UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE 3D DE L'APPARITION DU GALOP EN ROTATION SUR DES CORPS ÉPAIS

JEAN-BAPTISTE FRIGO
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
AOÛT 2016

© Jean-Baptiste Frigo, 2016.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE 3D DE L'APPARITION DU GALOP EN ROTATION SUR DES CORPS ÉPAIS

présenté par : FRIGO Jean-Baptiste
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. ÉTIENNE Stéphane, Doctorat, président
M. PELLETIER Dominique, Ph. D., membre et directeur de recherche
M. HAY Alexander, Ph. D., membre et codirecteur de recherche
M. GOSSELIN Frédérick, Doctorat, membre

DÉDICACE

À ma grand-mère ...

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Dominique Pelletier pour m'avoir permis de travailler avec lui au cours de cette maîtrise. Je tiens à le remercier pour ses conseils et sa bonne humeur.

Je remercie aussi Alexander Hay qui m'a encadré tout au long de ma maîtrise, pour ses réponses à mes questions stupides et aussi pour les discussions football entre deux simulations.

Je remercie mes parents et ma famille qui m'ont toujours soutenu depuis que j'ai quitté la maison pour devenir ingénieur. Je tiens aussi à remercier tous les élèves que j'ai cotoyé : les deux GMC : Martin et Adrien, ainsi que Jacques, Victor, Étienne et Francis. Merci à Valentin, Mathieu, Inès, Pierre, Alexis, Romain, Elisa et à tous mes coéquipiers du Celtique de Montréal qui m'ont permis de respirer quand je me noyais sous les éléments finis.

Je remercie enfin Sara pour avoir été à mes côtés quand tant de kilomètres nous séparaient et pour avoir eu le courage de me suivre au Canada. Merci de m'avoir fait rire et de m'avoir écouté quand je parlais de cylindres carrés qui tournent ces deux dernières années.

RÉSUMÉ

L'Étude du galop en rotation est un sujet de recherche intéressant pour de nombreux domaines de l'industrie car ce phénomène est à l'origine de nombreux accidents. Il s'agit en effet de vibrations de grandes amplitudes dues à une instabilité créée par le couplage entre le mouvement du solide et les forces d'un fluide agissant sur la structure. À l'heure actuelle, la seule façon de prédire son apparition est de réaliser des simulations numériques coûteuses d'interactions fluide-structure ou d'effectuer des tests expérimentaux. Il n'y a pas de modèle théorique simplifié satisfaisant qui permettrait aux industries de prédire l'apparition du galop sur leurs structures de façon simple et sûre. De plus, les études numériques du galop en rotation prennent rarement en compte les aspects tri-dimensionnels du problème afin de diminuer les temps de calculs. Pourtant ces aspects sont à considérer pour se rapprocher des problèmes industriels. Dans ce mémoire nous avons utilisé une méthode numérique pour simuler des problèmes d'écoulements tri-dimensionnels autour d'un cylindre carré statique ou en mouvement. Dans le cas d'un cylindre en mouvement, la méthode numérique permet d'effectuer le couplage fort entre les forces fluides et le déplacement du cylindre. Cette méthode numérique a été rigoureusement vérifiée afin d'assurer la fiabilité de nos résultats qui ne peuvent pour l'instant pas être comparés à beaucoup d'études antérieures. Nous avons validé la méthode numérique sur d'autres cas à cause du manque d'études sur le sujet. Nos prédictions de forces éxercées par le fluide sur le cylindre statique viennent donc étoffer la littérature à ce sujet. Les prédictions du moment pour des écoulements tri-dimensionnels sont des informations importantes pour le développement d'un modèle théorique simplifié. Nous avons notamment observé que contrairement aux coefficients de portance et de traînée, la valeur absolue du coefficient de moment moyen ne diminue pas lorsque les perturbations tri-dimensionnelles sont prises en compte. Ensuite, les simulations d'interactions fluide-structure nous ont permis d'observer du galop en rotation dans un écoulement 3D, d'étudier la trajectoire ainsi que les forces agissant sur le solide. Finalement, nous avons observé que la corrélation de l'écoulement le long du cylindre oscillant à la fréquence du relâcher tourbillonnaire était plus grande que pour un cylindre fixe. D'autres études de corrélation nous laissent penser que le mouvement du cylindre a pour effet de recorréler les composantes fréquentielles du moment proches de la fréquence d'oscillation du cylindre et de décorréler les autres composantes. Ces informations sur la corrélation sont importantes dans le dimensionnement des structures et montrent que les modèles ne se basant que sur les cas statiques doivent absolument prendre en compte d'une manière ou d'une autre la recorrélation de l'écoulement dûe au mouvement du cylindre.

ABSTRACT

Torsional galloping is a large amplitude oscillation phenomenon resulting from the coupling of the structure motion with the fluid forces acting on it. It is an important issue for a lot of industrial applications since it can lead to catastrophic structural failure. Presently, there is a need for a simplified theoretical model that could predict the torsional galloping phenomenon without expensive experiments or simulations. Moreover, many studies attempting to develop such a model do not take into account three-dimensional perturbations in the flow. These perturbations may become important for industrial applications. In this thesis, we use a numerical method to perform simulations of fixed or rotating square cylinders immersed in three-dimensional cross-flow. With our method we are able to fully take into account the strong coupling between fluid forces and the cylinder motion in order to perform reliable fluid-structure interactions simulations. This numerical method was first thoroughly verified to ensure the reliability of our study given that there is little previous work to compare it to. Hence, we perform its validation on different cases given the lack of studies on this subject. Our predictions of forces and moments acting on a fixed cylinder in three-dimensional flow will be needed for future developments of a simplified theoretical model for torsional galloping. Our results show that the absolute value of the moment coefficient does not decrease when we take into account three-dimensional perturbations. This is the opposite of what is observed for the Lift and Drag coefficients. Our fluid-structure simulations enable us to study the trajectory of the square cylinder undergoing torsional galloping and the forces acting on it. Finally we observed that the correlation of the flow along a cylinder undergoing rotational motion at the frequency of the vortex shedding was greater than the correlation for a fixed cylinder. A further study on correlation seems to show that the rotational motion of a square cylinder tends to increase the spanwise correlation of the moment frequency components close to the solid oscillation frequency and to decrease the correlation of the other frequencies. These results on the correlation of the flow are important for designing structures subject to torsional galloping. Indeed, it shows that a theoretical model must take into account this recorrelation phenomenon on a rotating cylinder.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vi

TABLE DES MATIÈRES vii

LISTE DES TABLEAUX ix

LISTE DES FIGURES x

LISTE DES NOTATIONS ET SYMBOLES xiii

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE 3
- 2.1 État de l'art 3
  - 2.1.1 Phénoménologie des IFS 3
  - 2.1.2 L'étude du galop 7
  - 2.1.3 Écoulement tri-dimensionnel autour d'un cylindre carré 14
- 2.2 Objectifs 20

CHAPITRE 3 DÉTAILS DE LA SOLUTION 21
- 3.1 Définition d'un problème d'IFS 21
  - 3.1.1 Équations à résoudre 21
  - 3.1.2 Analyse dimensionnelle 23
- 3.2 Application de la méthode des éléments finis 25
  - 3.2.1 Discrétisation du problème 25
  - 3.2.2 Méthode des réactions 27
  - 3.2.3 Couplage des équations 28
  - 3.2.4 Référentiel utilisé 29
  - 3.2.5 Formulation ALE 32
  - 3.2.6 Pseudo-solide 33

3.3 Résolution du système 34
3.3.1 Intégrateur en temps 34
3.3.2 Méthode de Newton 35
3.3.3 Optimisations de la méthode 36

CHAPITRE 4 RÉSULTATS NUMÉRIQUES 37
4.1 Vérification et validation de l'outil numérique 37
4.1.1 Méthode des solutions manufacturées 38
4.1.2 Comparaison sur un cas test : la sphère 45
4.2 Approche quasi-statique 52
4.2.1 Étude en convergence du maillage, de la méthode BDF et optimisation du temps de calcul 52
4.2.2 Étude du moment moyen 59
4.2.3 Comparaison 2D/3D 61
4.2.4 Étude de la corrélation des efforts 62
4.3 Approche interactions fluide-structure 65
4.3.1 Description de la simulation 65
4.3.2 Observation du galop 67
4.3.3 Étude de la corrélation 69
4.3.4 Impact du mouvement sur le coefficient de moment 71
4.3.5 Étude des Rotations Induites par Vortex (VIR) 73

CHAPITRE 5 CONCLUSION 79

RÉFÉRENCES 81

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Classification de Naudascher et Rockwell (1993) 5
Tableau 2.2 Classification de de Langre (2002) 6
Tableau 3.1 Nombres adimensionnels 24
Tableau 4.1 Résultats de l'étude de convergence en maillage 41
Tableau 4.2 Erreur relative par rapport au maillage de 437 000 noeuds 49
Tableau 4.3 Comparaison de notre étude avec la littérature 50
Tableau 4.4 Comparaison de notre étude avec les résultats de Sohankar 53
Tableau 4.5 Erreur absolue par rapport au maillage de 452 000 noeuds 57
Tableau 4.6 Étude de convergence de la méthode BDF 58

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Illustrations d'un riser pétrolier 2
Figure 2.1 Classification de Blevins (1990) 4
Figure 2.2 Illustration des IIE tiré de Naudascher et Rockwell (1993) 5
Figure 2.3 Illustration des MIE tiré de Naudascher et Rockwell (1993) 6
Figure 2.4 Illustration des forces sur un cylindre (a) et sur un cylindre couvert de glace (b) (Païdoussis, 2011) 7
Figure 2.5 Cylindre carré de masse m sujet à un écoulement transverse 9
Figure 2.6 section carrée soumise à du galop en rotation (d'après Païdoussis (2011)) 11
Figure 2.7 modèle de Van Oudhesden (1996) 12
Figure 2.8 Illustration de la paire de tourbillons en aval du cylindre 14
Figure 2.9 Illustration des allées de Von Karman en aval du cylindre (tiré de Sohankar *et al* (1999)) 14
Figure 2.10 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode A (tiré de Sheard *et al* (2009)) 15
Figure 2.11 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode B (tiré de Sheard *et al* (2009)) 15
Figure 2.12 Mise en évidence des tourbillons pour différents nombre de Reynolds (tiré de Luo *et al* (2007)) 16
Figure 2.13 Observation des dislocations, contours de vorticité en y (tiré de Saha *et al* (2002)) 16
Figure 2.14 Déclenchement des dislocations dû à un changement brusque de diamètre en amont (tiré de McLaren *et al* (1969)) 17
Figure 2.15 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode C (tiré de Sheard *et al* (2009)) 17
Figure 2.16 Coefficients de portance : (a) écoulement 2D, (b) mode A avec dislocations, (c) mode B (tiré de Saha *et al* (2002)) 18
Figure 2.17 Corrélation de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire oscillant à différentes amplitudes (tiré de Blevins (1990)) 19
Figure 3.1 Transformation de l'élément réel à l'élément de référence 27
Figure 3.2 schéma itératif d'une méthode découplée 29
Figure 3.3 mouvement du maillage pour un repère relatif 31
Figure 4.1 Vérification et Validation 37
Figure 4.2 Méthode des solutions manufacturées 38

Figure 4.3 Illustration des maillages du cube. (de gauche à droite h = 1, h = 0.5, h = 0.25) 40
Figure 4.4 Contours de pression et de vitesse dans le plan x = 0.5 (maillage : h=0.25) 40
Figure 4.5 Illustration de la déformation du maillage 42
Figure 4.6 Erreur en pression et en temps pour BDF 1-6 43
Figure 4.7 Pente de l'erreur en pression et en temps pour BDF 1-6 44
Figure 4.8 Coefficients de traînée et de portance en fonction du temps adimensionnel (Johnson et Patel (1999)) 45
Figure 4.9 Illustration des fonctions de maille testées sur la sphère 47
Figure 4.10 Convergence en maillage des différentes fonctions (1, 2 et 3) de maille 48
Figure 4.11 Validation des coefficients de traînée et de portance 50
Figure 4.12 Géométrie du problème 52
Figure 4.13 Convergence en maillage du carré 52
Figure 4.14 Domaine utilisé 53
Figure 4.15 Nouveau domaine utilisé 54
Figure 4.16 Iso-surfaces de vorticité en X en aval du cylindre (rouge=positive, bleue=négative) 54
Figure 4.17 Vecteurs vitesse autour du cylindre avec la déstabilisation sur la face supérieure (t = 0.5 s) 55
Figure 4.18 cylindre incliné pour avoir un moment non nul 56
Figure 4.19 Convergence en maillage pour le moment en Z 57
Figure 4.20 Taille du pas de temps de la simulation pour des tolérances de 10^{-3} et 10^{-5} 58
Figure 4.21 Moment moyen en fonction de l'angle d'attaque : Comparaison 2D et 3D 59
Figure 4.22 Effet du nombre de Reynolds pour des simulations 3D 60
Figure 4.23 Coefficients de moment autour d'un cylindre carré (Re = 300, $\alpha = 15°$) 61
Figure 4.24 Analyse fréquentielle (Re = 300, $\alpha = 15°$) 62
Figure 4.25 Corrélation du coefficient de traînée 63
Figure 4.26 Corrélation du coefficient de portance 63
Figure 4.27 Corrélation du coefficient de moment 64
Figure 4.28 Évolution de l'amplitude au cours du temps tiré de Zabarjad Shiraz *et al* (2014) 66
Figure 4.29 Évolution de l'amplitude au cours du temps pour des simulations 3D 67
Figure 4.30 Analyse fréquentielle du moment en Z pour le galop 68

Figure 4.31 Comparaison de la corrélation entre le cas dynamique et le cas statique $\alpha = 0°$ 69
Figure 4.32 Comparaison de la corrélation entre le cas dynamique et le cas statique $\alpha = 30°$ 70
Figure 4.33 Comparaison des signaux VIV et galop 72
Figure 4.34 Corrélation du moment pour $Re = 400$, comparaison VIV et galop . . 72
Figure 4.35 Corrélation du moment pour $Re = 400$, comparaison VIV et statique 73
Figure 4.36 Évolution de l'angle θ en fonction du temps pour des VIR 74
Figure 4.37 Analyse fréquentielle du moment en Z pour des VIR 74
Figure 4.38 Analyse de la corrélation de la traînée pour des VIR 75
Figure 4.39 Analyse de la corrélation de la portance pour des VIR 76
Figure 4.40 Analyse de la corrélation du moment pour des VIR 76
Figure 4.41 Longueur de corrélation de la traînée 77
Figure 4.42 Longueur de corrélation de la portance 78
Figure 4.43 Longueur de corrélation du moment 78

LISTE DES NOTATIONS ET SYMBOLES

Acronymes :

IFS	Interactions Fluide-Structure
VIV	Vibrations Induites par Vortex
VIR	Rotations Induites par Vortex
IIE	Excitations Induites par des Instabilités
MIE	Excitations Induites par le Mouvement
EIE	Excitations Induites par les conditions Extérieures

Notations générales :

a	Scalaire
a_i	Variable discrétisée au noeud i
$\boldsymbol{a}$	Vecteur
$\overline{\overline{a}}$	Matrice
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	Produit scalaire
$\overline{\overline{a}} : \overline{\overline{b}}$	Double contraction de 2 tenseurs
$\frac{da}{db}$	Dérivée matérielle de la variable a par rapport à la variable b
$\frac{\partial a}{\partial b}$	Dérivée partielle de la variable a par rapport à la variable b
$\mathbf{a}^T$ ou $\overline{\overline{a}}^T$	Transposée d'un vecteur (ou d'une matrice)
∇	Opérateur nabla : $\left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right]^T$
$\overline{a}$	Valeur moyenne de a
a'	Valeur r.m.s de a
$\dot{a}$	Dérivée de a par rapport au temps
$\ddot{a}$	Dérivée seconde de a par rapport au temps

q	Fonction test de la pression
$\boldsymbol{w}$	Fonction test de la vitesse
N	Fonctions d'interpolation de la vitesse
M	Fonctions d'interpolation de la pression

Paramètres et variables :

x,y,z	Coordonnées de l'espace cartésien 3D
t	Temps
θ	Angle de rotation autour de l'axe Z
m	Masse
c	Amortissement
k	Rigidité
I	Inertie
c_θ	Amortissement en torsion
k_θ	Rigidité en torsion
F_y	Force dans la direction Y
M_Z	Moment autour de l'axe Z
$\boldsymbol{u}$	Vitesse du fluide
p	Pression
$\mathbf{f}$	Forces volumiques
$\overline{\overline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes
ρ	masse volumique du fluide
μ	Viscosité dynamique du fluide
Ω	Domaine fluide
Γ	Frontière du domaine fluide

Γ_D	Frontière avec imposition de conditions de Dirichlet
Γ_N	Frontière avec imposition de conditions de Neumann
$\overline{\boldsymbol{u}}$	Vitesse imposée à la frontière
$\overline{\boldsymbol{t}}$	Traction imposée à la frontière
$\hat{\boldsymbol{n}}$	Normale unitaire extérieure
L	Longueur de référence
U_0	Vitesse de référence

Nombres adimensionnels :

Re	Nombre de Reynolds
St	Nombre de Strouhal
U_R	Vitesse réduite
I^*	Ratio d'inertie
ς	Taux d'amortissement
C_D	Coefficient de traînée
C_L	Coefficient de portance
C_{M_z}	Coefficient de moment en z

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Le domaine des interactions fluide-structure (IFS) est un sujet de recherche particulier car il concerne le couplage de deux volets distincts de la mécanique : la dynamique du solide et la mécanique des fluides. Les applications de la recherche en IFS se retrouvent dans de nombreux secteurs industriels : l'énergie, le génie civil ou encore l'aéronautique pour n'en nommer que quelques uns. La progression des méthodes numériques a permis de modéliser ce type d'interactions de plus en plus fidèlement au cours des dernières années.
Le galop est une instabilité qui se manifeste par des oscillations à basses fréquences pouvant présenter des amplitudes très importantes. L'une des particularités du galop est qu'il apparaît généralement sur des corps épais qui sont souvent conçus et pensés non pas pour leur qualités aérodynamiques mais pour des objectifs autres tels que leur résistance mécanique (comme les piliers ou tabliers des ponts) ou pour leur capacité à échanger de la chaleur (dans les centrales thermiques par exemple). Malheureusement, le fait que les propriétés aérodynamiques de ces corps ne soient pas étudiées très en détail conduit souvent à des accidents. Un des exemples les plus mémorables de galop reste l'effondrement du pont de Tacoma en 1940 seulement 4 mois après son inauguration et sous un vent de 68 km/h. On notera qu'à l'heure actuelle les causes de l'effondrement du pont ne sont pas totalement expliquées et bien que le phénomène du galop ait probablement eu lieu, il se peut qu'il y ait eu un couplage avec d'autres phénomènes. Une des autres applications qui intéresse l'industrie offshore actuellement est celle de la vibration des risers pétroliers (illustrés à la figure 1.1).

La prédiction de l'apparition du galop est donc un enjeu important pour de nombreuses industries. En effet, un modèle théorique du galop présenterait l'avantage d'éviter les expériences ou de longues simulations numériques pour des problèmes industriels. Certains modèles notamment quasi-statiques existent mais ont montré leurs limites pour le cas particulier du galop en rotation. Le développement d'un nouveau modèle est un sujet de recherche important et qui nécessite des données provenant de simulations numériques ou d'expériences.

L'objectif de ce travail de maîtrise est de produire des données numériques fiables pour aider à mieux comprendre le phénomène du galop en rotation et notamment de quantifier le rôle des perturbations tri-dimensionnelles.

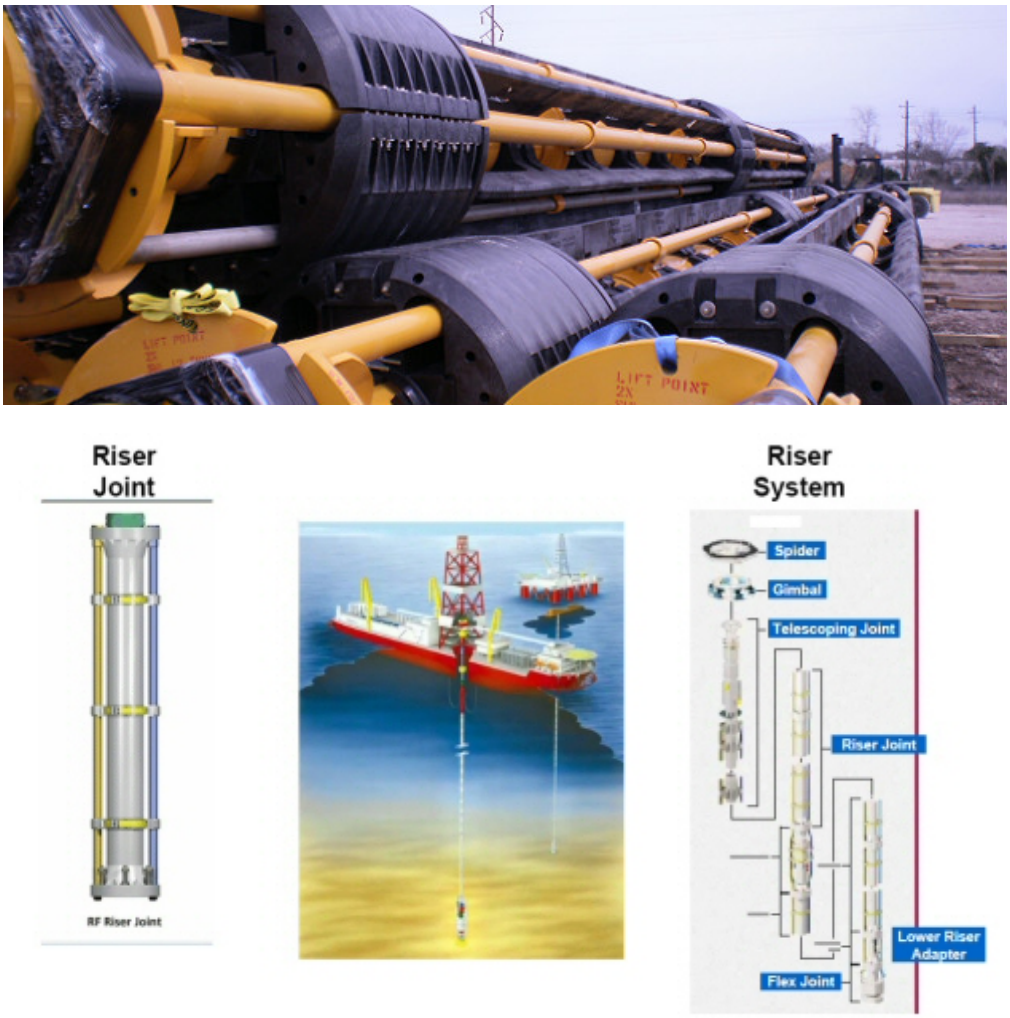


Figure 1.1 Illustrations d'un riser pétrolier

Dans un premier temps nous présenterons en détail la littérature concernant les IFS et le galop en rotation avant d'identifier les objectifs de cette maîtrise. Ensuite, nous nous intéresserons à la méthode numérique que nous avons retenue pour simuler ce type de problème. Enfin, nous présenterons nos résultats numériques en commençant par la vérification du code et la validation pour assurer la fiabilité de nos résultats. Finalement, les résultats des simulations statiques et dynamiques seront présentés et interprétés.

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

Dans un premier temps, ce mémoire présente l'état de l'art dans le domaine des interactions fluide-structure en général et du galop en particulier. Ensuite, nous présenterons les objectifs qui ont été fixés pour la présente étude et qui permettront de compléter la littérature concernant le domaine des IFS.

2.1 État de l'art

Cette revue des connaissances débute par une classification des phénomènes d'IFS afin de situer le galop. Ensuite, elle traite du galop en particulier et des hypothèses qui ont été faites afin de mieux le comprendre et le modéliser à travers le temps. Enfin, nous nous intéresserons aux caractéristiques des écoulements autour d'un cylindre carré et notamment aux aspects tri-dimensionnels.

2.1.1 Phénoménologie des IFS

Bien que les phénomènes de détachement tourbillonnaire alterné ait été documentés dès la fin du 19ème siècle avec les études de Strouhal (1878), Bénard (1908) et Von Kàrmàn (1912) ; l'étude des interactions fluide-structure débute réellement avec le travail de Bishop et Hassan (1964). En effet, ils ont effectué les premières mesures de portance et de traînée d'un cylindre circulaire oscillant perpendiculairement à l'écoulement. Leurs résultats introduisent pour la première fois des notions telles que l'accrochage ou l'oscillateur fluide qui seront reprises dans la littérature ultérieure. La complexité de ce type de phénomènes étant à présent introduite, de nombreux travaux vont être menés sur les IFS. En effet ce domaine de la recherche nécessite la compréhension de la dynamique des écoulement, des forces agissant sur le solide et du mouvement de ce dernier. De plus, ces problèmes dépendent d'un grand nombre de paramètres, tels que la turbulence, la rugosité du solide, la géométrie ou l'amplitude du mouvement. Le domaine des IFS est donc un vaste sujet de recherche qui a produit des études très variées au cours des années. Parmi la multitude d'études ou d'applications dans ce domaine, il est tout de même possible d'établir une classification des phénomènes rencontrés. Une classification unifiée est cependant difficile à dégager. Chaque auteur a défini au cours du temps des familles distinctes pour les phénomènes d'interactions fluide-structure. Dans ce mémoire nous retenons les classifications de Blevins (1990), Naudascher et Rockwell (1993) et de de Langre (2002).

La figure 2.1présente la classification de Blevins. Il divise les phénomènes en deux catégories : les écoulement stationnaires et les écoulements instationnaires. Les écoulements instationnaires sont subdivisés en trois catégories qui dépendent du type d'écoulement incident : écoulement aléatoire, sinusoïdal ou transitoire. La catégorie d'intérêt pour la présente étude est celle des écoulements stationnaires que Blevins divise en deux groupes en fonction du phénomène physique qui engendre le mouvement. Il y a donc les mouvements induits par les tourbillons et ceux causés par une instablilité.

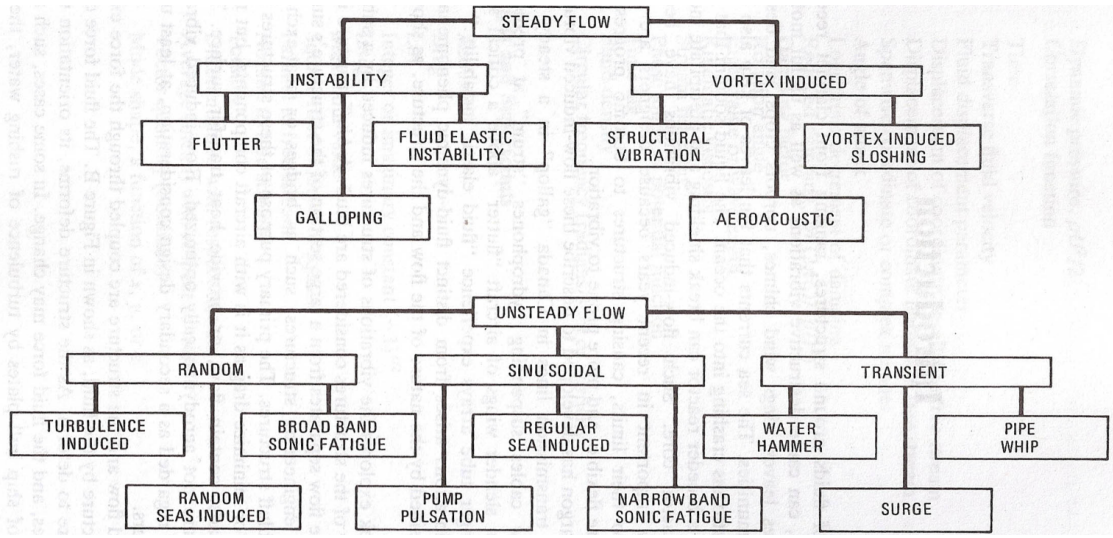


Figure 2.1 Classification de Blevins (1990)

Le galop et le flottement se classent dans cette dernière catégorie des instabilités. En effet, l'excitation qui provient de l'écoulement n'est pas directement créée par le lâcher tourbillonnaire alterné. La différence entre le flottement et le galop est souvent marquée dans la littérature par le fait que le galop ne concerne que les systèmes à un degré de liberté alors que le flottement concerne les systèmes à deux degrés de liberté. La classification de Blevins présente la caractéristique de ne pas se baser sur des paramètres quantitatifs mais plus sur une interprétation qualitative des phénomènes physiques en jeu.

Naudascher et Rockwell identifient trois grands groupes d'interactions qu'on retrouve au tableau 2.1 :

— Les excitations induites par des instabilités (IIE qui se recoupent avec le groupe des mouvements dûs aux tourbillons de Blevins).
— Les excitations induites par le mouvement (MIE où l'on retrouve le galop et le flottement et qui correspond au groupe des instabilités de Blevins).
— Les excitations induites par des conditions extérieures (EIE qui se compare avec le groupe des écoulements instationnaires de Blevins).

Tableau 2.1 Classification de Naudascher et Rockwell (1993)

catégorie	IIE	MIE	EIE
phénomènes	Vibrations Induites par Vortex (VIV) écoulement bi-stable	Galop Flottement	Turbulence Houle sillage impactant écoulement diphasique

Ces catégories peuvent être subdivisées à nouveau. La figure 2.2 explique les mécanismes de formation des excitations induites par des instablilités (IIE). La figure 2.3 quant à elle permet de différencier les phénomènes qui composent la famille des excitations induites par le mouvement (MIE). On peut retrouver le galop dans la première catégorie des mouvements non couplés car il n'y a qu'un seul degré de liberté. Le flottement se retrouve dans la catégorie des mouvements couplés. Cette classification comme celle de Blevins est avant tout qualitative.

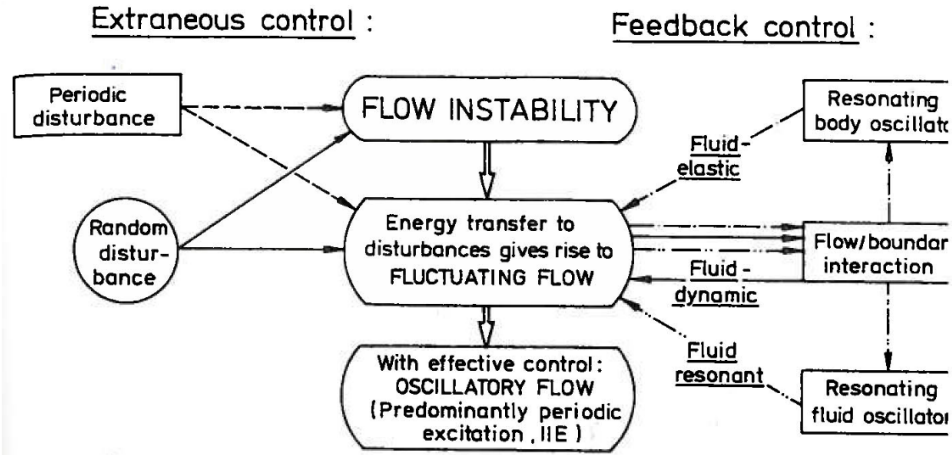


Figure 2.2 Illustration des IIE tiré de Naudascher et Rockwell (1993)

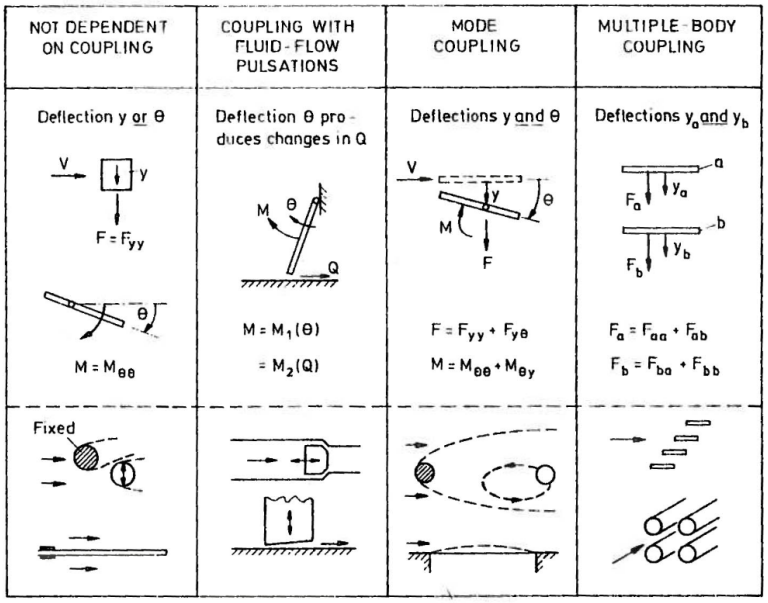


Figure 2.3 Illustration des MIE tiré de Naudascher et Rockwell (1993)

Enfin, de Langre dans sa classification prend en compte un nombre adimensionnel : la vitesse réduite (le détail de l'analyse dimensionnelle des problèmes d'interaction fluide-structure est présenté à la section 3.1.2). La vitesse réduite se définit de la façon suivante :

$$U_R = \frac{U}{fL} \tag{2.1}$$

Ici U représente la vitesse incidente du fluide, f la fréquence du mouvement du solide et L une longueur caractéristique du solide. Le terme $\frac{U}{L}$ représente donc le temps caractéristique du mouvement du fluide et f le temps caractéristique du mouvement du solide. De Langre dans sa classification sépare les phénomènes à partir de ce rapport tel que présenté au tableau 2.2.

Tableau 2.2 Classification de de Langre (2002)

	fluide au repos	aéroélascticité	couplage fort	forçage par l'écoulement
U_R	$<< 1$	$>> 1$	$O(1)$	VIV/turbulence

Selon de Langre, le galop se trouve dans la catégorie de l'aéroélasticité car il apparaît généralement dans des cas de vitesse réduite élevée où la vitesse du fluide est importante par rapport à la vitesse du solide.

En résumé, le galop possède un certains nombre de caractéristiques qui le distingue des autres phénomènes d'IFS :

— L'instabilité n'est pas liée directement aux tourbillons de Von Karman mais plutôt au mouvement du solide et à son couplage avec l'écoulement.
— Il ne concerne que les problèmes à un degré de liberté.
— Il apparaît pour des vitesses réduites élevées.

2.1.2 L'étude du galop

Le galop a commencé à être étudié au Canada à cause des oscillations des lignes électriques. On utilise le terme de galop pour décrire ces oscillations car leur rythmme est similaire à celui du galop d'un cheval. Davison (1930) explique que ces oscillations sont causées par la formation de glace sur les lignes électriques (forme illustrée à la figure 2.4) qui donne donc à ces dernières une forme prismatique. Les forces aérodynamiques dépendent donc de l'angle d'attaque du vent sur les lignes. Pour certaines configurations une instabilité de grande amplitude peut apparaître.

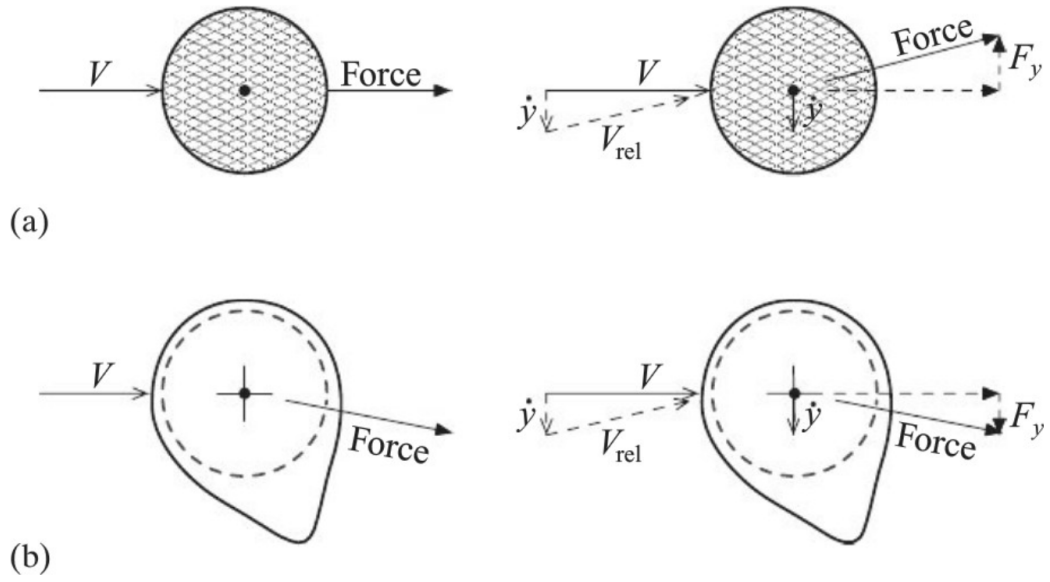


Figure 2.4 Illustration des forces sur un cylindre (a) et sur un cylindre couvert de glace (b) (Païdoussis, 2011)

Le galop est caractérisé par une instabilité en torsion ou en translation d'un corps prismatique soumis à un écoulement transverse. Cette instabilité est due à un amortissement négatif des forces aérodynamiques : le solide extrait de l'énergie de l'écoulement. Le galop se produisant de façon générale pour des vitesses réduites élevées, le solide ne subit pas un forçage important de la part de l'écoulement car les particules de fluide se déplacent très vite par rapport à la vitesse de déplacement du solide. Ainsi, la fréquence des oscillations du solide est proche de sa fréquence naturelle et non pas de la fréquence du relâcher tourbillonnaire.

Parkinson (1971) a divisé le galop en 4 catégories :

— le galop en translation
— le galop en rotation
— le vent de travers ("quartering wind" en anglais) qui se produit souvent sur des lignes électriques
— le flottement par crise de portance ("stall flutter" en anglais) qu'on rencontre sur les ailes d'avions

Comme dans la classification de de Langre, le galop se produit pour des valeurs de vitesses réduites élevées. Ainsi, la vitesse du fluide autour du solide est plus élevée que la vitesse du solide. Il est donc possible de faire l'hypothèse que du point de vue des particules du fluide le solide ne se déplace pas : c'est l'hypothèse quasi-statique. Il est donc possible de réécrire les équations de la mécanique des fluides et de la dynamique du solide en tenant compte de cette hypothèse. Dans un premier temps, nous présenterons le cas du galop en translation avant de traiter le cas de la rotation qui est plus complexe.

Considèrons un problème en deux dimensions où un carré oscille dans la direction y dans un écoulement incident en x provenant de la gauche tel qu'illustré à la figure 2.5 :

La vitesse relative perçue par le solide s'écrit :

$$U_{rel}^2 = U^2 + \dot{y}^2 \tag{2.2}$$

$$tan\ \alpha = \frac{\dot{y}}{U} \tag{2.3}$$

L'équation du mouvement du solide s'écrit :

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho U^2 D C_y \tag{2.4}$$

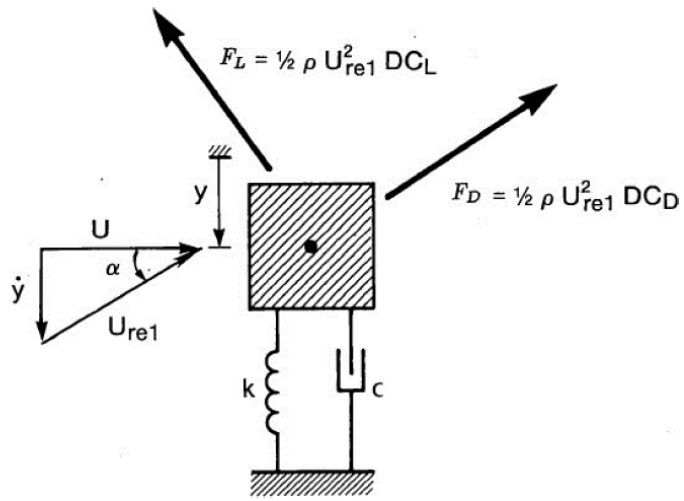


Figure 2.5 Cylindre carré de masse m sujet à un écoulement transverse

$$\text{avec : } C_y = \frac{U_{rel}^2}{U^2}\left(-C_L cos(\alpha) - C_D sin(\alpha)\right) \tag{2.5}$$

En utilisant l'hypothèse quasi-statique les efforts ne dépendent que de la position du solide, il est alors possible de faire un développement limité du terme C_y autour de la position $\alpha = 0$ en ne conservant que les termes linéaires :

$$C_y = C_y|_{\alpha=0} + \left.\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} \alpha \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} &= -2\alpha U^2\left(C_L cos(\alpha) + C_D sin(\alpha)\right)\\ &+ \frac{U_{rel}^2}{U^2}\left(-\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} cos(\alpha) + C_L sin(\alpha) - \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} sin(\alpha) - C_D cos(\alpha)\right)\end{aligned} \tag{2.7}$$

D'après (2.5) et (2.7), pour $\alpha = 0$:

$$C_y|_{\alpha=0} = -\,C_L|_{\alpha=0} \text{ et } \left.\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} = -\left.\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D\right)\right|_{\alpha=0} \tag{2.8}$$

En reprenant l'équation du mouvement (2.15) :

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 D \left(- C_L|_{\alpha=0} - \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D \right)\bigg|_{\alpha=0} \alpha \right) \tag{2.9}$$

L'hypothèse quasi-statique permet encore de dire que $U >> \dot{y}$ donc $\alpha \simeq \frac{\dot{y}}{U}$ et $U_{rel}^2 \simeq U^2$, l'équation du mouvement s'écrit alors :

$$m\ddot{y} + \left(c + \frac{1}{2}\rho U D \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D \right)\bigg|_{\alpha=0} \right) \dot{y} + ky = -\frac{1}{2}\rho U^2 D \, C_L|_{\alpha=0} \tag{2.10}$$

Le terme de droite correspond à la portance statique du cylindre (qui est d'ailleurs nulle pour une section carrée si le fluide arrive perpendiculairement à une face du cylindre). Il est important de noter que $\alpha = 0$ désigne la position initiale du solide et pas forcément un angle d'attaque donné. L'apparition du galop en translation provient du terme d'amortissement en $\dot{y}$. En pratique on considère souvent que l'amortissement structurel est nul, ce qui donne le critère quasi-statique suivant pour l'apparition du galop :

$$\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D \right)\bigg|_{\alpha=0} < 0 \tag{2.11}$$

Ce critère a été énoncé pour la première fois par Den Hartog (1956) et il a démontré sa validité pour un certain nombre de cas pratiques. De manière générale, on peut considérer que l'hypothèse quasi-statique est valide pour une vitesse réduite (voir équation 2.1) supérieure à 30 (d'après Païdoussis (2011)).

Les courbes $C_D = f(\alpha)$ et $C_L = g(\alpha)$ peuvent s'obtenir soit par des essais en soufflerie soit par simulation numérique. Dans les deux cas, on analyse des configurations où le cylindre est fixe bien que l'angle change entre chaque essai. Finalement, le critère quasi-statique permet de savoir pour quelles valeurs d'angle d'attaque initial le galop apparaîtra pour la géométrie considérée.

La modélisation du galop en rotation est un peu plus complexe. La géométrie du problème est schématisée à la figure 2.6.

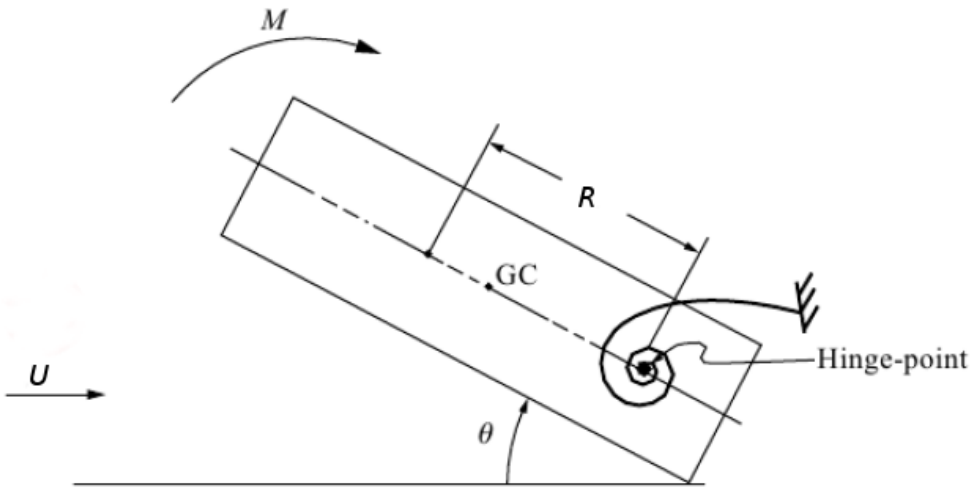


Figure 2.6 section carrée soumise à du galop en rotation (d'après Païdoussis (2011))

Contrairement au cas du galop en translation, il est difficile de définir de façon exacte la vitesse relative de l'écoulement par rapport au solide. D'après Van Oudhesden (1996), il existe plusieurs limites :

— La vitesse relative n'est pas la même partout autour du solide à cause de la rotation.

— La vitesse relative dépend à la fois de l'angle d'incidence et de la vitesse angulaire.

Van Oudhesden rappelle aussi qu'il ne suffit pas d'avoir une vitesse réduite suffisamment élevée pour utiliser l'hypothèse quasi-statique. En effet, il faut aussi qu'il existe un cadre statique qui reflète la réalité rencontrée en dynamique. Ainsi, il n'est pas possible de construire un cas statique parfaitement équivalent au galop en rotation alors que cela est possible pour le galop en en translation.

Néammoins Blevins (1990) a défini l'angle d'attaque relatif de la façon suivante :

$$\alpha = \theta - \frac{R\dot{\theta}}{U} \tag{2.12}$$

Où R est un rayon caractéristique du solide qui dépend de la géométrie considérée.

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$I\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 D^2 C_{M_Z} \tag{2.13}$$

De la même façon, on peut écrire le développement limité du terme C_{M_Z} en se limitant aux termes linéaires :

$$C_{M_Z} = C_{M_Z}|_{\alpha=0} + \left.\frac{\partial C_{M_Z}}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} \alpha \tag{2.14}$$

L'équation du mouvement devient alors :

$$I\ddot{\theta} + \left(c_\theta + \frac{1}{2}\rho U D^2 R \left.\frac{\partial C_{M_Z}}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0}\right)\dot{\theta} + \left(k_\theta - \frac{1}{2}\rho U^2 D^2 \left.\frac{\partial C_{M_Z}}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0}\right)\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 D^2 \, C_{M_Z}|_{\alpha=0} \tag{2.15}$$

On remarque qu'une raideur ajoutée par le fluide apparaît ce qui n'est pas le cas pour le galop en rotation. De plus le moment statique $C_{M_Z}|_{\alpha=0}$ va induire une rotation du solide. Le galop en rotation apparaît si l'amortissement devient négatif, le critère quasi-statique s'écrit alors :

$$\left.\frac{\partial C_M}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} < 0 \tag{2.16}$$

Van Oudhesden (1996) a pu montrer que le critère quasi-statique (2.16) pouvait se vérifier si le rayon R considéré était très grand par rapport à la dimension du carré tel qu'illustré à la figure 2.7.

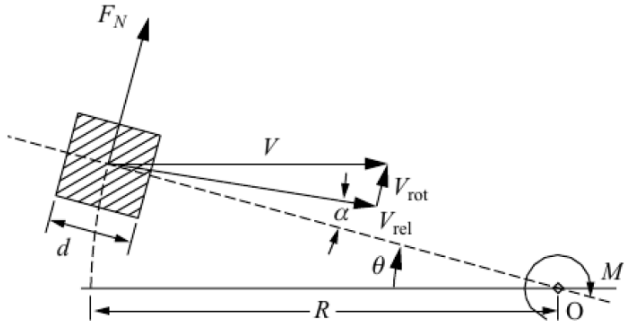


Figure 2.7 modèle de Van Oudhesden (1996)

Cependant ce type de configuration à très grand rayon se rapproche du galop en translation où la validité du critère quasi-statique a déjà été démontrée. En pratique, l'axe de rotation de la section est souvent très proche de l'axe élastique du cylindre. Il apparaît aussi que le critère quasi-statique présente les défauts suivants dans le cas du galop en rotation :

— l'utilisation d'un seul point dit "caractéristique" de la géométrie par le biais du rayon R n'est parfois pas suffisant pour des géométries plus complexes que le carré comme un riser pétrolier par exemple. De plus, le choix de ce point est souvent différent d'un auteur à l'autre

— la rotation du cylindre entraîne la formation de tourbillons qui ne sont pas pris en compte dans l'hypothèse quasi-statique alors que leur rôle est important dans l'apparition du galop en rotation.

Ainsi, certains auteurs ont montré la non-validité de l'hypothèse quasi-statique (Nakamura et Mizota (1975), Nakamura et Yoshimura (1982) et Studnickova (1984)). Malgré tout, d'autres travaux montrent que pour des simulations numériques bi-dimensionnelles sur des cylindres carrés, le critère quasi-statique prédit de façon satisfaisante l'apparition du galop en rotation (Zabarjad Shiraz *et al* (2014)).

Dans l'état actuel de la recherche sur le galop en rotation, le critère quasi-statique est remis en question. Notamment à cause du fait que certaines géométries (autres que le carré) présentent des écarts importants entre les prédictions du modèle quasi-statique et les mesures réelles. De plus, l'aspect tri-dimensionnel des écoulements est souvent négligé. En effet, des études existent sur l'écoulement et les force induites par l'écoulement sur un cylindre carré en trois dimensions mais personne ne s'est encore intéressé au calcul des moments, ni à l'étude du mouvement du cylindre si on lui laisse un ou plusieurs degrés de liberté. C'est pourquoi la suite de cette revue de littérature traite des études qui ont été réalisées sur des écoulements tri-dimensionnels autour d'un cylindre carré statique.

2.1.3 Écoulement tri-dimensionnel autour d'un cylindre carré

L'écoulement autour d'un cylindre carré dépend fortement du nombre de Reynolds. En effet en augmentant le nombre de Reynolds, l'écoulement change en passant par plusieurs étapes jusqu'à atteindre une transition 2D-3D qui nous intéresse dans cette étude. Pour $Re < 1$, l'écoulement n'est pas séparé. Ensuite pour $Re \simeq 3 - 5$ une paire de tourbillons apparaît en aval du cylindre comme montré à la figure 2.8. Ces tourbillons vont se déstabiliser autour d'une valeur de Reynolds critique et créer un lâcher tourbillonnaire alterné connu sous le nom d'allées de Von Karman (voir figure 2.9). Le nombre de Reynolds critique oscille entre 47 et 53 dépendamment des études.

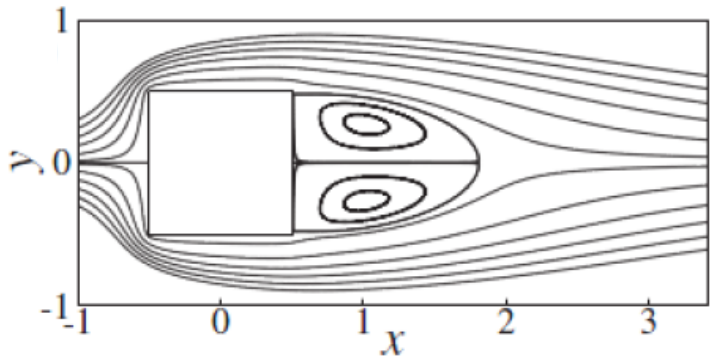


Figure 2.8 Illustration de la paire de tourbillons en aval du cylindre

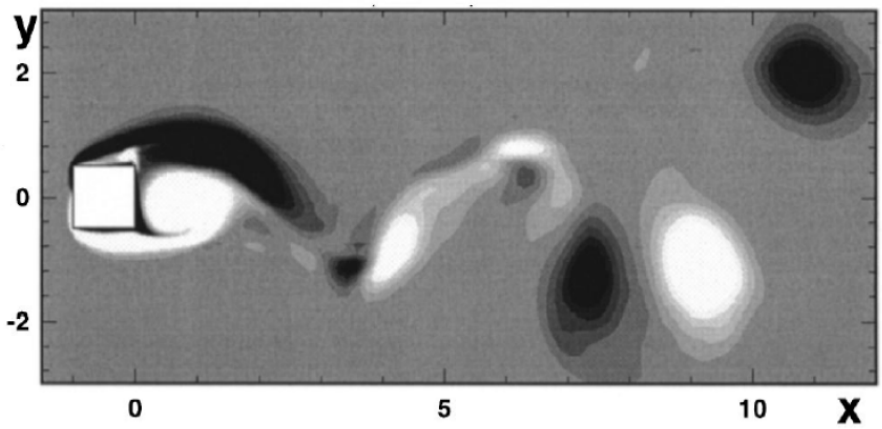


Figure 2.9 Illustration des allées de Von Karman en aval du cylindre (tiré de Sohankar *et al* (1999))

Jusqu'à présent l'écoulement autour du cylindre carré est bi-dimensionnel. La transition 2D-3D se produit par l'apparition du mode dit A illustré à la figure 2.10. Ce mode apparaît pour un Reynolds d'environ 188 et se caractérise par des poches de vorticité en x avec une longueur d'onde importante.

Figure 2.10 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode A (tiré de Sheard *et al* (2009))

À partir d'un Reynolds de 260, apparaît le mode B qui va supplanter le mode A (voir la figure 2.11). Le mode B se caractérise par une longueur d'onde plus faible et de longs rubans de vorticité.

Figure 2.11 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode B (tiré de Sheard *et al* (2009))

La différence entre les longueurs d'onde des modes A et B est montrée sur un dispositif expérimental à la figure 2.12 où les tourbillons sont mis en évidence par l'ajout d'un colorant.

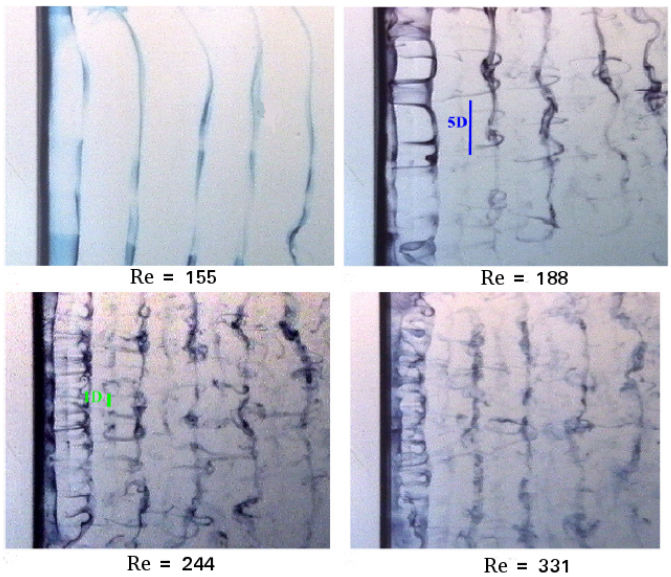


Figure 2.12 Mise en évidence des tourbillons pour différents nombre de Reynolds (tiré de Luo *et al* (2007))

Un autre phénomène se produit entre l'apparition du mode A et celle du mode B, il s'agit de reconnexions entre les tourbillons de Von Karman que l'on appelle dislocations. Il s'agit de grandes structures qui prennent la forme d'un lambda tel qu'illustré à la figure 2.13. On peut aussi déclencher l'apparition de ces structures en créant une discontinuité comme réalisé à figure 2.14.

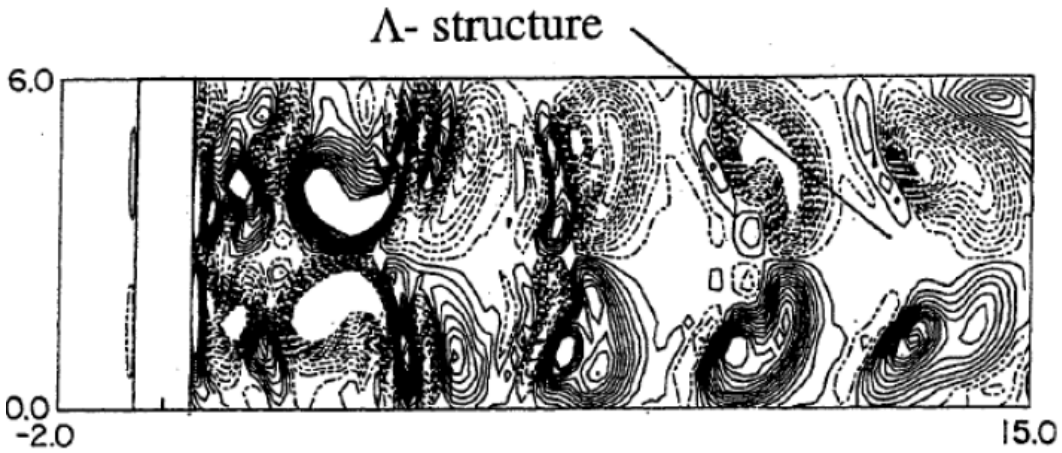


Figure 2.13 Observation des dislocations, contours de vorticité en y (tiré de Saha *et al* (2002))

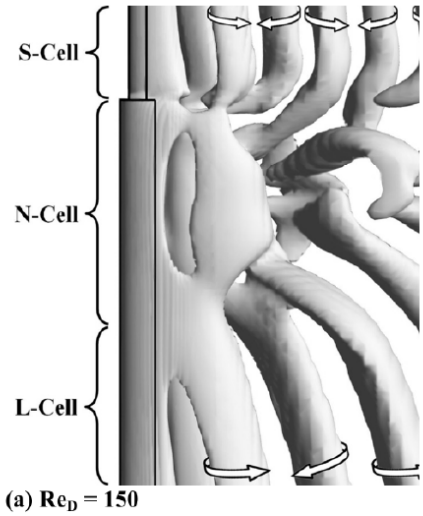


Figure 2.14 Déclenchement des dislocations dû à un changement brusque de diamètre en amont (tiré de McLaren *et al* (1969))

Pour l'étude du galop en rotation, le cylindre carré se retrouvera dans la plupart des cas incliné par rapport à l'écoulement incident. Cette inclinaison a des effets sur l'écoulement aval et en aura donc sur les forces agissant sur le cylindre. En effet, lorsque la direction de l'écoulement incident n'est plus perpendiculaire à une face du cylindre, le mode B disparaît au profit du mode C plus instable. Ce mode se caractérise par un doublement de période par rapport à l'émission des tourbillons de Von Karman tel qu'illustré à la figure 2.15.

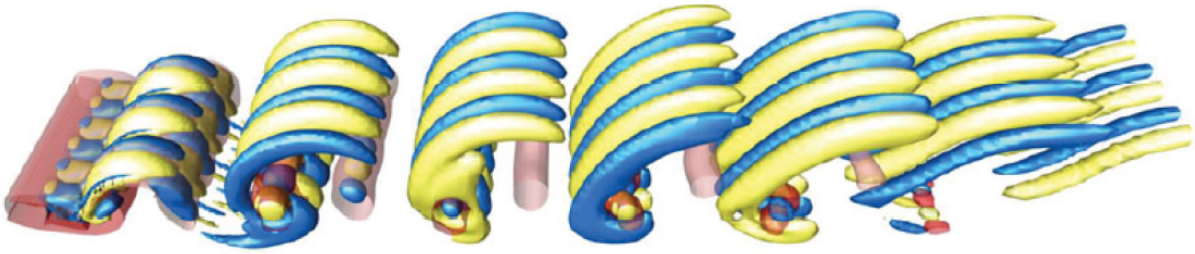


Figure 2.15 Composante de vorticité en x à l'aval du cylindre, mode C (tiré de Sheard *et al* (2009))

Ces différents aspects tri-dimensionnels ont d'importants effets sur les coefficients d'effort tel qu'illustré à la figure 2.16 où on observe une alternance de périodes à forte traînée et de périodes à faible traînée. Ces effets vont bien évidemment se retrouver aussi sur le coefficient de moment. Il est donc important de bien capturer les effets 3D dans notre étude du galop en rotation.

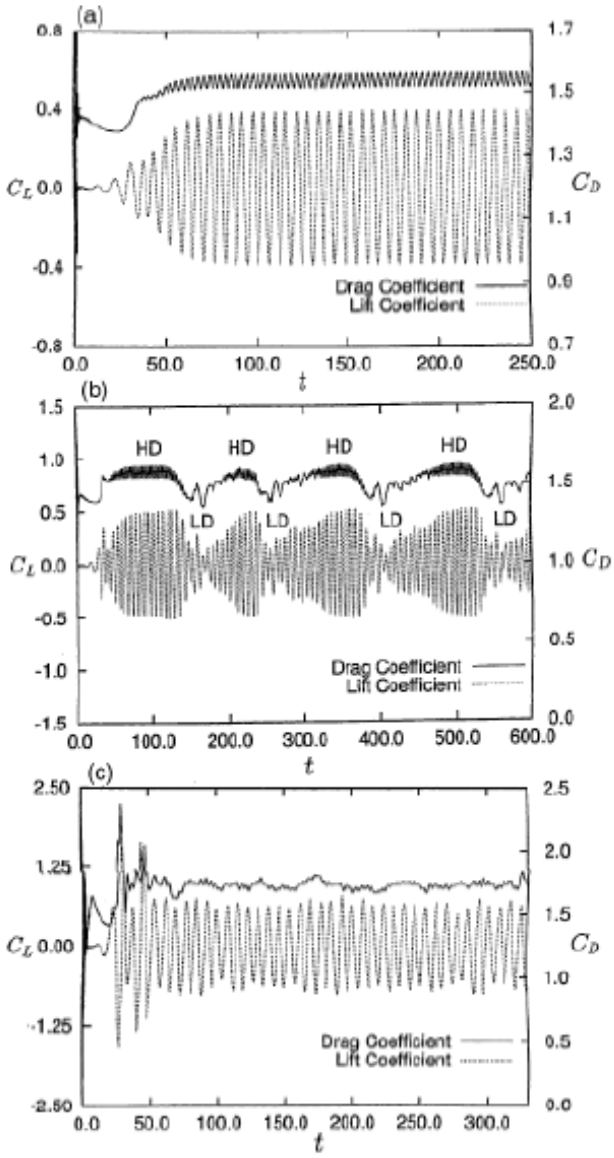


Figure 2.16 Coefficients de portance : (a) écoulement 2D, (b) mode A avec dislocations, (c) mode B (tiré de Saha *et al* (2002))

Tous les travaux précédents étaient consacrés à des cylindres carrés statiques mais il existe des travaux sur des cylindres circulaires oscillant perpendiculairement à la direction de l'écoulement. En effet, Blevins (1990) a montré que ce type de mouvement avait tendance à augmenter la corrélation de l'écoulement le long du cylindre (voir Figure 2.17). La corrélation augmente même avec l'amplitude du mouvement. Cela signifie que le mouvement du cylindre atténue les perturbations tri-dimensionnelles de l'écoulement. Celui-ci étant maintenant mieux synchronisé le long du cylindre, les efforts résultants vont être plus importants. Il paraît important d'un point de vue industriel de savoir si ce comportement s'observe aussi pour un cylindre carré en rotation.

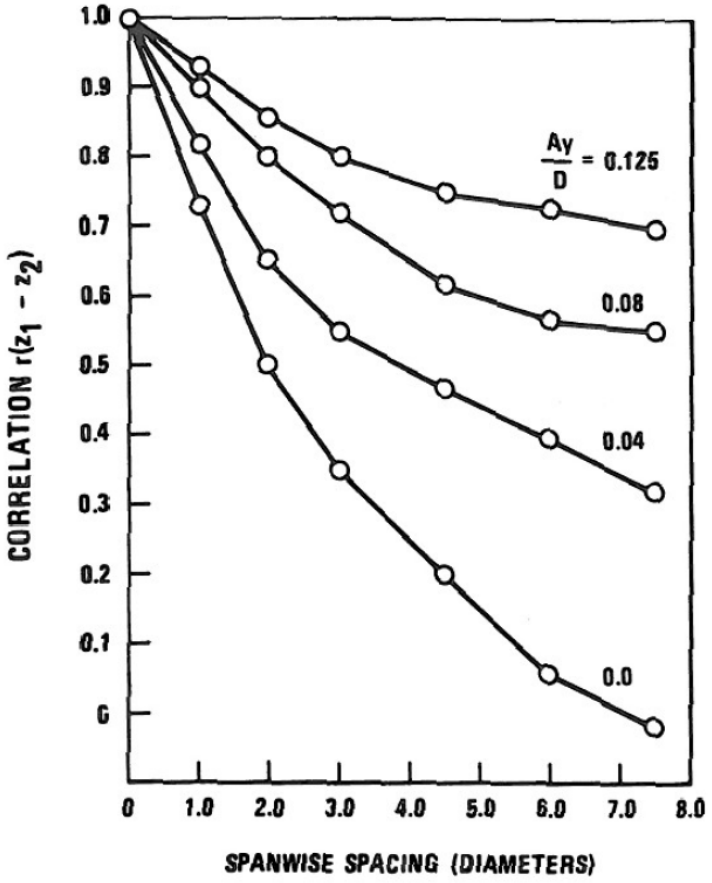


Figure 2.17 Corrélation de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire oscillant à différentes amplitudes (tiré de Blevins (1990))

Pour conclure, l'aspect tri-dimensionnel de l'écoulement autour d'un cylindre carré apparaît pour des valeurs du nombre de Reynolds supérieur à 188. Ces structures 3D viennent modifier les efforts éxercés par le fluide sur le cylindre de façon non négligeable et donc par conséquent le moment s'en trouve lui aussi modifié. De plus on ne sait pas quelle est l'influence du mouvement du cylindre sur la corrélation de l'écoulement. Toutes ces considérations pourraient avoir un effet sur le mécanisme du galop en rotation.

2.2 Objectifs

Après avoir étudié la littérature sur le galop en rotation il apparaît qu'un modèle théorique satisfaisant n'a toujours pas été obtenu. En effet, le critère quasi-statique n'a pas montré sa validité sur toutes les géométries. De plus, les structures 3D des écoulements ont toujours été négligées par le passé dans l'étude du galop en rotation. À travers ce mémoire nous allons donc essayer de répondre à la question suivante :

— La prise en compte des structures réelles de l'écoulement par des simulations 3D a-t-elle une influence importante sur l'étude du galop en rotation et la création d'un nouveau modèle ?

Afin d'y répondre les objectifs suivants ont donc été identifiés :

— Procéder à une vérification et une validation de l'outil numérique 3D utilisé pour le calcul des efforts sur un solide qu'il soit statique ou en mouvement.
— Comparer les courbes $C_M = f(\alpha)$ obtenues suite à des simulations 2D et 3D : les prédictions du critère quasi-statique sont-elles les mêmes ?
— Observer l'effet de la rotation du cylindre sur la corrélation de l'écoulement.
— Discuter de l'influence du nombre de Reynolds sur le galop en rotation.

CHAPITRE 3 DÉTAILS DE LA SOLUTION

Nous allons à présent introduire la méthode numérique adoptée pour étudier des problèmes d'IFS. Elle est implémentée dans le logiciel CADYF développé à l'École Polytechnique de Montréal par les professeurs Dominique Pelletier et Stéphane Étienne. Tout d'abord les équations en jeu et les paramètres adimensionnels importants seront présentés. Ensuite, nous nous intéresserons à la méthode des éléments finis qui permet de résoudre le problème numériquement.

3.1 Définition d'un problème d'IFS

3.1.1 Équations à résoudre

Dans un premier temps, un solide indéformable est modélisé par un oscillateur amorti. La deuxième loi de Newton permet d'obtenir les équations régissant son mouvement :

$$I\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = M_Z \tag{3.1}$$

Avec θ l'angle de rotation autour de l'axe Z. I, c_θ et k_θ sont respectivement l'inertie, l'amortisement et la rigidité en torsion. Enfin M_Z représente le moment autour de l'axe Z extérieur agissant sur le solide.

Dans le cas précis des interactions fluide-structure, les forces et moments agissant sur le solide, proviennent du fluide. Il est possible de déterminer ces forces par la méthode des réactions mais il faut connaître l'écoulement du fluide autour du solide. Il faut donc maintenant considérer les équations de Navier-Stokes pour un fluide visqueux incompressible :

— La conservation de la massse :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{3.2}$$

— La conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \mathbf{f} \tag{3.3}$$

Où $\mathbf{u}$ représente le vecteur vitesse du fluide et ρ la masse volumique. Ici, $\bar{\bar{\sigma}}$ représente le tenseur des contraintes pour un fluide Newtonien. Il s'écrit $\bar{\bar{\sigma}} = -p\bar{\bar{I}}_d + \mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)$ avec p la pression, $\bar{\bar{I}}_d$ la matrice identité et μ la viscosité dynamique du fluide. Enfin $\mathbf{f}$ représente les forces volumiques agissant sur le fluide (dans le reste de notre étude ces forces seront nulles).

Dans le cas d'un fluide incompressible il est possible de réécrire le terme $\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}$ de la façon suivante :

$$\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} = -\nabla \cdot p + \mu\nabla^2 \cdot \mathbf{u} \tag{3.4}$$

Ceci se comprend assez aisément en coordonnées cartésiennes en 3D :

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot (\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T) &= \nabla \cdot \begin{bmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2\frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} & 2\frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + 2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Or $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla.\mathbf{u} = 0$ d'après la loi de conservation de la masse de l'équation 3.2. Donc $\nabla \cdot (\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T) = \nabla^2 \cdot \mathbf{u}$

Les équations 3.2 et 3.3 s'appliquent à un domaine de fluide Ω. Pour que le problème soit bien posé, il faut imposer un certain nombre de conditions limites sur la frontière $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N$:

— Conditions de Dirichlet :

$$\mathbf{u} = \bar{\boldsymbol{u}} \text{ sur } \Gamma_D \tag{3.5}$$

— Conditions de Neumann :

$$\bar{\bar{\sigma}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} = \bar{\boldsymbol{t}} \text{ sur } \Gamma_N \tag{3.6}$$

Avec $\bar{\boldsymbol{u}}$ le vecteur vitesse imposé à la frontière, $\hat{n}$ la normale unitaire extérieure au domaine et $\bar{\boldsymbol{t}}$ la traction imposée à la frontière.

3.1.2 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est un outil puissant car elle permet d'identifier les nombres sans dimensions qui régissent la physique du phénomène. Dans le cadre de notre étude on peut écrire la relation suivante :

$$\mathbf{u} = f_u(\mathbf{x}, t, p, \mu, L, D, U_0, \rho, k_\theta, c_\theta, I) \tag{3.7}$$

Avec :

— $\mathbf{u}$: la vitesse du fluide
— $\mathbf{x}$: le vecteur position
— t : le temps
— p : la pression
— μ : la viscosité dynamique du fluide
— D : la longueur de l'arrête du carré
— L : la hauteur du cylindre
— U_0 : une vitesse de référence
— ρ : la masse volumique du fluide
— k_θ : la rigidité en torsion de l'oscillateur
— c_θ : l'amortissement en torsion de l'oscillateur
— I : l'inertie du solide.

Il y a donc 12 variables dépendantes et 3 dimensions (la masse, le temps, la longueur). Le théorème de Vaschy-Buckingham (ou théorème Π) énonce que pour décrire ce problème il suffit de définir 9 nombres sans dimensions :

$$\frac{U}{U_0} = g_u\left(\frac{\mathbf{x}}{D}, \frac{tU_0}{D}, \frac{p}{\rho U_0^2}, \frac{L}{D}, Re, \varsigma, U_R, I^*\right) \tag{3.8}$$

Tableau 3.1 Nombres adimensionnels

$\frac{U}{U_0}$	Vitesse adimensionnelle
$\frac{\mathbf{x}}{D}$	Position adimensionnelle
$\frac{tU_0}{D}$	Temps adimensionnel
$\frac{p}{\rho U_0^2}$	Pression adimensionnelle
$\frac{L}{D}$	Longueur adimensionnelle du cylindre
$Re = \frac{\rho U_0 D}{\mu}$	Nombre de Reynolds
$\varsigma = \frac{c_\theta}{2I\omega}$	Taux d'amortissement
$U_R = \frac{U_0 2\pi}{\omega D}$	Vitesse réduite
$I^* = \frac{I}{\rho D^4 L}$	Ratio d'inertie

Avec ω la pulsation naturelle de l'oscillateur :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_\theta}{I}}$$

Il est bien sûr possible de choisir des nombres différents. Dans le reste de l'étude, nous utiliserons cet ensemble de nombre adimensionnels pour décrire les simulations réalisées. Les nombres qui seront particulièrement mis de l'avant sont le nombre de Reynolds qui représente le rapport entre les effets des forces d'inertie et des forces visqueuses, le ratio d'inertie, la vitesse réduite qui est le rapport entre le temps de convection de référence du fluide et le temps caractéristique du solide. On peut rajouter à ces nombres adimensionnels le nombre de Strouhal (qui est analogue à l'inverse du temps adimensionnel) :

$$St = \frac{fL}{U_0}$$

Avec f une fréquence caractéristique de l'écoulement comme celle du lâcher alternatif de tourbillons dans le sillage du solide.

Maintenant que les équations et les paramètres en jeu ont été présentés, on passe à la résolution de notre problème. Malheureusement, les méthodes analytiques ne permettent pas de trouver de solutions aux équations de Navier-Stokes et encore moins à des problèmes d'IFS. C'est pourquoi, les équations vont être discrétisées par la méthode des éléments finis pour être résolues numériquement.

3.2 Application de la méthode des éléments finis

Dans un premier temps, nous présentons la méthode des éléments finis pour discrétiser les équations de Navier-Stokes. Ensuite nous présenterons la méthode des réactions qui permet de calculer les efforts exercés sur le solide. Enfin, l'ajout des équations du mouvement du solide nécessite de prendre en considération d'autres aspects comme le couplage des équations ou le référentiel utilisé.

3.2.1 Discrétisation du problème

Il n'est pas possible de résoudre de façon analytique les équations de Navier-Stokes (sauf pour certains cas très simples) encore moins quand elles sont couplées avec les équations de la dynamique. Il faut donc passer par une méthode de calcul comme celle des éléments finis, des volumes finis, des différences finies ou des méthodes variationnelles comme celles de Rayleigh-Ritz ou de Galerkin. La méthode choisie pour résoudre les équations précédentes est celle des éléments finis car le laboratoire où cette étude est réalisée possède une bonne expertise dans cette méthode.

La première étape consiste à écrire la forme faible des équations 3.2 et 3.3 en multipliant les équations par des fonctions test q et $\mathbf{w}$ et en intégrant sur le domaine Ω. On cherche $\mathbf{u} \in [H^1(\Omega)]^d$ où d est la dimension du problème et $p \in L^2(\Omega)$ tels que :

$$\int_\Omega q(\nabla \cdot \mathbf{u}) d\Omega = 0 \quad \forall q \in L^2(\Omega) \tag{3.9}$$

$$\int_\Omega \rho_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{w} d\Omega + \int_\Omega \rho_F((\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}) \cdot \mathbf{w} + \bar{\bar{\sigma}} : \nabla \mathbf{w} d\Omega = \int_{\Gamma_N} \mathbf{w} \cdot \bar{\boldsymbol{t}} d\Gamma \qquad \forall \mathbf{w} \in [H_0^1(\Omega)]^d \tag{3.10}$$

Selon la méthode des éléments finis, le domaine Ω est découpé en éléments Ω^e et les inconnues $\mathbf{u}$ et p sont discrétisées de la façon suivante :

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{n_u} N_i \boldsymbol{u_i}$$

$$p = \sum_{i=1}^{n_p} M_i p_i$$

Les fonctions d'interpolation N_i et M_i sont des polynômes dont le degré dépend du type d'éléments choisi ; $\boldsymbol{u_i}$ et p_i sont les valeurs des inconnues aux noeuds du maillage. Dans notre cas nous utilisons les éléments de Taylor-Hood (P2-P1). Il s'agit de tétrahèdres à 10 noeuds de vitesse (4 aux sommets et 6 aux milieux des arêtes) et 4 noeuds de pression (aux sommets uniquement). Ceci implique que les fonctions d'interpolation de la vitesse sont continues et quadratiques sur un élément et que les fonctions d'interpolation de la pression sont continues et linéaires sur un élément. Cet élément satisfait la condition LBB (Ladyshenskaya-Babuska-Brezzi) nécessaire pour éviter les modes parasites de pression.

Puisque les équations 3.9 et 3.10 sont valables pour toutes les fonctions test, on peut choisir les fonctions d'interpolation comme fonctions test :

$$\mathbf{w} = N_j$$

$$q = M_j$$

L'utilisation des fonctions d'interpolation comme fonctions tests permet donc d'obtenir un système de N équations à N inconnues ($N = 3n_u + n_p$). Un des avantages de la formulation des éléments finis est que les fonctions d'interpolation N_j et M_j sont définies localement, elles valent 1 pour le noeud considéré et 0 pour tous les autres noeuds. Ainsi il est possible de diviser le système global d'équations en une somme de systèmes élémentaires (en traitant les éléments séparément). De plus, dans la méthode des éléments finis, les éléments sont projetés sur un élément de référence (voir figure 3.1) où les calculs sont menés puis le système élémentaire est assemblé dans le système global.

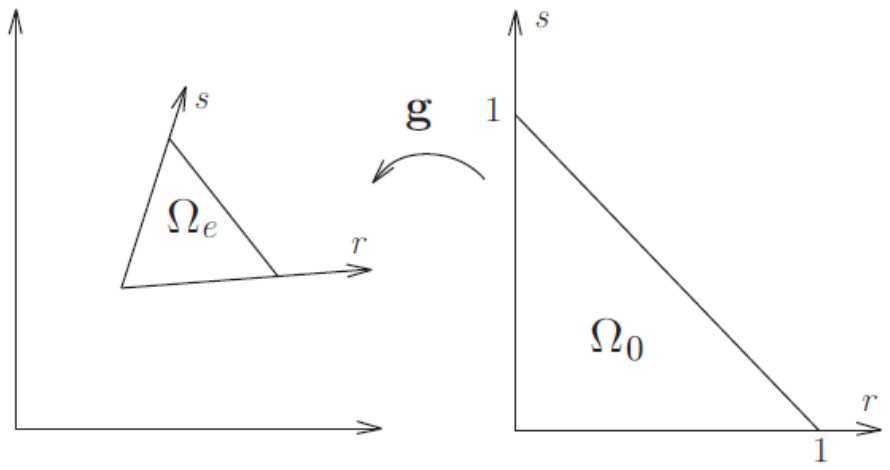


Figure 3.1 Transformation de l'élément réel à l'élément de référence

La discrétisation des équations de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis permet de calculer les efforts imposés par le fluide sur les parois du solide. La méthode utilisée est celle des réactions et elle est présentée dans la partie suivante.

3.2.2 Méthode des réactions

L'équation 3.1 qui régit le mouvement du solide nécessite le calcul des efforts qui s'éxercent sur le corps épais. Ainsi, une méthode pour obtenir ces efforts à partir de la méthode des éléments finis est nécessaire. Le système d'équations formé à partir de la discrétisation des équations de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis peut s'écrire de la façon matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{\bar{A}}_{11} & \bar{\bar{A}}_{12} \\ \bar{\bar{A}}_{21} & \bar{\bar{A}}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{inconnues} \\ \bar{\boldsymbol{u}}_{Dirichlet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{F}_{solide} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Le terme $\boldsymbol{F}_{solide}$ correspond aux forces nodales provenant du solide et agissant sur le fluide pour assurer les conditions de Dirichlet. Pour un problème d'écoulement incompressible seul autour d'un solide statique, ces termes peuvent être calculés postérieurement à la résolution du système éléments finis. Dans les cas d'interactions fluide-structure, ces termes sont des inconnues qu'il faut résoudre en même temps que les autres équations. Dans les deux cas le système 3.11 peut se réécrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{\bar{A}}_{11} & \bar{\bar{0}} \\ \bar{\bar{A}}_{21} & -\bar{\bar{I}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{inconnues} \\ \boldsymbol{F}_{solide} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f} - \bar{\bar{A}}_{12}\bar{\boldsymbol{u}}_{Dirichlet} \\ -\bar{\bar{A}}_{22}\bar{\boldsymbol{u}}_{Dirichlet} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

En pratique, en imposant une condition de non-glissement ($\mathbf{u} = 0$) sur les bords du solide, les forces du solide sur le fluide qui s'éxercent à chaque noeud de cette frontière sont calculables. Après avoir pris l'opposée pour obtenir les forces nodales du fluide sur le solide, il suffit de faire la somme de ces forces pour obtenir la force résultante sur le corps solide. Pour les moments, il suffit de définir un centre de rotation, les moments nodaux peuvent ainsi être calculés et sont ensuite sommés pour obtenir le moment résultant sur le corps solide.

La méthode des réactions permet ainsi de déterminer les efforts résultants provenants du fluide sur le solide. Ce sont ces efforts qui permettent de déterminer le mouvement du solide. Pour effectuer des simulations réelles d'IFS où le solide est en mouvement il faut donc résoudre les équations du mouvement du solide.

La suite de ce chapitre traite de la gestion du mouvement du solide notamment en terme de couplage des équations et de choix de référentiel.

3.2.3 Couplage des équations

Les équations pour le fluide et pour le solide ont été introduites séparément. En IFS elles sont couplées. En effet, il faut connaître l'écoulement autour du solide pour calculer les forces agissant sur ce dernier et ainsi déterminer son mouvement. De la même manière, il faut connaître le mouvement du solide pour avoir le bon domaine Ω et les bonnes conditions limites pour déterminer l'écoulement du fluide. Dans le domaine des interactions fluide-structure, il existe deux méthodes de résolution de ces équations : une méthode dite "couplée"(ou "monolithique") et une dite "découplée". La méthode couplée, comme son nom le suggère, résout en même temps les équations du solide et celles du fluide permettant ainsi de conserver le fort couplage entre les deux. Par opposition, la méthode découplée va agir de façon itérative comme illustré sur la figure 3.2.

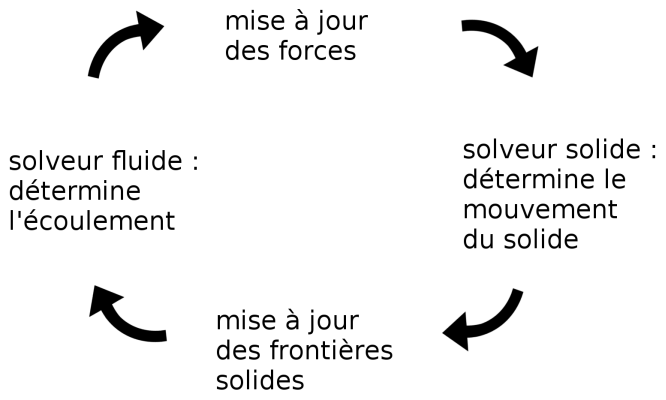


Figure 3.2 schéma itératif d'une méthode découplée

En partant d'une position initiale du solide, le solveur fluide va déterminer l'écoulement puis calculer les forces agissant sur le solide. Le solveur solide va ensuite déterminer à partir de ces forces le mouvement du solide. Le solide occupant désormais une nouvelle position, il faut recalculer l'écoulement et ainsi de suite. La méthode découplée présente plusieurs avantages. Tout d'abord, elle est plus facile à mettre en place dans un outil numérique, et ceci est d'autant plus vrai pour les groupes de recherche qui possèdent déjà un solveur fluide et un solveur solide disctincts : il suffit juste de construire une interface entre les deux. De plus, cette méthode est moins gourmande en terme de mémoire. En effet, résoudre un problème fluide seul puis un problème solide seul nécessite moins d'espace mémoire que de résoudre les deux en même temps. Malheureusement la méthode découplée présente un désavantage : sa nature découplée ne retranscrit pas exactement le couplage fort qui existe dans les équations. Ce défaut peut aboutir à des problèmes de convergence et des solutions fausses et ce plus particulièrement pour des ratios d'inertie faibles. Pour cette étude, on utilise le solveur CADYF qui est déjà muni d'une méthode couplée.

3.2.4 Référentiel utilisé

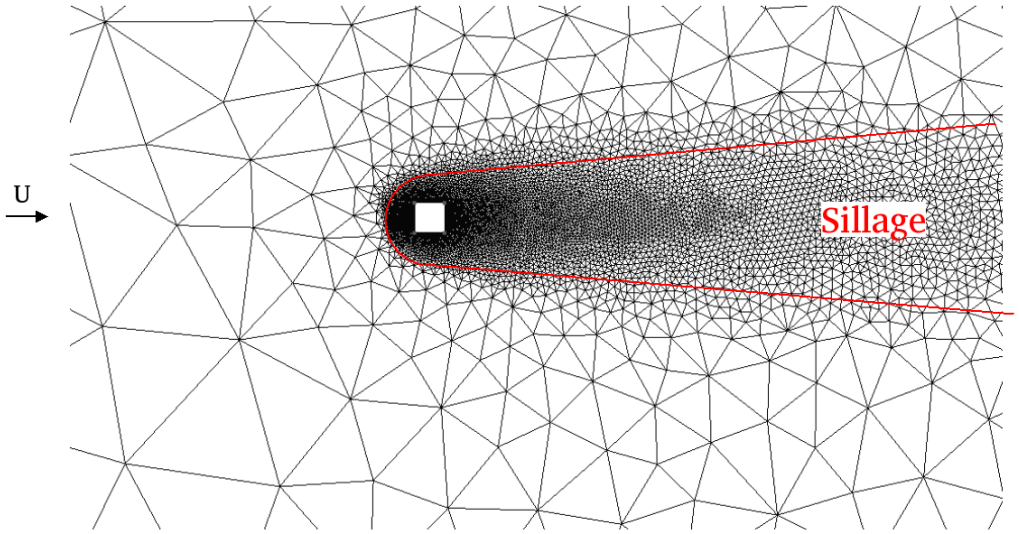
Dans les problèmes d'interactions fluide-structure, le question du référentiel se pose. En effet, la présence du solide en mouvement dans le domaine fluide et auquel on peut attacher un repère donne une option supplémentaire par rapport à un problème fluide seul : on peut exprimer les équations dans un repère relatif (qui se déplace avec le solide) ou absolu (qui est aligné avec les limites extérieures du domaine fluide).

Dans un repère relatif, le maillage (la grille sur laquelle on discrétise les équations, présentée dans la section 3.2.1) reste solidaire du solide, il ne se déforme pas dans le repère du solide. Les conditions limites quant à elles s'ajustent pour que l'écoulement incident provienne toujours de la même direction. A contrario, dans un repère absolu les conditions limites sont fixes et le solide se déplace dans le domaine fluide. Pour ce qui concerne le maillage, il doit pouvoir se déformer. Ceci est rendu possible en considérant le maillage comme un pseudo-solide : on peut lui conférer une certain rigidité qui peut varier dans l'espace. De cette façon les points (ou noeuds) qui se trouvent aux frontières avec le solide suivent simplement le mouvement du solide et la déformation induite se propagera dans le reste du domaine pour que tout le maillage s'adapte à la nouvelle position. Cette méthode nécessite une formulation ALE qui sera détaillée dans la section 3.13.

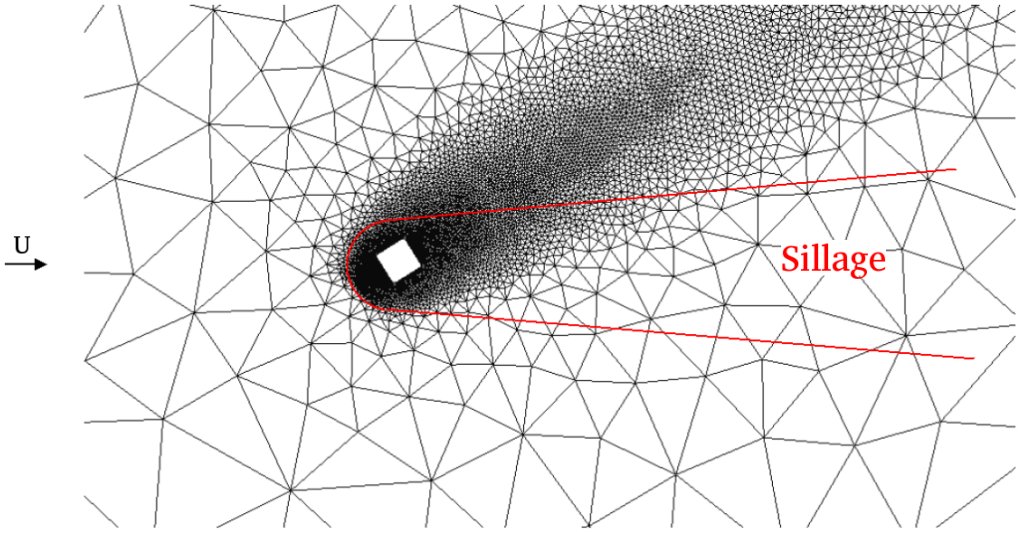
Si il faut maintenant comparer les deux repères, le développement d'un repère relatif peut être difficile sur un outil numérique déjà existant et notamment la prise en compte des modifications des conditions limites et des termes de pression (le repère étant accéléré il est non-galiléen et des termes de pression viennent s'ajouter pour corriger l'accélération). Ces modifications se révèlent même très complexes quand des rotations du repère rentrent en jeu. D'un autre côté, le repère absolu quant à lui nécessite la gestion de la déformation du maillage. Ce qui va augmenter la taille de notre système à résoudre. D'un point de vue temps de calcul, le repère relatif semble donc plus avantageux. Dans cette étude les simulations ont été réalisées dans un repère absolu et ceci pour les considérations suivantes.

En mécanique des fluides, il est bien connu que pour capturer de façon efficace de forts gradients dans un écoulement, la discrétisation doit être plus fine. En terme de maillage, il faut donc avoir des maillages très raffinés (avec des éléments très petits) dans les zones à forts gradients. On peut se contenter de maillages plus grossiers dans les zones dite "mortes". Les maillages non structurés permettent d'avoir ce type de maillages avec des zones très raffinées et d'autres très grossières comme on peut le voir sur la figure 3.3. Dans le cas présent, la zone à forts gradients qui présente un intérêt est principalement constituée du sillage en aval du solide et des couches limites autour de ce dernier. La figure 3.3 illustre schématiquement ce qu'il se produirait dans le cas d'un repère relatif : dans les deux images l'écoulement incident provient de la gauche. On voit bien que si le solide se met à tourner le maillage va tourner avec lui. Or, le sillage derrière le solide est toujours à droite et aligné avec l'écoulement incident qui lui est invariant. Il sera donc très difficile de simuler ce sillage de façon précise car les éléments du maillage qui se trouvent à cet endroit là sont maintenant trop grossiers.

Tout l'avantage des maillages non structurés est perdu car notre zone de maillage raffinée ne correspond plus à la partie de l'écoulement qui doit être résolue de façon précise. Le maillage qui serait alors nécessaire devrait être beucoup plus raffiné que celui illustré à la figure 3.3 et le système à résoudre serait donc plus gros.



(a) maillage initial



(b) maillage après une rotation

Figure 3.3 mouvement du maillage pour un repère relatif

En résumé, si le solide subit des rotations, un repère absolu présente le désavantage de rajouter des équations au système pour gérer le pseudo-solide. Ce désavantage est compensé par le fait que le maillage utilisé est plus petit ce qui réduit la taille du système. Nous aurions pu mener une étude pour savoir à partir de quelle taille de maillage un des repères est supérieur du point de vue temps de calcul par rapport à l'autre mais de toute façon CADYF ne permet pas encore d'utiliser un repère relatif si les degrés de liberté en rotation sont activés. Néanmoins cela montre que notre approche est justifiée.

Ainsi, nous avons choisi un repère absolu. Ce choix impose que le maillage puisse se déformer. Cela nécessite l'usage d'une formulation ALE qui est détaillées ci-après

3.2.5 Formulation ALE

À présent, il faut parler de la formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). En effet, nous avons vu que dans le repère absolu le mouvement du solide déforme le domaine fluide. Le domaine Ω dépend donc maintenant du temps et sera noté $\Omega(t)$. Ainsi, les noeuds du maillage qui sont les points où l'on mesure la vitesse du fluide se déplacent maintenant au cours du temps selon la déformation du pseudo-solide. Ceci pose un problème car on ne se place plus du point de vue Eulerien qui est celui d'un observateur fixe qui voit passer les particules de fluide et mesure leur vitesse. Dans notre cas l'observateur n'est plus fixe. La formulation ALE permet de se placer entre les points de vue Lagrangien et Eulerien et elle a pour conséquence de réécrire la loi de conservation de la quantité de mouvement 3.3 de la façon suivante :

$$\rho_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_F((\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} \tag{3.13}$$

Où $\mathbf{v}$ représente la vitesse du maillage. La formulation faible de cette équation s'écrit :

$$\int_{\Omega(t)} \rho_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{w} d\Omega + \int_{\Omega(t)} \rho_F(((\mathbf{u}-\mathbf{v})\cdot\nabla)\mathbf{u}).\mathbf{w} + \bar{\bar{\sigma}} : \nabla \mathbf{w} d\Omega = \int_{\Gamma_N(t)} \mathbf{w} \cdot \bar{\boldsymbol{t}} d\Gamma \qquad \forall \mathbf{w} \in [H_0^1(\Omega(t))]^d \tag{3.14}$$

En plus de la modification des équations de Navier-Stokes, il faut savoir selon quelle loi le maillage se déforme. Ici, la formulation choisie est celle d'un pseudo-solide.

3.2.6 Pseudo-solide

Pour que le maillage se déforme il faut donc le considérer comme un pseudo-solide. La loi de déformation est obtenue en considérant les équations d'élasticité linéaire sans prendre en compte l'inertie (le pseudo-solide réagit instantanément aux déplacements du corps rigides sans lui opposer de résistance) :

$$\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}^{ps} = 0 \tag{3.15}$$

Les contraintes dans le pseudo-solide sont régies par les équations de Saint-Venant-Kirchoff (3.16) :

$$\sigma_{ij}^{ps} = \lambda E_{kk}\delta_{ij} + 2\mu E_{ij} \tag{3.16}$$

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \chi_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.17}$$

Avec $\boldsymbol{\chi}$ les déplacements du pseudo-solide dans les 3 directions de l'espace. Pour ce qui est des conditions limites, les déplacements sont nuls aux bords du domaine fluide et égaux aux déplacements du solide sur les interfaces avec le solide. Les coefficients de Lamé λ et μ sont choisis de façon arbitraire. En pratique, ces coefficients dépendent de l'espace et sont ajustés pour éviter la divergence du calcul (*i.e* le pseudo-solide va être très rigide autour du solide pour éviter que les petits éléments ne se déforment trop et les grands éléments aux bord du domaine fluide vont quand à eux être plus déformables).
En résumé le système d'équations ainsi formé peut être divisé en trois groupes :

- Les équations du fluide.
- Les équations du mouvement du corps solide.
- Les équations de déformation du maillage.

Ces trois groupes sont tous couplés car :

- La déformation du maillage est nécessaire pour résoudre les équations du fluide à travers la vitesse du maillage et la position des frontières du solide.
- L'écoulement autour du solide est nécessaire pour connaître les forces s'appliquant sur ce dernier et résoudre les équations du mouvement.
- Le mouvement du solide est nécessaire pour que le maillage se déforme convenablement

Ainsi, le système complet d'IFS est maintenant discrétisé grâce à notre formulation par éléments finis. Il faut maintenat résoudre ce système non linéaire.

3.3 Résolution du système

Dans ce chapitre, nous nous attarderons sur le calcul des dérivées temporelles, puis sur la résolution du système non-linéaire. Enfin, nous présenterons des optimisations de la méthode présentes dans CADYF.

3.3.1 Intégrateur en temps

Précédemment, nous avons montré que nos équations dépendait du temps. Une des méthodes couramment employée consiste à discrétiser la durée de la simulation en un certain nombre de pas de temps. Ainsi à chaque pas de temps, le problème discrétisé spatialement par la méthode des éléments finis est résolu. Ce pas de temps est ensuite utilisé dans la résolution des pas de temps suivants pour calculer les dérivées temporelles des variables d'intérêt. De manière générale, la méthode utilisée pour calculer les dérivées temporelles est celle des différences finies. Dans ce cas, on exprime la dérivée par rapport au temps d'une variable y de la façon suivante :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \sum_{j=1}^{p} a_j y_j$$

Dans cette étude des schémas de la méthode BDF (Backward differentiation Formula) ont été utilisés. Pour un schéma BDF d'ordre p, les coefficients a_j sont obtenus à partir du polynôme d'ordre p qui interpole les pas de temps $t_j : j = n, \ldots, n-p$, avec t_n l'instant où l'on cherche à évaluer la dérivée.

Avec CADYF, il est possible d'utiliser une méthode p-adaptative dans le sens que l'ordre p de la méthode BDF peut varier de 1 à 6 (on sait que les méthodes d'ordre supérieur à 6 sont inconditionnellement instables et que les méthodes BDF d'ordre 1 et 2 sont inconditionnellement A-stable). Le calcul se déroule afin que l'ordre stable le plus élevé possible soit sélectionné. Un critère de stabilité permet d'abaisser l'ordre si jamais il s'avérait instable. Notre outil numérique comprend aussi une méthode h-adaptative qui permet de sélectionner le pas de temps le plus grand possible tout en assurant la stabilité et la précision du calcul.

3.3.2 Méthode de Newton

La méthode des éléments finis permet d'aboutir à un système d'équations de la forme : $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{R}$ étant une fonction vectorielle non linéaire appelée résidu et $\boldsymbol{X}$ le vecteur des inconnues. La méthode de Newton-Raphson permet de résoudre ce genre de problème de façon itérative en commençant par le linéariser :

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n+1}) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n}) + \frac{\partial \boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n})}{\partial \boldsymbol{X}} \cdot \Delta \boldsymbol{X} + \mathcal{O}(\Delta \boldsymbol{X}^{2}) \tag{3.18}$$

Avec $\Delta \boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}^{n+1} - \boldsymbol{X}^{n}$ et $\frac{\partial \boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n})}{\partial \boldsymbol{X}}$ la matrice Jacobienne de $\boldsymbol{R}$. En supposant que $\boldsymbol{X}^{n}$ converge vers la solution (donc $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n+1}) = \boldsymbol{0}$) et en considérant uniquement les termes linéaires, l'équation 3.18 s'écrit :

$$\frac{\partial \boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n})}{\partial \boldsymbol{X}} \cdot \Delta \boldsymbol{X} = -\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n}) \tag{3.19}$$

Ainsi, il est possible de converger vers une solution du système initial. On peut trouver $\boldsymbol{X^{n+1}}$ si on connaît $\boldsymbol{X^{n}}$ en partant d'un $\boldsymbol{X^{0}}$ donné. La solution est considérée convergée si les deux critères suivants sont respectés :

$$\frac{||\Delta \boldsymbol{X}||}{||\boldsymbol{X}||} \leq \varepsilon_1 \tag{3.20}$$

$$\frac{||\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{n})||}{||\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}^{0})||} \leq \varepsilon_2 \tag{3.21}$$

avec ε_1 et ε_2 deux constantes choisies par l'utilisateur.

La méthode de Newton permet de converger vers une solution mais quelques modifications peuvent lui être apportées pour réduire le temps de calcul.

3.3.3 Optimisations de la méthode

Tout d'abord, il est parfois difficile de calculer analytiquement la matrice Jacobienne, et ceci est encore plus vrai pour des problèmes tri-dimensionnels avec la gestion du pseudo-solide. C'est pourquoi une méthode numérique pour calculer la Jacobienne est souvent utilisée.

$$J_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial X_j} = \frac{R_i(X_j + \Delta X_j) - R_i(X_j)}{\Delta X_j} \tag{3.22}$$

La matrice Jacobienne est donc calculée en perturbant toutes les variables tour à tour et en en déduisant les dérivées partielles grâce à la formule de différences finies (3.22).

Ensuite, dans une simulation par éléments finis, une des phases les plus coûteuses en espace mémoire et en temps de calcul est la factorisation LU de la matrice Jacobienne permettant de résoudre l'équation 3.19. Ainsi, il est intéressant d'utiliser la méthode de Newton modifiée où la matrice Jacobienne n'est pas factorisée à chaque itération, le programme réutilise la factorisation la plus résente. Si jamais le résidu augmente, la matrice Jacobienne sera factorisée à nouveau. Il est aussi possible d'imposer une réduction du résidu minimale entre deux itérations. Ceci ne permet pas d'assurer la convergence de la méthode de Newton mais les résultats sont suffisants. Cette méthode permet un gain de temps considérable sur des simulations nécessitant plusieurs dizaines de milliers d'itérations.

Enfin, le système est assemblé et résolu en parallèle pour accélérer les calculs. La résolution du système global est réalisée par le solveur direct parallèle Pardiso.

CHAPITRE 4 RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats numériques obtenus avec CADYF. Dans un premier temps nous effectuerons la vérification et la validation de notre outil numérique pour des problèmes d'interactions fluide-structure. Puis, nous étudierons des écoulements tri-dimensionnels autour d'un cylindre statique. Finalement, nous nous intéresserons à des cas d'interactions fluide-structure où le cylindre est en mouvement.

4.1 Vérification et validation de l'outil numérique

Dans le domaine de la simulation numérique, il est nécessaire de justifier le choix d'une méthode et ses résultats. Ce processus est réalisé en répondant à deux questions :

— Notre outil numérique résout-il bien les équations choisies ?

— Les équations choisies représentent-elles bien le problème physique en jeu ?

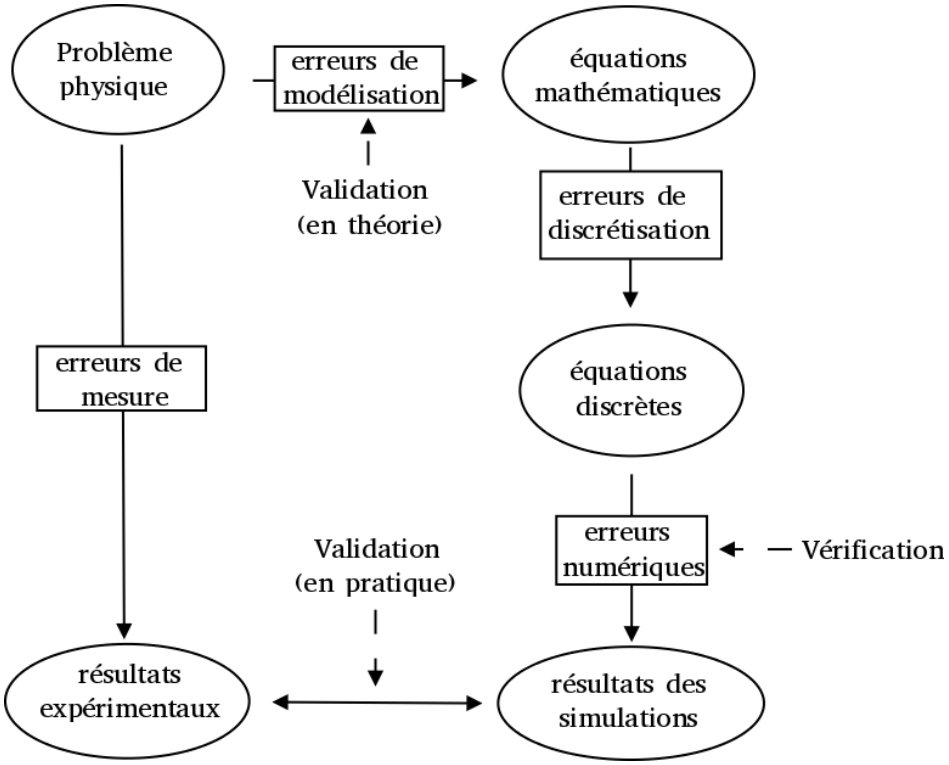


Figure 4.1 Vérification et Validation

Pour la première question, on parle de ”vérification”, on veut savoir si les équations (qu'elles représentent ou non un problème physique) sont bien résolues ou au moins si elles sont résolues avec la précision attendue par la théorie. Dans le second cas, on parle de ”validation”, il s'agit de savoir si les hypothèses qui ont été faites sont bien valables et si la modélisation de la réalité par une équation aux dérivées partielles est correcte. Étant donné qu'il existe deux questions qui sont parfaitement indépendantes, on peut donc y répondre séparément et c'est seulement si la réponse à ces deux questions est positive que les simulations réalisées peuvent trouver un intérêt pour un ingénieur. Les deux sections suivantes s'attachent à faire la vérification de notre outil numérique puis sa validation.

4.1.1 Méthode des solutions manufacturées

Cette section s'attache à faire la vérification de notre outil numérique, on s'intéresse donc aux erreurs numériques qui sont représentées dans le diagramme 4.1. Il s'agit juste de savoir si les équations sont bien résolues. D'une manière générale, il suffit de trouver une solution exacte aux équations et de comparer cette solution exacte avec les résultats des simulations. Malheureusement, il existe peu de solutions exactes connues des équations de Navier-Stokes. Les cas qui possèdent une solution exacte sont pour la plupart des cas très simplistes (écoulement de Poiseuille, de Couette) et ne permettent pas de vérifier que notre outil fonctionne dans un cadre plus général car elles n'activent pas toutes les dérivées des équations aux dérivées partielles. C'est pourquoi on utilise les solutions dîtes manufacturées illustrées dans par un schéma à la figure 4.2.

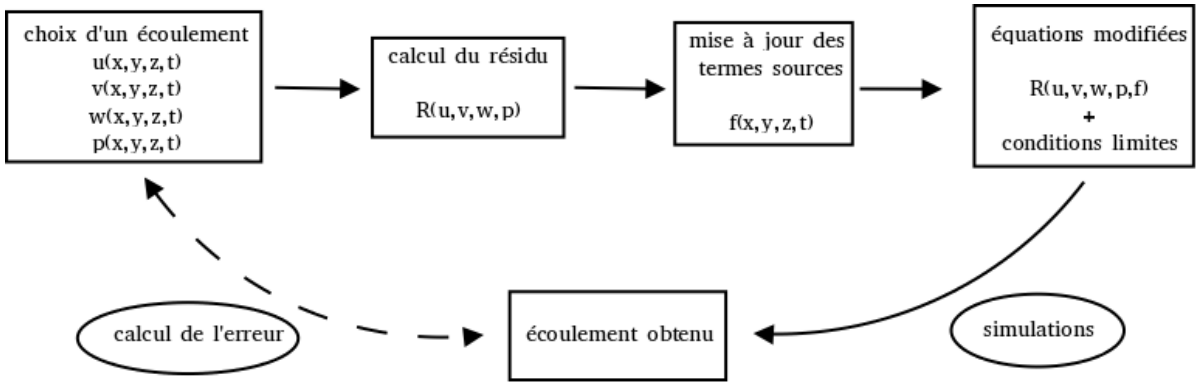


Figure 4.2 Méthode des solutions manufacturées

L'idée est la suivante : nous allons modifier les termes sources et les conditions limites dans les équations de Navier-Stokes pour obtenir un écoulement connu. Après avoir choisi un écoulement qu'on peut décrire comme une fonction de plusieurs variables dépendant du temps et de la position $f = [u(x,y,z,t) \quad v(x,y,z,t) \quad w(x,y,z,t) \quad p(x,y,z,t)]^T$, on insère cette solution dans les équations de Navier-Stokes sans termes sources. L'écoulement n'étant pas une solution exacte, le résidu des équations est forcément non nul. Pour y remédier, on ajoute des termes sources aux équations qui permettent d'annuler le résidu. On obtient donc des équations de Navier-Stokes dont la solution est exactement l'écoulement choisi aux erreurs de discrétisation près. Pour vérifier notre code nous avons choisi de considérer un volume de fluide cubique de hauteur 1 et on impose l'écoulement manufacturé suivant :

$$\mathbf{u}_m(\mathbf{x},t) = \frac{G(t)}{2\mu} \begin{bmatrix} y(y-h) + 2x + z \\ z(z-h) + x - y \\ x(x-h) + y - z \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$p_m(\mathbf{x},t) = G(t)(x+y+z) \tag{4.2}$$

Dans un premier temps on considère $G(t) = -1$ pour un problème stationnaire. On peut assimiler l'écoulement choisi, à un écoulement de Poiseuille dans les trois directions. Il présente l'intérêt d'exciter toutes les directions à la fois. Cet écoulement satisfait l'équation 3.2 de conservation de la masse, mais il faut rajouter le terme de forces volumiques 4.3 pour satisfaire l'équation 3.3 pour la conservation de la quantité de mouvement.

$$\mathbf{f}_m(\mathbf{x},t) = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}_m}{\partial t} + (\mathbf{u}_m.\nabla)\, \mathbf{u}_m \right) \tag{4.3}$$

Nous discrétisons le volume de fluide par des éléments P2 en vitesse et P1 en pression. Si on s'intéresse à notre écoulement de Poiseuille 3D, on remarque que la vitesse est décrite par une parabole et la pression est une fonction linéaire tel qu'illustré à la figure 4.4. La discrétisation éléments finis contient donc la solution manufacturée. Les erreurs en vitesse et en pression sont donc supposées être nulles pour tout maillage. L'erreur entre la solution exacte et la solution obtenue numériquement est ainsi calculée et ce en diminuant de plus en plus la taille des éléments. Les maillages sont illustrés dans la figure 4.3. Les résultats sont compilés dans le tableau 4.1.

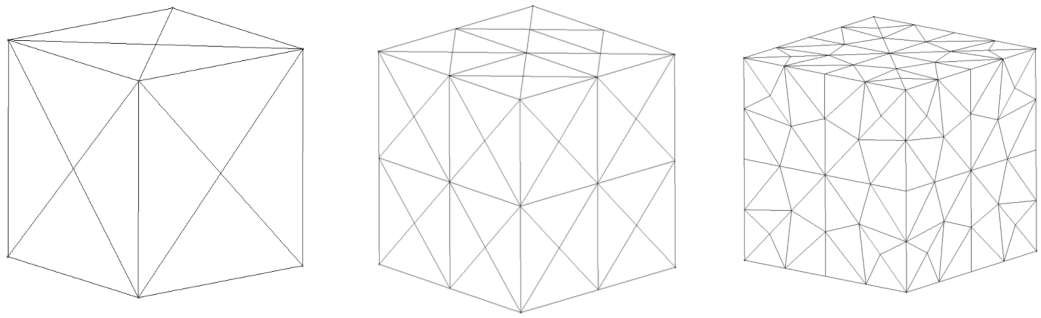
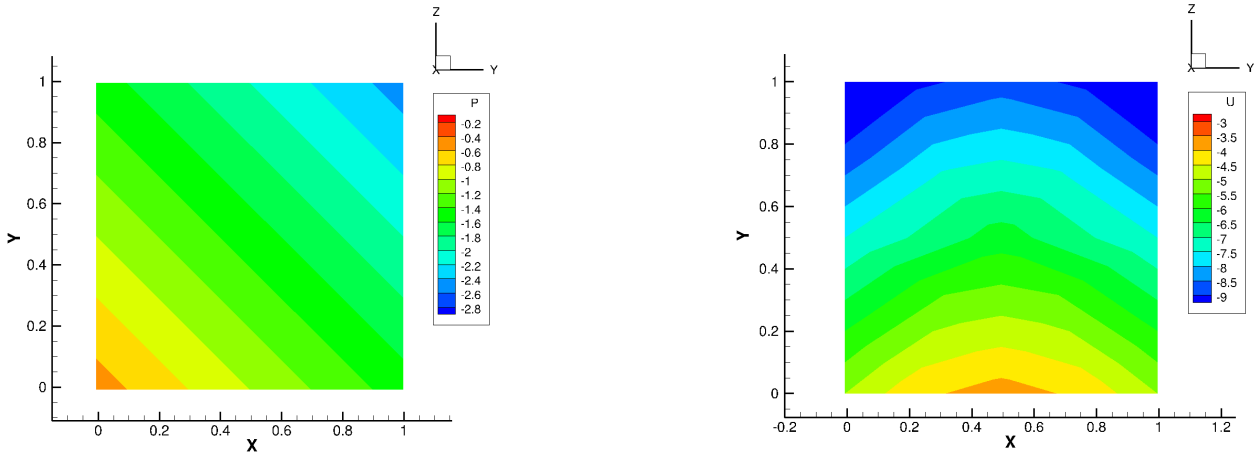


Figure 4.3 Illustration des maillages du cube. (de gauche à droite h = 1, h = 0.5, h = 0.25)



(a) Pression

(b) Composante de vitesse U

Figure 4.4 Contours de pression et de vitesse dans le plan x = 0.5 (maillage : h=0.25)

Les résultats montrent que l'erreur est proche du zéro machine et qu'elle ne diminue pas lorsqu'on raffine le maillage. Ceci illustre bien qu'il s'agit d'erreur numérique pure et non d'une erreur de discrétisation. En effet, la théorie prédit que l'erreur de discrétisation devait être nulle car les éléments choisis intègrent parfaitement la solution, la solution du système discret est donc nodalement exacte. On peut noter que l'erreur en vitesse H_1 augmente en raffinant le maillage. On peut facilement l'expliquer car le nombre de noeuds augmente. Augmenter le nombre de noeuds revient à sommer plus de termes d'erreur locale qui bien qu'étant de l'ordre de l'erreur machine vont faire augmenter l'erreur totale.

Tableau 4.1 Résultats de l'étude de convergence en maillage

h	erreur H_1 en vitesse	erreur L_2 en pression
1	8.71×10^{-15}	4.56×10^{-14}
0.5	1.14×10^{-13}	6.59×10^{-13}
0.25	8.77×10^{-14}	6.47×10^{-13}
0.125	3.73×10^{-14}	1.03×10^{-12}
0.0625	6.23×10^{-15}	1.78×10^{-12}

Cette vérification permet donc de dire que notre outil numérique n'amène pas d'erreurs numériques supplémentaires (à l'erreur machine près) et donc qu'il résout bien les équations discrètes du problème. Cette vérification a été effectuée sur un cas stationnaire. Or, toutes les simulations effectuées aux sections 4.2 et 4.3 dépendent du temps. Il faut donc modifier la dépendance en temps de équations 4.1 et 4.2 par le biais de la fonction $G(t)$:

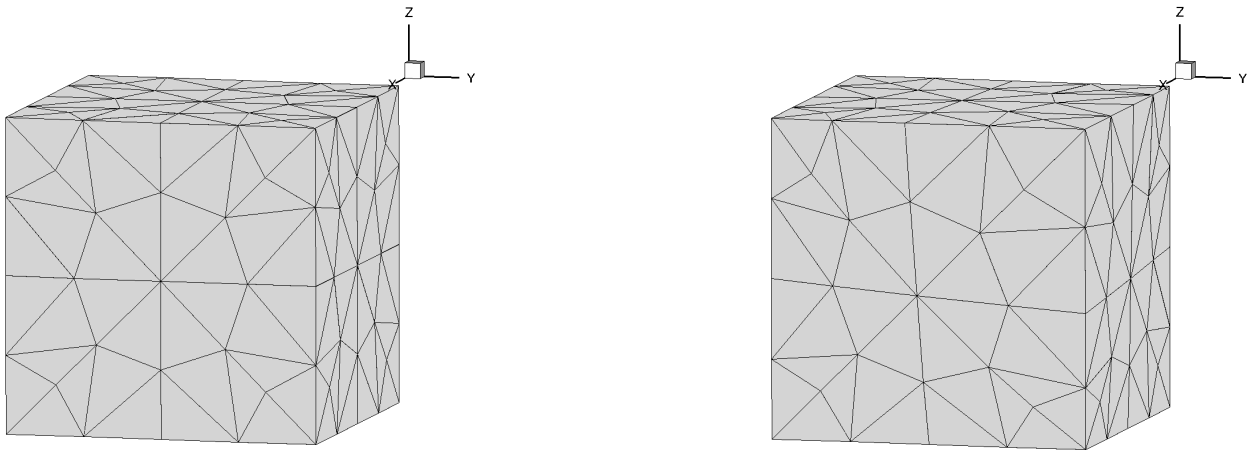
$$G(t) = -sin(2\pi t)$$

De plus, les simulations en interactions fluide-structure de la partie 4.3 nécessitent un maillage pseudo-solide. On va donc aussi faire se déformer le maillage du cube afin de voir si cela introduit une erreur. La déformation $\boldsymbol{\chi}$ suit la loi suivante :

$$\boldsymbol{\chi}_{ms}(\mathbf{x}, t) = \frac{\phi(t)}{4} xyz \begin{bmatrix} (x-h) \\ (y-h) \\ (z-h) \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Avec la dépendance en temps :

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ 4(t - tanh(t)) & (t > 0) \end{cases}$$



(a) t = 0.0 (b) t = 1.1

Figure 4.5 Illustration de la déformation du maillage

Il est alors possible d'effectuer les simulations pour des méthodes BDF d'ordre 1 à 6 pour l'intégration en temps. Les éléments sont toujours P2 en vitesse en P1 en pression donc la discrétisation spatiale n'introduit pas d'erreur. Dès lors, l'erreur obtenue est uniquement dûe à la discrétisation temporelle par la méthode BDF. Il faut vérifier qu'en changeant le pas de temps, l'erreur suit la théorie prédite par le modèle discret. On observe à la figure 4.6 que les courbes d'erreur se rapprochent du comportement asymptotique prévu par la théorie quand on diminue le pas de temps. Il faut néammoins déterminer si la pente de ces courbes tend vers l'ordre de convergence attendu. En effet, pour une méthode BDF d'ordre k, on doit trouver une pente de -k. La figure 4.7 illustre bien que les pentes de toutes les méthodes convergent bien vers l'ordre attendu à l'exception de BDF6. Pour cette dernière, on observe que pour les nombres de pas de temps les plus grands, l'erreur est relativement proche de l'erreur machine. Ainsi, la zone asymptotique de la méthode est probablement plus réduite que pour les autres. On vérifie néammoins que la pente atteint bien -6 pour une plage de pas de temps, donc l'ordre de convergence est bien atteint mais pas sur toutes la plage des pas de temps car l'erreur machine intervient.

Ceci met fin à la vérification de notre outil numérique où il a été vérifié que l'erreur des simulations suivait les lois prédites par le modèle discret. Il est donc possible d'affirmer que notre outil n'a pas de défaut introduisant des erreurs numériques plus grandes que l'erreur machine.

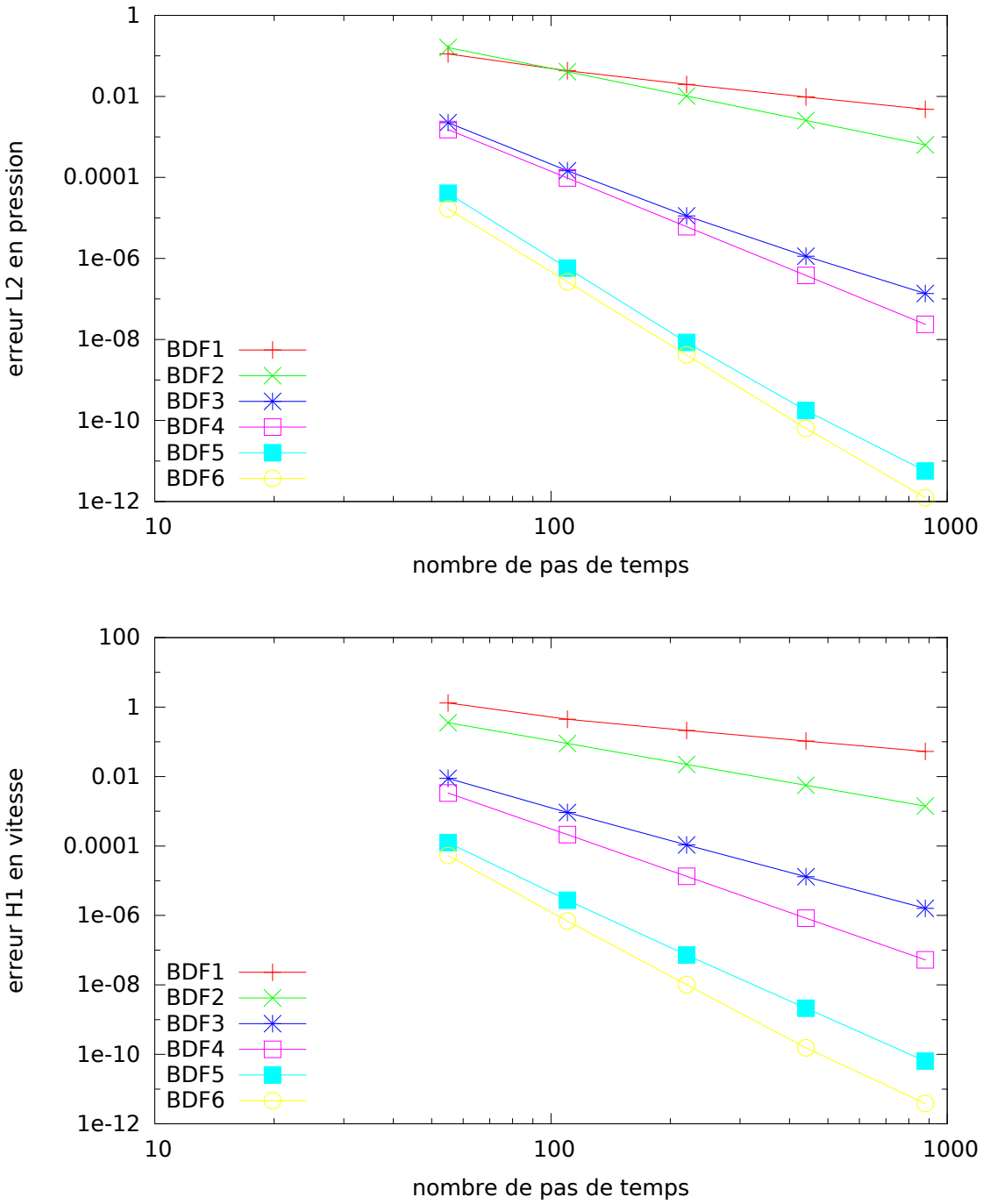


Figure 4.6 Erreur en pression et en temps pour BDF 1-6

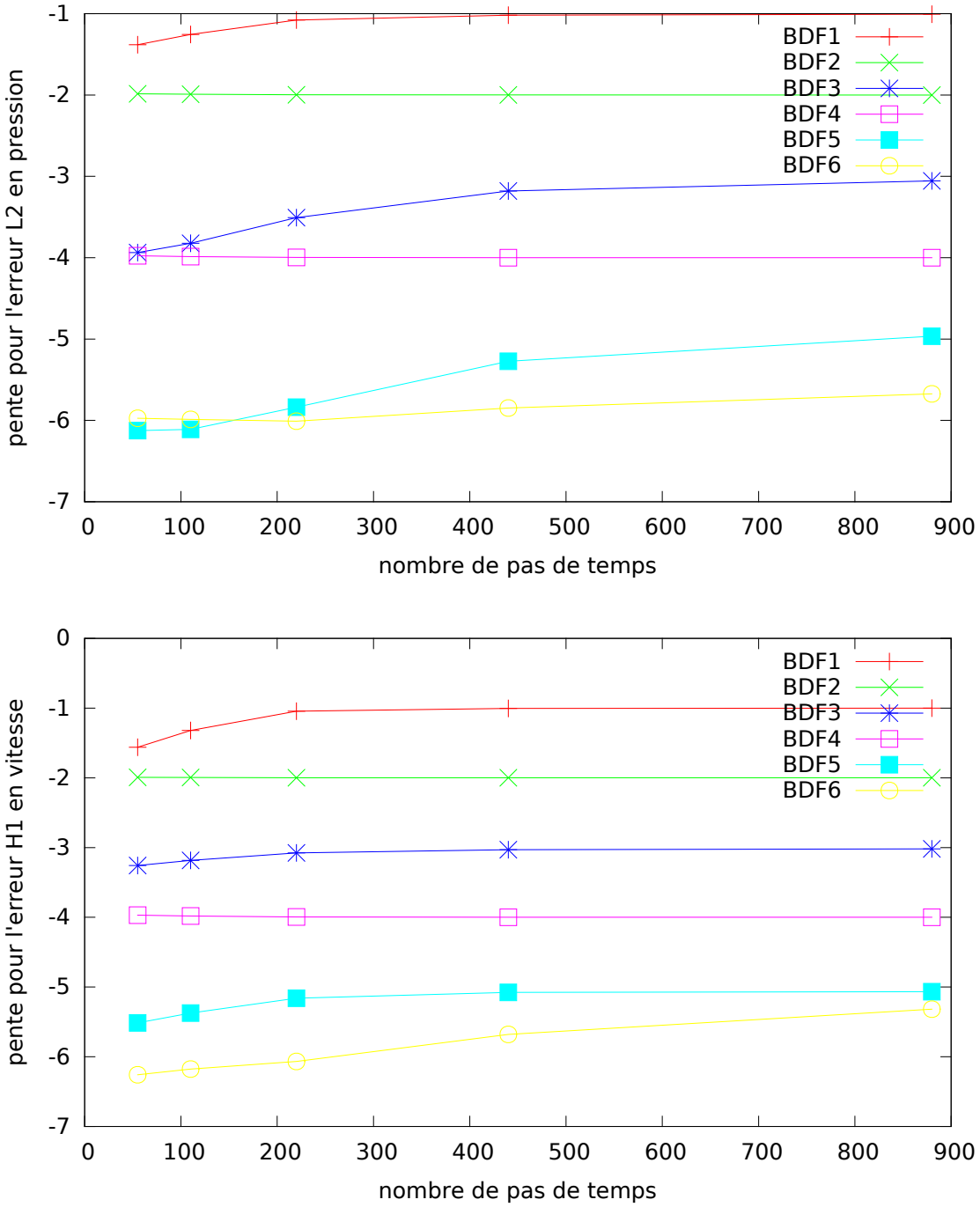


Figure 4.7 Pente de l'erreur en pression et en temps pour BDF 1-6

4.1.2 Comparaison sur un cas test : la sphère

Un des aspects critique de notre étude est le calcul de la résultante des forces exercées par le fluide sur le solide. En effet, ce sont ces forces qui sont à la base du mouvement et qui vont décider de l'apparition ou non du galop. Il faudrait donc en théorie comparer des mesures expérimentales d'efforts sur un corps épais dans un écoulement donné avec les prédictions d'efforts obtenues numériquement. Les simulations vont être réalisées pour un nombre de Reynolds relativement bas ($Re = 300$), or les mesures expérimentales pour ces valeurs de Reynolds sont assez rares dans la littérature. De plus, l'erreur de mesure vient s'ajouter aux résultats et il est parfois difficile de l'estimer. C'est pourquoi nous avons décidé de comparer les résultats avec des résultats de simulation numérique pour l'écoulement autour d'une sphère à un nombre de Reynolds de 300 de Johnson et Patel (1999). Dans leur article ils ont pu comparer les structures de l'écoulement obtenues numériquement avec des résultats expérimentaux pour valider leur modèle. Les auteurs de ce travail jouissent d'une bonne réputation dans le domaine de la simulation numérique en mécanique des fluides. Il est légitime de penser que leurs résultats sont dignes de confiance. De plus, le cas de l'écoulement autour d'une sphère est très documenté et leur travail datant de 1999, il a été possible de le vérifier depuis. Leurs résultats sont présentés à la figure 4.8.

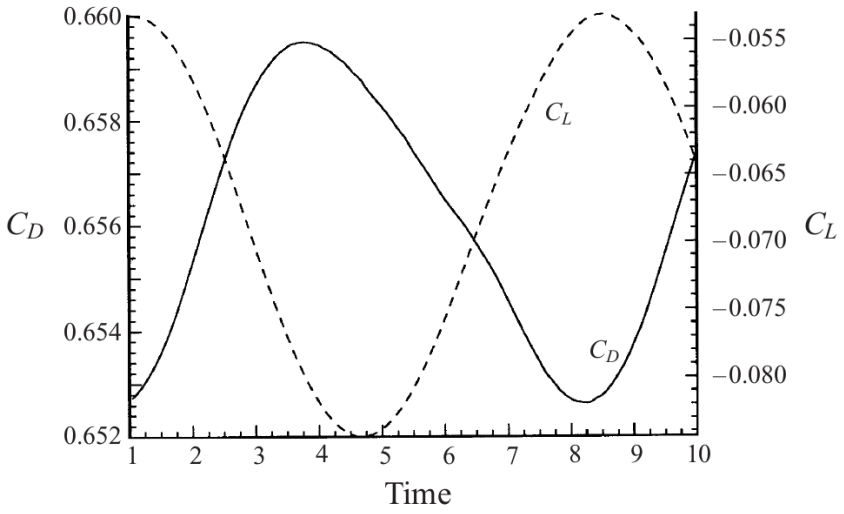


Figure 4.8 Coefficients de traînée et de portance en fonction du temps adimensionnel (Johnson et Patel (1999))

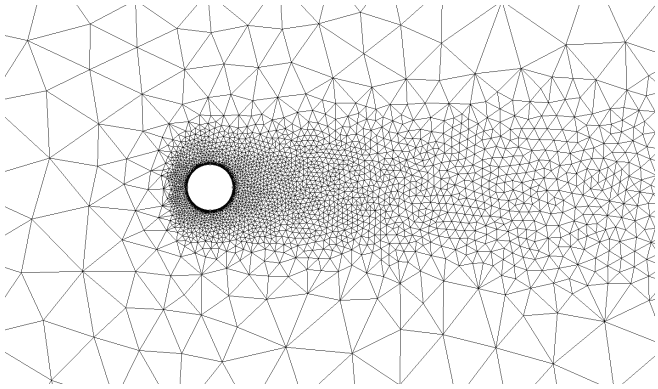
Étude de convergence en maillage :

Afin d'obtenir les prédictions vérifiées nécessaires à la validation, il a fallu générer un maillage. De plus, il faut vérifier que le maillage choisi est suffisamment fin pour garantir des résultats précis. D'une façon générale, une fonction de maille (*i.e* une loi de répartition de la taille des éléments) a donc été choisie. Le raffinement de maillage est effectué de manière uniforme avec le même facteur de réduction de la taille des éléments sur tout le domaine. Les simulations sont donc effectuées sur des maillages de plus en plus fin jusqu'à ce que la variable d'intérêt (ici les coefficients de force) converge.

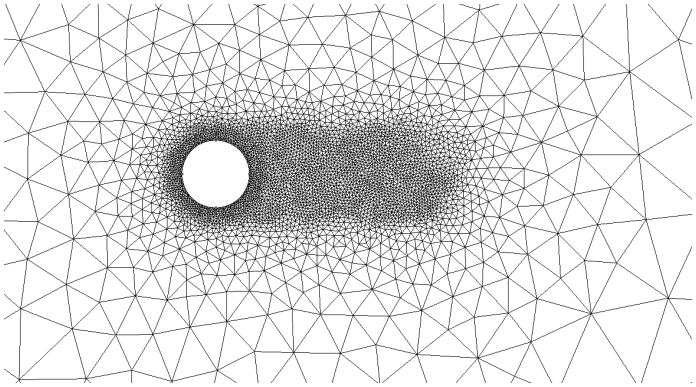
Pour le problème de validation, il faut donc juste s'assurer que notre fonction de maille fasse bien converger les résultats et que nous avons pris un maillage assez fin pour que ces résultats soient convergés en maillage. Mais dans un souci d'optimisation du temps de calcul, il convient de déterminer quelle fonction de maille présente la convergence la plus rapide. En effet, pour le reste de l'étude de nombreuses simulations vont être nécessaires et elles présenteront toutes un maillage initial similaire autour du cylindre carré. Il convient donc de trouver le maillage comportant le moins d'éléments mais qui assure des coefficients d'efforts suffisamment précis. Afin de faire cela, il faut déterminer quelle fonction de maille converge le plus rapidement et effectuer une étude de convergence en maillage pour cette dernière sur le cylindre carré.

Dans un souci d'économie de temps, nous faisons l'hypothèse que la fonction de maille qui converge le plus vite pour le cylindre carré est la même que pour la sphère. Le sillage autour de la sphère étant plus petit, les maillages auront globalement moins d'éléments que pour le cylindre carré et la recherche de la fonction idéale sera donc plus courte. L'hypothèse faite ici est justifiable car de toute façon l'étude de convergence en maillage assurera que les efforts calculés sont corrects. De plus, pour le cylindre carré la position où la séparation de la couche limite a lieu est connue puisqu'il s'agit des coins du carré. Ainsi, cette position ne dépend pas de la discrétisation autour du cylindre carré alors que c'est le cas pour la sphère.

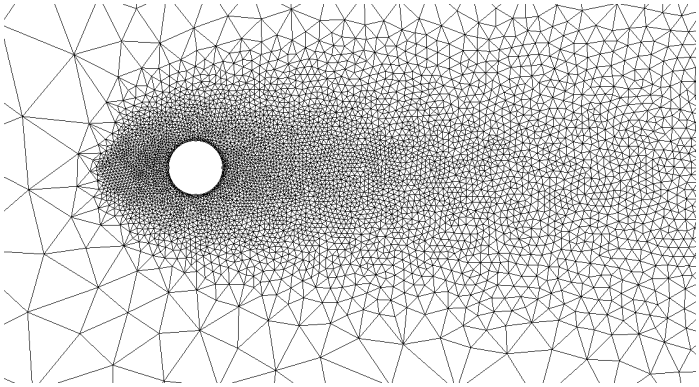
Sept fonctions de maille autour de la sphère ont donc été choisies et une étude de convergence en maillage a été réalisée pour chacune d'entre elles. Afin de conserver de la clarté de cette étude, seules trois fonctions de maille seront décrites ci-après, elles sont illustrées pour un problème 2D à la figure 4.9.



(a) fonction 1



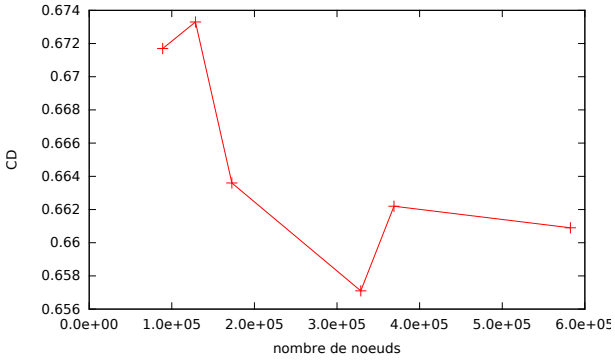
(b) fonction 2



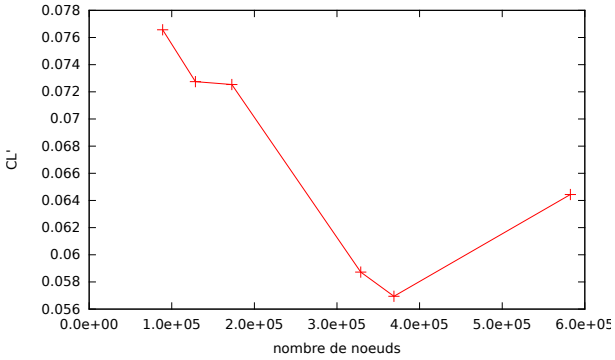
(c) fonction 3

Figure 4.9 Illustration des fonctions de maille testées sur la sphère

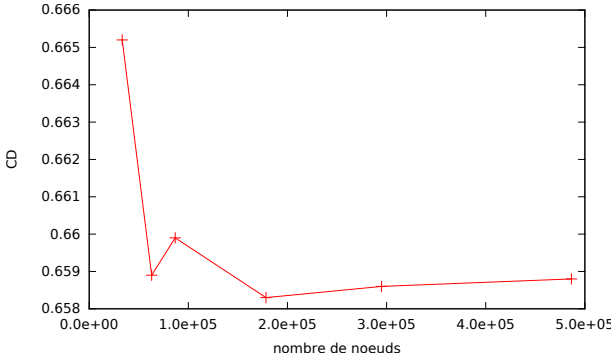
En diminuant la taille des éléments de façon homogène sur le domaine et en réalisant plusieurs simulations, les courbes de convergence en maillage des coefficients d'effort sont obtenus. Les résultats sont compilés à la figure 4.10.



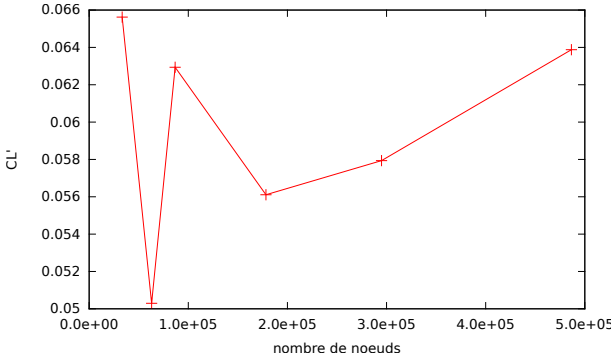
(a) fonction 1 : $\overline{C_D}$



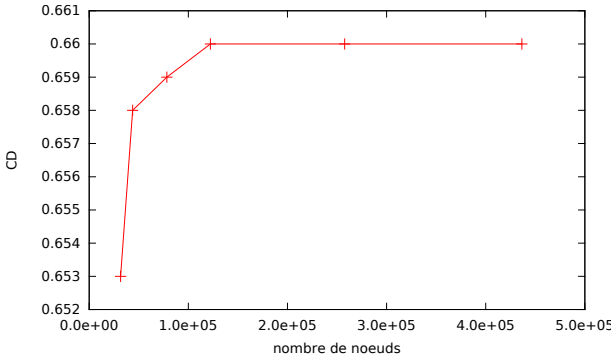
(b) fonction 1 : valeur r.m.s C'_L



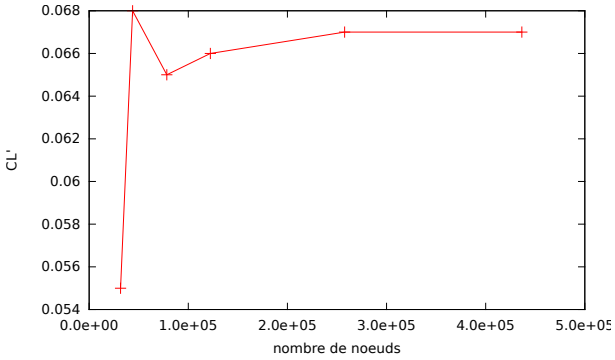
(c) fonction 2 : $\overline{C_D}$



(d) fonction 2 : valeur r.m.s C'_L



(e) fonction 3 : $\overline{C_D}$



(f) fonction 3 : valeur r.m.s C'_L

Figure 4.10 Convergence en maillage des différentes fonctions (1, 2 et 3) de maille

Les résultats montrent que la fonction 1 n'a pas de valeur de $\overline{C_D}$ ou de C'_L convergée et ce même pour un maillage d'un peu moins de 600 000 noeuds. La fonction 2 semble avoir convergé pour ce qui est de la traînée moyenne mais la valeur r.m.s du coefficient de portance n'est pas satisfaisante. La fonction 3 quand à elle montre des résultats prometteurs. Il apparaît donc que pour bien calculer les efforts sur la sphère, on doit avoir de petits éléments suffisamment en amont de la sphère, que la largeur de la zone "fine" doit être assez importante et que cette zone ne doit pas s'arrêter brusquement dans le sillage mais perdurer et s'atténuer progressivement le long du sillage.

Une fois cette optimisation du maillage faite, on sait quelle fonction de maille est préférable pour l'étude du cylindre carré, il faudra néammoins effectuer une étude de convergence en maillage pour savoir quel nombre de noeuds est suffisant. De plus, nous savons à présent quelle taille de maillage est nécessaire pour effectuer la validation de notre outil numérique. Le tableau 4.2 nous apprend qu'un maillage d'environ 250 000 noeuds est suffisant.

Tableau 4.2 Erreur relative par rapport au maillage de 437 000 noeuds

nombre de noeuds	$\overline{C_D}$	C'_L
32 000	0.99%	18.46%
44 000	0.24%	1.46%
78 000	0.12%	2.87%
122 000	0.03%	1.86%
258 000	0.05%	0.52%
437 000	0%	0%

Résultats :

Les résultats de Johnson et Patel (1999) sont obtenus pour un maillage structuré d'environ 430 000 noeuds. Notre outil numérique permet de trouver des résultats similaires pour un maillage non structuré de taille inférieure. Les résultats obtenus sont présentés à la figure 4.11.

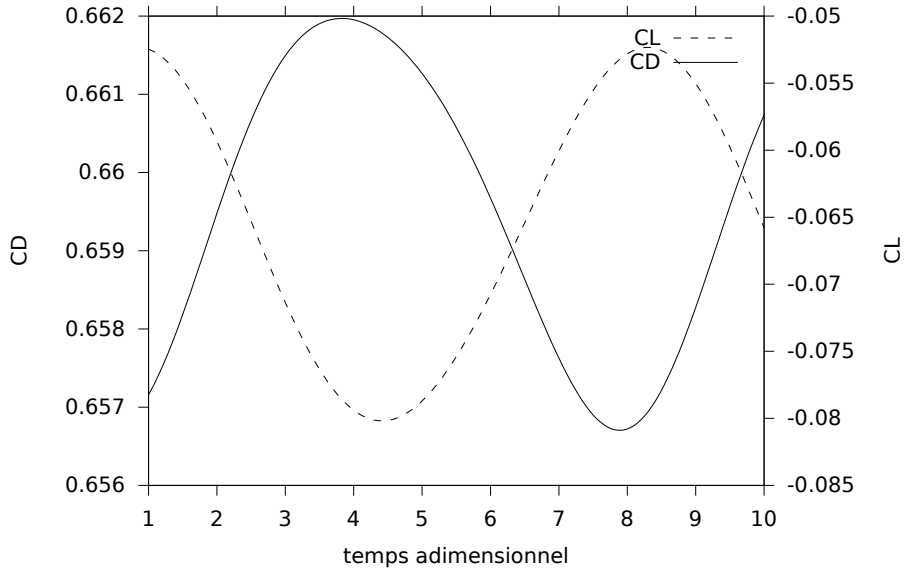


Figure 4.11 Validation des coefficients de traînée et de portance

Tableau 4.3 Comparaison de notre étude avec la littérature

	Johnson et Patel (1999)	présente étude
valeur moyenne $\overline{C_D}$	0.656	0.659
amplitude ΔC_D	3.5×10^{-3}	3×10^{-3}
valeur moyenne $\overline{C_L}$	-0.069	-0.067
amplitude ΔC_L	1.6×10^{-2}	1.5×10^{-2}
période T	8 s	8 s

La comparaison des résultats de cette étude avec ceux de Johnson et Patel est présentée dans le tableau 4.3. Les valeurs moyennes sont presque égales et les amplitudes sont du même ordre de grandeur. On y retouve bien aussi la même fréquence qui est celle du relâcher tourbillonnaire. Les écarts qui peuvent subsister entre les deux études peuvent s'expliquer par le fait qu'un maillage non structuré a été utilisé ici. En effet, le maillage de Johnson et Patel présentait une symétrie par rapport au plan X-Y. Ainsi la force dans la direction Z était nulle par construction. Notre maillage ne présentant pas une telle symétrie, cette force n'était pas exactement égale à zéro. Et bien que sa valeur soit négligeable par rapport à la force de portance, nous pensons que cela a pu affecter la valeur moyenne de la force de portance et ainsi expliquer la différence observée avec les travaux précédents. De plus le rapport de bloquage qui se définit comme le rapport entre la surface frontale de la sphère et la surface frontale de l'entrée du domaine est différent (0.11% pour Johnson et Patel et 0.03% ici). Or, on sait que pour les simulations numériques ce rapport influence beaucoup l'écoulement en général et le calcul des forces en particulier.

Cette partie constitue la validation du code CADYF. Dans notre cas, la validation de la simulation ne s'intéresse pas vraiment au modèle mathématique car ce sont les équations de Navier-Stokes qui sont résolues. A priori ces équations utilisées depuis le XIXème siècle sont les plus complètes à notre disposition. Notre comparaison avec la sphère valide néammoins les paramètres de la simulation comme les conditions limites, la topologie du domaine utilisé ou la stratégie de maillage des simulations. Finalement, la vérification et la validation de notre outil numérique sont un succès. L'étude de la solution manufacturée a permis de déterminer qu'il n'y avait pas d'erreur numérique ajoutée par notre code de calcul si un pseudo-solide était introduit. Ensuite, l'étude des forces autour d'une sphère dans un écoulement tri-dimensionnel a donné des résultats concordants avec ceux de Johnson et Patel (1999). De plus, l'étude des fonctions de maille nous a permis de choisir la fonction optimale pour l'étude autour d'un cylindre carré qui est l'objet des chapitres suivants.

4.2 Approche quasi-statique

À présent nous pouvons commencer à étudier le galop en rotation. Avant de s'intéresser au mouvement du solide, nous devons procéder à une étude statique. En effet, les courbes du moment moyen en fonction de l'angle d'attaque interviennent dans le critère quasi-statique pour prédire l'apparition du galop en rotation. La géométrie du problème est définie à la figure 4.12. La longueur caractéristique D est celle de l'arête du carré.

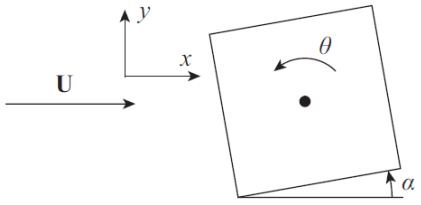
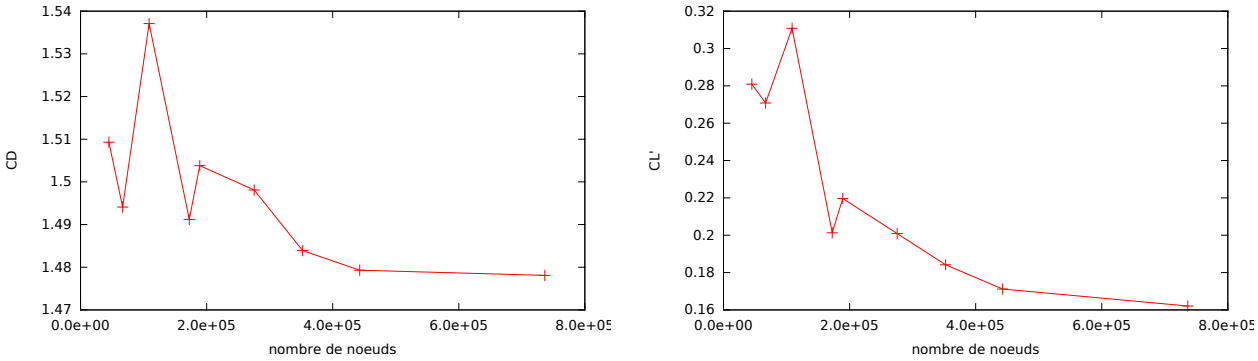


Figure 4.12 Géométrie du problème

4.2.1 Étude en convergence du maillage, de la méthode BDF et optimisation du temps de calcul

Dans un premier temps une étude de convergence en maillage pour le cylindre carré a été réalisée avec la fonction de maille 3 précédente pour un nombre de Reynolds de 300. Les résultats sont présentés à la figure 4.13. Même si la solution paraît convergée les temps de calcul sont trop longs. En effet pour une simulation de 200 secondes avec un maillage d'environ 400 000 noeuds ce qui semble correspondre à un maillage suffisamment fin pour assurer la précision des calculs, le temps de calcul est d'environ 8 jours sur 32 processeurs.



(a) Coefficient de traînée : $\overline{C_D}$

(b) Coefficient de portance : C'_L

Figure 4.13 Convergence en maillage du carré

Nous remarquons quand même que nos résultats se comparent bien avec les résultats de Sohankar *et al* (1999) obtenus numériquement pour un maillage structuré d'environ 500 000 noeuds (voir tableau 4.4). Le domaine utilisé est décrit à la figure 4.14

Tableau 4.4 Comparaison de notre étude avec les résultats de Sohankar

	Sohankar *et al* (1999)	étude actuelle
valeur moyenne $\overline{C_D}$	1.47	1.48
valeur R.M.S $\overline{C'_L}$	0.20	0.17

Afin de réduire le temps de calcul, trois paramètres ont été modifiés :

— La taille du domaine pour réduire le nombre de noeuds.

— La taille du pas de temps.

— Le nombre de résolutions nécessaires pour effectuer un pas de temps.

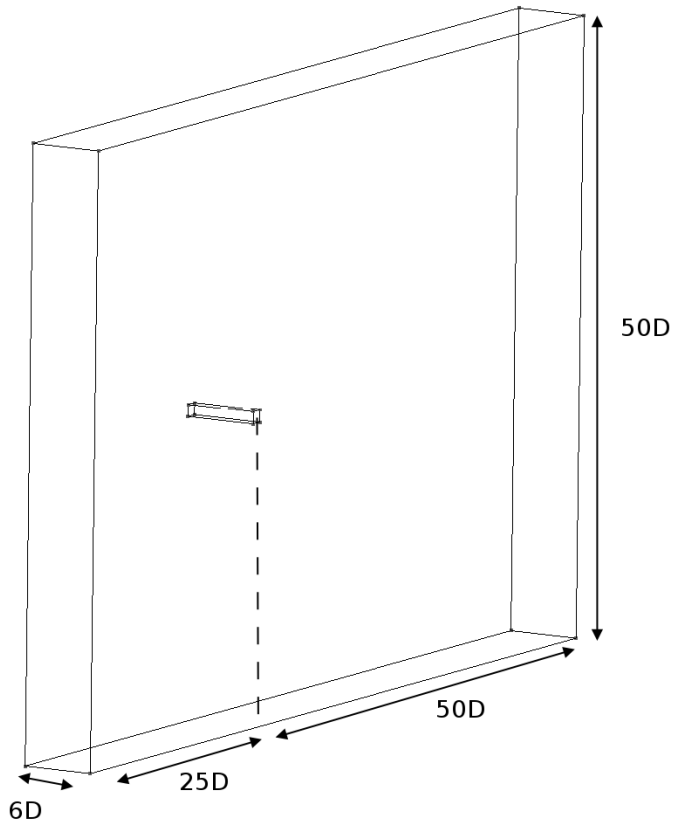


Figure 4.14 Domaine utilisé

Dans un premier temps, la taille du domaine a donc été réduite pour diminuer la taille du maillage. Le nouveau domaine est présenté à la figure 4.15. Nous avons vérifié que ce changement de domaine n'affecte pas le caractère 3D de l'écoulement tel qu'illustré à la figure 4.16.

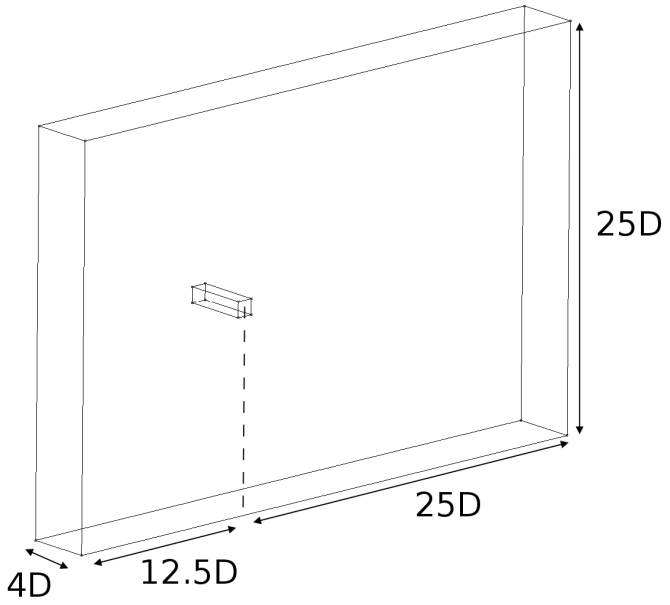


Figure 4.15 Nouveau domaine utilisé

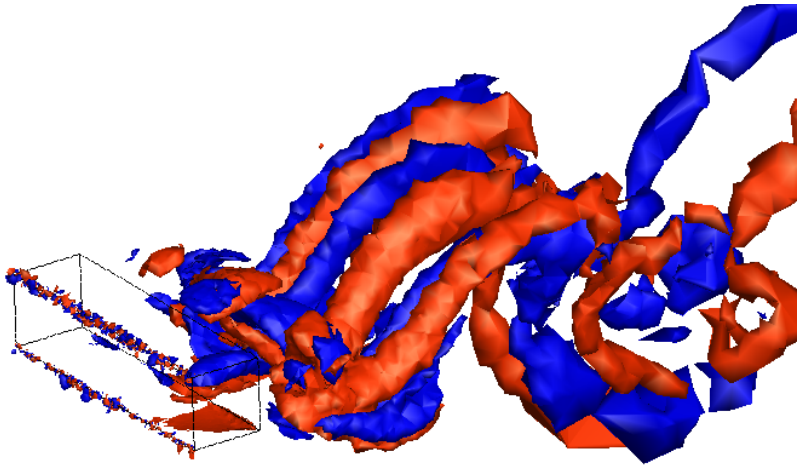


Figure 4.16 Iso-surfaces de vorticité en X en aval du cylindre (rouge=positive, bleue=négative)

Les deux autres paramètres à optimiser (*i.e* la taille du pas de temps et le nombre de résolutions) ont été ajustés au cours de plusieurs itérations pour trouver les paramètres qui minimisent le temps de calcul tout en conservant la valeur des coefficients de force moyens.

Lors de la première étude de convergence en maillage, nous avons remarqué qu'un temps de simulation de 200 secondes était parfois trop court pour que l'écoulement atteigne un cycle limite. Nous avons donc décidé de mener les simulations sur 300 secondes. Bien entendu, le temps de calcul s'en voit rallongé mais les coefficients de force moyens seront plus précis. Nous avons aussi remarqué que l'apparition des instabilités dans l'écoulement ne se produisait pas toujours au même instant de la simulation et ceci s'explique par les différences dans le maillage des simulations. C'est pourquoi les instabilités dans l'écoulement seront par la suite déclenchées artificiellement en imposant une vitesse non nulle sur une face du cylindre pendant un temps très court au début de la simulation tel qu'illustré à la figure 4.17. Ainsi, pour toutes les simulations de l'étude de convergence en maillage, les instabilités dans l'écoulement apparaîtront au même moment et il sera plus facile de comparer les courbes de coefficients de force au cours du temps.

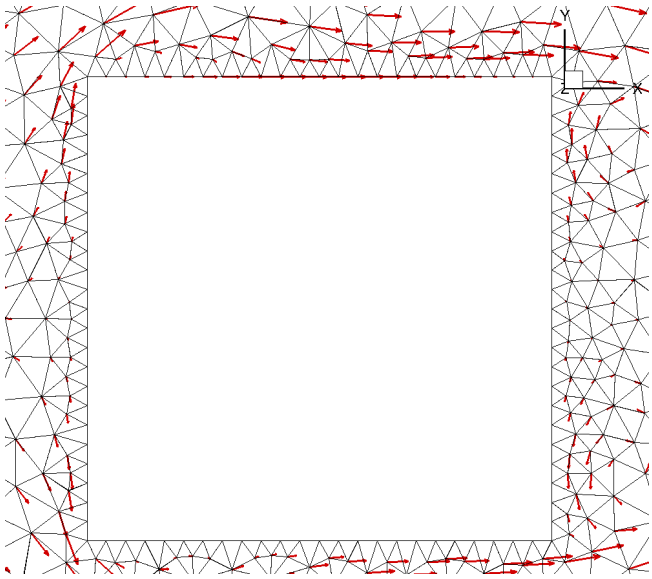


Figure 4.17 Vecteurs vitesse autour du cylindre avec la déstabilisation sur la face supérieure (t = 0.5 s)

Sur la face supérieure du cylindre :

$$u(t) = \begin{cases} sin^2(\pi t)cos^2(\pi x) & (t \in [0;1]) \\ 0 & (t > 1) \end{cases} \tag{4.5}$$

Enfin, pour la nouvelle étude de convergence en maillage (avec le temps de calcul optimisé), nous étudierons la convergence des coefficients suivants : $\overline{C_D}$, $\overline{C_L}$ et $\overline{C_{Mz}}$. Car c'est la valeur moyenne du coefficient de moment selon z qui nous intéresse pour l'étude quasi-statique. Pour cela, il faut que les valeurs de $\overline{C_L}$ et $\overline{C_{Mz}}$ soient non nulles. Nous procéderons donc à des simulations avec un angle d'attaque fixe de 25° tel qu'illustré à la figure 4.18.

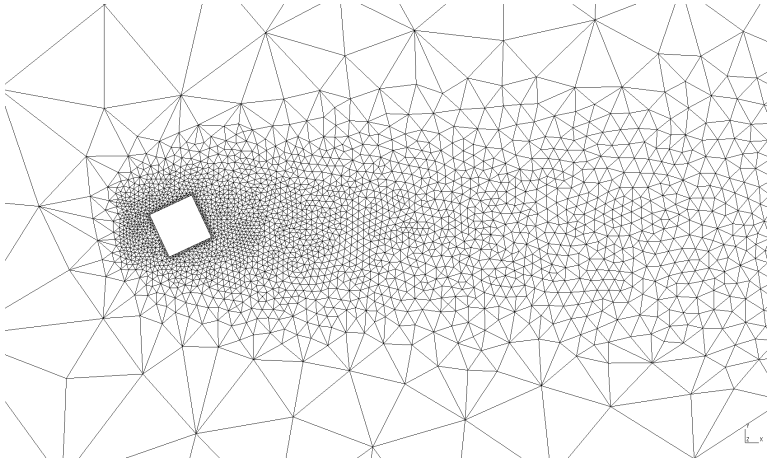


Figure 4.18 cylindre incliné pour avoir un moment non nul

Les résultats de cette nouvelle étude de convergence en maillage sont présentés à la figure 4.19. Pour l'étude quasi-statique, deux chiffres significatifs sont suffisants et l'étude montre que les trois maillages les plus précis donnent tous un coefficient de moment égal à -6.8×10^{-2} avec une erreur que l'on peut estimer inférieure à 1×10^{-3} . On peut d'ailleurs mieux le voir en observant l'évolution de l'erreur absolue dans le tableau 4.5. Nous en conluons donc que nos résultats sont bien convergés et que la précision nécessaire à l'étude quasi-statique est atteinte pour des maillages d'environ 350 000 noeuds.

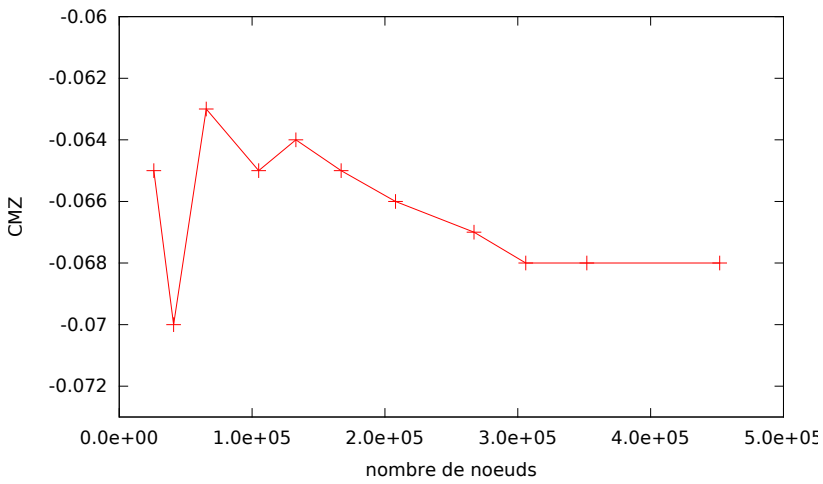


Figure 4.19 Convergence en maillage pour le moment en Z

Tableau 4.5 Erreur absolue par rapport au maillage de 452 000 noeuds

nombre de noeuds	$\overline{C_{M_z}}$
41 000	2.16×10^{-3}
105 000	3.08×10^{-3}
167 000	2.61×10^{-3}
267 000	7.68×10^{-4}
352 000	7.96×10^{-4}
452 000	0

En ce qui concerne la discrétisation temporelle, nous cherchons à avoir un pas de temps moyen le plus grand possible afin de minimiser le temps de calcul sans affecter la précision de nos résultats. Nos simulations sont conduites en contrôlant l'erreur de discrétisation temporelle. Nous choisissons une tolérance d'erreur et CADYF ajuste automatiquement le pas de temps de la méthode BDF. Plus la tolérance est basse et plus le pas de temps moyen sera petit. La bonne expérience des utilisateurs antérieurs de CADYF nous permet de savoir qu'une tolérance de 10^{-5} est généralement suffisante pour des problèmes d'interactions fluide-structure pour les nombres de Reynolds considérés dans notre étude. C'est pourquoi nous avons choisi d'effectuer des tests de convergence pour des tolérances de 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4} et 10^{-5}. Les résultats sont présentés au tableau 4.6.

Nous observons qu'une tolérance de 10^{-3} garantit une précision de 1×10^{-3} sur la valeur du $\overline{C_{M_z}}$ (il est égal à -6.8×10^{-2}). Il n'est pas utile de chercher une précision plus grande car l'étude de convergence en maillage nous a montré précédemment que l'erreur de discrétisation spatiale était du même ordre de grandeur. Donc améliorer la précision de la méthode BDF n'améliorerait pas la précision du résultat final. C'est pourquoi dans toutes les simulations suivantes, une tolérance de 10^{-3} sera choisie. La Figure 4.20 illustre l'effet de la tolérance d'erreur sur le pas de temps de la simulation.

Tableau 4.6 Étude de convergence de la méthode BDF

tolérance	$\overline{C_{M_z}}$
10^{-2}	-6.28×10^{-2}
10^{-3}	-6.82×10^{-2}
10^{-4}	-6.76×10^{-2}
10^{-5}	-6.81×10^{-2}

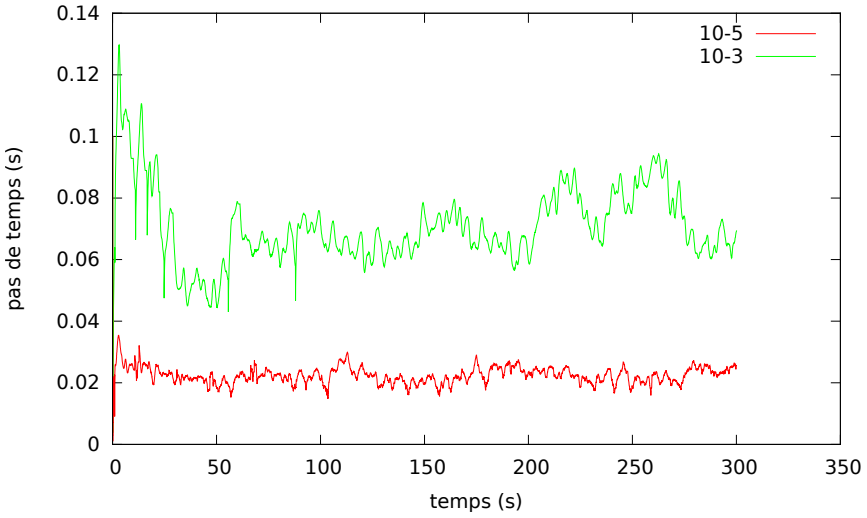
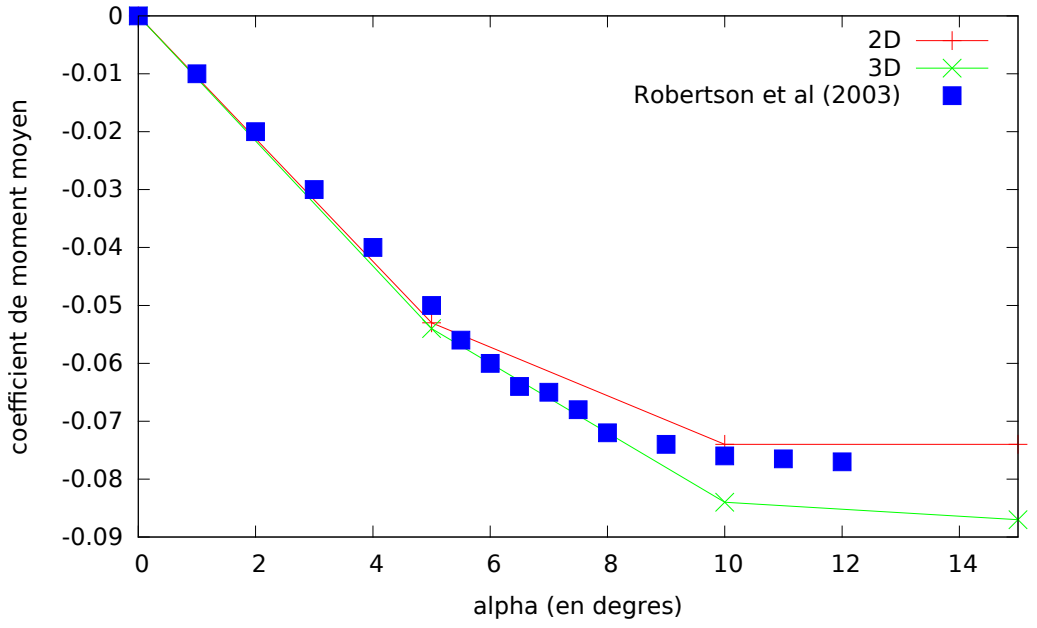


Figure 4.20 Taille du pas de temps de la simulation pour des tolérances de 10^{-3} et 10^{-5}

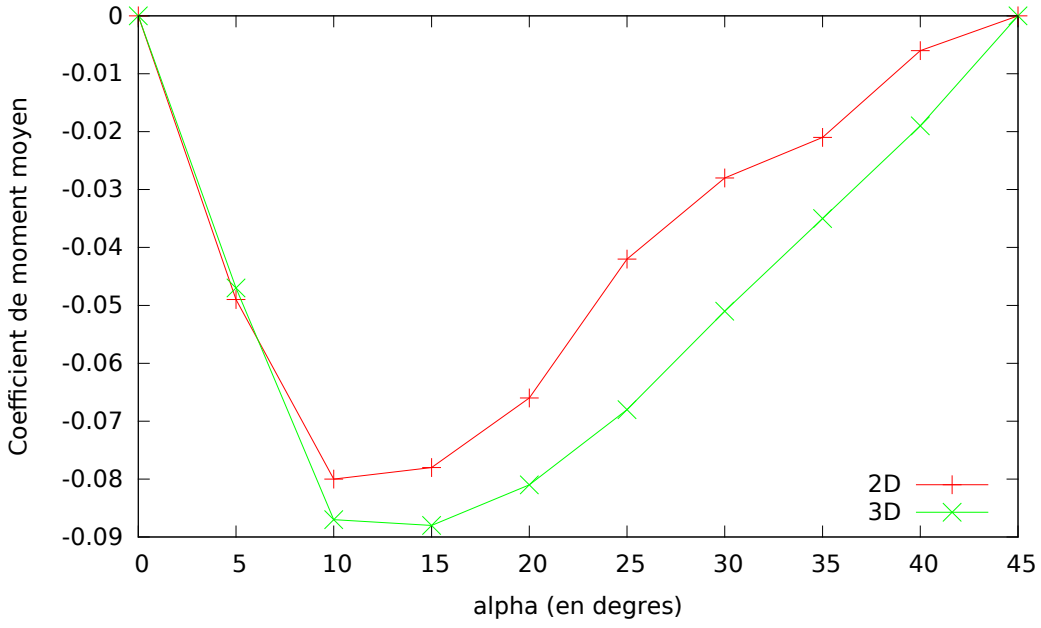
En conséquence, un maillage de 350 000 noeuds pour un temps de simulation de 300s nécessite de 5 à 8 jours de calcul avec 32 processeurs dépendamment de l'angle d'attaque mais aussi du nombre de calculs simultanés lancés par d'autres utilisateurs en cours sur l'ordinateur.

4.2.2 Étude du moment moyen

Maintenant que la taille du maillage nécessaire est connue, nous allons tracer les courbes du moment moyen en fonction de l'angle d'attaque. L'objectif de ces courbes est de voir l'effet du passage d'un calcul 2D à un calcul 3D. Les résultats sont présentés à la figure 4.21.



(a) Re = 200



(b) Re = 300

Figure 4.21 Moment moyen en fonction de l'angle d'attaque : Comparaison 2D et 3D

Dans un premier temps nous observons que nos résultats 2D pour un nombre de Reynolds de 200 sont cohérents avec les travaux de Robertson *et al* (2003) eux aussi 2D. Ensuite, des différences sont observables entre les simulations 2D et 3D pour les deux nombres de Reynolds étudiés. Le moment moyen est plus grand en valeur absolue pour des simulations 3D. En effet, au cours de la revue de littérature nous avons vu que pour de tels nombres de Reynolds, l'écoulement devenait sensible aux perturbations 3D (d'après Sohankar *et al* (1999) et Saha *et al* (2002)). Il est donc naturel que les moments prédits soient différents.

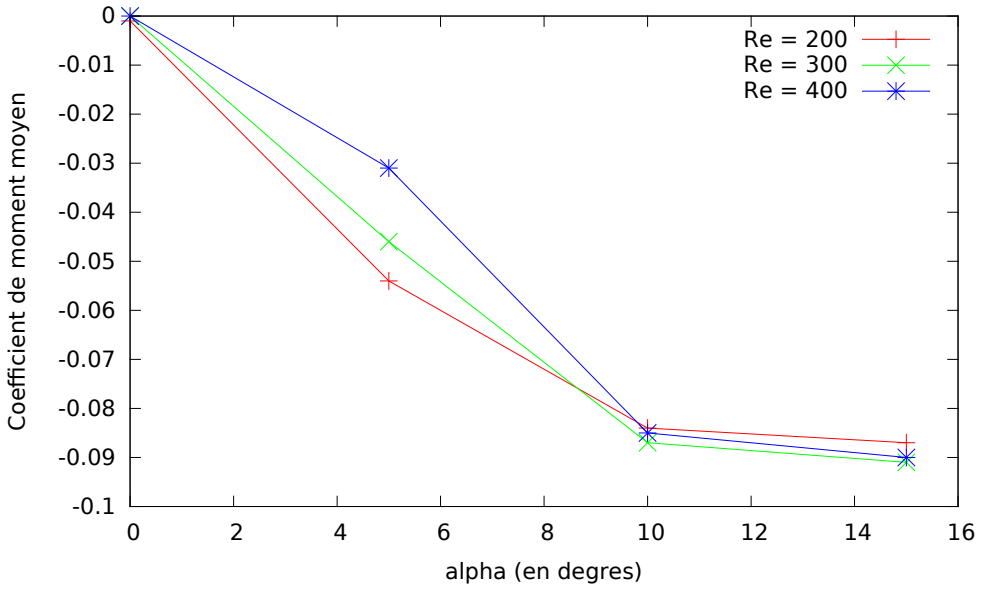


Figure 4.22 Effet du nombre de Reynolds pour des simulations 3D

La figure 4.22 montre que le nombre de Reynolds a peu d'effet sur le moment moyen pour les valeurs du nombre de Reynolds considérées.

Finalement, nous avons vu que peu importe le nombre de Reynolds ou le nombre de dimensions dans la simulation (*i.e.* 2D ou 3D), le critère quasi-statique prédit que le galop en rotation apparaîtra pour des angles d'attaque initiaux compris entre $-10°$ et $10°$. Mais le type de simulations peut quand même avoir une importance. En effet, dans le but d'atteindre un modèle théorique satisfaisant du galop en rotation, les études futures auront besoin de la valeur du coefficient moyen en fonction de l'angle d'attaque. Et nous avons vu que des différences existaient entre les simulations 2D et 3D. En conclusion, notre étude montre qu'à partir d'un certain nombre de Reynolds (dont il est question dans les travaux de Sohankar *et al* (1999) et Saha *et al* (2002)) des simulations 3D deviennent nécessaires pour obtenir de bonnes prédictions du coefficient de moment moyen.

4.2.3 Comparaison 2D/3D

Nous avons comparé l'évolution du moment en z au cours du temps pour des simulations 2D et 3D. Les résultats sont compilés à la Figure 4.23. On observe tout d'abord que les prédictions de la valeur moyenne sont différentes, ce qui a déjà été montrée à la figure 4.22. Il apparaît aussi que les amplitudes soient plus faibles pour le moment en 3D. Ceci est encore plus visible à la Figure 4.24 où nous utilisons une transformée de Fourier pour représenter la puissance dissipée en fonction de la fréquence du signal. Il est évident que les pics de puissance se trouvent pour une fréquence de 0.14 (fréquence du relâcher tourbillonnaire) et ses harmoniques que ce soit en 3D ou en 2D. Par contre, la puissance dissipée est plus importante en 2D. Ceci s'explique facilement par le fait que dans la simulation 3D, le C_{M_y} et le C_{M_x} sont non nuls et que de l'énergie est dissipée dans les autres directions.

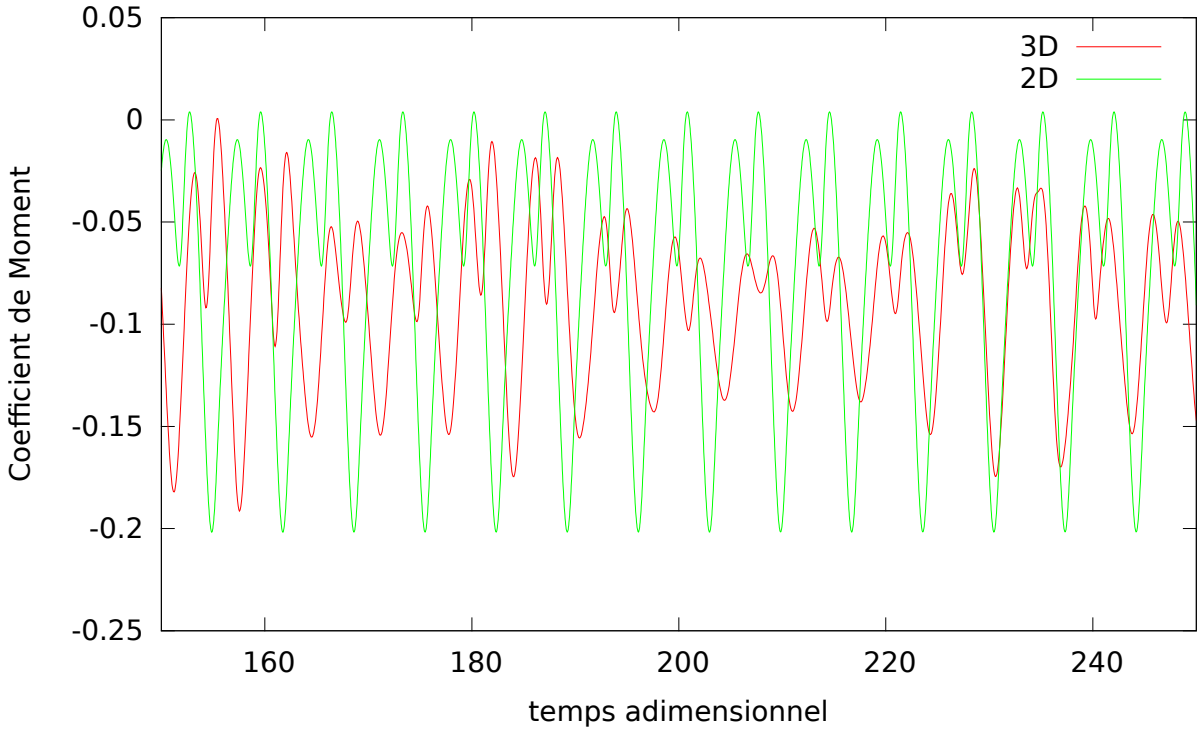


Figure 4.23 Coefficients de moment autour d'un cylindre carré (Re = 300, $\alpha = 15°$)

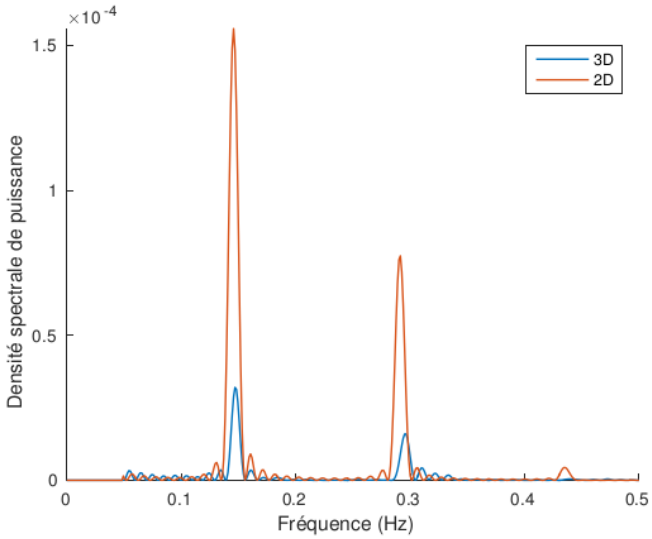


Figure 4.24 Analyse fréquentielle (Re = 300, $\alpha = 15°$)

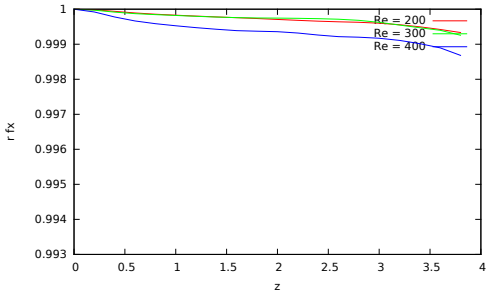
Il apparaît donc que l'aspect 3D des simulations amène d'autres informations sur l'écoulement et les forces sur le solide. L'énergie dissipée est plus faible en 3D ce qui était attendu mais la valeur absolue du moment moyen est elle plus forte contrairement à ce qui se passe usuellement pour les forces de traînée et de portance. C'est pourquoi nous allons maintenant nous intéresser à la corrélation de l'écoulement le long du cylindre ce qui ne peut pas être réalisé avec des simulations 2D.

4.2.4 Étude de la corrélation des efforts

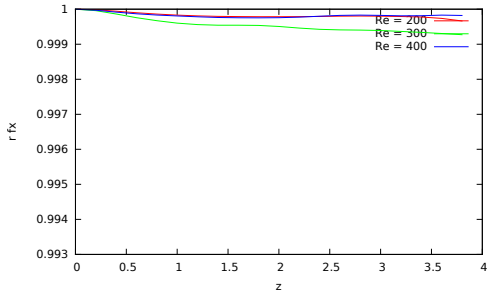
Afin de mieux comprendre les phénomènes tri-dimensionnels en jeu, nous avons réalisé une étude sur la corrélation des forces et du moment le long du cylindre. Le coefficient de corrélation est calculé de la façon suivante :

$$r_f(z_2 - z_1) = \frac{\langle f(z_1,t) \cdot f(z_2,t) \rangle}{\sqrt{\langle f(z_1,t)^2 \rangle}\sqrt{\langle f(z_2,t)^2 \rangle}} \tag{4.6}$$

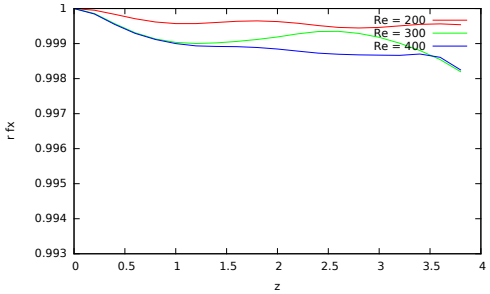
où $\langle \cdot \rangle$ symbolise une moyenne temporelle. On peut évaluer ce coefficient de corrélation pour la force de traînée, de portance ou pour le moment en substituant f dans l'équation 4.6 par le coefficient approprié. Les coefficients de corrélation sont tracés pour des nombres de Reynolds de 200, 300 et 400 et pour des angles d'attaque variant de 0° à 15°. La corrélation de la force de traînée est présentée à la figure 4.25, celle de la portance à la figure 4.26 et celle du moment à la figure 4.27.



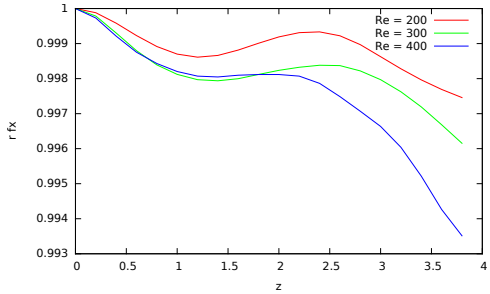
(a) $\alpha = 0°$



(b) $\alpha = 5°$

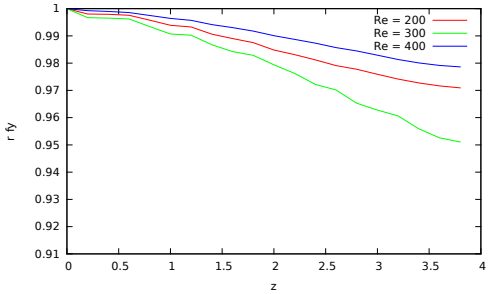


(c) $\alpha = 10°$

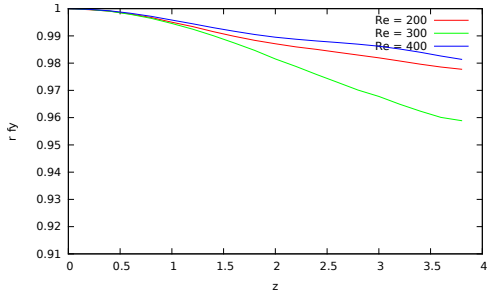


(d) $\alpha = 15°$

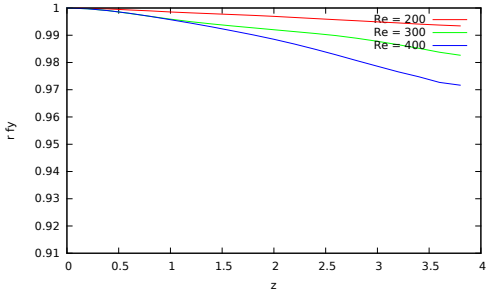
Figure 4.25 Corrélation du coefficient de traînée



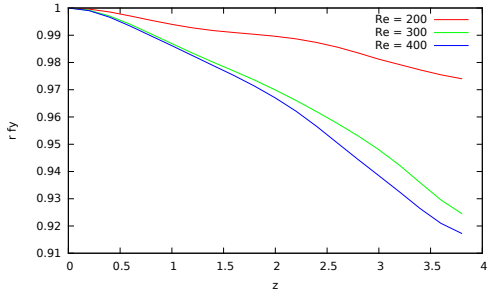
(a) $\alpha = 0°$



(b) $\alpha = 5°$

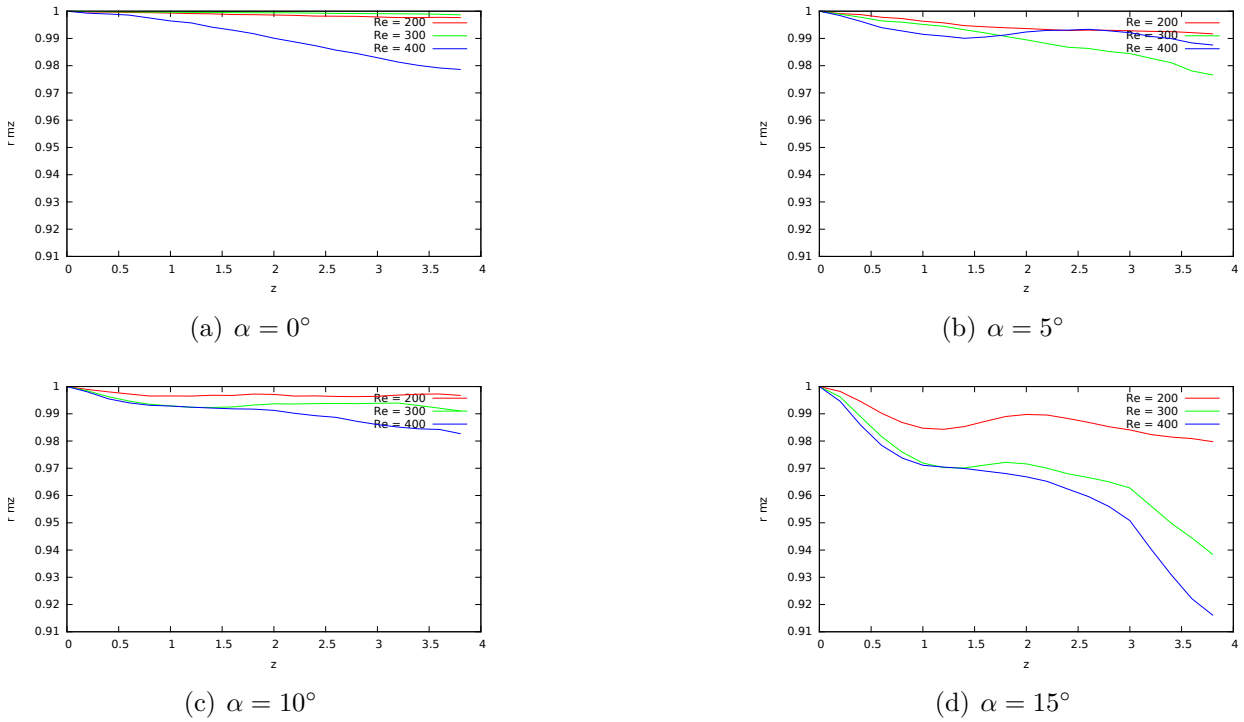


(c) $\alpha = 10°$



(d) $\alpha = 15°$

Figure 4.26 Corrélation du coefficient de portance



(a) $\alpha = 0°$ (b) $\alpha = 5°$

(c) $\alpha = 10°$ (d) $\alpha = 15°$

Figure 4.27 Corrélation du coefficient de moment

À partir de ces courbes, trois tendances s'affirment :

— Le coefficient de corrélation semble diminuer lorsque l'angle d'attaque augmente.

— Le coefficient de corrélation semble diminuer lorsque le nombre de Reynolds augmente.

— Le coefficient de corrélation pour la force de traînée est généralement plus faible que ceux de la portance ou du moment.

Il faut néammoins noter qu'il s'agit là de tendances et non de lois physiques car certains points de nos propres courbes ne suivent pas ces tendances.

Ceci met fin à l'étude statique du galop en rotation où nous avons vu que des simulations tri-dimensionnelles étaient plus précises pour la prédiction du moment moyen et permettaient aussi d'étudier la corrélation des efforts le long du cylindre pour mieux comprendre les aspects 3D du galop. À présent nous nous intéresserons au cas d'un cylindre oscillant librement dans un écoulement tri-dimensionnel.

4.3 Approche interactions fluide-structure

Toutes les partie présentées précédemment étaient raélisables en utilisant les fonctionnalités de CADY existantes au début de la maîtrise. Pour la partie suivante, il a fallu développé une partie du logiciel pour permettre d'activer les degrés de liberté en rotation du cylindre pour un problème tri-dimensionnel. L'implémentation dans le code de ces équations a été réalisé au cours de la maîtrise et a été vérifiée en interne par comparaison avec des cas 2D.
Dans cette partie, le cylindre est maintenant libre de tourner autour d'un axe. Le mouvement du cylindre est calculé en fonction des forces hydrodynamiques. La méthodologie a été détaillée au chapitre 3. Après avoir détaillé les paramètres de la simulation, nous observerons si le galop a lieu pour différents nombres de Reynolds. Puis, nous comparerons la corrélation des efforts le long du cylindre avec les cas statiques. Enfin, de nouvelles simulations et analyses nous permettrons de comprendre l'influence du mouvement sur le moment s'appliquant sur le cylindre.

4.3.1 Description de la simulation

La taille du domaine, le maillage et les paramètres de discrétisation temporelle sont les mêmes que pour l'étude statique. La seule différence réside dans le fait que le cylindre est maintenant libre en rotation ce qui conduit à résoudre les équations de la dynamique du solide et de la déformation du pseudo-solide. Nous avons choisi de limiter notre étude au cas où l'angle d'attaque initial est de 0° et pour des nombres de Reynolds de 200, 300 et 400.
Pour ce qui est du mouvement du cylindre, nous choisissons de réaliser la simulation avec un ratio d'inertie $I^* = 16.67$ et une vitesse réduite $U_R = 40$. Dans le code CADYF, on règle en entrée la masse et la raideur du solide et pas directement le ratio d'inertie et la vitesse réduite. En conséquence, la vitesse réduite du solide dans la simulation sera légèrement différente de 40 car les effets non-linéaires de masse et de raideur ajoutées provenant du fluide entrent en jeu.

Pour ce qui est du temps de calcul, les simulations de galop sont souvent longues car il faut un nombre important de périodes d'oscillation pour atteindre une amplitude stable, ce qui est illustré dans les travaux de Zabarjad Shiraz *et al* (2014) à la figure 4.28. Pour un problème tri-dimensionnel les temps de calcul seraient bien trop longs si nous laissions le temps au cylindre de se déstabiliser complètement et d'atteindre une amplitude d'oscillation stable.
Afin de réduire les coûts de simulation nous avons décidé de forcer le mouvement du cylindre au début de la simulation. Ainsi, le cylindre suit un mouvement de rotation imposé qui le conduit à une amplitude $\theta = 27°$ (cette valeur est choisie par comparaison avec les résultats de Zabarjad Shiraz *et al* (2014)) et une vitesse de rotation $\dot{\theta} = 0\ rad/s$ au temps adimensionnel $t = 10$. Par la suite, le cylindre est libre d'osciller selon les forces hydrodynamiques qui lui sont appliquées. Si le galop a bien lieu, l'amplitude devrait changer légèrement et ne pas s'atténuer. Le régime établi sera ainsi atteint beaucoup plus rapidement.

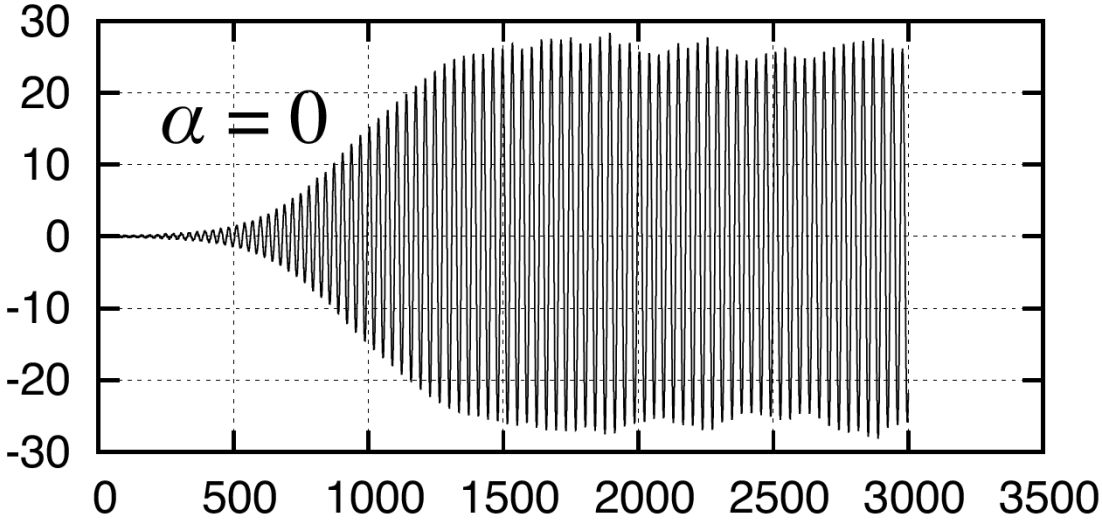


Figure 4.28 Évolution de l'amplitude au cours du temps tiré de Zabarjad Shiraz *et al* (2014)

4.3.2 Observation du galop

Une fois les paramètres de la simulation présentés, nous pouvons étudier les résultats. Après 25 jours de simulation, les oscillations du cylindre carré ont pu être obtenues et sont présentées à la figure 4.29. Tout d'abord, nous observons que le galop a bien lieu. En effet, les amplitudes d'oscillation ne diminuent pas et ne semblent pas tendre vers une atténuation de l'instabilité. De plus, le nombre de Reynolds ne semble pas avoir d'effet significatif sur le mouvement du cylindre en tout cas pour la plage de nombre de Reynolds considérés.

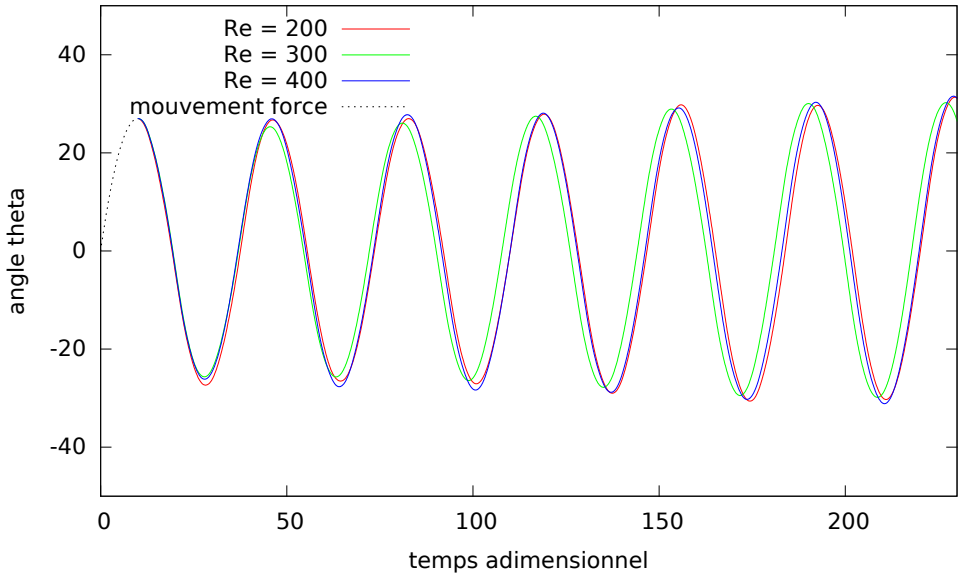


Figure 4.29 Évolution de l'amplitude au cours du temps pour des simulations 3D

Nous nous intéressons au moment en Z en fonction du temps lorsque le cylindre oscille. La transformée de Fourier du signal est présentée à la figure 4.30. On observe premièrement que le nombre de Reynolds ne change pas la position des pics d'énergie donc que les fréquences du signal ne sont pas modifiées par le nombre de Reynolds. Deuxièmement, deux fréquences sont à remarquer : 0.14 qui correspond à la fréquence du relâcher tourbillonnaire observée en statique et 0.03 qui correspond au mouvement du cylindre. En effet, cette fréquence correspond à une vitesse réduite de 33 qui serait en adéquation avec la valeur de 40 corrigée par les effets de masse et raideur ajoutée du fluide.

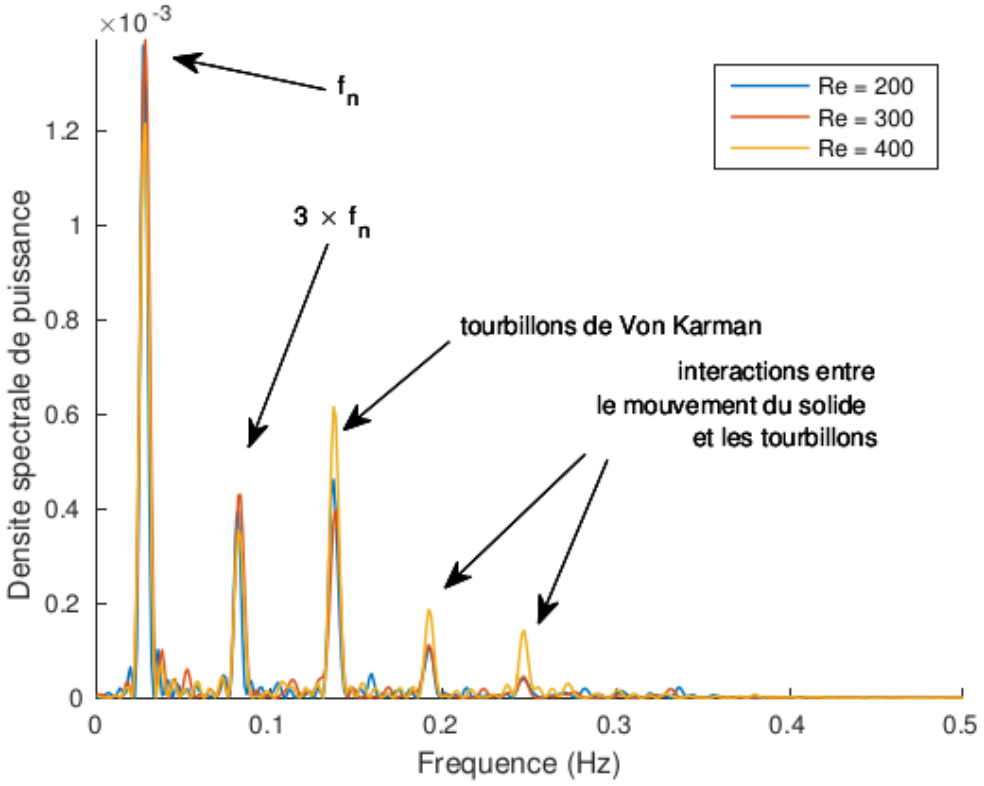
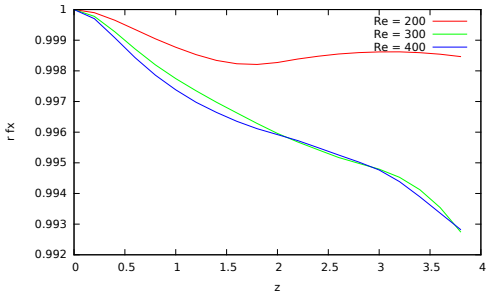


Figure 4.30 Analyse fréquentielle du moment en Z pour le galop

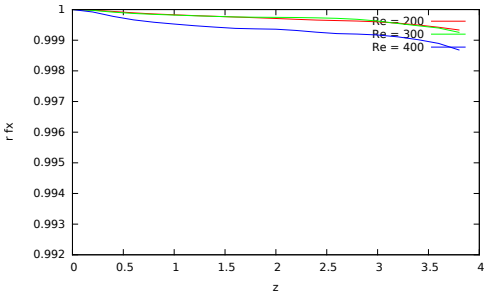
Ces informations nous montrent une fois encore que le nombre de Reynolds ne semble pas avoir d'influence sur le mouvement du cylindre.

4.3.3 Étude de la corrélation

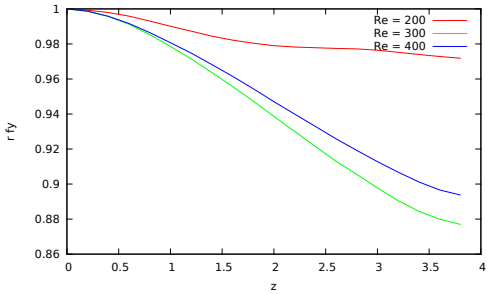
De la même manière que ce qui a été réalisé en statique, nous analysons la corrélation de l'écoulement le long du cylindre en divisant sa surface en 20 sections. Les calculs ne prennent pas en compte la partie de la simulation où le mouvement du cylindre est forcé ni la première période d'oscillation afin d'assurer que l'écoulement est établi. Dans un premier temps la corrélation de la force de traînée, de portance et du moment du cas dynamique est comparée à celles du cas statique où $\alpha = 0°$ à la figure 4.31. Nous avons choisi $\alpha = 0°$ comme comparaison car c'est l'angle moyen du cas dynamique.



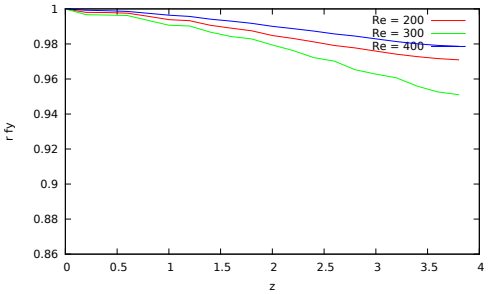
(a) cas dynamique, F_x



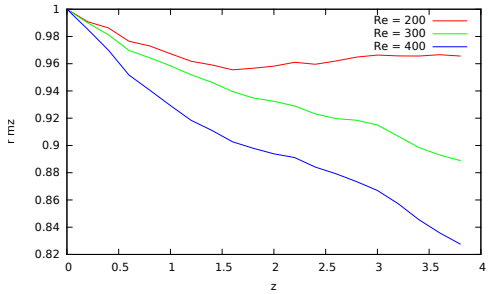
(b) cas statique, F_x



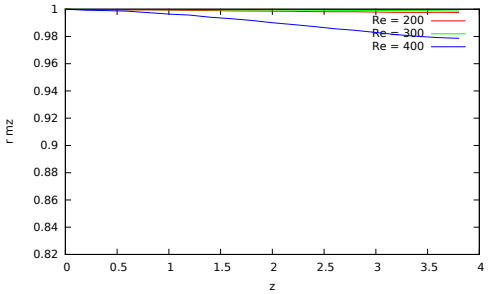
(c) cas dynamique, F_y



(d) cas statique, F_y



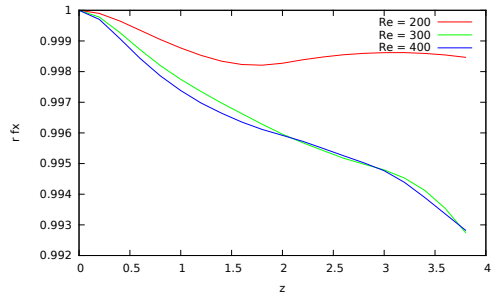
(e) cas dynamique, M_z



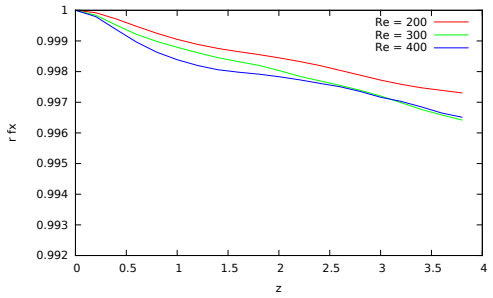
(f) cas statique, M_z

Figure 4.31 Comparaison de la corrélation entre le cas dynamique et le cas statique $\alpha = 0°$

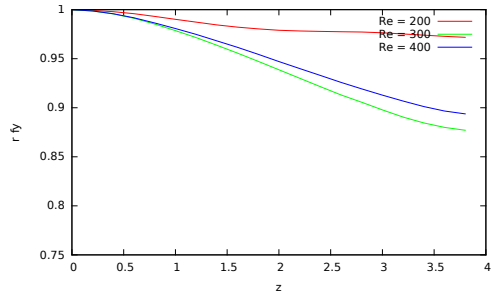
Il ressort qu'un mouvement du solide n'augmente pas la corrélation de l'écoulement. C'est même plutôt l'inverse : le mouvement du solide a accentué la décorrélation de l'écoulement le long du cylindre. Nous avons ensuite comparé les mêmes courbes dynamiques avec un cas statique à $\alpha = 30°$ à la figure 4.32. Ce choix est peut-être plus judicieux car le cylindre oscille avec une amplitude de $\pm 30°$. Les résultats nous montrent que bien que les courbes soient différentes, le cas dynamique a un corrélation plus proche de la simulation statique où $\alpha = 30°$ que celle où $\alpha = 0°$.



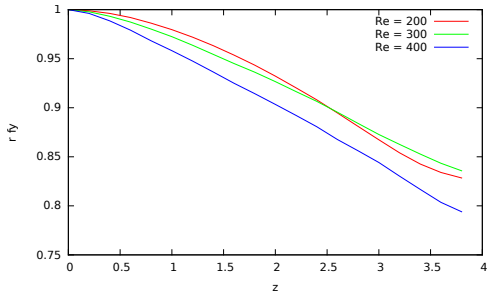
(a) cas dynamique, F_x



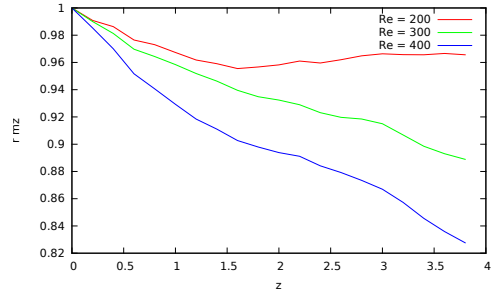
(b) cas statique, F_x



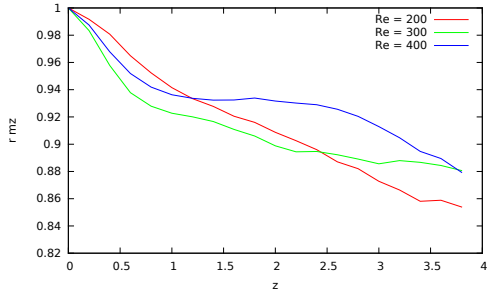
(c) cas dynamique, F_y



(d) cas statique, F_y



(e) cas dynamique, M_z



(f) cas statique, M_z

Figure 4.32 Comparaison de la corrélation entre le cas dynamique et le cas statique $\alpha = 30°$

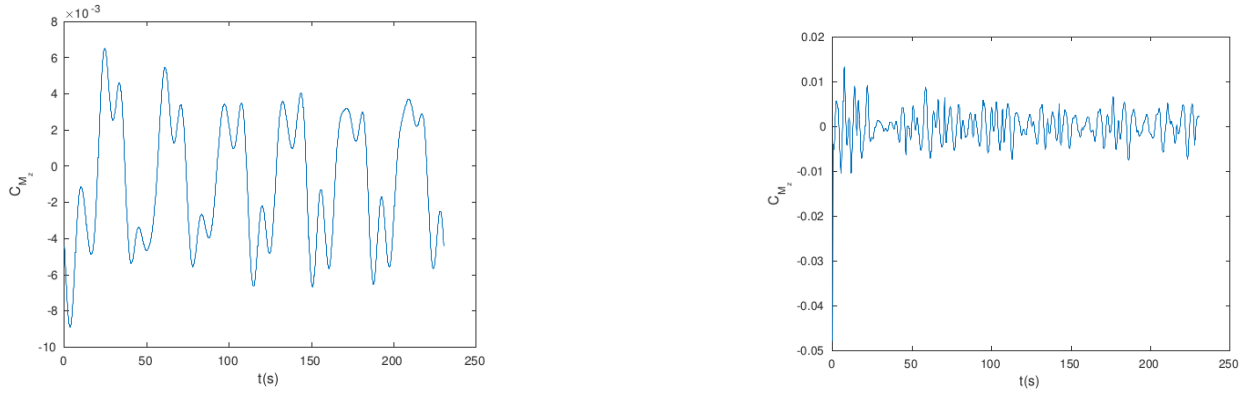
Suite à cette étude, il apparaît que le comportement observé par Blevins sur les cylindres circulaires en mouvement transverse ne se reproduise pas ici. Dans son travail illustré à la figure 2.17 Blevins montrait que la corrélation de l'écoulement le long du cylindre augmentait lorsque l'amplitude de mouvement augmentait. Dans notre étude, nous avons vu que la corrélation le long d'un cylindre carré qui oscille en rotation n'était pas plus grande que celle observée pour un cylindre fixe. De plus, les courbes de corrélation du cylindre en mouvement se comparent mieux aux résultats statiques avec un angle d'attaque correspondant à l'angle maximal du mouvement plutôt que son angle moyen. Nos simulations présentent la particularité d'avoir un cylindre oscillant à une fréquence proche de sa fréquence naturelle et donc beaucoup plus basse que la fréquence du relâcher tourbillonnaire. Blevins quand à lui imposait un mouvement transverse à son cylindre circulaire avec une fréquence égale à celle du relâcher tourbillonnaire.

Dans la section suivante, nous allons essayer d'étudier l'influence du mouvement sur la corrélation des efforts, notamment en filtrant certaines fréquences sur notre signal du moment en fonction du temps.

4.3.4 Impact du mouvement sur le coefficient de moment

La figure 4.30 montre que l'analyse fréquentielle du moment en Z en fonction du temps fait ressortir 2 fréquences et leurs harmoniques respectives : la fréquence du mouvement du cylindre proche de sa fréquence naturelle et la fréquence du relâcher tourbillonnaire. Dans un premier temps nous allons séparer ces deux fréquences et reconstruire le signal temporel filtré. On choisit donc une fréquence de coupure égale à 0.12. Le signal correspondant aux fréquences inférieures à cette valeur de coupure sera appelé "signal galop" et celui correspondant aux hautes fréquences sera appelé "signal VIV". À partir de ces nouveaux signaux (représentés à la figure 4.33) il est possible d'étudier la corrélation des efforts le long du cylindre comme précédemment. La figure 4.34 présente la corrélation du coefficient de moment pour le cylindre oscillant librement à $Re = 400$.

Nous observons que le signal composé uniquement des VIV est moins bien corrélé que celui correspondant au mouvement de galop. La figure 4.35 compare le signal composé des VIV avec le signal d'un cas statique. Pour le cas statique, le moment n'est influencé que par le relâcher tourbillonnaire car le cylindre est fixe, donc il n'y a pas besoin d'appliquer de filtrage. Nous observons que le signal dynamique correspondant aux VIV est moins corrélé que le cas statique. Il apparaît donc que le mouvement du cylindre a tendance à décorréler la composante du coefficient de moment qui est dûe au relâcher tourbillonnaire.



(a) basses fréquences

(b) hautes fréquences

Figure 4.33 Comparaison des signaux VIV et galop

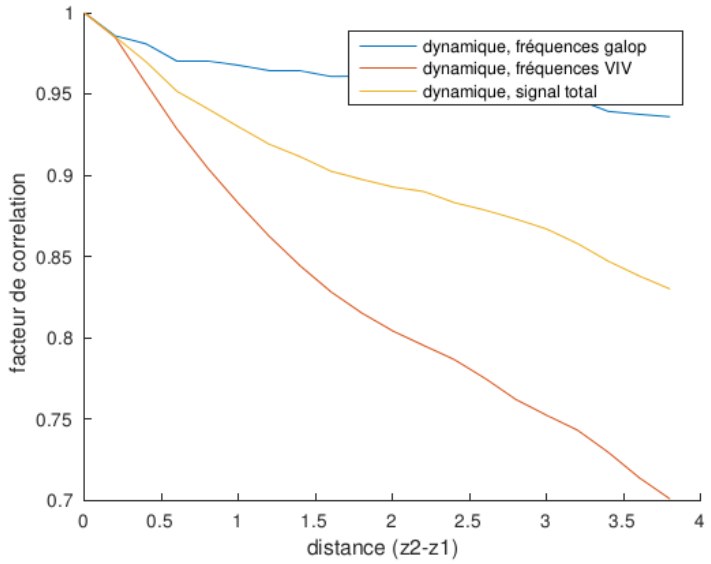


Figure 4.34 Corrélation du moment pour $Re = 400$, comparaison VIV et galop

Il n'est pas possible à partir de ces données de tirer des conclusions sur l'influence du mouvement sur la composante dûe au mouvement du galop. Afin de savoir si le mouvement de rotation peut recorréler un écoulement autour d'un cylindre carré. Nous allons nous rapprocher du cas étudié par Blevins. Pour cela, nous allons changer la raideur et la masse du solide pour que la fréquence propre du cylindre corresponde à la fréquence du relâcher tourbillonnaire de 0.14 ($m^* = 16.67$ et $U_R = 7$).

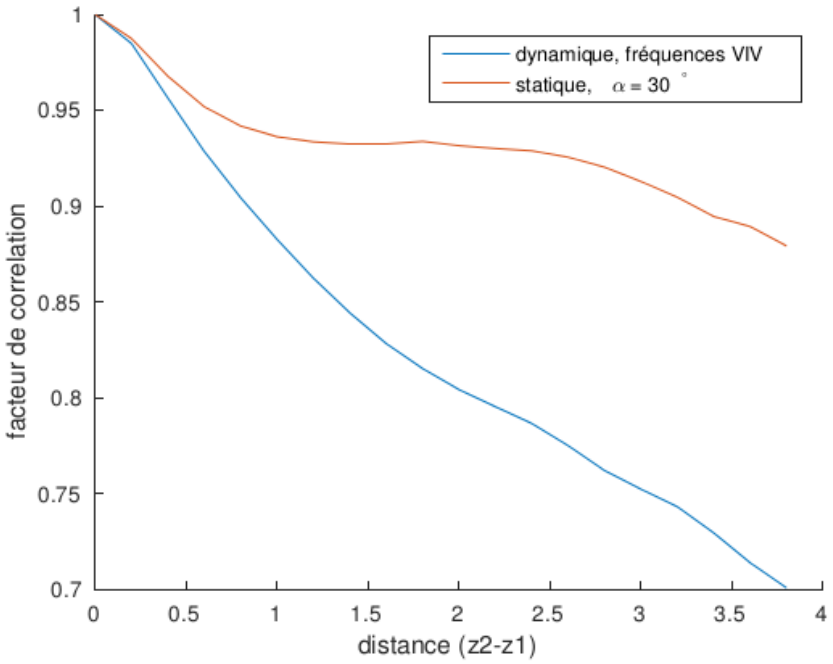


Figure 4.35 Corrélation du moment pour $Re = 400$, comparaison VIV et statique

4.3.5 Étude des Rotations Induites par Vortex (VIR)

Les rotations induites par vortex sont un type d'IFS qui intéressent elles-aussi les ingénieurs, notamment pour le dimensionnement des risers pétroliers. Elles se manifestent pas un mouvement de rotation mais contrairement au galop ce mouvement est dû au relâcher tourbillonnaire à l'aval du cylindre. La fréquence d'oscillation est donc la même que celle du relâcher. Pour simuler ce nouveau type de problème il nous suffit d'augmenter la raideur du cylindre pour obtenir une vitesse réduite égale à 7. De la même manière que pour le galop et afin de diminuer le temps de simulation, nous choisissons d'imposer le mouvement du cylindre pour atteindre une amplitude de 10° dans les premières secondes de la simulation. Nous avons choisi cette amplitude en nous basant sur des simulations 2D préalables. Le cylindre oscille autour d'un angle d'attaque initial de 15°.

La Figure 4.36 montre bien la différence de fréquence entre le galop et les VIR. De plus, on observe que l'amplitude de l'oscillation ne diminue pas, il y a donc bien présence d'une instabilité. La Figure 4.37 met en évidence que la fréquence principale du moment est bien de 0.14, soit égale à celle du relâcher tourbillonnaire observé en statique.

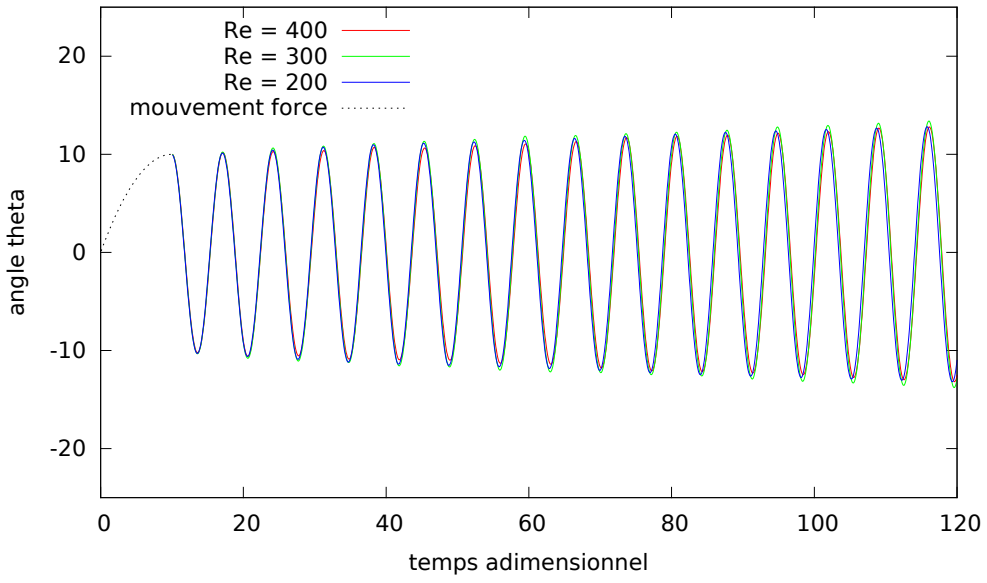


Figure 4.36 Évolution de l'angle θ en fonction du temps pour des VIR

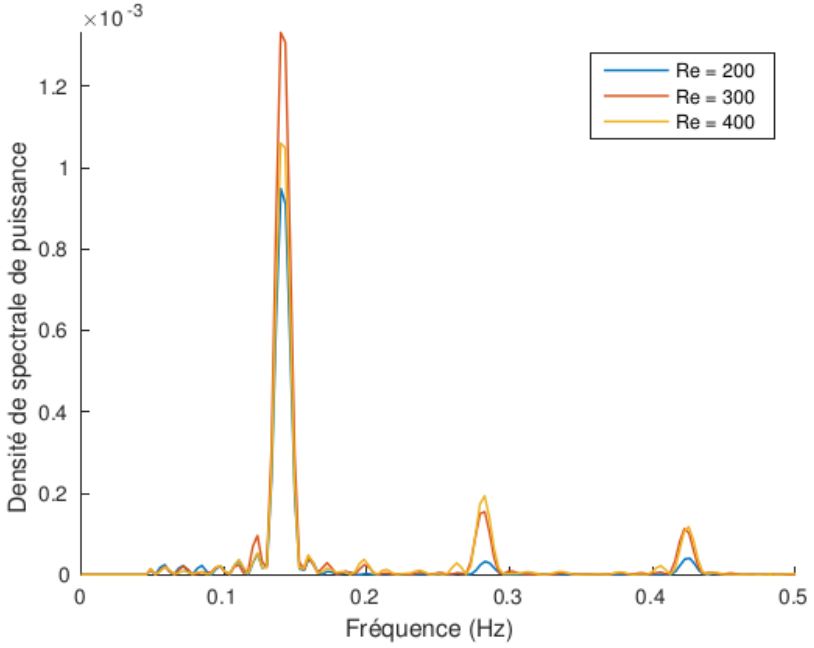


Figure 4.37 Analyse fréquentielle du moment en Z pour des VIR

Nous pouvons donc maintenant nous intéresser à la corrélation des forces et moments le long du cylindre entre le cas des VIR et le cas statique où $\alpha = 15°$. On peut conclure à une recorrélation de l'écoulement si le facteur de corrélation de la force ou du moment considéré est supérieur dans le cas des VIR à celui en statique. Nous observons à la Figure 4.39 qu'en ce qui concerne la portance, le mouvement du cylindre a eu pour effet une recorrélation de l'écoulement pour tous les nombres de Reynolds considérés. Aux Figures 4.38 et 4.40 nous observons un phénomène similaire pour des nombres de Reynolds de 200 et 300. Il est plus difficile de conclure à une recorrélation de la traînée et du moment pour un nombre de Reynolds de 400 car les courbes de facteurs de corrélation dynamique et statique se croisent.

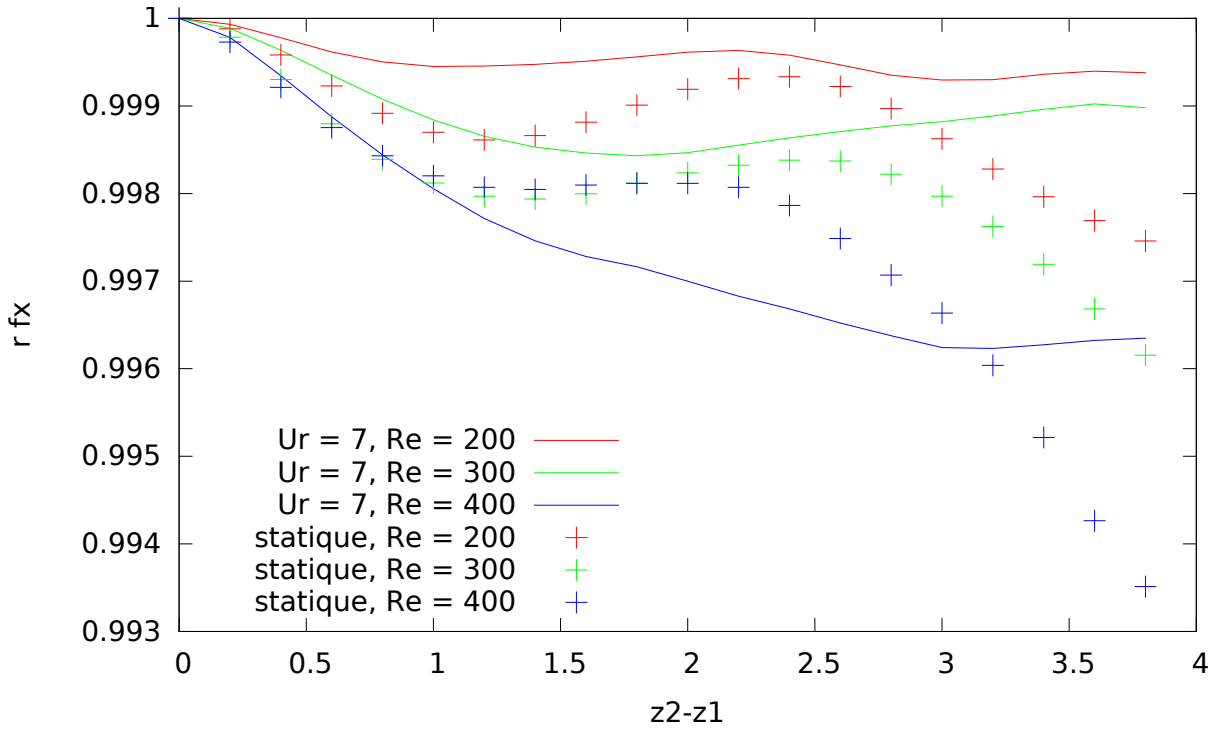


Figure 4.38 Analyse de la corrélation de la traînée pour des VIR

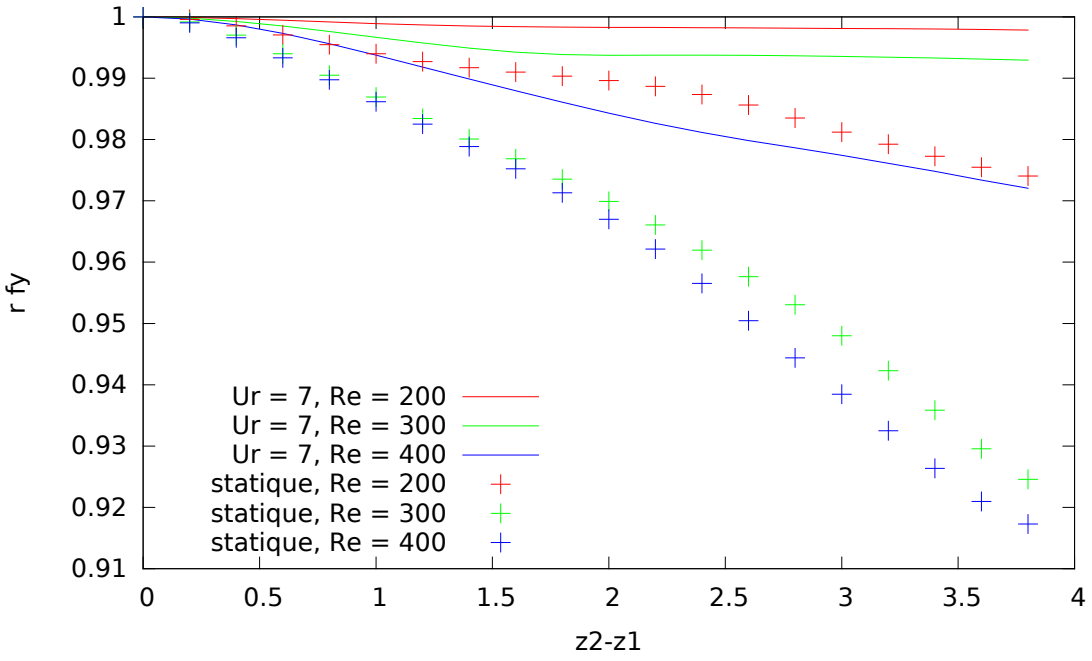


Figure 4.39 Analyse de la corrélation de la portance pour des VIR

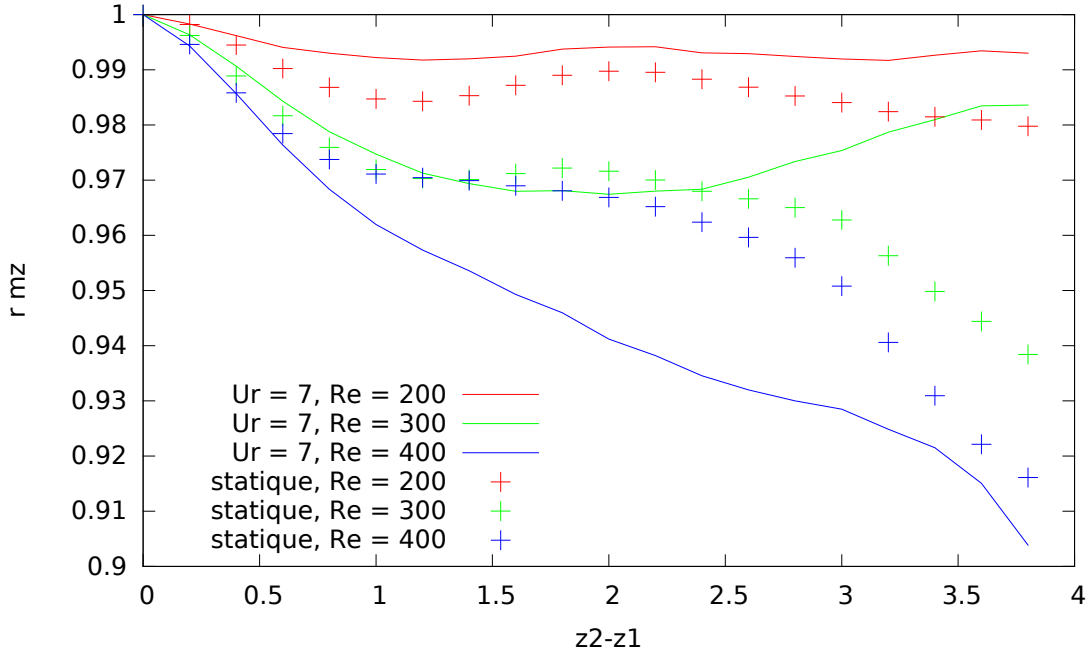


Figure 4.40 Analyse de la corrélation du moment pour des VIR

Afin de pouvoir mieux interpréter ces résultats, nous avons décidé d'approximer les courbes de facteur de corrélation par une exponentielle décroissante de la forme : $r(z_2 - z_1) = e^{-\frac{1}{\lambda}(z_2 - z_1)}$ où λ correspond à une longueur de corrélation. Il est ainsi plus facile de comparer les résultats statiques et dynamiques en s'intéressant uniquement à la valeur du λ. Cette valeur est obtenue en calculant la longueur d'onde qui minimise la différence entre l'exponentielle décroissante et la courbe des facteurs de corrélation au sens des moindres carrés. Tout d'abord les Figures 4.41, 4.42, 4.43 confirment bien qu'il y a une recorrélation de l'écoulement dans le cas des VIR pour des valeurs de Reynolds de 200 et 300. Cette recorrélation s'observe également pour un nombre de Reynolds de 400 pour la portance ainsi que la traînée. De plus, une décroissance de la corrélation s'observe lorsque le nombre de Reynolds augmente, ce qui confirme une des tendances observées en statique. Notre étude prouve donc qu'un mouvement de rotation peut recorréler un écoulement. Ce mouvement a tendance à recorréler les composantes fréquentielles de l'écoulement proches de la fréquence de l'oscillation du cylindre et à décorréler les autres. Ceci explique pourquoi pour le galop nous observions une décorrélation des fréquences proches de celle du relâcher tourbillonnaire (car le cylindre oscillait à une fréquence différente proche de sa fréquence naturelle) et une recorrélation pour le cas des VIR où le cylindre oscille à la fréquence du relâcher tourbillonnaire.

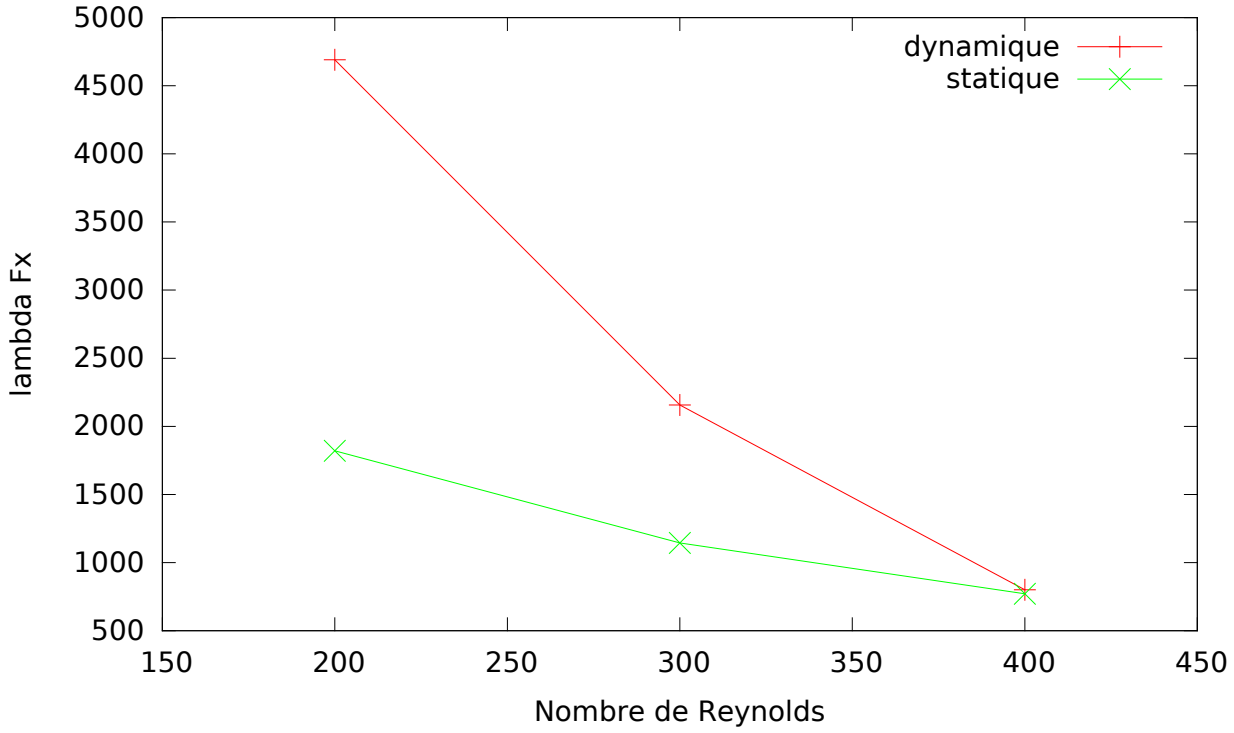


Figure 4.41 Longueur de corrélation de la traînée

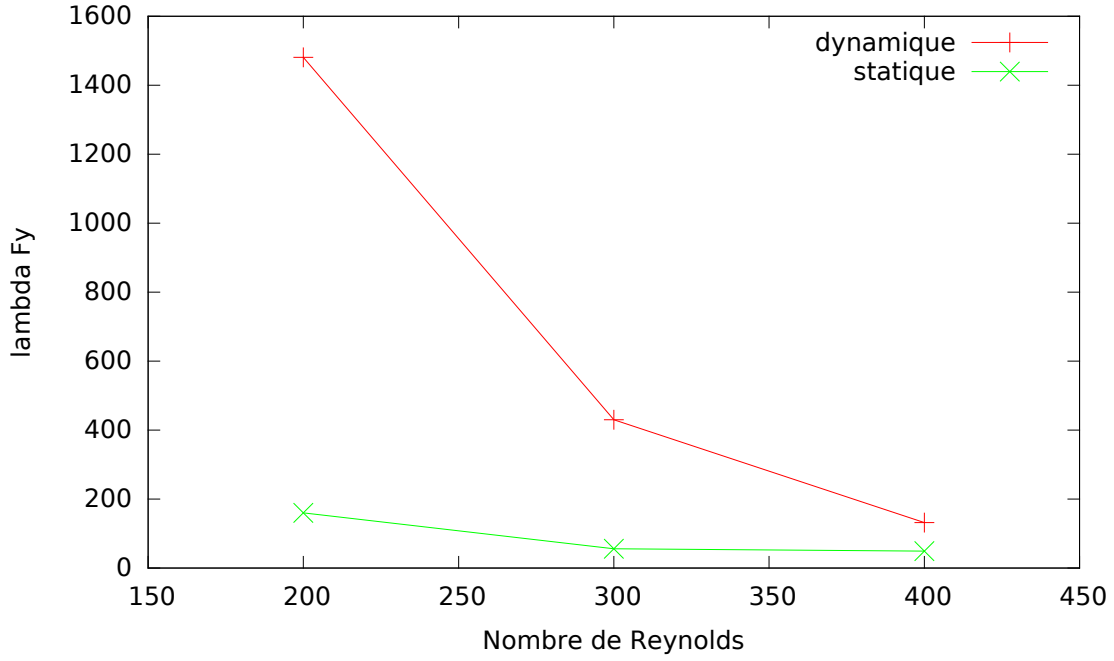


Figure 4.42 Longueur de corrélation de la portance

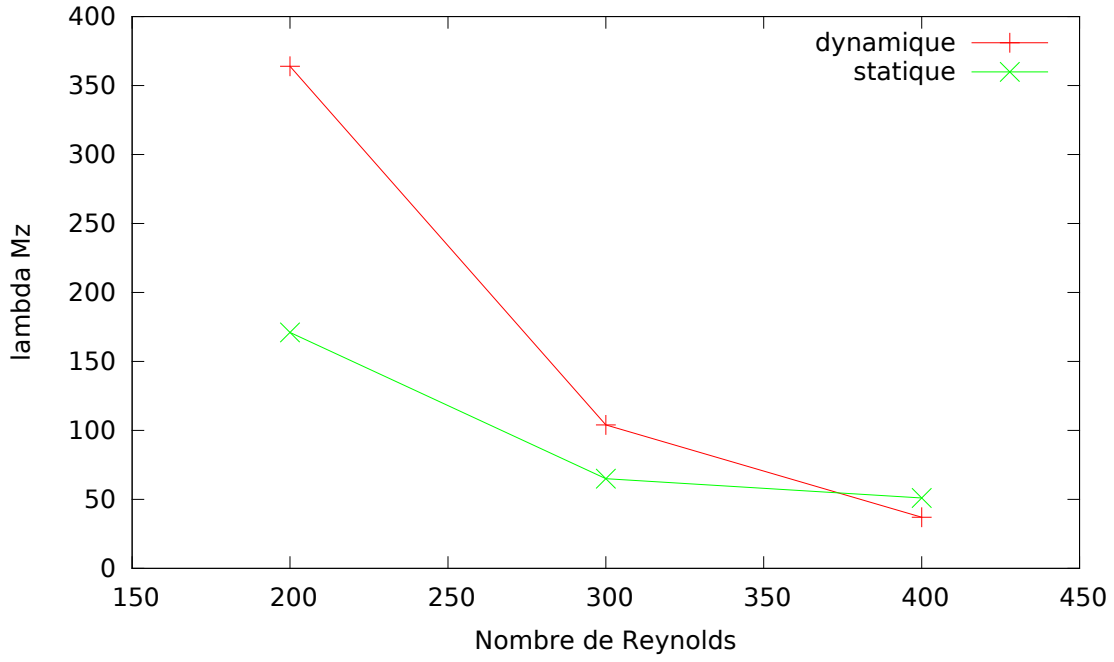


Figure 4.43 Longueur de corrélation du moment

CHAPITRE 5 CONCLUSION

Au cours de cette étude nous avons d'abord montré par une vérification de notre code de calcul et une validation de nos simulations sur des cas connus de la littérature que nos prédictions du galop en rotation étaient fiables. Cette partie de l'étude est d'autant plus importante que nos résultats ne peuvent pas être comparées pour l'instant à d'autres travaux. La crédibilité de nos prédictions repose donc sur la vérification et la validation méticuleuses que nous avons réalisé.

Ensuite, après avoir réalisé des études de convergence pour assurer la précision de la méhode des éléments finis et de la méthode BDF, nos prédictions de moment pour des cylindres carrés statiques en trois dimensions viennent enrichir la littérature existante et permettront peut-être dans le futur le développement d'un nouveau modèle théorique du galop. Nous avons notamment montré que passé un certain nombre de Reynolds, les simulations 3D devenaient nécessaires et que contrairement à ce qui est observé pour les forces de portance et de traînée, la valeur absolue du moment moyen ne diminue pas lorsqu'on considère les perturbations tri-dimensionnelles.

De plus notre étude de la corrélation des forces le long du cylindre nous a fait découvrir certaines tendances comme la décorrélation de l'écoulement le long du cylindre quand le nombre de Reynolds augmente ou quand l'angle d'attaque augmente.

Ensuite, ce travail de maîtrise a permis le développement de nouvelles possibilités dans le logiciel CADYF. En effet à partir de maintenant les utilisateurs ont la possibilité d'activer les degrés de liberté en rotation d'un solide pour un problème tri-dimensionnel. Nos simulations d'IFS nous ont ainsi permis d'observer du galop en rotation numériquement pour des valeurs du nombre de Reynolds où l'écoulement est tri-dimensionnel. Ces simulations montrent que le nombre de Reynolds a peu d'influence sur le mouvement du cylindre et sur le moment moyen mais qu'il a une influence sur la corrélation de l'écoulement.

De plus, nous observons qu'il n'y a pas de recorrélation de l'écoulement dûe au mouvement du cylindre pour un cas de galop en comparaison avec un cas fixe. La corrélation de l'écoulement autour du cylindre sujet au galop est d'ailleurs plus proche du cas statique avec un angle d'attaque égal à l'amplitude maximum de l'oscillation du cylindre que du cas de l'angle moyen. Finalement, nous observons une recorrélation de l'écoulement le long du cylindre pour des VIR. Il semblerait ainsi que le mouvement de rotation du cylindre recorrèle les composantes fréquentielles du moment ayant une fréquence proche de la fréquence de l'oscillation du cylindre et décorrèle les autres.

Suite à notre travail d'autres études semblent intéressantes. Par exemple, l'amplitude du mouvement joue sûrement un rôle dans la corrélation de l'écoulement le long du cylindre. Il serait possible d'étudier ce phénomène en réalisant plusieurs simulations de VIR en modifiant le ratio de masse. Il serait ainsi possible de comparer des oscillations d'amplitudes différentes mais de fréquences égales et d'observer si le comportement rapporté par Blevins sur les mouvements de translation s'applique ici.

La même étude peut être faîte pour du galop en modifiant le ratio de masse et en utilisant le filtrage entre la fréquence du mouvement et celle du relâcher tourbillonnaire utilisé dans cette étude. Nous pourrions ainsi observer si la composante du mouvement se recorrèle de plus en plus quand l'amplitude du galop augmente et si inversement celle du relâcher tourbillonnaire se décorrèle. Puis, des études similaires pourront être menées sur des géométries différentes de celle du carré. Ces études permettront aussi de vérifier la validité du critère quasi-statique sur d'autres géométries et de voir si nos observations en ce qui concerne la corrélation de l'écoulement sont vraies sur d'autres géométries. Finalement, d'autres études expérimentales et numériques sont nécessaires pour confirmer ou infirmer nos prédictions sur le carré.

RÉFÉRENCES

Bénard, H. (1908). *Formation des centres de giration à l'arrière d'un obstacle en mouvement.* Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences (Paris) 147, 839-842

Bishop, R.E.D. et Hassan, A.Y. (1964). *The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid.* Proceedings of the Royal Society of london. Series A, Mathematical and Physical Sciences 277, 51-75

Blevins, R. D. (1990). *Flow-induced vibrations (Second Edition).* Krieger publishing company

Davison, A. E. (1930). *Dancing Conductors.* Electrical News and Engineering, v 39, p 39-41, Aug 1, 1930

de Langre, E. (2002). *Fluides et solides.* Les éditions de l'école Polytechnique

Den Hartog, J.P. (1956). *Mechanical Vibrations.* McGraw-Hill, New York, USA, 1956.

Johnson, T. A. et Patel, V. C. (1999). *Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300.* Journal of Fluid Mechanics, 378, pp 19-70 doi : 10.1017/S0022112098003206

Luo, S.C. et Tong, X.H. et Khoo, B.C. (2007). *Transition phenomena in the wake of a square cylinder.* Journal of Fluids and Structures, Vol 23, No 2, pp 227-248, 2007.

McLaren, F.G. et Sherratt, A.F.C. et Morton, A.S. (1969). *Effect of free stream turbulence on the drag coefficient of bluff sharp-edged cylinders.* Nature, Vol 223, No 5208, pp 828-829, 1969.

Nakamura, Y. et Mizota, T. (1975). *Torsional flutter of rectangular prisms.* ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, v 101, pp 125–142, 1975.

Nakamura, Y. et Yoshimura, T. (1982). *Flutter and vortex excitation of rectangular prisms in pure torsion in smooth and turbulent flows.* Journal of Sound and Vibration, v 84, pp 305–317, 1982.

Naudascher, E. et Rockwell, D. (1993). *Flow-Induced Vibration, An Engineering Guide.* A.A. Balkema, Rotterdam, 1993.

Paidoussis, M. P. et Price, S. J. et de Langre, E. (2011). *Fluid structure interactions cross-flow-induced instabilities.* Cambridge

Parkinson, G.V. (1971). *Wind Induced Instability of Structures.* Phil Trans Roy Soc London Ser A. Math Phys Sci, v 269, n 1199, pp 395-409,13 Mai 1971.

Robertson, I. and Li, L. and Sherwin, S.J. and Bearman, P.W. (2003). *A numerical study of rotational and transverse galloping rectangular bodies.* Journal of Fluids and Structures, 17, pp 681-699

Saha, A.K. et Biswas, G. et Muralidhar, K. (2002). *Three-dimensional study of flow past a square cylinders at low Reynolds numbers.* International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol 24, pp 54-66, 2003.

Sheard, G.J. et Fitzgerald, M.J. et Ryan, K. (2009). *Cylinders with square cross-section : wake instabilities with incidence angle variation.* Journal of Fluid Mechanics, Vol 630, pp 43-69, 2009.

Sohankar, A. et Norberg, C. et Davidson, L. (1999). *Simulation of three-dimensional flow around a square at moderate reynolds number.* Physics of fluids, Vol 11, No 2, pp 288-306

Strouhal, V. (1878). *Über eine bescondere Art der Tonerregung.* Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie (Leipzig,New Series) 5, 216-251

Studnickova, M. (1984). *Vibrations and aerodynamic stability of a prestressed pipeline cable bridge.* Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, v 17, pp 51–70, 1984.

Van Oudheusden, B.W. (1996). *Rotational onde-degree-of-freedom galloping in the presence of viscous and frictional damping.* Journal of Fluids and Structures, v 10, pp 673-689, 1996.

Von Kàrmàn, T. (1912). *Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einem Flüssigkeit ehrfährt.* Nachrichten von der Königlichen Gesselschaft der Wissenschaften zn Gôttingen, Matematisch-Physikalische Klasse 5, 547-556

Zabarjad Shiraz, M., Etienne, S., Molin, B., Damblans, G., et Pelletier, D. (2014). *Rotational galloping of square and bundle cylinders in cross-flow at low reynolds number.* The twenty-fourth International Ocean and Polar Enginnering Conference, Busan, Korea, Juin 2014