

**Titre:** Modélisation de champs de puits géothermiques en série pour un stockage thermique saisonnier  
Title: Modélisation de champs de puits géothermiques en série pour un stockage thermique saisonnier

**Auteur:** Corentin Lecomte  
Author:

**Date:** 2016

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Lecomte, C. (2016). Modélisation de champs de puits géothermiques en série pour un stockage thermique saisonnier [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/2199/>  
Citation:

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2199/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Michel Bernier  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DE CHAMPS DE PUITS GÉOTHERMIQUES EN SÉRIE POUR UN  
STOCKAGE THERMIQUE SAISONNIER

CORENTIN LECOMTE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

AOÛT 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION DE CHAMPS DE PUITS GÉOTHERMIQUES EN SÉRIE POUR UN  
STOCKAGE THERMIQUE SAISONNIER

présenté par : LECOMTE Corentin

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. KUMMERT Michaël, Doctorat, président

M. BERNIER Michel, Ph. D, membre et directeur de recherche

M. LAMARCHE Louis, Ph. D, membre

## **REMERCIEMENTS**

Mes remerciements vont tout d'abord au professeur Michel Bernier, qui aura été un directeur attentionné et compréhensif tout au long de cette maîtrise, très accessible pour ses élèves. Il aura régulièrement été d'un bon conseil quand les circonstances le réclamaient, et a su me redonner de la motivation quand celle-ci me faisait défaut.

Un grand merci à mes parents qui ont supporté mon exil pendant ces 2 années, je sais que cela a été difficile pour eux.

Je souhaite adresser des remerciements à l'ensemble du BeeLab pour la bonne ambiance de travail et de camaraderie dans laquelle j'ai évolué au cours de cette maîtrise, et en particulier : Pauline Brischoux, Laurent Gagné-Boisvert, Samuel Letellier-Duchesne et Bruno Marcotte.

Enfin, je remercie également le réseau stratégique du CRSNG sur les bâtiments intelligents à consommation énergétique nette nulle pour le financement de ce projet de recherche.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire est constitué d'une étude sur les méthodes de modélisation du fonctionnement de champ de puits géothermiques en série pour le stockage thermique saisonnier, avec la présentation et la vérification d'un modèle analytique adapté à la simulation de grands ensembles de puits ( $\geq 100$ ).

L'ensemble des modèles existants pour simuler des champs de puits en série destinés au stockage géothermique saisonnier est étudié dans un premier temps, pour identifier quelles solutions il est nécessaire d'implémenter.

Un modèle de puits géothermiques en série intitulé NBiS (*Network of Borehole in Series*) est présenté dans ce mémoire. Le modèle est tout d'abord étudié pour un arrangement simple de deux puits en série comportant un circuit simple ainsi qu'un seul tube en U (modèle NBiS<sup>(2)</sup>). Puis il est adapté à un cas général où le nombre de puits  $n_B$  est choisi par l'utilisateur. Enfin, la dernière version du modèle correspond à  $n_B$  puits comportant chacun deux circuits indépendants et quatre tuyaux (modèle NBiS<sup>(4)</sup>), permettant de modéliser des arrangements mixtes composés de branches parallèles comportants des puits en série.

Chacune des trois versions du modèle NBiS a été implémentée au sein d'un Type de l'environnement de simulation TRNSYS. Les modèles ont été vérifiés avec succès par le biais de comparaisons inter-modèles.

Enfin, un exemple d'application du modèle à la simulation annuelle d'une communauté solaire est présenté, le stockage géothermique étant modélisé par un Type TRNSYS de la suite NBiS.

## ABSTRACT

This thesis presents a study of the methods for modeling boreholes in series used for seasonal borehole thermal energy storage, along with a description and verification of an analytical model suited for large bore fields ( $\geq 100$  boreholes).

A detailed study of existing models for seasonal borehole thermal energy storage using in-series bore fields is performed beforehand, to identify modeling needs.

A model entitled NBiS (*Network of Borehole in Series*) is presented in this thesis. As a first step, the model is studied for a simple configuration involving two boreholes each equipped with a single U-tube, linked in a single network (NBiS<sup>(2)</sup> model). Then, the model is adapted to a case where the number of boreholes  $n_B$  is set by the user. Finally, the last version of the model (NBiS<sup>(4)</sup> model) is suited for  $n_B$  4-tubes boreholes piped to form two independent circuits. It also allows the user a mixed configuration with parallel branches of in-series boreholes.

Each of the three versions of the NBiS model has been implemented as a Type in the TRNSYS environment. These models have been successfully verified using inter-model comparisons.

Lastly, an example of annual simulations for a solar community is presented, where the seasonal borehole thermal energy storage is modeled using a TRNSYS Type of the NBiS suite of models.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	V
TABLE DES MATIÈRES .....	VI
LISTE DES TABLEAUX.....	X
LISTE DES FIGURES.....	XII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XV
INTRODUCTION.....	1
Généralités.....	2
Plan du mémoire.....	6
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	7
1.1 Projets de stockage géothermique avec des puits en série .....	7
1.1.1 Drake Landing.....	7
1.1.2 Brædstrup .....	8
1.2 État de l'art des modèles de puits géothermiques en série .....	10
1.2.1 Modèle DST .....	10
1.2.2 Type 272.....	15
1.2.3 Modélisation de puits courts en série .....	20
1.2.4 Modèle de Cui.....	27
1.2.5 Modèle de Cimmino et Eslami-Nejad.....	31

CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE .....	35
2.1    Calculs des facteurs de réponse thermique .....	35
2.1.1    Équation générale de la conduction dans le sol.....	35
2.1.2    Source Linéaire Infinie (SLI) .....	37
2.1.3    Source Cylindrique Infinie (SCI) .....	40
2.1.4    Source Linéaire Finie (SLF).....	42
2.2    Méthodes de superposition.....	44
2.2.1    Superposition spatiale .....	44
2.2.2    Superposition temporelle.....	44
2.3    Agrégation des charges .....	47
2.4    Méthode de Marcotte et Pasquier .....	51
CHAPITRE 3 MODÈLE NBIS .....	53
3.1    Bilan de la revue et objectifs .....	53
3.1.1    Fonctionnalité du modèle .....	53
3.1.2    Pertinence du modèle .....	54
3.1.3    Objectifs du modèle proposé.....	55
3.2    Modèle <b>NBiS</b> <sup>(2)</sup> à 2 puits .....	56
3.2.1    Présentation du modèle .....	56
3.2.2    Données du modèle .....	56
3.2.3    Méthode de résolution.....	59
3.3    Modèle <b>NBiS</b> <sup>(2)</sup> généralisé à $n_B$ puits .....	63
3.3.1    Données du modèle .....	63
3.3.2    Équations du modèle .....	65
3.3.3    Résolution du système matriciel .....	67

3.4	Modèle <b>NBis<sup>(4)</sup></b> pour $n_B$ puits à 4 tuyaux .....	69
3.4.1	Représentation des puits à 4 tuyaux .....	69
3.4.2	Représentation des branches parallèles du circuit de puits .....	72
3.4.3	Données du modèle .....	75
3.4.4	Équations du modèle .....	79
3.4.5	Résolution du système matriciel .....	82
CHAPITRE 4 PRÉSENTATION DE LA SUITE TRNSYS NBIS .....		86
4.1	Type 261.....	86
4.1.1	Présentation du Type 261 .....	86
4.1.2	Vérification du Type 261 .....	90
4.2	Type 262.....	99
4.2.1	Présentation du Type 262 .....	99
4.2.2	Vérification du Type 262 .....	103
4.3	Type 263.....	106
4.3.1	Présentation du Type 263 .....	106
4.3.2	Calcul des isothermes.....	110
4.3.3	Vérification du Type 263 .....	113
CHAPITRE 5 APPLICATION DU TYPE 263 .....		117
5.1	Présentation du système simulé.....	117
5.1.1	Objectifs et disposition du système .....	117
5.1.2	Éléments de la boucle solaire .....	118
5.1.3	Éléments du circuit de chauffage des maisons .....	120
5.2	Système en fonctionnement classique .....	121
5.2.1	Cas de référence : Simulation d'un an avec la SLF .....	122

5.2.2 Comparaisons des cartographies de température du stockage .....	125
5.3 Simulation de défauts : branches inactives .....	130
CONCLUSION .....	131
BIBLIOGRAPHIE .....	134

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1 : Coefficients pour le calcul de $E_1(0 < x \leq 1)$ .....	39
Tableau 2-2 : Coefficients pour le calcul de $E_1(x > 1)$ .....	39
Tableau 2-3 : Valeurs des paramètres de la méthode de Veillon .....	41
Tableau 2-4 : Valeurs par défaut des paramètres d'agrégation de Liu .....	48
Tableau 2-5 : Valeurs des paramètres $WP_S$ et $BS_S$ selon le pas de temps .....	50
Tableau 4-1 : Paramètres du Type 261 .....	86
Tableau 4-2 : Variables d'entrée du Type 261 .....	88
Tableau 4-3 : Variables de sortie du Type 261 .....	88
Tableau 4-4 : Paramètres du test 261-1 .....	90
Tableau 4-5 : <i>RMSE</i> entre le Type 261 et le Type 201, DST .....	93
Tableau 4-6 : Paramètres du test 261-2 .....	94
Tableau 4-7 : <i>RMSE</i> entre le Type 261 et le Type 272, DST .....	96
Tableau 4-8 : Paramètres du test 261-3 .....	96
Tableau 4-9 : <i>RMSE</i> entre le Type 261 et le Type 272 .....	98
Tableau 4-10 : Paramètres du Type 262 .....	99
Tableau 4-11 : Variables d'entrée du Type 262 .....	101
Tableau 4-12 : Variables de sortie du Type 262 .....	102
Tableau 4-13 : Variables de sortie du Type 262b .....	102
Tableau 4-14 : Paramètres du test de vérification du Type 262 .....	103
Tableau 4-15 : <i>RMSE</i> entre le Type 262 et le Type 272 .....	104
Tableau 4-16 : Paramètres du Type 263 .....	106
Tableau 4-17 : Variables d'entrée du Type 263 .....	109
Tableau 4-18 : Variables de sortie du Type 263 .....	110

Tableau 4-19 : Paramètres du test de vérification du Type 263.....	114
Tableau 4-20 : Paramètres des branches pour la vérification du Type 263 .....	114
Tableau 4-21 : Variables d'entrée pour la vérification du Type 263 .....	114
Tableau 4-22 : <i>RMSE</i> entre le Type 263 et le Type 272.....	116
Tableau 5-1 : Paramètres des tests .....	121

## LISTE DES FIGURES

Figure 0-1 : Schéma en vue de dessus d'un puits classique à 2 tuyaux.....	3
Figure 0-2 : Arrangement de puits en série .....	3
Figure 0-3 : Arrangement de puits en parallèle.....	4
Figure 0-4 : Arrangement mixte.....	4
Figure 0-5 : Pompe à chaleur .....	5
Figure 0-6 : Cycle thermodynamique du fluide dans la PÀC (Chapuis, 2009) .....	6
Figure 1-1 : Géométrie des puits de la communauté solaire (DLSC, 2006) .....	7
Figure 1-2 : Description du système de la communauté Drake Landing (Verstraete, 2013) .....	8
Figure 1-3 : Disposition des puits dans le champ de stockage saisonnier de Brædstrup .....	9
Figure 1-4 : Géométrie du modèle DST permettant de calculer <i>VBTES</i> .....	10
Figure 1-5 : Discontinuités dans la valeur de la température causées par le modèle DST .....	13
Figure 1-6: Variables inhérentes au circuit de puits géothermiques du Type 272 .....	16
Figure 1-7 : $T_f$ mesurée et prédite, $q_t$ mesurée (Cimmino et al., 2013).....	23
Figure 1-8 : Disposition des 16 puits étudiés par le modèle (Bernier & Cauret, 2014).....	24
Figure 1-9 : Disposition des puits dans le modèle de Cui .....	27
Figure 1-10 : Modèle de résistances (Eslami-Nejad & Bernier, 2011).....	31
Figure 2-1 : Modélisation du bilan de chaleur sur le volume $V$ .....	36
Figure 2-2 : Aperçu du modèle de la SLI.....	37
Figure 2-3 : Aperçu du modèle de la SCI.....	40
Figure 2-4 : Méthode de la source image pour la SLF.....	42
Figure 2-5 : Principe de la méthode de superposition spatiale.....	45
Figure 2-6 : Modèle de l'agrégation de Liu .....	47
Figure 3-1 : Variables du modèle <i>NBiS</i> <sup>(2)</sup> à 2 puits .....	57

Figure 3-2 : Illustration de la résistance thermique équivalente .....	60
Figure 3-3 : Exemple de réseau à $n_B$ puits .....	63
Figure 3-4 : Représentation des puits à 4 tuyaux par le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	69
Figure 3-5 : Positions des puits équivalents dans le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	70
Figure 3-6 : Configuration des circuits dans le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	70
Figure 3-7 : Puits équivalents aux tuyaux du puits $j$ dans le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	71
Figure 3-8 : Configuration de branches possible dans le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	72
Figure 3-9 : Configuration impossible pour le modèle $NBiS^{(4)}$ .....	72
Figure 3-10 : Représentation de la résistance thermique du tuyau .....	81
Figure 4-1 : Illustration du principe de la spline cubique (SLI pour $d=0.075m$ ) .....	89
Figure 4-2 : Test 261-1 :Températures d'entrée et sortie des Types 201,261 et DST .....	91
Figure 4-3 : Test 261-1 : Comparaison entre les Types 201, 261 et le DST .....	91
Figure 4-4 : Test 261-1 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le DST .....	92
Figure 4-5 : Test 261-1 :Valeur de l'écart entre le Type 261 et le Type 201 .....	92
Figure 4-6 : Test 261-2 : Comparaison entre les Types 261, 272 et le DST .....	94
Figure 4-7 : Test 261-2 :Valeur de l'écart entre le Type 261 et le DST .....	95
Figure 4-8 : Test 261-2 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le Type 272 .....	95
Figure 4-9 :Test 261-3 : Comparaison entre les Types 261 et 272 .....	97
Figure 4-10 : Test 261-3 : Écart entre le Type 261 et le Type 272 .....	97
Figure 4-11 : Comparaison selon la distance entre les puits .....	98
Figure 4-12 : Exemple de fichier texte externe utilisé par le Type 262 .....	101
Figure 4-13 : Configuration de puits du test de vérification du Type 262 .....	103
Figure 4-14 : Températures de sortie des Types 262 et 272 .....	104
Figure 4-15 : Écart entre le Type 262 et le Type 272 .....	105

Figure 4-16 : Exemple de courbes d'isothermes fournies par le Type 263.....	111
Figure 4-17 : Géométrie du système choisi pour le test de vérification du Type 263 .....	113
Figure 4-18 : Températures de sortie des Types 263 et 272. Branches en charge.....	115
Figure 4-19 : Températures de sortie des Types 263 et 272. Branches en décharge.....	115
Figure 4-20 : Différence entre les Types 263 et 272. Toutes branches.....	116
Figure 5-1 : Configuration du système étudié sous TRNSYS .....	117
Figure 5-2 : Géométrie du champ de puits et position des branches.....	119
Figure 5-3 : Représentation schématique d'une branche indépendante de 6 puits .....	119
Figure 5-4 : Test a : Températures d'opération de la boucle solaire .....	122
Figure 5-5 : Test a : Températures et charges de chauffage des maisons .....	123
Figure 5-6 : Test a : Profil des températures du 10 Décembre.....	124
Figure 5-7 : Test a : Bilan des températures à midi le 10 Décembre .....	125
Figure 5-8 : Cartographie thermique du stockage selon les 3 tests effectués .....	126
Figure 5-9 : Test b : Températures d'opération de la boucle solaire.....	127
Figure 5-10 : Test b et c : Profil de température selon l'abscisse .....	128
Figure 5-11 : Test d : Simulation de défauts .....	130

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Acronymes

BTES	Borehole Thermal Energy Storage
DST	Duct ground heat Storage
MLAA	Multiple Load Aggregation Algorithm
<i>NBiS</i>	Network of Borehole in Series
<i>NRMSE</i>	Normalized Root Mean Square Error (erreur quadratique moyenne normalisée)
PAC	Pompe à chaleur
<i>RMSE</i>	Root Mean Square Error (erreur quadratique moyenne)
SCI	Source Cylindrique Infinie
SLF	Source Linéique Finie
SLI	Source Linéique Infinie
TRCM	Thermal Resistance and Capacity Model
TRNSYS	Transient Systems simulation program

### Nomenclature

$(x_i)_{i \in E}$  : ensemble des valeurs prises par  $x_i$  lorsque l'incrément  $i$  parcourt l'ensemble  $E$

$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} * \\ \vdots \\ * \end{pmatrix}_n$  : cette notation indique que le vecteur  $X$  est de taille  $n$ .

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} * & \cdots & * \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ * & \cdots & * \end{pmatrix}_{n,m}$  : cette notation indique que la matrice  $A$  est de taille  $n \times m$ .

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} * & \cdots & * \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ * & \cdots & * \end{pmatrix}_{(n)}$  : cette notation indique que la matrice  $A$  est de taille  $n \times n$  (si il est clair que  $A$  n'est pas un vecteur unidimensionnel)

${}^t \mathbf{A}$  : matrice transposée de la matrice  $\mathbf{A}$

$\llbracket m, n \rrbracket$  : ensemble des entiers compris entre  $m$  et  $n$

## Symboles

$a = \dot{m}C_{p_f}/H$ : paramètre de résolution du système du modèle *NBiS* (kJ/h.m.K)

$a^{(c)}, a^{(d)}$  : paramètre  $a$  adapté aux circuits de charge et de décharge (kJ/h.m.K)

$C_{p_f}$  : capacité thermique du fluide caloporteur (kJ/kg.K)

$C_{p_s}$  : capacité thermique du sol (kJ/kg.K)

$C_s = \rho_s C_{p_s}$  : capacité thermique volumétrique du sol (kJ/m<sup>3</sup>.K)

$D$  : profondeur de la tête de puits (m)

$D_s$  : demi-distance centre à centre entre les tuyaux d'un même puits (m)

$d_{i,j}$  : distance entre les puits numéro  $i$  et  $j$  (m)

$dT(t, r, z, z_b)$  : variation élémentaire de température dans le modèle de la SLF (°C)

$E_1: x \rightarrow \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$  : fonction exponentielle intégrale. (-)

$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  : fonction d'erreur (-)

$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$  : fonction d'erreur complémentaire (-)

$f$  : facteur de relaxation utilisé par le Type 272 (-)

$FF_l^{(c)}$  : fraction du débit total de fluide caloporteur dans la branche  $l$  du circuit de charge (-)

$FF_{l'}^{(d)}$  : fraction du débit total de fluide caloporteur dans la branche  $l'$  du circuit de décharge(-)

$F_s(t)$  : fonction de transfert qui donne  $\bar{T}_s(t)$  en fonction de  $T_a(t)$  et  $T_g$  (°C)

$g$  : facteur de réponse similaire à la g-function (m.K/W)

$grad_T$  : gradient de température (°C/m)

$H$  : hauteur des puits (m)

$h(t, r, z)$  : forme générale du facteur de réponse thermique (m.K/W)

$h(t, d)$  : facteur de réponse calculé pour un temps  $t$  et une distance  $d$  (m.K/W)

$h_i$  : coefficient de film pour le calcul de la résistance  $R_f$  (W/m<sup>2</sup>.K)

$h_{i,j}(t) = h(t, d_{i,j})$  : correspond au facteur de réponse thermique relatif aux puits  $i$  et  $j$  (m.K/W)

$i$  : numéro du puits courant  $i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$  (-)

$ierf: v \rightarrow v \cdot erf(v) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}(1 - e^{-v^2})$  : fonction intégrale de l'erreur (-)

$J_0$  : fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 (-)

$J_1$  : fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1 (-)

$K_0$  : fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 0 (-)

$K_1$  : fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 1 (-)

$k_f$  : conductivité thermique du fluide (W/m.K)

$k_g$  : conductivité thermique du coulis (W/m.K)

$k_p$  : conductivité thermique des tuyaux (W/m.K)

$k_s$  : conductivité thermique du sol (W/m.K)

$\mathcal{L}$  : transformée de Laplace (-)

$l$  : numéro de la branche courante  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$  (-)

$l_{br}$  : nombres de branches parallèles (-)

$l_B$  : nombre de puits en parallèles par circuit dans le modèle de Cui et al. (-)

$\dot{m}$  : débit du fluide caloporteur dans les puits (kg/h)

$\dot{m}_l$  : débit du fluide caloporteur dans la branche  $l$  (kg/h)

$\dot{m}_l^{(c)} = FF_l^{(c)}\dot{m}^{(c)}$  : débit du fluide caloporteur dans la branche  $l$ , en charge (kg/h)

$\dot{m}_{l'}^{(d)} = FF_{l'}^{(d)}\dot{m}^{(d)}$  : débit du fluide caloporteur dans la branche  $l'$ , en décharge (kg/h)

$n_B$  : nombre de puits géothermiques (-)

$n_C$  : nombre de circuits en série dans la méthode de Cui et al. (-)

$n_l$  : nombre de puits en série dans la branche  $l$  (configuration mixte) (-)

$n_t$  : indice choisi tel que  $t = n_t \Delta t$  (-)

$n_x$  : nombre de discrétisations selon l'axe  $x$  (-)

$n_y$  : nombre de discrétisations selon l'axe y (-)

$n_{node} = (n_x + 1) \times (n_y + 1)$  : nombre total de nœuds (-)

$N_{j,i}$  : nœud en lequel la température du sol est calculée (-)

$N_u$  : nombre de Nusselt (-)

$p(i, l)$  : indice courant correspondant au  $i^{\text{ème}}$  puits de la  $l^{\text{ème}}$  branche (-)

$p_l$  : correspond à  $p(1, l)$ , soit le premier tuyau d'une branche quelconque  $l$  (-)

$p_r = r/r_b$  : paramètre utilisé pour le calcul de la SCI (-)

$P_r$  : nombre de Prandtl (-)

$q$  : quantité de chaleur dégagée par une source quelconque de chaleur (W/m)

$q_i$  : quantité de chaleur transférée du puits  $i$  vers le sol par unité de longueur (W/m)

$q'_j(t) = q_j(t) - q_j(t - \Delta t)$  : échelon de charge entre deux pas de temps consécutifs (W/m)

$q_i^{(0)}, q_i^{(1)}, q_i^{(2)}$  : valeurs utilisées par le processus itératif de résolution du Type 272 (W/m)

$q_t$  : bilan de quantité de chaleur totale d'un système (W/m)

$Q_1$  : bilan de chaleur entrant et sortant d'un domaine délimité  $V$  (W)

$Q_2$  : quantité de chaleur instantanée générée dans un domaine  $V$  (W)

$Q_{maison}$  : charges thermiques correspondant à une maison de Drake Landing (W)

$Q_{commun}$  : charges thermiques correspondant à l'ensemble de la communauté Drake Landing (W)

$r, z$  : coordonnées cylindriques axisymétriques (m)

$r_b$  : rayon d'un puits géothermique (m)

$r_i$  : rayon interne d'un tuyau (m)

$r_{i,j} = i * (n_x + 1) + j + 1$  : indice correspondant au nœud  $N_{j,i}$  dans le tableau XYT (-)

$r_o$  : rayon externe d'un tuyau (m)

$r_{BTES}$  : rayon d'un stockage thermique de type BTES (m)

$R_{11}, R_{12}, R_{13}$  : résistances thermiques équivalentes d'un réseau de résistance de puits à 4 tuyaux (m.K/W)

$R_{11}^\Delta, R_{12}^\Delta, R_{13}^\Delta$  : paramètres du système différentiel d'un modèle de puits à tuyaux (m.K/W)

$R_b$  : résistance thermique équivalente à un puits à simple tube en U (m.K/W)

$R_e$  : nombre de Reynolds (-)

$R_f$  : résistance thermique équivalente du fluide (m.K/W)

$R_{fp}$  : résistance thermique équivalente à la différence de température entre le fluide et la paroi externe du tuyau (m.K/W)

$R_p$  : résistance thermique équivalente du tuyau (m.K/W)

$t$  : temps courant de la simulation où les calculs sont effectués (h)

$t_f$  : temps final de la simulation (h)

$t_k = k\Delta t$  : temps correspondant au  $k^{ième}$  pas de temps de la simulation (h)

$t_s = H^2/9\alpha$  : temps caractéristique utilisé par la méthode de la g-function (h)

$T_a(t)$  : température ambiante de l'air en surface (°C)

$\bar{T}_s(t)$  : moyenne de la température du sol sur la hauteur d'un puits (°C)

$T_{b_i}$  : Température de paroi du puits numéro  $i$  (°C)

$T_{eq}$  : température d'équilibre utilisée pour calculer la charge d'une maison (Verstraete, 2013) (°C)

$T_{f_i}$  : température du fluide circulant dans le puits numéro  $i$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{f_1}(x), T_{f_2}(x)$  : température du fluide dans les conduites horizontales ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{f_1}(z), T_{f_2}(z), T_{f_3}(z), T_{f_4}(z)$  : températures de fluide dans un modèle de puits à 4 tuyaux ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_h$  : température de paroi équivalente dans les conduites horizontales ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{in,i}$  : température d'entrée du puits numéro  $i$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{in}$  : température d'entrée globale du circuit unique ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{out,i}$  : température de sortie du puits numéro  $i$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{out,i}^{(0)}, T_{out,i}^{(1)}$  : valeurs utilisées par le processus itératif de résolution du Type 272 ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{out}$  : température de sortie globale du circuit unique ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{out}^{(c)}|_l$  : température de sortie de la branche  $l$  du circuit de charge ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_{out}^{(d)}|_{l'}$  : température de sortie de la branche  $l'$  du circuit de décharge ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T(t, r, z)$  : champ de température du sol ( $^{\circ}\text{C}$ )

$UA$  : coefficient de perte de chaleur pour un bâtiment (W/K)

$U_i$  : enthalpie du système constitué par le puits  $i$  (J)

$U_V$  : enthalpie du volume  $V$  (J)

$V$  : volume quelconque (-)

$x, y$  : coordonnées planaires cartésiennes (m)

$x_j^{nod}, y_i^{nod}$  : coordonnées cartésiennes du nœud  $N_{j,i}$  (m)

$Y(u, d)$  : fonction utilisée pour le calcul de la SLF (-)

$Y_0$  : fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre 0 (-)

$Y_1$  : fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre 1 (-)

$z_b$  : emplacement du point courant sur la ligne source finie (m)

*Lettres grecques*

$\alpha$  : diffusivité thermique du sol ( $\text{m}^2/\text{h}$ )

$\beta_i$  : fraction de charge thermique  $q_i$  d'un circuit  $i$  sur la charge totale  $q_t$  (-)

$\delta Q_{int}$  : bilan de chaleur instantané d'un domaine  $V$  quelconque (W)

$\delta q_2$  : quantité volumique de chaleur instantanée générée dans un domaine  $V$  quelconque ( $\text{W}/\text{m}^3$ )

$\Delta$  : somme des  $|\Delta_i|$  à optimiser dans la méthode de Cui et al. ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\Delta_i = T_{out,i} - T_{in,i+1}$  : variable de contrôle pour l'optimisation dans la méthode de Cui et al. ( $^{\circ}\text{C}$ )

$\Delta t$  : pas de temps général de la simulation (h)

$\Delta T_i$  : variation totale de température de paroi du puits  $i$  au temps considéré (K)

$\Delta T_i^*$  : variation de température de paroi du puits  $i$  causée par l'historique des charges (K)

$\Delta T_i^t$  : variation de température de paroi du puits  $i$  causée par les charges au temps  $t$  (K)

$\Delta T_{j \rightarrow i}$  : variation totale de température du puits  $i$  au temps considéré causée par le puits  $j$  (K)

$\Delta T_{j \rightarrow i}^*$  : variation de température du puits  $i$  causée par l'historique des charges du puits  $j$  (K)

$\Delta T(t, r, z)$  : champ de variation de la température du sol (K)

$\nabla^2 T$  : opérateur Laplacien appliqué à la température ( $\text{K}/\text{m}^2$ )

$\rho_s$  : densité massique du sol ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$\rho_f$  : densité massique du fluide caloporteur ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

*Vecteurs et matrices*

$\mathbf{1}_n = (1 \quad \dots \quad 1)_n$  : vecteur de taille  $n \times 1$  contenant uniquement des 1

$\mathbf{A}$  : matrice représentant le système d'équations vérifié par les puits du modèle *NBiS*

$\mathbf{A}_{1,1}^{(n)}(\mathbf{a}), \mathbf{A}_{1,2}^{(n)}, \mathbf{A}_{2,1}^{(n)}, \mathbf{A}_{2,2}^{(n)}(\mathbf{R}_b)$  : sous matrices de  $\mathbf{A}$

$\mathbf{B}$  : second membre dans l'équation matricielle du modèle *NBiS*

**$B_1, B_2, B_3, B_4$**  : sous-vecteurs de  $\mathbf{B}$

**$d^{(n)}$**  : matrice de taille  $n \times n$  contenant les distances entre chaque puits du réseau

**$d^{node}$**  : matrice de taille  $(n_y + 1) \times (n_x + 1) \times 4n_B$  de terme général  $d_{i,j,p} = d(N_{j,i}, p)$

**$D^{(n)}$**  : matrice diagonale par blocs de taille  $n \times n$  qui dépend de la configuration choisie (2.4)

**$H^{(n)}$**  : matrice de taille  $n \times n$  contenant les facteurs de réponse thermique  $h_{i,j}$  comme terme général

**$I^{(n)}$**  : matrice identité de taille  $n \times n$

**$P_n$**  : matrice de taille  $n \times 2$  contenant les coordonnées des centres de chaque puits  $(x_i, y_i)$

**$q_n$**  : vecteur de taille  $n \times 1$  contenant les charges  $q_i$

**$T_{i,j}$**  : matrice de taille  $(n_x + 1) \times (n_y + 1)$  contenant la température des noeuds  $N_{j,i}$

**$x^{nod}$**  : vecteur de taille  $(n_x + 1) \times 1$  contenant les coordonnées selon  $x$  des noeuds

**$X$**  : vecteur des inconnues du modèle *NBiS*

**$y^{nod}$**  : vecteur de taille  $(n_y + 1) \times 1$  contenant les coordonnées selon  $y$  des noeuds

**$0_n$**  : vecteur zéro de taille  $n$

**$\Delta T_n$**  : vecteur de taille  $n \times 1$  contenant les variations de températures  $\Delta T_i$

**$\Delta T_{n*}$**  : vecteur de taille  $n \times 1$  contenant les variations de températures avec historique,  $\Delta T_i^*$

### *Méthode d'agrégation des charges de Liu*

$BS_s$  : taille des petits blocs (Block Size : small)

$BS_m$  : taille des blocs moyen (Block Size : medium)

$BS_l$  : taille des grands blocs (Block Size : large)

$N_i$  : nombre de charges individuelles non agrégées

$N_s$  : nombre de petits blocs

$N_m$  : nombre de blocs moyens

$N_s$  : nombre de grands blocs

$q^i$  : charges individuelles non agrégées (W/m)

$q^s$  : charges des petits blocs (W/m)

$q^m$  : charges des blocs moyens (W/m)

$q^l$  : charges des grands blocs (W/m)

$t_k^i$  : temps correspondant à la génération de la  $k^{ième}$  charge individuelle (h)

$t_k^s$  : temps correspondant à la génération de la  $k^{ième}$  petite charge (h)

$t_k^m$  : temps correspondant à la génération de la  $k^{ième}$  charge moyenne (h)

$t_k^l$  : temps correspondant à la génération de la  $k^{ième}$  grande charge (h)

$t_l = N_l BS_l \Delta t$  : temps de référence à partir duquel sont calculés les  $t_k^l$  (h)

$t_m = t_l + N_m BS_m \Delta t$  : temps de référence à partir duquel sont calculés les  $t_k^m$  (h)

$t_s = t_l + t_m + N_s BS_s \Delta t$  : temps de référence à partir duquel sont calculés les  $t_k^s$

$WP_s$  : période d'attente, petits blocs (Waiting Period small)

$WP_m$  : période d'attente, blocs moyens (Waiting Period medium)

$WP_s$  : période d'attente, grands blocs (Waiting Period small)

### Modèle DST

$B$  : distance uniforme entre les puits du stockage (m)

$d_0$  : étendue du stockage en rayon ou en profondeur (m)

$d_{max}$  : étendue maximale du maillage *Global* (m)

$dt_{Global}$  : pas de temps des calculs effectués sur le maillage *Global* (t)

$dt_{Local}$  : pas de temps des calculs effectués sur le maillage *Local* (t)

$F_o$  : nombre de Fourier,  $F_o = \alpha t / r_1^2$

$n_s$  : nombre de puits en série par branches (-)

$n_p$  : nombre de branches en parallèles (-)

$n_R$  : nombre de sous-régions radiales (-)

$n_z$  : nombre de sous-régions axiales (-)

$L_{loc}$  : longueur de la portion de tuyau correspondant à la maille *Local*

$q_{loc}$  : quantité de chaleur par unité de longueur échangée par le fluide dans la maille *Local*

$r_0$  : rayon des puits (m)

$r_1$  : rayon de la fraction du volume de stockage correspondant à une maille *Local* (m)

$T_{in,loc}$  : température d'entrée du fluide dans la portion de tuyau correspondant à la maille *Local*

$T_{out,loc}$  : température de sortie du fluide dans la portion de tuyau correspondant à la maille *Local*

$(\Delta T_{i,j})_{Local}$  : échange de chaleur calculé entre une maille *Local* et la maille *Global* qui y est associée.

$V_{BTES}$  : volume du stockage d'énergie par puits géothermique (m<sup>3</sup>)

## INTRODUCTION

Dans le contexte actuel, qui voit à la fois une diminution des ressources d'énergie fossiles ainsi que d'importants changements climatiques, l'homme se voit contraint de repenser ses sources d'énergie pour le XXI<sup>ème</sup> siècle. Au vu de l'importance du défi à relever, augmenter la part de renouvelables dans le mix énergétique est nécessaire, mais il est également souhaitable de développer à grande échelle les systèmes existants afin de les rendre moins énergivores. La géothermie et le stockage thermique de l'énergie solaire s'inscrivent dans cette dynamique.

Ce mémoire aborde le cas des systèmes géothermiques utilisant des puits en série, on peut voir mention des usages et des recommandations principales sur cette technique dans les ouvrages académiques de référence en géothermie (Banks, 2012).

Les applications de cette méthode d'arrangement des puits sont diverses et dépendent de l'échelle du système géothermique considéré.

Par exemple, dans une optique de géothermie résidentielle, si les besoins thermiques obligent à installer plusieurs puits, il est préférable d'utiliser des puits en série plutôt que d'arranger les puits en parallèle. En effet, un arrangement des puits en parallèle implique de diviser le débit total de fluide caloporteur par le nombre de branches. Ainsi pour un même débit total, il est possible que l'écoulement soit laminaire pour un arrangement parallèle alors qu'il ne le serait pas pour un arrangement en série, ce qui diminuerait l'efficacité du transfert thermique et n'est pas souhaitable.

Dans le cadre des communautés solaires, plusieurs méthodes de stockage thermique saisonnier sont envisagées afin de permettre de pallier les besoins en chauffage des bâtiments ainsi qu'en eau chaude domestique. Parmi celles-ci on trouve des solutions de stockage réalisé par des réseaux de puits géothermiques en série. Notamment l'utilisation de puits en série permet de réaliser une stratification radiale de la température au sein du stockage, ce qui diminue le gradient de température en périphérie du stockage et donc les pertes thermiques de celui-ci.

Selon la taille des communautés considérées, le nombre de puits géothermiques peut être important (supérieur à 100). Afin de pouvoir simuler de telles communautés et estimer leurs performances, les modèles mis en jeu doivent être suffisamment efficaces pour tenir compte du grand nombre de puits.

## Généralités

### Puits géothermique

Un puits géothermique est réalisé au moyen d'un forage dans le sol, le rayon standard de ce forage est 2 ou 3 pouces (50 ou 75mm). Le puits est ensuite rempli de tubes en U (généralement 1 ou 2, soit 2 ou 4 tuyaux), réalisés à partir d'un plastique polyéthylène à haute densité. Pour diminuer les effets de court-circuit thermique entre les différents tuyaux d'un même puits et augmenter l'efficacité du transfert thermique avec le sol, des entretoises sont généralement utilisées. Celles-ci permettent de contrôler l'espacement entre les tuyaux. La géométrie classique d'un puits est décrite par la Figure 0-1.

Le transport d'énergie thermique est assuré par la circulation d'un fluide caloporteur dans ces tuyaux. Ce fluide est généralement de l'eau additionnée d'éthanol, méthanol ou propylène glycol dans des proportions qui assurent qu'il ne gèle pas durant l'opération du système.

L'espace du forage entre les tuyaux est généralement comblé par un matériau de remplissage appelé coulis. Le coulis est composé d'un mélange de silice, de bentonite et de ciment. Sa conductivité thermique varie entre 0.7 et 2.5 W/m.K en fonction des proportions de chaque élément.

Le principe des puits géothermiques repose sur l'évolution thermique du sol, en effet au-delà d'une profondeur d'environ 15 m, la température du sol n'est presque plus influencée par les variations de température de l'air en surface, et celle-ci varie peu au cours de l'année. On l'appelle température du sol non perturbé ( $T_g$ ), il existe des modèles donnant l'évolution de cette température en fonction du temps et de la profondeur, basés sur les équations générales de conduction dans le sol et le gradient géothermique.

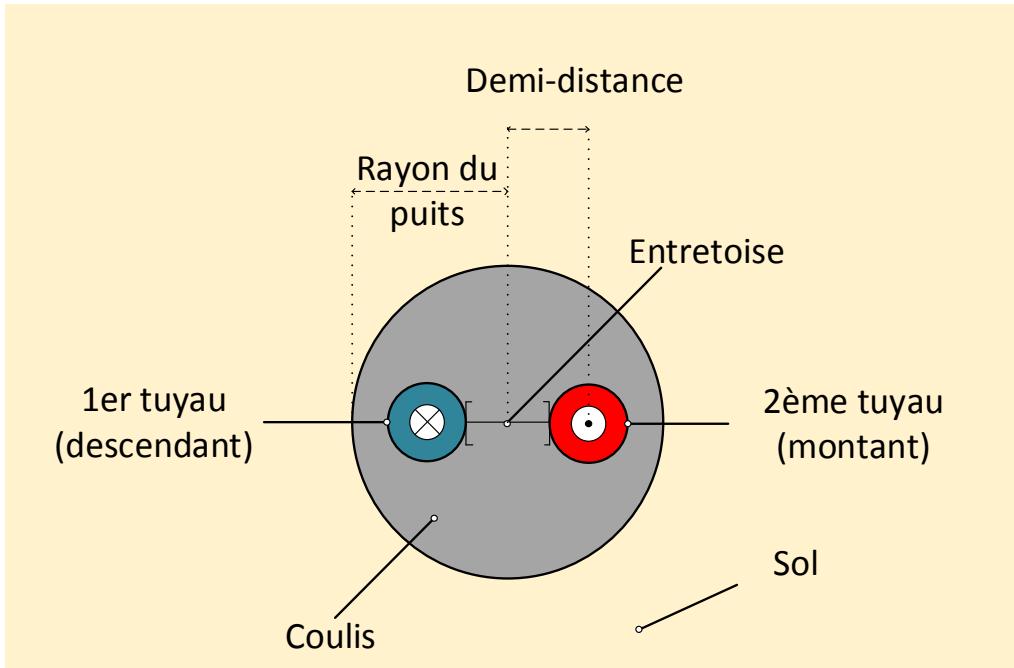


Figure 0-1 : Schéma en vue de dessus d'un puits classique à 2 tuyaux

### Configuration d'échangeurs géothermiques en boucle fermée

Les différents arrangements possibles pour des échangeurs géothermiques en boucle fermée correspondent à la façon dont les puits du réseau sont connectés entre eux.

#### Puits en série

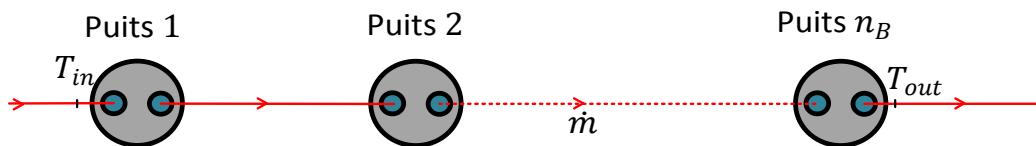


Figure 0-2 : Arrangement de puits en série

Un arrangement en série permet d'utiliser un seul circuit pour alimenter tous les puits. En effet, des conduites horizontales proches de la surface raccordent directement chaque puits au puits qui lui fait suite dans l'arrangement des puits en série. De fait, le débit de fluide caloporteur qui circule dans les puits est le même pour chaque puits. La température du fluide caloporteur à l'entrée d'un puits se déduit de la température de sortie du puits précédent.

### Puits en parallèle

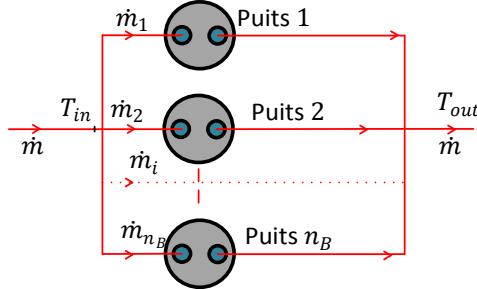


Figure 0-3 : Arrangement de puits en parallèle

Un arrangement en parallèle implique d'utiliser un circuit indépendant par puits, ce qui divise le débit total  $\dot{m} = \sum_l \dot{m}_l$ . Tous les puits sont alimentés en entrée par un fluide caloporteur de température constante  $T_{in}$ . La température de sortie globale du circuit  $T_{out}$  est obtenue en effectuant un bilan d'énergie au niveau de la jonction.

$$\dot{m} C_{p_f} (T_{out} - T_{in}) = \sum_{l=1}^{n_B} \dot{m}_l C_{p_f} (T_{out,l} - T_{in}) \Rightarrow T_{out} = \sum_{l=1}^{n_B} \frac{\dot{m}_l T_{out,l}}{\dot{m}} \quad (0.1)$$

### Arrangement mixte

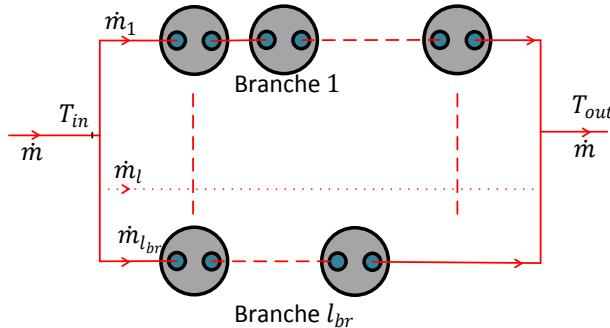


Figure 0-4 : Arrangement mixte

L'arrangement mixte combine les deux stratégies vues précédemment, le circuit est composée de  $l_{br}$  branches parallèles, chaque branche constitue un circuit comportant  $n_l$  puits en série où  $n_l$  est spécifique à chaque branche  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$ .

## Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur (PAC) est utilisée lorsque la température en sortie de l'échangeur géothermique est trop éloignée de la température d'opération requise, ce qui ne permet pas de chauffer ou climatiser directement le bâtiment à l'aide du fluide de l'échangeur géothermique. La PAC va donc principalement jouer un rôle pour éléver ou abaisser la température du fluide. La Figure 0-5 est une représentation des éléments d'une PAC. Il est à noter que le condenseur cède toujours de la chaleur au milieu extérieur tandis que l'évaporateur gagne de la chaleur du milieu extérieur.

Le cycle thermodynamique d'une PAC est décrit par le diagramme pression-enthalpie de la Figure 0-6.

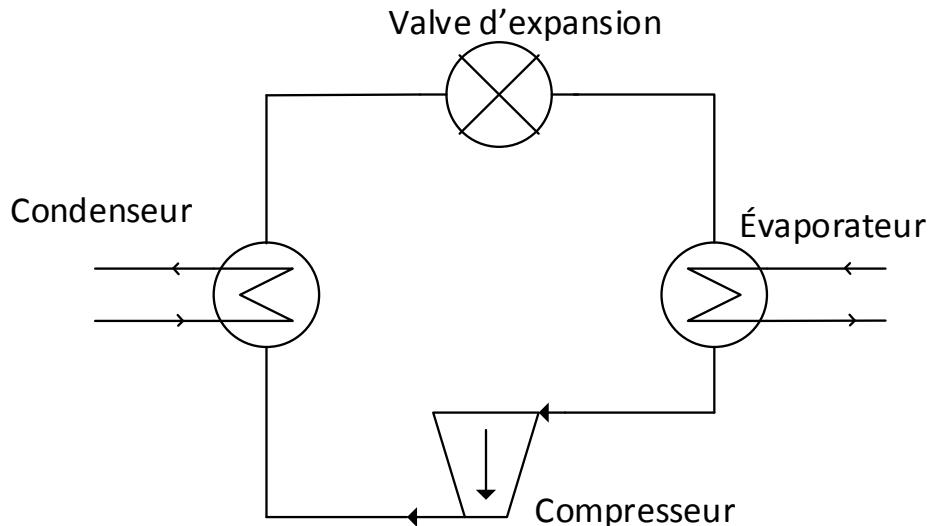


Figure 0-5 : Pompe à chaleur

En mode de chauffage, c'est la condensation du fluide frigorigène qui permet de fournir de la chaleur au bâtiment, le circuit qui alimente le bâtiment est donc relié au condenseur du circuit interne de la PAC. Également, la chaleur provenant de l'échangeur géothermique permet l'évaporation du fluide frigorigène, et l'échangeur est relié à l'évaporateur de la PAC.

En mode de climatisation, l'évaporation du fluide frigorigène permet de climatiser le bâtiment, et l'échange de chaleur avec le fluide caloporteur du circuit géothermique permet la condensation du fluide de la PAC. La configuration est donc inversée par rapport au chauffage.

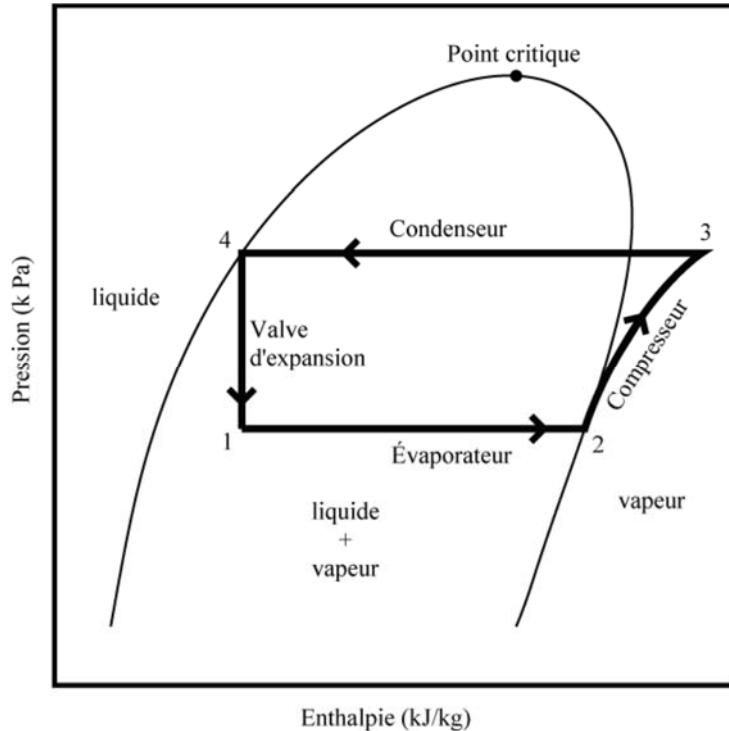


Figure 0-6 : Cycle thermodynamique du fluide dans la PAC (Chapuis, 2009)

## Plan du mémoire

Une description des projets de communauté solaire existants sera faite en premier lieu dans la revue de littérature, ainsi qu'un état de l'art concernant les modèles de puits en série disponibles. Les spécificités de chacun de ces modèles ainsi que les améliorations à apporter seront ensuite expliquées. Le corps de ce mémoire est constitué de la présentation du modèle proposé afin de répondre à la problématique du stockage géothermique saisonnier, en détaillant les différentes configurations possibles. Enfin, le dernier chapitre présente un exemple d'application du modèle à la simulation d'un stockage géothermique d'une communauté solaire.

## CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE

### 1.1 Projets de stockage géothermique avec des puits en série

#### 1.1.1 Drake Landing

Au Canada, la communauté solaire de Drake Landing, est située à Okotoks, AB. Ce projet pilote lancé en 2006 comporte 52 maisons unifamiliales, le stockage de l'énergie solaire est réalisé au moyen de 800 capteurs solaires thermiques installés sur le toit des garages et reliés à un champ de 144 puits géothermiques (de type *Borehole Thermal Energy Storage* : BTES). Les puits utilisés sont des puits à 2 tuyaux d'un diamètre de 6 pouces (144-150 mm) et d'une profondeur de 35 m qui forment un seul circuit divisé en 24 branches parallèles de 6 puits en série. La géométrie du stockage est présentée par la Figure 1-1.

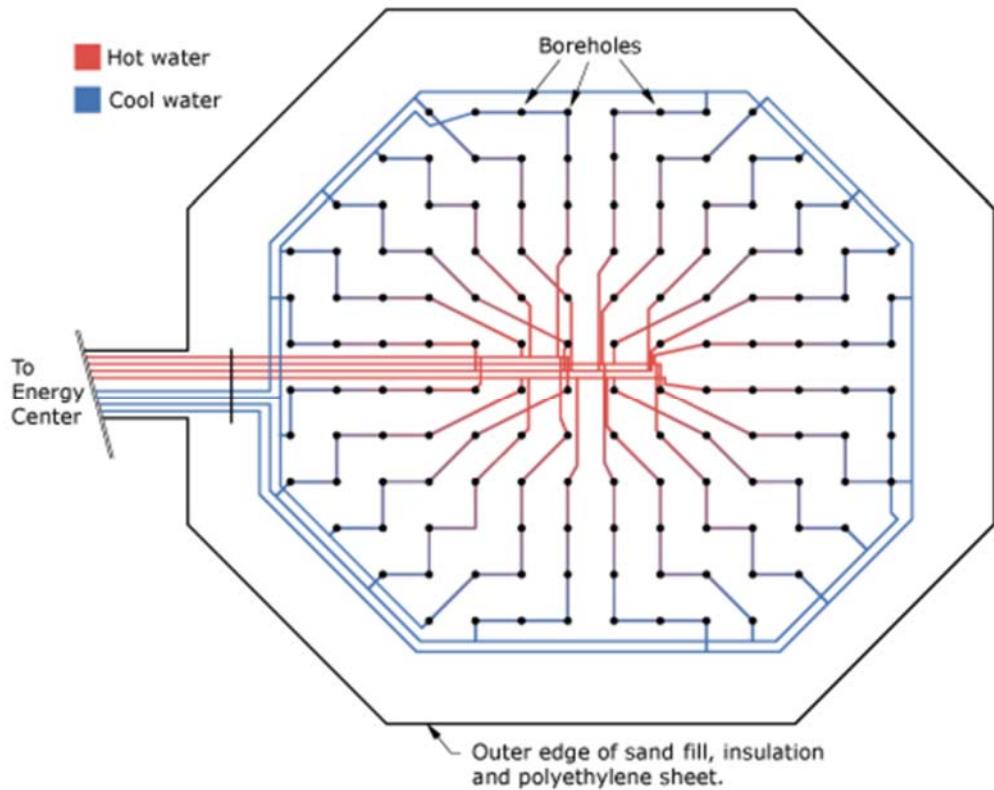


Figure 1-1 : Géométrie des puits de la communauté solaire (DLSC, 2006)

En raison du système adopté, le circuit de charge et le circuit de décharge utilisent les mêmes tuyaux, le sens de circulation étant inversé entre les deux configurations. Ainsi, il n'est pas possible d'opérer le système simultanément en stockage et en déstockage. Pour pallier cette limitation, un réservoir de stockage court-terme est utilisé, le système est présenté dans la Figure 1-2. C'est à partir de ce réservoir qu'on peut ensuite stocker la chaleur dans le champ de puits géothermiques pendant les mois chauds, et la récupérer quand elle est nécessaire en hiver pour le chauffage des espaces.

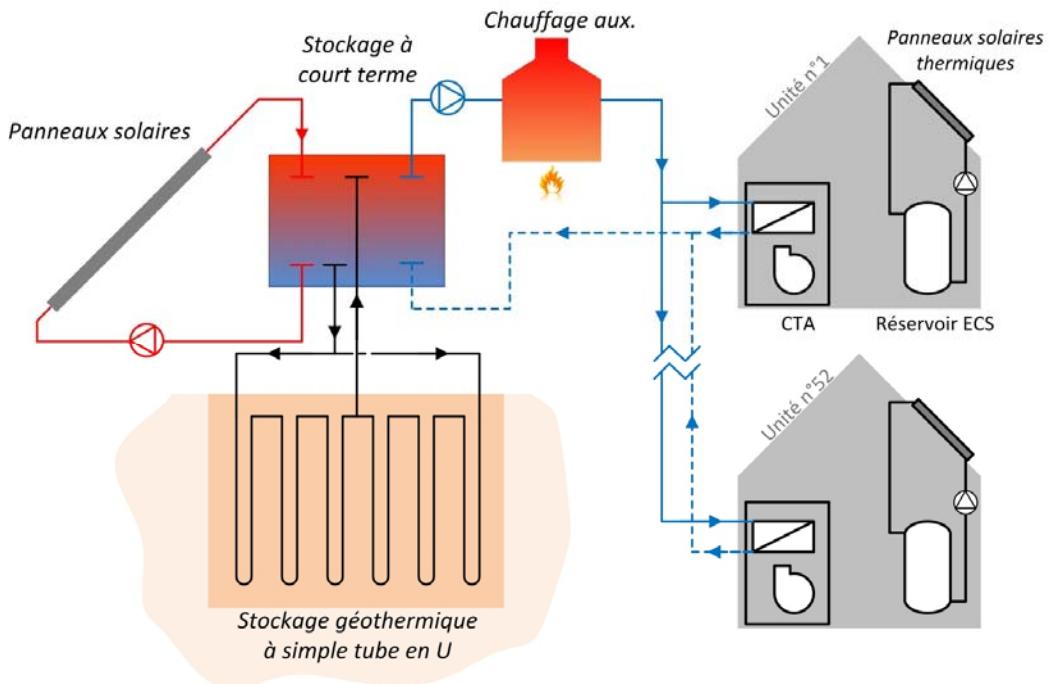


Figure 1-2 : Description du système de la communauté Drake Landing (Verstraete, 2013)

Au bout de 5 ans d'opération, le projet a dépassé 95% de fraction solaire, c'est-à-dire que 95% des besoins en chauffage des espaces des bâtiments sont comblés grâce à l'énergie solaire. C'est donc une perspective très encourageante pour le développement de ces communautés.

### 1.1.2 Brædstrup

Cette installation hybride représente un système de chauffage centralisé pour la ville de Brædstrup (Danemark), qui alimente la quasi-totalité des ménages de la ville (95% soit plus de 3000 personnes). Les sources utilisées sont variées et dépendent de la disponibilité ainsi que du prix de l'électricité. En effet, le Danemark comprend une part de plus en plus importante d'énergies renouvelables dont la plupart sont sujettes à des variations importantes de productivité (notamment

l'énergie éolienne), par conséquent les tarifs varient considérablement entre les périodes de pointe et les périodes creuses. Le système est conçu pour utiliser les équipements électriques en priorité pendant des périodes où le tarif de l'électricité est bas, et pour utiliser du gaz lorsque les prix sont élevés.

Les équipements électriques comprennent une chaudière électrique d'une capacité maximale de 10 MW. L'installation de stockage géothermique saisonnier comprend des panneaux solaires et un champ de puits géothermiques. La surface efficace de panneaux solaires est d'environ 11000 m<sup>2</sup>, pour une puissance installée de 14 MW. Le champ de stockage est constitué de 48 puits d'une profondeur de 45 m (la Figure 1-3 présente la disposition des puits). Comme dans le cas de Drake Landing, un stockage thermique court-terme est utilisé, il s'agit de deux réservoirs d'eau d'un volume respectif de 2000 m<sup>3</sup> et 5500 m<sup>3</sup>. La fraction solaire du système est estimée à 20%, cela paraît faible en comparaison avec Drake Landing, mais le nombre d'habitations concernées est bien plus important par rapport à la taille du système. De plus, des projets d'extension du système sont étudiés.

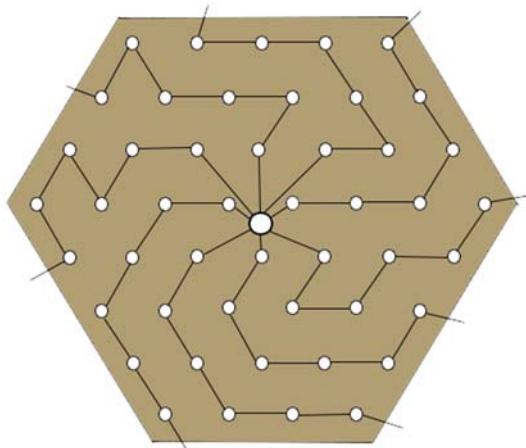


Figure 1-3 : Disposition des puits dans le champ de stockage saisonnier de Brædstrup

## 1.2 État de l'art des modèles de puits géothermiques en série

### 1.2.1 Modèle DST

Le modèle DST (Claesson et al., 1981) (*Duct ground heat STorage model*) a pour origine un modèle numérique 2D d'échangeur géothermique vertical en boucle fermée à géométrie axisymétrique. Le principe de ce modèle repose sur une discréétisation du stockage constitué par l'échangeur géothermique. Il est couramment utilisé notamment grâce au logiciel de simulation TRNSYS, dans lequel il est représenté par le Type 557.

#### 1.2.1.1 Géométrie du stockage et configuration

La géométrie du modèle est axisymétrique, de telle façon que les maillages établis pour modéliser le volume du stockage et du sol environnant ne dépendent que des coordonnées radiales et axiales  $r, z$ . Pour cette raison, l'usager n'est pas libre de positionner les puits lui-même, le modèle est utilisé en supposant que les puits sont disposés les uns par rapport aux autres de façon à créer un arrangement de forme hexagonale, ainsi que montre la Figure 1-4. Cet arrangement comprend comme paramètre la distance relative  $B$  entre deux puits adjacents qui est donnée par l'usager, ainsi que la profondeur des puits  $H$  et leur nombre  $n_B$ . À partir de cette configuration virtuelle, le modèle calcule un volume équivalent de stockage  $V_{BTES} = n_B \pi H (0.525B)^2$ .

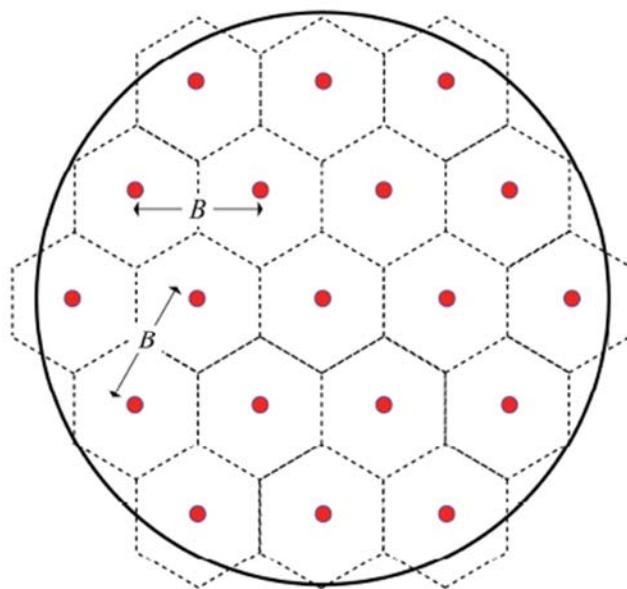


Figure 1-4 : Géométrie du modèle DST permettant de calculer  $V_{BTES}$

Le modèle permet de considérer différentes configurations quant à la méthode d'opération des puits, ils peuvent être opérés en série, en parallèle, ou en arrangement mixte comme différentes branches de puits en série disposées en parallèle. Cependant le modèle ne permet pas de faire varier le nombre  $n_S$  de puits en série par branche, afin de respecter l'axisymétrie du problème, ainsi le nombre de puits doit être  $n_B = n_S \times n_P$ , où  $n_P$  est le nombre de branches parallèles du circuit.

### 1.2.1.2 Maillages

Il existe trois maillages différents pour discréteriser le stockage et calculer les solutions au problème de transfert thermique.

Le maillage *Subregion* représente le découpage de l'ensemble du volume de stockage en  $n_R \times n_Z$  volumes, où  $n_R$  représente le nombre de sous-régions radiales et  $n_Z$  le nombre de sous-régions verticales, spécifiés par l'utilisateur. Il est à noter que le nombre de régions radiales  $n_R$  ne peut pas être supérieur au nombre de puits en série par branche parallèle. Par exemple si tous les puits sont opérés en parallèle, ce nombre est 1, il n'y a donc qu'une seule région radiale.

Le maillage *Global* correspond à une extension du maillage précédent de façon à modéliser les échanges thermiques entre les régions situées aux limites verticales et radiales du volume de stockage avec le sol environnant. Chaque *Subregion* contient un nombre entier de mailles *Global*. L'extension radiale et verticale de ce domaine est calculée par rapport à la diffusivité du sol  $\alpha$  et au temps final  $t_f$  de la simulation et vaut  $d_{max} = d_0 + 2\sqrt{\alpha t_f} + 100$  m où  $d_0$  est selon le cas soit le rayon du stockage, soit la hauteur des puits. Au-delà de cette distance  $d_{max}$  du centre du stockage, les échanges thermiques avec le stockage sont négligeables.

Un maillage *Local* est associé à chaque volume du maillage *Subregion* et représente un découpage du volume de sol entourant un puits en régions radiales de rayon croissant selon la distance au puits considéré (décroissant par rapport au gradient thermique) entre la valeur  $r_0$  (rayon du puits) et  $r_1$  qui correspond à la limite radiale de cette maille. Elles permettent de modéliser l'échange thermique dans cette région du sol causé par la circulation du fluide dans le puits.

### 1.2.1.3 Conditions aux limites, conditions initiales

#### *Conditions aux limites*

Pour le maillage *Local*, les conditions aux limites concernent la valeur des taux de transfert de chaleur, tel que décrit ci-dessous.

Pour le premier nœud d'une maille *Local*, situé à la paroi du puits, le taux de transfert radial de chaleur par unité de longueur correspond à la quantité de chaleur cédée par le fluide circulant dans cette portion du puits  $q_{loc} = \frac{\dot{m}C_p f}{L_{loc}} (T_{in,loc} - T_{out,loc})$  où  $L_{loc}$  est la hauteur de la maille *Local* considérée,  $T_{in,loc}$  et  $T_{out,loc}$  les températures d'entrée et sortie de la portion de tuyau correspondant à la maille *Local*.

Pour le dernier nœud de la maille, pour  $r = r_1$ , la condition limite fixe le taux de transfert de chaleur radial comme nul.

Pour le maillage *Global*, les conditions aux limites sont :

- la température à la surface du sol pour  $z = 0$  (paramètre fixé par l'usager)
- Taux de transfert de chaleur radial nul au centre du stockage
- Taux de transfert nul aux dernières mailles selon  $r$  et  $z$ . (limite externe du stockage)

#### *Conditions initiales*

Pour les mailles *Local*, la condition initiale spécifie que la température des mailles est rigoureusement nulle.

Pour les mailles *Global*, la condition initiale spécifie que la température des mailles est égale à la température du sol calculée en ce point. Elle peut différer de la température de surface si l'utilisateur spécifie un gradient géothermique non nul, ou bien une période de préchauffage du sol.

### 1.2.1.4 Couplage des problèmes *Local* et *Global*

L'aspect de la résolution du système qui sera abordé concerne le couplage des problèmes *Local* et *Global*. Ceux-ci sont résolus en utilisant une méthode de différences finies, cependant le pas de temps utilisé pour réaliser ces calculs diffère, et chacune des solutions est utilisée pour calculer la contribution sur l'autre solution. Soit  $Fo = \alpha t / r_1^2$ , le nombre de Fourier.

Il est établi que le pas de temps  $dt_{Local} \leq dt_{Global}$ , or à partir d'une valeur arbitrairement fixée à  $t_{Fo=0.2} + dt_{Global}$ , pour chaque maille *Global*  $(i,j)$  on ajoute la contribution  $(\Delta T_{i,j})_{Local}$  de la maille *Local* qui y correspond. Également, on retranchera la même valeur  $(\Delta T_{i,j})_{Local}$  à la température de la maille *Local* correspondante. Cela a pour effet de créer des discontinuités dans la valeur de la température de sortie comme le montre la Figure 1-5 (Pas de temps égal à 1 h)

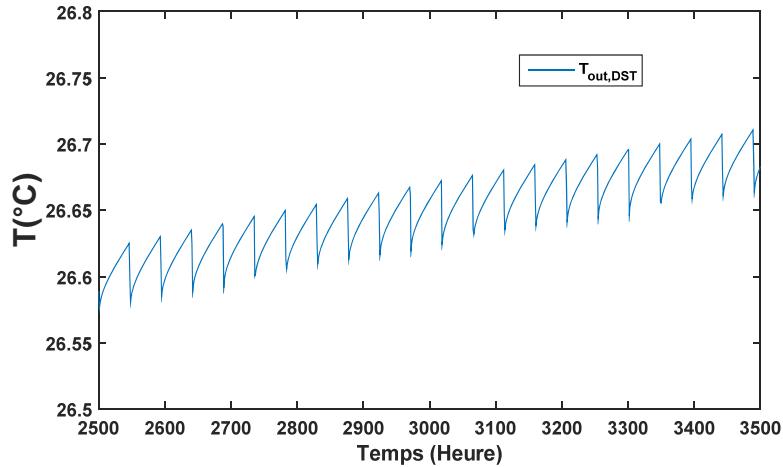


Figure 1-5 : Discontinuités dans la valeur de la température causées par le modèle DST

### 1.2.1.5 Bilan critique

Afin d'établir quelles sont les fonctionnalités d'un tel modèle sur lesquelles des améliorations sont possibles, il est nécessaire de dresser un bilan exhibant les avantages et inconvénients du modèle.

#### *Avantages*

Parmi les avantages notables du modèle DST, on peut mentionner le fait que ce modèle est une boîte noire, en ce sens l'utilisateur n'a pas besoin de comprendre son fonctionnement pour l'appréhender. Plus encore, le nombre de données qu'il est nécessaire de connaître pour simuler un stockage est relativement faible. De plus, le temps de calcul est faible également.

Le modèle DST permet une évaluation de la température moyenne du stockage considéré, ce qui se révèle pratique pour effectuer un suivi de l'efficacité d'un tel stockage. Cette fonctionnalité peut aider à dimensionner le champ de puits géothermiques en fonction des besoins énergétiques du bâtiment qui y est lié.

Enfin, la solution du DST au problème de conduction de chaleur dans le stockage thermique est une méthode numérique. Le modèle DST utilise un maillage bidimensionnel afin de tenir compte à la fois du transfert de chaleur radial et axial. Le modèle permet une représentation plus fidèle de la réalité par rapport à un modèle unidimensionnel radial.

### *Inconvénients*

Le problème de couplage entre les maillages *Local* et *Global* décrit dans la partie précédente introduit des discontinuités dans la valeur de la température de sortie de fluide calculée par le modèle. Bien que l'amplitude de ces discontinuités soit relativement faible (environ 0.05 °C), elles nuisent néanmoins à la précision du modèle.

La prise en compte de la résistance thermique équivalente du puits est également à remettre en cause dans le modèle DST. En effet, selon le modèle, soit l'utilisateur fixe la valeur de cette résistance thermique, soit celle-ci est calculée au premier pas de temps de la simulation d'après une valeur référence du débit de fluide. Mais quelle que soit la version utilisée du modèle, la résistance thermique est considérée comme constante au cours de la simulation. Or cette résistance peut varier considérablement selon la valeur du débit de fluide caloporteur (ex : la résistance  $R_{fp}$  équivalente à l'échange thermique fluide-tuyaux peut varier de plus de 10% selon la valeur du débit), ce modèle oblige l'utilisateur à opérer avec un débit constant ou peu variable.

Enfin, la critique la plus importante que l'on peut adresser au modèle DST est due à l'aspect hermétique de ce modèle. En effet, celui-ci laisse peu de latitude à l'utilisateur quant à la structure de son stockage géothermique. La géométrie axisymétrique du stockage est fixée par le modèle, l'utilisateur peut choisir uniquement le nombre de puits total du stockage. Le nombre de puits en série par branches est également constant bien qu'il puisse être spécifié. Cela implique que l'utilisateur se voit contraint d'utiliser une configuration stéréotypée du stockage, et a très peu de contrôle sur la nature de celui-ci. À cela s'ajoute le fait que le modèle permet uniquement de connaître la température moyenne du stockage, mais pas de calculer la température en un nœud du stockage quelconque, choisi par l'usager. Ceci ne permet pas d'obtenir une représentation des isothermes du stockage, ce qui peut être utile pour limiter les pertes thermiques, notamment en réalisant une stratification radiale de la température. Finalement, bien qu'il soit possible d'inverser le sens de l'écoulement dans le champ, il n'est pas possible d'avoir des écoulements simultanés du centre vers la périphérie (en stockage) et de la périphérie vers le centre (en déstockage).

## 1.2.2 Type 272

Le Type 272 est un modèle développé pour le logiciel de simulation TRNSYS par Simon Chapuis, étudiant à la maîtrise sous la direction de Michel Bernier, au sein du département de génie mécanique de Polytechnique Montréal. Ce modèle est présenté dans son mémoire de maîtrise (Chapuis, 2009). La motivation de ce projet était d'ores et déjà d'analyser les défauts du modèle DST et de proposer une alternative pour la simulation de puits en série. En ce sens, ce modèle diffère radicalement du DST par le contrôle dont dispose l'utilisateur sur la configuration du stockage.

### 1.2.2.1 Description du modèle

Le Type 272 est, à la différence du DST, un modèle analytique. En particulier, l'influence thermique entre les différents puits du réseau est évaluée par le calcul de facteurs de réponse thermique et non plus par une méthode de volumes finis, ici c'est la méthode de la source linéique finie (SLF) qui est utilisée (décrite en 1.1.1). La SLF est une solution correspondant à une conduction de chaleur bidimensionnelle. L'interaction des puits est prise en compte par la méthode de superposition spatiale.

Bien que le modèle analytique soit une solution du transfert de chaleur bidimensionnel par conduction, le modèle du Type 272 n'effectue pas de discréétisation axiale du puits et utilise la température moyenne sur la hauteur du puits calculée au moyen de la SLF. Les variables utilisées par le modèle sont présentées dans la Figure 1-6 pour le puits numéro  $i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$ , où  $n_B$  est le nombre total de puits dans le circuit.

Les valeurs suivantes sont des variables globales du circuit, et sont spécifiées par l'utilisateur :

- La température d'entrée du circuit global  $T_{in}$  ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température du sol non-perturbé  $T_g(t)$  qui dépend du temps ( $^{\circ}\text{C}$ )
- Le débit massique de fluide caloporteur  $\dot{m}$  ( $\text{kg/h}$ )
- La hauteur des puits  $H$  (m)
- Le rayon des puits  $r_b$  (m)
- La résistance thermique équivalente entre le fluide et la paroi du puits  $R_b$  ( $\text{m.K/W}$ )

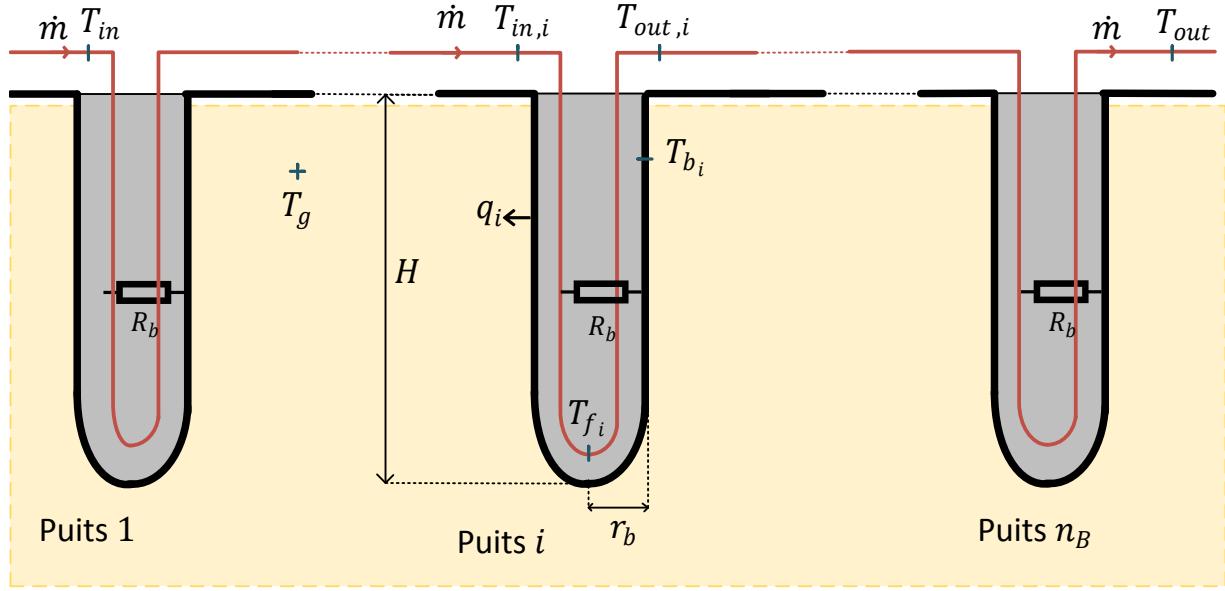


Figure 1-6: Variables inhérentes au circuit de puits géothermiques du Type 272

Les variables spécifiques à un puits  $i$  sont :

- La température d'entrée du puits  $T_{in,i}$  (°C)
- La température de sortie  $T_{out,i}$  (°C)
- La température moyenne du fluide  $T_{f,i}$  (°C)
- La température du sol au niveau de la paroi du puits  $T_{b,i}$  (°C)
- La quantité de chaleur échangée entre le puits et le sol,  $q_i$  (W/m)

Tel que décrit en 3.2.3.1, les variables vérifient les équations suivantes,  $\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$  :

$$\begin{aligned}
 T_{f,i} &= \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2} \\
 T_{f,i} &= T_{b,i} + q_i R_b \\
 q_i &= \frac{\dot{m} C_{p,f}}{H} (T_{in,i} - T_{out,i}) \\
 T_{in,i} &= T_{out,i-1}
 \end{aligned} \tag{1.2-1}$$

Par convention,  $T_{in,1} = T_{in}$  et la température de sortie globale du circuit  $T_{out} = T_{out,n_B}$ .

A chaque pas de temps de la simulation, la température moyenne du sol non perturbé  $T_g(t)$  est calculée. Le modèle calcule la température du sol au niveau de la paroi du puits à l'aide des méthodes de superposition spatiale et temporelle (voir 1.1.1.2). À partir de cette méthode, il est possible d'isoler deux contributions à la variation thermique du sol.

$$T_{b_i} - T_g(t) = \Delta T_i = \Delta T_i^* + \sum_{j=1}^{n_B} q_j h(\Delta t, d_{i,j}) \quad (1.2-2)$$

Ici  $\Delta T_i^*$  représente l'historique des charges (contribution des charges des pas de temps antérieurs à la variation de température, voir 1.1.2) et  $h(\Delta t, d_{i,j})$  représente le facteur de réponse thermique représentant l'influence thermique du puits  $j$  sur le puits  $i$  entre deux instants consécutifs de la simulation ( $\Delta t$  est le pas de temps de la simulation). Grâce à cette équation, il est établi que la température de paroi du puits est fonction uniquement des valeurs des charges  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ .

Pour alléger l'écriture, l'expression suivante est utilisée :  $\Delta T_i^t = \sum_{j=1}^{n_B} q_j h(\Delta t, d_{i,j})$ .

### 1.2.2.2 Méthode de résolution du modèle

Le temps courant de la simulation est noté  $t$ , par abus de langage lorsque la variable temporelle n'est pas précisée, on considère que celle-ci est égale à  $t$ . (ex :  $q_i = q_i(t)$ )

#### Phase d'initialisation (à $t=0$ )

La phase d'initialisation comprend plusieurs calculs préliminaires :

- Calcul des distances relatives entre les puits à partir des coordonnées  $(x, y)$  de ceux-ci.
- Calcul de la température moyenne  $T_g(t)$  du sol non-perturbé en fonction du temps pour l'ensemble de la simulation.
- Calcul des facteurs de réponse  $h(t, d_{i,j})$  pour des temps  $t$  caractéristiques de la méthode *Multiple Load Aggregation Algorithm* ou MLAA (Bernier et al., 2004) et pour toutes les distances relatives  $d_{i,j}$  entre les puits ainsi que pour la valeur  $d_{i,i} = r_b$ .

### Procédure itérative de résolution ( $t > 0$ )

Le modèle effectue les opérations suivantes avant la procédure itérative de résolution :

- Lecture des variables d'entrée du modèle  $T_{in}$  et  $\dot{m}$
- Calcul des facteurs de réponse  $h(t, d_{i,j})$  pour toutes les distances entre les puits
- Calcul des  $(\Delta T_i^*)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$
- Le modèle pose une valeur suggérée pour établir un point de départ du processus itératif, ainsi  $(q_i^{(0)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = q_i(t - \Delta t)$  et  $(T_{out,i}^{(0)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Le symbole  $^{(0)}$  dans l'exposant sert à différencier les différentes valeurs que vont prendre cette variable.

Le modèle applique la procédure itérative pour calculer les inconnues :

1. Calcul des  $(\Delta T_i^t)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  en fonction des  $(q_i^{(0)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ , puis calcul des  $(T_{b_i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = T_g + \Delta T_i^* + \Delta T_i^t$ .
2. Calcul des  $(T_{f_i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = T_{b_i} + q_i^{(0)} R_b$ .
3. Calcul des  $(T_{out,i}^{(1)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = 2T_{f_i} - T_{in,i}^{(0)}$  ( $T_{in,1}^{(0)} = T_{in}$ ,  $(T_{in,i}^{(0)})_{i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket} = T_{out,i-1}^{(0)}$ ).
4. Si  $(|T_{out,i}^{(0)} - T_{out,i}^{(1)}|)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} \leq 10^{-6}$ , la procédure est terminée et la simulation progresse au pas de temps suivant. Sinon, la procédure continue à l'étape 5.
5. On pose  $(T_{in,i}^{(0)})_{i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket} = T_{out,i-1}^{(1)}$ , on conserve la référence  $T_{in,1}^{(0)} = T_{in}$ .
6. On calcule  $(q_i^{(1)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = \frac{\dot{m} C_p f}{H} (T_{in,i}^{(0)} - T_{out,i}^{(1)})$ .
7. Puis  $(q_i^{(2)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = f q_i^{(1)} + (1 - f) q_i^{(0)}$ , où le facteur de relaxation  $f = 0.005$ .
8. On pose  $(T_{out,i}^{(0)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = T_{out,i}^{(1)}$  et  $(q_i^{(0)})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} = q_i^{(2)}$ .
9. La procédure recommence depuis l'étape 1.

### 1.2.2.3 Bilan critique

#### *Avantages*

La flexibilité du modèle, notamment par rapport à la géométrie du stockage, est un avantage. En effet l'utilisateur peut choisir lui-même la position exacte des puits du système. Le modèle permet également de considérer deux circuits entièrement indépendants et d'adopter une configuration du système où les puits sont répartis en plusieurs branches disposées en parallèle.

La simplicité du modèle de résolution est également un atout. Il est effectivement pratique pour l'utilisateur d'être capable de comprendre son fonctionnement. Ainsi il sera plus à même d'évaluer l'impact des différents paramètres sur le fonctionnement du système géothermique.

Enfin, bien qu'étant approximatif, notamment par le fait qu'il n'effectue pas de discrétisation du domaine à l'intérieur d'un puits, le modèle s'avère précis sur d'autres aspects. Notamment il permet de prendre en compte les variations annuelles de la température moyenne du sol non perturbé.

#### *Inconvénients*

Bien que le modèle permette à l'utilisateur de calculer la température de certains nœuds choisis du sol, il n'existe pas de méthode optimisée pour établir une cartographie thermique du domaine, qui indique les isothermes du stockage et permet d'évaluer la performance de celui-ci.

La méthode de résolution itérative est basée sur une procédure de type essai-erreur, par conséquent elle n'est pas efficace. D'autres méthodes permettraient une résolution plus rapide.

Le modèle ne permet pas de calculer la résistance thermique équivalente des puits, par conséquent l'utilisateur doit renseigner lui-même cette valeur. Bien que dans un cas réel cette valeur puisse être obtenue par le biais d'un essai de réponse thermique ou d'un calcul externe, il serait souhaitable que le modèle propose un calcul de cette résistance à l'intérieur même du modèle. De plus la valeur de  $R_{fp}$  est susceptible de varier selon le débit de fluide caloporteur.

Une autre conséquence de cette limitation est que la simulation des puits à 4 tuyaux est insatisfaisante. En effet, l'utilisateur doit lui-même placer un à un les tuyaux et configurer la disposition des 2 circuits indépendants. Il doit en outre calculer la résistance équivalente  $R_{fp}$  pour un débit de référence et renseigner cette valeur.

### 1.2.3 Modélisation de puits courts en série

#### 1.2.3.1 Modèle de capteurs géothermiques compacts (Cimmino et al., 2013)

##### *Capteurs géothermiques compacts*

Le concept des capteurs géothermiques compacts permet d'envisager une réduction importante des coûts liés au forage pour l'installation des systèmes géothermiques. Dans le cas étudié, les capteurs en question sont constitués de 18 tubes en PEM (polyéthylène de moyenne densité) d'un diamètre nominal de 40 mm et espacés de 8 cm. Un module a donc une taille d'environ 1.5 m × 2 m. Ces capteurs, lorsqu'ils sont placés verticalement, sont généralement installés dans des tranchées de 3 m de profondeur située à 1 m de la surface du sol. Dans l'exemple étudié, ils sont répartis en 4 branches parallèles comportant chacune 8 capteurs en série, ce qui constitue  $n_B = 576$  tubes.

##### *Présentation du modèle*

Dans un premier temps, les équations du modèle seront établies, puis une méthode de simplification similaire au concept de g-fonction sera abordée.

La variation de température à la paroi d'un tube  $i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$  se calcule (voir l'équation 2.4-1) :

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^{n_B} \Delta T_{j \rightarrow i} \quad (1.2-3)$$

$$\Delta T_{j \rightarrow i} = \sum_{k=1}^m q'_j(t_k) h_{i,j}(t_m - t_{k-1}) \quad \begin{cases} h_{i,j}(t) = h(t, d_{i,j}) \\ q'_j(t) = q_j(t) - q_j(t - \Delta t) \end{cases}$$

En employant une transformation de Laplace, le produit de convolution  $\Delta T_{j \rightarrow i}$  peut être exprimé :

$$\mathcal{L}(\Delta T_{j \rightarrow i}) = \mathcal{L}(q'_j) \mathcal{L}(h_{i,j}), \quad \mathcal{L}(\Delta T_i) = \sum_{j=1}^{n_B} \mathcal{L}(\Delta T_{j \rightarrow i}) = \sum_{j=1}^{n_B} \mathcal{L}(q'_j) \mathcal{L}(h_{i,j}) \quad (1.2-4)$$

La transformée de Laplace d'une fonction  $f(t)$  est  $\mathcal{L}_f: p \rightarrow \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$ ,

$\mathcal{L}_f$  vérifie la propriété fondamentale de dérivation  $\frac{d\mathcal{L}_f}{dp}(p) = p\mathcal{L}_f(p)$ .

Dans un même temps, il est possible d'exprimer cette variation de la façon suivante :

$$\mathcal{L}(\Delta T_i) = \mathcal{L} \left( T_{in} - T_g + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{q_j H}{\dot{m} C_{pf}} + \frac{q_i H}{2\dot{m} C_{pf}} + q_i R_b \right) \quad (1.2-5)$$

Où  $R_b = R_{fp}$  est la résistance thermique équivalente à un tuyau unique (voir 3.4.4.2). Enfin le taux d'extraction de chaleur total est :

$$q_t = \sum_{j=1}^{n_B} q_j \quad (1.2-6)$$

Le système d'équations suivant correspondant aux équations 1.2-4, 1.2-5 et 1.2-6 est un système à 1153 équations et 1153 inconnues :  $(\Delta T_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ ,  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ ,  $q_t$ . Il apparaît que ce système est peu efficace à résoudre de par sa taille. C'est pourquoi la modélisation de l'échange thermique est simplifiée (Cimmino et al., 2013) en utilisant une méthode similaire à la g-function. La méthode de la g-function presuppose que la température à la paroi des tuyaux est rigoureusement identique sur l'ensemble du circuit, soit :

$$\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket, \quad T_{b_i} = T_b \quad (1.2-7)$$

Cette hypothèse permet la simplification du calcul des facteurs de réponse, en effet la réponse thermique des puits va être exprimée à l'aide de la g-function ( $t_s = H^2/9\alpha$ ):

$$T_b(t) = T_g - \frac{q_t}{n_B} g(t/t_s) \quad (1.2-8)$$

Cette hypothèse n'est pas valable car il n'est pas possible d'avoir une température de paroi uniforme pour des puits opérant en série.

Cependant un facteur de réponse thermique généralisé peut être évalué, celui-ci est obtenu en résolvant le système d'équations 1.2-4 à 1.2-6 pour  $-\frac{q_t}{n_B} = 1$  à l'aide de la méthode de la Source Linéique Finie (SLF : 2.1.4). Ce facteur de réponse général est noté  $h$ . Il peut être pré-calculé pour une configuration donnée de puits pour être ensuite appliqué sur ce même ensemble de puits avec les mêmes paramètres  $\alpha$  et  $k_s$ .

La variation de température moyenne à la paroi des puits peut alors s'exprimer de la façon suivante :

$$\Delta T_p = -\mathcal{L}(q_t/n_B)\mathcal{L}(h) \quad (1.2-9)$$

Étant donné que les puits considérés sont peu profonds, le modèle tient compte de la variation de la température de l'air en surface  $T_a(t)$  et son influence sur la température du sol  $T_s(t)$  à des profondeurs faibles. La solution moyenne  $\bar{T}_s(t)$  est calculée pour un puits de hauteur  $H$  enterré à une profondeur  $D$  :

$$\mathcal{L}(\bar{T}_s(t) - T_g) = \mathcal{L}(T_a(t) - T_g)\mathcal{L}(F_s(t)) \quad (1.2-10)$$

$$F_s(t) = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}} \left( e^{\frac{D^2}{4\alpha t}} - e^{\frac{(D+H)^2}{4\alpha t}} \right)$$

Finalement le modèle est utilisé pour estimer la température moyenne du fluide dans les tuyaux :

$$T_f = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} = \bar{T}_s + \Delta T_p - \frac{q_t}{n_B} R_{fp} \quad (1.2-11)$$

### Comparaison expérimentale et conclusions

Un test de comparaison avec des données expérimentales a été réalisé, il porte sur une opération du système de capteurs compacts pendant 1289 heures (Figure 1-7). Bien que l'écart maximal de température soit important en début de l'essai ( $4.7^{\circ}\text{C}$ ), le modèle fournit ensuite une bonne approximation des données, l'erreur quadratique moyenne ( $RMSE$ ) sur la période  $t \geq 500\text{ h}$  est de  $0.52^{\circ}\text{C}$  et l'écart maximal de  $1.4^{\circ}\text{C}$ .

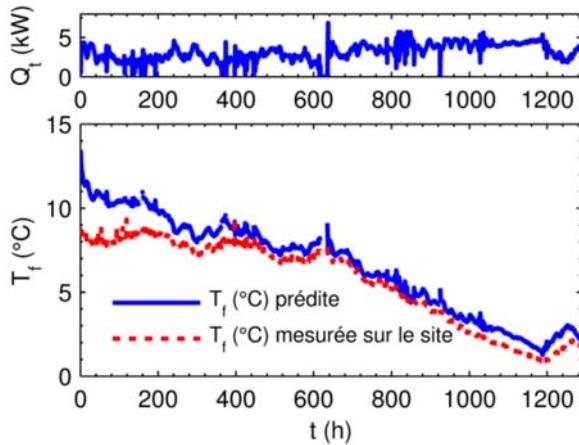


Figure 1-7 :  $T_f$  mesurée et prédict,  $q_t$  mesurée (Cimmino et al., 2013)

En conclusion, le modèle permet d'estimer efficacement le comportement thermique des capteurs compacts étudiés. En ce sens, il constitue un modèle particulièrement adapté à la simulation de telles installations.

#### 1.2.3.2 Modèle capacitif (Bernier & Cauret, 2014)

##### Présentation du modèle

Le modèle étudié dans cette partie est adapté à des puits peu profonds (9 m) et permet de rendre compte de l'influence de la capacité thermique des éléments du puits notamment le coulis et le fluide caloporteur. En effet, cette influence ne peut être négligée puisque le pas de temps de la simulation doit être faible pour rendre compte de l'évolution de la température. Ainsi les effets transitoires causés par la capacité thermique du puits ainsi que les temps de résidence du fluide doivent être considérés. La Figure 1-3 présente un dispositif expérimental qui a été utilisé pour vérifier la validité du modèle, il est constitué de 4 branches parallèles comportant chacune 4 puits en série.

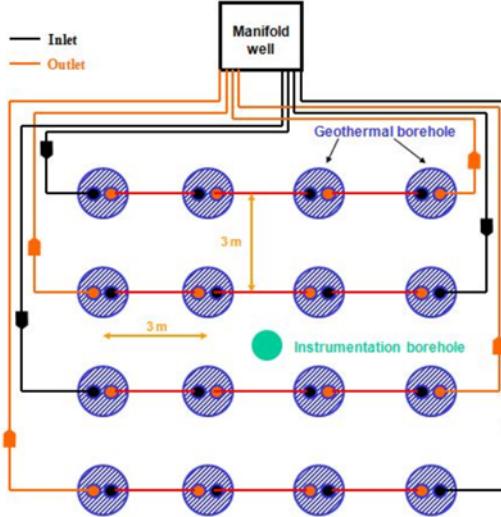


Figure 1-8 : Disposition des 16 puits étudiés par le modèle (Bernier & Cauret, 2014)

Chaque puits du modèle est discrétisé en 5 régions axiales, la température du sol non perturbé est considéré comme étant la même pour les 5 régions et est égale à sa valeur pour une profondeur de 5 m. Le transfert thermique entre les tuyaux et la paroi d'un puits est représenté par le modèle TRCM de Godefroy (Godefroy & Bernier, 2014 ), il permet de remplacer l'expression de la résistance thermique équivalente pour calculer la température du fluide  $T_{f_i}$  en fonction de la température du sol à la paroi du puits  $T_{b_i}$ .

#### *Méthode de résolution du modèle*

Les inconnues du modèle général à 16 puits sont donc les températures de sortie des puits  $(T_{out,i})_{i \in \llbracket 1,16 \rrbracket}$ , les taux de transfert de chaleur  $(q_i)_{i \in \llbracket 1,16 \rrbracket}$  et les températures de paroi des puits  $(T_{b_i})_{i \in \llbracket 1,16 \rrbracket}$ . Le modèle résout un système de 48 équations à 48 inconnues (voir chapitre 3.2.3.1 pour la démonstration):

$$\begin{aligned}
 (E_i) \quad T_{b_i} &= T_g + \Delta T_i^* + q_i h(r_b, t) + \sum_{\substack{j \neq i \\ d_{i,j} \leq \sqrt{18}m}} q_j h(d_{i,j}, t) \\
 (E_{16+i}) \quad q_i H &= \dot{m} C_{p_f} (T_{in,i} - T_{out,i}) \\
 (E_{32+i}) \quad T_{b_i} - \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2} &= f(q_i, TRCM)
 \end{aligned} \tag{1.2-12}$$

Où  $\Delta T_i^* = \Delta T_{i \rightarrow i}^* + \sum_{\substack{j \neq i \\ d_{i,j} \leq \sqrt{18}m}} \Delta T_{j \rightarrow i}^*$  et  $f(q_i, TRCM)$  représente la relation linéarisée entre

température du fluide et température à la paroi donnée par le modèle TRCM.

Pour la prise en compte de l'influence thermique, on remarquera que seuls les puits directement adjacents interfèrent entre eux. En effet, la distance entre deux puits consécutifs est soit 3 m, soit  $\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$  m, au-delà de cette distance l'effet est négligeable sur les périodes de temps considérées.

Pour le calcul des facteurs de réponses thermiques, la solution de la Source Cylindrique Infinie (voir 2.1.3) est utilisée pour le temps courts ( $< 1$  jour) lorsque que les échanges de chaleur axiaux peuvent être négligés. Au-delà de cette période, la solution de la Source Linéaire Finie est utilisée (voir 2.1.4).

### *Conclusions de l'étude*

Les conclusions de la comparaison de ce modèle avec le protocole expérimental indiquent que la validité du modèle est compromise lorsque la température du sol non perturbé est considérée uniforme sur la hauteur du puits, notamment durant les périodes où la pompe à chaleur est à l'arrêt. En effet, les puits courts se situent exactement à des profondeurs où on peut observer une variation importante de la température du sol selon la profondeur, une telle approximation n'est donc pas souhaitable.

Cependant, l'accord entre le modèle et les données expérimentales est bon lorsque la température du sol non perturbé est spécifique à chaque région axiale du puits. Cette étude montre l'importance des variations de température du sol pour des faibles profondeurs dans l'opération de puits géothermiques courts.

### 1.2.3.3 Bilan critique

#### *Avantages*

Le premier modèle (Cimmino et al., 2013), bien que nécessitant de recourir à des simplifications récurrentes (estimation d'un facteur de réponse thermique généralisé, analogue à la g-function) est un modèle permettant de simuler des capteurs géothermiques compacts avec une bonne précision.

Le deuxième modèle (Bernier & Cauret, 2014) est intéressant dans la mesure où il est bien cohérent vis-à-vis du problème envisagé qui est le cas particulier des puits géothermiques courts, notamment il est alors nécessaire de prendre en compte les phénomènes transitoires dus à la capacité thermique des éléments du puits et l'évolution de la température en fonction de la profondeur.

#### *Inconvénients*

Aucun de ces deux modèles n'est réellement adaptable à d'autres configurations. Pour le premier modèle, il apparaît que les simplifications effectuées permettent uniquement à l'utilisateur de calculer la température moyenne du fluide dans le système, ce qui est en soi utile étant donné la précision relativement bonne des résultats. Cependant, cela constitue une limitation des possibilités offertes par ce modèle.

Pour le deuxième modèle, notamment parce que la discrétisation des puits ainsi que la prise en compte des capacités thermiques du coulis et du fluide sont, d'une part, coûteux en temps de calcul, d'autre part, moins pertinents pour des puits géothermiques profonds. Le temps de calcul est d'ores et déjà problématique dans cet exemple alors même que l'on néglige l'interaction thermique des puits dès lors qu'ils sont trop éloignés.

## 1.2.4 Modèle de Cui.

### 1.2.4.1 Description du modèle

Le modèle de Cui et al. (2015) est utilisé pour simuler le stockage géothermique de chaleur excédentaire liée à une opération industrielle (*industrial waste heat storage*). Le modèle est développé pour une configuration de circuits isolés comprenant un nombre identique de puits opérés en parallèles. Ces circuits indépendants sont eux-mêmes reliés en série. Ce modèle permet de calculer les températures d'opération ainsi que les taux de transfert de chaleur pour une configuration à deux tuyaux et simple tube en U. Tout comme le Type 272, le modèle laisse à l'utilisateur le choix de l'emplacement des puits du réseau, sous réserve de vérifier certaines contraintes.

Soit  $H$  la profondeur des puits (en m),  $C_{p_f}$  la capacité thermique du fluide caloporteur (en  $\text{kJ/kg.K}$ ),  $n_c$  le nombre de circuits indépendants et  $l_B$  le nombre uniforme de puits en parallèles par circuit. (on a donc  $n_B = n_c \times l_B$  puits au total). La Figure 1-9 montre une vue de dessus de la configuration équivalente.

À noter qu'une hypothèse supplémentaire est faite sur la température de paroi des puits, qui est considérée uniforme pour un même circuit isolé, les puits de ce circuit ont la même température de paroi et sont opérés en parallèle.

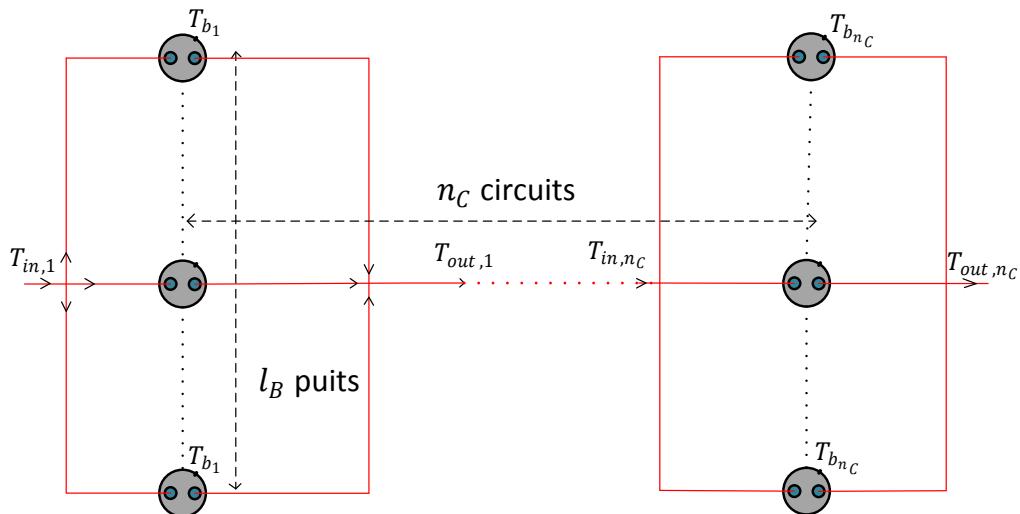


Figure 1-9 : Disposition des puits dans le modèle de Cui

#### 1.2.4.2 Méthode de résolution du modèle

Pour chaque puits  $i$ , on peut mettre en équation les relations entre les différentes variables définies ci-dessous :

- le débit de fluide dans le réseau,  $\dot{m}$  (kg/h)
- la température du fluide à l'entrée du circuit  $i$ ,  $T_{in,i}$  ( $^{\circ}$ C)
- la température du fluide à la sortie du circuit  $i$ ,  $T_{out,i}$  ( $^{\circ}$ C)
- la température moyenne du fluide,  $T_{f_i} = \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2}$  ( $^{\circ}$ C)
- la température à la paroi de chaque puits du circuit  $i$  (uniforme dans un circuit),  $T_{b_i}$  ( $^{\circ}$ C)
- la résistance thermique de paroi du puits  $R_{b_i}$  (W/m.K), calculée en fonction des paramètres du puits (Diao et al., 2004)
- le taux de transfert de chaleur entre le puits et le sol,  $q_i$  (W/m)

$$q_i = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{in,i} - T_{out,i}) \quad (1.2-13)$$

$$q_i = l_B \left( \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2} - T_{b_i} \right) / R_{b_i}$$

On en déduit  $T_{in,i}$  et  $T_{out,i}$  en fonction des autres variables :

$$T_{in,i} = T_{b_i} + R_{b_i} q_i / l_B + \frac{q_i H}{2 \dot{m} C_{pf}} \quad (1.2-14)$$

$$T_{out,i} = T_{b_i} + R_{b_i} q_i / l_B - \frac{q_i H}{2 \dot{m} C_{pf}}$$

Pour que ce modèle soit valide, il est nécessaire que la distance entre deux réseaux de puits en parallèle soit suffisamment grande pour négliger l'interaction thermique entre différents circuits indépendants. La méthode de résolution repose alors sur le fait que les seules variables influant sur le calcul de la température de paroi  $T_{b_i}$  sont les taux de transfert de chaleur  $q_i$ .

De plus, le transfert thermique est supposé négligeable dans les conduites horizontales, d'où  $T_{out,j} = T_{in,j+1}$  pour  $j = 1..n_C$ . Le calcul des températures se fait donc par la résolution d'un problème d'optimisation. Soit :

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_C-1} |\Delta_i|, \quad \Delta_i = T_{out,i} - T_{in,i+1} \quad (1.2-15)$$

Soit  $\forall i | 1 \leq i \leq n_C, \beta_i = q_i/q_t$ , où  $q_t = \sum_i q_i$ , donc  $\sum_i \beta_i = 1$ . Dans le cadre de l'utilisation qui est faite de ce modèle, il est considéré que l'utilisateur connaît la donnée  $q_t$  représentant la charge thermique totale en sortie de l'usine. Dès lors, il apparaît que la valeur de  $\Delta$  est fonction des seules variables  $\beta_i$ .

La *downhill simplex method* est utilisée pour approximer la valeur d'une solution au problème d'optimisation. Dans les faits, cette méthode est une heuristique, donc son but n'est pas d'exhiber une solution exacte au problème, en revanche elle fournit une valeur de la répartition des charges (c'est-à-dire des  $\beta_i$ ) qui constitue une approximation satisfaisante de la solution exacte. Dans le cas présent, le fait de négliger les échanges thermiques dans les conduits horizontaux implique que la solution exacte est un zéro de la fonction  $\Delta$  (tous les  $\Delta_i$  étant rigoureusement nuls). La *downhill simplex method* permet alors de calculer une répartition pour laquelle la valeur  $\Delta$  est inférieure à une valeur arbitraire et suffisamment petite de façon à minimiser l'erreur sur les valeurs des  $\beta_i$ .

#### 1.2.4.3 Bilan critique

##### *Avantages*

L'avantage de cette solution heuristique est la rapidité des calculs effectués, en ce sens le modèle est conçu pour permettre de simuler de grands ensembles de puits, et l'accent est mis sur la rapidité de la simulation plutôt que sur sa précision. Ce choix peut être justifié si le but visé est d'assurer un suivi en temps réel du dispositif modélisé, afin de permettre de détecter des fautes ou disfonctionnements d'un tel système.

La modélisation de la résistance thermique dans le modèle est également à souligner, parmi les défauts du DST a été mentionné le fait que certains modèles laissent l'utilisateur renseigner la valeur de la résistance thermique équivalente du puits, tandis que d'autres versions du DST calculent cette valeur une seule fois au départ de la simulation. Dans les faits, la résistance thermique n'est pas une donnée dont la mesure est pratique à obtenir, et elle peut varier significativement selon le débit massique de fluide caloporteur. En ce sens, ce modèle représente l'effet de la résistance thermique de manière satisfaisante.

### *Inconvénients*

Cependant, bien qu'elle soit rapide, cette solution traite d'un cas particulier et ne répond absolument pas à un problème général sur la simulation de puits en série, notamment parce que ce modèle implique de connaître l'output total d'énergie  $q_t$  de la source de chaleur (c'est-à-dire dans ce cas l'usine qui fournit son excédent de chaleur).

L'autre hypothèse majeure qui est nécessaire à la validité du modèle est le fait de négliger les interactions thermiques entre les différents circuits en série. Cela rend ce modèle inapplicable pour répondre à des problèmes de stockage géothermique saisonnier, dès lors que l'on souhaite minimiser les pertes de chaleurs en réalisant une stratification de la température au sein du stockage.

De plus, si l'on considère que les distances entre les circuits de puits en parallèles doivent être suffisantes pour négliger l'interaction thermique (cela peut représenter plus de 10 mètres pour des puits standards sur une période pluri-annuelle), cela constitue alors une approximation grossière de négliger le transfert thermique entre le fluide et la surface du sol dans les conduites horizontales

## 1.2.5 Modèle de Cimmino et Eslami-Nejad

Ce modèle a été développé par (Cimmino & Eslami-Nejad, 2016). Il permet la modélisation de puits géothermiques en série dans une configuration à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants. L'objectif de ce modèle est de donner une représentation précise des phénomènes de transfert thermique à l'intérieur des puits. Pour cela, les interférences thermiques entre les différents tuyaux d'un même puits sont considérées à l'aide d'un modèle de résistances thermiques (Eslami-Nejad & Bernier, 2011).

### 1.2.5.1 Modèle de résistances thermiques dans les puits

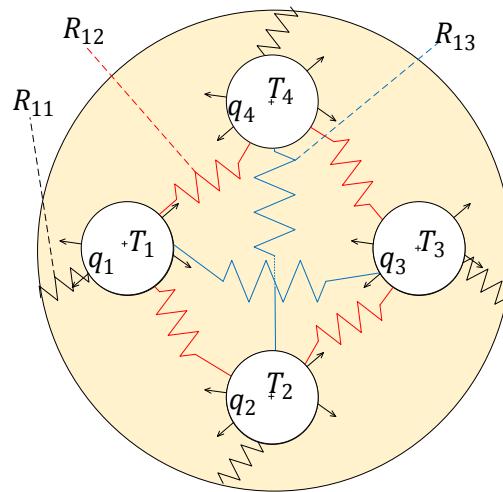


Figure 1-10 : Modèle de résistances (Eslami-Nejad & Bernier, 2011)

Pour un puits donné comportant 4 tuyaux, les échanges thermiques sont modélisés par les résistances  $R_{11}$ ,  $R_{12}$  et  $R_{13}$  comme le montre la Figure 1-10. La température du fluide dans les tuyaux varie selon la profondeur  $z$ . Le réseau de résistances permet d'établir les équations entre la température de paroi du puits  $T_b$  et les températures  $T_{f_1}(z)$ ,  $T_{f_2}(z)$ ,  $T_{f_3}(z)$  et  $T_{f_4}(z)$  :

$$\begin{pmatrix} T_{f_1}(z) - T_b \\ T_{f_2}(z) - T_b \\ T_{f_3}(z) - T_b \\ T_{f_4}(z) - T_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{12} \\ R_{12} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{13} & R_{12} & R_{11} & R_{12} \\ R_{12} & R_{13} & R_{12} & R_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} \quad (1.2-16)$$

Les expressions des résistances équivalentes sont basées sur la solution de la source linéique infinie, et proposées par Hellström (Hellström, 1991),  $k_g$  est la conductivité du coulis (en W/m.K) et  $R_{fp}$  la résistance thermique équivalente entre le fluide et la paroi externe des tuyaux (en m.K/W) :

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= \frac{1}{2\pi k_g} \left[ \ln(r_b/r_o) - \frac{k_g - k_s}{k_g + k_s} \ln\left(\frac{r_b^2 - D^2}{r_b^2}\right) \right] + R_{fp} \\
 R_{12} &= \frac{1}{2\pi k_g} \left[ \ln(r_b/\sqrt{2}D_s) - \frac{k_g - k_s}{2(k_g + k_s)} \ln\left(\frac{r_b^4 + D^4}{r_b^4}\right) \right] \\
 R_{13} &= \frac{1}{2\pi k_g} \left[ \ln(r_b/\sqrt{2}D_s) - \frac{k_g - k_s}{k_g + k_s} \ln\left(\frac{r_b^2 - D^2}{r_b^2}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{1.2-17}$$

Les charges thermiques échangées avec le sol s'expriment grâce à la variation de température du fluide caloporteur, et la température du fluide ne dépend que de la profondeur  $z$  à l'intérieur des puits :

$$\begin{aligned}
 q_1 &= -\dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_1}}{dz}, q_2 = -\dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_2}}{dz} \\
 q_3 &= \dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_3}}{dz}, q_4 = \dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_4}}{dz}
 \end{aligned} \tag{1.2-18}$$

On en déduit le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned}
 -\dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_1}}{dz} &= \frac{T_{f_1}(z) - T_b}{R_1^\Delta} + \frac{T_{f_1}(z) - T_{f_2}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_1}(z) - T_{f_3}(z)}{R_{13}^\Delta} + \frac{T_{f_1}(z) - T_{f_4}(z)}{R_{12}^\Delta} \\
 -\dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_2}}{dz} &= \frac{T_{f_2}(z) - T_{f_1}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_2}(z) - T_b}{R_1^\Delta} + \frac{T_{f_2}(z) - T_{f_3}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_2}(z) - T_{f_4}(z)}{R_{13}^\Delta} \\
 \dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_3}}{dz} &= \frac{T_{f_3}(z) - T_{f_1}(z)}{R_{13}^\Delta} + \frac{T_{f_3}(z) - T_{f_2}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_3}(z) - T_b}{R_1^\Delta} + \frac{T_{f_3}(z) - T_{f_4}(z)}{R_{12}^\Delta} \\
 \dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_4}}{dz} &= \frac{T_{f_4}(z) - T_{f_1}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_4}(z) - T_{f_2}(z)}{R_{13}^\Delta} + \frac{T_{f_4}(z) - T_{f_3}(z)}{R_{12}^\Delta} + \frac{T_{f_4}(z) - T_b}{R_1^\Delta}
 \end{aligned} \tag{1.2-19}$$

Où :

$$\begin{aligned}
 R_1^\Delta &= R_{11} + R_{13} + 2R_{12} \\
 R_{12}^\Delta &= \frac{R_{11}^2 + R_{13}^2 + 2R_{11}R_{13} - 4R_{12}^2}{R_{12}} \\
 R_{13}^\Delta &= \frac{(R_{11} - R_{13})(R_{11}^2 + R_{13}^2 + 2R_{11}R_{13} - 4R_{12}^2)}{R_{13}^2 + R_{11}R_{13} - 2R_{12}^2}
 \end{aligned} \tag{1.2-20}$$

### 1.2.5.2 Modèle de résistance thermique dans les conduites horizontales

Le modèle tient également compte des phénomènes d'échange thermique au sein des conduites horizontales par le biais d'un deuxième modèle résistif. Les valeurs des résistances sont adaptées pour tenir compte du fait qu'il n'y a pas de coulis autour des conduites horizontales.

$$\begin{pmatrix} T_{f_1}(x) - T_h \\ T_{f_2}(x) - T_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{13} \\ R_{13} & R_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \tag{1.2-21}$$

Les échanges de chaleur s'expriment en fonction de la température du fluide qui ne varie que selon la position  $x$  dans les conduites horizontales :

$$q_1 = -\dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_1}}{dx}, \quad q_2 = \dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_2}}{dx} \tag{1.2-22}$$

Soit le système différentiel suivant, où  $T_h$  représente l'analogue de  $T_b$  pour les conduites horizontales :

$$\begin{aligned}
 -\dot{m}_1 C_{p_f} \frac{dT_{f_1}}{dx} &= \frac{T_{f_1}(x) - T_h}{R_{11} + R_{13}} + R_{13} \frac{T_{f_1}(x) - T_{f_2}(x)}{R_{11}^2 - R_{13}^2} \\
 \dot{m}_2 C_{p_f} \frac{dT_{f_2}}{dx} &= R_{13} \frac{T_{f_2}(x) - T_{f_1}(x)}{R_{11}^2 - R_{13}^2} + \frac{T_{f_2}(x) - T_h}{R_{11} + R_{13}}
 \end{aligned} \tag{1.2-23}$$

Ces équations permettent de déduire la température d'entrée  $T_{in,i}$  d'un puits  $i$  en fonction de la température  $T_{out,i-1}$  par le modèle de conduction dans les tuyaux horizontaux (alors que la plupart des modèles négligent le transfert thermique dans ces conduites).

### 1.2.5.3 Bilan critique

#### *Avantages*

La géométrie du système est laissée libre à l'utilisateur, car le modèle est analytique et considère comme argument les distances entre les différents puits.

Le modèle de calcul de la température du sol non perturbé est particulièrement précis, ce qui fait de ce modèle un outil fiable.

La particularité du modèle de résistance thermique est qu'il permet de rendre compte efficacement des phénomènes de transfert thermique à l'intérieur des puits, y compris le rôle que peut jouer le coulis. Ce modèle est par conséquent doté d'une grande précision.

#### *Inconvénients*

Cependant, il est intéressant de s'interroger sur la pertinence du modèle. En effet, le modèle permet une représentation plus fidèle de la réalité, mais d'autres aspects influant sur le transfert thermique ne sont toujours pas considérés. Par exemple, étant donné le niveau de détail du modèle, il serait également intéressant de pouvoir considérer l'influence de la capacité thermique des différents éléments du puits (en particulier celle du coulis et du fluide).

Dès lors, il n'est pas certain que ce modèle soit un bon compromis entre simplicité et précision. Il convient pour cela d'évaluer l'efficacité de la méthode de résolution par rapport à un système simplifié comme le Type 272.

Le modèle est peu versatile car il ne permet pas de prendre en compte différentes branches parallèles et se limite au cas de circuits de puits en série pur. Le modèle présente un excellent intérêt académique mais est limité sur le plan des applications.

## CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE

### 2.1 Calculs des facteurs de réponse thermique

#### 2.1.1 Équation générale de la conduction dans le sol

Afin de pouvoir calculer la variation de température  $T(r, z, t)$  à un instant donné et en un point donné de l'espace par un échange de quantité de chaleur  $q$ , il est nécessaire de résoudre l'équation différentielle de conduction dans le sol qui est satisfaite par la température.

On considère un bilan d'enthalpie sur un volume quelconque  $V$  :

$$\iiint_V (\rho_s C_{p_s} \frac{\partial T}{\partial t}) dV = \frac{\partial U_V}{\partial t} = \delta Q_{int} = Q_1 + Q_2 \quad (2.1-1)$$

Où  $U_V$  représente l'enthalpie du domaine délimité par le volume  $V$  et  $\delta Q_{int}$  représente le bilan de chaleur instantané du domaine, c'est-à-dire le bilan entre la quantité de chaleur qui rentre et celle qui sort du domaine  $Q_1$ , ainsi que la chaleur générée à chaque instant  $Q_2$ .  $\rho_s$  est la densité massique du sol,  $C_{p_s}$  est sa chaleur spécifique. On note  $C_s = \rho_s C_{p_s}$  la capacité volumétrique du sol (en  $\text{kJ/m}^3.\text{K}$ )

D'après la loi de Fourier, le vecteur  $j_h$  de courant de chaleur est déterminé par  $\mathbf{j}_h = -k_s \nabla T$ , avec  $k_s$  la conductivité thermique du sol. Or le bilan de chaleur peut également être exprimé par :

$$Q_1 = - \oint_{\partial V} \mathbf{j}_h \cdot \mathbf{dS} = - \iiint_V \operatorname{div}(\mathbf{j}_h) dV \quad (2.1-2)$$

Où  $\partial V$  est la surface délimitant le volume  $V$  et  $\mathbf{dS}$  est le vecteur unitaire normal à cette surface orienté vers l'extérieur du volume, comme l'indique la Figure 2-1. La deuxième égalité est conséquence du théorème de Green-Ostrogradski (Green, 1828).

$$Q_2 = \iiint_V \delta q_2(x, y, z, t) dV \quad (2.1-3)$$

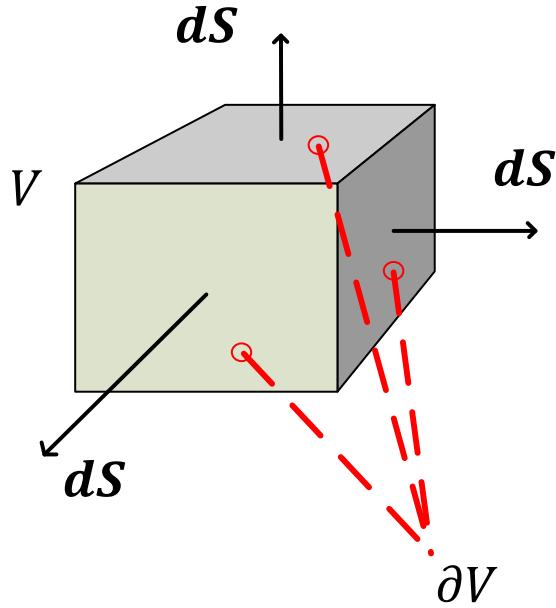


Figure 2-1 : Modélisation du bilan de chaleur sur le volume  $V$

Le bilan d'enthalpie d'un domaine  $V$  quelconque permet de conclure :

$$\forall V, \iiint_V (div(k_s \nabla T) + q_2 - C_s \frac{\partial T}{\partial t}) dV = 0 \Rightarrow div(k_s \nabla T) + \delta q_2 = C_s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1-4)$$

Soit également, en coordonnées cylindriques :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \delta q_2 = C_s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1-5)$$

En supposant le sol de conductivité uniforme on obtient l'égalité :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = k_s \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \text{ et } \frac{\partial}{\partial z} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \text{ Soit, avec } \alpha = \frac{k_s}{C_s} :$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\delta q_2}{k_s} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1-6)$$

Pour permettre de résoudre cette équation, différentes hypothèses sur la forme de la source de chaleur peuvent être effectuées, celles-ci permettent d'exhiber une solution au problème de conduction. Sous ces hypothèses, cette solution correspond à une variation de la température qui peut s'écrire, pour une période de temps  $[0, t]$  pendant laquelle le taux d'échange de chaleur  $q$  est constant, avec  $h$  le facteur de réponse thermique :

$$\Delta T(r, z, t) = q h(r, z, t) \quad (2.1-7)$$

Il existe trois méthodes principales d'approximation de la source de chaleur, à chacune de ces méthodes correspond une expression du facteur de réponse thermique.

### 2.1.2 Source Linéique Infinie (SLI)

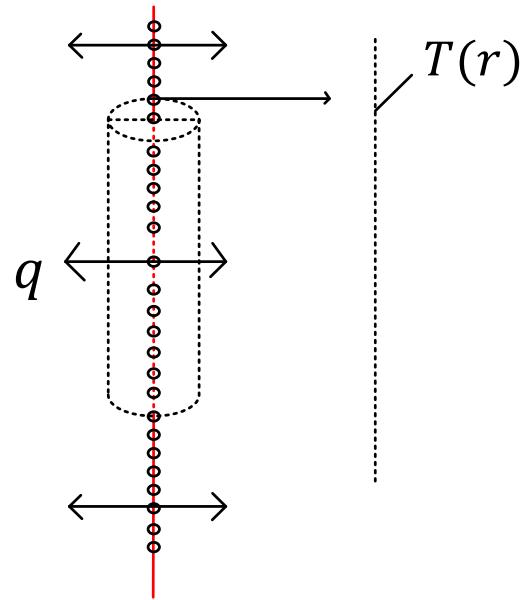


Figure 2-2 : Aperçu du modèle de la SLI

Dans le modèle de la SLI (Ingersoll & Plass, 1948), on associe la source de chaleur à une ligne infinie verticale localisée en  $r = 0$ , et sur laquelle  $q$ , le taux d'échange de chaleur par unité de longueur, est uniforme. Le rayon de la source est négligeable.

### Modèle général

En coordonnées cylindriques, si la conduction axiale est négligée et la conduction radiale supposée isotrope, la température ne dépend que de la variable  $r$ , l'équation de conduction de la chaleur s'écrit alors :

$$\nabla^2 T + \frac{\delta q_2}{k_s} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\delta q_2}{k_s} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1-8)$$

$$\nabla^2 T = \operatorname{div}(\nabla T), \quad \alpha = \frac{k_s}{C_s}$$

La condition initiale choisie est  $(T(t=0, r) = 0)$ .

La condition aux limites est donnée par la source infinie qui émet un taux de chaleur par unité de longueur  $q$  sur la ligne définie par  $r = 0$ .

La solution particulière de cette équation qui vérifie ces deux conditions est :

$$T(t, r) = \frac{q}{4\pi k_s t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \quad (2.1-9)$$

Dans le cas où le taux d'échange de chaleur est constant entre le temps 0 et le temps  $t$ , la variation de température totale est donc la somme de ces contributions, soit :

$$\Delta T(t, r) = \int_0^t T(t - \nu, r) d\nu = \frac{q}{4\pi k_s} \int_0^t e^{-\frac{r^2}{4\alpha(t-\nu)}} \frac{d\nu}{t - \nu} \quad (2.1-10)$$

En posant le changement de variable  $u = \frac{r^2}{4\alpha(t-\nu)}$  et en factorisant par  $q$ , on obtient :

$$h(t, r) = \frac{1}{4\pi k_s} \int_{\frac{r^2}{4\alpha t}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{1}{4\pi k_s} E_1\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \quad (2.1-11)$$

Où  $E_1: x \rightarrow \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$  est la fonction dite fonction exponentielle intégrale.

### Solutions approchées du modèle

Afin de pouvoir appliquer ces résultats dans le cadre d'une simulation, il est nécessaire d'obtenir une approximation numérique de la valeur de  $E_1$ , car il n'existe pas de solution analytique à cette intégrale. La fonction  $E_1$  est développable en série entière, sous la forme :

$$E_1(x) = -\gamma - \ln(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k k!} \quad (2.1-12)$$

Où  $\gamma$  est la constante d'Euler-Mascheroni qui vaut 0.5772. Cette formulation ne permet cependant pas de fournir une approximation satisfaisante pour le cas  $x > 1$  car il est impossible de se limiter à un nombre fini de termes. Pour remédier à cela, la méthode retenue dans la présente étude utilise des polynômes d'interpolation (Abramovitz & Stegun, 1964).

Pour  $0 < x \leq 1$

$$E_1(x) + \ln(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + O(x^6) \quad (2.1-13)$$

Tableau 2-1 : Coefficients pour le calcul de  $E_1(0 < x \leq 1)$

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
-0.5772157	0.9999919	-0.2499106	0.0551997	-0.0097600	0.0010786

Pour  $x > 1$

$$x e^x E_1(x) = \frac{x^4 + c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x + c_4}{x^4 + b_1 x^3 + b_2 x^2 + b_3 x + b_4} + O\left(\frac{1}{x^5}\right) \quad (2.1-14)$$

Tableau 2-2 : Coefficients pour le calcul de  $E_1(x > 1)$

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
8.5733287401	18.0590169730	8.6347608925	0.267773743
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
9.5733223454	25.6329561486	21.0996530827	3.9584969228

### 2.1.3 Source Cylindrique Infinie (SCI)

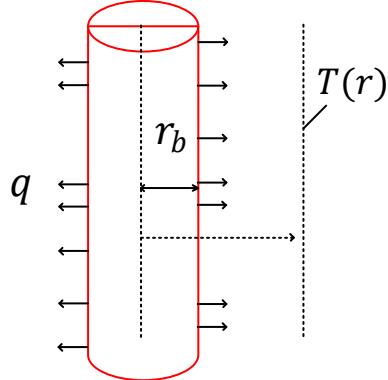


Figure 2-3 : Aperçu du modèle de la SCI

Le principe de la SCI développé par Carslaw et Jaeger (Carslaw & Jaeger, 1946) puis par Ingersoll et al. (1948) repose sur l'hypothèse d'une source de chaleur associée à un cylindre infini vide et vertical de rayon  $r_b$  (le rayon du puits), le taux d'échange de chaleur par unité de longueur  $q$  est uniforme puisque la conduction radiale est isotrope et la conduction axiale est négligée.

#### Modèle général

Dans le cas de la SCI, une solution analytique de l'équation de conduction de la chaleur (Équation 2.1-5) est présentée ici (Carslaw & Jaeger, 1946). Celle-ci repose sur les fonctions de Bessel  $J_0$ ,  $J_1$ ,  $Y_0$  et  $Y_1$ . La valeur de  $p_r$  est le rapport  $r/r_b$ .

$$\Delta T(t, r) = \frac{q}{k_s \pi^2} \int_0^{\infty} \left( e^{-\frac{\beta^2 \alpha t}{r^2}} - 1 \right) \frac{J_0(p_r \beta) Y_1(\beta) - Y_0(p_r \beta) J_1(\beta)}{(\beta^2 (J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta)))} d\beta \quad (2.1-15)$$

Cependant l'efficacité calculatoire de cette méthode est discutable, car l'intégrale ne peut être résolue que de manière numérique et est très coûteuse en temps de calcul.

### *Solution approchée du modèle*

Une solution alternative pour calculer la valeur du facteur de réponse thermique a été proposée par Veillon (Veillon, 1972), celle-ci consiste à transposer l'équation de conduction de chaleur dans le domaine de Laplace pour faciliter sa résolution.

La méthode de Veillon fournit une solution qui est de fait basée sur le calcul numérique de l'inverse de la transformée de Laplace, celle-ci étant nettement moins coûteuse que le calcul de l'intégrale précédente.

Soit pour  $j \in \llbracket 1,10 \rrbracket$ ,

$$V_j = \sum_{k=E\left[\frac{j-1}{2}\right]}^{\min(j,5)} \frac{(-1)^{j-5} k^5 (2k)!}{(5-k)! (k-1)! k! (j-k)! (2k-j)!}$$

Dans la pratique, ces coefficients ne dépendent pas des paramètres du problème, on pourra donc choisir de prendre des valeurs tabulées (voir le Tableau 2-3) :

Tableau 2-3 : Valeurs des paramètres de la méthode de Veillon

$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$
0.08333	-32.08333	1279	-15623.666	84244.166
$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{10}$
-236957.5	375911.666	-340071.666	164062.5	-32812.5

Soit pour  $t > 0$  et  $j \in \llbracket 1,10 \rrbracket$ ,  $\omega_j = \sqrt{\frac{j \ln(2)}{\alpha t}}$ , l'expression de la solution de la SCI est :

$$h(r, t) = \frac{1}{2\pi r_b k_s} \sum_{j=1}^{10} \frac{V_j}{j} \frac{K_0(\omega_j r)}{\omega_j K_1(\omega_j r_0)} \quad (2.1-16)$$

avec  $K_0$  et  $K_1$  les fonctions de Bessel de deuxième espèce respectivement d'ordre 0 et 1.

## 2.1.4 Source Linéique Finie (SLF)

La méthode de la SLF associe la source de chaleur à une ligne finie de hauteur  $H$  (la hauteur du puits), située à une distance  $D$  de la surface du sol et qui échange une quantité de chaleur par unité de longueur  $q$  uniforme. Ce modèle est plus précis que la SLI et la SCI, il permet notamment de prendre en compte la conduction thermique selon l'axe vertical.

### Modèle général

Ce modèle est présenté par Zeng et al. (2002). Il repose sur les hypothèses suivantes :

- Les propriétés thermophysiques du sol sont uniformes, le sol est un milieu semi-infini correspondant à  $z \leq 0$ .
- La température du sol non-perturbé est uniforme, notée  $T_g$
- La température de la surface du sol reste égale à  $T_g$  au cours du temps
- Le rayon du puits est négligeable
- Le taux de transfert de chaleur est constant au cours du temps

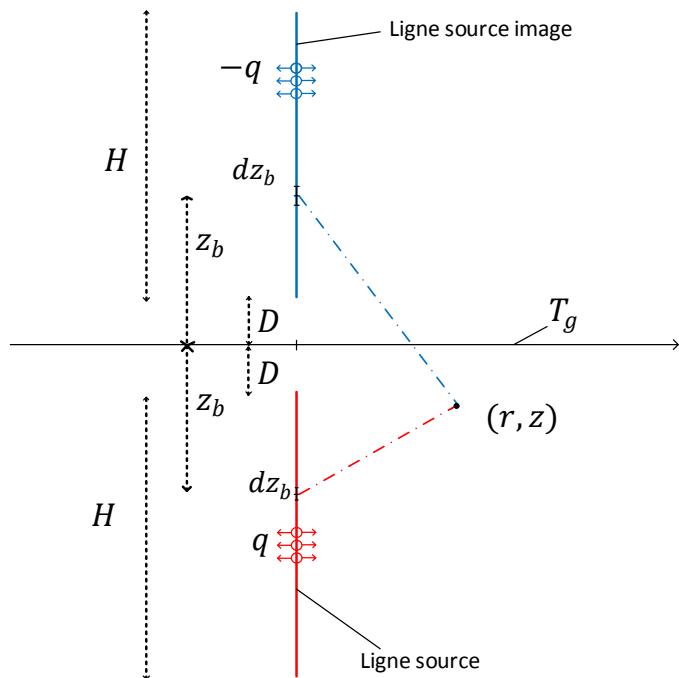


Figure 2-4 : Méthode de la source image pour la SLF

L'hypothèse sur la température de la surface du sol n'est généralement pas vérifiée, afin de corriger cette différence, on emploie la méthode de la source image comme indiquée dans la Figure 2-4. En effet, pour un instant  $t$  donné, la variation de température due à la source de chaleur est fonction uniquement du taux de chaleur  $q$  et de la distance entre la source et le nœud du sol considéré. Or la surface du sol est à équidistance entre les deux lignes sources dont les taux de chaleurs sont opposés, sa température ne varie donc pas au cours du temps.

La variation de température causée par un point source élémentaire de hauteur  $dz_b$ , situé à une profondeur  $z_b$ , en un nœud du sol localisé en  $(r, z)$  vaut :

$$dT(t, r, z, z_b) = \frac{q}{4\pi k_s \sqrt{r^2 + (z - z_b)^2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{r^2 + (z - z_b)^2}}{2\sqrt{\alpha t}} \right) dz_b \quad (2.1-17)$$

Où  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$ ,  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ .

La variation de température globale en un point  $(r, z)$  causée par la ligne source se calcule en sommant les contributions des deux lignes sources et en intégrant sur la hauteur  $H$  :

$$\Delta T(t, r, z) = \frac{q}{4\pi k_s} \left( \int_D^{D+H} \frac{\operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{r^2 + (z - z_b)^2}}{2\sqrt{\alpha t}} \right)}{\sqrt{r^2 + (z - z_b)^2}} - \frac{\operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{r^2 + (z + z_b)^2}}{2\sqrt{\alpha t}} \right)}{\sqrt{r^2 + (z + z_b)^2}} \right) \quad (2.1-18)$$

(Claesson & Javed, 2011) présentent une solution qui permet de calculer la température moyenne du sol sur la hauteur  $H$  du puits dans le cadre de la SLF.

$$h(t, d) = \frac{1}{4\pi k_s} \int_{\frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}}^{\infty} \frac{Y(sH, sD)}{Hs^2} e^{-d^2 s^2} ds \quad (2.1-19)$$

$$Y(u, d) = 2(ierf(u) + ierf(u + 2d)) - ierf(2u + 2d) - ierf(2d)$$

$$ierf: v \rightarrow v \cdot \operatorname{erf}(v) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} (1 - e^{-v^2})$$

## 2.2 Méthodes de superposition

### 2.2.1 Superposition spatiale

La validité de la méthode de superposition spatiale découle du fait que les facteurs de réponse calculés précédemment sont liés à la résolution de l'équation différentielle de conduction. En effet, la température est solution de cette équation différentielle, qui est linéaire. En conséquence, la solution de cette équation pour un arrangement de plusieurs puits est la somme des solutions liées à chaque puits isolé. De même, on somme les contributions de chaque puits pour déterminer la variation totale de température  $\Delta T_i$  à la paroi du puits  $i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$  :

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^{n_B} \Delta T_{j \rightarrow i} \quad (2.2-1)$$

Où les termes  $\Delta T_{j \rightarrow i}$  correspondent à l'influence thermique du puits  $j$  sur le puits  $i$  ( $d_{j,i}$  est la distance entre les puits  $j$  et  $i$ ):

$$\Delta T_{j \rightarrow i} = q_j h(t, d_{j,i}) \quad (2.2-2)$$

### 2.2.2 Superposition temporelle

#### *Cas général*

Comme il a été évoqué dans la partie 2.1, l'expression particulière du facteur de réponse thermique selon les modèles de source de chaleur (SLI, SCI et SLF) presupposent que le taux d'échange de chaleur  $q$  est constant au cours de l'opération (c'est-à-dire entre 0 et  $t$ ), ce qui n'est pas valable dans la réalité.

Dans les faits, la considération précédente est adaptée à des pas de temps infinitésimaux  $[u, u + du]$  où  $u \in [0, t]$ , pendant lesquels considérer  $q$  constante est valable, on note  $dq(u) = q(u + du) - q(u)$  la variation infinitésimale pendant  $du$ . Tout se passe comme si pour chaque instant  $u$ , une quantité de chaleur élémentaire  $dq(u)$  était émise à partir du temps  $u$  et ce jusqu'au temps  $t$  où l'on veut mesurer la variation de température.

De plus, la variable temporelle du facteur de réponse thermique est liée à la durée totale d'émission de la quantité de chaleur élémentaire  $dq(u)$  donc le facteur de réponse s'exprime comme  $h(t - u, r, z)$ .

On peut donc sommer ces différentes contributions pour obtenir l'expression générale de la variation de température pour un profil variable de charge :

$$\Delta T(t, r, z) = \int_0^t h(t - u, r, z) dq(u)$$

Soit, à l'aide du produit de convolution  $*: \{f|g\} \rightarrow f * g(t) = \int_0^t f(u)g(t - u)du$  :

$$\Delta T(t, r, z) = \int_0^t q'(u)h(t - u, r, z)du = [q' * h](t, r, z) \quad (2.2-3)$$

#### *Approximation de la méthode générale*

Bien que des méthodes telle la méthode spectrale (Marcotte & Pasquier, 2008) puissent être employées pour accélérer le calcul de ce produit de convolution, il n'est pas envisageable de procéder ainsi dans le cas général puisque  $q$  n'est pas connu sur l'ensemble des pas de temps.

Cependant il est possible d'adapter la méthode en considérant un pas de temps de simulation convenable sur lequel les charges thermiques sont assimilées à leur valeur moyenne sur cet intervalle de temps. Ceci est valable si la variabilité des charges est faible.

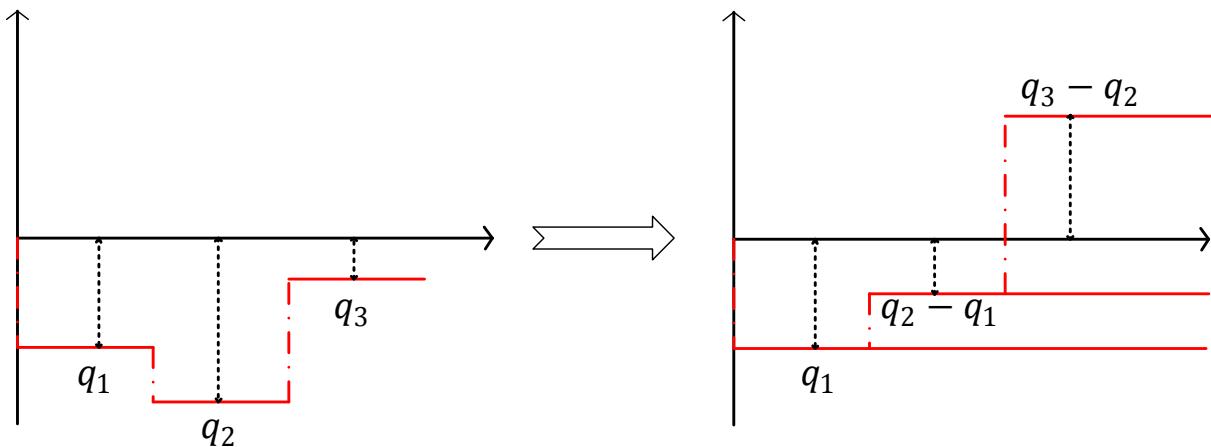


Figure 2-5 : Principe de la méthode de superposition spatiale

De la même façon que pour la méthode générale, seules les différences entre les taux d'échange de chaleur consécutifs sont considérées, plutôt que ces taux eux-mêmes, le principe est détaillé par la Figure 2-5.

Soit  $\Delta t$  un pas de temps adapté et  $n_t$  tel que  $t = n_t \Delta t$ , on définit :

$$\forall k \in \llbracket 0, n_t \rrbracket, t_k = k \Delta t, q'(0) = q(0) = 0 \text{ et pour } k \geq 1, q'(t_k) = q(t_k) - q(t_{k-1}).$$

Tout se passe comme si une charge  $q'(t_1) = q(t_1)$  était émise à partir de l'instant 0, et que pour tout  $k$ , une charge  $q'(t_k)$  était émise à partir de l'instant  $t_{k-1}$  et ce jusqu'à l'instant  $t$ .

$$\Delta T(t, r, z) = \sum_{k=1}^{n_t} q'(t_k) h(t - t_{k-1}, r, z) = \langle q'_k *_n h_{k-1} \rangle(t, r, z) \quad (2.2-4)$$

Où  $*_n: \{u_k, v_k\} \rightarrow \sum_{k=1}^n u_k v_{n-k}$  est un produit de convolution discret.

Bien que les considérations faites sur la superposition temporelle permettent de calculer plus rapidement l'influence thermique causée par un puits dans le sol, il s'avère que selon le pas de temps choisi la méthode peut être coûteuse en calculs. En effet, il n'y a pas de relation de récurrence entre la valeur de ce produit de convolution en  $t$  et en  $t + \Delta t$ , ce qui implique que le calcul doit être effectué à chaque pas de temps. Des méthodes telles l'agrégation des charges détaillée en 2.3. permettent d'augmenter l'efficacité des calculs

## 2.3 Agrégation des charges

Il apparaît que lorsqu'on observe l'historique des charges thermiques et l'évolution des facteurs de réponse thermique dans le temps, les charges récentes ont une influence plus importante que les charges anciennes sur la variation de température du sol. Plusieurs méthodes d'agrégation des charges ont été développées en s'appuyant sur cette considération. La méthode de Lamarche avec récurrence (Lamarche, 2009) a été considérée mais c'est finalement l'agrégation des charges de Liu qui a été retenue pour cette étude (Liu, 2005).

Le concept de la méthode de Liu est d'agréger les charges en blocs de différentes tailles : Petite (de taille  $BS_s$ ), Moyenne (de taille  $BS_m$ ) et Grande (de taille  $BS_l$ ). Les petits blocs sont créés à partir de charges individuelles agrégées, les blocs moyens à partir de petits blocs et les grands blocs à partir de blocs moyens.

Le modèle respecte également une période d'attente ( $WP$ ), c'est-à-dire un nombre de charge individuelles qui ne sont pas agrégées (période d'attente  $WP_s$ ), et de même pour agréger les petits blocs en blocs moyens (période d'attente  $WP_m$ ) et les blocs moyens en grands blocs (période d'attente  $WP_l$ ).

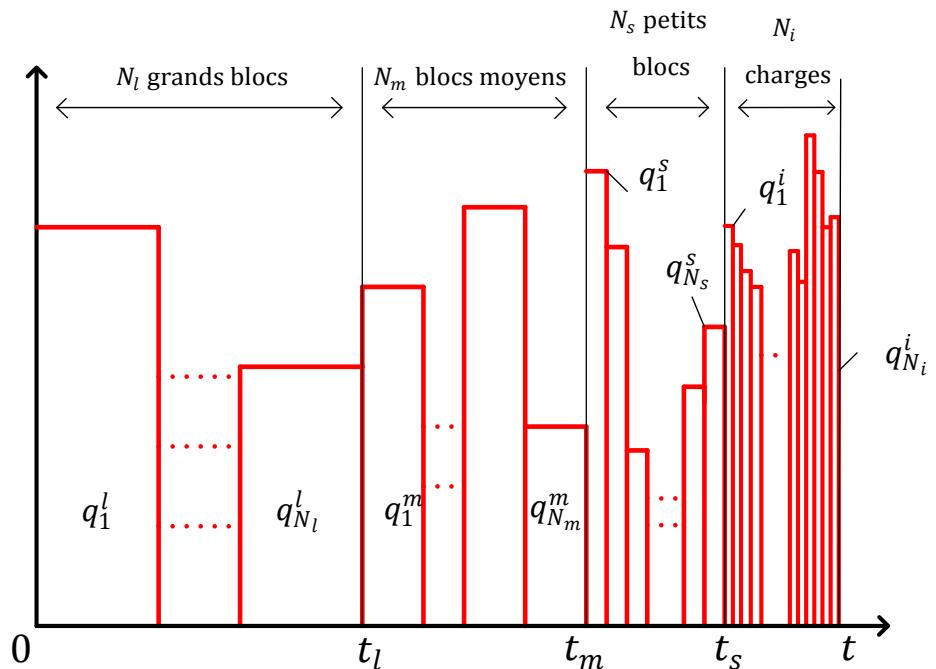


Figure 2-6 : Modèle de l'agrégation de Liu

La Figure 2-6 définit les variables suivantes :

- $t_l = N_l BS_l \Delta t$
- $t_m = t_l + N_m BS_m \Delta t$
- $t_s = t_l + t_m + N_s BS_s \Delta t$

On remarque que  $t = t_s + N_i \Delta t$  et on définit les temps  $t_k^*$  correspondant aux différentes charges thermiques  $q^*$  du schéma d'agrégation :

$$k \in \llbracket 1, N_i \rrbracket, t - t_k^i = (N_i - k) \Delta t$$

$$k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket, t - t_k^s = (N_s - k) BS_s \Delta t + (t - t_s)$$

$$k \in \llbracket 1, N_m \rrbracket, t - t_k^m = (N_m - k) BS_m \Delta t + (t - t_m)$$

$$k \in \llbracket 1, N_l \rrbracket, t - t_k^l = (N_l - k) BS_l \Delta t + (t - t_l)$$

Tableau 2-4 : Valeurs par défaut des paramètres d'agrégation de Liu

$BS_s$	$BS_m$	$BS_l$	$WP_s$	$WP_m$	$WP_l$
24	5	73	12	3	40

Les valeurs par défaut des tailles de blocs ainsi que des périodes d'attente sont présentées dans le Tableau 1.1-4, mais la méthode laisse le choix de ces paramètres à l'utilisateur. Pour ces paramètres, le pas de temps correspondant vaut une heure, les petits blocs correspondent à la charge agrégée sur une journée entière, les blocs moyens correspondent à 5 jours soit environ une semaine et les grands blocs correspondent à une année.

L'avantage de cette méthode est qu'il y a une relation de récurrence permettant de déterminer les blocs au temps  $t + \Delta t$  par rapport aux blocs du temps  $t$ . Soient  $N_i, N_s, N_m$  et  $N_l$  représentant respectivement le nombre de charges individuelles non-agrégées, le nombre de petits blocs, le nombre de blocs moyens et le nombre de grands blocs. On sait que ces nombres vérifient en tout temps :

$$N_i \leq BS_s + WP_s, N_s \leq BS_m + WP_m \text{ et } N_m \leq BS_l + WP_l$$

La procédure de calcul des blocs effectuée à chaque pas de temps de la simulation est la suivante (La notation  $(q_p \dots q_n)$  désigne l'ensemble des blocs entre les indices  $p$  et  $n$  et  $\overline{(q_p \dots q_n)} = \frac{1}{n-p+1} \sum_{p}^n q_k$  désigne la moyenne de ces termes) :

- $N_i = N_i + 1$
- Continuer seulement si  $N_i = BS_s + WP_s$ 
  - $N_s = N_s + 1$
  - $q_{N_s}^s = \overline{(q_1^l \dots q_{BS_s}^l)}$
  - $(q_{WP_s+2}^i \dots q_{WP_s+BS_s+1}^i) = 0$
  - $N_i = N_i - BS_s$
- Continuer seulement si  $N_s = BS_m + WP_m$ 
  - $N_m = N_m + 1$
  - $q_{N_m}^m = \overline{(q_1^s \dots q_{BS_m}^s)}$
  - $(q_{WP_m+2}^s \dots q_{WP_m+BS_m+1}^s) = 0$
  - $N_s = N_s - BS_m$
- Continuer seulement si  $N_m = BS_l + WP_l$ 
  - $N_l = N_l + 1$
  - $q_{N_l}^l = \overline{(q_1^m \dots q_{BS_l}^m)}$
  - $(q_{WP_l+2}^m \dots q_{WP_l+BS_l+1}^m) = 0$
  - $N_m = N_m - BS_l$

Selon le pas de temps choisi, il est important d'adapter les paramètres tels les périodes d'attente et les tailles de bloc afin que les périodes d'agrégation soient d'une taille convenable par rapport au problème étudié. Pour des pas de temps importants ( $>10$  h), il est préférable de diminuer la taille des blocs mais de fixer la période d'attente à une valeur plus élevée. Le Tableau 2-5 résume des consignes pour les valeurs de  $WP_s$  et  $BS_s$  (ce sont les seuls paramètres à modifier).

Tableau 2-5 : Valeurs des paramètres  $WP_s$  et  $BS_s$  selon le pas de temps

Pas de temps	$WP_s$	$BS_s$
20 h	24	5
10 h	24	10
1 h	12	24
10 min	72	144
5 min	144	288

À l'aide des termes  $(q_k^i, q_k^s, q_k^m, q_k^l)$  et  $(t_k^i, t_k^s, t_k^m, t_k^l)$ , on peut exprimer la variation de température selon la méthode d'agrégation des charges (où \* symbolise  $r$  ou  $(r, z)$  ) :

$$\begin{aligned}
 \Delta T(t,*) &= \sum_{k=1}^{N_i} (q_k^i - q_{k-1}^i)h(t - t_{k-1}^i,*) + (q_1^i - q_{N_s}^s)h(t - t_s,*) \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_s} (q_k^s - q_{k-1}^s)h(t - t_{k-1}^s,*) + (q_1^s - q_{N_m}^m)h(t - t_m,*) \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_m} (q_k^m - q_{k-1}^m)h(t - t_{k-1}^m,*) + (q_1^m - q_{N_l}^l)h(t - t_s,*) \\
 &+ \sum_{k=1}^{N_l} (q_k^l - q_{k-1}^l)h(t - t_{k-1}^l,*) + (q_1^l - 0)h(t - 0,*) \tag{2.3-1}
 \end{aligned}$$

## 2.4 Méthode de Marcotte et Pasquier

Comme nous pouvons le constater, les méthodes de superposition observées en 2.2 permettent d'exprimer la variation de température du sol causée par l'échange de chaleur avec des puits géothermiques. La méthode de Marcotte et Pasquier (Marcotte & Pasquier, 2014) permet de généraliser le calcul des facteurs de réponse thermiques unitaires en proposant une représentation matricielle du problème. Une solution est ensuite proposée pour correspondre à trois types de configuration : puits en parallèle, puits en série ou arrangement mixte. L'idée générale de la méthode repose sur le fait que pour un ensemble de  $n_B$  puits, les superpositions spatiales et temporelles permettent de considérer le bilan de variation de température comme suit.

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^{n_B} \Delta T_{j \rightarrow i}, \quad \Delta T_{j \rightarrow i} = \sum_{k=1}^m q'_j(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d_{i,j}) \quad (2.4-1)$$

La variation de température  $\Delta T_{j \rightarrow i}$  peut être calculée comme la somme de deux contributions : la contribution de l'historique des charges thermiques des puits  $\Delta T_{j \rightarrow i}^*$  et la contribution des charges thermiques des puits au temps actuel  $q_j h(\Delta t, d_{i,j})$ :

$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, n_B \rrbracket^2, \Delta T_{j \rightarrow i} = \Delta T_{j \rightarrow i}^* + q_j h(\Delta t, d_{i,j}) \quad (2.4-2)$$

Les termes  $\Delta T_{j \rightarrow i}^*$  peuvent être calculés au moyen d'une méthode telle que la méthode spectrale ou l'agrégation des charges. On remarque également que pour un positionnement des puits donné, les termes  $h_{i,j} = h(\Delta t, d_{i,j})$  sont une constante de la simulation car ils dépendent uniquement du pas de temps et des distances entre les puits. Soit :

$$\mathbf{H}^{(n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \cdots & \ddots \\ \vdots & h_{i,j} & \vdots \\ \ddots & \cdots & \ddots \end{pmatrix}_{(n_B)}, \quad \Delta \mathbf{T}_{n_B} = \begin{pmatrix} \Delta T_1 \\ \vdots \\ \Delta T_{n_B} \end{pmatrix}_{n_B}, \quad \Delta \mathbf{T}_{n_B*} = \begin{pmatrix} \Delta T_1^* \\ \vdots \\ \Delta T_{n_B}^* \end{pmatrix}_{n_B}, \quad \mathbf{q}_{n_B} = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_{n_B} \end{pmatrix}_{n_B}$$

$$\Delta \mathbf{T}_{n_B} = \Delta \mathbf{T}_{n_B*} + \mathbf{H}^{(n_B)} * \mathbf{q}_{n_B} \quad (2.4-3)$$

Bien que le modèle proposé dans ce mémoire ne soit pas directement inspiré de la méthode de Marcotte et Pasquier, la méthode matricielle utilisée dans cette étude comporte des similarités structurelles avec celle-ci.

La méthode de Marcotte et Pasquier utilise les équations suivantes (établies dans la section 3.2.3.1) pour déterminer l'échange de chaleur des puits ainsi que les températures d'opérations :

$$\begin{aligned} T_{in,i}(t) &= T_{f,i}(t) + \frac{q_i(t)}{2\dot{m}C_{p_f}} \\ \forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket \quad T_{out,i}(t) &= T_{f,i}(t) - q_i(t)/2\dot{m}C_{p_f} \quad (2.4-4) \\ T_{f,i}(t) &= T_{b,i}(t) + q_i(t)R_b \\ T_{b,i}(t) &= T_g + \Delta T_i(t) \end{aligned}$$

Le système s'écrit matriciellement  $\mathbf{MX} = \mathbf{Y}$ , avec  $\mathbf{1}_{n_B} = (1 \quad \dots \quad 1)_{n_B}$  et :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}^{(n_B)} + \mathbf{D}^{(n_B)} & \mathbf{t}_{\mathbf{1}_{n_B}} \\ \mathbf{1}_{n_B} & 0 \end{pmatrix}_{(n_B+1)}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{n_B} \\ -(T_{in} - T_g) \end{pmatrix}_{n_B+1}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} -\Delta T_{n_B*} \\ 1 \end{pmatrix}_{n_B+1}$$

$\mathbf{D}^{(n_B)}$  dépend de la configuration choisie :

*Puits en parallèle ( $l_{br}$  branches en parallèle, 1 puits par branche)*

$$\mathbf{D}^{(l_{br})} = \begin{pmatrix} R_{b1} + \frac{1}{2\dot{m}_1 C_{p_f}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & R_{bl_{br}} + \frac{1}{2\dot{m}_{l_{br}} C_{p_f}} \end{pmatrix}_{(l_{br})}$$

*Puits en série ( $n_B$  puits en série)*

$$\mathbf{D}^{(n_B)} = \begin{pmatrix} R_b + \frac{1}{2\dot{m}C_{p_f}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\dot{m}C_{p_f}} & \dots & R_b + \frac{1}{2\dot{m}C_{p_f}} \end{pmatrix}_{(n_B)}$$

*Arrangement mixte ( $n_B$  puits en série,  $l_{br}$  branches en parallèle contenant  $n_l$  puits)*

$$\mathbf{D}^{(n_B)} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1^{(n_1)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{D}_{l_{br}}^{(n_{l_{br}})} \end{pmatrix}_{(n_B)} \quad \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket \quad \mathbf{D}_l^{(n_l)} = \begin{pmatrix} R_{bl} + \frac{1}{2\dot{m}_l C_{p_f}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\dot{m}_l C_{p_f}} & \dots & R_{bl} + \frac{1}{2\dot{m}_l C_{p_f}} \end{pmatrix}_{(n_l)}$$

## CHAPITRE 3 MODÈLE NBiS

Dans ce chapitre sera présenté le modèle proposé, intitulé *NBiS* (*Network of Boreholes in Series*). Ce modèle fait l'objet d'un article de conférence (Lecomte & Bernier, 2016). Il cherche à répondre aux objectifs identifiés en 3.1.3 et se décline en trois sous modèles :

- Le modèle *NBiS*<sup>(2)</sup> à deux puits, qui permet la simulation de deux puits en série avec simple tube en U formant un circuit unique.
- Le modèle *NBiS*<sup>(2)</sup> généralisé, qui permet la simulation d'un nombre quelconque de puits en série à simple tube en U formant un circuit unique.
- Le modèle *NBiS*<sup>(4)</sup> généralisé, qui permet la simulation de stockage géothermique composé d'un ensemble quelconque de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants, qui peuvent adopter une configuration mixte comportant plusieurs branches parallèles de puits en série.

### 3.1 Bilan de la revue et objectifs

Afin de déterminer les axes sur lesquels le modèle proposé va être développé, un bref bilan des différents modèles étudiés dans la revue de littérature est dressé. Les atouts de chaque modèle seront discutés, ainsi que les points sur lesquels il est souhaitable de proposer des améliorations.

#### 3.1.1 Fonctionnalité du modèle

On note que la complexité d'un modèle tel le DST est à la fois un atout en termes de précision, mais c'est surtout une contrainte car cette complexité implique le recours à une géométrie axisymétrique qui a pour effet de limiter le contrôle de l'usager sur les caractéristiques du stockage géothermique. Ainsi, il est préférable d'opter pour un modèle analytique comme celui du Type 272, plus versatile, plutôt qu'une méthode de résolution numérique comme celle utilisée par le modèle DST.

Il est également important de préciser qu'un modèle comme le DST permet de donner seulement des informations globales sur le stockage, à savoir la température moyenne du stockage ainsi que la température de sortie du circuit.

Sur ce point, un modèle analytique tel le Type 272 sera à nouveau plus adapté, car il permet à l'utilisateur d'obtenir les températures de sortie de chaque puits du réseau ainsi que les taux de transfert de chaleur s'il le souhaite.

La plupart des modèles étudiés proposent de disposer de l'arrangement des puits et ne se limitent pas au cas de circuits de puits en série pur. Cependant, dans le cas du DST, le nombre de puits par branches parallèles est fixe, et le débit entre les différentes branches est identique. À nouveau la possibilité de choix de l'utilisateur doit primer, et le modèle proposé doit permettre de poser un arrangement composé de branches indépendantes.

### 3.1.2 Pertinence du modèle

Puisque l'objectif poursuivi est de fournir un modèle satisfaisant dans une optique de stockage géothermique, il importe de mettre en avant les points sur lesquels le modèle doit insister pour assurer sa pertinence vis-à-vis de la problématique du stockage géothermique.

La précision du modèle, notamment par rapport à l'échelle de temps, est un point important de la discussion. En effet, les modèles étudiés négligent l'influence de la capacité thermique des éléments du puits et plus généralement les phénomènes transitoires. On peut justifier ce choix en avançant l'argument que les effets de la capacité thermique des éléments du puits tels que le coulis et le fluide ne sont pas considérables sur le long terme, et que c'est le long terme qui est la visée de ce modèle.

De plus, dans une optique de stockage géothermique saisonnier, l'utilisateur est confronté à des configurations comportant un nombre important de puits (ex : 144 pour Drake Landing). De fait, il importe de limiter le plus possible la complexité du modèle employé afin de proposer une résolution efficace du problème.

Enfin, aucun des modèles proposés ne permet de calculer efficacement la température de l'ensemble du champ de puits (le Type 272 permet à l'utilisateur de spécifier une liste de noeuds, mais le traitement de ces données n'est pas efficace et l'expérience montre que le Type 272 ne peut se rendre au-delà de 100 puits). Afin d'évaluer la performance du stockage, il est souhaitable de pouvoir observer les isothermes du stockage, afin d'examiner les points chauds et les gradients de température en périphérie.

### 3.1.3 Objectifs du modèle proposé

Le modèle qui est proposé pour répondre aux différentes problématiques identifiées comporte les objectifs suivants :

- Privilégier une méthode de résolution analytique afin de permettre à l'utilisateur de bénéficier d'une liberté de choix quant à la géométrie du stockage et l'arrangement des puits (série, parallèle ou mixte).
- Utiliser une modélisation simplifiée des phénomènes de transfert de chaleur afin de proposer un modèle efficace en termes de temps de calcul, permettant de simuler des ensembles de plus de 100 puits (application au cas de communautés solaires).
- Modéliser les interactions thermiques entre les tuyaux d'un même puits dans le cas de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants.
- Implémenter une méthode de calcul de la température du sol au sein du stockage, permettant de tracer les isothermes du domaine à partir d'une grille de noeuds choisis.

## 3.2 Modèle $NBiS^{(2)}$ à 2 puits

### 3.2.1 Présentation du modèle

Le modèle  $NBiS^{(2)}$  à 2 puits est la version la plus fondamentale du  $NBiS$ , il correspond à une configuration de 2 puits à 2 tuyaux qui constituent un seul circuit. La fonctionnalité de ce modèle se limite au calcul pour chaque puits des températures de sortie et des taux d'échange de chaleur avec le sol en fonction de la température d'entrée du premier puits et du débit de fluide caloporteur dans le circuit ainsi que des paramètres d'opération du puits. L'ensemble des données sont présentées dans la Figure 3-1.

### 3.2.2 Données du modèle

#### 3.2.2.1 Variables et paramètres

Les paramètres du modèle qui restent constants au cours d'une simulation sont :

- La hauteur des puits  $H$  (m)
- La profondeur de la tête de puits  $D$  (m)
- Le rayon des puits  $r_b$  (m)
- La distance entre les puits  $d$  (m)
- La résistance thermique des puits  $R_b$  (m.K/W)
- La conductivité thermique du sol  $k_s$  (W/m.K)
- La diffusivité thermique du sol  $\alpha$  (m<sup>2</sup>/h)
- La température du sol non perturbé  $T_g$  (°C)
- La capacité thermique du fluide  $C_{pf}$  (kJ/kg.K)

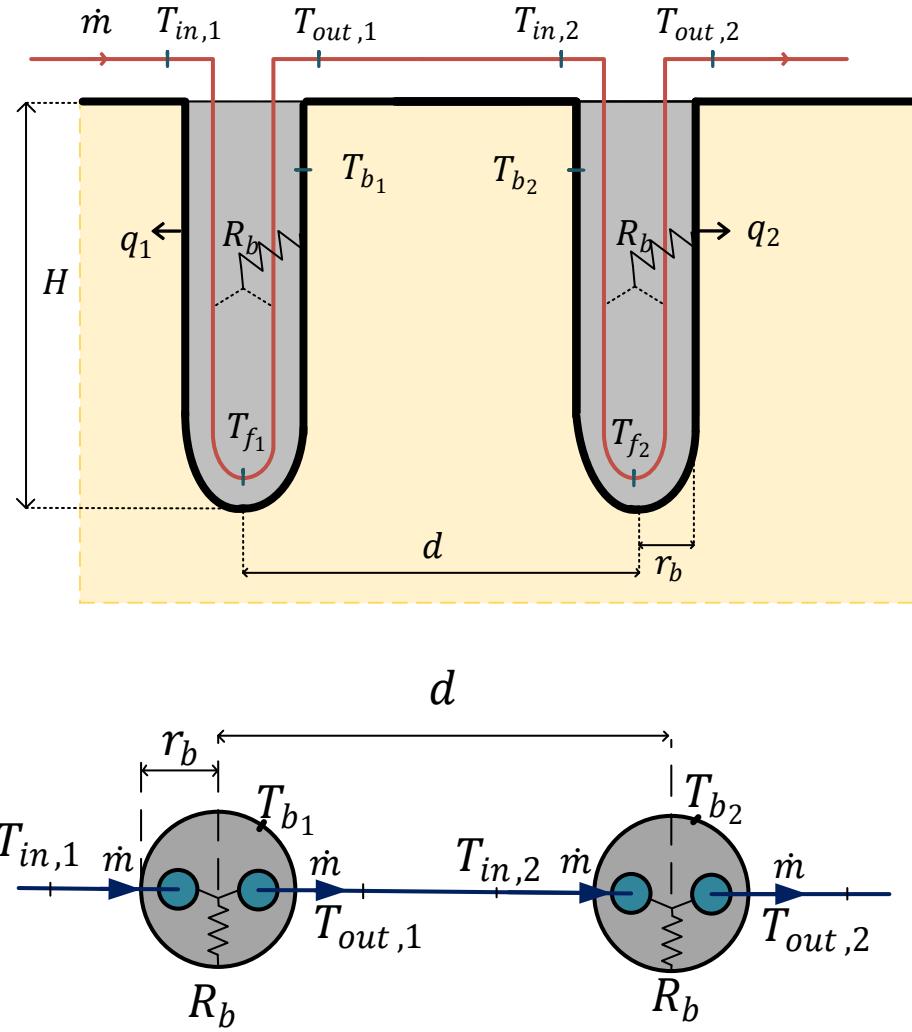


Figure 3-1 : Variables du modèle  $NBiS^{(2)}$  à 2 puits

Les variables globales du modèle sont :

- La température d'entrée  $T_{in}$  du circuit global ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température de sortie  $T_{out}$  du circuit global ( $^{\circ}\text{C}$ )
- Le débit de fluide caloporteur  $\dot{m}$  dans le circuit ( $\text{kg/h}$ )

La température  $T_{in}$  et le débit de fluide caloporteur  $\dot{m}$  sont des données d'entrée du modèle et peuvent varier à chaque pas de temps. La température  $T_{out}$  est quant à elle une variable de sortie du modèle.

Pour chaque puits  $i = 1$  ou  $i = 2$ , les variables suivantes sont spécifiques au puits, et uniformes sur la hauteur du puits :

- La température d'entrée  $T_{in,i}$  du puits (°C)
- La température de sortie  $T_{out,i}$  du puits (°C)
- La température moyenne du fluide  $T_{f_i}$  dans le puits (°C)
- La température du sol au niveau de la paroi du puits  $T_{b_i}$  (°C)
- Le taux de transfert de chaleur du puits avec le sol  $q_i$  (W/m)

### 3.2.2.2 Hypothèses

Afin de relier les variables du modèle en équations, différentes hypothèses sont faites sur le transfert de chaleur au sein du circuit de puits.

Tout d'abord, une approximation est faite sur la température du fluide caloporteur à l'intérieur de chaque puits. Comme le modèle ne comporte pas de discréétisation axiale du puits, cette température est supposée uniforme sur la hauteur du puits, elle est égale à sa valeur moyenne :

$$T_{f_1} = \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2}, \quad T_{f_2} = \frac{T_{in,2} + T_{out,2}}{2} \quad (3.2-1)$$

Ensuite, le transfert thermique avec le sol est négligé dans les conduites horizontales du réseau. La conséquence directe de cette hypothèse est que la température d'entrée du deuxième puits est égale à la température de sortie du premier puits. De même, la température d'entrée du premier puits est la température d'entrée du réseau et la température de sortie du réseau du puits est la température de sortie du deuxième et dernier puits du réseau. Les égalités suivantes sont donc vérifiées par les températures des puits :

$$T_{in,1} = T_{in}, \quad T_{in,2} = T_{out,1}, \quad T_{out} = T_{out,2} \quad (3.2-2)$$

### 3.2.3 Méthode de résolution

#### 3.2.3.1 Équations du modèle

En s'appuyant sur les hypothèses formulées précédemment, il est possible d'établir les équations permettant de calculer les températures de sortie ainsi que les taux d'échange de chaleur équivalents pour chaque puits. Il y a donc quatre inconnues dans le modèle, qui sont :  $T_{out,1}$ ,  $T_{out,2}$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ . Quatre équations linéairement indépendantes sont nécessaires pour résoudre le système. Dans cette partie, on établit des équations qui sont vérifiées en tout temps de la simulation.

Tout d'abord, un bilan d'enthalpie  $U_1$  sur le puits 1 donne une expression du taux d'échange de chaleur  $q_1$  en fonction des températures du puits  $T_{in,1}$  et  $T_{out,1}$  : Le taux de transfert de chaleur  $q_1 H$  (W) représente l'énergie échangée par unité de temps depuis le puits 1 vers le sol environnant, il apparaît donc :

$$q_1 H = - \frac{dU_1}{dt} = \dot{m} C_{pf} (T_{in,1} - T_{out,1}) \quad (3.2-3)$$

Il en est de même pour le bilan d'enthalpie  $U_2$  sur le puits 2, en utilisant les hypothèses formulées par l'équation 3.2-2, les deux équations suivantes sont établies :

$$(E_1) \quad q_1 = \frac{\dot{m} C_{pf}}{H} (T_{in} - T_{out,1}) \quad (3.2-4)$$

$$(E_2) \quad q_2 = \frac{\dot{m} C_{pf}}{H} (T_{out,1} - T_{out,2})$$

Afin de déterminer les deux équations suivantes, la définition inhérente de la résistance thermique équivalente du puits est utilisée. En effet, cette résistance thermique a pour objectif de modéliser le transfert thermique entre le fluide circulant dans les tuyaux et la zone du sol environnant qui se trouve immédiatement à la paroi du puits.

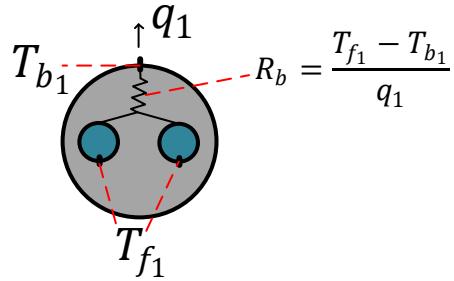


Figure 3-2 : Illustration de la résistance thermique équivalente

Les équations qui en découlent sont les suivantes (en utilisant l'équation 3.2-1) :

$$(E_3) \quad \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2} = T_{f1} = T_{b1} + q_1 R_b \quad (3.2-5)$$

$$(E_4) \quad \frac{T_{in,2} + T_{out,2}}{2} = T_{f2} = T_{b2} + q_2 R_b$$

### 3.2.3.2 Calcul des températures de paroi

Dès lors, il reste à exprimer les températures de paroi des puits  $T_{b_1}$  et  $T_{b_2}$  en fonction des taux d'extraction de chaleur  $q_1$  et  $q_2$ , cette méthode d'expression utilise les facteurs de réponse thermique vus en 2.1 et la superposition temporelle et spatiale vue en 2.2.

Dans cette partie,  $m$  représente l'indice temporel de la simulation, si bien qu'on cherche à résoudre les équations au temps  $t_m = m\Delta t$ , où  $\Delta t$  est le pas de temps de la simulation. Par souci de simplification des notations, si une variable est exprimée sans mentionner le temps, cela signifie que cette variable est considérée au temps  $t_m$ . (ex :  $T_{out,1} = T_{out,1}(t_m)$ )

$$T_{b_1} - T_g = \Delta T_1 = \sum_{k=1}^m \left[ q'_1(t_k) h(t_m - t_{k-1}, r_b) \right] + q'_2(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d) \quad (3.2-6)$$

$$T_{b_2} - T_g = \Delta T_2 = \sum_{k=1}^m \left[ q'_2(t_k) h(t_m - t_{k-1}, r_b) \right] + q'_1(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d)$$

Avec  $t_k = k\Delta t$ , et  $q'_1(0) = q_1(0) = 0, \forall k \geq 1; j = 1,2; q'_j(t_k) = q_j(t_k) - q_j(t_{k-1})$

Comme pour le Type 272 selon l'équation 1.2-2, il est possible de séparer les termes  $\Delta T_1$  et  $\Delta T_2$  en deux termes principaux : l'un considérant l'effet de l'historique des charges thermiques dans le sol et l'autre considérant l'effet de la charge thermique des puits au temps donné.

$$\begin{aligned}\Delta T_1 &= \Delta T_1^* + q_1 h(\Delta t, r_b) + q_2 h(\Delta t, d) \\ \Delta T_2 &= \Delta T_2^* + q_2 h(\Delta t, r_b) + q_1 h(\Delta t, d)\end{aligned}\quad (3.2-7)$$

où  $\Delta T_1^*$  et  $\Delta T_2^*$  représentent la variation de température des puits 1 et 2 due à la contribution de l'historique des charges thermiques des pas de temps antérieurs. Il est possible de séparer ces contributions en plusieurs termes qui représentent l'influence d'un puits donné sur un autre au travers des facteurs de réponse thermique (ex :  $\Delta T_{2 \rightarrow 1}^*$  représente l'influence du puits 2 sur 1) :

$$\begin{aligned}\Delta T_1^* &= \Delta T_{1 \rightarrow 1}^* + \Delta T_{2 \rightarrow 1}^*, \Delta T_2^* = \Delta T_{1 \rightarrow 2}^* + \Delta T_{2 \rightarrow 2}^* \\ \Delta T_{1 \rightarrow 1}^* &= \sum_{k=1}^{m-1} [q_1'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b)] - q_1(t_{m-1})h(\Delta t, r_b) \\ \Delta T_{2 \rightarrow 1}^* &= \sum_{k=1}^{m-1} [q_2'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] - q_2(t_{m-1})h(\Delta t, d) \\ \Delta T_{1 \rightarrow 2}^* &= \sum_{k=1}^{m-1} [q_1'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] - q_1(t_{m-1})h(\Delta t, d) \\ \Delta T_{2 \rightarrow 2}^* &= \sum_{k=1}^{m-1} [q_2'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b)] - q_2(t_{m-1})h(\Delta t, r_b)\end{aligned}\quad (3.2-8)$$

Les termes  $\Delta T_{1 \rightarrow 1}^*, \Delta T_{2 \rightarrow 1}^*, \Delta T_{1 \rightarrow 2}^*, \Delta T_{2 \rightarrow 2}^*$  sont calculés à l'aide de la méthode d'agrégation des charges de Liu (vue en 2.3). De fait, les valeurs de  $\Delta T_1^*$  et  $\Delta T_2^*$  sont considérées comme étant connues.

### 3.2.3.3 Système matriciel

En remplaçant l'expression de  $T_{b_1}$  et  $T_{b_2}$  dans les équations  $(E_3)$  et  $(E_4)$ , on obtient :

$$(E_3) \quad \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2} = \{T_g + \Delta T_1^* + q_1 h(\Delta t, r_b) + q_2 h(\Delta t, d)\} + q_1 R_b \quad (3.2-9)$$

$$(E_4) \quad \frac{T_{out,1} + T_{out,2}}{2} = \{T_g + \Delta T_2^* + q_2 h(\Delta t, r_b) + q_1 h(\Delta t, d)\} + q_2 R_b$$

Soient les variables suivantes :  $a = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H}$ ,  $h_{r_b} = h(\Delta t, r_b)$ ,  $h_d = h(\Delta t, d)$ . Le système d'équations correspondant aux équations  $(E_1)$  à  $(E_4)$  peut s'écrire :

$$(E_1) \quad aT_{out,1} + q_1 = aT_{in}$$

$$(E_2) \quad a(T_{out,2} - T_{out,1}) + q_2 = 0$$

$$(E_3) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_1(R_b + h_{r_b}) + q_2 h_d = \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \quad (3.2-10)$$

$$(E_4) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} - \frac{T_{out,2}}{2} + q_1 h_d + q_2(R_b + h_{r_b}) = -T_g - \Delta T_2^*$$

Soient les matrices suivantes :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} T_{out,1} \\ T_{out,2} \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} aT_{in} \\ 0 \\ \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ -T_g - \Delta T_2^* \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ -a & a & 0 & 1 \\ -1/2 & 0 & R_b + h_{r_b} & h_d \\ -1/2 & -1/2 & h_d & R_b + h_{r_b} \end{pmatrix}$$

Le système d'équations correspond alors à l'équation matricielle suivante :

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (3.2-11)$$

Plusieurs méthodes peuvent être employées pour résoudre ce système. La méthode choisie utilise une décomposition de Cholesky sous forme  $\mathbf{LU}$  pour inverser la matrice  $\mathbf{A}$ . Une fois que le système calcule la valeur du vecteur des inconnues  $X$ , il en ressort que  $T_{out,1} = X_1(t_m)$ ,  $T_{out} = T_{out,2} = X_2(t_m)$ ,  $q_1 = X_3(t_m)$  et  $q_2 = X_4(t_m)$ .

### 3.3 Modèle *NBiS*<sup>(2)</sup> généralisé à $n_B$ puits

Dans cette partie sera présentée une version généralisée du modèle précédent, la problématique est donc focalisée sur un nombre  $n_B$  de puits à 2 tuyaux qui forment un seul circuit en série, cette version ne permet donc pas de considérer des branches parallèles.

#### 3.3.1 Données du modèle

##### 3.3.1.1 Variables et paramètres

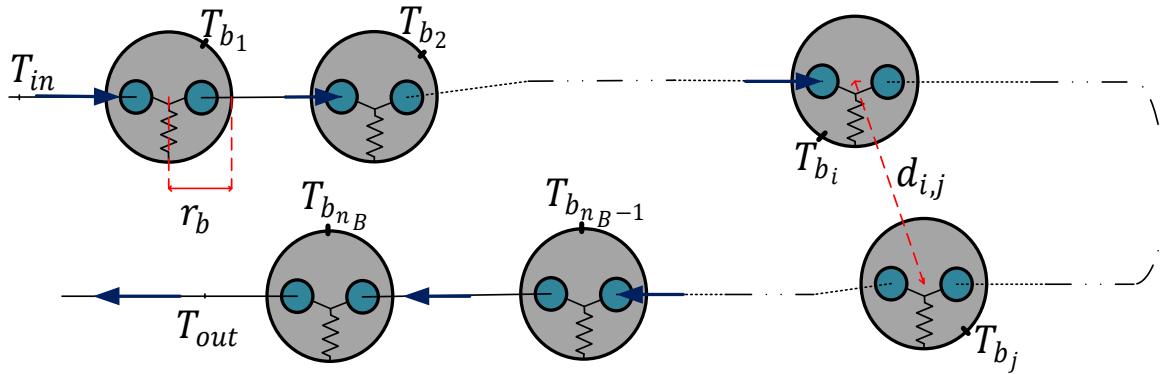


Figure 3-3 : Exemple de réseau à  $n_B$  puits

Les paramètres du modèle qui restent constants au cours d'une simulation sont :

- La hauteur des puits  $H$  (m)
- La profondeur de la tête de puits  $D$  (m)
- Le rayon des puits  $r_b$  (m)
- Le nombre de puits  $n_B$  (-)
- La résistance thermique des puits  $R_b$  (m.K/W)
- La conductivité thermique du sol  $k_s$  (W/m.K)
- La diffusivité thermique du sol  $\alpha$  ( $\text{m}^2/\text{h}$ )
- La température du sol non-perturbé  $T_g$  ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La capacité thermique du fluide  $C_{pf}$  (kJ/kg.K)

L'utilisateur choisit les coordonnées cartésiennes  $(x_i, y_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  des centres des puits. A partir de ces coordonnées sont calculées les distances centre-à-centre entre chaque puits,  $(d_{i,j})_{(i,j) \in \llbracket 1, n_B \rrbracket^2}$ :

$$d_{j,i} = d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.3-1)$$

Les variables globales du modèle sont :

- La température d'entrée  $T_{in}$  du circuit global ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température de sortie  $T_{out}$  du circuit global ( $^{\circ}\text{C}$ )
- Le débit de fluide caloporteur  $\dot{m}$  dans le circuit ( $\text{kg/h}$ )

Pour chaque puits  $i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$ , les variables suivantes sont spécifiques au puits, et uniformes sur la hauteur du puits:

- La température d'entrée  $T_{in,i}$  du puits ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température de sortie  $T_{out,i}$  du puits ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température moyenne du fluide  $T_{f_i}$  dans le puits ( $^{\circ}\text{C}$ )
- La température du sol au niveau de la paroi du puits  $T_{b_i}$  ( $^{\circ}\text{C}$ )
- Le taux de transfert de chaleur du puits avec le sol  $q_i$  ( $\text{W/m}$ )

### 3.3.1.2 Hypothèses

Les hypothèses formulées pour ce modèle sont les mêmes que dans le cas précédent à 2 puits.

En considérant l'uniformité de la température du fluide à l'intérieur des puits et, on obtient :

$$\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket, T_{f_i} = \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2} \quad (3.3-2)$$

En négligeant le transfert thermique à l'intérieur des conduites horizontales, on établit :

$$T_{in,1} = T_{in}, \quad \forall i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket \quad T_{in,i} = T_{out,i-1}, \quad T_{out} = T_{out,n_B} \quad (3.3-3)$$

## 3.3.2 Équations du modèle

### 3.3.2.1 Établissement des équations

Il faut établir  $2n_B$  équations, car il y a  $2n_B$  inconnues à résoudre : ce sont les températures de sortie  $(T_{out,i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  et les taux de transfert de chaleur  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ . Comme dans le cas précédent, un bilan d'enthalpie est établi sur chaque puits de façon à déterminer une expression des taux de transfert de chaleur  $q_i$  en fonction des températures d'entrée et de sortie du puits correspondant :

$$\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket, q_i = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{in,i} - T_{out,i}) \quad (3.3-4)$$

Soit, en utilisant l'équation 3.2-2 :

$$(E_1) \quad q_1 = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{in} - T_{out,1}) \quad (3.3-5)$$

$$(E_i) \quad \forall i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket, q_i = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{out,i-1} - T_{out,i})$$

De même que dans le cas précédent, la définition de la résistance thermique équivalente est utilisée pour établir les autres  $n_B$  équations :

$$(E_{n_B}) \quad \forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket, \quad T_{f_i} = T_{b_i} + q_i R_b \quad (3.3-6)$$

Soit, en utilisant les équations 3.2-1 et 3.2-2 :

$$(E_{n_B+1}) \quad \frac{T_{in} + T_{out,1}}{2} = T_{f_1} = T_{b_1} + q_1 R_b \quad (3.3-7)$$

$$(E_{n_B+i}) \quad \forall i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket, \quad \frac{T_{out,i-1} + T_{out,i}}{2} = T_{f_i} = T_{b_i} + q_i R_b$$

### 3.3.2.2 Calcul des températures de paroi

L'expression générale des températures de paroi  $(T_{b_i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  en fonction des taux de transfert de chaleur  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ , peut à nouveau s'exprimer comme somme de la contribution de l'historique des charges et de la contribution des charges au temps actuel :

$$\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket, \quad T_{b_i} - T_g = \Delta T_i = \Delta T_i^* + \sum_{j=1}^{n_B} q_j h(\Delta t, d_{i,j}) \quad (3.3-8)$$

Où la variation de température causée par l'historique des charges  $\Delta T_i^*$  est :

$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, n_B \rrbracket^2, \quad \Delta T_i^* = \sum_{j=1}^{n_B} \Delta T_{j \rightarrow i}^* \quad (3.3-9)$$

$$\Delta T_{j \rightarrow i}^* = \sum_{k=1}^{m-1} q_j'(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d_{i,j}) - q_j(t_{m-1}) h(\Delta t, d_{i,j})$$

Ces termes sont calculés par le modèle à l'aide de la méthode d'agrégation de Liu (cf. 2.3).

### 3.3.3 Résolution du système matriciel

Les  $2n_B$  inconnues du modèle (températures de sortie  $(T_{out,i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  et taux de transfert de chaleur  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$ ) peuvent être exprimées comme solution d'un système de  $2n_B$  équations linéairement indépendantes, les termes de ces équations dépendent uniquement des paramètres des puits ainsi que des variables d'entrée  $T_{in}$  et  $\dot{m}$ .

Soient  $a = \frac{\dot{m}C_p f}{H}$  et  $\forall (i, j) \in \llbracket 1, n_B \rrbracket^2$ ,  $h_{i,j} = h(\Delta t, d_{i,j})$ , le système constitué des équations  $(E_1)$  à  $(E_{2n_B})$  s'établit de la façon suivante :

$$(E_1) \quad aT_{out,1} + q_1 = aT_{in}$$

$$(E_i) \quad a(T_{out,i} - T_{out,i-1}) + q_i = 0$$

$$(E_{n_B+1}) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_1 R_b + \sum_{j=1}^{n_B} q_j h_{1,j} = \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \quad (3.3-10)$$

$$(E_{n_B+i}) \quad -\frac{T_{out,i-1} + T_{out,i}}{2} + q_i R_b + \sum_{j=1}^{n_B} q_j h_{i,j} = -T_g - \Delta T_i^*$$

La matrice élémentaire identité, ainsi que le vecteur zéro sont définis:

$$\mathbf{I}^{(n)} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}_{(n)}, \quad \mathbf{0}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_n$$

Le système peut alors s'exprimer sous forme matricielle avec les éléments suivants :

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} aT_{in} \\ \mathbf{0}_{n_B-1} \end{pmatrix}_{n_B}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ (-T_g - \Delta T_i^*)_{i \in \llbracket 2, n_B \rrbracket} \end{pmatrix}_{n_B}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}_{2n_B}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} (T_{out,i})_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} \\ (q_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{1,1}^{(n_B)}(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} a & 0 & \cdots & 0 \\ -a & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \ddots & \ddots & -a & a \end{pmatrix}_{(n_B)}, \quad \mathbf{A}_{1,2}^{(n_B)} = \mathbf{I}^{(n_B)}, \quad \mathbf{A}_{2,1}^{(n_B)} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{(n_B)}$$

$$\mathbf{H}^{(n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \cdots & \ddots \\ \vdots & h_{i,j} & \vdots \\ \ddots & \cdots & \ddots \end{pmatrix}_{(n_B)}, \quad \mathbf{A}_{2,2}^{(n_B)}(\mathbf{R}_b) = \mathbf{H}^{(n_B)} + R_b \mathbf{I}^{(n_B)},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{1,1}^{(n_B)} & \mathbf{A}_{1,2}^{(n_B)} \\ \mathbf{A}_{2,1}^{(n_B)} & \mathbf{A}_{2,2}^{(n_B)} \end{pmatrix}_{(2n_B)}$$

Le système d'équations correspond alors à l'équation matricielle suivante :

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (3.3-11)$$

Une fois que le système calcule la valeur du vecteur des inconnues  $X$ , il est possible d'évaluer :  $T_{out} = T_{out,n_B} = X_{n_B}(t_m), \quad \forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket \quad T_{out,i} = X_i(t_m), \quad q_i = X_{n_B+i}(t_m)$

## 3.4 Modèle $NBiS^{(4)}$ pour $n_B$ puits à 4 tuyaux

Dans cette partie sera présentée une version du modèle permettant de simuler des puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants dans un arrangement en série. Ce modèle permet également de simuler des branches parallèles au sein de ce circuit.

### 3.4.1 Représentation des puits à 4 tuyaux

La méthode de représentation des puits à 4 tuyaux repose sur le principe que chaque tuyau du puits peut être représenté par un modèle de puits, ainsi ces puits en série sont modélisés grâce à une approche similaire aux cas étudiés précédemment.

La Figure 3-4 indique la méthode utilisée. Dans une configuration classique, les interactions au sein d'un puits muni de 4 tuyaux seraient modélisées par un réseau de résistances thermiques, avec une température de paroi  $T_b$ . Dans la configuration adoptée par le modèle, chaque tuyau est un puits avec une température de paroi  $T_{b_i}$ ,  $i \in \llbracket 1,4 \rrbracket$ , l'interaction entre ces quatre puits virtuels (tuyaux) est modélisée par des facteurs de réponse thermique (vus dans la section 2.1).

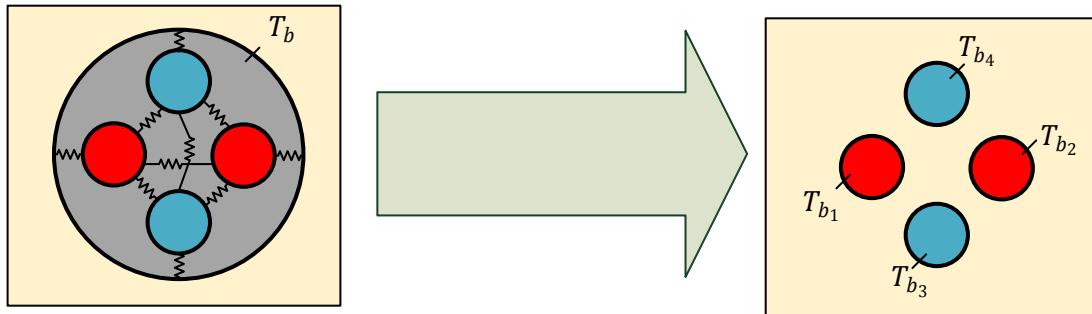


Figure 3-4 : Représentation des puits à 4 tuyaux par le modèle  $NBiS^{(4)}$

Considérant que le champ de stockage géothermique étudié comporte à l'origine un nombre  $n_B$  de puits, le réseau équivalent qui est créé pour ce modèle, comporte  $4n_B$  puits qui sont les tuyaux des  $n_B$  puits considérés. Les positions de ces tuyaux se déduisent directement de la position des centres des puits qui sont aux choix de l'utilisateur (lu dans un fichier texte externe), et de la valeur de  $D_s$  qui caractérise l'espacement entre les tuyaux à l'intérieur du puits. La Figure 3-5 montre de quelle façon les puits équivalents sont déterminés.

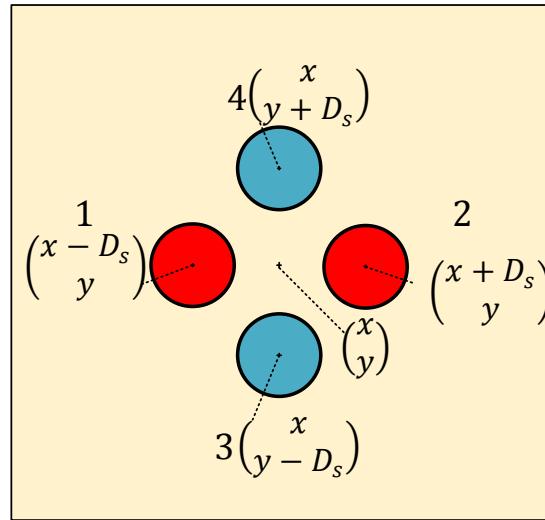


Figure 3-5 : Positions des puits équivalents dans le modèle  $NBiS^{(4)}$

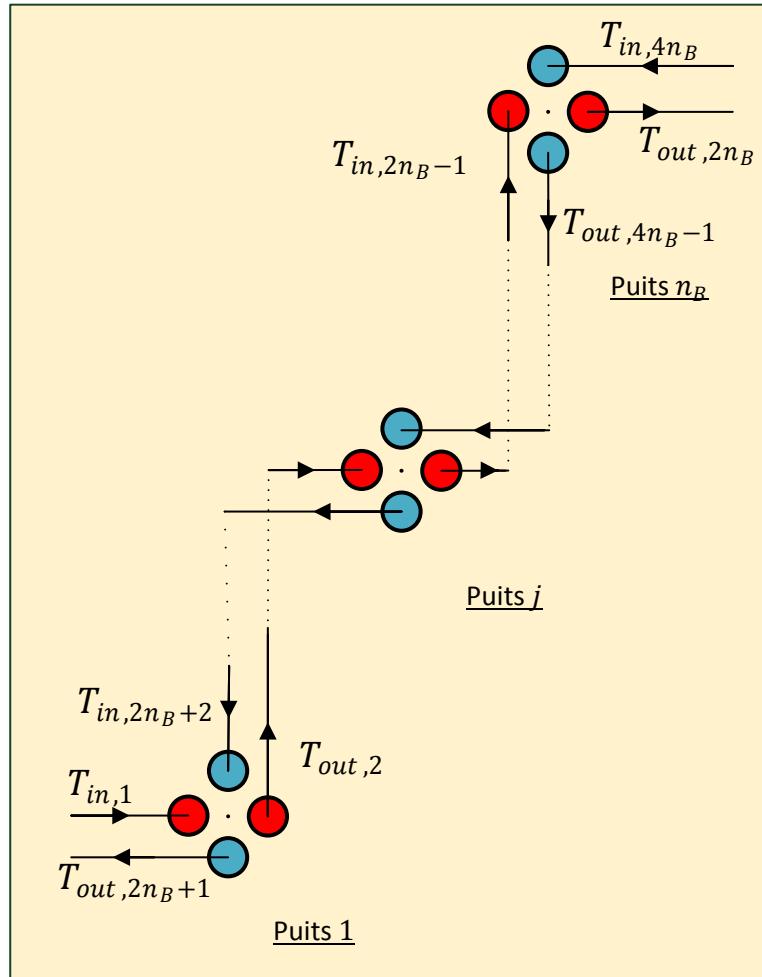


Figure 3-6 : Configuration des circuits dans le modèle  $NBiS^{(4)}$

Ensuite, les différents puits équivalents sont numérotés de telle façon à considérer l'utilisation des deux circuits indépendants. En effet, il faut prendre en compte le fait qu'un circuit est utilisé comme circuit de charge et l'autre circuit utilisé comme circuit de décharge. Ces circuits sont plus efficaces si les fluides en présence s'écoulent dans des sens opposés, ce qui mène à la configuration représentée par la Figure 3-6. A savoir que le circuit de décharge correspond exactement au sens inverse de circulation par rapport au circuit de charge. Dans la configuration retenue, il y a donc un total de  $4n_B$  puits représentant l'ensemble des tuyaux du circuit de charge et de décharge. La Figure 3-7 précise l'agencement de ces puits.

Les  $2n_B$  premiers puits équivalents du réseau correspondent aux tuyaux qui constituent le circuit de charge sur les  $n_B$  puits du réseau, leur valeur s'incrémente dans le même sens que les puits réels du réseau. Par conséquent, au puits réel  $j$  correspondent les puits équivalents  $2j - 1$  et  $2j$  du circuit de charge, c'est-à-dire les puits équivalents  $2j - 1$  et  $2j$  du réseau.

Les  $2n_B$  puits équivalents suivants correspondent aux tuyaux qui constituent le circuit de décharge. Au puits réel  $j$  correspondent les puits  $2j - 1$  et  $2j$  du circuit de décharge, c'est-à-dire les puits équivalents  $2n_B + 2j - 1$  et  $2n_B + 2j$  du réseau.

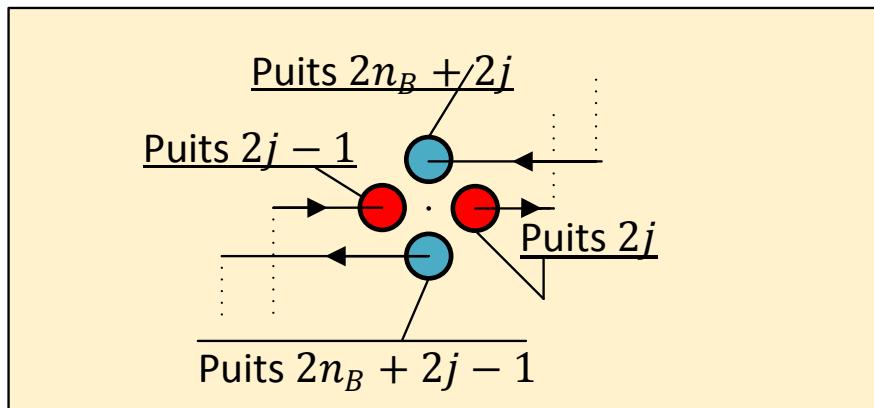


Figure 3-7 : Puits équivalents aux tuyaux du puits  $j$  dans le modèle  $NBiS^{(4)}$

### 3.4.2 Représentation des branches parallèles du circuit de puits

Ce modèle permet également de simuler des configurations mixtes, en particulier il est possible de considérer des circuits composés de branches parallèles de puits en série.

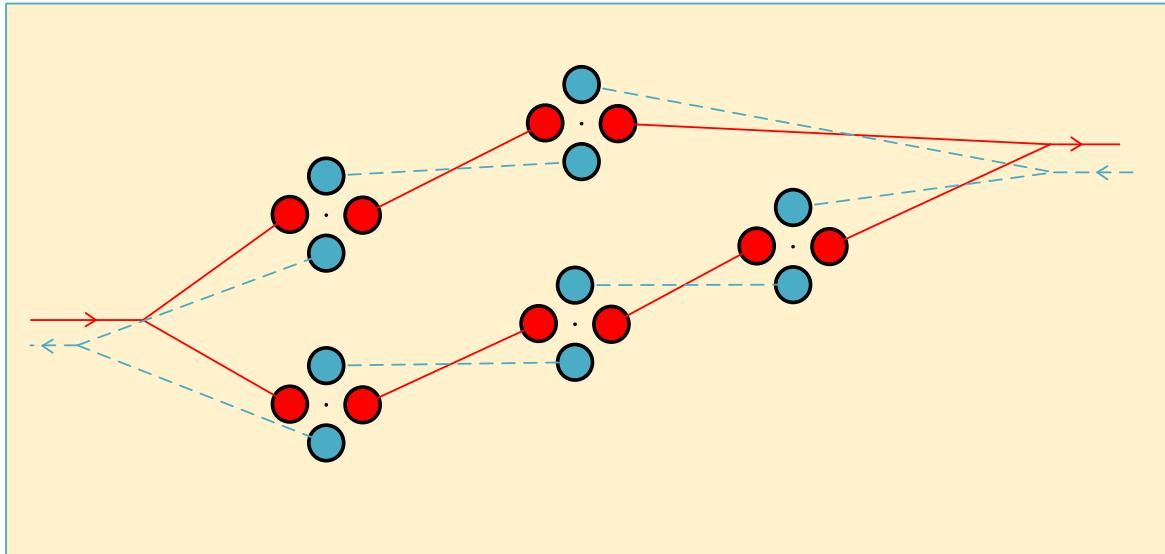


Figure 3-8 : Configuration de branches possible dans le modèle  $NBiS^{(4)}$

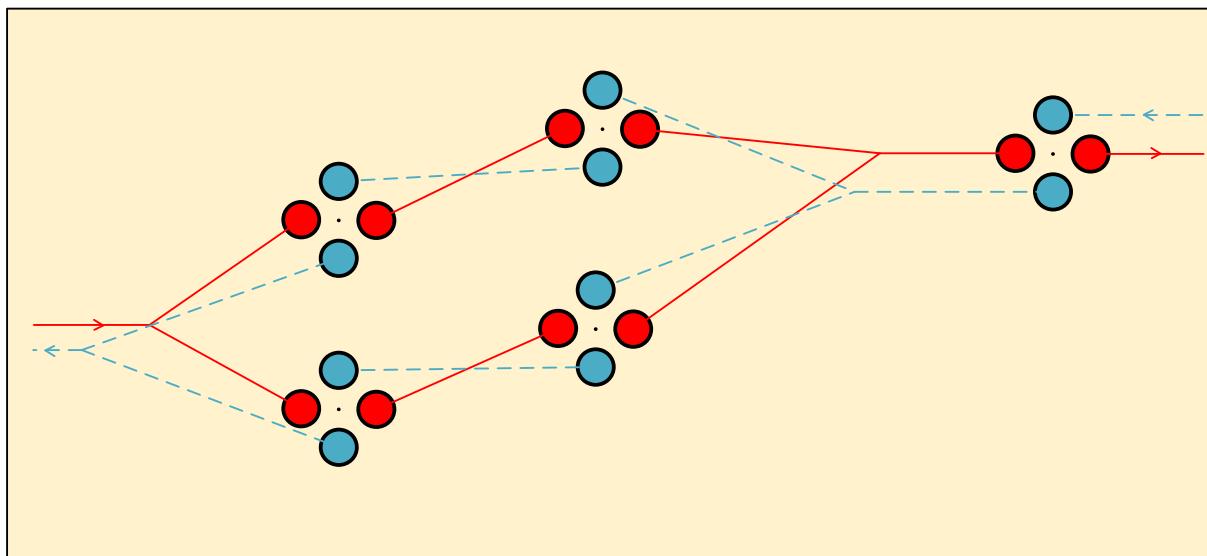


Figure 3-9 : Configuration impossible pour le modèle  $NBiS^{(4)}$

## Configurations possibles dans le modèle

La Figure 3-8 montre une configuration qu'il est possible de simuler dans le modèle *NBiS*<sup>(4)</sup>. La sortie des branches est directement reliée à la sortie des circuits dans les deux cas (charge et décharge), il en est de même pour l'entrée des puits pour les deux circuits. Dans le cas contraire, comme schématisé dans la Figure 3-9, une branche contenant un puits est connectée à la sortie des deux autres branches pour le circuit de charge (et à l'entrée pour le circuit de décharge). Le modèle ne permet pas de considérer ces cas de figure.

## Numérotation des puits

L'utilisateur désigne les branches à partir des données sur les puits dont il a renseigné les coordonnées. Il y a  $n_B$  puits réels,  $l_{br}$  branches parallèles, la branche  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$  contient  $n_l$  puits en série.

À partir de ces données, on considère qu'il y a un nombre  $2l_{br}$  de branches équivalentes, les  $l_{br}$  premières branches font partie du circuit de charge, et les  $l_{br}$  branches suivantes forment le circuit de décharge. Pour les puits équivalents que sont les tuyaux, le modèle reconnaît les  $2n_1$  premiers puits du réseau comme formant la 1<sup>ère</sup> branche et il incrémente ainsi jusqu'à la branche  $2l_{br}$ , les branches  $l$  et  $l_{br} + l$  ont la même taille  $2n_l$  et comportent les tuyaux des mêmes puits.

Par conséquent, le  $i^{\text{ème}}$  puits de la  $l^{\text{ème}}$  branche est le puits correspondant à l'indice  $p(i, l)$  qui se définit comme suit :

$$\forall l \in \llbracket 1, 2l_{br} \rrbracket \quad \forall i \in \llbracket 1, 2n_l \rrbracket \quad p(i, l) = i + \sum_{j=1}^{l-1} 2n_j \quad (3.4-1)$$

La branche  $l$  contient donc les  $2n_l$  puits compris entre les indices  $p_l = p(1, l)$  et  $p(2n_l, l)$  et la branche  $l'$  contient donc les puits compris entre les indices  $p(1, l')$  et  $p_l' = p(l', 2n_l')$ .

## Débits de fluide et températures d'opération

Le débit de fluide caloporteur dans une branche peut être différent d'une branche à l'autre. L'utilisateur spécifie pour chaque branche la fraction du débit total de fluide qui circule dans la branche  $l$ ,  $FF_l^{(c)}$  en charge et  $FF_{l'}^{(d)}$  en décharge.

Ce sont des paramètres fixes :  $\dot{m}_l^{(c)} = FF_l^{(c)}\dot{m}^{(c)}$ ,  $\dot{m}_{l'}^{(d)} = FF_{l'}^{(d)}\dot{m}^{(d)}$

où  $\dot{m}^{(c)}$  et  $\dot{m}^{(d)}$  désignent le débit total de fluide respectivement dans le circuit de charge et de décharge,  $\dot{m}_l^{(c)}$  et  $\dot{m}_{l'}^{(d)}$  représentent l'équivalent de ce débit dans les branches  $l$  et  $l'$ .

Ces branches étant alimentées en parallèle, la température d'entrée de ces branches est la même pour tout le circuit. Elle se déduit de la température d'entrée du circuit correspondant :  $T_{in}^{(c)}$  la température d'entrée du circuit de charge et  $T_{in}^{(d)}$  pour le circuit de décharge.

Cependant étant donné les configurations qui diffèrent d'une branche à l'autre, chaque branche  $l$  a une température de sortie spécifique, on la note  $T_{out}^{(c)}|_l$ ,  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$  dans le circuit de charge et  $T_{out}^{(d)}|_{l'}$ ,  $l' \in \llbracket l_{br} + 1, 2l_{br} \rrbracket$  dans le circuit de décharge. D'après l'équation 0.1, la température de sortie globale de chaque circuit est calculée par :

$$T_{out}^{(c)} = \sum_{l=1}^{l_{br}} FF_l^{(c)} T_{out}^{(c)}|_l, \quad T_{out}^{(d)} = \sum_{l'=l_{br}+1}^{2l_{br}} FF_{l'}^{(d)} T_{out}^{(d)}|_{l'} \quad (3.4-2)$$

### Critères de validité

Ces critères sont employés par le modèle afin de s'assurer que chaque puits du modèle est assigné à une branche, ou qu'il n'y a pas un excédent du nombre de branches.

Ils permettent également d'assurer que le bilan de conservation du débit est respecté.

$$\sum_{l=1}^{l_{br}} n_l = n_B \quad (3.4-3)$$

$$\sum_{l=1}^{l_{br}} FF_l^{(c)} = 1$$

$$\sum_{l=1}^{l_{br}} FF_{l'}^{(d)} = 1$$

### 3.4.3 Données du modèle

#### 3.4.3.1 Variables et paramètres

Les paramètres du modèle qui restent constants au cours d'une simulation sont :

- La hauteur des puits  $H$  (m)
- La profondeur de la tête de puits  $D$  (m)
- Le rayon externe des tuyaux  $r_o$  (m)
- Le rayon interne des tuyaux  $r_i$  (m)
- L'espacement des tuyaux (demi-distance centre à centre)  $D_s$  (m)
- Le nombre de puits  $n_B$  (-)
- La conductivité thermique du sol  $k_s$  (W/m.K)
- La diffusivité thermique du sol  $\alpha$  (m<sup>2</sup>/h)
- La température du sol non-perturbé  $T_g$  (°C)

Les paramètres suivants permettent d'évaluer la résistance thermique équivalente aux tuyaux :

- La capacité thermique du fluide  $C_{p_f}$  (kJ/kg.K)
- La densité du fluide  $\rho_f$  (kg/m<sup>3</sup>)
- La conductivité thermique du fluide  $k_f$  (W/m.K)
- La viscosité dynamique du fluide  $\mu_f$  (kg/m.h)
- La conductivité thermique des tuyaux  $k_p$  (W/m.K)

Les paramètres suivants permettent de considérer des branches parallèles au sein du circuit :

- Nombre de branches parallèles  $l_{br}$  (-)
- $\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$ , Nombre de puits en série dans la branche  $l$ ,  $n_l$  (-)
- $\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$ , Fraction du débit total pour la branche  $l$  en charge,  $FF_l^{(c)}$  (-)
- $\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$ , Fraction du débit total pour la branche  $l'$  en décharge,  $FF_{l'}^{(d)}$  (-)

$$\mathbf{P}_{n_B} = ((x_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} | (y_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket})_{n_B, 2}$$

$$\mathbf{P}_{4n_B} = ((x'_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket} | (y'_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket})_{4n_B, 2}$$

$$\mathbf{d}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \cdots & \ddots \\ \vdots & d_{i,j} & \vdots \\ \ddots & \cdots & \ddots \end{pmatrix}_{(4n_B)}$$

L'utilisateur choisit les coordonnées cartésiennes  $(x_i, y_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket}$  des centres des puits, à partir de ces données sont déterminées les positions des tuyaux  $(x'_i, y'_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$ , c'est-à-dire les positions des puits équivalents du réseau. Ensuite, les distances entre chacun de ces puits sont calculées. Par convention, les termes diagonaux de la matrice  $\mathbf{d}^{(n_B)}$  valent  $d_{i,i} = r_o$  pour chaque puits équivalent, soit le rayon externe des tuyaux.  $d_{i,j}$  représente la distance centre-à-centre entre le puits équivalent  $i$  et le puits équivalent  $j$ , on a donc :

$$d_{j,i} = d_{i,j} = \sqrt{(x'_i - x'_j)^2 + (y'_i - y'_j)^2}$$

Les variables globales du modèle sont :

- La température d'entrée  $T_{in}^{(c)}$  du circuit de charge (°C)
- La température d'entrée  $T_{in}^{(d)}$  du circuit de décharge (°C)
- La température de sortie  $T_{out}^{(c)}$  du circuit de charge (°C)
- La température de sortie  $T_{out}^{(d)}$  du circuit de décharge (°C)
- Le débit de fluide caloporteur  $\dot{m}^{(c)}$  dans le circuit de charge (kg/h)
- Le débit de fluide caloporteur  $\dot{m}^{(d)}$  dans le circuit de charge (kg/h)

Les variables du modèle spécifiques à chaque branche sont :

- La température de sortie  $T_{out}^{(c)}|_l$  de la branche  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$  du circuit de charge (°C)
- La température de sortie  $T_{out}^{(d)}|_{l'}$  de la branche  $l' \in \llbracket 2l_{br}, l_{br} + 1 \rrbracket$  du circuit de décharge (°C)
- Le débit spécifique  $\dot{m}_l^{(c)}$  de la branche  $l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$  du circuit de charge (kg/h)
- Le débit spécifique  $\dot{m}_{l'}^{(d)}$  de la branche  $l' \in \llbracket 2l_{br}, l_{br} + 1 \rrbracket$  du circuit de décharge (kg/h)

Pour chaque puits  $i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket$ , les variables suivantes sont spécifiques au puits, et uniformes sur la hauteur du puits:

- La température d'entrée  $T_{in,i}$  du puits (°C)
- La température de sortie  $T_{out,i}$  du puits (°C)
- La température moyenne du fluide  $T_{f_i}$  dans le puits (°C)
- La température du sol au niveau de la paroi du puits  $T_{b_i}$  (°C)
- Le taux de transfert de chaleur du puits avec le sol  $q_i$  (W/m)

### 3.4.3.2 Hypothèses

En considérant l'uniformité de la température du fluide à l'intérieur des puits et, on obtient :

$$\forall i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket, T_{f_i} = \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2} \quad (3.4-4)$$

En négligeant le transfert thermique à l'intérieur des conduites horizontales, on établit les équations suivantes concernant la température au sein des branches parallèles du circuit (où  $p(i, l)$  est l'indice explicité par l'équation 3.4-1) :

$$\begin{aligned} \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket \\ T_{in,p(1,l)} &= T_{in}^{(c)} \\ \forall i \in \llbracket 2, 2n_l \rrbracket, \quad T_{in,p(i,l)} &= T_{out,p(i-1,l)} \\ T_{out}^{(c)} \Big|_l &= T_{out,n(2n_l,l)} \\ \forall l' \in \llbracket l_{br} + 1, 2l_{br} \rrbracket \\ T_{in,p(1,l')} &= T_{in}^{(d)} \\ \forall i \in \llbracket 2, 2n_l \rrbracket, \quad T_{in,p(i,l')} &= T_{out,p(i-1,l')} \\ T_{out}^{(d)} \Big|_{l'} &= T_{out,4n_B} \end{aligned} \quad (3.4-5)$$

Il est à noter que l'hypothèse précédente n'est pas utile dans certains cas puisque deux puits équivalents aux tuyaux d'un même puits réel ne sont pas reliés par des conduites horizontales mais au niveau du tube en U au fond du puits, la sortie du premier tuyau est donc confondue avec l'entrée du tuyau suivant, ce qui implique que l'égalité est vérifiée même sans formuler cette hypothèse.

Enfin, afin de pouvoir justifier que les tuyaux d'un puits à 4 tuyaux peuvent être modélisés comme des puits, il est important que l'hypothèse suivante soit valable : la conductivité du coulis utilisé doit être très proche, voire égale, à celle du sol environnant. En effet, le modèle en tant que tel ne permet pas de rendre compte de l'influence du coulis, il faut donc que celui-ci ait des propriétés similaires au sol.

### 3.4.4 Équations du modèle

#### 3.4.4.1 Établissement des équations

De même que dans les cas précédents, on va considérer le bilan d'enthalpie sur un tuyau assimilé à un puits équivalent. On a, en adoptant la notation  $p = p(i, l)$  vue dans l'équation 3.4-1 :

$$\begin{aligned} \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket, \forall i \in \llbracket 1, n_l \rrbracket, q_p &= \frac{\dot{m}_l^{(c)} C_{p_f}}{H} (T_{in,p} - T_{out,p}) \\ (E_p) \quad \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket, \quad \forall i \in \llbracket 1, n_l \rrbracket, q_p &= \frac{\dot{m}_{l'}^{(d)} C_{p_f}}{H} (T_{in,p} - T_{out,p}) \end{aligned} \quad (3.4-6)$$

où  $\dot{m}_l^{(c)}$  et  $\dot{m}_{l'}^{(d)}$  représentent le débit de fluide caloporteur dans la branche  $l$  et  $l'$  respectivement en charge et en décharge.

La température du fluide se déduit de la température à la paroi d'après la résistance thermique équivalente :

$$(E_{4n_l}) \quad \forall l \in \llbracket 1, 2l_{br} \rrbracket, \forall i \in \llbracket 1, 2n_l \rrbracket, \quad T_{fp} = T_{bp} + q_p R_{bl} \quad (3.4-7)$$

Ici c'est le modèle qui calcule cette résistance thermique équivalente  $R_{bl}$ , on note que la valeur de la résistance varie selon la branche de puits considérée. En effet, celle-ci est fonction du débit de fluide caloporteur.

#### 3.4.4.2 Calcul de la résistance thermique

Étant donné que le modèle considère les tuyaux des puits réels comme des puits équivalents, la résistance thermique va être définie en adéquation avec l'expression de la résistance thermique équivalente à un tuyau. Cette résistance est définie comme suit :

$$R_{fp} = R_f + R_p \quad (3.4-8)$$

Où  $R_f$  représente la résistance convective du fluide et  $R_p$  représente l'interaction entre le tuyau et la paroi externe.

### *Résistance convective du fluide $R_f$*

Le calcul de  $R_f$  s'effectue en considérant le transfert de chaleur convectif au sein du tuyau.

Soit  $h_i = \frac{N_u k_f}{2r_i}$  le coefficient de film relatif au transfert thermique convectif, où  $N_u$  représente le nombre de Nusselt. Alors :

$$R_f = \frac{1}{2\pi r_i h_i} = \frac{1}{\pi N_u k_f} \quad (3.4-9)$$

Le nombre de Nusselt se calcule de diverses manières selon le régime d'écoulement observé, soient (les paramètres utilisés sont présentés en 3.4.3.1.) :

- $P_r = \frac{\mu_f C_p f}{k_f}$  le nombre de Prandtl : rapport entre l'influence des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques
- $R_e = \frac{\rho_f v^2 r_i}{\mu}$  le nombre de Reynolds : rapport entre l'influence des forces d'inertie et des forces de viscosité

On distingue deux configurations pour le calcul de  $N_u$ :

l'écoulement laminaire ( $R_e \leq 2300$ ) et l'écoulement transitoire ou turbulent ( $R_e > 2300$ ).

$$R_e \leq 2300 : \quad N_u = 4.36$$

$$R_e > 2300 : f = \frac{1}{(1.58 \ln(R_e) - 3.28)^2}, \quad N_u = \frac{0.5f P_r (R_e - 1000)}{1 + 12.7 \sqrt{0.5f} (P_r^{2/3} - 1)} \quad (3.4-10)$$

(Relation de Gnielinski (Gnielinski, 1976))

### Résistance thermique du tuyau $R_p$

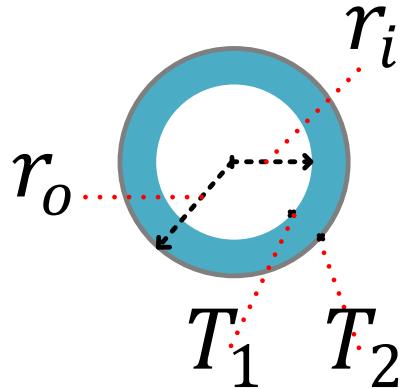


Figure 3-10 : Représentation de la résistance thermique du tuyau

Soit le tuyau représenté par la Figure 3-10, de rayon interne  $r_i$  et de rayon externe  $r_o$ . La température au sein du tuyau ne dépend que du rayon considéré, on note  $T_1$  la température du tuyau en  $r = r_i$  et  $T_2$  la température du tuyau en  $r = r_o$ . La définition de la résistance équivalente au tuyau est  $R_p = (T_2 - T_1)/q$ .

D'après la loi de Fourier, le vecteur de courant est  $\mathbf{j}_h = -k_p \frac{dT}{dr} \mathbf{u}_r$  avec  $\mathbf{u}_r$  le vecteur unitaire radial, ainsi la quantité de chaleur par unité de longueur quittant un cylindre de rayon  $r$  vaut  $q = \mathbf{j}_h \cdot \mathbf{S}$  où  $\mathbf{S} = 2\pi r \mathbf{u}_r$ . Soit :

$$q = -2\pi k_p r \frac{dT}{dr}$$

$$\int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi k_p}{q} \{T(r = r_o) - T(r = r_i)\} \quad (3.4-11)$$

$$T_2 - T_1 = q \left\{ \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k_p} \right\} \Rightarrow R_p = \frac{T_2 - T_1}{q} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi k_p}$$

### 3.4.4.3 Calcul des températures de paroi

Pour résoudre les équations établies, on détermine l'expression générale des températures de paroi des tuyaux  $(T_{b_i})_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$  en fonction des taux de transfert de chaleur  $(q_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$  :

$$\begin{aligned} \forall i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket, \quad T_{b_i} - T_g &= \Delta T_i = \Delta T_i^* + \sum_{j=1}^{4n_B} q_j h(\Delta t, d_{i,j}) \\ \forall (i, j) \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket^2, \quad \Delta T_i^* &= \sum_{j=1}^{4n_B} \Delta T_{j \rightarrow i}^* \\ \Delta T_{j \rightarrow i}^* &= \sum_{k=1}^{m-1} q'_j(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d_{i,j}) - q_j(t_{m-1}) h(\Delta t, d_{i,j}) \end{aligned} \quad (3.4-12)$$

Ces termes sont calculés par le modèle à l'aide de la méthode d'agrégation de Liu (cf. 2.3).

### 3.4.5 Résolution du système matriciel

On exprime les  $8 n_B$  inconnues du modèle (températures de sortie  $(T_{out,p})_{p \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$  et taux de transfert de chaleur  $(q_p)_{p \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$ ) comme solution d'un système de  $8 n_B$  équations linéairement indépendantes, les termes de ces équations dépendent uniquement des paramètres des puits ainsi que des variables d'entrée  $T_{in}^{(c)}, T_{in}^{(d)}, \dot{m}^{(c)}$  et  $\dot{m}^{(d)}$ .

Soient :

$$\begin{aligned} a^{(c)} &= \frac{\dot{m}^{(c)} C_{pf}}{H}, \quad a^{(d)} = \frac{\dot{m}^{(d)} C_{pf}}{H} \\ \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket \quad a_l^{(c)} &= \frac{\dot{m}_l^{(c)} C_{pf}}{H} = FF_l^{(c)} a^{(c)}, \quad a_{l'}^{(d)} = \frac{\dot{m}_{l'}^{(d)} C_{pf}}{H} = FF_{l'}^{(d)} a^{(d)} \\ \forall (i, j) \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket^2 \quad h_{i,j} &= h(\Delta t, d_{i,j}) \end{aligned}$$

Pour chaque branche du circuit  $l \in \llbracket 1, 2l_{br} \rrbracket$ , on peut exprimer les équations du système sous la forme (avec  $p = p(i, l)$ , et  $p_l = p(1, l)$ ,  $p'_l = p(n_l, l)$  comme vu dans l'équation 3.4-1) :

$$\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket \quad \forall i \in \llbracket 1, 2n_l \rrbracket$$

$$(E_{p_l}) \quad a_l^{(c)} T_{out, p_l} + q_{p_l} = a_l^{(c)} T_{in}^{(c)}$$

$$(E_p) \quad a_l^{(c)} (T_{out, p} - T_{out, p-1}) + q_p = 0$$

$$(E_{4n_B + p_l}) \quad -\frac{T_{out, p_l}}{2} + q_{p_l} R_{b_l} + \sum_{j=1}^{4n_B} q_j h_{p_l, j} = \frac{T_{in}^{(c)}}{2} - T_g - \Delta T_{p_l}^*$$

$$(E_{4n_B + p}) \quad -\frac{T_{out, p-1} + T_{out, p}}{2} + q_p R_{b_l} + \sum_{j=1}^{4n_B} q_j h_{p, j} = -T_g - \Delta T_p^*$$

(3.4-13)

$$\forall l' \in \llbracket l_{br} + 1, 2l_{br} \rrbracket$$

$$(E_p) \quad \forall i \in \llbracket 1, 2n_l \rrbracket, \quad a_{l'}^{(d)} (T_{out, p} - T_{out, p+1}) + q_p = 0$$

$$(E_{p'_l}) \quad a_{l'}^{(d)} T_{out, p'_l} + q_{p'_l} = a_{l'}^{(d)} T_{in}^{(d)}$$

$$(E_{4n_B + p}) \quad -\frac{T_{out, p-1} + T_{out, p}}{2} + q_p R_{b_{l'}} + \sum_{j=1}^{4n_B} q_j h_{p, j} = -T_g - \Delta T_p^*$$

$$(E_{4n_B + p'_l}) \quad -\frac{T_{out, p_{l'}}}{2} + q_{p_{l'}} R_{b_{l'}} + \sum_{j=1}^{4n_B} q_j h_{p_{l'}, j} = \frac{T_{in}^{(d)}}{2} - T_g - \Delta T_{p_{l'}}^*$$

On peut alors définir le système sous la forme d'un système matriciel, où on peut définir la matrice  $A$  par blocs qui correspondent aux branches  $l$  du circuit.

Soit  $A = \begin{pmatrix} A_{1,1}^{(4n_B)} & A_{1,2}^{(4n_B)} \\ A_{2,1}^{(4n_B)} & A_{2,2}^{(4n_B)} \end{pmatrix}_{8n_B}$  de façon similaire au chapitre 0, on définit :

$$A_{1,1}^{(2n_B)}(\mathbf{a}^{(c)}) = \begin{pmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{1,1,l}^{(2n_l)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{pmatrix}_{(2n_B)}, A_{1,1}^{(2n_B)}(\mathbf{a}^{(d)}) = \begin{pmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{1,1,l'}^{(2n_l)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{pmatrix}_{(4n_B)}$$

$$\forall l: 1 \rightarrow l_{br}, A_{1,1,l}^{(2n_l)} = \begin{pmatrix} a_l^{(c)} & \cdots & 0 \\ -a_l^{(c)} & \ddots & \vdots \\ 0 & -a_l^{(c)} & a_l^{(c)} \end{pmatrix}_{(2n_l)} = FF_l^{(c)} \begin{pmatrix} a^{(c)} & 0 & 0 \\ -a^{(c)} & \ddots & 0 \\ 0 & -a^{(c)} & a^{(c)} \end{pmatrix}_{(2n_l)},$$

$$\forall l': l_{br} + 1 \rightarrow 2l_{br}, A_{1,1,l'}^{(2n_l)} = \begin{pmatrix} a_{l'}^{(d)} & -a_{l'}^{(d)} & 0 \\ 0 & \ddots & -a_{l'}^{(d)} \\ 0 & 0 & a_{l'}^{(d)} \end{pmatrix}_{(2n_l)} = FF_{l'}^{(d)} \begin{pmatrix} a^{(d)} & -a^{(d)} & 0 \\ 0 & \ddots & -a^{(d)} \\ 0 & 0 & a^{(d)} \end{pmatrix}_{(2n_l)}$$

$$A_{1,1}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} A_{1,1}^{(2n_B)}(\mathbf{a}^{(c)}) & \mathbf{0}^{(2n_B)} \\ \mathbf{0}^{(2n_B)} & A_{1,1}^{(2n_B)}(\mathbf{a}^{(d)}) \end{pmatrix}_{4n_B}$$

$$A_{1,2}^{(4n_B)} = I^{(4n_B)}$$

$$A_{2,1,l}^{(2n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{2,1}^{(2n_l)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{pmatrix}_{(2n_B)} \quad \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket, A_{2,1}^{(2n_l)} = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ -1/2 & \ddots & 0 \\ 0 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}_{(2n_l)}$$

$$A_{2,1,l'}^{(2n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{2,1}^{(2n_{l'})} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{pmatrix}_{(2n_B)} \quad \forall l' \in \llbracket l_{br} + 1, 2l_{br} \rrbracket, A_{2,1}^{(2n_{l'})} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & \ddots & -1/2 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}_{(2n_{l'})}$$

$$A_{2,1}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} A_{2,1,l}^{(2n_B)} & \mathbf{0}^{(2n_B)} \\ \mathbf{0}^{(2n_B)} & A_{2,1,l'}^{(2n_B)} \end{pmatrix}_{4n_B}$$

$$\mathbf{D}_{2,2}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_{b_l} \mathbf{I}^{(2n_l)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{pmatrix}_{(4n_B)}$$

$$\mathbf{A}_{2,2}^{(4n_B)} = \mathbf{H}^{(4n_B)} + \mathbf{D}_{2,2}^{(4n_B)}$$

$$\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket, \quad \mathbf{B}_l^{(1)} = \begin{pmatrix} aT_{in^{(c)}} \\ \mathbf{0}_{2n_l-1} \end{pmatrix}_{2n_l}, \quad \mathbf{B}_l^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{T_{in^{(c)}}}{2} - T_g - \Delta T_{p_l}^* \\ (-T_g - \Delta T_p^*)_{i \in \llbracket 2, 2n_l \rrbracket} \end{pmatrix}_{2n_l}$$

$$\forall l' \in \llbracket 2l_{br}, l_{br} + 1 \rrbracket, \quad \mathbf{B}_{l'}^{(1)} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{2n_{l'}-1} \\ aT_{in^{(d)}} \end{pmatrix}_{2n_{l'}}, \quad \mathbf{B}_{l'}^{(2)} = \begin{pmatrix} (-T_g - \Delta T_p^*)_{i \in \llbracket 1, 2n_{l'}-1 \rrbracket} \\ \frac{T_{in^{(d)}}}{2} - T_g - \Delta T_{p_{l'}}^* \end{pmatrix}_{2n_l}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} \left( \mathbf{B}_l^{(1)} \right)_{l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket} \\ \left( \mathbf{B}_{l'}^{(1)} \right)_{l' \in \llbracket 2l_{br}, l_{br} + 1 \rrbracket} \end{pmatrix}_{4n_B}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} \left( \mathbf{B}_l^{(2)} \right)_{l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket} \\ \left( \mathbf{B}_{l'}^{(2)} \right)_{l' \in \llbracket 2l_{br}, l_{br} + 1 \rrbracket} \end{pmatrix}_{4n_B}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}_{8n_B}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} (T_{out,i})_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket} \\ (q_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket} \end{pmatrix}_{8n_B}$$

Le système matriciel s'écrit alors :

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (3.4-14)$$

Une fois que le système calcule la valeur du vecteur des inconnues  $X$ , on obtient :

$$\forall i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket \quad T_{out,i} = X_i(t_m), \quad q_i = X_{n_B+i}(t_m)$$

$$T_{out}^{(c)} = \sum_{l=1}^{l_{br}} FF_l^{(c)} T_{out}^{(c)} \Big|_l, \quad \forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket \quad T_{out}^{(c)} \Big|_l = T_{out,p(2n_l, l)}$$

$$T_{out}^{(d)} = \sum_{l'=l_{br}+1}^{2l_{br}} FF_l^{(d)} T_{out}^{(d)} \Big|_{l'}, \quad \forall l' \in \llbracket l_{br} + 1, 2l_{br} \rrbracket \quad T_{out}^{(d)} \Big|_{l'} = T_{out,p(1, l')}$$

## CHAPITRE 4 PRÉSENTATION DE LA SUITE TRNSYS NBIS

L'ensemble des modèles présentés dans le Chapitre 3 a été développé pour le logiciel de simulation TRNSYS sous la forme de Types qui seront présentés dans cette partie. Chaque Type correspond à un modèle en particulier. Des vérifications sous forme de comparaisons inter-modèles sont réalisées pour chaque modèle, notamment avec les modèles étudiés dans la revue de littérature

### 4.1 Type 261

#### 4.1.1 Présentation du Type 261

Le Type 261 a été développé à partir du modèle NBiS<sup>(2)</sup> dans le cas de deux puits en série à deux tuyaux et un seul tube en U, formant un seul circuit. Les paramètres et les variables du Type sont les suivants :

##### 4.1.1.1 Paramètres du Type 261

Tableau 4-1 : Paramètres du Type 261

N°	Nom du paramètre	Unité	Valeur
1	Longueur du puits - $H$	m	$H > 0$
2	Profondeur de la tête de puits - $D$	m	$D \geq 0$
	Cette variable sert uniquement au calcul du facteur de réponse thermique selon la SLF		
3	Rayon du puits - $r_b$	m	$r_b > 0$
4	Distance centre-à-centre entre les deux puits - $d$	m	$d > 0$
5	Résistance thermique équivalente - $R_b$	m.K/W	$R_b \geq 0$
6	Conductivité thermique du sol - $k_s$	kJ/h.m.K	$k_s > 0$

Tableau 4-1 : Paramètres du Type 261 (Suite)

7	Capacité volumétrique du sol - $C_s = \rho_s C_{p_s}$	kJ/m <sup>3</sup> .K	$C_s > 0$
	Ce paramètre sert à calculer la diffusivité thermique $\alpha = k_s/C_s$		
8	Température du sol non perturbé - $T_g$	°C	$T_g > -20$ °C
9	Capacité thermique massique du fluide caloporteur - $C_{p_f}$	kJ/kg.K	$C_{p_f} > 0$
10	Taille d'un petit bloc - $BS_s$	-	$BS_s \in [1,4320]$
11	Taille d'un bloc moyen - $BS_m$	-	$BS_m \in [1,300]$
12	Taille d'un grand bloc - $BS_l$	-	$BS_l \in [1,4380]$
13	Période d'attente pour un petit bloc - $WP_s$	-	$WP_s \in [1,2160]$
14	Période d'attente pour un bloc moyen - $WP_m$	-	$WP_m \in [1,180]$
15	Période d'attente pour un grand bloc - $WP_l$	-	$WP_l \in [1,2400]$
Les paramètres 10 à 15 sont utilisés pour effectuer l'agrégation de Liu (voir 2.3)			
16	Méthode analytique de la source de chaleur - $HS$	-	$HS \in [1,3]$
Voir le chapitre 2.1 $\begin{cases} HS = 1 : \text{Source Linéaire Finie (SLF)} \\ HS = 2 : \text{Source Cylindrique Infinie (SCI)} \\ HS = 3 : \text{Source Linéaire Infinie (SLI)} \end{cases}$			

Le Type 261 effectue une vérification d'usage, la distance  $d$  entre les puits doit être supérieure au diamètre d'un puits, soit  $2r_b$ . Si cela n'est pas le cas, le Type génère un message d'erreur.

#### 4.1.1.2 Variables d'entrée du Type 261

Tableau 4-2 : Variables d'entrée du Type 261

N°	Nom de la variable	Unité	Valeur
1	Température d'entrée du circuit - $T_{in}$	°C	$T_{in} > -20$ °C
2	Débit massique de fluide caloporteur du circuit - $\dot{m}$	kg/h	$\dot{m} \geq 0$

#### 4.1.1.3 Variables de sortie du Type 261

Tableau 4-3 : Variables de sortie du Type 261

N°	Nom de la variable	Unité
1	Débit massique de fluide caloporteur du circuit - $\dot{m}$	kg/h
2	Température de sortie du circuit - $T_{out}$	°C
3	Température de sortie du premier puits - $T_{out,1}$	°C
4	Taux d'échange de chaleur entre le puits 1 et le sol - $q_1$	W/m
5	Taux d'échange de chaleur entre le puits 2 et le sol - $q_2$	W/m

Pour des raisons pratiques, le Type 261 donne en sortie la valeur du débit massique de fluide caloporteur, bien que cette valeur soit la même que la variable d'entrée, il en sera de même pour les autres Types 262 et 263.

#### 4.1.1.4 Méthode de calcul des facteurs de réponse thermique

Afin d'assurer une efficacité des calculs de températures de paroi dans le modèle, la procédure de calcul des facteurs de réponse thermique utilise une méthode d'approximation numérique basée sur une interpolation de type spline cubique.

Celle-ci permet de se limiter au calcul de la valeur de ces facteurs de réponses pour un nombre limité d'instants  $t$  (inférieur à 70) plutôt que de calculer ces valeurs pour chaque pas de temps. À partir de la valeur de ces facteurs de réponses en un nombre donné de points, la courbe initiale est approchée par une spline cubique, c'est-à-dire une fonction polynomiale cubique par morceaux dont les coefficients sont calculés à partir des dérivées successives de la fonction  $h$  qui donne le facteur de réponse thermique. La Figure 4-1 illustre le principe évoqué, les instants  $t$  pour lesquels les facteurs de réponse thermique sont calculés sont indiqués en bleu alors que la courbe résultant de l'interpolation par la spline cubique est en rouge et la courbe donnant la valeur réelle du facteur de réponse est en noir. La différence entre la valeur réelle et la spline est négligeable (entre  $10^{-5}$  et  $10^{-4} \text{ mK/W}$  soit moins de 0.05%).

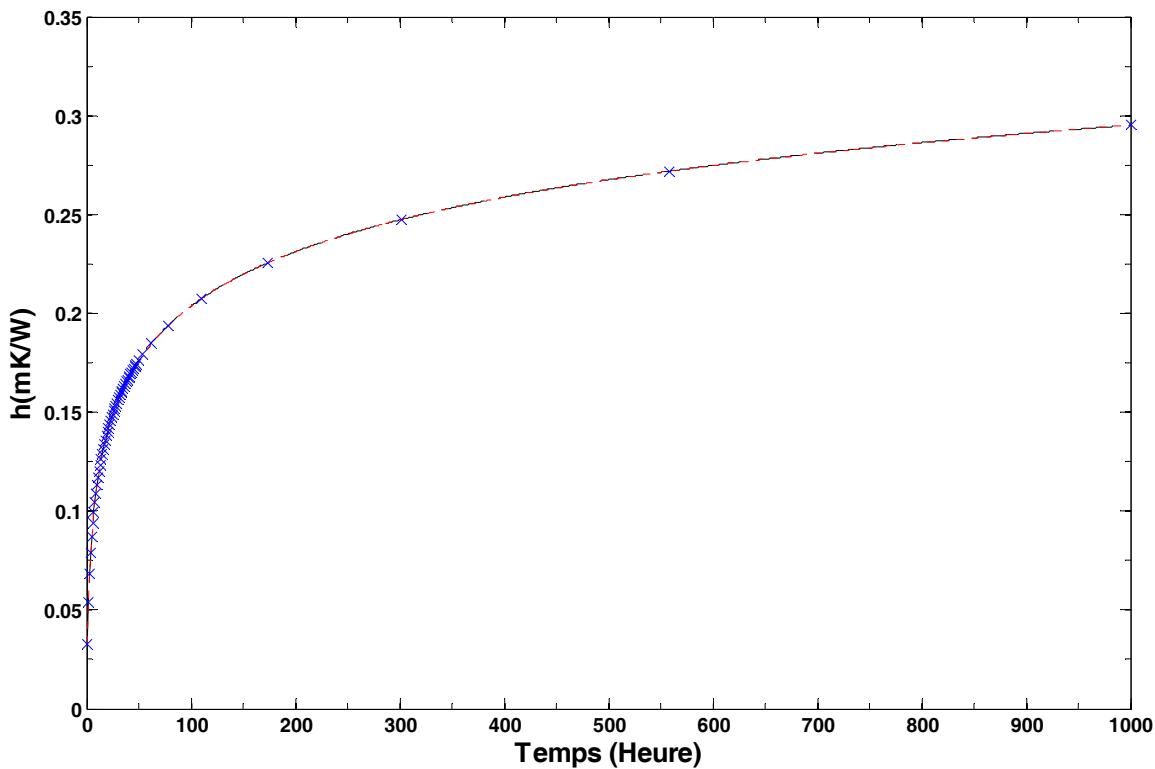


Figure 4-1 : Illustration du principe de la spline cubique (SLI pour  $d=0.075\text{m}$ )

## 4.1.2 Vérification du Type 261

Afin de vérifier la cohérence du modèle *NBiS*<sup>(2)</sup> pour deux puits, des cas de vérification du Type 261 sont étudiés. Ceux-ci seront effectués par le biais de comparaison inter-modèles.

### 4.1.2.1 Test 261-1 : Comparaison avec le Type 201 et le modèle DST (Type 557)

Ce premier test de vérification est effectué afin de vérifier la cohérence du modèle quant au modèle de calcul de la température propre à un puits seul. Pour ce faire, la configuration étudiée est constituée de deux puits espacés de 100m, afin de rendre l'interaction thermique négligeable. Les paramètres du test sont résumés dans le Tableau 4-4. Les données d'entrée du test sont une température d'entrée du circuit constante  $T_{in} = 30^{\circ}\text{C}$  et un débit constant  $\dot{m} = 1800 \text{ kg/h}$ .

Tableau 4-4 : Paramètres du test 261-1

$H$	150 m	$d$	100 m	$k_s$	8 kJ/h. m. K
$r_b$	0.075 m	$R_b$	0.13 m. K/W	$C_s$	1728 kJ/m <sup>3</sup> . K
$D$	3 m	$T_g$	10 °C	$C_{pf}$	4.18 kJ/kg. K

Le Type 201 (Godefroy & Bernier, 2014) utilise un modèle de simulation similaire au Type 261 mais adapté au cas d'un puits unique à un seul tube en U et deux tuyaux. Le Type 201 calcule la température de sortie du puits  $T_{out}$  en fonction de la température d'entrée  $T_{in}$  et du débit de fluide caloporteur  $\dot{m}$ . Le Type 201 permet de choisir la méthode de calcul pour l'échange avec le sol (SLF, SCI ou SLI). Le pas de temps utilisé est 1 h

Le modèle DST est ici utilisé pour simuler un puits seul. La variable de sortie du Type 261 qui sera utilisée pour les comparaisons est la température de sortie du premier puits  $T_{out,1}$ . Pour ce premier test, la SLI est sélectionnée pour les Types 201 et 261. La Figure 4-2 montre une comparaison des températures de sortie calculées par chaque modèle sur une année entière soit 8760 h, ainsi que la valeur de la température d'entrée du circuit (en traits pleins noir). À cette échelle la différence entre les modèles utilisés n'est pas discernable. La Figure 4-3 présente une portion plus détaillée du test qui permet de comparer les différents modèles.

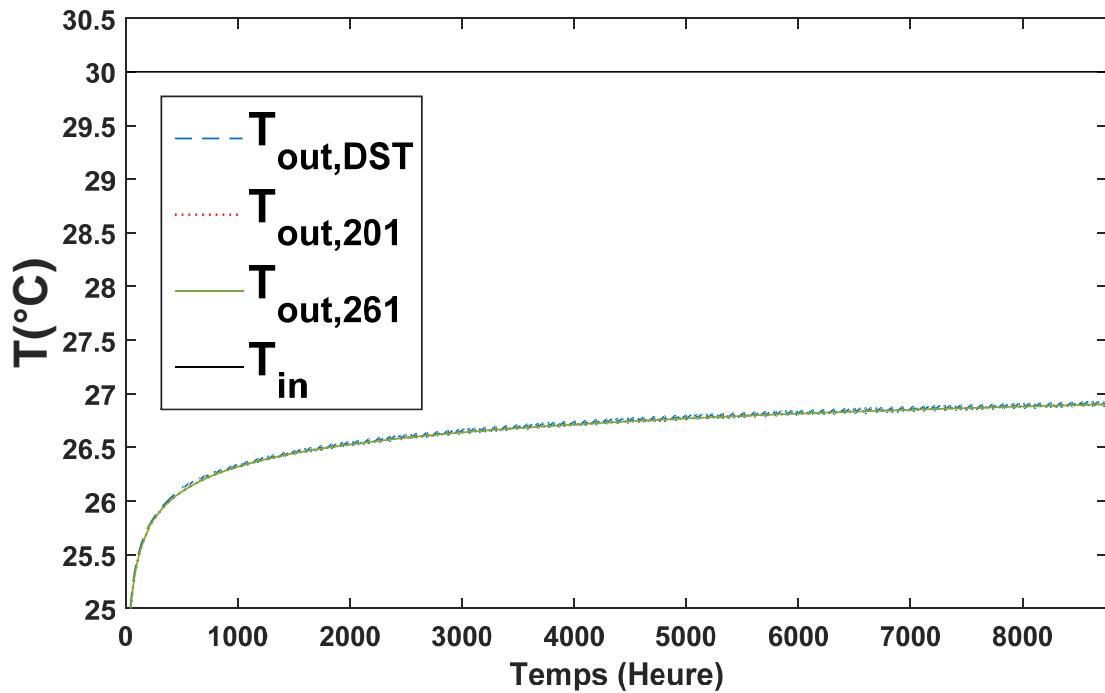


Figure 4-2 : Test 261-1 :Températures d'entrée et sortie des Types 201,261 et DST

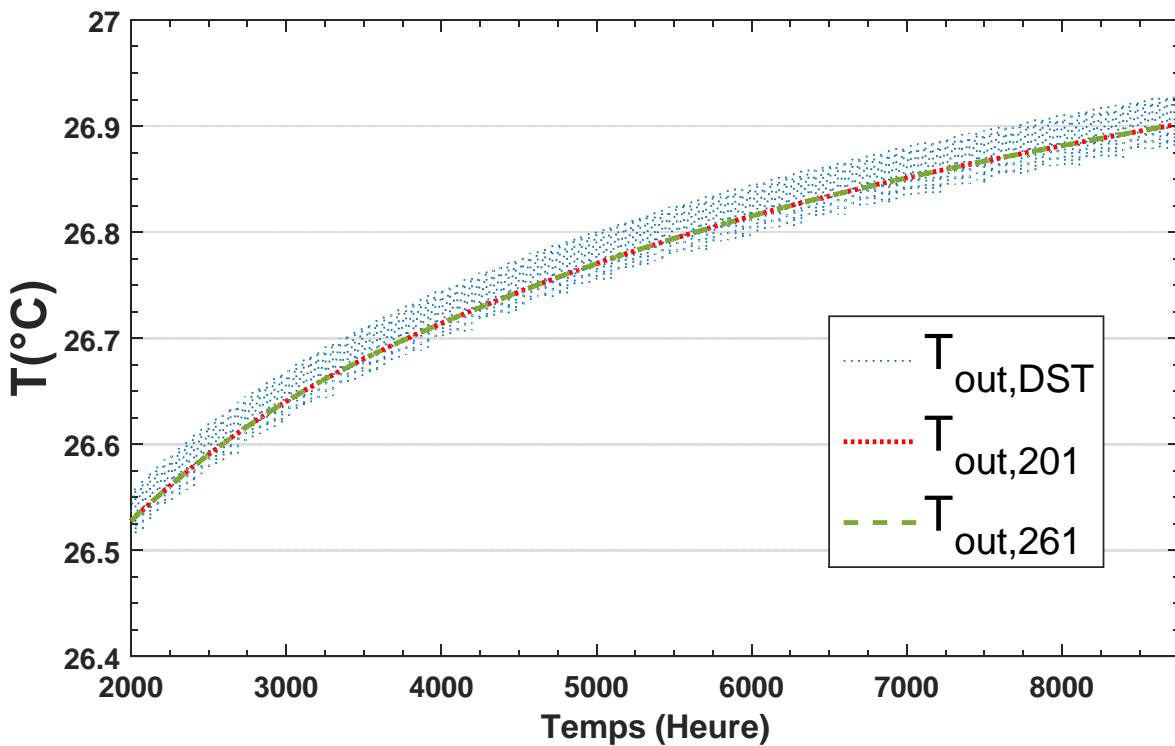


Figure 4-3 : Test 261-1 : Comparaison entre les Types 201, 261 et le DST

Comme évoqué par la Figure 1-5, il est possible de distinguer les discontinuités dans la valeur de la température de sortie du modèle DST, l'amplitude des oscillations de la valeur de cette température de sortie est de 0.05 °C. La différence entre le modèle DST et les Types 201 et 261 est inférieure à cette valeur, ce qui constitue un excellent accord.

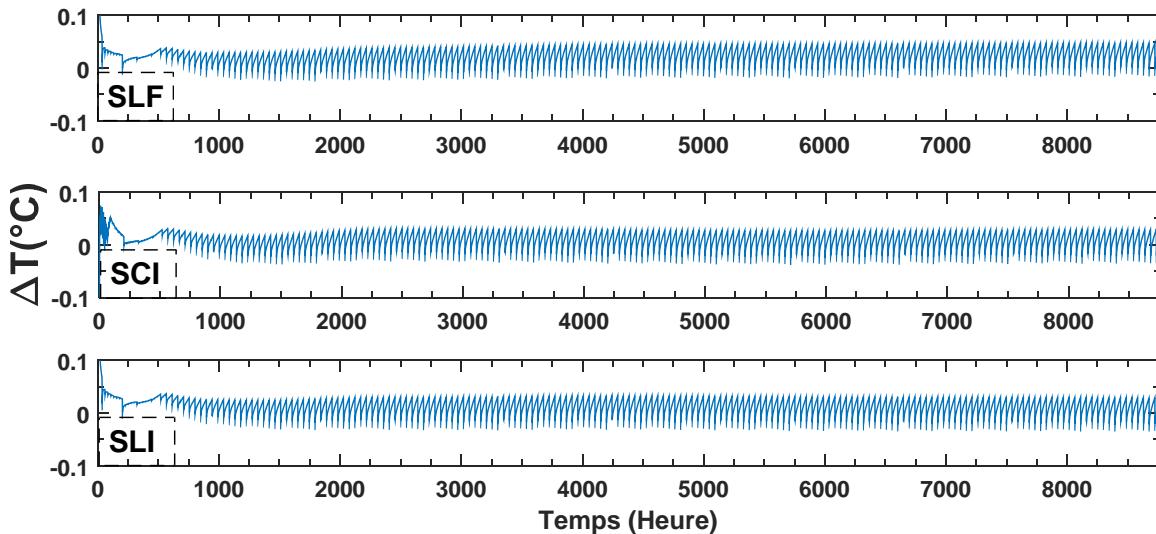


Figure 4-4 : Test 261-1 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le DST

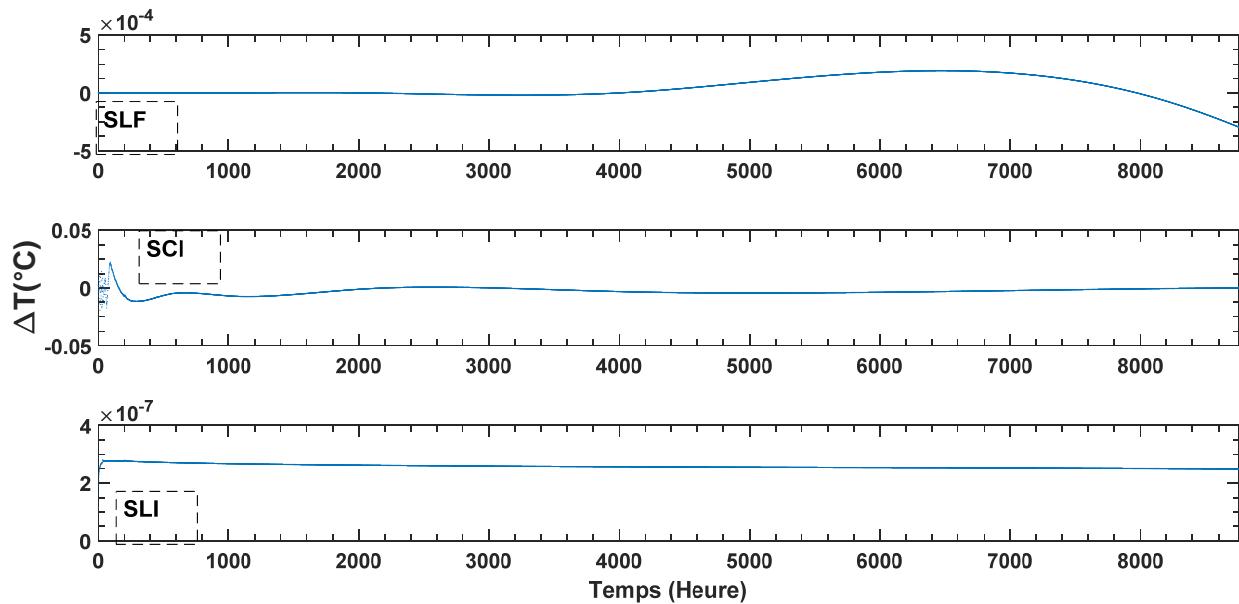


Figure 4-5 : Test 261-1 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le Type 201

La Figure 4-4 montre la différence entre le Type 261 et le modèle DST avec les trois différentes méthodes de source de chaleur. La Figure 4-5 montre l'écart entre les Types 261 et 201 pour une même méthode de modélisation de la source de chaleur. La valeur de la *RMSE* pour ces tests est présentée dans le Tableau 4-5, le pourcentage représente la *NRMSE* c'est-à-dire la valeur de la *RMSE* divisé par la différence entre  $T_{out,1,261}$  et  $T_{in}$  qui vaut 3.4 °C :

Tableau 4-5 : *RMSE* entre le Type 261 et le Type 201, DST

<b>261 SLF/DST</b>	<b>261 SCI/DST</b>	<b>261 SLI/DST</b>
0.031 °C (0.9%)	0.017 °C (0.5%)	0.022 °C (0.6%)
<b>261 SLF/201 SLF</b>	<b>261 SCI/201 SCI</b>	<b>261 SLI/201 SLI</b>
$10^{-4}$ °C (0.003%)	0.004 °C (0.1%)	$3.10^{-7}$ °C ( $10^{-5}\%$ )

À nouveau ces résultats permettent de mettre en avant un excellent accord entre le Type 261 et le modèle DST, ainsi que le Type 201.

#### 4.1.2.2 Test 261-2 : Comparaison avec le Type 272 et le modèle DST (Type 557)

Cette deuxième comparaison est menée afin de vérifier la cohérence du modèle quant à la modélisation de deux puits en série. Afin de s'affranchir des considérations sur la géométrie du stockage vis-à-vis du DST, les deux puits sont à nouveau éloignés d'une distance de 100 m pour négliger l'interférence thermique réciproque. La taille du stockage dans le DST est proportionnellement fixée en fonction de cette même distance.

Le Type 272 et le modèle DST sont utilisés pour modéliser un circuit unique de deux puits en série à un seul tube en U. La température calculée dans cette étude est la température de sortie du deuxième puits.

Durant ce test sur une durée de 1500 h, le pas de temps utilisé vaut 1 h, le débit de fluide caloporteur est fixe et vaut  $\dot{m} = 1800$  kg/h, tandis que le profil de la température d'entrée est variable et est présenté dans la figure. Les paramètres du test sont les mêmes que dans le test 261-1 excepté la profondeur des puits qui est égale à 100 m. Ils sont rappelés dans le Tableau 4-6.

Tableau 4-6 : Paramètres du test 261-2

$H$	100 m	$d$	100 m	$k_s$	8 kJ/h. m. K
$r_b$	0.075 m	$R_b$	0.13 m. K/W	$C_s$	1728 kJ/m <sup>3</sup> . K
$D$	3 m	$T_g$	10 °C	$C_{p_f}$	4.18 kJ/kg. K

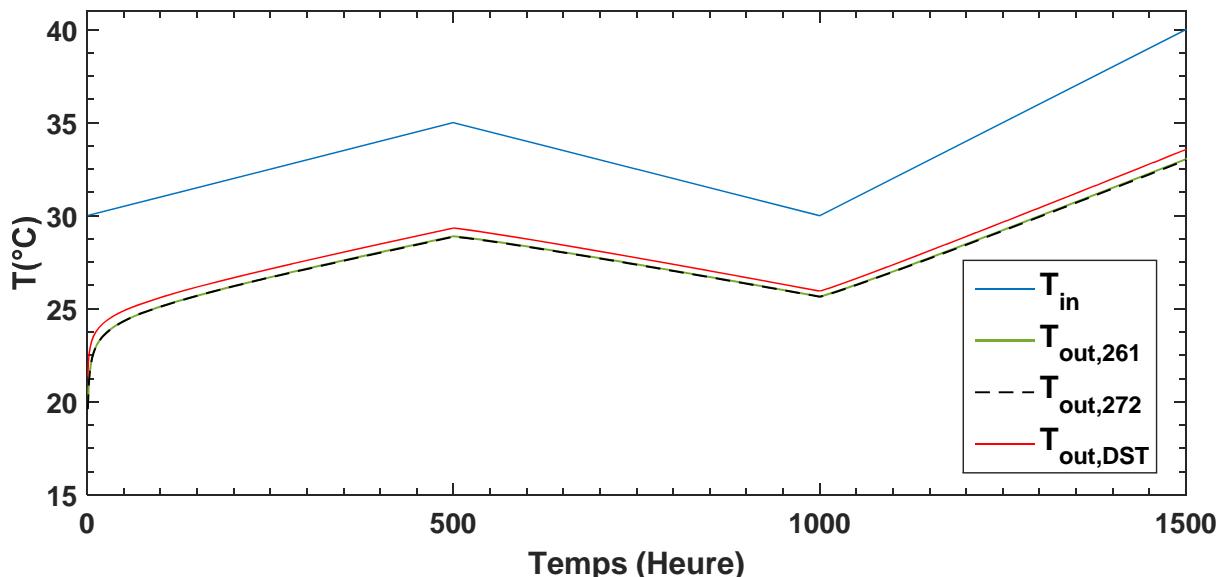


Figure 4-6 : Test 261-2 : Comparaison entre les Types 261, 272 et le DST

La Figure 4-6 montre les résultats de cet essai, il apparaît que le Type 261 et le Type 272 calculent une température de sortie quasi identique, cette température étant relativement proche de la solution calculée par le DST.

La Figure 4-7 montre l'évolution dans le temps de l'écart entre le Type 261 et le DST, selon la méthode de source de chaleur. La Figure 4-8 représente l'écart entre les Types 261 et 272.

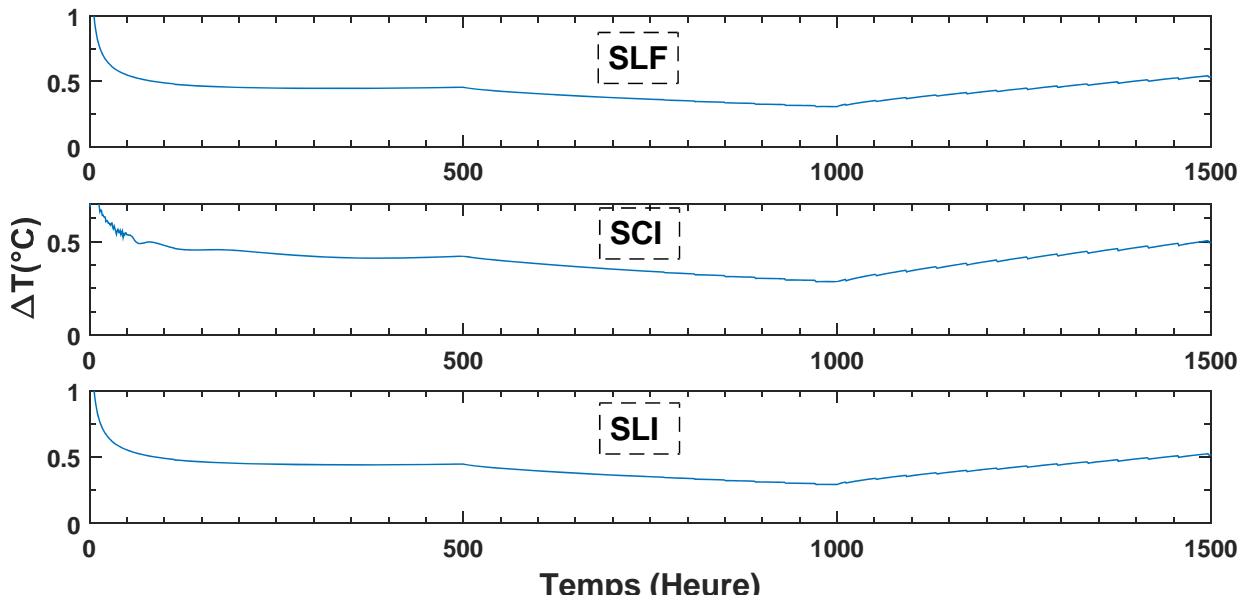


Figure 4-7 : Test 261-2 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le DST

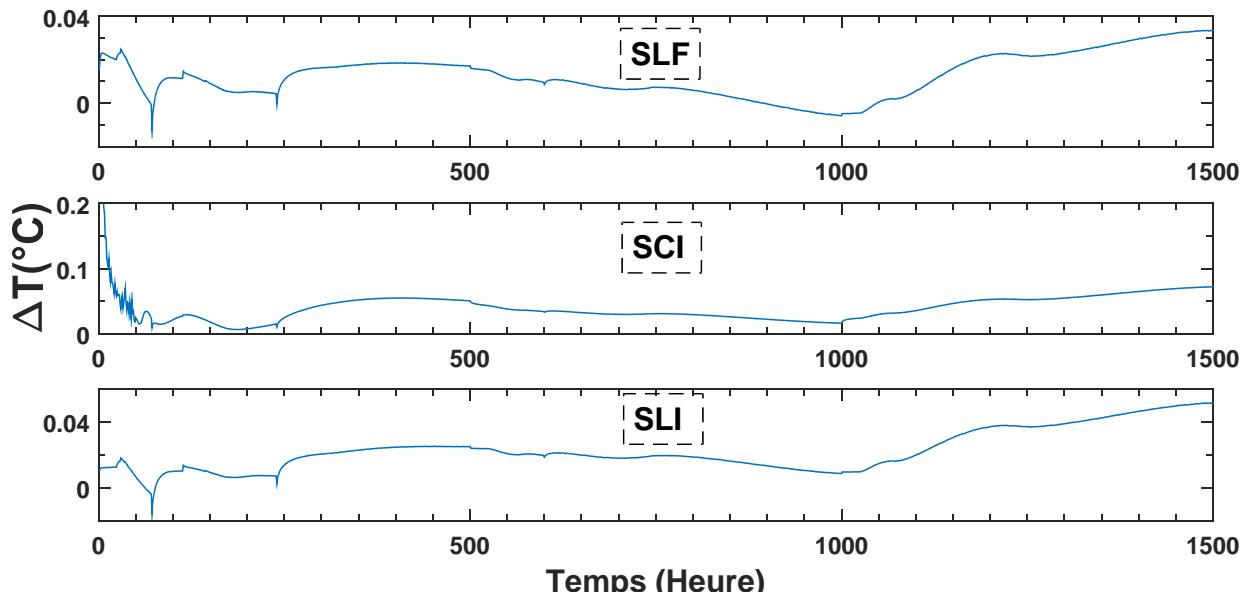


Figure 4-8 : Test 261-2 : Valeur de l'écart entre le Type 261 et le Type 272

La valeur de l'erreur quadratique moyenne réelle et normalisée (*RMSE* et *NRMSE*) sur la période considérée et selon la méthode de source de chaleur est présentée dans le Tableau 4-7. L'écart quadratique moyen entre la température d'entrée et de sortie du Type 261 vaut 5.6 °C.

Tableau 4-7 : *RMSE* entre le Type 261 et le Type 272, DST.

<b>261 SLF/DST</b>	<b>261 SCI/DST</b>	<b>261 SLI/DST</b>
0.44 °C (7.8%)	0.41 °C (7.2%)	0.43 °C (7.6%)
<b>261 SLF/272 (SLF)</b>	<b>261 SCI/272 (SLF)</b>	<b>261 SLI/272 (SLF)</b>
0.016 °C (0.3%)	0.057 °C (1%)	0.026 °C (0.5%)

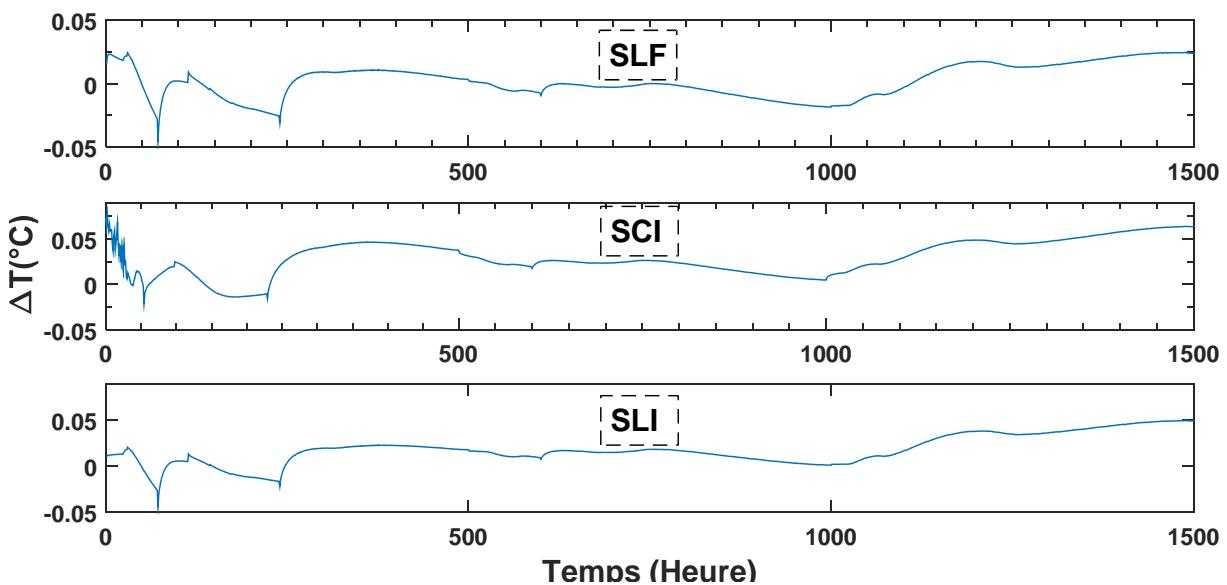
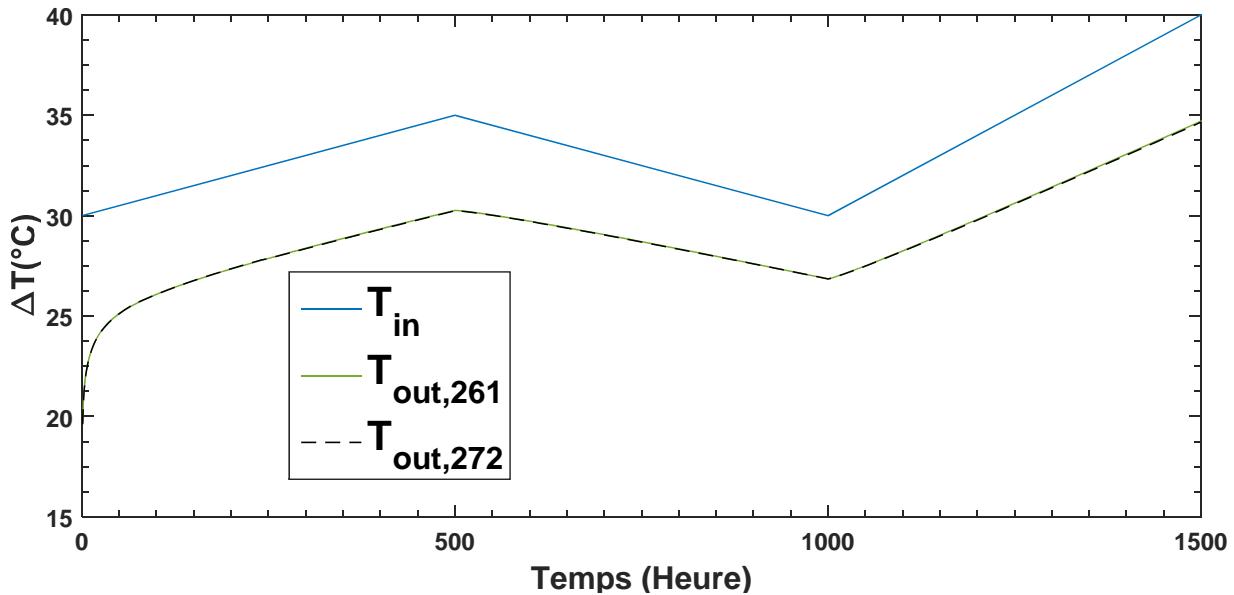
À nouveau, ces valeurs démontrent que l'accord entre les modèles est très bon, bien que l'approximation soit moins bonne dans les périodes de transition (changement soudain des variables d'entrée). En particulier, il y a une différence de température supérieure à 1°C au début de la simulation (variation du débit entre 0 et 1800 kg/h).

#### 4.1.2.3 Test 261-3 : Comparaison avec le Type 272

Ce test a pour objectif de vérifier la validité du Type 261 quant au calcul des interférences thermiques entre les puits par le biais des facteurs de réponse thermique. Dans un premier temps cet aspect avait été négligé car les puits considérés étaient trop éloignés (distance de 100 m) pour que l'interférence thermique puisse avoir un effet durant les périodes de test considérées (inférieures à 1 année). Dans le test reproduit ici, tous les paramètres et variables d'entrée sont ceux du Test 261-2, excepté la distance entre les puits,  $d$ , qui est fixée à 0.5 m (voir Tableau 4-8). Le pas de temps utilisé est 1 h.

Tableau 4-8 : Paramètres du test 261-3

<b><math>H</math></b>	100 m	<b><math>d</math></b>	0.5 m	<b><math>k_s</math></b>	8 kJ/h. m. K
<b><math>r_b</math></b>	0.075 m	<b><math>R_b</math></b>	0.13 m. K/W	<b><math>C_s</math></b>	1728 kJ/m <sup>3</sup> . K
<b><math>D</math></b>	3 m	<b><math>T_g</math></b>	10 °C	<b><math>C_{p_f}</math></b>	4.18 kJ/kg. K



Le Tableau 4-9 présente la *RMSE* et la *NRMSE* entre les deux modèles. L'écart quadratique moyen entre l'entrée et la sortie du 261 vaut 4.3°C.

Tableau 4-9 : *RMSE* entre le Type 261 et le Type 272

261 SLF/272 (SLF)	261 SCI/272 (SLF)	261 SLI/272 (SLF)
0.013 °C (0.3%)	0.052 °C (1.2%)	0.024 °C (0.5%)

Comme dans le cas précédent, ces résultats prouvent que l'accord entre les modèles est excellent. Le Type 261 est donc approprié pour rendre compte des phénomènes d'interférence thermique entre les puits au même titre que le Type 272.

De plus, afin de considérer l'importance de ces phénomènes, les deux cas précédents ont été comparés dans la Figure 4-11 où la température de sortie est donnée selon la distance des puits.

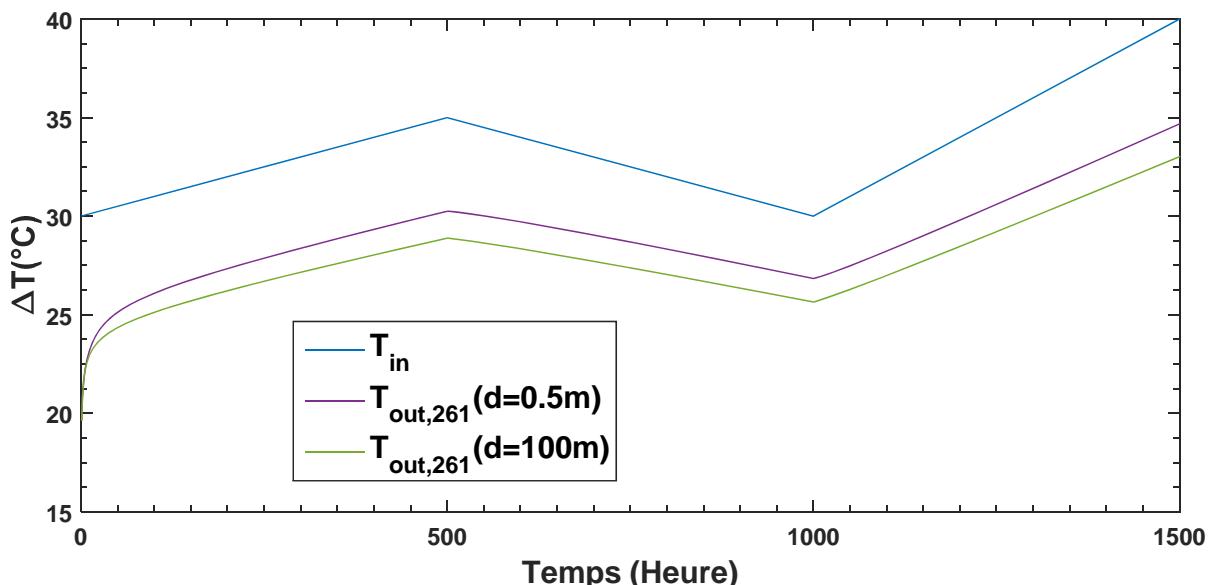


Figure 4-11 : Comparaison selon la distance entre les puits

La Figure 4-11 montre qu'il n'y a pas de différence entre les deux tests pendant les premières heures, mais la différence est remarquable à partir de 10 h (0.1 °C d'écart) et elle dépasse 1 °C à partir de  $t=115$  h. Elle connaît une augmentation avec le temps et atteint sa valeur maximale de 1.66 °C en  $t=1500$  h, l'écart quadratique moyen entre les deux tests est de 1.29 °C.

## 4.2 Type 262

### 4.2.1 Présentation du Type 262

Le Type 262 a été développé à partir du modèle NBiS<sup>(2)</sup> généralisé au cas d'un nombre quelconque  $n_B$  de puits à deux tuyaux et un seul tube en U, formant un seul circuit.

#### 4.2.1.1 Paramètres du Type 262

Tableau 4-10 : Paramètres du Type 262

N°	Nom du paramètre	Unité	Valeur
1	Longueur du puits - $H$	m	$H > 0$
2	Profondeur de la tête de puits - $D$	m	$D \geq 0$
3	Rayon du puits - $r_b$	m	$r_b > 0$
4	Nombre de puits - $n_B$	-	$n_B \in \llbracket 2,200 \rrbracket$
5	Résistance thermique équivalente - $R_b$	m.K/W	$R_b \geq 0$
6	Conductivité thermique du sol - $k_s$	kJ/h.m.K	$k_s > 0$
7	Capacité volumétrique du sol - $C_s = \rho_s C_{p_s}$	kJ/m <sup>3</sup> .K	$C_s > 0$
8	Température du sol non perturbé - $T_g$	°C	$T_g > -20$ °C
9	Capacité thermique massique du fluide caloporteur - $C_{p_f}$	kJ/kg.K	$C_{p_f} > 0$
10	Taille d'un petit bloc - $BS_s$	-	$BS_s \in \llbracket 1,4320 \rrbracket$
11	Taille d'un bloc moyen - $BS_m$	-	$BS_m \in \llbracket 1,300 \rrbracket$

Tableau 4-10 : Paramètres du Type 262 (Suite)

12	Taille d'un grand bloc - $BS_l$	-	$BS_l \in \llbracket 1,4380 \rrbracket$
13	Période d'attente pour un petit bloc - $WP_s$	-	$WP_s \in \llbracket 1,2160 \rrbracket$
14	Période d'attente pour un bloc moyen - $WP_m$	-	$WP_m \in \llbracket 1,180 \rrbracket$
15	Période d'attente pour un grand bloc - $WP_l$	-	$WP_l \in \llbracket 1,2400 \rrbracket$
16	Méthode analytique de la source de chaleur - $HS$	-	$HS \in \llbracket 1,3 \rrbracket$
17	Unité logique associée au fichier à lire - <i>File</i>	-	
	Ce paramètre sert à introduire comme donnée un fichier rempli par l'utilisateur et renseignant la position des centres de tous les puits du champ simulé		

Le fichier identifié par *File* et rempli par l'utilisateur se présente sous la forme d'une matrice  $\mathbf{P}_{n_B}$  de taille  $n_B \times 2$ , les deux colonnes représentant respectivement l'abscisse et l'ordonnée des puits.

$$\mathbf{P}_{n_B} = ((x_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} | (y_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket})_{n_B, 2}$$

À partir de ces coordonnées, le modèle calcule la matrice  $\mathbf{d}^{(n_B)}$  (telle que vue en 3.3.1.1) :

$$\mathbf{d}^{(n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \cdots & \ddots \\ \vdots & d_{i,j} & \vdots \\ \ddots & \cdots & \ddots \end{pmatrix}_{(n_B)}$$

$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, n_B \rrbracket^2 \quad \begin{cases} i \neq j \Rightarrow d_{j,i} = d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \\ i = j \Rightarrow d_{i,i} = r_b \end{cases}$$

Une fois que les distances sont calculées, une vérification est effectuée pour s'assurer que les puits sont suffisamment espacés. Le Type 262 envoie un message d'erreur si il s'avère qu'il existe un  $(i_0, j_0)$ ,  $i_0 \neq j_0$  tel que  $d_{i_0, j_0}$  soit plus petit que le diamètre d'un puits, soit  $2r_b$ . La Figure 4-12 montre un exemple de ce fichier (celui-ci correspond au cas de vérification en 4.2.2).

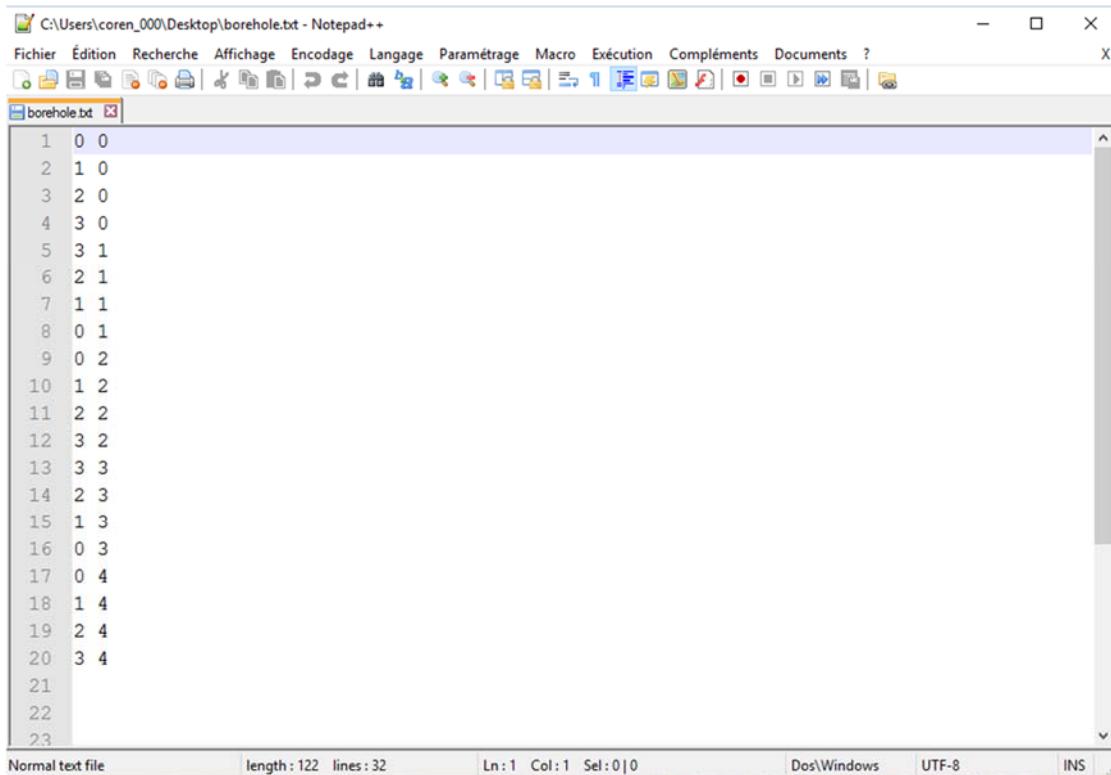


Figure 4-12 : Exemple de fichier texte externe utilisé par le Type 262

#### 4.2.1.2 Variables d'entrée du Type 262

Tableau 4-11 : Variables d'entrée du Type 262

N°	Nom de la variable	Unité	Valeur
1	Température d'entrée du circuit - $T_{in}$	°C	$T_{in} > -20$ °C
2	Débit massique de fluide caloporteur du circuit - $\dot{m}$	kg/h	$\dot{m} \geq 0$

#### 4.2.1.3 Variables de sortie du Type 262

Tableau 4-12 : Variables de sortie du Type 262

N°	Nom de la variable	Unité
1	Débit massique de fluide caloporteur du circuit - $\dot{m}$	kg/h
2	Température de sortie du circuit - $T_{out}$	°C

Pour des raisons de simplification, la version classique du Type 262 ne propose pas de connaître de façon détaillée la valeur de la température à la sortie de chaque puits, cependant il est possible d'obtenir ces informations en modifiant le proforma associé au Type 262. On appellera Type262b le Type obtenu en modifiant le proforma, ses variables de sortie sont présentées dans le Tableau 4-12.

Tableau 4-13 : Variables de sortie du Type 262b

N°	Nom de la variable	Unité
1	Débit massique de fluide caloporteur en entrée - $\dot{m}$	kg/h
2	Température de sortie du circuit - $T_{out}$	°C
$\forall i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket$	Les variables suivantes sont spécifiques à chaque puits $i$	
$2 + i$	Température de sortie du puits $i$ - $T_{out,i}$	°C
$n_B + 2 + i$	Taux de transfert de chaleur du puits $i$ vers le sol - $q_i$	W/m

#### 4.2.2 Vérification du Type 262

Un test est effectué pour vérifier la validité du Type 262. Pour ce faire, il est comparé au Type 272 pour simuler un ensemble de 20 puits dont la configuration est donnée par la Figure 4-13.

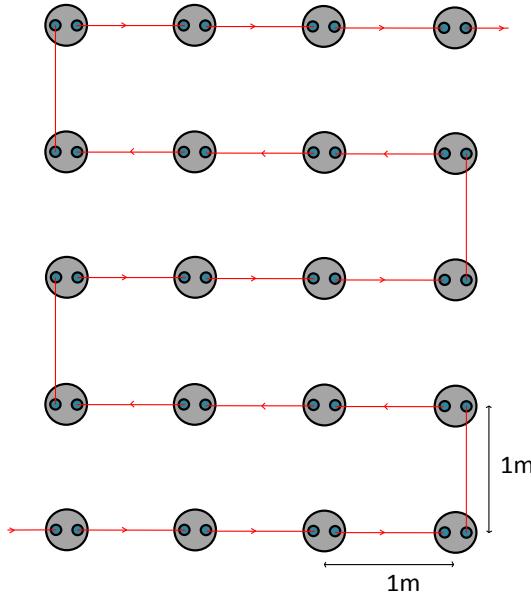


Figure 4-13 : Configuration de puits du test de vérification du Type 262

Les paramètres du test sont présentés dans le Tableau 4-13

Tableau 4-14 : Paramètres du test de vérification du Type 262

$H$	80 m	$n_B$	20	$k_s$	8 kJ/h. m. K
$r_b$	0.075 m	$R_b$	0.13 m. K/W	$C_s$	1728 kJ/m <sup>3</sup> . K
$D$	3 m	$T_g$	10 °C	$C_{pf}$	4.18 kJ/kg. K

Les variables d'entrée du test sont une température d'entrée  $T_{in} = 30$  °C et un débit de fluide caloporteur  $\dot{m} = 1000$  kg/h. La simulation est faite sur une période de 5000 h avec un pas de temps de 1 h. Les résultats de la simulation sont présentés dans la Figure 4-14.

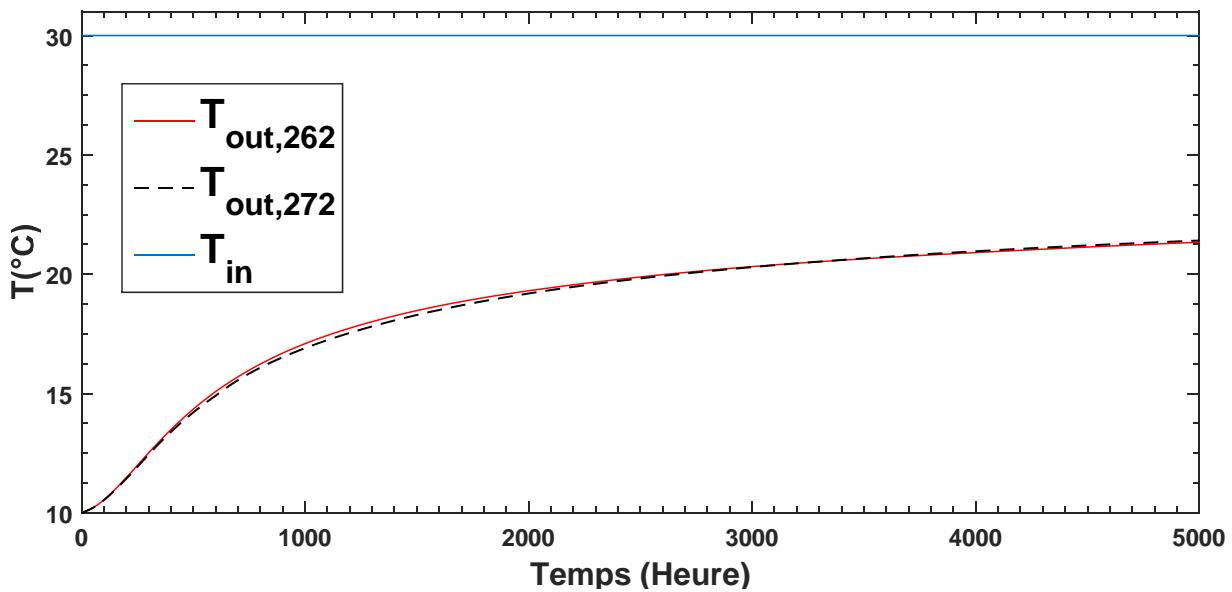


Figure 4-14 : Températures de sortie des Types 262 et 272

Les valeurs de température de sortie calculées par les deux modèles semblent très proches, notamment en comparaison relative à la différence de température entre l’entrée du premier puits et la sortie du circuit. La valeur de l’écart de température entre les modèles est présentée par la Figure 4-15 et la valeur des *RMSE* par le Tableau 4-14. L’écart quadratique moyen entre  $T_{in}$  et  $T_{out,262}$  vaut 11.8 °C.

Tableau 4-15 : *RMSE* entre le Type 262 et le Type 272

262 SLF/272 (SLF)	262 SCI/272 (SLF)	262 SLI/272 (SLF)
0.26 °C (2.2%)	0.11 °C (0.9%)	0.10 °C (0.8%)

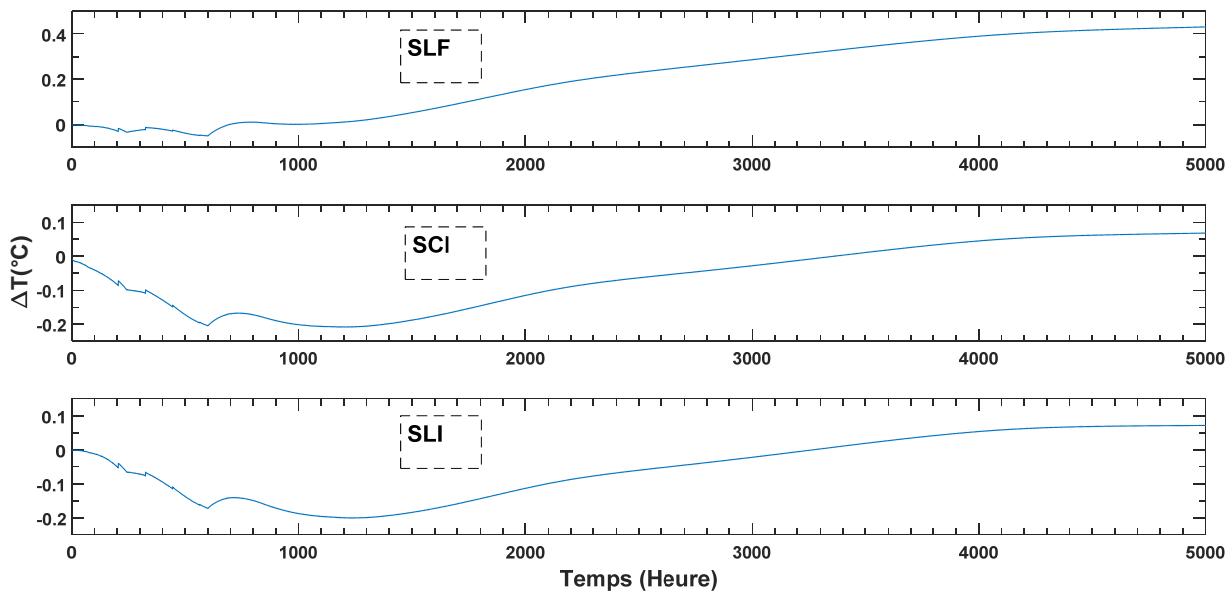


Figure 4-15 : Écart entre le Type 262 et le Type 272

L'accord entre les deux modèles est excellent, puisque la différence est toujours plus faible que 0.5 °C en valeur absolue et la *RMSE* est plus faible que 0.25 °C quel que soit le modèle de source de chaleur utilisé.

De plus, cela permet de constater que le modèle tient compte de l'interaction entre les différents puits de manière satisfaisante, comme le fait le Type 272. En effet, deux puits adjacents étant éloignés de seulement 1 m, et la période de test étant plus longue, l'interaction thermique entre les puits a un effet important sur le système.

## 4.3 Type 263

### 4.3.1 Présentation du Type 263

Le Type 263 a été développé à partir du modèle NBiS<sup>(4)</sup> généralisé pour un nombre quelconque  $n_B$  de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants. Ce Type permet également de considérer des branches en parallèle et de calculer la température du sol sur une grille de noeuds choisie par l'utilisateur, et ce afin d'établir les isothermes au sein du stockage, pour cartographier le stockage en terme de température. Les paramètres et les variables du Type sont les suivants :

#### 4.3.1.1 Paramètres du Type 263

Tableau 4-16 : Paramètres du Type 263

N°	Nom du paramètre	Unité	Valeur
1	Longueur du puits - $H$	m	$H > 0$
2	Profondeur de la tête de puits - $D$	m	$D \geq 0$
3	Rayon externe des tuyaux - $r_o$	m	$r_o > 0$
4	Rayon interne des tuyaux - $r_i$	m	$r_i > 0$
5	Demi-distance entre les tuyaux d'un même puits- $D_s$	m	$D_s > 0$
6	Nombre de puits - $n_B$	-	$n_B \in \llbracket 2,150 \rrbracket$
7	Conductivité thermique du sol - $k_s$	kJ/h.m.K	$k_s > 0$
8	Capacité volumétrique du sol - $C_s = \rho_s C_{p_s}$	kJ/m <sup>3</sup> .K	$C_s > 0$
9	Température du sol non perturbé - $T_g$	°C	$T_g > -20$ °C

Tableau 4-16 : Paramètres du Type 263 (Suite)

10	Capacité thermique massique du fluide caloporteur - $C_{p_f}$	kJ/kg.K	$C_{p_f} > 0$
11	Densité du fluide - $\rho_f$	kg/m <sup>3</sup>	$\rho_f > 0$
12	Conductivité thermique du fluide - $k_f$	W/m.K	$k_f > 0$
13	Viscosité dynamique du fluide - $\mu_f$	kg/m.s	$\mu_f > 0$
14	Conductivité thermiques des tuyaux - $k_p$	W/m.K	$k_p > 0$
15	Taille d'un petit bloc - $BS_s$	-	$BS_s \in \llbracket 1,4320 \rrbracket$
16	Taille d'un bloc moyen - $BS_m$	-	$BS_m \in \llbracket 1,300 \rrbracket$
17	Taille d'un grand bloc - $BS_l$	-	$BS_l \in \llbracket 1,4380 \rrbracket$
18	Période d'attente pour un petit bloc - $WP_s$	-	$WP_s \in \llbracket 1,2160 \rrbracket$
19	Période d'attente pour un bloc moyen - $WP_m$	-	$WP_m \in \llbracket 1,180 \rrbracket$
20	Période d'attente pour un grand bloc - $WP_l$	-	$WP_l \in \llbracket 1,2400 \rrbracket$
21	Méthode analytique de la source de chaleur - $HS$	-	$HS \in \llbracket 1,3 \rrbracket$
22	Unité logique associée au fichier à lire - <i>File</i>	-	
Les paramètres 23 à 28 servent à générer la grille de noeuds pour le calcul des isothermes			
23	Abscisse du premier point de la grille - $x_{min}$	m	$x_{min} \in \mathbb{R}$
24	Abscisse du dernier point de la grille - $x_{max}$	m	$x_{max} \in \mathbb{R}$

Tableau 4-16 : Paramètres du Type 263 (Suite)

25	Nombre de points selon l'axe des abscisses - $n_x$	-	$n_x \in \llbracket 1,100 \rrbracket$
26	Ordonnée du premier point de la grille - $y_{min}$	m	$y_{min} \in \mathbb{R}$
27	Ordonnée du dernier point de la grille - $y_{max}$	m	$y_{max} \in \mathbb{R}$
28	Nombre de points selon l'axe des ordonnées - $n_y$	-	$n_y \in \llbracket 1,100 \rrbracket$
29	Nombre de branches parallèles - $l_{br}$	-	$l_{br} \in \llbracket 1,50 \rrbracket$
$\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$		Les paramètres suivants sont spécifiques à chaque branche $l$	
$29 + l$	Nombre de puits dans la branche $l$ - $n_l$	-	$n_l \in \llbracket 1,150 \rrbracket$
$29 + l_{br} + l$	Fraction du débit dans $l$ , charge- $FF_l^{(c)}$	-	$FF_l^{(c)} \in [0,1]$
$29 + 2l_{br} + l$	Fraction du débit dans $l'$ , décharge- $FF_{l'}^{(d)}$	-	$FF_{l'}^{(d)} \in [0,1]$

Le fichier identifié par *File* (voir la Figure 4-12 pour exemple) et rempli par l'utilisateur se présente sous la forme d'une matrice  $\mathbf{P}_{n_B}$  de taille  $n_B \times 2$ , les deux colonnes représentant respectivement l'abscisse et l'ordonnée des puits.

$$\mathbf{P}_{n_B} = ((x_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket} \mid (y_i)_{i \in \llbracket 1, n_B \rrbracket})_{n_B, 2}$$

À partir de ces coordonnées, le modèle calcule le vecteur  $\mathbf{P}_{4n_B}$  donnant les coordonnées des tuyaux de chaque puits puis la matrice  $\mathbf{d}^{(4n_B)}$  (telle que vue en 3.4.3.1) :

$$\mathbf{P}_{4n_B} = ((x'_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket} \mid (y'_i)_{i \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket})_{4n_B, 2}$$

$$\mathbf{d}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} \ddots & \cdots & \ddots \\ \vdots & d_{i,j} & \vdots \\ \ddots & \cdots & \ddots \end{pmatrix}_{(4n_B)}$$

$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket^2 \quad \begin{cases} i \neq j \Rightarrow d_{j,i} = d_{i,j} = \sqrt{(x_i' - x_j')^2 + (y_i' - y_j')^2} \\ i = j \Rightarrow d_{i,i} = r_o \end{cases}$$

Plusieurs vérifications de validité des paramètres sont effectuées, notamment le Type 263 envoie un message d'erreur si il s'avère qu'il existe un  $(i_0, j_0)$ ,  $i_0 \neq j_0$  tel que  $d_{i_0, j_0}$  soit plus petit que le diamètre d'un tuyau  $2r_o$ .

De plus, il faut vérifier que l'espacement entre les tuyaux est plus grand que le rayon des tuyaux, soit  $D_s \geq r_o$ , que les tuyaux sont cohérents, c'est-à-dire  $r_i \leq r_o$ .

Enfin les vérifications portant sur les branches évoquées par l'équation 3.4-3 sont effectuées : la somme du nombre de puits dans chaque branche doit être égal au nombre total de puits, et la somme des fractions du débit pour chaque branche doit être égal à 1 à la fois pour le circuit de charge et de décharge. Un message d'erreur est généré en cas de non-validité de la répartition du nombre de puits par branches ou du débit de fluide dans les branches.

#### 4.3.1.2 Variables d'entrée du Type 263

Tableau 4-17 : Variables d'entrée du Type 263

N°	Nom de la variable	Unité	Valeur
1	Température d'entrée du circuit de charge - $T_{in}^{(c)}$	°C	$T_{in}^{(c)} > -20$ °C
2	Température d'entrée du circuit de charge - $T_{in}^{(d)}$	°C	$T_{in}^{(d)} > -20$ °C
3	Débit massique de fluide caloporeur en charge- $\dot{m}^{(c)}$	kg/h	$\dot{m}^{(c)} \geq 0$
4	Débit massique de fluide caloporeur en décharge - $\dot{m}^{(d)}$	kg/h	$\dot{m}^{(d)} \geq 0$

#### 4.3.1.3 Variables de sortie du Type 263

Tableau 4-18 : Variables de sortie du Type 263

N°	Nom de la variable	Unité
1	Débit massique de fluide caloporteur en charge- $\dot{m}^{(c)}$	kg/h
2	Débit massique de fluide caloporteur en décharge - $\dot{m}^{(d)}$	kg/h
3	Température de sortie du circuit de charge - $T_{out}^{(c)}$	°C
4	Température de sortie du circuit de décharge - $T_{out}^{(d)}$	°C
$\forall l \in \llbracket 1, l_{br} \rrbracket$	Les variables suivantes sont spécifiques à une branche $l$	
$5 + l$	Température de sortie de la branche $l$ , charge - $T_{out}^{(c)} \Big _l$	°C
$5 + l_{br} + l$	Température de sortie, branche $l + l_{br}$ , décharge - $T_{out}^{(d)} \Big _{l+l_{br}}$	°C

#### 4.3.2 Calcul des isothermes

##### 4.3.2.1 Calcul des températures nodales

À partir des paramètres 23 à 28 du Type 263, une grille de nœuds est générée, ayant pour but de tracer les courbes isothermes du stockage. Soient :

$$\mathbf{x}^{nod} = (x_j^{nod})_{j \in \llbracket 0, n_x \rrbracket}, \mathbf{y}^{nod} = (y_i^{nod})_{i \in \llbracket 0, n_y \rrbracket}$$

$$x_j^{nod} = x_{min} + \frac{j}{n_x} (x_{max} - x_{min}), \quad y_i^{nod} = y_{min} + \frac{i}{n_y} (y_{max} - y_{min})$$

Les nœuds de la grille sont les  $n_{nod}$  points  $(N_{j,i})_{(j,i) \in \llbracket 0, n_x \rrbracket \times \llbracket 0, n_y \rrbracket}$  de coordonnées

$$(x_j^{nod}, y_i^{nod}), \quad \text{avec } n_{nod} = (n_x + 1) \times (n_y + 1)$$

### Méthode de calcul

Pour chacun de ces points, la température en ce nœud sera notée  $T_{i,j} = T(y_i^{nod}, x_j^{nod})$ .

La matrice à 3 dimension  $d^{node}$  est la matrice de taille  $(n_y + 1) \times (n_x + 1) \times 4n_B$  dont le terme général est  $d_{i,j,p}$  correspondant à la distance entre le nœud  $N_{j,i} = (x_j, y_i)$  et le centre du tuyau  $p$ , soit  $d^{node}(i, j, p) = \sqrt{(x_p - x_j^{nod})^2 + (y_p - y_i^{nod})^2}$ .

La température au nœud  $N_{j,i}$  est calculée uniquement au dernier pas de temps de la simulation, auquel cas on connaît à ce moment la valeur des taux d'extraction de chaleur  $(q_p)_{p \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$  pour tous les pas de temps précédents, ainsi que des paramètres de l'agrégation de Liu  $N_l, N_s, N_m$  et  $N_t$ . Ainsi la valeur de  $T_{i,j}$  est calculée par :

$$T_{i,j} = T_g + \sum_{p=1}^{4n_B} \Delta T_{p \rightarrow i,j} \quad (4.3-1)$$

où les  $\Delta T_{p \rightarrow i,j}$  sont calculés à partir des  $(q_p)_{p \in \llbracket 1, 4n_B \rrbracket}$ , ainsi que des  $h(t^*, d_{i,j,p})$  grâce à la méthode d'agrégation de Liu. (les  $t^*$  représentant les temps caractéristiques de l'agrégation).

La Figure 4-16 montre un exemple de courbes d'isothermes réalisé avec cette fonctionnalité du Type 263 sur un ensemble de 7 puits (Lecomte & Bernier, 2016).

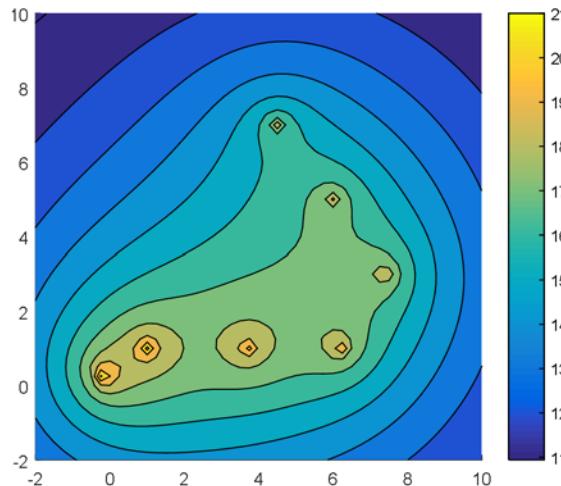


Figure 4-16 : Exemple de courbes d'isothermes fournies par le Type 263

#### 4.3.2.2 Restitution des données

Afin de permettre à l'utilisateur de tracer les isothermes du stockage, le Type 263 fournit la valeur des températures  $T_{i,j}$  avec les coordonnées des nœuds du stockage. Selon l'utilisation qui est prévue, 2 formats sont disponibles.

*3 colonnes*

Les données sont présentées dans un tableau  $\mathbf{U}_{nod}$  de taille  $n_{nod} \times 3$  qui se présente de la façon suivante :

$$\mathbf{X}_{nod} = \overbrace{\begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{X}_{n_x+1} \\ \vdots \end{pmatrix}}^{n_y+1 \text{ fois}}, \mathbf{X}_{n_x+1} = (x_j^{nod})_{j \in \llbracket 0, n_x \rrbracket}$$

$$\mathbf{Y}_{nod} = \overbrace{\begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{Y}_i \\ \vdots \end{pmatrix}}^{i \in \llbracket 0, n_y \rrbracket}_{n_{nod}}, \quad \mathbf{Y}_i = y_i^{nod} \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{n_x+1}$$

Pour un indice  $r_{i,j} = i * (n_x + 1) + j + 1$ , la ligne du tableau correspondante est :

$$U_{nod}(r_{i,j}) = (x_j^{nod} | y_i^{nod} | T_{i,j})$$

Ainsi la valeur de  $\mathbf{T}_{nod}$  correspondant à l'indice  $r_{i,j}$  est  $T_{i,j}$ , et :

$$\mathbf{U}_{nod} = (\mathbf{X}_{nod} | \mathbf{Y}_{nod} | \mathbf{T}_{nod})$$

*Matrice*

Les données sont restituées sous forme d'une matrice  $\mathbf{T}^{(nod)}$  de taille  $(n_y + 2) \times (n_x + 2)$  de la forme suivante :

$$\mathbf{T}^{(nod)} = \begin{pmatrix} 0 & x_0^{nod} & \dots & \dots & x_{n_x}^{nod} \\ y_0^{nod} & T_{0,0} & \dots & \dots & T_{0,n_x} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & T_{i,j} & \ddots & \vdots \\ y_{n_y}^{nod} & T_{n_y,0} & \ddots & \dots & T_{n_y,n_x} \end{pmatrix}_{n_y+2, n_x+2}$$

### 4.3.3 Vérification du Type 263

Un test est effectué pour vérifier la validité du Type 263. Pour ce faire, il est comparé au Type 272. Le champ de puits qui sera simulé par les deux Types 263 et 272 est inspiré de la géométrie du stockage de Brædstrup abordé en 1.1.2. Ce système est constitué de 48 puits d'une profondeur de 45 m et répartis sur 8 branches parallèles.

Cependant le Type 272 ne permet pas de simuler la totalité des 48 puits à 4 tuyaux (ce qui correspond à un total de 96 puits virtuels en charge et en décharge pour représenter tous les tuyaux). Seulement 4 branches du stockage seront simulées par le modèle, elles sont représentées en rouge sur la Figure 4-17.

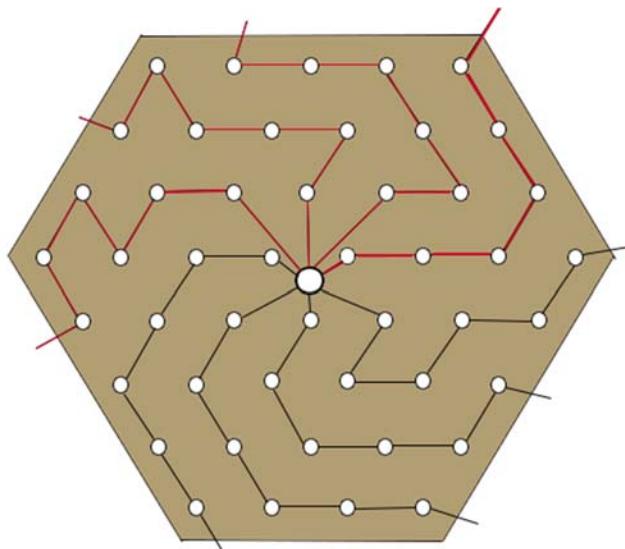


Figure 4-17 : Géométrie du système choisi pour le test de vérification du Type 263

La vérification sera effectuée en comparant les températures de sortie des différentes branches en charge et en décharge. Pour ce faire, les débits spécifiques à chaque branche sont ajustés sur des valeurs différentes de telle façon à avoir des différences de température importantes d'une branche à l'autre. Les paramètres de la simulation sont présentés dans le Tableau 4-18.

Tableau 4-19 : Paramètres du test de vérification du Type 263

$H$	45 m	$n_B$	24	$k_s$	1 W/m.K
$D$	3 m	$l_{br}$	4	$k_p$	0.4 W/m.K
$r_i$	0.013 m	$T_g$	10 °C	$k_f$	2 W/m.K
$r_o$	0.016 m	$C_s$	1728 kJ/m <sup>3</sup> .K	$\mu_f$	5 kg/m.h
$D_s$	0.0375 m	$C_{pf}$	4.18 kJ/kg.K	$\rho_f$	1000 kg/m <sup>3</sup>

Les paramètres spécifiques à chaque branche sont fournis par le Tableau 4-19.

Tableau 4-20 : Paramètres des branches pour la vérification du Type 263

Numéro de branche $l$	Nombre de puits $n_l$	$FF_l^{(c)}$	$FF_l^{(d)}$
1	6	0.35	0.35
2	6	0.15	0.15
3	6	0.3	0.3
4	6	0.2	0.2

Les variables d'entrée du test sont fournies par le Tableau 4-20. Le pas de temps utilisé est 1 h et la durée totale de la simulation est 1000 h.

Tableau 4-21 : Variables d'entrée pour la vérification du Type 263

$T_{in}^{(c)}$	40 °C	$\dot{m}^{(c)}$	1000 kg/h
$T_{in}^{(d)}$	5 °C	$\dot{m}^{(d)}$	1000 kg/h

Les tests sont effectués uniquement en considérant la solution de la Source Linéique Finie pour le Type 263. La Source Linéique Finie est également la méthode de simulation de la source de chaleur utilisée par le Type 272.

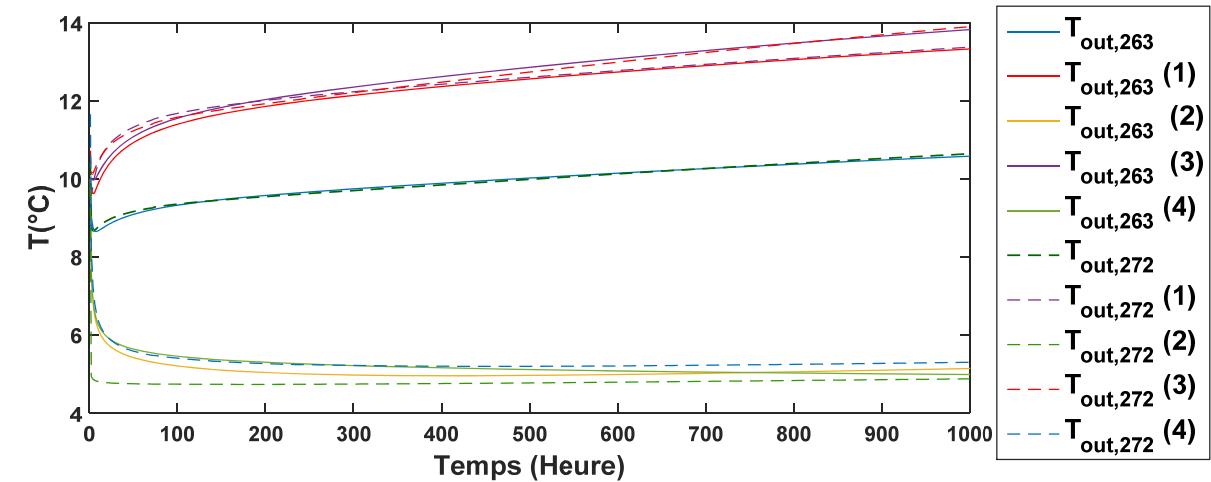


Figure 4-18 : Températures de sortie des Types 263 et 272. Branches en charge.

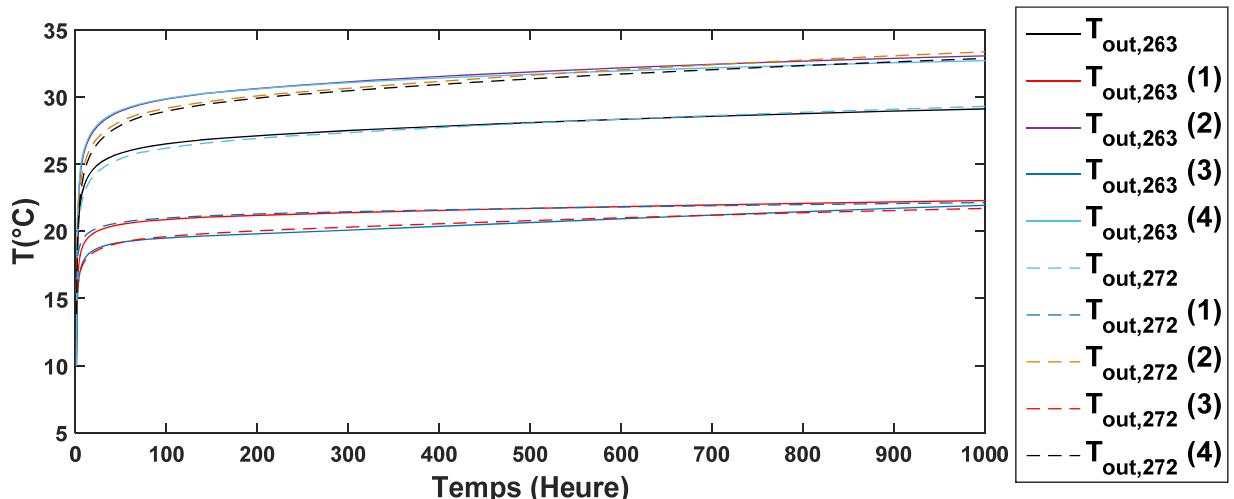


Figure 4-19 : Températures de sortie des Types 263 et 272. Branches en décharge.

Les résultats sont présentés dans la Figure 4-18, Figure 4-19 et Figure 4-20. De manière générale, il apparaît que l'accord entre les deux modèles est très bon. Cependant, il est notable que l'accord entre ces deux modèles est moins précis durant la période de transition qui suit le démarrage du test (c'est-à-dire le début de la circulation du fluide caloporteur).

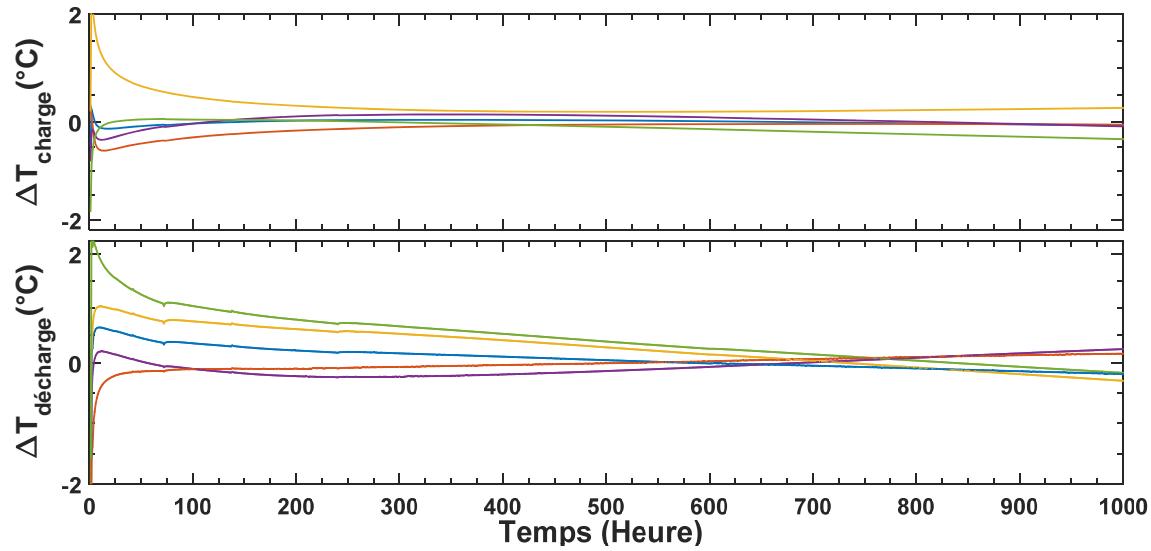


Figure 4-20 : Différence entre les Types 263 et 272. Toutes branches.

La valeur de la *RMSE* entre les deux modèles est présentée dans le Tableau 4-21, les indices représentent les différentes branches du circuit. La *RMSE* entre  $T_{in}^{(c)}$  et  $T_{out}^{(c)}$  vaut 30 °C et l'écart quadratique moyen entre  $T_{in}^{(d)}$  et  $T_{out}^{(d)}$  vaut 22.8 °C.

Tableau 4-22 : *RMSE* entre le Type 263 et le Type 272

$T_{out}^{(c)}$	0.043 °C (0.1%)	$T_{out}^{(d)}$	0.25 °C (1.1%)
$T_{out}^{(c)} _1$	0.15 °C (0.5%)	$T_{out}^{(d)} _8$	0.24 °C (1.1%)
$T_{out}^{(c)} _2$	0.36 °C (1.2%)	$T_{out}^{(d)} _7$	0.44 °C (1.9%)
$T_{out}^{(c)} _3$	0.11 °C (0.4%)	$T_{out}^{(d)} _6$	0.20 °C (0.9%)
$T_{out}^{(c)} _4$	0.16 °C (0.5%)	$T_{out}^{(d)} _5$	0.59 °C (2.6%)

Les valeurs de l'écart quadratique sont très faibles : inférieures à 0.5°C pour l'ensemble des données. Cela confirme que le Type 263 est un modèle valide au même titre que le Type 272, y compris pour simuler des circuits complexes comportant des branches parallèles de puits en série.

## CHAPITRE 5 APPLICATION DU TYPE 263

### 5.1 Présentation du système simulé

#### 5.1.1 Objectifs et disposition du système

L'objectif de cette étude est d'utiliser le Type 263 dans le cadre de la simulation d'un champ de stockage par puits géothermiques similaire à celui utilisé dans la communauté solaire de Drake Landing (1.1.1), il est inspiré des travaux de Verstraete (Verstraete, 2013). Il n'est pas question ici de reproduire un assemblage fidèle au fonctionnement de la communauté solaire de Drake Landing. En revanche, l'idée est de combiner la simulation du Type 263 avec un dispositif simplifié, comportant des capteurs solaires du côté de la charge des puits et un ensemble de maisons à chauffer du côté de l'extraction de chaleur. L'assemblage du système sous TRNSYS est présenté par la Figure 5-1.

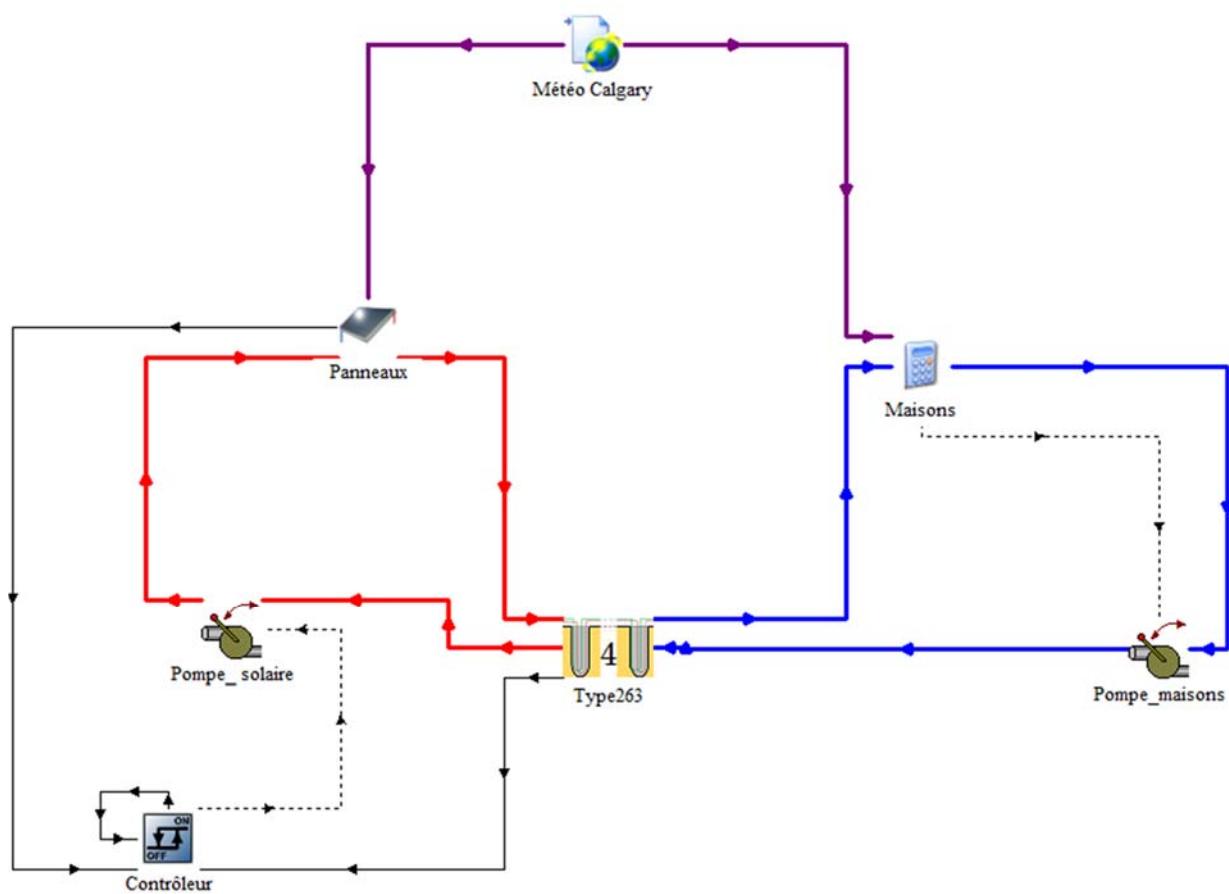


Figure 5-1 : Configuration du système étudié sous TRNSYS

La particularité introduite dans cette étude, grâce à l'utilisation du Type 263, est que le système simulé, à l'inverse de celui installé à Drake Landing qui utilise un système de stockage journalier dans une cuve de stockage, est constitué de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants

Pour cette raison, il est possible d'opérer simultanément la pompe du côté du circuit solaire ainsi que la pompe qui gère le chauffage des espaces dans les maisons, ce qui n'est pas possible dans le système réel. Cela permet d'évaluer l'impact de cette configuration sur les performances du stockage et de la communauté solaire.

### 5.1.2 Éléments de la boucle solaire

#### Stockage géothermique (Type 263)

Le stockage est simulé par le Type 263. Il est constitué d'un ensemble de 144 puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants. Ces 144 puits sont répartis sur 24 branches parallèles de 6 puits chacune et formant la géométrie présentée par la Figure 1-1.

Tel que montré à la Figure 5-2, les 144 puits sont espacés de 2.25 m. La position exacte des puits est renseignée par l'utilisateur au moyen d'un fichier externe donnant la matrice P (voir 4.3.1.1 et la Figure 4-12). Selon x, les puits sont répartis sur une distance de 29.25 m (de -13.5 m à 15.75 m) et selon y, ils sont répartis de -15.5 m à 11.25 m soit une distance totale de 26.75 m. La géométrie présente une symétrie mais elle n'est pas axisymétrique bien qu'elle soit simulée comme telle lorsque le modèle DST est utilisé pour simuler la communauté solaire de Drake Landing. Tel que montré schématiquement à la Figure 5-3, il y a deux circuits indépendants par branche. Pour le circuit de charge (en rouge), le sens de circulation est du centre (ligne en pointillé) vers la périphérie (droite de l'image) et le sens est inversé pour le circuit de décharge (en bleu). La Figure 5-2 montre l'emplacement des puits et des branches dans la simulation effectuée.

La température du sol non perturbé a pour valeur  $T_g = 5.7^\circ\text{C}$ . Les puits sont enterrés d'1 m et leur hauteur vaut  $H = 35$  m. Le sol a une conductivité thermique  $k_s = 1.68 \text{ W/m.K}$  et une capacité volumétrique  $C_s = 3400 \text{ kJ/m}^3\text{.K}$ .

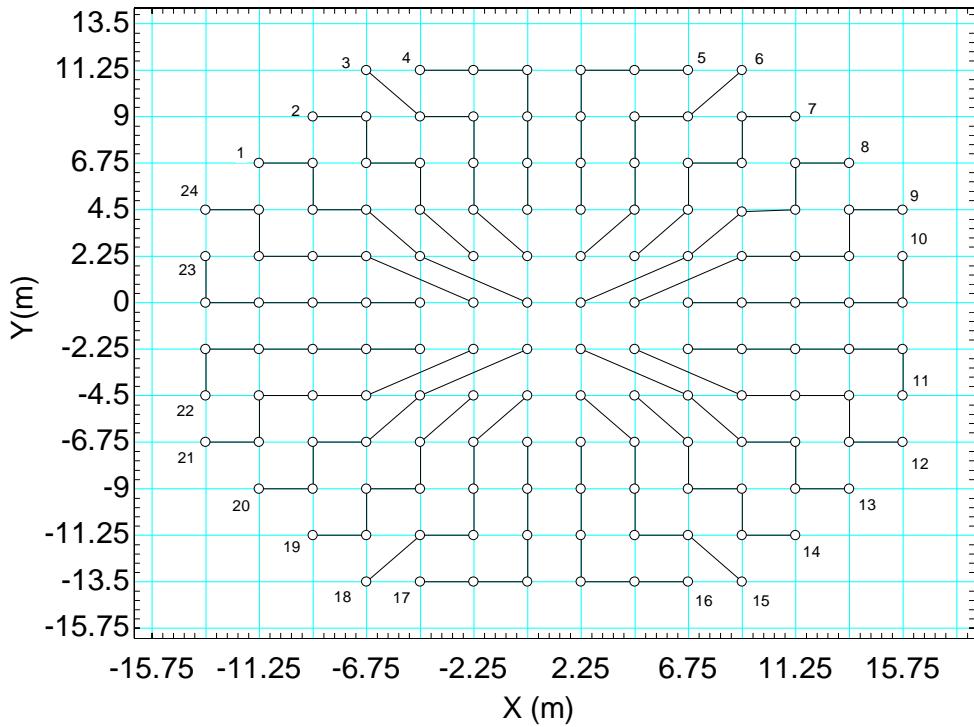


Figure 5-2 : Géométrie du champ de puits et position des branches

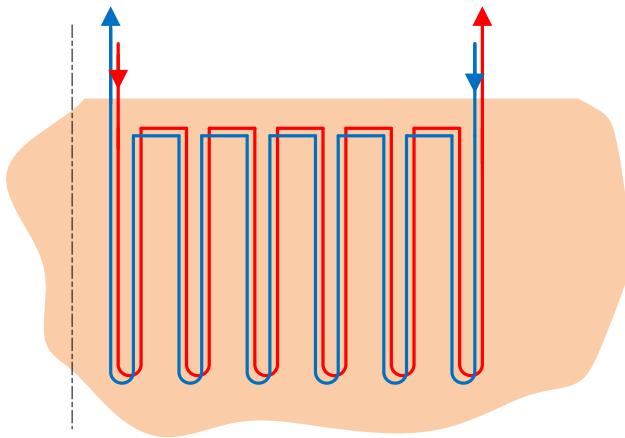


Figure 5-3 : Représentation schématique d'une branche indépendante de 6 puits

### Fichier météo (Type 15-3)

Le fichier météo utilisé dans la simulation correspond à la zone géographique la plus proche de Drake Landing, soit Calgary en Alberta. Le Type 15-3 permet de lire les fichiers météo de format .epw. Les données utilisés ici sont la température ambiante de l'air  $T_a$  ainsi que le rayonnement incident sur les capteurs qui est calculé par le Type 15-3 à partir des données météo ainsi que de la pente des capteurs et de leur azimut.

### **Panneaux solaires thermiques (Type 1a)**

Un total de 798 collecteurs solaires sont installés, ils ont chacun une surface de collecteur de  $2.873 \text{ m}^2$ . Le Type 1a utilisé pour les simuler permet de déterminer les gains thermiques pour la boucle solaire en fonction du rayonnement incident fourni par le fichier météo. La température de sortie des capteurs se déduit à partir des gains thermiques accumulés.

### **Pompe de circulation de la boucle solaire (Type 977)**

Cette pompe sert à la circulation du fluide caloporteur dans la boucle solaire, elle délivre un débit nominal de 8 L/s. Le fluide caloporteur a une densité  $\rho_f = 1025 \text{ kg/m}^3$  et une chaleur spécifique  $C_{p_f} = 3.64 \text{ kJ/kg.K}$ . La pompe de circulation est mise en marche par le contrôleur.

### **Contrôleur de la boucle solaire (Type 2b)**

Le contrôleur sert à commander le fonctionnement de la pompe de circulation de la boucle solaire. Pour cela, il compare la température en sortie des capteurs solaires avec la température en sortie du circuit de charge du stockage géothermique. La pompe se met en marche lorsque la différence entre ces températures dépasse  $10^\circ\text{C}$ , soit peu après le lever du soleil. La pompe s'arrête lorsque cette différence retombe en dessous de  $2^\circ\text{C}$ .

## **5.1.3 Éléments du circuit de chauffage des maisons**

### **Pompe de circulation des maisons (Type 977)**

Cette pompe sert à la circulation du fluide caloporteur dans le circuit qui alimente les maisons en chauffage, elle délivre un débit nominal de 6 L/s. Le fluide caloporteur de ce circuit est de l'eau qui a une densité  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$  et une chaleur spécifique  $C_{p_f} = 4.18 \text{ kJ/kg.K}$ . La pompe de circulation se met en marche uniquement quand il y a des besoins en chauffage dans les maisons.

### **Fichier météo (Type 15-3)**

Le fichier météo sert à renseigner la valeur de la température ambiante de l'air  $T_a$ , cette température est utilisée pour évaluer les pertes thermiques des maisons à travers leur enveloppe.

### Maisons (Fenêtre d'équations)

Comme dans le cas de Drake Landing, un ensemble de 52 maisons sont chauffées à l'aide du stockage géothermique. Le bilan d'énergie sur les maisons est réalisé à l'aide d'un ensemble d'équations. Tout d'abord, une période de préchauffage des puits est fixée à 6 mois. De fait, la chaleur n'est pas acheminée vers les maisons pendant les 4380 premières heures de la simulation.

Par la suite, les pertes thermiques des maisons sont évaluées par un modèle simple, sous la forme :  $Q_{maison} = UA(T_{eq} - T_a)$  où  $UA = 0.1676 \text{ W/K}$  et  $T_{eq} = 11.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Verstraete, 2013)

Un signal de contrôle  $CS$  (valant 0 ou 1) est lié à cette valeur  $Q_{maison}$  des pertes thermiques. Dès qu'il y a des pertes thermiques (c'est-à-dire  $Q_{maison} > 0$ ), ce signal prend la valeur 1 et met la pompe en marche.

La valeur totale des charges à combler est  $Q_{commun} = 52 \times Q_{maison}$ . Le bilan entre l'entrée des maisons et la sortie est donné par l'équation 5.1-1.

$$T_{out,maison} = CS \times (T_{in,maison} - Q_{commun}/\dot{m}C_{p_f}) \quad (5.1-1)$$

## 5.2 Système en fonctionnement classique

Les paramètres utilisés par le Type 263 pour ce test sont donnés par le Tableau 5-1.

Tableau 5-1 : Paramètres des tests

$H$	35 m	$n_B$	144	$k_s$	1.68 W/m. K
$D$	1 m	$l_{br}$	24	$k_p$	0.4 W/m. K
$r_i$	0.013 m	$T_g$	5.7 °C	$k_f$	2 W/m. K
$r_o$	0.016 m	$C_s$	3400 kJ/m³. K	$\mu_f$	5 kg/m. h
$D_s$	0.0375 m	$C_{p_f}$	3.64 kJ/kg. K	$\rho_f$	1025 kg/m³

Pour ces tests, chacune des 24 branches contient 6 puits en série et la fraction du débit total pour chaque branche est  $1/24 = 0.0416$ . Le pas de temps des simulations est 1 h.

### 5.2.1 Cas de référence : Simulation d'un an avec la SLF

Le premier test, noté Test a, consiste en une simulation du système durant une année complète à partir du 1<sup>er</sup> Janvier avec la SLF comme méthode de calcul de la source de chaleur. Les 6 premiers mois de l'année servent uniquement au préchauffage du stockage, de fait seule la pompe de la boucle solaire est en fonctionnement pendant cette période.

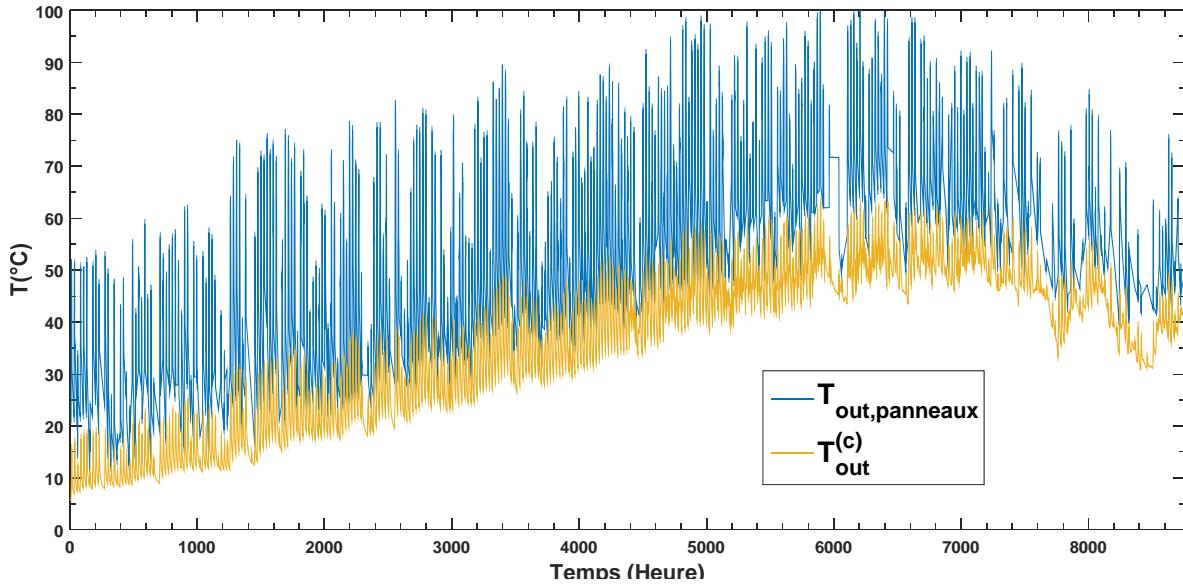


Figure 5-4 : Test a : Températures d'opération de la boucle solaire

La Figure 5-4 présente la température de sortie des panneaux et celle du stockage géothermique (soit la température moyenne de sortie des 24 branches de puits de charge). La température de sortie des panneaux est par conséquent la température d'entrée du stockage côté charge  $T_{in}^{(c)}$ , la température de sortie des puits du côté de la boucle solaire est notée  $T_{out}^{(c)}$ .

Les données ont été sélectionnées de manière à montrer la température en sortie des panneaux uniquement lorsque la pompe de circulation de la boucle solaire est en marche, c'est-à-dire quand le signal du contrôleur vaut 1.

Les courbes montrent comme prévu une nette tendance à l'élévation de température pendant la période de préchauffage ( $t \leq 4380$  h). En effet, la température de sortie des puits est comprise entre 5 °C et 15 °C en début d'année, et entre 35 °C et 53 °C au bout des 6 mois de préchauffage.

Cette tendance se poursuit pendant la période estivale ( $4380 \text{ h} < t \leq 6400 \text{ h}$ ) grâce à une conjonction entre des besoins faibles en chauffage et un ensoleillement plus abondant. La température de sortie est comprise à la fin de l'été entre 43 °C et 63 °C.

La tendance bascule vers une diminution de la température à partir de l'automne ( $t > 6400 \text{ h}$ ) en raison des besoins importants en chauffage des bâtiments. À la fin de l'année, la température de sortie oscille entre 31°C et 50°C.

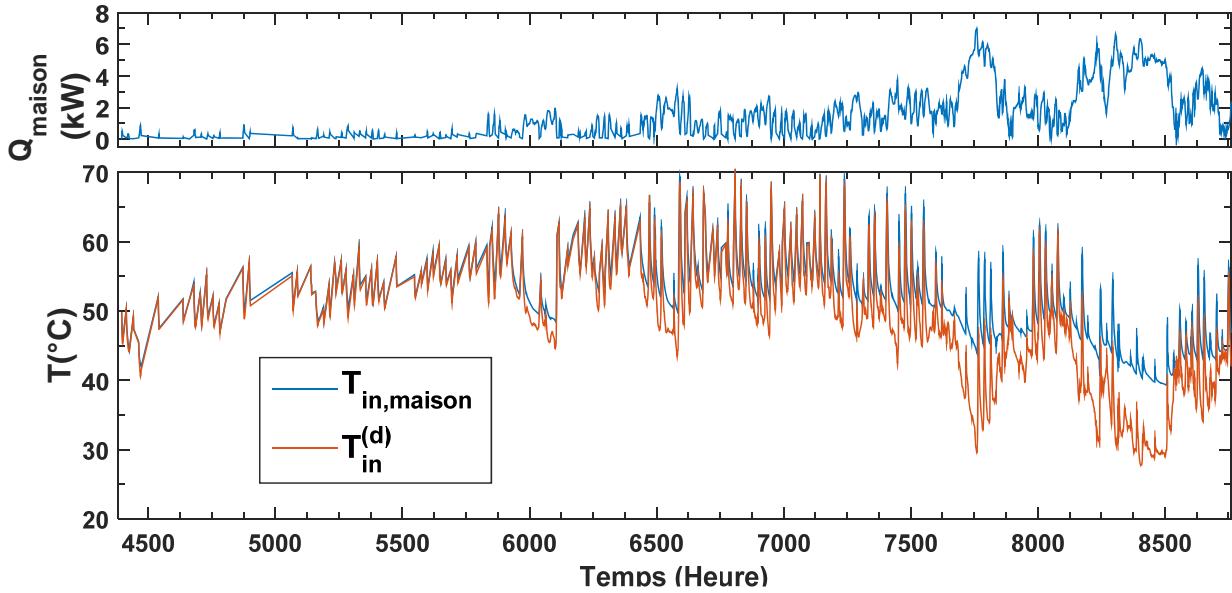


Figure 5-5 : Test a : Températures et charges de chauffage des maisons

La Figure 5-5 présente la température d'entrée et de sortie des maisons à l'issue de la période de préchauffage. Les données sont représentées uniquement lorsque la pompe de circulation de la boucle de chauffage est en fonctionnement, soit lorsque la charge en chauffage  $Q_{maison} > 0$ .

La température d'entrée des maisons est la température de sortie du stockage côté décharge  $T_{out}^{(d)}$ , la température d'entrée des puits du côté du circuit de chauffage est notée  $T_{in}^{(d)}$ .

Le fonctionnement du système est satisfaisant car le stockage permet de répondre aux besoins en chauffage des maisons, dans le même temps le fluide caloporteur de cette boucle reste dans une plage de température entre 30°C et 70°C. Cependant, ceci est attendu étant donné que la demande en chauffage des bâtiments n'est pas comblée pendant les 6 premiers mois de l'année qui constituent la période de préchauffage.

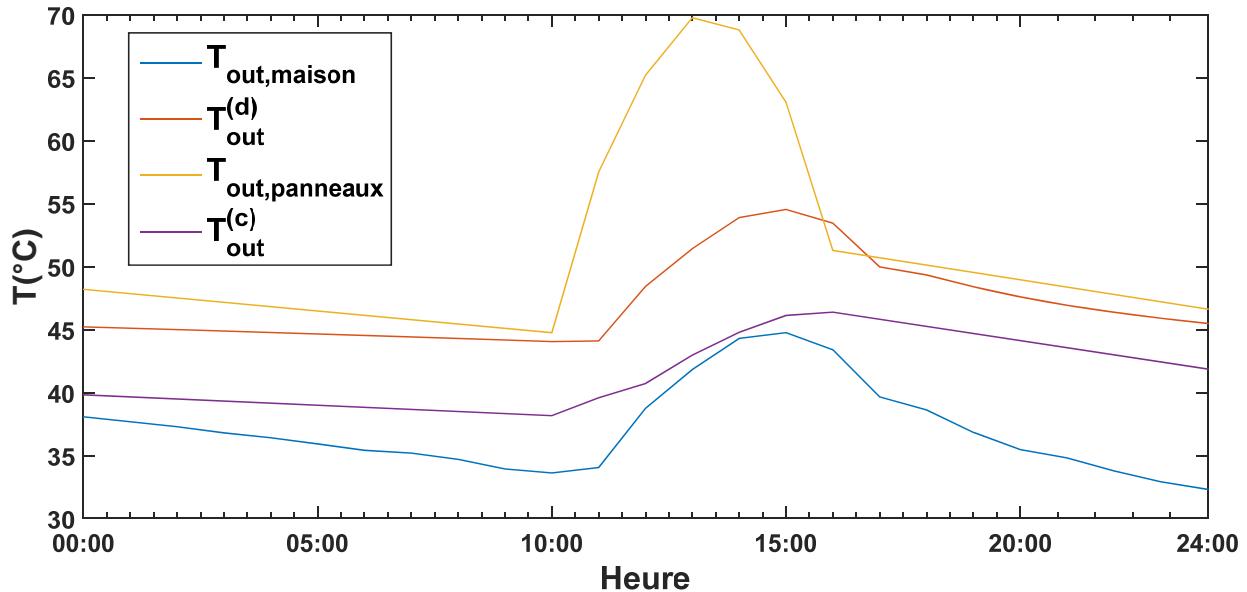


Figure 5-6 : Test a : Profil des températures du 10 Décembre

La Figure 5-6 montre l'évolution des températures sur la journée du 10 Décembre. Par conséquent, le climat de début d'hiver implique une demande constante de chauffage dans les bâtiments.

La pompe de circulation côté maisons est en fonctionnement permanent. La pompe de circulation côté solaire se met en marche à 10h.

La température en sortie des capteurs solaires vaut 45 °C à 10h, elle atteint un pic de 70 °C à 13h et redescend à 51 °C en fin de journée (16h). La température de sortie du stockage dans la boucle solaire connaît une augmentation constante durant la journée. Elle vaut 38 °C à 10h et 46 °C à 16h.

La température du fluide en sortie du stockage dans la boucle de chauffage des maisons vaut 44 °C à 11h, connaît un pic de 55 °C à 15h et diminue pour atteindre 50 °C à 17h. La température du fluide en sortie des maisons vaut 34 °C à 11h, connaît un pic de 45 °C à 15h et diminue pour atteindre 40 °C à 17h.

Il apparaît que les variations de températures du fluide dans la boucle de chauffage des maisons reproduisent au cours d'une journée celles observées à la sortie des capteurs. L'amplitude de ces variations est moindre (15 °C contre 25 °C) et ces variations sont différées dans le temps (d'une heure). Cela peut être expliqué par des phénomènes de court-circuit au sein d'un même puits entre les tuyaux de charge et de décharge.

Par conséquent, le fluide caloporeur de la boucle de chauffage des maisons se réchauffe à la fois en collectant la chaleur du stockage géothermique et en collectant la chaleur apportée dans le stockage par le fluide caloporeur de la boucle solaire.

La Figure 5-7 montre schématiquement le bilan des températures à midi le 10 Décembre à partir des données précédentes.

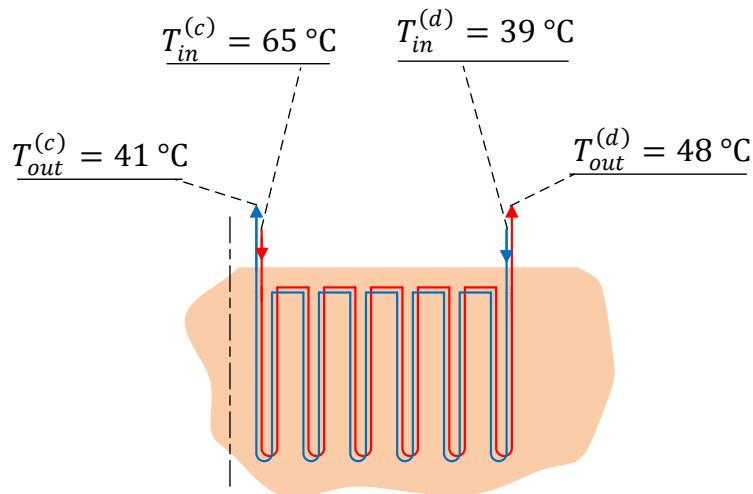


Figure 5-7 : Test a : Bilan des températures à midi le 10 Décembre

### 5.2.2 Comparaisons des cartographies de température du stockage

Les performances du stockage peuvent également être évaluées en traçant la cartographie thermique du stockage à l'aide du calcul de la température du sol réalisé par le Type 263. Le stockage est représenté par une grille de  $40 \times 40$  nœuds qui couvrent le rectangle  $[-16.5, 18.75]_x \times [-16.5, 14.25]_y$ . Les 24 branches de puits sont tracées et numérotées sur les courbes. Ceci permet d'établir la correspondance entre la disposition des puits et le profil de température du sol au sein du stockage.

Trois résultats de tests différents sont présentés par la Figure 5-8 et le champ de température au sein du stockage est comparé pour ces trois tests :

- Test a : Cas de référence SLF, 1 an : Figure du haut
- Test b : SLF, 3 ans : Figure du milieu
- Test c : SCI, 3 ans : Figure du bas

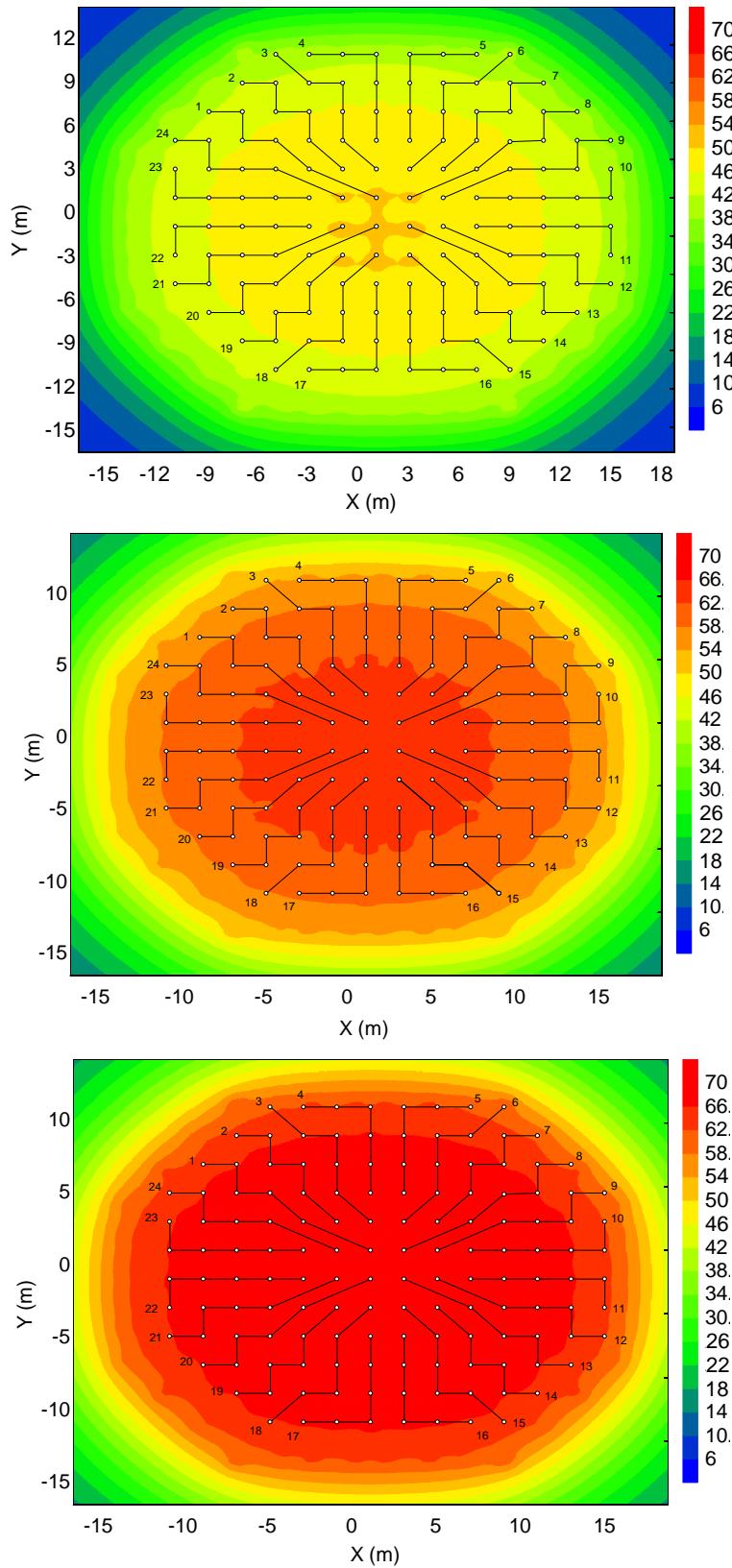


Figure 5-8 : Cartographie thermique du stockage selon les 3 tests effectués

L'analyse de chacune des figures de cartographie thermique correspondant à chacun des tests permet de faire deux constats généraux.

Tout d'abord, la géométrie symétrique observée par la disposition des puits du stockage permet de retrouver de manière similaire la même symétrie sur la répartition de la température au sein du stockage. En effet, les isothermes du stockage sont de forme elliptique.

De plus, la disposition des circuits de puits permet d'alimenter le circuit de charge en entrant par le centre et en sortant par les extrémités, elle permet d'alimenter le circuit de décharge dans le sens opposé. C'est notamment cela qui entraîne la stratification radiale de la température au sein du stockage, celle-ci est souhaitable notamment pour limiter les pertes thermiques aux extrémités du stockage et pour alimenter la température la plus chaude aux maisons.

Entre les tests a et b, correspondant aux deux cas simulés par la SLF pour une durée respective de 1 an et 3 ans, les différences sont notables.

Il apparaît que la perturbation de température dans le sol s'élargit progressivement en dehors des limites du volume de stockage au fil du temps. La température au sein du stockage augmente de manière générale, elle se situe entre 30 °C et 50 °C dans le premier cas et entre 45 °C et 65 °C au bout de la 3<sup>ème</sup> année. Le bilan entre l'énergie accumulée et l'énergie utilisée pour le chauffage des maisons est positif sur une année. Cela peut également être observé sur la Figure 5-9 qui présente l'évolution de la température des capteurs sur les 3 ans.

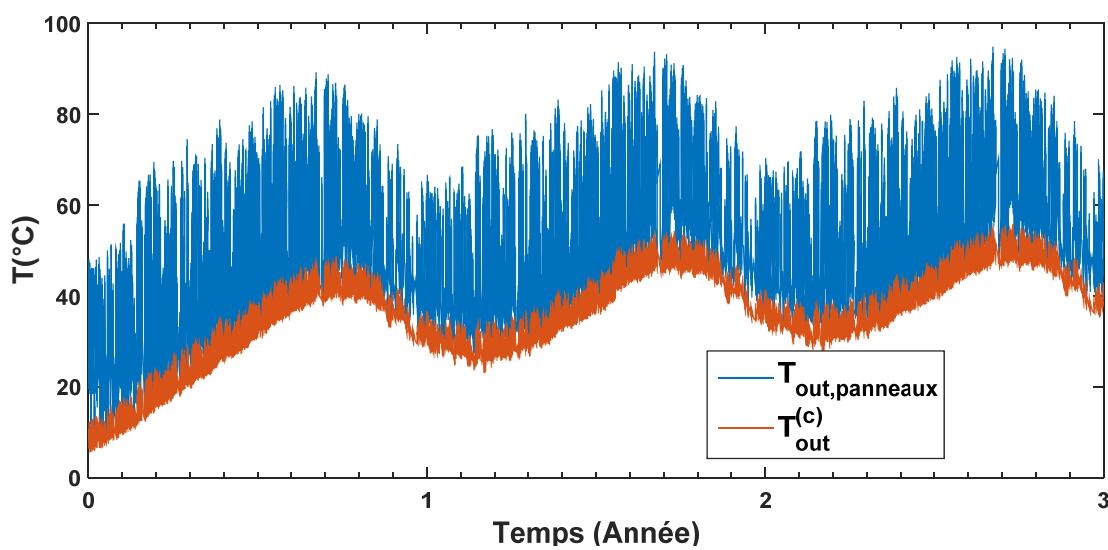


Figure 5-9 : Test b : Températures d'opération de la boucle solaire

En effet, la courbe de la Figure 5-9 montre une augmentation année après année de la température de sortie du stockage, ce qui correspond aux profils observés dans les courbes d'isothermes. La valeur de la température de sortie au point le plus froid de l'année 2 (mois de Février) est comprise entre 24°C et 30°C. Pour l'année 3, elle est comprise entre 29°C et 35°C.

Dans les deux cas de tests a et b, des déformations par rapport à la forme elliptique des isothermes sont observables, il apparaît qu'elles se superposent à la position d'un puits central, en effet la variation de température dans la proximité immédiate d'un puits est bien plus accentuée. Cela se traduit numériquement par la valeur des facteurs de réponse thermique.

Enfin, une importante différence est observable dans la température du stockage entre les tests b et c, c'est-à-dire les tests d'une durée de 3 ans effectués respectivement avec les méthodes de la SLF et de la SCI. Entre autres, la méthode de la SCI calcule une isotherme centrale (c'est-à-dire à la température la plus haute) qui a un rayon deux fois plus important que dans le cas de la SLF. Cela montre l'importance de la précision de la méthode de source de chaleur utilisée. En effet, la méthode de la SLF est nettement plus précise car elle tient compte de la taille des puits et des effets de bord, en particulier les transferts de chaleur axiaux vers le haut et le bas du volume de stockage

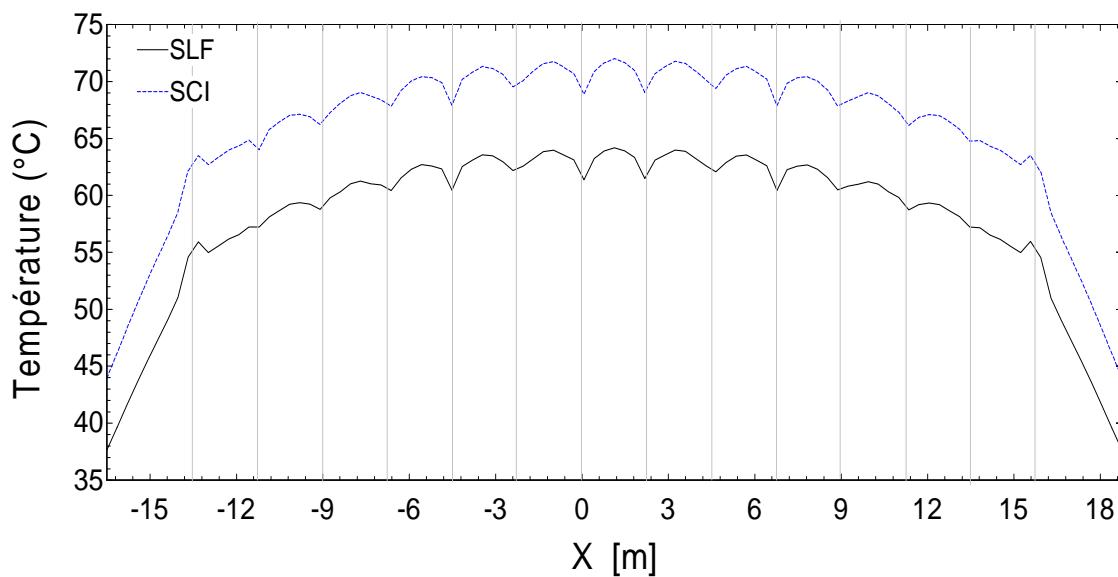


Figure 5-10 : Test b et c : Profil de température selon l'abscisse

Un test de comparaison a été effectué à nouveau entre les cas de figures correspondant aux tests b et c. Le nombre de noeuds de la simulation est fixé à  $100 \times 2$ . L'objectif de ce test est de tracer un profil de la température en fonction de l'abscisse au niveau  $y = 0$  qui correspond à l'axe de symétrie horizontal du puits. Le résultat est présenté dans la Figure 5-10 où les barres verticales indiquent la présence d'un puits.

Le profil de température observé correspond à la dernière heure de la simulation, soit 23h le 31 Décembre. D'une part il n'y a donc pas de charge de chaleur du côté de la boucle solaire. D'autre part, il y a une demande en chauffage des bâtiments. Il est donc logique d'apercevoir des creux sur ces profils de température. Les creux correspondent à des emplacements proches des puits du réseau, pour lesquelles le profil des charges accumulées sur les dernières heures implique une diminution de la température locale. La différence entre les résultats fournis par les deux modèles est quasi-constante, d'une valeur de  $10^{\circ}\text{C}$ . Finalement, il est intéressant de constater l'ampleur du gradient thermique aux deux extrémités. Pour la SLF, ce gradient est de l'ordre de  $grad_T = 5.3^{\circ}\text{C}/\text{m}$ . Si le rayon du stockage peut être estimé à  $r_{BTES} = 14.6 \text{ m}$  (moyenne entre 13.5 m et 15.75 m) et avec  $k_s = 1.68 \text{ W}/\text{m.K}$ , cela se traduit par une perte de chaleur par la périphérie du stockage  $Q = k_s(\pi r_{BTES}^2)grad_T$ , d'un ordre de grandeur de 6 kW.

Il est à noter que les calculs effectués par le Type 263 sont relativement longs, le temps de calcul est approximativement (selon la vitesse du processeur) de 1 seconde par pas de temps. Soit environ 2h30 pour une année complète de simulation ou 1 jour pour 10 ans de simulations.

### 5.3 Simulation de défauts : branches inactives

Le test d permet d'estimer l'impact de défauts de fonctionnement sur l'efficacité du stockage et de mettre en évidence un des avantages du Type 263. Ainsi l'exemple représenté comprend le même assemblage que précédemment et est simulé avec les mêmes caractéristiques que le test a. À la différence qu'il y a un total de 8 branches dans lesquelles aucun fluide ne circule. Ces branches sont les suivantes : branches de charge 21-22-23-24 et branches de décharge 1-2-3-4. Ainsi chaque branche restante comprend 1/20<sup>e</sup> du débit total de fluide.

La Figure 5-11 présente les résultats de cette simulation.

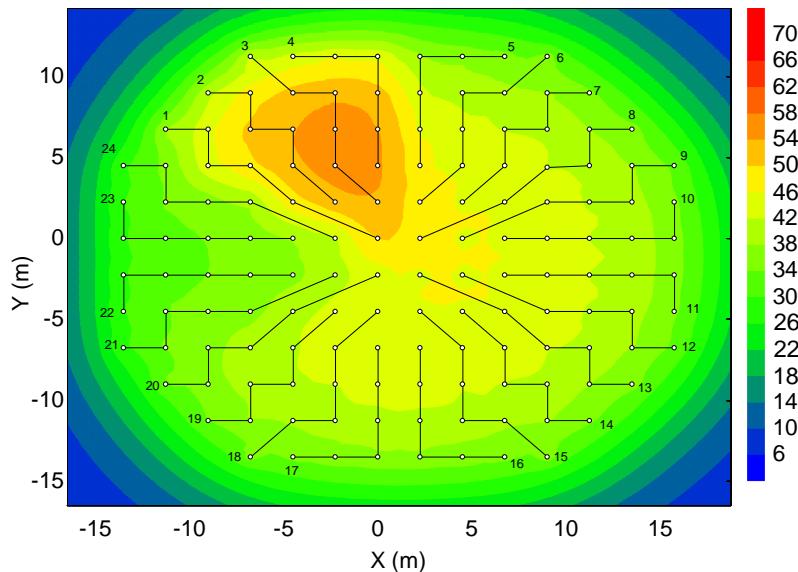


Figure 5-11 : Test d : Simulation de défauts

La première remarque sur l'impact de ces dysfonctionnements est générale, il apparaît que le défaut de fonctionnement de ces 8 branches entraîne une diminution importante de la température maximale du stockage (en son milieu). En effet, dans le cas du test a, cette température se situe entre 46°C et 50°C, dans le cas du test d, elle est située entre 30°C et 34°C.

Ensuite, la conséquence sur le profil de température à l'intérieur du stockage est identifiable. En effet, le non fonctionnement des branches 21-22-23-24 implique que la température dans cette zone est plus faible qu'aux alentours (en moyenne 2 à 4°C plus faibles que pour les autres branches fonctionnelles). L'effet inverse est remarquable pour les branches 1-2-3-4 de décharge, car la température dans la zone correspondant à ces branches est plus élevée que celle des branches fonctionnelles (4 à 6°C plus élevée).

## CONCLUSION

Cette étude a présenté une suite évolutive de modèles développés dans l'environnement TRNSYS et ayant pour objectif la modélisation et la simulation de puits géothermiques en série. Au total, ce sont trois modèles qui ont été développés :

- Le Type 261, qui permet la simulation de deux puits en série avec simple tube en U
- Le Type 262, qui permet la simulation d'un nombre quelconque de puits en série avec simple tube en U.
- Le Type 263, qui permet la simulation de stockage géothermique composé d'un ensemble de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants, qui peuvent adopter une configuration mixte comportant plusieurs branches parallèles de puits en série.

## Accomplissements

### *Contributions de la présente étude*

En s'appuyant sur l'étude exhaustive qui a été menée dans la revue de littérature, il a été possible d'exhiber des lacunes des modèles existants de puits en série. Notamment le manque de flexibilité d'un modèle tel que le DST est remise en question, car il n'est pas possible de choisir la géométrie du champ de puits simulé et donc d'évaluer l'influence de celle-ci sur les performances du stockage. La rapidité des calculs était également un critère important à respecter.

Ces critères ont abouti à l'élaboration d'un modèle simple pour la simulation de puits en série. Celui-ci est basé sur un système d'équations linéaire obtenues en effectuant des bilans d'énergie sur chaque puits du stockage, sans utiliser de discréétisation axiale de ces puits. Les hypothèses principales du modèle sont le transfert thermique dans les conduites horizontales qui est négligé ainsi que l'uniformité de la température du fluide et des charges thermiques au sein d'un même puits.

La contribution principale de ce modèle repose sur le fait que le Type 263 permet d'obtenir une représentation de la cartographie thermique du stockage sous forme d'isothermes au temps final de la simulation. Cela permet notamment de vérifier si la température au sein du stockage forme une stratification radiale, ce qui est préférable pour diminuer le gradient de température et ainsi limiter les pertes thermiques aux limites du stockage.

Les tests menés sur un ensemble de 144 puits, similaire à l'installation de Drake Landing en Alberta, a permis de mettre en avant l'utilité du modèle. Notamment pour évaluer les performances d'un tel système vis-à-vis de la surface de capteurs solaires disponible ainsi que la quantité de maisons auxquelles il faut fournir du chauffage.

La simulation a également permis d'étudier l'impact du dysfonctionnement d'une partie des équipements sur la température du stockage. Par exemple, la conséquence d'une obstruction d'une voire plusieurs branches de puits du stockage.

### *Vérification du modèle*

Chaque modèle a été vérifié en utilisant une comparaison inter-modèles. Ainsi il a été comparé à des modèles existants qui ont été étudiés dans la revue de littérature.

Le Type 261 a été comparé avec le Type 201, le Type 272 et le modèle DST. L'accord entre le Type 261 et ces autres modèles s'est révélé excellent (erreur relative inférieure à 1%)

Le Type 262 a été comparé avec le Type 272, à nouveau pour un accord très bon. (erreur relative inférieure à 2%)

Le Type 263 a été comparé avec le Type 272. L'accord entre les deux modèles est toujours très satisfaisant (erreur relative inférieure à 3%)

### **Recommandations**

Certains aspects du modèle peuvent être améliorés afin de restituer une simulation plus fidèle à la réalité.

Il est possible d'envisager un modèle qui permet encore plus de flexibilité à l'utilisateur, notamment en diversifiant les variables que l'utilisateur peut renseigner. Le fluide caloporteur peut être différent entre le circuit de charge et de décharge. De fait, il serait intéressant de pouvoir considérer deux fluides différents. De même, le débit de fluide caloporteur pourrait être spécifiquement choisi par l'utilisateur pour chaque branche du circuit.

La méthode analytique de source de chaleur est nécessaire à l'efficacité des calculs du modèle. En revanche, le modèle de la Source Linéique Finie ne permet pas de décrire tous les cas de figures réels. En effet, le calcul de la SLF est déterminé à partir d'une hypothèse de départ qui est une condition de température uniforme à la surface du sol. Cependant, certains champs de puits

géothermiques ont en réalité des puits enterrés avec une frontière adiabatique avec le sol. Il serait bénéfique d'introduire une méthode supplémentaire permettant la simulation de ces cas de figure.

Parmi certains des modèles envisagés, l'influence de la capacité thermique des éléments du puits comme le fluide et le coulis est prise en compte pour les périodes transitoires. Le TRCM (Pasquier & Marcotte, 2012) peut être une source d'inspiration. Même si cet aspect possède moins d'importance vis-à-vis d'une problématique de stockage sur le long terme. Il serait préférable de développer un modèle qui en tient compte, mais il s'agit également de conserver un modèle qui soit efficace en terme de temps de calculs.

Les modèles de capacité thermique nécessitent généralement une discréétisation axiale des puits. Dans le même temps, il serait donc intéressant de proposer un modèle tridimensionnel. Cela serait notamment intéressant pour avoir une représentation 3D de la température du sol au sein du stockage. Cela pourrait être réalisé en segmentant les puits et en appliquant la SLF sur chaque segment.

Afin d'évaluer l'efficacité du stockage, la cartographie thermique est intéressante mais elle mérite d'être complétée par une méthode d'évaluation des pertes thermiques. Dans un premier temps, un modèle simple unidimensionnel de pertes de chaleur radiale peut être déduit de la conductivité thermique du sol ainsi que du gradient de température (donc de la répartition de température selon les noeuds du stockage). Dans le cas d'un modèle tridimensionnel, il est également possible de considérer de manière similaire les pertes thermiques selon la profondeur.

Il faut réduire le temps de calcul. Une des avenues possible est d'effectuer les calculs selon deux échelles de temps de manière similaire au modèle DST. Ainsi l'interaction thermique entre les voisins immédiats pourrait être calculée à chaque pas de temps alors que pour les puits lointains, l'interaction thermique pourrait être évaluée sur une échelle de temps plus grande. Il faudrait pour cela également évaluer la sensibilité du modèle en fonction du pas de temps choisi.

Enfin, il importe de pouvoir également valider de tels modèles par le biais de tests expérimentaux. La littérature offre trop peu de tests expérimentaux sur ce type de configurations et la validation expérimentale de tels modèles reste indispensable pour affirmer la crédibilité de ces modèles.

## BIBLIOGRAPHIE

- Abramovitz, M. & Stegun, I., 1964. *Handbook of Mathematical Functions..* Applied Mathematics Series: National Bureau of Standards .
- Banks, D., 2012. *An Introduction to Thermogeology: Ground Source Heating and Cooling, 2nd edition, Chapter 9.6.5.*:Wiley-Blackwell.
- Bernier, M. & Cauret, O., 2014. *Modeling of short geothermal boreholes in series with experimental validation.* Montréal, QC, Canada, 11th IEA Heat Pump Conference (May 12-16 2014), p. Paper O.1.3.3.
- Bernier, M., Labib, R., Pinel, P. & Paillet, R., 2004. A Multiple load aggregation algorithm. *Int. J. of Heating, Ventilating, Air-Conditioning and Refrigeration Research*, 10(4), pp. 471-487.
- Carslaw, H. & Jaeger, J., 1946. *Conduction of heat in solids (2nd ed.).* Oxford: Clarendon Press.
- Chapuis, S., 2009. *Stockage thermique saisonnier dans un champ de puits géothermiques verticaux en boucle fermée*, Montréal, Québec, Canada: Mémoire de maîtrise recherche,École Polytechnique de Montréal.
- Cimmino, M., Bernier, M. & Cauret, O., 2013. *Validation d'un modèle pour la simulation de capteurs géothermiques compacts.*XIème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermiques des Systèmes, Reims.
- Cimmino, M. & Eslami-Nejad, P., 2016. A simulation model for solar assisted shallow ground heat exchangers in series arrangement. *Energy and Buildings*.
- Claesson, J., Eftring, B., Hellström, G. & Johansson, S., 1981. *Duct storage model cylindrical.* Lund (Suède): Dep. of mathematical and physics, Lund Institute of Technology..
- Claesson, J. & Javed, S., 2011. An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time scales from minutes to decades. *ASHRAE Transactions*, 117(2), pp. 279-288.
- Cui, P., Diao, N., Gao, C. & Fang, Z., 2015. Thermal investigation of in-series vertical ground heat exchangers for industrial waste heat storage. *Geothermics*, Volume 57, pp. 205-212.

Diao, N., H., Zeng & Fang, Z., 2004. Improvement on modelling of heat transfer in vertical ground heat exchangers. *Int. J. of Heating, Ventilating, Air-Conditioning and Refrigeration Research*, pp. 459-470.

DLSC, 2006. *Drake Landing Solar Community*. [En ligne] Available at: <http://www.dlsc.ca/>

Eslami-Nejad, P. & Bernier, M., 2011. Coupling of Geothermal Heat Pumps with Thermal Solar Collectore Using Double U-tube Boreholes with Two Independent Circuits. *Applied Thermal Engineering*, 31(14-15), pp. 3066-3077.

Gnielinski, V., 1976. New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *International Chemical Engineering*, Volume 16, pp. 359-368.

Godefroy, V. & Bernier, M., 2014. *A simple model to account for thermal capacity in boreholes*. Montréal.

Green, G., 1828. *An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*. Nottingham: T. Wheelhouse.

Hellström, G., 1991. *Ground Heat Storage: Thermal Analysis of Duct Storage Systems*, Université de Lund: Suède.

Ingersoll, L. & Plass, H., 1948. Theory of the Ground Pipe Heat Source for the Heat Pump. *Heating, Piping & Air Conditionning*, Volume 20, pp. 119-122.

Ingersoll, R., L., Zobel, O. J. & Ingersoll, A. C., 1948. *Heat Conduction: With Engineering, Geological, and Other Applications*. New-York: McGraw-Hill.

Lamarche, L., 2009. A fast algorithm for the hourly simulations of ground-source heat pumps using arbitrary response factors. *Renewable Energy*, Volume 34(10), pp. 2252-2258.

Lecomte, C. & Bernier, M., 2016. *Modélisation et simulation de puits géothermiques en série pour stockage saisonnier*. McMaster University, Hamilton,ON.

Liu, X., 2005. *Development and Experimental Validation of Simulation of Hydronic Snow Melting Systems for Bridges*, s.l.: Oklahoma State University, OK, USA.

Marcotte, D. & Pasquier, P., 2008. Fast fluid and ground temperature computation for geothermal ground-loop heat exchanger systems. *Geothermics*, Volume 37, pp. 651-665.

- Marcotte, D. & Pasquier, P., 2014. Unit-response function for ground heat exchanger with parallel, series or mixed borehole arrangement. *Renewable Energy*, Volume 68, pp. 14-24.
- Pasquier, P. & Marcotte, D., 2012. Short-term simulation of ground heat exchanger with an improved TRCM. *Renewable Energy*, Volume 46, pp. 92-99.
- Veillon, F., 1972. *Quelques nouvelles méthodes pour le calcul numérique de la transformée inverse de Laplace*, s.l.: Université de Grenoble, France.
- Verstraete, A., 2013. *Étude d'une Communauté Solaire avec Stockage Thermique Saisonnier par Puits Géothermiques*, Montréal, Québec.
- Zeng, H., N., Diao & Fang, Z., 2002. A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchangers. *Heat Transfer - Asian Research*, 31(7), pp. 558-567.