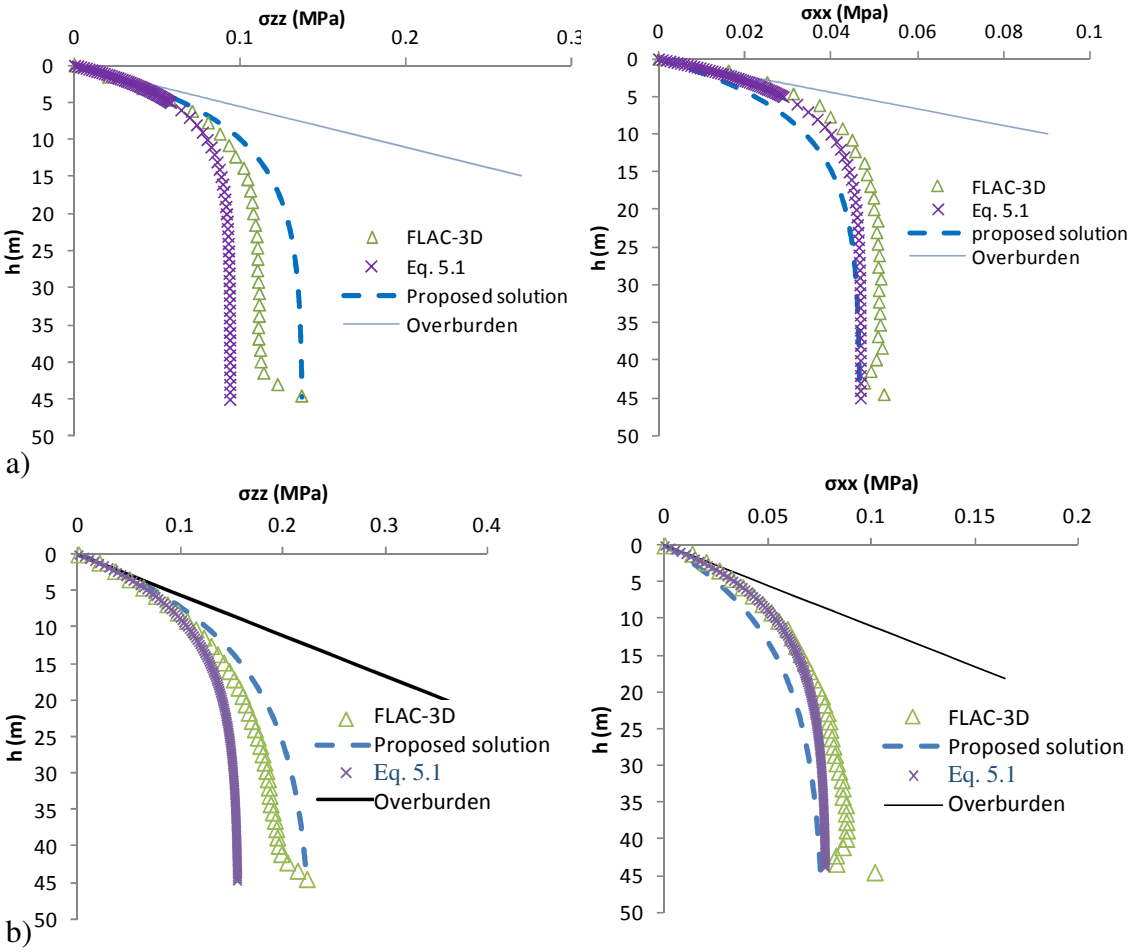


Figure 5.8 : Vertical (σ_{zz}, MPa) (left) and horizontal (σ_{xx}, MPa) (right) stresses at different elevation h, obtained with the analytical solution (Eq. 5.1), the proposed solution (Eq. 5.10) and numerical simulations with $\beta = 90^{\circ}$: a) Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m); b) Case Ic (Table 5.1, $L = 30$ m and $B = 6$ m). (figure modifiée par rapport à celle du manuscrit original).

Numerical simulations of inclined stopes have shown that the shear stresses that develop along the walls are not the same on each side of the opening (Li et al., 2007; Li and Aubertin, 2009a; Chapters 3 and 6 in Jahanbakhshzadeh, 2016). The distribution tends to change with the inclination angle, with a decreasing value of β (from 90° to 60°) usually producing a reduction of the vertical stresses along the FW, CL and HW (Chapter 3 in Jahanbakhshzadeh, 2016). This aspect is not taken into account by Eq. 5.1, as illustrated by the results shown in Fig. 5.9. This figure shows a comparison between the vertical σ_{zz} and horizontal σ_{xx}, σ_{yy} (in the direction of the stope width and length respectively) stresses obtained from the numerical simulations and from Eq. 5.1 along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW), for Case Ia

(Table 5.1, with $\beta = 60^{\circ}$ and $L = B = 6$ m). These results demonstrate for instance that the vertical stresses (Fig. 5.9a) given by Eq. 5.1 can be very different from those of the simulations, particularly along the hanging wall and footwall. Major differences are also observed for two horizontal stresses along the CL and walls (except for σ_{yy} near the HW in this case) as seen in Figs. 5.9b and 5.9c.

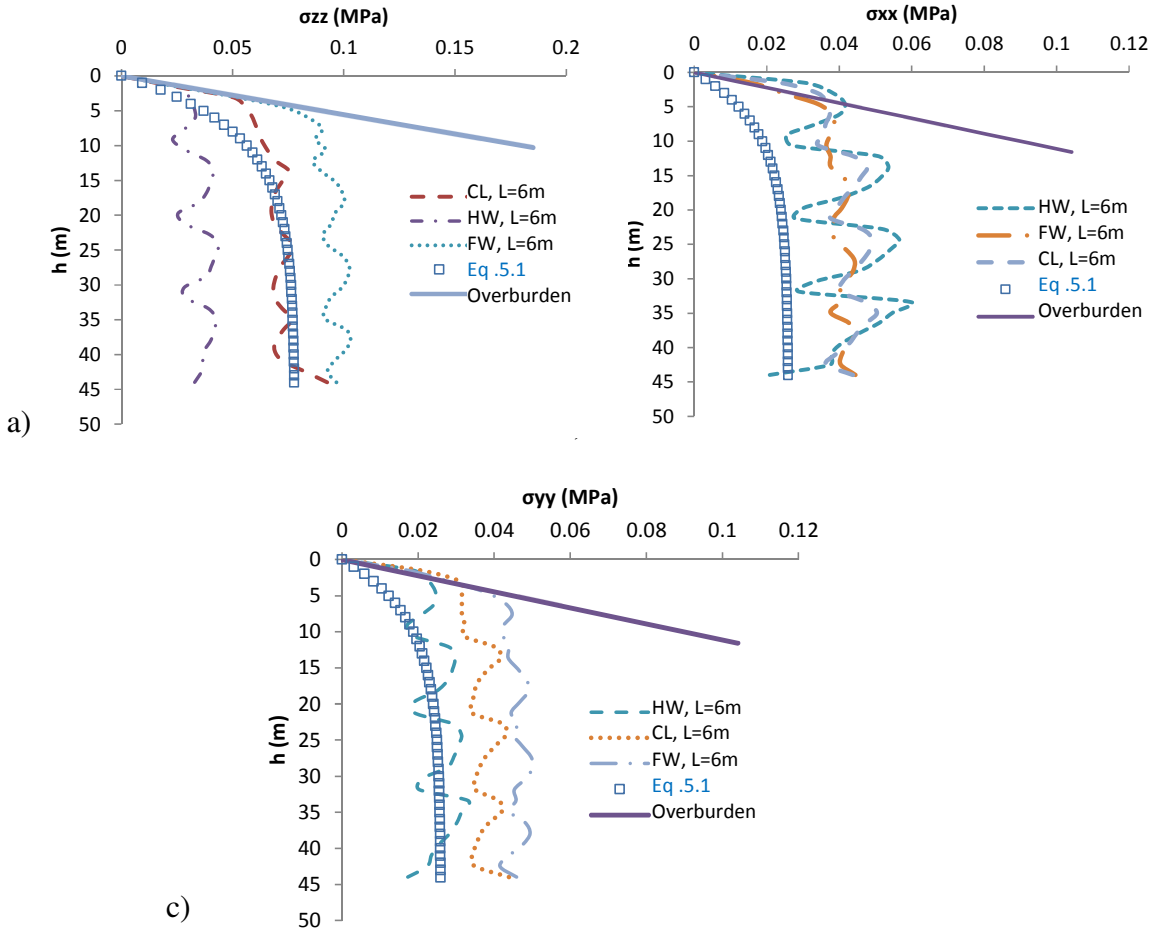


Figure 5.9 : Distribution stresses (in MPa) along the central line (CL), footwall (FW) and hanging wall (HW) obtained from the numerical simulations and analytical solution (Eq. 5.1) for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m) with $\beta = 60^{\circ}$; a) vertical stress (σ_{zz}); b) horizontal stress in width direction (σ_{xx}); c) horizontal stress in length direction (σ_{yy}).

It can thus be deduced, from these results (and others), that Eq.5.1 should not be used directly (on its own) to assess the vertical (and horizontal) stresses in inclined backfilled openings.

5.4 Generalized 3D solution for inclined stopes

The significant differences observed between the analytical and numerical solutions for cases where $\beta < 90^{\circ}$ highlighted the need for an improved formulation to assess the stresses in inclined stopes. Such a solution is proposed here.

Figure 5.1, showing the conceptual backfilled opening (Fig. 5.1a), also illustrates the various forces on a layer element (Fig. 5.1b). The four walls of the stopes are identified as the hanging wall HW (# 1), the footwall FW (# 3), the left (or front) wall LW (# 2), and the right (or back) wall RW (# 4); dh (m) is the thickness of the layer element used in the analysis (to develop the new solution); dW (kN) is the weight of this layer element; V and V+dV (kN) are the vertical forces on top and at the base of the layer element, respectively; F_i (i = 1 to 4) are the normal forces (kN) on the four walls; S_i (i = 1 to 4) represent the shear forces (kN) along the fill-rock interfaces along these four walls.

The limit equilibrium of the layer element shown in Fig. 5.1b is analyzed and the results are combined with those of all layers to obtain the general solution for the entire backfilled stope, similarly to the developments leading to Eq. 5.1 (e.g. Li et al., 2004, 2005) and to a recently proposed 2D solution for inclined stopes (Jahanbakhshzadeh et al., 2016b).

The weight of backfill dW (kN) in this layer element is given by

$$\mathrm{d}W = \gamma\, B\, L\, \mathrm{d}h \tag{5.2}$$

Again, L is the opening length, and B is its width; γ is the unit weight of the backfill.

The vertical force V acting on the thin layer at depth h can be estimated by assuming a uniform vertical stress over the horizontal plane:

$$V = \sigma_{zz}\, B\, L \tag{5.3}$$

where σ_{zz} is the vertical stress at position h.

The vertical force acting upward at the base of the horizontal element at position h + dh is:

$$V + \mathrm{d}V = (\sigma_{zz} + \mathrm{d}\sigma_{zz})\, L\, B \tag{5.4}$$

The Coulomb criterion is applied to define the shear forces along the walls; these can be expressed as:

$$S_k = \frac{\sigma_{xx} \tan \delta_k}{\sin \beta} \frac{\mathrm{d}h}{\sin \beta} L = \frac{K_\beta \sigma_{zz} \tan \delta_k L \mathrm{d}h}{\sin^2 \beta} \tag{5.5}$$

with k = 1 (HW) and 3 (FW).

$$S_j = \frac{\sigma_{xx} \tan \delta_j}{\sin \beta} \frac{\mathrm{d}h}{\sin \beta} B = \frac{K_\beta \sigma_{zz} \tan \delta_j B \mathrm{d}h}{\sin^2 \beta} \tag{5.6}$$

with j = 2 and 4 (i.e. for the two walls on the left, LW, and right, RW).

In these equations, K_β is the coefficient of lateral earth pressure applied on the walls with an inclination angle β.

The normal forces and the shear stresses on each side of the horizontal layer element are close to each other; it can then be postulated that $F_{HW} \cong F_{FW}$ and $S_{FW} \cong S_{HW}$ for walls 1 and 3; similarly $F_{LW} \cong F_{RW}$ and $S_{LW} \cong S_{RW}$ for walls 2 and 4.

The static equilibrium of the forces acting on the layer element (Fig. 5.1b) leads to:

$$(\mathrm{d}V - \mathrm{d}W) + \sin \beta\, (2S_k + 2S_j) = 0 \tag{5.7}$$

Combining Eq. (5.7) with Eqs. (5.2) to (5.6) gives the following equation:

$$d\sigma_{zz} = (\gamma - \frac{2K_\beta \sigma_{zz} \tan \delta_k}{L \sin \beta} - \frac{2K_\beta \sigma_{zz} \tan \delta_j}{B \sin \beta})dh \quad (5.8)$$

For rough rock walls, it can be considered that the friction angle of the backfill is equal to the fill-wall friction angle (i.e. $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \phi'$); this leads to the following :

$$d\sigma_{zz} = (\gamma - \frac{2K_\beta \sigma_{zz} \tan \phi'}{L \sin \beta} - \frac{2K_\beta \sigma_{zz} \tan \phi'}{B \sin \beta})dh \quad (5.9)$$

Solving Equation 5.9 for $\sigma_{zz} = 0$ at $h = 0$ gives the equation for the vertical stresses :

$$\sigma_{zz} = \frac{\gamma(\sin \beta)}{2(B^{-1} K_\beta + L^{-1} K_\beta)\tan \phi'} \left(1 - exp(-\frac{2(K_\beta B^{-1} + K_\beta L^{-1}) \tan \phi'}{(\sin \beta)} \times h)\right) \quad (5.10)$$

When the stope is vertical ($\beta = 90^\circ$), there is no effect of inclination; Equation 5.10 then reduces to Equation 5.1.

Analyses of simulations results for inclined backfilled stopes have led to the following expression for the earth pressure coefficient applicable to the stresses acting on the inclined walls (Chapter 4 in Jahanbakhshzadeh 2016):

$$K_\beta = K_{aR} \times f_h \times f_w \quad (5.11)$$

where K_{aR} is Rankine's active earth pressure coefficient (defined above), which was shown to represent well the 2D stress ratio (σ_h/σ_v) along the central line of vertical stopes (i.e. Li et al., 2003; Li and Aubertin, 2008). Functions f_w and f_h represent the effect of geometrical factors (width, height and inclination); these are expressed as follows :

$$f_w = \left\{1 + \Lambda\left(1 - \frac{r}{B}\right)^4\right\} \tag{5.12}$$

$$f_h = (1 + \cos\beta) - \left[\frac{h}{H}\tan\phi' \cos^2\beta\right] \tag{5.13}$$

where r is the horizontal position in the direction of the stope width and

$$\Lambda = 3\tan\phi' \cos(\beta - 10^\circ) \tag{5.14}$$

Once σ_{zz} is known (from Eqs. 5.10 to 5.14), the horizontal stress in the direction of the stope length L can be obtained from :

$$\sigma_{yy} = K_\beta \sigma_{zz} \tag{5.15}$$

The horizontal stress in the direction of the stope width B (acting on the inclined walls) is also expressed as follows:

$$\sigma_{xx} = K_\beta \sigma_{zz} \tag{5.16}$$

When the opening length is significantly larger than its width ($L >> B$), Eq. 5.10 reduces to a 2D solution recently proposed by Jahanbakhshzadeh et al. (2016b; see also in Chapter 4 Jahanbakhshzadeh 2016).

This new 3D solution is applied below to various cases and the results are compared with the stresses given by numerical simulations obtained with FLAC^{3D}.

5.5 Application of the new 3D solution and comparison with numerical simulations

Numerical calculations have been conducted with FLAC^{3D} to help assess the validity of the newly developed 3D solution and its ability to reflect the influence of backfill properties and stope geometry. These numerical analyses use the explicit relationship between the values of ϕ' and υ based on a consistent (unique) value of the at-rest earth pressure coefficient K_0 (given with Table 5.1; see Falaknaz, 2014; Falaknaz et al., 2015b; Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016). The stresses in backfilled stopes obtained from the simulations are compared below with those given by the solution proposed above (Eqs. 5.10 to 5.16) for different cases (Cases I, II and III, Table 5.1).

5.5.1 Stopes with various inclination angles β for the FW and HW

Simulation results obtained with FLAC^{3D} for vertical stopes (β = 90°) have already been compared with the stresses calculated using the analytical solution proposed by Li et al. (2005), Eq. 5.1 (with $K = K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 1 - \sin\phi' = K_0$ in Fig. 5.8; this figure also shows the results given by the new 3D solution (Eq. 5.10 with $K = K_{aR}$). Figure 5.8a (left side) shows that the vertical stresses along the central line obtained from the new closed-form solution (Eq. 5.10) compares well with the numerical results. It can also be seen that for Case Ia (B = 6 m, L = 6 m), the vertical stresses σ_{zz} given by Eq. 5.1 (from Li et al. 2005) are somewhat lower than the numerical simulations. Figure 5.8a (right side) shows that the horizontal stresses along the CL in the direction of the width (σ_{xx}) given by both Eqs. 5.1 and 5.10 are fairly close to numerical results.

Similar comparisons can also be made for stopes with two inclined walls. Figure 5.10 shows the vertical σ_{zz} and horizontal σ_{xx} , σ_{yy} stresses for Case Ia with β = 60° (for the FW and HW) and L = B = 6 m, along the CL (Fig. 5.10a), footwall (Fig. 5.10b) and hanging wall (Fig. 5.10c), at mid-length l = 3 m (= L/2). It is seen that the stresses obtained from the two types of calculations are generally close to each other, particularly along the footwall and central line. There is a somewhat more pronounced (but limited) discrepancy in the case of the horizontal stresses along the hanging wall (Fig. 5.10c); this difference is deemed to be on the safe side here.

Figure 5.11 shows the stresses along the FW (Fig. 5.11a), CL (Fig. 5.11b) and HW (Fig. 5.11c) at mid-length (i.e. *L*/2) within a backfilled stope with an inclination angle $\beta = 70^{\circ}$ (for $L = B = 6$ m, Case Ia). Again, the vertical σ_{zz} and horizontal σ_{xx} , σ_{yy} given by both approaches are close to each other. The same observation applies for stopes with $\beta = 80^{\circ}$ (Fig. 5.12).

Hence, the proposed solution appears to capture well the effect of the inclination angle β on the horizontal and vertical stresses (at least for $L/B = 1$)

.

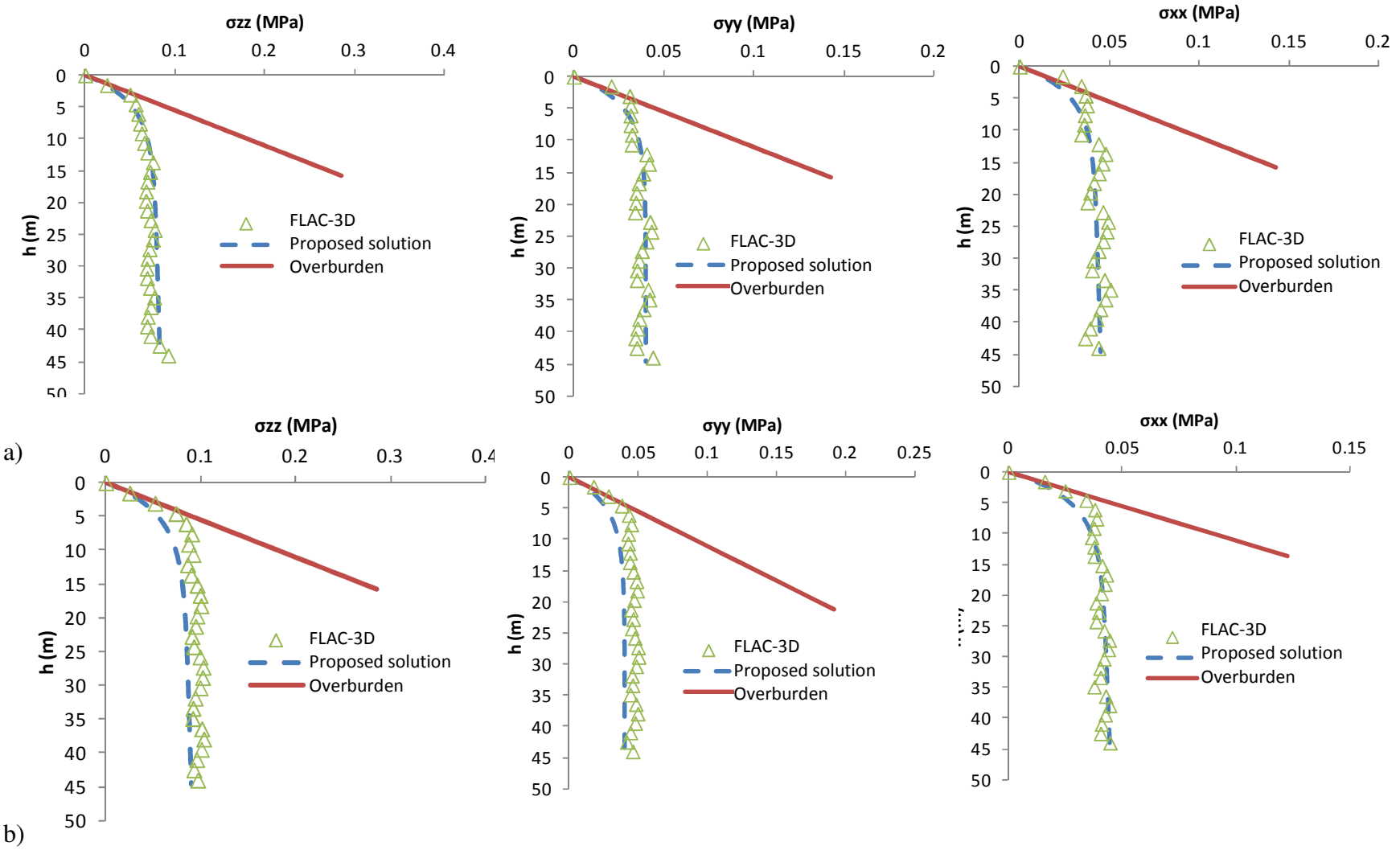
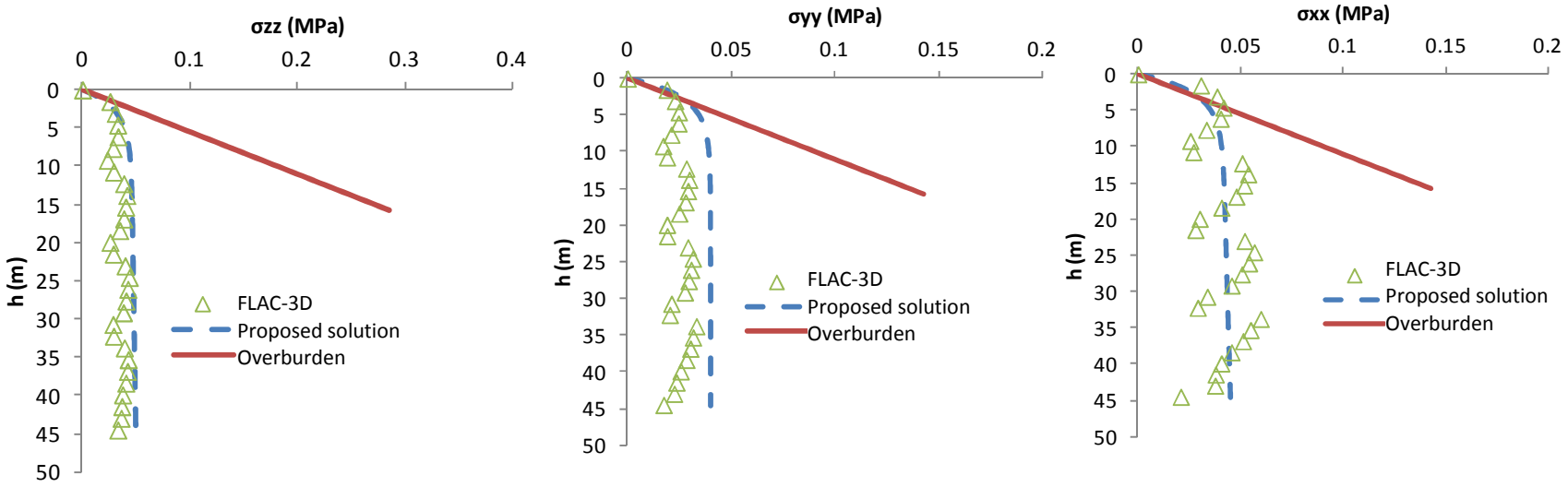


Figure 5.10 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses in the longitudinal direction (center, in MPa) and horizontal stresses in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the central line (CL); b) along the footwall (FW); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.10 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses in the longitudinal direction (center, in MPa) and horizontal stresses in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the central line (CL); b) along the footwall (FW); c) along the hanging wall (HW). (Suite).

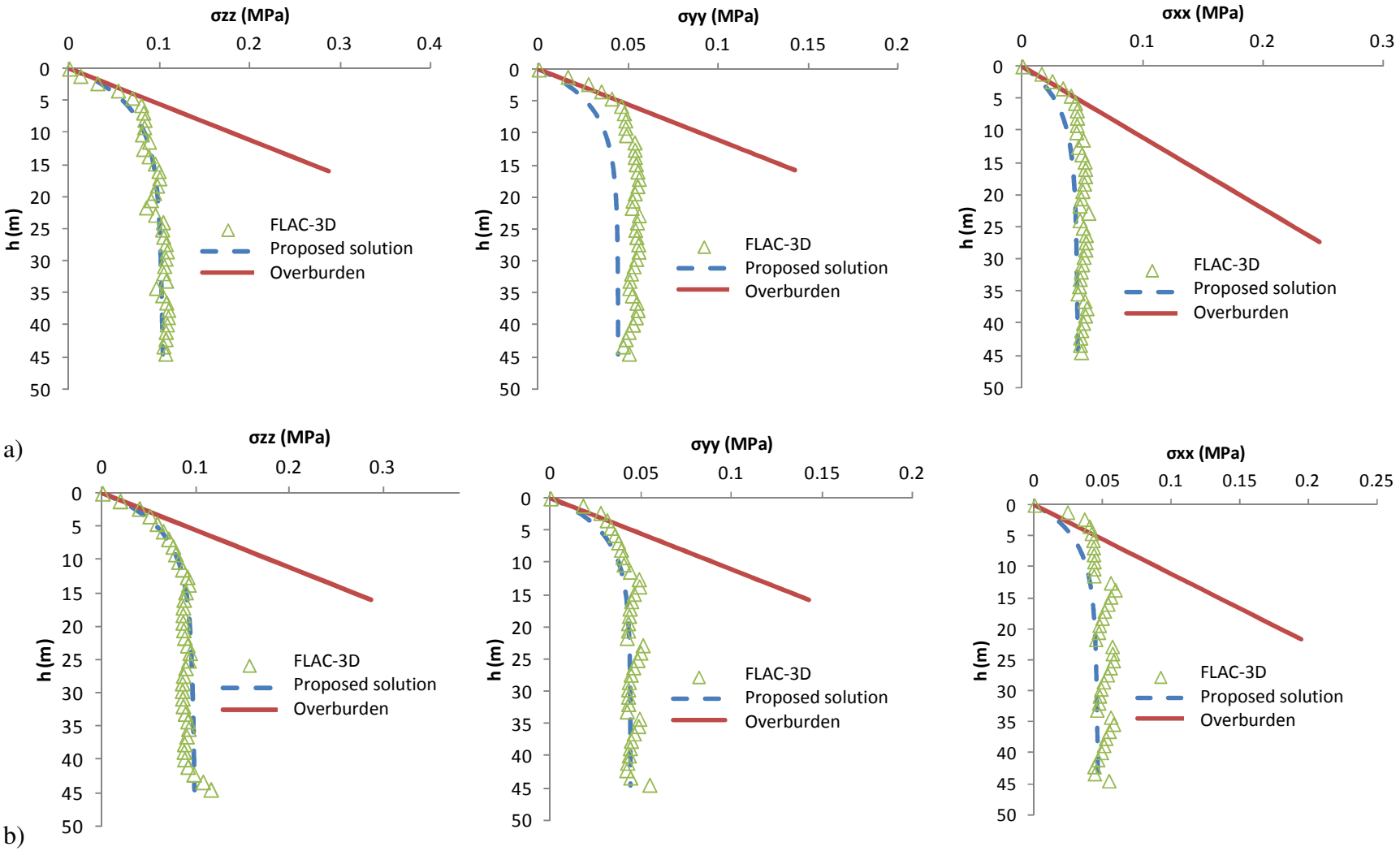
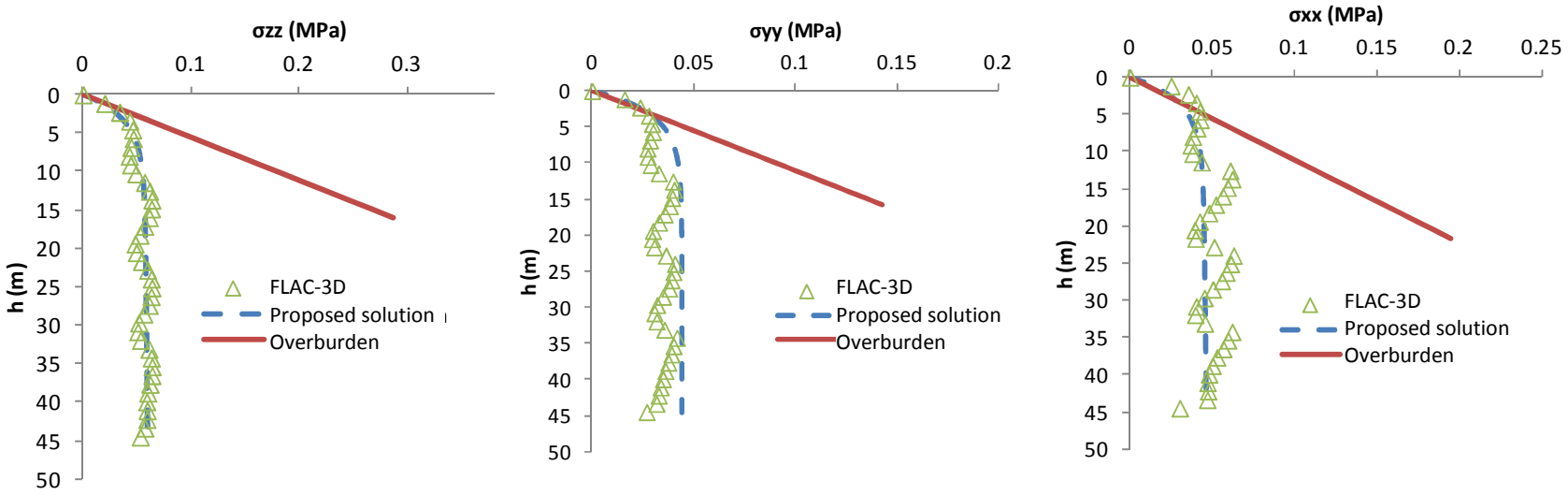


Figure 5.11 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 70^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.11 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 70^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

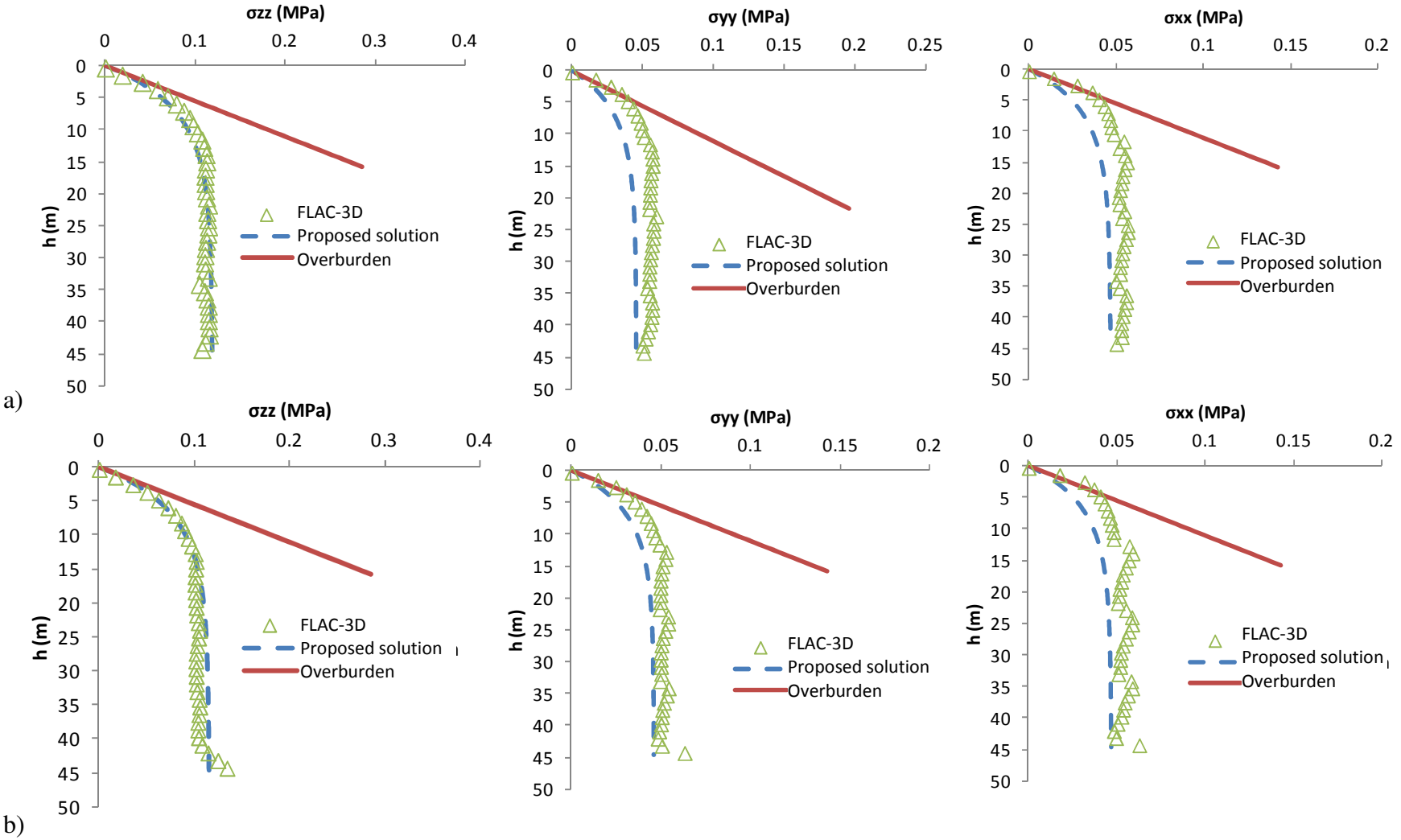
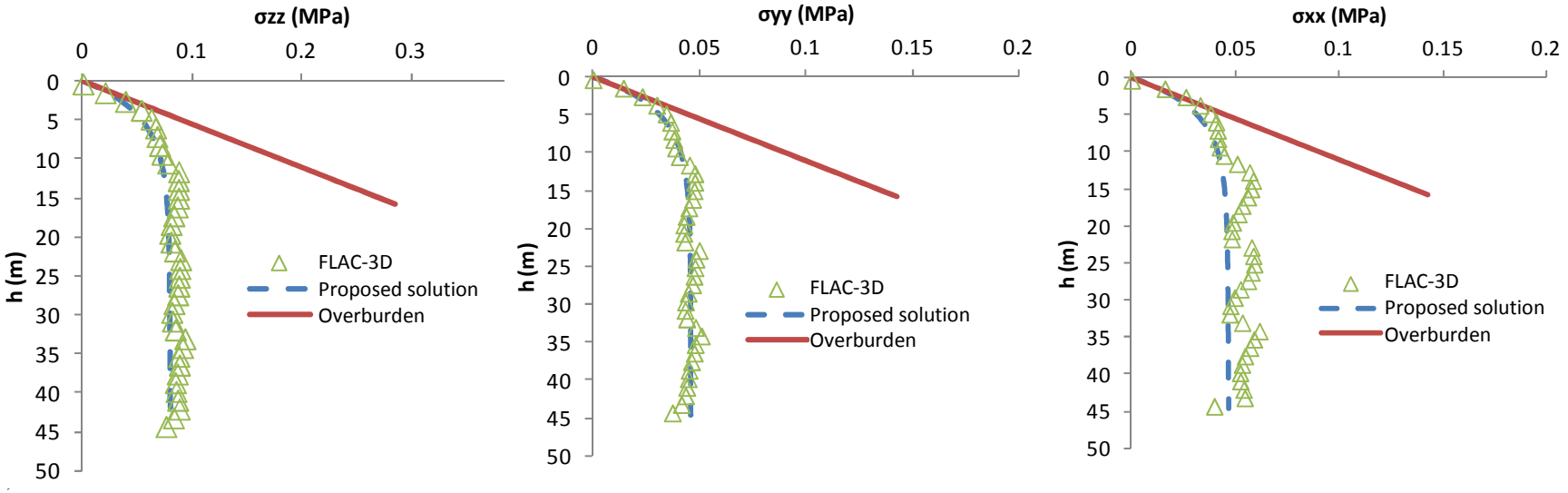


Figure 5.12 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 80^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.12 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ia (Table 5.1, $L = B = 6$ m), with $\beta = 80^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

5.5.2 Stopes with various lengths *L*

It is already known that the transfer of backfill self-weight pressures to the rock mass is typically less pronounced when the stope length L is increased, hence leading to a weaker arching effect. The effect of stope length can be investigated (with that of angle β) using both the closed-form solution and numerical simulations.

Simulation results for a vertical stope ($\beta = 90^{\circ}$) with B = 6 m and L = 30 m (Case Ic, Table 5.1) have been compared above, in Fig. 5.8, with the stresses calculated with the 3D analytical solutions, i.e. Eqs. 5.1 and 5.10. Figure 5.8b (left side) shows that the vertical stresses near the central line given by the new closed-form solution (Eq. 5.10) compares well with the numerical results. The vertical stresses σ_{zz} given by Eq. 5.1 with $K = K_0$ are somewhat smaller than the simulated values along the CL. Figure 5.8b (right side) indicates that the horizontal stresses σ_{xx} along the CL given by these two expressions, (i.e. Eqs 5.1 and 5.10), are fairly close to each other, and also close to those obtained from the simulation.

Figure 5.13 compares the stresses obtained from the numerical and analytical solutions along the FW (Fig. 5.13a), CL (Fig. 5.13b) and the HW (Fig. 5.13c) at mid-length of a stope with $\beta = 60^{\circ}$, for B = 6 m and L = 12 m (Case Ib). This comparison shows that the stresses calculated with the new solution correspond very well to those obtained from the numerical calculations.

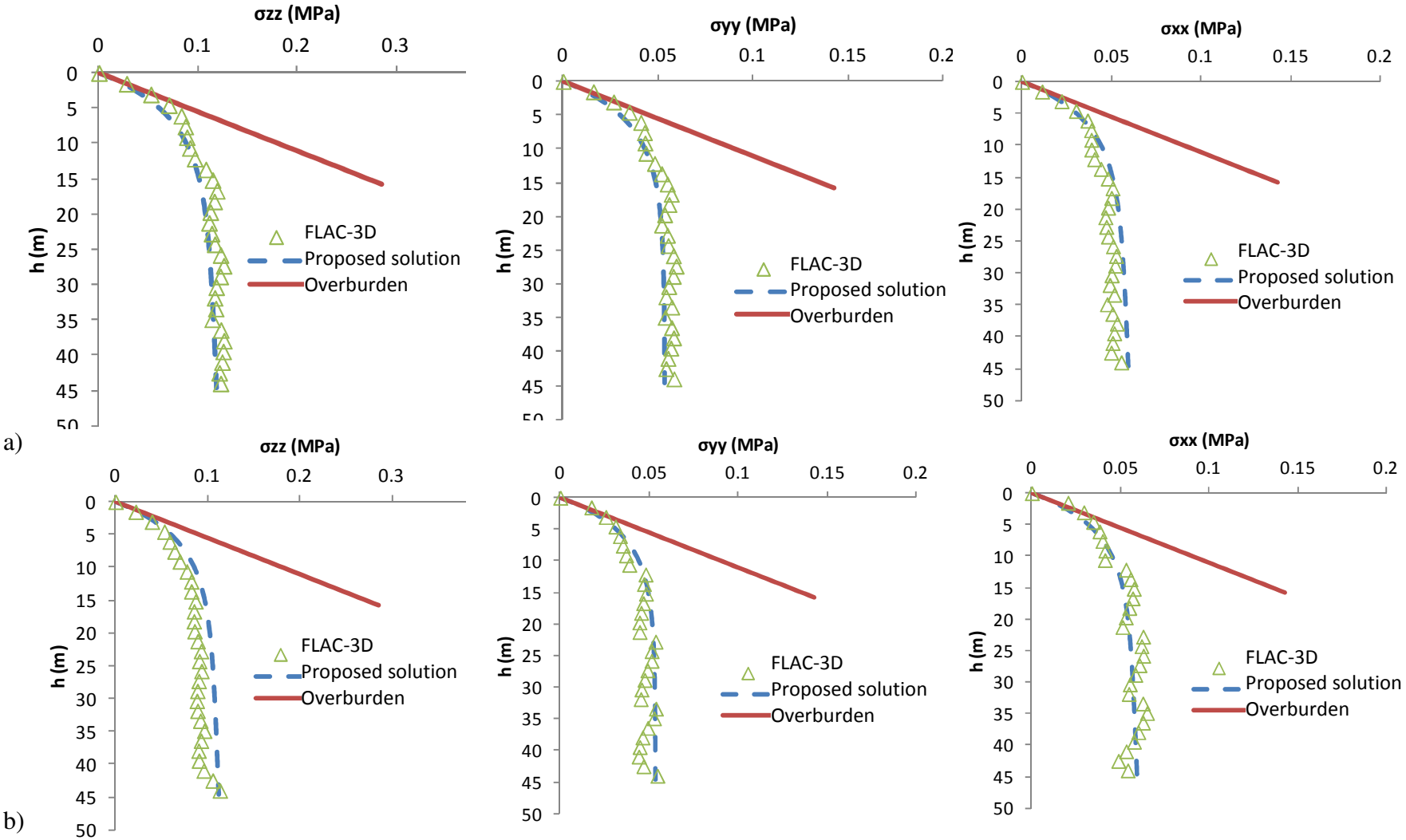
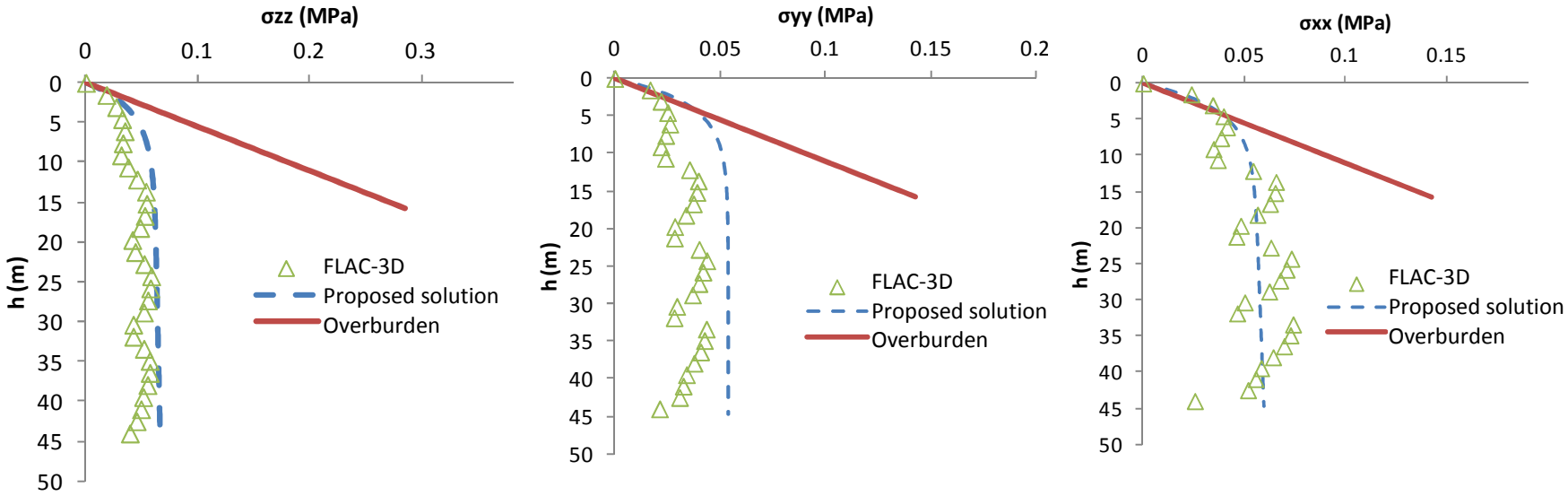


Figure 5.13 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ib (Table 5.1 L = 12 m and B = 6 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.13 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ib (Table 5.1 L = 12 m and B = 6 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

Another comparison is made in Figure 5.14 for the stresses near the right wall (RW) of a stope with β = 60°, B = 6 m and L = 12 m (Case Ib). It is seen that the numerical simulations give results that correlate well with the vertical σ_{zz} (Fig. 5.14a) and horizontal σ_{xx} (Fig. 5.14b), σ_{yy} (Fig. 5.14c) stresses obtained from the proposed 3D solution.

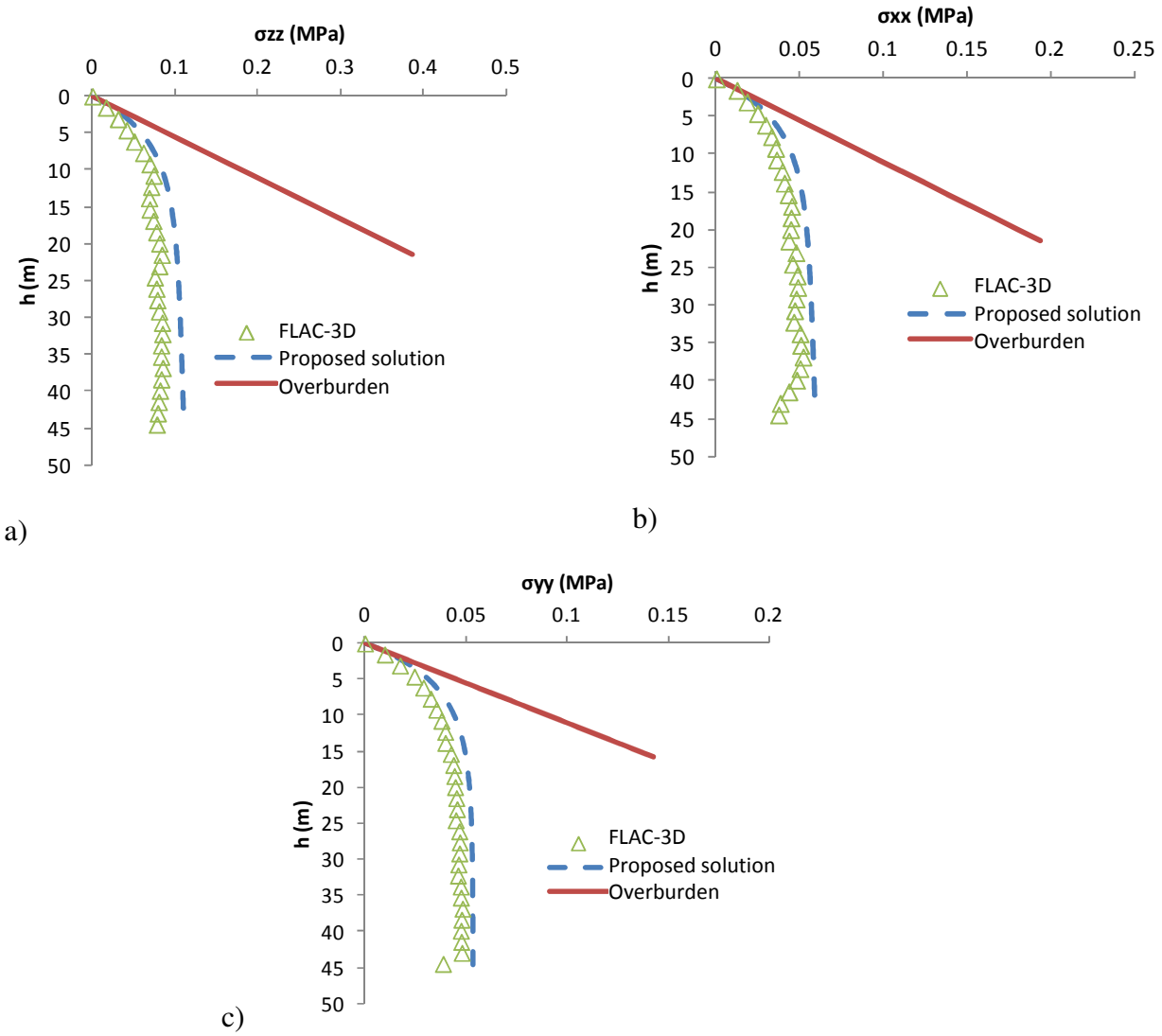


Figure 5.14 : Comparison between the stresses (MPa) at different elevations h obtained from simulations (FLAC^{3D}) and proposed analytical solution (Eq. 5.10) near the right wall (RW) for Case Ib (Table 5.1), B = 6 m, L = 12 m, ϕ' = 30° with β = 60°: a) vertical stresses (σ_{zz}); b) horizontal stresses in the longitudinal direction (σ_{xx}); c) horizontal stresses in the width direction (σ_{yy}).

The same observation also applies near the left wall (LW) of the stope with $\beta = 60^{\circ}$, $B = 6$ m and $L = 12$ m (Case Ib) as shown in Figure 5.15.

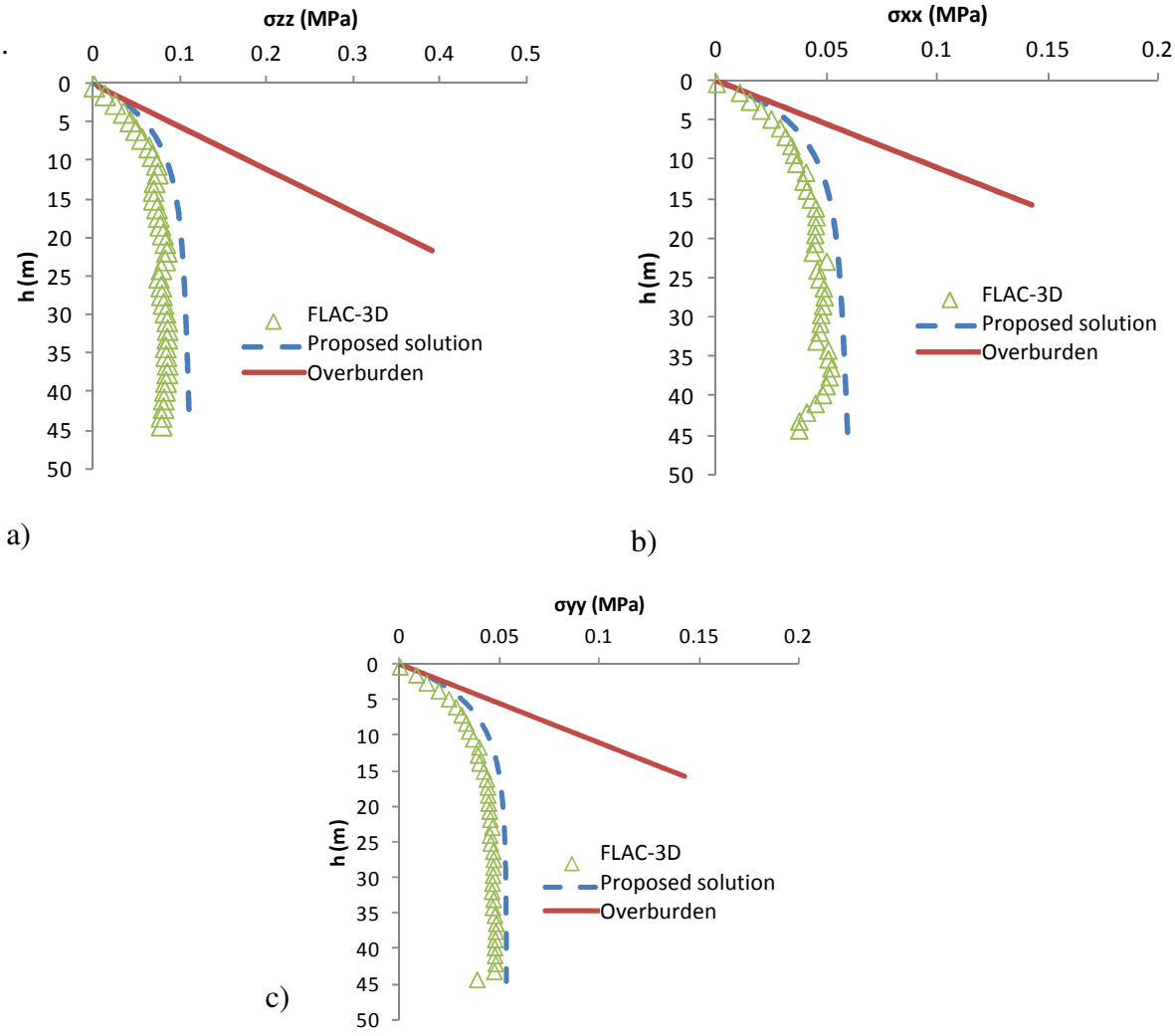


Figure 5.15 : Comparison between the stresses (MPa) at different elevations h obtained from simulations (FLAC^{3D}) and proposed analytical solution (Eq. 5.10) near the left wall (LW) for Case Ib (Table 5.1), $B = 6$ m, $L = 12$ m, $\phi' = 30^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) vertical stresses (σ_{zz}); b) horizontal stresses in the longitudinal direction (σ_{xx}); c) horizontal stresses in the width direction (σ_{yy}).

Figure 5.16 compares the stresses obtained from the numerical and analytical solutions along the FW (Fig. 5.16a), CL (Fig. 5.16b) and the HW (Fig. 5.16c) at mid- length of the stope, (i.e. $l =$

15 m) with β = 60°, B = 6 m and L = 30 m (Case Ic). Again, the stresses calculated with the proposed 3D solution correspond quite well to those obtained from the simulations.

The correlation between the 3D stresses obtained from the new closed-form solution and from simulations for Cases Ib and Ic for an inclination angle β = 70°, 80° and 90° (not shown here) are quite similar to those illustrated above (detailed results presented in Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016).

5.5.3 Stope having a different width *B*

Previous 2D investigations have shown that the opening width B can greatly influence the stresses in vertical and inclined backfilled stopes (Li et al. 2003, 2007; Li and Aubertin 2009a; Jahanbakhshzadeh et al. 2016a, 2016b). The effect of the stope width is investigated here in 3D.

Figure 5.17 compares the stresses obtained from the numerical and analytical solutions along the FW (Fig. 5.17a), CL (Fig. 5.17b) and the HW (Fig. 5.17c), near mid-length (i.e. l = 3 m), for β = 60°, L = 6 m and B = 3 m (Case II, Table 5.1). It is seen that the vertical and horizontal stresses along the axis x (width) σ_{xx} and the horizontal stress along the axis y (length) σ_{yy} obtained from the two approaches are close to each other. When compared with results obtained for B = L = 6 m (Fig. 5.10), these results confirm that the stresses decrease when B is smaller. The same observations also apply to stopes with different angles β (Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016).

5.5.4 Backfill with a larger friction angle ϕ'

It has been demonstrated that stresses in stopes under plane strain can also be affected by the internal friction angle of the backfill (Li and Aubertin 2009a; Falaknaz 2014; Jahanbakhshzadeh et al. 2015). Figure 5.18 illustrates the effect of increasing the friction angle ϕ' to 40° considering also a change in the Poisson's ratio, for β = 60° and L = B = 6 m (Case III, Table 5.1). Comparing Fig. 5.10 (ϕ' = 30°) and Fig. 5.18 confirm that the stresses (particularly the horizontal stresses in the two directions, x and y) tend to decrease when the friction angle is increased (and the Poisson's ratio is decreased).

Again, the vertical σ_{zz} and horizontal σ_{xx} , σ_{yy} stresses are well correlated for the two types of solution.

These comparative results (and others included in Appendix B in Jahanbakhshzadeh 2016) thus tend to indicate that the stresses obtained from the newly developed 3D analytical solution represent quite well those obtained from the numerical simulations.

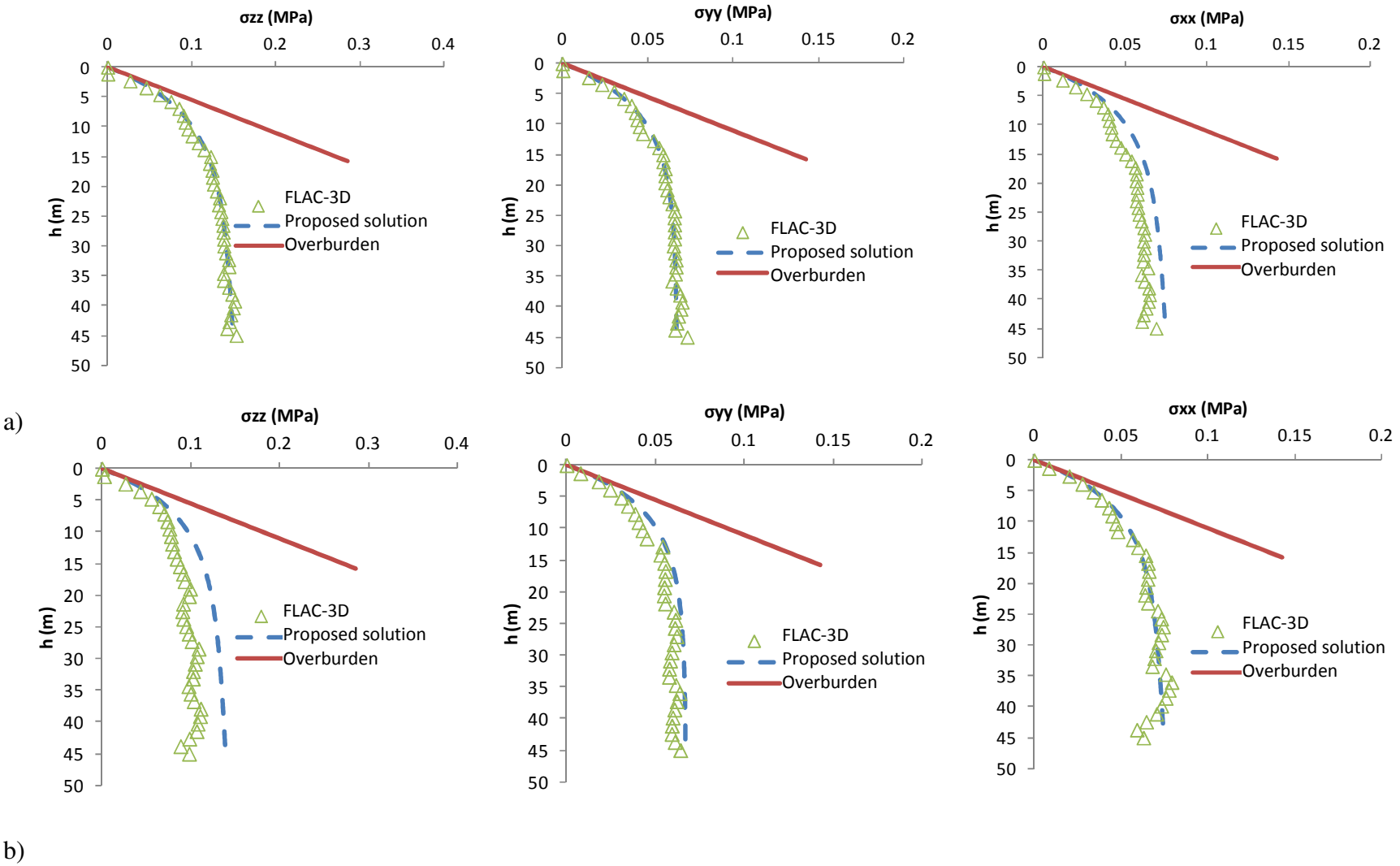
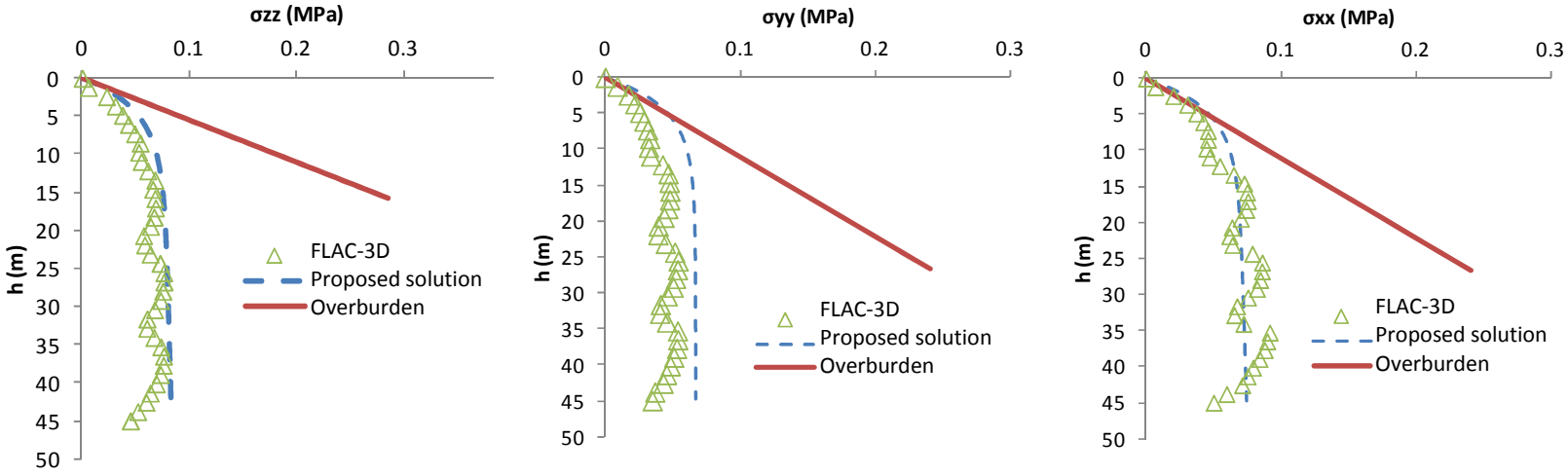


Figure 5.16 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations *h*, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ic (Table 5.1 L = 30 m and B = 6 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.16 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case Ic (Table 5.1 L = 30 m and B = 6 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

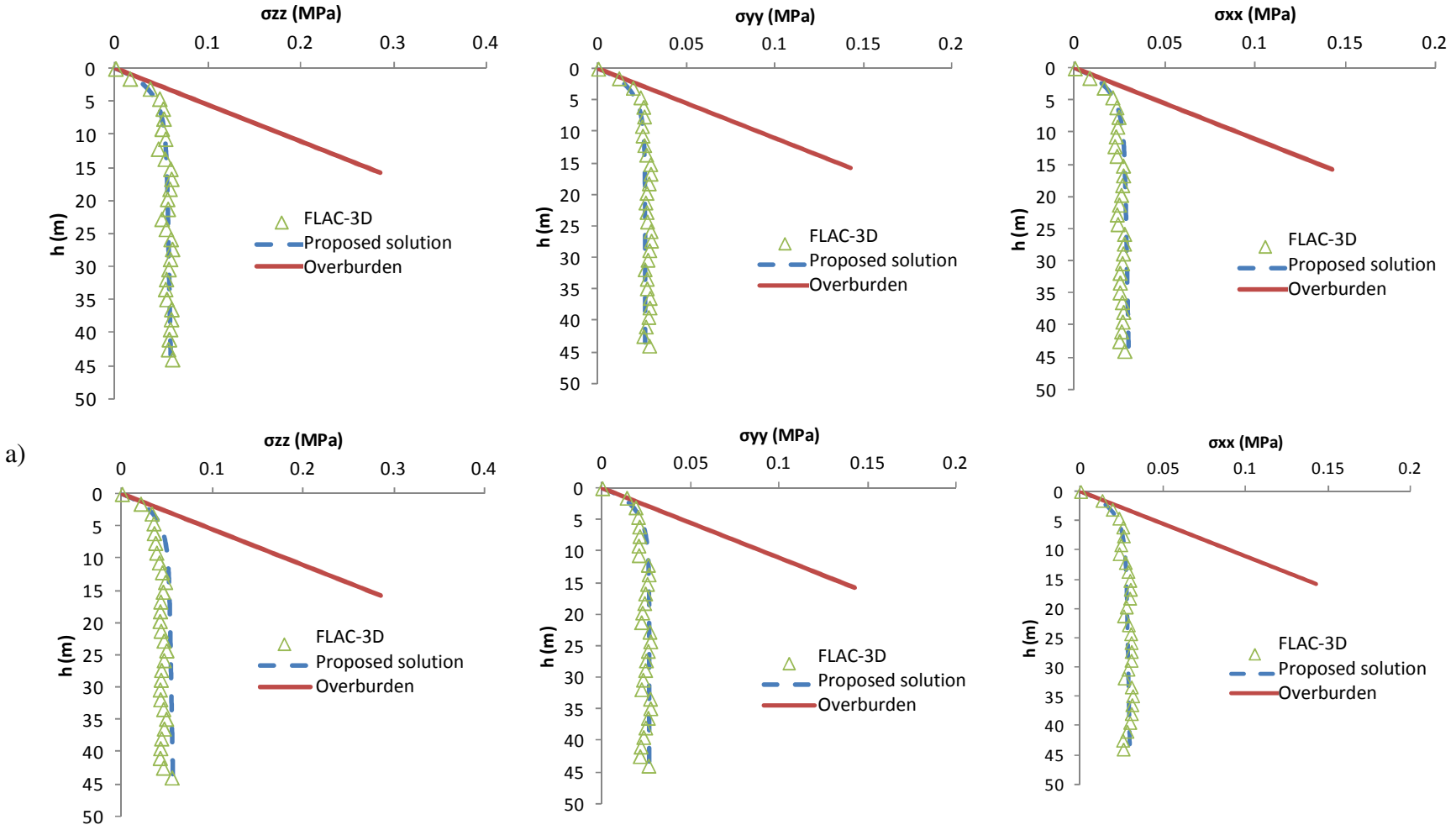
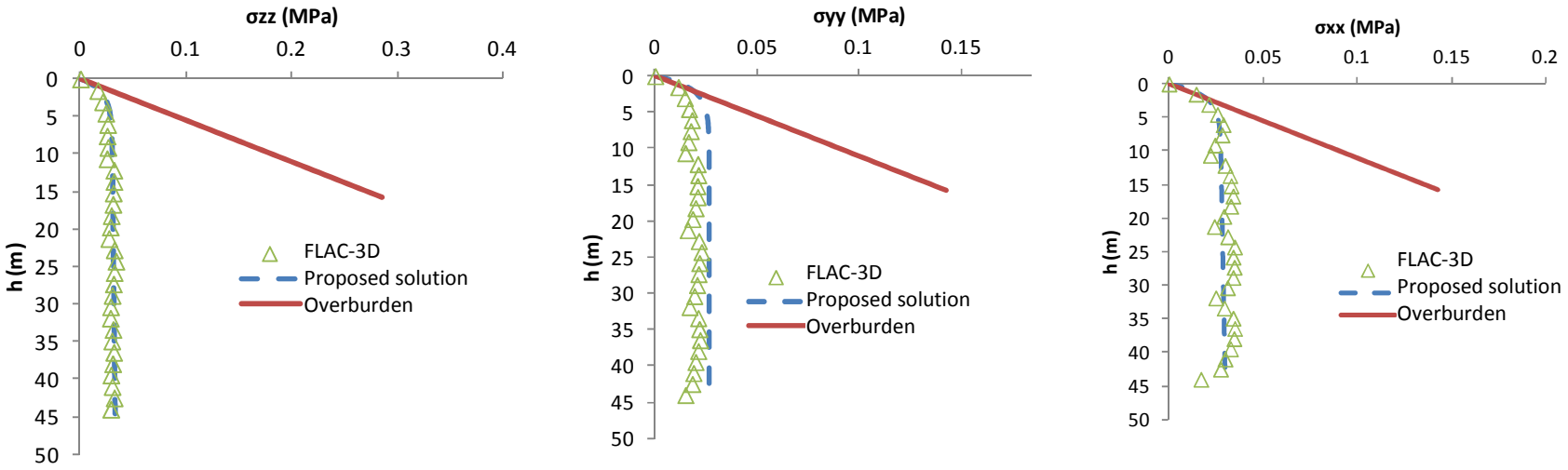


Figure 5.17 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case II (Table 5.1 L = 6 m and B = 3 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.17 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the length direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case II (Table 5.1 L = 6 m and B = 3 m), with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

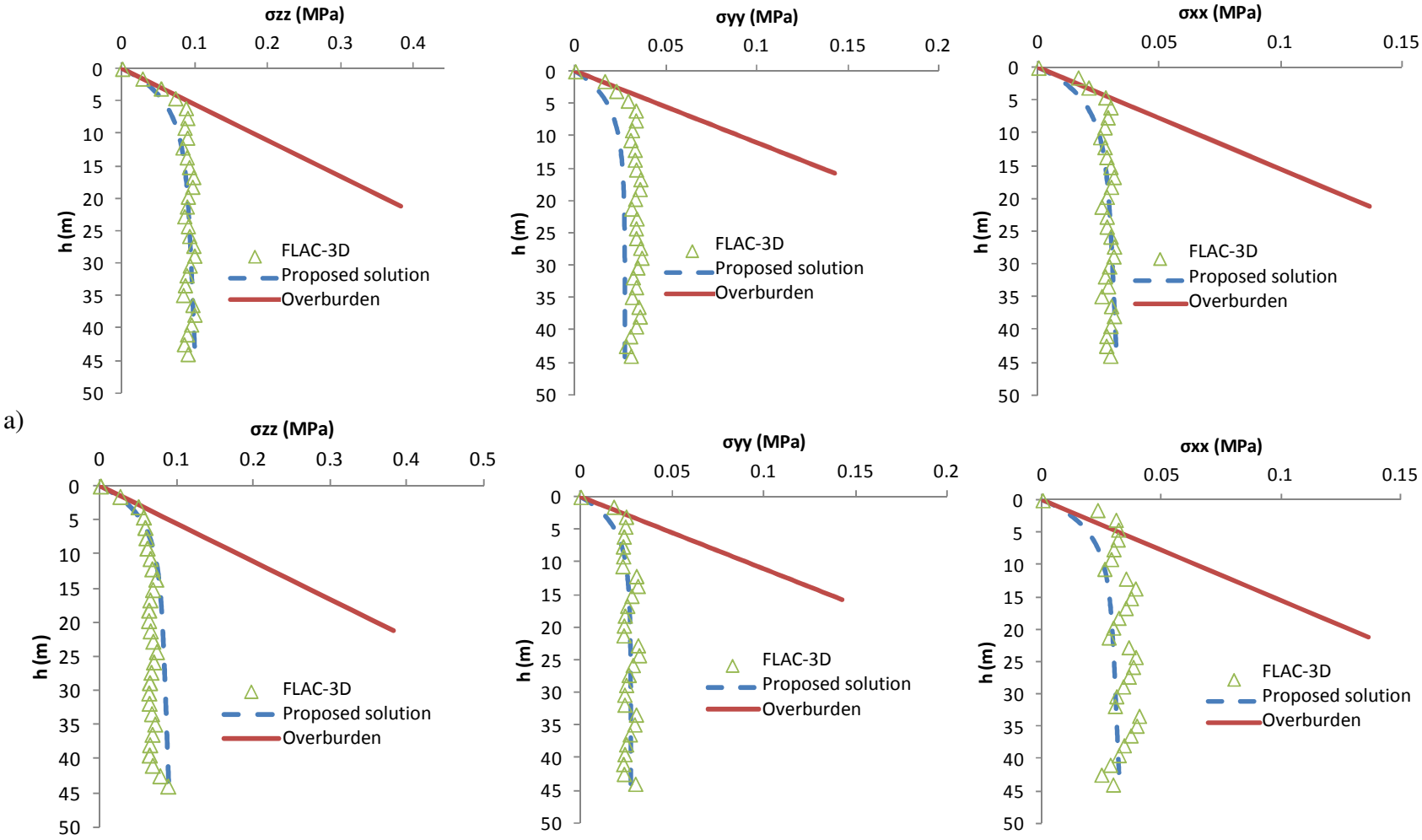
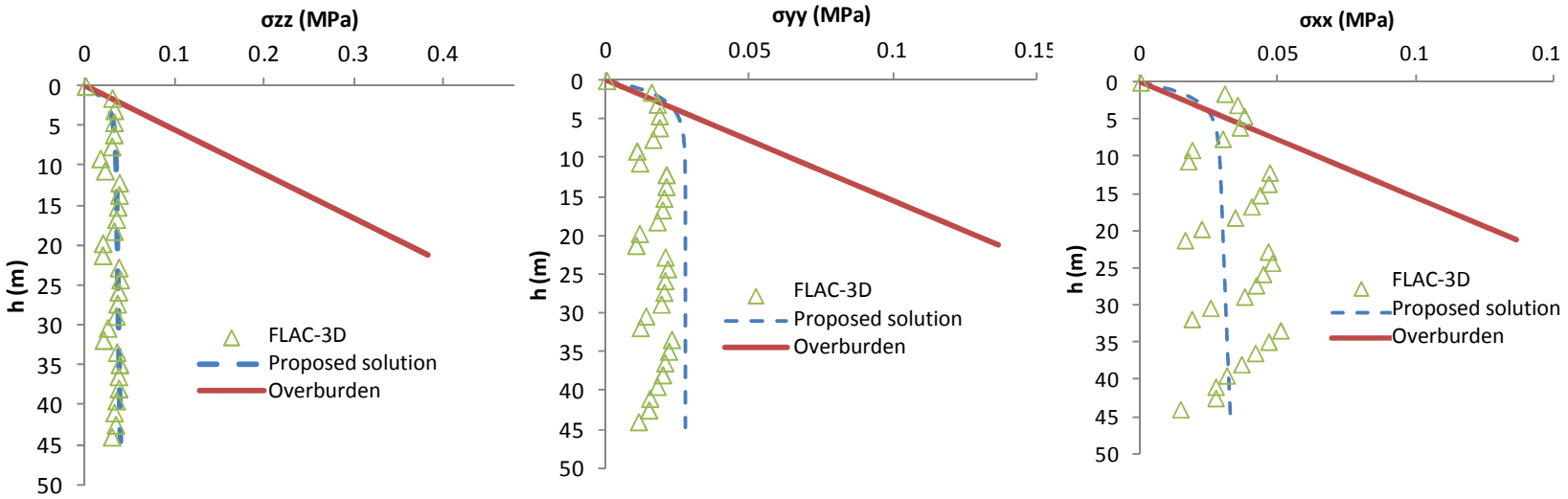


Figure 5.18 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case III (Table 5.1, $B = L = 6$ m, $\phi' = 40^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW).



c)

Figure 5.18 : Vertical stresses (left, in MPa), horizontal stresses (MPa) in the longitudinal direction (center) and horizontal stresses (MPa) in the lateral direction (right) at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution (Eq. 5.10) and numerical simulations for Case III (Table 5.1, $B = L = 6$ m, $\phi' = 40^{\circ}$ with $\beta = 60^{\circ}$: a) along the footwall (FW); b) along the central line (CL); c) along the hanging wall (HW). (Suite)

5.6 Discussion

The results presented above are very encouraging, and suggest that the 3D closed-form solution presented here can be used to assess the stress state within backfilled stopes with inclined walls. Nonetheless, a few important elements need to be kept in mind when reviewing the results of this investigation; the main ones are addressed below.

5.6.1 Meshing and simulation procedure

In the absence of actual (representative) experimental data under 3D conditions, the assessment of the proposed solution for the stresses in inclined stopes is based here on a comparison with numerical simulations results; the latter have been validated, at least in part, using (simplified) experimental results on vertical openings (e.g. Li et al., 2005; Falaknaz, 2014; Appendix A in Jahanbakhshzadeh, 2016).

The numerical calculations must however be performed properly to obtain reliable results.

One of the most important factors that can affect the validity of the numerical simulations is the model discretization. A mesh too-coarse in size may lead to erroneous results while a very fine mesh may needlessly increase the calculation time and sometimes create convergence problems. In this paper, the sensitivity of the results to the mesh size was controlled to obtain representative results. This has led to selecting appropriate discretized elements for all the simulations conducted here. The models rely on a coarser mesh for the elastic rock region and a finer mesh near and inside the backfilled opening. In general, the mesh size is 4 m near the model boundaries; it is progressively reduced to 30 cm near the opening walls; the element size is 20 cm inside vertical stopes, and 25 cm inside inclined stopes (see details in Appendix A in Jahanbakhshzadeh 2016).

Another component that can also impact the simulations results is the selected sequences for creating and filling the stope. The simulations have been performed using one step for the excavation; the backfill is then placed in the stope in 6 layers after the elastic rock mass walls converged. It was verified that filling the stope with more layers would not change the results significantly. These observations correspond well to those reported by Li and Aubertin (2009a) for 2D simulations. As stated above, the wavy patterns (with oscillations) in the stresses

distributions seen in the various figures are associated with the multi-step filling response of the models (see details in Appendix B in Jahanbakhshzadeh, 2016).

5.6.2 Factors of influence

The results presented above show that the 3D stress state is affected by the stopes geometry and fill properties. As expected, a decrease in the opening length or width favors a stress transfer to the walls, hence reducing the stresses at depth in the stope. This trend is captured well by the 3D solution developed by Li et al. (2005) for vertical stopes (Eq. 5.1), and by the new 3D solution proposed here for inclined stopes (see results for Cases I and II). The numerical results indicate that the vertical and horizontal stresses along the hanging wall (HW) and footwall (FW) are often quite different from each other in the case of inclined stopes; for instance, vertical stresses tends to decrease when going from the FW to the HW. This feature is captured well by the newly developed solution presented here. This is an original and significant addition to the tool box, given that no other existing analytical model takes this aspect into account (to the authors knowledge). The 3D analyses of the stress state shown here demonstrate that the vertical stresses and horizontal stresses (in the two directions, x and y) along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW) are generally close to those given by the simulations, for stopes having different inclination angles β (from 90° to 60°), lengths L (from 6 m to 60 m), width (3 m and 6 m) and internal friction angle ϕ' (30° and 40°); additional successful comparisons are also presented by Jahanbakhshzadeh (2016).

The 3D solution proposed here for the stresses within inclined (and vertical) stopes is based on the one proposed by Li et al. (2005) for vertical openings. It relies on a new formulation for the horizontal stresses as $\sigma_{xx} = K_{\beta}\sigma_{zz}$ and $\sigma_{yy} = K_{\beta}\sigma_{zz}$. The value of the coefficient of earth pressure in inclined backfilled stopes K_{β} is based on the well-known Rankine active state (given by Eq. 5.11), corrected for the effect of stope geometry (Chapter 4 in Jahanbakhshzadeh, 2016); it is an integral component for the originality of the proposed solution.

5.6.3 Final Remarks

The proposed analytical solution introduced above has been developed for cohesionless backfill, which gives higher vertical stresses in the stopes comparing to a cemented fill (with cohesion $c' > 0$). Neglecting the effect of the binder can be considered a conservative approach, as cohesion is

known to favor the stress transfer to the walls, leading to a decrease of the stresses in backfilled openings (e.g. Li et al., 2007, Li and Aubertin, 2009a; Falaznaz, 2014; Falaknaz et al., 2015a, 2015b). Nonetheless, the contribution of cohesion, which develops over time (El Mkadmi et al., 2014), can become important for specific situations (e.g. long term response of cemented paste backfill); hence, additional work is being performed to include this component into the analytical solution presented here.

It should be recalled also that all the numerical simulations shown here were performed without interface elements. The properties of the backfill are thus applied up to the rock face (where $\phi' = \delta$, without cohesion). This simplifying assumption may not be applicable for cemented backfill in the long term (with $c' > 0$) or for smooth rock surfaces, as indicated by experimental investigations (e.g. Pirapakaran, 2008; Fall and Nasir, 2010) and numerical studies (El Mkadmi et al., 2014; Liu et al., 2016a, b).

Another aspect that requires more work is the effect of pore water pressures. The results presented here are applicable to cases where these pressures have been dissipated (which occurs rapidly in hydraulic fills), or simply do not exist (as in rockfill). This factor has already been treated explicitly in other 2D investigations (e.g. Li and Aubertin, 2009b, 2010a; El Mkadmi et al., 2014), and it is part of the ongoing program conducted by the authors.

5.7 Conclusion

The finite difference code FLAC^{3D} was used to evaluate the stresses in backfilled openings. The simulations take into account the effect of the stopes geometry and backfill properties. The results illustrate how changing the opening size affects the stress transfer to the four walls.

The simulations results indicate that an increase of the stope length (L) generally leads to the increasing of the stresses at depth, because the arching effect is less pronounced. Decreasing of the walls inclination angle β (from 90° to 60°) can produce a significant change of the vertical stresses, which tend to increase when going from the hanging wall to the footwall. An increase of the fill internal friction angle ϕ' (from 30° to 40°) decreases the horizontal stresses along the four walls.

A new 3D solution for the stress state in backfilled stopes with inclined walls is also presented. It is based on the 3D arching equation proposed by Li et al. (2005) for vertical stopes,

which is extended to take into account the effect of having inclined footwall and hanging wall. Comparisons between numerical simulations and the new analytical solution for various stope lengths L, widths B, and wall inclination angles β indicate that this solution can provide a good representation of the 3D stress state in backfilled openings.

Acknowledgements

The authors wish to acknowledge financial support from NSERC, the partners of the Industrial NSERC Polytechnique-UQAT Chair on Environment and Mine Wastes Management (2006-2012) and the Research Institute on Mines and the Environment (RIME UQAT-Polytechnique; http://rime-irme.ca/). Additional financial contributions have also been provided by the FRQNT.

5.8 References

Askew, J. E., McCarthy, P. L., and Fitzgerald, D. J. 1978. Backfill research for pillar extraction at ZC/NBHC. Mining with backfill. Proc., 12th Canadian Rock Mechanics Symposium, Canadian Institute of Mining, Sudbury, ON, Canada., pp. 100–110.

Aubertin M, Li L., Arnold, S., Belem, T., Bussiere, B., Benzaazoua, M., and Simon, R. 2003. Interaction between backfill and rock mass in narrow Stopes. Proc., Soil and Rock America 2003,Culligan PJ, EinsteinHH, Whittle AJ (eds)., Vol. 1, Verlag Glückauf Essen VGE, Essen, Germany, pp. 1157–1164.

Benzaazoua, M., Bussiere, B., Demers, I., Aubertin, M., Fried, E., and Blier, A. 2008. Integrated mine tailings management by combining environmental desulphurization and cemented paste backfill. Application to mine Doyon, Quebec, Canada. Minerals Engineering., 21(4), 330-340.

Blight , G. E. 2010. Geotechnical Engineering for Mine Waste Storage Facilities. Leiden, Netherlands. CRC/Balkema

Caceres, C. A. B. 2005. Effect of delayed backfill on open stope minig methods. Master's thesis, Univ. of British Columbia, Vancouver,Canada.

Darling, P. 2011. SME mining engineering handbook, 3rd Ed., Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Denver.

El Mkadmi, N., Aubertin, M., and Li, L. 2014. Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes. Canadian Geotechnical Journal., 51(1), 1-15.

Fahey, M., Helinski, M., and Fourie, A. 2009. Some aspects of the mechanics of arching in backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal., 46(11), 1322-1336.

Fall, M., and Nasir, O. 2010. Mechanical behaviour of the interface between cemented tailings backfill and retaining structures under shear loads. Geotech. Geol. Eng., 28, pp. 779–790.

Falaknaz, N. 2014. Analysis of the geomechanical behavior of two adjacent backfilled stopes based on two and three dimensional numerical simulations. PhD Dissertation, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Falaknaz, N., Aubertin, M., and Li, L. 2015a. A numerical investigation of the geomechanical response of adjacent backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, 52(10), 1507–1525.

Falaknaz, N., Aubertin, M., and Li, L. 2015b. Evaluation of the stress state in two adjacent backfilled stopes within an elasto-plastic rock mass. Geotech. Geol. Eng. (available online, February 2015)

Hassani, F., Archibald, J. 1998. Mine backfill (CD-ROM), Canadian Institute of Mine, Metallurgy and Petroleum, Montreal, QB, Canada.

Hambley, D. F. 2011. Backfill mining. In: Darling P (ed) SME mining engineering handbook., Vol 1. Littleton, SME, 1375–1384

Helinski, M., Fahey, M., and Fourie, A. 2007. Numerical modeling of cemented mine backfill deposition. Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering, 133 (10): 1308-1319.

Helinski, M., Fahey, M., and Fourie, A. 2010. Coupled two-dimensional finite element modelling of mine backfilling with cemented tailings. Canadian Geotechnical Journal, 47(11): 1187-1200.

Itasca 2013. Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Janssen, H. A. 1895. Versuche über Getreidedruck in Silozellen [Experiments on the grain pressure in silos]. Deutscher Ingenieure [J. Assoc. German Eng.], 39(35): 1045–1049 (in German).

Jaky, J. 1948. Pressure in silos. In Proceedings of the 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam: Balkema., Vol. 1, pp. 103-107.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M., and Li, L. 2015. Numerical simulations to assess the stress state in backfilled stopes with inclined walls. In: Proceeding of the Canadian geotechnical conference. GeoQuebec, Quebec, Canada.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M., and Li, L. 2016a. Analysis of the stress distribution in inclined backfilled stopes using closed-form solutions and numerical solutions. submitted, Journal of Geotechnical and Geological Engineering.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M., and Li, L. 2016b. A new semi-analytical solution for the stress distribution in inclined backfilled mine stopes. submitted, Journal of Geotechnical and Geological Engineering.

Jahanbakhshzadeh, A. 2016. Analysis of the geomechanical behavior of backfill in inclined underground excavations. PhD Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Li, L., Aubertin, M., Simon, R., Bussière, B., and Belem, T. 2003. Modeling arching effects in narrow backfilled stopes with FLAC. Proc., 3rd Int. FLAC Symp., R. Brummer, P. Andrieux, C. Detournay, and R. Hart, eds., A. A. Balkema, Rotterdam, Netherlands. pp. 211–219.

Li, L., Aubertin, M., Belem, T., Simon, R., James, M., and Bussière, B. 2004. A 3D analytical solution for evaluating earth pressures in vertical backfilled stopes. Proc., 57rd Int. Canadian Geotechnical conference. pp. 24-27.

Li, L., Aubertin, M., and Belem, T. 2005. Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal., 42(6): 1705-1717 (with Erratum 43(3): 338-339).

Li, L., Aubertin, M., Shirazi, A., Belem, T., and Simon, R. 2007. Stress distribution in inclined backfilled stopes. In International Symposium in Mining with Backfill, Montreal, Canada

Li, L., and Aubertin, M. 2008. An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal., 45(10): 1487-1496.

Li, L., and Aubertin, M. 2009a. Numerical investigation of the stress state in inclined backfilled stopes. Int. J. Geomech., 9(2): 52–62.

Li, L., and Aubertin, M. 2009b. A three-dimensional analysis of the total and effective normal stresses in submerged backfilled stopes. Geotech. Geol. Eng., 27(4): 559-569.

Li, L., and Aubertin, M. 2010. An analytical solution for the nonlinear distribution of effective and total stresses in vertical backfilled stopes. Geomech. Geoeng., 5(4): 237–245.

Liu, G. S., Li, L., Yang, X. C. and Guo, L. J. 2016a. A numerical analysis of the stress distribution in backfilled stopes considering nonplanar interfaces between the backfill and rock walls. International Journal of Geotechnical Engineering., 10 (3): 271-282.

Liu, G. S., Li, L., Yang, X. C. and Guo, L. J. 2016b. Numerical analysis of stress distribution in backfilled stopes considering interfaces between the backfill and rock walls. Int. J. Geomech., 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000702.

Marston, A. 1930. The theory of external loads on closed conduits in the light of the latest experiments. Bulletin No. 96, Iowa Engineering Experiment Station, Ames, IA.

Pirapakaran, K., and Sivakugan, N. 2006. Numerical and experimental studies of arching effects within mine fill slopes. In proc. 6th Int. Conference on Physical Modelling in Geotechnics - Physical Modelling in Geotechnics - 6th ICPMG '06, August 4, 2006 - August 6, 2006. Taylor and Francis/Balkema, Hong Kong, China. pp. 1519-1525.

Pirapakaran, K., and Sivakugan, N. 2007. Arching within hydraulic fill stopes. Geotech Geol. Eng., 25(1): 25-35.

Pirapakaran, K. 2008. Load-deformation characteristics of minefills with particular reference to arching and stress developments. PhD Thesis, James Cook Univ., Townsville City, Queensland, Australia

Potvin, Y., Thomas, E. and Fourie, A. 2005. Handbook on mine fill. Australian Centre of Geomechanics, Univ. of Western Australia, Nedlands, Australia.

Singh, S., Sivakugan, N., and Shukla, S. K. 2010. Can Soil Arching Be Insensitive to ϕ'. Int. J. Geomech., 10(3): 124–128.

Ting, C. H., Shukla, S. K., and Sivakugan, N. 2011. Arching in soil applied to inclined mine stope. Int. J. Geomech., 11(1): 29–35.

CHAPITRE 6 ANALYSES COMPLÉMENTAIRES ET DISCUSSION

Comme cela a été mentionné plus tôt dans la thèse, à plusieurs reprises, les remblais placés dans les chantiers miniers peuvent améliorer la stabilité de l'excavation et réduire le volume des rejets miniers disposés en surface. Pour assurer la stabilité des ouvertures minières et pour extraire le minerai de façon sécuritaire, il faut évaluer l'état des contraintes dans le remblai. Divers travaux antérieurs (et les résultats présentés ici) ont montré que ces contraintes sont influencées par l'effet d'arche associé au transfert des contraintes entre le remblai déformable et la masse rocheuse encaissante plus rigide (e.g. Knutsson, 1981; Mitchell et al., 1982; Li et al., 2003, 2005).

Dans un chantier incliné, les contraintes de cisaillement qui se forment sur chaque éponte ne sont pas symétriques, et l'effet d'arche est généralement moins développé que dans les chantiers verticaux (e.g. Li et al., 2007; Li and Aubertin, 2009a).

Des solutions analytiques et numériques peuvent être employées pour estimer les contraintes dans les chantiers remblayés. Comme nous l'avons vu plus tôt, la plupart des solutions existantes (antérieurs à cette thèse) ont été développées pour des ouvertures verticales (e.g. Aubertin et al., 2003; Li et al., 2005; Li et Aubertin, 2008, 2009b; Pirapakaran, 2008). Certaines études ont également été menées pour des chantiers inclinés (e.g. James et al., 2004; Blight, 2006, 2010; Caceres et al., 2006; Singh et al., 2010, 2011; Ting et al., 2011).

Les analyses numériques sont particulièrement utiles et performantes afin d'évaluer le comportement des ouvertures souterraines, incluant les chantiers remblayés (e.g. Li et al., 2003, 2007; Pirapakaran et Sivakugan, 2006; Falaknaz et al., 2015a, 2015b). Les simulations permettent notamment d'évaluer les impacts des pressions interstitielles en conditions saturées ou non saturées (Li et Aubertin, 2009b, 2010a; El Mkadmi, 2012; El Mkadmi et al., 2014).

L'état des contraintes dans un chantier remblayé incliné a été étudié à l'aide de modèles 2D et 3D, en tenant compte de l'influence de la géométrie des chantiers et des propriétés du remblai. Les analyses des chantiers remblayés peuvent être menées afin d'évaluer l'influence de la présence d'une barricade et d'une galerie.

Bien que plusieurs aspects aient été analysés dans les précédents chapitres de la thèse, d'autres facteurs ont été négligés jusqu'ici. Ce chapitre présente des résultats additionnels basés sur des

simulations en 2D et 3D de chantiers inclinés, incluant une nouvelle solution pour évaluer la valeur du coefficient de *K*. On présente aussi des résultats de simulations numériques supplémentaires pour des chantiers remblayés inclinés et verticaux dans le but d'analyser la réponse de remblais saturés en eau (avec ou sans drainage) ainsi que l'effet de l'interface entre le massif rocheux et le remblai miner. Les calculs ont été menés à l'aide des logiciels FLAC (2D et 3D). Les annexes de la thèse comprennent aussi d'autres résultats.

6.1 Résultats analytiques et numériques de la valeur de poussée des terres *K* dans un chantier incliné 3D

Des analyses ont été réalisées à l'aide du logiciel FLAC^{3D}, basé sur la méthode des différences finies, afin notamment d'analyser la valeur du coefficient de poussée des terres *K*. Comme dans les autres simulations présentées au chapitre 5, un maillage plus raffiné a été appliqué à l'intérieur du chantier et à proximité des parois pour obtenir des résultats plus précis. Tel que décrit dans les chapitres précédents, le nombre de nœuds dépend de la taille du chantier, de sa géométrie et du modèle. Les limites extérieures ont été placées assez loin pour éviter toute influence significative sur les contraintes obtenues à l'intérieur et à proximité des murs du chantier remblayé.

Dans toutes ces simulations, la gravité est appliquée en tant que condition initiale. L'excavation est créée en une seule étape. Après la convergence élastique des parois, le remplissage du chantier est effectué en six couches afin de minimiser l'effet qui pourrait découler d'un remplissage trop rapide (Li et Aubertin, 2009a). L'ouverture est comblée jusqu'à une hauteur de 44,5 m de manière à laisser 0,5 m d'espace vide en haut du chantier (figure 6.1).

La validation de FLAC^{3D} réalisée se trouve à l'Annexe A (incluant une évaluation du nombre de couches requises).

Les conditions aux limites appliquées aux modèles numériques sont également présentées sur la figure 6.1. Les déplacements horizontaux sont fixés sur les deux côtés des modèles et les déplacements verticaux sont fixés à la base.

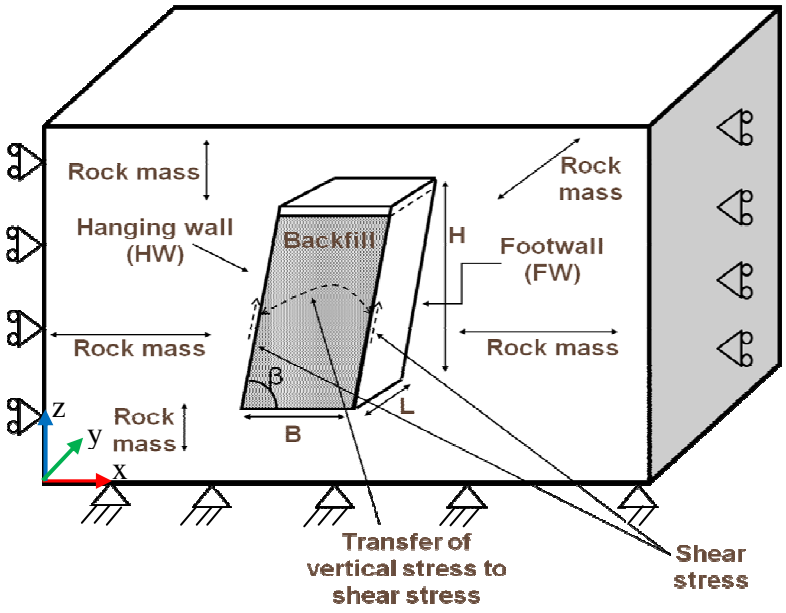


Figure 6.1 : Modèle conceptuel d'un chantier remblayé incliné d'un angle β avec les conditions frontières appliquées aux modèles numériques en 3D (Jahanbakhshzadeh et al. 2016c, voir chapitres 5).

Les propriétés élastiques linéaires du massif rocheux sont : E = 30 GPa et $\upsilon = 0{,}3$.

Le tableau 6.1 fait une synthèse des caractéristiques des différentes modélisations numériques présentées dans les paragraphes suivants, incluant les paramètres utilisés. Le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb (avec cohésion nulle – voir plus loin) est employé pour la modélisation du remblai. L'angle de frottement interne ϕ' du remblai est utilisé pour l'interface remblai-roche (i.e. $\delta = \phi'$).

Tableau 6.1: Paramètres utilisés pour différentes simulations avec FLAC^{3D} pour les chantiers remblayés (H = 44,5 m; B = 6 m; c = 0 ; poids volumique γ = 18 kN/m^3, module E = 300 MPa; angle de dilatance $\psi' = 0$)

Cas	Longueur L (m)	Angle de frottement interne ϕ' (°)	Angle des épontes β (°)	υ*
I	6	30	60, 70, 80, 90	0.33
II	12	30	60, 70, 80	0.33
III	6	40	60, 70, 80	0.26

$*\ \upsilon \propto \phi' = \upsilon = \frac{1-\sin\phi}{2-\sin\phi}$ (voir chapitres 3 et 5).

Le rapport des contraintes σ_{xx}/σ_{zz} représente le coefficient de pression des terres (K); σ_{xx} correspond à la contrainte horizontale selon la largeur (orientées vers les épontes inférieures et supérieures) et σ_{zz} correspond à la contrainte verticale. La figure 6.2 montre la valeur du coefficient de pression des terres sur la largeur B le long de la ligne de centre (i.e. H/2, L/2) du chantier pour cas I (tableau 6.1), pour divers angles d'inclinaison β (°). Ces résultats indiquent que, dans un chantier incliné en 3D, le coefficient de pression des terres (K) tend à être plus faible le long de l'éponte inférieure que sur l'éponte supérieure (figure 6.2). Ceci a aussi été observé au chapitre 3 pour les chantiers en 2D.

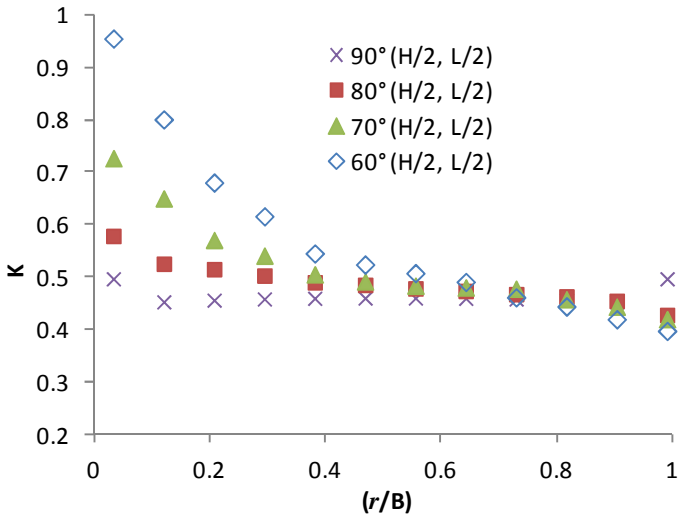


Figure 6.2 : Variation du coefficient de pression des terres K obtenue numériquement le long de la largeur du chantier 3D (cas I), pour divers angles d'inclinaison des épontes β (°).

On a vu que les équations de Jaky ($K_0 = 1 - \sin\phi'$) et de Rankine en condition active ($K_{aR} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right)$) sont les plus utilisés pour les chantiers; la valeur de K_{aR} est aussi utilisé régulièrement pour les murs de soutènement verticaux lisses (ne présentant aucune friction avec sol; e.g. Gnanapragasam, 2000; Yang, 2007).

Une nouvelle équation a été présentée au chapitre 4 pour la valeur de *K* dans les chantiers inclinés en 2D (équation 4.3); elle peut aussi être appliquée pour obtenir la valeur de *K* le long de la largeur du chantier en 3D.

6.1.1 Nouveaux résultats analytiques et numériques

Comme il a déjà été montré, la valeur du coefficient de pression des terres *K* dans un chantier remblayé incliné peut être évaluée selon le rapport entre les contraintes horizontales (sur la largeur) et les contraintes verticales obtenues avec le code FLAC^{3D}. Les valeurs ainsi obtenues sont présentées dans la figure 6.3 pour le cas I, où elles sont comparées avec la solution proposée pour des angles d'inclinaison de 80° (figure 6.3a), 70° (figure 6.3b) et 60° (figure 6.3c).

Pour les conditions du cas I ($\phi' = 30^\circ$ et $\upsilon = 0{,}33$), le coefficient actif de Rankine $K_{aR} = 0{,}33$. Le coefficient de pression des terres K_β calculé avec les équations proposées (éq. 4.3 à 4.7) varie sur la largeur des chantiers inclinés, tel que vu à figure 6.3 (où l'on montre aussi la valeur de $K_0 = 0{,}5$). À partir de cette figure, on observe que la valeur du coefficient *K* obtenue numériquement correspond généralement assez bien au coefficient déterminé par les équations proposées (éqs. 4.3-4.7) pour les différents angles d'inclinaison. On remarque également que la valeur du coefficient *K* se situe entre K_{aR} et K_0 à l'éponte inférieure ($r \cong B$). À l'éponte supérieure du chantier incliné, le coefficient *K* obtenu numériquement et celui calculé par la solution proposée est nettement plus élevé.

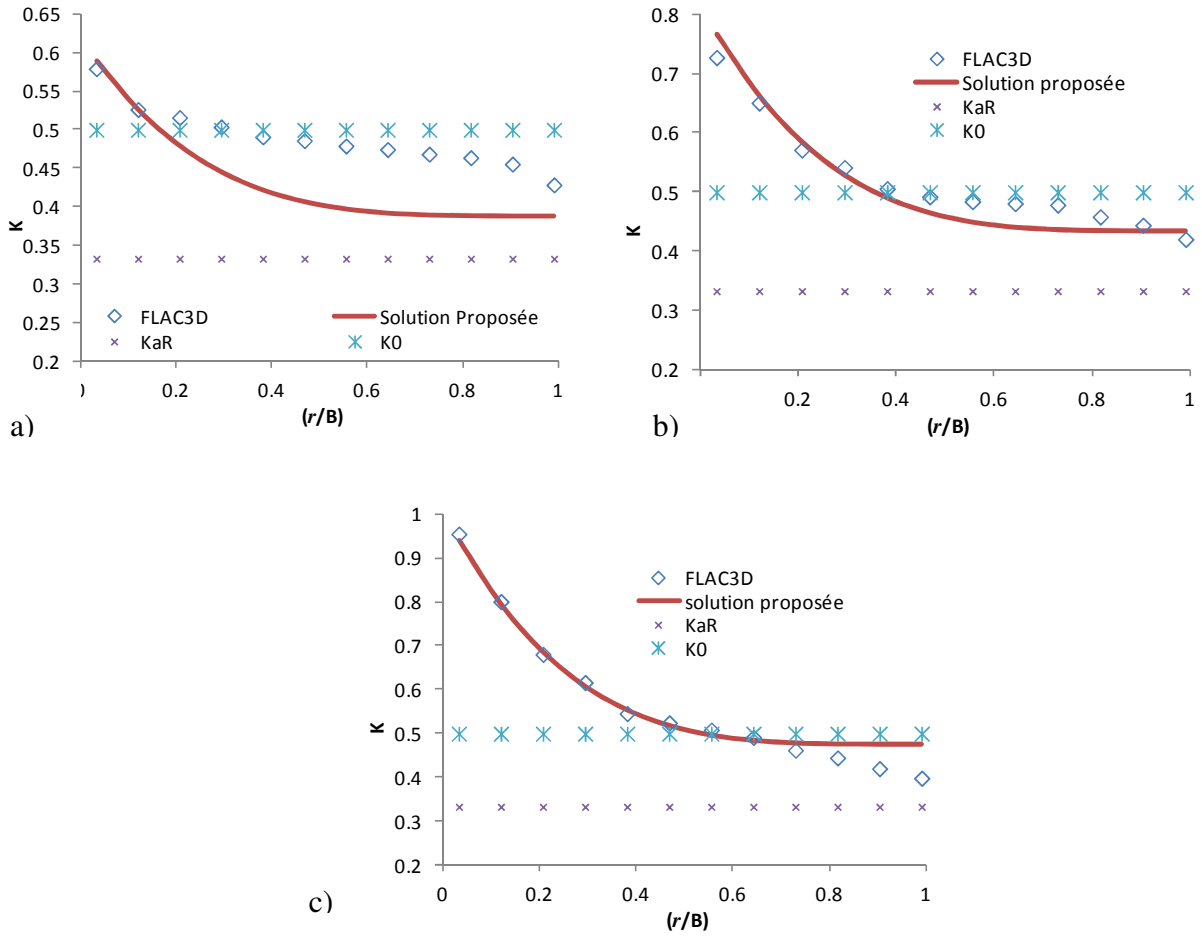


Figure 6.3 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul et de la largeur du chantier *r/B*, obtenues par FLAC^{3D} et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7) on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0 ; Cas I (voir le tableau 6.1): a) $\beta = 80^{\circ}$; b) $\beta = 70^{\circ}$; c) $\beta = 60^{\circ}$.

L'influence de la longueur L du chantier minier 3D sur la distribution des contraintes a été montrée au chapitre 5 (et aussi par Li et al. 2005 pour les cas verticaux). La figure 6.4 compare la valeur K obtenue à partir FLAC^{3D} et selon la solution analytique (éqs. 4.3-4.7) au centre du chantier (i.e. $L/2$, $H/2$) pour $\beta = 80^{\circ}$ (figure 6.4a), $\beta = 70^{\circ}$ (figure 6.4b) et $\beta = 60^{\circ}$ (figure 6.4c) (cas II, B = 6 m, L = 12 m). Les résultats peuvent être comparés à ceux obtenus pour L = 6 m (figure 6.3) Ils indiquent que le coefficient de pression des terres ($\frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{zz}}$) reste inchangé en direction de la largeur B, indépendamment de longueur du chantier (pour L = 6 m et 12 m).

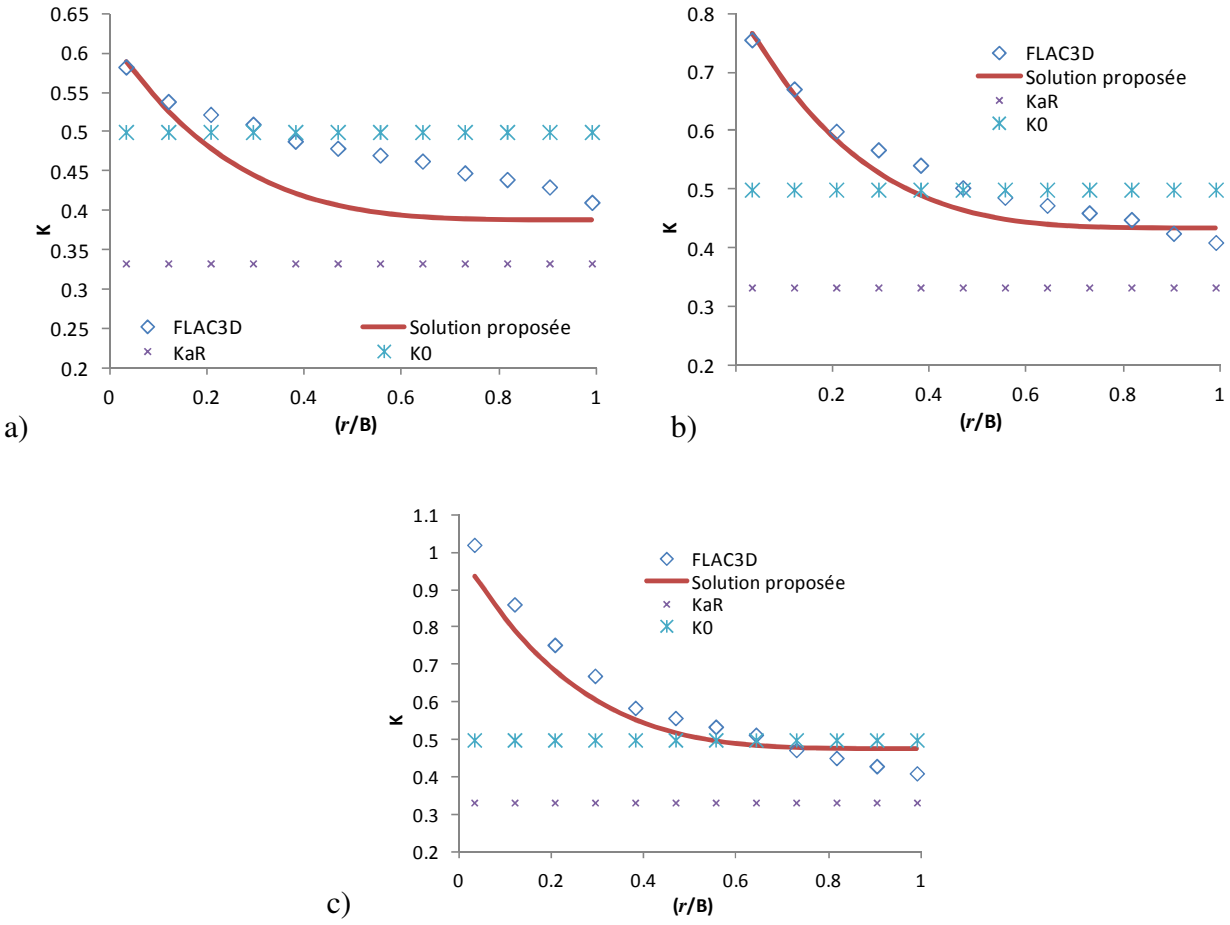
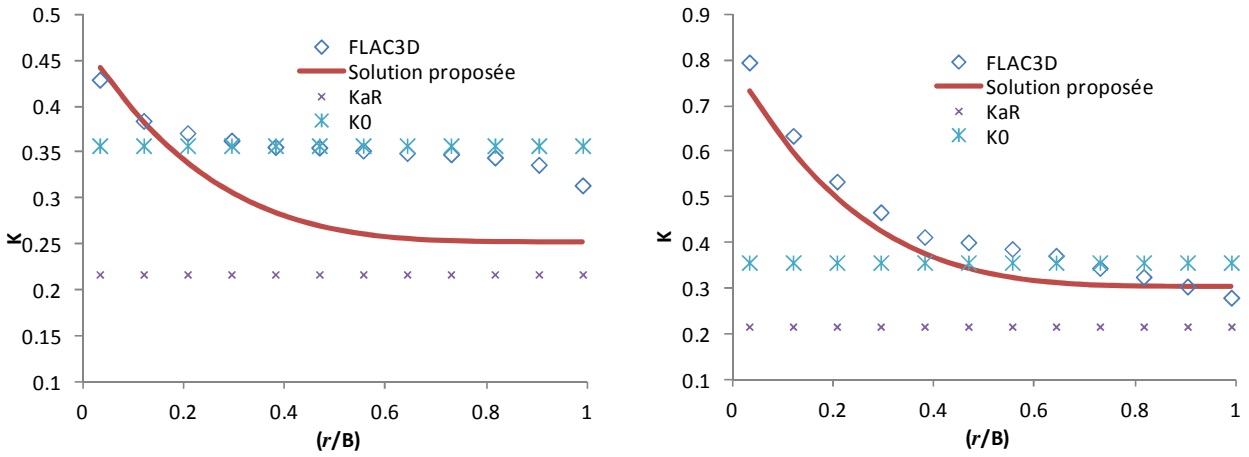


Figure 6.4 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul et de la largeur du chantier *r/B*, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7), on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas I (voir le tableau 1): a) $\beta = 80^{\circ}$; b) $\beta = 70^{\circ}$; c) $\beta = 60^{\circ}$.

L'influence de l'angle de frottement interne ϕ' sur le coefficient de pression des terres K a aussi été évalué pour les ouvertures tridimensionnelles (avec υ et ϕ' considérés ici comme des paramètres dépendants).

L'effet causé par l'augmentation de l'angle de frottement ϕ' sur les valeurs K selon l'axe de la largeur du chantier incliné selon la solution proposée (éqs. 4.3-4.7) et les simulations numériques est illustré à aux figures 6.5a pour $\beta = 80^{\circ}$, (cas III, tableau 6.1), et 6.5b pour $\beta = 60^{\circ}$ (cas III,

tableau 6.1). Ces résultats confirment que la solution proposée pour évaluer la valeur de K_β, basée sur le coefficient de pression des terres active de Rankine, est relativement bien corrélée avec les résultats au long de la largeur pour une valeur de $\phi' = 40^\circ$ (bien que les valeurs obtenues ici pour $\beta = 80^\circ$ ne soient pas aussi bonnes).



a) b)

Figure 6.5 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur et mi-longueur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul et de la largeur *r/B*, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas III (voir le tableau 6.1): a) $\beta = 80^\circ$; b) $\beta = 60^\circ$.

La figure 6.6 montre la valeur K en direction de la longueur du chantier incliné ($\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{zz}}$) obtenues à partir de la solution proposée (éqs. 4.3-4.7) pour le cas II, avec $\beta = 70^\circ$ (figure 6.6a) et $\beta = 60^\circ$ (figure 6.6b), et à partir de simulations numériques; les résultats sont à nouveau montrés pour un axe vertical situé le long de la ligne centrale du chantier (i.e. à *L*/2, *H*/2).

Les résultats montrent que le rapport entre les contraintes horizontales en direction de la longueur (σ_{yy}) et les contraintes verticales (σ_{zz}) est relativement proche de la valeur de K_β (éqs. 4.3-4.7), particulièrement au centre et sur l'éponte inférieure du chantier. On remarque également que la valeur du coefficient K se rapproche du coefficient de Jaky au repos K_0 à l'éponte inférieure ($r \cong B$).

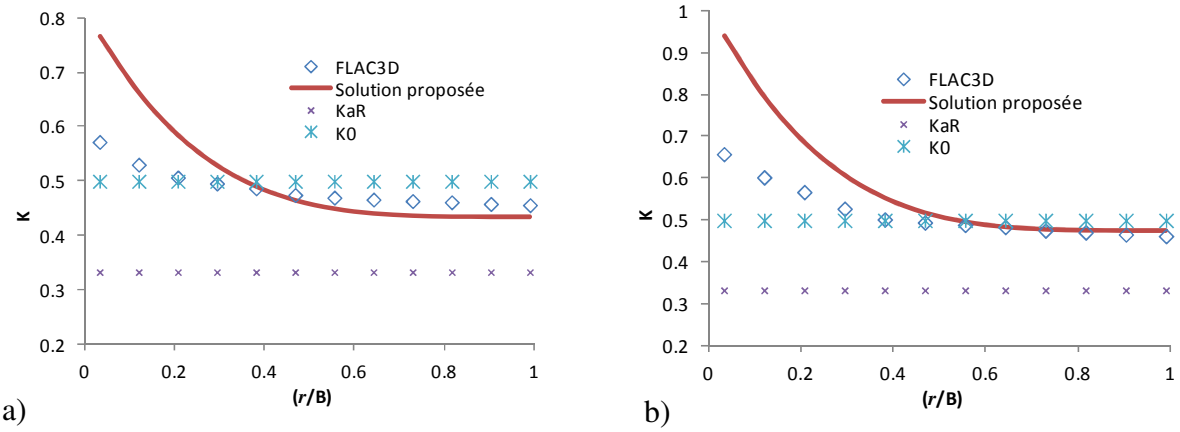


Figure 6.6 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur et mi-longueur du chantier en fonction du rapport de la largeur du point de calcul et de la largeur du chantier *r/B*, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 4.3-4.7); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; Cas II (voir le tableau 1): a) $\beta = 70^{\circ}$; b) $\beta = 60^{\circ}$.

Las comparaison entre les valeurs K obtenues à partir de la solution proposée et les simulations pour les différentes hauteurs du chantier est aussi présentées en annexe (voir Annexes B).

6.2 Analyses numériques 2D de l'effet de cohésion et de l'angle de dilatance

Les capacités de calcul numérique peuvent être mises à profit pour évaluer l'influence de différents paramètres sur la répartition des contraintes dans les chantiers remblayés. On s'intéresse ici à deux propriétés qui n'ont pas été analysées jusqu'à ici dans ces travaux, soit la cohésion c et l'angle de dilatance ψ du remblai.

L'influence de la cohésion du remblai cimenté c (= 0, 1, 10, 50 kPa) sur la répartition des contraintes horizontales et verticales dans un chantier incliné avec $\beta = 70^{\circ}$ est présentée à la figure 6.7. Les résultats montrent que la cohésion peut avoir une grande influence sur ces contraintes. La figure 6.7a illustre le fait que les contraintes verticales au centre du chantier (CL) diminuent avec l'augmentation de la cohésion pour c allant de 0 à 10 kPa. Cependant, les contraintes verticales et horizontales sont presque inchangées pour des valeurs de $c \geq 10$ kPa;

ceci correspond aussi aux tendances obtenues par Li et Aubertin (2009a) (simulations avec ϕ et υ indépendants).

La figure 6.7b présente les contraintes verticales et horizontales de l'éponte inférieure pour diverses valeurs de la cohésion. Ces résultats confirment aussi que les contraintes diminuent lorsque la cohésion du remblai augmente.

La figure 6.7c montre les contraintes verticales et horizontales sur l'éponte supérieure du chantier. Ces résultats indiquent que les contraintes augmentent près de la surface (h = 0) du remblai, particulièrement les contraintes horizontales σ_h. La figure montre également que les contraintes sur l'éponte supérieure diminuent selon la profondeur avec une augmentation de la cohésion. La même tendance a été obtenue par Li et Aubertin (2009a) (simulations avec ϕ et υ indépendants). Cette figure démontre aussi les effets d'un remblayage progressif où les contraintes ne sont pas uniformes entre le bas et le haut de chaque couche (présence d'oscillations).

Les résultats montrés à la figure 6.8 tendent à démontrer que l'angle de dilatation ψ (de 0 à 30°) du remblai peut aussi avoir un effet considérable sur la distribution des contraintes dans les chantiers inclinés (pour c = 0 ici). On peut constater que l'augmentation de l'angle de dilatation (ou de dilatance) des remblais tend à réduire les contraintes verticales et horizontales dans le remblai, particulièrement au centre du chantier (figure 6.8a). Les contraintes sur l'éponte inférieure ne sont pas tellement affectées par cette augmentation de l'angle de dilatance, du moins pour β = 70° (figure 6.8b), Les résultats pour les angles d'inclinaisons β = 60° et 80° (présentés dans l'annexe B) confirment également ce constat. L'angle de dilatance a aussi une certaine incidence (bien que faible) sur les contraintes à l'éponte supérieure (figure 6.8c). Ces tendances concordent avec les résultats des simulations obtenues par Li et Aubertin (2009a) pour les chantiers inclinés (avec ϕ et υ indépendant).

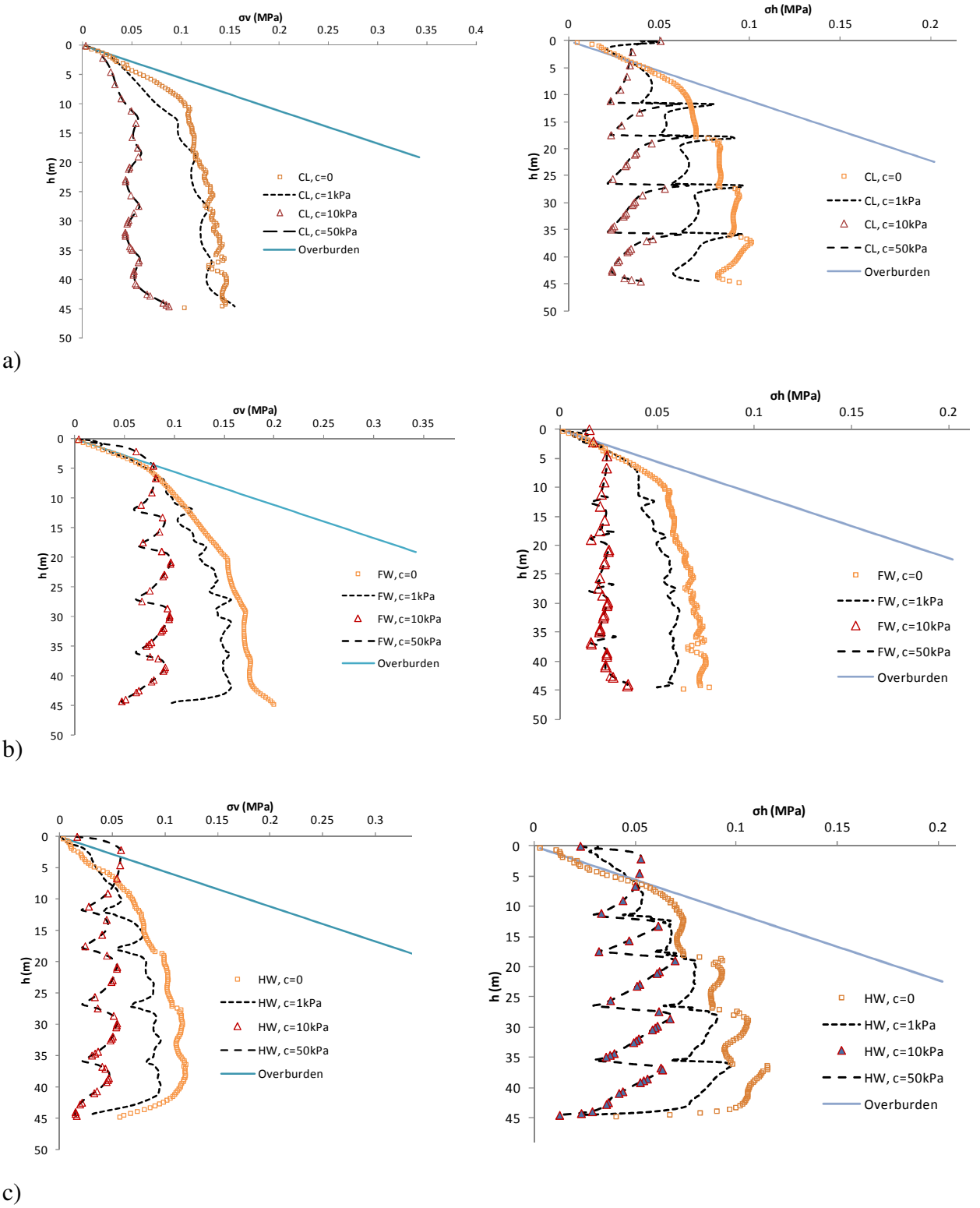


Figure 6.7 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de h pour différentes valeurs de la cohésion (c = 0, 1, 10 et 50 kPa) (pour $\beta = 70^{\circ}$) : a) au centre du chantier CL; b) à l'éponte inférieure FW et c) à l'éponte supérieure HW.

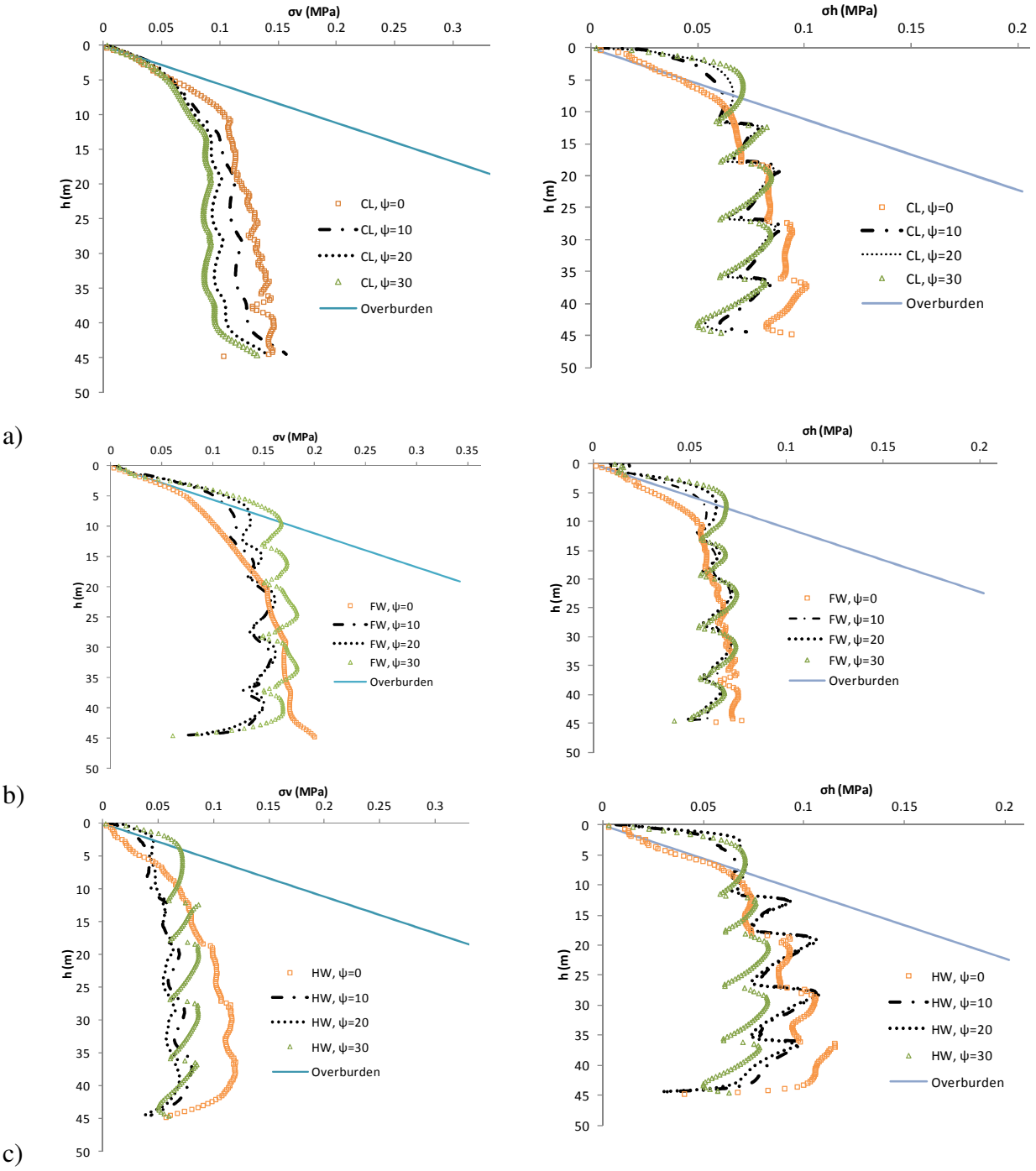


Figure 6.8 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de h, pour différents valeurs de l'angles de dilatation des remblais (ψ = 0, 10°, 20° et 30°) pour un chantier incliné avec β = 70°: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW.

Il est utile de rappeler ici que la variation de l'angle de dilatation ψ imposée dans ces simulations n'est pas compatible, théoriquement, avec le modèle elasto-plastique utilisé dans les calculs menés avec FLAC. Ce modèle de comportement montre une réponse parfaitement plastique de sorte que l'angle de friction interne correspond en fait à la valeur obtenue lorsque la déformation se produit à volume constant (i.e. $\phi = \phi_{cv}$, « constant volume »). Dans un tel contexte, la valeur naturelle (théorique) de l'angle de dilatation $\psi = 0$. L'effet de cet angle de dilation n'est d'ailleurs pas pris en compte dans les solutions analytiques (basées sur l'équilibre limite).

D'autres résultats sur l'effet de la cohésion c et de l'angle dilatance ψ pour différentes inclinaisons des épontes sont présentés dans l'annexe B.

6.3 Contraintes dans les chantiers remblayés en 3D avec pressions d'eau

Des simulations ont aussi été menées afin d'évaluer l'état des contraintes dans les remblais miniers en présence d'eau, avec le code FLAC^{3D} (Itasca, 2013).

Les cas simulés tiennent compte de la largeur et la longueur du chantier (analyses en 3D). Comme précédemment, les propriétés élastiques du massif rocheux sont E_r = 300 GPa et υ_r = 0,3. Les propriétés du remblai utilisées sont E = 300 MPa, υ = 0,33 (pour ϕ' = 30°), γ =18 kN/m^3; l'angle de frottement interne du remblai, ϕ' est utilisé pour l'interface remblai-roche δ. Le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb (avec cohésion nulle) est utilisé pour la modélisation du remblai (avec $\psi = 0$, $\phi = \phi_{cv}$).

6.3.1 Remblai avec nappe, sans drainage

La figure 6.9 présente la distribution des contraintes verticales effectives le long de la ligne centrale (i.e. à $l = L/2$ = 15 m et $r = B/2$ = 3 m) lorsque le niveau de la nappe est de 6 m sous la surface du remblai. Dans ce cas, le chantier est vertical, avec $L/$B = 5 (B = 6 m et L = 30 m). Pour le remblai saturé ϕ' = 30° et γ_s = 20 kN/m^3 (avec γ_w = 9.81 kN/m^3). La pression interstitielle et les contraintes totales sont aussi présentées dans cette figure. La figure 6.9 confirme que les contraintes verticales effectives (σ'_{zz}) sont bien inférieures aux contraintes totales (σ_{zz}); l'effet d'arche est très prononcé dans ce cas.

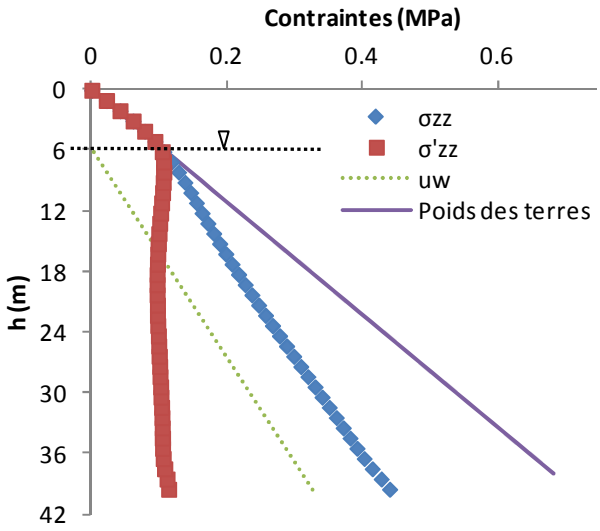


Figure 6.9 : Contraintes verticales effectives et totales, et pression d'eau obtenues numériquement le long de la ligne de centre sur la hauteur du chantier (B = 6 m et L = 30 m); H_m = 6 m; ϕ' = 30° (au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).

Ces résultats sont comparés à la figure 6.10 avec les contraintes obtenues du modèle analytique 3D de Li et Aubertin (2009b), présenté au chapitre 2 (éqs. 2.50-2.57). On voit que les contraintes verticales effectives et totales obtenues des deux solutions sont relativement proches. Ces contraintes (effectives et totales) obtenues par la simulation numérique et la solution analytique sont beaucoup plus faibles que celles calculées à partir du poids des terres, particulièrement au bas du chantier; ceci confirme le développement d'un effet d'arche. On voit aussi, tel qu'anticipé, que la pression d'eau (à l'équilibre hydrostatique) augmente linéairement avec la profondeur ($u_w = \gamma_w \times h$). Cette pression d'eau fait en sorte que les contraintes verticales effectives sont nettement plus faibles que les contraintes totales.

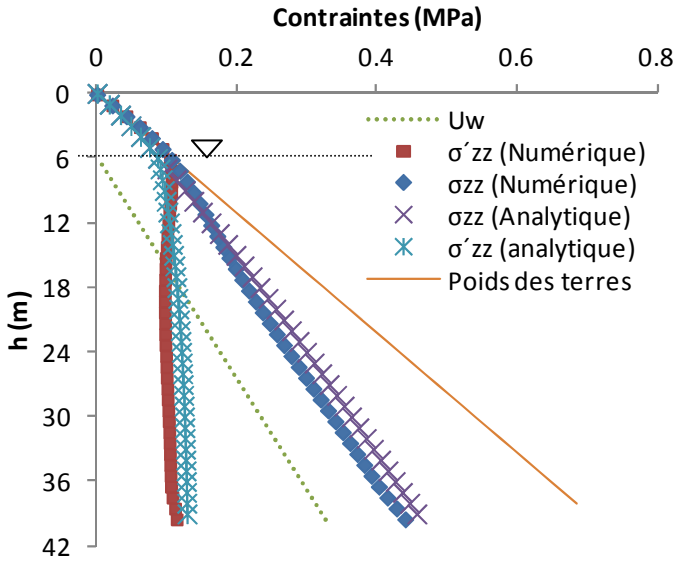


Figure 6.10 : Contraintes verticales effectives et totales et pression d'eau obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57 le long de la ligne de centre (à *B/2* et *L/2*) du chantier remblayé avec $B = 6$ m et $L = 30$ m; $\beta = 90°$; $H_m = 6$ m; $\phi' = 30^{\circ}$ (au-dessus et au-dessous de l'eau); $\gamma_m = 18$ kN/m^3 (au-dessus de la nappe); $\gamma_s = 20$ kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).

La figure 6.11 représente la distribution des contraintes horizontales (effectives et totales) dans le sens de la largeur (B) ($\sigma_{xx}, \sigma'_{xx}$) et de la longueur du chantier (L) ($\sigma_{yy}, \sigma'_{yy}$). Les résultats obtenus de la solution analytique de Li et Aubertin, (2009b) sont aussi été présentés sur cette figure. De manière générale, on observe encore une fois une bonne concordance entre les deux types de solutions. Celles-ci reflètent l'influence de l'effet d'arche, avec des contraintes effectives bien inférieures à celles dues au poids des terres.

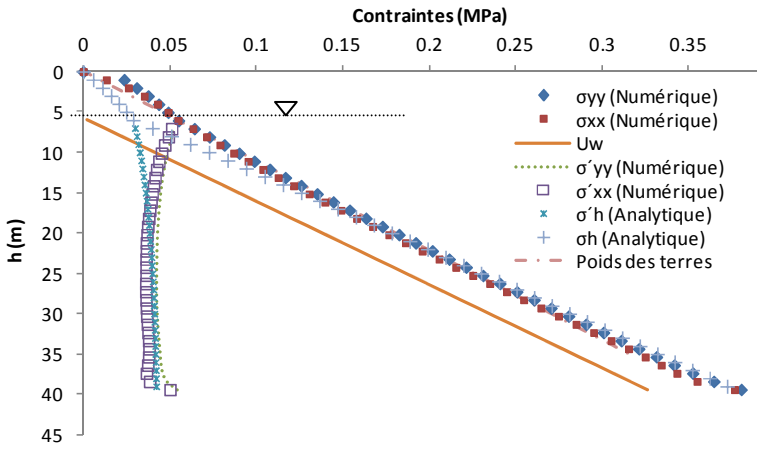


Figure 6.11 : Contraintes horizontales effectives et totales et pression d'eau au centre du chantier obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57: B = 6 m, L = 30 m, β = 90°, H = 40 m; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$ (au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).

L'effet de largeur du chantier sur les contraintes (et l'effet d'arche) a aussi été étudiée à travers quelques calculs additionnels. La figure 6.12a présente la distribution des contraintes verticales effectives le long de la ligne centrale (CL) à $L/2$ *et* $B/2$ pour un chantier vertical (β = 90° avec ($B = L$ = 3 m); la nappe est située à 6 m sous la surface du remblai (H_m = 6 m). Les contraintes calculées par les équations de Li et Aubertin 2009b (éqs. 2.50-2.57) sont aussi montrées dans cette figure. On remarque à nouveau ici que les contraintes verticales effectives calculées selon les deux approches sont beaucoup plus faibles que le poids des terres, particulièrement au bas du chantier. Ceci confirme le développement de l'effet d'arche.

La figure 6.12b montre la distribution des contraintes horizontales effectives et totales sur la hauteur du chantier (le long de la ligne de centre CL). Cette figure atteste qu'il y a une bonne concordance entre les solutions numériques et analytiques, tant pour les contraintes totales et effectives.

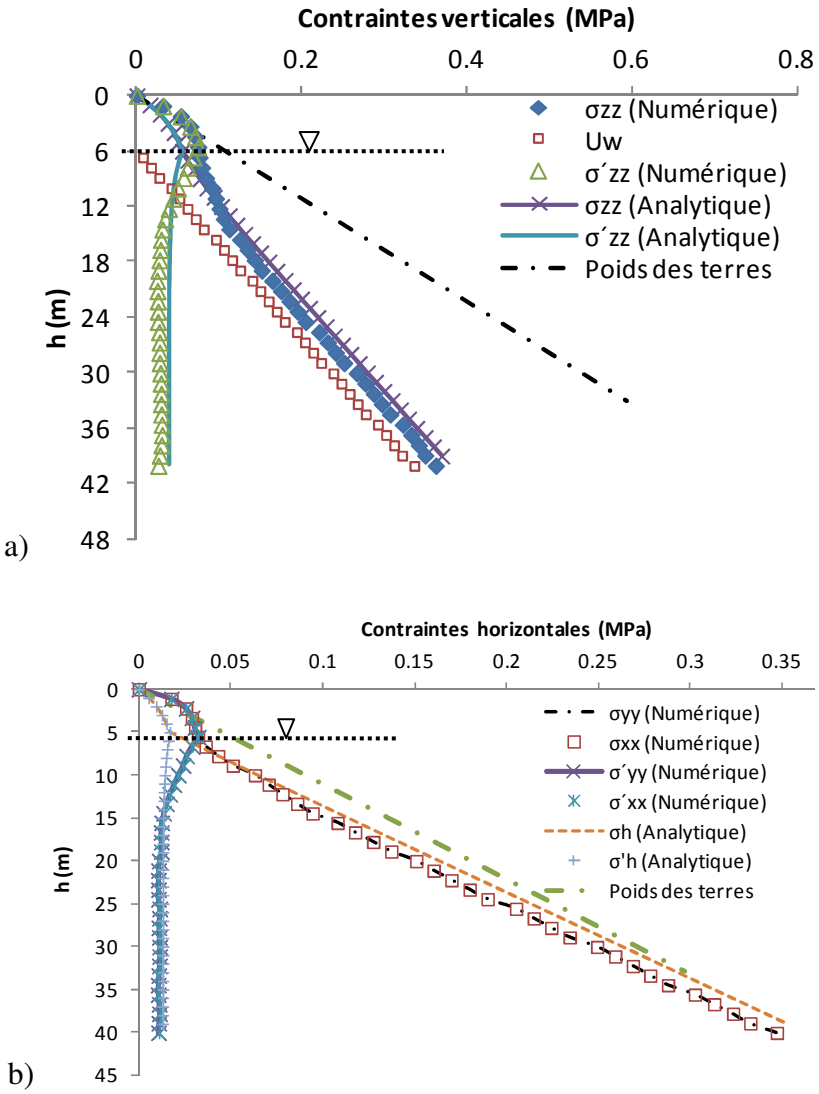


Figure 6.12 : Contraintes verticales (a) et horizontales (b) (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide des équations 2.50-2.57 le long de la hauteur des chantiers *:* B = 3 m, L = 3 m, H = 40 m*;* $\beta = 90^{\circ}$; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$ (au-dessus et au-dessous de l'eau); γ_m =18 kN/m^3 (au-dessus de la nappe); γ_s = 20 kN/m^3 (zone saturée, sous la nappe).

L'influence de l'angle d'inclinaison β sur la distribution des contraintes en 2D a été présentée au chapitre 3, et aussi en 3D au chapitre 5 pour le remblai sec. On évalue ici la distribution des contraintes en considérant aussi l'effet de la pression d'eau.

La figure 6.13 montre les contraintes verticales totales (σ_{zz}) et effectives (σ'_{zz}) et les contraintes horizontales (dans le sens de la largeur B) totales (σ_{xx}) et effectives (σ'_{xx}) obtenues

numériquement le long de l'éponte supérieure HW ($r = B$, $l = L/2$; figure 6.13a), au centre du chantier CL (à $r = B/2$, $l = L/2$; figure 6.13b) et sur l'éponte inférieure (FW; figure 6.13c) pour un chantier incliné $\beta = 80^{\circ}$ avec $B = 6$ m et $L = 12$ m (sans drainage). La nappe est située à 6 m au-dessus de la surface du remblai ($H_m = 6$ m). Cette figure montre que les contraintes effectives sont plus faibles que les contraintes totales. On voit aussi que les contraintes effectives verticales le long de l'éponte supérieure sont plus faibles que celles au centre du chantier. Ce comportement est dû de l'effet d'inclinaison du chantier, voir le chapitre 5).

Les mêmes observations peuvent être faites pour un chantier incliné avec $\beta = 60^{\circ}$ tel que montré à la figure 6.14. On constate que les contraintes effectives verticales obtenues le long de l'éponte supérieure sont nettement inférieures à celles le long de l'éponte inférieure.

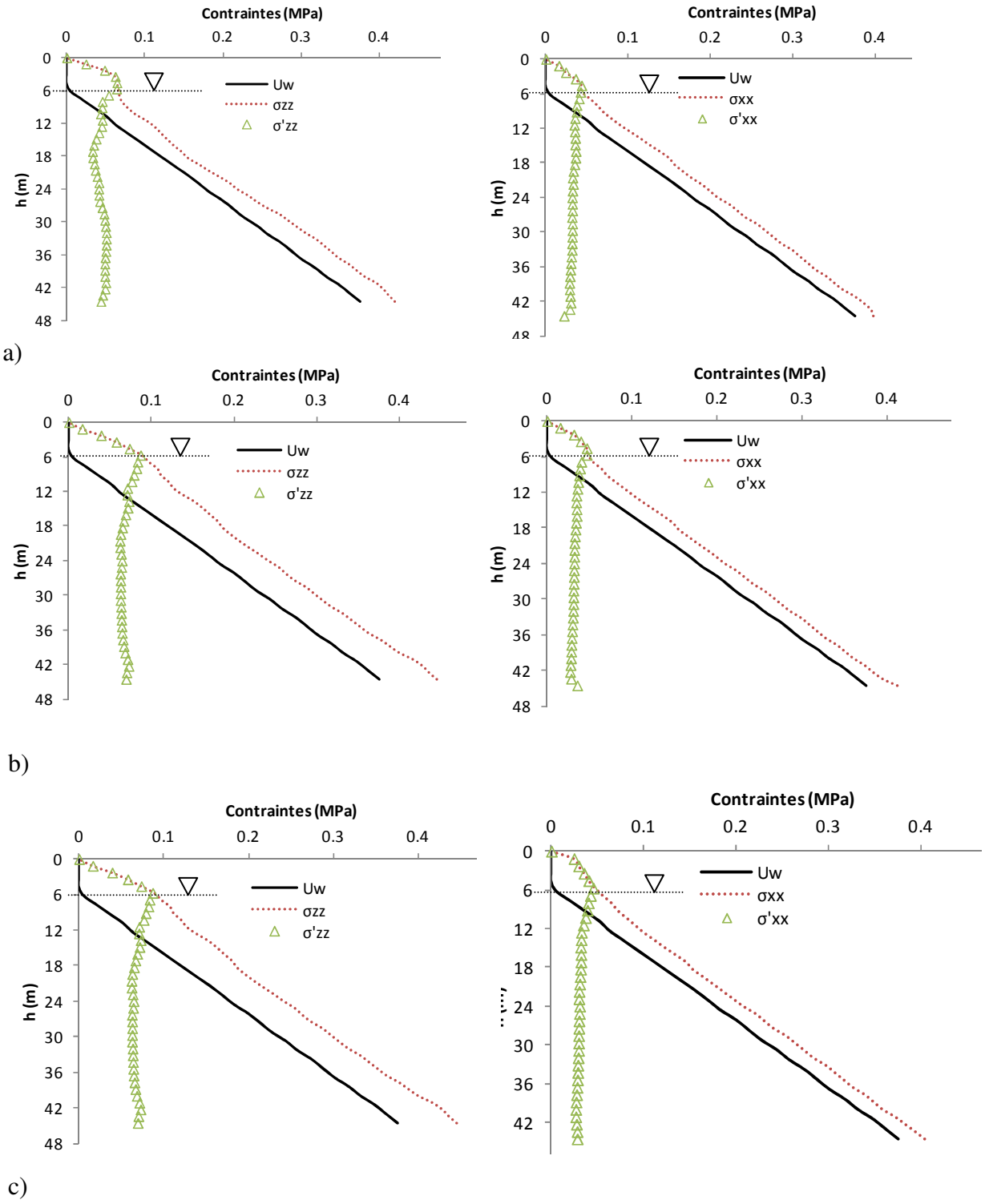


Figure 6.13 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement dans un chantier remblayé avec B = 6 m, L = 12 m *et* $\beta = 80^{\circ}$; H_m = 6 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) à l'éponte supérieure; b) au centre du chantier c) à l'éponte inférieure.

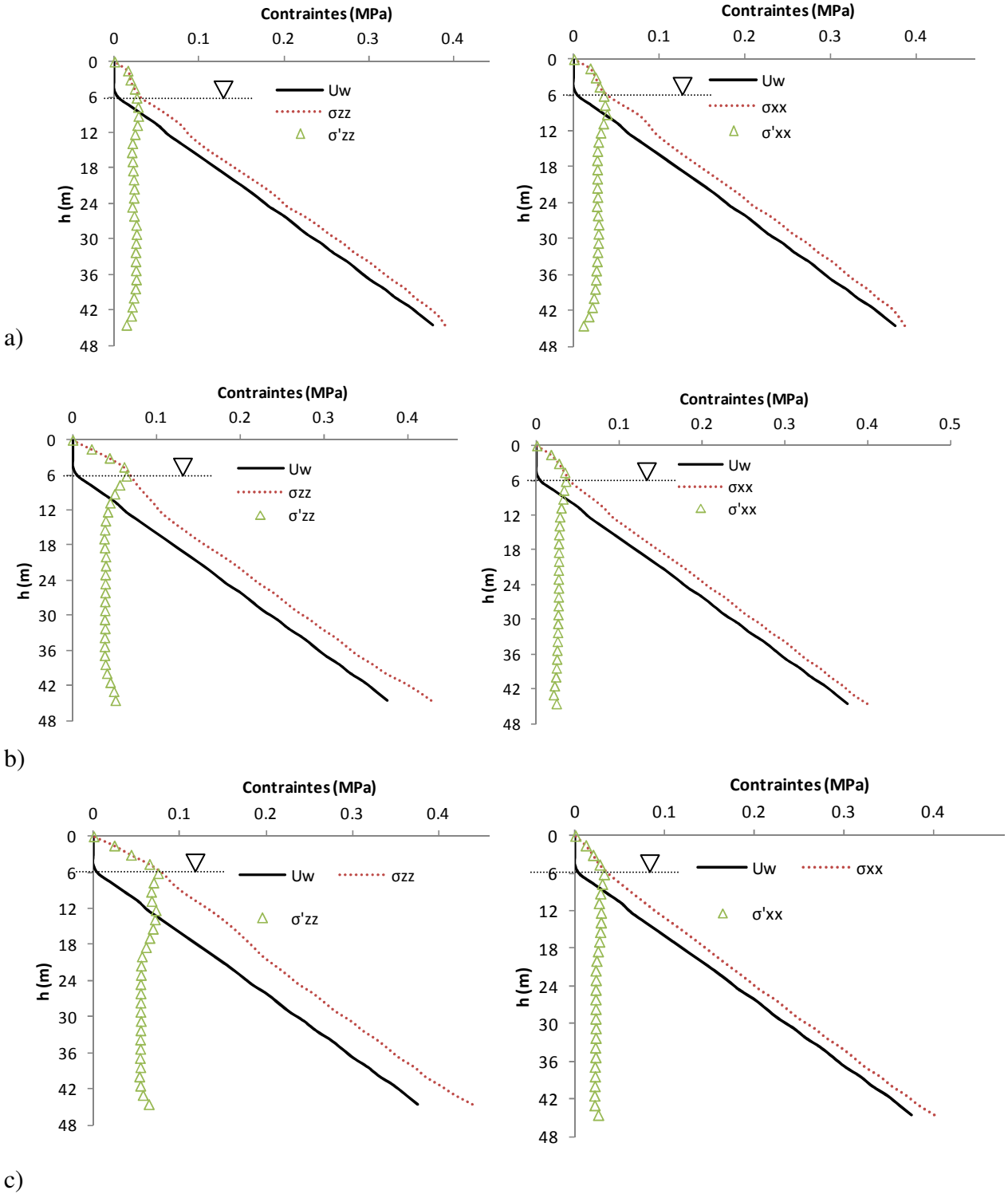


Figure 6.14 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement dans un chantier remblayé avec $B = 6$ m, $L = 12$ m et $\beta = 60^{\circ}$; $H_m = 6$ m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$; $\gamma_m = 18 kN/m^3$; $\gamma_s = 20$ kN/m^3; a) à l'éponte supérieure; b) au centre du chantier c) à l'éponte inférieure.

6.3.2 Solution analytique 3D pour chantiers inclinés avec pression d'eau

L'effet d'un remblai complètement saturé en eau a été analysé avec FLAC^{3D}, en mettant la nappe phréatique à la surface du remblai (H_m = 0, remblai complètement saturé sans drainage). Lorsque le remblai est complètement saturé, les contraintes effectives verticales et horizontales dans un chantier incliné peuvent être calculées à partir d'une version modifiée de la solution présentée dans le chapitre 5 (éq. 5.10).

$$\sigma'_{zz} = \frac{\gamma_{sub}(\sin\beta)}{2(B^{-1}K_\beta + L^{-1}K_\beta)\tan\phi'}\left(1 - exp(-\frac{2(K_\beta B^{-1} + K_\beta L^{-1})\tan\phi'}{(\sin\beta)} \times h)\right) \quad (6.1)$$

où $\gamma_{sub} = \gamma_{sat} - \gamma_w$

$$\sigma'_{xx} = K_\beta \sigma'_{zz} \quad (6.2)$$

La figure 6.15a montre les contraintes effectives verticales et horizontales en fonction de la hauteur du chantier le long de la ligne centrale (CL) à *L/2 et B/2* pour un chantier incliné avec *B* = 6m, *L* = 12 m et $\beta = 60^{\circ}$. Les résultats numériques obtenus sont comparés à la solution analytique (éqs. 6.1 et 6.2); les contraintes totales sont aussi montrées. Cette figure indique qu'il y a une bonne concordance entre la solution numérique et analytique pour les contraintes effectives verticales et horizontales. Ces contraintes effectives sont beaucoup plus faibles que les contraintes totales, en raison de l'effet des pressions d'eau. L'effet d'arche est également bien développé dans ce cas.

On observe des tendances similaires pour les contraintes effectives sur l'éponte supérieure à *L/2* et $r \cong 0$; les contraintes calculées à partir des solutions numériques et analytiques concordent bien, et elles sont beaucoup plus faibles que les contraintes totales, comme le montre la figure 6.15b.

La figure 6.15c montre les mêmes tendances pour les contraintes verticales totales et effectives le long de l'éponte inférieure.

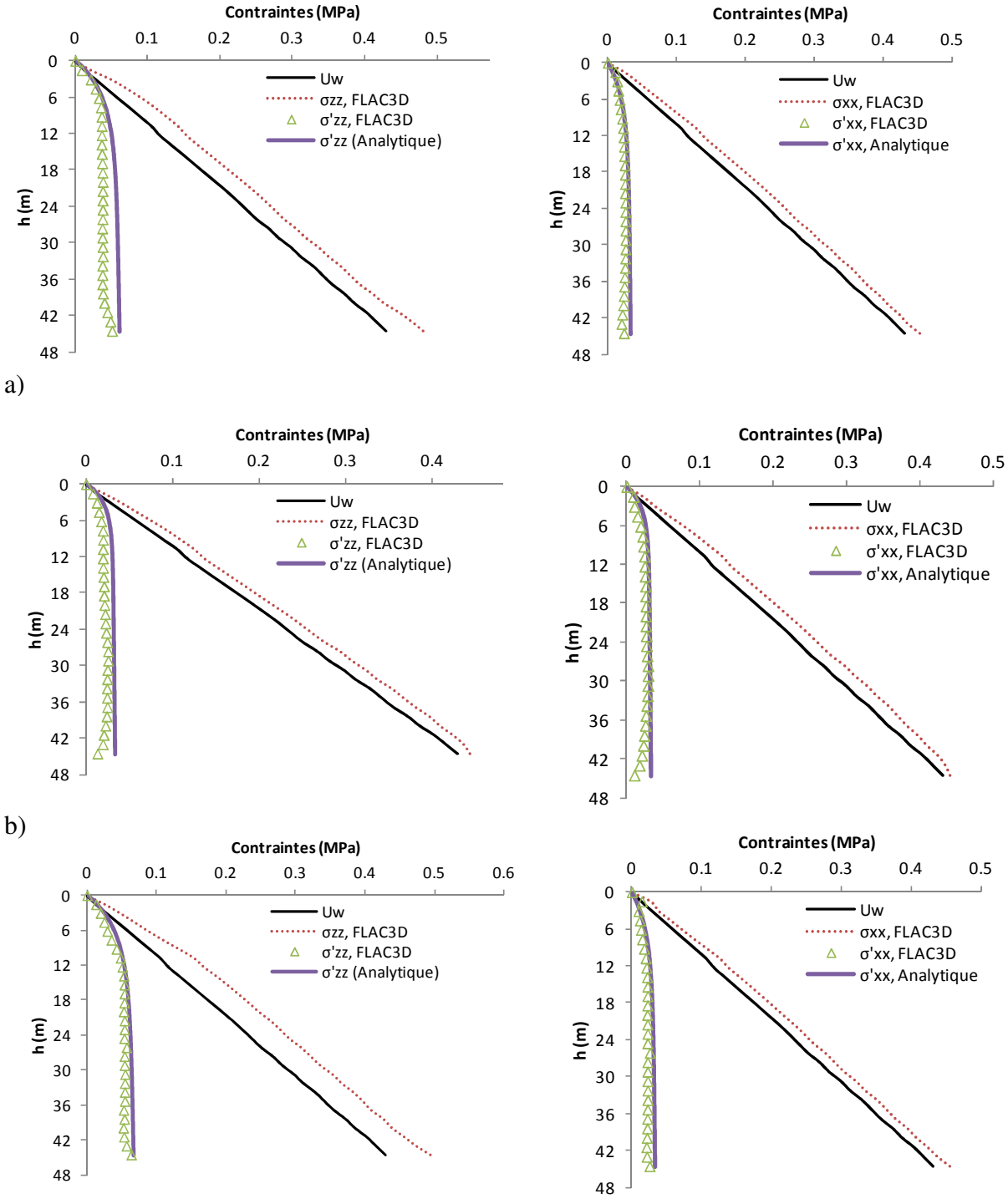


Figure 6.15 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide de la solution proposé (éqs.6.1 et 6.2) le long de la hauteur du chantier : $B = 6$ m, $L = 12$ m et $\beta = 60^{\circ}$; $H_m = 0$ m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$; $\gamma_m = 18 \text{kN/m}^3$; $\gamma_s = 20$ kN/m^3; a) au centre du chantier; b) à l'éponte supérieure c) à l'éponte inférieure.

La même analyse comparative a été faite pour un chantier complètement saturé en eau avec β = 80° L = 12 m et B = 6 m. La figure 6.16 confirme que les contraintes effectives verticales et horizontales obtenues par la solution proposée (éqs. 6.1 et 6.2) sont proches des résultats numériques obtenus pour au centre du chantier (ligne CL, figure 6.16a), à l'éponte supérieure (HW, figure 6.16b) et à l'éponte inférieure (FW, figure 6.16c).

Cette approche pour inclure l'effet des pressions d'eau pourrait aisément être généralisée pour les chantiers (en 2D et 3D) où la nappe se situe sous la surface du remblai ($H_m > 0$).

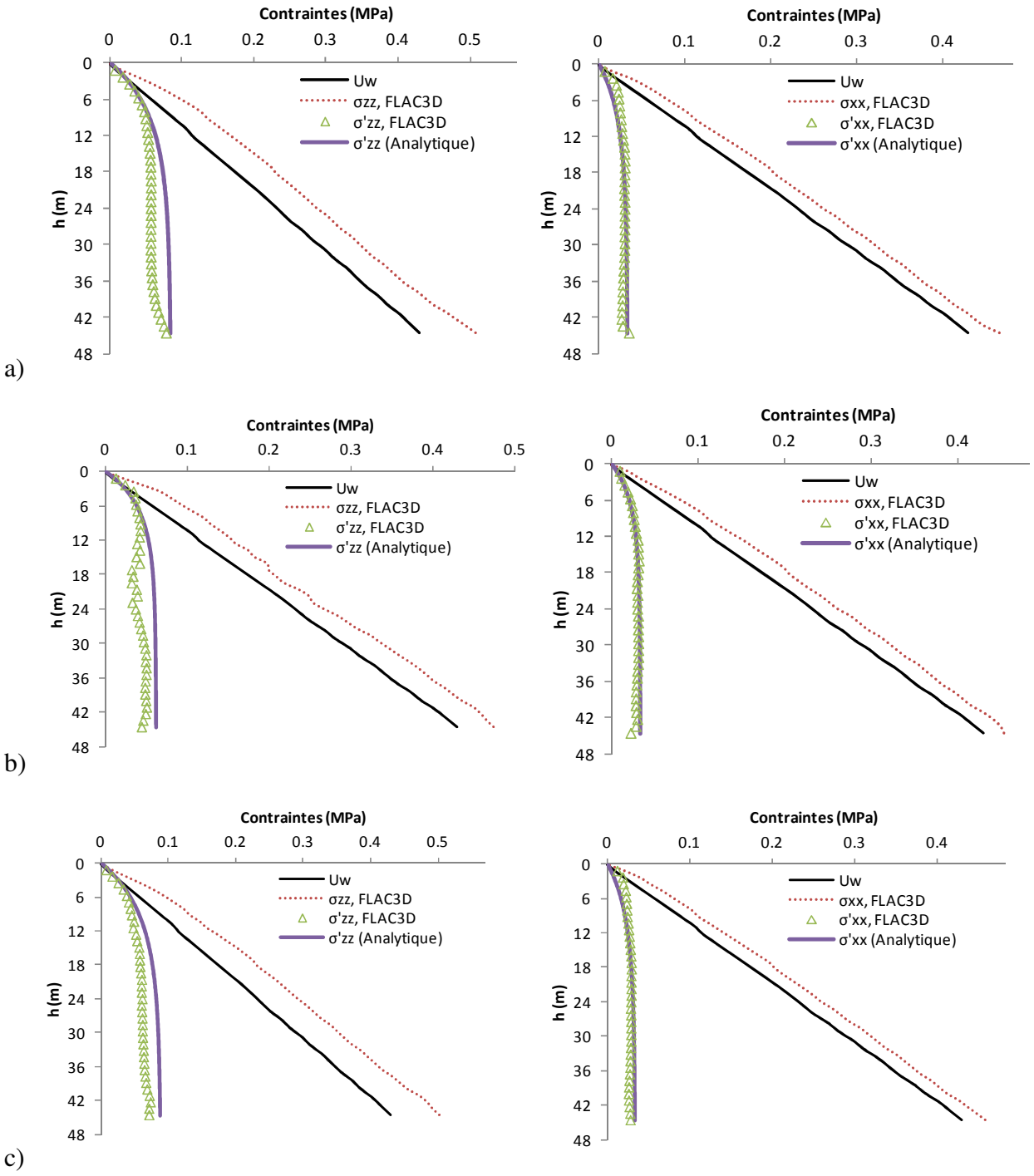


Figure 6.16 : Contraintes verticales (effectives et totales) et horizontales (effectives et totales) obtenues numériquement et calculées à l'aide de la solution proposé (éqs.6.1 et 6.2) le long de la hauteur du chantier :B = 6 m, L = 12 m et $\beta = 80^{\circ}$; H_m = 0 m; $\phi = \phi' = 30^{\circ}$; γ_m =18kN/m^3; γ_s = 20 kN/m^3; a) au centre du chantier; b) à l'éponte supérieure c) à l'éponte inférieure.

6.4 Sommaire et remarques complémentaires

Les remblais sont maintenant utilisés dans les opérations minières souterraines partout dans le monde. Il existe plusieurs avantages au remblayage, comme par exemple la réduction des volumes de rejets miniers disposés en surface. Le principal objectif du remblayage souterrain demeure toutefois l'amélioration de la stabilité des ouvertures minières afin d'extraire le minerai de façon plus complète et sécuritaire. Pour cette raison, plusieurs travaux ont été menés au fil des ans afin d'évaluer l'impact du remblai sur le contrôle de terrain. Le recours à un remblai implique alors une définition de ses propriétés géomécaniques et une bonne compréhension de son comportement dans le chantier, incluant la distribution des contraintes dans l'ouverture.

De nombreux paramètres influencent l'état des contraintes dans les remblais en interaction avec les parois rocheuses, incluant sa résistance mécanique (l'angle de frottement interne et la cohésion) et la géométrie des chantiers (hauteur, largeur et inclinaison). Les simulations numériques présentées dans la thèse ont montré ces effets, et les résultats ont été utilisés afin d'évaluer (et de valider, en partie) des modèles analytiques existants et nouveaux permettant d'estimer ces contraintes. Globalement, ces analyses ont aussi aidé à mieux évaluer le comportement géomécanique des remblais miniers dans les chantiers.

L'influence de l'angle d'inclinaison du chantier a été étudiée de façon spécifique dans cette thèse, d'abord à l'aide de méthodes numériques (en 2D et 3D). Ces résultats ont servi à développer des solutions analytiques améliorées pour des chantiers avec des épontes inclinées. Ces nouveaux développements ont été jugés utiles (et même essentiels) car les valeurs des contraintes obtenues des solutions existantes peuvent diverger considérablement des contraintes simulées dans un chantier incliné, particulièrement à proximité de l'éponte supérieure (comme on l'a vu au chapitre 3). Une des limitations importantes des solutions analytiques existantes découle du fait que le coefficient de poussés des terres (K) est considéré comme constant dans tout le chantier, alors que les simulations ont montré que sa valeur change le long de la largeur et de la hauteur, et selon l'inclination des épontes. Une autre limitation découle de l'hypothèse d'une distribution uniforme (constante) des contraintes sur la largeur des ouvertures, qui ne reflète pas ce qui est montré par les simulations numériques. Plusieurs résultats spécifiques de simulations numériques, en 2D et 3D, du comportement de chantiers remblayés verticaux et inclinés ont été

présentées ici, suite à des analyses menées à l'aide de la méthode des différences finies (codes FLAC et FLAC^{3D}). La comparaison de ces résultats avec ceux issus des solutions analytiques existantes, a démontré leurs limitations, avec des écarts prononcés dans plusieurs cas. Les nouvelles solutions (en 2D et 3D) développées pour évaluer les contraintes incluent de nouvelles expressions pour le coefficient des pressions des terres *K* dans les chantiers inclinés. Divers résultats issus de ces solutions analytiques ont été comparés avec succès à ceux obtenus de modélisations numériques. Ces calculs comparatifs ont aussi permis d'évaluer l'influence de propriétés mécaniques des remblais miniers et des caractéristiques des chantiers sur la distribution des contraintes.

Les principaux résultats de ces travaux ont été présentés dans trois 3 articles de revue (soumis), qui comportent aussi une discussion dans chaque cas (voir chapitres 3, 4 et 5 de la thèse). D'autres résultats complémentaires sont aussi présentés en annexe (voir Annexes B, C, D et E) Quelques éléments importants sont rappelés et commentés dans ce qui suit, afin de clore la présentation de ces travaux et l'analyse des résultats.

Avant de débuter les simulations numériques, il s'est avéré nécessaire (comme il est d'usage) de valider l'utilisation des codes employés ici. Il existe plusieurs méthodes de validation qui peuvent être appliquées à de tels codes numériques. Cet aspect a été abordé tôt dans le projet, et il a été peu développé dans la thèse. Les résultats de diverses modélisations ont alors été comparés avec les résultats de solutions analytiques (éprouvées), incluant le cas d'une ouverture circulaire dans un milieu élasto-plastique, avec critère de Morh-Coulomb (solution de Salençon, 1969). Les analyses ont porté sur l'état des contraintes et des déplacements et elles ont montré que les résultats des simulations numériques étaient très proches des solutions analytiques; une partie de cette validation préliminaire est présentée à l'Annexe A. De plus, nos résultats simulés dans le cas de chantiers verticaux ont été comparés avec les résultats d'autres simulations réalisées antérieurement, tels celles de Li et Aubertin (2003) et de Li et al. (2005, 2009a); ceci a contribué à valider l'utilisation des modèles numériques pour ce projet.

Des analyses de sensibilité ont aussi été menées sur la taille du maillage et la géométrie (taille globale) du modèle afin de définir une distribution et une taille acceptable pour les modèles d'un chantier remblayé avec le massif rocheux. Les maillages (taille de la discrétisation) ont ainsi été choisis en fonction de la stabilité numérique et de la conformité des résultats avec les solutions

analytiques et d'autres résultats numériques, et aussi selon la durée des calculs. Les simulations présentées dans la thèse découlent de cette évaluation systématique des caractéristiques des modèles (qui sont sommairement décrites dans les trois articles soumis).

Une fois ces étapes préliminaires complétées, plusieurs simulations ont été réalisées pour aider à améliorer notre compréhension du comportement géomécanique des remblais placés dans des excavations souterraines. La distribution des contraintes dans les chantiers a été étudiée de façon systématique. Les résultats numériques ont permis d'illustrer comment la distribution des contraintes est affectée pas la variation de l'angle d'inclinaison des murs du chantier. On a ainsi observé que dans un chantier incliné, les contraintes ne sont donc pas les mêmes sur les deux épontes. En général, les contraintes verticales sont plus élevées sur l'éponte inférieure que sur l'éponte supérieure. L'angle d'inclination β des murs du chantier a toutefois moins d'influence sur les contraintes horizontales. Ces particularités ne sont pas prises en comptes dans les solutions analytiques existantes, mais elles ont été introduites dans les nouvelles solutions proposées.

On a vu aussi que l'angle de frottement interne ϕ du remblai peut affecter significativement l'état des contraintes dans les chantiers inclinés, du moins lorsque l'angle d'inclinaison β se situe entre 60° et 90° (par rapport à l'axe horizontal). Dans ces travaux, nous avons utilisé une relation explicite entre le coefficient de Poisson υ et la valeur de ϕ (Falaknaz, 2014); l'utlisation de cette relation (confirmée par les analyses de Yang 2017) peut influencer la distribution des contraintes dans les chantiers remblayés.

Un autre aspect original de cette étude est l'évaluation du coefficient de pression des terres, défini comme le rapport entre les contraintes horizontales et verticales $K = (\sigma_h/\sigma_v)$, sur la longueur et la largeur des chantiers inclinés. Les résultats numériques ont montré que ce coefficient K varie selon la localisation dans le chantier. Tel que mentionné, les solutions analytiques existantes considèrent généralement que la valeur de K est constante dans tout le chantier incliné.

Les travaux de thèse ont permis d'améliorer les solutions analytiques pour évaluer la distribution des contraintes et la valeur K ($= \sigma_h/\sigma_v$) dans les chantiers inclinés, à partir du coefficient de pression active de Rankine, au chapitre 4 (et aussi celui de Coulomb, en chapitre 6 et en annexe E). A cet égard, les résultats de simulations numériques ont été utilisés afin de compléter le développement analytique de nouvelles expressions pour le calcul des contraintes dans tout le

chantier, de l'éponte inférieure à l'éponte supérieure, à différentes hauteurs. D'autres résultats numériques complémentaires ont ensuite été utilisés pour valider la solution proposée, à partir de plusieurs cas.

L'effet de la longueur du chantier remblayé sur les contraintes tridimensionnelles a également été étudié à l'aide du logiciel FLAC^{3D} (voir chapitre 5). À nouveau, plusieurs simulations ont été effectuées pour évaluer l'influence de divers facteurs, y compris l'inclinaison, la géométrie de l'ouverture et les propriétés des matériaux dans les chantiers remblayés. Les résultats des simulations tridimensionnelles montrent bien l'influence de la longueur d'une ouverture sur l'état des contraintes dans un chantier. En général, une diminution de la longueur favorise un transfert des contraintes aux parois, ce qui peut réduire considérablement les contraintes en profondeur dans le chantier. Ces observations ont mené au développement de la nouvelle solution 3D, qui a également été validée à partir de simulations additionnelles.

Les travaux présentés dans cette thèse ont notamment permis d'illustrer de façon systématique l'influence des paramètres de résistance mécanique du remblai (surtout l'angle de frottement interne ϕ, ainsi que la cohésion c dans le présent chapitre) et la géométrie des chantiers (hauteur, largeur, longueur et inclinaison). Les simulations ont été basées sur un remplissage séquentiel (par couches) afin de minimiser l'effet qui pourrait découler d'un remplissage trop rapide (tel que discuté par Li et Aubertin, 2009a).

Les nouvelles solutions analytiques proposées ici pour évaluer la valeur de K et la distribution des contraintes dans les chantiers inclinés peuvent s'avérer très utiles pour les applications pratiques. Il faut toutefois rappeler que ces solutions ont été développées pour des ouvertures avec une géométrie régulière; d'autres formes du chantier pourraient mener à des résultats différents, mais cet aspect n'a pas été étudié ici.

Plusieurs autres limitations ont aussi une incidence sur la signification (et l'utilisation) des résultats présentés ici. Rappelons par exemple que les simulations numériques ont été effectuées sans éléments d'interface ; la condition $\phi = \delta$ (avec une cohésion nulle dans la majorité des cas) a été appliquée pour l'interface de la roche et le remblai. De plus, le remblai répond selon un comportement élasto-plastique, et il obéit au critère de Mohr-Coulomb. On sait toutefois que cette formulation ne représente pas toujours bien le comportement géomécanique des remblais miniers (e.g. Li et al. 2010b, qui ont utilisé le modèle EP avec MSDP$_u$; El Mkadmi et al 2014

qui ont utilisé Cam Clay modifié). Le massif rocheux a pour sa part été considéré comme étant élastique, homogène et isotrope, ce qui est rarement le cas en réalité; d'autres lois de comportement peuvent alors menés à des résultats un peu différents pour les chantiers remblayés (Falaknaz et al. 2015a). Dans ces simulations (sauf pour quelques cas présentés dans le présent chapitre), l'effet de la pression d'eau a été négligé; on sait toutefois que ce facteur peut avoir une grande influence sur l'état des contraintes (totales et effectives), comme cela a été démontré dans d'autres études (e.g. Li et Aubertin 2009b, c; El Mkadmi et al. 2014); la transposition de nos résultats pourrait être réalisée sans trop de difficulté au cas des pressions à l'équilibre, mais l'analyse des conditions de drainage et de consolidation pourrait demander plus de travail.

L'effet de la cohésion due à la cimentation a été étudié de façon très sommaire dans ce projet (voir section 6.2). Les recherches récentes (Godbout et al. 2007; Helinski, 2007, 2011; Yilmaz et al. 2010; El Mkadmi 2014) ont néanmoins montré que la cimentation peut avoir plusieurs effets, incluant une augmentation de la cohésion et de la rigidité, accompagnée par une décroissance de la conductivité hydraulique; ceci peut influencer les contraintes (totales et effectives) dans les remblais miniers cimentés. Cet aspect devrait être étudié plus en détails afin d'étendre les résultats présentés dans cette thèse.

La création d'ouvertures voisines peut aussi affecter le comportement des chantiers remblayés, verticaux (Falaknaz, 2014; Sobhi, 2014) ou inclinés, mais cet aspect a été négligé ici, tout comme la présence d'une galerie et d'une barricade au bas du chantier; quelques résultats préliminaires de simulations 3D de chantiers avec une galerie et une barricade sont toutefois présentés (de façon sommaire) à l'Annexe D.

Une autre limitation à ce travail est liée au manque des mesures *in situ* (ou de mesures en laboratoire représentatives) pour valider les résultats (numériques et analytiques) obtenus pour des chantiers inclinées. Bien que quelques données de terrain aient été rapportés dans la littérature (Hassani et al., 1998, 2001; Grabinsky, 2010; Thompson et al., 2011, 2012), aucune de ces études ne fournit l'ensemble des informations nécessaires pour comparer directement les mesures avec les résultats numériques. Par conséquent, un travail complémentaire impliquant des mesures en place demeure nécessaire pour recueillir des données pratiques.

CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Les résultats des simulations numériques menées, en 2D et 3D, avec les code de différences finies FLAC et FLAC^{3D} (Itasca, 2002, 2013) présentés dans cette thèse (comportant 3 articles de revue soumis; voir chapitres 3, 4 et 5) contribuent à l'amélioration des connaissances sur le comportement des remblais miniers dans les chantiers souterrains avec les murs (ou parois) inclinés. Cette thèse présente également de nouvelles solutions, en 2D et en 3D, pour évaluer l'état des contraintes dans les chantiers souterrains avec des parois inclinés, en utilisant une version modifiée du coefficient de Rankine pour la pression des terres en condition active.

On présente ici les principales conclusions découlant des travaux décrits dans cette thèse, suivi de quelques recommandations.

Les résultats des simulations numériques effectuées à l'aide du code FLAC montrent l'impact de l'effet d'arche qui se développe dans les chantiers remblayés sur la distribution des contraintes. Il a ainsi été démontré que les contraintes de cisaillement se développant sur les deux épontes ne sont pas symétriques pour des chantiers inclinés (en déformation plane). Aussi, l'effet d'arche y est généralement moins prononcé que dans les chantiers verticaux. L'ampleur de cet effet d'arche, associé à la redistribution des contraintes vers le massif rocheux, dépend de plusieurs facteurs dont la géométrie du chantier (hauteur, largeur, longueur et inclinaison) et les propriétés du remblai (incluant l'angle de frottement interne ϕ). Dans ces travaux, nous avons utilisé une relation explicite entre le coefficient de Poisson υ et la valeur de ϕ, ce qui peut influencer la distribution des contraintes dans les chantiers (bien que cet effet soit généralement assez faible).

Les simulations ont aussi montrées que les contraintes verticales le long de l'éponte supérieure peuvent être diminuées significativement lorsque l'angle d'inclinaison β des parois diminue (de 90° à 60°). En contrepartie, la contrainte horizontale peut augmenter à l'éponte supérieure lorsque la valeur de β est réduite (surtout du bas du chantier).

Les résultats des simulations ont aussi montré qu'une augmentation de la largeur du chantier B tend usuellement à augmenter la contrainte verticale le long de l'éponte inférieure (FW) et au centre (CL) du chantier incliné; cet effet est moins marqué sur l'éponte supérieure (HW). Les

résultats indiquent aussi que l'augmentation de l'angle de frottement interne ϕ du remblai (de 30° à 40°) tend à diminuer les contraintes horizontales.

Les comparaisons systématiques entre les contraintes simulées et celles obtenues à partir des solutions analytiques existantes pour les chantiers inclinées (équations 2.32 et 2.33; voir aussi chapitre 3) montrent que ces solutions ne représentent pas bien les contraintes le long des deux épontes (supérieure et inférieure) dans les chantiers inclinés.

Les analyses numériques ont notamment démontré que le coefficient de pression des terres K (= σ_h/σ_v) n'est pas une constante dans un chantier incliné. Sa valeur est sensible à de nombreux paramètres comme la géométrie de l'ouverture, la position dans le chantier, et les propriétés du remblai. L'inclinaison β et la largeur du chantier minier, ainsi que l'angle de frottement interne ϕ sont les principaux paramètres influençant le rapport entre les contraintes horizontales et verticales. La valeur du coefficient K le long de l'éponte supérieure tend aussi à diminuer lorsque l'angle de frottement interne du remblai ϕ augmente (de 30° à 40°). Pour les chantiers inclinés, le rapport σ_h/σ_v le long de l'éponte supérieure augmente lorsque le chantier est plus incliné. La valeur du coefficient K le long de l'éponte inférieure d'un chantier incliné est souvent comprise entre la valeur du coefficient actif de Rankine K_{aR} et celle du coefficient de Jaky au repos K_0. L'augmentation de la largeur B tend à diminuer la valeur de K, en particulier le long de l'éponte supérieure.

La thèse présente aussi une nouvelle solution pour l'état des contraintes dans les chantiers inclinés en 2D, basée sur une version modifiée du coefficient de Rankine pour la pression des terres en condition active. Cette solution prend en compte la variation selon la position, pour toute la largeur et la hauteur de l'ouverture, et pour différents angles d'inclinaison. Une étude comparative a démontré que les résultats numériques sont bien corrélés avec la solution proposée. Cette nouvelle solution peut constituer un outil de calcul rapide et pratique pour estimer les contraintes dans les chantiers miniers remblayés avec des murs inclinés, en déformations planes.

L'état des contraintes tridimensionnelles a aussi été analysé pour des remblais en interaction avec les parois rocheuses dans des chantiers verticaux et inclinés. Les analyses sont basées sur des simulations numériques effectuées à l'aide du code FLAC^{3D}. Les résultats numériques ont été utilisés pour évaluer l'influence des paramètres de résistance mécanique du remblai (incluant l'angle de frottement interne ϕ) et la géométrie des chantiers (hauteur, largeur, longueur et

inclinaison). Les résultats de ces simulations indiquent qu'une augmentation de la longueur du chantier (L) tend généralement à augmenter les contraintes en profondeur, car l'effet d'arche (en 3D) est alors moins prononcé. Une variation de l'angle d'inclinaison β des murs (de 90° à 60°) peut aussi avoir un effet significatif sur les contraintes verticales.

Une nouvelle solution 3D a aussi été proposée pour évaluer de l'état de contrainte dans chantiers remblayés avec des murs inclinés. Elle est basée sur la solution 3D proposée par Li et al. (2005, voir équation 5.1) pour les chantiers verticaux et sur la nouvelle expression développée pour K. Les résultats de cette nouvelle solution analytique ont été comparés aux résultats numériques obtenus avec FLAC^{3D}. Ces résultats indiquent que cette solution (équations 5.10 à 5.16) peut représenter adéquatement l'état de contrainte 3D dans des ouvertures remblayées avec parois inclinés.

La méthodologie présentée dans cette thèse peut être utilisée pour estimer l'état des contraintes dans des chantiers remblayés inclinés, en conditions 2D et 3D. Les solutions analytiques proposées ici peuvent être particulièrement utiles lors des phases préliminaires de la conception. Les principales contributions de cette thèse peuvent ainsi être résumées comme suit:

- Pour la première fois, une étude numérique systématique, relativement complète, a été réalisée pour simuler le comportement de chantiers avec murs inclinés en utilisant une relation entre υ et ϕ (qui peut influencer la distribution des contraintes dans les chantiers). Ces simulations ont mené à :

    a) l'évaluation des contraintes dans des chantiers inclinés

    b) L'évaluation de l'influence de l'angle de frottement interne sur des contraintes le long de l'éponte supérieure, de l'éponte inférieure et au centre du chantier incliné

    c) L'évaluation de l'influence de la géométrie du chantier sur l'état des contraintes dans les remblais miniers

    d) L'identification des paramètres ayant le plus d'influence significative sur le rapport entre les contraintes horizontales et verticales $K = (\sigma_h/\sigma_v)$

- Les résultats des simulations ont été comparés avec ceux obtenus de solutions analytiques existantes. L'écart marqué entre les deux approches a constitué le point départ pour le développement de nouvelles solutions analytiques (2D et 3D) pour les chantiers inclinés.

- Une nouvelle équation a aussi été proposée afin d'évaluer la valeur du coefficient de poussée des terres *K* dans les chantiers inclinés à partir l'équation de Rankine en condition des pressions active. La nouvelle formulation peut être utilisée pour évaluer la distribution de contraintes sur toute la largeur et la hauteur du chantier.

Recommandations et recherches additionnelles

En complément de ce qui a été présenté dans cette thèse, plusieurs aspects pourraient justifier des travaux additionnels visant une meilleure évaluation du comportement du remblai dans les chantiers miniers. Ces éléments incluent :

- L'influence de la pression d'eau interstitielle évolutive, du taux de remplissage, du drainage et de la consolidation sur l'état des contraintes totales et effectives.
- L'influence des propriétés de l'interface entre le remblai et le roc sur l'état des contraintes (et des déformations) dans les chantiers remblayés en 2D et 3D (particulièrement pour les remblais cimentés avec cohésion).
- L'évaluation des contraintes dans les chantiers miniers en considérant des excavations et des chantiers remblayés adjacents au chantier principal pour se rapprocher plus des conditions réelles du terrain.
- Le développement de solutions pour inclure des lois de comportement plus représentatives du comportement hydrogéomécanique des matériaux. Le modèle élasto-plastique $MSDP_u$ (Li et al, 2010b) et le modèle Cam-Clay modifié (utilisé, entre autres, par El Mkadmi et al., 2014) pourraient être considérés pour contourner certaines des limites du modèle élasto-plastique avec critère de Mohr-Coulomb (utilisé ici).
- La modification de la solution analytique proposée dans cette thèse pour l'estimation des contraintes effectives et totales dans les chantiers miniers avec la présence d'eau interstitielle.
- L'effet de la cimentation et de la cohésion pourrait aussi être introduit dans les solutions proposées dans cette thèse.

- La prise en compte de l'effet de l'évolution des propriétés du remblai cimenté dans le temps (i.e. changement de la résistance mécanique et des propriétés hydrogéologiques) sur les contraintes et sur le comportement des barricades.
- Les résultats numériques et/ou analytiques devraient être comparés à des mesures *in situ* aux fins de validation.

BIBLIOGRAPHIE

Annor, A.B. (1999) A Study of the Characteristics and Behaviour of Composite Backfill Material. PhD Thesis, Department of Mining and Metallurgical Engineering, McGill University, Montreal, Canada.

Askew, J., McCarthy P.L and Fitzgerald D.J (1978) Backfill research for pillar extraction at ZC/NBHC. Mining with backfill: 12th Canadian Rock Mechanics Symposium, 23–25 May 1978, Sudbury. CIM pp. 100–110.

Atkinson, J.H., Cairncross, A.M., James, R.G. (1974). Model tests in shallow tunnels in sand and clay. Tunnels and Tunnelling, **6**(4): 28-32.

Aysen, A. (2002) Soil mechanics - Basic concepts and engineering applications. Lisse: Balkema.

Aubertin, M. (1999). Application de la Mécanique des Sols pour l'Analyse du Comportement des Remblais Miniers Souterrains. Cours intensif (notes de cours non publiées), 14e Colloque en Contrôle de Terrain, Val-d'Or, 23-24 mars 1999. Association Minière du Québec.

Aubertin, M., Bernier, L. & Bussière, B. (2002). "Environnement et gestion des rejets miniers" (CD-ROM), Presses internationales Polytechnique, Mont-Royal, Québec.

Aubertin, M., Li, L., Arnold, S., Belem T., Bussiere, B., Benzaazoua, M. and Simon, R. (2003) Interaction between backfill and rock mass in narrow Stopes. SoilRock2003: 12th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering and 39th U.S. Rock Mechanics Symposium. 22-26 June 2003, Cambridge, Mass., USA, vol. 1, pp 1157–1164.

Aubertin, M., Li, L., Belem, T., Simon, R., Harvey, A., James, M., & Bussière, B. (2005). "Méthodes d'estimation des pressions induites dans les chantiers remblayés." In Proceedings of the Symposium Rouyn-Noranda: Mines and the Environment, Rouyn-Noranda, QC, 15-18.

Aubertin, M. (2013) Waste rock disposal to improve the geotechnical and geochemical stability of piles. 23rd World Mining Congress, Montreal, QC, 8p.

Belem, T., Benzaazoua, M., and Bussiere, B. (2000) Mechanical behaviour of cemented paste backfill. In Proceedings of 53th Canadian Geotechnical Conference, Montreal, Canada, Vol. 1, pp. 373-380.

Belem, T., Benzaazoua, M., and Bussière, B. (2001). The effect of microstructural evolution on the physical properties of paste backfill. Tailings and Mine Waste'01, Fort Collins. January, Belkema Ed: Rotterdam, 139-147.

Belem, T., Benzaazoua, M., Bussière, B., and Dagenais, A. (2002). Effects of settlement and drainage on strength development within mine paste backfill. (pp. 139)Taylor & Francis.

Belem, T., Harvey, A., Simon, R. and Aubertin, M. (2004) Measurement and prediction of internal stresses in an underground opening during its filling with cemented fill. In Proceedings ofthe 5th International Symposium on Ground Support in Mining and Underground Construction, 28–30 September 2004, Perth,Western Australia. Edited by E. Villaescusa and Y. Potvin.Taylern & Francis Group, London, Australia. pp. 619–630

Belem, T. and Benzaazoua, M. (2008) Design and application of underground mine paste backfill technology. Geotechnical and Geological Engineering, **26**(2): 147-174

Belem, T. (2009). Développement d'une méthode intégrée d'analyse de stabilité des chantiers miniers remblayés. Rapport R-622, IRSST.

Benzaazoua, M., and Belem, T. (2000). Optimization of sulfurous paste backfill mixtures for increased long-term strength and durability. Waste Treatment and environmental impact in the mining industry. Volume I, University of Concepcion, Santiago, Chile, ISBN 956-227-230-3 "Clean Mine Technology", pp. 343-352

Benzaazoua, M., Fall, M., and Belem, T. (2004). A contribution to understanding the hardening process of cemented pastefill. Minerals Engineering, **17**(2): 141-152.

Benzaazoua, M., Bussiere, B., Demers, I., Aubertin, M., Fried, E. and Blier, A. (2008) Integrated mine tailings management by combining environmental desulphurization and cemented paste backfill: Application to mine Doyon, Quebec, Canada. Minerals Engineering, **21**(4): 330-340.

Benzaazoua, M., Peyronnard O., Belem T., Fried E., Aurore S., Dublet G. (2010). Key issues related to behaviour of binders in cemented paste backfilling. Proceedings of the 13th International Seminar on Paste & Thickened Tailings (Paste 2010), 3-6 may 2010, Toronto, ON, Keynote paper.

Blight, G.E. (1986). Pressure exerted by materials stored in silos: part I, coarse materials. Géotechnique, **36**(1): 33-46.

Blight, G.E. (2006) Assessing Loads on Silos and Other Bulk Storage Structures: Research Applied to Practice. Taylor & Francis.

Blight, G.E. (2010) Shrinkage during wetting of fine-pored materials. Does this accord with the principal of effective stress? Unsaturated soils (In Alonso, E., Gens, A., eds.). London, U.K. CRC Press/Balkema, pp. 205-209.

Bussière, B. (1993). Évaluation des propriétés hydrogéologiques de rejets miniers utilisés comme barrières de recouvrement (M. Sc, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC).

Bussière, B. (2007). Colloquium 2004: Hydro-geotechnical properties of hard rock tailings from metal mines and emerging geo-environmental disposal approaches. Canadian Geotechnical Journal, 44(9), 1019 - 1052.

Bussière, B., Demers, I., Dawood, I., Plante, B., Aubertin, M., Peregoedova, A., Pepin, G., Lessard, G., Intissar, R., Benzaazoua, M., Molson, J.W., Chouteau, M., Zagury, G.J., Monzon, M., & Laflamme, D. (2011). "Comportement Géochimique et Hydrogéologique des Stériles de la Mine Lac Tio." *Compte-rendu du Symposium 2011 sur l'Environnement et les mines*, Rouyn-Noranda. Québec, Canada, CD-ROM

Caceres, C., (2005) Effect of delayed backfill on open stope minig methods. MASc Thesis., University of British Columbia.

Caceres, C., Pakalnis R, Hughes P and Peterson D (2006) Effect of backfill on open stope design. In Proceedings of the 41st U.S. Rock Mechanics Symposium, ARMA's Golden Rocks 2006: 50 Years of Rock Mechanics, Golden, Colo. Omnipress, Madison, Wisc

Chu, s., (1991) Rankine analysis of active and passive pressures in dry sands, Soils and Foundations, 31(4): 115-120.

Darling, P., (2011) SME mining engineering handbook (3rd ed.), Society for Mining, Metallurgy and Exploration (SME), Denver.

Da Fonseca, A., Cruz, R., and Consoli, N. 2009. Strength Properties of Sandy Soil–Cement Admixtures. Geotechnical and Geological Engineering, **27**(6): 681-686.

El Mkadmi, N., Aubertin, M., and Li, L. (2011). Numerical analysis of the early response of paste backfill in a vertical stope. Mines without borders, 22-25 May 2011, Montreal, QC. CIM, pp. 68-78.

El Mkadmi, N., (2012) Simulations du comportement Géotechnique des remblais dans les chantiers miniers: Effets du drainage et de la consolidation, mémoire de maîtrise, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC

El Mkadmi, N., Aubertin, M. and Li, L. (2014) Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes. Canadian Geotechnical Journal, 51(1): 1-15.

Fahey, M., Helinski, M., and Fourie, A. (2009). Some aspects of the mechanics of arching in backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal., 46(11), 1322-1336.

Fall, M., and Samb, S. (2009). Effect of high temperature on strength and microstructural properties of cemented paste backfill. Fire Safety Journal, 44(4), 642-651.

Fall, M. and Nasir, O. (2010) Mechanical behaviour of the interface between cemented tailings backfill and retaining structures under shear loads. Geotech. Geol. Eng., 28: 779–790.

Fan, CC. and Fang, YS. (2010) Numerical solution of active earth pressures on rigid retaining walls built near rock faces. Computers and Geotechnics, 37(7): 1023-1029.

Farsangi, P. N. (1996). Improving cemented rockfill design in open stoping (McGill Montreal).

Falaknaz, N., Aubertin, M., and Li, L. (2013). Numerical investigation of the stress state in adjacent backfilled mine stopes. GeoMontreal 2013. Canadian Geotechnical Society.

Falaknaz, N. (2014) Analysis of the geomechanical behavior of two adjacent backfilled stopes based on two and three dimensional numerical simulations, PhD Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC

Falaknaz, N., Aubertin, M. and Li, L. (2015a) Evaluation of the Stress state in Two Adjacent Backfilled Stopes Within an Elasto-Plastic Rock Mass, Journal of Geotech Geol. Eng, (Published online ahead of print 28 February 2015)

Falaknaz, N., Aubertin, M. and Li, L. (2015b) A numerical investigation of the geomechanical response of adjacent backfilled stopes, Canadian Geotechnical Journal, 52(10), pp. 1507-1525.

Gamache-Rochette, A. (2004). Une étude de caractérisation en laboratoire et sur le terrain des écoulements de l'eau dans les roches stériles (M.Sc.A, École Polytechnique de Montréal, Montréal).

Gnanapragasam, N. (2000). Active earth pressure in cohesive soils with an inclined ground surface. Canadian Geotechnical Journal, 37(1), 171–7.

Greco, V. (2012) Active thrust on retaining walls of narrow backfill width. Computers and Geotechnics, 50: 66-78.

Grabinsky, MW. (2010) In situ monitoring for ground truthing paste backfill designs. In Proceedings of the 13th International Seminar on Paste and Thickened Tailings, pp. 3-6.

Goel, S., & Patra, N. (2008). Effect of arching on active earth pressure for rigid retaining walls considering translation mode. International Journal of Geomechanics ASCE, 8, 123-133.

Godbout, J., Bussière, B., Aubertin, M., Belem, T., & Benzaazoua, M. (2004). "Évolution des propriétés de rétention d'eau des remblais miniers cimentés en pâte durant le curage." Proc., 57th Canadian Geotechnical Conf. & 5th Joint CGS-IAH Conf., Canadian Geotechnical Society, Quebec City, Session 4G, 15–22.

Godbout, J. (2005). Évaluation des propriétés hydriques des remblais miniers cimentés en pâte durant le curage. Maitrise, école polytechnique, Montréal.

Godbout, J., Bussière, B., Aubertin, M. and Belem, T. (2007). "Evolution of cemented past backfill saturated hydraulic conductivity at early curing time." Proc., 60th Canadian Geotechnical Conf. & 8th Joint CGS/IAH-CNC Groundwater Conf., Canadian Geotechnical Society, Ottawa, 2230–2236.

Harvey, A. (2004). Étude comparative des contraintes triaxiales dans le remblai en pâte selon la portée des chantiers. Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées (génie minéral), École Polytechnique de Montréal, Canada, p. 136.

Hambley, DF. (2011) Backfill mining. In SME Mining Engineering Handbook (Vol. 1). Darling, P. (Ed.), SME, pp. 1375-1384.

Handy, R. (1985). The arch in soil arching. J. Geotech. Eng. 111(3): 302–318.

Handy, R. and Spangler, M. (2007) Geotechnical engineering: Soil and Foundation principles and practice. 5th Ed. McGraw Hill, New York

Hartlen, J., Nielsen, J., Ljunggren, L., Martensson, G. and Wigram, S. (1984). Wall pressure in large grain silos. Inventory, pressure measurements, material investigations. Swedish Council for Building Research.

Hassani, F. and Archibald, J. (1998). Mine backfill (CD-ROM), Canadian Institute of Mine, Metallurgy and Petroleum, Montreal, QB, Canada.

Hedley, DGF. (1995) Final report on the stiff backfill project for M.R.D. Mining Research Directorate, Canadian Rockburst Research Program, Sudbury, Ontario, January.

Helinski, M., Fahey, M. and Fourie, A. (2007). Numerical modeling of cemented mine backfill deposition. Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering, 133 (10): 1308-1319.

Helinski, M., Fahey, M. and Fourie, A. (2010). Coupled two-dimensional finite element modelling of mine backfilling with cemented tailings. Canadian Geotechnical Journal, 47(11): 1187-1200.

Helinski, M., Fahey, M. and Fourie, A. (2011). Behaviour of cemented paste backfill in two mine stopes—measurements and modelling. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 137 (2): 171-182.

Hustrulid, WA., Bullock, RL. Eds (2001) Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies, Society for Mining, Metallurgy and Exploration (SME)

Hunt, R. E. (1986). Geotechnical engineering analysis and evaluation. McGraw-Hill, New York.

Itasca (2002). FLAC version 5.0. Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Itasca (2013). FLAC3D version 5.0. Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Iglesia, G. R., Einstein, H.H. and Whitman, RV. (1999) Determination of vertical loading on underground structures based on an arching evolution concept. In Geo-engineering for

underground Facilities. Geo-Institute of the American Society of Civil Engineers (ASCE), Reston, Va. 495-506.

Janssen, H. A. (1895). Versuche über Getreidedruck in Silozellen [Experiments on the grain pressure in silos]. Deutscher Ingenieure [J. Assoc. German Eng.], 39(35): 1045–1049 (in German).

Jaky, J. (1948) Pressure in silos. In Proceedings of the 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam: Balkema, Vol. 1, pp. 103-107.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M. and Li, L. (2015) Numerical simulations to assess the stress state in backfilled stopes with inclined walls. In: Proceeding of the Canadian geotechnical conference. GeoQuebec, Quebec, Canada.

Jahanbakhshzadeh, A. (2016) Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées, Thèse de doctorat, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M. and Li, L. (2016a). Analysis of the stress distribution in inclined backfilled stopes using closed-form solutions and numerical solutions. submitted, Journal of Geotechnical and Geological Engineering.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M. and Li, L. (2016b). A new semi-analytical solution for the stress distribution in inclined backfilled mine stopes. submitted, Journal of Geotechnical and Geological Engineering.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M. and Li, L. (2016c). Three-dimensional stress state in inclined backfilled stopes obtained from numerical simulations and a new closed-form solution. submitted, Canadian geotechnical Journal.

James, M., Li, L. and Aubertin, M. (2004) Evaluation of the earth pressures in backfilled stopes using limit equilibrium analysis. 57th Canadian Geotechnical conference. Session 6F: pp.33-40.

Jung, S.J. and Biswas, K. (2002). Review of current high density paste fill and its technology. Mineral Resources Engineering, **11**(2): 165-182.

Isagon, I., Razavi, M. and Townend, S. (2011). Backfill Practice at Copper Cliff North Mine. CIM Conference & Exhibition 2011 - Mines without Borders, Montreal, Canada.

Kermani, M. F., Hassani, F. P., Isagon, I., Nokken, M. and Haj-Zamani, S. (2011). Investigation into mechanical & microstructural properties of Gelfill. PQ corporations.

Knutsson, S. (1981). Stresses in hydraulic backfill from analytical calculations and in situ measurements. 1st Conf. on Backfill in Mining, Lulea, Sweden.

Kutzner, C. (1997) Earth and rockfill dams: Principles of design and construction. Balkema, Rotterdam.

Ladanyi, B. and Hoyaux, B. (1969) A study of the trap-door problem in a granular mass. Can.Geotech. J. 6(1):1-14.

Lambe, T. W. and Whitman, RV. (1979) Soil Mechanics, John Wiley & Sons.

Le Roux, K. (2004). Liquefaction analysis of early age cemented paste backfill. *In* Proceeding of the 8th Symposium on mining with Backfill, pp. 223-241.

Le Roux, K., Bawden, W. and Grabinsky, M. (2005). Field properties of cemented paste backfill at the Golden Giant mine. Mining Technology: Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, Section A, **114**(2): 65-80.

Li, L., Aubertin, M., Simon, R., Bussiere, B. and Belem, T. (2003) Modelling arching effects in narrow backfilled stopes with FLAC. In Proceedings of the 3rd International FLAC Symposium, Sudbury, Ont., 21–24 October 2003. pp. 211–219.

Li, L., Aubertin, M., Belem, T., Simon, R., James, M. and Bussière, B. (2004) A 3D analytical solution for evaluating earth pressures in vertical backfilled stopes, Proceedings of the 57TH Canadian geotechnical conference, GeoQuebec, Canada, pp. 24-27.

Li, L., Aubertin, M. and Belem, T. (2005) Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, **42**(6): 1705-1717

Li, L., Aubertin, M. and Belem, T. (2006) Erratum: Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, **43**(3): 338-339

Li, L., Aubertin, M., Shirazi, A., Belem, T. and Simon, R. (2007) Stress distribution in inclined backfilled stopes. MINEFILL 2007, April 29- May 2, 2007, Montreal, Quebec, Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), #2510

Li, L. and Aubertin, M. (2008) An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, **45**(10): 1487-1496

Li, L. and Aubertin, M. (2009a) Numerical investigation of the stress state in inclined backfilled stopes. Int. J. Geomech., 9(2): 52-62.

Li, L. and Aubertin, M. (2009b) A three-dimensional analysis of the total and effective stresses in submerged backfilled Stopes. G Geotech Geol. Eng, 27(4): 559-569.

Li, L. and Aubertin, M. (2009c). Influence of water pressure on the stress state in backfill with Cohesionless Stopes. Geotech. Geol. Eng. 27(1): 1-11.

Li, L. and Aubertin, M. (2009d). Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part I: Fully Drained conditions. Can. Geotech. J., 46(1): 37-46.

Li, L. and Aubertin, M. (2009e). Horizontal pressure on barricades for backfilled stopes. Part II: Submerged conditions. Can. Geotech. J., 46(1): 47-56.

Li, L. and Aubertin, M. (2010a) An analytical solution for the nonlinear distribution of effective and total stresses in vertical backfilled stopes. Geotech Geol. Eng 5(4): 237-245.

Li, L., Aubertin, M. and Shirazi, A. (2010b). Implementation and application of a new elasto-plastic model based on a multiaxial criterion to assess the stress state near underground openings. Int. J. Geomech. 10(1): 13-21.

Li, L., Dube, J.S. and Aubertin, M. (2013). An extension of Marston's solution for the stresses in backfilled trenches with inclined walls. Geotech. Geol. Eng. 31: 1027-1039.

Liston, D. (2014) Utilisation of cemented rockfill, cemented hydraulic fill and paste to successfully achieve ore production expansion to 2 Mtpa at Chelopech Mine. In Mine Fill 2014, Y Potvin and AG Grice (eds), Australian Centre for Geomechanics, Perth, Australia.

Liu, G. S., Li, L., Yang, X. C. and Guo, L. J. (2016a). A numerical analysis of the stress distribution in backfilled stopes considering nonplanar interfaces between the backfill and rock walls. International Journal of Geotechnical Engineering., 10 (3): 271-282.

Liu, G. S., Li, L., Yang, X. C. and Guo, L. J. (2016b). Numerical analysis of stress distribution in backfilled stopes considering interfaces between the backfill and rock walls. Int. J. Geomech., 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000702.

Marston, A. (1930) The theory of external loads on closed conduits in the light of the latest experiments. Highway Research Board.

McCarthy, David F. (1988) Essentials of soil mechanics and foundations: basic geotechnics. Prentice Hall, Englewwod Cliffs, N.J.

McCarthy, David F. (2007) Essentials of soil mechanics and foundations, 7th edn. Prentice Hall, New Jersey.

Mestat, P. (2007). Introduction à la modélisation par élément finis des ouvrages de géothechnique.

Mitchell, R. (1989). Stability of cemented tailings mine backfill. In Proceedings of computer and physical modelling in geotechnical engineering. Edited by Balasubramaniam et al., A.A. Balkema, Rotterdam, pp. 501-507

Michalowski, R.L. and Park, N. (2005). Arching in granular soils. In: Proc.. of the First Japan - U.S. Workshop on Testing, Modeling, and Simulation, June 27-29, 2003, Boston, MA. ASCE Geotechnical Special Publication No. 143, 255-268.

Narvaez, B., Aubertin, M. and Saleh-Mbemba, F., (2015). Determination of the tensile strength of unsaturated tailings using bending tests. Can Geotech journal. 52:1–12

Ooi, J.Y. and Rotter, J.M., (1990). Wall pressures in squat steel silos from simple finite element analysis. Comput. Struct., **37**(4): 361–374.

Ouellet, J., Benzaazoua, M. and Servant, S. (1998a). Mechanical, mineralogical and chemical caracterisation of paste backfill. *In* Proceeding of the 4th International Conference on Tailings and Mine Waste, Rotterdam, Balkema, pp. 139-146.

Ouellet, J., Bidwell, T.J. and Servant, S. (1998b). Physical and mechanical charaterisation of paste backfill by laboratory and in-situ testing. *In* Minefill 98-Proceedings of the 6th International Symposium on Ining with Backfill, Brisbane, Australie, pp. 249-253.

Ouellet, S., Bussière, B., Mbonimpa, M., Benzaazoua, M. and Aubertin, M. (2006). Reactivity and mineralogical evolution of an underground mine sulphidic cemented paste backfill. Minerals Engineering, **19**(5): 407-419.

Patki, M., Mandal, J. and Dewaikar, D. (2015) Determination of passive earth pressure coefficients using limit equilibrium approach coupled with Kötter equation. Canadian Geotechnical Journal, 52: 1-14.

Peregeodova, A. (2012). Étude expérimentale des propriétés hydrogéologiques des roches stériles à une échelle intermédiaire de laboratoire. Mémoire de Maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada

Pierce, M.E., Bawden, W.F. and Paynter, J.T. (1998). Laboratory testing and stability analysis of paste backfill at the Golden Giant mine *In* Minefill 98-Proceeding of the 6th International Symposium on Mining with Backfill, Brisbane, Australie, pp. 159-165.

Pirapakaran, K. and Sivakugan, N. (2006) Numerical and experimental studies of arching effects within mine fill slopes. In 6th International Conference on Physical Modelling in Geotechnics - Physical Modelling in Geotechnics - 6th ICPMG '06, August 4, 2006 - August 6, 2006. Taylor and Francis/Balkema, Hong Kong, China, pp. 1519-1525.

Pirapakaran, K. and Sivakugan, N. (2007) Arching within hydraulic fill stopes. Geotech Geol. Eng., 25(1), 25-35.

Pirapakaran, K. (2008) Load-deformation characteristics of minefills with particular reference to arching and stress developments. PhD Thesis, James Cook University, Australia.

Potvin, Y., Thomas, E. and Fourie, A. (2005). Handbook on mine fill. Australian Centre of Geomechanics, Univ. of Western Australia, Nedlands, Australia.

Rankine, K. and Sivakugan, N. (2005). Drainage characteristics and behaviour of hydraulically placed mine fill and fill barricades. (Vol. 16, pp. 579)AA BALKEMA PUBLISHERS.

Rankine, R. and Sivakugan, N. (2007). Geotechnical properties of cemented paste backfill from Cannington Mine, Australia. Geotechnical and Geological Engineering, 25(4), 383-393.

Reid, C., Aubertin, M., Deschênes, L., Bussière, B. and Bécaert, V. (2007). Application of life cycle assessment (LCA) to sulphidic tailings management. In Mining and the Environment IV Conference, 19-27 October 2007, Sudbury, Ontario.

Reid, C., Bécaert, V., Aubertin, M., Rosenbaum, R.K. and Deschênes, L. (2008). Life cycle assessment of mine tailings management in Canada. Journal of Cleaner Production. 17(4): 471-479.

Robinsky, EI. (1975). Thickened discharge – A new approach to tailings disposal. Canadian Mining Metallurg Bulltein. 68:47–53.

Richards, J.C. (1966). The storage and recovery of particulate solids. Institution of Chemical Engineers, London.

Saeidi, A., Rashidi, M., Fatahi, A. and Dehghani, M. (2005). Amend and optimization the support system of gallery of Hojedk coal mine,

Saeidi, A., Deck O., Verdel, T. and Rouleau A. (2013). Adjusting the influence function method for subsidence prediction. Key Eng Mater, 553, pp. 59–66

Salencon, J. (1969). Contraction quasi-statique d'une cavite a symetrie spherique ou cylindrique dans un milieu elasto-plastique. Annales des ponts et chaussées, 4, 231-236.

Singh, K. H. and Hedley, D.G.F. (1981). Review of fill mining technology in Canada. In : Proceedings of the Conference on the Application of Rock Mechanics to Cut and Fill Mining. Edited by O. Stephansson, and M.J. Jones. Institution of Mining and Metallurgy, London : 11-24.

Singh, S., Sivakugan, N. and Shukla, S. K. (2010). Can Soil Arching Be Insensitive to ϕ'. Int. J. Geomech., 10(3): 124–128.

Singh, S., Shukla SK. and Sivakugan, N. (2011) Arching in inclined and vertical mine stopes. Geotech Geol. Eng, 29(5): 685-693.

Sivakugan, N. and Rankine, K. S. (2006). A simple solution for drainage through a 2-dimensional hydraulic fill stope. Geotechnical and Geological Engineering, 24(5), 1229-1241.

Sivakugan, N., Widisinghe, S. and Wang, V. (2013) Vertical Stress Determination within Backfilled Mine Stopes. Int. J. Geomech., 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000367, 06014011

Sobhi, MA. (2014) Analyse numérique visant l'évaluation du coefficient de pression des terres et des contraintes dans des chantiers remblayés au-dessus d'un pillier-dalle, MASc Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC.

Sobhi, M.A., Li, L. and Aubertin, M. (2014). Numerical investigation of the lateral earth pressure coefficient along the VCL of vertical backfilled stopes. GeoRegina 2014: Engineering for the Extremes, 67th CGS Conference, Regina, SK.

Sobhi, MA., Li, L. and Aubertin, M. (2016) Numerical investigation of the earth pressure coefficient along the central line of backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, ID: cgj-2016-0165.R3 (accepted for publication).

Spangler, M.G. and Handy, R.L. (1984). Soil engineering. Harper and Row, New York.

Take, W. and Valsangkar, A. (2001) Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width. Canadian Geotechnical Journal, **38**(6): 1220-1230.

Terzaghi, K. (1943) Theoretical soil mechanics. Wiley New York.

Thomas, E.G., and Vance, W.E. (1969). Characteristics of hydraulic fill – Portland cement mixtures. Proceeding of Rock Mechanics Symposium. Sydney University.

Thomas, E.G., Nantel, J.H. and Notley, K.R. (1979). Fill technology in underground metalliferous mines. International Academic Services, Kingston, Canada.

Thompson, B.D., Granbinsky, M.W., Bawden, W.F. and Counter, D.B. (2009). In-situ measurements of cemented paste backfill in longhole stopes. In Proceedings of the 3rd Canada–US Rock Mechanics Symposium and 20th Canadian Rock Mechanics Symposium (RockEng09). May 2009. Toronto, Ont. Canada. Paper 4061.

Thompson, B.D., Bawden, W.F. and Granbinsky, M.W. (2010). Monitoring barricade performance in a cemented paste backfill operation. In Paste Toronto, p. 185.

Thompson, B.D., Grabinsky, M. and Bawden, W. (2011). In situ monitoring of cemented paste backfill pressure to increase backfilling efficiency. CIM Journal, 2(4): 1-10.

Thompson, B.D., Bawden W. and Grabinsky, M. (2012). In situ measurements of cemented paste backfill at the Cayeli Mine. Can. Geotech. J., 49(7): 755–772.

Ting, C., Shukla, S. and Sivakugan, N. (2011) Arching in Soil Applied to Inclined Mine Stope. Int. J. Geomech. 11(1): 29-35.

Ting, C. H., Sivakugan, N. and Shukla, S. K. (2012). "Laboratory simulation of the stresses within inclined stopes." ASTM geotechnical testing journal, 35(2), 280-294.

Ting, C. H., Sivakugan, N., Read, W. and Shukla, S. K. (2014). "Analytical Expression for Vertical Stress within an Inclined Mine Stope with Non-parallel Walls." Geotechnical and Geological Engineering, 32(2), 577-586.

Van Horn, D. (1964). A study of loads on underground structures. Proceedings of the Symposium on Soil-Structure Interaction.

Veenstra, R. (2013). A design procedure for determining the in situ stresses of early age cemented paste backfill. PhD Thesis, University of Toronto, Canada.

Whidden, WR. (2009) Buried flexible steel pipe: Design and structure analysis. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice (MOP) MOP 119.

Winch, C. (1999). Geotechnical characteristics and stability of paste backfill at BHP Cannington Mine. B. E. Hons Thesis, James Cook University, Townsville, Australia.

Witteman, M. and Simms, P. (2011). Hydraulic response in cemented paste backfill during and after hydration. Proceedings of the 13th international Conference on Paste and Thickened Tailings, Toronto, Ontario. pp. 199-208.

Xu, Y. and Zhang, L. (2009) Breaching parameters for earth and rockfill dams. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 135(12): 1957-1970.

Yang, X. L. (2007). Upper bound limit analysis of active earth pressure with different fracture surface and nonlinear yield criterion. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 47(1), 46-56.

Yang, PY., Li, L., Aubertin, M., Brochu-Baekelmans, M. Ouellet, S. (2016). Stability analyses of barricades made of waste rocks to retain cemented paste backfill. Int. J. Geomech. (accepted).

Yang, PY. (2017). Investigation of the hydro-mechanical behavior of backfill in mine stopes and barricade drifts, PhD Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, University of Polytechnique Montreal, Montreal, QC

Yilmaz, E. (2010). Investigating the Hydrogeotechnical and Microstructural Properties of Cemented Paste Backfill using the CUAPS Apparatus (Ph.D, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue).

Yumlu, M. and Guresci, M. (2007). Paste backfill bulkhead monitoring – A case study from Inmet's Cayeli mine, Turkey. *In* Proceedings of the 9th International Symposium in Mining with Backfill, April 29-May 2, 2007, Montreal, Quebec, Canada. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM).

Zhang, Q., Zhang, J., Huang, Y. and Ju, F. (2012). Backfilling technology and strata behaviors in fully mechanized coal mining working face. International Journal of Mining Science and Technology, 22(2), 151-157.

ANNEXES

ANNEXE A – EXERCICES POUR LA VALIDATION DES CODES FLAC ET SIGMA/W 2007

Pour utiliser les codes FLAC, FLAC^{3D} et SIGMA/W 2007, il faut avant tout s'assurer que ces outils soit fiables et qu'ils fournissent des résultats corrects et conformes aux modèles analytiques existants pour des lois de comportement de matériaux différentes. Dans ce qui suit, on présentera la validation de l'utilisation des codes FLAC et SIGMA/W. Cette validation assiste aussi à maitriser le logiciel et la procédure de simulation et pour vérifier les limitations du logiciel.

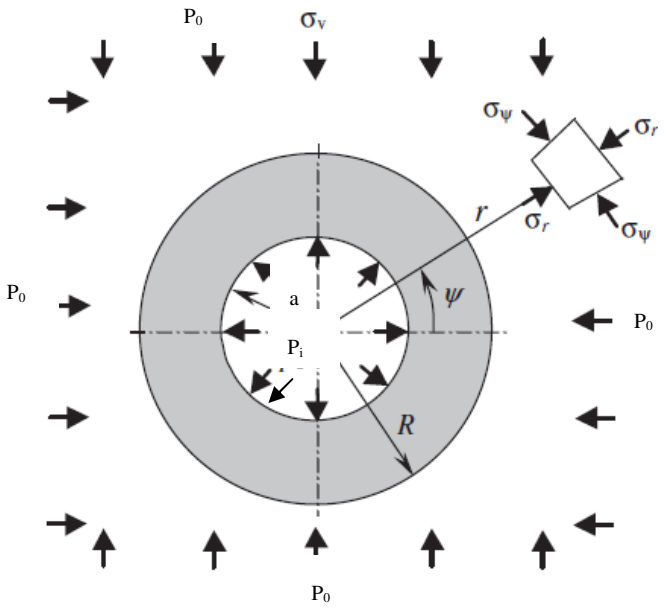


Figure A-1 : Ouverture circulaire soumise à une pression externe hydrostatique et une pression interne (Li & Aubertin, 2009a)

Tableau A-1: Paramètres utilisés pour différentes simulations avec FLAC et SIGMA/W

Paramètres	Cas A1 (élast-Plastique (Salençon), FLAC)	Cas A2 (élast-Plastique (Salençon), SIGMA)	CasA3 (élastique (Hiramatsu et Oka), FLAC)	Cas A4 (élastique (Hiramatsu et Oka), SIGM)	Cas A5 (élastique (Hiramatsu et Oka), FLAC^{3D})
Poids volumique (kN/m^3)	25	25	25	25	25
Module d'Young (Gpa)	5	5	5	5	5
Coefficient de Poisson	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
Cohésion	3.6 MPa	3.6 MPa	----	----	----
Sngle de frottement interne ($^\circ$)	30	30	----	----	----
Angle de dilatance ($^\circ$)	0	0	----	----	----
	Figure A-3 à A-5	Figure A-6 à A-8	Figure A-9 à A-11	Figure A-12 à A-13	Figure A-14 à A-16

Cas 1 :

Les contraintes dans la zone élastiques sont données (Salençon, 1969):

$$\sigma_r = -p_0 + (p_0 - \sigma_{re}).\left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \qquad (A.1)$$

$$\sigma_\theta = -p_0 - (p_0 - \sigma_{re}).\left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \qquad (A.2)$$

$$R_0 = a\left[\frac{2}{K_p+1}\frac{P_0+\frac{q}{K_P-1}}{P_i+\frac{q}{K_P-1}}\right]^{1/(K_P-1)} \quad (A.3)$$

$$\sigma_{re} = \frac{2p_0 - q}{K_p+1} \quad (A.4)$$

où

$$K_p = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$$
$$q = 2c\tan(45+\frac{\phi}{2}) \quad (A.5)$$

p_0: Contrainte initiale;

P_i: Contrainte appliquée;

r: Distance par rapport au centre du cylindre.

a: Rayon du cylindre

ϕ : Angle de frottement interne

c : Cohésion du massif

σ_{re} : Contrainte radiale à l'interface élastique-plastique

σ_θ: Contraintes tangentielles

σ_r: Contraintes radiales

Les contraintes dans la zone plastique sont données par les équations suivantes:

$$\sigma_r = \frac{q}{K_p-1} - (P_i+\frac{q}{K_p-1})\left(\frac{r}{a}\right)^{K_p-1} \quad (A.6)$$

$$\sigma_\theta = \frac{q}{K_p-1} - K_p(P_i+\frac{q}{K_p-1}\left(\frac{r}{a}\right)^{K_p-1} \quad (A.7)$$

- Simulation du cas A1 :

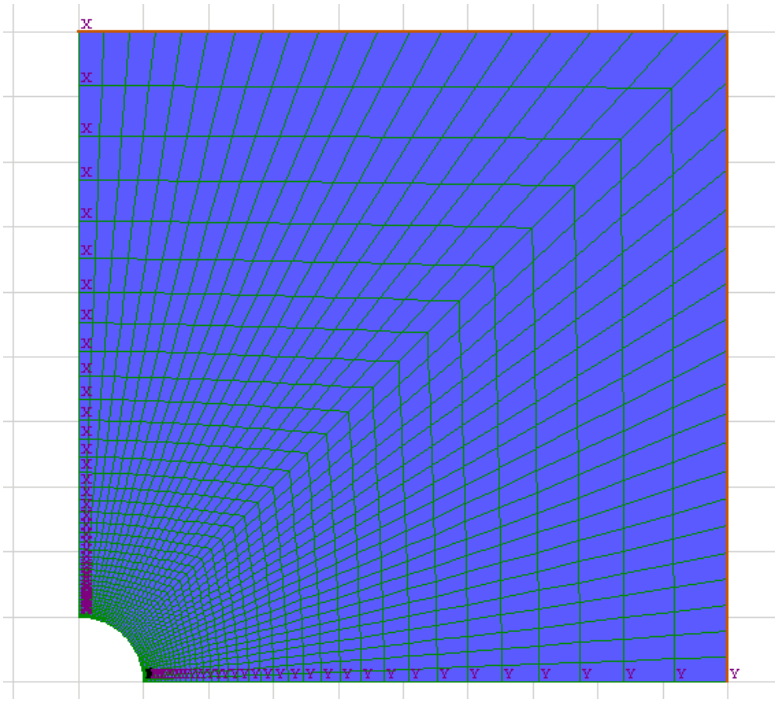


Figure A-2 : Modèle, maillage et conditions aux limites du modèle avec FLAC

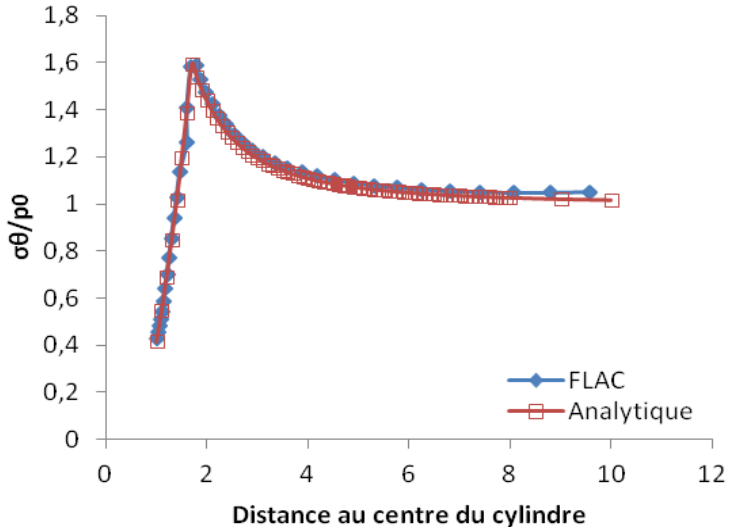


Figure A-3: Contraintes tangentielles en fonction de la distance au centre de la cavité.

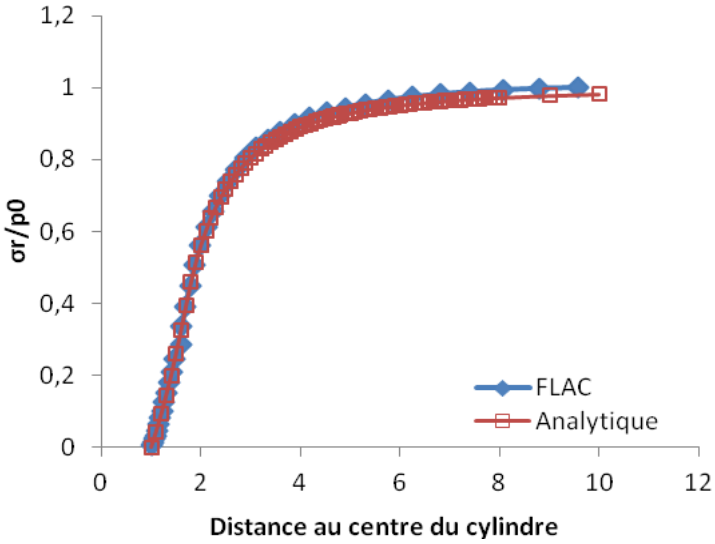


Figure A-4 : Contraintes radiales en fonction de la distance au centre de la cavité

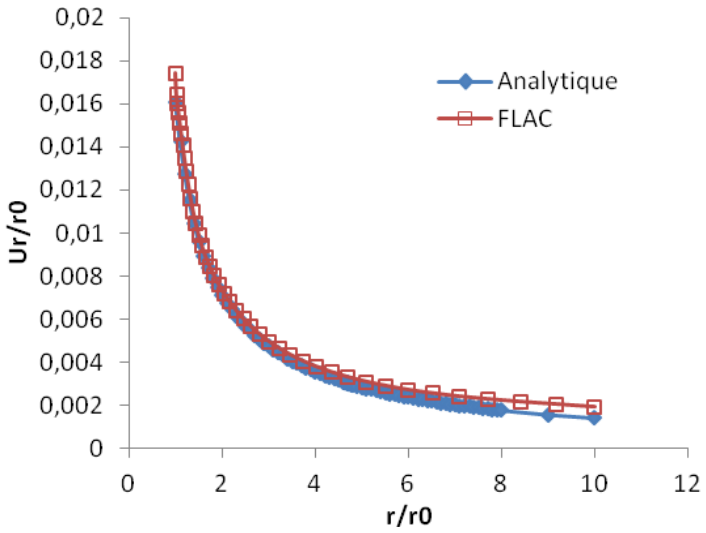


Figure A-5 : Déplacement radiale en fonction de la distance au centre de la cavité

- Simulation du cas A2 :

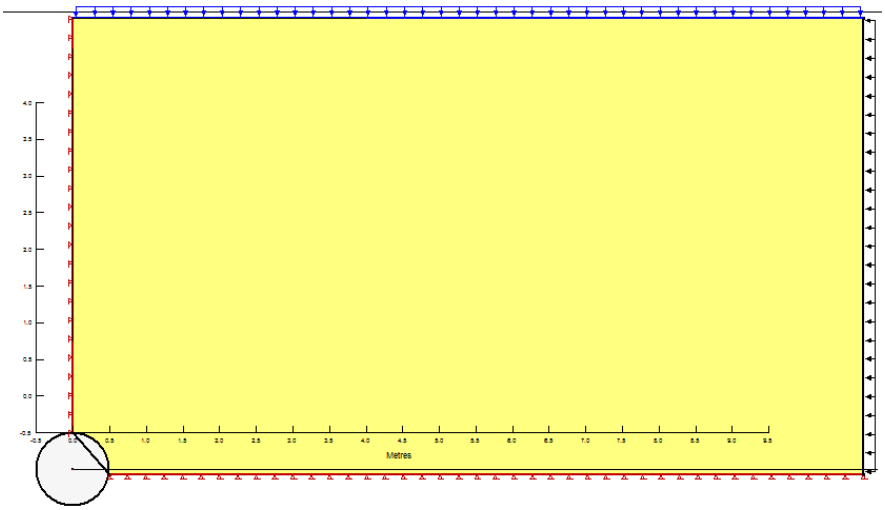


Figure A-6 : Modèle et conditions aux limites du modèle avec SIGMA/W

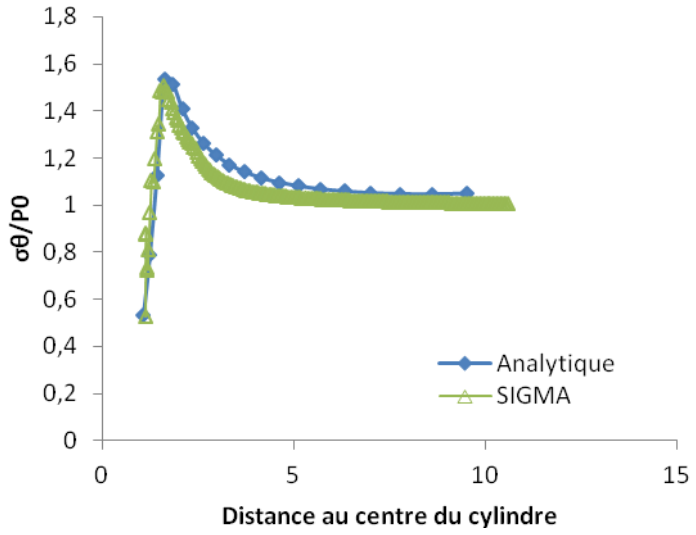


Figure A-7: Contraintes tangentielles en fonction de la distance au centre de la cavité.

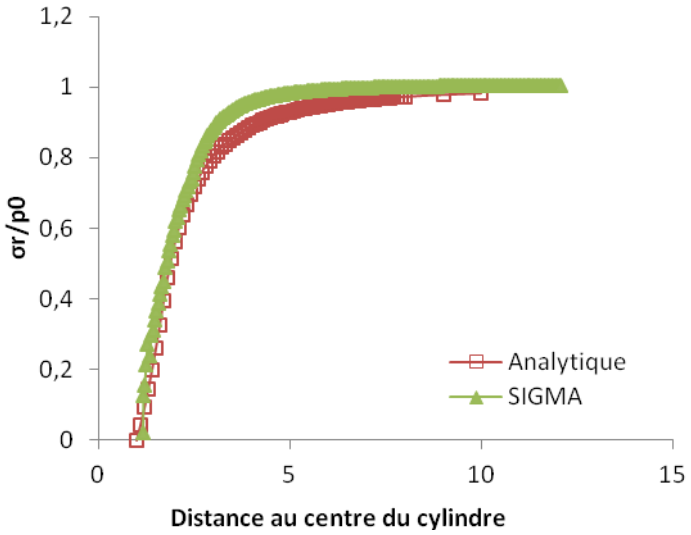


Figure A-8 : Contraintes radiales en fonction de la distance au centre de la cavité.

On a changé la condition aux limites de notre modèle, figure A-9.

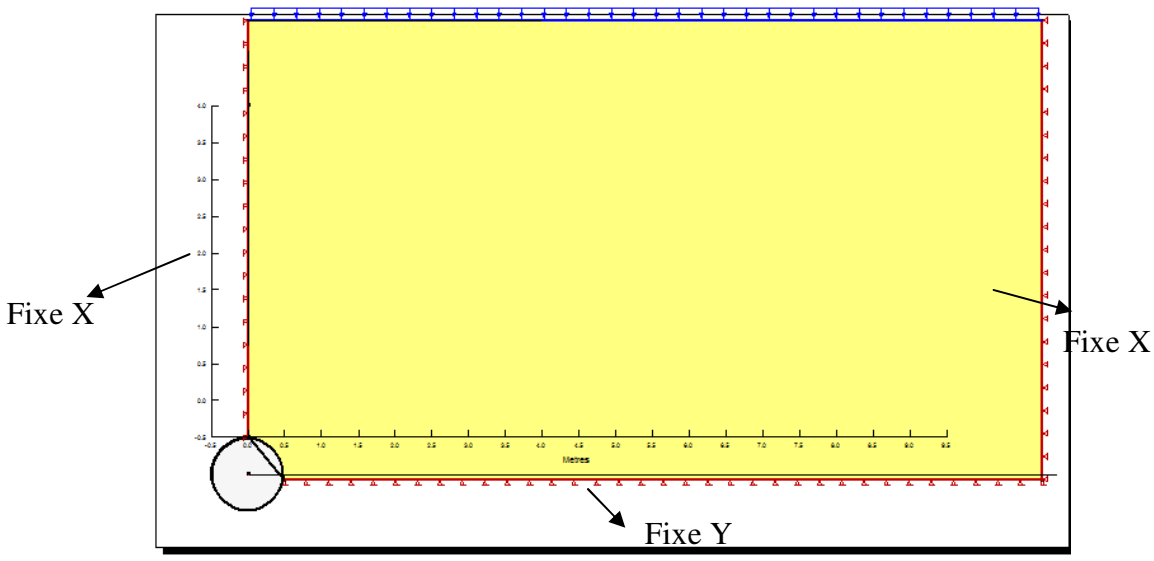


Figure A-9 : Modèle et conditions aux limites du modèle avec SIGMA/W

- Simulation du cas 3 (Élastique) :

Les résultats de la solution analytique de Hiramatsu and Oka (1962) ont été comparés aux résultats numériques obtenus avec FLAC

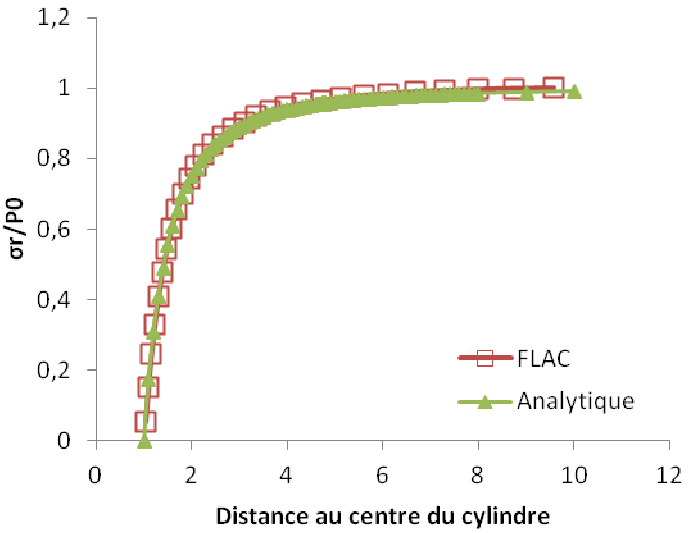


Figure A-10 : Contraintes radiales en fonction de la distance au centre de la cavité.

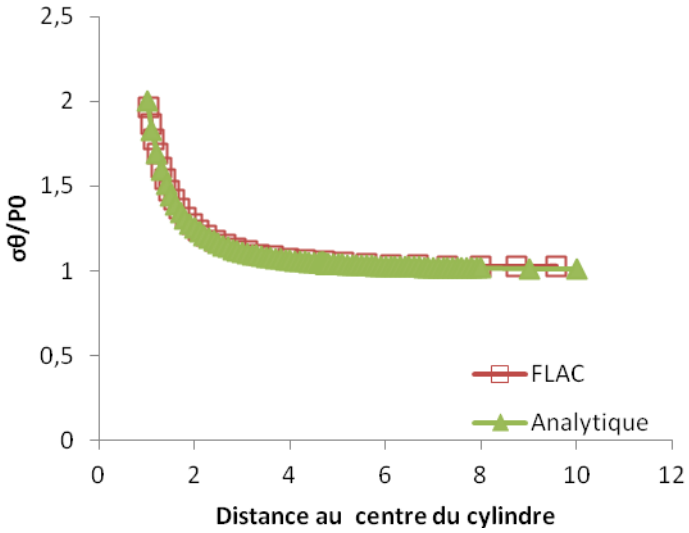


Figure A-11: Contraintes tangentielles en fonction de la distance au centre de la cavité.

- Simulation du cas 4 (Élastique) :

Les résultats de la solution analytique de Hiramatsu and Oka (1962) ont été comparés aux résultats numériques obtenus avec SIGMA/W.

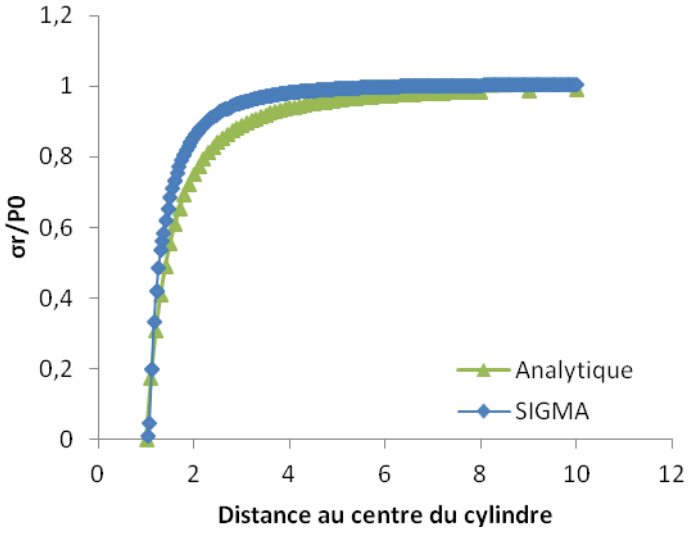


Figure A-12 : Contraintes radiales en fonction de la distance au centre de la cavité.

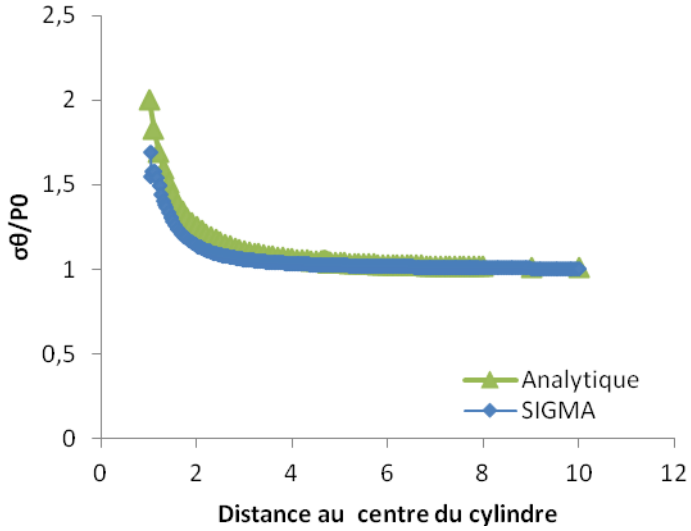


Figure A-13: Contraintes tangentielles en fonction de la distance au centre de la cavité.

- Simulation du cas 5 (Élastique, FLAC^{3D}) :

On applique un état de contrainte initial de 30 MPa. Le rayon de la cavité est de 1 m, inférieur à la longueur du cylindre, afin de respecter la condition de déformations planes.

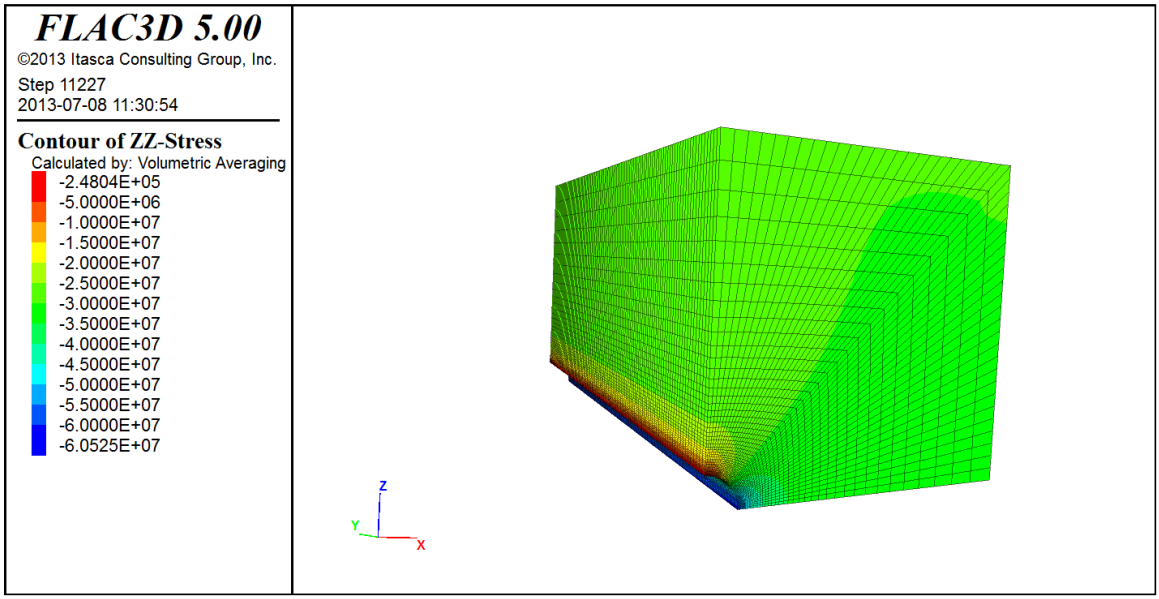


Figure A-14 : Modèle, maillage et conditions aux limites du modèle de FLAC

Les résultats de la solution analytique de Hiramatsu and Oka (1962) ont été comparés aux résultats numériques obtenus avec FLAC (en 2D).

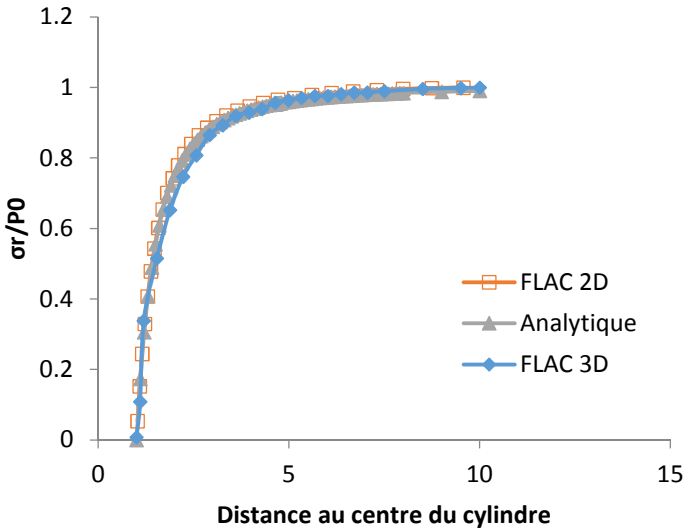


Figure A-15 : Contraintes radiales en fonction de la distance au centre de la cavité.

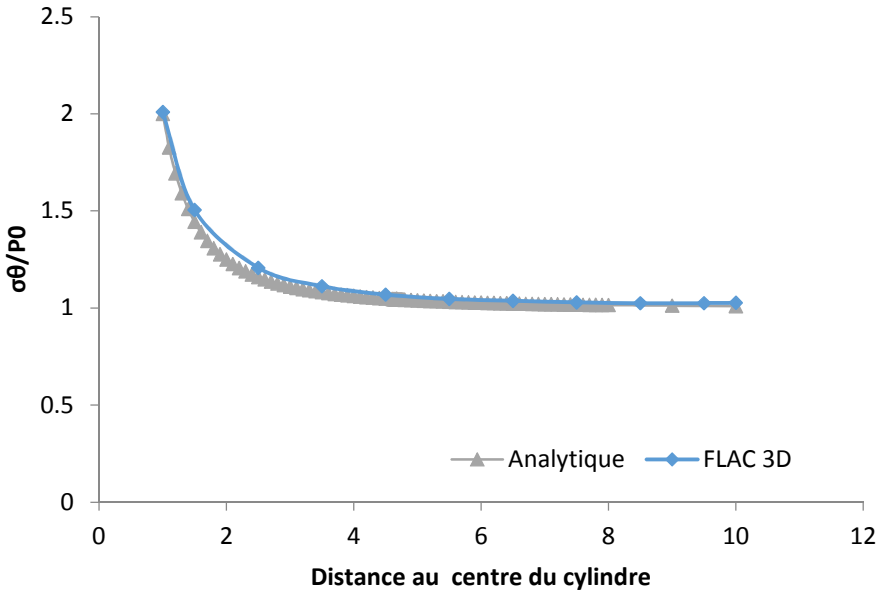


Figure A-16: Contraintes tangentielles en fonction de la distance au centre de la cavité.

Annexe B - Résultats supplémentaires de l'évaluation paramétrique

Cette section présente les résultats complémentaires aux chapitres 3, 4, 5 et 6, incluant l'effet du coefficient de Poisson υ (avec et sans relation avec la valeur de ϕ), l'effet de la largeur sur la valeur de K (correspondant au chapitre 4), l'effet de l'angle de frottement interne sur la valeur de K (correspondant au chapitre 4), l'effet de la largeur sur l'état des contraintes (correspondant au chapitre 4), l'effet de l'angle de friction interne sur l'état des contraintes (correspondant au chapitre 4), l'effet de l'angle d'inclination (β = 75° et 85°) sur l'état des contraintes (correspondant au chapitre 4), l'effet de la longueur du chantier (en 3D) sur l'état des contraintes (correspondant au chapitre 5) et l'effet de l'angle de dilatance sur l'état des contraintes (correspondant au chapitre 6).

B1 – Effet du coefficient de Poisson

On a voulu évaluer l'influence du coefficient de Poisson avec et sans relation avec la valeur de ϕ sur les contraintes verticales. Dans ces travaux, nous avons utilisé les caractéristiques du chantier et du remblai défini au cas 0 du tableau 3.1 avec et sans une relation explicite entre le coefficient de Poisson υ et la valeur de ϕ (ϕ =30° et υ = 0,33; ϕ =30° et υ = 0,2). Les figures (B1-1, B1-2 et B1-3) montrent l'influence du coefficient de Poisson du remblai sur les contraintes verticales. On a fait varier le coefficient de Poisson de 0,2 à 0,33 sans changer la valeur de ϕ.

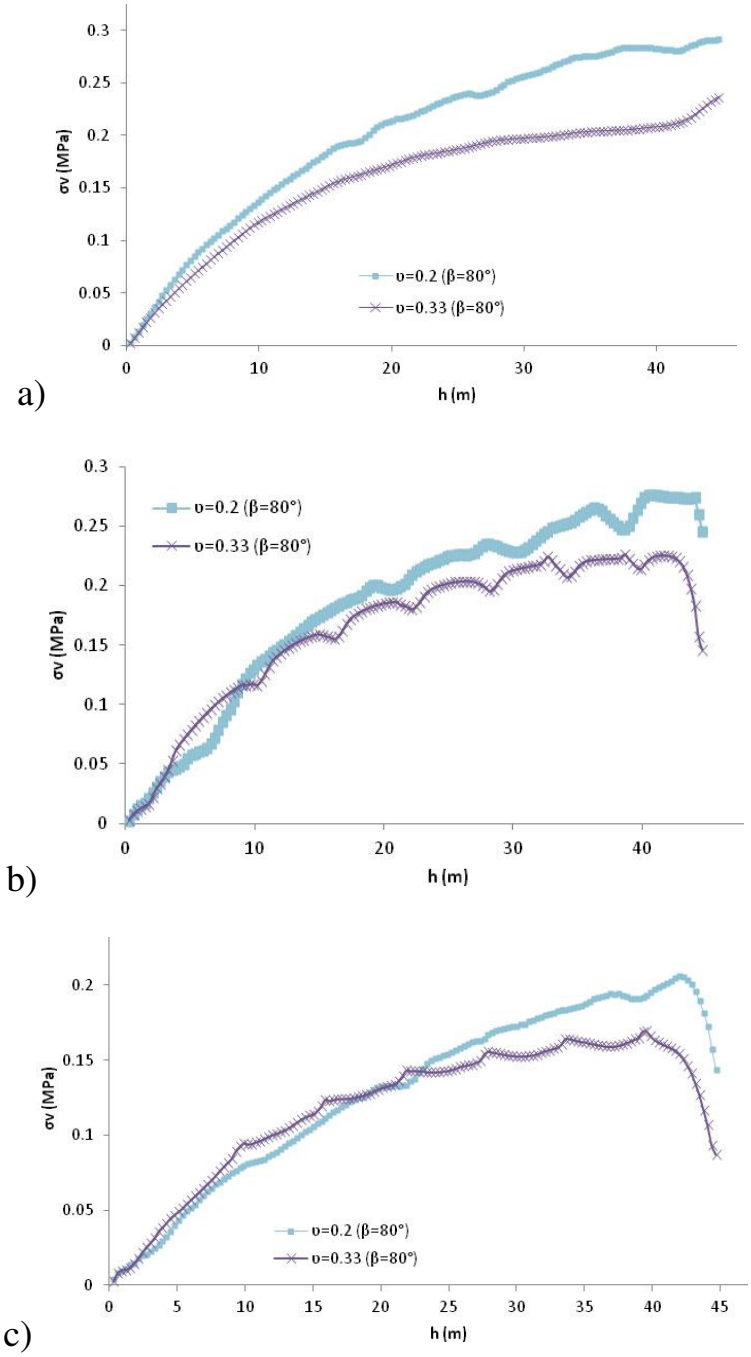
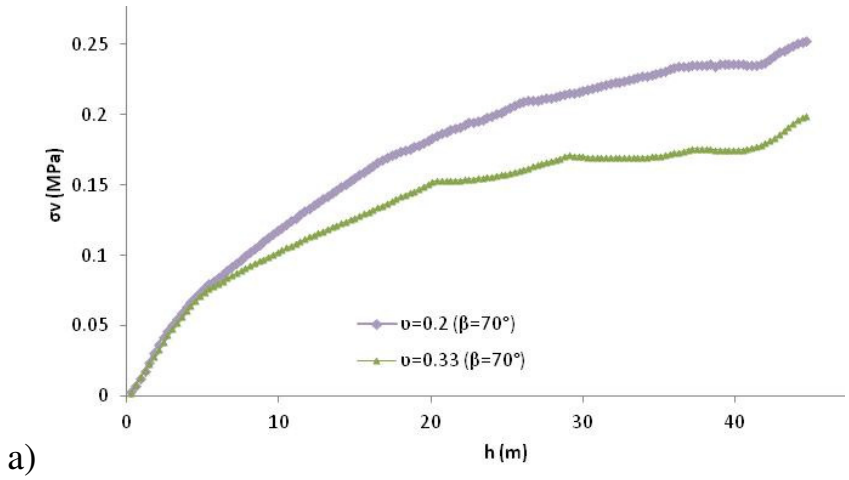
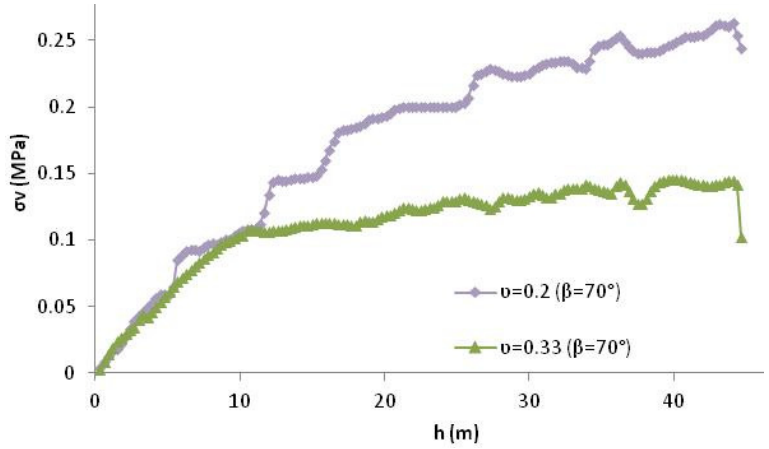


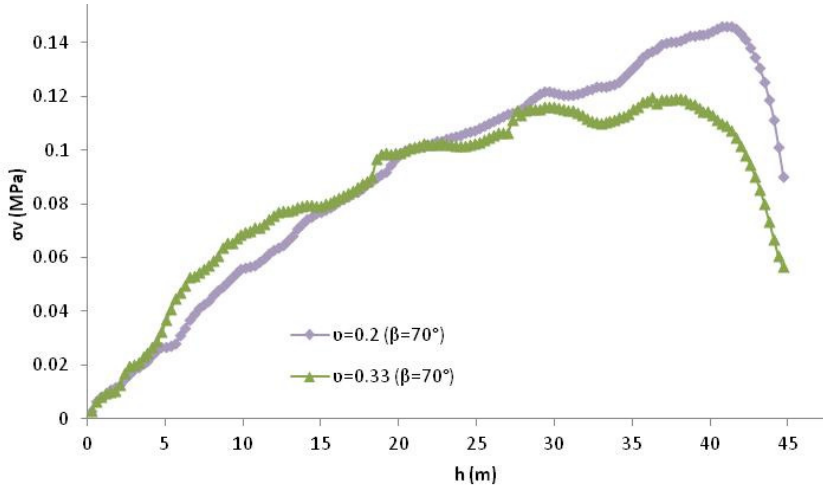
Figure B1-1 : Variation des contraintes verticales en fonction de la hauteur *h*, pour différentes valeurs du coefficient de Poisson ($\upsilon = 0.33$ et 0.2) avec $\phi = 30^{\circ}$ pour un chantier incliné avec $\beta = 80^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW.



a)

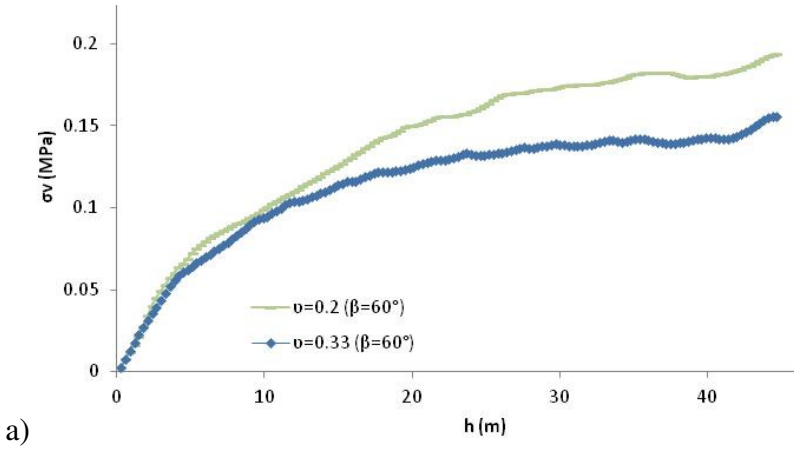


b)

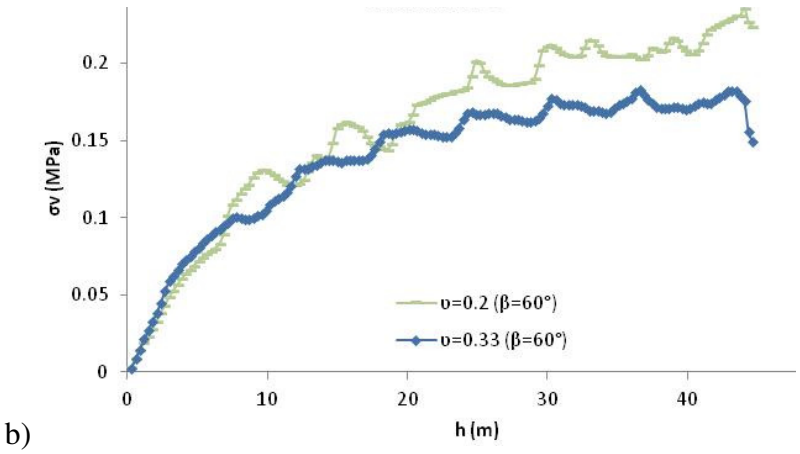


c)

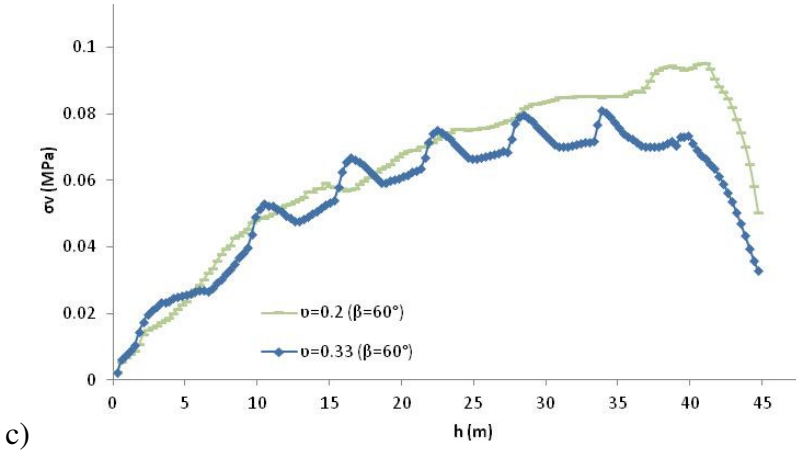
Figure B1-2 : Variation des contraintes verticales en fonction de la hauteur *h*, pour différentes valeurs du coefficient de Poisson ($\upsilon = 0.33$ et 0.2) avec $\phi = 30^{\circ}$ pour un chantier incliné avec $\beta = 70^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW.



a)



b)



c)

Figure B1-3 : Variation des contraintes verticales en fonction de la hauteur *h*, pour différentes valeurs du coefficient de Poisson ($\upsilon = 0.33$ et 0.2) avec $\phi = 30^{\circ}$ pour un chantier incliné avec $\beta = 60^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW.

B2 – Effet de l'étape de remblayage du chantier sur l'état des contraintes

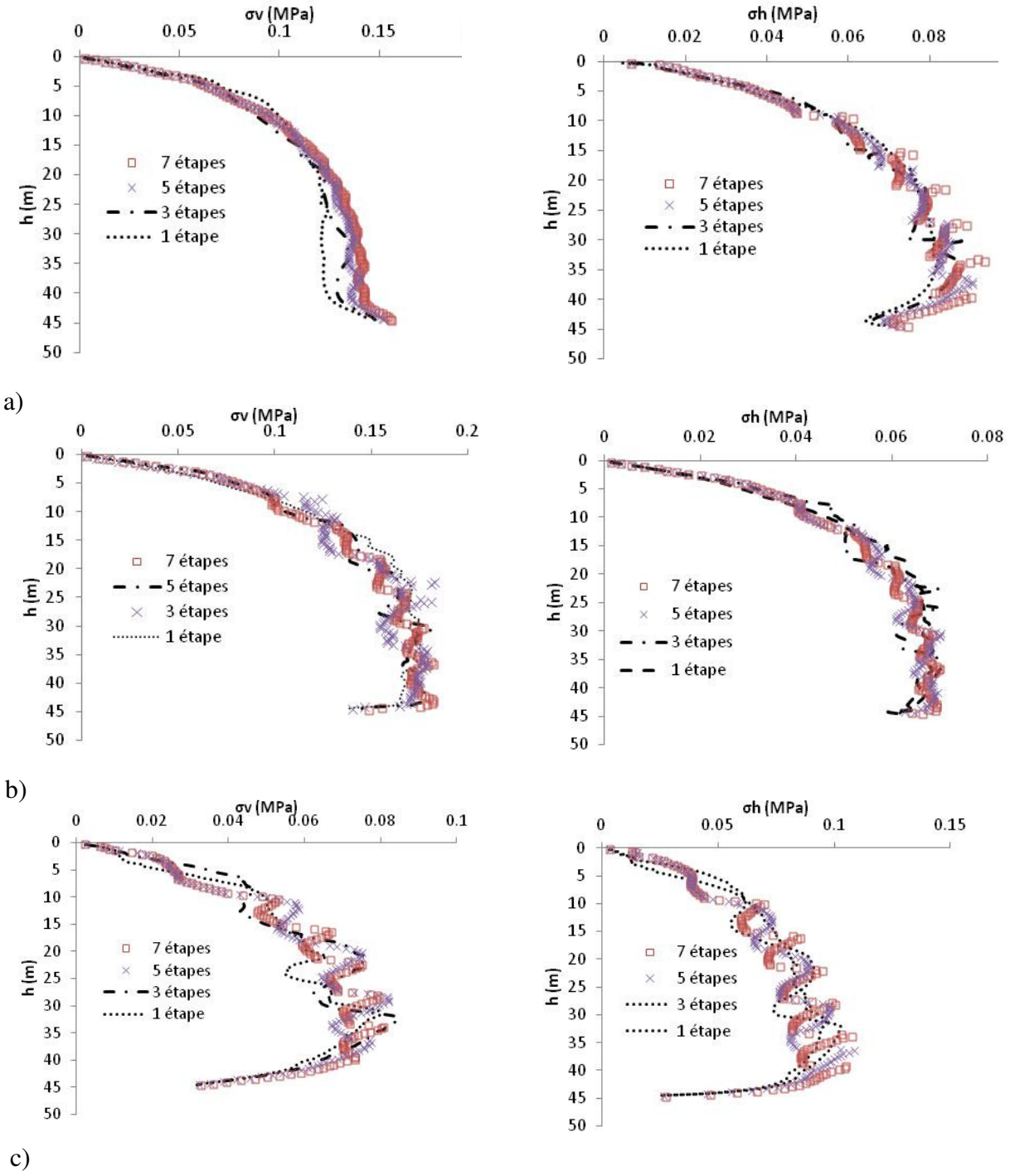
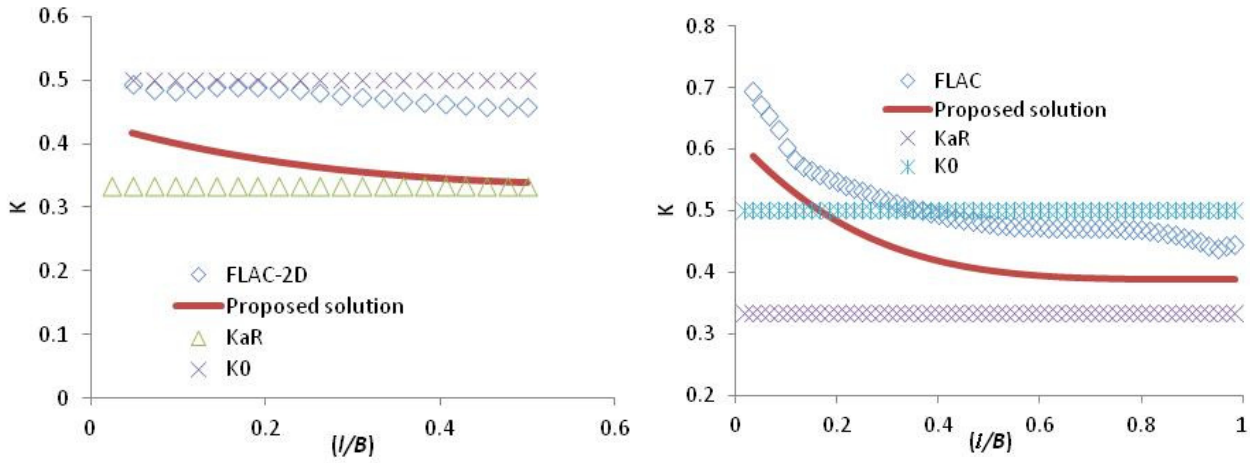


Figure B2-1 : Distribution des contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur *h*, avec une seule étape et plusieurs étapes de remblayage pour un chantier incliné avec $\beta = 60^{\circ}$ ($\upsilon =$ 0,33 et $\phi = 30^{\circ}$) : a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte HW

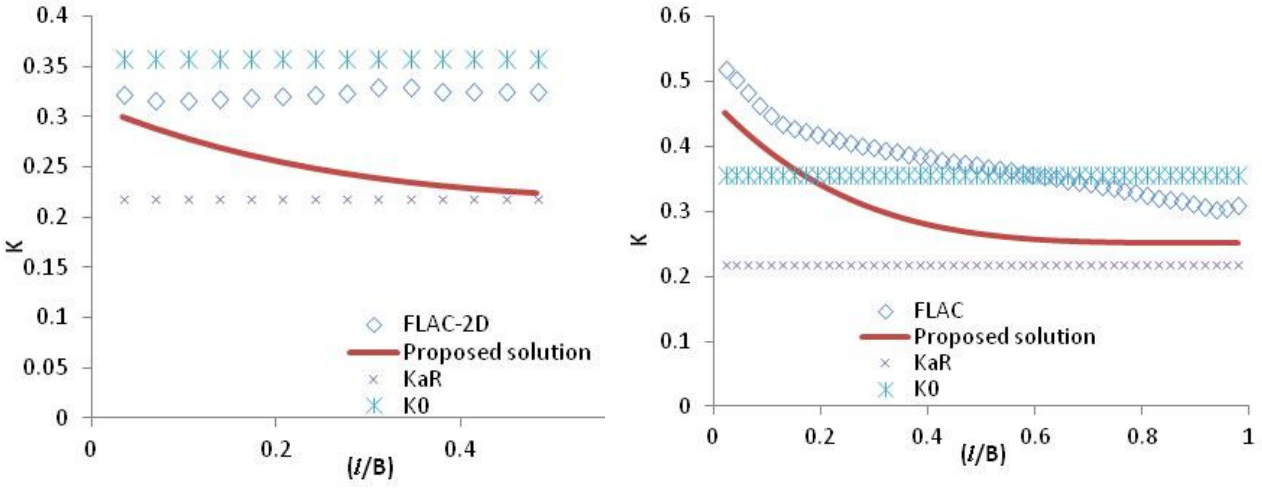
B3 : Effet de la largeur du chantier (en 2D) sur la valeur de *K*



a) b)

Figure B3-1 : Comparaison entre les valeurs de K ($= \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éq. 4.3); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; (B = 20 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33): a) $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 80^{\circ}$ (correspondante est présentée dans la figure 4.5).

B4 : Effet de l'angle de frottement interne du remblai (en 2D) sur la valeur de *K*



a) b)

Figure B4-1 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éq. 4.3); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; (B = 6 m, ϕ=40°, υ = 0,21): a) $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 80^{\circ}$ (correspondante est présentée dans la figure 4.6).

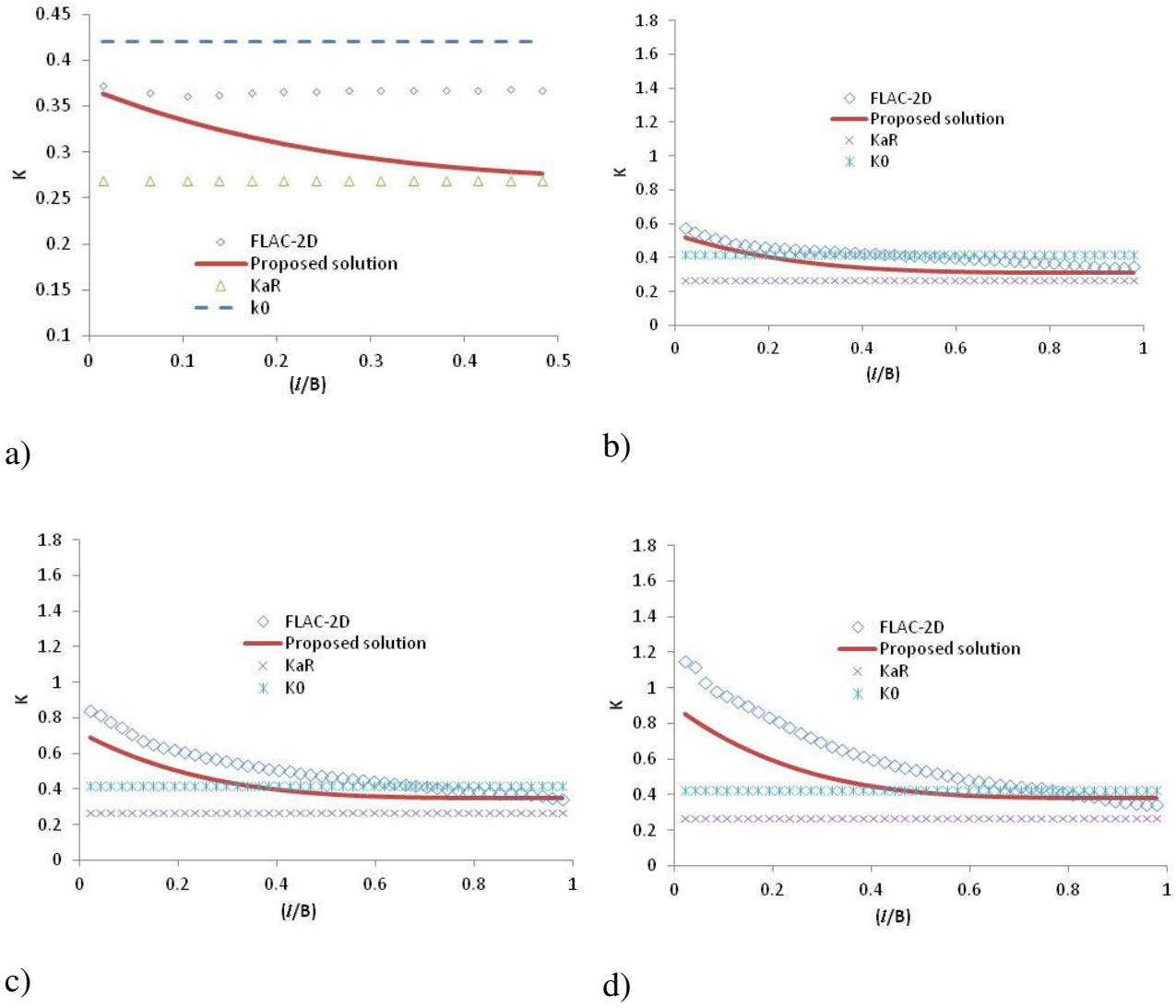


Figure B4-2 : Comparaison entre les valeurs de K ($\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{zz}}$) à mi-hauteur, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éq. 4.3); on montre aussi les valeurs de K_{aR} et K_0; (B = 6m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,27): a) $\beta = 90^{\circ}$; b) $\beta = 80^{\circ}$; c) $\beta = 70^{\circ}$; d) $\beta = 60^{\circ}$.

B5 : Effet de la largeur du chantier (en 2D) sur l'état des contraintes

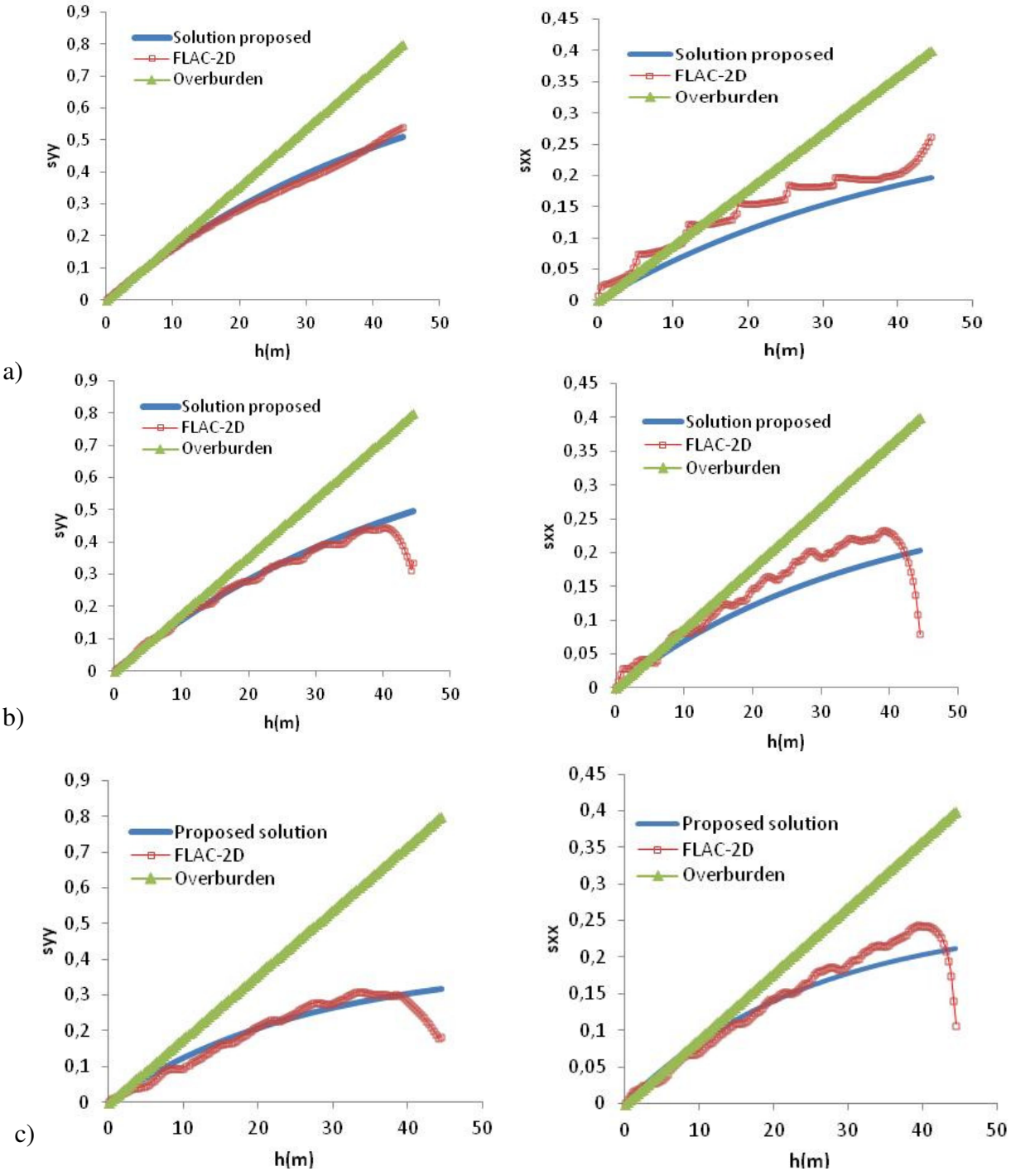


Figure B5-1: Comparaison entre des contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16), (B =20 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0.33, γ =18 kN/m^3 et $\beta = 80^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 4.11).

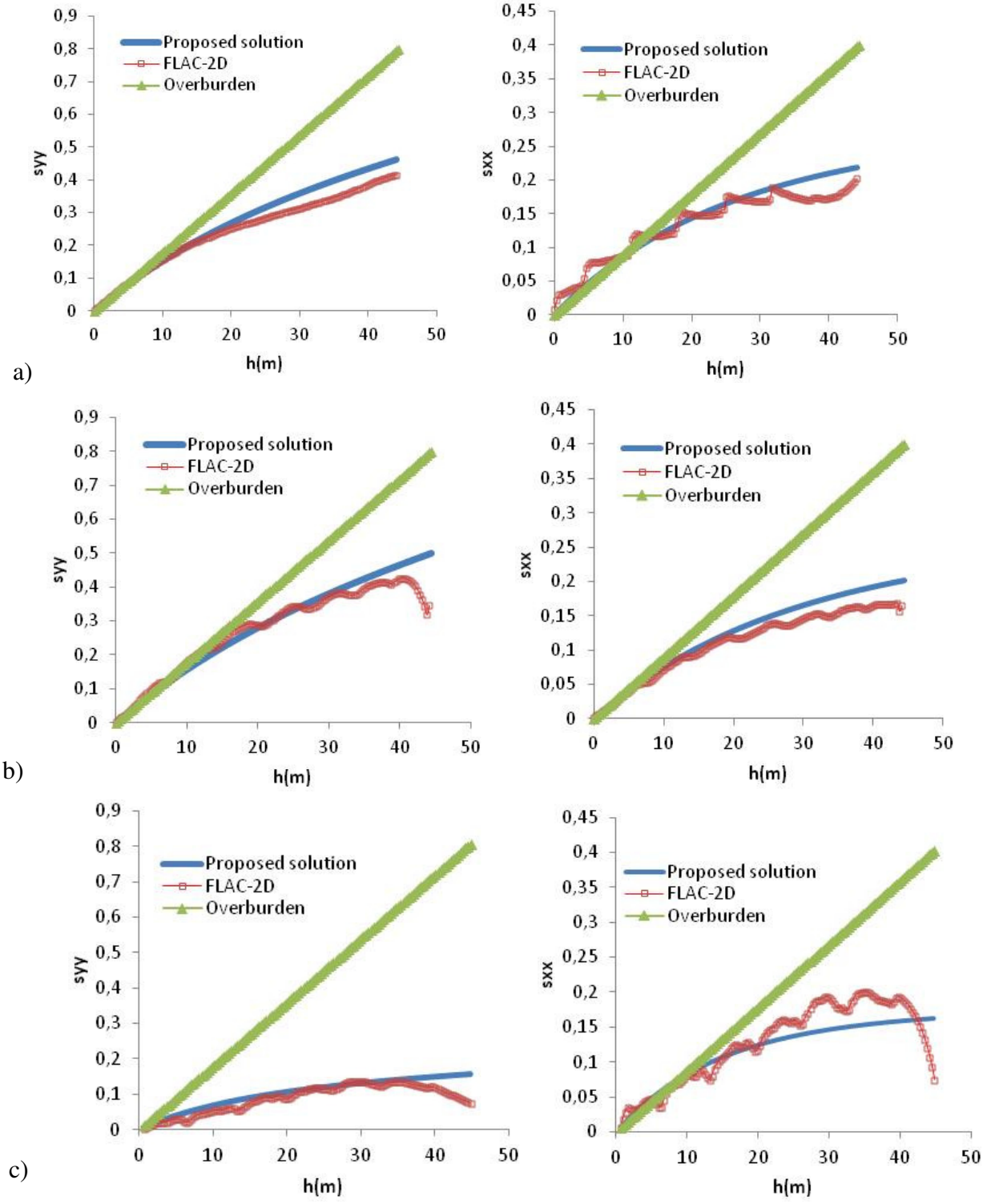


Figure B5-2: Comparaison entre des contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16), (B =20 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0.33, γ =18 kN/m^3 et $\beta = 60^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 4.11).

B6 : Effet de l'angle de friction interne du remblai (en 2D) sur l'état des contraintes

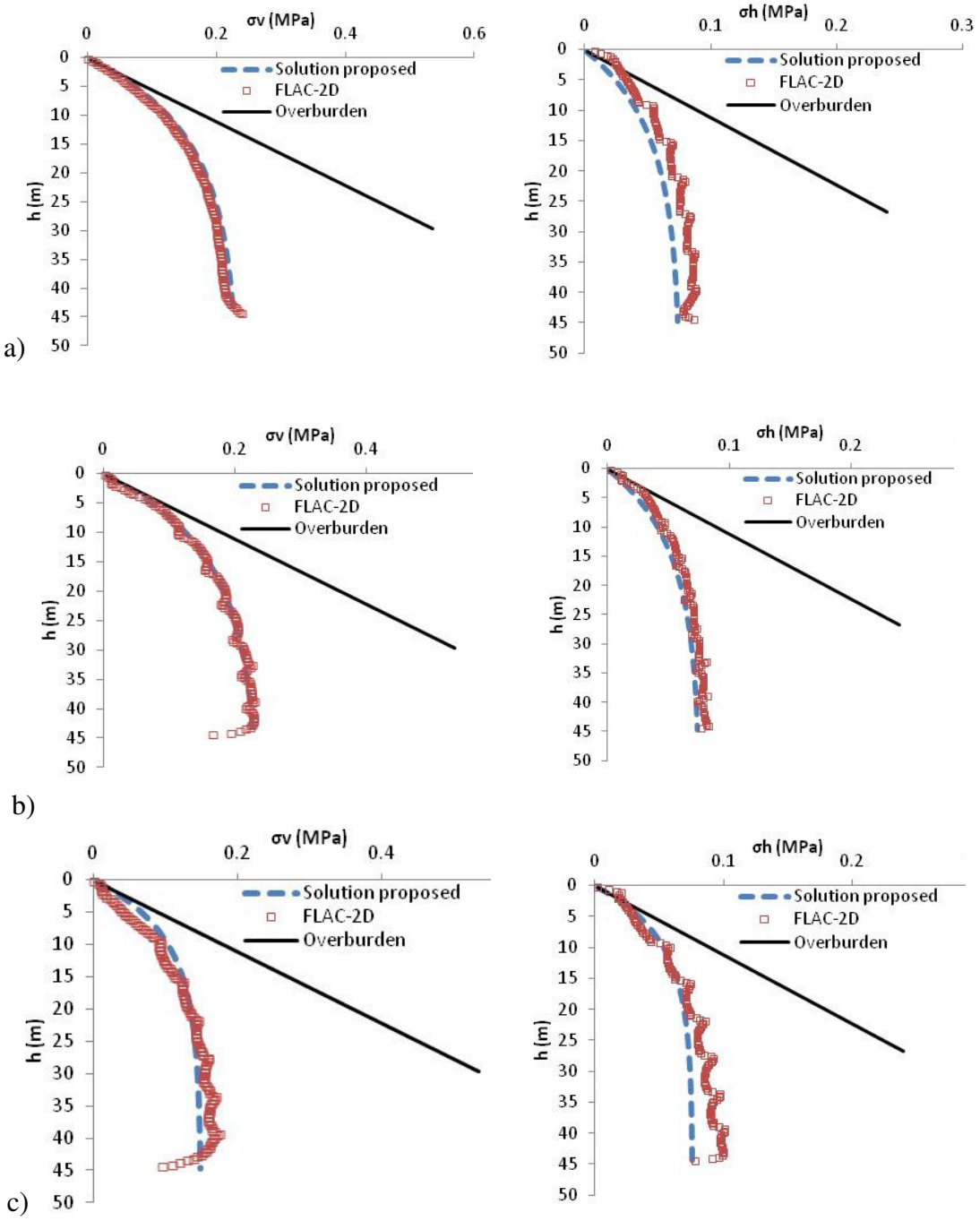


Figure B6-1 : Comparaison entre les contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16) (B = 6 m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,27, et $\beta = 80^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW

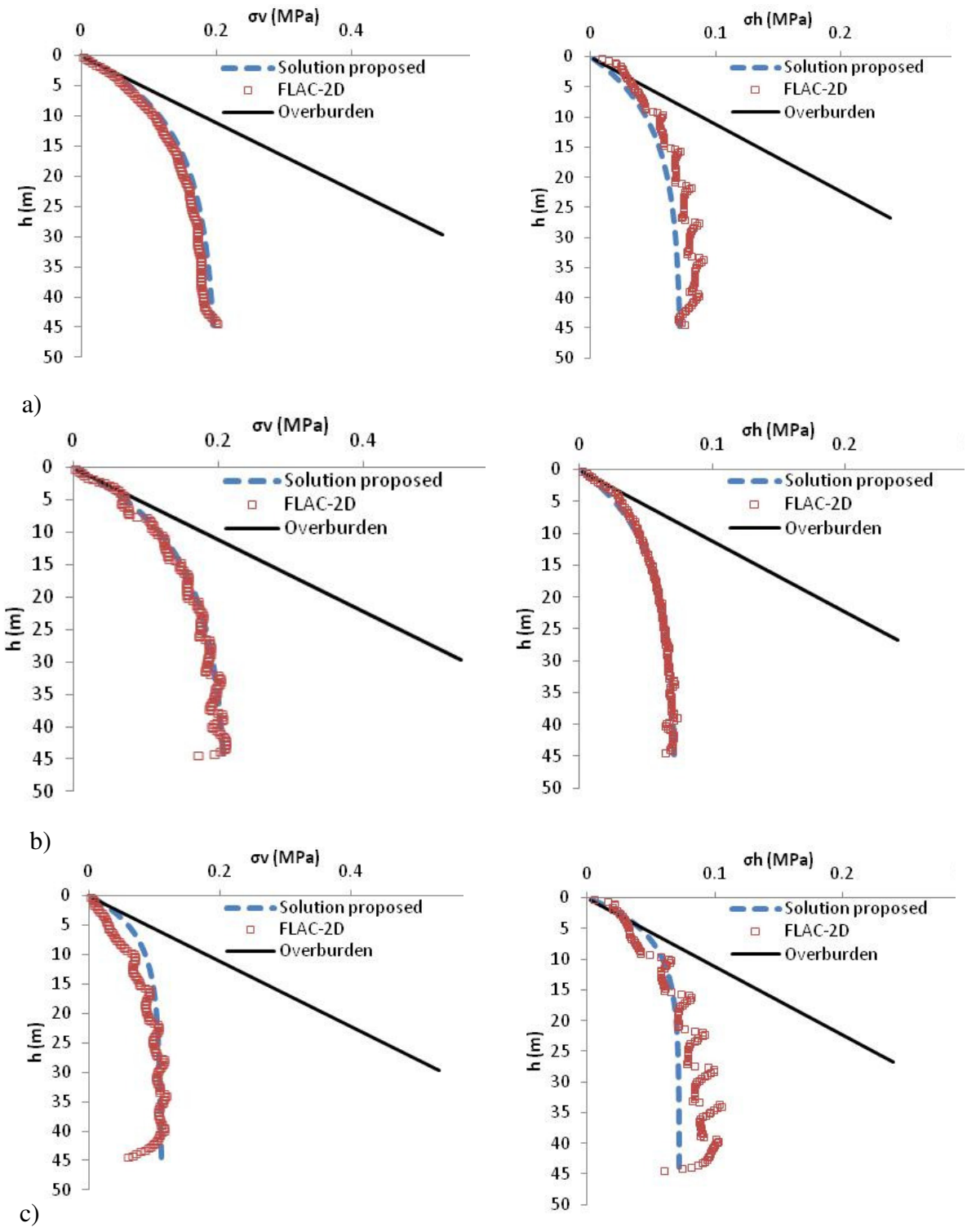


Figure B6-2 : Comparaison entre les contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur *h*, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16) (B = 6 m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,27, et $\beta = 70^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW

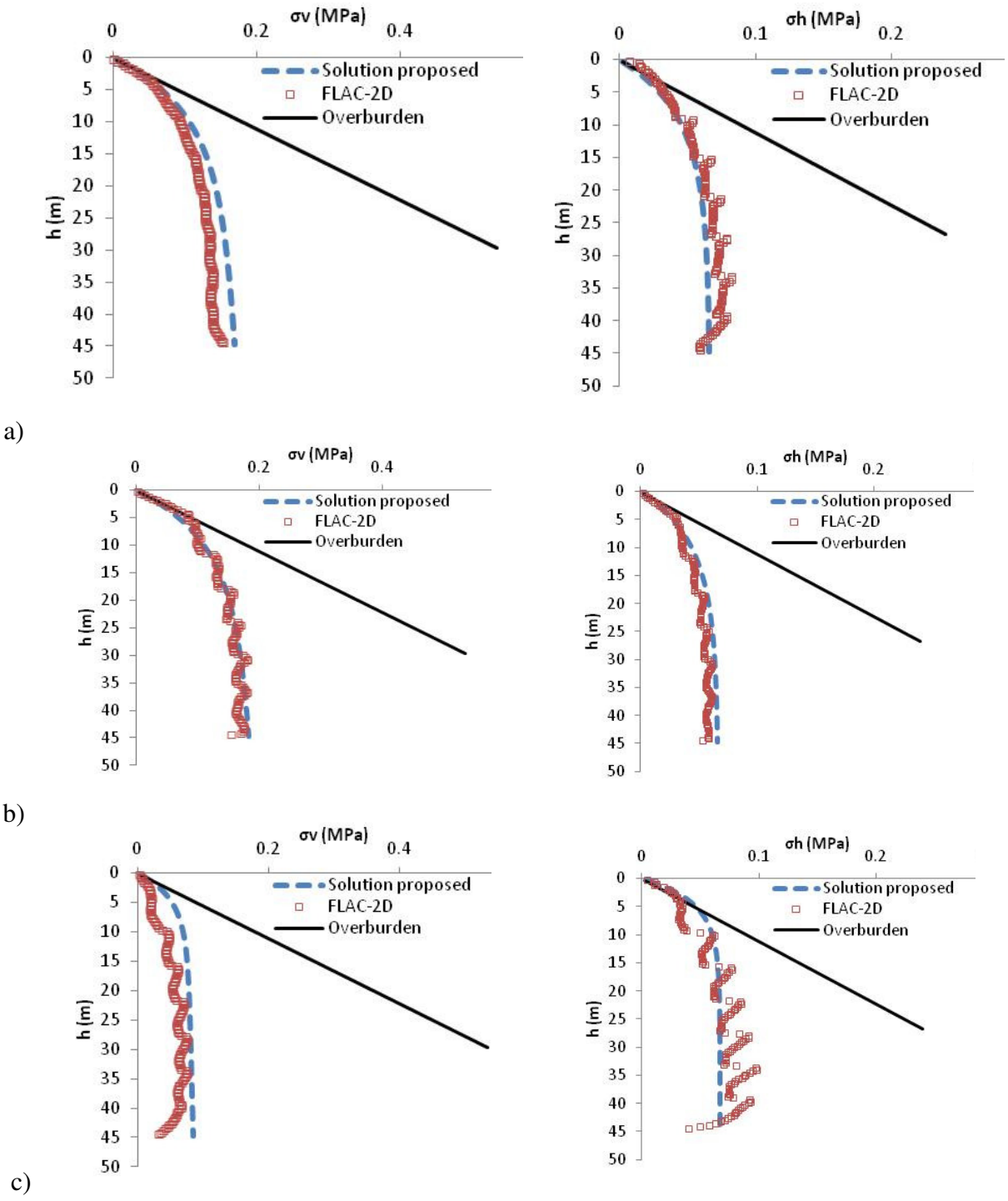


Figure B6-3 : Comparaison entre les contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur *h*, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16) (B = 6 m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,27, et $\beta = 60^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW

B7 : Effet de l'angle d'inclination (β = 75° et 85°) sur l'état des contraintes (en 2D)

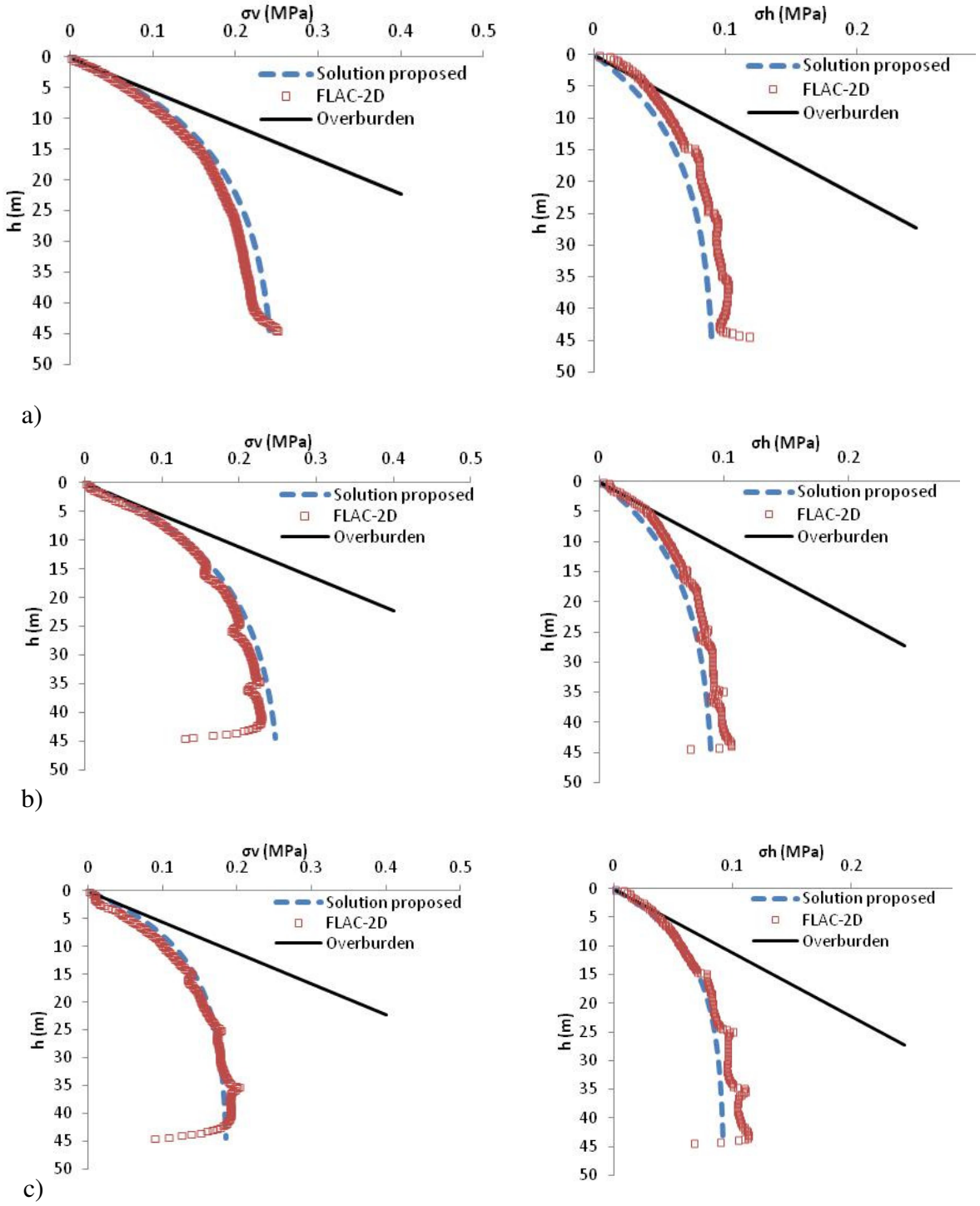


Figure B7-1 : Comparaison entre les contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur *h*, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16) (B = 6 m, ϕ =30°, v = 0,33, et β = 85°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW

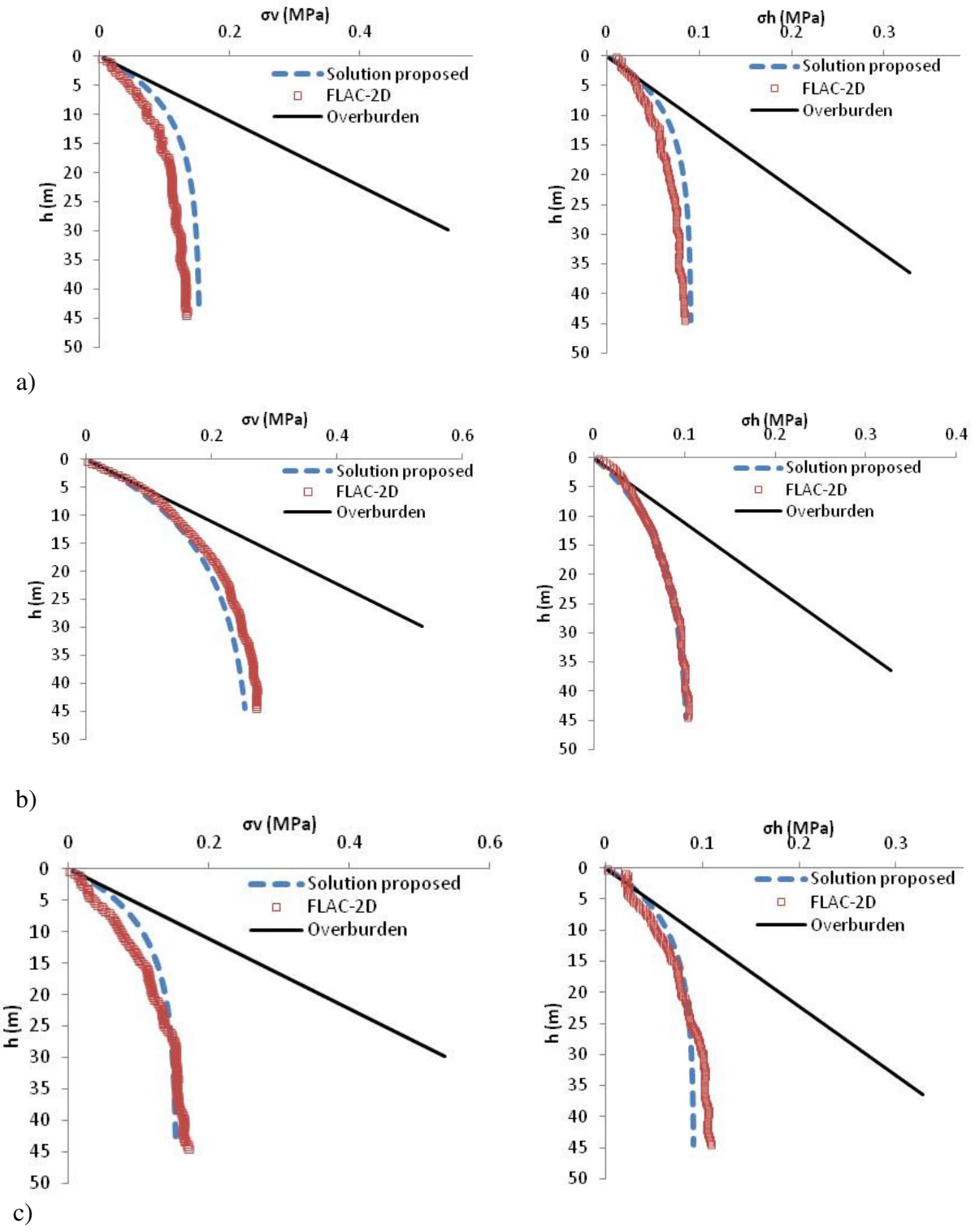


Figure B7-2 : Comparaison entre les contraintes verticales et horizontales en fonction de la hauteur *h*, obtenues par FLAC, et avec la solution proposée (éqs. 4.15-4.16) (B = 6 m, $\phi = 30^{\circ}$, v = 0,33, et $\beta=75^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW

B8 : Effet de la longueur du chantier (en 3D) sur l'état des contraintes

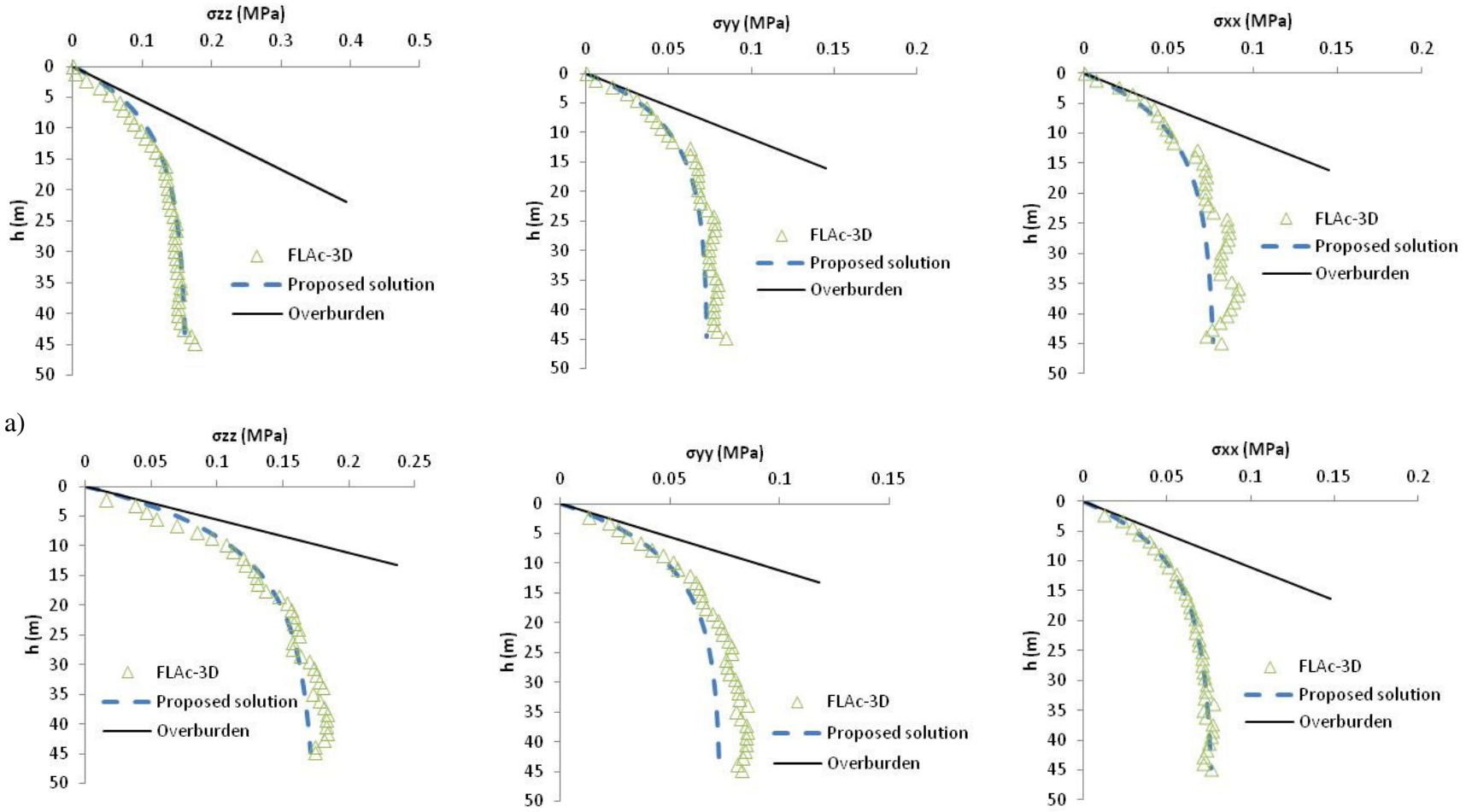
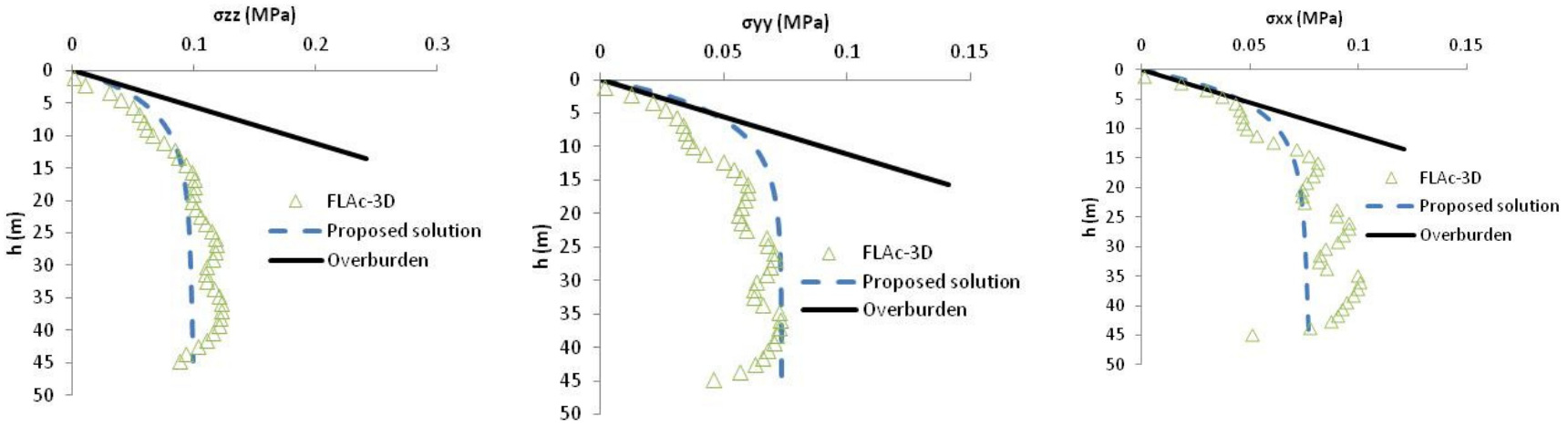


Figure B8-1 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 30 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=70°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 5.16)



c)

Figure B8-1 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 30 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=70°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 5.16). (Suite)

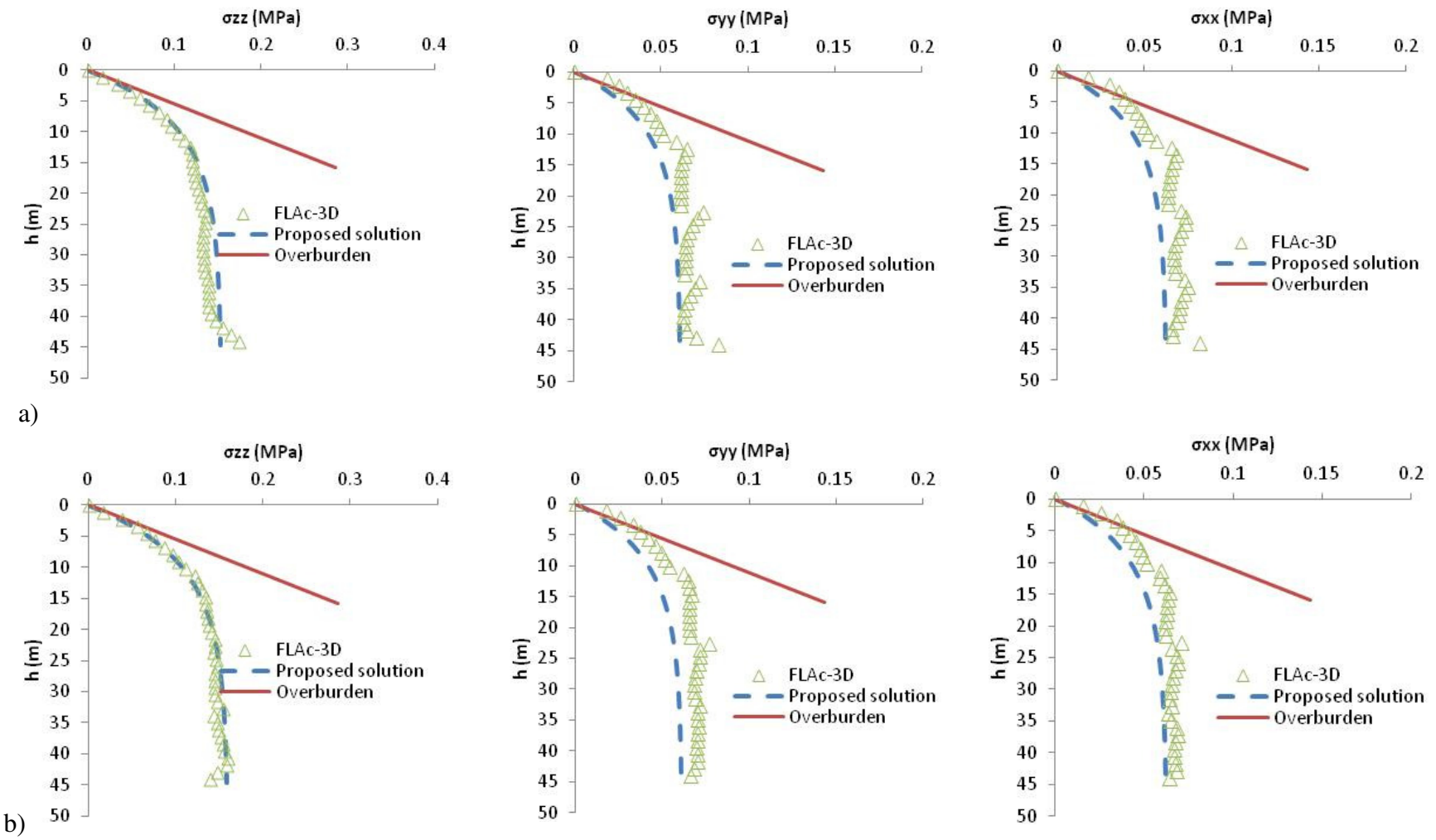
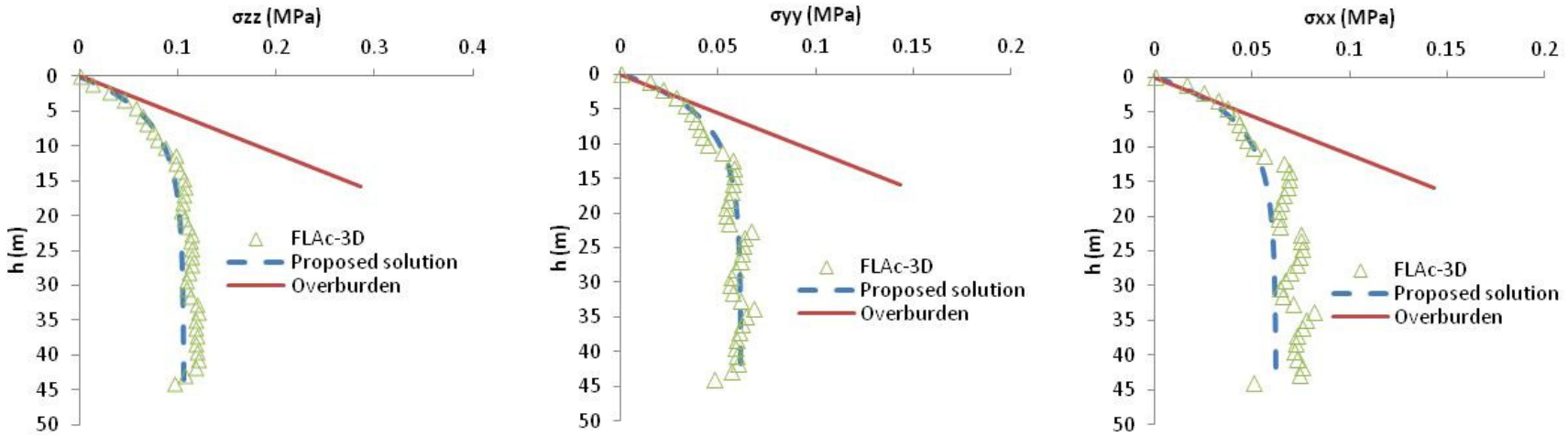
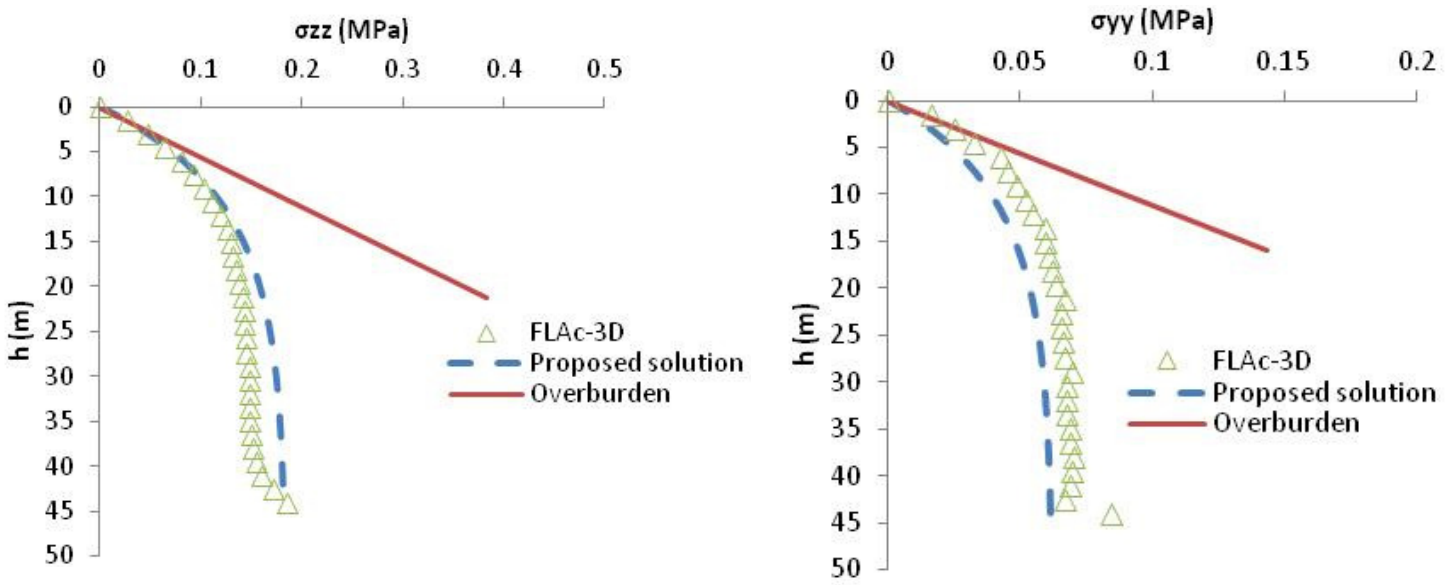


Figure B8-2 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 30 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 5.16)



c)

Figure B8-2 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 30 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW (correspondante est présentée dans la figure 5.16). (Suite)



a) b)

Figure B8-3 : Comparaison entre les contraintes en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 30 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=90°): a) les contraintes verticales; b) les contraintes horizontales en direction de la largeur (correspondante est présentée dans la figure 5.16)

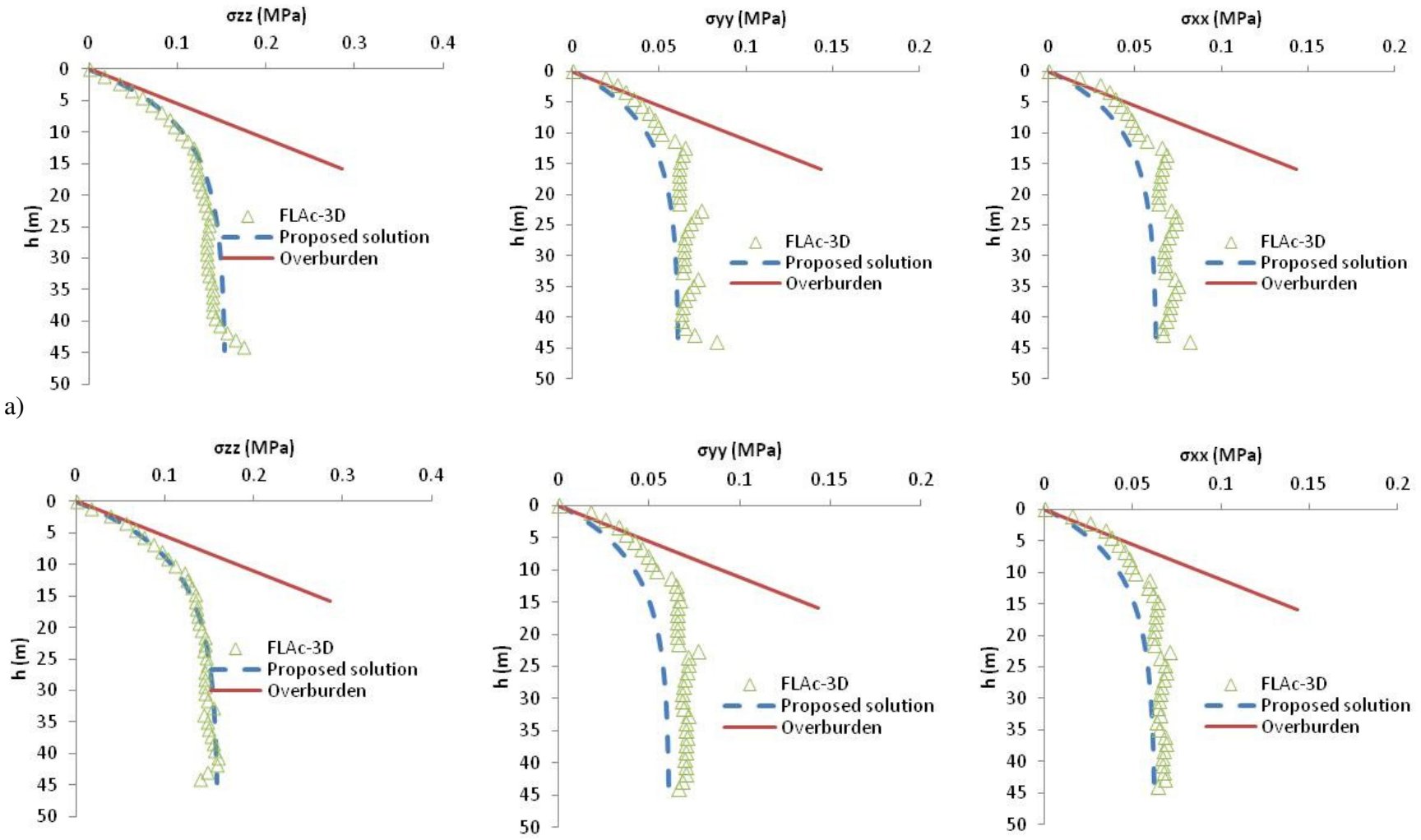
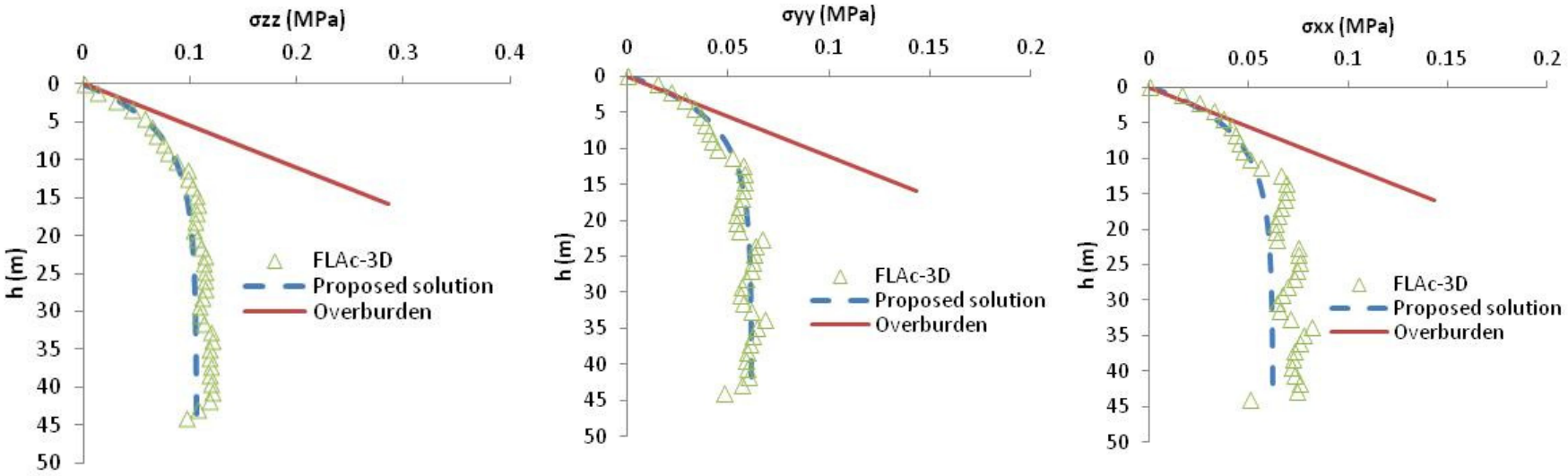


Figure B8-4 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B8-4 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

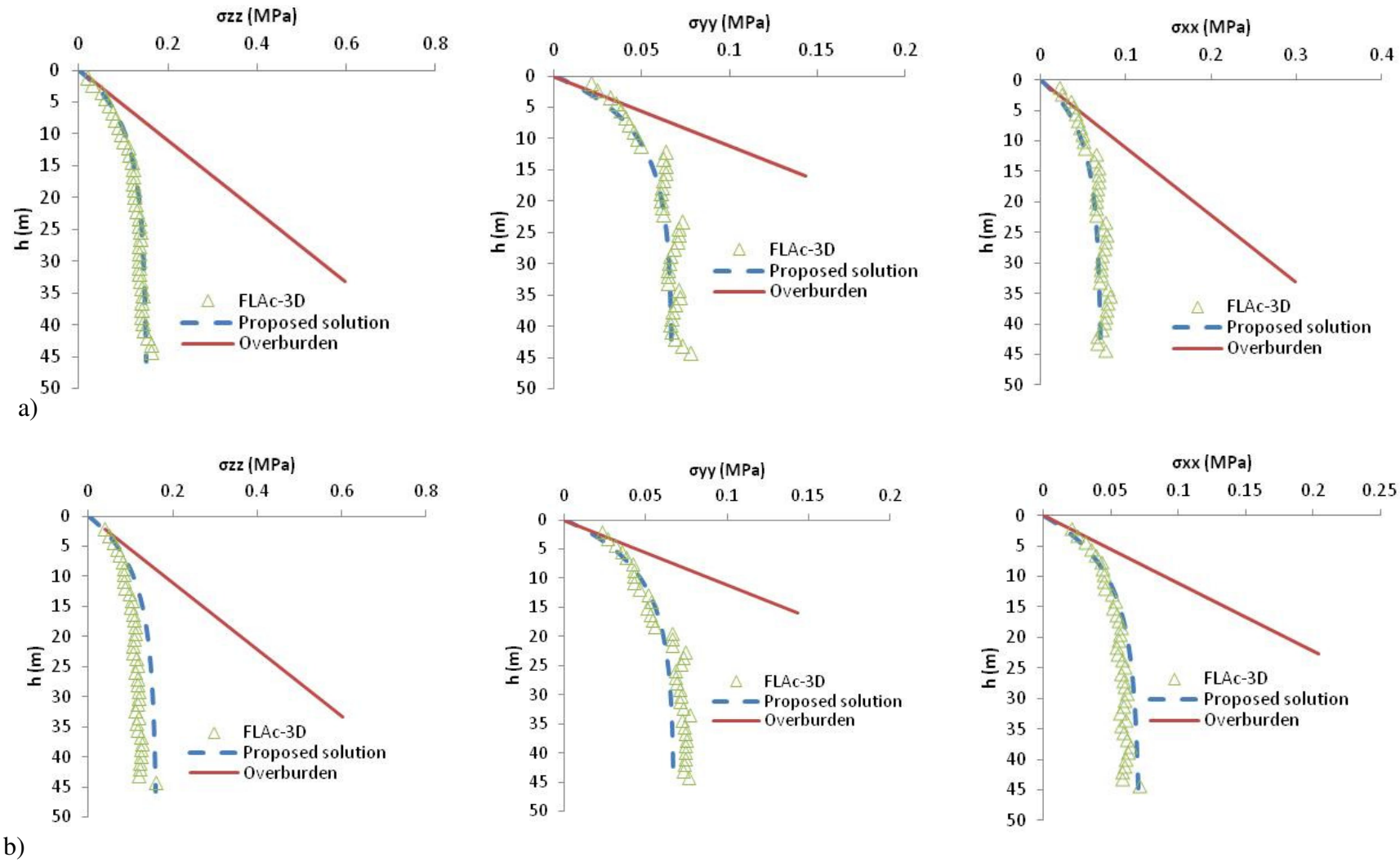
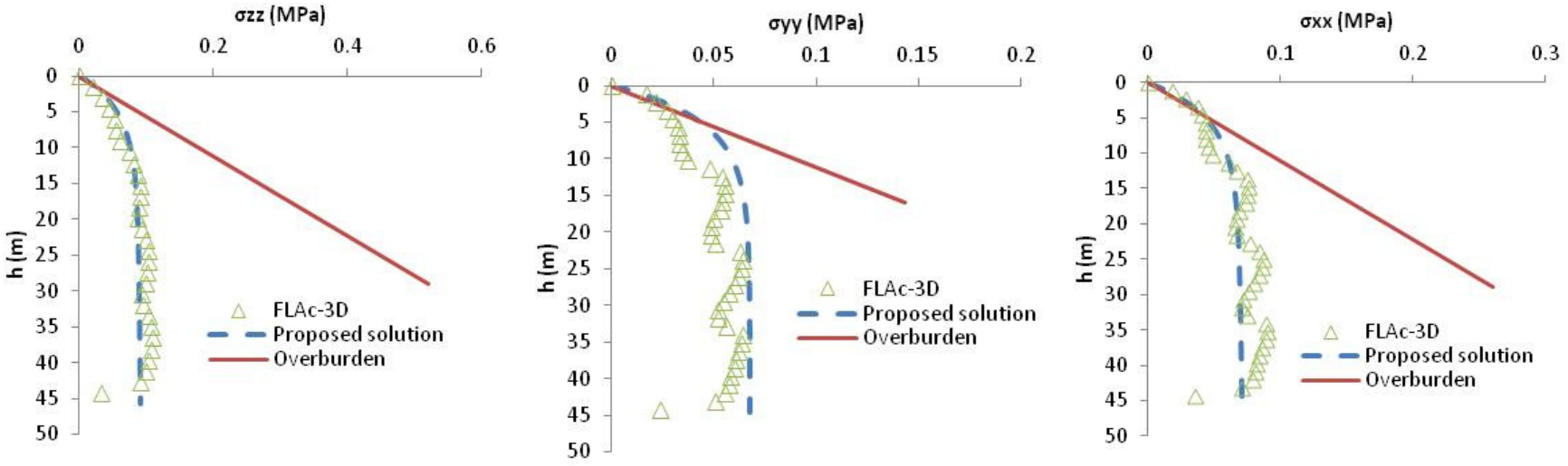


Figure B8-5 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 20 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=70°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B8-5 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 20 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=70°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

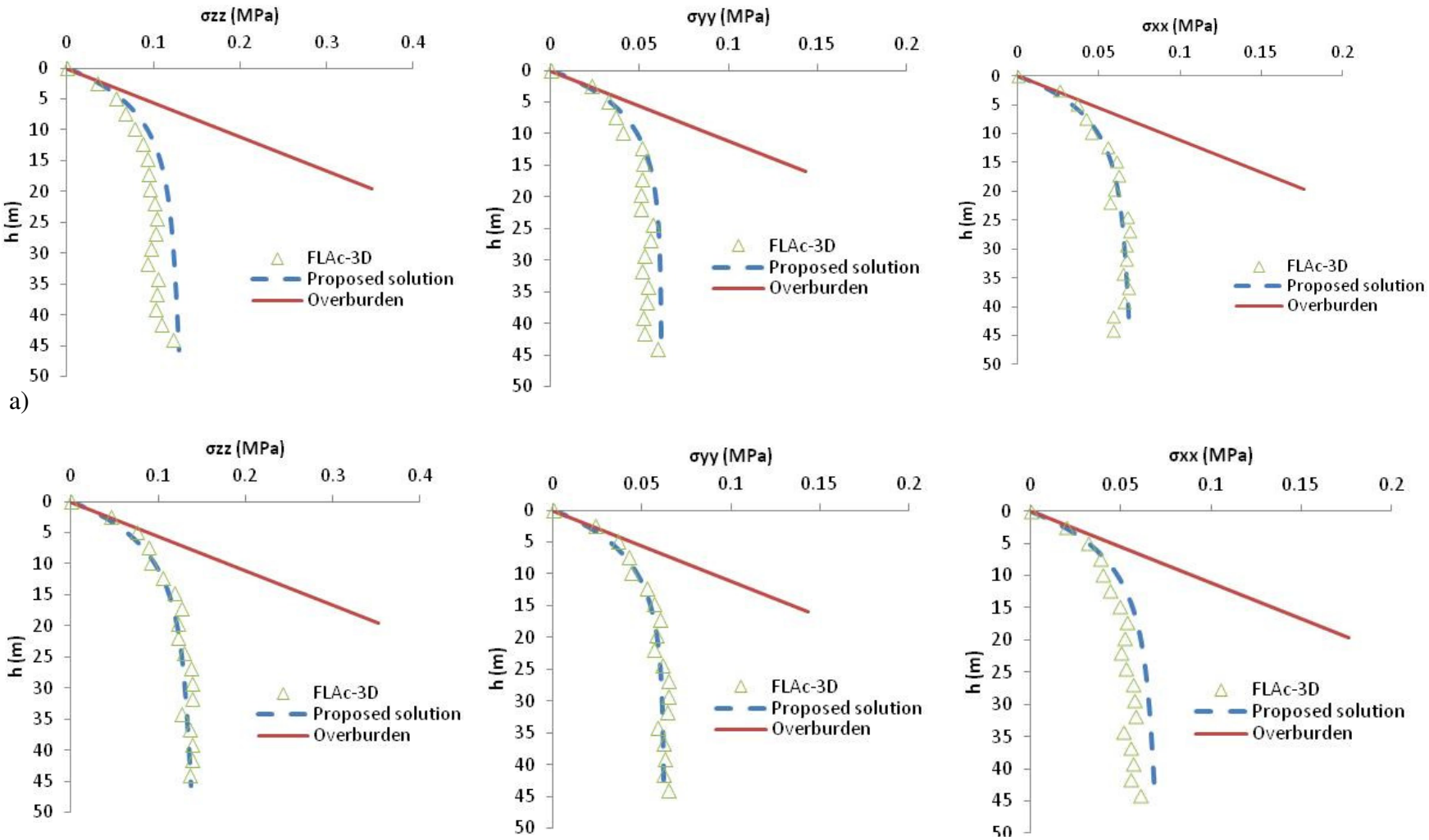
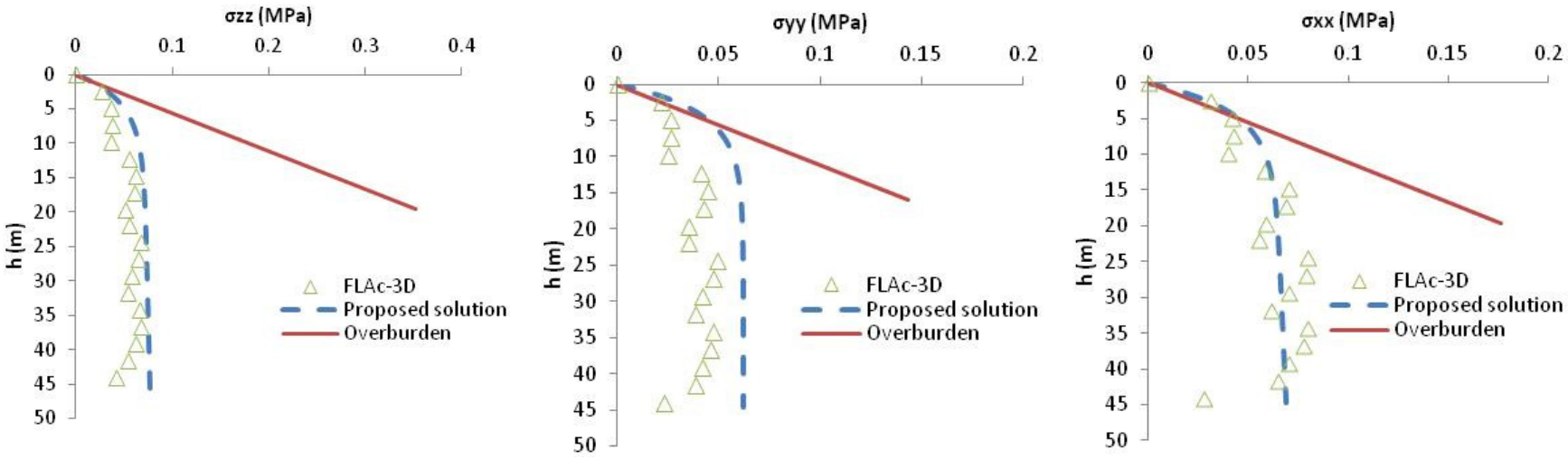


Figure B8-6 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 20 m, $\phi = 30^{\circ}$, v = 0,33, et $\beta = 60^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B8-6 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 20 m, $\phi = 30^{\circ}$, v = 0,33, et $\beta = 60^{\circ}$): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

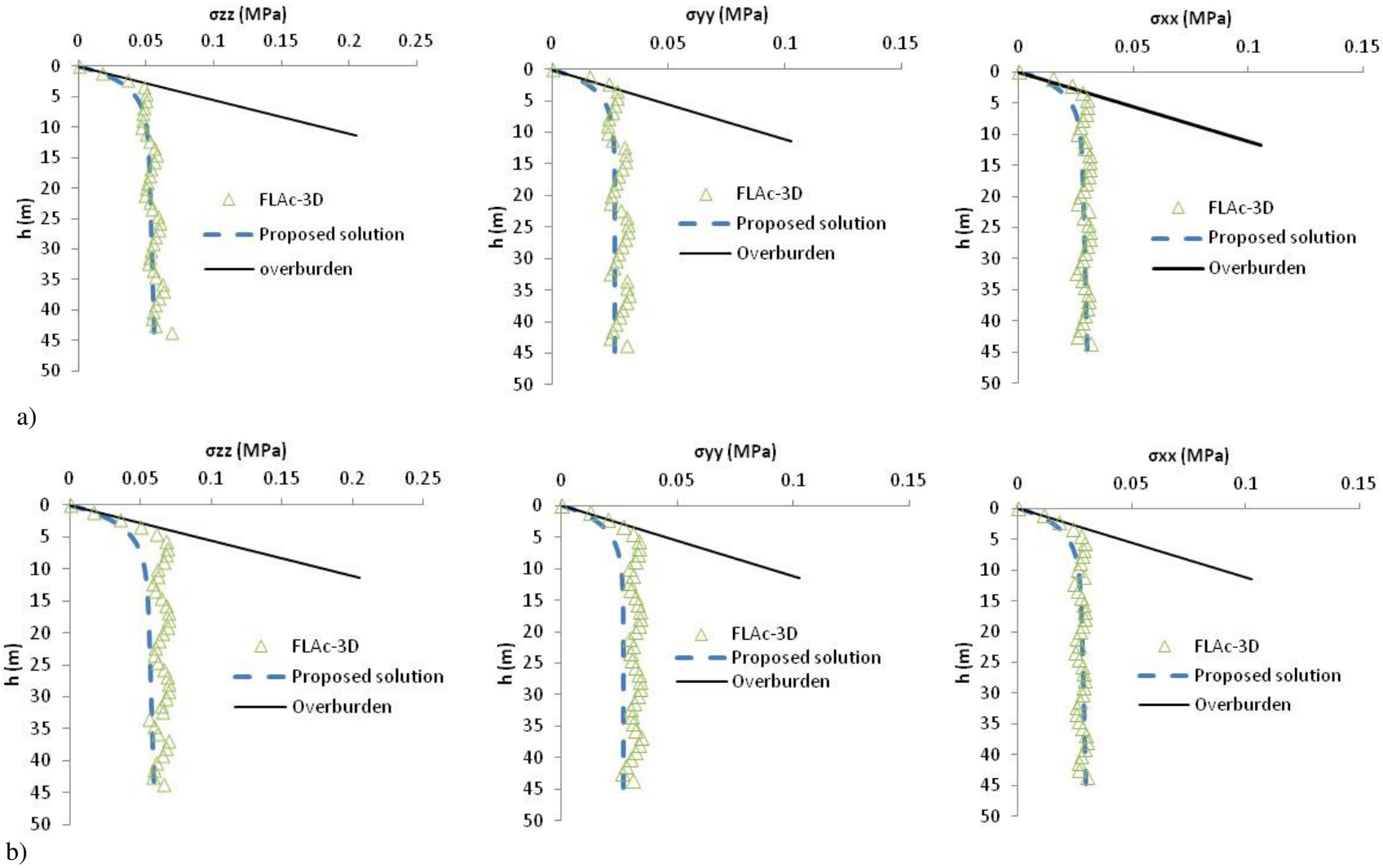
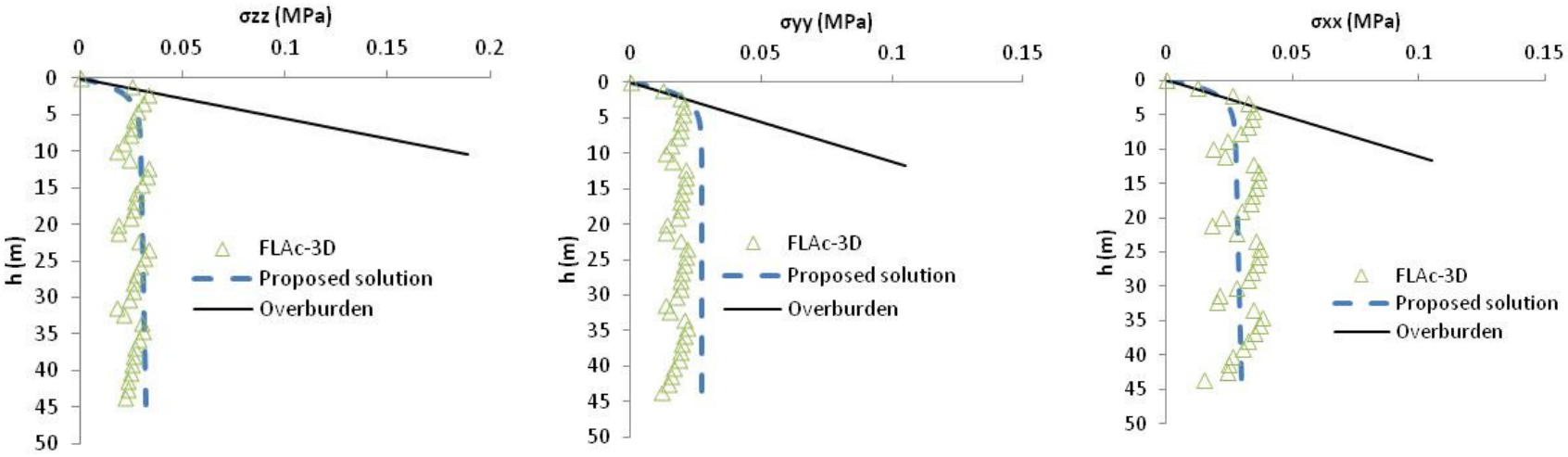


Figure B8-7 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éq. 5.10) (B = 4 m, L = 4 m, $\phi = 30^{\circ}$, v = 0,33, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B8-7 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur *h*, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éq. 5.10) (B = 4 m, L = 4 m, $\phi = 30^{\circ}$, υ = 0,33, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

B9 : Effet de l'angle de friction interne sur l'état des contraintes (en 3D)

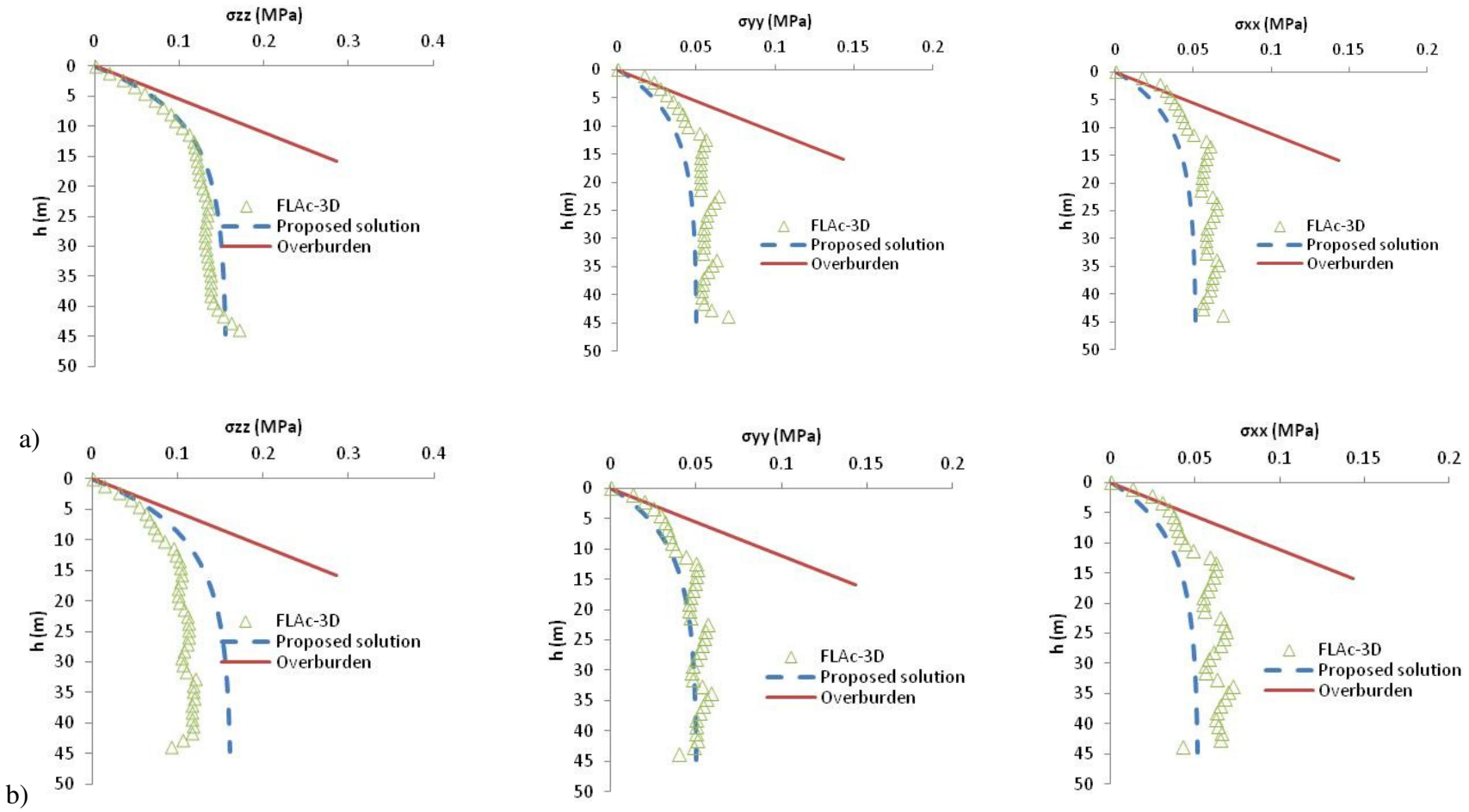
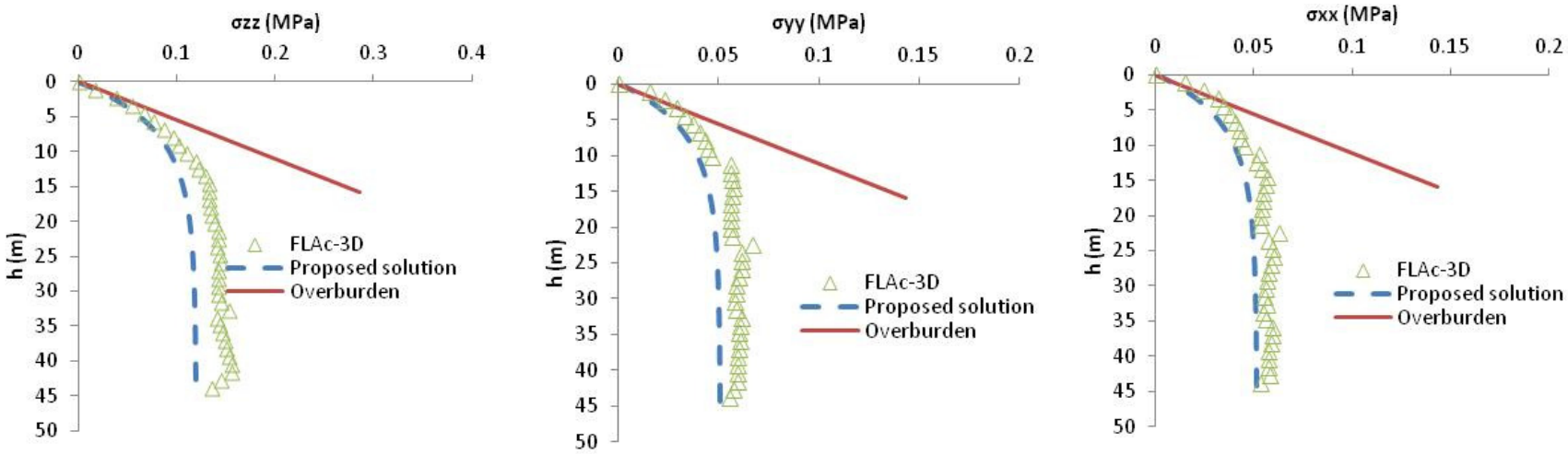


Figure B9-1 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 35^{\circ}$, v = 0,29, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B9-1 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 35^{\circ}$, v = 0,29, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

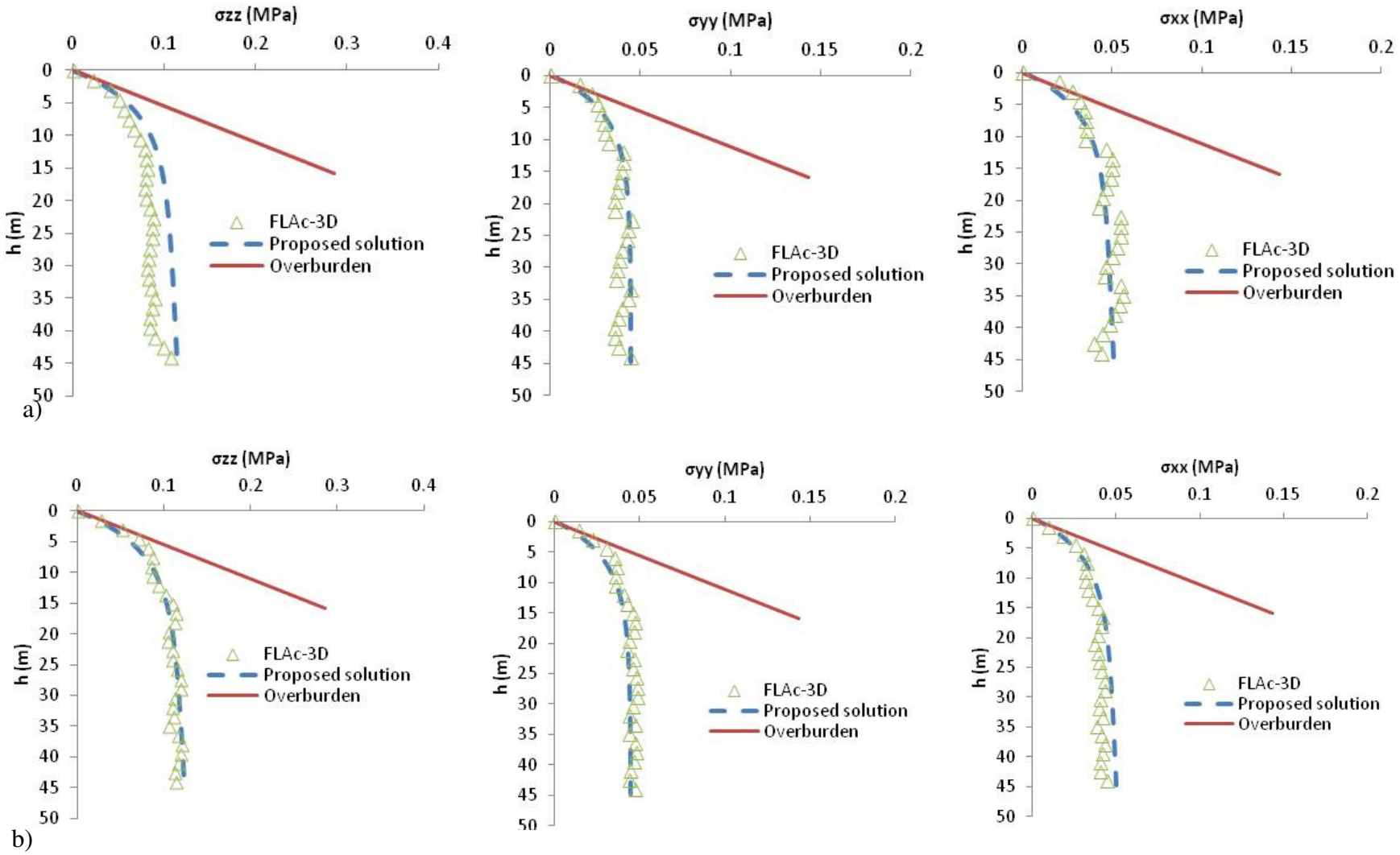
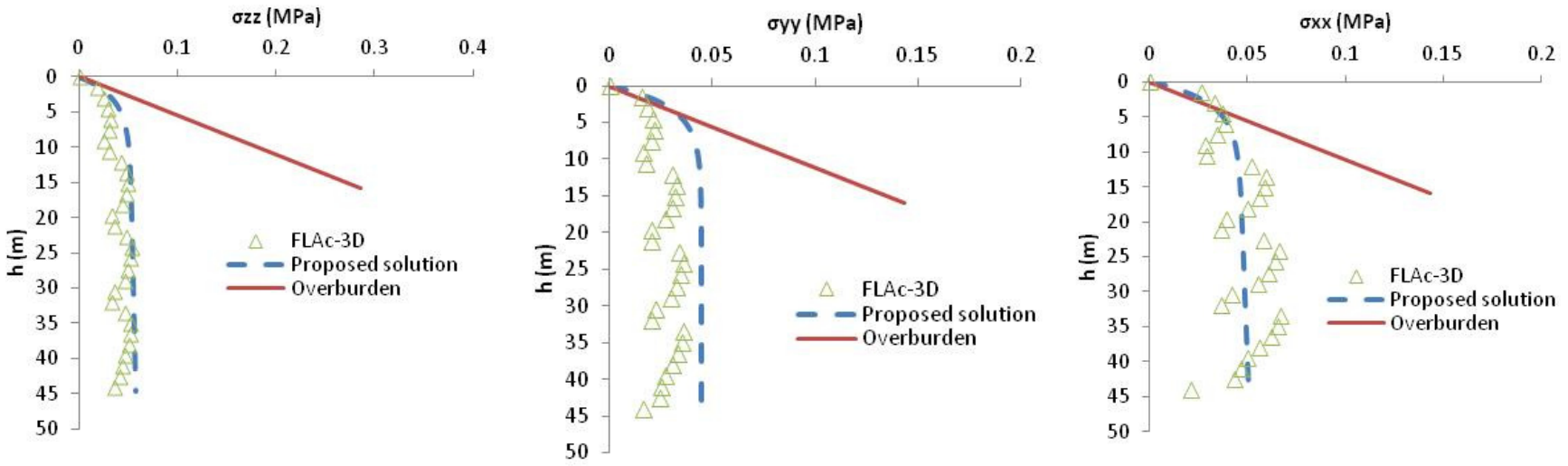


Figure B9-2 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,29, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B9-2 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0,29, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

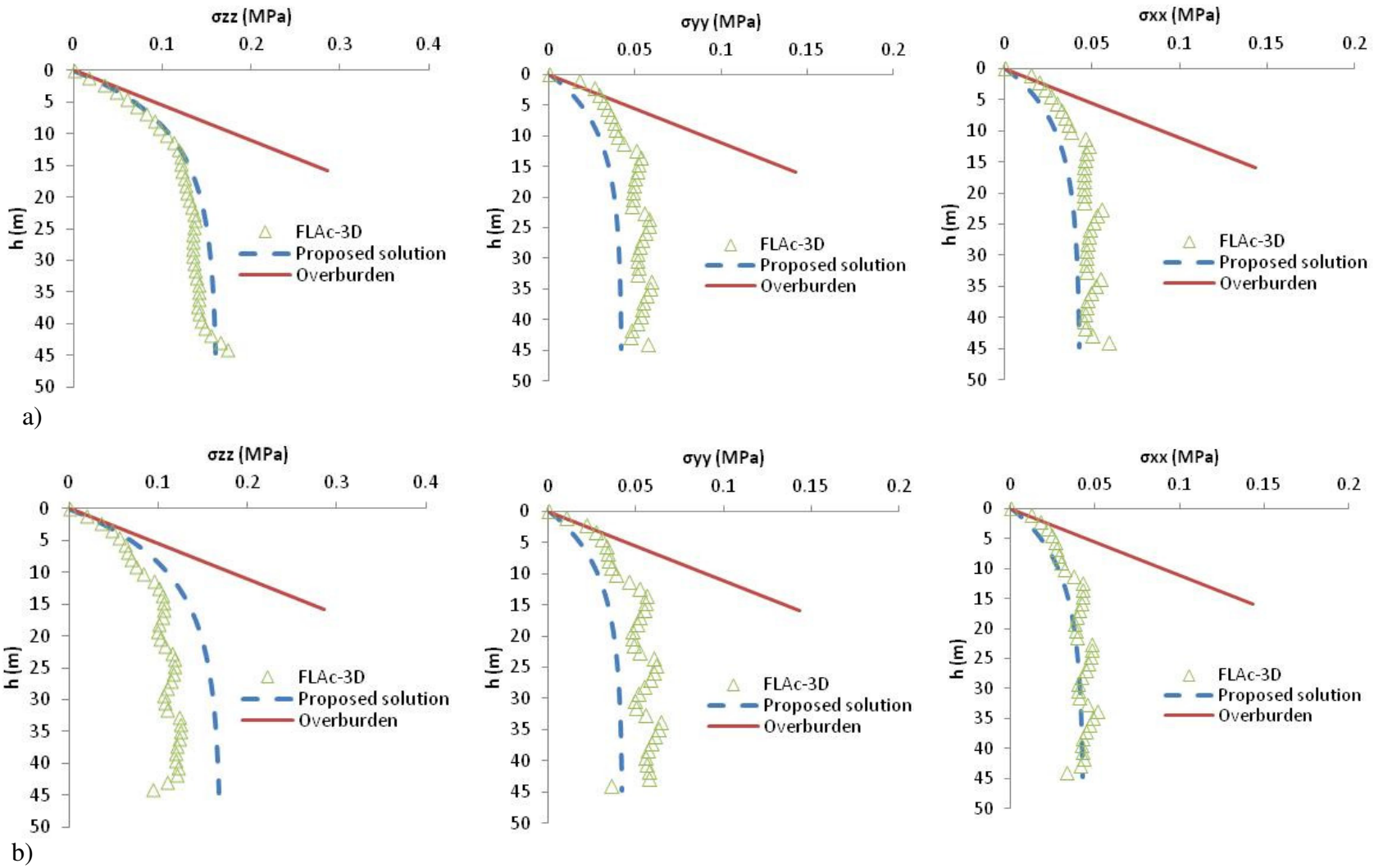
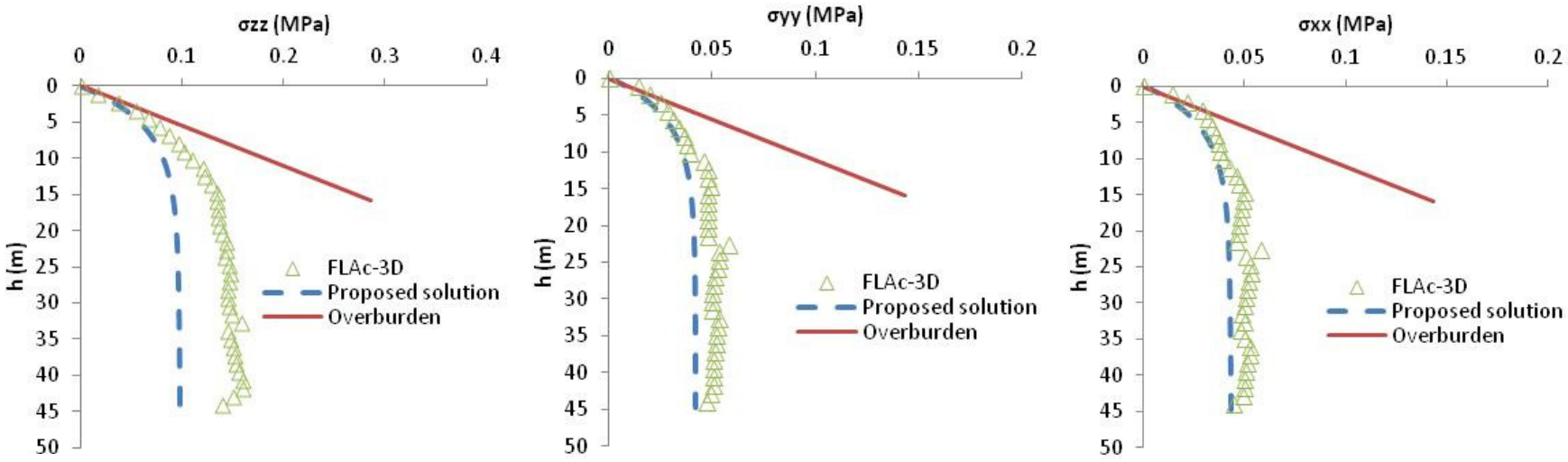


Figure B9-3 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 40^{\circ}$, v = 0,26, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B9-3 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 12 m, $\phi = 40^{\circ}$, υ = 0,26, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

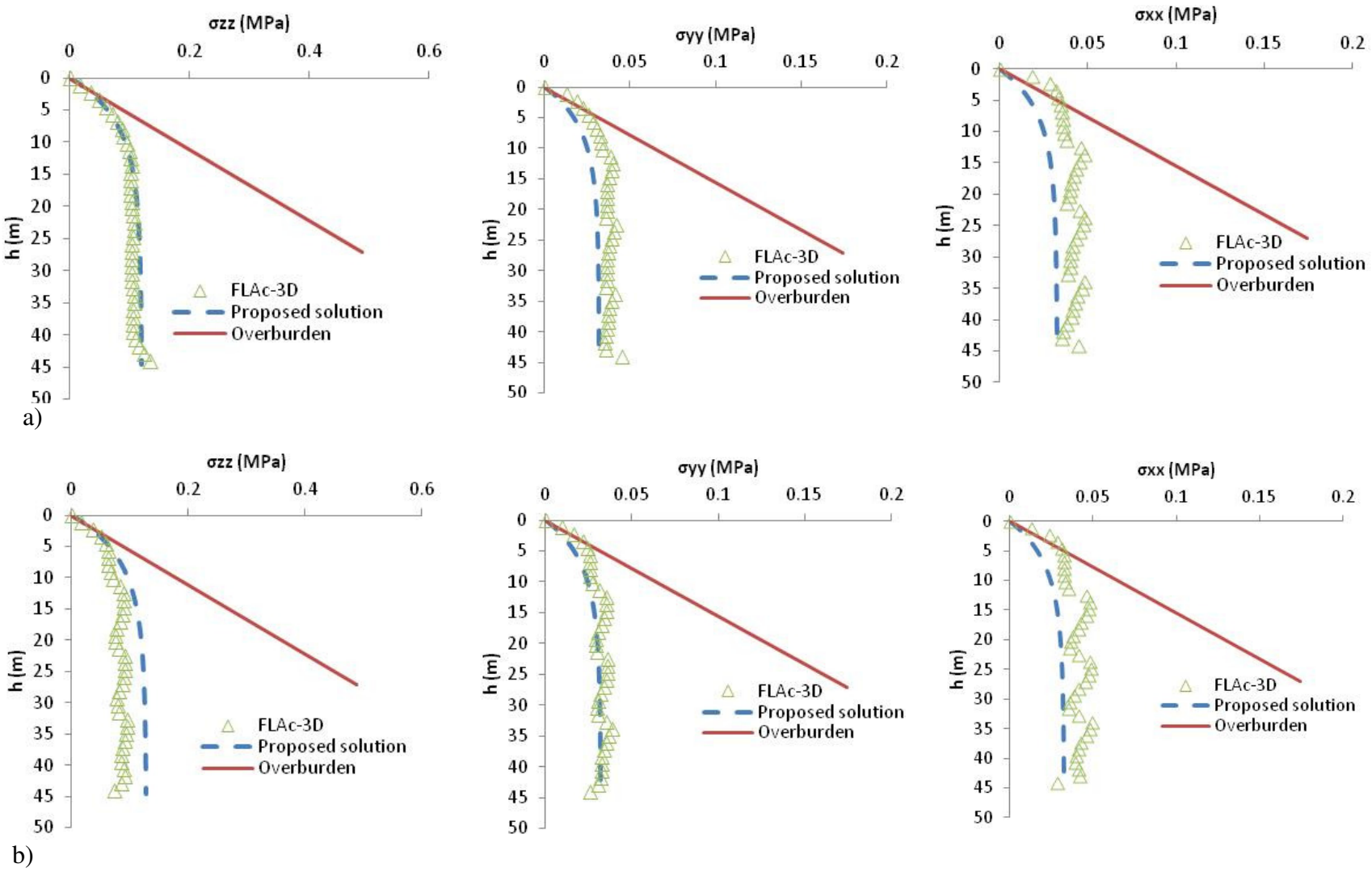
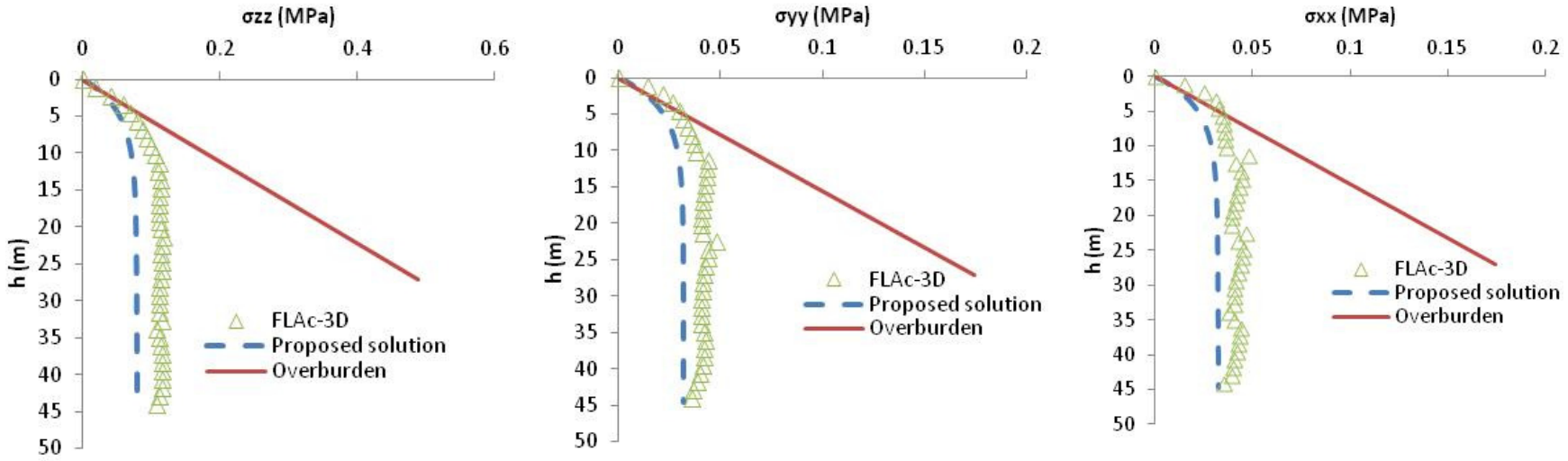


Figure B9-4 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 6 m, $\phi = 40^{\circ}$, v = 0,26, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B9-4 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 6 m, $\phi = 40^{\circ}$, υ = 0,26, et β=80°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

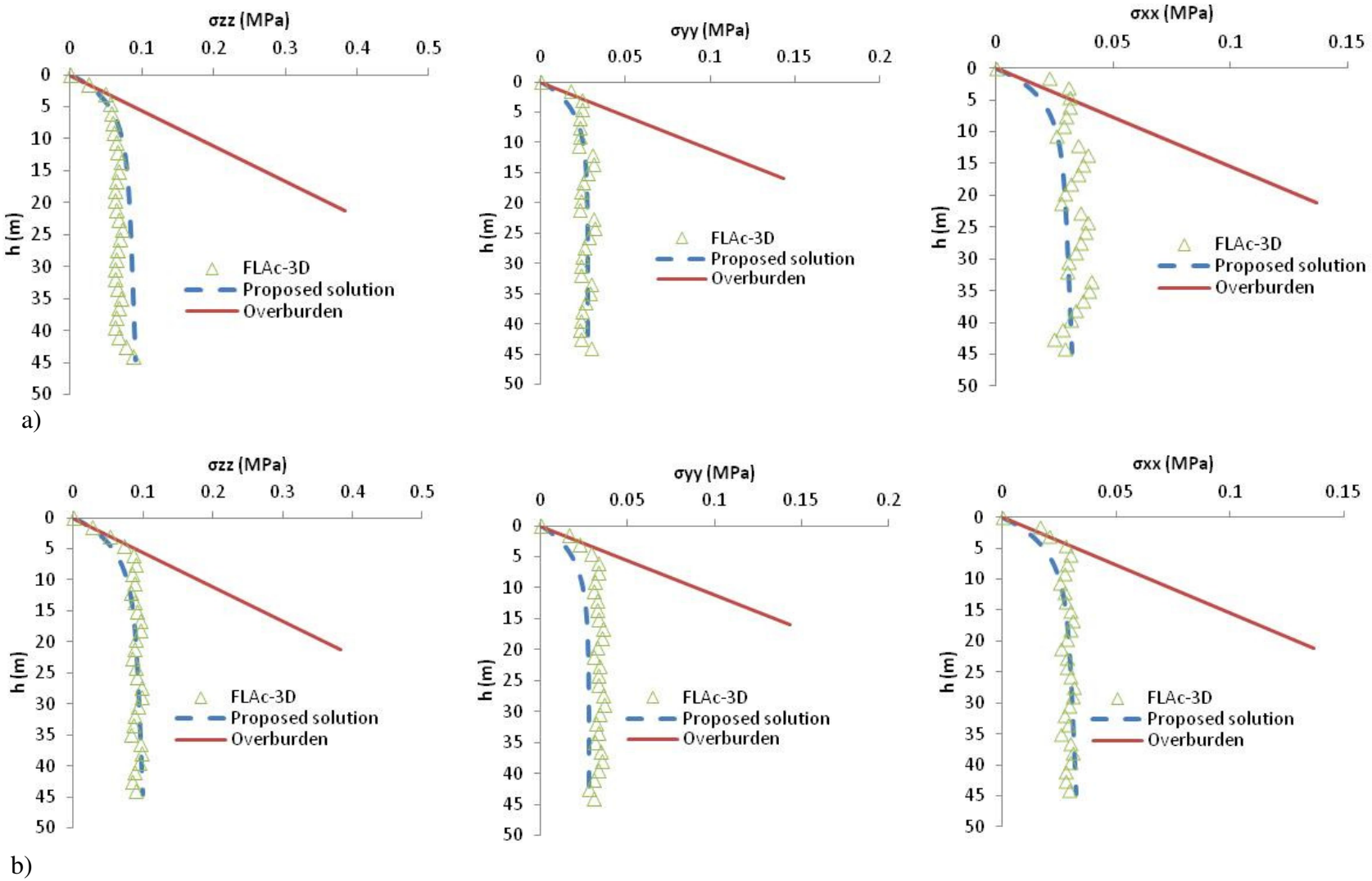
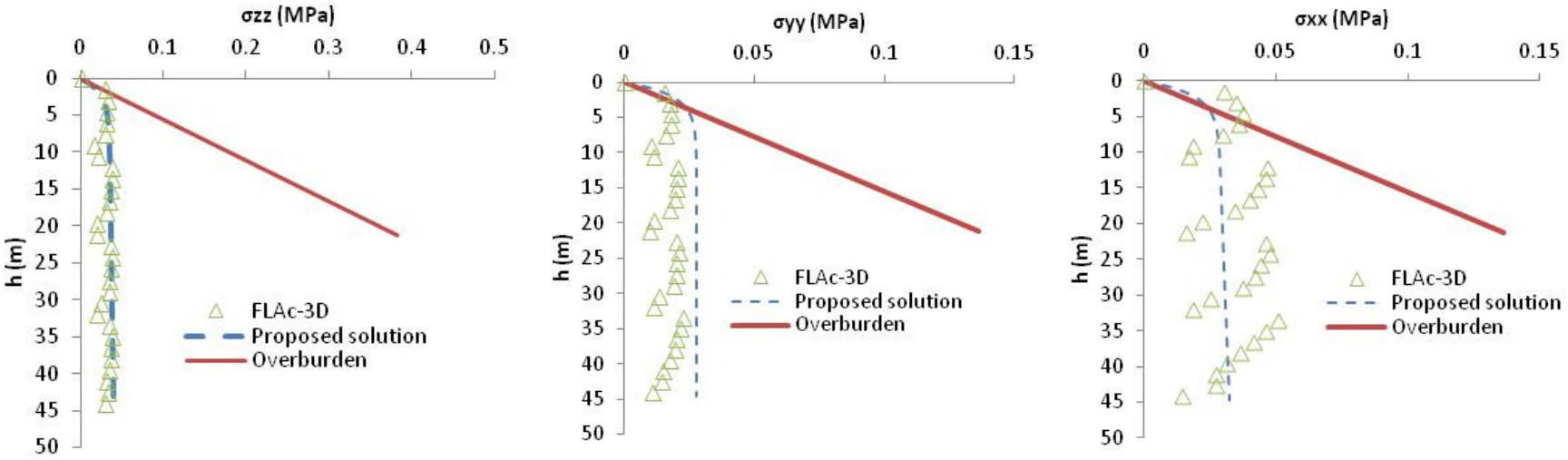


Figure B9-5 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 6 m, $\phi = 40^{\circ}$, υ = 0,26, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW



c)

Figure B9-5 : Comparaison entre les contraintes (verticales et horizontales) en fonction de la hauteur h, obtenues par FLAC^{3D}, et avec la solution proposée (éqs. 5.10, 5.15 et 5.16), (B = 6 m, L = 6 m, $\phi = 40^{\circ}$, υ = 0,26, et β=60°): a) le long de CL; b) le long de FW; c) le long de HW. (Suite)

B10 : Effet de l'angle de dilatance sur l'état des contraintes

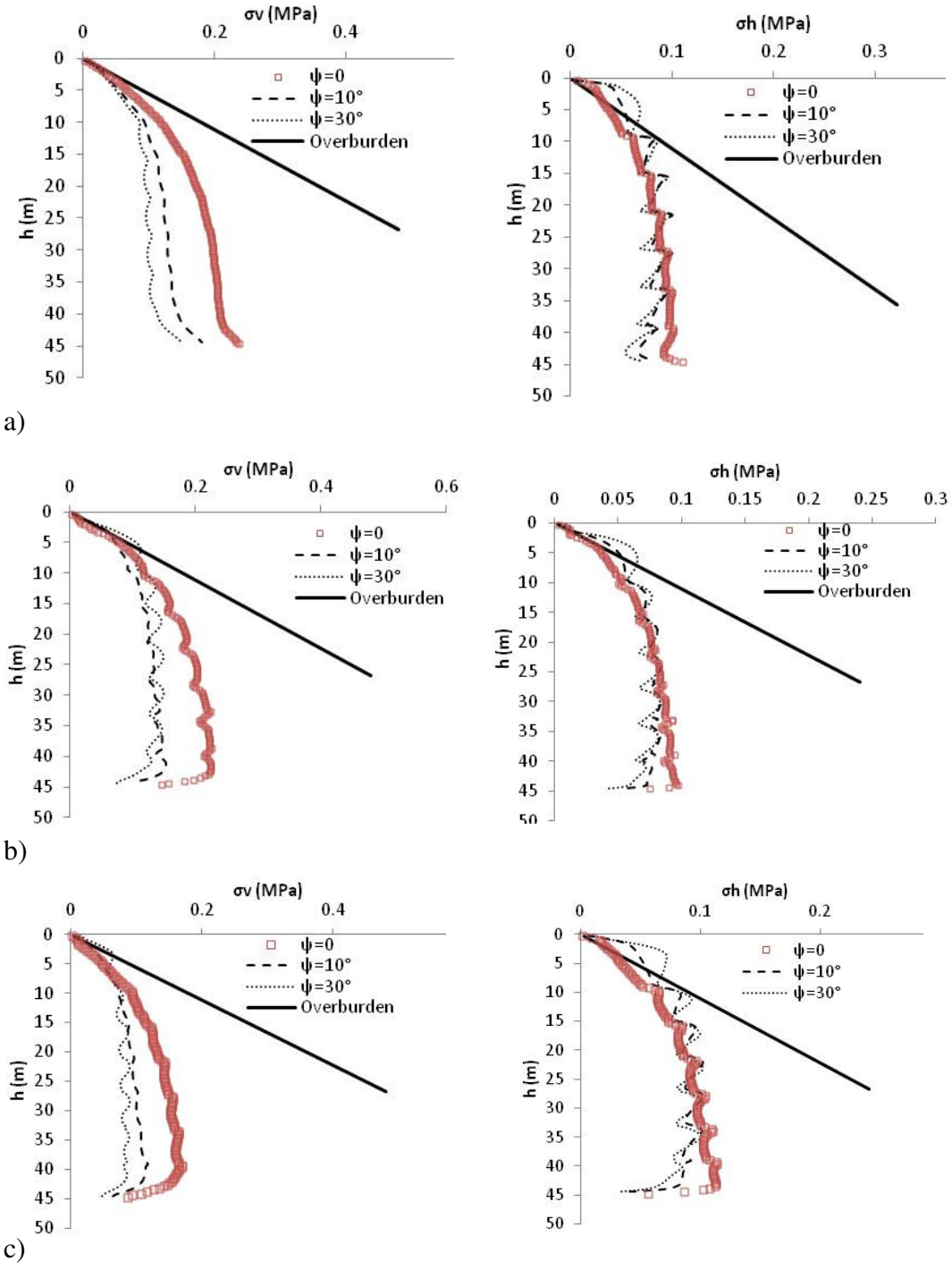


Figure B10-1 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de la hauteur *h*, pour différents valeurs de l'angle de dilatation des remblais (ψ = 0, 10° et 30°) pour un chantier incliné avec β = 80°: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW (correspondante est présentée dans la figure 6.8).

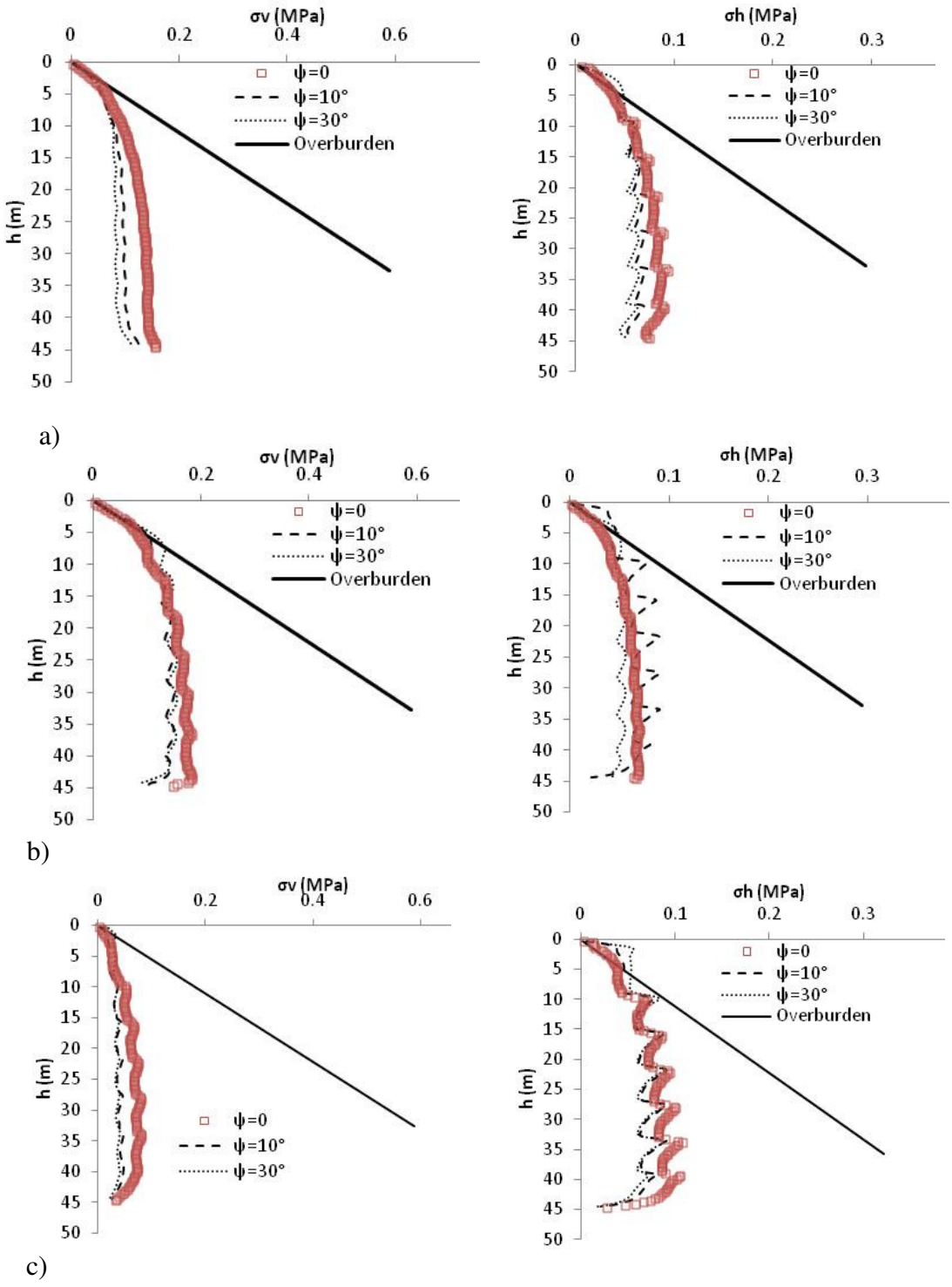


Figure B10-2 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de la hauteur *h*, pour différents valeurs de l'angle de dilatation des remblais (ψ = 0, 10° et 30°) pour un chantier incliné avec β = 60°: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW (correspondante est présentée dans la figure 6.8).

B11 : Effet de la cohésion sur l'état des contraintes

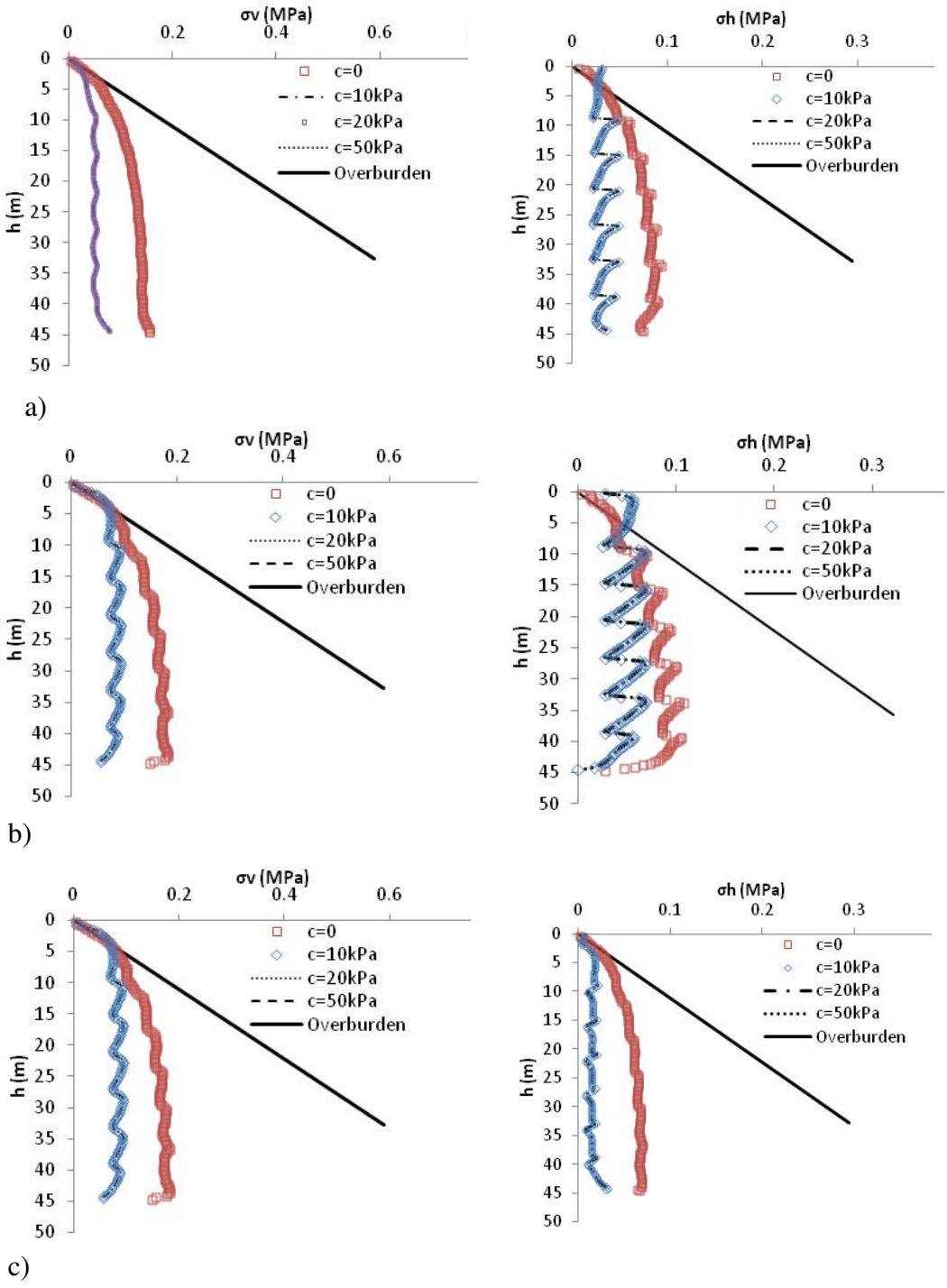


Figure B11-1 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de h, pour différents valeurs de la cohésion (c = 0, 10kPa, 20kPa et 50kPa) pour un chantier incliné avec $\beta = 60^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW (correspondante est présentée dans la figure 6.7).

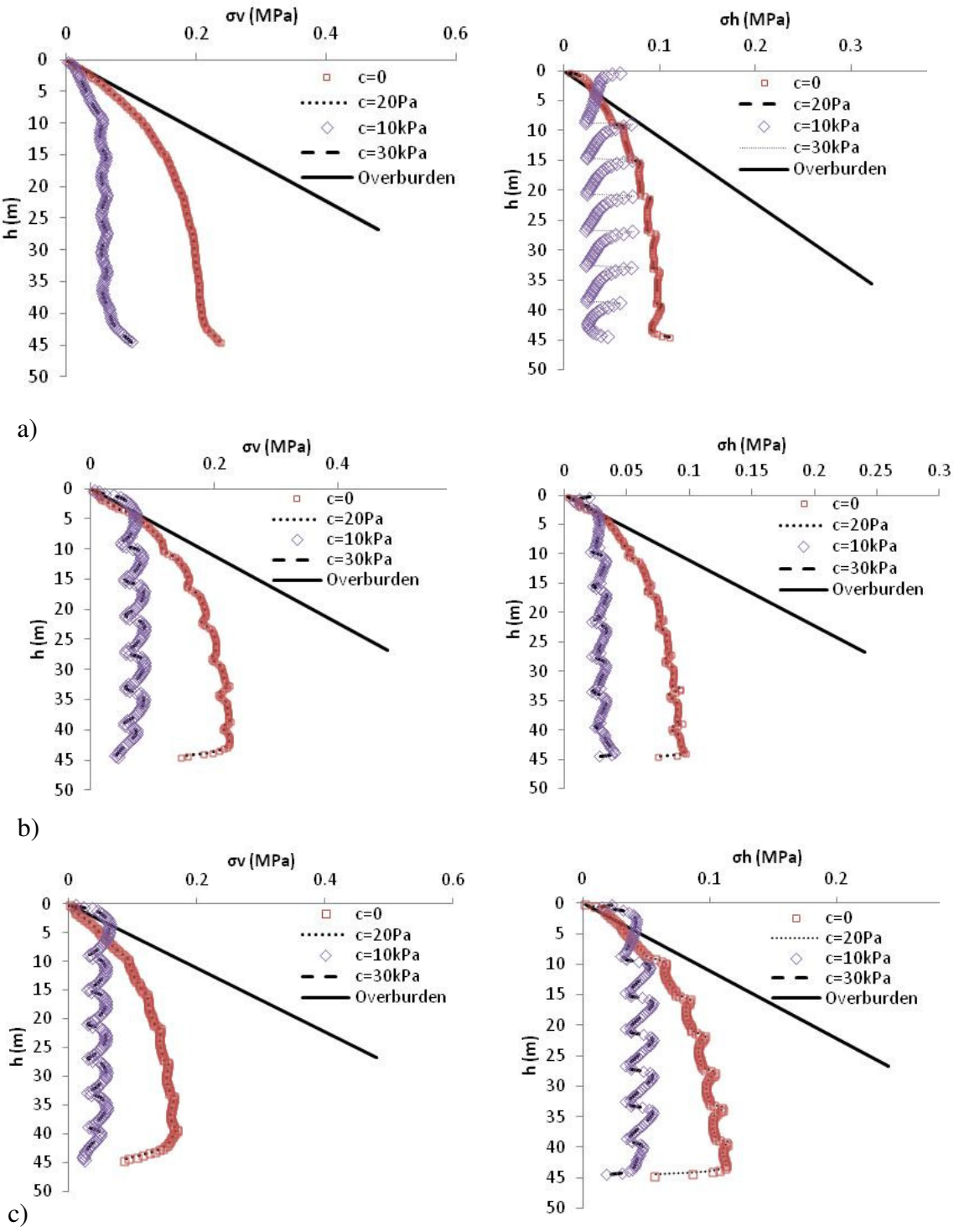
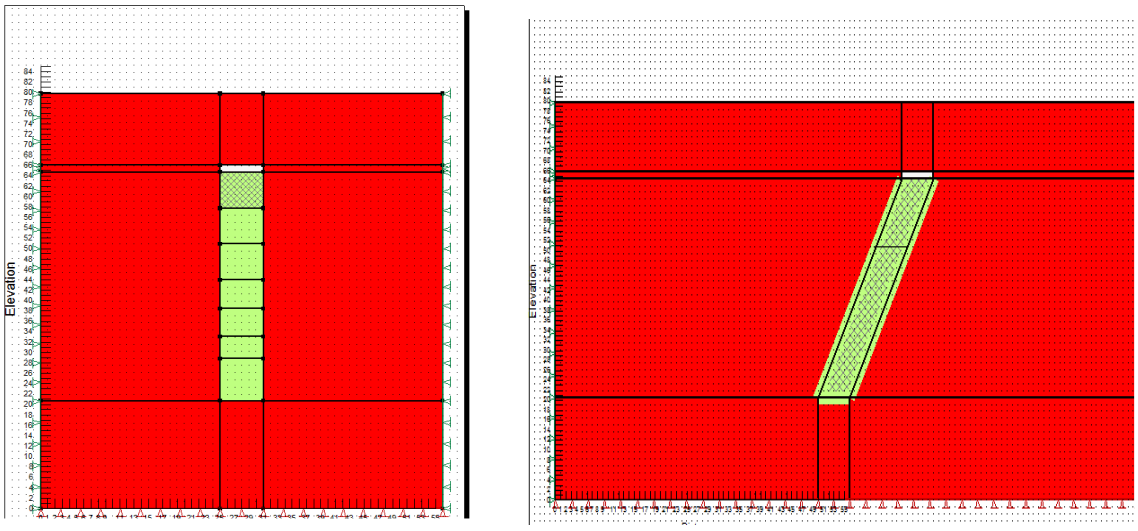


Figure B11-2 : Variations des contraintes verticales (gauche) et horizontales (droite) en fonction de h, pour différents valeurs de la cohésion (c = 0, 20Pa, 10kPa et 30kPa) pour un chantier incliné avec $\beta = 80^{\circ}$: a) au centre du chantier CL; b) sur l'éponte inférieure FW et c) sur l'éponte supérieure HW (correspondante est présentée dans la figure 6.8).

Annexe C - Simulations à l'aide d'un code de calcul par éléments finis

On a utilisé SIGMA/W, les propriétés élastiques adaptées ici pour le massif rocheux sont : E_r = 300 GPa et $\upsilon = 0.3$ (Li et al. 2003); on suppose ici que le comportement du massif rocheux est élastique linéaire. Les propriétés du remblai sont (Li et al. 2003) : E = 300 MPa et $\upsilon = 0{,}33$. Le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb (avec cohésion nulle) est le modèle conventionnel utilisé pour la modélisation du remblai. L'angle de frottement interne ϕ du remblai est utilisé pour l'interface remblai-roche (i.e. $\phi = \delta$) et relié avec le coefficient de Poisson (comme cela a préalablement été mentionné).

La figure C-1 présente le cas d'un remplissage séquentiel du chantier vertical (a) et du chantier incliné (b). Cette figure montre aussi les conditions imposées à la périphérie du modèle.



a) b)

Figure C-1 : Exemple de discrétisation du modèle avec la forme et le nombre des éléments du maillage pour le remplissage séquentiel d'un chantier vertical (a) et d'un chantier incliné (b). La figure montre aussi les conditions imposées à la périphérie du modèle.

C1. Remblai initialement drainé (sec)

La figure C1-1 montre les résultats des contraintes (verticales et horizontales) au centre du chantier vertical, en fonction de la hauteur *h*, avec les solutions de la théorie de Marston modifiée

(éq 2.7, 2.8 au chapitre 2 de la revue de littérature). Les résultats obtenus à l'aide de SIGMA/W ont été comparés aux résultats de FLAC (les résultats FLAC ont été validés et comparés avec les résultats au laboratoire et sur terrain par Li et al. 2003). Les contraintes calculées à partir du poids des terres sont aussi montrées dans cette figure.

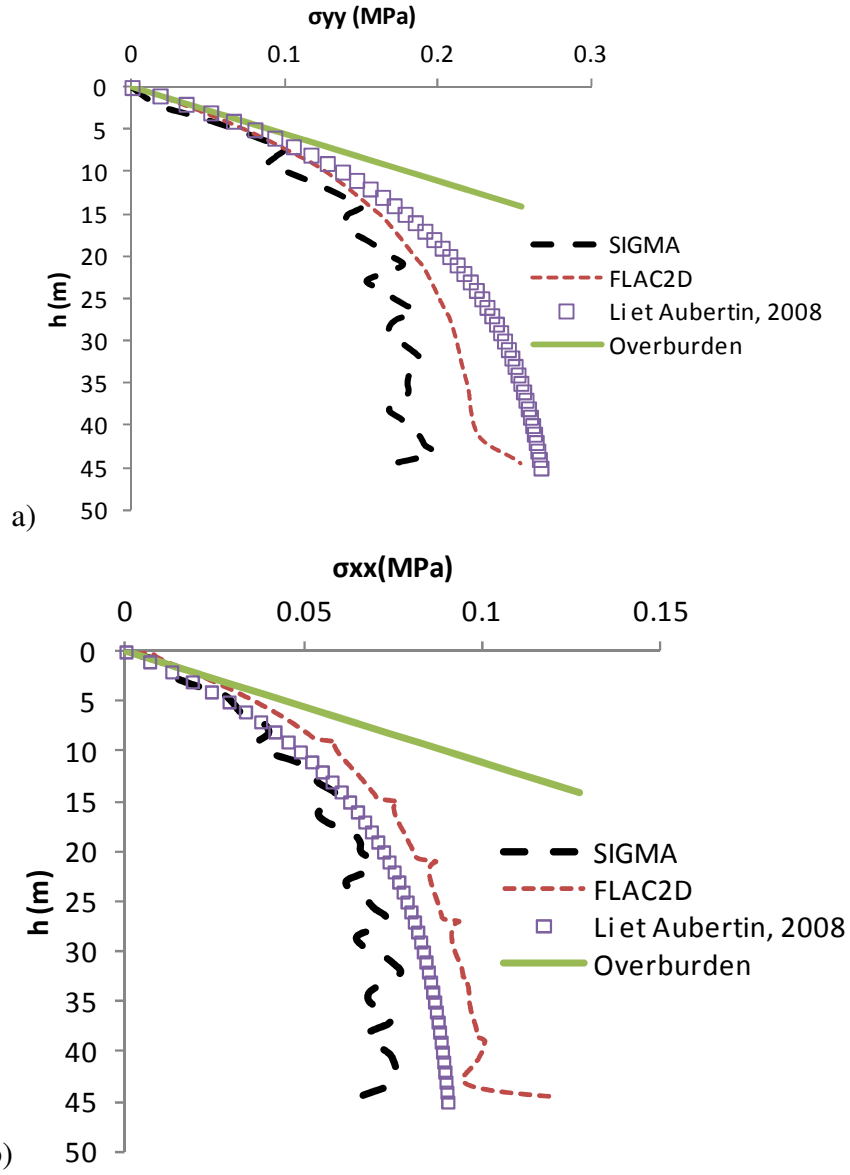


Figure C1-1 : Comparaison des résultats numériques (avec FLAC et SIGMA/W) et analytiques au centre du chantier selon différentes hauteurs, a) les contraintes verticales, b) les contraintes horizontales.

Il est observé que les contraintes horizontales et verticales obtenues en utilisant le code SIGMA/W sont relativement faibles que celles des résultats numériques obtenues par FLAC,

particulièrement au centre du chantier remblayé. On a bien considéré que SIGMA/W ne permet pas de bien simuler l'interface entre les matériaux (éléments attachés), comme on peut le voir dans d'autres codes, tel que celui de FLAC. Cette limitation a été corrigée par l'ajout d'une couche mince entre le massif rocheux et les remblais miniers avec des propriétés spécifiques représentant la nature du contact entre deux matériaux dans les modélisations avec SIGMA/W. Plusieurs séries de modélisations de SIGMA/W avec différentes propriétés de l'interface ont été effectuées pour trouver les propriétés géotechniques de l'interface qui donnent des résultats représentatifs et comparables avec FLAC et les résultats au laboratoire. La figure C1-2 montre que les modélisations avec une couche mince, réalisées à l'aide de SIGMA/W (qui joue le rôle d'un élément d'interface), qui ont les mêmes propriétés géotechniques que le remblai minier, sauf pour le module de Young E qui prend une valeur de 50 MPa, donnent des contraintes verticales qui sont relativement proches de celles réalisées avec FLAC. L'effet d'interface a été aussi étudié par plusieurs chercheurs (e.g. El Mkadmi et al. 2014; Liu et al. 2016a, b).

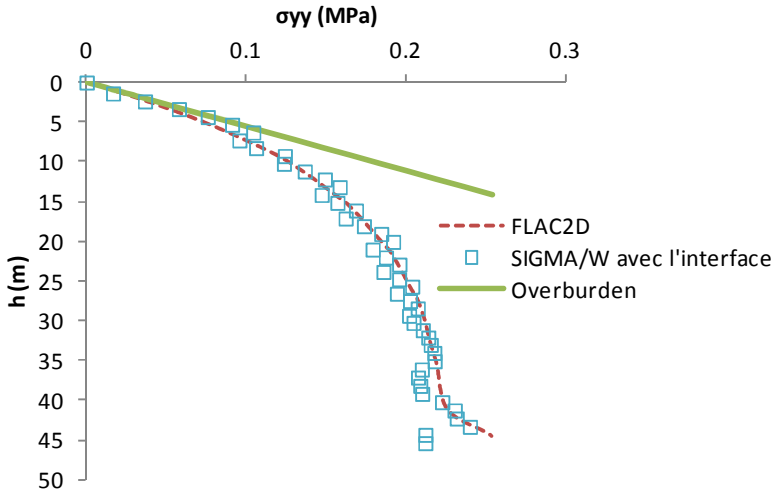


Figure C1-2 : Distribution des contraintes sur la ligne centrale avec et sans interfaces ($\phi' = 30^{\circ}$).

La figure C1-3 montre les contraintes verticales obtenues à l'aide FLAC et de SIGMA/W pour un chantier incliné où $\beta = 80^{\circ}$. Cette figure confirme aussi que les résultats obtenus grâce à SIGMA/W, avec l'interface de la même propriété géotechnique du remblai avec le module de Young, $E = 50$ MPa, sont assez similaires à ceux des contraintes verticales obtenus à l'aide de FLAC sur l'éponte supérieure, sur l'éponte inférieure et au centre du chantier incliné.

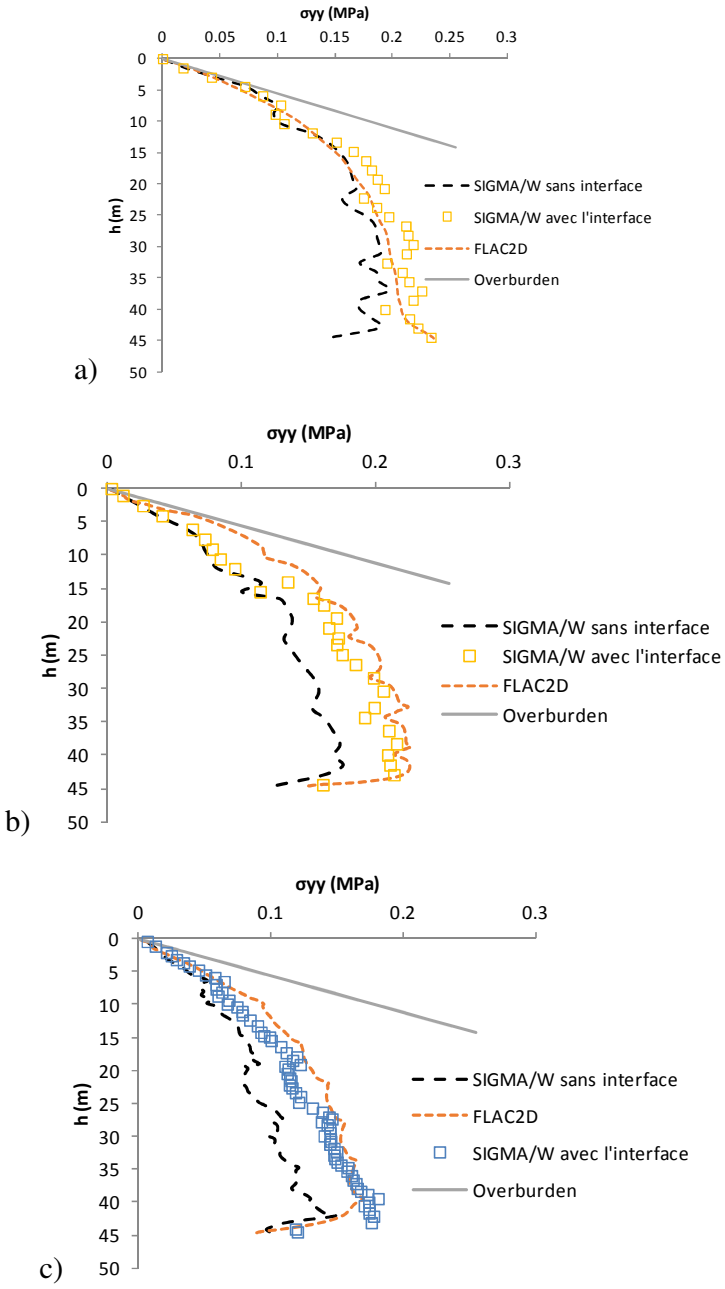


Figure C1-3 : Comparaison des contraintes verticales obtenues (en 2D) à l'aide de FLAC et de SIGMA/W avec et sans interface, a) au centre du chantier, b) sur l'éponte inférieure c) sur l'éponte supérieure.

C2. Remblai initialement saturé avec drainage

Une analyse transitoire a été réalisée pour le remblai initialement saturé avec un drainage au bas du chantier. Le drainage est modélisé en appliquant aux extrémités une condition qui correspond

à une charge hydraulique nulle (h_c = 0 m), au point droit à la base du chantier, et la conductivité hydraulique saturée k_{sat} égale 10^{-7} m/s. La valeur d'entrée d'aire (AEV) est 15 kPa et la valeur d'entrée d'eau (WEV) est 50 kPa.

La figure C2-1 montre que, lors des premières secondes du processus, les contraintes totales verticales au centre du chantier sont proches du poids des remblais alors qu'après un certain temps de drainage, les contraintes totales verticales diminuent progressivement. La figure C2-5b illustre que les contraintes effectives sont près de zéro lorsque la pression interstitielle égale la contrainte totale ($u = \sigma_v$). À mesure que le drainage progresse, les contraintes verticales applicables augmentent progressivement et l'effet d'arche se développe. Cette figure montre également qu'après 3 années, la succion augmente en haut du chantier (h = 0 m) et que par conséquent la contrainte verticale effective est positive. En outre, il a été observé que le taux de diminution des contraintes totales s'amenuise avec le temps. Les résultats des simulations numériques correspondent bien aux observations rapportées par Grabinski (2010), Thompson et al. (2011), Witteman et Simms (2011) et El Mkadmi, 2012.

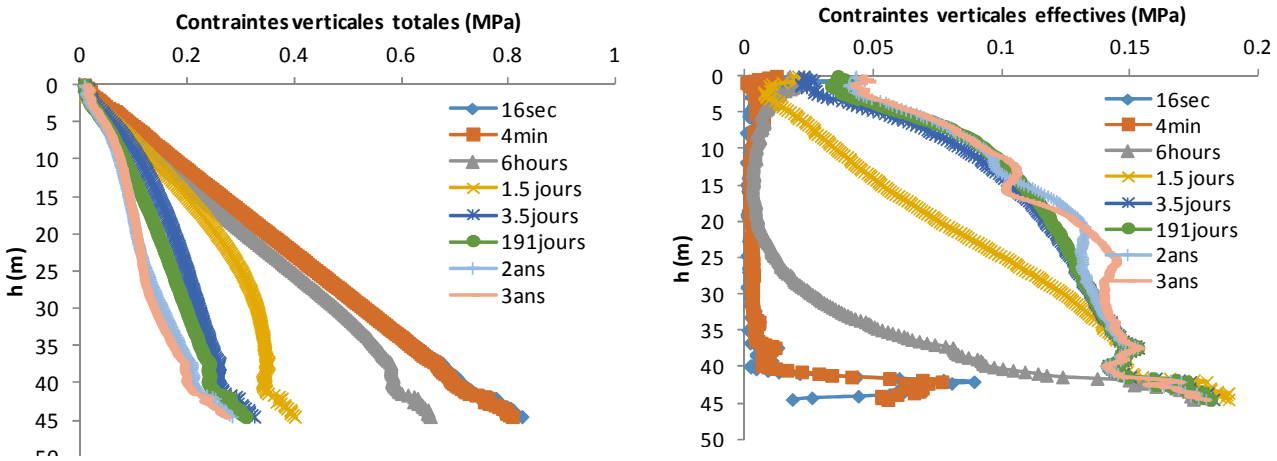


Figure C2-1 : Valeurs des contraintes totales verticales (a) et des contraintes effectives verticales (b) le long de la LC pour un remblai initialement saturé avec drainage.

Annexe D– Simulations 3D de chantiers avec une galerie et une barricade

L'évaluation du comportement des barricades est nécessaire pour assurer la bonne tenue du remblai. FLAC^{3D} a été utilisé pour évaluer la réponse de ces structures de retenue. La barricade en roche stérile est modélisée en 3D selon une forme carrée (avec un remblai drainé, sec).

La barricade est représentée par modèle élasto-plastique Mohr-Coulomb. Les paramètres géotechniques de la barricade sont le poids volumique sec du stérile γ_d = 20 kN/m^3 et E = 3 GPa et l'angle de friction interne $\phi = 35^{\circ}$, υ = 0.27 (e.g. Leps, 1970 et Bussière, 2007).

La modélisation du chantier minier avec une galerie, réalisée à l'aide de FLAC^{3D,} reproduit la séquence avec le modèle initial, l'excavation et le remblayage. La première étape est l'initialisation des contraintes dans le massif rocheux; la deuxième étape consiste à excaver la galerie pour le bas du chantier et le chantier minier, lequel sera remblayé par la suite en quatre couches successives afin d'obtenir un équilibre statique (comme suggéré par Li et Aubertin 2009b voir aussi Jahanbakhshzadeh et al. 2016a). La figure D-1 présente le schéma 3D d'un chantier minier vertical remblayé de hauteur H = 44.5m, de longueur L= 10 m et de largeur B = 6 m, avec un espace vide de hauteur 0,5 m laissé en haut. Les dimensions de la galerie sont aussi présentées dans la figure D-1.

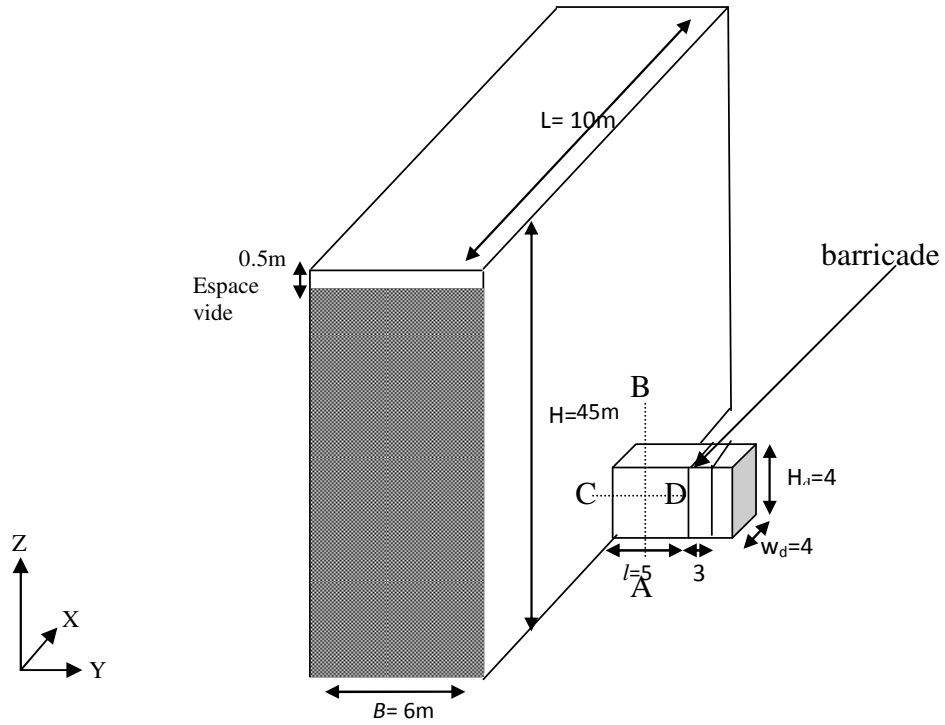


Figure D-1 : Schéma d'un chantier minier souterrain remblayé avec une galerie d'accès et une barricade en roche stérile (sans échelle).

La figure D-2 présente les iso-contours des contraintes verticales σ_{zz} sur le plan vertical de symétrie (centre du chantier), parallèle au plan *z-y* (Fig. D-2) qui sont obtenues avec le code FLAC^{3D}. On observe la présence d'un effet d'arche qui se manifeste par une augmentation relation faible des contraintes avec la profondeur.

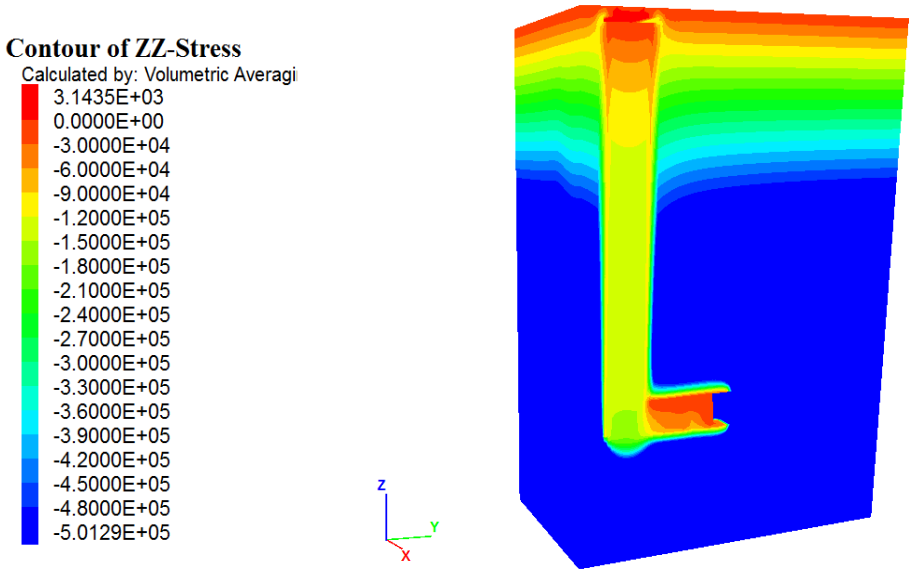


Figure D-2 : Iso-contours de la contrainte verticale σ_{zz} dans le chantier minier parallèle au plan *z*-*y*.

La figure D-3 présente la distribution des contraintes horizontales en direction y (σ_y) obtenues sur la ligne vertical de A-B (figure D-1) au centre de la galerie avec w_d=2 m, H_d= 2 m.

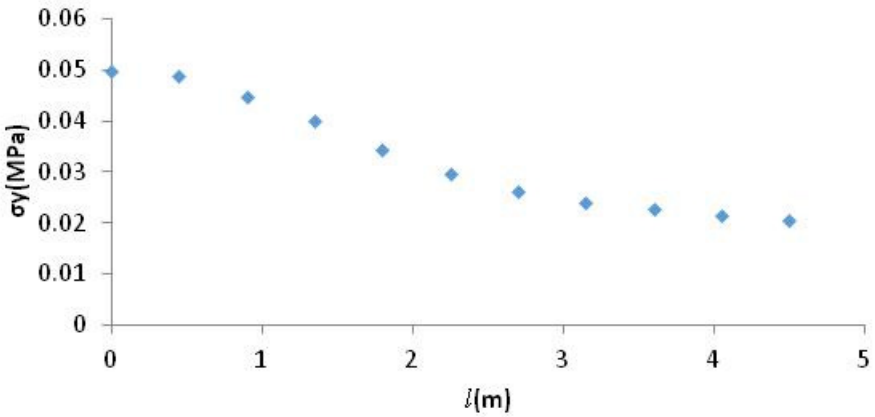


Figure D-3 : Distribution des contraintes horizontales dans la direction y (σ_y) obtenues le long de l'axe vertical au centre de la galerie du chantier (ligne A-B, w_d= 2 m, H_d= 2m, figure D-1).

La figure D-4 montre une comparaison entre la distribution des contraintes horizontales en direction de la largeur de la galerie y (σ_y) obtenues numériquement sur la ligne A-B de la figure D-1 (w_d = 2 m, H_d = 2m) avec les contraintes horizontales obtenues par la solution analytique de Li et al. (2009e). On observe que les valeurs des contraintes horizontales σ_y obtenues avec FLAC^{3D} sont assez similaires aux résultats analytiques.

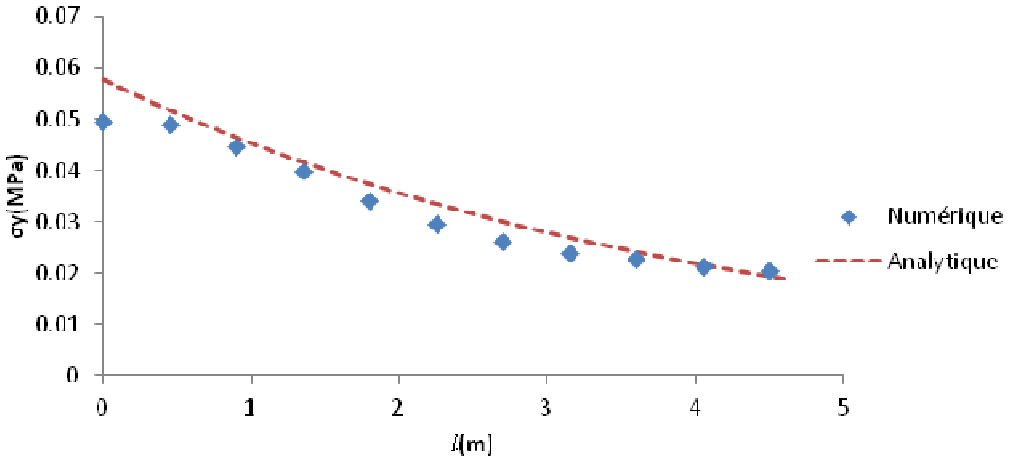


Figure D-4 : Comparaison des résultats numérique et analytique sur la ligne A-C de la figure D-2 (w_d = 2 m, H_d = 2 m) à différentes longueur de la galerie (l).

L'évolution des contraintes le long de la galerie et sur la barricade dans un chantier incliné est illustrée suivant.

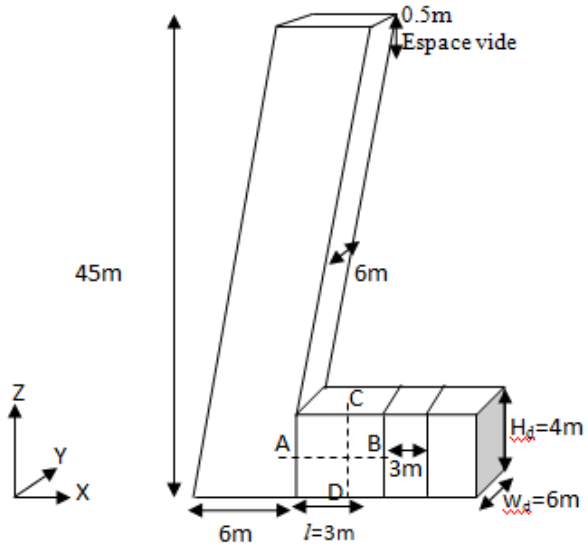


Figure D-5: Schéma d'un Chantier minier souterrain remblayé incliné avec une galerie d'accès et une barricade en roche stérile (sans échelle)

La figure D-6 présente la distribution des contraintes verticales (σ_z) et horizontales (σ_y ,σ_x) (Fig. D-6a) obtenue le long de la ligne centrale du chantier et les iso-contours des contraintes verticales σ_z pour le plan vertical de symétrie (centre du chantier) qui est parallèle au plan Z-Y (figure D-6b) obtenus avec le code FLAC^{3D}. On observe bien la présence d'un effet d'arche qui se manifeste par une faible augmentation des contraintes avec la profondeur.

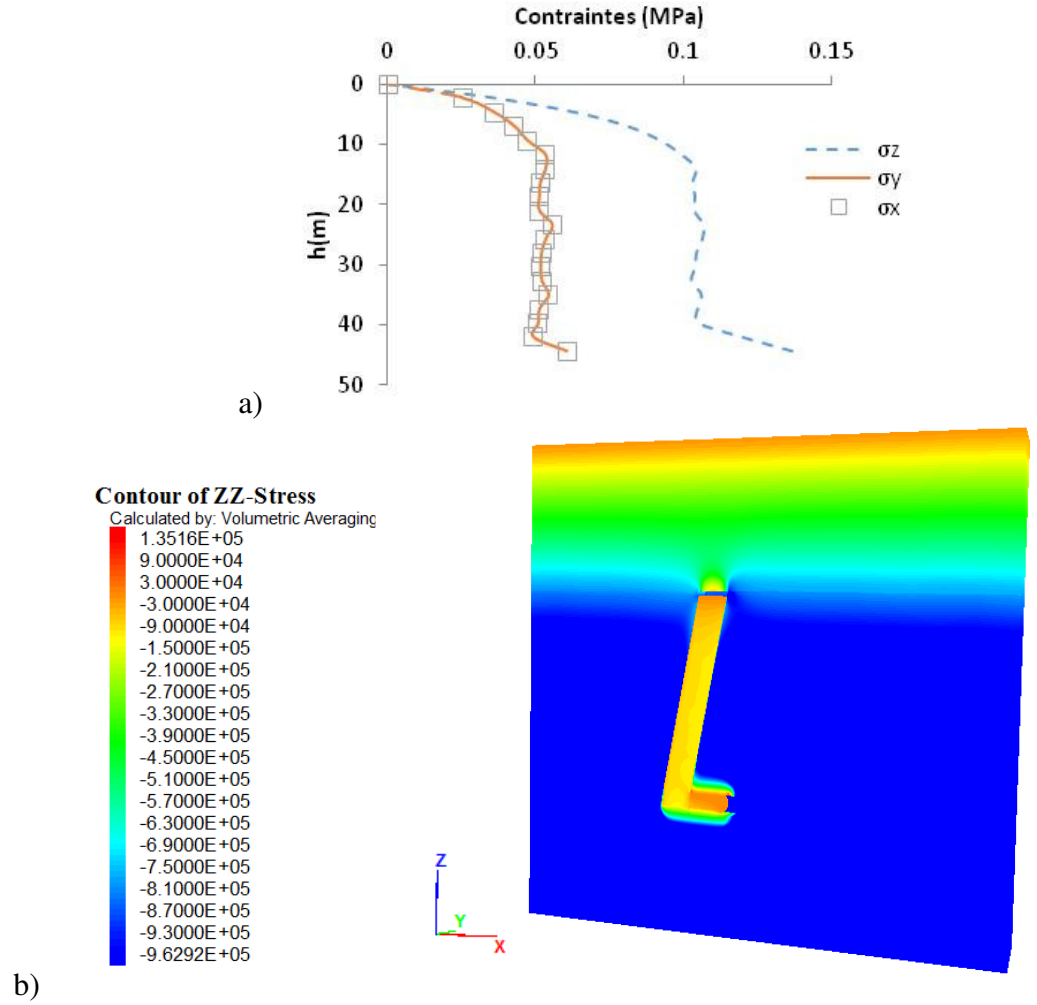


Figure D-6: (a) Distribution des contraintes le long de la ligne centrale du chantier incliné β =80° obtenue avec FLAC3D. (b) Iso-contours de la contrainte vertical σz dans le chantier minier parallèle au plan Z-Y.

Les résultats numériques obtenus au centre du chantier incliné correspondent bien aux résultats numériques rapportés par Jahanbakhshzadeh et al. (2016b, voir aussi chapitre 5) et les résultats analytiques présentés par Li et al. (2005).

La figure D-7 présente la distribution des contraintes horizontales de la direction X (σ_x) obtenue le long de la ligne centrale de la galerie du chantier incliné $\beta = 80^{\circ}$ (la ligne A-B).

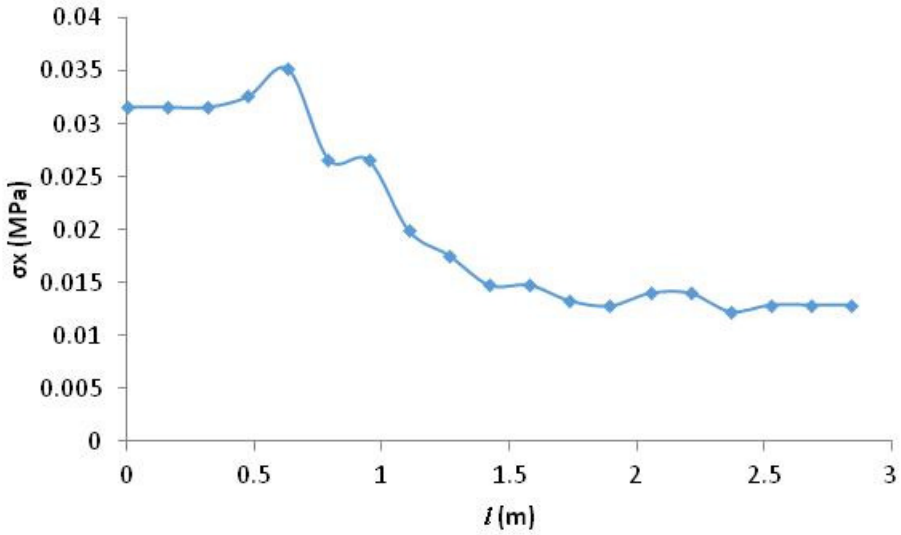


Figure D-7: Distribution des contraintes horizontales de la direction X (σ_x) obtenue le long de la centre de la galerie (w_d=3m, H_d=2m) du chantier incliné β = 80° (linge A-B, Figure D-6).

La figure D-8 présente la distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de la ligne centrale de la galerie du chantier incliné β = 80° (linge A-B).

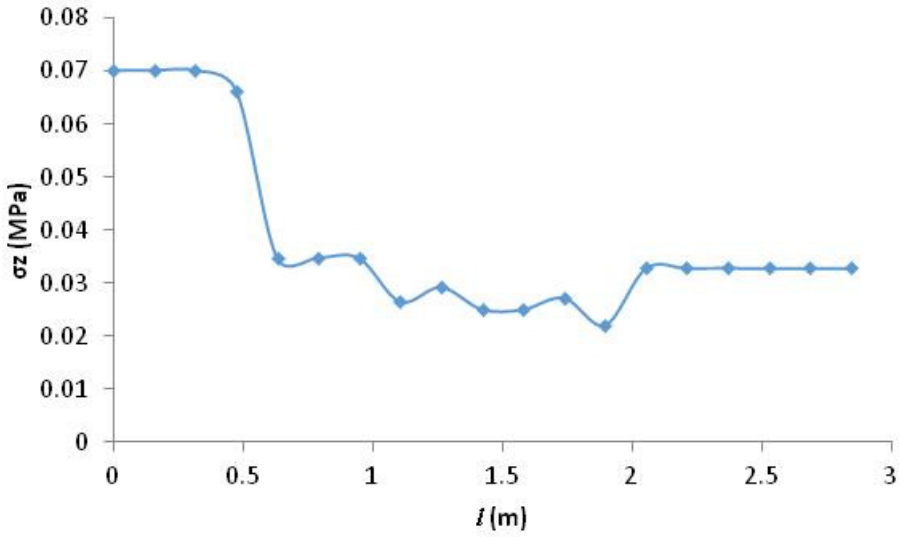


Figure D-8: Distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de centre de la galerie (w_d=3 m, H_d=2 m) du chantier incliné β = 80° (linge A-B, Figure D-6).

La figure D-9 présente la distribution des contraintes horizontales de la direction X (σ_x) obtenue le long de la ligne centrale de la galerie du chantier incliné $\beta = 70°$ (la ligne A-B).

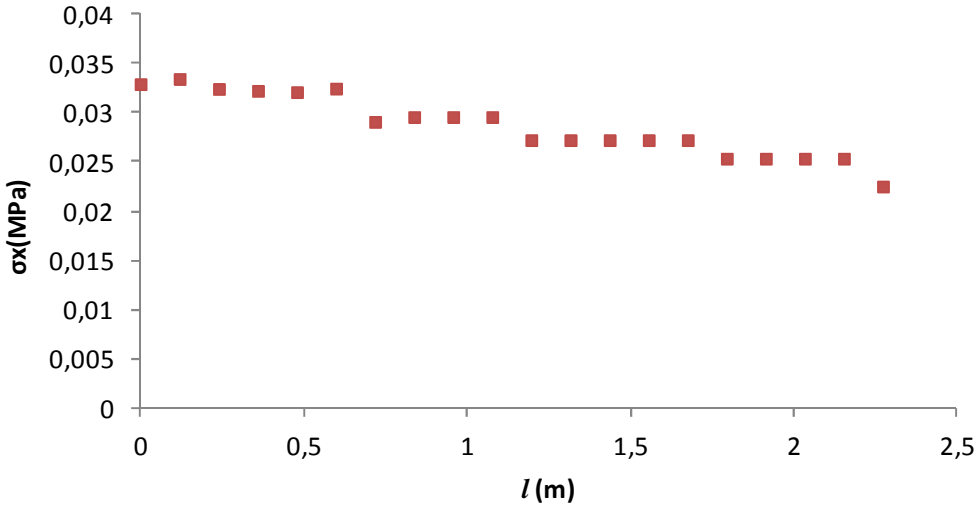


Figure D-9: Distribution des contraintes horizontal en direction X (σ_x) obtenue le long de la centre de la galerie (w_d=3m, H_d=2m) du chantier incliné $\beta = 70°$ (linge A-B, Figure D-6).

La figure D-10 présente la distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de la ligne centrale de la galerie du chantier incliné $\beta = 70°$ (linge A-B).

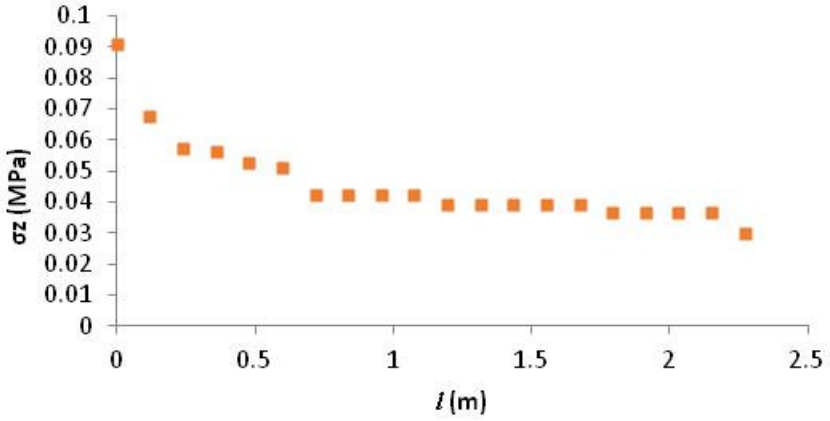


Figure D-10: Distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de centre de la galerie (w_d=3 m, H_d=2 m) du chantier incliné $\beta = 70°$ (linge A-B, Figure D-6).

La figure D-11 présente la distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de la ligne centrale de la galerie du chantier incliné $\beta = 60°$ (linge A-B).

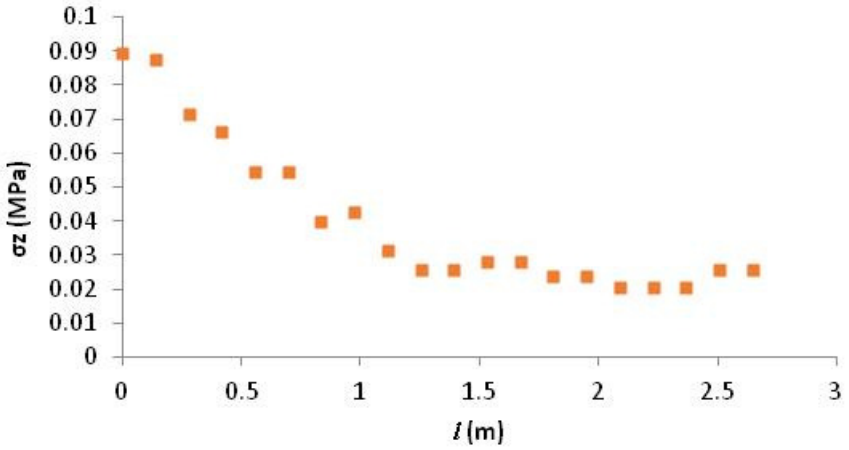


Figure D-11: Distribution des contraintes verticales (σ_z) obtenue le long de centre de la galerie (w_d=3 m, H_d=2 m) du chantier incliné $\beta = 60°$ (linge A-B, Figure D.6).

Annexe E - Evaluation of the earth pressures in inclined backfilled stopes based on the Coulomb active state coefficient

Article présenté à la conférence GeoVancouver 2016 (A. Jahanbakhshzadeh, M. Aubertin and L. Li).

ABSTRACT

Backfilling is commonly used in underground mine operations to ensure the stability of openings and safety of the workers. In this regard, it is crucial to evaluate the stress state in the fill material and surrounding rock mass. Recent work has shown that the fill settlement in the stope produces shear stresses along the rock interfaces that lead to a load transfer to the abutments. The magnitude of this redistribution depends on many factors, including stope geometry and fill properties. This article presents a new solution for the stress state in inclined stopes, which uses the Coulomb active earth pressure coefficient. This solution takes into account the variation of the stresses along the opening width and height for various inclination angles. The solution and key results are described and validated (in part) using numerical simulations.

E1. INTRODUCTION

There are many reasons for using backfill in underground mines, such as reducing the volume of solid wastes on the surface, improving ground stability, and ensuring the safety of workers.

Different backfill technologies are currently used in mines (e.g. Hassani and Archibald 1998; Liston 2014). The filling materials placed in stopes are generally much less stiff than the surrounding rock mass. The self-weight settlement of the fill after deposition generates shear stresses along the rough walls of the opening, which produces a transfer of the overburden pressures to the rock mass (e.g. Askew et al. 1978; Aubertin et al. 2003; Li et al. 2003, 2005; Potvin et al. 2005).

The sizes of the openings, the conditions along the fill-rock interfaces and the backfill properties are the main parameters introduced in analytical solutions commonly used to evaluate the stresses in backfilled stopes. However, the effect of wall inclination is generally neglected in

these solutions, despite results showing that this can have a major influence on the stress state (Li et al. 2007; Li and Aubertin 2009a; chapter 3 in Jahanbakhshzadeh 2016). These results indicate that the arching effect, related to the stress transfer between the fill and rock mass, is typically less developed in inclined stopes and that the stresses can differ significantly between the hanging wall and footwall.

In this article, an alternative plane strain solution is proposed for the stress distribution in the backfill placed in inclined openings based on the Coulomb active earth pressure coefficient. The solution is validated, in part, by comparing calculated stresses with those obtained from numerical simulations. Some implications of these results are also discussed.

E2. ALTERNATIVE ANALYTICAL CALCULATION

Simulations results obtained with FLAC (Itasca 2002) show that a decrease of the wall angle (from 90° to 60°) typically leads to a decrease in the vertical stresses along the hanging wall (Jahanbakhshzadeh et al. 2015; chapter 3 in Jahanbakhshzadeh 2016). Such simulations also indicate that these stresses can vary along the stope width (from the hanging wall to the footwall) and height, and with the fill properties.

Most analytical solutions neglect these factors. The corresponding equations, which are generally based on the Marston (1930) solution, include a unique value for the earth pressure coefficient K to represent the ratio between the horizontal (σ_h) and the vertical (σ_v) effective stresses (i.e. $K = {\sigma_h}/{\sigma_v}$). However, numerical simulations have shown that K is not constant across the width and along the height of backfilled openings (Li et al. 2003; Li and Aubertin 2008; Jahanbakhshzadeh 2016).

A more realistic view is taken here to define the value of K in the newly developed solution for the stresses in backfilled stopes with inclined walls. This solution is presented below. It is then compared with numerical results for the value of coefficient K and the stresses in inclined openings.

E3. New formulation for *K*

A conceptual 2D (plane strain) model for the backfilled stope is shown in Figure E.1. In this figure, β and α are complementary angles for the two walls (with $\alpha = 180^{\circ} - \beta$); B is the opening width; x is the analysis distance from the hanging wall ($0 \leq x \leq B$).

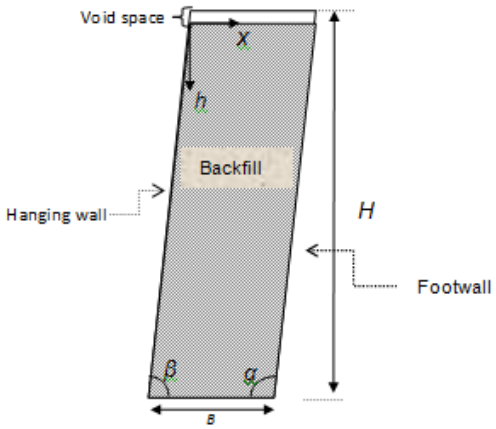


Figure E3-1. Conceptual model for an inclined backfilled stope (not to scale).

Simulations that have been conducted with FLAC (Itasca, 2002) were used to assess the value of earth pressure coefficient K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$). These numerical calculations considered a homogeneous, isotropic and linearly elastic rock mass with the following properties: E_r = 30 GPa (Young's modulus); υ_r = 0.3 (Poisson's ratio) and γ_r = 27 kN/m^3 (unit weight). The backfill obeys an elasto-plastic law with the Coulomb yield (ultimate) strength criterion. The fill properties are given by the values of E, υ and γ, and the internal (constant volume) friction angle ϕ'. The cohesion c' = 0 (uncemented backfill) and dilation angle ψ' = 0 (non-associated flow rule). The simulations results presented here are obtained after filling in 6 steps (layers) to minimize the effect of adding the fill too quickly (Li and Aubertin, 2009a).

The proposed equation, intended to define the value of K in inclined stopes, takes into account the effect of the distance along the width x, angle β, and elevation h (chapter 4 in Jahanbakhshzadeh, 2016).

An analysis of the numerical results indicates that the value of K for inclined stopes (K_i) can be represented by the following expression:

$$K_i = K_{\text{ac}} \times f_{\text{w}} \times f_{\text{e}} \tag{E.1}$$

where K_{ac} is Coulomb's active earth pressure coefficient of the (dry) backfill, which can be expressed as follows for a horizontal fill surface (McCarthy, 2007):

$$K_{ac} = \left[\frac{\sin(\alpha - \phi')\left(\frac{1}{\sin\alpha}\right)}{\sqrt{\sin(\alpha+\delta)} + \sqrt{\frac{\sin(\phi'+\delta)\sin(\phi')}{\sin(\alpha)}}} \right]^2 \tag{E.2}$$

In this equation, α ($\geq 90^{\circ}$) is the wall inclination angle (see Fig. E.1); δ is the friction angle between the fill and rock walls, taken as the internal friction angle ϕ' of the backfill (i.e. $\delta = \phi'$) for rough rock surfaces. It should be recalled here that as the resulting active force on a rough wall is usually not horizontal, the value of $K_{ac} \neq {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$ in most instances.

In equation (2), f_w and f_e are functions that represent the effect of stope geometry (width and height); these can be expressed as follows:

$$f_w = \left\{ 1 + \Lambda \left(1 - \frac{x}{B} \right)^4 \right\} \tag{E.3}$$

$$f_e = \sin^2(\beta) - \left[\frac{h}{H} \times \tan\phi' \times \cos^2\beta \right] \tag{E.4}$$

with

$$\Lambda = 2.4 \times \cos(\beta - 10^{\circ}) \tag{E.5}$$

When the stope is vertical ($\alpha = \beta = 90^{\circ}$), function f_e reduces to unity; f_w then controls the values of K (= K_i) along the width. There is no effect of elevation on K_i in this case. An explicit

comparison between this new solution and results obtained from FLAC for various conditions is presented below.

E4. Solution for the stresses

A new solution is proposed here to obtain the vertical (σ_v) stresses under plane strain. This solution is based on the expression proposed by Marston (1930), as defined by Aubertin et al. (2003) and Li et al. (2003). It also relies on the commonly used expression for the horizontal stresses $\sigma_h = K\sigma_v$ (with $K = K_i$ given by Eq. E.1 presented above). More details about this solution are presented in chapter 4 in Jahanbakhshzadeh (2016).

The proposed equation for the vertical stress at depth h in the backfill can be written as:

$$\sigma_{vh} = \frac{\gamma B(\sin\beta)}{2K_i \tan\phi'}\left(1 - exp(-\frac{2K_i \tan\phi'}{B(\sin\beta)} \times h)\right) \quad \text{(E.6)}$$

For a vertical stope (β = 90°), Eq. 6 reduces to the solution proposed by Aubertin et al. (2003) and Li et al. (2003).

The horizontal stress can then be expressed as:

$$\sigma_{hh} = K_i\sigma_{vh} \quad \text{(E.7)}$$

where K_i is given by Eq. E.1.

E5. RESULTS AND COMPARISONS

Numerical calculations were conducted to assess the validity of the equations presented in the previous section, taking into consideration the influence of backfill properties and stope geometry. Table E.1 presents the geotechnical and geometric parameters used for the different simulations and comparisons (more details are presented in chapter 3 and 4 in Jahanbakhshzadeh, 2016).

Table E.1: Parameters used for the simulations with FLAC with total height H = 45 m, (i.e. the stope is filled to a final height of 44.5 m, with 0.5 m of void space left at the top of the stope) ; γ = 18 kN/m^3 and E = 300 MPa.

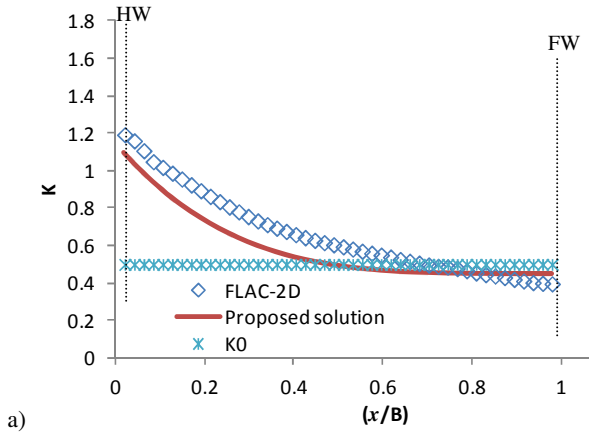
Backfill properties and stope geometry	*Case 0*	*Case I*	*Case II*
Internal friction angle ϕ' (°)	30	30	40
Poisson's ratio υ [1]	0.33	0.33	0.26
Stope width B (m)	6	20	6
Inclination angle β (°)	60, 90	60, 90	60, 90

[1] $\upsilon = \frac{1-\sin\phi'}{2-\sin\phi'}$ (see Falaknaz 2014; Jahanbakhshzadeh 2016).

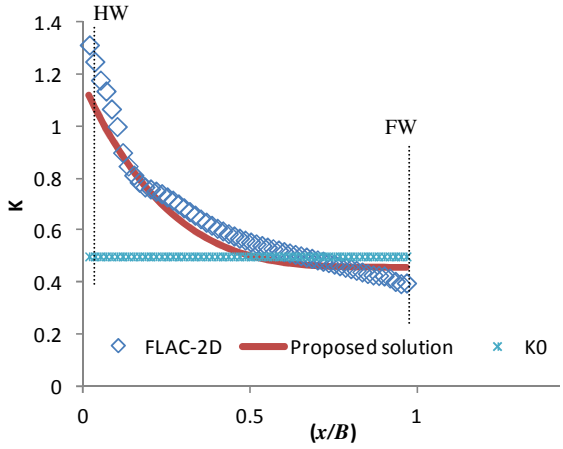
E6. Evaluation of the stress ratio *K*

Figure E6-2 illustrates a comparison between the value of K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) resulting from the numerical simulations and the proposed equation (Eq. E.1 for $K = K_i$); the coefficient of earth pressure at rest K_0 (i.e. $K_0 = 1 - \sin\phi'$), is also shown for $\beta = 60^\circ$ for Case 0 with B = 6 m (Fig. E6-2a) and Case *I* with B = 20 m (Fig. E65-2b).

The influence of the stope width B on the stress distribution in inclined stopes was investigated by Li and Aubertin (2009a) and see chapter 3 in Jahanbakhshzadeh (2016). These numerical results indicate that the vertical stresses tend to increase with an increase in the stope width. However, the stresses along the hanging wall do not increase as much. This indicates that the value of K may vary with an increase in the stope width. This is confirmed by the results shown in Figure E6-2. This figure also shows that the value of K across the width of inclined stopes obtained from Equation E.1 compares well with the numerical results. These calculated values of K largely exceeds K_0 (= 0.5) near the hanging wall, but they tend to approach the latter values close to the footwall (Fig. E6-2).



a)



b)

Figure E6-2. Comparison between K obtained from FLAC and calculated with the proposed solution (Eq. E.1) at mid-height of the stope; a) Case 0 (Table E.1) with B = 6 m; b) Case I with B = 20 m.

E7. Comparison of the stress state

The stresses obtained from simulations with FLAC are compared with those given by the solution proposed above (Eq. E.6) to assess its validity.

Figure E7-3 shows the vertical and horizontal stresses obtained from the proposed solution for Case 0, with $\beta = 90^{\circ}$, and from the numerical simulations along the central line CL (Fig. E7-3a) and walls (Fig. E7-3b). This comparison indicates that the two solutions correlate well.

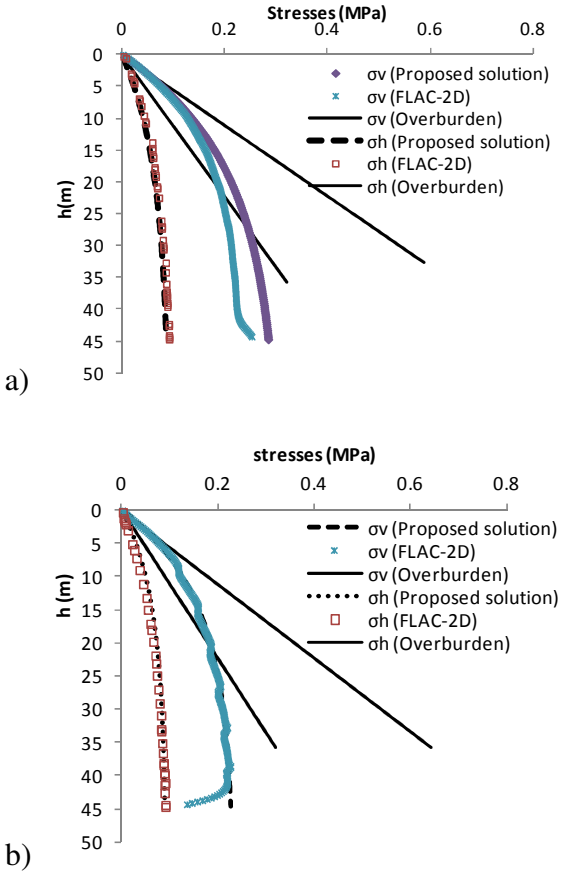
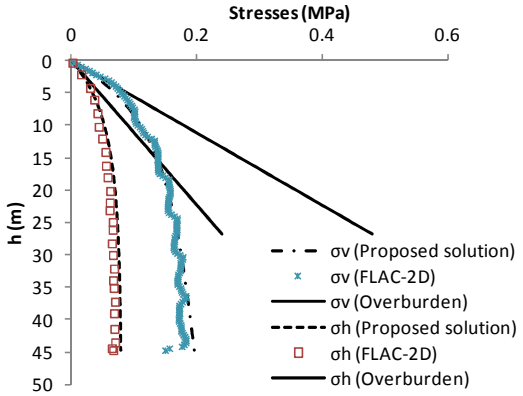


Figure E7-3. Vertical and horizontal stresses at different elevations h, obtained with the proposed analytical solution and numerical simulations for Case 0 (Table E.1), with $\beta = 90^{\circ}$: a) along CL and b) along walls.

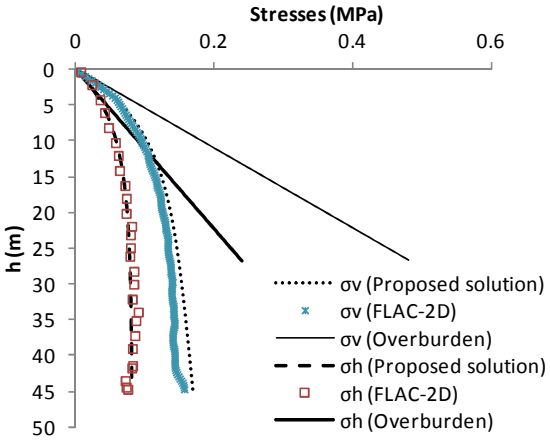
Figure E7.4 illustrates the stresses given by Eq. E.6 and the simulations along the footwall FW (Fig. E7-4a), CL (Fig. E7-4b) and hanging wall HW (Fig. E7-4c) within an inclined stope with $\beta = 60^{\circ}$ (Case 0, Table E.1). It can be observed in this case that the vertical and horizontal stresses are also quite similar along the HW, FW and CL.

The effect of the stope width on the stress state was also specifically assessed. Figure E.5 compares the stresses obtained from the numerical and analytical solutions along the FW (Fig. E.5a), CL (Fig. E.5b) and the HW (Fig. E.5c) for $\beta = 60^{\circ}$, for $B = 20$ m (Case *I*); these results can be compared with those for $B = 6$ m (Fig. E7.4). It can be observed in Fig. E7.5 that the vertical and horizontal stresses obtained from the two different types of solutions are close to each other along the footwall and centre line. There is a somewhat more pronounced (although limited)

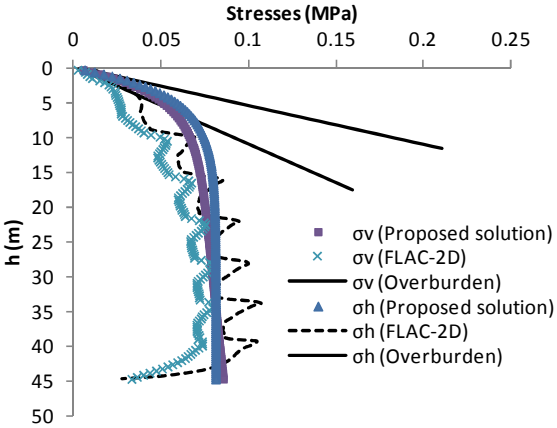
discrepancy for the vertical stresses along the hanging wall (Fig. E7.5c); this difference is deemed to be on the safe side, as the analytical solution gives a conservative (larger) estimate of the stresses in this case.



a)

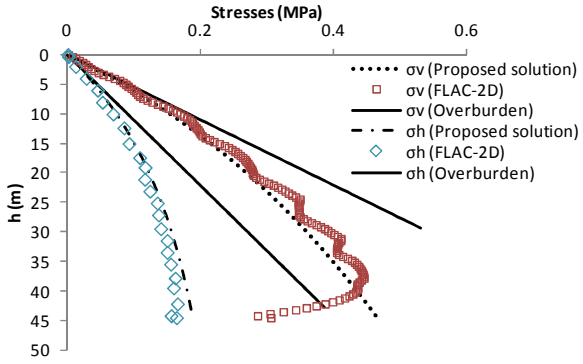


b)

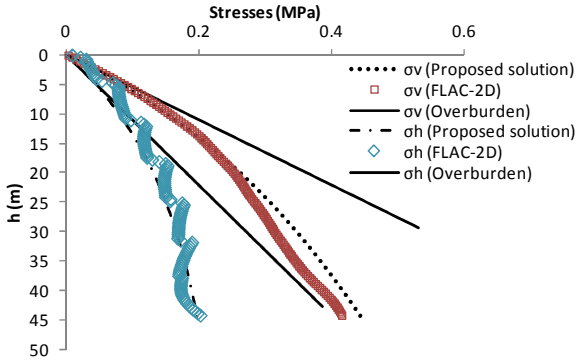


c)

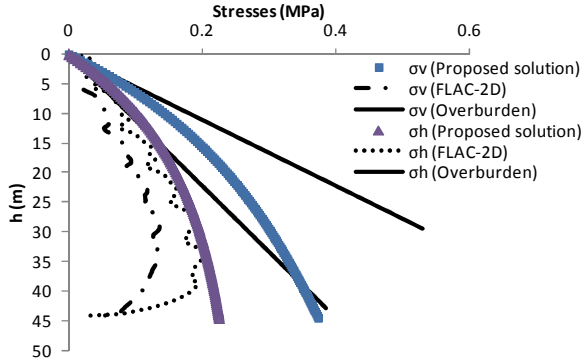
Figure E7-4. Vertical and horizontal stresses at different elevations h obtained with the proposed solution (Eq. 6) and numerical simulations for Case 0 (Table 1), with $\beta = 60^{\circ}$, along the: a) FW; b) CL; c) HW.



a)



b)



c)

Figure E7-5. Stresses along the height *h*, obtained with the proposed solution and numerical simulations for Case *I* (Table 1), for B = 20 m and $\beta = 60^{\circ}$ along the: a) FW; b) CL; c) HW.

Earlier investigations have also demonstrated that the stresses in stopes can be affected by the internal friction angle of the backfill (e.g. Li and Aubertin 2009a; Falaknaz 2014). The effect of

increasing the friction angle ϕ' to 40° on the stresses obtained from the proposed solution (Eq. E.6) and numerical simulations (which also consider a change in Poisson's ratio, see Table E.1) is illustrated in Figure E7-6, (Case *II*, Table 1, β = 60°). The results in Fig. E7-6 indicate that both the vertical and horizontal stresses are close for the two types of solutions at the three locations (FW, HW, and CL). These stresses are somewhat smaller than those obtained for angle ϕ' = 30° (see Fig. E7-4).

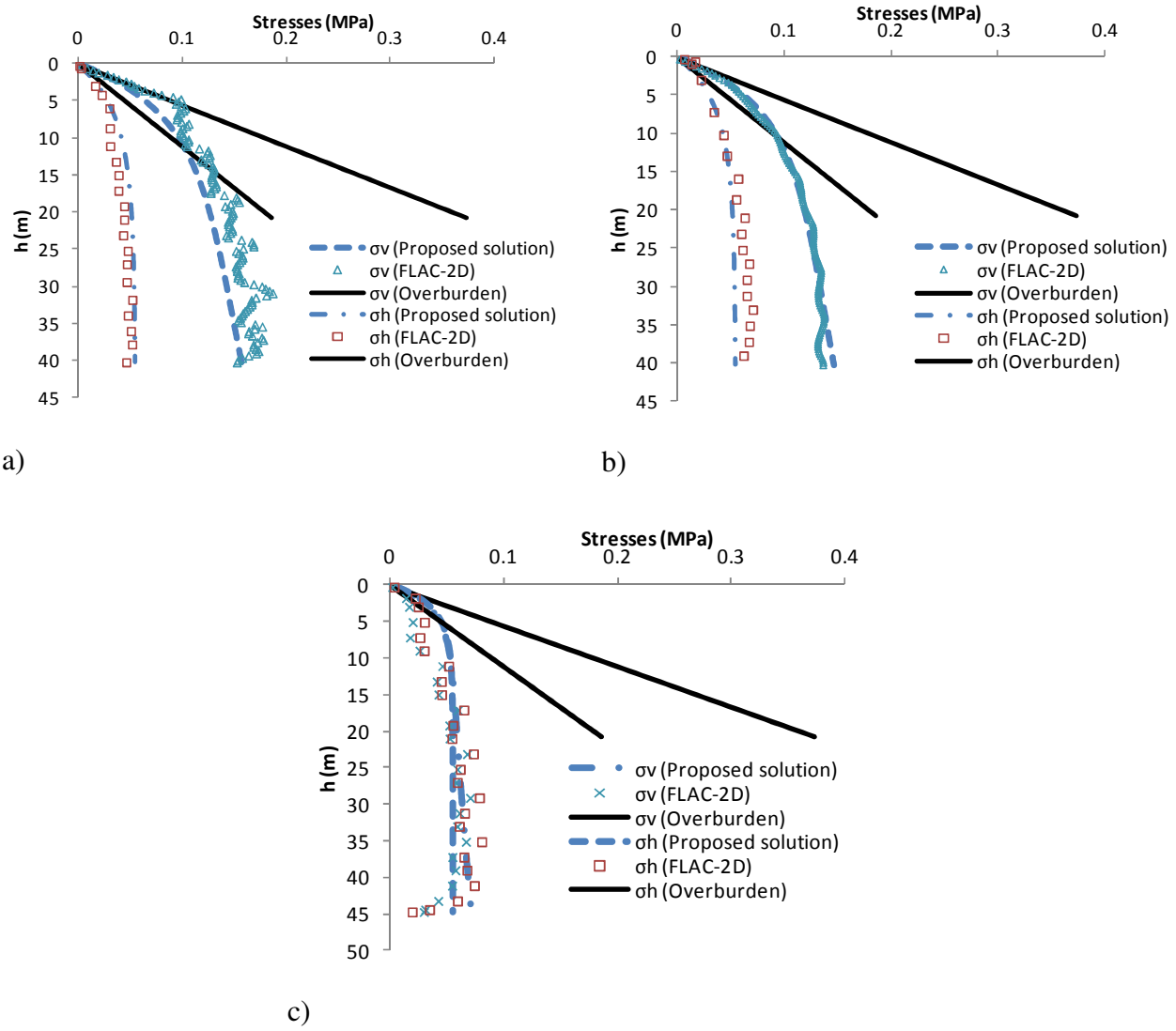


Figure E7-6. Vertical and horizontal stresses along the height *h,* obtained with the proposed solution (Eq. E.6) and numerical simulations for Case II (Table E.1), for ϕ' = 40° and β = 60° along the: a) FW; b) CL; c) HW.

These results tend to demonstrate that the stresses obtained from the proposed analytical solution represent quite well those given by the numerical simulations. This new solution thus constitutes an improvement compared with other existing solutions.

E8. DISCUSSION

The numerical results indicate that the value *of K* ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) within inclined backfilled stopes usually tends to decrease from the hanging wall to the footwall, particularly when the stope inclination increases (i.e. for a smaller angle β; see Fig. 2). The value of K is also influenced by the elevation in the backfilled stope (chapter 4 in Jahanbakhshzadeh 2016). This value should therefore be expressed as a function of the position along the width and height, as is the case with the new solution (Eq. 1). Results shown in Fig. E6-2 indicate that the numerical and analytical solutions lead to values of K ($= {}^{\sigma_h}/_{\sigma_v}$) that are close to each other.

The simulation results of Jahanbakhshzadeh et al. (2015) have also shown that the vertical and horizontal stresses along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW) are often quite different from each other in inclined stopes. The stresses distributions also tend to change with the inclination angle; a decreasing value of β (from 90° to 60°) usually produces a reduction in vertical stresses along the FW, CL and HW. The stress state analyses further demonstrated that the vertical and horizontal stresses along the central line (CL), hanging wall (HW) and footwall (FW) given by the numerical and proposed solution are generally close to each other.

Despite these encouraging results, it should be recalled that the approach described here is only applicable to openings for which the effect of the third dimension can be neglected (i.e. plane strain condition). Additional work is underway to assess the effect of length on the stress state in inclined stopes (chapter 3 and 4 in Jahanbakhshzadeh 2016).

Other factors not taken into account here could also influence the stresses in backfilled stopes, including the generation and evolution of pore-water pressures (PWP) and related fill consolidation (Li and Aubertin 2009b; El Mkadmi 2012; El Mkadmi et al. 2014), and also the excavation and filling of neighboring stopes (Falaknaz et al. 2015a, 2015b). These aspects and others have been addressed elsewhere.

E9. CONCLUSION

A new formulation for the coefficient of earth pressure K in inclined backfilled stopes is presented here, based on the Coulomb active state. The value of K is then introduced into a new solution which gives the vertical and horizontal stresses in the entire opening, including along the hanging wall, footwall and central line. Comparisons between numerical simulations and the proposed solution for various inclination angles β (from 90° to 60°) of the walls indicate that the latter provides a good representation of the stress state in inclined backfilled openings. The results also shown that this analytical solution takes into account the effect of the stope height and width and internal friction angle ϕ' of the backfill.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to acknowledge financial support from NSERC, from the partners of the Industrial NSERC Polytechnique-UQAT Chair on Environment and Mine Wastes Management (2006-2012) and from the Research Institute on Mines and the Environment (RIME UQAT-Polytechnique; http://rime-irme.ca/en).

E10. REFERENCES

Askew, J. E., McCarthy, P.L. and Fitzgerald, D.J. 1978. Backfill research for pillar extraction at ZC/NBHC. Mining with backfill: 12th Canadian Rock Mechanics Symposium, 23–25 May 1978, Sudbury. CIM. 100–110.

Aubertin, M., Li, L., Arnold, S., Belem, T., Bussiere, B., Benzaazoua, M. and Simon, R. 2003. Interaction between backfill and rock mass in narrow Stopes. In: Culligan PJ, Einstein HH, Whittle AJ (eds) Proceedings of Soil and Rock America 2003, Verlag Glu¨ckauf Essen VGE, Essen, Germany., 1: 1157–1164.

El Mkadmi, N. 2012. Simulations du comportement Géotechnique des remblais dans les chantiers miniers: Effets du drainage et de la consolidation, mémoire de maîtrise, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC

El Mkadmi, N., Aubertin, M. and Li, L. 2014. Effect of drainage and sequential filling on the behavior of backfill in mine stopes. Canadian Geotechnical Journal, 51(1): 1-15.

Falaknaz, N. 2014. Analysis of mine backfill behavior in multiple stopes, PhD Thesis, Department of civil, geology and mining engineering, École Polytechnique de Montreal, Montreal, QC.

Falaknaz, N., Aubertin, M. and Li, L. 2015a. Evaluation of the Stress state in two adjacent backfilled stopes within an elasto-plastic rock mass. Geotechnical and Geological Engineering, (available online, February 2015). DOI: 10.1007/s10706-015-9868-6.

Falaknaz, N., Aubertin, M. and Li, L. 2015b. Numerical investigation of the geomechanical response of adjacent backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, 52(10): 1507-1525.

Hassani, F. and Archibald. J. 1998. Mine backfill. CD-Rom, Canadian Institute of Mine, Metallurgy and Petroleum. Montreal, QC, Canada

Itasca. 2002. Itasca Consulting Group Inc. User's Guide, theory and Back ground, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Minneapolis, Minnesota, 55415.

Jahanbakhshzadeh, A., Aubertin, M. and Li, L. 2015. Numerical simulations to assess the stress state in backfilled stopes with inclined walls. Proceedings of the canadian geotechnical conference, GeoQuebec 2015.

Jahanbakhshzadeh, A. 2016. Analyse du comportement géomécanique des remblais miniers dans des excavations souterraines inclinées, PhD Dissertation, Département des génies Civil, Géologique et des Mines, École polytechnique de Montréal, Montréal, QC.

Li, L., Aubertin, M., Simon, R., Bussière, B. and Belem, T. 2003. Modeling arching effects in narrow backfilled stopes with FLAC, FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics. 211–219.

Li, L., Aubertin, M., and Belem, T. 2005. Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings. Canadian Geotechnical Journal, 42(6): 1705-1717.

Li, L., Aubertin, M., Shirazi, A., Belem, T. and Simon, R. 2007. Stress distribution in inclined backfilled stopes. MINEFILL 2007, April 29- May 2, 2007, Montreal, Quebec, Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), #2510.

Li, L. and Aubertin, M. 2008. An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes. Canadian Geotechnical Journal, 45(10): 1487-1496.

Li, L. and Aubertin, M. 2009a. Numerical investigation of the stress state in inclined backfilled stopes. International Journal of Geomechanics, 9(2): 52-62.

Li, L. and Aubertin, M. 2009b. A three-dimensional analysis of the total and effective stresses in submerged backfilled Stopes. G Geotech Geol. Eng, 27(4): 559-569.

Liston, D. 2014. Utilisation of cemented rockfill, cemented hydraulic fill and paste to successfully achieve ore production expansion to 2 Mtpa at Chelopech Mine. In Mine Fill 2014, Y Potvin and AG Grice (eds), Australian Centre for Geomechanics, Perth, Australia.

Marston, A. 1930. The theory of external loads on closed conduits in the light of the latest experiments. Highway Research Board.

McCarthy, D.F. 2007. Essentials of soil mechanics and foundations. 7th ed, Reston Publishing Company.

Potvin, Y., Thomas, E. and Fourie, A. 2005. Handbook on mine fill. Australian Centre for Geomechanics, Univ. of Western Australia, Nedlands, Australia.