PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Algorithmes de couplage RANS et écoulement potentiel
Auteur: Author:	Sylvain Gallay
Date:	2016
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Gallay, S. (2016). Algorithmes de couplage RANS et écoulement potentiel [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/2061/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/2061/
Directeurs de recherche: Advisors:	Éric Laurendeau
Programme: Program:	Génie mécanique

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ALGORITHMES DE COUPLAGE RANS ET ÉCOULEMENT POTENTIEL

SYLVAIN GALLAY
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
FÉVRIER 2016

© Sylvain Gallay, 2016.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ALGORITHMES DE COUPLAGE RANS ET ÉCOULEMENT POTENTIEL

présentée par : GALLAY Sylvain
en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. VO Huu Duc, Ph. D., président
M. LAURENDEAU Éric, Ph. D., membre et directeur de recherche
M. MASSON Christian, Ph. D., membre
M. PEREZ Ruben E., Ph. D., membre externe

DÉDICACE

À tous mes amis du labos,
vous me manquerez...

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon Directeur de Recherche, le professeur Éric Laurendeau, pour son soutien et sa confiance accordée tout au long du projet de recherche. Ses précieuses connaissances et enseignements ont permis d'orienter ma formation de manière précise et efficace, me permettant d'augmenter mes connaissances dans un projet intéressant et pertinent. Sa détermination et ses encouragements m'ont permis de garder la motivation et de mener à terme ce projet dans les meilleures conditions possibles.

Ce travail n'aurait pas été possible sans le support financier de *Bombardier Aéronautique*, du *Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec* (CRIAQ) et du *conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada*(CRSNG). Les ressources de calcul haute performance de *Calcul Québec*, sous les auspices de *Calcul Canada*, ont également été essentielles pour la réalisation de ce projet.

Mes remerciements s'adressent ensuite à mes collègues de travail, notamment Ali Mosahebi, Thibaut Deloze et Marcin Chrust pour leurs compétences, leurs savoirs, et pour les discussions permettant à chaque fois d'apporter des éclaircissements et des conseils pertinents durant les différentes phases du projet. À Kazem Hasanzadeh, pour son amitié et sa disponibilité, et tous les autres qui ont pu contribuer de près ou de loin à ce projet, merci.

Je tiens également à remercier ma famille pour leurs support inconditionnel, patience, encouragements et amour qui m'ont grandement aidé à surmonter les périodes de découragement et à supporter la distance.

Finalement, à ma conjointe, Audrey, qui a supporté au quotidien les périodes de stress, de frustrations et dont la patience et l'amour m'ont aidé à surmonter tous les obstacles.

RÉSUMÉ

Dans le processus de développement d'avion, la solution retenue doit satisfaire de nombreux critères dans de nombreux domaines, comme par exemple le domaine de la structure, de l'aérodynamique, de la stabilité et contrôle, de la performance ou encore de la sécurité, tout en respectant des échéanciers précis et minimisant les coûts. Les géométries candidates sont nombreuses dans les premières étapes de définition du produit et de design préliminaire, et des environnements d'optimisations multidisciplinaires sont développés par les différentes industries aéronautiques. Différentes méthodes impliquant différents niveaux de modélisations sont nécessaires pour les différentes phases de développement du projet. Lors des phases de définition et de design préliminaires, des méthodes rapides sont nécessaires afin d'étudier les candidats efficacement. Le développement de méthodes améliorant la précision des méthodes existantes tout en gardant un coût de calcul faible permet d'obtenir un niveau de fidélité plus élevé dans les premières phases de développement du projet et ainsi grandement diminuer les risques associés.

Dans le domaine de l'aérodynamisme, les développements des algorithmes de couplage visqueux/ non visqueux permettent d'améliorer les méthodes de calcul linéaires non visqueuses en méthodes non linéaires prenant en compte les effets visqueux. Ces méthodes permettent ainsi de caractériser l'écoulement visqueux sur les configurations et prédire entre autre les mécanismes de décrochage ou encore la position des ondes de chocs sur les surfaces portantes.

Cette thèse se focalise sur le couplage entre une méthode d'écoulement potentiel tridimensionnelle et des données de section bidimensionnelles visqueuses. Les méthodes existantes sont implémentées et leurs limites identifiées. Une méthode originale est ensuite développée et validée. Les résultats sur une aile elliptique démontrent la capacité de l'algorithme à de grands angles d'attaques et dans la région post-décrochage.

L'algorithme de couplage a été comparé à des données de plus haute fidélité sur des configurations issues de la littérature. Un modèle de fuselage basé sur des relations empiriques et des simulations RANS a été testé et validé.

Les coefficients de portance, de trainée et de moment de tangage ainsi que les coefficients de pression extraits le long de l'envergure ont montré un bon accord avec les données de soufflerie et les modèles RANS pour des configurations transsoniques. Une configuration à géométrie hypersustentatoire a permis d'étudier la modélisation des surfaces hypersustentées de la méthode d'écoulement potentiel, démontrant que la cambrure peut être prise en compte uniquement dans les données visqueuses.

Bien que les données visqueuses soient nécessaires pour l'algorithme de couplage, leur obtention n'est pas considérée dans cette étude, puisque celles-ci sont vues comme une base de donnée préexistante et indépendante du couplage. Cependant, la prise en compte de l'angle de flèche et le développement d'une méthode permettant l'obtention de données issues de la théorie des ailes fléchées infinies sur des maillages bidimensionnels est brièvement abordée dans ce projet, puisque son effet sur la prédiction des coefficients aérodynamiques est mis en évidence et permet une meilleure prédiction par l'algorithme de couplage.

Finalement l'algorithme de couplage a été investigué sur une configuration soumise à un angle de glissade non nul. L'étude a permis de démontrer les limites de la méthode actuelle et d'identifier les pistes de développement futur.

ABSTRACT

In new aircraft development programs, the selected geometry must meet many criteria in many fields, such as structure, aerodynamic, stability and control performance or even safety. In addition, costs must be reduced to the minimum. In the early stages of development, several configurations must be analyzed. Multidisciplinary optimization environments are developed by various aeronautical industries. Every development stage requires different accuracy levels and therefore adapted methods are developed. During the product definition and preliminary design phase, fast methods are needed to study efficiently the numerous candidates. The development of new methods improving the accuracy of the existing ones while keeping a low computing cost can greatly reduce project risks and costs.

In the aerodynamics field, viscous/inviscid coupling methods are used to improve inviscid linear computations by coupling them with nonlinear viscous data. These methods allow to characterize the viscous flow on the configurations and thus predict the stall mechanisms or the position of the shock waves on the wings.

This thesis focuses on the coupling method between a three-dimensional potential flow and two-dimensional viscous sectional data. Existing methods are first implemented and their limits are identified. An original method is then developed and validated. Results on an elliptical wing demonstrate the ability of the algorithm to accurately predict the aerodynamic coefficients even at high angles of attack and in the post-stall region.

The original coupling algorithm is compared to higher fidelity data on configurations extracted from the literature. A fuselage model, based on empirical relationships and RANS simulations, has been implemented and validated.

The lift, drag and pitching moment coefficients as well as the pressure coefficient extracted along the wing span show good agreement with wind tunnel data and CFD models for transonic cases. A high-lift configuration is used to study the modeling of control surfaces in the inviscid method, demonstrating that the camber can be considered only in the viscous data.

Although viscous data are necessary for the coupling algorithm, the manner of obtaining them is not considered in this study, since they are seen as a pre-existing database and independent of the coupling method. However, taking into account the sweep angle in the development of a new method to obtain infinite swept wing solutions on two-dimensional meshes is briefly addressed in this project, since its effect on the prediction of the aerodynamic coefficients is

highlighted and allows a better match of the coupling algorithm with higher fidelity methods.

Finally, the coupling algorithm is investigated on a configuration with a non-zero sideslip angle. The study demonstrates the limits of the current method and identifies future developments.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vii

TABLE DES MATIÈRES ix

LISTE DES TABLEAUX xii

LISTE DES FIGURES xiii

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xvii

LISTE DES ANNEXES xix

1 INTRODUCTION **1**

1.1 Définitions et concepts de base 1

1.1.1 Simulation numérique des écoulements 1

1.1.2 Contributions de Ludwig Prandtl 2

1.1.3 Méthodes de couplages 3

1.2 Éléments de la problématique 6

1.2.1 Processus de développement d'avion 6

1.2.2 Environnement d'optimisation multidisciplinaire 8

1.3 Objectifs de recherche 10

1.4 Plan de la thèse 11

2 REVUE DE LITTÉRATURE **13**

2.1 Ligne Portante de Prandtl 14

2.2 Couplage non linéaires 22

2.2.1 Couplages Euler-Couche Limite 22

2.2.2 Couplages Potentiel-RANS 29

2.3 Concepts complémentaires 36

2.3.1 Théorie de l'aile elliptique 36

2.3.2 Angle de flèche . . . 37
2.3.3 Décomposition de la Trainée . . . 39
2.3.4 Cellules de décrochages . . . 40

3 DÉMARCHE 44
3.1 Premier Article . . . 44
3.2 Deuxième Article . . . 45
3.3 Troisième Chapitre . . . 46

4 ARTICLE 1 : NON LINEAR GENERALIZED LIFTING LINE COUPLING ALGORITHMS FOR PRE/POST STALL FLOWS 47
4.1 Introduction . . . 47
4.2 Elliptical Wing . . . 48
4.3 Vortex Step and Vortex Lattice Methods . . . 49
4.4 Loosely Coupled algorithms . . . 50
4.4.1 Γ-Methods . . . 50
4.4.2 α-Methods . . . 52
4.4.3 Effective angle of attack . . . 54
4.4.4 Results . . . 56
4.5 Strongly Coupled Algorithm . . . 59
4.5.1 Elliptical Wing, Analytical Formulation . . . 60
4.5.2 General Wing, Discrete Formulation . . . 61
4.5.3 Artificial Viscosity . . . 64
4.6 Conclusion . . . 67

5 ARTICLE 2 : PRELIMINARY DESIGN AERODYNAMIC MODEL FOR COMPLEX CONFIGURATIONS USING LIFTING LINE COUPLING ALGORITHM 68
5.1 Introduction . . . 68
5.2 Methodology . . . 71
5.2.1 Current Algorithm . . . 71
5.2.2 Drag Model . . . 72
5.2.3 Pitching moment model . . . 72
5.2.4 Fuselage Correction . . . 73
5.3 Verification and Validation . . . 76
5.3.1 Baseline 2D/2.5D RANS solver . . . 76
5.3.2 Chimera Method . . . 77

5.4 Test Cases . . . 79
5.4.1 DPW2 Wing Alone . . . 79
5.4.2 Lovell Wing . . . 80
5.4.3 DLR-F4 . . . 88
5.4.4 Common Research Model . . . 92
5.5 Conclusion . . . 96

6 COUPLAGE EN ANGLE DE GLISSADE 98
6.1 VLM non symétrique . . . 98
6.2 "BOMBARDIER RESEARCH AIRCRAFT" . . . 100
6.2.1 Données de section 2.5D . . . 102
6.3 Algorithme de Couplage en Angle de Glissade . . . 103
6.3.1 VLM en angle de Glissade . . . 103
6.3.2 Données visqueuses en angle de Glissade . . . 106
6.4 Simulations Numériques 3D . . . 107
6.4.1 Simulations FLUENT $Ma = 0.128$, $Re = 0.87 \cdot 10^6$ . . . 107
6.4.2 Simulations NSMB $Ma = 0.27$, $Re = 1.15 \cdot 10^6$ . . . 109
6.4.3 Comparaison, méthode RANS . . . 110
6.5 Résultats, méthode potentiel/RANS . . . 114
6.5.1 Balayage en incidence . . . 114
6.5.2 Balayage en glissade . . . 115
6.5.3 Modélisation de l'empennage vertical . . . 120
6.6 Conclusion . . . 124

7 DISCUSSION GÉNÉRALE 126
7.1 Synthèse des travaux . . . 126
7.2 Limitations de la solution proposée . . . 127

8 CONCLUSION 129
8.1 Améliorations futures . . . 130

RÉFÉRENCES . . . 131

ANNEXES . . . 140

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Résumé des méthodes non visqueuses 21
Tableau 2.2 Résumé des méthodes de couplage 35
Tableau 4.1 Legendre polynomials interpolation error, $\alpha = 12$ degree 63
Tableau 5.1 Lift due to fuselage, DLR-F6 73
Tableau 5.2 Induced Drag coefficient and span efficiency factor, DLR-F4, Mach=0.6, CL=0.5 76
Tableau 5.3 Drag Model Comparison 92
Tableau 6.1 Données géométriques du BRA 101
Tableau 6.2 Coefficients aérodynamiques du Bombardier Research Aircraft (BRA), $\alpha = 5°$, $\beta = 0°, 5°, 10°$ 105
Tableau 6.3 Simulations RANS du BRA 107
Tableau 6.4 Variation des coefficients aérodynamiques en angle de glissade . . 112
Tableau 6.5 Liste des simulations en angle de glissade 116
Tableau 6.6 Erreur relative des coefficients aérodynamiques du BRA, $\alpha = 0°$ et $8°$, $\beta = [0° - 8°]$ 119
Tableau 6.7 Variation du coefficient de portance de l'empennage du BRA, $\alpha = 5°$, $\beta = 10°$ 120
Tableau 6.8 Erreur relative des coefficients aérodynamiques du BRA, $\alpha = 5°$, $\beta = [0° - 8°]$ 121
Tableau A.1 Valeur du facteur ξ 141

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Simplification des équations de Navier Stokes 2
Figure 1.2 Méthodes de couplage Euler-Couche limite (Cousteix et Mauss, 2007) 4
Figure 1.3 Aperçu d'un algorithme de couplage 5
Figure 1.4 Bombardier Aerospace Engineering System (BES) (Piperni *et al.*, 2013) 6
Figure 1.5 Plan de développement virtuel vs. classique de nouvel avion (Rizzi, 2011) 7
Figure 1.6 Représentation haute-fidélité des modules de conception d'un avion (Piperni *et al.*, 2013) 9
Figure 2.1 Représentation de la théorie de la ligne portante (Bertin, 2002) . . 15
Figure 2.2 Géométrie pour un code VLM avec une rangée de panneaux selon la corde 17
Figure 2.3 Représentation d'un tourbillon au quart de corde de l'aile 18
Figure 2.4 Distribution de tourbillons et influence du tourbillon en P_n sur le point P_ν (Blackwell, 1969) 19
Figure 2.5 Épaisseur de déplacement et vitesse de transpiration 22
Figure 2.6 Algorithme en mode direct (Cousteix et Mauss, 2007) 23
Figure 2.7 Comportement des algorithmes de couplage direct (Lock et Williams, 1987) 24
Figure 2.8 Algorithme en mode inverse (Cousteix et Mauss, 2007) 25
Figure 2.9 Comportement des algorithmes de couplage inverse (Lock et Williams, 1987) 26
Figure 2.10 Algorithme en mode semi-inverse (Cousteix et Mauss, 2007) . . . 27
Figure 2.11 Comportement des algorithmes de couplage semi-inverse (Lock et Williams, 1987) 27
Figure 2.12 Algorithme de couplage Quasi-simultané (Veldman, 1981) 28
Figure 2.13 Comportement des algorithmes de couplage quasi-simultané (Lock et Williams, 1987) 29
Figure 2.14 Représentation de la correction $\Delta\Gamma$ en méthode Γ 30
Figure 2.15 Couplage faible en méthode Γ 31
Figure 2.16 Représentation de la correction $\Delta\alpha$ en méthode α 32
Figure 2.17 Comparaison de courbes de portance 33

Figure 2.18 Déviation du centre aérodynamique dans la région de symétrie (Phillips et Snyder, 2000) 34
Figure 2.19 Section perpendiculaire à l'angle de flèche (Drela, 2010) 37
Figure 2.20 Changement de référentiel (Ghasemi *et al.*, 2013) 38
Figure 2.21 Profils de vitesse axial et transverse sur un cylindre en glissade (Ghasemi *et al.*, 2013) 39
Figure 2.22 Effet des équations 2.5D sur une section d'aile 39
Figure 2.23 Décomposition de la trainée (Gur *et al.*, 2010) 40
Figure 2.24 Cellules de décrochage (Spalart, 2014) 41
Figure 2.25 Courbe de portance analytique (Spalart, 2014) 42
Figure 4.1 Comparison of different potential flow implementations, elliptical wing, $\lambda = 12.7$ 50
Figure 4.2 Comparison between different Γ algorithms 53
Figure 4.3 Lift distribution near stall, Elliptical Wing, Anderson's algorithm 53
Figure 4.4 Theoretical Lift-angle of attack curves, elliptical wing 54
Figure 4.5 Comparison of the effective angle of attack. Elliptical wing, $\alpha = 20deg$ 56
Figure 4.6 Convergence of the induced angle of attack for various number of panels 56
Figure 4.7 Elliptical wing with analytical lift 57
Figure 4.8 Loosely coupling algorithm, comparison with analytical effective angle of attack α_e 57
Figure 4.9 Elliptical wing, perturbation of the effective angle of attack in the linear region 58
Figure 4.10 Elliptical wing, perturbation of the effective angle of attack close to the stall 59
Figure 4.11 Representation of the coupling algorithm. *Left :* Loosely coupled, *Right :* Strongly coupled 59
Figure 4.12 Convergence of analytical coupling 61
Figure 4.13 Influence of the number of terms in the Legendre series. 63
Figure 4.14 Elliptical Wing, Comparison of strongly and loosely implementations. 64
Figure 4.15 Elliptical Wing, convergence for a pre-stall and a post-stall angle of attack. 64
Figure 4.16 Lift distribution near stall, elliptical wing, loosely coupled algorithm 65
Figure 4.17 Elliptical wing, Lift coefficient within artificial viscosity 66
Figure 4.18 Elliptical wing, Lift distribution near stall within artificial viscosity 66

Figure 5.1 Physical effects captured by infinite swept wing RANS solution : i) stagnation region, ii) shock waves, iii) trailing-edge region 70
Figure 5.2 modeling of the fuselage for the lift distribution 75
Figure 5.3 Effect of fuselage modelling on drag of DLR-F4 at Mach=0.6 . . . 75
Figure 5.4 Comparaison of 2.5D implementation with the Küchemann method 77
Figure 5.5 Overlapped mesh for high lift configuration 78
Figure 5.6 Multi surfaces mesh for the inviscid code, with gap (*left*) our without gap (*right*) between the elements 78
Figure 5.7 DPW-W2 forces and moment coefficients 81
Figure 5.8 DPW-W2 Section 7 Pressure coefficient with adjusted effective angle of attack and sweep angle 82
Figure 5.9 DPW-W2 forces and moment coefficients 82
Figure 5.10 Lovell Wing flap 10° forces and moment coefficients 84
Figure 5.11 Lovell Wing flap 10° Lift distribution 85
Figure 5.12 Lovell Wing slat 25° forces and moment coefficients 86
Figure 5.13 Lovell Wing slat 25° trailing edge stall 87
Figure 5.14 Lovell Wing slat 25° different mesh sizes and turbulence models . 87
Figure 5.15 Lovell Wing slat 25° lift distribution 88
Figure 5.16 Lovell Wing slat 25° flap 10° forces and moment coefficients . . . 89
Figure 5.17 Lovell Wing slat 25° flap 10° lift distribution 90
Figure 5.18 DLR-F4 Pressure coefficient at $Mach = 0.6$, $CL = 0.5$ 91
Figure 5.19 DLR-F4 aerodynamic coefficients at $Mach = 0.6$ 91
Figure 5.20 DLR-F4 Pressure coefficient at $Mach = 0.75$, $CL = 0.5$ 93
Figure 5.21 DLR-F4 forces coefficients at $Mach = 0.75$ 93
Figure 5.22 Common Research Model inviscid model 94
Figure 5.23 Common Research Model Wing pressure coefficient at $Mach = 0.85, CL = 0.5$ 95
Figure 5.24 Common Research Model Tail pressure coefficient at $Mach = 0.85, CL = 0.5$ 96
Figure 5.25 Common Research Model forces and moment coefficients 96
Figure 6.1 Comparaison des codes non visqueux : Blackwell, VLM symétrique et VLM complet 99
Figure 6.2 Coefficients A_i de la série de Fourier, comparaison des implémentations symétrique et complètes 100
Figure 6.3 Distribution de portance en fonction de l'envergure et interpolation équi-répartie 100

Figure 6.4 Demi-géométrie du BRA 101
Figure 6.5 Modèle non visqueux du BRA 102
Figure 6.6 Système de coordonnées du code VLM 103
Figure 6.7 Sillage du VLM en angle de glissade. $\beta = 10°$ 104
Figure 6.8 distribution de portance en fonction de l'angle de glissade, $\alpha = 5°$, $\beta = 0°, 5°, 10°$ 105
Figure 6.9 Coefficients de portance et trainée en fonction de l'angle de flèche, section extraite de l'aile du BRA 106
Figure 6.10 Configurations du BRA 108
Figure 6.11 BRA volet et empennage 109
Figure 6.12 Comparaison des sets numériques en incidence, $\beta = 0°$ 111
Figure 6.13 Comparaison des sets numériques en glissade 113
Figure 6.14 Décomposition des coefficients aérodynamiques par composant de la configuration en angle de glissade 114
Figure 6.15 Balayage en angle d'incidence, $\beta = 0°$ 115
Figure 6.16 Balayage en angle d'incidence, $\beta = 5°$ 116
Figure 6.17 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 0°$ 117
Figure 6.18 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 8°$ 118
Figure 6.19 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 5°$ 119
Figure 6.20 Modélisation d'une surface verticale 122
Figure 6.21 Distribution de portance le long de l'envergure, avec ou sans empennage vertical 123
Figure 6.22 Coefficient de portance en balayage d'incidence, avec ou sans empennage vertical 124
Figure A.1 DLR-F6 coefficient de portance 140
Figure B.1 Modèle à trois éléments de la théorie des profils minces 144
Figure B.2 Prédiction de l'angle à portance nulle 145
Figure B.3 Coefficient de portance pour les différents modèles 145

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$a = \frac{dCl}{d\alpha_e}$	pente théorique du coefficient de portance (rad^{-1})
b	Envergure de l'aile (m)
b_{fus}	Largeur du fuselage (m)
h_{fus}	Hauteur du fuselage (m)
l_{fus}	Longueur du fuselage (m)
c	corde (m)
$\bar{c}$	corde aérodynamique moyenne (m)
e_i	Facteur d'efficacité de l'aile (-)
S	Surface de l'aile (m^2)
x_{cp}	Position du centre de pression (m)
x_{ref}	Point de référence du moment de tangage (m)
CL	$\frac{L}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de portance (-)
CL_{max}	$\frac{L_{max}}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de portance maximale (-)
$CL_{\alpha_{fus}=0}$	$\frac{L_{\alpha_{fus}=0}}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de portance à angle d'attaque de fuselage nul (-)
Cl_{inv}	$\frac{l_{inv}}{0.5\rho U_\infty^2 c}$, Coefficient de portance de section non visqueux (-)
Cl_{vi}	$\frac{l_{vi}}{0.5\rho U_\infty^2 c}$, Coefficient de portance de section visqueux (-)
$Cl_{\alpha v}$	Pente du coefficient de portance de section visqueux (rad^{-1})
$CL_{\alpha v}$	Pente du coefficient de portance de l'aile (rad^{-1})
Cd_{par}	$\frac{d_{par}}{0.5\rho U_\infty^2 c}$, Coefficient de trainée parasite de section (-)
CD_i	$\frac{D_i}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de trainée induite (-)
CD_{par}	$\frac{D_{par}}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de trainée parasite (-)
CD	$\frac{D}{0.5\rho U_\infty^2 S}$, Coefficient de trainée totale (-)
Cm_{xref}	$\frac{m_{xref}}{0.5\rho U_\infty^2 Sc}$, Coefficient du moment de tangage (-)
Cm_{fus}	$\frac{m_{fus}}{0.5\rho U_\infty^2 Sc}$, Coefficient de moment de tangage du fuselage (-)
$Cm_{c/4}$	$\frac{m_{c/4}}{0.5\rho U_\infty^2 c^2}$, Coefficient de moment de tangage de section, au quart de corde (-)
u_e	Vitesse extérieure au domaine de la couche limite
U_∞	Vitesse de l'écoulement libre (m/s)
w_{ind}	Vitesse de rabattement induite (m/s)
α	Angle d'attaque de l'aile (rad)
α_i	Angle d'attaque induit (rad)
α_e	Angle d'attaque effectif (rad)
α_{0l}	Angle d'attaque de section à zéro portance (rad)

$\alpha_{CL_{max}}$	Angle d'attaque à portance maximale (*rad*)
δ_1	Épaisseur de déplacement de la couche limite
Γ	Circulation (m^2/s)
λ	Allongement de l'Aile (-)
Λ	Angle de flèche (*rad*)
$\phi = acos\left(\frac{-2y}{b}\right)$	position le long de l'envergure, espace de Fourier (*rad*)
μ	Viscosité artificielle (-)
ξ	facteur visqueux constant [0,1] simulant les effets de fuselage (-)

Acronymes

BRA	Bombardier Research Aircraft
CFD	Computational Fluid Dynamic
DPW	Drag Prediction Workshop
IF	Isolated Fuselage
LLT	Lifting Line Theory
LT	Left Tail
LW	Left Wing
NSMB	Navier-Stokes Multi-Block
OMD	Optimisation multidisciplinaire
OMDC	Optimisation multidisciplinaire de conception
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RT	Right Tail
RW	Right Wing
VLM	Vortex Lattice Method
WB	Wing-Body
WBN	Wing-Body-Nacelle
WBT	Wing-Body-Tail
WBNT	Wing-Body-Nacelle-Tail

LISTE DES ANNEXES

Annexe A Coefficient de Portance du Fuselage 140

Annexe B Calcul de l'angle d'incidence à Portance nulle 142

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Une prédiction fiable et précise des coefficients aérodynamiques des avions à des coûts de calcul raisonnables permet, tôt dans le processus de développement, d'effectuer des choix de design pertinents. Ces choix permettent de réduire considérablement les coûts des processus de développement et les risques associés. En effet, lors des phases de définition du projet et de design préliminaires, l'emphase est mise sur les faibles coûts de calcul, étant donné le nombre importants de candidats de design, tout en s'assurant d'obtenir des estimations précises permettant la prise de décision. Cette recherche étudie une famille de couplage entre méthode non visqueuse tridimensionnelle et données de section visqueuses, permettant de prédire les coefficients aérodynamiques non linéaires.

1.1 Définitions et concepts de base

1.1.1 Simulation numérique des écoulements

La mécanique des fluides numérique, Computational Fluid Dynamic (CFD), possède plusieurs niveaux de complexité, en fonction des hypothèses effectuées. Ces différentes simplifications conduisent à différentes familles de méthodes, caractérisées entre autre par des temps et ressources de calcul différents. La figure 1.1 représente certaines de ces méthodes.

Les équations de Navier-Stokes (NS), résolues sur un maillage volumique, permettent d'obtenir la meilleure représentation de la physique de l'écoulement, ces équations prenant en compte les effets de compressibilité, de viscosité, et rotationnels entre autre. Les ressources nécessaires sont cependant importantes ainsi que les temps de calcul non négligeables. Par exemple, en modélisant toutes les échelles de la turbulence, les équations Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) sont établies. La résolution de ces équations est de l'ordre de grandeur en temps et nombre de processeurs de calcul de $\sigma(10^1 \text{ heures}, 100 \text{ coeurs})$. En négligeant les effets visqueux parallèles au corps et en assumant le gradient de pression normal au corps nul, les équations de la couche limite sont établies. Ces équations ont été couplées par le passé à de nombreuses méthodes, comme représenté sur la figure. Une deuxième grande famille de méthode est dérivée en assumant l'écoulement non visqueux, dont les équations d'Euler. Le gain en terme de ressources est considérable, $\sigma(10^1 \text{ minutes}, 10 \text{ coeurs})$, notamment au niveau du maillage qui ne résout pas la couche limite proche d'un corps solide et donc ne nécessite pas de raffinement dans cette région. En ajoutant les simplifications d'incompressibilité et d'irrotationalité, ces équations se simplifient pour devenir l'équation de Laplace. Là encore, le gain

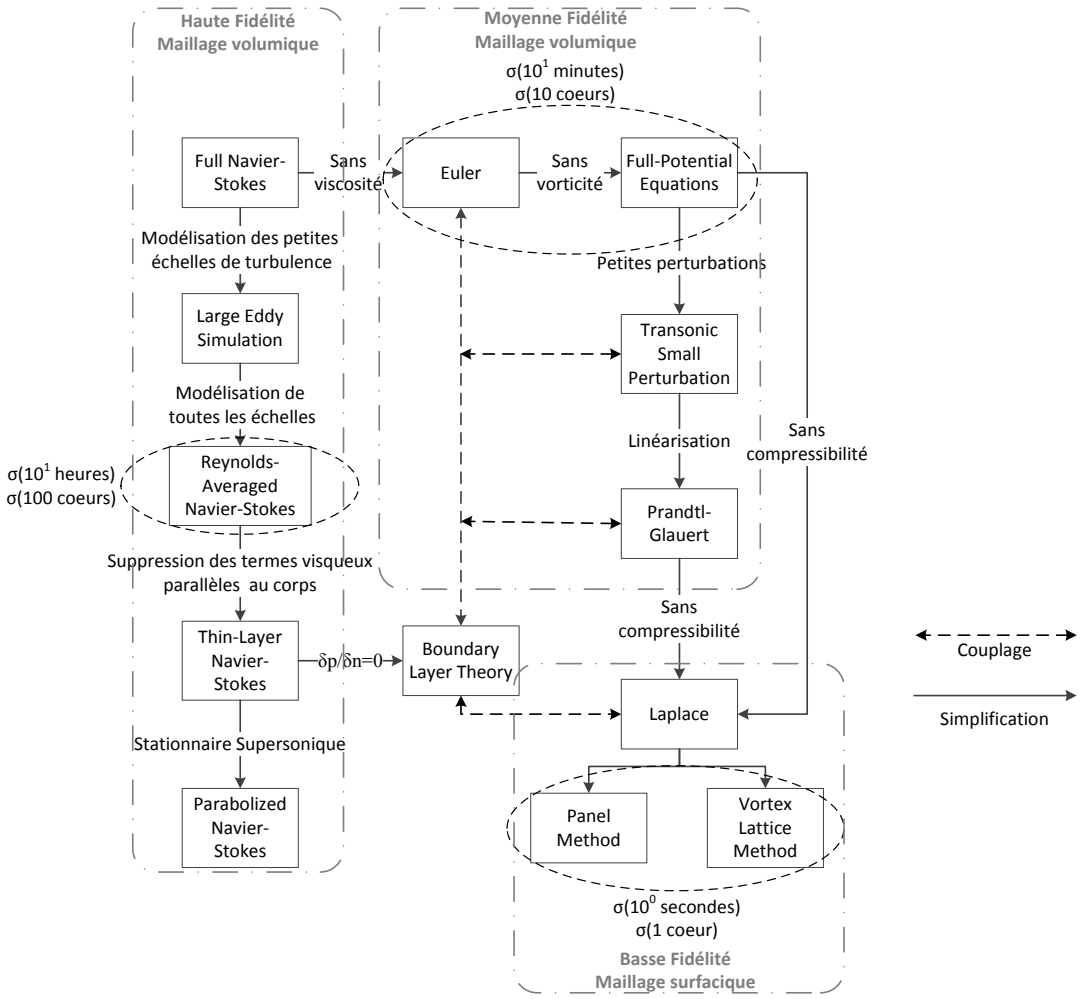


Figure 1.1 Simplification des équations de Navier Stokes

est considérable, une solution de cette équation étant obtenue en $\sigma(10^0 \text{ secondes}, 1 \text{ coeur})$. De cette équation sont tirées la méthode des panneaux ou la méthode dite Vortex Lattice Method (VLM).

1.1.2 Contributions de Ludwig Prandtl

Ludwig Prandtl, ingénieur et physicien allemand de la première moitié du siècle précédent, a eu un impact important sur la dynamique des fluides, en développant plusieurs concepts, notamment la théorie de la Ligne Portante et la théorie de la couche limite.

Ligne portante

Les équations de VLM, mentionnées dans la section précédente, sont issues de la théorie de la ligne portante de Prandtl, développée au début du siècle dernier. Cette théorie, expliquée en détail dans la section 2.1, s'applique pour des ailes d'envergure finie sans angle de flèche, et modélise l'écoulement en assumant qu'il peut être représenté par une somme de tourbillons ayant la forme de fers à cheval. La force de ces tourbillons représente une vitesse d'écoulement induite en chaque section de l'aile, exprimé à l'aide de la loi de Biot-Savart. Le système d'équations ainsi obtenu est linéaire et est résolu par une méthode appropriée d'inversion de matrice, fournissant les coefficients aérodynamiques linéaires. Cette théorie de la ligne portante a donné naissance à d'autres familles de méthode, dont la méthode Finite Step Method, développée par Weissinger (1947) et simplifié ensuite par Blackwell (1969). Dans cette méthode, l'aile est discrétisée en panneaux le long de l'envergure, chaque panneau possédant un tourbillon en fer à cheval. Cette disposition permet de prendre en compte l'angle de flèche des ailes. La généralisation de la méthode en un réseau de tourbillons le long de l'envergure et de la corde est appelée VLM.

Théorie de la couche limite

Ludwig Prandtl a également établi les équations de la couche limite, faisant l'hypothèse que l'écoulement autour d'un corps peut être décomposé en deux zones :

— La zone proche du corps, où les effets visqueux dominent ;
— La zone éloignée, où les effets visqueux peuvent être négligés.

La théorie de la couche limite a permis de grandes avancées dans la représentation mathématique des écoulements, permettant de faire concorder les données expérimentales et les modélisations des écoulements qui, jusque-là, présentaient de grandes différences. Cette théorie a donné naissance à plusieurs familles de couplage entre équations visqueuses et non visqueuses, méthodes qui forment le cadre de ce projet de recherche.

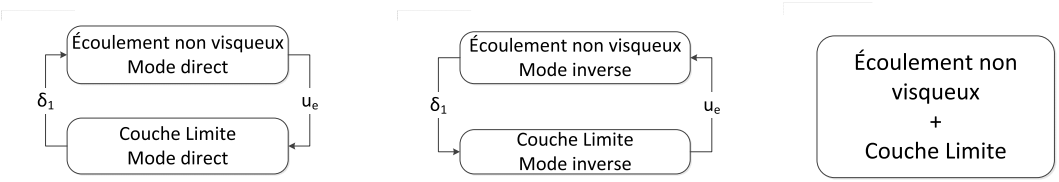
1.1.3 Méthodes de couplages

Plusieurs familles de couplages utilisant les équations de la couche limite couplées à une méthode négligeant les effets visqueux ont été développées, par exemple le couplage avec les équations d'Euler sur un maillage cartésien développé dans le logiciel CART3D (Aftosmis *et al.*, 2011), ou le couplage avec la théorie des petites perturbations du logiciel KTRAN (Kafyeke *et al.*, 1988). Le principe des couplages Euler-Couche limite est introduit dans la section suivante suivi par une autre famille de couplage, couplant un solveur d'écoulement

potentiel à des données RANS. Cette dernière famille de couplage fait l'objet de ce projet.

Euler-Couche Limite

Une des familles de couplage répandue en aérodynamique numérique transsonique est le couplage Euler/Couche limite. Un solveur des équations d'Euler permet d'obtenir les conditions d'écoulement autour d'un corps. Ce résultat est utilisé comme condition initiale pour résoudre les équations de la couche limite. Afin de garantir la continuité du champ de vitesse dans le domaine de calcul, un couplage entre les équations est nécessaire. Plusieurs versions de ces algorithmes ont été développées (Cousteix et Mauss, 2007), utilisant les équations dans un sens ou dans l'autre comme présenté sur les figures 1.2a et 1.2b et , avec différentes caractéristiques qui seront détaillées dans la revue de littérature, section 2.2.1. Ces méthodes sont considérées comme des couplages "faibles", puisque les deux systèmes d'équations sont résolus l'un après l'autre, en opposition avec les couplages dits "forts", figure 1.2c, où les équations d'Euler et de couche limite sont assemblées puis résolues simultanément (Drela et Giles, 1987; Lagrée, 2010).



(a) Implémentation directe (b) Implémentation inverse (c) Implémentation forte

Figure 1.2 Méthodes de couplage Euler-Couche limite (Cousteix et Mauss, 2007)

Potentiel-RANS

Les méthodes de couplage visqueux/non visqueux étudiées et développées dans ce projet peuvent être schématisées à l'aide de la figure 1.3. L'idée est d'obtenir des données visqueuses de section le long de l'envergure, et de les coupler avec un solveur d'écoulement potentiel 3D, que ce soit une implémentation de la théorie de la ligne portante ou une méthode dérivée comme un VLM. Les données de section peuvent provenir d'essais en soufflerie ou de simulations numériques de haute-fidélité. Elles sont obtenues avant l'utilisation des algorithmes de couplages et donc considérées comme une base de donnée acquise et indépendante de l'algorithme de couplage.

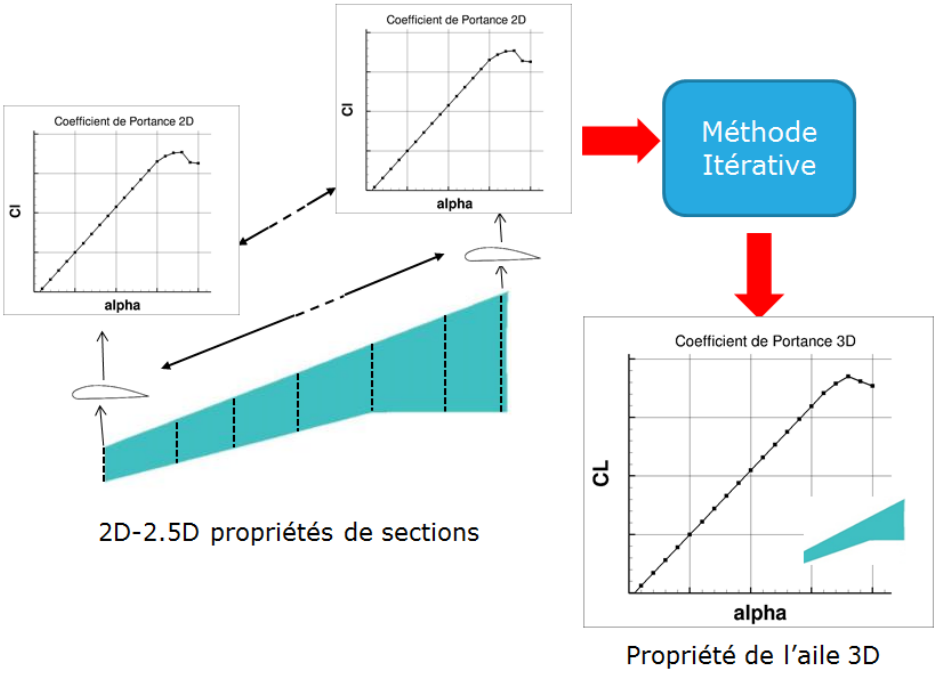


Figure 1.3 Aperçu d'un algorithme de couplage

Deux familles de couplages ont été développées dans la littérature, la première corrigeant la solution linéaire au travers de la distribution de portance Γ le long de l'aile, appelées *méthodes Gamma* tandis que la deuxième effectue une correction de l'angle d'attaque α des sections de l'aile, référées comme *méthodes alpha*. Le premier couplage a été réalisé par Tani (1934), couplant la théorie de la ligne portante de Prandtl avec des données de section visqueuses. Ces méthodes Gamma ont été développées dès le milieu du siècle précédent (Sivells, 1947; Sears, 1956; Piszkin et Levinsky, 1976) et ont bénéficiées dernièrement des travaux de Chattot (2004) qui a permis d'obtenir une solution physique à haut angle d'attaque dans le régime après décrochage à l'aide de l'ajout de viscosité artificielle.

La deuxième famille de méthode, corrigeant l'angle d'attaque des sections le long de l'envergure, ont été développées plus récemment par Tseng et Lan (1988) et bénéficie toujours de développements récents (Van Dam *et al.*, 2001; Mukherjee *et al.*, 2003; Pakalnis *et al.*, 2005) qui sont analysés en détail dans la revue de littérature, à la section 2.2.2.

1.2 Éléments de la problématique

1.2.1 Processus de développement d'avion

Phases de développement

Le développement d'un nouvel avion est un processus long (5-15 ans) et complexe, et qui est très coûteux ($\sigma(10^9$ \$)). Plusieurs phases sont nécessaires, devant répondre à des critères stricts, échelonnées de plusieurs jalons et phases de révisions. La figure 1.4 présente les différentes phases définie chez Bombardier Aéronautique, depuis la définition de la stratégie, basée entre autre sur les besoins des clients et du marché, jusqu'à la mise en opération du nouveau concept d'avion. Ces différentes phases sont jalonnées de révisions, et doivent fournir des résultats différents : la précision et le détail des résultats nécessaires ne sont pas les mêmes lors de la définition du projet ou lors de la phase de design avancé. Les méthodes utilisées ne sont donc pas les mêmes, leurs objectifs étant différents : une méthode appropriée pour chaque niveau de fidélité demandé dans les différentes phases de développement est donc nécessaire.

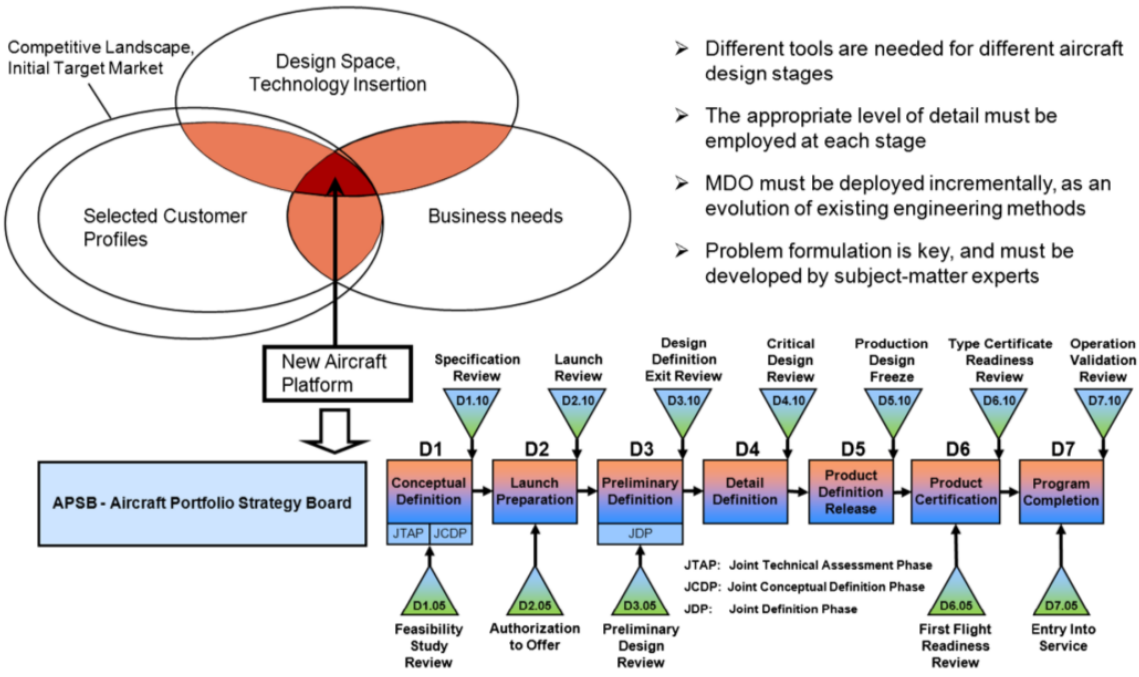


Figure 1.4 Bombardier Aerospace Engineering System (BES) (Piperni *et al.*, 2013)

Comme présenté par Rizzi (2011), figure 1.5, une partie importante des coûts de développement d'un avion est utilisée dans les phases de définition du projet. Les erreurs de design durant ces phases préliminaires peuvent se répercuter sur toutes les étapes du projet et entraî-

ner des surcoûts importants. Lors de ces phases préliminaires, les designs candidats peuvent être cependant de l'ordre de la centaine voir de la centaine de milliers. Des méthodes fiables, précises et peu coûteuses sont donc nécessaires pour faire les bons choix tôt dans le processus de développement.

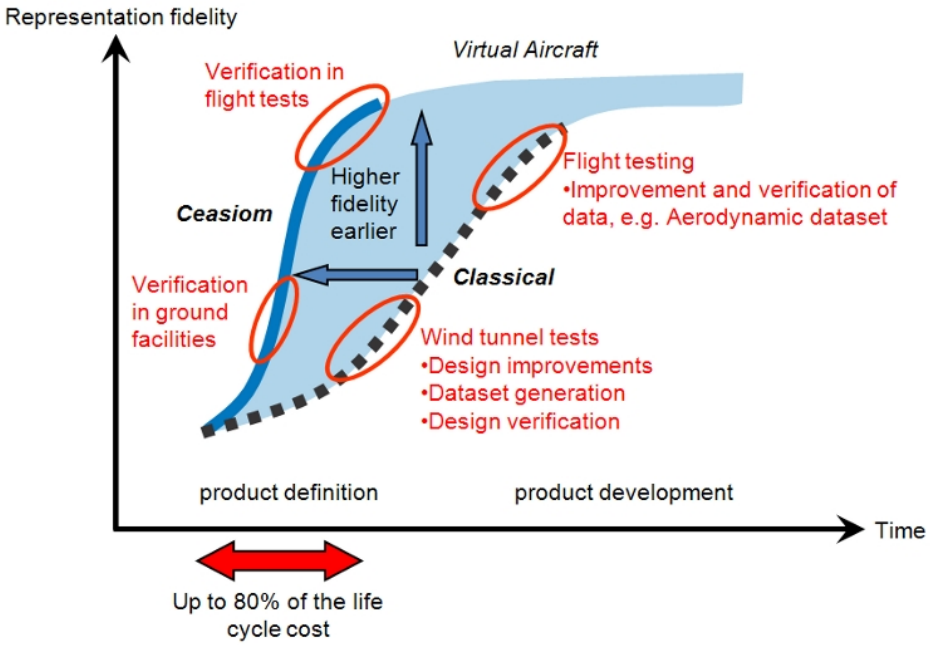


Figure 1.5 Plan de développement virtuel vs. classique de nouvel avion (Rizzi, 2011)

Méthodes hautes fidélités

Les récents développements de la CFD, et particulièrement les méthodes RANS, permettent aux ingénieurs d'obtenir des solutions intéressantes en termes de coût et de gestion de risque des programmes de développement d'avion. Des défis sont encore associés à la résolution de ces équations, comme la modélisation de la turbulence et notamment en ce qui a trait à la prédiction de la transition d'écoulement laminaire/turbulent ainsi que le décollement de la couche limite. Ces méthodes ont malgré tout prouvé leur aptitude à simuler les différentes phases de vol (Tinoco, 2008), et sont capables de capturer les phénomènes tels que les zones de recirculation, les tourbillons de bord de fuite et de bout d'aile ou encore les ondes de chocs sur les ailes pour des écoulements transsoniques.

Cependant, les coûts de calculs associés à la résolution de ces équations les rendent impossibles à utiliser intensivement dans les phases de définition préliminaire du projet. Le nombre de géométries candidates est trop important, d'autant plus que la génération de maillages tridimensionnels est un processus complexe pour garantir des résultats fiables.

Optimisations et nouveaux défis

Les contraintes environnementales ont une influence de plus en plus importante dans le développement des avions. Des avions plus propres en terme d'oxydes d'Azote (NO_x) et de dioxydes de carbone (CO_2), pour réduire l'impact environnemental du trafic aérien en constante expansion, sont exigés aussi bien par le grand public que par les institutions gouvernementales et écologiques, amenant à des normes plus sévères et apportant des nouveaux défis technologiques. Par exemple, la réduction de consommation de carburant directement lié à la production de polluants, a permis de grands développements sur les moteurs d'avions dans les dernières décennies. Bien que motivé principalement par des considérations économiques, ces développements ont permis également de réduire l'émission de polluants jouant un rôle dans le réchauffement climatique aussi bien que le bruit des avions.

Les prochains développements de nouveaux avions, tant en terme de performance qu'en terme d'impact écologique, passent par le développement d'outils de modélisation multidisciplinaires appliqués tôt dans le processus de développement (Henderson *et al.*, 2012).

1.2.2 Environnement d'optimisation multidisciplinaire

Les outils d'optimisation numériques permettent d'obtenir la solution optimale d'un problème à plusieurs variables. Les processus d'optimisation sont utilisés dans les programmes de développements d'avions, et permettent d'améliorer les performances des nouveaux avions. Plusieurs disciplines interviennent dans le design d'un avion, comme représenté sur la figure 1.6 et sont fortement couplées entre elles. Ainsi, des recherches sont conduites sur les optimisations multiparamétriques permettant de trouver une solution optimale en faisant des compromis entre les différentes disciplines, nommée Optimisation multidisciplinaire (OMD).

Les outils d'optimisations multidisciplinaires sont appliqués aux différentes phases de développement d'avions. Cependant, les différentes phases ont des objectifs différents, modélisent des niveaux de détails différents, produisent des livrables différents, et donc n'utilisent pas les mêmes outils et méthodes. Plusieurs environnements d'optimisation différents sont donc utilisés. Par exemple, le premier environnement d'optimisation utilisé par l'entreprise Bombardier Aéronautique est l'Optimisation multidisciplinaire de conception (OMDC), dont les objectifs sont entre autre de définir le projet, de valider l'insertion des technologies et d'intégrer les systèmes majeurs (Piperni *et al.*, 2013). Les méthodes aérodynamiques disponibles dans cet environnement d'optimisation sont :

— Niveau L0 : Méthodes basées sur le savoir-faire
— Niveau L1 : Méthodes Quasi-3D (3D VLM et 2D CFD)

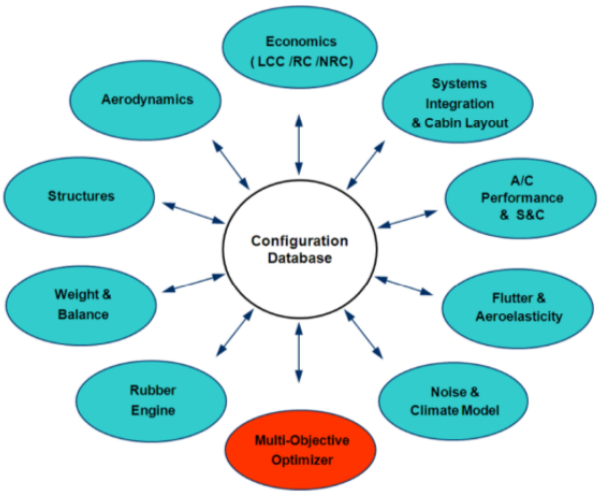


Figure 1.6 Représentation haute-fidélité des modules de conception d'un avion (Piperni *et al.*, 2013)

— Niveau L1.5 : Modèles de substitution basés sur des simulations hautes fidélités

Le niveau L0 permet d'établir une référence et une base de comparaison pour les différents concepts développés, tandis que les niveaux L1 et L1.5 permettent d'analyser des géométries non conventionnelles.

Un autre exemple d'environnement d'optimisation multidisciplinaires développé dans le cadre du projet Européen SimSAC est le programme CEASIOM, qui combine entre autre des modules de définition géométrique, de calcul de coefficients aérodynamiques, d'aéroélasticité et de stabilité et contrôle. En ce qui concerne les méthodes de calculs aérodynamiques, plusieurs niveaux de fidélité sont disponibles. Le premier niveau consiste en des méthodes semi-empiriques, de type DATCOM (Fink et Hoak, 1975). Ces méthodes ne requièrent aucun maillage et utilisent des relations empiriques pour prédire les coefficients aérodynamiques. Le deuxième niveau d'approximation consiste en des méthodes de type écoulement potentiel VLM, qui se basent sur la théorie de la ligne portante de Prandtl. Le code VLM implémenté dans CEASIOM est le code Tornado (Tornado, 2015). Cette méthode utilise un maillage de la cambrure et permet une estimation linéaire des coefficients aérodynamiques. Le dernier niveau de simplification présent dans cet outil est un solveur des équations d'Euler, EDGE, requérant un maillage volumique et permettant d'obtenir des solutions compressibles non visqueuses. Tous ces modules ne permettent cependant pas d'obtenir des caractéristiques aérodynamiques visqueuses, et donc ne peuvent pas prédire efficacement le coefficient de portance maximum, ni l'angle de décrochage, ni la trainée d'un avion (visqueuse et d'onde).

1.3 Objectifs de recherche

Basé sur les sections précédentes, le but du projet de recherche est de développer des outils numériques pour la simulation des écoulements aérodynamiques dans le régime non linéaire, sur une enveloppe complète de vol. Ceci comprend les écoulements stationnaires subsoniques et transsoniques, sur des configurations d'avions avec systèmes hypersustentatoires et prenant en compte l'angle de glissade. Les exemples sont la prédiction de l'angle d'attaque maximum ainsi que la propagation du décrochage sur les surfaces portantes, la prédiction de la trainée totale de configurations, ou encore l'effet de la modélisation des systèmes hypersustentatoires sur la prédiction des coefficients de force.

Afin de développer une méthode de couplage innovante, une bonne compréhension des méthodes existantes ainsi que leurs limitations et points critiques est nécessaire, comme par exemple l'estimation de l'angle d'attaque induit qui est importante puisqu'elle constitue un point fondamental dans les méthodes de couplage en angle d'attaque, ou l'influence des différentes méthodes non visqueuses choisies. La CFD permettra de valider les méthodes basses-fidélité, en apportant les corrélations semi-empiriques difficilement déductibles de données de soufflerie ou de méthodes analytiques. Le développement des méthodes basse-fidélité contribuera également à valider les méthodes CFD haute-fidélité en apportant des éclaircissements sur les phénomènes étudiés.

Les méthodes basses fidélité sont très attrayantes étant donné le manque de résultats concluants concernant les effets de décrochage des profils et ailes dans les récents développements de la modélisation de la turbulence. Des données de section incluant le comportement après décrochage sont donc nécessaires, tel qu'identifié par Petrilli *et al.* (2013).

Les objectifs de ce projet de recherche sont les suivants :

- Développer un algorithme de couplage original, permettant de traiter les grands angles d'attaques, impliquant les sous objectifs suivants :
  - Enquêter et comparer des implémentations de couplages de méthodes *gamma* ainsi que de méthodes *alpha* issues de la littérature.
  - Par analogie avec les couplages Euler-Couche limite, implémenter les versions dites faiblement couplées des différentes méthodes.
  - Basé sur les limitations des méthodes étudiées, développer une nouvelle implémentation originale d'algorithme de couplage.
  - Inspiré des couplages forts Euler/Couche limite, développer une version de l'algorithme de couplage forte, permettant d'obtenir des solutions à sens physique à des angles d'attaques significativement supérieurs à l'angle de décrochage.

- Développer l'algorithme de couplage pour étendre son application à des configurations complexes. Ceci comprend :
  - Traiter les ailes à grand angle de flèche, l'écoulement transverse sur l'aile ne pouvant plus être négligé, en enquêtant sur l'effet de l'utilisation des données de section 2.5D, qui sera brièvement expliqué à la section 2.3.2.
  - Appliquer l'algorithme de couplage à des configurations complexes, comprenant les profils hypersustentatoires. Étudier l'effet de la modélisation de ceux-ci.
  - Proposer une modélisation de fuselage pour les différents coefficients aérodynamiques.
- Développer le code de couplage pour prendre en compte des géométries soumises à des écoulements à composante transverse non nulle :
  - Analyser la prédiction des coefficients aérodynamiques avec un angle de glissade, dans le but de fournir des informations nécessaires pour l'étude de la stabilité latérale.
  - Adapter le modèle de fuselage, prenant en compte l'angle de glissade.

1.4 Plan de la thèse

Après une revue de littérature sur les méthodes de calculs d'écoulements potentiels, à savoir la ligne portante de Prandtl et les méthodes qui y sont dérivées, une étude des algorithmes de couplage existants est conduite, présentant leurs avantages et limitations, et permettant de poser les bases pour le développement d'un algorithme de couplage original et moderne (chapitre 2). La méthodologie suivie durant le projet, résumant les contributions des articles en lien avec le présent projet fait l'objet du chapitre 3.

L'algorithme proposé est explicité dans le chapitre 4. La validation de l'algorithme se fait sur une aile elliptique et des données visqueuses analytiques qui permettent une comparaison exacte entre la solution du couplage et la solution théorique d'une aile elliptique. Différentes implémentations du couplage sont comparées, avec une emphase sur le couplage dit fort, où les équations du module non visqueux et les équations de correction visqueuses sont résolues simultanément. L'ajout de viscosité artificielle permet d'obtenir des solutions numériques censées dans le régime après décrochage. L'importance du calcul de l'angle d'attaque induit est également présentée.

La validation du code de couplage sur des configurations tirées de la littérature est présentée au chapitre 5. Les avantages de l'utilisation des données 2.5D sont mis en évidence. Le calcul de la trainée est implémenté, et un modèle de fuselage est proposé pour la trainée induite. La prédiction des coefficients aérodynamiques sur des ailes hypersustentatoires est étudiée, et

l'importance de la modélisation des systèmes hypersustentatoires dans le code non visqueux est discutée.

Le chapitre 6 présente les récents développements effectués pour les configurations en angle de glissade. Une extension de l'algorithme de couplage est utilisée, rendant les études en configurations non symétriques plus aisées. Des résultats sont proposés et comparés avec des données de simulations numériques haute-fidélité. Les améliorations et les études complémentaires pouvant être effectuées sont présentées dans la conclusion générale du projet (chapitre 8).

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Les travaux de Ludwig Prandtl ont permis, au début du siècle passé, des avancées importantes dans le domaine de la mécanique des fluides. Les équations de Navier-Stokes étaient déjà connues, mais il existait une grande différence entre les résultats expérimentaux observés et les résultats d'hydrodynamique théorique, tirés des équations d'Euler. Il était probable à l'époque que ces différences étaient dues à la négligence des effets de la viscosité dans les équations d'Euler, mais aucune approche mathématique n'avait été trouvée pour traiter les termes visqueux de manière générale dans les équations de Navier-Stokes. De plus, l'hypothèse n'était pas facilement intuitive. En effet, la viscosité de l'air étant faible, les forces visqueuses résultantes sont également faibles devant les forces d'inertie et de pression sur les avions. Il était donc difficilement imaginable que les effets visqueux puissent avoir un tel effet sur ces écoulements.

Prandtl, en 1904, a proposé un traitement théorique pour résoudre les effets visqueux, permettant de réconcilier les théoriciens de l'hydrodynamique et les expérimentateurs, en obtenant des résultats théoriques en accord avec les observations expérimentales. L'écoulement autour d'un corps peut être divisé en deux régions, une région proche du corps où les effets visqueux sont importants, et une région éloignée où les effets visqueux peuvent être négligés. Cette théorie, appelée théorie de la couche limite, a permis de grandes avancées dans la mécanique des fluides modernes.

Cette théorie a conduit à toute une famille de méthode de couplage entre les équations visqueuses et les équations de fluide parfait. Devant l'inexistence des ressources informatiques disponibles de nos jours, ces méthodes ont subi des développements importants dans la première moitié du siècle précédent, et l'arrivée des méthodes numériques a ensuite permis un essor encore plus important. Même si de nos jours, les ressources informatiques et les développements de la simulation numérique d'écoulement nous permettent de résoudre les équations Reynolds-Averaged Navier-Stokes discrétisées de manière satisfaisante, les méthodes de couplage visqueux/non visqueux sont toujours largement répandues et en développement, notamment dans le but de prédire des caractéristiques aérodynamiques de qualité à un coût de calcul relativement faible.

La revue de littérature suivante met l'emphase sur les couplages non linéaire visqueux/non visqueux. La première partie revient sur la théorie de la ligne portante de Prandtl Lifting Line Theory (LLT) et les développements récents qui y sont associés. La deuxième partie recense les méthodes de couplage entre ces codes non visqueux et des données de section

visqueuses. Finalement, une troisième partie présente divers concepts utiles ou utilisés dans ce document.

2.1 Ligne Portante de Prandtl

L'écoulement sur une aile d'envergure finie diffère de celui sur une aile infinie, par les phénomènes se déroulant en bout d'aile. Pour un écoulement autour d'une aile, les écoulements circulant sur l'intrados et l'extrados se rejoignent au bord de fuite, formant des tourbillons distribués le long de l'aile. Dans le cas d'une aile d'envergure finie, ces tourbillons roulent jusqu'au bout d'aile et forment ainsi le tourbillon de bout d'aile.

Spreiter et Sacks (1951) ont prouvé que les deux hypothèses suivantes, utilisées par Prandtl dans sa théorie, peuvent être raisonnablement assumées pour un écoulement incompressible :

1. Le sillage de tourbillon peut être assumé d'épaisseur infinitésimale, créant une surface de tourbillon de fuite.
2. La surface de tourbillon reste plate lors de sa propagation dans la direction de l'écoulement.

La théorie de la ligne portante de Prandtl est basée sur l'hypothèse que chaque section de l'aile agit comme une section isolée. En d'autres mots, ceci signifie que les forces de cette section peuvent être comparées aux forces d'une aile infinie avec la même section, et que l'écoulement transverse est faible. L'écoulement est représenté par une série de tourbillons, placée au quart de corde de l'aile, i.e. au centre aérodynamique du profil, en accord avec la théorie des profils minces (Munk, 1924), et orientée le long de l'aile. La portance le long de l'aile étant reliée à la circulation par le théorème de Kutta-Joukowski, chaque variation de portance se manifeste par une variation de la force des tourbillons. En accord avec Helmholtz, ceux-ci se tournent dans la direction de l'écoulement. Le dernier segment de tourbillon pour fermer le système de tourbillon se trouve à l'infini. La variation de force du système de tourbillons à une position de l'aile est donc égale à la force du tourbillon de fuite à cette section. L'influence du dernier segment du tourbillon placé à l'infini étant nulle, les tourbillons prennent donc la forme de fer à cheval, figure 2.1.

En utilisant la définition de l'angle d'attaque induit, qui représente la variation de l'angle d'attaque causée par la vitesse induite créée par les tourbillons, exprimé à l'aide de la loi de Biot-Savart, une relation entre la distribution de portance le long de l'envergure et la variation d'angle peut être établie pour une position y_0 le long de l'envergure :

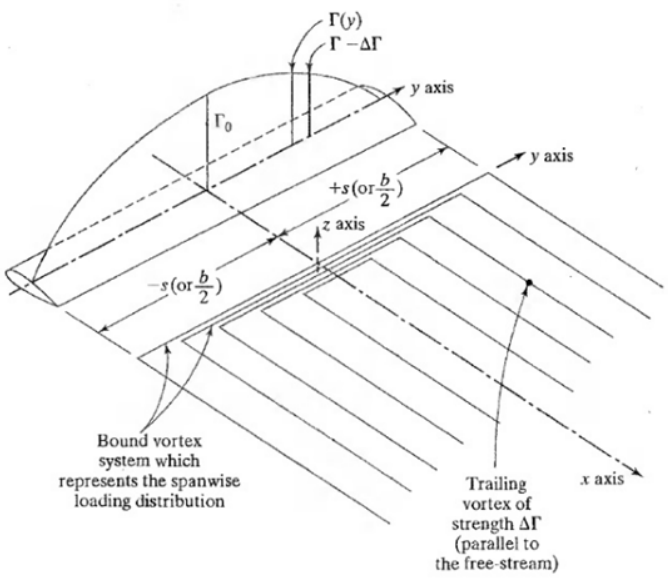


Figure 2.1 Représentation de la théorie de la ligne portante (Bertin, 2002)

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \tag{2.1}$$

En utilisant la définition de l'angle d'attaque effectif, le théorème de Kutta-Joukowski et la relation de la théorie des profils minces, une relation peut être établie pour l'angle d'attaque effectif :

$$Cl = a_0 \left[\alpha_e(y_0) - \alpha_{0l}\right] = 2\pi \left[\alpha_e(y_0) - \alpha_{0l}\right] = \frac{2\Gamma(y_0)}{U_\infty c(y_0)} \tag{2.2}$$

où le terme α_{0l} représente l'angle d'attaque lorsque la portance est nulle. Ces équations peuvent être assemblées et devenir l'équation fondamentale de la théorie de Prandtl :

$$\alpha(y_0) = \alpha_e(y_0) + \alpha_i(y_0) = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi U_\infty c(y_0)} + \alpha_{0l}(y_0) + \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_0 - y} \tag{2.3}$$

Cette relation établi que l'angle d'attaque α à une position le long de l'envergure y_0 est la somme de l'angle d'attaque effectif α_e et l'angle d'attaque induit α_i.

En exprimant la distribution de portance à l'aide d'une série de Fourier et en utilisant l'hypothèse que la portance de section est une fonction linéaire de l'angle d'attaque, avec une pente de 2π, le système d'équations peut être résolu avec autant de sections que de termes dans la série de Fourier pour obtenir la circulation et ainsi les caractéristiques aérodynamiques de

l'aile. Cette équation porte le nom d'équation du monoplan (Bertin, 2002) (équation 2.4).

$$\mu(\alpha - \alpha_{0l}) \sin(\phi) = \sum A_n \sin n\phi (\mu n + \sin \phi) \tag{2.4}$$

Avec $\mu = c \cdot a_0/8s = c \cdot 2\pi/8s$, et où c et s représentent respectivement la corde et la demi envergure de l'aile, $\phi = \arccos(-y/s)$ une transformation de coordonnées le long de l'envergure. Une fois les coefficients A_n déterminés, la distribution de portance et les angles induits peuvent se calculer facilement (équations 2.5).

$$\Gamma(\phi) = 4sU_\infty \sum_n A_n \sin n\phi \quad \alpha_i(\phi) = \frac{\sum n A_n \sin n\phi}{\sin \phi} \tag{2.5}$$

Cette théorie s'applique uniquement pour des ailes sans angle de flèche ou faible, et avec un allongement plus grand que 4. Si l'angle de flèche de l'aile devient important, l'approximation de l'aile par une ligne continue devient inadéquate. De même si l'allongement devient faible, l'écoulement transverse ne devient plus négligeable, chaque section n'agissant plus comme une section isolée.

La théorie conventionnelle de Prandtl démontre d'excellents résultats tant que les effets de couche limite restent peu importants. Glauert (1983) puis Multhopp (1950) ont proposés des implémentations qui ont été largement utilisées. Récemment, Rasmussen et Smith (1999) ont proposé une version plus rapide, basée sur les travaux de Karamcheti (1966). Cette théorie est encore largement utilisée, et a servi de base pour plusieurs autres méthodes de calcul.

Une adaptation moderne de la théorie de Prandtl a été proposée par Phillips et Snyder (2000), dans laquelle ils utilisent la loi générale de portance de tourbillon à la place de l'approximation bidimensionnelle de Kutta-Joukowski. Ceci leur permet d'étendre la théorie de la ligne portante de Prandtl pour une aile avec un quelconque angle de flèche, cambrure et dièdre. Cette adaptation est en fait l'équivalent de la théorie dite *Finite Step Method* (Blackwell, 1969) et peut être assimilée à une méthode Vortex Lattice Method si celle-ci ne possède qu'un seul panneau le long de la corde, expliquée ci-après.

Pour être capable de prendre en compte l'angle de flèche d'une aile, une rangée de tourbillon est utilisée à la place d'une ligne de tourbillon. L'aile est divisée en panneaux sur lesquels un tourbillon en fer à cheval est placé. Le tourbillon attaché est placé au quart du panneau et aligné avec l'angle de flèche. Les vitesses induites sont calculées pour chaque panneau au point de contrôle, situé au centre du panneau dans la direction de l'envergure et au trois quart du panneau dans la direction de la corde, tel qu'illustré sur la figure 2.2. Ceci permet de garantir une pente de la courbe du coefficient de portance-angle d'attaque égale à 2π pour

les petits angles, comme le préconise la théorie des ailes infinies.

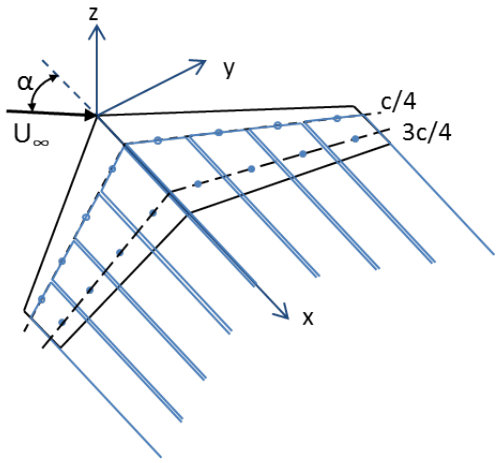


Figure 2.2 Géométrie pour un code VLM avec une rangée de panneaux selon la corde

L'influence de chaque tourbillon est sommée pour chaque point de contrôle. Pour permettre de résoudre le système d'équation, une condition aux limites d'écoulement tangent sur la ligne de cambrure de l'aile est appliquée aux points de contrôle. Ceci signifie que la composante normale à l'aile de la vitesse induite par les tourbillons est compensée par la composante normale de la vitesse de l'écoulement libre. Ceci conduit à un système d'équations algébriques pouvant être résolu par une méthode d'inversion de matrice standard.

Une démonstration de la position du point de contrôle au trois quart de la corde permettant une pente de 2π peut être présentée à partir de la figure 2.3, qui représente une section d'aile de corde c soumise à un écoulement U_∞ avec un angle d'attaque α. Un élément de tourbillon placé en $c/4$ et d'intensité Γ produit une vitesse U à la distance r du tourbillon donné par :

$$U = \frac{\Gamma}{2\pi r} \tag{2.6}$$

Avec l'hypothèse de non pénétration de l'écoulement dans l'aile, cette vitesse est égale et opposée à la composante perpendiculaire de l'écoulement :

$$U_\infty \sin(\alpha) = U = \frac{\Gamma}{2\pi r} \tag{2.7}$$

En assumant que le coefficient de portance est une fonction linéaire de l'angle d'attaque $Cl = a \cdot \alpha$, et en utilisant le théorème de Kutta-Joukowski, la portance peut s'écrire :

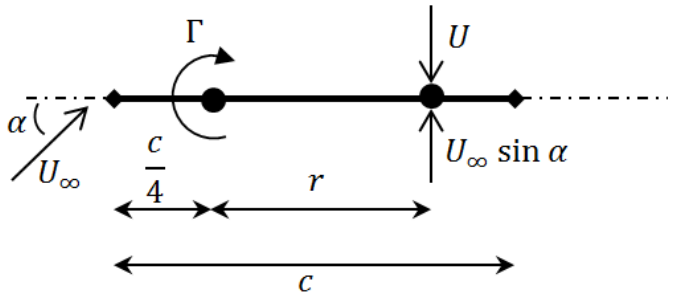


Figure 2.3 Représentation d'un tourbillon au quart de corde de l'aile

$$l = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 c \cdot Cl = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 c \cdot a\alpha = \rho U_\infty \Gamma = \rho U_\infty 2\pi r U_\infty \sin(\alpha) \tag{2.8}$$

en simplifiant ces équations :

$$\frac{1}{2} ca\alpha = 2\pi r \sin(\alpha) \Longrightarrow r = \frac{c}{2} \frac{a\alpha}{2\pi \sin(\alpha)} \tag{2.9}$$

Si, en accord avec la théorie des profils minces, la pente est fixée à $a = 2\pi$, la position du point de contrôle, à distance r du tourbillon, devient :

$$r = \frac{c}{2} \frac{\alpha}{\sin(\alpha)} \tag{2.10}$$

Avec l'approximation des petits angles, le positionnement du point de contrôle au trois quarts de la corde de l'aile garantira une pente de 2π pour un tourbillon au quart de corde.

Pour des angles d'attaques qui ne deviennent pas négligeables, la position doit cependant être adaptée en fonction de celui-ci.

D'un point de vue rigoureusement théorique le réseau de tourbillon devrait être placé à la cambrure moyenne de l'aile et les tourbillons de fuite devraient suivre une trajectoire curviligne. Cependant, la théorie linéarisée, qui reprend les hypothèses que les tourbillons de fuite sont plats, donne une approximation généralement précise. Les tourbillons de fuite peuvent être alignés soit parallèlement à l'écoulement, soit parallèlement à l'axe de l'aile. Pour cette dernière option, le calcul de l'influence des différents panneaux sur la vitesse induite en chaque point devient indépendant de l'angle d'attaque, ce qui rend la méthode plus simple à implémenter numériquement. Cependant, il a été montré que dans le cadre de la théorie linéarisée, les deux méthodes donnent la même précision de calcul (Bertin, 2002).

Cette méthode appelée « Finite Step Method » a premièrement été développée par Mutterperl (1941) et Weissinger (1947) puis simplifiée par Blackwell (1969). Notons que pour calculer la vitesse induite de chaque filament de tourbillons aux points de contrôle, Blackwell utilise des formulations analytiques pour estimer le produit vectoriel de la loi de Biot-Savart :

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{dl \times r}{|r|^3} \tag{2.11}$$

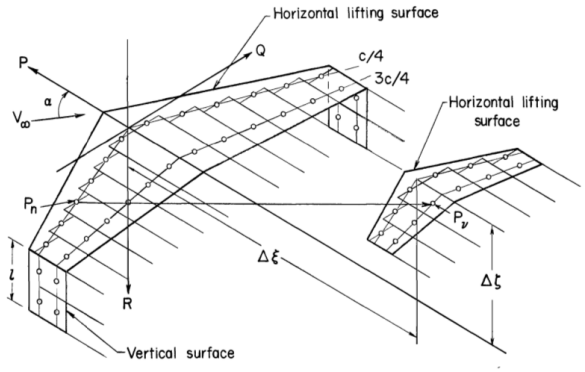


Figure 2.4 Distribution de tourbillons et influence du tourbillon en P_n sur le point P_ν (Blackwell, 1969)

En effet, les équations utilisées par Blackwell (1969) pour calculer la vitesse à un point P_ν d'un tourbillon de largeur s placé en P_n d'une aile avec un angle de dièdre ϕ, figure 2.4, la relation suivante est utilisée :

$$u(p'_\nu, q_\nu, r_\nu) = \frac{\Gamma}{4\pi}F_u(x', y, z, s, \phi) \tag{2.12}$$

avec :

$$F_u(x', y, z, s, \phi) = \frac{z\cos\phi - y\sin\phi}{(x')^2 + (z\cos\phi - y\sin\phi)^2}\left\{\frac{(y + s\cos\phi)\cos\phi + (z + s\cos\phi)\sin\phi}{[(x')^2 + (y + s\cos\phi)^2 + (z + s\sin\phi)^2]^2} - \frac{(y - s\cos\phi)\cos\phi + (z - s\cos\phi)\sin\phi}{[(x')^2 + (y - s\cos\phi)^2 + (z - s\sin\phi)^2]^2}\right\} \tag{2.13}$$

et :

$$\left.\begin{aligned} x' &= p'_\nu - p'_n \\ y &= q_\nu - q_n \\ z &= r_\nu - r_n \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

La généralisation de la méthode, passant d'un unique panneau le long de la corde à un réseau de panneaux dans le plan de l'aile, appelée Vortex Lattice Method est encore largement utilisée et de nombreuses implémentations numériques sont disponibles (Margason et Lamar, 1971; Katz et Plotkin, 2001). Une rangée de tourbillons dans la direction de la corde permet de modéliser plus précisément la cambrure des profils d'ailes, et ainsi d'obtenir l'angle zéro portance de l'aile.

La table 2.1 regroupe les différentes caractéristiques des méthodes tridimensionnelles non visqueuses.

Tableau 2.1 Résumé des méthodes non visqueuses

Méthode	Panneaux envergure	Panneaux corde	Biot-Savart	allongement	Angle de flèche	Remarques
Ligne Portante	Tourbillons superposés	1	2D	$\lambda \geq 4$	non	Théorie initiale développée par Prandtl
Ligne Portante moderne	Réseaux de tourbillons en fer à cheval	1	3D	$\lambda \geq 4$	oui	Implémentation numérique moderne
Finite Step	Réseaux de tourbillons en fer à cheval	1	Analytique	$\lambda \geq 4$	oui	Développé pour prendre en compte l'angle de flèche
Vortex Lattice	Réseaux de tourbillons en fer à cheval	multiples	3D	$\lambda \geq 4$	oui	Permet de capturer l'effet de la cambrure, de l'angle de flèche et de dièdre

2.2 Couplage non linéaires

Les couplages permettant de représenter les effets visqueux sont nombreux en aérodynamique numérique puisqu'ils permettent, à faible coût de calcul, d'augmenter le niveau de fidélité de représentation de méthodes non visqueuses. Les couplages Euler/Couche limite sont brièvement introduits avant de présenter les familles de couplage étudiées dans ce projet.

2.2.1 Couplages Euler-Couche Limite

Dans les couplages Euler/Couche limite, le domaine de calcul est séparé en deux zones, la zone où les effets visqueux sont importants et où les équations de la couche limite prennent place, et la zone où les effets visqueux sont négligeables devant les forces de pression et d'inertie. Dans cette zone, un calcul de fluide parfait est utilisé.

Les couplages Euler/Couche limite sont des méthodes couplant les solutions de ces systèmes d'équations de manière itérative, afin d'assurer une continuité de l'écoulement entre ces deux zones.

Dans la zone de validité des équations de la couche limite, deux grandeurs sont définies et utilisées pour quantifier l'effet de la couche limite sur l'écoulement de fluide parfait. Ces grandeurs, représentées sur la figure 2.5 sont l'épaisseur de déplacement et la vitesse de transpiration. L'épaisseur de déplacement représente "la hauteur dont il faudrait déplacer en chaque point la paroi pour maintenir le débit inchangé en fluide parfait. "(Cousteix, 1988). La vitesse de transpiration est dérivée de l'épaisseur de déplacement. L'application de l'un des deux concepts permet de garantir la conservation de la vitesse normale au travers de la frontière du domaine du calcul de couche limite.

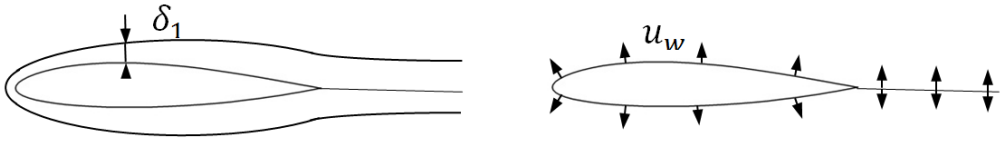


Figure 2.5 Épaisseur de déplacement et vitesse de transpiration

Couplage Direct

Le premier algorithme pour prendre en compte l'effet de la couche limite sur l'écoulement extérieur et réciproquement est le couplage direct.

L'algorithme standard peut être décrit comme suit :

1. calcul de fluide parfait (Équations d'Euler ou Écoulement Potentiel) sur tout le domaine, i.e. jusqu'à la paroi. Ce calcul fournit la distribution de pression et donc le profil de vitesse extérieure $u_e(x)$.
2. Les équations de couche limite sont résolues. L'épaisseur de déplacement $\delta_1(x)$ est calculée.
3. Un calcul de fluide parfait est reconduit, en prenant en compte l'effet de la couche limite via l'épaisseur de déplacement, i.e. autour du profil de vitesse "épaissi" de $\delta_1(x)$.
4. Les étapes 2 et 3 sont répétées jusqu'à convergence souhaitée, lorsque la variation de l'épaisseur de déplacement entre deux itérations devient négligeable.

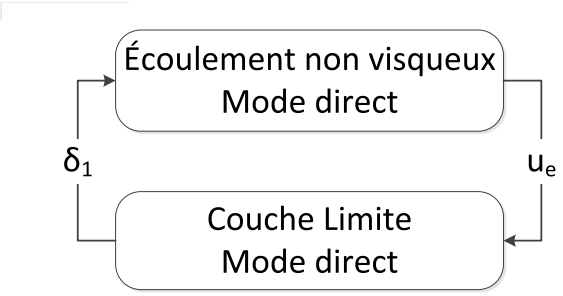


Figure 2.6 Algorithme en mode direct (Cousteix et Mauss, 2007)

La figure 2.6 présente ce type d'algorithme. Le calcul du fluide parfait sur le profil "épaissi" nécessite un nouveau maillage à chaque itération lorsque le calcul de fluide parfait est une résolution numérique des équations d'Euler. L'introduction de la vitesse de transpiration est dès lors un concept plus facilement applicable. Dès le deuxième calcul de fluide parfait, une vitesse de transpiration à la paroi est imposée comme condition aux limites, ce qui ne nécessite pas de changement de géométrie et donc pas de nouveau maillage (voir figure 2.5).

Ce type de couplage donne de bons résultats, mais est incapable de résoudre une couche limite avec décollement, comme mentionné précédemment. Lorsque le coefficient de frottement pariétal $\tau_{y=o}$ devient nul, le processus diverge, et il n'est pas possible de trouver des solutions en aval du décollement.

Une étude de convergence intéressante, tirée de Lock et Williams (1987) est présentée ici vu la clarté de sa représentation graphique. La description complète est fournie dans l'article.

Les équations non visqueuses et de couche limites sont écrites comme fonction de leurs variables intervenant dans les conditions aux limites. Pour l'écoulement non visqueux, le gra-

dient de vitesse par rapport à la surface est déterminé par la transpiration à la surface et la forme géométrique. La vitesse de transpiration est reliée à un terme source S^I où l'exposant I signifie *inviscid* (non visqueux) :

$$\frac{dU^I}{ds} = E(S^I) \tag{2.15}$$

Le taux de croissance de la couche limite, qui est inclus dans le terme source S^V, avec V pour visqueux, dépend également du gradient de vitesse par rapport à la surface, ce qui permet d'écrire :

$$S^V = F\left(\frac{dU^V}{ds}\right) \quad \Longrightarrow \quad \frac{dU^V}{ds} = G(S^V) \tag{2.16}$$

Une solution convergée requière l'égalité des variables S et dU/ds :

$$S^I = S^V \tag{2.17}$$

$$\frac{dU^I}{ds} = \frac{dU^V}{ds} \tag{2.18}$$

L'étude de ces fonctions permet de représenter graphiquement le comportement de l'algorithme en fonction des caractéristiques de l'écoulement, comme illustré sur la figure 2.7.

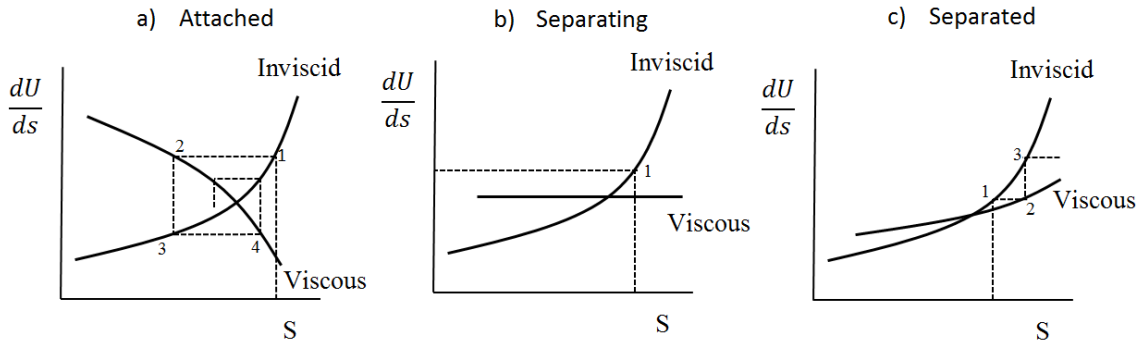


Figure 2.7 Comportement des algorithmes de couplage direct (Lock et Williams, 1987)

L'algorithme de couplage direct est initialisé avec un terme source donné, et obtient une solution pour l'écoulement non visqueux, indiqué par le point 1 dans la figure 2.7a. Cette solution est utilisée pour calculer la solution des équations de couche limite, représenté par le point 2. Ceci fournit un nouveau terme source qui est utilisé pour recalculer l'écoulement non visqueux et ainsi de suite.

On constate que pour une couche limite attachée, figure 2.7a, l'algorithme converge. Au point de séparation, figure 2.7b, étant donné la singularité des équations dans ce cas-là, aucune solution ne peut être trouvée. Une fois la couche limite séparée, l'algorithme dans sa forme actuelle diverge, figure 2.7c.

Une solution pour résoudre ce problème est fournie par Catherall et Mangler (1966), qui proposent de résoudre la couche limite avec le champ de pression comme solution au lieu d'être une donnée du problème. Cela mène à l'algorithme de couplage inverse.

Couplage Inverse

Catherall et Mangler (1966) proposent de résoudre les équations de la couche limite "à l'envers", à savoir résoudre le champ de pression (et donc par extension la distribution de vitesse $u_e(x)$) avec une épaisseur de déplacement ou une vitesse de transpiration donnée. Le solveur non visqueux est ensuite utilisé pour fournir une mise à jour de l'épaisseur de déplacement (ou une vitesse de transpiration). Comme représenté sur l'image 2.8, les flèches sont inversées par rapport au couplage direct.

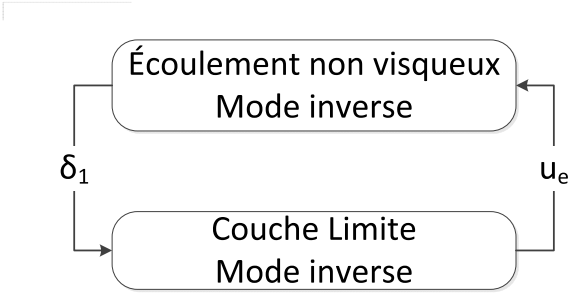


Figure 2.8 Algorithme en mode inverse (Cousteix et Mauss, 2007)

En reprenant l'étude de Lock et Williams, la figure 2.9 peut être établie pour les trois même cas de figure que précédemment. Pour le cas de couche limite attachée 2.9a, étant donné que les modules sont utilisés en sens inverse, le graphique est parcouru dans l'autre sens. Une distribution de vitesse est utilisée dans le solveur non visqueux (point 1) pour déterminer une épaisseur de déplacement, introduite dans les équations visqueuses (point 2). Les équations visqueuses permettent d'obtenir une nouvelle distribution de vitesse, et ainsi de suite.

Dans le cas du décollement, figure 2.9b aucune solution ne peut être obtenue, par contre pour une couche limite décollée, figure 2.9c, ce type d'algorithme permet de converger vers une solution.

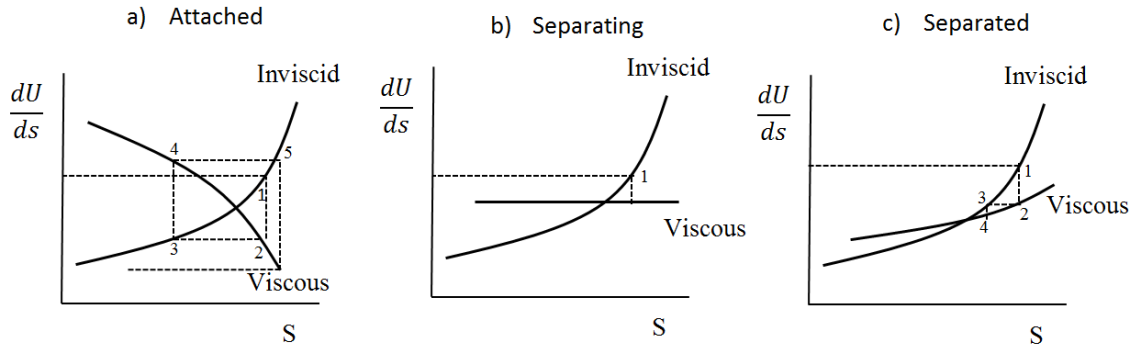


Figure 2.9 Comportement des algorithmes de couplage inverse (Lock et Williams, 1987)

Cet algorithme permet donc de résoudre les couches limites avec décollement. Cependant un facteur de sous relaxation important, souvent de l'ordre du pourcent (Veldman, 1981) est nécessaire pour garantir la convergence de la solution dans les zones sans décollement, comme l'indique la figure 2.9a. De plus, il peut être difficile de formuler les équations inverses de l'écoulement non visqueux.

Devant son incapacité à fournir une solution au point de séparation, ce type d'algorithme ne permet toujours pas de résoudre la singularité de Goldstein, qui précise qu'il n'y a pas de solution au point de décollement, lorsque la dérivée de la vitesse s'inverse.

Couplage Semi-Inverse

Les méthodes semi-inverses ont été développées indépendamment par Le Balleur en France et Carter aux États Unis. Les équations de couche limite sont résolues à l'envers, et les équations non visqueuses en mode direct. Les deux calculs prennent donc comme données du problème une épaisseur de déplacement et fournissent des distributions de vitesses extérieures différentes, respectivement $u_{eCL}(x)$ pour la couche limite et $u_{eFP}(x)$ pour le fluide parfait, figure 2.10. Une formule de correction de l'épaisseur de déplacement est ensuite utilisée dans le processus itératif, jusqu'à ce que l'égalité des vitesses soit obtenue.

Le Balleur et Carter n'ont initialement pas proposé la même équation de mise à jour de l'épaisseur de déplacement. La formulation de Carter est la suivante :

$$\delta_1^{n+1}(x) = \delta_1^n \left[1 + \omega \left(\frac{u_{eCL}(x)}{u_{eFP}(x)} - 1 \right) \right] \tag{2.19}$$

Avec ω un facteur de relaxation. Cette formule permet d'utiliser de la surrelaxation pour accélérer la convergence, tandis que la formulation originale de Le Balleur imposait d'utiliser

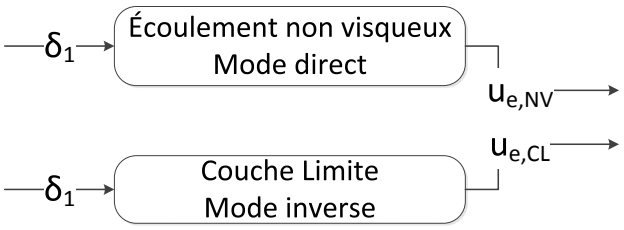


Figure 2.10 Algorithme en mode semi-inverse (Cousteix et Mauss, 2007)

de la sous relaxation (Veldman, 1981). Whitfield *et al.* (1981) dans leur méthode semi-inverse convergent avec un facteur de relaxation ω de 2.

Le Balleur (1989) a ensuite adapté sa méthode originale pour des écoulements avec séparation massive, et une nouvelle formule de relaxation est utilisée, qui améliore grandement les propriétés de convergence de la méthode.

L'analyse de stabilité conduite par Lock et Williams, et représentée sur la figure 2.11 permet de montrer que l'algorithme converge pour une couche limite attachée, détachée, et également au point de décollement.

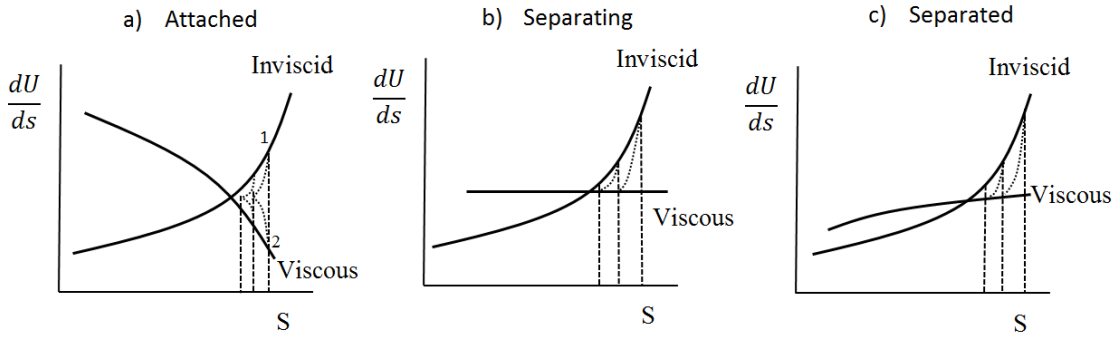


Figure 2.11 Comportement des algorithmes de couplage semi-inverse (Lock et Williams, 1987)

Les points 1 et 2 sur la figure 2.11a représentent les solutions, respectivement non visqueuses et visqueuses pour une épaisseur de déplacement définie. L'équation de relaxation conduit à une nouvelle valeur du terme source et ainsi de suite.

Couplage Quasi-simultané

La théorie de la triple couche (Goldstein, 1948; Veldman, 1981) a permis de mettre en évidence que pour certains points particuliers dans l'écoulement, l'interaction entre la couche limite et l'écoulement non visqueux est forte. C'est notamment le cas au point de décollement de la couche limite ou au bord de fuite d'une plaque plane ou d'une aile. Il n'y a pas de hiérarchie dans ces points précis. La résolution des équations dans la sous couche supérieure est dépendante des équations dans la sous couche visqueuse et vice-versa. L'utilisation d'une loi d'interaction entre les domaines garanti l'absence de hiérarchie.

Veldman (1981) présente une nouvelle méthode basée sur la théorie de la triple couche. Il propose de résoudre l'écoulement non visqueux en mode direct, puis de résoudre simultanément les équations de couche limite et une loi d'interaction représentant un modèle simplifié de l'écoulement non visqueux, comme représenté sur la figure 2.12.

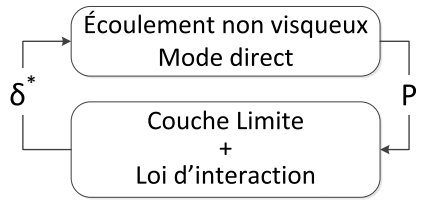


Figure 2.12 Algorithme de couplage Quasi-simultané (Veldman, 1981)

La loi d'interaction utilisée par Veldman est issue de la théorie des profils minces, l'intégrale de Hilbert. Des itérations peuvent être conduites si l'approximation de l'écoulement non visqueux donnée par la loi d'interaction n'est pas assez précise. Lock et Williams proposent également une étude graphique de la méthode quasi-simultanée, figure 2.13.

La linéarisation de l'équation de fluide non visqueux est représentée par une tangente de la courbe non visqueuse, et son intersection avec la courbe visqueuse représente la solution après une itération de l'algorithme de couplage. Ce type de méthode converge également pour les couches limites attachées, décollées et au point de décollement.

Lorsque cette méthode est convergée (la différence entre les corrections de vitesses calculées entre deux itérations successives est suffisamment faible), l'influence de l'intégrale de Hilbert devient nulle. La loi d'interaction est donc finalement un intermédiaire de calcul pour prendre en compte le caractère fortement couplé lors de la résolution des équations.

Cebeci *et al.* (2000) présentent un algorithme quasi-simultané qui utilise un code "Full potential" à la place d'un code de panneau standard (Cebeci et Cousteix, 2005) pour prédire

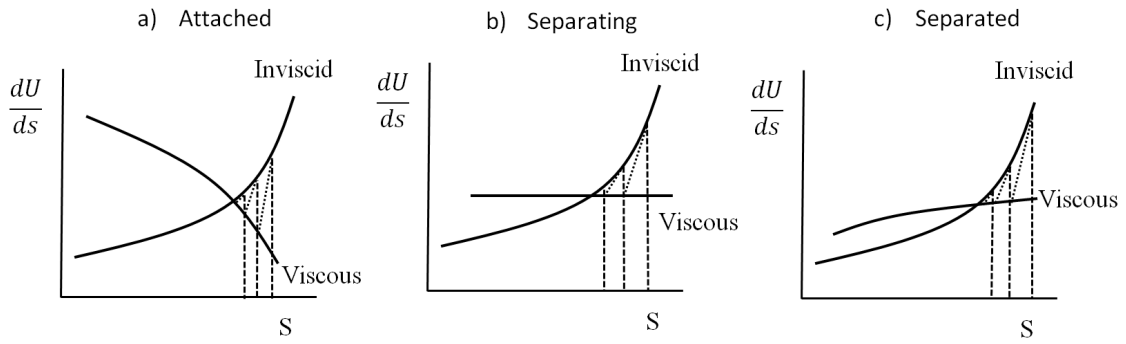


Figure 2.13 Comportement des algorithmes de couplage quasi-simultané (Lock et Williams, 1987)

les résultats lors de grand décrochage. Ils montrent que lorsque trois balayages de la couche limite sont effectués par cycle de calcul, ou itération, la solution converge en environ 10 itérations, ce qui en fait des algorithmes très rapides.

Couplage Complet

Drela et Giles (1987) proposent un algorithme de couplage complet. Au lieu d'utiliser une loi d'interaction couplée avec la couche limite, ils couplent directement les équations d'Euler pour le fluide non visqueux avec les équations de la couche limite laminaire/turbulente sous forme intégrale. Le système d'équation non linéaire est résolu avec la méthode de Newton.

Cette méthode montre d'excellents résultats, mais le coût nécessaire à l'inversion de la matrice couplée comprenant les équations d'Euler et de couche limite est plus important que celui des méthodes quasi-simultanées.

2.2.2 Couplages Potentiel-RANS

Méthodes Γ

Le premier à proposer l'utilisation de données de section visqueuses couplées avec une méthode de calcul non visqueuse fut Tani (1934). La première étape est d'assumer une distribution de portance le long de l'aile. Cette distribution est ensuite utilisée pour calculer les vitesses induites et donc les angles induits le long de l'aile. Les coefficients de portance visqueux sont ensuite obtenus en interpolant dans les données expérimentales de section visqueuses, aux angles d'attaque effectifs, conduisant à une nouvelle distribution de portance. Le processus itératif est ensuite effectué jusqu'à ce que chaque section de l'aile soit convergée, i.e. lorsque la variation de la distribution de portance entre deux itérations devient suffisamment

petite.

Ce type de méthodes, appelées *méthodes* Γ, dont l'idée générale est représentée sur la figure 2.14, ont ensuite été rendues populaires en 1947 par Sivells et Neely (1947). Leur méthode montre de bon résultats dans les limitations de la théorie de la ligne portante de Prandtl, à savoir une aile sans angle de flèche, et jusqu'au coefficient de portance maximum, CL_{max}. Sears (1956) a prouvé que l'équation de Prandtl n'a pas de solution unique lorsque la pente de la courbe du coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque devient négative. Ceci conduit à des solutions convergées mais non physiques. Ce phénomène sera étudié dans la section 4.5.3.

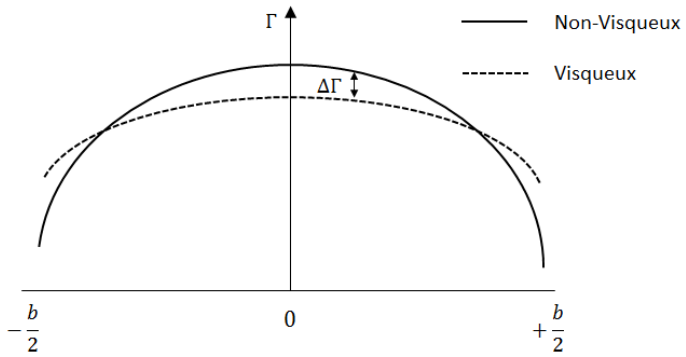


Figure 2.14 Représentation de la correction ΔΓ en méthode Γ

À noter que Sivells et Nelly adaptent le calcul de la correction de la portance en fonction de la position le long de l'envergure. Une relaxation plus importante est prescrite proche du bout d'aile, pour tenir compte de la variation rapide de la distribution de portance dans cette région.

Les méthodes présentées ci-dessus sont des méthodes dites faiblement couplées. Il existe une hiérarchie entre les deux modules, qui sont traités l'un après l'autre, tel que montré sur la figure 2.15.

Chattot (2004) met en évidence les conclusions de Sears, concernant l'unicité de la solution après le décrochage, sur une aile elliptique et en utilisant une courbe visqueuse de section analytique : $Cl_{vi} = \pi \sin(2\alpha_e)$. Sa méthode est dérivée de la forme intégro-différentielle de l'équation de Prandtl. Il utilise la méthode de Newton pour linéariser l'équation et ainsi calculer une correction $\Delta\Gamma$ pour chaque section. L'équation est ensuite résolue itérativement en balayant l'aile de l'emplanture jusqu'au saumon, en mettant à jour la distribution de portance durant le balayage de l'aile.

Il met en évidence que la solution après le décrochage est une solution convergée mais com-

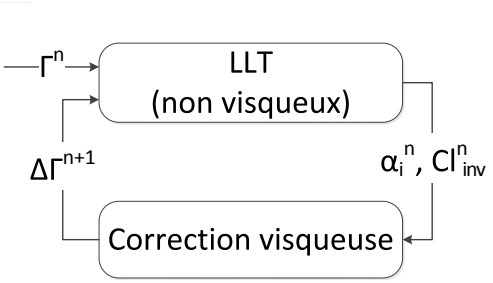


Figure 2.15 Couplage faible en méthode Γ

porte des oscillations dans la distribution de portance le long de l'envergure. Il rajoute donc un terme de viscosité artificielle après le décrochage, pour garantir une correction de la distribution de portance positive, et ainsi l'unicité de la solution.

Ces méthodes basées sur la correction de la distribution de portance requièrent toutes un coefficient de relaxation très faible, typiquement 0.05 (Anderson, 2001), et demandent un traitement spécial pour les angles d'attaque au décrochage et après.

Méthodes α

Une deuxième classe de méthode a été développée d'abord par Tseng et Lan (1988). À la place d'appliquer une correction sur la distribution de portance, l'angle d'attaque est corrigé pour chaque section et mis à jour dans la méthode de calcul non visqueuse à l'itération suivante. La correction $\Delta\alpha$ est calculée en fonction de la différence des coefficients de portance de section, non visqueux et visqueux. Les coefficients de portance visqueux sont interpolés dans les caractéristiques pour chaque section à la valeur de l'angle d'attaque effectif, comme représenté sur la figure 2.16.

Van Dam *et al.* (2001) utilisent une méthode de Weissinger modifiée comme méthode de calcul non visqueuse, dans laquelle ils modifient la position du point de contrôle pour que la pente de portance de section non visqueuse reflète la pente visqueuse. La correction de l'angle d'attaque est donc basée sur la différence des coefficients de portance de section divisée par la pente visqueuse. Leur algorithme est présenté ci-dessous :

1. Calcul de l'angle d'attaque effectif à l'aide du code non visqueux pour chaque section :

$$\alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} + \alpha_{0l} - \Delta\alpha \tag{2.20}$$

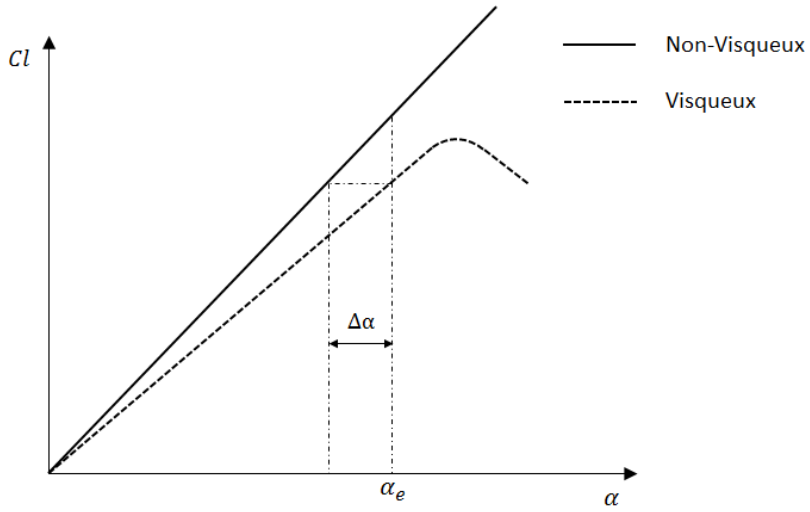


Figure 2.16 Représentation de la correction $\Delta\alpha$ en méthode α

2. Interpolation du coefficient de portance de section visqueux à l'angle d'attaque effectif :

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i \implies Cl_{vi}(\alpha_e) \tag{2.21}$$

3. Calcul de la correction de l'angle d'attaque pour chaque section :

$$\Delta\alpha = \frac{Cl_{vi} - Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} \tag{2.22}$$

4. Mise à jour de l'angle d'attaque par sa correction dans la méthode de Weissinger.
5. Répétition des étapes 1-4 jusqu'à convergence désirée $|Cl_{vi} - Cl_{inv}| \leq \epsilon$

Avec Cl_{inv}, Cl_{vi}, $Cl_{\alpha v}$ et α_{0l} respectivement les coefficients de portance non visqueux et visqueux, la pente des courbes coefficient de portance de section/angle d'attaque et l'angle d'attaque zéro portance pour chaque section. Cet algorithme pose cependant des problèmes au point de portance maximale, car la pente visqueuse devient nulle.

Le calcul de l'angle d'attaque effectif diffère de la méthode suggérée par la théorie de la ligne portante (équation 2.5). Un examen de la figure 2.17 permet de visualiser simplement que les deux méthodes sont similaires.

Si les coefficients de portance visqueux et non visqueux sont égaux, ceci permet d'écrire :

$$Cl_{vi} = Cl_{inv} = 2\pi(\alpha - \alpha_i - \Delta\alpha) \tag{2.23}$$

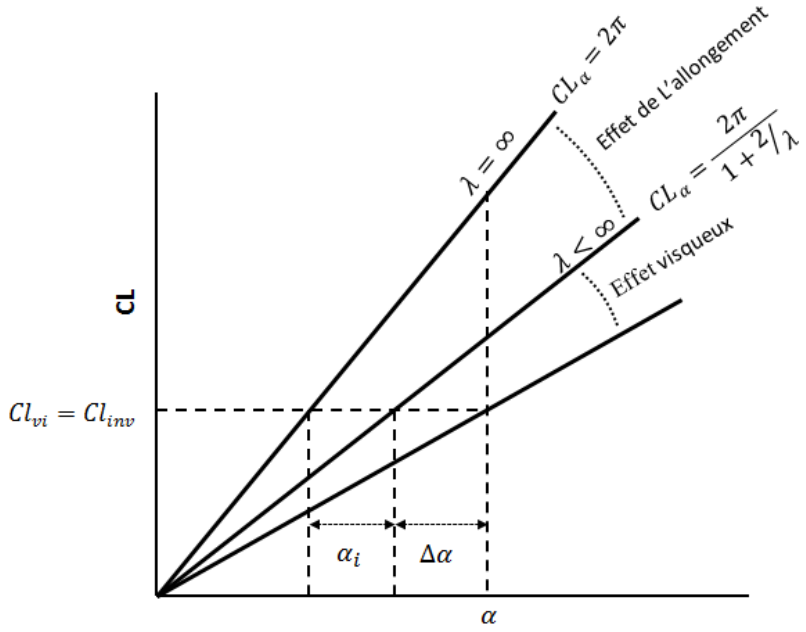


Figure 2.17 Comparaison de courbes de portance

Ce qui conduit à :

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i = \frac{Cl_{inv}}{2\pi} + \Delta\alpha \tag{2.24}$$

On retrouve bien la définition de l'angle d'attaque effectif.

Mukherjee *et al.* (2003) présentent un algorithme de correction de l'angle d'attaque basé sur la différence des coefficients de portance et également des moments de tangage Cm. Leur raisonnement est de "décambrer" chaque section pour faire correspondre les coefficients visqueux et non visqueux, en supposant que le décollement de la couche limite à hauts angles d'attaque, qui est responsable de la différence entre les coefficients visqueux et la théorie potentielle, peut être représenté par un décambrage des sections. Cette approche peut être comparée à la vitesse de transpirations des couplages Euler/couches limites. Ils montrent également les effets d'hystérèse lors d'un balayage d'angle d'attaque, en utilisant la solution convergée de l'angle précédent comme solution initiale pour le prochain angle d'attaque. Dans la zone avant décrochage, les résultats sont similaires selon un balayage ascendant ou descendant d'angle d'attaque. Cependant, ce résultat n'est plus valable pour les angles après décrochage.

Récemment, de Vargas et de Oliveira (2006) ont proposé une méthode similaire mais en modifiant l'orientation des tourbillons de sillage pour qu'ils soient alignés avec l'écoulement, et en utilisant une pente de 2π dans leur correction visqueuse. De plus, ils implémentent des facteurs d'amortissement et de dissipation dans la correction d'angle, afin d'augmenter la robustesse de leur algorithme pour des configurations complexes et des manœuvres de vol, roulis, tangage et lacet.

Leur algorithme donne des résultats satisfaisants pour des ailes isolées. Cependant, ils ne prennent pas en compte les effets de fuselage, qu'il faudrait traiter avec un code de panneau selon eux. L'effet du plan de symétrie n'est pas pris en compte dans ces méthodes. Phillips et Snyder (2000) montrent que la position du centre aérodynamique proche du plan de symétrie pour les ailes à grand angles de flèche s'éloigne du quart de la corde (Schlichting et Truckenbrodt, 1979), figure 2.18, et que cette déviation doit être prise en compte. Ils mentionnent également qu'aucune méthode ne permet actuellement de prédire facilement la position du centre aérodynamique d'ailes comme ceci.

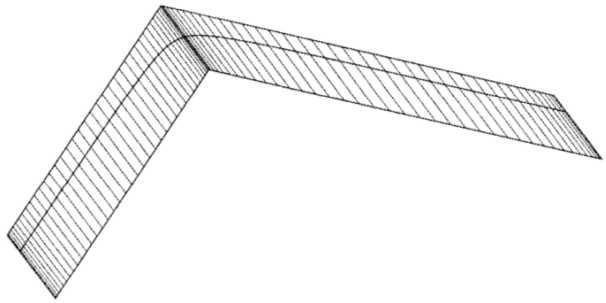


Figure 2.18 Déviation du centre aérodynamique dans la région de symétrie (Phillips et Snyder, 2000)

Pakalnis *et al.* (2005) ont montré que ces méthodes de couplage faible (figure 2.15) convergent très rapidement et sans relaxation.

Plusieurs de ces codes ont récemment été utilisés pour optimiser des géométries d'ailes, (Mariens *et al.*, 2014; Elham, 2015), permettant d'obtenir des résultats intéressants à des coûts de calcul très faibles. Les optimisations de sections le long de l'aile sur deux configurations d'avion de transport sont comparables à ceux obtenus à l'aide d'un code de plus haute fidélité, basé sur un couplage d'écoulement potentiel/couche limite.

La table 2.2 regroupe les différents développements effectués dans les codes de couplages.

Tableau 2.2 Résumé des méthodes de couplage

Méthodes Gamma		
Année	**Auteur**	**Caractéristiques**
1934	Tani	Premier à utiliser des données de section visqueuses couplées avec Lifting Line Theory
1947	Sivells et Nelly	Rendus la méthode populaire
1956	Sears	Met en évidence la non unicité de la solution
1976	Piszkin et Levinsky	Implémentent une correction pour les sections décrochées
2004	Chattot	Ajoute la viscosité artificielle pour assurer l'unicité de la solution
Méthodes alpha		
Année	**Auteur**	**Caractéristiques**
1988	Tseng et Lan	Premiers à corriger l'angle d'attaque
2001	Van Dam	Développer un algorithme et l'applique sur des ailes à profils hypersustentatoires
2003	Mukherjee et al.	Correction basée sur CL et Cm, décambrage
2005	Pakalnis	Étudie la progression de la solution pour chaque itération, concluent à une convergence rapide sans relaxation
2006	De Vargas et de Oliveira	Étudient l'influence de l'alignement du sillage
2015	Elham	Algorithme appliqué avec succès dans un environnement OMD

2.3 Concepts complémentaires

2.3.1 Théorie de l'aile elliptique

L'aile elliptique est particulièrement intéressante à traiter, puisque ses caractéristiques aérodynamiques peuvent être analytiquement décrites. Sa corde et sa distribution de portance étant elliptiques, les vitesses de rabattement, perpendiculaires au plan de l'aile, sont constantes le long de l'envergure. En conséquence les angles d'attaques induits et les coefficients de portance de section sont également égaux sur toute l'envergure. Ceci implique que le coefficient de portance par unité de longueur est égal au coefficient de portance de l'aile entière, $Cl(\alpha_e) = CL(\alpha)$:

$$\frac{dCL}{d\alpha} = \frac{dCl}{d\alpha_e}\frac{d\alpha_e}{d\alpha} = a\frac{d(\alpha - \alpha_i)}{d\alpha} = a\left(1 - \frac{d\alpha_i}{dCL}\frac{dCL}{d\alpha}\right) \tag{2.25}$$

Avec $a = \frac{dCl}{d\alpha_e}$ la pente du coefficient de portance de section. L'aile elliptique génère un angle de rabattement $\alpha_i = \frac{CL}{\pi\lambda}$, ainsi :

$$\frac{dCL}{d\alpha} = \frac{a}{1 + \frac{a}{\pi\lambda}} \tag{2.26}$$

Le coefficient de portance peut donc être ainsi calculé pour toute courbe de coefficient de portance de section. Par exemple, en choisissant une pente constante théorique de $a = \eta 2\pi$, avec $\eta \leq 1$ un réel représentant une réduction de la pente dû aux effets visqueux, le coefficient de portance devient :

$$CL(\alpha) = \frac{\eta 2\pi}{1 + \frac{2\eta}{\lambda}}\alpha = \frac{\eta 2\pi\lambda}{\lambda + 2\eta} \tag{2.27}$$

Cette aile théorique elliptique permet donc de valider les algorithmes de manière analytique et est donc utilisée dans la validation des codes de calcul numérique.

Notons que pour une aile non elliptique, la vitesse de rabattement et donc l'angle d'attaque induit varie le long de l'envergure $-b/2 \leq y_n \leq b/2$ et est calculé à l'aide de la formule suivante, dont l'estimation n'est pas triviale.

$$\alpha_i(y_n) = \frac{1}{4\pi U_\infty}\int_{-b/2}^{b/2}\frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_n - y} \tag{2.28}$$

En effet, l'intégrale devient singulière lors de l'intégration en $y = y_n$. De plus, des singularités aux extrémités de l'envergure apparaissent lors de l'intégration numérique, la distribution étant discontinue aux extrémités, rendant l'estimation de la dérivée difficile. Une évaluation par changement de variable, la série de Fourier, améliore l'évaluation mais demeure problé-

matique, du au phénomène de Gibbs (Gibbs, 1898).

2.3.2 Angle de flèche

Lors de l'utilisation de codes VLM avec angle de flèche, les relations de l'aile avec angle de flèche sont utilisées pour corriger le nombre de Mach et la vitesse de l'écoulement pour chaque section (Küchemann, 1978), comme présenté à l'aide des équations 2.29 et 2.30. En effet, en accord avec la théorie de prédiction de la trainée pour les écoulements sur ailes avec angle de flèche, la section perpendiculaire à la ligne de flèche doit être utilisée. L'angle de flèche généralement utilisé est l'angle au quart de corde. Cependant, il a été démontré que pour les ailes placées dans un écoulement transsonique, l'angle adéquat doit être celui formé par la ligne du choc sur l'aile, comme représenté sur la figure 2.19, puisque la trainée de pression agit perpendiculairement aux lignes isobares, qui sont alignées avec l'onde de choc. Généralement, l'onde de choc d'une aile efficacement dimensionnée est alignée avec la ligne formée par la demi-corde de celle-ci (Drela, 2010).

$$M_\perp = M_\infty \cos\Lambda \tag{2.29}$$

$$U_\perp = U_\infty \cos\Lambda \tag{2.30}$$

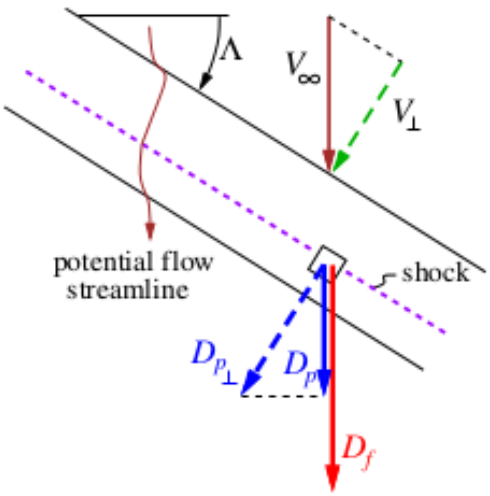


Figure 2.19 Section perpendiculaire à l'angle de flèche (Drela, 2010)

Les récents algorithmes de couplage présentés dans la section précédente utilisent ces méthodes de correction pour les ailes à grand angles de flèche. Récemment, les équations d'un écoulement d'aile infinie en flèche ont été adaptées pour être résolues à l'aide d'un solveur

d'équations bidimensionnelles. L'hypothèse principale est de réécrire les équations tridimensionnelles de Navier-Stokes en utilisant l'hypothèse que l'écoulement est constant dans la direction de l'angle de flèche (Ghasemi *et al.*, 2013).

Ceci conduit aux équations de Navier-Stokes bidimensionnelles augmentées d'une équation de transport scalaire exprimant l'écoulement transverse. Ce set d'équations, appelées dans la suite du document équations 2.5D, peut être résolu sur un maillage bidimensionnel en utilisant une transformation de coordonnées reflétant l'angle de flèche, comme représenté sur la figure 2.20.

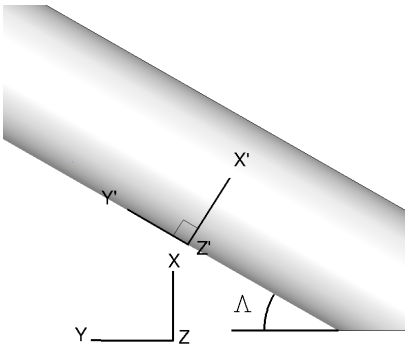


Figure 2.20 Changement de référentiel (Ghasemi *et al.*, 2013)

Cette méthodologie, implémentée dans le solveur NSCODE (Levesque *et al.*, 2015) a été validée par comparaison avec les transformations de Falkner-Skan-Cooke qui prédisent la couche limite laminaire sur un cylindre en glissade. La figure 2.21 représente les profils de vitesse axiale et transverse sur un cylindre placé avec un angle de flèche, comparé avec les données analytiques de Sears (1948) au nombre de Reynolds $Re_{\perp LE} = 100$.

Les effets de la résolution des équations 2.5D sont visibles sur la figure 2.22, qui représente une extrusion d'une solution sur un maillage 2D, la partie du haut représentant la solution des équations 2.5D, tandis que la partie du bas représente la solution des équations bidimensionnelles. Le profil d'aile est tiré de Lovell (1977), à un angle de flèche de 28°. La courbure des lignes de friction est clairement visible proche du bord de fuite.

Les équations 2.5D, comparées à la résolution des équations bidimensionnelles, permettent de transformer :

- le point de stagnation en ligne de stagnation
- les ondes de choc normales en ondes de choc obliques
- l'écoulement parallèle à l'écoulement de la couche limite proche du bord de fuite en un écoulement avec une composante transverse

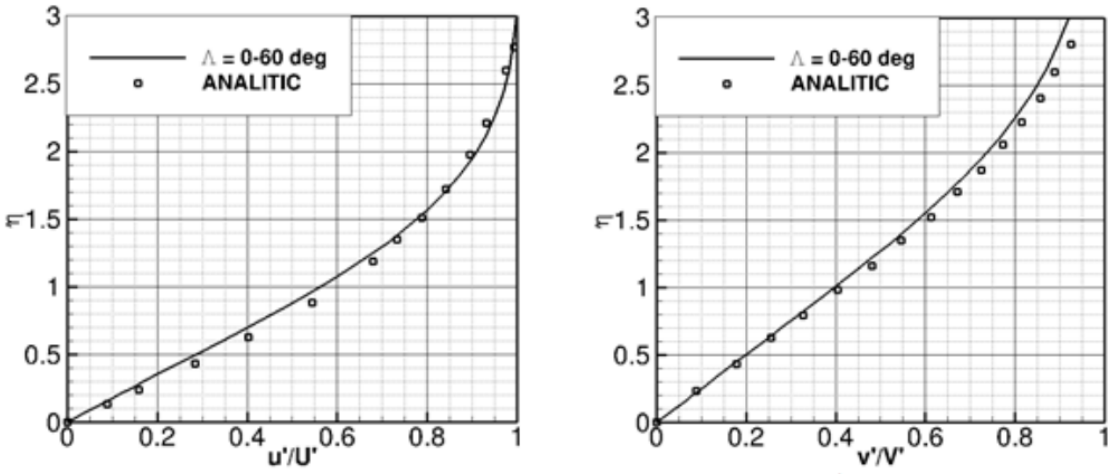


Figure 2.21 Profils de vitesse axial et transverse sur un cylindre en glissade (Ghasemi *et al.*, 2013)

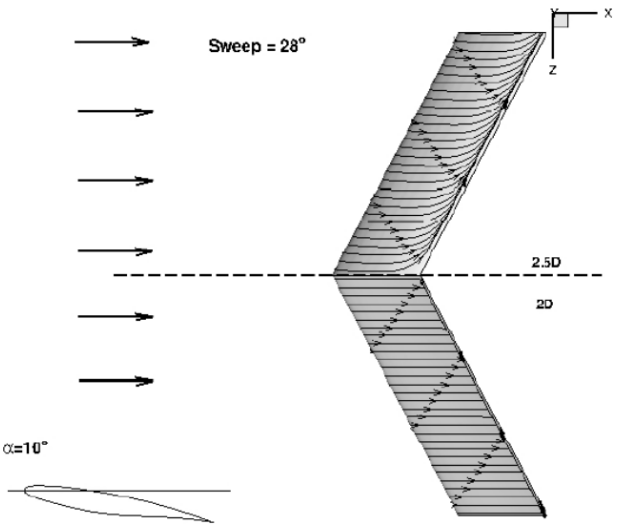


Figure 2.22 Effet des équations 2.5D sur une section d'aile

2.3.3 Décomposition de la Trainée

La trainée peut être décomposée de plusieurs façons, selon la méthode utilisée pour l'estimer. Si la méthode utilisée est une méthode de champ lointain (Gariépy *et al.*, 2013), la trainée est généralement décomposée en trainée visqueuse, de tourbillon et d'onde, tandis que si la méthode est une étude sur le corps de l'avion (Van Dam, 1999), la trainée est généralement décomposée en trainée de pression et trainée de friction. La figure 2.23 représente les différentes décompositions utilisées. La décomposition de la trainée en trainée induite (causée par la portance) et trainée parasite, indépendante de la portance, est généralement utilisée lors

de l'étude de la courbe polaire, lorsque la trainée à portance nulle CD_0 peut être estimée.

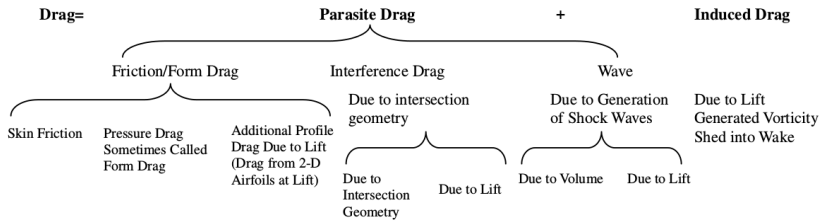


Figure 2.23 Décomposition de la trainée (Gur *et al.*, 2010)

Dans cette image, la trainée parasite est en réalité dépendante de la portance, puisque elle comprend la trainée de profil bidimensionnel dépendante de l'angle d'attaque, mais son influence est généralement faible.

Le calcul du coefficient de trainée dans les codes de couplage a été investigué notamment par Mariens *et al.* (2014), qui décompose cette dernière en trois composantes de section qui sont ensuite intégrées le long de l'aile pour obtenir la trainée totale de l'aile. Les trois composantes sont la trainée de friction, de pression et induite. Elles sont estimées à l'aide d'un outil d'analyse de profil d'aile, en prenant en compte les corrections de la théorie des ailes à angle de flèche et les corrections visqueuses d'angle d'attaque.

2.3.4 Cellules de décrochages

Lorsqu'un profil d'aile ou une aile d'envergure finie est placée dans un écoulement où l'angle d'incidence augmente progressivement, le coefficient de portance atteint un maximum, appelé coefficient de portance maximum CL_{max}. Si l'angle d'attaque augmente encore, l'écoulement se détache du profil ou de l'aile, créant ainsi une perte de portance. Ce phénomène est appelé décrochage. À des angles proches du décrochage, des zones périodiques de séparations ont été observées le long de l'envergure (Winkelman et Barlow, 1980; Weihs et Katz, 1983), comme le montre la figure 2.24. Ces zones de décrochages alternées avec ces zones attachées apparaissent autant bien expérimentalement que numériquement, avec des simulations de haute fidélité de type RANS.

Broeren et Bragg (2001) ont étudié ce phénomène sur plusieurs profils et ont conclu que les cellules de décrochage sont observées pour les profils où la séparation s'initie au bord de fuite. Les profils avec une séparation s'initiant au bord d'attaque présentent des oscillations basses fréquences mais pas de cellules de décrochage.

L'étude de ces cellules de décrochage est intéressante et peut apporter des éclaircissements

sur les mécanismes de décrochage, des cas de solutions multiples des équations RANS ont été mises en évidences par Kamenetskiy *et al.* (2014). Ces multiples solutions, qui ne sont présentent que pour certains angles d'attaques et sont sensibles au maillage et aux conditions initiales, ne peuvent pas être uniquement attribuées à la non-unicité des équations RANS.

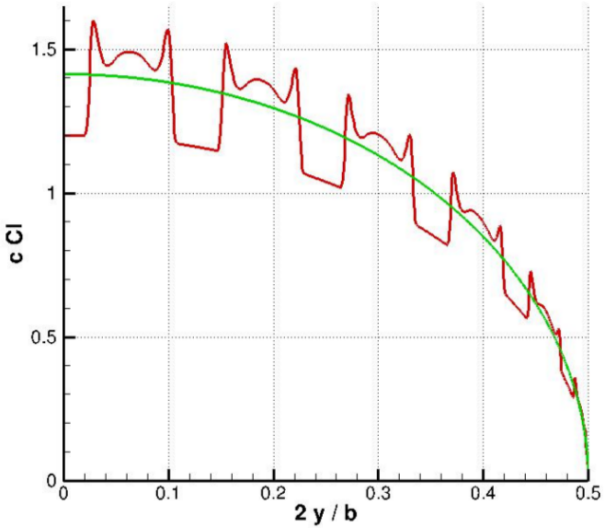


Figure 2.24 Cellules de décrochage (Spalart, 2014)

Spalart (2014) a investigué la formulation des cellules de décrochage dans le contexte de la théorie de la ligne portante pour une aile infinie. En assumant des solutions périodiques exprimées à l'aide de séries de Fourier dans l'espace spectral :

$$\Gamma(y) = cU_\infty \sum_{j=0}^{\infty} A_j \cos(jk_0 y) + B_j \sin(jk_0 y) \tag{2.31}$$

$$w(y) = -\frac{k_0 cU_\infty}{4} \sum_{j=0}^{\infty} A_j \cos(jk_0 y) + B_j \sin(jk_0 y) \tag{2.32}$$

Pour satisfaire l'équation de Kutta-Joukowski :

$$\Gamma(y) = c\frac{U_\infty}{2} C_l \left(\alpha + \frac{w}{U_\infty}\right) \tag{2.33}$$

il utilise une définition analytique du coefficient de portance :

$$C_l(\alpha) = 2\pi\alpha + (C_{l0} - 2\pi\alpha)\frac{1}{2}(1 + erf((\alpha - \alpha_0)/\alpha_1)) \tag{2.34}$$

avec C_{l0}, α_0 et α_1 des constantes réelles raisonnables.

La figure 2.25 présente une courbe analytique avec les variables définies à $C_{l0} = 1.2$, $\alpha_1 = 0.02$ rad et $\alpha_0 = 0.28$ rad, est similaire au coefficient de portance du profil NACA0012.

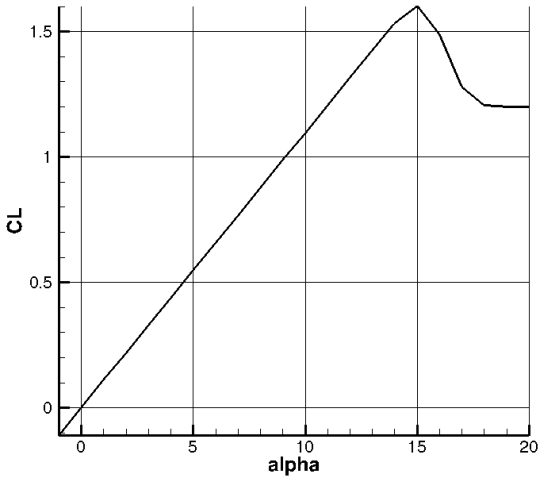


Figure 2.25 Courbe de portance analytique (Spalart, 2014)

Il montre que le système est stable si la pente du coefficient de portance est positif, mais instable si celle-ci est négative, en accord avec les travaux de Sears (1956)

Cette construction mathématique lui permet, en filtrant les hautes fréquences, d'obtenir des cellules de décrochages similaires à celles observées expérimentalement, purement symétriques, à un angle géométrique proche de l'angle de décrochage. Les résultats sont similaires sur un modèle de ligne portante pour une aile d'envergure finie.

Récemment, Gross *et al.* (2015) ont proposés un modèle pour calculer la fréquence spatiale avec des hypothèses de périodicité des cellules et une relation linéaire entre le coefficient de portance et l'angle d'attaque. Deux critères ont été proposés, le premier pour un modèle discret et le deuxième pour un modèle continu, respectivement équations 2.35 et 2.36.

$$\frac{L}{c} = -\frac{1}{2}\frac{\partial cl}{\partial \alpha} \tag{2.35}$$

$$\frac{L}{c} = -\frac{\pi}{4}\frac{\partial cl}{\partial \alpha} \tag{2.36}$$

Notons que ces espacements de cellules de décrochages sont positifs uniquement si la pente

du coefficient de portance est négative, en accord avec les résultats précédents.

CHAPITRE 3 DÉMARCHE

Les objectifs du projet de recherche sont résumés ici :

- Développer un algorithme de couplage original, permettant de traiter les grands angles d'attaques, impliquant les sous objectifs suivants :
  - Investiguer et comparer des implémentations de couplages de méthodes *gamma* ainsi que de méthodes *alpha* issues de la littérature.
  - Par analogie avec les couplages Euler-Couche limite, implémenter les versions dites faiblement couplées des différentes méthodes.
  - Basé sur les limitations des méthodes étudiées, développer une nouvelle implémentation originale d'algorithme de couplage.
  - Inspiré des couplages forts Euler/Couche limite, développer une version de l'algorithme de couplage forte, permettant d'obtenir des solutions à sens physique à des angles d'attaques significativement supérieurs à l'angle de décrochage.
- Développer l'algorithme de couplage pour étendre son application à des configurations complexes. Ceci comprend :
  - Traiter les ailes à grand angle de flèche, l'écoulement transverse sur l'aile ne pouvant plus être négligé, en investiguant l'effet de l'utilisation des données de section 2.5D, brièvement expliqué à la section 2.3.2.
  - Appliquer l'algorithme de couplage à des configurations complexes, comprenant les profils hypersustentatoires. Étudier l'effet de la modélisation de ceux-ci.
  - Proposer une modélisation de fuselage pour les différents coefficients aérodynamiques.
- Développer le code de couplage pour prendre en compte des géométries soumises à des écoulements à composante transverse non nulle :
  - Investiguer la prédiction des coefficients aérodynamiques avec un angle de glissade, dans le but de fournir des informations nécessaires pour l'étude de la stabilité latérale.
  - Adapter le modèle de fuselage, prenant en compte l'angle de glissade.

3.1 Premier Article

La première partie du projet consiste à implémenter les méthodes dérivées de la ligne portante déjà existantes, à savoir la méthode "Vortex Step" présentée par Blackwell (1969) et le code VLM implémenté par Katz et Plotkin (2001). Ces algorithmes linéaires ont été validés à l'aide

de la théorie de l'aile elliptique.

Ensuite, les algorithmes de couplage de Chattot (2004) (méthode Γ) et de Van Dam (2002) (méthode α) sont implémentés et testés sur une aile elliptique à l'aide de données visqueuses analytiques. Un algorithme, basé sur le travail de Van Dam (2002) est implémenté et validé. Étant donné les problèmes de ces algorithmes pour converger vers une solution correcte après le décrochage, des versions fortement couplées sont implémentées, inspirées des couplages forts existants pour les algorithmes de couplage Euler/couche limite mais jamais développées pour ce type de couplage.

L'implémentation du couplage fort nécessite de transformer une fonction discrète en une fonction continue, à l'aide d'une série appropriée. La transformation en série de Fourier et Legendre des courbes de section $Cl - \alpha$ permet de résoudre le système fortement couplé avec efficacité.

Afin d'obtenir des solutions physiquement correctes, un modèle de viscosité artificielle, inspiré du modèle développé pour les méthodes Γ, a été implémenté dans les méthodes α, permettant finalement d'obtenir des solutions cohérentes dans la région après décrochage.

Une étude de l'évaluation de l'angle d'attaque induit le long de l'envergure permet de mettre en évidence la disparité des résultats obtenus à l'aide de différentes méthodes d'évaluation de l'équation, et par conséquent l'influence de l'estimation sur le résultat de l'algorithme. En étudiant le comportement de l'algorithme suite à l'ajout d'une perturbation dans la solution, des cellules de décrochages ont été observées, en accord avec les récents développements effectués pour quantifier ces cellules.

Ces points, qui regroupent l'essentiel du premier objectif du projet, font l'objet du premier article, chapitre 4

3.2 Deuxième Article

L'algorithme de couplage est ensuite développé pour être appliqué à des configurations complexes. Une décomposition du coefficient de trainée n'utilisant aucun coefficient semi-empirique a été implémentée et validée sur des configurations issues de la littérature. Le calcul du coefficient du moment de tangage de l'aile a également été implémenté. La prise en compte de l'angle de glissade dans les données de section bidimensionnelles, via l'utilisation des données de section 2.5D permet une meilleure estimation du coefficient de portance maximum.

De plus, un modèle de fuselage est implémenté, mélangeant relations empiriques et analytiques pour les différents coefficients aérodynamiques. La contribution du fuselage sur le

coefficient de portance est estimée à l'aide de corrélations avec des résultats de simulation numérique haute-fidélité de type RANS. La trainée induite est adaptée pour les configurations avec fuselage, modifiant la circulation dans la région comprise dans le fuselage amenant à une modification du facteur d'efficacité de l'aile. Finalement, une relation utilisant les paramètres géométriques et les caractéristiques de portance de la configuration sont utilisé pour le moment de tangage. Ces développements ont été validés sur des configurations issues de la littérature également.

Une étude sur une configuration soumise à un écoulement transsonique est présentée, démontrant l'utilité des données de section 2.5D, et permettant ainsi d'obtenir une meilleure capture des chocs le long de l'aile. L'étude de ces cas transsoniques contribue aux développements de ces méthodes pour étendre leur applicabilité à ce régime d'écoulement.

Finalement, des configurations à profils hypersustentateurs sont étudiées, démontrant les différentes modélisations possibles dans les implémentations de codes non visqueux et leur influence sur le résultat de couplage. L'estimation de l'angle d'attaque zéro portance des sections, nécessaire lorsque la cambrure du code non visqueux est non nulle, est investiguée.

Ces études, qui permettent d'adresser le deuxième objectif principal du projet, font l'objet du deuxième article, chapitre 5.

3.3 Troisième Chapitre

Le troisième objectif est discuté dans le chapitre 6, qui présente les récents développements de l'algorithme de couplage. Pour étudier les configurations en angle de glissade, le module non visqueux est étendu, les hypothèses de symétries n'étant plus justifiées. L'algorithme de couplage est cependant identique aux versions utilisées précédemment La version non symétrique du code de couplage est comparée à l'implémentation symétrique utilisée dans le reste du projet et validée sur des cas de littérature, permettant de faire des études en glissade.

Une configuration d'avion complète est ensuite décrite et étudiée, grâce à des études de simulations numériques haute-fidélité conduites en amont de ce projet. L'effet des différents composants de l'avion sur les coefficients aérodynamiques est présenté.

Le couplage en configuration de glissade est validé par comparaison avec les études conduites sur les composants de l'avion, et un modèle de fuselage en angle de glissade est proposé basé sur des résultats de simulations RANS.

Une partie de synthétisation des résultats conclue ce projet, en précisant les améliorations à faire et les futures études qui pourraient être conduites sur ce sujet de recherche.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : NON LINEAR GENERALIZED LIFTING LINE COUPLING ALGORITHMS FOR PRE/POST STALL FLOWS

Gallay, S. and Laurendeau, É. (2015), Nonlinear Generalized Lifting-Line Coupling Algorithms for Pre/Poststall Flows, AIAA Journal, Vol. 53, No. 7, pp. 1784-1792.

4.1 Introduction

The paper presents developments on aerodynamic analysis over wings using a circulation based approach coupled to viscous sectional data. The objective is to provide an efficient and robust method for obtaining aerodynamic lift curves in the linear and non-linear pre/post-stall region for various wing planforms with accuracy commensurate with preliminary aircraft design requirements.

The development of rapid aerodynamic models to predict the maximum lift of arbitrary wing planforms have received attention in the literature. One of the most employed method is that of Valarezo et Chin (1994), used in industry at Boeing and Bombardier Aerospace (see Cebeci et Cousteix (2005)). The method uses the panel method (Hess et Smith, 1962) to obtain the surface wing pressures, and uses a semi-empirical relation to correlate maximum lift with sectional pressure differences evaluated along the span of the wing. Another more recent method is that of Phillips et Alley (2007). The method uses lifting-line theory to evaluate sectional lift properties, and correlates these with CFD-derived correlations by introducing additional coefficients in their analytical expressions. In both works, semi-empirical relations are employed for the correlations : the former uses experimental data to devise a function based on the local Reynolds number and freestream Mach number (Valarezo et Chin, 1994), whereas the latter uses CFD calculations for calibration at a fixed Reynolds number (3 million) and is limited to wings with linear taper and linear twist distributions (Phillips et Alley, 2007). Both target the evaluation of CL_{max}, and do not aim at estimating post-stall behavior.

The present work is examining another class of method devised to analyze wings of arbitrary shapes and various local Reynolds numbers. These methods provide a means to determine the entire lift-curve, encompassing the linear, pre-stall and post-stall regions. The maximum lift coefficient is therefore implicitly obtained. The focus is on a physics-based reduced order model, using Prandtl Lifting Line Theory (LLT). Numerical implementation is performed via the modified LLT proposed by Weissinger (1947) and later simplified by Blackwell (1969)

suitable for the calculation of straight/swept wings with high to moderate aspect ratios. The continuous form of the discretization of Prandtl's theory is sometimes referred as the Finite or Vortex Step method.

Viscous effects are taken into account by introducing corrections to the inviscid model using two-dimensional viscous data, historically obtained through wind-tunnel testing of airfoils (Tani, 1934). The method is referred as the Non-Linear Lifting Line Theory (NLLT), for which two specific implementations exists. The *Γ-method* applies the corrections on the lift circulation Γ (Sivells et Neely, 1947; Piszkin et Levinsky, 1976; Wickenheiser et Garcia, 2011), and suffers from two drawbacks : i) it requires important under-relaxation to converge, lengthening the solution times and ii) it has been shown to fail at post-stall angles of attacks (Mukherjee *et al.*, 2003). The *α-method* has been devised to avoid these difficulties, as shown by Tseng et Lan (1988) and Van Dam (2002). The method wisely provides the viscous correction through changes in angle of attack.

The encompassing idea behind these inviscid methods is to introduce viscous effects by changing the wing's sectional circulation or angle of attack to match the precise viscous sectional airfoil data, assuming such data already exist in form of a CFD or experimental lift-curve database. Previous works typically use a loosely coupled algorithm to compute the corrections. Here, a strongly coupled procedure is proposed, and shown to out-perform the loosely coupled methods in the pre-stall region by achieving quadratic convergence rates. In the post stall region, the strongly-coupled procedure suffers from radius-of-convergence initialization but, once settled, manages to recover near quadratic convergence rates.

The paper is divided as follows. Following a very brief review of the baseline analytical solutions of the flow over an elliptical wing and the potential flow approaches, section 4.4 presents a detailed account of the available viscous-inviscid coupling strategies, namely the angle-of-attack and circulation based procedures. The influence of the downwash formulation and the effects on the lift distribution are therein examined. Section 4.5 presents a novel strongly coupled procedure and introduces Legendre polynomials. It also presents the use of artificial dissipation to stabilize the angle-of-attack based procedure, before a final conclusion.

4.2 Elliptical Wing

For an elliptical wing, the lift of the wing can be analytically described using Prandtl Lifting Line theory (Anderson, 2001). In particular, the section lift coefficient at the effective angle

of attack is the same as the lift coefficient of the wing, $Cl(\alpha_e) = CL(\alpha)$

$$\frac{dCL}{d\alpha} = \frac{dCl}{d\alpha_e}\frac{d\alpha_e}{d\alpha} = a\frac{d(\alpha - \alpha_i)}{d\alpha} = a\left(1 - \frac{d\alpha_i}{dCL}\frac{dCL}{d\alpha}\right) \tag{4.1}$$

where $a = \frac{dCl}{d\alpha_e}$ is the slope of the section lift coefficient. The elliptic wing also generates a downwash angle $\alpha_i = \frac{CL}{\pi\lambda}$, so that the 3D lift curve slope is

$$\frac{dCL}{d\alpha} = \frac{a}{1 + \frac{a}{\pi\lambda}} \tag{4.2}$$

The lift coefficient can then be calculated for any linear section lift coefficient curve, including a linear viscous one. For example, by taking a hypothetical constant theoretical viscous slope of $a = \eta 2\pi$, the lift coefficient becomes

$$CL(\alpha) = \frac{\eta 2\pi}{1 + \frac{2\eta}{\lambda}} = \frac{\eta 2\pi\lambda}{\lambda + 2\eta} \tag{4.3}$$

Eq. 4.3 provides a validation case for section 4.4 once the numerical methods are presented.

4.3 Vortex Step and Vortex Lattice Methods

Two different implementations of the potential flow theory have been implemented and validated : the Vortex Step Method proposed by Blackwell (1969) and the Vortex Lattice Method formulation of Katz et Plotkin (2001). The control points are typically located at the three-quarter-chord line of the panel to ensure a slope of the two-dimensional lift-angle of attack curve equal to 2π. This is correct for small angle of attack flows where $\sin(\alpha) \approx \alpha$ is valid. The position of the points in the present method has been adapted to ensure a correct slope even for high angles of attacks. The two different codes show similar results and agree with the analytical result (Figure 4.1) for the case of an elliptical wing with aspect ratio of 12.7. For the reminder of the paper, the Vortex Step method is used, unless otherwise noted.

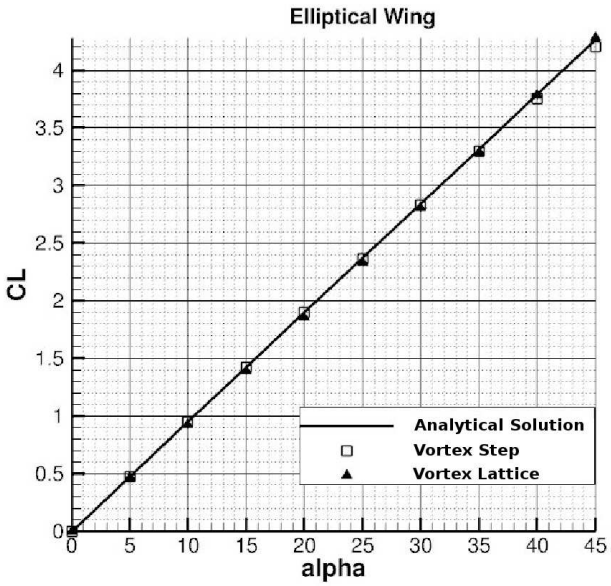


Figure 4.1 Comparison of different potential flow implementations, elliptical wing, $\lambda = 12.7$

4.4 Loosely Coupled algorithms

4.4.1 Γ-Methods

Different implementations of coupling algorithms have been tested to ensure robustness in the post-stall region. Indeed, the methods often show negligible differences for small angle of attacks but can encounter problems near pre-stall and post-stall angles. A typical *Γ-method* iterative coupling procedure uses the following steps in a loosely coupled fashion :

1. Assume a lift distribution along the span. (i.e elliptical distribution)
2. Calculate the induced angle of attack for each section y_n using

$$\alpha_i(y_n) = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_n - y} \tag{4.4}$$

3. Interpolate the sectional viscous lift at the effective angle of attack for each section

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i \Rightarrow Cl_{vi}(\alpha_e) \tag{4.5}$$

4. Calculate the new circulation distribution using the Kutta-Joukowski theorem

$$\Gamma = \frac{1}{2} U_\infty c Cl_{vi} \tag{4.6}$$

5. Update the new lift distribution for each station

$$\Gamma_{input} = \Gamma_{old} + d(\Gamma_{new} - \Gamma_{old}) \tag{4.7}$$

6. Repeat steps 2-5 until $|\Gamma_{new} - \Gamma_{old}| \leq \epsilon$ for each station, ϵ being a user selected convergence criteria.

The *Γ-method* of Anderson (2001) requires several hundred iterations with an under-relaxation factor of 0.05 to converge to machine accuracy and is unable to converge in the post-stall region. Chattot (2004) proposes a coupling algorithm based on a linearization of the Prandtl integro-differential equation in dimensionless form, which is described below for completeness :

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2}c(y)Cl\left[\alpha - \alpha_{0l}(y) + arctan\left(w_{ind}(y)\right)\right] \tag{4.8}$$

$$w_{ind}(y_n) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\Gamma'(\eta)d\eta}{y_n - \eta} \tag{4.9}$$

$$\alpha_e = \alpha + \arctan\left(w_{ind}(y)\right) \tag{4.10}$$

The equation is discretized at position along the span, and integration points are placed between the nodes

$$y_j = -\cos\left(\frac{j-1}{jx-1}\pi\right), \qquad j = 1, ..., jx \tag{4.11}$$

$$\eta_k = -\cos\left(\frac{k-1/2}{jx-1}\pi\right), \qquad k = 1, ..., jx-1 \tag{4.12}$$

Linearization with Newton method is applied on the governing equation

$$\Gamma_j + \Delta\Gamma_j = \frac{1}{2}c_j\left(Cl_j + \frac{dCl_j}{d\alpha}\Delta\alpha_e\right) \tag{4.13}$$

where

$$\Delta\alpha_e = \frac{\Delta w_{indj}}{1 + {w_{ind_j}}^2}, \quad \Delta w_{indj} = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{y_j - \eta_{j-1}} - \frac{1}{y_j - \eta_j}\right)\Delta\Gamma_j = a_j\Delta\Gamma_j \tag{4.14}$$

The iterative equation takes the form

$$\left(1 - \frac{1}{2}c_j\frac{dCl_j}{d\alpha}\frac{a_j}{1 + {w_{ind_j}}^2}\right)\frac{\Delta\Gamma_j}{\omega} = \frac{1}{2}c_jCl_j - \Gamma_j^n \tag{4.15}$$

The equation is treated in increasing order of the j-index. The circulation is updated as

$$\Gamma_j^{n+1} = \Gamma_j^n + \Delta\Gamma_j \tag{4.16}$$

Before stall ($\alpha \leq \alpha_{CL_{max}}$), a unique solution can be found to eq. 4.15, but post-stall, the non-linearity leads to non-uniqueness of the solution. Chattot introduces artificial viscosity to the equation to couple the spanwise stations as well as to ensure the diagonal dominance of the left-hand side matrix

$$\left(1 - \frac{1}{2}c_j \frac{dCl_j}{d\alpha} \frac{a_j}{1 + w_{ind_j}^2 + 2\mu}\right) \frac{\Delta\Gamma_j}{\omega} = \frac{1}{2}c_j Cl_j - \Gamma_j^n + \mu\left(\Gamma_{j+1}^n - 2\Gamma_j^n + \Gamma_{j-1}^{n+1}\right) \tag{4.17}$$

with

$$\mu \geq max\left(\frac{1}{4}c_j \frac{dCl_j}{d\alpha} \frac{a_j}{1 + w_{ind_j}^2}, 0\right) \tag{4.18}$$

This method shows excellent results for post-stall angles when the artificial viscosity is added, using a small under-relaxation factor. The comparison between the two algorithms is shown in figure 4.2 with analytical viscous data $Cl_{vi} = \pi \sin(2\alpha_e)$. The number of panels is set to 200. Notice that the algorithm of Anderson presents a shift on this wing, and this will further be discussed in section 4.4.3 discussing the evaluation of the downwash angle. The theory of the elliptical wing indicates than the stall of the wing appears simultaneously on all sections of the wing, and figure 4.3 allows comparison of the lift distribution along the span close to stall for the numerical as well as the analytical solutions. The stall first appears close to the root and then propagates along the wing. This discrepancy with the theory can be attributed to the discretization errors of the numerical method, which, when combined to the non-linear coupling procedures, lead to different stall propagation patterns. Indeed, theses difficulties do not occur prior the stall angle, where the coupling procedure leads to unique solutions.

4.4.2 α-Methods

The *α-method* of van Dam uses a modified Weissinger method as inviscid code, in which the position of the control point is adapted to reflect a slope equal to the viscous section slope $Cl_{\alpha v}$ as follows :

1. Calculate the effective angle of attack for each section using the inviscid code

$$\alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} + \alpha_{0l} - \Delta\alpha \tag{4.19}$$

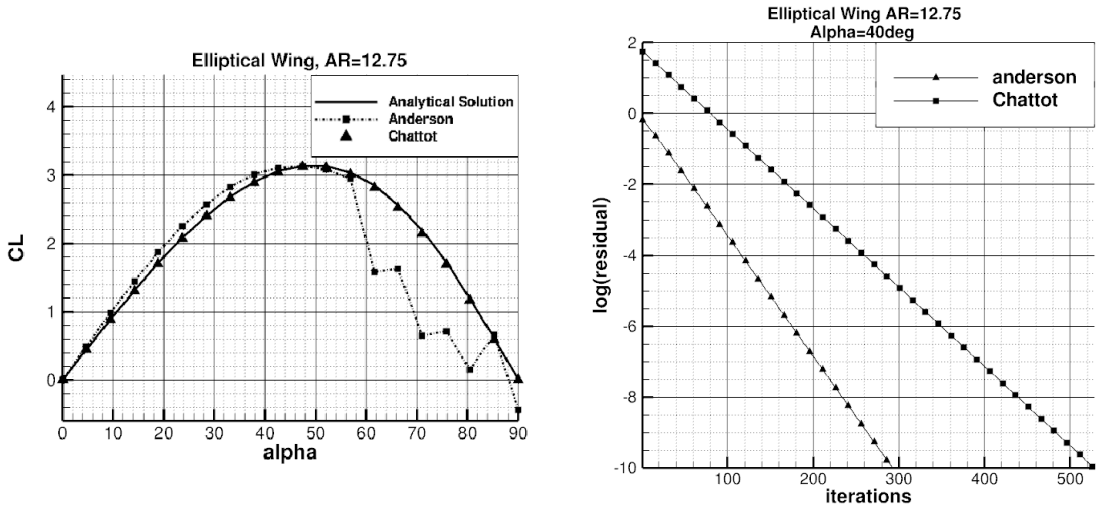


Figure 4.2 Comparison between different Γ algorithms

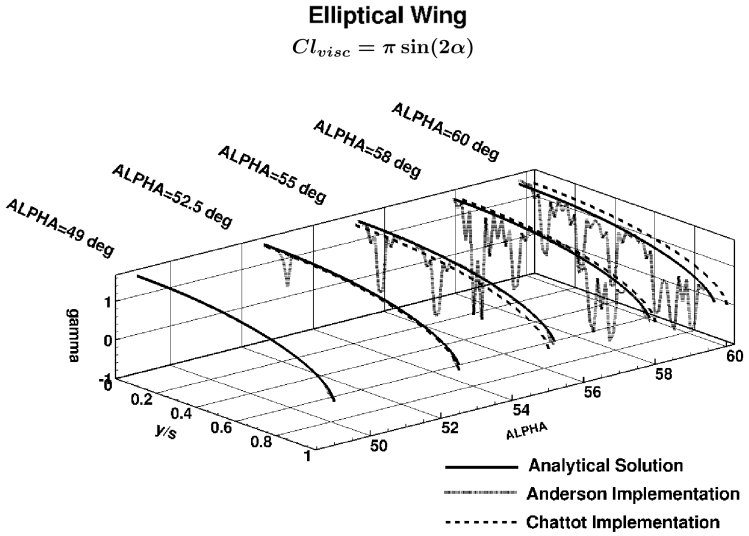


Figure 4.3 Lift distribution near stall, Elliptical Wing, Anderson's algorithm

2. Interpolate the sectional viscous lift at the effective angle of attack for each section

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i \Rightarrow Cl_{vi}(\alpha_e) \tag{4.20}$$

3. Calculate the angle of attack correction for each section

$$\Delta\alpha = \frac{Cl_{vi} - Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} \tag{4.21}$$

4. Update the angle of attack by the correction in the Weissinger method
5. Repeat steps 1-4 until $|Cl_{vi} - Cl_{inv}| \leq \epsilon$

This algorithm shows good results for analytical viscous data with a constant slope as shown in figure 4.7. However, the implementation of this method raises concerns when the slope becomes zero at the maximum-lift angle, where eq.4.21 does not hold.

4.4.3 Effective angle of attack

We propose replacing the viscous slope $Cl_{\alpha v}$ in eq. 4.19 and 4.21 by 2π, removing the dependency on the actual profile being used, while positioning the control point of the Vortex Step method to ensure that slope. This modification of the formulation proposed by Van Dam to calculate the effective angle of attack can be understood with the help of figure 4.4.

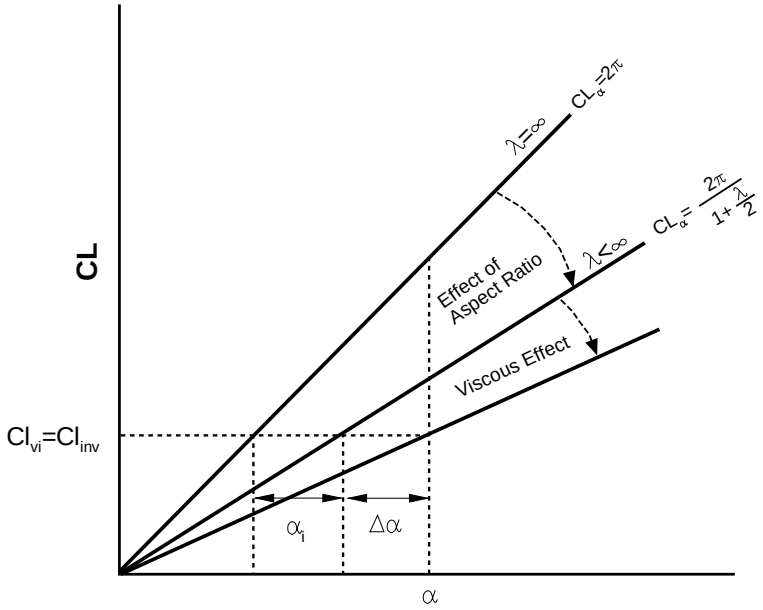


Figure 4.4 Theoretical Lift-angle of attack curves, elliptical wing

If the viscous and inviscid lifts are equal,

$$Cl_{vi} = Cl_{inv} = 2\pi(\alpha - \Delta\alpha - \alpha_i) \tag{4.22}$$

then

$$\alpha - \alpha_i = \alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{2\pi} + \Delta\alpha \tag{4.23}$$

In order to establish the sensitivity of eq. 4.23 to different discretization schemes, three different ways to compute the effective angle of attack have been implemented and compared with analytical values for an elliptical wing.

The first implementation is performed using Prandtl's monoplane equation (Bertin, 2002). Representing the spanwise circulation distribution with a Fourier series

$$\Gamma(\phi) = 2bU_\infty \sum_1^N A_N \sin(n\phi), \qquad \tfrac{y}{b/2} = -\cos(\phi) \tag{4.24}$$

The coefficients A_N are calculated by solving the linear system of equations for a given $\Gamma(\phi)$ so that the induced angle of attack are calculated as

$$\alpha_i(\phi) = \frac{\sum nA_N \sin(n\phi)}{n \sin(\phi)} \tag{4.25}$$

The second implementation is the method proposed by Anderson (2001), which is a numerical integration of the eq. 4.4 using a mid-point trapezoidal strategy, and the third implementation is our modified Van Dam version of the effective angle of attack, eq. 4.23. Note that this method does not require knowledge of $\Gamma(\phi)$, which for instance removes the need for the use of the Fourier series.

The effective angle of attack along the span for an elliptical wing is shown on figure 4.5, with 200 panels distributed along the span. All methods show discrepancies at the wing tip, due to the fact that the discontinuous induced velocity field at the wing tip is not appropriately captured by the discretized system.

A sensitivity study with respect to the number of panels used in the system is shown in figure 4.6, where values of the effective angle of attack at the wing root ($y/s = 0$) and wing tip ($y/s = 1$) are shown for an elliptical wing at $\alpha = 20$ deg. At the wing root, the three methods converge to a solution, with the Van Dam implementation underestimating (0.5%), while other methods overestimating the value (2% and 3%). At the tip, only the Van Dam implementation converges to a bounded solution, approaching the analytical value (0.5%). The integration scheme within Anderson's method give inaccurate results (150%), which explain the results obtained with this algorithm on the elliptical wing at high angle of attack observed in figure 4.2. In the reminder of the paper, we shall use this modified version of Van Dam's approach.

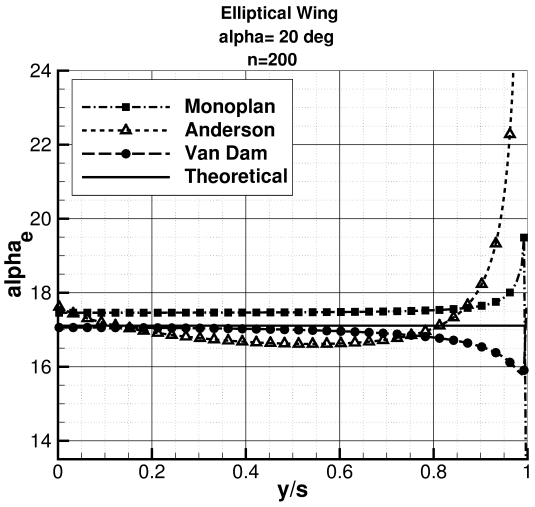
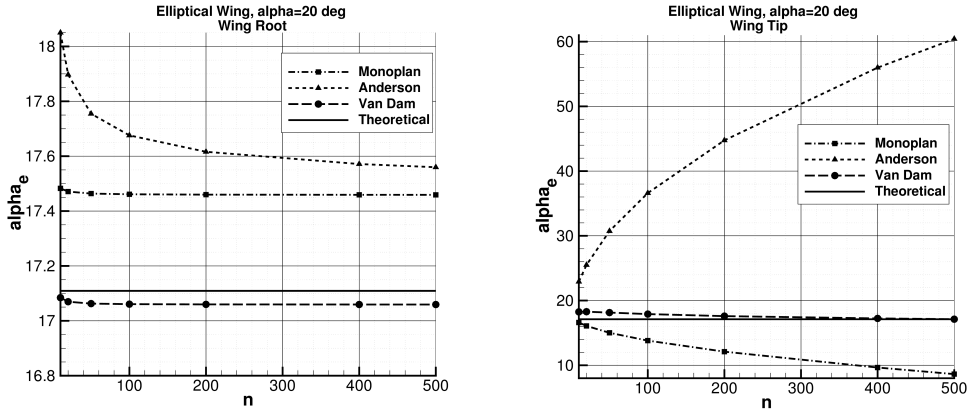


Figure 4.5 Comparison of the effective angle of attack. Elliptical wing, $\alpha = 20deg$



(a) Wing root (b) Wing tip

Figure 4.6 Convergence of the induced angle of attack for various number of panels

4.4.4 Results

The α-*method* with the modified Van Dam's procedure presented in the previous section is used to provide results on linear and non-linear viscous simulations over an elliptical wing of aspect ratio $\lambda = 12.75$. A comparison between Van Dam's algorithm and our modification is presented on figure 4.7, on an analytical linear viscous data $Cl_{vi} = \eta 2\pi\alpha$. It can be observed that both algorithms presents similar results.

The algorithm is then applied to an analytical viscous data $Cl_{vi} = \pi \sin(2\alpha)$. Figure 4.8

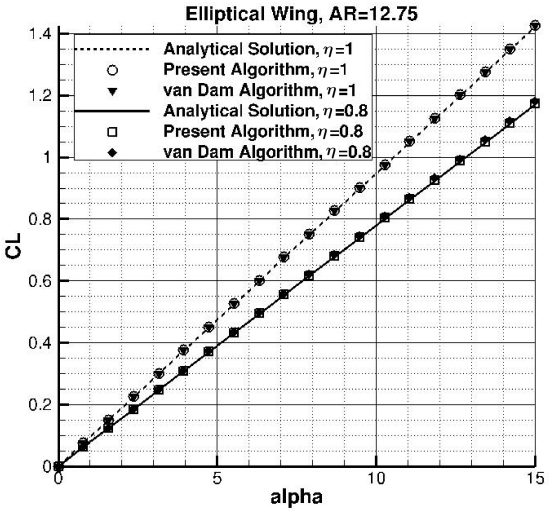


Figure 4.7 Elliptical wing with analytical lift

presents converged solutions in the post stall region that are not in agreement with the analytical behavior of the elliptical wing. Note that if this implementation is replaced by its analytical value $\alpha_e = \frac{Cl}{\pi\lambda}$, the coupling algorithm is able to converge to the analytical solution (figure 4.8).

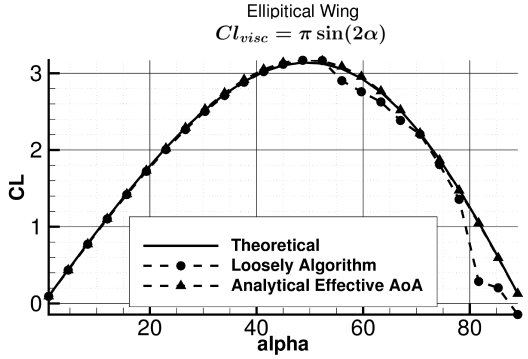


Figure 4.8 Loosely coupling algorithm, comparison with analytical effective angle of attack α_e

To estimate the robustness of the algorithm, tests have been conducted by adding a perturbation on the effective angle of attack at three different points along the span (10%, 50% and 75% of the semi span). In the pre-stall region, figure 4.9, the perturbation is smoothed within the iterative scheme, making for a stable algorithm which provides the correct solution.

When approaching stall, a small perturbation can initiate the stall of the wing, as presented in

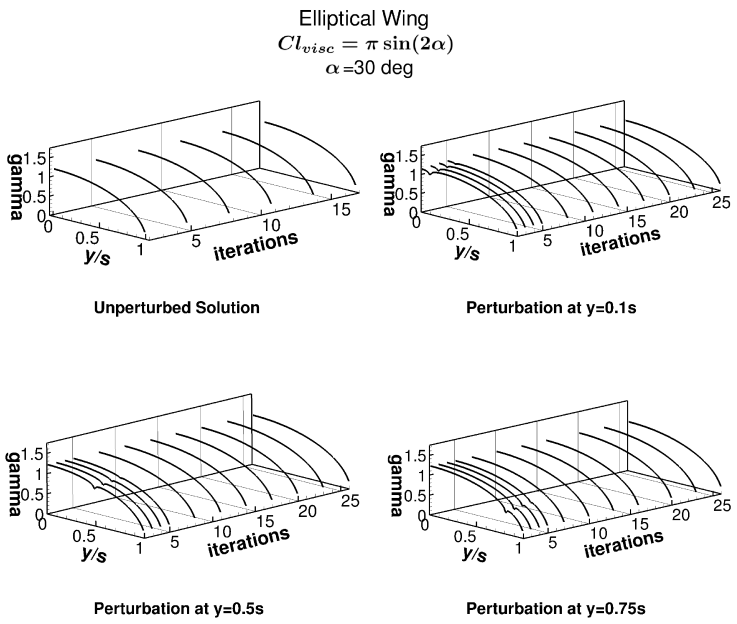


Figure 4.9 Elliptical wing, perturbation of the effective angle of attack in the linear region

figure 4.10. The perturbation propagates within the iterative scheme and shows different stall progressions depending on the initial point of application of the perturbation. There are right, left and right, and left propagation for the 10%, 50% and 75% disturbances, respectively. The different patterns show stall cells along the span, in agreement with the results observed by Weihs et Katz (1983), Winkelman et Barlow (1980) and recently by Spalart (2014).

Note that the algorithm still converges to machine zero for all simulations, albeit requiring more iterations. A method to accurately reproduce the analytical solution will be presented in subsection 4.5.3.

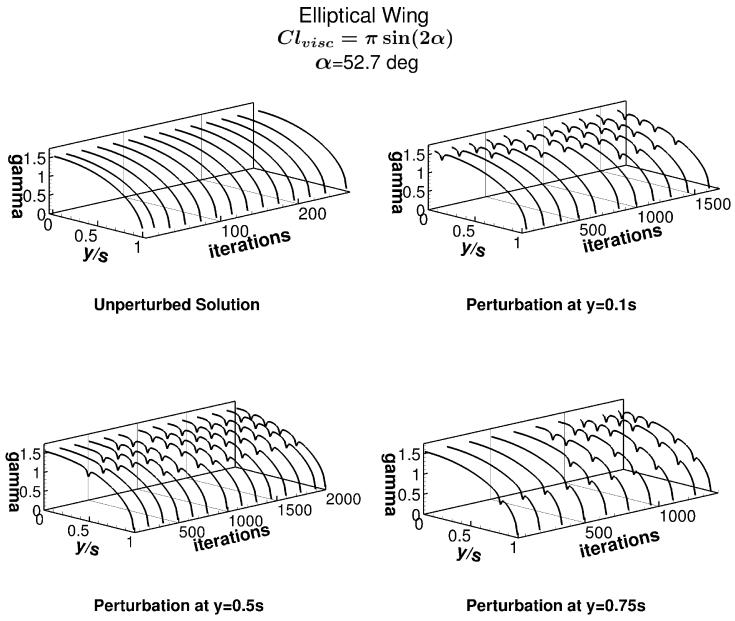


Figure 4.10 Elliptical wing, perturbation of the effective angle of attack close to the stall

4.5 Strongly Coupled Algorithm

Borrowing from classical viscous-inviscid boundary-layer interaction developments in the 1970's, we present a strongly coupled algorithm. The differences between the loosely and strongly coupled algorithms are shown in figure 4.11. Linearizing the viscous correction and embedding the non-linearity through an iterative procedure, one can write the resulting coupled set of linear equations in an expanded square matrix. For well-conditioned problems, convergence is reached in less iterations for the strongly coupled scheme.

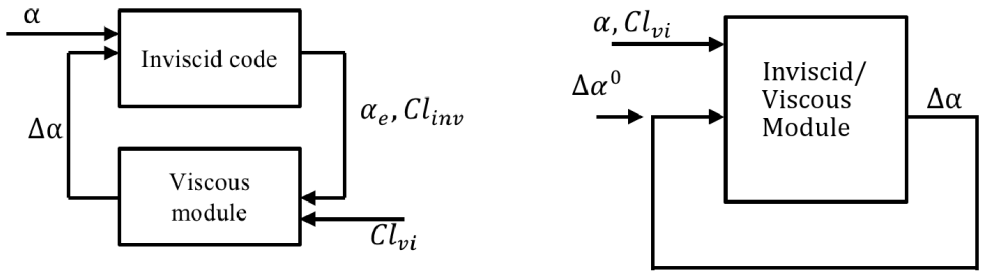


Figure 4.11 Representation of the coupling algorithm. *Left :* Loosely coupled, *Right :* Strongly coupled

4.5.1 Elliptical Wing, Analytical Formulation

The procedure is applied to the elliptical wing problem of section 4 above, where the analytical viscous section lift coefficient is given by $Cl_{vi} = \pi \sin(2\alpha)$.

For the inviscid part, the lift can be written as

$$Cl_{inv} = \frac{2\pi(\alpha - \Delta\alpha)}{1 + \frac{2}{\lambda}} \tag{4.26}$$

The effective angle of attack is then

$$\alpha_e = \frac{\alpha - \Delta\alpha}{1 + \frac{2}{\lambda}} + \Delta\alpha \tag{4.27}$$

Placing the unknowns on the left hand side, we obtain

$$\alpha_e - \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{\lambda}}\right)\Delta\alpha = \frac{\alpha}{1 + \frac{2}{\lambda}} \tag{4.28}$$

The viscous correction is calculated with the following equation :

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi\alpha_e - \pi \sin(2\alpha_e)}{2\pi} \tag{4.29}$$

A first order Taylor series expansion is applied to linearize the section viscous lift data

$$\sin\left(2\alpha_e^{n+1}\right) = \sin\left(2\alpha_e^n\right) + 2\cos\left(2\alpha_e^n\right)\left(\alpha_e^{n+1} - \alpha_e^n\right) \tag{4.30}$$

again, placing the unknowns on the left hand side, we obtain

$$\left(1 - \cos\left(2\alpha_e^{n+1}\right)\right)\alpha_e^{n+1} - \Delta\alpha = \frac{1}{2}\sin\left(2\alpha_e^n\right) - \alpha_e^n \cos\left(2\alpha_e^n\right) \tag{4.31}$$

The inviscid and viscous equations can be assembled in a matrix and solved with a classic inversion method :

$$\begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{1}{1+\frac{2}{\lambda}} - 1\right) \\ (1 - \cos(2\alpha_e^n) & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \alpha_e^{n+1} \\ \Delta\alpha^{n+1} \end{bmatrix} \quad = \quad \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{1+\frac{2}{\lambda}} \\ \frac{1}{2}\sin(2\alpha_e^n) - \alpha_e^n \cos(2\alpha_e^n) \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

The improved convergence curve is represented in figure 4.12, where the strongly coupled procedure reaches machine zero in 5 iterations, compared to 16, 400 and 650 iterations with the loosely coupled α-*method*, Chattot's and Anderson's Γ-*method*, respectively.

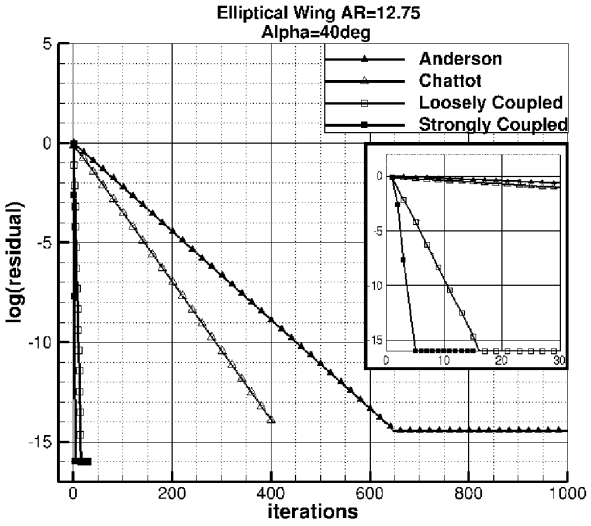


Figure 4.12 Convergence of analytical coupling

4.5.2 General Wing, Discrete Formulation

We present two numerical implementations based on the modified Van Dam algorithm. The two linear sets of equations are the VLM equations and the viscous correction are

$$\begin{bmatrix} I_{11}\Gamma_1 + I_{12}\Gamma_2 + ... + I_{1n}\Gamma_n \\ \vdots \\ I_{n1}\Gamma_1 + I_{n2}\Gamma_2 + ... + I_{nn}\Gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha - \Delta\alpha_1) \\ \vdots \\ \sin(\alpha - \Delta\alpha_n) \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 \\ \vdots \\ \Delta\alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Cl_{vi1} - Cl_{inv1}}{2\pi} \\ \vdots \\ \frac{Cl_{vin} - Cl_{invn}}{2\pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Cl_{vi1} - \frac{2\Gamma_1}{c_1 U_\infty}}{2\pi} \\ \vdots \\ \frac{Cl_{vin} - \frac{2\Gamma_n}{c_n U_\infty}}{2\pi} \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

The variables of the system are the lift circulation $[\Gamma_1, ..., \Gamma_n]$ and the viscous correction $[\Delta\alpha_1, ..., \Delta\alpha_n]$. A standard reduced Newton-Raphson method is used to solve this extended non-linear system of equation.

$$X_{n+1} = X_n - [F'(X_n)]^{-1} F(X_n) = X_n - J^{-1}(X_n) F(X_n) \tag{4.35}$$

with $X_n = [\Gamma_1, ..., \Gamma_n, \Delta\alpha_1, ..., \Delta\alpha_n]$ the vector of variables and $F(X_n)$ and $J(X_n)$ respectively the vector of function values and the Jacobian.

The method needs to interpolate the viscous section lift coefficient, requiring the induced angles of attack. Two loops are then necessary, the first solving the nonlinear system of equation, and the second interpolating the viscous lift to update the nonlinear system. Tests have been conducted and show that only one iteration of the Newton-Raphson method is sufficient. Note that during one iteration, the interpolated viscous lift coefficient is considered as a constant and its derivatives with respect to the system variables are equal to zero. As expected, the coupling algorithm converges to the same solution as the one obtained from resolving the non-linear system with multiple iterations.

To construct a strongly coupled algorithm for the general case of any lift curve, numerical series of the viscous lift section is constructed. Legendre series using Gauss-Legendre quadrature is used to properly represent the curves

$$Cl_{vi}(\alpha_e) = \sum_{k=0}^{N} w_k P_k(\alpha_e) \tag{4.36}$$

with

$$w_k = \frac{2}{(1-x_i)^2[P'(x_i)]^2} \tag{4.37}$$

x_i are the Gauss interpolation points and $P(x_i)$ and $P'(x_i)$ the Legendre polynomials and derivatives. The right-hand side of equation 4.34, using our definition of the effective angle of attack, $\alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{2\pi} - \Delta\alpha$, becomes

$$\begin{bmatrix} \frac{Cl_{vi1} - \frac{2\Gamma_1}{c_1 U_\infty}}{2\pi} \\ \vdots \\ \frac{Cl_{vin} - \frac{2\Gamma_n}{c_n U_\infty}}{2\pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{N} w_k P_k(\frac{\Gamma_1}{\pi U_\infty c_1} - \Delta\alpha_1) \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^{N} w_k P_k(\frac{\Gamma_n}{\pi U_\infty c_n} - \Delta\alpha_n) \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

This algorithm bypasses the need for interpolation. Newton Raphson iterations are used to solve the non-linear system only once.

Figure 4.13 shows the approximation of the lift curve using different number of points. Table 4.1 present the relative interpolation error at an angle of 12 degree. It can be inferred that 40 terms are adequate, and this is the number used in the rest of the study.

Three cases are used to compare the convergence behavior of the three implementations of the coupling algorithm : The loosely coupled, the strongly coupled with interpolation and the "fully strongly" coupled algorithm, using the Legendre series of the viscous lift curves.

Results on elliptical wing with the analytical viscous section lift $Cl_{vi} = \pi \sin(2\alpha)$ already

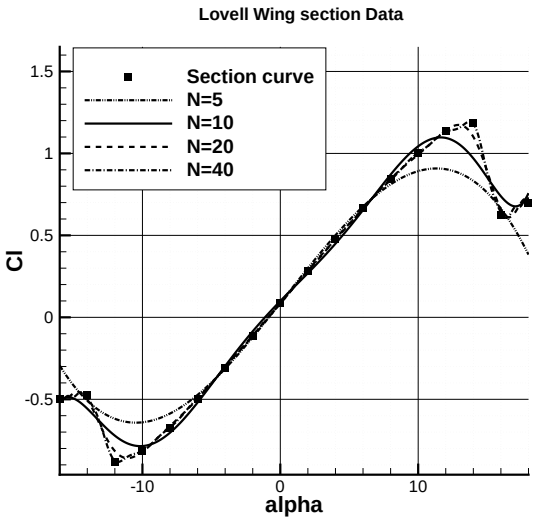


Figure 4.13 Influence of the number of terms in the Legendre series.

Tableau 4.1 Legendre polynomials interpolation error, $\alpha = 12$ degree

Number of terms	Error [%]
5	20.3
10	3.45
20	0.48
40	0.02

studied are represented in figure 4.14. The three implementations show similar results in the linear region. In the post stall region, the three algorithms converge but to different results, as expected from the analysis of the previous section. The figure 4.16 shows similar results to figure 4.3, the stall progression for the loosely coupled implementation. The stall initiates close to the root and propagates along the span. The stall cells are clearly visible, and present the same pattern than those presented in figure 4.10.

The results obtained with the strongly coupled algorithms are not represented in the figure, as they present the same behavior as the loosely coupled version. For theses α-*method* algorithms, the lift circulation is smoother along the span than the Γ-*method* algorithm implemented by Anderson, but the propagation of the stall is similar. As mentioned previously, a modification to ensure compatibility of the numerical solution to the analytical result is presented in the next section.

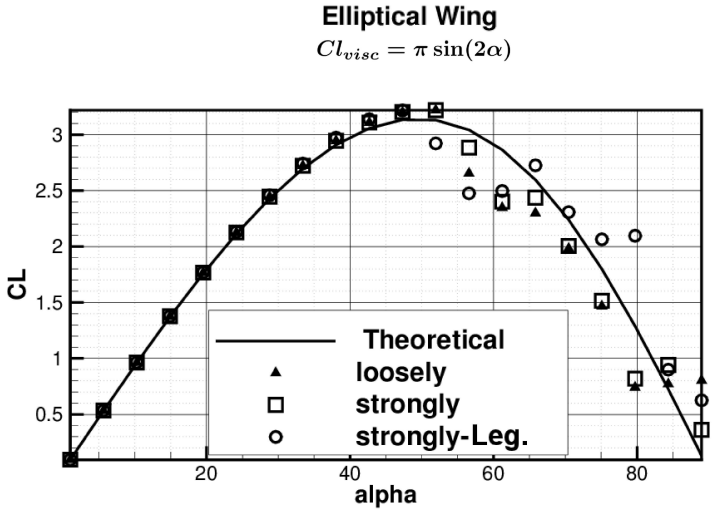


Figure 4.14 Elliptical Wing, Comparison of strongly and loosely implementations.

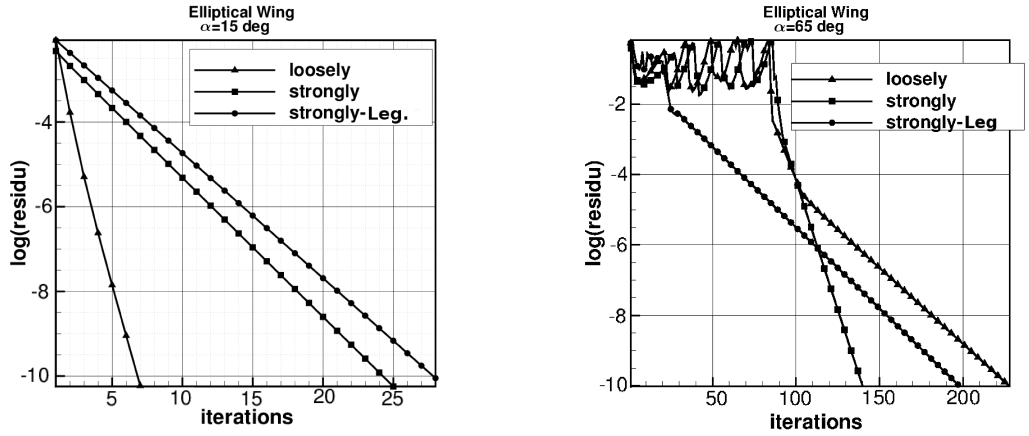


Figure 4.15 Elliptical Wing, convergence for a pre-stall and a post-stall angle of attack.

4.5.3 Artificial Viscosity

Based on the work of Chattot (2004) which introduced artificial viscosity within the *Γ-method*, artificial viscosity has been added to the viscous correction of the *α-method*

$$F_i(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Delta}\alpha) = \Delta\alpha_i - \frac{Cl_{vii}}{2\pi} + \frac{\Gamma_i}{\pi U_\infty c_i} - \mu_i(\Delta\alpha_{i-1} - 2\Delta\alpha_i + \Delta\alpha_{i+1}) \tag{4.39}$$

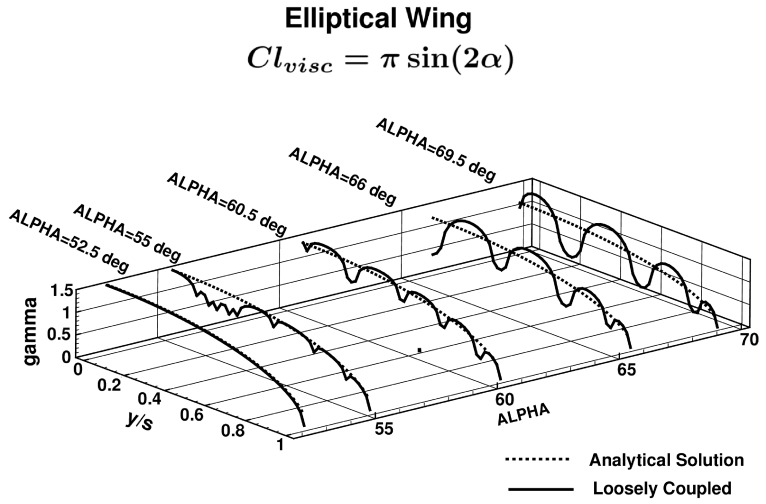


Figure 4.16 Lift distribution near stall, elliptical wing, loosely coupled algorithm

This term has been implemented in the strongly coupling algorithm using the Legendre series. The value of the artificial viscosity coefficient has been chosen to ensure that the diagonal term of the Jacobian matrix, the derivative of the equation with respect to the viscous correction, is larger than the derivative of the equation with respect to the lift distribution

$$\frac{\partial F_i}{\partial \Delta\alpha_i} \geq \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_i} \Rightarrow \mu_i \geq max\left(0, -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2\pi}\sum_{k=0}^{N} w_k P_k' \cdot \left(\frac{1}{\pi U_\infty c_i} + 1\right) - \left(\frac{1}{\pi U_\infty c_i} - 1\right)\right]\right) \quad (4.40)$$

The effects of the artificial viscosity are presented on figures 4.17 and 4.18, on the elliptical wing with the analytical viscous lift $Cl = \pi \sin(2\alpha)$. The solution now converges to a solution closer to the analytical value. The differences, which are clearly visible past 60 degree, are due to the addition of the artificial viscosity term to the right-hand side of the system thus affecting the solution. As expected, the lift distribution with the artificial viscosity term is smoother than the solution without artificial viscosity.

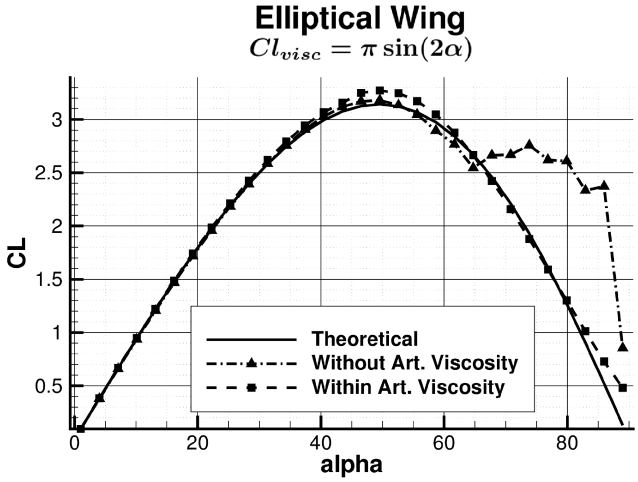


Figure 4.17 Elliptical wing, Lift coefficient within artificial viscosity

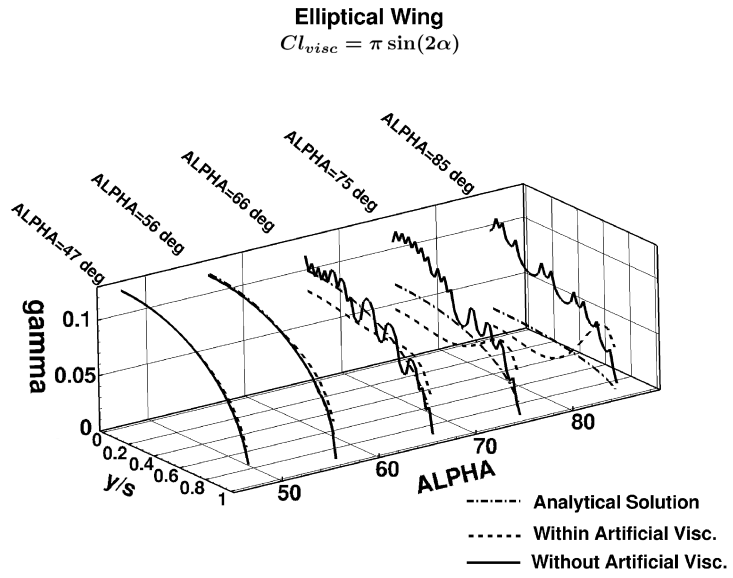


Figure 4.18 Elliptical wing, Lift distribution near stall within artificial viscosity

4.6 Conclusion

Different coupling algorithms have been implemented and compared. The *Γ-methods* require an important under-relaxation factor to converge, and artificial viscosity has to be implemented to converge in the post stall region. The *α-methods* converge faster than *Γ-methods*, without relaxation, and are better suited to capture near-stall effects. An efficient *α-method* algorithm has been devised, that presents excellent results and fast convergence, even at high angle of attack, and is able to predict the pre/post-stall lift coefficients with accuracy suitable in a preliminary design framework.

The loosely coupled algorithm has been used on an elliptical wing using four different estimations of the effective angle of attack. The analytical estimation matches the analytical behavior of the elliptical wing, but the others methods converge to different solutions in the post stall region. The instability of the algorithms have been highlighted by using different initial perturbations of the effective angle of attack, leading to different solutions in the post stall region.

A new strongly coupled algorithm has been implemented for the analytical case and is shown to provide machine accurate convergence in 5 non-linear iterations on the elliptical wing. Two numerical implementations of the strongly procedure have been implemented, one requiring interpolation in the section viscous data, and the second version using Legendre series of the viscous section data, removing the need for interpolation. Artificial viscosity has been added to the strongly coupling algorithm using the *α-method* , and allows recovery of the analytical solution in the post stall region, with minor changes to the solution.

CHAPITRE 5 ARTICLE 2 : PRELIMINARY DESIGN AERODYNAMIC MODEL FOR COMPLEX CONFIGURATIONS USING LIFTING LINE COUPLING ALGORITHM

Gallay, S. and Laurendeau, É. (2015), Preliminary Design Aerodynamic Model for Complex Configurations using Lifting Line Coupling Algorithm, Journal of Aircraft, accepted for publication.

5.1 Introduction

The paper presents an aerodynamic analysis method on complex aircraft configurations suitable for preliminary design studies applicable to non-linear phenomena such as viscous flows over high-lift systems (slat/flap) and transonic flows over swept wings and tails via a circulation-based approach coupled to viscous sectional data.

Aerodynamic methods used in preliminary design multi-disciplinary optimization (MDO) environments must be computationally fast to cater for the evaluation of the thousands, if not hundred thousands, candidate designs (Piperni *et al.*, 2013). Empirical methods such as ESDU and DATCOM are used (Raymer, 1999; Torenbeek, 1982), but the request for more efficient aircrafts makes them too inaccurate, especially in off-design conditions. Only slightly more costly are Vortex-Lattice methods, limited to linear flow regime (Gur *et al.*, 2010). The gap between these methods (low-fidelity) and solution of the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations (high-fidelity) is often referred as medium fidelity methods. A very detailed listing of the various methods needed during the various design stages within an industrial environment is presented by Piperni *et al.* (2013).

An attempt to use the Euler equations, such as within the CEASIOM environment (Von Kaenel *et al.*, 2008), allows the capturing of shock waves, but unfortunately viscous effects in the transonic regime are such that the position of the shock can be predicted as much as 30% off the experimental location (Laurendeau et Boudreau, 2003). Besides, Euler methods cannot capture viscous effects without proper viscous-inviscid coupling algorithms (Cebeci *et al.*, 1993; Leballeur et Girodroux-Lavigne, 1992; Rodriguez *et al.*, 2012). Another drawback of these methods is they require a volumetric mesh, which is a difficult and expensive step to implement in an MDO framework.

Progress was made extending lifting-line theory to cater for non-linear effects, first developed by Sivells et Neely (1947) which makes use of experimentally determined 2D airfoil lift-curve

slopes data. A significant step was made by van Dam in 2001 using a Weissinger model (which is a class of lifting-line method) to analyze flows over high-lift devices via an angle-of-attack correction procedure (Van Dam *et al.*, 2001). Although capable of predicting flows near stall, it cannot handle cross-flows affecting trailing edge separation nor transonic flows over swept wings. Several authors have recently contributed to address the shortcomings. Phillips et Alley (2007) use CFD-derived correlations coupled with lifting-line theory for fixed Reynolds numbers and for wings with linear taper and twist distributions, allowing for analytical solutions but still cannot predict post-stall flows. Mukherjee *et al.* (2003) use a de-cambering approach to change the local geometry at every spanwise sections to fit the viscous and inviscid lift curves. This approach can be viewed as equivalent to using a transpiration velocity (Lighthill, 1958) in classical viscous-inviscid coupling procedures. One drawback is the method needs to re-calculate the influence coefficient matrix during the iterative solution procedure of the non-linear system, making for costly matrix inversions.

The present work closely follows the work of Van Dam, but with subtle yet important modifications that allows capturing 3D viscous effects as well as transonic flows over swept wings in a very effective and efficient manner up and beyond stall. The method introduces a constant linear sectional lift-curve slope to enable calculations past the stall point, where the local lift curve slope is null. Using an angle-of-attack procedure allows treatment of the non-linearities via modification of the right-hand vector of the non-linear system, avoiding re-computing and re-inverting the influence coefficient matrix.

While many authors have coupled lifting line models to 2D sectional data obtained via the solution of 2D CFD solvers, whether in the context of conceptual design (Drela, 2010) or MDO (Mariens *et al.*, 2014; Elham, 2015), sweep effects in the viscous solvers are either neglected or represented via a classical swept wing correction as proposed by Küchemann (1978). The Küchemann correction assumes a constant cross-flow velocity of strength $U_\infty \sin(\Lambda)$ on the entire 2D section and is valid for inviscid flow only. As shown by Ghasemi *et al.* (2013), the cross-flow momentum equation contains viscous terms, which only vanish for inviscid flows. The proposed approach of Ghasemi *et al.* (2013) solves the 3D infinite-swept wing Navier-Stokes equations using a 2D formulation augmented by an additional cross-flow equation. The method can easily be implemented in any 2D RANS solver, and allows transforming i) stagnation point, ii) normal shock waves and iii) streamwise trailing edge boundary-layer flows into i) attachment line, ii) oblique shock waves and iii) combined streamwise/cross-flow trailing-edge boundary-layer flows, respectively (Figure 5.1).

The proposed approach for the drag model is simple and does not need any prior knowledge of the solution, compared for example to the model developed by Gur *et al.* (2010) and used

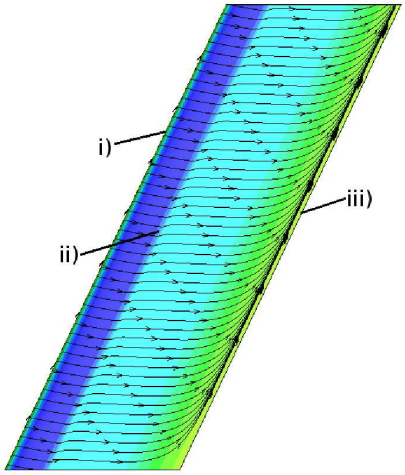


Figure 5.1 Physical effects captured by infinite swept wing RANS solution : i) stagnation region, ii) shock waves, iii) trailing-edge region

in modern MDO environments (Henderson *et al.*, 2012), which requires the arbitrary choice of the Korn's factor for the wave drag computation. Modern civil aircrafts tend to flight at high cruise Mach, for example the Bombardier Global 6000 or Gulfstream G650 business jets, which have a maximum cruise Mach of respectively $Ma = 0.89$ and $Ma = 0.925$ (Liebhardt et Luetjens, 2011). The use of arbitrary parameters, for example the Korn's factor, may not be sufficient to predict the drag of these transonic aircrafts. On the other side, the drag model proposed in the article should not suffer from any drawback for these Mach numbers, thanks to it construction and the only use of sectional aerodynamic coefficients.

The paper is divided as follows. After a brief review of the coupling algorithm and method for extracting aerodynamic forces (lift, drag, moment), results are presented on the isolated transonic DPW-W2 wing used in the AIAA third drag prediction workshop (Morrison et Hemsch, 2007). Treatment of high-lift systems (slat/main/flap) are discussed for low subsonic flows, with emphasis on CL_{max} prediction and post-stall behaviour on a configuration used to calibrate the widely-used Valarezo method (Valarezo et Chin, 1994), namely the Lovell wing (Lovell, 1977). The algorithm is then applied for the DLR-F4 wing-body configuration at subsonic and transonic flow conditions (Levy *et al.*, 2003). Finally, the NASA common research model (Vassberg *et al.*, 2008) is used to examine prediction of the horizontal tail effects in the transonic regime.

5.2 Methodology

5.2.1 Current Algorithm

The algorithm used in this article is the loosely coupled version of the algorithm presented by Gallay et Laurendeau (2015), described here for completeness :

1. Calculate the effective angle of attack for each section using the inviscid code

$$\alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} + \alpha_{0l} - \Delta\alpha \tag{5.1}$$

2. Interpolate the sectional viscous lift at the effective angle of attack for each section

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i \Rightarrow Cl_{vi}(\alpha_e) \tag{5.2}$$

3. Calculate the angle of attack correction for each section

$$\Delta\alpha = \frac{Cl_{vi} - Cl_{inv}}{2\pi} \tag{5.3}$$

4. Update the angle of attack by the correction in the Weissinger method
5. Repeat steps 1-4 until $|Cl_{vi} - Cl_{inv}| \leq \epsilon$

ϵ being a small tolerance parameter, i.e. 10^{-5}.

The algorithm is inspired by the work of Van Dam *et al.* (2001), with some modifications. The positions of the control points of the inviscid code are placed to ensure a slope of 2π, which allow to use the same 2π slope for the computation of the effective angles of attack and the viscous corrections (equations 5.1, 5.3). Another important difference is that the viscous sectional lift properties are obtained via 2.5D RANS solutions.

The inviscid code is the finite step method developed by Weissinger but modified by Blackwell (1969), which can be compared to a Vortex Lattice Method (VLM) with only one chordwise panel. One iteration of the inviscid code provides inviscid section lift and effective angle of attack for sections along the span. For every section, the corresponding viscous lift coefficient is then interpolated at the effective angle of attack. A correction of the angle of attack is calculated based on the lift coefficient difference. Iterations are conducted until the desired convergence level is reached.

Spanwise artificial dissipation in the coupling scheme, first introduced by Chattot (2004), is not needed for any cases presented below. For swept wings, sectional data are computed using

the 2.5D RANS methodology presented by Ghasemi *et al.* (2013) unless explicitely mentioned. Note that these could have alternately be obtained, albeit less efficiently, by running a 3D RANS code with infinite swept stacked airfoils with periodic spanwise boundary conditions.

5.2.2 Drag Model

The calculation of the drag coefficient is decomposed in two parts, following the decomposition proposed by Gur *et al.* (2010) or by the equation 6.21 of Anderson (2001) : the parasite drag CD_{par} and the induced drag CD_i :

$$CD = CD_{par} + CD_i \tag{5.4}$$

Note that the parasite drag includes pressure and friction drag, profile drag due to the lift and compressibility effects, when presents. This parasite drag, which varies with the angle of attack, is extracted for each section at the effective angle of attack from the sectional data, and integrated along the wing.

$$CD_{par} = \sum \frac{Cd_{par} c \Delta b}{S}, \tag{5.5}$$

where $Cd_{par}, c, \Delta b, S$ are respectively the section drag coefficient, the section chord, the discrete spanwise integration distance and the wing area. The induced drag coefficient is obtained from the coupling algorithm results, using the following formula :

$$CD_i = \frac{CL^2}{\pi e_i \lambda} \tag{5.6}$$

where e_i is the span efficiency factor calculated using the Fourier coefficients A_n of the lift distribution within the classical lifting line theory

$$\frac{1}{e_i} = \sum_{n=1,odd} n \left(\frac{A_n}{A_1}\right)^2 \tag{5.7}$$

5.2.3 Pitching moment model

The pitching moment is computed by integration of the section pitching moments along the span : The center of pressure for every section is first computed using the section lift of the algorithm

$$x_{cp} = \frac{Cm_{c/4}}{Cl_{vi}} \tag{5.8}$$

from which the pitching moment relative to the configuration reference point is computed :

$$Cm_{x_{ref}} = (Cl_{vi}\cos(\alpha_e) + Cd_{vi}\sin(\alpha_e))\,\frac{x_{ref} + x_{cp}}{c} \tag{5.9}$$

This equation only takes into account the moment created by the componant of the force normal to the wing plane (x coordinate). The moment created by the tangential force is not calculated, assumed negligible. The 3D pitching moment is then integrated along the span and non dimensionalized using the appropriate reference values.

5.2.4 Fuselage Correction

The current algorithm does not geometrically model the fuselage, but only the lifting elements (wing or tail) outside the fuselage. The lifting surfaces are then translated to the symmetry plane. The reference area is the one used to non-dimensionalize the data, and therefore unaffected by this modelling. However its effect is accounted into the calculation of the forces and moment. Different treatments are applied regarding the different forces and moment coefficients, as detailed below.

Fuselage Lift

CFD computations were conducted using the finite volume solver NSMB (Vos *et al.*, 2002) on the DLR-F6 configuration, at different Mach numbers and angles of attack, to enable extraction of a semi-empirical correlation. The lift coefficient was computed separately for the fuselage and the wing, and the ratio between them was calculated. Results are presented in Table 5.1.

Tableau 5.1 Lift due to fuselage, DLR-F6

Mach Number[-]	Angle of Attack [deg]	CL_{fus}/CL_{wing} [%]
0.3	-3.0	14.04
	0.0	17.08
	1.5	17.36
0.75	-3.0	17.62
	0.0	17.47
	1.5	17.53

The ratio of fuselage lift to wing lift is varying between 14% and 18% for the studied cases. A constant ratio ξ is then used for all calculations with fuselage, such that the total lift can be expressed as :

$$CL_{tot} = CL_{wing} + CL_{fus} = CL_{wing} \cdot (1 + \xi) \tag{5.10}$$

Fuselage Drag

The drag due to the fuselage is taken into account for both induced drag and zero lift drag. The fuselage zero lift drag is estimated based on the work performed by Gur *et al.* (2010) and is kept constant.

The contribution of the fuselage to the induced drag is considered on the calculation of the span efficiency factor. The spanwise lift distribution of the fuselage can be approximate by a quadratic function, as presented by Multhopp (1942). Two cases are presented by Multhopp, a mid-wing configuration, where the lift circulation is clearly influenced by the fuselage close to the root, and a low-wing configuration, where the influence of the fuselage on the lift circulation of the wing can be neglected. This second case will be considered in the present model. A parametric study was conducted, modeling the fuselage lift as as constant, linear or quadratic function over the discretized points, as presented in figure 5.2. For the quadratic model, three conditions are required to define the curve. i) The curve has a zero slope at the symmetry plane, ii) matches the lift distribution of the wing at the wing/fuselage intersection, and iii) the same factor $\xi \cdot CL_{wing}$ is used for the lift due to the fuselage, i.e. the integral of the circulation in the fuselage region, which is equivalent to the area under the curve from the symmetry plane to the wing/fuselage intersection. Concerning the linear model, the same two last conditions are used, while for the constant approximation, only the last of the three conditions is used.

Results on the DLR-F4 configuration are presented on figure 5.3, representing the induced drag of the configuration. Differences from the different extrapolations are within 4%, as represented in table 5.2, where the induced drag factor and the induced drag are compared at $CL = 0.5$. A constant extrapolation of the fuselage lift circulation is used for the rest of the study. The last line of the table is an estimation of the Oswald factor based on all the CFD datasets performed for the first AIAA drag prediction workshop and regrouped by Levy *et al.* (2003), assuming a constant CD_0. This estimated factor contains the effects of all the components of the drag due to the lift, which is slightly different than our coefficient which considers only the induced drag. It is thus expected that the associated span efficiency factor be slighlty lower than the one obtained with our definition, which is the case here.

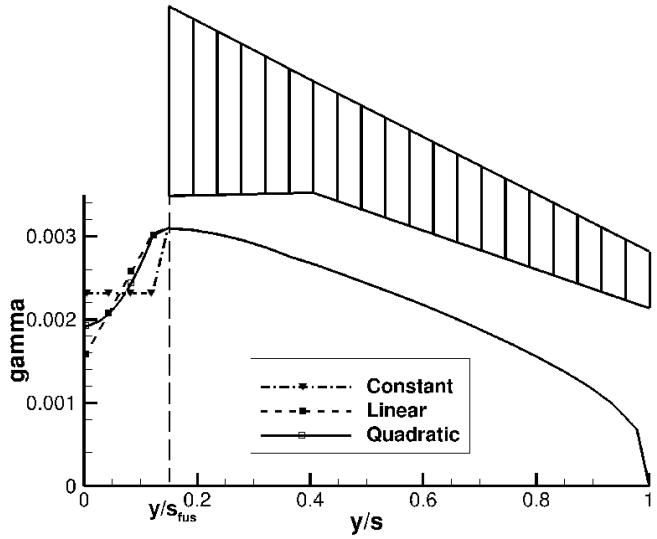


Figure 5.2 modeling of the fuselage for the lift distribution

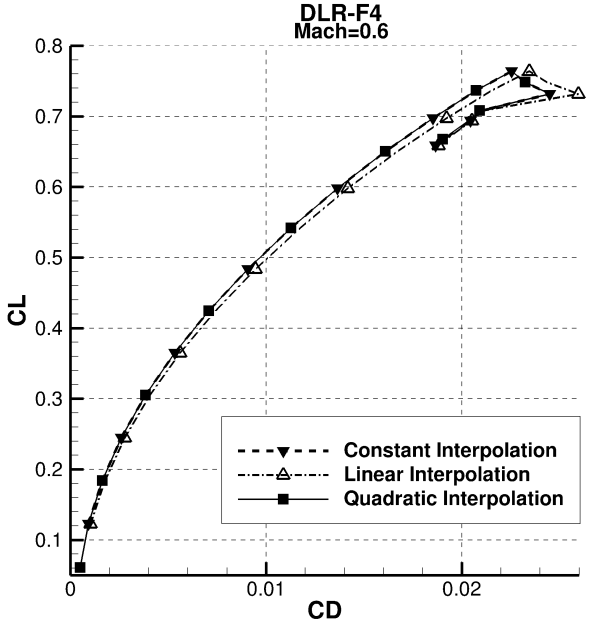


Figure 5.3 Effect of fuselage modelling on drag of DLR-F4 at Mach=0.6

Tableau 5.2 Induced Drag coefficient and span efficiency factor, DLR-F4, Mach=0.6, CL=0.5

Extrapolation	CD_i [d.c]	e_i
Constant	96.68	0.8677
Linear	100.83	0.8320
Quadratic	96.66	0.8679
CFD mean (Levy *et al.*, 2003)	-	0.8308

Fuselage Pitching moment

The pitching moment due to the fuselage is computed using Munk's theory formulated by Torenbeek (1982) :

$$Cm_{fus} = -1.8\left(1 - \frac{2.5 \cdot b_{fus}}{l_{fus}}\right) \cdot \frac{\pi \cdot b_{fus} \cdot h_{fus} \cdot l_{fus}}{4 \cdot S \cdot \bar{c}} \cdot \frac{CL_{\alpha_f=0}}{CL_{\alpha v}} \tag{5.11}$$

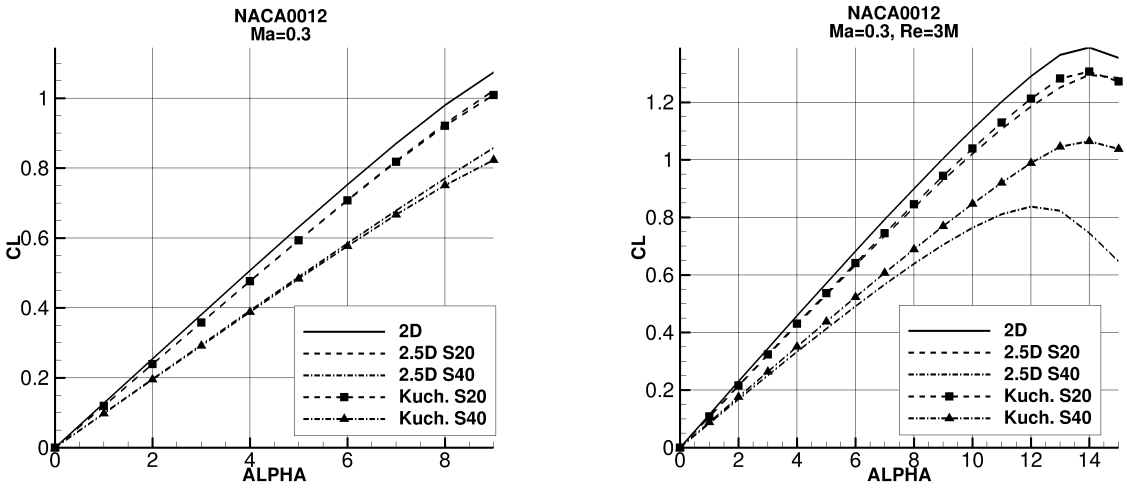
This equation gives a constant pitching moment coefficient as function of angle of attack, based on geometrical parameters of the fuselage, but requires the slope of the lift coefficient curve and the lift coefficient at zero fuselage angle of attack. The pitching moment fuselage contribution is then performed during post processing treatment, and added to the integrated sectional pitching moment along the wing.

5.3 Verification and Validation

5.3.1 Baseline 2D/2.5D RANS solver

The section data are obtained using the finite volume Reynolds Averaged Navier-Stokes research code NSCODE developed at Ecole Polytechnique de Montréal (Pigeon *et al.*, 2014). NSCODE code was verified and validated in the work of Pigeon *et al.* (2014), with some conclusions reproduced here. Tests were conducted on a NACA0012 profile. Mesh sensitivity shows that the results for a typical 256×128 grid vary by 10^{-3} compared to the continuum estimates of the forces. Moreover, NSCODE was compared to several CFD codes, and shows similar convergence order for the forces as Overflow or CFL3Dv6 for both subsonic and transonic solutions. The figure 5.4 presents a comparison of the 2.5D method presented by Ghasemi *et al.* (2013) with the method of Küchemann (1978), for inviscid and turbulent flows, for a NACA0012 at $Ma = 0.3$, $Re = 3 \cdot 10^6$ and sweep angles of 20° and 40°. For the inviscid computations, the Küchemann method gives the same results as the 2.5D implementation. However, for the viscous computations, the Küchemann correction does not reproduce the

infinite swept wing results, obtained with the current 2.5D method, specially in the pre/post stall region. More details on the implementation of the method and results are presented by Ghasemi *et al.* (2013), notably validation on the analytical Falkner-Skan-Cooke solution over a swept cylinder and surface pressure distribution over a $0, 30$ and $50°$ swept ONERAD wing.



(a) Inviscid Computation

(b) Spalart-Allmaras model

Figure 5.4 Comparaison of 2.5D implementation with the Küchemann method

For the rest of this article, unless explicitly mentioned, section data are computed using a typical 256×128 grids using the Spalart Allmaras turbulence model to provide viscous characteristics. Simulation residuals are converged to an order of magnitude of 10^{-6}, except for post stall angle simulations, where it is impossible to capture a steady solution. For these conditions, an average on at least 5 periods of oscillatory cycles are used to computed the forces and moment coefficients.

It is known (Spalart, 2014) that averaging oscillatory aerodynamic coefficients of non-converged RANS solutions is inaccurate. However, solutions of URANS with appropriate turbulence models are outside the scope of a preliminary design framework. The averaging procedure was used to report non-converged oscillatory solutions in the AIAA second High Lift Workshop (Rumsey et Slotnick, 2014), and is used in the present work.

5.3.2 Chimera Method

The high lift configuration section data are computed using the chimera method implemented in NSCODE and thoroughly validated by Levesque *et al.* (2015). Figure 5.5 represents the overlapped mesh for a configuration with a flap.

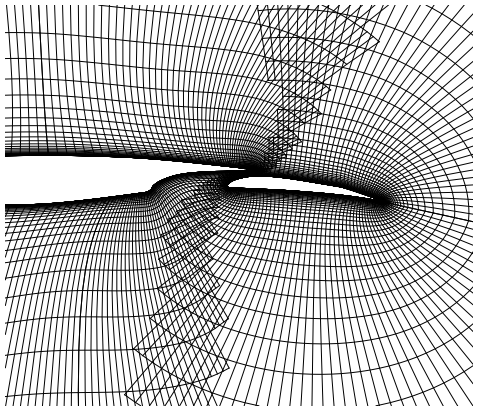


Figure 5.5 Overlapped mesh for high lift configuration

The modelling of the high lift surfaces is implemented in the vortex step method, as presented in figure 5.6. Every wing element is modelled as a lifting surface with one panel along its chord, using the same spanwise panel distribution for all the elements. The lift distribution Γ is calculated for every panel using one linear system. The lift distributions are then re-grouped into chordwise strips to calculate the lift coefficient and the effective angle of attack distribution used in the coupling algorithm. The same angle of attack correction is therefore used for every element of a chordwise strip.

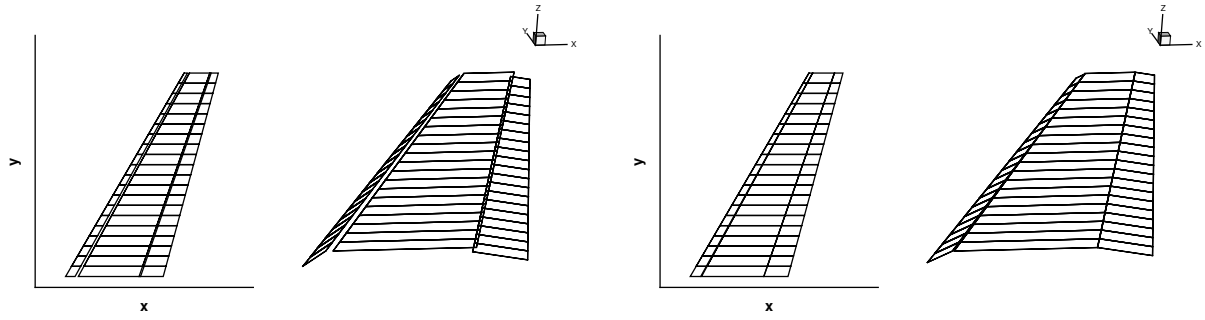


Figure 5.6 Multi surfaces mesh for the inviscid code, with gap (*left*) our without gap (*right*) between the elements

Since the vortex step method does not numerically evaluate the Biot-Savart law but rather uses analytical formulations to compute the effects of the vortices and their wakes on the control points, only the positions of the bound vortices and the control points are needed. Hence there is no need to pay attention to the interactions of the wake of the slat with the bound circulation of the main element or the wake of the main element interacting with the

flap, since the wake interactions law is already included in the analytical expressions.

5.4 Test Cases

To present the capabilities of the method, four configurations have been computed using the coupling algorithm. The two first configurations, without fuselage, are the DPW-W2 isolated wing from the third drag prediction workshop (Morrison et Hemsch, 2007) at transonic conditions and the multi elements wing used by Lovell (1977) with flap and/or slat extended. The two last configurations are the DLR-F4 model (Levy *et al.*, 2003) from the first drag prediction workshop at subsonic and transonic flow, and the Common Research Model (CRM) (Vassberg *et al.*, 2008) transonic wing-body-tail configuration used in the fourth drag prediction workshop.

5.4.1 DPW2 Wing Alone

The DPW-W2 wing-alone model is computed at transonic conditions ($Ma = 0.76$, $Re = 5{\cdot}10^6$ based on $c_{ref} = 197.56mm$). The isolated wing has an aspect ratio of $\lambda = 7.96$, a span of $b = 1524mm$ and a quarter chord sweep angle of $\Lambda_{c/4} = 15°$. One of the objectives of the prediction workshop was to find the pressure distribution along the wing at $\alpha = 0.5°$. Here, 2.5D section data have been constructed using NSCODE at 8 spanwise stations. Simulation using the coupling algorithm have been conducted at this angle of attack, providing the effective angle of attack for each section along the span. Thereafter, 2.5D simulations have been re-conducted using NSCODE at these particular effective angles of attack to calculate the pressure coefficients, although interpolation of the pressure distributions could have been used.

The results, presented on figure 5.7, are in excellent agreement with CFD results for the entire lower surface and post-shock upper surface regions. The upper surface results display some discrepancies when compared to the experimental data since shock waves are present and thus much more difficult to predict. The root and tip discrepancy can be attributed to the symmetry and wing tip effects that should be taken into account in the calculations of the swept section data.

At $\eta = 68$ % of the wing, the shock becomes smaller and is not well captured by the coupling algorithm, which predicts a double shock. The sweep angle used in the 2.5D section data has been chosen as the geometric sweep angle, assuming that the shock is aligned to the wing. In cases where wing characteristics are already known, calculating the section data using the actual shock angle will allow a better agreement with the CFD data. To validate the model,

we adapt the sweep angle to the shock angle for this section by analyzing the 3D CFD results from Boeing (Sclafani *et al.*, 2008). Moreover, we adapt the effective angle of attack by comparing the lift distribution of the coupling algorithm and the 3D CFD results which differs by 0.25 degrees. Results are presented on figure 5.8. The upper surface leading edge acceleration followed by a near-constant plateau is well captured. The double shock system disappears, leaving an overpredicted single shock. A further examination of the effect of turbulence model on the shock wave predictions is shown on figure 5.8, where computations in NSCODE (Mosahebi et Laurendeau, 2015) were made with the Spalart Allmaras (SA) (Spalart et Allmaras, 1992), Menter Shear Stress Transport ($\kappa-\omega$-SST) (Menter, 1994), and transitional $\gamma-\tilde{R}e_{\theta t}$ ($\kappa-\omega-\gamma-\tilde{R}e_{\theta t}$) (Menter *et al.*, 2006) turbulent models. All three models overpredict the shock, and further studies are needed to examine in more details the reasons for this discrepancy, notably a mesh sensitivity study as there can be significant differences between the mesh resolutions used. It is reasonable to assume that during a preliminary design process, the shock angle is considered as equal to the geometric sweep angle.

Several angles of attack have been calculated to provide force and moment coefficients curves, presented in figure 5.9. The lift versus angle of attack, lift versus drag and pitching moment versus angle of attack curves calculated with the coupling method are compared with CFD data computed by Sclafani *et al.* (2007). The lift and the drag predictions are close to the high fidelity results. The lift curve behaviour is well captured, and the drag prediction method gives results commensurate with preliminary design estimates. Note that the method requires no empirical tuning, as opposed to the need to select an appropriate Korn factor (for instance with the work of Gur *et al.* (2010)).

Concerning the pitching moment curve, the form of the curve is similar to the CFD results, showing the same longitudinal stability behaviour, but shifted of $\Delta Cm = 0.02$. However, the shift is of the order of magnitude of the spread of the pitching moment coefficient observed by different high-fidelity CFD codes (Rumsey *et al.*, 1997; Sclafani *et al.*, 2008). In fact, preliminary aircraft design needs not predict actual flow details but rather overall aircraft performance metrics (lift, drag, ...) that can be designed in a downstream detailed design phase (Piperni *et al.*, 2013).

5.4.2 Lovell Wing

The isolated multi element wing presented by Lovell (1977) has been analyzed in three different configurations. A first configuration with the flap at 10° of incidence, a second with the slat extended at 25° of incidence, and a third configuration with both slat and flap extended at the same angles. All calculations are performed at $Ma = 0.22$, $Re = 1.35 \cdot$

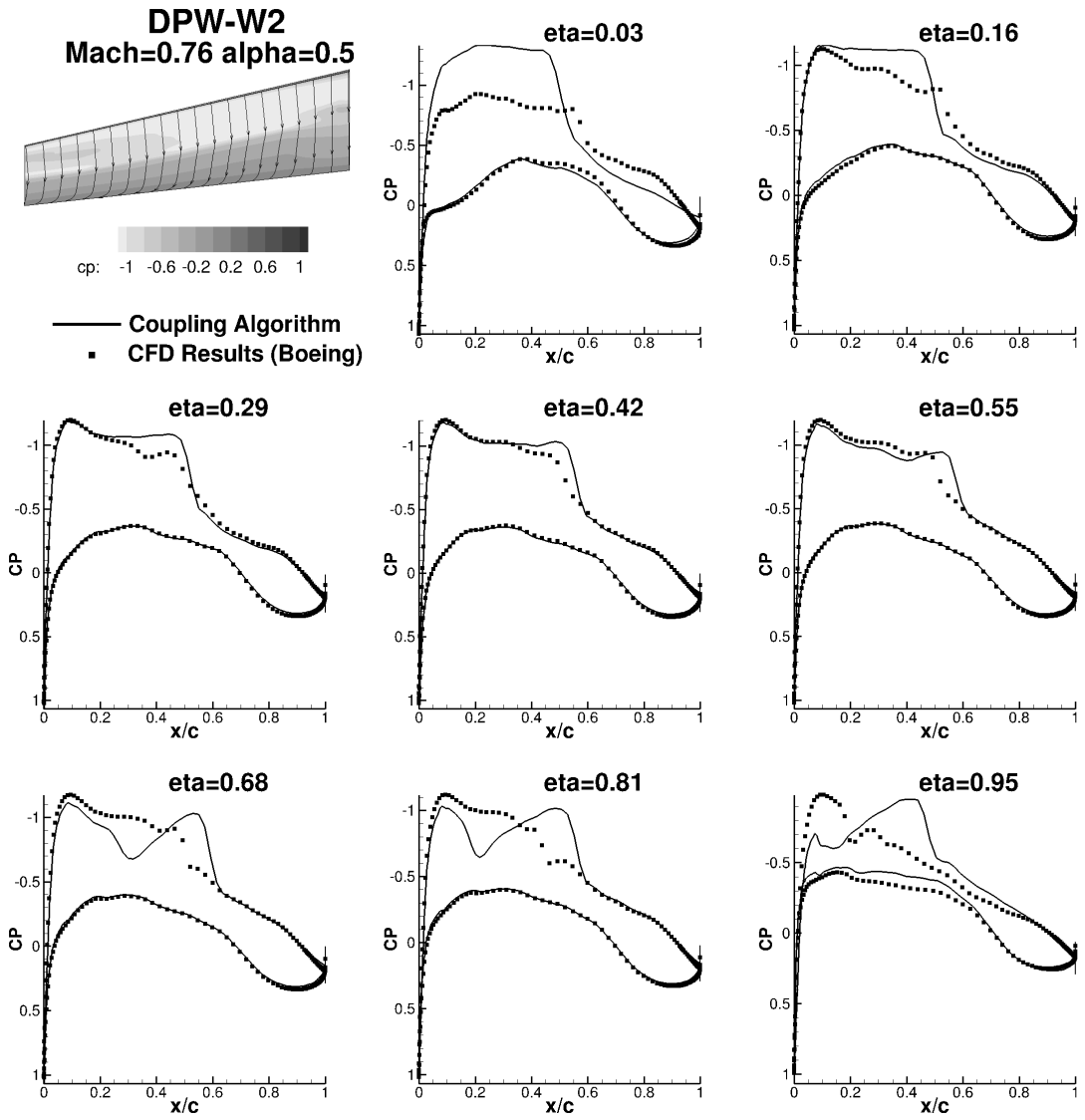


Figure 5.7 DPW-W2 forces and moment coefficients

10^6, based on $c_{ref} = 0.2572m$. This configuration is historically important as it served as calibration in the semi-empirical CL_{max} prediction method of Valarezo et Chin (1994).

Different inviscid models were tested. The wing without the control surfaces but using an extended chord is referred in the next figures as "clean". When modelling the high lift surfaces, two models have been used, one modelling the gap between the lifting elements, and the other without the gap between the main wing and the flap or slat. The span, reference area and aspect ratio of the wing are respectively $b = 2.148m$, $S_{ref} = 0.5523m^2$ and $\lambda = 8.35$. The sweep angle of the clean geometry is $\Lambda_{c/4} = 28°$ and the wing has a taper ratio of 0.35. The slat and the flap represent respectively 16% and 34% of the local chord along the entire span.

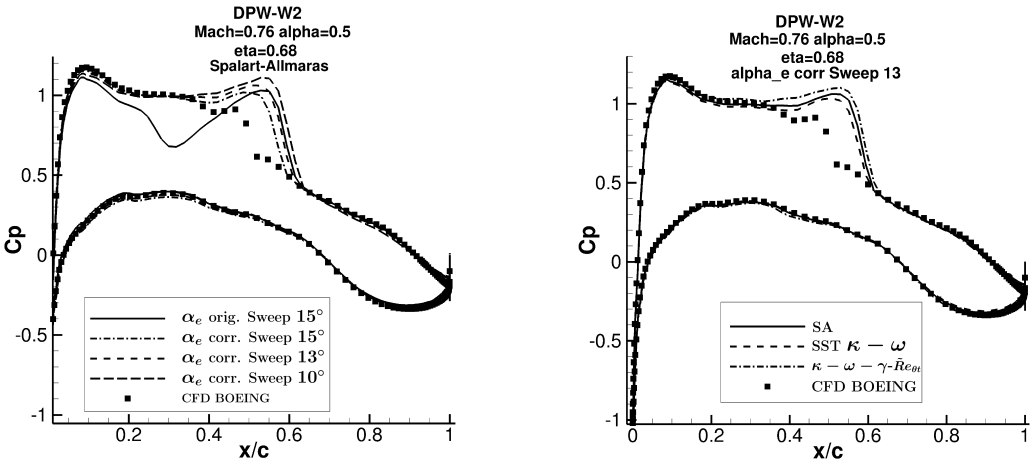


Figure 5.8 DPW-W2 Section 7 Pressure coefficient with adjusted effective angle of attack and sweep angle

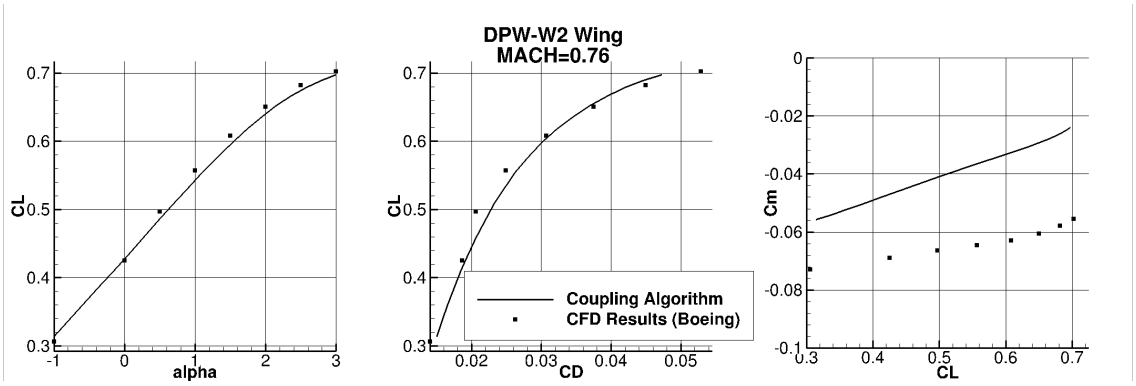


Figure 5.9 DPW-W2 forces and moment coefficients

Figure 5.6 represents the geometry of the wing with the flap and the slat deflected of 25 and 10 degrees, respectively.

two elements : main-flap

The first configuration has the flap extended at 10° of incidence. Figure 5.10 shows the forces and moment coefficients for the different inviscid models, compared to wind tunnel data. The linear method is also presented on the left graph, in dashed curve. It is logical that, when the wing is modelled without the flap, the lift is zero at zero angle of attack since the camber is not modelled (but present in the 2.5D RANS model). When modelling the flap, the linear vortex step model is close to viscous data, providing a non-zero zero lift angle. Since the coupling algorithm will correct the angle based on the difference between the viscous and

inviscid lift, the different models will give the same results, when the appropriate angle α_{0l} in equation 5.1 is used.

The models with the control surfaces require the zero lift angle for every spanwise panel. The inviscid code can be directly used prior to the coupling calculation to provide theses angles, or they can be computed using thin airfoil theory (Anderson, 2001). Tests have been conducted, showing similar results for both methods. For the rest of the article, the section zero-lift angle are calculated using the inviscid vortex step method prior to any coupling calculations.

The lift coefficient versus angle of attack curve shows good agreements with the wind tunnel data for all the inviscid models. The linear regime is correctly predicted, but the maximum lift coefficient is slightly overestimated. The choice of a different turbulence model can change the results in the stall propagation, and is not investigated here. As visible in the Lift curve, the slope of the curve does not reflect the slope of the experimental 3D curve when using the 2D sectional database. The slope is higher than the slope of the inviscid model. This can be explained by the fact than the inviscid model provides sectional slopes of exactly 2π, while the sectional viscous data, due to the thickness of the profiles, can have greater slopes, as indicated in section 7.13 of Milne-Thomson (1966). The reduction of the slope of the lift curve due to the sweep effect is clearly visible in that case. The stall is also predicted at higher angle of attack. The drag prediction shows good agreement with the experimental results in the linear lift regime. Discrepancies at high lift angles are linked to the inaccurate prediction of the stall angle. The pitching moment coefficient is well predicted, the shape of the curve representing the appropriate longitudinal stability characteristics (i.e. pitch up stall). The drag polar curve using the 2D sectional database does not show particular differences compared to the 2.5D results, except in the stall region. The difference is more important on the pitching moment curve, where the overshoot of the lift coefficient is visible.

Figure 5.11 represents the lift circulation along the span for multiple angles of attack. A comparison between the single surface model and the multi element wing with gap is presented. The stall occurs at slightly lower angle of attack for the multi-element model than the single one, but the stall mechanism is the same, occurring at approximately 75% of the span and propagating both inboard and slightly outboard. The stall propagation is also visible on the flap.

two elements : slat-main

The second configuration examined is the wing with 25° of slat deflection and no flap angle. The maximum lift coefficient, presented on figure 5.12, is underestimated for this case, and the

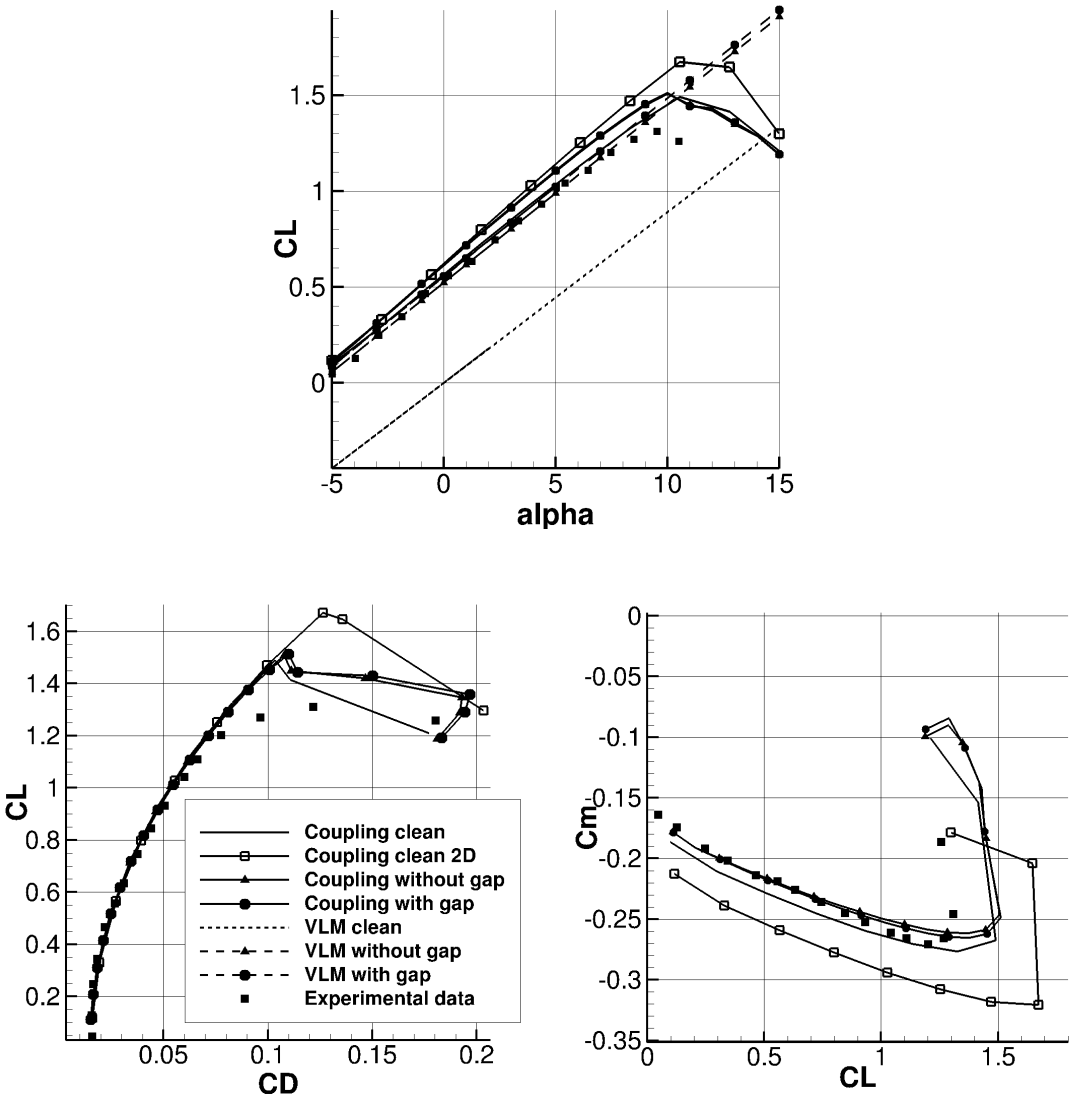


Figure 5.10 Lovell Wing flap 10° forces and moment coefficients

same reasons than for the previous case can be used to explain the differences. Concerning the drag coefficients, since the lift is underestimated for high angles of attack, the drag coefficient is then over-predicted at same lift coefficient due to early stall. The pitching moment is overestimated but the slope and the behaviour of the curve remain qualitatively similar to the wind tunnel data measurements. The same conclusions than the previous case can be made when comparing the use of the 2D sectional database. The lift curve, and especially stall, is not well predicted and this also shows in terms of disagreements in the drag and pitching moment predictions. The relatively good agreement between the experimental data and the coupling with the use of the 2D database is fortuitous.

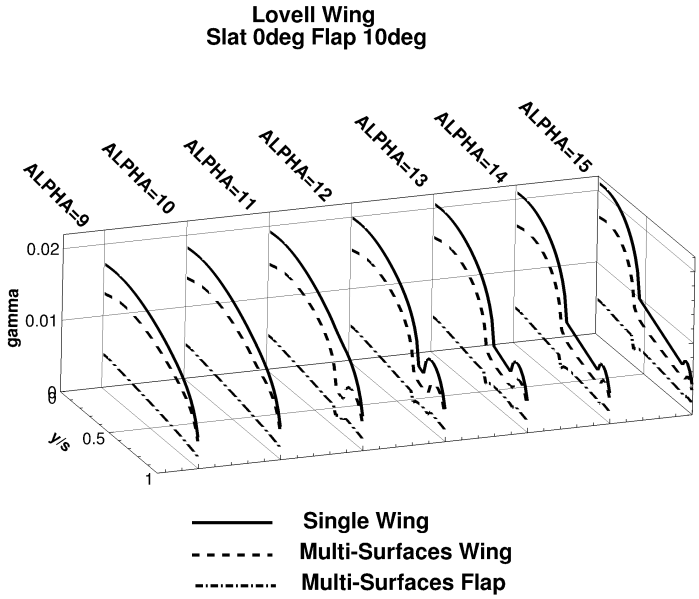


Figure 5.11 Lovell Wing flap 10° Lift distribution

An important point to discuss is the bump in the three coefficients curves at approximately $\alpha = 10\ deg$, $CL = 0.6$, which is clearly visible in the pitching moment versus angle of attack wind tunnel curve. It is slightly visible in the drag versus lift angle of attack, but not visible in the experimental data of the lift coefficient. The coupling procedure, on the other side, captures the bump in the lift curve. When inspecting the section solution around this bump, it can be associated to a trailing edge stall on the main element of the wing (figure 5.13).

Trying to reproduce this experimental behaviour, complementary CFD computations on a single section in the middle of the wing have been conducted on different grids and with different turbulence models. The lift coefficients are represented on figure 5.14. The $k - \omega$ turbulence model shows an increase of the maximum lift coefficient compared to the Spalart-Allmaras scheme, indicating a strong dependence of the stall prediction to turbulence modelisation. The bump is more important with the $k - \omega$ scheme and seems to become smaller with grid refinement, for both turbulence models. The maximum lift is also increased with finer grids, which indicate that the results will be closer to experimental data with more refinement. Other phenomena, such as boundary layer transition, could be at the origin of the discrepancy. Notwithstanding these discrepancies that would also plague 3D RANS solutions, the present model shows how it can capture such non-linear effects in an efficient manner.

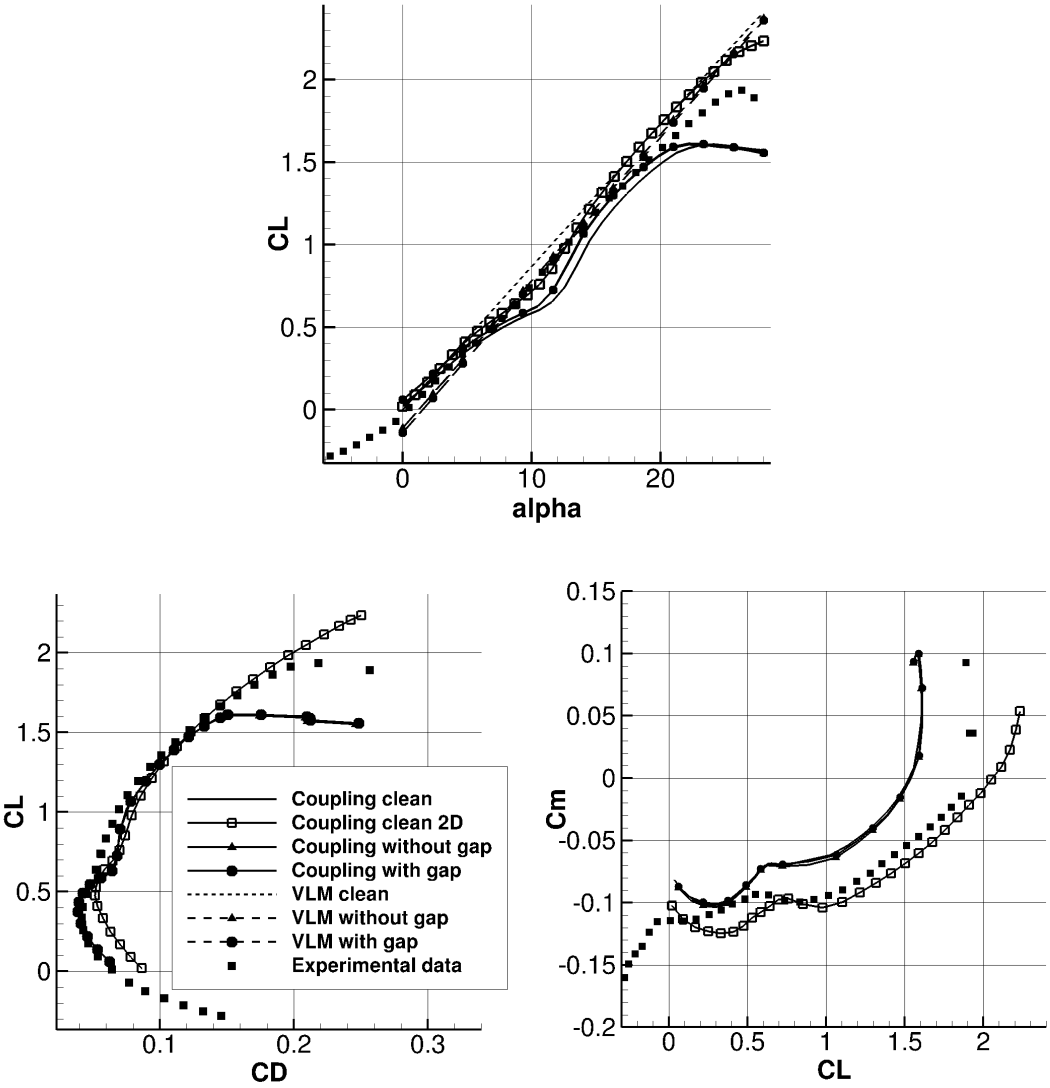


Figure 5.12 Lovell Wing slat 25° forces and moment coefficients

The stall pattern, presented on figure 5.15 are similar to the previous results. No important difference is shown when modelling either only the single element wing or the slat and the wing. The stall occurs for both models at the same spanwise position and propagates along the wing. The stall is also visible on the slat, and appears to be more significant than the wing stall.

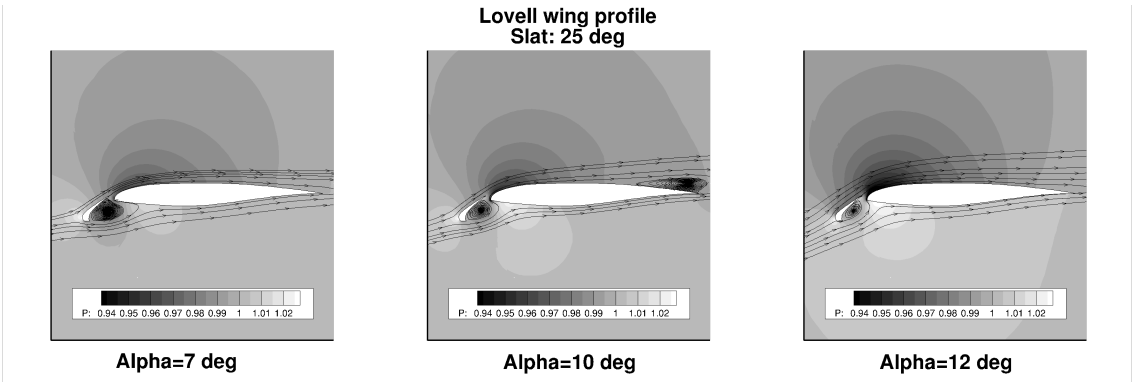


Figure 5.13 Lovell Wing slat 25° trailing edge stall

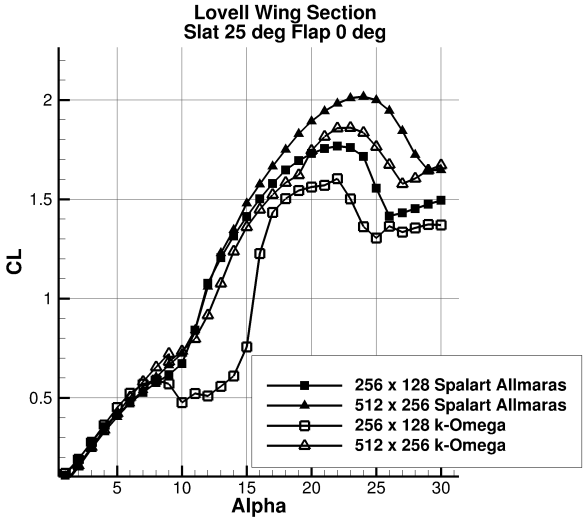


Figure 5.14 Lovell Wing slat 25° different mesh sizes and turbulence models

three elements : slat-main-flap

The last studied configuration without fuselage, with both the slat and the flap deflected, confirms the conclusions of the two previous cases. The maximum lift coefficient is again underestimated, leading to an over-prediction of the drag at high lift coefficient. The pitching moment curve still reproduces the behaviour of the wind tunnel data curve, but a constant shift remains present. Again, the match with the use of 2D sectional database is fortuitous : as the lift coefficient is overestimated, so is the negative pitching moment.

At low angles of attack, the forces are not linear and differ from the experimental data, as visible in the lift coefficient curve, and slightly in the drag polar curve. It appears that the section data capture an inverse stall at very low angles of attack that are not captured in the

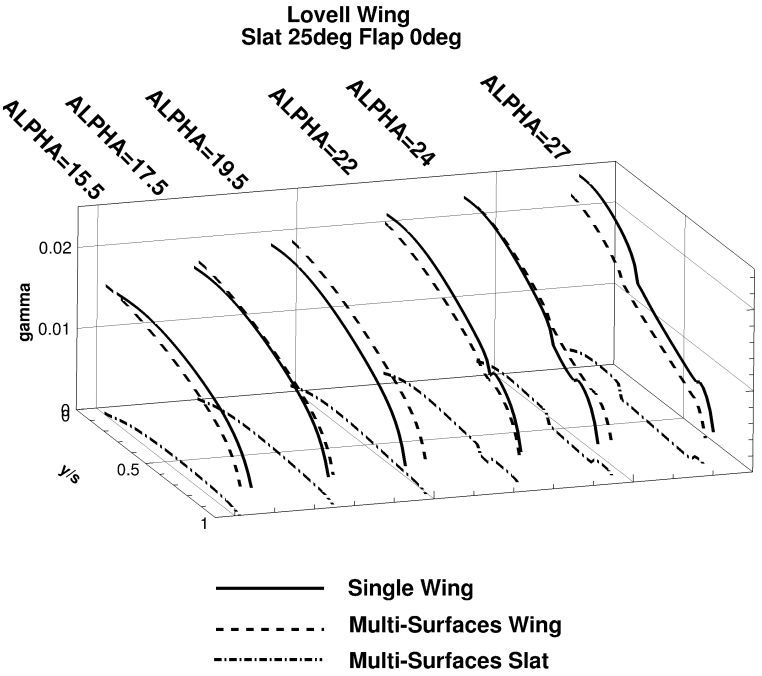


Figure 5.15 Lovell Wing slat 25° lift distribution

wind tunnel 3D data.

The stall propagation presented on figure 5.17 shows stall cells pattern already studied by various authors (Spalart, 2014; Gallay et Laurendeau, 2015; Broeren et Bragg, 2001)) for both models with single wing modelisation and multi surfaces modelling.

5.4.3 DLR-F4

The DLR-F4 configuration, from the first prediction workshop (Levy *et al.*, 2003), is now examined at $Ma = 0.6$ and $Ma = 0.75$, $Re = 3 \cdot 10^6$ based on $c_{ref} = 141.2mm$). The DLR-F4 configuration wing has an aspect ratio $\lambda = 9.5$ and a span of $b = 1171.29mm$. The yehudi break is located at $235.05mm$. The quarter chord sweep before the break is $\Lambda^1_{c/4} = 21°$ and $\Lambda^2_{c/4} = 25°$ in the second part of the wing. The reference area is $S_{ref} = 0.1454m^2$. One of the objectives of the prediction workshop was to find the angle of attack corresponding to a lift coefficient $CL = 0.5$. The same procedure presented in section 5.4.1 has been used on this case, at the angle of attack matching the lift condition.

Figure 5.18 presents the results for seven sections along the span at $Mach = 0.6$. Comparison is made using the experimental data from NLR (Levy *et al.*, 2003), and the effect of sweep

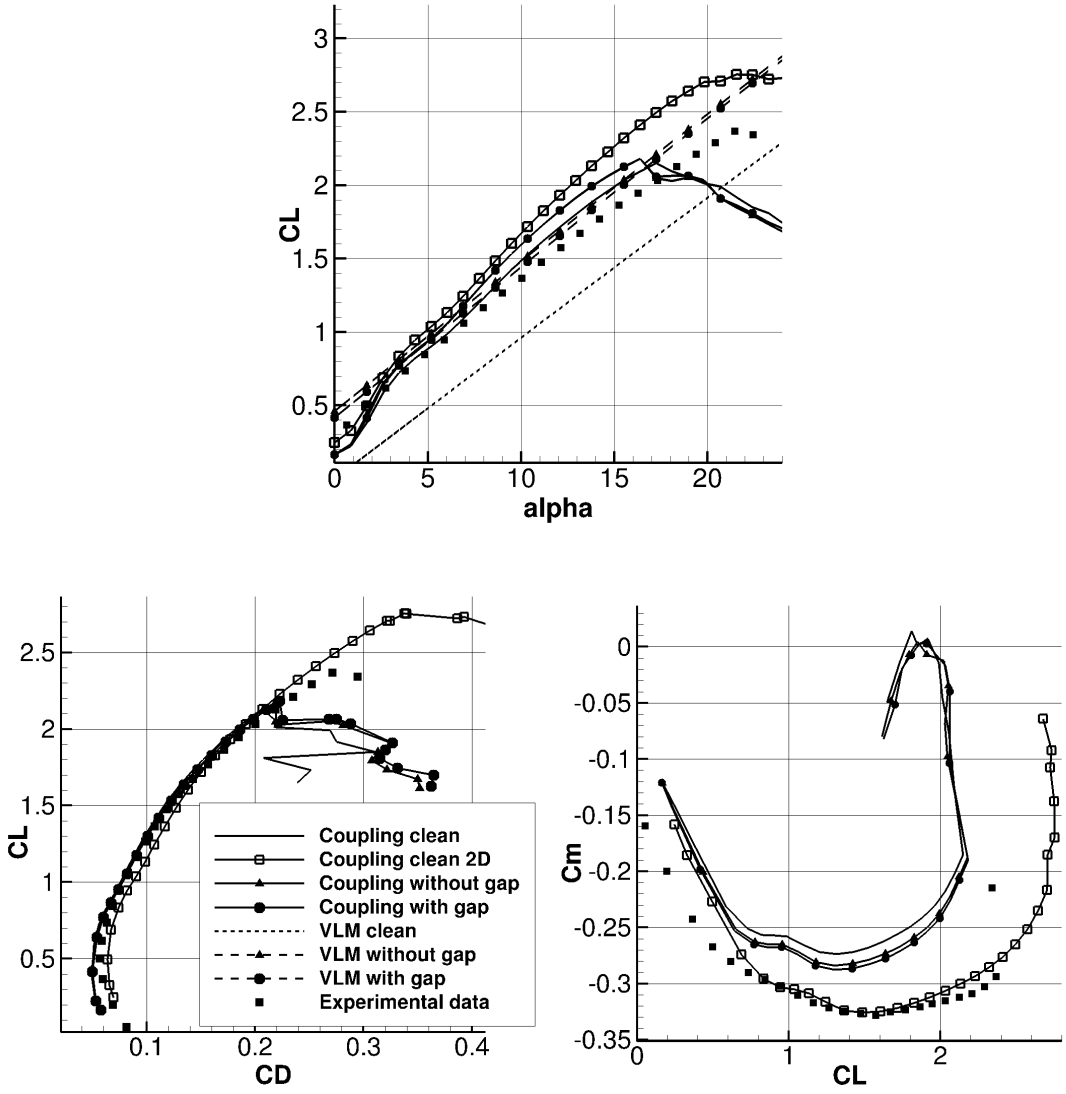


Figure 5.16 Lovell Wing slat 25° flap 10° forces and moment coefficients

within the RANS model is examined. The 2.5D viscous section data give good results for all sections, except only on the upper surface close to the fuselage ($\eta = 0.0672$) where the pressure coefficients are over-predicted. This is probably due to the symmetry and fuselage effects, ignored here. The 2D data overestimate the pressure peak at the leading edge on all stations, whereas the 2.5D data appear more in line with the experiments. This can be explained by the fact that 2D data model stagnation points, whereas 2.5D data capture attachment lines via the cross flow equation. The 2.5D model shows constantly better predictions than the 2D model on all lower surface pressures.

Lift, drag and pitching moment coefficient are presented in figure 5.19. The fuselage correction

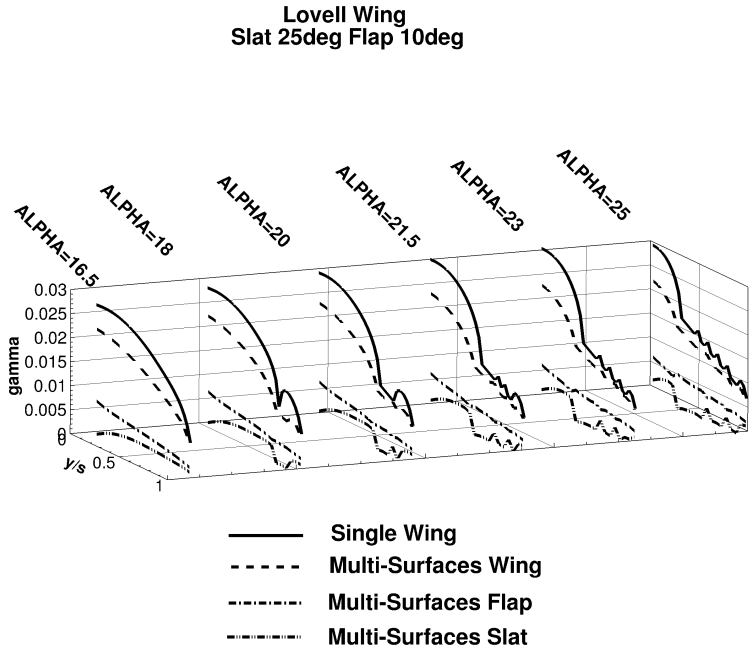


Figure 5.17 Lovell Wing slat 25° flap 10° lift distribution

presented before is used for both lift and drag coefficient. The fuselage drag is fixed to $CD_{0,fus} = 0.0090$, according to different drag estimation models (Gur *et al.*, 2010). The post stall behaviour is qualitatively captured with the algorithm.

The drag prediction model give suitable results within the framework of a preliminary design study. The model developed by Gur et al. is also presented, with an empirical Korn's factor set to $\kappa = 0.95$. Their drag model gives accurate prediction at small lift coefficients, but since their lift model is linear, the stall and then the drag coefficient at higher lift coefficient is not captured, and the Korn factor needs to be estimated and requires the prior knowledge of the solution, as already mentioned. The present algorithm qualitatively predicts the behaviour of the pitching moment curve, with a slight shift in absolute values of 0.02.

At transonic flow conditions (figure 5.20), the predictions are much improved using the 2.5D model compared to the 2D one, especially on the outboard region of the wing where the infinite swept wing hypothesis holds. As for the previous flow condition, the shock is not well captured in the region close to the fuselage. Note also the improvement at all stations in the wing lower cove region.

Aerodynamic coefficients are well predicted using the model (figure 5.21). The maximum lift

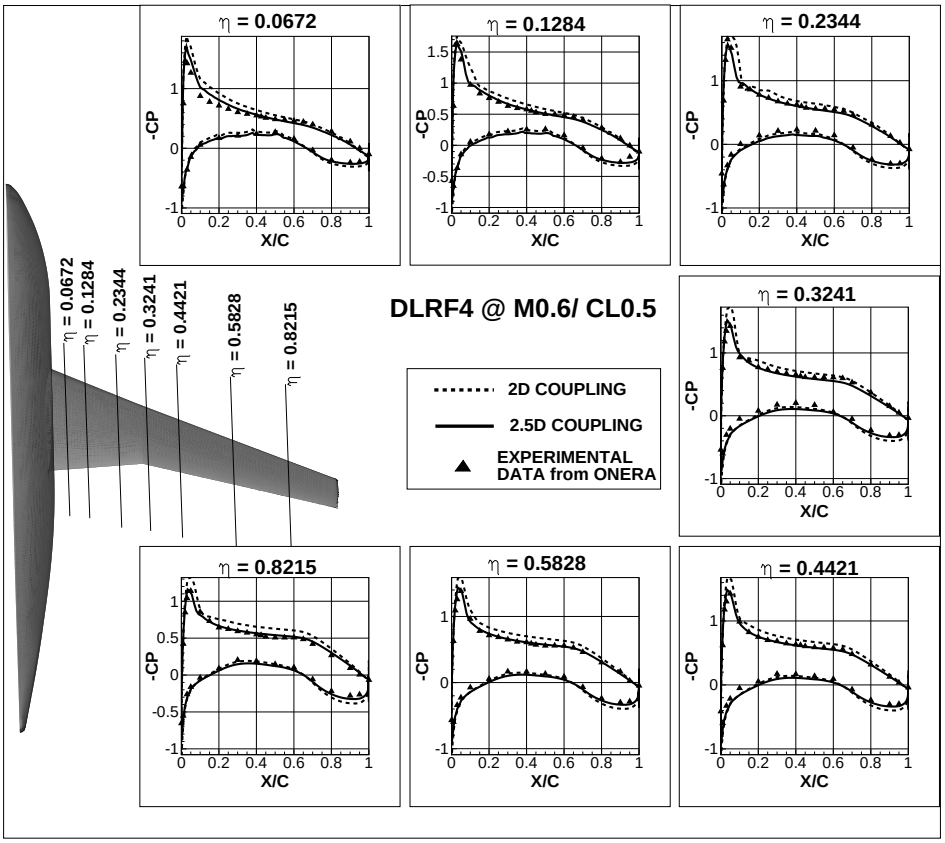


Figure 5.18 DLR-F4 Pressure coefficient at $Mach = 0.6$, $CL = 0.5$

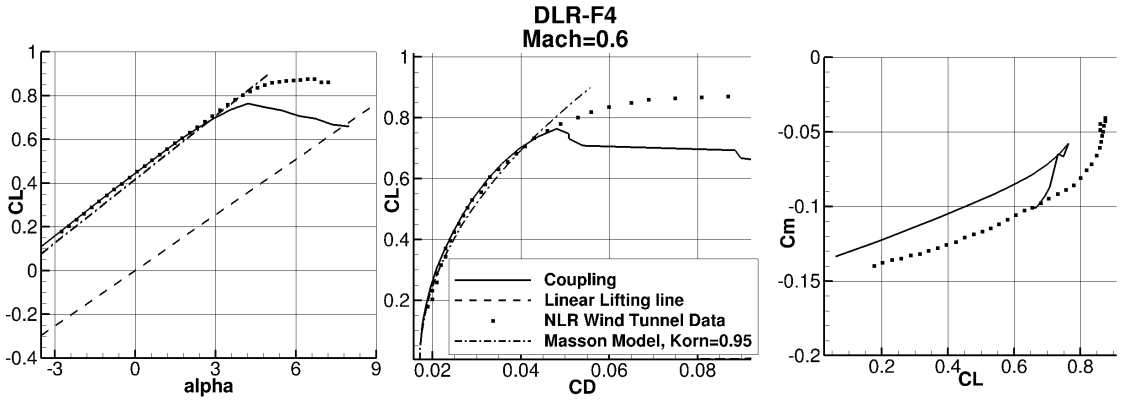


Figure 5.19 DLR-F4 aerodynamic coefficients at $Mach = 0.6$

coefficient is overestimated, which translate to the same conclusion on the drag curve. The model of Gur et al. is also presented for comparison. Two values of the empirical Korn factors are tested, and demonstrate the limitation of their model in this transonic case. Their model can either effectively predict the drag coefficient at small lift coefficients but overestimate

the drag at higher lift, or capture the drag polar curve behaviour at high lift coefficients but suffer from a lack of precision at low lift coefficients.

This transonic case with fuselage show all the potential of the presented method. Without any empirical or arbitrary parameter, the method is able to predict the pressure coefficient along the wing and the aerodynamic forces with accuracy. The drag coefficient, in particular, is more accurately predicted by the model than with the Mason's model. In the purpose of comparison, table 5.3 shows the different methods or models used by the MDO environment developed by Henderson *et al.* (2012) and by the proposed method to compute the different drag components and the CL_{max}. As already mentioned, every coefficient is extracted from the sectional viscous database, with an exception for the fuselage zero lift drag. The pitching moment curve of this transonic flow configuration is well predicted in the linear lift regime, with an offset of the same magnitude as the previous subsonic test cases. Unfortunately, the pitch-up behaviour at stall is not predicted. More studies are required to understand the sources of these discrepancies. In particular, the effect of turbulence modelling as well as aeroelastic effects which are important at such lift conditions should be investigated.

Tableau 5.3 Drag Model Comparison

	Henderson et al.	Proposed model
CD_i	Panel Method	NLLT
CD_0	components build up	fuselage : build up wing : NS directly
CD_w	Gur *et al.* (2010)	NS directly
CL_{max}	ESDU	NS directly

5.4.4 Common Research Model

The Common Research Model (Vassberg *et al.*, 2008) wing-tail configuration, developed by NASA and studied in the fourth drag workshop framework (DPW4), have been computed at $Mach = 0.85$, $Re = 5 \cdot 10^6$, based on $c_{ref} = 275.8in$. Pressure coefficients along the wing and on the horizontal tail are presented on figure 5.23 and figure 5.24. The wing and the tail have a geometric sweep of respectively $\Lambda_{c/4,wing} = 35°$ and $\Lambda_{c/4,tail} = 37°$, as shown in figure 5.22. The wing aspect ratio and span are $\lambda_{wing} = 9$ and $b_{wing} = 2313.5in$. The yehudi break occurs at 37% of the wing span. The aspect ratio and span of the horizontal tail are respectively $\lambda_{tail} = 4.9$ and $b_{tail} = 840in$. The reference area of the configuration is $S_{ref} = 594720in^2$.

When analyzing the 3D CFD results, for example the pressure distribution along the wing (Vassberg *et al.*, 2008), it appears than the shock sweep angle on the wing is not the same as

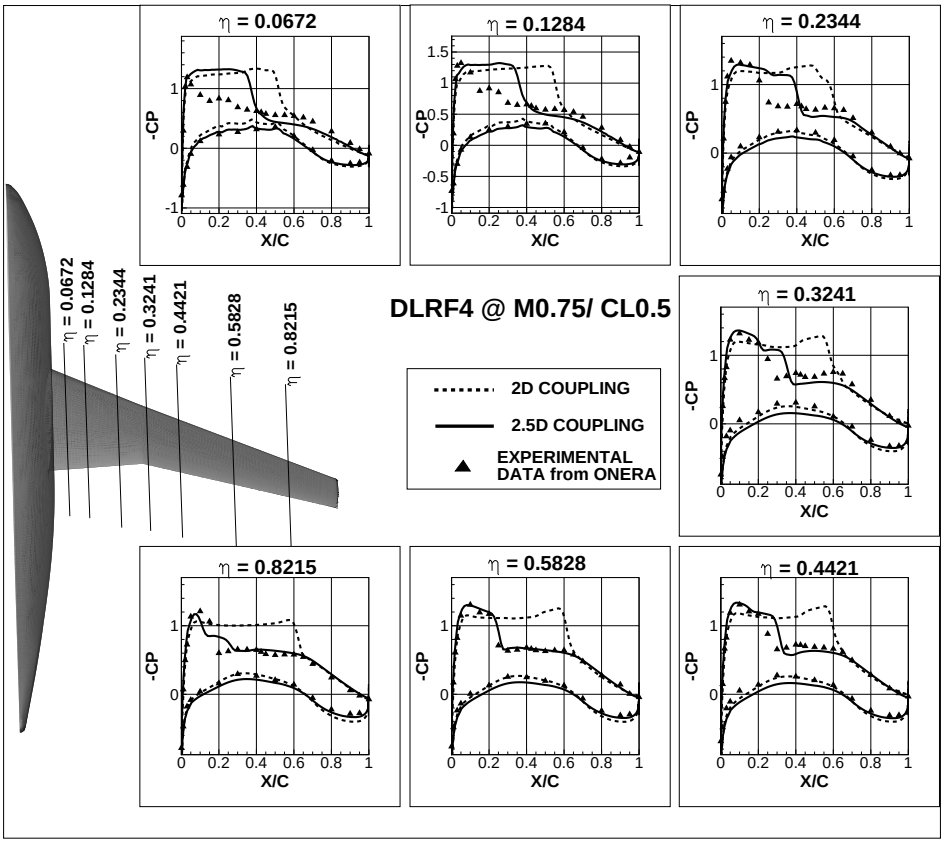


Figure 5.20 DLR-F4 Pressure coefficient at $Mach = 0.75$, $CL = 0.5$

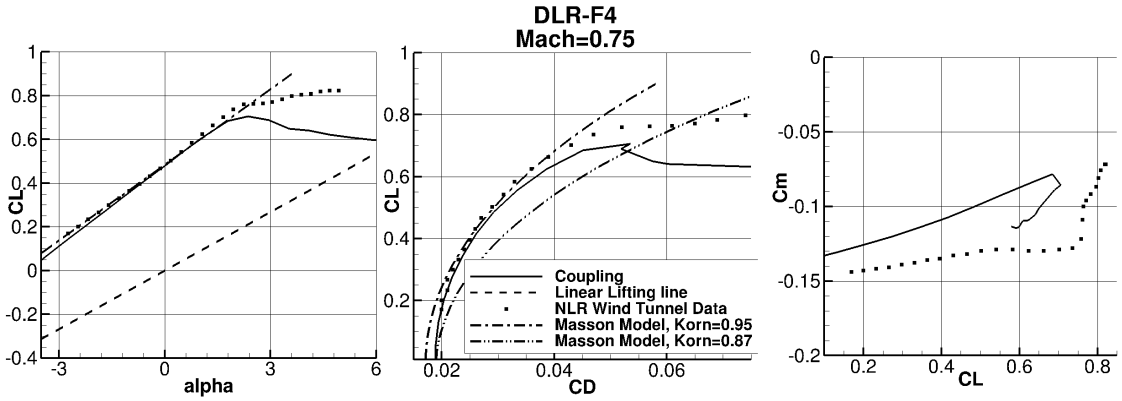


Figure 5.21 DLR-F4 forces coefficients at $Mach = 0.75$

the geometrical sweep angle. 2.5D Wing sections database have then been calculated using a sweep angle corresponding to the 3D shock angle, also represented in figure 5.23 using the denomination "reduced sweep", instead of the geometrical sweep angle. The same conclusions than for the previous cases can be done concerning the firsts sections close to the symmetry

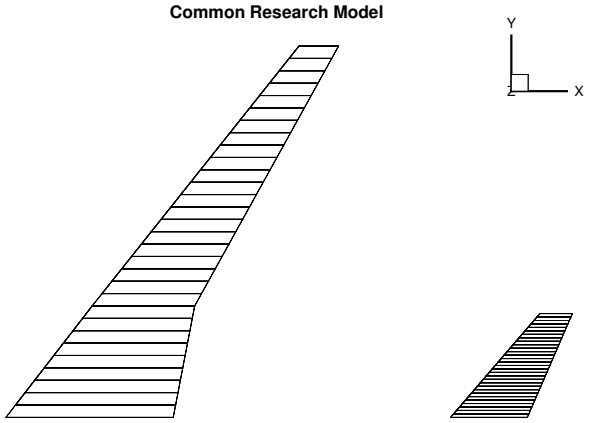


Figure 5.22 Common Research Model inviscid model

plane, but the pressure coefficients along the wing after the symmetric effects influence area are in agreement with the CFD predictions. The reduction of the sweep to better fit the shock angle improves the shock prediction as expected. On the tail, the pressure coefficient is accurately predicted using the geometric sweep.

The pressure coefficient on the mid-span section of the tail is presented on figure 5.24. The pressure coefficient is similar to the CFD predictions, showing the capability of the coupling algorithm to predict the viscous behaviour of a wing-tail configurations. Oscillations are present on the upper surface and appear to be linked to the geometry representation. The use of the correct sweep angle is important. For instance, a 30° angle instead of the 35° quarter-chord angle leads to poor agreement between the predicted and 3D RANS pressure distribution.

The total forces of the wing-tail configuration, presented on figure 5.25, show good agreement for the Lift and Drag coefficients with the CFD Boeing data, when using the geometrical sweep angle. Note that since the pressure coefficient close to the root section indicates that there is too much lift due to symmetrical effects, only 50% of the total lift distribution in the first third of the wing is used to computed the forces coefficients. The coupling algorithm used with the shock sweep angle slightly increases the lift and the drag coefficient compared to the coupling algorithm using the geometrical sweep angle. The pitching moment coefficient prediction is close to the CFD results in the linear regime, but concerning the stall region, the curve indicates a reduction of the pitching moment coefficient, which corresponds to a pitch-down nose movement, while the CFD results show a pitch-up nose movement. The

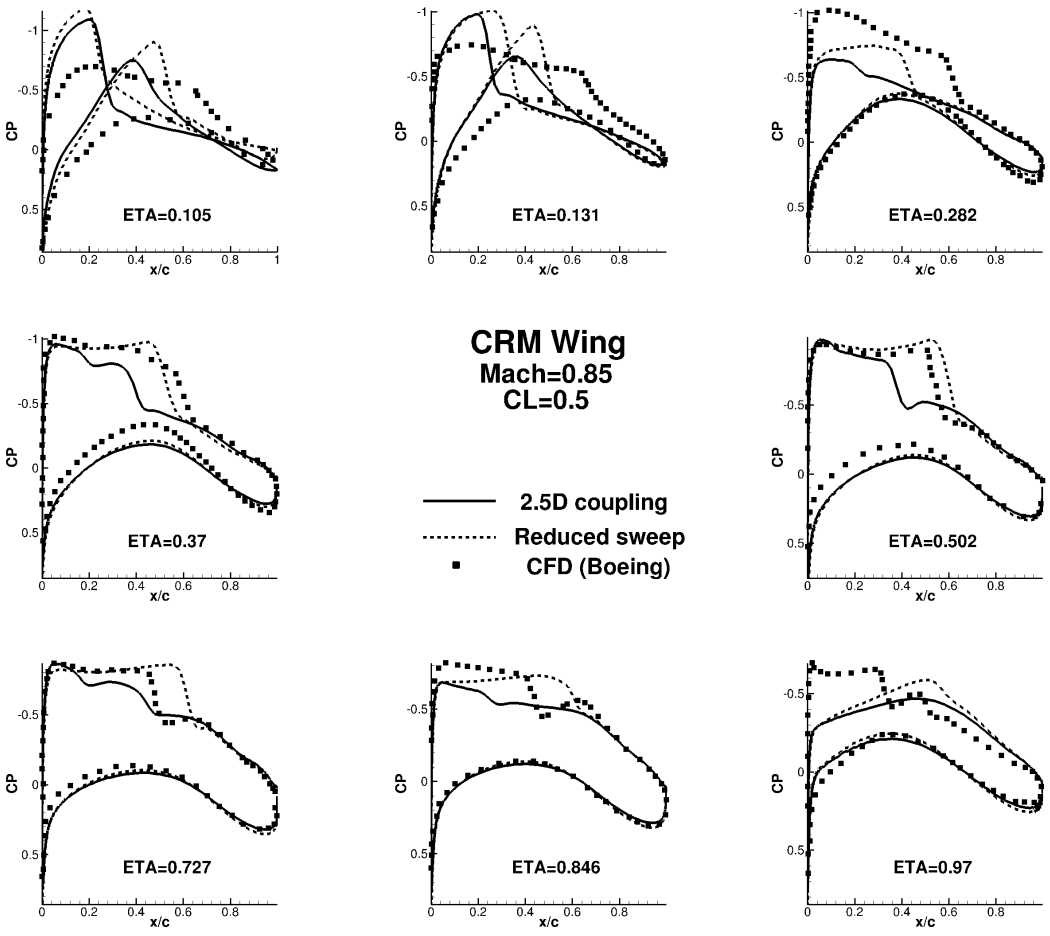


Figure 5.23 Common Research Model Wing pressure coefficient at $Mach = 0.85, CL = 0.5$

analysis of these pitching moment results must be made with care. Indeed, the AIAA fifth drag prediction workshop summary (Levy *et al.*, 2013) presents a very wide spread between the data of the various numerical methods, especially on the pitching moment coefficient. It appears most predict a pitch-up characteristic associated to buffet-type effects rather than stall. The summary notes that the separation is due to the presence of very strong shock waves, which our model fails to treat appropriately at these high-Mach/CL buffet-combinations.

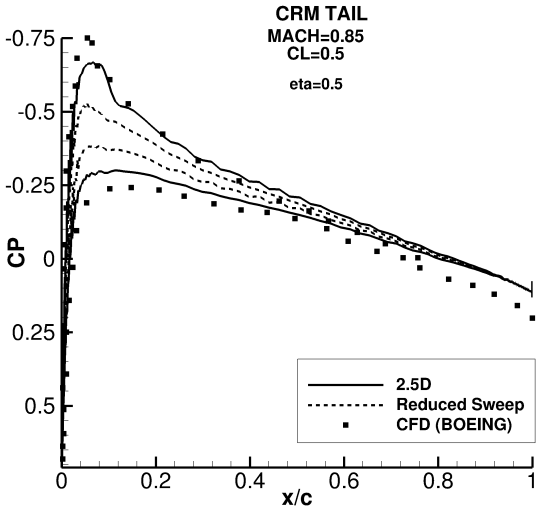


Figure 5.24 Common Research Model Tail pressure coefficient at $Mach = 0.85, CL = 0.5$

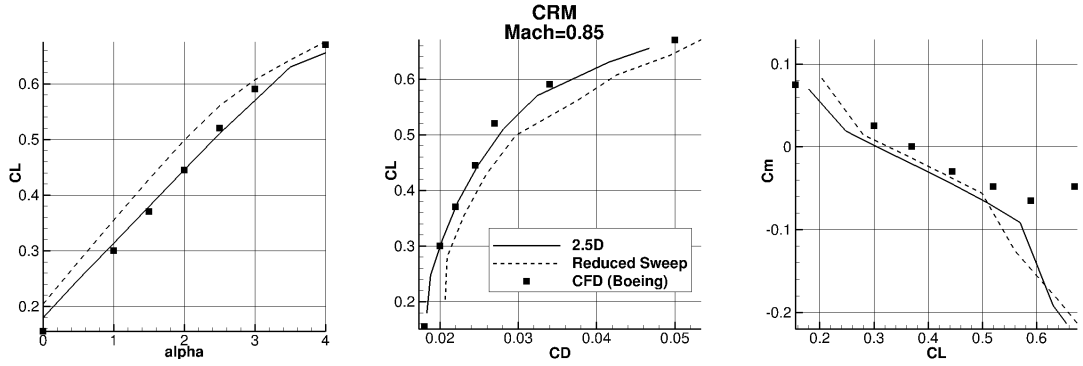


Figure 5.25 Common Research Model forces and moment coefficients

5.5 Conclusion

A non-linear Weissinger coupling algorithm was applied to different configurations. The lift, drag and pitching moment coefficients are calculated and compared to CFD or wind tunnel data. For all the cases presented in this article, results are in good agreement with 3D viscous data for preliminary design estimates, with a calculation time of the order of one minute on a single Intel 3930K CPU per entire lift curve, provided the sectional database is complete. The maximum lift coefficient and the post stall behaviour is qualitatively well captured by the algorithm at low Mach numbers. The drag model shows excellent results, given it simplicity and the only use of section data. The pitching moment for almost all the configurations is overestimated, but the behaviour of the curve is captured, providing information on the

longitudinal stability behaviour. At high Mach numbers, for buffet-type conditions rather than stall, the algorithm predicts pitch down while RANS calculations predict pitch up. However, the value of lift coefficient corresponding to buffet, using the dCL/dCm criteria (Lee, 2001), is well predicted. High lift devices are computed with success. Different inviscid models are tested showing no particular difference between modelling the high lift devices or not, making for modelling lifting surfaces as flat plates effective and efficient. A wing tail configuration at transonic flow is successfully analyzed, showing good match with the CFD data. The importance of knowing the shock sweep angle when different than the wing geometrical sweep is examined, showing better prediction with the correct shock sweep angle. A simple shock detection scheme could be used to automate the sweep angle selection within an aerodynamic analysis phase, however the shock sweep angle is typically an input data within a preliminary design MDO framework.

The fuselage is modelled for the three aerodynamics coefficients in a simple manner. The fuselage contribution to the lift, the zero-lift drag and the pitching moment are modelled as constants, depending on geometrical parameters, and the induced drag for configurations with fuselage shows good agreement compared to CFD data.

The pressure distribution along the span was compared to experimental or numerical high fidelity data when available. The shock position for transonic configurations is captured with the coupling algorithm. Discrepancies in surface pressure distributions near the fuselage and near the tip are observed and expected, since their effects are not modelled in the 2.5D viscous database. These effects could be addressed in future work to improve the model.

Acknowledgments

The work has been performed through a Collaborative R&D Grant No. 429243-11 with Bombardier Aerospace, the Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ) and the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC). The sectional database were computed using the High Performance Computing resources of Calcul Québec under the auspicies of Compute Canada. The autors also thank the reviewers for their comments.

CHAPITRE 6 COUPLAGE EN ANGLE DE GLISSADE

Les avions sont régulièrement soumis à des vents latéraux, ce qui provoque une asymétrie de l'écoulement sur ceux-ci. Le comportement d'un avion dans ces conditions de vol courantes doit être connu, en terme de stabilité et contrôle notamment. La prochaine étude adapte le couplage pour l'appliquer à des configurations soumises à un écoulement asymétrique, soit avec angle de glissade non nul. Le glissement est pris en compte dans le code non visqueux ainsi que dans les données de section.

6.1 VLM non symétrique

Pour effectuer cette étude, un code de couplage utilisant un VLM comme module non visqueux et développé par Dr. Marchin Chrust sous la direction de Pr. Eric Laurendeau a été utilisé. Ce code, développé en C++, utilise les principes de la programmation orientée objet, et permet donc une grande modulabilité et adaptabilité. Ce code a été validé et comparé en version symétrique, à savoir en modélisant uniquement la moitié de la géométrie et en assumant l'écoulement symétrique. La validation en configuration complète, à savoir en modélisant l'aile au complet et en ne faisant aucune hypothèse de symétrie est faite dans ce chapitre.

Une aile isolée, dans sa configuration simple sans surfaces de contrôle, tirée de la littérature (Lovell, 1977) et déjà utilisée dans le chapitre précédent a été simulée en mode symétrique et en mode complet et comparée avec le code de couplage utilisé dans les deux chapitres précédents. Les résultats sont présentés sur la figure 6.1 pour les coefficients de trainée et de portance.

Comme attendu, les résultats pour les trois différentes implémentations sont identiques. Le calcul de la trainée induite est, comme présenté dans le chapitre 5, calculé à l'aide du facteur d'efficacité de l'envergure (équation 6.1) , utilisant les coefficients A_n de la série de Fourier de l'équation 6.2.

$$\frac{1}{e_i} = \sum_{n=1,N} n \left(\frac{A_n}{A_1}\right)^2 \tag{6.1}$$

$$\Gamma(\theta) = 2bU_\infty \sum_{1}^{N} A_n \sin(n\phi) \tag{6.2}$$

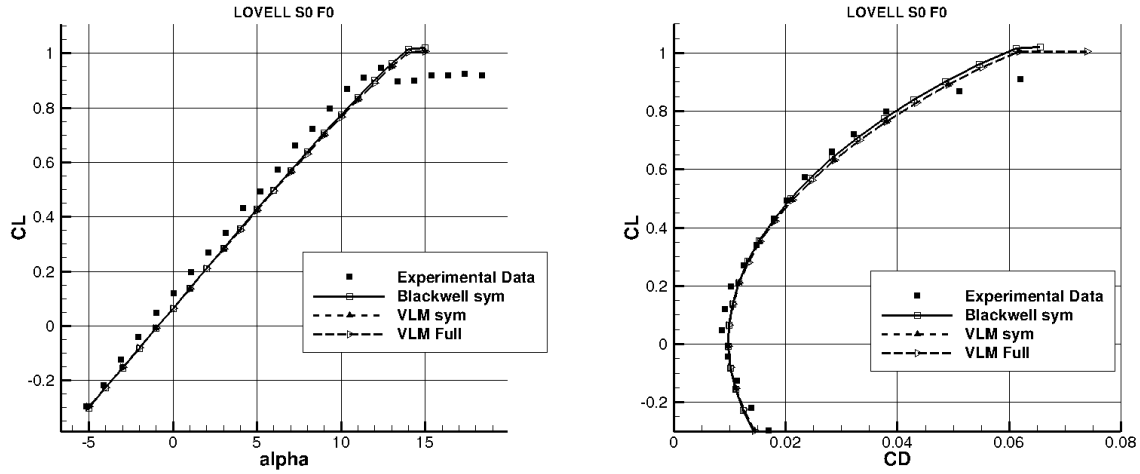


Figure 6.1 Comparaison des codes non visqueux : Blackwell, VLM symétrique et VLM complet

où $\phi = -\cos^{-1}(\frac{2y}{b})$ est la coordonnée le long de l'envergure $0 \leq \phi \leq \pi$. Lors de la configuration symétrique, seuls les termes impairs sont utilisés, puisque la solution est forcément symétrique. Lors de l'utilisation duVLM non symétrique, le calcul du facteur d'efficacité est effectué sur l'aile complète, en utilisant donc également les termes pairs. Pour une solution symétrique, ces coefficients doivent être exactement nuls. La figure 6.2 représente les coefficients pour la même configuration que précédemment, à un angle d'attaque de 6°. Comme attendu, les coefficients pairs de la version complète sont nuls. De plus, les deux implémentations présentent la même distribution des coefficients impairs. Le premier mode est le plus important, et l'influence des harmoniques diminue progressivement jusqu'à devenir nulle. Le facteur d'efficacité à cet angle est de :

— Implémentation Symétrique :$e_i = 0.931540$
— Implémentation Entière :$e_i = 0.931597$

Notons que, pour construire la série de Fourier, la variable $\phi = cos^{-1}(\frac{-2y}{b})$ est utilisée. Pour des panneaux de taille égale le long de l'envergure, cette variable n'est pas distribuée linéairement sur l'intervalle $[cos^{-1}(\frac{2s}{b}), cos^{-1}(\frac{-2s}{b})] = [0, \pi]$. Une distribution de portance équi-répartie sur l'intervalle $[0, \pi]$ est donc utilisée, et interpolée depuis la distribution de portance définie pour chaque rangée de panneaux. Les deux sets de données sont représentés sur la figure 6.3. La distribution utilisée pour la construction de la série de Fourier nécessite des extrapolations aux extrémités de l'aile. Une extrapolation linéaire basée sur les derniers coefficients a été choisie.

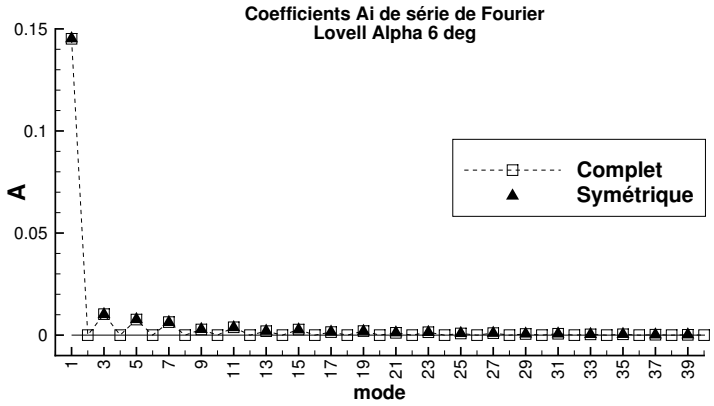


Figure 6.2 Coefficients A_i de la série de Fourier, comparaison des implémentations symétrique et complètes

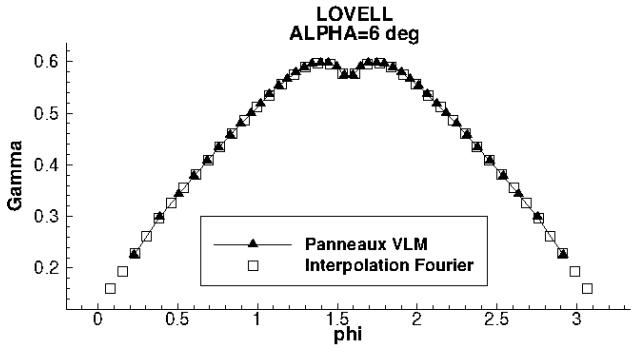


Figure 6.3 Distribution de portance en fonction de l'envergure et interpolation équi-répartie

6.2 "BOMBARDIER RESEARCH AIRCRAFT"

La géométrie étudiée dans ce chapitre est le BRA, un avion de recherche dont la géométrie est fournie par Bombardier Aéronautique, et présenté sur la figure 6.4.

Les grandeurs caractéristiques de la configuration sont présentées dans le tableau 6.1

Cette géométrie est représentative d'un avion moderne et permet de valider l'algorithme sur une configuration avec fuselage, nacelle et empennage.

Le modèle VLM utilisé dans ce chapitre est présenté sur la figure 6.5. Sauf explicitement mentionné, le modèle représente uniquement les ailes et l'empennage horizontal. Notons aussi que l'algorithme de couplage ne modélise pas les interactions visqueuses entre les surfaces portantes et ne peut donc pas prédire les interactions visqueuses telles que moteur-pylône ou fuselage-empennage vertical/horizontal. Leurs interactions non visqueuses sont cependant

Figure 6.4 Demi-géométrie du BRA

Tableau 6.1 Données géométriques du BRA

Grandeur	Dimensions
b	≈ 20 m
C_{ref}	≈ 3 m
S_{ref}	≈ 45 m
L_{fus}	18.5 m
d_{fus}	2.5 m
$\Lambda_{c/4,wing}$	25°
$\Lambda_{c/4,tail}$	30°

traitées lorsque ces surfaces sont modélisées.

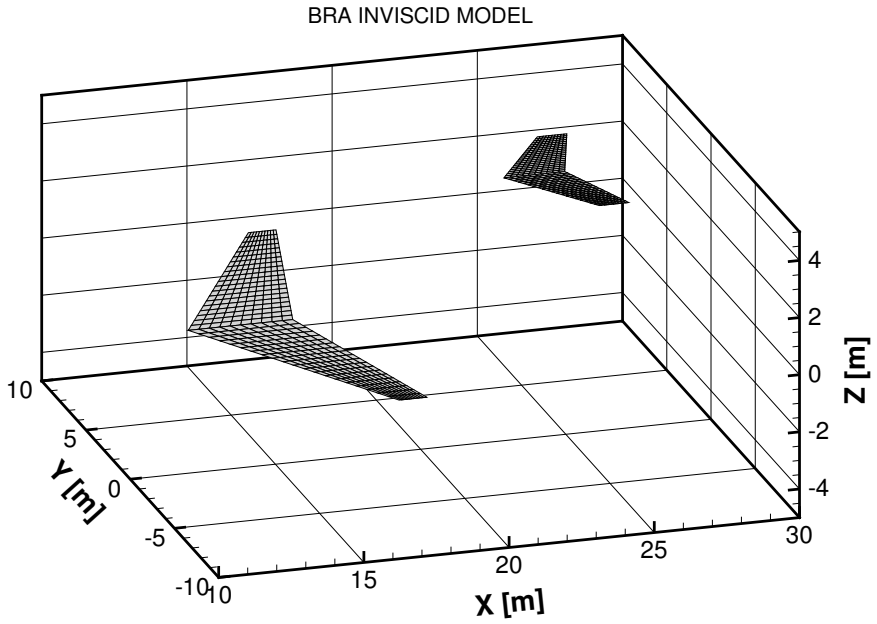


Figure 6.5 Modèle non visqueux du BRA

6.2.1 Données de section 2.5D

Dix sections ont été extraites sur la demi-aile de cette configuration, et 3 sur le demi empennage horizontal. Les maillages utilisés ont été générés à l'aide du mailleur NSGRID (Hasanzadeh *et al.*, 2015) développé à Polytechnique Montréal. Les grilles contiennent 256 x 128 noeuds, avec une taille de cellule à la paroi garantissant une résolution appropriée dans la couche limite ($y+ \approx 1$) . Les solutions sont obtenues à l'aide du solveur de volume fini NSCODE (Pigeon *et al.*, 2014), en utilisant le modèle de turbulence de Spalart Allmaras, aux conditions d'écoulement $Ma = 0.27$, $Re = 1.15 \cdot 10^6$. L'angle de flèche géométrique de la configuration a été pris en compte dans les données de section. Les solutions sont convergées jusqu'à ce que les résidus atteignent une valeur de 10^{-6}. Les conditions d'écoulements choisies reflètent les résultats des sets de simulations numériques présentés dans la section 6.4. Rappelons que ce projet ne se concentre pas sur l'obtention des données visqueuses mais sur les méthodes de couplage. Comme mentionné notamment dans la section 5.4.2, la modélisation de la turbulence affecte fortement la prédiction du coefficient de portance maximum CL_{max} entre autres, méritant une étude spécifique sur l'écoulement après décrochage, et ce tant pour les données de section que pour les solutions 3D RANS.

6.3 Algorithme de Couplage en Angle de Glissade

6.3.1 VLM en angle de Glissade

L'implémentation de l'angle de glissade dans le code VLM est facilitée par la construction du code qui implique uniquement d'adapter le vecteur vitesse de l'écoulement. L'effet se fera sur le sillage des surfaces portantes qui est aligné avec le vecteur vitesse et dans le terme de droite du système d'équations linéaires composant le VLM, la matrice de gauche étant les coefficients d'influence de chaque tourbillon sur les points de colocation.

Selon le repère de coordonnée choisi dans le code VLM et représenté sur la figure 6.6, le vecteur de vitesse initial est aligné avec l'axe x, équation 6.3.

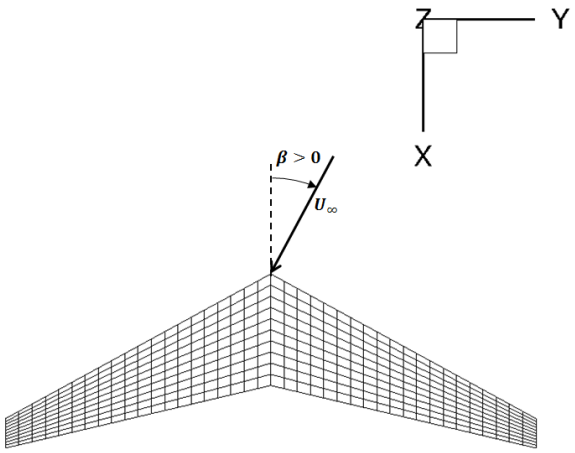


Figure 6.6 Système de coordonnées du code VLM

$$U = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

Lorsque l'angle d'attaque α est différent de zéro, le vecteur vitesse est pivoté autour de l'axe y à l'aide de la matrice de rotation suivante, équation 6.4 :

$$R_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

De la même manière, lorsque l'angle de glissade β n'est pas nul, une rotation selon l'axe z

est effectuée :

$$R_z(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

Étant donné que les matrices de rotations en trois dimensions ne sont pas commutatives, la convention suivante a été adoptée (Duke *et al.*, 1988), effectuant la rotation de l'angle d'attaque en premier puis la rotation de l'angle de glissade.

$$R(\alpha, \beta) = R_y(\alpha)R_z(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & \cos(\alpha)\sin(\beta) & -\sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \tag{6.6}$$

L'implémentation de l'angle de glissade est présentée sur la figure 6.7 dont le sillage est tourné d'un angle de glissade de $\beta = 10°$.

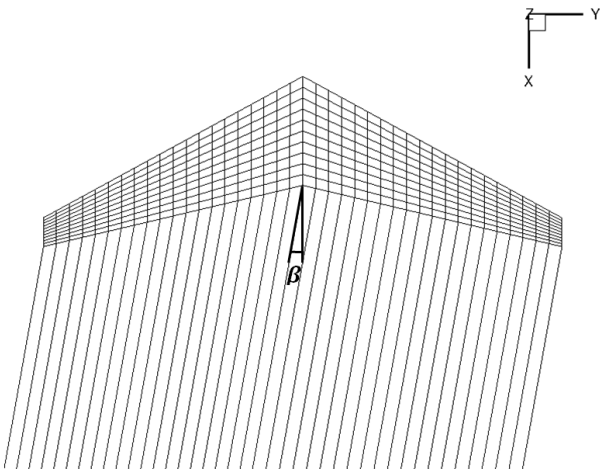


Figure 6.7 Sillage du VLM en angle de glissade. $\beta = 10°$

La figure 6.8 représente la distribution du coefficient de portance de section le long de l'aile du BRA à angle d'attaque $\alpha = 5°$ et pour trois valeurs de l'angle de glissade, $\beta = 0°, 5°, 10°$. Ces résultats sont ceux du code VLM linéaire, sans couplage avec des données de section visqueuses.

Comme attendu, la solution à écoulement symétrique est symétrique. On peut constater que la portance sur l'aile gauche se réduit à mesure que l'angle de glissade augmente, ce qui est un résultat attendu étant donné que cette aile est soumise à un écoulement transverse qui

augmente avec l'augmentation de l'angle de glissade et donc de l'angle de flèche de l'aile. La distribution de l'aile droite quant à elle augmente lorsque l'angle de glissade augmente, cette aile voyant l'écoulement à un angle de flèche moins important. Cependant, l'augmentation de portance due à la réduction de l'angle de flèche est légèrement moins importante que la diminution due à l'effet inverse sur l'aile opposée.

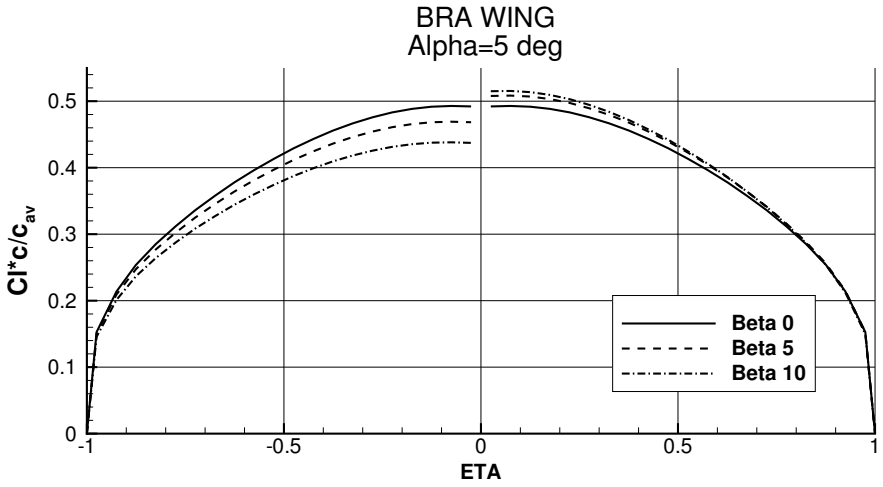


Figure 6.8 distribution de portance en fonction de l'angle de glissade, $\alpha = 5°$, $\beta = 0°, 5°, 10°$

Le tableau 6.2 présente les coefficients de portance pour l'aile gauche, Left Wing (LW), et l'aile droite, Right Wing (RW), ainsi que la trainée induite, calculée pour l'aile entière, selon la méthode expliquée précédemment. Concernant la portance, on remarque une diminution de l'ordre de 10% pour l'aile gauche, et une augmentation de seulement 6% pour l'aile droite, ce qui confirme les observations effectuées sur la figure 6.8. Le coefficient de portance total diminue faiblement avec l'augmentation de l'angle de glissade.

Tableau 6.2 Coefficients aérodynamiques du BRA, $\alpha = 5°$, $\beta = 0°, 5°, 10°$

	Beta 0°	Beta 5°	Beta 10°	Diminution [%]
CL_{LW}	0.168349	0.161163	0.152441	9.4
CL_{RW}	0.168349	0.173947	0.177919	-5.7
CL	0.336698	0.33511	0.33036	1.9
e_i	0.956392	0.956906	0.956309	0.0087
CD_i [d.c]	75.46	74.71	72.65	3.7

Concernant le coefficient de trainée induite, le calcul du facteur d'efficacité de l'envergure montre une variation très faible (de l'ordre de 0.01%) en fonction de l'angle de glissade. La

diminution du coefficient de portance est donc principalement responsable de la diminution du coefficient de portance induite, proportionnel à son carré, de l'ordre de 4%.

6.3.2 Données visqueuses en angle de Glissade

L'angle de flèche est également intégré aux données de section 2.5D. En effet, un avion en glissade voit l'écoulement transverse de l'aile opposée à la rotation se réduire. Réciproquement, le phénomène inverse se produit sur l'aile opposée. Il est donc nécessaire d'obtenir des données de section 2.5D pour tous les angles de glissade désirés et leurs opposés afin de capturer les effets sur chaque aile le plus précisément possible.

Comme première approximation, l'angle de flèche de chaque aile pour les données de section 2.5D est donc composé de l'angle de flèche géométrique plus ou moins l'angle de glissade :

$$\Lambda = \Lambda_{geom} \pm \beta \tag{6.7}$$

Cette hypothèse permet de prendre en compte la variation de l'écoulement transverse due à l'angle de glissade, de la même manière que l'angle de flèche géométrique de l'aile. Pour les configurations présentées dans ce chapitre, un pas de $\Delta\beta = 1°$ a été utilisé. La figure 6.9 présente les données visqueuses d'une section de l'aile du BRA. Le coefficient de portance diminue avec l'augmentation de l'angle de flèche, comme attendu. La polaire du coefficient de trainée en fonction du coefficient de portance montre également des résultats attendus, avec une légère diminution de la trainée à bas coefficient de portance.

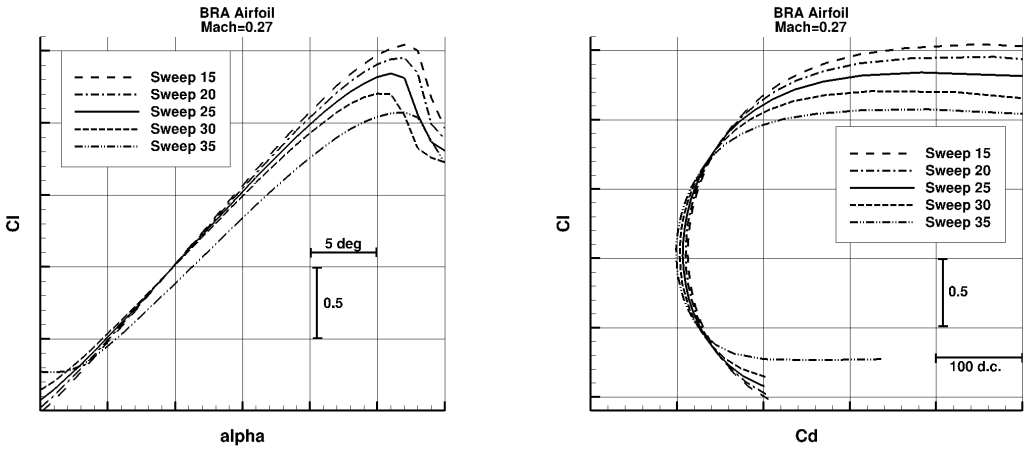


Figure 6.9 Coefficients de portance et trainée en fonction de l'angle de flèche, section extraite de l'aile du BRA

6.4 Simulations Numériques 3D

Deux séries de simulations numériques RANS ont été conduites sur le BRA avec des configurations différentes, des conditions de vol différentes et des solveurs différents, présentés dans le tableau 6.3.

Ces données de simulations RANS ne font pas l'objet de ce projet mais sont présentées ici puisque utilisées à des fins de comparaison, au même titre que les données en soufflerie conduites sur ces mêmes configurations.

La liste des tests numériques effectués par Quentin Lux dans le cadre de son mémoire de maitrise (Lux, 2013), antérieur à ce projet, pour les premières conditions de vol et par Eddy Petro, associé de recherche de la chaire de recherche industrielle *Intégration du Design pour l'Efficacité des Avions* (IDEA), Polytechnique Montréal, pour le deuxième set de conditions de vol est représentée dans le tableau 6.3. Les deux sets de données sont expliqués dans les sections 6.4.1 et 6.4.2.

Tableau 6.3 Simulations RANS du BRA

Set	Solveur	Configuration	Incidence α	Glissade β
$Ma = 0.128$, $Re = 0.87 \cdot 10^6$	FLUENT	IF	$-15°$ à $15°$	$0°$, $5°$, $10°$
			$0°$	$-10°$ à $10°$
		WB	$-15°$ à $15°$	$0°$, $5°$, $10°$
			$0°$	$-10°$ à $10°$
		WBN	$-15°$ à $15°$	$0°$, $5°$, $10°$
			$0°$	$-10°$ à $10°$
		WBT_IT0	$-15°$ à $15°$	$0°$, $5°$, $10°$
			$0°$	$-10°$ à $10°$
		WBNT_IT0	$-15°$ à $15°$	$0°$, $5°$, $10°$
			$0°$	$-10°$ à $10°$
$Ma = 0.27$, $Re = 1.15 \cdot 10^6$	NSMB	WBNT_ITM1	$-12°$ à $12°$	$0°$
		WBNT_ITM4	$0°$, $8°$	$-12°$ à $12°$
		WBNT_ITM1_F10	$-12°$ à $12°$	$0°$
		WBNT_ITM4_F10	$0°$, $8°$	$-12°$ à $12°$
		WBNT_ITM1_F20	$-12°$ à $12°$	$0°$
		WBNT_ITM4_F20	$0°$, $8°$	$-12°$ à $12°$

6.4.1 Simulations FLUENT $Ma = 0.128$, $Re = 0.87 \cdot 10^6$

Le premier set de simulations numériques 3D disponible pour cette géométrie a été réalisé à l'École Polytechnique de Montréal par Lux (2013), lors d'un projet antérieur à celui-ci. Les

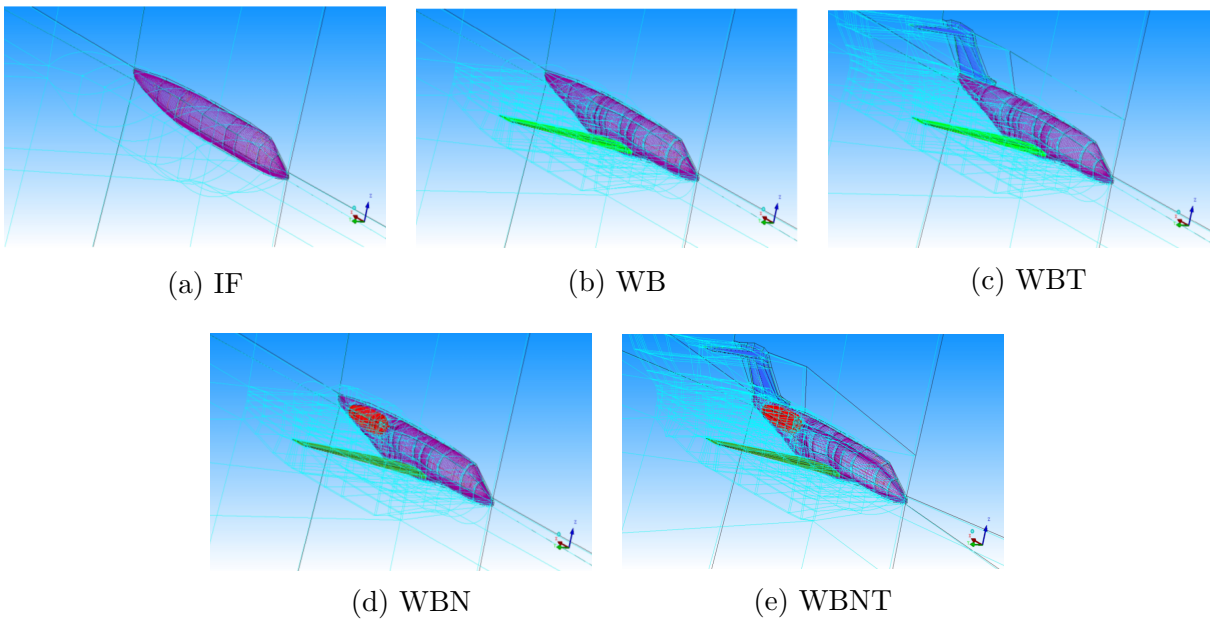
conditions d'écoulement ont été choisies pour comparer avec des données de souffleries. Les calculs ont été effectués en utilisant la suite de logiciel ANSYS ICEM/Fluent.

Durant cette étude, la géométrie a été modélisée en plusieurs topologies, afin de pouvoir étudier l'influence de chaque composant sur les coefficients aérodynamiques, et ainsi valider la méthode dite d'assemblage de composants notamment pour le coefficient de trainée.

Les topologies testées sont :

— Fuselage-isolé, Isolated Fuselage (IF)
— Fuselage-Aile, Wing-Body (WB)
— Fuselage-Aile-Nacelle, Wing-Body-Nacelle (WBN)
— Fuselage-Aile-Empennage, Wing-Body-Tail (WBT)
— Fuselage-Aile-Nacelle-Empennage, Wing-Body-Nacelle-Tail (WBNT)

et sont représentées sur la figure 6.10, tirée de Lux (2013).



(a) IF (b) WB (c) WBT

(d) WBN (e) WBNT

Figure 6.10 Configurations du BRA

L'incidence de l'empennage est à zéro degré et sera référée par la suite par l'abréviation *IT0*.

Les maillages structurés multi-blocs ont été générés à l'aide du logiciel ICEMCFD. Trois niveaux de grilles ont été simulés et une étude de sensibilité en maillage a été conduite, permettant de démontrer que le maillage dit medium, présentant 4 millions de cellules pour la configuration aile-fuselage, présente une erreur de l'ordre de 10% (Lux, 2013) pour les coefficients aérodynamiques.

Les simulations ont été faites à l'aide du logiciel Fluent, utilisant un schéma couplé implicite et le modèle de turbulence de Spalart-Allmaras. Plus de détails sont fournis dans le mémoire de Quentin Lux (Lux, 2013).

6.4.2 Simulations NSMB $Ma = 0.27$, $Re = 1.15 \cdot 10^6$

La deuxième étude numérique sur le BRA a été conduite sur une géométrie contenant un volet et un empennage horizontal à incidence variable, figure 6.11. Les simulations, réalisées avec un maillage chimère pour le volet, ont été faites avec plusieurs angles de volet, respectivement 10° et 20° et abrégé *F10* et *F20*. Pour l'incidence de l'empennage, deux angles ont été simulés, $-1°$ et $-4°$, qui est abrégé respectivement *ITM1* et *ITM4* dans la suite du chapitre.

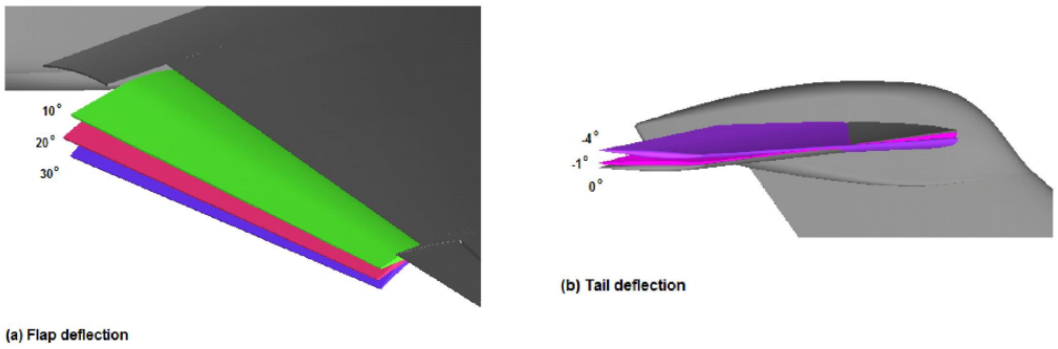


Figure 6.11 BRA volet et empennage

Les simulations ont été effectuées à l'aide du solveur volume fini multi-blocs Navier-Stokes Multi-Block (NSMB) (Vos *et al.*, 2002) développé par un consortium de recherche composé de partenaires académiques et industriels en Europe et au Canada.

Les maillages structurés multi-blocs ont également été générés à l'aide du logiciel ICEMCFD, le maillage de la configuration sans surfaces de contrôle étant composé de $16M$ d'éléments, tandis que le maillage le plus complet, modélisant les surfaces de contrôle contient $47M$ d'éléments. Un schéma ROE de troisième ordre MUSCL et le modèle de turbulence $k - \omega$ SST ont été utilisés.

Les résultats du code de couplage en angle de glissade seront présentés pour les deuxièmes conditions d'écoulement, à savoir $Ma = 0.27$, $Re = 1.15 \cdot 10^6$. Étant donné que seule la configuration complète WBNT a été simulée numériquement pour cette condition de vol, une comparaison des deux sets de données est premièrement effectuée avant d'analyser brièvement l'impact des composants sur les coefficients aérodynamiques.

6.4.3 Comparaison, méthode RANS

La figure 6.12 présente les coefficients de portance et de trainée de la configuration complète pour un balayage d'angle d'incidence sans angle de glissade. Pour le coefficient de portance, les résultats sont similaires pour les deux conditions de vol avec un empennage à incidence différente dans la région linéaire. La valeur du coefficient de portance maximum ainsi que l'angle de décrochage sont cependant différents. Le coefficient de portance maximum est réduit avec l'augmentation du nombre de Mach, l'écoulement décrochant à plus faible angle d'attaque (Spreiter et Steffen, 1946). Concernant la trainée, les courbes sont également similaires, montrant le même comportement. Les données à plus haut nombre de Mach présentent une trainée légèrement inférieure. En utilisant le modèle proposé par Gur *et al.* (2010), les coefficients de trainée de friction des surfaces portantes, soit les ailes, l'empennage vertical et l'empennage horizontal ainsi que du fuselage (équations 6.8 et 6.9) ont été estimés pour les deux sets de données, permettant d'estimer la réduction de trainée due à l'augmentation du nombre de Reynolds

$$CD_{fus} = FF_{body,H} \cdot C_F \frac{S_{wet}}{S_{ref}} \tag{6.8}$$

$$CD_{SP} = FF_{SP,S} \cdot C_F \frac{S_{wet}}{S_{ref}} \tag{6.9}$$

où le facteur de forme utilisé pour le fuselage est celui proposé par Hoerner (1965).

$$FF_{body,H} = 1 + \frac{1.5}{(L_{fus}/d_{fus})^{1.5}} + \frac{7}{(L_{fus}/d_{fus})^3} \tag{6.10}$$

tandis que la formulation de Shevell (1989) est utilisée pour les surfaces portantes :

$$FF_{SP,S} = 1 + \frac{(2 - Ma^2)\cos(\Lambda_{c/4})}{\sqrt{1 - Ma^2 \cos^2(\Lambda_{c/4})}} \frac{t}{c} + 100 \left(\frac{t}{c}\right)^4 \tag{6.11}$$

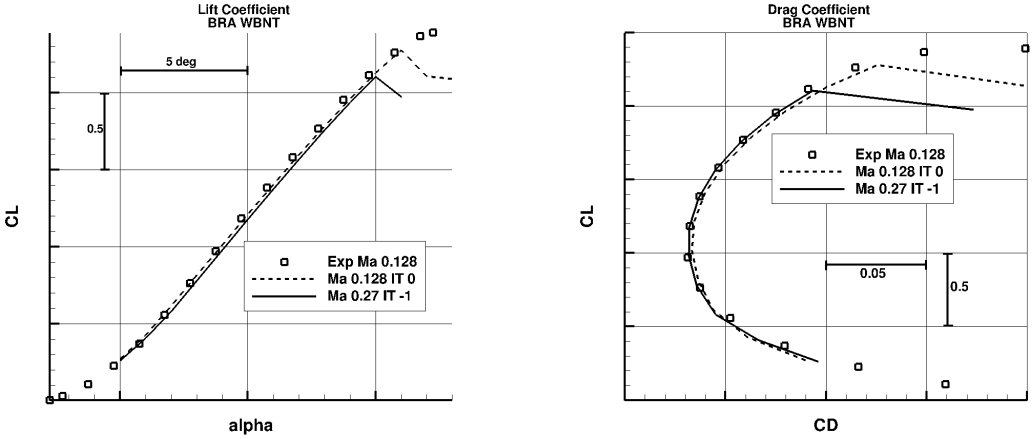
Le coefficient de friction est estimé à l'aide de la formulation proposée par Prandtl-Schlichting :

$$C_F = \frac{0.455}{log_{10}(Re_x)^{2.58}} \tag{6.12}$$

avec les dimensions et le nombre de Reynolds Re_x basé sur la longueur appropriée pour chaque élément, à savoir la corde moyenne pour les surfaces portantes et la longueur du fuselage pour celui-ci. Cette méthode donne une estimation $\Delta CD_{visc} \approx 25d.c$, ce qui est en

accord avec les données RANS.

Notons aussi que les données reflètent avec une bonne précision les données de soufflerie correspondant au premier set de calcul, l'erreur sur les coefficients de portance et de trainée étant en moyenne de 5% pour un coefficient de portance de $CL = 0.5$. Basé sur ces observations, les données réalisées aux conditions de vol à nombre de $Ma = 0.128$ pourront, en gardant à l'esprit ces différences, être utilisées pour comparer au moins qualitativement les données de la méthode de couplage à $Ma = 0.27$ dans le régime linéaire.



(a) Coefficient de Portance (b) Coefficient de Trainée

Figure 6.12 Comparaison des sets numériques en incidence, $\beta = 0°$

La figure 6.13 compare les différents sets de données numériques en étude de glissement à angle d'attaque constant. Trois simulations sont utilisées, aux angles d'attaque $\alpha = 0°$, $5°$ et $8°$. Étant donné que ces trois résultats ont été obtenus à des angles d'attaque différents, les variations de coefficients aérodynamiques (équation 6.13) ont été représentées au lieu des coefficients absolus, pour effectuer une comparaison.

$$\begin{aligned} \Delta CL &= CL - CL_{\beta=0} \\ \Delta CD &= CD - CD_{\beta=0} \end{aligned} \tag{6.13}$$

Concernant la portance, notons que l'influence de l'angle de glissade est différente pour les trois angles d'attaque. Alors que le comportement est continu à zéro angle d'attaque pour cette plage d'angle de glissade, une discontinuité apparaît pour les angles d'attaque plus grands, et semble apparaitre à plus faible angle de glissade pour un plus grand angle d'attaque. L'influence de l'angle de glissade sur le coefficient de portance semble aussi diminuer

en rapport avec l'augmentation de l'angle d'attaque. Cependant, étant donné l'ignorance des caractéristiques et du comportement de l'écoulement pour ces simulations, il est impossible d'expliquer cette discontinuité. Une possible explication est à chercher du côté de l'interaction entre les nacelles et l'empennage vertical avec l'empennage horizontal. En effet, le phénomène n'étant pas observé à zéro angle d'incidence, et se déclenchant à plus faible angle de glissade lors de l'augmentation de l'angle d'attaque, il est envisageable que l'écoulement autour de l'empennage horizontal soit perturbé par l'écoulement sur l'empennage vertical, ou que les perturbations dues à l'écoulement autour des nacelles impacte les surfaces portantes de l'empennage. Notons tout de même que les amplitudes sont faibles, de l'ordre de 0.01 sur le coefficient de portance lorsque l'angle d'attaque est non nul. La variation maximale atteint 0.04 pour le coefficient à angle d'incidence nul.

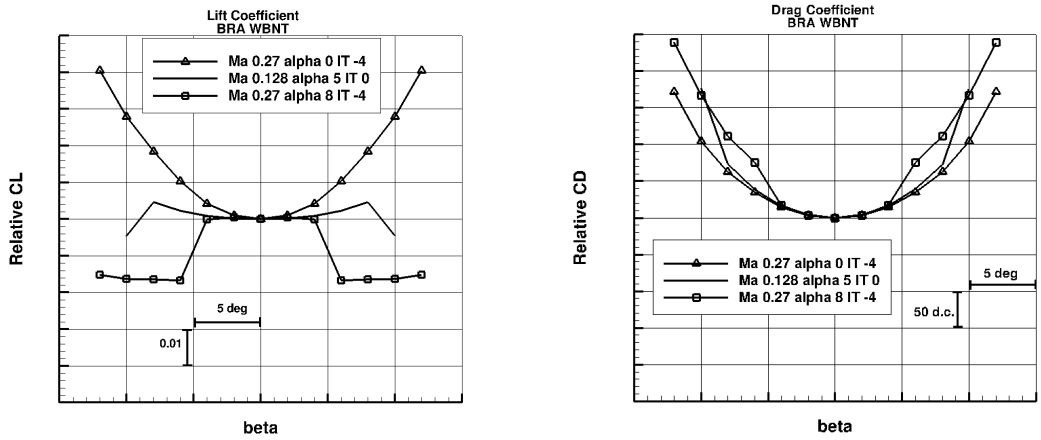
Le même phénomène de discontinuité est observé sur le coefficient de trainée. Cependant, à l'inverse du coefficient de portance, le comportement des trois courbes est identique, avec des variations d'amplitude du même ordre de grandeur pour les trois angles d'attaque. L'amplitude maximale de variation du coefficient de trainée observée à angle d'attaque le plus grand est de l'ordre de 250 d.c.. Les variations sont regroupées dans le tableau 6.4.

Pour pouvoir étudier et comparer les résultats du couplage qui modélise les surfaces portantes et proposer un modèle du fuselage, les coefficients aérodynamiques de portance et de trainée sont représentés pour les différentes configurations, à un angle d'attaque de cinq degrés (figure 6.14).

Pour la portance, on peut constater que les nacelles réduisent le coefficient par rapport à la configuration fuselage-aile WB, tandis que l'empennage l'augmente dans les mêmes proportions. Le coefficient de portance de la configuration complète WBNT est donc proche du coefficient de portance de la configuration WB. Le comportement du coefficient de portance est globalement peu influencé par l'angle de glissade. Une remarque intéressante est le comportement parabolique concave de la configuration avec empennage mais sans nacelle WBT, en comparaison avec le comportement presque constant des configurations nacelle sans empennage WBN et totale WBNT, déjà présenté sur la figure précédente (figure 6.13a). L'empennage influence le comportement du coefficient de portance en fonction de l'angle de

Tableau 6.4 Variation des coefficients aérodynamiques en angle de glissade

Angle d'incidence	$max(\Delta CL)$	$max(\Delta CD)$
$\alpha = 0°$	0.040	170 d.c.
$\alpha = 5°$	0.005	180 d.c.
$\alpha = 8°$	0.015	240 d.c.

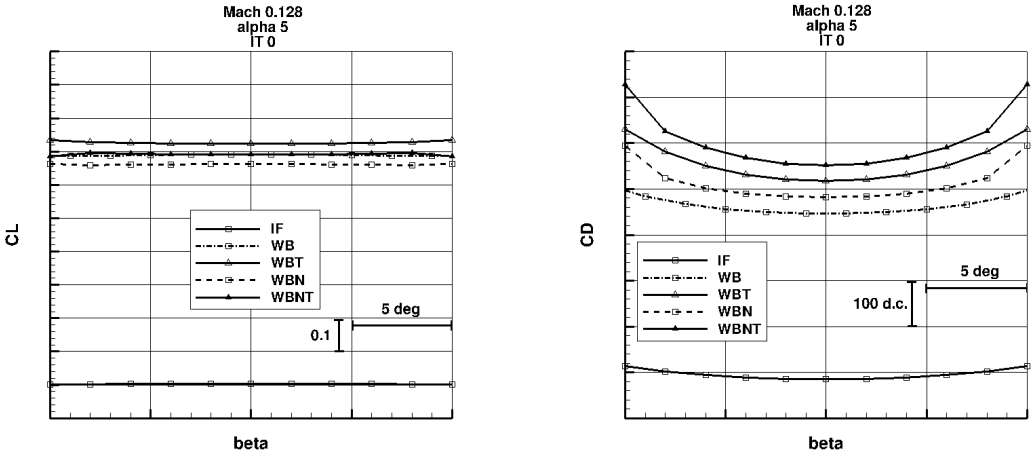


(a) Coefficient de Portance (b) Coefficient de Trainée

Figure 6.13 Comparaison des sets numériques en glissade

glissade dans ce cas précis lorsque les nacelles ne sont pas modélisées, mais l'effet semble disparaitre avec les nacelles, renforçant l'hypothèse que les nacelles influencent l'écoulement sur l'empennage.

Concernant la trainée, l'influence de chaque composant est facilement visible, démontrant que même en glissade, la somme de la trainée des différents composants conduit à une trainée totale proche de la trainée de la configuration complète. Le fuselage a un faible coefficient de trainée. Les ailes ne semblent pas influencer fortement le comportement du coefficient en fonction de l'angle de glissade, tandis que l'empennage a une plus grande influence sur le coefficient. Les nacelles semblent avoir un impact constant en fonction de l'angle de glissade, la forme de la courbe de la configuration aile-fuselage-nacelle WBN est très proche de celle de la configuration aile-fuselage WB. Étant donné que les configurations WBT et WBN ne présentent pas de discontinuité observée pour la configuration complète, il semble que ce phénomène soit principalement lié à l'interaction des nacelles et de l'empennage.



(a) Coefficient de Portance (b) Coefficient de Trainée

Figure 6.14 Décomposition des coefficients aérodynamiques par composant de la configuration en angle de glissade

6.5 Résultats, méthode potentiel/RANS

Plusieurs simulations à l'aide du code de couplage potentiel/RANS ont été conduites et les résultats sont présentés ici. Premièrement, pour valider le couplage en angle d'incidence sur cette géométrie, un balayage en incidence sans angle de glissade $\beta = 0°$ a été effectué. Les résultats sont présentés pour les coefficients de portance et de trainée. Un deuxième balayage en incidence est investigué à angle de glissade constant, qui utilise un modèle de trainée pour le fuselage tiré des données numériques. Finalement, des balayages en glissade à angle d'attaque constant sont analysés et comparés avec les données de CFD.

6.5.1 Balayage en incidence

Le balayage en incidence sans angle de glissade est présenté sur la figure 6.15. Le code de couplage utilisant la méthode vortex step de Blackwell (1969) en version symétrique et le code utilisant le VLM en version complète fournissent, comme attendu, des résultats similaires. Ces codes de calculs sont comparés avec les données de CFD des configurations WBT et WBNT, afin d'estimer l'impact de la modélisation du fuselage et des nacelles.

Pour rappel, l'influence des nacelles et du fuselage sur le coefficient de portance a été estimée comme linéaire, équation 6.14, avec $\xi = 17\%$. Le coefficient de trainée du fuselage a été assumé constant et calculé à l'aide de l'équation 6.8. Les prédictions obtenues à l'aide du code de couplage sont proches des résultats de simulation numériques, particulièrement pour

la polaire de trainée. L'erreur maximale du coefficient de portance des prédictions des codes comparés aux données de CFD est de l'ordre de 5%, tandis que l'erreur sur le coefficient de trainée est de l'ordre du pourcent. A très bas coefficient de portance, cependant, les différences sont plus importantes et se reflètent sur la courbe de trainée.

$$CL_{tot} = CL_{fus+nac} + CL_{WT} = (1 + \xi)CL_{WT} \tag{6.14}$$

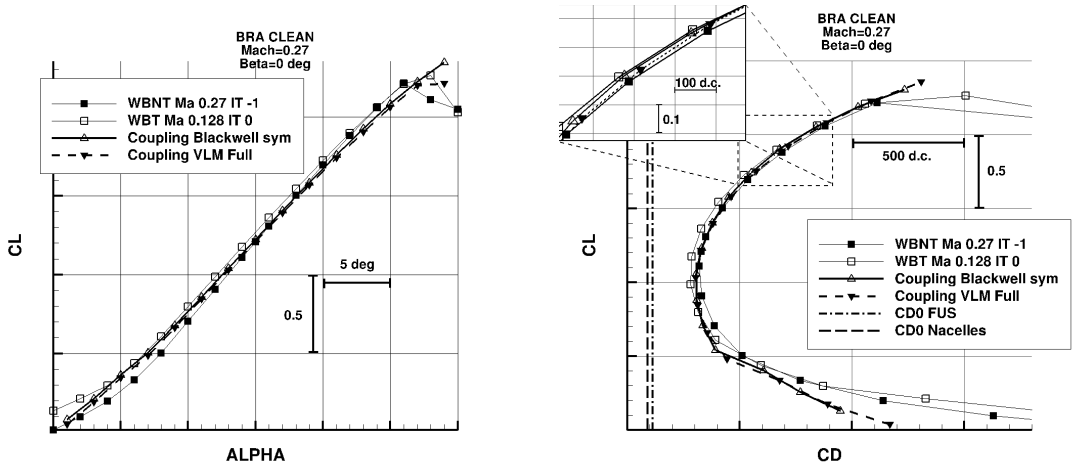


Figure 6.15 Balayage en angle d'incidence, $\beta = 0°$

Le deuxième cas testé est un balayage d'incidence soumis à un écoulement non symétrique, à savoir un angle de glissade de $\beta = 5°$. Les données visqueuses 2.5D appropriées ont été utilisées, à savoir des données à angle de flèche géométrique plus ou moins l'angle de glissade, soit respectivement 20° et 30° pour les surfaces portantes droites et gauches. Le code de couplage utilisé est la version VLM complète, appropriée aux écoulements à angle de glissade non nul. Les résultats sont présentés sur la figure 6.16. La comparaison est faite avec les données de CFD et des essais en soufflerie correspondants. Pour ce cas-ci, le coefficient de portance est bien prédit, utilisant le même modèle de fuselage que précédemment. Concernant la trainée, un modèle de fuselage basé sur les résultats de simulations numériques RANS du fuselage a cette fois été utilisé : la variation du coefficient de trainée du fuselage isolé en fonction de l'angle d'attaque a été modélisée et ajoutée au coefficient de trainée totale, démontrant une bonne prédiction de la trainée totale.

6.5.2 Balayage en glissade

Trois balayages en angle de glissade ont été effectués, à différents angles d'incidences $\alpha = 0°$, 5° et 8°, correspondant aux résultats de CFD disponibles et présentés dans le tableau 6.5.

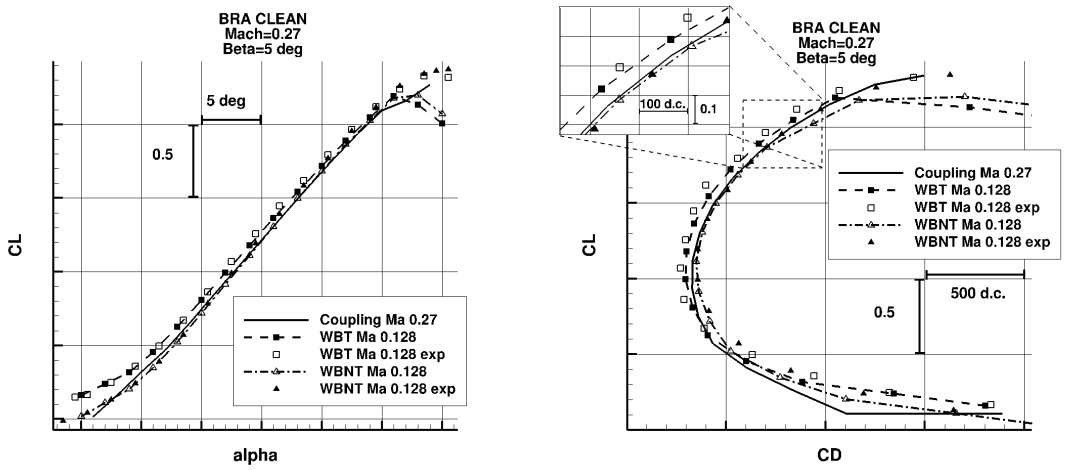


Figure 6.16 Balayage en angle d'incidence, $\beta = 5°$

Tableau 6.5 Liste des simulations en angle de glissade

#	Set	Incidence	Configurations
1	$Ma = 0.270$	$\alpha = 0°$	WBNT_ITM4
2	$Ma = 0.270$	$\alpha = 8°$	WBNT_ITM4
3	$Ma = 0.128$	$\alpha = 5°$	WB,WBT_IT0,WBN,WBNT_IT0

Pour les deux premières simulations, une comparaison est faite avec la configuration complète WBNT, mettant en évidence la validité des modèles de fuselage et de nacelle. Pour la troisième simulation, étant donné la disponibilité des coefficients aérodynamiques pour les différentes configurations, une comparaison de la prédiction de l'algorithme de couplage dans les différentes configurations est effectuée.

Simulation #1

La figure 6.17 présente la prédiction des coefficients de portance et de trainée pour les différents composants de la géométrie obtenus à l'aide de l'algorithme de couplage. Concernant le coefficient de portance, le modèle de fuselage est extrait des simulations de CFD du fuselage isolé, de la même manière que précédemment présenté pour le coefficient de trainée. Les nacelles n'ont pas été modélisées. La portance de l'aile isolée surestime les données de CFD, tandis que l'ajout de l'empennage conduit à sous-estimer le coefficient de portance. L'ajout du modèle de fuselage permet d'obtenir une valeur moyenne semblable à la valeur moyenne des données CFD. Cependant, la forme de la courbe ne correspond pas avec celle des résultats de CFD, prédisant une légère diminution de portance (<0.1) avec l'augmentation de l'angle de glissade. Rappelons que les variations sont cependant petites et que l'influence de l'angle

de balayage sur la portance est la plus importante pour cet angle d'attaque.

Concernant le coefficient de trainée, le même modèle extrait de la simulation de CFD du fuselage isolé a également été utilisé. La trainée des nacelles a cette fois été estimée constante avec l'angle de glissade. La même formule que précédemment (équation 6.8) a été utilisée comme première approximation, en utilisant les dimensions caractéristiques des nacelles. La tendance des résultats du code couplage est cette fois en accord avec les résultats de simulation haute-fidélité, bien que l'amplitude ne soit pas bien capturée. Un modèle de trainée des nacelles plus approprié et en accord avec les observations effectuées sur les simulations numériques pourrait être utilisé afin de légèrement mieux capturer la variation du coefficient, bien que son influence ait été estimée négligeable. En effet, en examinant la figure 6.14b, la différence du coefficient de trainée entre la configuration WBN et WB est constante lors du balayage en angle de glissade, à l'exception des plus grands angles calculés. La prise en compte de cette légère augmentation de portance due aux nacelles permettrait de mieux capturer l'amplitude de variation observée lors des simulations RANS sur la configuration complète.

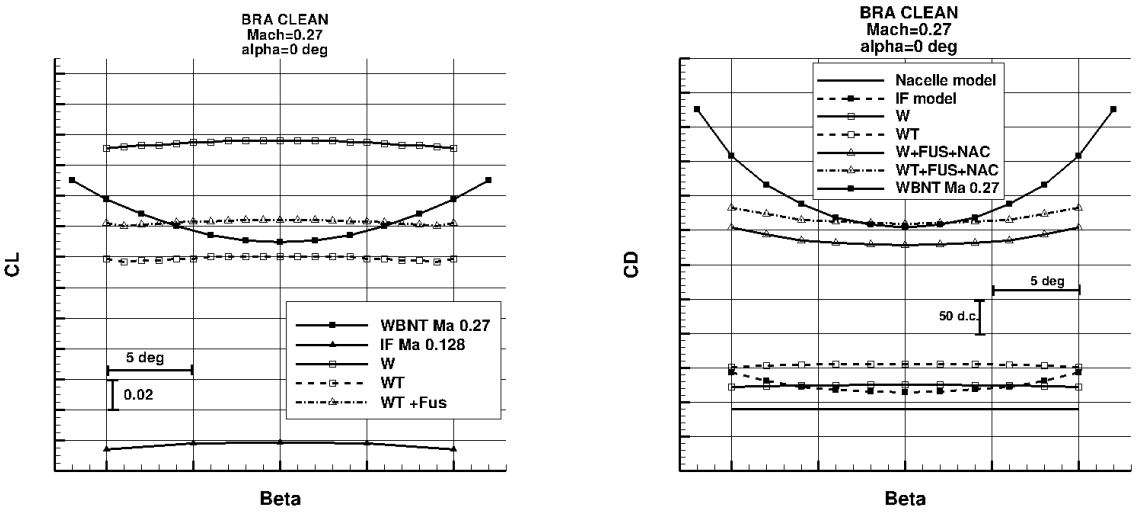


Figure 6.17 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 0°$

Le tableau 6.6 présente les erreurs relatives des coefficients aérodynamiques prédits par le code de couplage par rapport aux prédictions de CFD. L'erreur maximale est de l'ordre de 10%, autant pour le coefficient de portance que pour celui de trainée. Ces résultats sous-estiment cependant les coefficients aérodynamiques en angle de glissade.

Simulation #2

Pour le deuxième set de simulation en angle de glissade à angle d'attaque constant, la prédiction du coefficient de portance est très proche des résultats de CFD. Cependant le saut dans la distribution du coefficient n'est pas capturé par l'algorithme de couplage. A nouveau, l'absence d'informations sur la physique de l'écoulement ne permet pas de tirer des conclusions sur ce phénomène. Le comportement de la portance ne correspond cependant toujours pas aux résultats haute-fidélité. Les erreurs relatives (tableau 6.6) sont de l'ordre de grandeur du pourcent pour ce cas-ci, l'amplitude de la variation du coefficient de portance avec l'angle de glissade étant plus faible pour cet angle d'incidence que pour le cas précédent.

La trainée est, comme pour le cas précédent, bien prédite, malgré une variation encore sous-estimée de l'ordre de 15% au maximum de l'angle de glissade. L'assemblage de la trainée de chaque composant permet une prédiction reflétant efficacement la trainée des données de RANS.

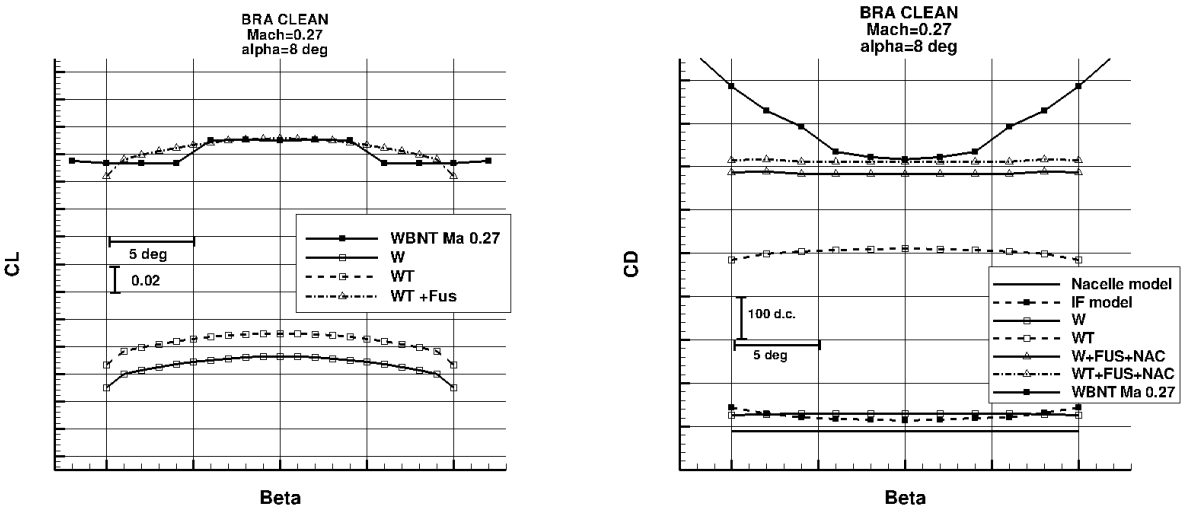


Figure 6.18 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 8°$

Simulation #3

Pour la troisième simulation en angle de glissade, les données de simulations RANS disponibles sont celles des conditions de vol à $Mach = 0.128, Re = 0.87 \cdot 10^6$. Les coefficients aérodynamiques pour les composants de l'avion permettent une comparaison plus pertinente de l'influence de chaque élément. À nouveau, les coefficients de portance et de trainée extraits de la simulation du fuselage isolé ont été utilisés pour quantifier les effets de fuselage dans

Tableau 6.6 Erreur relative des coefficients aérodynamiques du BRA, $\alpha = 0°$ et $8°$, $\beta = [0° - 8°]$

Erreur Relative [%]					
Coefficient	Beta 0°	Beta 2°	Beta 4°	Beta 6°	Beta 8°
$CL_{\alpha=0°}$	11.00	10.00	6.97	1.68	-4.78
$CD_{\alpha=0°}$	1.33	0.66	-1.59	-5.99	-10.17
$CL_{\alpha=8°}$	0.17	0.03	-0.15	1.31	0.70
$CD_{\alpha=8°}$	-0.95	-1.34	-3.06	-10.19	-13.55

l'algorithme de couplage. Un modèle constant a été utilisé pour les nacelles, aussi bien pour la portance que pour la trainée. Les résultats sont présentés sur la figure 6.19.

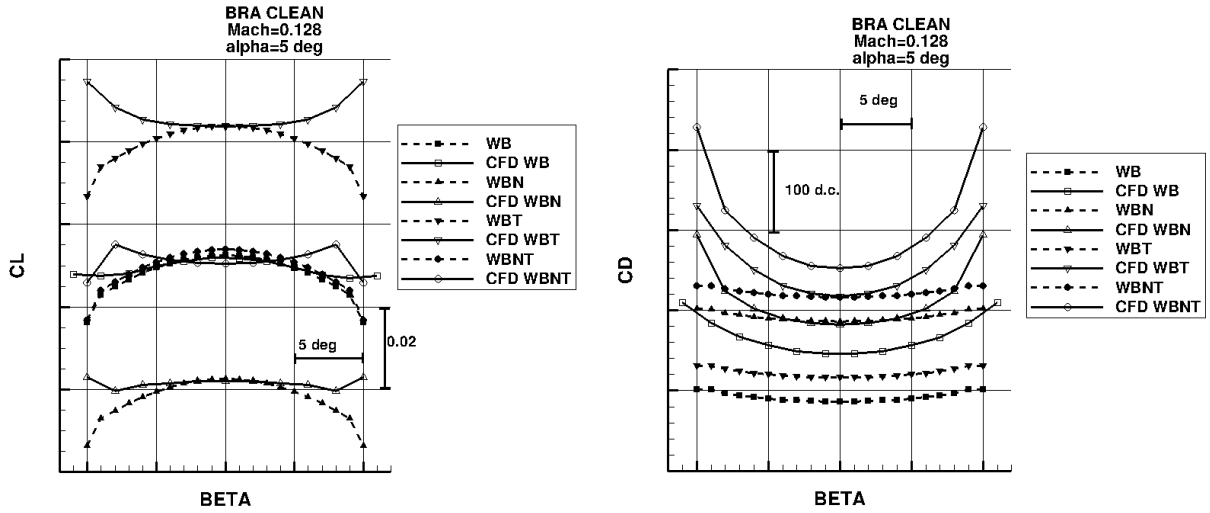


Figure 6.19 Balayage en angle de glissade, $\alpha = 5°$

Concernant la portance, les résultats de l'algorithme de couplage sont en accord avec les résultats de simulation numérique, comme présenté dans le tableau 6.8, et ceci pour toutes les configurations. Les configurations sans empennage, à savoir les configurations WB et WBN présentent un comportement similaire aux résultats RANS. Cependant, la contribution de l'empennage horizontal n'est pas prédite de manière adéquate. En effet les résultats RANS prédisent une augmentation de la portance avec l'angle de glissade pour la configuration WBT, phénomène non capturé par l'algorithme de couplage. L'écoulement impactant sur l'ensemble de l'avion influence l'écoulement sur l'empennage horizontal, notamment le fuselage et les nacelles, phénomène qui n'est pas modélisé par l'algorithme de couplage, et qui pourrait être responsable de ce comportement.

L'erreur relative maximale pour le coefficient de portance de toutes les configurations comparé

aux données RANS est de l'ordre de 2%. Les résultats pour le coefficient de trainée confirment la mauvaise prédiction de l'empennage horizontal, l'erreur relative atteignant 25%. De manière générale, la prédiction du code de couplage du coefficient de trainée pour cet angle d'attaque n'est pas similaire aux prédictions RANS, et ceci pour toutes les topologies testées. La configuration WB notamment sous-estime de l'ordre de 15% les résultats. La configuration WBN présente quant à elle des résultats plus proches des résultats de RANS, mais la concordance semble fortuite dans ce cas présent.

Concernant l'empennage horizontal, le tableau 6.7 présente la variation du coefficient de portance pour la moitié droite Right Tail (RT), dont l'angle de flèche est réduit, et gauche Left Tail (LT) à un angle de glissade de $\beta = 10°$, par rapport à la solution sans angle de glissade. Les résultats sont présentés pour les données visqueuses, le code VLM linéaire ainsi que pour les résultats de l'algorithme de couplage. La diminution du coefficient de portance due à l'augmentation de l'angle de flèche sur l'empennage soumis à l'angle de glissade est plus important que l'augmentation du coefficient sur l'autre moitié, à la fois pour les données visqueuses que pour le code VLM linéaire. Le couplage présente donc également une diminution de portance sur la moitié de l'empennage plus conséquente que l'augmentation sur l'autre moitié. Ces observations démontrent que le coefficient de portance de l'empennage diminuant avec l'augmentation de l'angle de glissade est un résultat cohérent pour cette méthode de calcul. La différence entre ce résultat et les résultats des simulations RANS est possiblement due à l'effet de l'écoulement autour du fuselage et des nacelles, et notamment son interaction avec l'écoulement impactant l'empennage horizontal.

Tableau 6.7 Variation du coefficient de portance de l'empennage du BRA, $\alpha = 5°$, $\beta = 10°$

$\Delta CL[\%]$		
Méthode	LT	RT
VLM linéaire	-11.0	7.0
Données Visqueuses	-6.7	3.8
Couplage	-10.5	6.7

6.5.3 Modélisation de l'empennage vertical

Afin de quantifier l'effet de la modélisation de l'empennage vertical sur les résultats, celui-ci a été modélisé de manière approximative. Les résultats préliminaires présentés dans cette section ne servent qu'à étudier l'impact de l'empennage vertical sur l'empennage horizontal de manière qualitative, la représentation géométrique de l'empennage vertical étant approximative.

Tableau 6.8 Erreur relative des coefficients aérodynamiques du BRA, $\alpha = 5°$, $\beta = [0° - 8°]$

Erreur Relative [%]					
Coefficient	Beta 0°	Beta 2°	Beta 4°	Beta 6°	Beta 8°
CL_{WB}	0.09	0.09	0.04	-0.07	-0.36
CD_{WB}	-13.41	-13.57	-14.13	-15.06	-16.47
CL_{WBT}	0.03	-0.07	-0.33	-0.83	-1.70
CD_{WBT}	-19.47	-19.98	-21.16	-23.36	-26.57
CL_{WBN}	0.07	0.01	-0.14	-0.44	-0.72
CD_{WBN}	-1.20	-1.49	-2.33	-4.07	-7.10
CL_{WBNT}	0.49	0.39	0.08	-0.47	-1.31
CD_{WBNT}	-8.27	-8.66	-10.45	-13.30	-17.34

VLM avec surface verticale

Une aile comprenant une surface verticale a été modélisée pour tester le code VLM sans couplage. Le cas choisi est tiré des travaux présentés par Blackwell (1969), et représente une aile avec un allongement $AR = 6.7$, un angle de flèche de $\Lambda = 30°$, et un rapport d'effilement de ${}^{c_t}/_{c_r} = 0.33$. La surface verticale est placée en dessous de l'aile, à 60% de la demi-envergure de l'aile. Son hauteur correspondant à 20% de la demi-envergure, comme représenté sur l'encart de la figure 6.20.

La distribution du coefficient de portance le long de l'envergure est représentée sur la figure 6.20, et les résultats sont en accord avec les résultats de Blackwell (1969).

La surface verticale crée une discontinuité dans la distribution de portance le long de l'aile, les tourbillons influençant localement l'écoulement sur l'aile, conduisant à une augmentation de la portance sur l'intérieur de l'aile, et une diminution sur l'extérieur, l'effet étant visible sur une largeur approximativement égale au double de la hauteur de la surface verticale.

BRA avec empennage vertical

Une modélisation de l'empannage vertical a été intégrée au modèle du BRA, permettant des comparaisons qualitatives des résultats. En effet, la représentation de l'empennage vertical utilisée dans le code VLM représente de manière approximative la géométrie du modèle utilisé dans les études CFD. Aucune donnée visqueuse n'est associée à l'empennage vertical, son comportement en fonction de l'angle de balayage étant considéré comme linéaire en première approximation.

L'effet de l'empennage vertical est représenté sur la figure 6.21, où la distribution du coefficient de portance le long de l'envergure de l'aile et de l'empennage horizontal est représentée

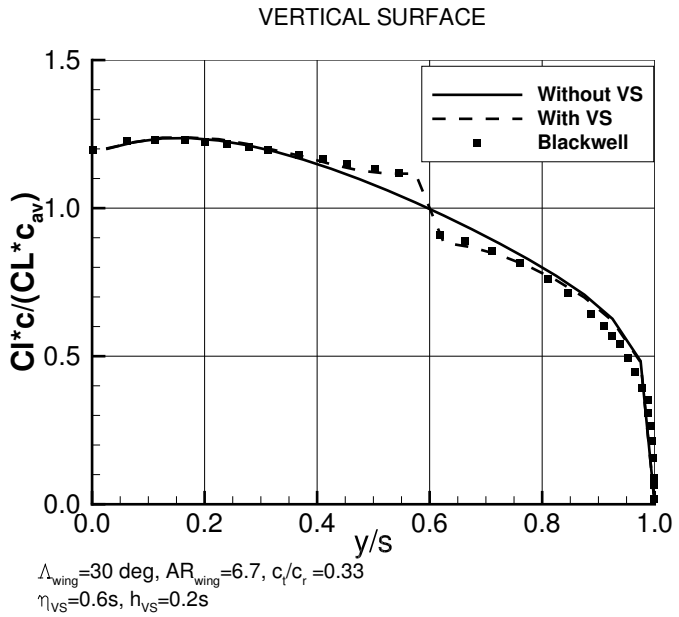


Figure 6.20 Modélisation d'une surface verticale

pour un angle d'attaque de $\alpha = 10°$ et un angle de glissade de $\beta = 10°$. Les résultats sont comparés avec ceux ne prenant pas en compte l'empennage vertical dans la modélisation de la géométrie. L'effet est nul sur l'aile, mais devient clairement visible sur l'empennage horizontal. En effet, l'écoulement impactant l'empennage horizontal est modifié par l'écoulement sur l'empennage vertical lorsque l'angle de glissade n'est pas nul.

L'effet de l'angle de glissade sur l'empennage vertical est le même que l'effet de l'angle d'incidence sur les surfaces horizontales. Le phénomène est le même mais dans le plan xz, perpendiculaire au plan de l'aile xy. Ainsi, l'écoulement circulant sur "l'extrados" de l'empennage vertical est accéléré et augmente donc ensuite la vitesse de l'écoulement sur la moitié de l'empennage horizontal, créant ainsi une plus grande portance sur cette surface. A l'inverse, l'écoulement circulant sur "l'intrados" de l'empennage vertical est ralenti par rapport à un écoulement non perturbé, créant un écoulement à plus faible vitesse sur l'autre moitié de l'empennage horizontal et ainsi réduisant la portance. Ceci crée globalement une légère diminution du coefficient de portance sur l'empennage horizontal lors de la prise en compte de l'empennage vertical à angle de glissade non nul.

L'effet sur le coefficient de portance total est représenté sur la figure 6.22, en comparaison avec les résultats sans empennage vertical pour un angle d'attaque de $\alpha = 0°$ et un balayage d'angle de glissade de $\beta = [-10°, -10°]$. Comme attendu, l'empennage vertical accentue la

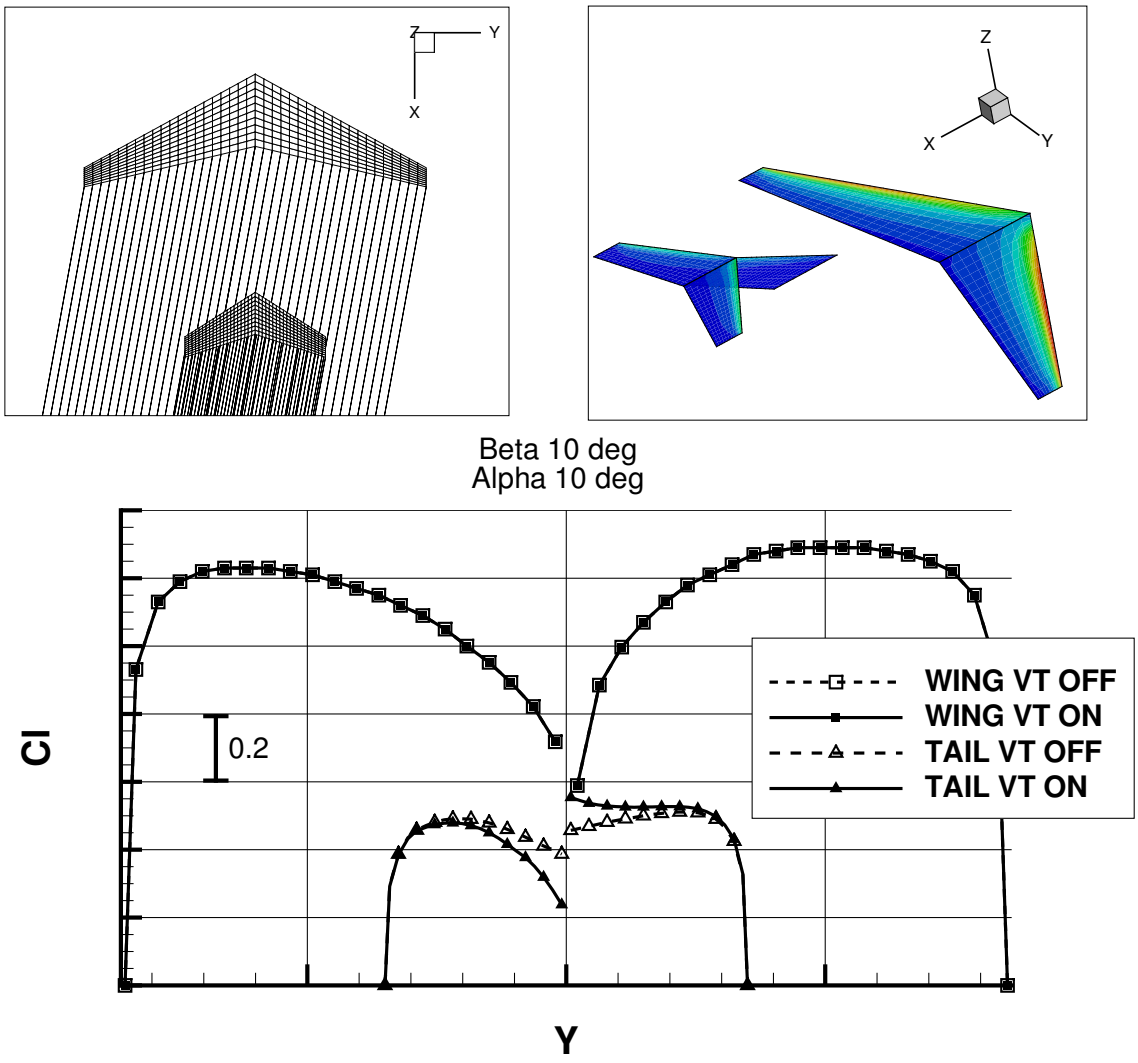


Figure 6.21 Distribution de portance le long de l'envergure, avec ou sans empennage vertical

variation du coefficient de portance avec l'angle de glissade. La variation à l'angle de glissade maximum est de l'ordre de 10%. Comme attendu, l'effet est nul à angle de glissade nul.

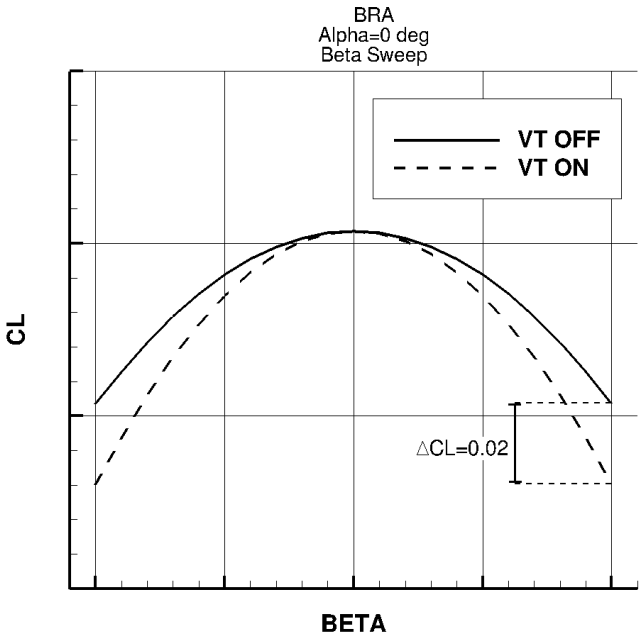


Figure 6.22 Coefficient de portance en balayage d'incidence, avec ou sans empennage vertical

Ces résultats préliminaires confirment les conclusions tirées du tableau 6.7, préconisant une diminution du coefficient de portance avec l'augmentation de l'angle de glissade. Le comportement observé à l'aide des simulations RANS n'est toujours pas capturé par l'algorithme de couplage modélisant l'empennage vertical. Une étude de l'interaction entre le fuselage, les nacelles et les surfaces portantes est donc nécessaire pour apporter des éclaircissements sur ce comportement.

6.6 Conclusion

Afin de calculer les coefficients aérodynamiques de configurations soumis à un écoulement avec un angle de glissade non nul, une implémentation d'un code de couplage utilisant un VLM comme méthode non visqueuse a été réalisée et testée.

Une configuration issue de l'industrie aéronautique moderne a été investiguée, et les résultats comparés avec des données provenant de simulations numériques haute-fidélité. Un modèle simple a été utilisé pour quantifier les effets du fuselage : les coefficients aérodynamiques extraits de simulations du fuselage isolé ont été utilisés pour modéliser le fuselage dans l'algorithme de couplage. Concernant les nacelles, une modélisation préliminaire constante en fonction de l'angle de glissade a été utilisée.

Les résultats en balayage d'angle d'incidence à angle de glissade constant montrent un bon

accord avec les données RANS. Les simulations numériques sur le fuselage isolé permettent d'obtenir un modèle satisfaisant, en particulier pour la trainée, ce qui permet une prédiction de la polaire du coefficient de trainée en fonction du coefficient de portance concordant avec les données de simulation haute-fidélité.

Pour les prédictions de balayage en angle de glissade à angle d'incidence constant, les résultats ont montré les limitations de l'algorithme. Le modèle de fuselage permet une prédiction satisfaisante de l'influence de celui-ci sur la prédiction des coefficients aérodynamiques. L'influence des nacelles, spécialement pour la trainée, pourrait être prise en compte de manière plus précise, permettant ainsi une meilleure prédiction des coefficients aérodynamiques à grand angle de glissade.

Finalement, la modélisation de l'empennage a montré des limitations concernant la prédiction des coefficients aérodynamiques, notamment le comportement du coefficient de portance en fonction de l'angle de glissade. Des études supplémentaires sont nécessaires pour obtenir une meilleure compréhension du phénomène observé. Une modélisation de l'empennage vertical n'a pas permis de capturer le phénomène observé par les simulations RANS. Les nacelles et le fuselage lui-même modifiant l'écoulement sur l'empennage horizontal, une étude approfondie est nécessaire pour comprendre ces interactions, qui ne sont pas pris en compte ni dans les données visqueuses ni dans le code VLM. L'étude des solutions RANS, et en particulier la visualisation de l'écoulement autour de la géométrie permettrait de vérifier cette hypothèse et d'en quantifier les effets.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

7.1 Synthèse des travaux

Dans le cadre de ce projet de recherche, des algorithmes de couplage visqueux/non visqueux ont été investigués et développés, pour répondre aux besoins aérodynamiques dans un cadre de design préliminaire. Les méthodes déjà existantes dans la littérature ont été implémentées, afin de pouvoir comprendre leurs fonctionnements et étudier leurs limitations. Basé sur ces études, une méthode originale, inspirée du travail de Van Dam *et al.* (2001) mais modifiant la position du point de contrôle afin de garantir une pente de 2π, a été proposée et implémentée. Inspiré des couplages forts pour les méthodes Euler/Couche Limite, un algorithme fort a été implémenté, en exprimant les courbes coefficient de portance-angle d'incidence discrètes par des polynômes de Legendre. Afin d'obtenir une solution physique, un modèle de viscosité artificielle transposé du travail de Chattot (2004) a été implémenté aux versions fortement couplées, permettant de prédire efficacement le coefficient de portance d'une aile elliptique en utilisant des données de section visqueuses analytiques et ce même à de grandes valeurs de l'angle d'attaque. Une légère déviation est observée par rapport à la solution analytique, et est due à la résolution d'un système linéaire légèrement modifié par l'ajout du terme de viscosité artificielle. L'étude de la propagation d'une perturbation de la circulation le long de l'envergure a permis de mettre en évidence l'apparition de cellules de décrochages, en accord avec les récents travaux conduit entre autre par Spalart (2014) et Gross *et al.* (2015), les valeurs observées de l'espacement des cellules de décrochage se trouvant dans la plage de données des critères discrets et continus. Finalement, une étude sur l'estimation des vitesses induites par le code VLM le long de l'envergure a permis de montrer l'importance de l'utilisation d'une méthode précise pour obtenir une solution de l'algorithme satisfaisante.

Suivant ces résultats concluants, l'algorithme a été testé et validé sur des configurations complexes, à savoir des configurations avec aile et empennage horizontal, des configurations à profils hypersustentatoires, ainsi qu'à des écoulements transsoniques. La prédiction des coefficients de pression à différentes position le long de l'aile s'est vue grandement améliorée par l'utilisation des données de section 2.5D, prenant en compte l'angle de flèche de l'aile, particulièrement pour la prédiction du choc sur l'aile. La prédiction des coefficients de portance, trainée et moment de tangage a été validée par comparaison à des données expérimentales ou de CFD. Une configuration aile-fuselage dans un écoulement transsonique a été investiguée. Les pressions le long de l'aile ont été comparées aux données de CFD 3D et présentent un bon accord dans la partie centrale de l'envergure. Une certaine imprécision dans la région

proche du plan de symétrie ($\eta < 20\%$) et du bout de l'aile ($\eta > 95\%$) est cependant observée. Ces travaux sont les premiers à étendre la méthode VLM aux écoulements transsoniques.

Une configuration d'aile isolée comprenant des profils hypersustentatoires a été investiguée, et une étude a montré qu'il n'était pas nécessaire de modéliser ceux-ci pour la prédiction des coefficients aérodynamiques. La modélisation de l'aile en adaptant la géométrie pour qu'elle prenne en compte l'allongement de la corde dû au déploiement des systèmes hypersustentatoires mais sans prendre en compte la cambrure due aux surfaces de contrôle a montré des résultats satisfaisants. De plus, l'angle d'attaque à zéro portance pour chaque section doit être fourni au code, mais peut être facilement estimé à l'aide d'un modèle de profil mince, ou extrait des données de sections visqueuses. L'inutilité de modéliser les éléments amovibles permet de garder une représentation de la géométrie non visqueuse simple, aucune attention n'étant nécessaire concernant la modélisation des espaces entre les éléments, ou encore concernant les sillages qui se propagent en arrière des surfaces portantes. Ces travaux sont les premiers à capturer les effets visqueux tridimensionnels à l'intérieur du cadre de la méthode VLM.

Une extension du code de calcul pour l'étude du comportement des coefficients aérodynamiques soumis à un angle de glissade a été effectuée, et testée sur une géométrie complète représentative d'un avion moderne. Cette géométrie a démontré de bons résultats lorsque l'écoulement est symétrique, mais démontre certaines limitations lorsque l'angle de glissade est non nul, et que l'interaction des différents éléments de géométrie, notamment le fuselage et les nacelles, ne peut pas être négligé.

7.2 Limitations de la solution proposée

L'algorithme développé durant le projet de recherche ainsi que la méthode proposée pour prédire les coefficients aérodynamiques de configurations complexes a démontré de bons résultats. Néanmoins, certaines limitations ont été aperçues :

- Les effets du plan de symétrie pour les ailes à angle de flèche non négligeable n'ont pas été implémentés. Ils limitent donc la précision de la méthode de couplage à prédire le coefficient de pression dans le premier tiers de l'envergure de l'aile en régime transsonique. Une méthode de correction du plan de symétrie pourrait augmenter la capacité du code de couplage.
- Pour les configurations transsoniques, l'impact des données de section 2.5D reflétant le bon angle de flèche a été identifié. Bien que ce projet de recherche ne se concentre pas sur l'obtention des données de section 2.5D, l'algorithme a démontré ses limitations

et bénéficierait de l'implémentation d'un algorithme de détection du choc, permettant d'utiliser des données de section visqueuses dont l'angle de flèche refléterait la physique de l'écoulement.

— La prédiction des coefficients aérodynamiques en angle de glissade d'une configuration complète a permis de pointer les limitations des modèles utilisés. Concernant le coefficient de portance, l'effet de l'empennage n'a pas été capturé par le code de couplage, en comparaison aux données RANS. Pour la trainée, l'amplitude de la variation du coefficient en fonction de l'angle de glissade n'a également pas été capturée précisément. Une étude des résultats 3D des simulations RANS serait appropriée pour comprendre la physique de l'écoulement sur l'empennage, notamment l'influence de l'empennage vertical, des nacelles et du fuselage sur l'écoulement autour de l'empennage horizontal en angle de glissade. L'étude d'autres configurations permettrait également d'identifier si le phénomène observé est propre à cette géométrie ou plus général.

CHAPITRE 8 CONCLUSION

Lors du processus de développement d'avion, la prédiction des coefficients aérodynamiques est une caractéristique essentielle tout au long du processus de définition, de design et de validation. La précision et qualité des résultats n'étant pas la même en fonction des phases de développements, des méthodes adaptées aux besoins sont développées. Dans toutes les phases du projet, une meilleure compréhension des phénomènes aérodynamiques et une meilleure prédiction en termes de qualité et coût de calcul permettent d'optimiser le rendement des processus de développement d'avion.

L'étude des algorithmes de couplage en méthode *gamma* et *alpha* a permis de présenter leurs capacités et limitations, et de proposer une méthode originale permettant d'assurer une solution physique à de grands angles d'attaques dans la région après décrochage. De plus, le code de couplage a permis de mettre en évidence des cellules de décrochage le long de l'envergure, phénomène étudié attentivement de nos jours, car ayant des effets importants sur les performances, la manoeuvrabilité ou encore la sécurité des avions. Ces cellules peuvent être expliquées par une interaction non visqueuse entre les sections décrochées.

L'utilisation des données de section 2.5D a permis d'améliorer la prédiction du code de couplage pour les ailes à grand angle de flèche, spécialement pour les écoulements transsoniques, où la prédiction du choc le long de l'envergure a été significativement améliorée. Ces résultats permettent d'étendre le domaine d'application de ces méthodes de couplage.

La modélisation des profils hypersustentatoires a été étudiée, permettant de démontrer que les effets de cambrures peuvent être capturés à l'aide des données de section appropriées et une transformation géométrique des surfaces portantes. La modélisation doit prendre en compte l'allongement de la corde dû à l'extension des systèmes amovibles, mais permet une modélisation simple, sans problèmes éventuels d'interactions de sillages entre les éléments de l'aile.

Finalement, la méthode de couplage a été étendue pour étudier les effets de l'angle de glissade sur la prédiction des coefficients aérodynamiques. Les résultats préliminaires ont permis de mettre en évidence les besoins de modéliser les interactions entre les différents composants de l'avion lorsque l'angle de glissade n'est pas nul, l'algorithme ne permettant pas de prédire de manière adéquate le comportement des coefficients observé à l'aide de simulations RANS.

8.1 Améliorations futures

Mis à part les limitations et les propositions d'améliorations associées et qui ont déjà été mentionnées dans le chapitre 7, la méthode de calcul pourrait bénéficier de plusieurs améliorations :

- La modélisation du fuselage et son interaction avec les surfaces portantes dans une méthode non visqueuse devrait être implémentée. En effet, le modèle actuel ne modélise que les surfaces portantes, assumant des corrections de fuselage tirées de simulations RANS sur les coefficients aérodynamiques, mais pas sur la circulation le long de l'envergure.
- De même, des études de simulations numériques sur plusieurs géométries de fuselage isolés pourraient être conduites afin de pouvoir étudier le champ de vitesse transverse du au fuselage et ainsi prendre en compte son effet sur les données de section visqueuses en fonction de l'envergure.
- Une étude plus approfondie sur le comportement des coefficients aérodynamiques soumis à un angle de glissade pourrait apporter des indications sur les corrections à apporter aux coefficients aérodynamiques. L'impact de la modélisation de tous les composants devrait être étudié, leurs effets ne pouvant plus être négligés puisque créant des modifications de l'écoulement impactant les autres surfaces portantes de la configuration. Un exemple typique est la modification de l'écoulement lors de son passage autour de l'empennage vertical, celui-ci voyant sa vitesse modifiée, influençant ensuite de manière différente chaque côté de l'empennage horizontal lorsque l'angle de glissade est non nul.
- L'algorithme de couplage pourrait être développé pour étudier l'hystérésis des coefficients aérodynamiques aux angles d'attaque proche du décrochage, permettant ainsi d'obtenir des éclaircissements sur la dynamique du décrochage, phénomène important notamment d'un point de vue de stabilité et contrôle. En effet, la prédiction du coefficient de portance maximum influence les performances de l'avion tel que la distance de décollage, la vitesse d'approche et la prévention du décrochage en vol.
- Enfin, la méthode VLM pourrait être étendue en une méthode *Unsteady Vortex Lattice Method*, (UVLM) permettant de capturer les phénomènes instationnaires. L'algorithme de couplage permettrait ainsi d'estimer les dérivées dynamiques des coefficients aérodynamiques et donc de caractériser la stabilité dynamique en vol.

RÉFÉRENCES

AFTOSMIS, M. J., NEMEC, M., et CLIFF, S. E., "Adjoint-based low-boom design with cart3d", dans *29th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 27 - 30 June 2011, Honolulu, Hawai, June 2011, AIAA Paper 2011-3500.

ANDERSON, J., *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw-Hill New York, 2001, vol. 2.

BERTIN, J., *Aerodynamics for engineers*. Prentice Hall Englewood Cliffs, 2002.

BLACKWELL, J., "A finite-step method for calculation of theoretical load distributions for arbitrary lifting-surface arangements at subsonic speeds", NASA TN D-5335, Rapp. tech., 1969.

BRODERSEN, O., RAKOWITZ, M., AMANT, S., LARRIEU, P., DESTARAC, D., et SUTCLIFFE, M., "Airbus, onera, and dlr results from the second aiaa drag prediction workshop", *Journal of Aircraft*, vol. 42, no. 4, pp. 932 – 940, 2005.

BROEREN, A. P. et BRAGG, M. B., "Spanwise variation in the unsteady stalling flowfields of two-dimensional airfoil models", *AIAA Journal*, vol. 39, no. 9, pp. 1641–1651, 2001.

CATHERALL, D. et MANGLER, K., "scholar", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 26, no. Part 1, pp. 163–182, 1966.

CEBECI, T., PLATZER, M., JANG, H., et CHEN, H., "An inviscid-viscous interaction approach to the calculation of dynamic stall initiation on airfoils", *Journal of Turbomachinery*, vol. 115, no. 4, pp. 714–723, 1993.

CEBECI, T. et COUSTEIX, J., *Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows : Laminar, Turbulent and Transitional Boundary Layers in Incompressible and Compressible Flows*. Springer, 2005.

CEBECI, T., JOHNSON, F., CHANG, K., et CHEN, H., "An engineering approach to the calculation of two-and-three dimensional flows with extensive separation", dans *International Congress of Aeronautical Sciences, 22 nd, Harrogate, United Kingdom*, 2000.

CHATTOT, J.-J., "Analysis and design of wings and wing/winglet combinations at low speeds", *Computational Fluid Dynamic Journal*, vol. 13, no. 3, pp. 597–604, October 2004.

COUSTEIX, J., *Aérodynamique : couche limite laminaire*. Éd. Cépaduès, 1988.

COUSTEIX, J. et MAUSS, J., *Asymptotic analysis and boundary layers.* Springer, 2007.

DE VARGAS, L. A. T. et DE OLIVEIRA, P. H. I. A., "A fast aerodynamic procedure for a complete aircraft design using the know airfoil characteristics", *SAE Technical Paper 2006-01-2818*, 2006. DOI : 10.4271/2006-01-2818

DRELA, M., "N+ 3 aircraft concept designs and trade studies—volume 2 (appendices) : Design methodologies for aerodynamics, structures, weight, and thermodynamic cycles (appendix a : Tasopt—transport aircraft system optimization)", Rapp. tech., 2010, NASA Final Rept. CR-2010-216794/VOL2.

DRELA, M. et GILES, M. B., "Viscous-inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils", *AIAA Journal*, vol. 25, no. 10, pp. 1347–1355, 1987.

DUKE, E. L., ANTONIEWICZ, R. F., et KRAMBEER, K. D., "Derivation and definition of a linear aircraft model", August 1988, NASA RP-1207.

ELHAM, A., "Adjoint quasi-three-dimensional aerodynamic solver for multi-fidelity wing aerodynamic shape optimization", *Aerospace Science and Technology*, vol. 41, pp. 241–249, 2015.

FINK, R. et HOAK, D., "Usaf stability and control datcom", McDonnell Douglas Corporation, Rapp. tech. ADB072483, 1975.

GALLAY, S. et LAURENDEAU, E., "Non linear generalized lifting line coupling algorithms for pre/post stall flows", *AIAA Journal*, vol. 53, pp. 1784–1792, 2015.

GARIÉPY, M., MALOUIN, B., TRÉPANIER, J.-Y., et LAURENDEAU, É., "Far-field drag decomposition applied to the drag prediction workshop 5 cases", *Journal of Aircraft*, vol. 50, no. 6, pp. 1822–1831, 2013.

GHASEMI, S., MOSAHEBI, A., et LAURENDEAU, E., "A two-dimensional/infinite swept wing navier-stokes solver", dans *52nd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA*, 2013, AIAA Paper 2014–0557.

GIBBS, J. W., "Fourier's series", *Nature*, vol. 59, p. 200, 1898.

GLAUERT, H., *The elements of aerofoil and airscrew theory.* Cambridge University Press, 1983.

GOLDSTEIN, S., “On laminar boundary-layer flow near a position of separation”, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol. 1, no. 1, pp. 43–69, 1948.

GROSS, A., FASEL, H. F., et GASTER, M., “Criterion for spanwise spacing of stall cells”, *AIAA Journal*, vol. 53, no. 1, pp. 272–274, 2015.

GUR, O., MASON, W., et SCHETZ, J., “Full-configuration drag estimation”, *Journal of Aircraft*, vol. 47, no. 4, pp. 1356 – 1367, 2010.

HASANZADEH, K., LAURENDEAU, E., et PARASCHIVOIU, I., “Adaptive curvature control grid generation algorithms for complex glaze ice shapes rans simulations”, dans *53nd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA*, 2015, AIAA Paper 2015-0914.

HENDERSON, R. P., MARTINS, J., et PEREZ, R. E., “Aircraft conceptual design for optimal environmental performance”, *The Aeronautical Journal*, vol. 116, no. 1175, pp. 1–22, 2012.

HESS, J. L. et SMITH, A., “Calculation of non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies”, DTIC Document, Rapp. tech., 1962.

HOERNER, S. F., *Fluid-dynamic drag*. Hoerner Fluid Dynamics, Bakersfield, CA, 1965.

KAFYEKE, F., PIPERNI, P., et ROBIN, S., “Application of ktran transonic small disturbance code to the challenger business jet configuration with winglets”, SAE Technical Paper, Rapp. tech., 1988.

KAMENETSKIY, D. S., BUSSOLETTI, J. E., HILMES, C. L., VENKATAKRISHNAN, V., WIGTON, L. B., et JOHNSON, F. T., “Numerical evidence of multiple solutions for the reynolds-averaged navier–stokes equations”, *AIAA Journal*, pp. 1–13, 2014.

KARAMCHETI, K., *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. Wiley New York, 1966.

KATZ, J. et PLOTKIN, A., *Low-speed aerodynamics*. Cambridge University Press, 2001, vol. 13.

KÜCHEMANN, D., *The aerodynamic design of aircraft*. Pergamon Press, 1978.

LAGRÉE, P.-Y., “Interactive boundary layer (ibl)”, dans *Asymptotic Methods in Fluid Mechanics : Survey and Recent Advances*. Springer, 2010, no. 523.

LAURENDEAU, E. et BOUDREAU, J., “Drag prediction using the euler/navier-stokes code fansc”, SAE Technical Paper, Rapp. tech. 2003-01-3022, 2003.

LE BALLEUR, J., “New possibilities of viscous-inviscid numerical techniques for solving viscous flow equations with massive separation”, dans *Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, Long Beach, CA, January 1989, TP no 1989-24.

LEBALLEUR, J. et GIRODROUX-LAVIGNE, P., “Calculation of fully three-dimensional separated flow with an unsteady viscous-inviscid interaction method”, dans *Proceedings of the 5th Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, Long Beach, CA, 1992.

LEE, B., “Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 37, no. 2, pp. 147–196, 2001.

LEVESQUE, A., PIGEON, A., DELOZE, T., et LAURENDEAU, E., “An overset grid 2d/infinite swept wing urans solver using recursive cartesian virtual grid method”, dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, January 2015, AIAA Paper 2015–0912.

LEVY, D. W., ZICKUHR, T., VASSBERG, J., AGRAWAL, S., WAHLS, R. A., PIRZADEH, S., et HEMSCH, M. J., “Data summary from the first aiaa computational fluid dynamics drag prediction workshop”, *Journal of Aircraft*, vol. 40, no. 5, pp. 875–882, 2003.

LEVY, D. W., LAFLIN, K. R., TINOCO, E. N., VASSBERG, J. C., MANI, M., RIDER, B., RUMSEY, C., WAHLS, R. A., MORRISON, J. H., BRODERSEN, O. P. *et al.*, “Summary of data from the fifth aiaa cfd drag prediction workshop”, dans *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Jan. 2013, AIAA Paper 2013-0046.

LIEBHARDT, B. et LUETJENS, K., “An analysis of the market environment for supersonic business jets”, dans *Deutscher Luft-und Raumfahrtkongress*, 2011, pp. 617–627.

LIGHTHILL, M., “On displacement thickness”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 4, no. 4, pp. 383–392, 1958.

LOCK, R. et WILLIAMS, B., “Viscous-inviscid interactions in external aerodynamics”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 24, no. 2, pp. 51–171, 1987.

LOVELL, D., “A wind-tunnel investigation of the effects of flap span and deflection angle, wing planform and a body on the high-lift performance of a 28 swept wing”, R.A.E., Farnborough, U.K., Rapp. tech., 1977, C.P. No. 1372.

LUX, Q., “Calcul des coefficients aérodynamiques d’un avion complet par la méthode rans”, Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Département de Génie Mécanique, 2013.

MARGASON, R. et LAMAR, J., *Vortex-lattice FORTRAN program for estimating subsonic aerodynamic characteristics of complex planforms.* National Aeronautics and Space Administration, 1971.

MARIENS, J., ELHAM, A., et VAN TOOREN, M., "Quasi-three-dimensional aerodynamic solver for multidisciplinary design optimization of lifting surfaces", *Journal of Aircraft*, vol. 51, no. 2, pp. 547–558, 2014.

MENTER, F. R., "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications", *AIAA Journal*, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605, 1994.

MENTER, F. R., LANGTRY, R., LIKKI, S., SUZEN, Y., HUANG, P., et VÖLKER, S., "A correlation-based transition model using local variables—part i : model formulation", *Journal of Turbomachinery*, vol. 128, no. 3, pp. 413–422, 2006.

MILNE-THOMSON, L., *Theoretical aerodynamic.* Dover Publication Inc., 1966.

MORRISON, J. H. et HEMSCH, M. J., "Statistical analysis of cfd solutions from the third aiaa drag prediction workshop", dans *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV., 2007, AIAA Paper 2007-0254.

MOSAHEBI, A. et LAURENDEAU, E., "Convergence characteristics of fully and loosely coupled numerical approaches for transition models", *AIAA Journal*, vol. 53, no. 5, pp. 1399–1404, 2015.

MUKHERJEE, R., GOPALARATHNAM, A., et KIM, S. W., "An iterative decambering approach for post-stall prediction of wing characteristics using known section data", dans *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2003, AIAA Paper 2003-1097.

MULTHOPP, H., "Aerodynamics of the fuselage", National Advisory Comittee for Aeronautics TM 1036, Rapp. tech., 1942.

MULTHOPP, H., *Methods for Calculating the Lift Distribution of Wings (Subsonic Lifting-Surface Theory).* Aeronautical Research Council, 1950.

MUNK, M. M., "Elements of the wing section theory and of the wing theory", NACA, Rapp. tech., 1924, TR-191.

MUTTERPERL, W., "The calculation of span load distribution on swept-back wings", DTIC Document, Rapp. tech., 1941.

PAKALNIS, E., LASAUSKAS, E., et STANKUNAS, J., “Convergence of lift force calculation of a tapered wing using non-linear section data”, *Mechanika*, vol. 1, no. 51, pp. 61– 65, 2005.

PETRILLI, J., PAUL, R., GOPALARATHNAM, A., et FRINK, N. T., “A cfd database for airfoils and wings at post-stall angles of attack”, dans *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, San Diego,CA, June 24-27 2013, AIAA Paper 2013-2916.

PHILLIPS, W. et ALLEY, N., “Predicting maximum lift coefficient for twisted wings using lifting-line theory”, *Journal of Aircraft*, vol. 44, no. 3, pp. 898 – 910, 2007.

PHILLIPS, W. et SNYDER, D., “Modern adaptation of prandtl’s classic lifting-line theory”, *Journal of Aircraft*, vol. 37, no. 4, pp. 662 – 670, 2000.

PIGEON, A., LEVESQUE, A.-T., et LAURENDEAU, E., “Two-dimensional navier-stokes flow solver developments at école polytechnique de montréal”, dans *22nd Annual Conference of the CFD Society of Canada*, 2014.

PIPERNI, P., DEBLOIS, A., et HENDERSON, R., “Development of a multilevel multidisciplinary-optimization capability for an industrial environment”, *AIAA Journal*, vol. 51, no. 10, pp. 2335–2352, 2013.

PISZKIN, S. et LEVINSKY, E., “Nonlinear lifting line theory for predicting stalling instabilities on wings of moderate aspect ratio”, General Dynamics Convair Division, Rapp. tech., 1976.

RASMUSSEN, M. et SMITH, D., “Lifting-line theory for arbitrarily shaped wings”, *Journal of Aircraft*, vol. 36, no. 2, pp. 340–348, 1999.

RAYMER, D. P., *Aircraft Design : A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999.

RIZZI, A., “Modeling and simulating aircraft stability and control—the simsac project”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 47, no. 8, pp. 573–588, 2011.

RODRIGUEZ, D., STURDZA, P., SUZUKI, Y., MARTINS-RIVAS, H., et PERONTO, A., “A rapid, robust, and accurate coupled boundary-layer method for cart3d”, Jan, 2012, AIAA Paper 2012-0302.

RUMSEY, C. L. et SLOTNICK, J. P., “Overview and summary of the second aiaa high lift prediction workshop”, *Journal of Aircraft*, pp. 1–20, 2014.

RUMSEY, C. L., BIEDRON, R. T., et THOMAS, J. L., "Cfl3d : Its history and some recent applications", dans *"Godunov's Method for Gas Dynamics" Symposium*, May 1997, NASA TM-112861.

SCHLICHTING, H. et TRUCKENBRODT, E., *Aerodynamics of the Airplane*, série Advanced Book program. Mac Graw-Hill, 1979.

SCLAFANI, A. J., VASSBERG, J. C., HARRISON, N. A., DEHAAN, M. A., RUMSEY, C. L., RIVERS, S. M., et MORRISON, J. H., "Drag prediction for the dlr-f6 wing/body and dpw wing using cfl3d and overflow overset mesh", dans *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, vol. 5. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2007, pp. 3088–3127, AIAA Paper 2007-0257.

SCLAFANI, A. J., VASSBERG, J. C., HARRISON, N. A., RUMSEY, C. L., RIVERS, S. M., et MORRISON, J. H., "Cfl3d/overflow results for dlr-f6 wing/body and drag prediction workshop wing", *Journal of Aircraft*, vol. 45, no. 3, pp. 762 – 780, 2008.

SEARS, W. R., "The boundary layer of yawed cylinders", *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*, vol. 15, no. 1, pp. 49–52, 1948.

SEARS, W., "Some recent developments in airfoil theory", *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 23, no. 5, pp. 490–499, 1956.

SHEVELL, R. S., *Fundamentals of flight*. Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1989, vol. 2.

SIVELLS, J., "Experimental and calculated characteristics of three wings of naca 64-210 and 65-210 airfoil sections with and without 2 washout", *National Advisory Committee for Aeronautics – Technical Notes*, pp. 17 –, 1947.

SIVELLS, J. et NEELY, R., "Method for calculating wing characteristics by lifting-line theory using nonlinear section lift data", National Advisory Committee for Aeronautics TN-1269, Washington, DC, United States, Rapp. tech., 1947.

SPALART, P. R. et ALLMARAS, S. R., "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows", *AIAA Journal*, vol. 94-439, 1992.

SPALART, P. R., "Prediction of lift cells for stalling wings by lifting-line theory", *AIAA Journal*, vol. 52, pp. 1817–1821, 2014.

SPREITER, J. R. et SACKS, A. H., “The rolling up of the trailing vortex sheet and its effect on the downwash behind wings”, *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 18, no. 1, pp. 21–32, 1951.

SPREITER, J. R. et STEFFEN, P. J., “Effect of mach and reynolds numbers on maximum lift coefficient”, National Advisory Committee for Aeronautics, Rapp. tech., 1946, NACA TN 1044.

TANI, I., “A simple method of calculating the induced velocity of a monoplane wing”, *Aeronautical Research Institut., Tokyo Imperial University*, vol. 111, 1934.

TINOCO, E., “Validation and minimizing cfd uncertainty for commercial aircraft applications”, dans *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Hawaii, HI*, August 2008, AIAA Paper 2008-6902. DOI : 10.2514/6.2008-6902

TORENBEEK, E., *Synthesis of subsonic airplane design : an introduction to the preliminary design of subsonic general aviation and transport aircraft, with emphasis on layout, aerodynamic design, propulsion and performance*. Springer, 1982.

TORNADO, “Tornado, a vortex lattice method implemented in matlab”, http://tornado.redhammer.se/index.php, 2015, accessed : 2015-09-14.

TSENG, J. et LAN, C., “Calculation of aerodynamic characteristics of airplane configurations at high angles of attack”, National Aeronautics and Space Administration, Rapp. tech. 4182, 1988.

VALAREZO, W. O. et CHIN, V. D., “Method for the prediction of wing maximum lift”, *Journal of Aircraft*, vol. 31, no. 1, pp. 103–109, 1994.

VAN DAM, C. P., “Recent experience with different methods of drag prediction”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 35, no. 8, pp. 751–798, 1999.

VAN DAM, C., “The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 38, no. 2, pp. 101 – 144, 2002.

VAN DAM, C., VANDER KAM, J., et PARIS, J., “Design-oriented high-lift methodology for general aviation and civil transport aircraft”, *Journal of Aircraft*, vol. 38, no. 6, pp. 1076 – 1084, 2001.

VASSBERG, J. C., DEHAAN, M. A., RIVERS, S. M., et WAHLS, R. A., “Development of a common research model for applied cfd validation studies”, dans *26th AIAA Applied*

Aerodynamics Conference, Hawaii, HI, August 2008, AIAA Paper 2008-6919.

VELDMAN, A. E., "New, quasi-simultaneous method to calculate interacting boundary layers", *AIAA Journal*, vol. 19, no. 1, pp. 79–85, 1981.

VON KAENEL, R., RIZZI, A., OPPELSTRUP, J., GOETZENDORF-GRABOWSKI, T., GHOREYSHI, M., CAVAGNA, L., et BERARD, A., "Ceasiom : simulating stability & control with cfd/csm in aircraft conceptual design", dans *26th International Congress of the Aeronautical Sciences, ICAS*, 2008.

VOS, J., RIZZI, A., DARRACQ, D., et HIRSCHEL, E., "Navier-stokes solvers in european aircraft design", *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 38, no. 8, pp. 601–697, 2002.

WEIHS, D. et KATZ, J., "Cellular patterns in poststall flow over unswept wings", *AIAA Journal*, vol. 21, no. 12, pp. 1757–1759, 1983.

WEISSINGER, J., "The lift distribution of swept-back wings", National Advisory Committee for Aeronautics, Rapp. tech., 1947.

WHITFIELD, D., JAMESON, A., et SCHMIDT, W., "Viscid-inviscid interaction on airfoils using euler and inverse boundary-layer equations", dans *US-German Data Exchange Meeting*, Gottingen, 1981.

WICKENHEISER, A. M. et GARCIA, E., "Extended nonlinear lifting-line method for aerodynamic modeling of reconfigurable aircraft", *Journal of Aircraft*, vol. 48, no. 5, pp. 1812–1817, October 2011. DOI : 10.2514/1.C031406

WINKELMAN, A. E. et BARLOW, J. B., "Flowfield model for a rectangular planform wing beyond stall", *AIAA Journal*, vol. 18, no. 8, pp. 1006–1008, 1980.

ANNEXE A Coefficient de Portance du Fuselage

Le fuselage a été pris en compte de différentes manières pour les différents coefficients aérodynamiques.

Pour le coefficient de portance, une estimation du premier ordre a été utilisée, proportionnelle à la force de l'aile, comme exprimé à l'aide de l'équation 5.10 et reprise ici par souci de clarté.

$$CL_{tot} = CL_{wing} + CL_{fus} = CL_{wing} \cdot (1 + \xi) \tag{A.1}$$

Le coefficient ξ peut être exprimé de plusieurs manières :

$$\xi = \frac{CL_{tot}}{CL_{wing}} - 1 = \frac{CL_{tot} - CL_{wing}}{CL_{wing}} = \frac{CL_{fus}}{CL_{wing}} \tag{A.2}$$

Une étude de simulation numérique a été conduite sur une configuration tirée du Drag Prediction Workshop (DPW) 2, le DLR-F6 (Brodersen *et al.*, 2005) dans sa configuration aile fuselage (DLR-F6 WB). Cette configuration a été simulée à l'aide du solveur multi blocs structuré NSMB (Vos *et al.*, 2002). Les coefficients de portance ont été isolés sur le fuselage et sur l'aile afin d'obtenir une estimation du rapport ξ. Deux sets de données ont été calculés, le premier à un écoulement subsonique $Ma = 0.3$ et le deuxième à un écoulement transsonique, $Ma = 0.75$. Les courbes de portances sont présentées sur la figure A.1. Pour le set de calcul à $Ma = 0.75$, les données de soufflerie de l'ONERA sont ajoutées pour comparaison.

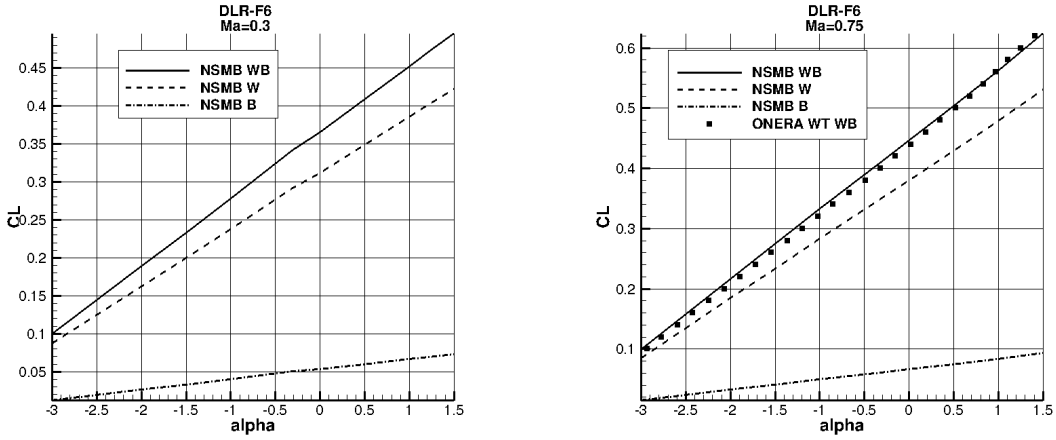


Figure A.1 DLR-F6 coefficient de portance

L'examen des courbes nous permet de se rendre compte que la force du fuselage varie linéairement avec l'angle d'attaque, comme pour la portance de l'aile. La table A.1 regroupe les valeurs du rapport de portance de l'aile et du fuselage, ξ.

Tableau A.1 Valeur du facteur ξ

α [deg]	ξ, $Ma = 0.3$ [%]	ξ, $Ma = 0.75$ [%]
-3.0	14.2397	17.6195
-2.0	16.0573	17.4367
-1.5	16.4574	17.4225
-1.0	16.7306	17.4169
-0.304	17.4034	17.4484
0.0	17.0844	17.4684
0.49	17.1984	17.5042
1.0	17.2950	17.5287
1.23	17.3308	17.5279
1.5	17.3697	17.5296

Le rapport entre la portance de l'aile et la portance du fuselage peut être considéré comme constant en fonction de l'angle d'attaque, et du nombre de Mach. Pour les cas avec fuselage étudié dans le cadre de ce rapport, le facteur de rapport de portance pour un fuselage a été gardé entre $15\% \leq \xi \leq 18\%$.

ANNEXE B Calcul de l'angle d'incidence à Portance nulle

Lors de l'utilisation de l'algorithme de couplage appliqué à des profils hypersustentatoires, plusieurs représentations de la géométrie des surfaces portantes peuvent être utilisées, comme présenté dans la section 5.4.2. Les surfaces hypersustentatoires peuvent ainsi être modélisées ou à l'inverse ignorées. Si les surfaces hypersustentatoires ne sont pas représentées, le maillage doit malgré tout représenter la géométrie le plus fidèlement possible. La corde doit donc être adaptée pour prendre en compte l'élongation du profil du au déploiement de celles-ci.

Si celles-ci sont au contraire représentées, le code de calcul non visqueux est influencé par la cambrure résultante de leur modélisation. Contrairement à la modélisation plane utilisée pour les ailes simples, l'angle d'attaque à coefficient de portance nul devient non nul et doit donc être pris en compte dans le calcul du couplage avec les données de section visqueuses, comme présenté dans l'équation 5.1 et réécrite ici :

$$\alpha_e = \frac{Cl_{inv}}{Cl_{\alpha v}} + \alpha_{0l} - \Delta\alpha \tag{B.1}$$

Le calcul de cet angle d'attaque à portance nulle peut être effectué de trois manières différentes :

- En utilisant le code non visqueux
- Par interpolation dans les données de section visqueuses
- A l'aide d'un modèle de théorie des profils minces

Les trois méthodes sont brièvement décrites ci-dessous.

Code non visqueux ou interpolation des données visqueuses

Premièrement, Le code non visqueux peut être utilisé pour estimer l'angle d'attaque sans portance pour chaque section le long de l'envergure. En effet, la modélisation des surfaces hypersustentatoires correspond à un ajout de cambrure au maillage, décalant ainsi la courbe linéaire de portance. Deux calculs à des angles d'attaques différents permettent d'obtenir la valeur de l'angle d'attaque pour chaque rangée de panneaux le long de l'envergure. Le VLM étant tridimensionnel, la valeur variera en fonction de la position le long de l'envergure de l'aile. Les résultats obtenus par cette méthode sont dépendants de la précision de la modélisation des systèmes hypersustentatoires. Les mêmes modèles que ceux présentés dans la section 5.4.2 ont été utilisés, à savoir un modèle comprenant un espace entre l'élément

principal et les éléments hypersustentatoires et un modèle représentant les éléments collés les uns aux autres.

La deuxième méthode pour estimer cet angle est d'utiliser les données de section visqueuses, étant donné qu'elles représentent fidèlement la géométrie. Une interpolation linéaire est faite en utilisant si possibles deux points encadrant l'angle à zéro portance, sinon en utilisant les points les plus proches disponibles.

Théorie des profils minces

La théorie des profils minces n'est pas reprise en détail dans cette annexe, seuls les éléments utiles au calcul nécessaire sont présentés. Une explication détaillée de la méthode peut être trouvée chez Anderson (2001).

Le principe est de discrétiser un profil d'aile par des éléments représentants un plan de tourbillon suivant la cambrure. Cette cambrure est assimilée à une ligne de courant, dont la vitesse perpendiculaire est nulle. Ceci implique que la composante normale de l'écoulement libre est compensée par la vitesse induite des éléments de tourbillons le long de la corde, conduisant à l'équation fondamentale de la théorie des profils minces :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{x-\xi} = V_\infty\left(\alpha - \frac{dz}{dx}\right) \tag{B.2}$$

Avec γ et $\frac{dz}{dx}$ respectivement la force du tourbillon et la cambrure à la position x le long de la corde.

En effectuant le changement de variable $\xi = \frac{c}{2}(1-\cos(\theta))$ et en intégrant les éléments de tourbillon le long de la corde :

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi)d\xi \tag{B.3}$$

le coefficient de portance du profil peut être exprimé comme :

$$c_l = 2\pi\left[\alpha + \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}\cos(\theta_0 - 1)d\theta_0\right] \tag{B.4}$$

et en utilisant la linéarité du coefficient de portance $c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{0l})$:

$$\alpha_{0l} = -\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}\cos(\theta_0 - 1)d\theta_0 \tag{B.5}$$

Exemple : Lovell Flap 10°

Pour comparer les différentes méthodes, l'aile multiéléments traitée à la section 5.4.2 est reprise, avec le volet de bord d'attaque rétracté et le volet à 10°. Le modèle de profil mince utilisé est montré à la figure B.1. Le modèle comporte trois éléments, représentant respectivement le volet de bord d'attaque, l'élément principal et le volet. Les panneaux sont placés pour représenter au mieux la géométrie. Pour cette configuration, la proportion des éléments de contrôle sont constant le long de l'envergure, conduisant à une prédiction de l'angle d'attaque à portance nulle constante le long de l'envergure.

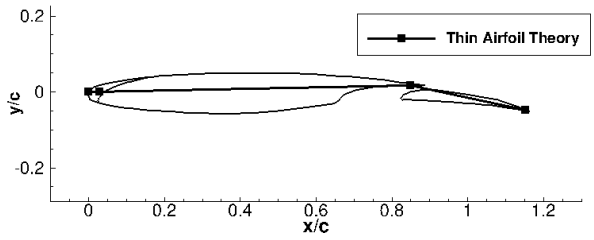


Figure B.1 Modèle à trois éléments de la théorie des profils minces

L'angle d'attaque à portance nulle est représenté sur la figure B.2 pour les différentes méthodes de prédiction, tandis que le résultat de l'algorithme de couplage pour ces différentes méthodes est présenté sur la figure B.3. Les résultats fournis par cette méthode sont dépendants du nombre de panneaux utilisés. Un modèle comprenant plus de panneaux pourrait être utilisé, permettant de modéliser la cambrure propre des différents éléments. Cependant, le déploiement des éléments mobiles est estimé être le facteur principal dans le calcul de l'angle d'attaque à zéro portance et par conséquent un panneau par élément a été jugé suffisant dans un cadre de design préliminaire.

Les effets tridimensionnels sont clairement visibles pour les prédictions utilisant le code non visqueux, contrairement aux données de section ou à la théorie des profils minces, qui sont des calculs purement bidimensionnels. Les données de section prédisent une légère augmentation de l'angle le long de l'envergure de l'aile. Toutes les méthodes cependant permettent à l'algorithme de converger vers une solution extrêmement similaire.

L'algorithme utilisant la différence des coefficients de portance visqueux et non visqueux pour converger, l'angle d'attaque à portance nulle, intervenant dans le calcul de l'angle effectif, influence la valeur d'interpolation du coefficient de portance visqueux.

Une fois convergé, l'angle d'attaque effectif est une combinaison de l'angle d'attaque à portance nulle α_{0l} et de correction d'angle $\Delta\alpha$. L'angle d'attaque à zéro portance peut être

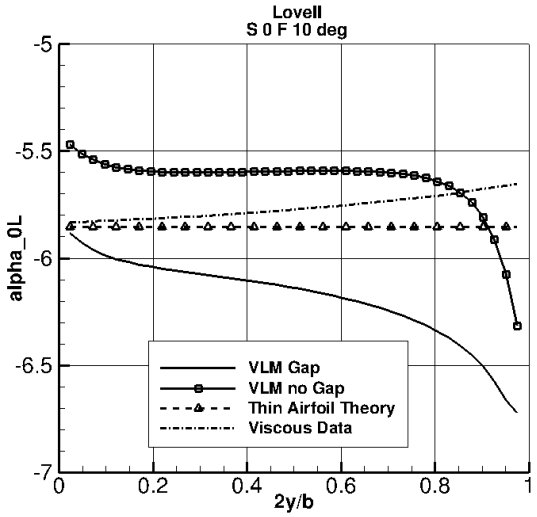


Figure B.2 Prédiction de l'angle à portance nulle

considéré comme un point de départ de l'algorithme qui, s'il varie faiblement autour de la solution finale, conduit l'algorithme à une solution similaire. Cependant, si la prédiction est trop éloignée de la solution, l'algorithme ne convergera pas vers la même solution.

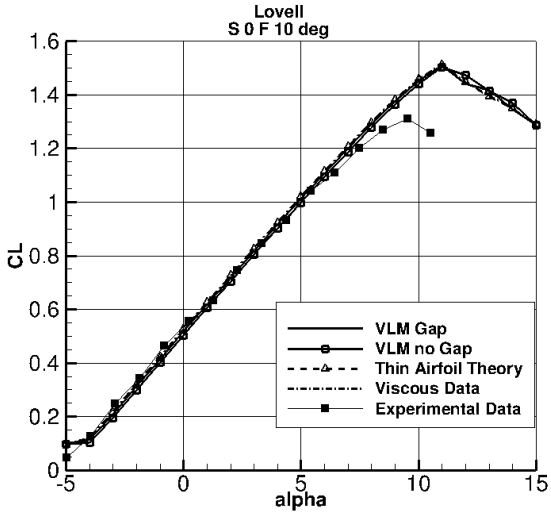


Figure B.3 Coefficient de portance pour les différents modèles

La modélisation des profils hypersustentatoires n'a montré aucun avantage direct sur la prédiction des coefficients aérodynamiques comparé à la modélisation sans cambrure, et par conséquent aucune étude supplémentaire n'a été conduite dans ce projet de recherche sur ce

sujet pour approfondir la compréhension du phénomène et étudier la robustesse de l'algorithme.