

Titre: Élaboration de quarts de travail robustes aux perturbations de
Title: courte durée

Auteur: Hélène Michon-Lacaze
Author:

Date: 2016

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Michon-Lacaze, H. (2016). Élaboration de quarts de travail robustes aux
Citation: perturbations de courte durée [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/2056/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/2056/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Guy Desaulniers
Advisors:

Programme: Mathématiques appliquées
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉLABORATION DE QUARTS DE TRAVAIL ROBUSTES AUX PERTURBATIONS DE
COURTE DURÉE

HÉLÈNE MICHON-LACAZE
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)
JANVIER 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉLABORATION DE QUARTS DE TRAVAIL ROBUSTES AUX PERTURBATIONS DE
COURTE DURÉE

présenté par : MICHON-LACAZE Hélène

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. HERTZ Alain, Doctorat ès Sc., président

M. DESAULNIERS Guy, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. EL HALLAOUI Issmail, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier l'ensemble des personnes qui m'ont soutenue durant cette maîtrise. Bien sûr, mon directeur de recherche, Guy Desaulniers, qui a su m'aider à déterminer quels aspects méritaient d'être étudiés plus en profondeur et a été présent quand j'en ai eu besoin.

Je remercie Alain Hertz d'avoir accepté de présider mon jury de maîtrise, ainsi qu'Issmaïl El Hallaoui d'avoir accepté d'en faire partie.

Je souhaite également remercier les professeurs qui m'ont dispensé des cours durant mes sessions à Polytechnique. Ces cours ont été très intéressants et extrêmement enrichissants, je suis ravie d'avoir pu en profiter, j'y ai beaucoup appris.

Enfin, je tiens également à remercier Camille Froger, ainsi que Geoffroy Mouret et Loïc Frazza pour leur compagnie, leur soutien et leur bonne humeur toujours communicative, ainsi que l'ensemble des personnes présentes au GERAD.

RÉSUMÉ

Le problème de la conception d'horaires d'employés est capital dans de nombreuses structures : dans les grandes surfaces, dans les hôpitaux, dans la vente au détail en général par exemple. De nombreuses études ont porté sur ce sujet. Nous nous intéressons ici plus précisément au caractère robuste des solutions par rapport aux perturbations de petite envergure. Nous souhaitons que lors d'un imprévu de la demande de petite durée, ou lors d'un retard d'employé, il soit plus facile de s'adapter grâce à des horaires plus flexibles.

Nous nous intéressons en particulier à deux types de perturbations différentes : des augmentations de la demande sur des durées variant de quinze minutes à une heure, et des retards d'employés de l'ordre de la demie heure. Au cours de notre étude, nous utilisons des données où nous sont fournies les courbes de demande selon les différentes activités considérées ainsi qu'un nombre élevé de quarts potentiels pour chacun des employés. Plusieurs modèles basés sur des programmes mathématiques linéaires en nombres entiers de sélection de quarts sont mis en avant, et nous effectuons des simulations sur trois de ces modèles. Nous travaillons sur un horizon d'une semaine, en décomposant le temps en périodes d'une quinzaine de minutes, en considérant des employés avec des qualifications qui doivent satisfaire les courbes de demande des différentes activités considérées.

Les deux premiers modèles testés portent sur la robustesse face aux perturbations de la demande. L'un d'entre eux consiste à diminuer artificiellement le coût des quarts pouvant être utilisés pour absorber certaines perturbations prévues, tandis que l'autre présente une approche basée sur des sous-couvertures potentielles : on considère les perturbations comme une demande potentielle et chacun des quarts comprend - ou non - un *travail potentiel*, c'est-à-dire un ensemble de périodes où l'employé peut rester en plus de son quart si la nécessité se présente. On constate que ces deux méthodes ont des résultats relativement similaires, mais chacune est plus efficace dans certaines situations.

Dans un second temps, nous étudions une modélisation permettant de minimiser le coût espéré des perturbations liées au retard des employés. Pour ce faire, nous favorisons le début de quarts aux endroits où un autre quart finit. Cette méthode ne présente cependant que de petites améliorations au niveau du coût final sur un nombre limité d'instances.

Ces méthodes présentent donc dans leur ensemble des résultats plutôt prometteurs qui mériteraient d'être étudiés plus en profondeur avec une étude complémentaire sur la construction des quarts elle-même. Cela permettrait d'avoir un impact plus conséquent sur la flexibilité des horaires choisis.

ABSTRACT

Staff scheduling has become more and more important in today's industries, where the priorities are more cost-oriented than before and where customer service is more predominant than ever. A lot of studies have been about improving performance in that area. This paper, on staff-scheduling, focuses on robustness to small perturbations. Our aim is to create flexibility in the schedules to allow us to adapt to perturbations, whether it be a demand perturbation or a late employee.

The two types of perturbations we take into account are unpredicted spikes in the demand of a duration between fifteen minutes and one hour, and employees being late, typically by thirty minutes. The data we are given are the demand curves of possibly several activities, and the many potential shifts for each employee.

We study several ways of selecting shifts amongst the ones that we are given, all of them based on integer linear programming, and test three of those through simulations. In the first method, we artificially lower the cost of shifts that might allow us to adapt to some perturbations. In the second, we use potential demand to model the perturbations, potential working for when an employee working a shift can fill in for an activity and potential undercover to take the costs into account. These two methods have quite similar satisfying results, even though each is more effective in some cases.

After dwelling on how to adapt to perturbations linked to the demand, we study employee lateness. To reduce its cost, we try to favour groups of shifts where several start at the same time index as another shift ends. That way, if an employee is late, it is easy to ask overtime of an employee that was about to leave. This approach only allows some small improvement on the overall cost, and solely on a limited number of instances.

Overall, these different methods show interesting results, that might improve significantly with a study that delves into adapting shift generation. It may improve significantly the flexibility of staff schedules.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES TABLEAUX	vii
LISTE DES FIGURES	viii
LISTE DES ANNEXES	ix
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Problème étudié et contexte	2
1.2 Démarche suivie	2
1.3 Organisation du mémoire	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	4
2.1 Problèmes d’horaires	4
2.1.1 Présentation des différentes approches et de la classification	4
2.1.2 Création d’une demande flexible	6
2.1.3 Sélection de quarts	6
2.2 Robustesse en recherche opérationnelle	7
2.2.1 Présentation des deux grands types d’approches	8
2.2.2 Domaines en recherche opérationnelle où la robustesse a été étudiée	8
CHAPITRE 3 PRÉSENTATION DU PROBLÈME SANS ROBUSTESSE ET DES PERTURBATIONS POSSIBLES	13
3.1 Présentation des considérations prises en compte et du choix de modèle	13
3.1.1 Repos minimum entre deux quarts	14
3.1.2 Masse salariale	15
3.1.3 Modèle de base en nombres entiers	16
3.2 Choix de perturbations	19
3.2.1 Soudain changement de la demande	19

3.2.2	Perturbations liées aux employés	20
3.2.3	Recours possibles face aux perturbations	21
CHAPITRE 4 MODÉLISATIONS ROBUSTES		22
4.1	Présentation du problème de robustesse	22
4.2	Modélisation naïve	23
4.2.1	Choix des modifications de coût	24
4.2.2	Exemple	24
4.2.3	Limitations liées à cette modélisation	25
4.3	Modélisation à partir de sous-couverture de demande potentielle	25
4.3.1	Modèle	25
4.3.2	Choix des paramètres et simplification du modèle	28
4.3.3	Exemple	30
4.4	Prise en compte des potentiels retards d'employés	31
4.4.1	Méthode utilisant les sous-couvertures potentielles	31
4.4.2	Deuxième approche reliant directement les fins et débuts de quart	33
CHAPITRE 5 ENVIRONNEMENT DE TEST ET SIMULATIONS		38
5.1	Présentation de l'environnement de test	38
5.1.1	Mise en place de scénarios	39
5.1.2	Confrontation de la solution trouvée aux scénarios générés et calculs des coûts	39
5.1.3	Présentation des données d'entrée	40
5.1.4	Génération des perturbations	42
5.2	Résultats obtenus et interprétation	44
5.2.1	Simulations avec perturbations de la demande	46
5.2.2	Simulations avec retards d'employés	50
CHAPITRE 6 CONCLUSION		53
RÉFÉRENCES		54
ANNEXES		56

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1	Présentation des instances utilisées	41
Tableau 5.2	Différents fichiers de perturbation	43
Tableau 5.3	Nombre moyen de perturbations par scénario pour chacun des couples instance / fichier de perturbation	43
Tableau 5.4	Moyenne des coûts supplémentaires avec perturbations obtenus pour les modèles naïf et à base de sous-couverture, selon les différents fichiers de perturbation étudiés, en comparaison des résultats obtenus à partir du modèle de base.	47
Tableau 5.5	Moyenne des coûts supplémentaires avec perturbations obtenus pour les modèles naïf et à base de sous-couverture, selon les différentes instances étudiées, en comparaison des résultats obtenus à partir du modèle de base.	48
Tableau 5.6	Résultats lors des simulations sur les retards d'employés	51
Tableau B.1	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 1	58
Tableau B.2	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 2	59
Tableau B.3	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 3	60
Tableau B.4	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 4	61
Tableau B.5	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 5	62
Tableau B.6	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 6	63
Tableau B.7	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 7	64
Tableau B.8	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 8	65
Tableau B.9	Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 9	66
Tableau C.1	Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 1	68

Tableau C.2	Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 5	69
Tableau C.3	Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 9	70

LISTE DES FIGURES

Figure 3.1	Exemple de quarts pour mettre en place les contraintes de repos minimal	14
Figure 3.2	Choix salariaux	16
Figure 3.3	Demande affectée lors d'une perturbation de type hausse constante sur un certain intervalle	20
Figure 4.1	Demande utilisée dans notre exemple et quarts parmi lesquels nous choisissons nos horaires d'employés	23
Figure 5.1	Histogramme de la répartition des perturbations sur les différents scénarios	45
Figure A.1	Demandes pour chacune des six instances	56

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	COURBES DE DEMANDE	56
ANNEXE B	RÉSULTATS DES SIMULATIONS AVEC PRISE EN COMPTE DE TOUTES LES SOUS-COVERTURES	57
ANNEXE C	RÉSULTATS DES SIMULATIONS AVEC PRISE EN COMPTE SEULE- MENT DES SOUS-COVERTURES DE PERTURBATIONS	67

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Dans beaucoup de cadres professionnels, les horaires des employés ont un impact direct sur les objectifs de la structure les employant. Que ce soit dans un hôpital, dans une grande surface, dans une structure d'appel pour du service après vente, dans une caserne de pompiers, ou encore bien d'autres contextes, le nombre d'employés présents reflète directement les besoins en temps réel de la structure. Ces besoins sont évalués en fonction de la demande des clients ou receveur du service : s'il y a un besoin de service, il s'agit de s'assurer qu'il est obtenu en un temps jugé raisonnable par la structure délivrant ce service. On cherche donc à satisfaire cette demande, tout en n'excédant pas les besoins de personnel. En effet, un besoin non couvert n'est certes pas désirable, mais nous ne souhaitons pas non plus être en présence de personnel inoccupé : un juste milieu doit être trouvé.

Dans des entreprises de plus d'une vingtaine d'employés, le choix des horaires devient de plus en plus difficile à mettre en place sans logiciel dédié. Les possibilités sont multiples, et les contraintes ne sont pas simples à satisfaire : contraintes de qualifications, de conventions collectives, de satisfaction de la demande. Ainsi, recourir à un outil informatique devient rapidement nécessaire. On pense par exemple à l'ensemble des grandes surfaces de vente au détail. Un immense avantage est qu'une fois ce choix effectué, on peut alors se permettre de prendre en compte un nombre très grand de paramètres et de contraintes qu'il était tout à fait impossible d'inclure auparavant. Par exemple, on peut désormais tenter d'être plus respectueux des choix des employés, d'être plus juste au niveau du respect de ces choix, de prendre en compte des différences au niveau des salaires et des qualifications de manière plus juste. On peut respecter les contraintes données sans rechercher dans des voisinages de solutions non admissibles une solution qui pourrait convenir, ce qui ne nous permettait que d'obtenir des solutions sous-optimales.

Un autre paramètre que nous pouvons désormais prendre en compte est la robustesse de la solution. Dans le cas du commerce au détail, l'évaluation de la demande n'est pas forcément évidente, puisqu'il s'agit de tenter de prévoir le nombre de commis nécessaires pour une quantité de clients qui n'est pas encore connue. On peut bien sûr s'aider des données historiques que l'on a pu garder des périodes précédentes pour estimer le besoin le plus probable. Cependant, une telle structure est très sensible à une quelconque non satisfaction de la demande. Si un client n'est pas satisfait et n'obtient pas de service dans un délai raisonnable, nous sommes dans une situation de *sous-couverture* tout à fait problématique puisqu'un client non satisfait entraîne un manque à gagner par un service non rendu, de même qu'un client

insatisfait et potentiellement perdu. À l'inverse, si un commis n'est finalement pas nécessaire et peut ne pas effectuer de tâche durant une partie de son quart, nous sommes dans une situation de *sur-couverture* qui n'est pas non plus désirable puisque la masse salariale s'en voit alourdie sans aucune contrepartie. Il s'agit dans ce contexte d'être capable de s'ajuster autant que possible aux fluctuations de la demande, en temps réel, et ceci tout en essayant de ne pas augmenter les coûts liés à la masse salariale.

1.1 Problème étudié et contexte

Dans notre projet, nous étudions en particulier comment améliorer la robustesse des solutions choisies. Dans notre cas précis, nous tentons de fournir une solution qu'il est aussi aisé que possible de modifier en temps réel pour pallier les imprévus. Afin d'obtenir une solution aussi efficace que possible, nous utilisons comme données à la fois la demande prévue et les perturbations de demande à envisager dans notre étude de robustesse, ainsi que la probabilité de retard de la part des employés. Cela signifie que nous savons au moment où nous déterminons notre solution les périodes où les perturbations liées à la demande peuvent avoir lieu. Cela nous permet d'axer notre effort d'adaptation en temps réel des horaires des employés sur ces zones en particulier, et donc de concentrer notre flexibilité horaire aux seuls endroits où elle peut être bénéfique.

Notre étude porte sur un département de taille moyenne, avec qualifications et sans disparité de salaire - même si cela ne changerait pas le modèle. Nous ne considérons pas les pauses, ni les jours de congé, même si bien sûr les contraintes de repos minimal sont prises en compte. Les quarts potentiels sont considérés comme un paramètre d'entrée qui nous est donné, de même que les perturbations - même si nous les générons au préalable en pratique. Nous avons effectué cette étude en partenariat avec l'entreprise KRONOS, qui nous a financé, conseillé et fourni les paramètres d'entrée, à l'exception des perturbations potentielles.

1.2 Démarche suivie

Pour mener à bien cette étude, nous procédons en plusieurs étapes. Tout d'abord, nous mettons en place un modèle sans prendre en compte la robustesse, qui nous permet à la fois de servir de modèle témoin lors des tests effectués sur les modèles prenant en compte la robustesse et de modèle de base pour les développements ultérieurs. Au cours de cette première étape, nous sommes confrontés aux questions de masse salariale, de choix de type de modélisation pour ce problème, de repos minimal entre les quarts.

Une fois cette première étape complétée, il s'agit de mettre en place notre environnement de test. Nous voulons être capables de tester et comparer nos méthodes de résolution une fois celles-ci mises en place. Pour ce faire, nous devons nous concentrer sur ce que nous désirons tester au niveau de nos solutions. Le but de notre étude est d'en améliorer la robustesse, c'est donc ce critère que nous prenons en compte lors de la mise en place de notre environnement de test.

Enfin, dans une dernière étape, nous développons le modèle lui-même prenant en compte la robustesse. Nous développons deux méthodes différentes concernant les perturbations de la demande pour pouvoir les comparer ensuite, ainsi que les comparer aux solutions de la première étape, considérées comme les solutions témoins. Nous développons également un modèle adapté aux perturbations liées aux retards d'employés.

1.3 Organisation du mémoire

Nous commençons tout d'abord par faire une revue de littérature pour pouvoir étudier les méthodes utilisées et explorées jusqu'à présent. Dans le chapitre 3, nous présentons le problème de manière plus approfondie, en développant les paramètres utilisés, le contexte choisi et en mettant en place un modèle de base sans prise en compte de la robustesse. Dans le chapitre 4, nous présentons les différents modèles de programmation en nombres entiers que nous avons développés et qui peuvent être résolus par un solveur commercial. Nous analysons ensuite les résultats obtenus dans le chapitre 5, puis nous concluons dans le dernier chapitre.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Dans notre projet, nous étudions des problèmes d’horaires, dont nous tentons de rendre les solutions plus robustes aux petites perturbations. De nombreuses études ont été effectuées au niveau des problèmes d’horaires, mais les questions de robustesse ne sont abordées dans ce contexte que dans certains cas particuliers qui finalement ne correspondent pas tout à fait à notre paradigme de modélisation. Nous commençons donc dans une première partie par analyser l’état de l’art au niveau des problèmes d’horaires, et en particulier sur ceux correspondant au plus près de notre étude. Dans un second temps, nous essayons d’étudier l’état de l’art en ce qui concerne la robustesse en recherche opérationnelle, autant en problèmes d’horaires un peu particuliers que dans d’autres domaines dont l’approche à la robustesse peut ressembler à celle que nous abordons dans notre projet.

2.1 Problèmes d’horaires

Les problèmes d’horaires ont été très étudiés, et ce depuis les débuts de la recherche opérationnelle. Ainsi, les recherches dans ce domaine ont été très prolifiques, et se sont orientées vers de nombreuses considérations différentes. Plusieurs états de l’art très complets ont été écrits, comme ceux d’Ernst *et al.* (2004) et de Van Den Bergh *et al.* (2013). Nous choisissons de présenter une vision d’ensemble des différents travaux publiés sur le sujet en utilisant la classification de l’article d’Ernst *et al.* (2004). Cette classification se fait par modules. En effet, la mise en place d’horaires se fait en plusieurs étapes, chacune pouvant être effectuée de plusieurs manières. Ces étapes peuvent être utilisées ou non, regroupées ou non, selon les approches choisies et les choix effectués. Après avoir classifié les différentes approches, nous analysons plus en profondeur les aspects nous intéressant en particulier.

2.1.1 Présentation des différentes approches et de la classification

1. *Modélisation de la demande* - La première étape consiste à choisir comment évaluer et modéliser le besoin d’employés. Plusieurs modélisations peuvent être utilisées : par exemple, on fait une distinction entre une tâche et une activité. Une tâche correspond à un évènement ponctuel. Elle doit être effectuée par un certain nombre d’employés et ne peut pas en théorie être découpée en sous-tâches, par exemple vider un camion. Une activité, quand à elle, est continue et peut voir des changements d’employés, par exemple conseiller dans un rayon. On voit également une distinction entre une demande fixe et une demande *flexible*, qui peut comporter des incertitudes sur les

évènements futurs. La demande est considérée *flexible* lorsqu'elle comporte une composante stochastique. Également, on peut être confronté à une demande basée sur des quarts, par exemple pour les infirmières ou des services d'ambulance.

2. *Journées de congé* - Il s'agit lors de cette étape de déterminer les jours de congé accordés aux employés.
3. *Construction et sélection de quarts anonymes* - Ce choix de modélisation repose sur la construction de quarts potentiels puis la sélection des quarts définitifs au sein de ces quarts construits. On prend en compte lors de la construction des quarts les pauses et les conventions collectives, mais pas de spécification particulière à chaque employé. Les quarts peuvent comporter plusieurs activités et / ou tâches, selon la modélisation de demande choisie.
4. *Construction de lignes de travail* - On peut regrouper les quarts créés au cours du module précédent afin de générer ce qu'on appelle des *lignes de travail* qui couvrent la totalité de l'horizon. Certaines contraintes reliées aux employés devront être prises en compte, comme par exemple des contraintes de repos minimum entre deux quarts. Cette étape peut ou non être utilisée, il est en effet possible de travailler directement avec les quarts du module précédent.
5. *Affectation de tâches* - Dans le cas où la notion de tâches est utilisée, il peut être nécessaire d'assigner ces tâches à différents quarts personnalisés après avoir construit ces quarts.
6. *Affectation d'employés* - Enfin, dans le cas de lignes de travail anonymes, il s'agit de les affecter aux employés répondant aux contraintes à respecter pour chacun de ces quarts. Ainsi, si par exemple des qualifications sont nécessaires pour certaines activités, ces contraintes devront être prises en compte dans ce module. On constate que s'il y a beaucoup de contraintes individuelles, il est plus sage de traiter ce module en même temps que celui de construction de ligne de travail pour obtenir directement des lignes de travail personnalisées.

Dans notre projet, nous nous penchons en particulier sur le module de sélection des quarts personnalisés. Nous étudions également moins en profondeur comment modéliser nos incertitudes au niveau de la demande. Ce sujet est important dans le sens où il nous permet de tester nos résultats, mais ce sera une donnée par la suite fournie par Kronos. Nous considérons les journées de congés. La génération de quarts n'est pas nécessaire car les quarts potentiels font partie des données d'entrée fournies par Kronos. Nous ne construisons pas de quarts personnalisés, et ne considérons pas de tâches, mais seulement des activités.

2.1.2 Création d'une demande flexible

La mise en place de la demande peut poser différents problèmes, selon la situation à laquelle nous nous intéressons. En général, ces problèmes sont liés au caractère non prévisible de certains évènements qui peuvent influencer dramatiquement sur le personnel requis. Par exemple, comme suggéré par Ernst *et al.* (2004), dans la situation de services policiers, certaines situations peuvent subitement changer la demande, et ce pour plusieurs jours. Il en est de même pour les infirmières d'un hôpital, ou dans une certaine mesure dans la vente au détail. Les contraintes peuvent également être différentes selon la situation ou le but recherché : elles peuvent porter sur une attente maximale, sur un nombre maximal de clients en attente. Ce module est très souvent un module considéré à part, et nous ne faisons pas exception à la règle. Nous nous penchons plus spécifiquement sur comment générer une demande flexible à partir d'une demande définie sans perturbation.

Plusieurs travaux traitent de ce sujet, par exemple ceux de Vodák *et al.* (2015). Cependant, ces travaux sont basés sur la structure même des problèmes étudiés, et à notre connaissance aucun de ceux-ci n'a porté sur notre sujet d'étude en particulier. Il semble donc difficile d'adapter ces méthodes à notre propre étude. Nous devons donc développer nous-même une méthode de création d'une demande flexible.

2.1.3 Sélection de quarts

Les méthodes de sélection de quarts elles-mêmes sont multiples et ont fait l'objet d'une multitude d'articles. Un des premiers, celui de Dantzig *et al.* (1954), propose une méthode de recouvrement anonyme pour un problème d'horaires de péage. Il répondait à un article d'Edie (1954) qui résolvait ce même problème à l'aide d'une heuristique. L'utilisation de quarts déjà définis, avec une variable binaire par quart potentiel, permet de limiter drastiquement le nombre de contraintes, même si cette approche augmente d'un autre côté beaucoup le nombre de variables. Le problème se résout sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers, et le fait que peu de flexibilité dans les choix effectués sur la mise en place du problème soit prise en compte permet de pouvoir obtenir une solution dans des délais raisonnables. Cependant, si l'on souhaite inclure des possibilités diverses par exemple pour les pauses, le nombre de variables devient très difficile à gérer. Ainsi, des recherches ont été effectuées par la suite pour permettre d'apporter un peu plus de flexibilité au problème, en particulier concernant la flexibilité des pauses, ou au niveau des environnements multiactivités. Or nous ne considérons pas les pauses dans notre recherche, et étudions simplement des quarts mono-activités.

On peut cependant citer quelques articles importants dans la recherche en génération d'horaires. Par exemple, Segal (1974) a cherché à rendre le placement de pauses plus flexible, et pour ceci utilise un modèle utilisant des flots. Il procède en deux étapes : il commence par trouver les horaires qui correspondent à son optimum, puis ensuite détermine les pauses à l'aide d'un modèle de flot tout en gardant les mêmes heures de début et de fin de quart. Bien sûr, la solution n'est alors pas optimale, mais cela permet d'obtenir des résultats acceptables dans des délais raisonnables. À leur tour, Bechtold et Jacobs (1990) ont tenté de donner plus de flexibilité à ces pauses, d'abord en faisant des hypothèses sur les recouvrements puis en généralisant ces résultats à toutes les situations en rajoutant quelques contraintes minimales. Par la suite, Aykin (1996) décide de s'atteler à la flexibilité des pauses, en proposant un modèle où plusieurs pauses peuvent être considérées. Il introduit un ensemble de variables pour chaque type de pauses, ce qui en retour permet de diminuer considérablement le nombre total de variables et d'obtenir de bons résultats.

De nombreux travaux ont porté sur la construction et la sélection des quarts, comme par exemple par Côté *et al.* (2011a) et Côté *et al.* (2011b), où les auteurs choisissent d'utiliser une méthode basée sur une grammaire hors contexte. Notre travail porte cependant strictement sur la sélection de quarts, la construction des quarts étant prise en charge en amont de notre travail.

Après avoir étudié la littérature en ce qui concerne les problèmes d'horaires classiques, intéressons-nous au volet robustesse de notre projet et aux travaux ayant abordé ce sujet.

2.2 Robustesse en recherche opérationnelle

Penchons-nous maintenant sur la notion de robustesse. Dans la majorité des problèmes d'optimisation réels, nous sommes confrontés à de nouveaux obstacles liés à des incertitudes multiples. Que ce soit des incertitudes de l'environnement futur, des ressources qui pourront être attribuées, des fonctions que nous devons remplir, de la quantité de services ou de biens à produire, ces incertitudes peuvent transformer une solution optimale en une solution tout à fait médiocre. Ainsi, il convient de prendre en compte ces incertitudes dans les modèles utilisés, afin de pouvoir produire une solution plus *robuste* aux perturbations potentielles.

Cette notion a été beaucoup abordée dans une multitude de domaines, et on peut constater qu'il existe plusieurs types d'approches. Ces approches reposent sur des considérations et des marges de manœuvre différentes, comme expliqué dans Salomon *et al.* (2014). Nous commençons par analyser ces diverses approches, puis nous étudions les domaines principaux dans lesquels la robustesse a été étudiée. Pour chacun de ces domaines, nous essayons de

déterminer dans quelle mesure la littérature peut être utilisée pour nous aider dans nos choix sur le traitement de robustesse dans les problèmes d'horaires.

2.2.1 Présentation des deux grands types d'approches

Tout d'abord, penchons-nous sur les deux grandes familles d'approches de la robustesse. Ces deux familles d'approches reposent sur des considérations et des marges de manœuvre différentes, comme expliqué dans Salomon *et al.* (2014).

Une première façon de procéder est de considérer que nous pouvons rendre la solution plus robuste *avant* de connaître précisément les événements futurs. C'est une approche *passive*. C'est l'approche prise lorsque, pour être sûr de ne pas être en retard, nous partons en avance : la décision est prise de manière définitive avant de connaître les événements perturbateurs, tout en les prévoyant. Ainsi, la solution est fixée et ne peut être adaptée par la suite.

Une deuxième approche est de considérer comment adapter la solution après que nous connaissions les événements qui étaient jusque là incertains. Cette approche est *active* : elle repose sur la capacité d'adaptation de la solution. Dans notre exemple, cette situation peut être illustrée par le choix de changer de route en fonction des perturbations que l'on rencontre sur notre itinéraire initial. Ainsi, il s'agit de se repositionner en fonction de la situation en temps réel. On constate que cette approche de robustesse est constituée de deux étapes : l'étape *a priori*, lorsque la solution est fixée, et ensuite l'étape *en temps réel*, lorsque nous adaptons la solution trouvée *a priori* aux événements réels.

Nous travaillerons sur la deuxième approche, en nous penchant à la fois sur les deux étapes dont elle est constituée. *In fine*, nous voulons déterminer une solution robuste avant de connaître les détails des perturbations qui se présentent à nous. Ainsi, le but de ce mémoire est de déterminer une solution robuste active *a priori*.

Dans un premier temps, nous étudions la marge de manœuvre dont peut jouir un gérant, et les manières dont les horaires de personnel peuvent être adaptées en temps réel.

Explorons désormais certains des différents domaines où le problème de robustesse a été abordé.

2.2.2 Domaines en recherche opérationnelle où la robustesse a été étudiée

La recherche en robustesse appliquée à la vente au détail a été peu prolifique à notre connaissance. Certains travaux ont cependant été effectués à ce sujet, souvent en considérant une approche stochastique. Par exemple, les travaux de Pacqueau *et al.* (2012) tentent de rendre

des horaires plus robustes sur un espace de temps de 24h. Il utilise dans cet article une approche stochastique basée sur la sélection de quarts, en développant une variante de la méthode L-shaped afin de pouvoir obtenir des temps de résolution raisonnables malgré un grand nombre de variables stochastiques. Il considère dans son étude les pauses, et propose comme solutions de recours plusieurs options : demander à un employé de faire des heures supplémentaires, employer un intérimaire, changer les horaires de pause ou payer le prix d'une sous-couverture. Cette méthode, bien que prometteuse, risque d'être trop coûteuse sur des horaires d'une semaine ou plus. Nous allons donc nous intéresser aux études de robustesse dans d'autres domaines.

De manière prévisible, les domaines où la robustesse a été étudiée en premier sont les domaines où une perturbation peut être dramatique, que ce soit d'un angle économique ou humain. Typiquement, dans un hôpital, nous avons besoin d'être capable de pallier une hausse de la demande soudaine. Si subitement un nombre élevé de personnes se présentent aux urgences avec un besoin vital de soins immédiats, il faut que ces soins puissent être fournis. D'une autre manière, les retards pour les compagnies aériennes sont extrêmement coûteux, et ont tendance à se propager. Enfin, de manière plus générale, tout ce qui peut être modélisé sous forme de réseau (télécommunication, internet, réseau routier) est également très vulnérable à la propagation de perturbations : il s'agit d'être capable de prévoir et d'empêcher ces événements, ou tout du moins de résorber ces perturbations de manière très rapide. Ainsi, nous étudions par la suite la robustesse dans ces trois domaines.

Horaires infirmiers

Tout d'abord, penchons-nous sur comment ce problème a été traité dans le domaine des infirmiers. Les horaires sont relativement similaires, si ce n'est le fait qu'un hôpital, contrairement à la plupart des établissements de vente au détail, ne ferme pas la nuit. Plusieurs approches ont été étudiées dans ce domaine, et entre autres des approches heuristiques, comme Cowling *et al.* (2002). Beaucoup des articles reposant sur des approches heuristiques traitent de robustesse active en temps réel, et sont des études sur comment s'adapter à des imprévus, comme une absence d'employé par exemple. Ce genre de situation a également été traité dans le domaine de vente au détail par Froger (2015), pour des perturbations à grande échelle.

Certains articles traitent aussi du problème qui nous intéresse de plus près, à savoir la robustesse active *a priori*. Souvent, ces articles tentent de résoudre le problème de robustesse active *a priori* avec des méthodes heuristiques, comme Zheng et Gong (2013) par exemple. Ici, la méthode utilisée est une heuristique de recherche aléatoire itérative au sein d'un voisinage. On sélectionne un voisin au hasard, puis on le garde si la solution est meilleure, sans compter

la robustesse dans la fonction objectif. Dans un deuxième temps, lorsque la solution atteint un seuil choisi, on ajoute la robustesse dans la fonction objectif, tout en gardant le même algorithme. Les auteurs procèdent en deux temps car l'évaluation de la robustesse est coûteuse en temps. Les perturbations considérées sont principalement les absences d'infirmière, donc les grosses perturbations. Un autre article en particulier de Morizawa *et al.* (2013) a attiré notre attention en mettant en place une hyperheuristique qui utilise plusieurs heuristiques de bas niveau pour les voisinages et qui obtient des résultats acceptables en déterminant avec justesse laquelle est la plus adaptée à chaque situation. Une autre approche est de considérer un modèle multiobjectif, comme dans Lim et Mobasher (2011).

L'article de Laroche *et al.* (2014), quant à lui, tente de prévoir quels horaires et donc quels quarts sont les plus à risque puis utilise une formulation sous forme de graphe biparti pour résoudre le problème.

On constate finalement que malgré de grandes similitudes, les contraintes au niveau des employés ne sont pas les mêmes. En effet, la fatigue est un facteur très important pour les infirmiers : il est primordial que les employés ne souffrent pas de trouble de concentration. Dans notre cas de vente au détail, la fatigue est un facteur moins crucial : les heures supplémentaires peuvent être ajoutées avec beaucoup moins de réticences (ou tout du moins, avec beaucoup moins de réticences extérieures aux considérations salariales). Cette situation varie bien sûr d'un pays à l'autre, mais c'est celle qui est considérée dans les articles que nous avons pu lire.

Robustesse dans les horaires pour les avions

Discutons de la robustesse pour un problème d'horaires un peu particulier : les horaires d'équipages d'avion. Il convient de commencer par présenter les enjeux de ce problème d'horaires qui ne sont pas les mêmes que ceux auxquels nous sommes confrontés dans notre étude. Tout d'abord, le problème d'horaires pour les compagnies aériennes se sépare en plusieurs composantes : une étape où sont décidés les horaires des vols ; une étape où sont assignés les différents avions de la flotte aux vols prévus et une étape où on assigne le personnel à ces avions - étape pouvant être elle-même scindée en deux étapes, avec en premier la construction de rotations de vols et ensuite l'affectation des rotations aux horaires des membres de l'équipage, comme expliqué par Gopalakrishnan et Johnson (2005). Il convient de noter que certaines contraintes rendent l'appréhension de robustesse d'autant plus complexe : le personnel doit, pour pouvoir travailler sur un vol de A à B, être présent en A un certain temps avant le décollage de l'avion. Cela signifie que si un avion présente un retard, dû à des problèmes techniques, météorologiques ou autres, il peut entraîner une chaîne de vols retardés à

sa suite si rien n'est prévu pour pallier ce problème. Pire encore : si par exemple le pilote et le copilote d'un avion retardé font ensuite partie de deux équipages différents, ce seront au moins deux vols qui seront retardés en conséquence, et la perturbation peut se propager et s'amplifier de manière dramatique au sein de la compagnie aérienne. Ce genre d'évènement est bien sûr très problématique et coûteux pour les compagnies aériennes qui cherchent à tout prix à éviter ce genre de scénario, ou tout du moins à être capables de faire en sorte que ce genre de perturbations se résorbe plutôt que ne mûrisse en problème catastrophique.

Plusieurs stratégies ont été étudiées pour pallier ces problèmes, mais ces études sont très récentes. Dans la revue de littérature effectuée par Gopalakrishnan et Johnson (2005), une mention est faite de la robustesse comme faisant partie des "directions de recherche futures", et seulement un article est cité : Ehrgott et Ryan (2003), qui traite d'optimisation à deux critères. Depuis, d'autres méthodes ont été utilisées, comme par exemple Gao *et al.* (2009) qui étudient comment pallier ces imprévus dès l'affectation des avions aux différents vols. Dans cet article, les auteurs tentent de déterminer et exploiter l'influence de l'étape d'affectation des avions sur celle d'affectation du personnel, et donc sur la robustesse de la solution choisie *in fine*. Ils décident de poser certaines contraintes sur le modèle d'affectation des avions afin de faciliter la robustesse pour le modèle utilisé par la suite. Une autre stratégie, explorée par Weide *et al.* (2010), consiste à considérer itérativement l'affectation de flotte et de personnel. On tente de résoudre une première fois le modèle, avec les contraintes et l'objectif usuels, puis, itérativement, on change légèrement les deux modèles pour petit à petit obtenir une solution de plus en plus robuste.

On constate que malheureusement, les contraintes de notre modèle sont trop différentes de celles utilisées dans les horaires d'avions. Ainsi, les solutions pour rendre ces horaires plus robustes risquent d'être difficiles à exploiter dans notre cas. Le concept d'itérations, cependant, peut être utilisé.

Robustesse dans les réseaux

Enfin, étudions la robustesse dans le domaine des réseaux. Les réseaux nous entourent et sont omniprésents dans notre société : les réseaux routiers, les réseaux de télécommunication, les réseaux électriques, etc. Leur présence et leur fonctionnement sont primordiaux. Ainsi, leur robustesse est un sujet sensible. Il s'agit de s'assurer de leur bon fonctionnement quelles que soient les conditions, et en particulier, quels que soient les évènements imprévus qui surviennent. Il convient de remarquer que le risque le plus inquiétant dans l'étude de la robustesse dans les réseaux, à l'image des horaires de personnel aérien, est l'effet "cascade" qui peut survenir lorsqu'un noeud ne peut plus soutenir son poids. Ce risque est beaucoup

moins problématique dans notre problème d’horaires, car en cas de sous-couverture, nous avons simplement un coût à assumer et il n’y a pas de conséquences importantes sur les périodes suivantes. Bien sûr, c’est un choix de modélisation, car cela revient à estimer que les clients non satisfaits disparaissent, ce qui n’est pas forcément fidèle à la réalité. Mais l’effet “cascade”, en tous cas, n’est pas présent, car dans le pire cas, en considérant que la demande moyenne a été évaluée avec justesse, la demande est simplement décalée aux périodes suivantes jusqu’à être satisfaite. Souvent, la problématique analysée dans ces articles est "comment s’adapter une fois que nous sommes confrontés à un problème inattendu?". Par exemple, Hong et Xu (2014) explorent comment changer les arêtes du graphe d’un réseau pour s’adapter à des perturbations. Cependant, d’autres se penchent, comme nous, sur la possibilité de construire un réseau robuste où il serait moins difficile de réagir aux imprévus. Shiwen *et al.* (2014) étudient à l’aide d’un recuit simulé comment améliorer la robustesse d’une solution tout en gardant ses propriétés intactes. De notre côté, nous n’envisagerons pas l’utilisation de métaheuristiques car notre modèle est au final assez rapide pour ne pas nécessiter d’abandonner l’approche exacte.

Il peut être pertinent de noter que dans ce domaine, certains, comme Vodák *et al.* (2015), se sont intéressés à déterminer comment comparer la robustesse de plusieurs propositions de la manière la plus juste possible. Sans surprise, la démarche proposée est de générer des perturbations selon des méthodes étudiées en détail, puis de confronter les solutions envisagées à ces scénarios. Nous procédons de même lors des tests de nos résultats.

CHAPITRE 3 PRÉSENTATION DU PROBLÈME SANS ROBUSTESSE ET DES PERTURBATIONS POSSIBLES

Dans cette première partie, nous commençons par présenter une définition détaillée du problème, puis nous présentons comment nous résolvons le problème sans la composante robuste. Cela nous permet de mieux comprendre les fondations sur lesquelles nous étudions ensuite l'ajout des considérations de robustesse. Dans un second temps, nous analysons les perturbations diverses auxquelles notre système peut être confronté et les recours que nous pouvons utiliser, afin d'avoir une vision d'ensemble du problème réel.

3.1 Présentation des considérations prises en compte et du choix de modèle

Nous travaillons sur un horizon de planification d'une semaine, divisé en périodes de quinze minutes. Le travail des employés est divisé en plusieurs activités, chacune présentant une courbe de demande indépendante des autres. Les quarts que nous utilisons sont des quarts mono-activité, et les employés peuvent ne pas être qualifiés pour toutes les activités. Les courbes de demande associent à une période de l'horizon de planification et une activité un besoin en nombre d'employés. Dans les instances que nous utilisons, la demande est nulle pendant la nuit, typiquement de 23h à 6h. Pour chacun des employés, nous avons à notre disposition un ensemble de quarts possibles, parmi lesquels nous choisissons un sous-ensemble pour composer son horaire. Les quarts possibles de chaque employé respectent ses qualifications et ses durées minimale et maximale de quart.

Notre modèle est un programme linéaire à variables mixtes, qui peut être assimilé à un programme linéaire en nombres entiers. Son objectif est de sélectionner les quarts des employés de façon à satisfaire au plus près les courbes de demande tout en minimisant le salaire des employés.

Dans notre étude, et comme présenté dans la revue de littérature, nous ne considérons pas les pauses, mais par contre prenons en compte les qualifications des employés, ainsi que le repos minimal entre deux quarts pour un même employé. Chaque employé se voit attribuer deux jours de congé pour l'horizon de temps utilisé, et aucun ne peut travailler plus qu'un nombre d'heures prédéterminé par semaine. Également, un employé ne peut travailler qu'un quart par jour.

En ce qui concerne les contraintes liées à la demande, nous choisissons de procéder par sous-couverture et sur-couverture. Pour chaque période de temps et chaque type de travail, nous

ajoutons des pénalités si le nombre d'employés ne correspond pas à la demande définie pour cette période de temps et ce travail spécifique. Ainsi, les contraintes de demande en employés ne sont pas des contraintes strictes, mais les pénalités sont assez élevées pour être dissuasives. Penchons-nous désormais de plus près aux différentes contraintes et spécificités du problème.

3.1.1 Repos minimum entre deux quarts

Une contrainte délicate à respecter est le repos minimal entre deux quarts. Il y a traditionnellement deux manières de traiter ce problème. La première consiste, pour chaque paire de jours consécutifs, à indiquer que la différence entre l'heure de début du quart au deuxième jour et l'heure de fin du quart au premier jour doit être plus grande ou égale au temps de repos minimum. Cela peut cependant poser problème au niveau de la relaxation linéaire. Illustrons-le à l'aide de la figure 3.1.

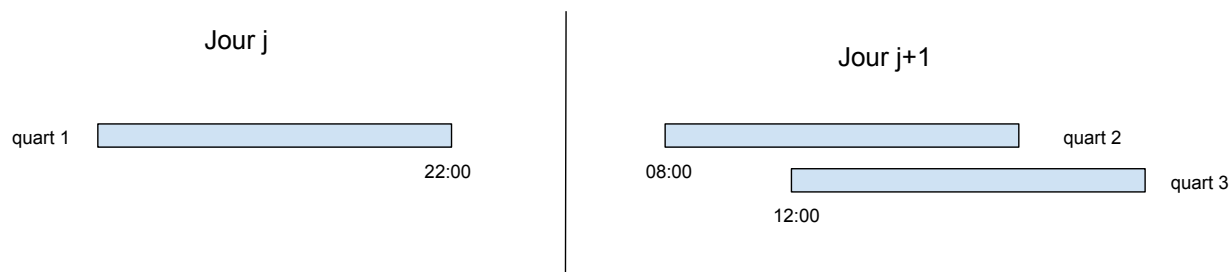


Figure 3.1 – Exemple de quarts pour mettre en place les contraintes de repos minimal

Sur cette figure, on voit trois quarts différents. Si on considère que le repos minimal doit être de 12h, les quarts 1 et 2 sont incompatibles, tandis que les quarts 1 et 3 peuvent être choisis simultanément.

Nous pouvons, pour exprimer cette contrainte, déclarer qu'en retranchant l'heure de fin de quart du jour j à l'heure de début de quart du jour $j+1$, nous devons obtenir au moins douze heures. En notant Y_1 , Y_2 et Y_3 les variables binaires correspondant au choix de sélectionner ou non chacun des quarts 1, 2 et 3 et f_1 , d_2 et d_3 les heures de fin et de début des quarts 1, 2 et 3, on peut écrire :

$$f_1 Y_1 + 12 \leq d_2 Y_2 + d_3 Y_3 \quad (3.1)$$

Le problème que nous rencontrons est que dans notre exemple, la relaxation linéaire peut tout à fait choisir $Y_2 = Y_3 = 0.5$ et $Y_1 = 1$. Plus nous avons de possibilités de quarts, moins la relaxation linéaire est satisfaisante. De plus, cela demande quelques adaptations pour les jours de congé des employés.

Nous choisissons plutôt d'utiliser la méthode qui consiste à prétraiter les données et déterminer les quarts qui ne sont pas compatibles. Pour ce faire, nous mettons en place des ensembles $S_{e,r} \subseteq S$ qui déterminent pour chaque employé $e \in E$ et chaque contrainte r dans l'ensemble des contraintes pour cet employé R_e quels quarts $s \in S$ de l'employé $e \in E$ sont concernés par des restrictions liées aux contraintes de repos minimum. La contrainte étant que l'employé $e \in E$ doit avoir un repos d'au moins $minRest_e$ entre deux de ses quarts, on crée une contrainte chaque fois que des quarts sont en conflit. Il est à noter que nous utilisons dans notre modèle une seule valeur de $minRest_e$ pour tous les employés, mais qu'en considérer des différentes ne pose pas de problème. En effet, les quarts ne sont pas partagés entre les employés : un quart concerne toujours le même employé. Il est alors aisé de considérer une valeur de $minRest_e$ différente pour chacun des groupes de quarts liés à chaque employé.

De plus, plutôt que créer une contrainte pour chaque couple de quarts qui ne sont pas compatibles, on analyse la situation à chaque période $p \in P$ afin de potentiellement créer des contraintes plus fortes et obtenir une meilleure relaxation (avec un saut d'intégralité moins élevé). La démarche est la suivante : pour chaque employé $e \in E$, pour chaque période $p \in P$, on construit une contrainte qui interdit de choisir plus d'un quart parmi ceux qui sont travaillés durant une quelconque période entre p et $p + minRest_e$. Par la suite, nous éliminons les contraintes qui sont identiques pour ne garder qu'une contrainte pour chaque ensemble de quarts incompatibles.

3.1.2 Masse salariale

Une première possibilité serait de définir un taux horaire et l'appliquer à tous les employés, quels que soient leurs horaires, avec éventuellement un taux horaire plus élevé pour les heures supplémentaires. Procéder ainsi encouragerait l'ensemble des employés à travailler entre zéro et le nombre d'heures maximal hebdomadaire pour ne pas atteindre la majoration des heures supplémentaires. Nous essayons dans notre modèle d'encourager la répartition d'heures de travail la plus uniforme possible sur l'ensemble des employés. Ainsi, nous choisissons un coût horaire constant par morceaux afin de favoriser au maximum une répartition équitable. De cette manière, le salaire hebdomadaire est linéaire par morceaux et convexe en fonction du nombre d'heures travaillées, ce qui nous permet de grandement faciliter la résolution du problème linéaire en nombres entiers. Par contre, nous ne prenons pas en compte les coûts

supplémentaires d'heures de nuit par exemple, ni des fins de semaine. La figure 3.2 présente en bleu pointillé le salaire horaire en fonction du nombre d'heures travaillées dans la semaine, tandis que la courbe verte en trait plein présente quand à elle le salaire hebdomadaire en fonction du nombre d'heures travaillées durant la semaine. Nous ne présentons ici qu'un seul couple de courbes, mais nous pouvons personnaliser ces courbes pour chacun des employés, afin par exemple de refléter des échelons différents.

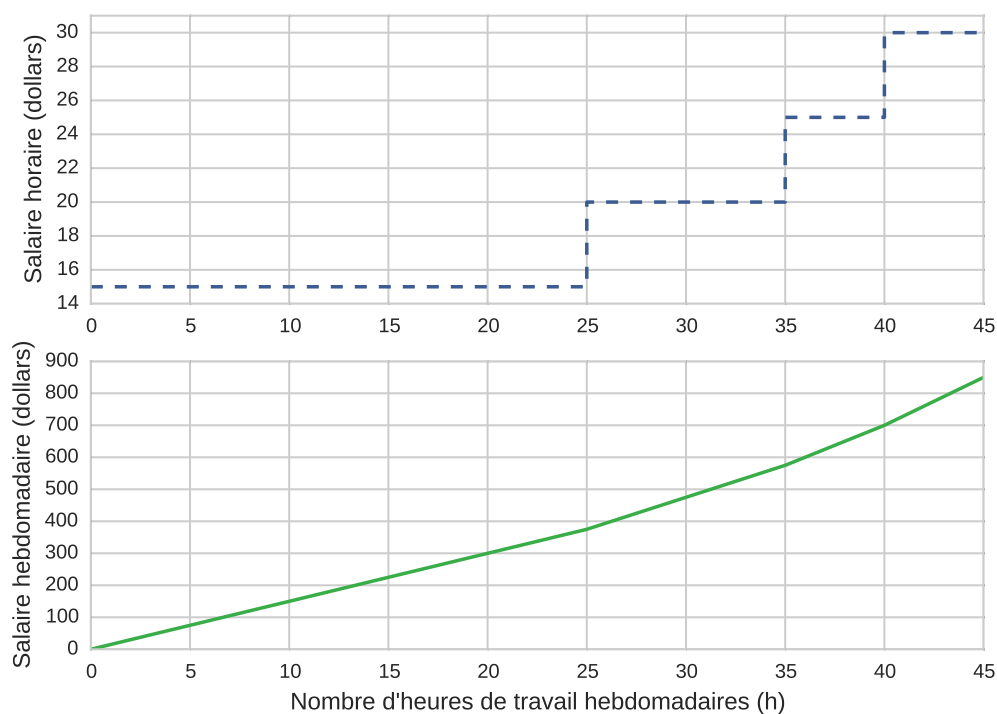


Figure 3.2 – Choix salariaux

3.1.3 Modèle de base en nombres entiers

Présentons désormais le programme en nombres entiers en lui-même, en commençant par expliciter les ensembles, paramètres et variables utilisés.

Ensembles

- E est l'ensemble des employés ;
- S est l'ensemble des quarts possibles ;

- S_e est l'ensemble des quarts concernant l'employé e . Il convient de noter que les quarts sont spécifiques à un seul employé. Ainsi,

$$\forall (e, e') \in E^2, e \neq e' \Rightarrow S_e \cap S_{e'} = \emptyset;$$

- P est l'ensemble des périodes. Dans notre cas, nous considérons des périodes de 15 minutes. La durée de ces périodes doit à la fois être assez petite pour que l'optimisation soit assez précise, et assez grande pour que la complexité au niveau de la résolution ne soit pas trop grande ;
- A est l'ensemble des activités ;
- R_e est l'ensemble des contraintes concernant le repos minimum entre deux quarts pour l'employé $e \in E$;
- K est l'ensemble des paliers de salaire ;
- J est l'ensemble des jours de l'horizon de planification ;
- $S_{e,r} \subseteq S$ comprend les quarts concernés par la contrainte $r \in R$ pour l'employé $e \in E$. Cet ensemble est défini tel que présenté dans la partie 3.1.1 ;
- $S_{e,j} \subseteq S$ qui comprend les quarts potentiels de l'employé $e \in E$ qui ont lieu pendant la journée $j \in J$.

Paramètres

- c_s est le coût du quart $s \in S$. Ce paramètre ne prend pas en compte le salaire de l'employé qui travaille ce quart. Ainsi, il n'est en réalité pas utilisé dans cette première version du modèle, où il aurait pu représenter par exemple une préférence individuelle (un coût positif est une manière de pénaliser ce quart) ;
- c_a^- et c_a^+ est le coût d'une sous- et sur-couverture pour l'activité $a \in A$. Nous les définissons par période et de manière linéaire, nous pourrions également décider d'un coût convexe et différent par période ;
- $w_{s,a}^p$ est un paramètre booléen qui détermine si un employé travaillant le quart s est affecté à l'activité a à la période $p \in P$;
- d_a^p est la demande à la période $p \in P$ pour l'activité $a \in A$;
- h_s est le nombre d'heures travaillées par un employé durant le quart $s \in S$;
- \tilde{h}_k est le nombre d'heures propres à un palier salarial $k \in K$. Par exemple, si le 2ème palier concerne les heures entre la quatorzième et la vingtième, on a $h_2 = 6$;
- g_k est le salaire horaire pour les heures du palier $k \in K$.

Variables

- Y_s est une variable booléenne qui détermine si le quart $s \in S$ sera travaillé ou non ;
- U_a^p est le nombre d'employés en sous-couverture pour l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$;
- O_a^p est le nombre d'employés en sur-couverture pour l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$;
- X_k^e est le nombre d'heures travaillées par l'employé $e \in E$ que l'on considère dans le palier $k \in K$.

En réunissant ces informations, nous pouvons alors écrire le programme linéaire à variables mixtes suivant :

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{(k,e) \in K \times E} g_k X_k^e + \sum_{s \in S} c_s Y_s + \sum_{(a,p) \in A \times P} c_a^- U_a^p + \sum_{(a,p) \in A \times P} c_a^+ O_a^p \quad (3.2) \\
 \text{sujet à} \quad & \sum_{s \in S} w_{s,a}^p Y_s + U_a^p - O_a^p = d_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (3.3) \\
 & \sum_{s \in S_e} Y_s \leq 5 \quad \forall e \in E \quad (3.4) \\
 & \sum_{s \in S_{e,j}} Y_s \leq 1 \quad \forall (e,j) \in E \times J \quad (3.5) \\
 & \sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall e \in E, r \in R_e \quad (3.6) \\
 & \sum_{k \in K} X_k^e = \sum_{s \in S_e} h_s Y_s \quad \forall e \in E \quad (3.7) \\
 & 0 \leq X_k^e \leq \tilde{h}_k \quad \forall (e,k) \in E \times K \quad (3.8) \\
 & (U_a^p, O_a^p) \in \mathbb{R}_+^2 \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (3.9) \\
 & Y_s \in \mathbb{B} \quad \forall s \in S \quad (3.10) \\
 & X_k^e \in \mathbb{R} \quad \forall (k,e) \in K \times E \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

(3.2) minimise les différents coûts considérés dans notre modèle. La première somme réunit les coûts salariaux répartis dans les différents palliers et selon les différents employés. La deuxième somme considère les coûts liés à des quarts particuliers par le paramètre c_s . Enfin, les deux dernières sommes considèrent les coûts de sur- et sous-couverture.

Le premier groupe de contraintes, (3.3), a pour rôle de relier les variables de sous-couverture et sur-couverture à la demande et aux variables qui déterminent quels quarts sont travaillés. Ainsi, elles permettent de déterminer la sous-couverture et la sur-couverture pour chaque activité et période. Les variables U_a^p et O_a^p ne sont jamais non nulles à la fois pour le même

couple $(a, p) \in A \times P$, car chacune est associée à un coût : le solveur tente de minimiser chacune de ces deux variables.

Les contraintes (3.4) permettent d'imposer des jours de congé à chacun des employés. Il n'y a pas de quarts de nuit, et les durées minimales de quarts et de repos sont incompatibles avec deux quarts travaillés par le même employé pendant la même journée. Ainsi, limiter le nombre de quarts à cinq par semaine revient à imposer deux jours de congés sur l'horizon de temps considéré d'une semaine. Dans cette optique, nous ajoutons des contraintes pour empêcher le choix de plus d'un quart par employé et par jour dans le cas général : les contraintes (3.5).

Le troisième groupe de contraintes, (3.6), quant à lui, utilise les variables que nous avons définies plus tôt pour forcer un repos minimum entre deux quarts, ainsi qu'empêcher que deux quarts ne soient travaillés en même temps.

Enfin, les deux derniers groupes de contraintes, (3.7) et (3.8), permettent de prendre en compte les contraintes liées aux paliers de salaire. Dans un premier temps, nous vérifions que toutes les heures travaillées sont comptabilisées dans un palier spécifique. Dans un second temps, nous vérifions qu'aucun palier ne contient plus d'heures que ce qu'il peut réunir. Grâce au caractère convexe de la fonction salariale, nous savons que les paliers sont comblés les uns après les autres, dans l'ordre qui est prévu. Ces deux groupes de contraintes permettent également de limiter le nombre d'heures travaillées par semaine en le majorant par $\sum_{k \in K} \tilde{h}_k$ (deuxième inégalité de la contrainte (3.8)).

En ce qui concerne les contraintes d'ensemble d'appartenance des sur- et sous-couvertures, (3.9), il est à noter que malgré le fait que \mathbb{R}_+ soit utilisé, les variables sont en réalité dans \mathbb{N} car l'ensemble des autres variables et paramètres sont dans \mathbb{N} également, à l'exception des $X_k^e, (k, e) \in K \times E$.

3.2 Choix de perturbations

Afin de définir de manière complète le cadre de notre étude, il est temps de présenter les types de perturbations que nous considérons.

3.2.1 Soudain changement de la demande

Cette perturbation assez classique correspond à une soudaine augmentation ou baisse significative de la demande, et ce sur un intervalle pouvant aller jusqu'à 4 périodes de temps, c'est-à-dire jusqu'à une heure. On pourra positionner ces perturbations aux alentours de 19h-20h

par exemple, ou vers 14-15h un jour de fin de semaine. En pratique, cela peut correspondre à de soudaines précipitations pour une grande surface ou à un événement particulier.

En ce qui concerne la modélisation, on peut décider d'une heure de début de perturbation, de l'amplitude de la perturbation, et de plusieurs durées possibles avec leurs probabilités respectives, que l'on associe à une activité particulière.

Le profil supporté est une modification constante de la demande sur un certain intervalle de longueur aléatoire, variant de une à quatre périodes, c'est-à-dire de 15 minutes à une heure (Figure 3.3).

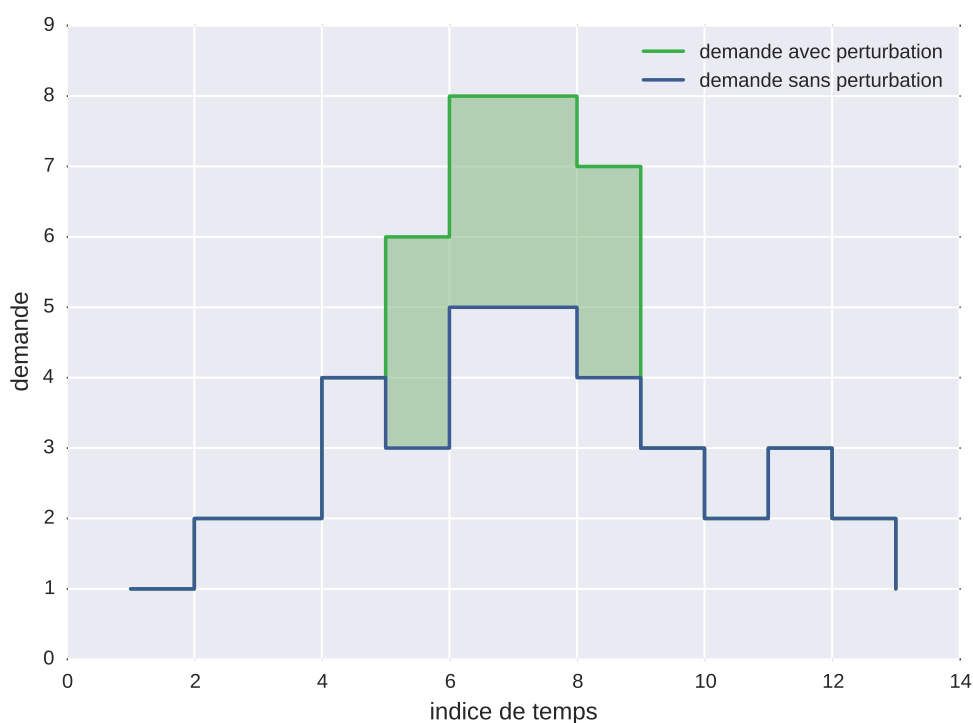


Figure 3.3 – Demande affectée lors d'une perturbation de type hausse constante sur un certain intervalle

On constate que la modélisation de ces deux sous-types de perturbations (soudaine hausse et soudaine baisse) est quasiment la même : la seule différence est que l'amplitude est soit positive, soit négative.

3.2.2 Perturbations liées aux employés

Une autre forme de perturbation peut être prise en compte, celle-ci considérant les imprévus relatifs aux employés plutôt qu'aux clients. Il peut arriver que certains employés soient en

retard par exemple, ou aient besoin de rentrer plus tôt que prévu, pour des raisons diverses. Ce genre de perturbation peut facilement être modélisé par une hausse de la demande au moment de l'absence de l'employé : en effet, le problème est le même, celui d'une sous-couverture imprévue. Par contre, le problème est que cette sous-couverture imprévue n'a pas un moment prédéfini, mais se situe au début des quarts sélectionnés. Ainsi, ceci ajoute un degré de dépendance entre les quarts choisis, ce qui nécessite une modélisation différente de celle employée pour une variation de demande imprévue.

3.2.3 Recours possibles face aux perturbations

L'étude de ces perturbations ne peut pas avoir un quelconque impact sur le coût final d'un horaire si nous ne disposons pas de recours possibles dans différentes situations. Il convient de préciser quels recours nous pouvons utiliser lorsque nous sommes dans une situation de sous-couverture ou de sur-couverture.

Tout d'abord, considérons une situation de sous-couverture. Ce que nous désirons, c'est de parvenir à trouver un ou plusieurs employés supplémentaires pour travailler durant les périodes de sous-couverture imprévue. Appeler un employé et lui demander de venir pour un quart supplémentaire ne fait pas partie du cadre des *perturbations de courte durée*. Nous pouvons par contre demander à un employé de venir plus tôt si son quart commence dans un petit nombre de périodes, ou à un autre employé de rester plus longtemps à la fin de son quart. Dans notre étude, nous ne considérons pas le recours correspondant à appeler un employé qui commence un quart dans quelques périodes. En effet, il faudrait considérer le temps nécessaire pour se rendre sur le lieu de travail, ce qui suppose que l'employeur devine à l'avance une perturbation qui se déroule une, deux voire trois périodes plus tard.

Lorsqu'au contraire, nous accusons une sur-couverture, nous pouvons demander à un employé de partir plus tôt de son quart s'il finit peu de périodes plus tard. Cependant, nous ne considérons pas non plus ce cas car il suppose qu'à nouveau, nous ayons une bonne idée de ce qui se passe plusieurs périodes plus tard.

Nous considérons donc simplement la possibilité de recours liée à des employés restant travailler plus longtemps que prévu au niveau de leur quart.

Nous pouvons désormais dans une deuxième partie nous pencher sur les différents modèles pour résoudre le problème de la robustesse dans un tel contexte.

CHAPITRE 4 MODÉLISATIONS ROBUSTES

Dans ce chapitre, nous étudions les différentes stratégies possibles pour rendre la modélisation utilisée robuste aux perturbations de courte durée. Dans un premier temps, nous étudions des méthodes permettant de pallier les perturbations de la demande. Nous nous penchons tout d'abord sur une méthode naïve, puis sur une méthode plus complexe basée sur l'utilisation de sous-couvertures potentielles. Dans un second temps, nous développons un modèle permettant de prendre en compte les retards d'employés, puis nous tentons de superposer la robustesse aux perturbations de la demande et la robustesse au retard des employés.

4.1 Présentation du problème de robustesse

Maintenant que nous avons défini le problème initial de manière détaillée, nous pouvons nous pencher sur le problème de robustesse lui-même. Comme nous l'avons expliqué précédemment, notre but est d'obtenir des solutions plus robustes aux petites perturbations. Pour mieux comprendre notre problème, étudions un exemple très simple où rendre la solution plus robuste est facilement compréhensible et soluble à la main.

Nous considérons une demande très simple définie sur une seule journée, avec un pic potentiel de la demande au milieu de la journée de probabilité P de durée d'espérance d , et une seule activité a (Figure 4.1). Les quarts s_1 , s_2 , s_3 et s_4 sont respectivement notés 1, 2, 3 et 4 dans cette figure.

Nous avons deux employés différents qui peuvent chacun travailler deux quarts différents : le premier employé peut travailler soit le premier, soit le deuxième quart, s_1 et s_2 tandis que le deuxième employé peut travailler soit le troisième, soit le quatrième quart, s_3 et s_4 . On constate que la demande primaire est parfaitement respectée, que l'on choisisse le couple s_1 et s_3 ou le couple s_2 et s_4 . Cependant, il est important de remarquer que le quart s_2 se termine au moment où la perturbation commence. Ainsi, si le quart s_2 est choisi, on peut demander à l'employé travaillant ce quart de rester quelques périodes supplémentaires, et la demande liée à la perturbation est également satisfaite.

Ainsi, en considérant qu'il n'y a pas de différence majeure au niveau des coûts salariaux des employés et entre les quarts à choisir, il est avantageux de choisir le couple de quarts s_2 et s_4 pour satisfaire cette demande primaire tout en étant préparé à la potentielle perturbation. Cependant, si on utilise le modèle de base de la partie 3.1.3, ces deux solutions présenteront le même objectif et seront toutes deux considérées comme optimales : on peut donc obtenir

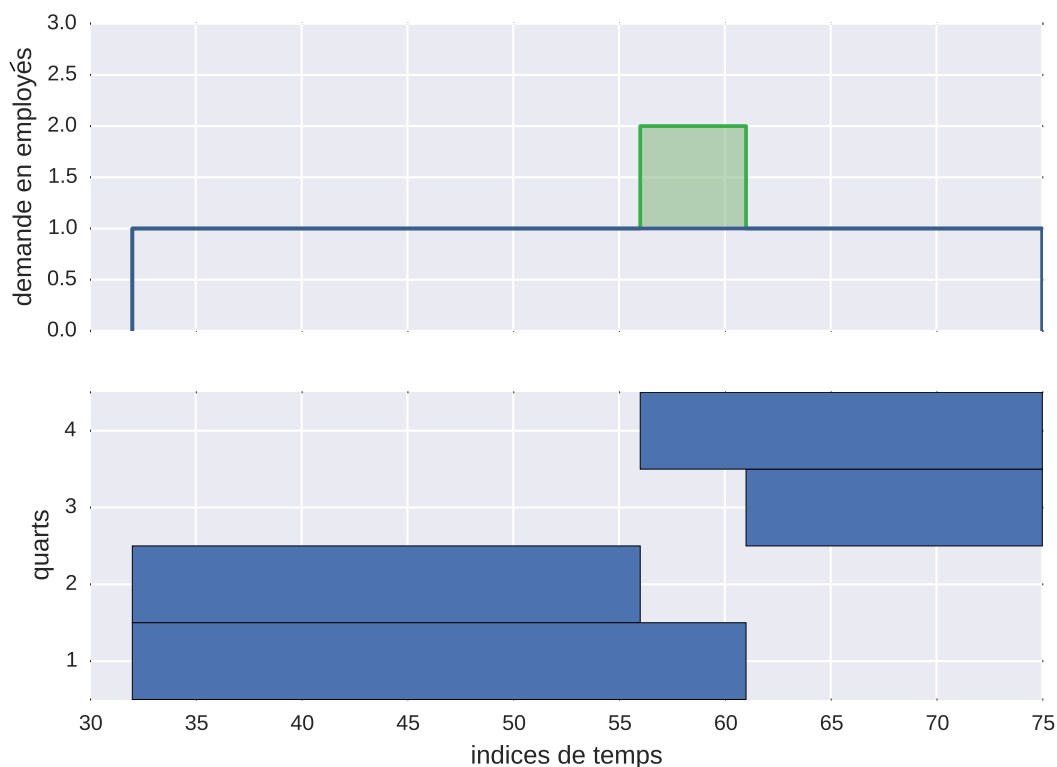


Figure 4.1 – Demande utilisée dans notre exemple et quarts parmi lesquels nous choisissons nos horaires d’employés

comme solution optimale celle qui ne permet pas de s’adapter à la perturbation alors qu’elle ne présente pas de coûts supplémentaires si la perturbation n’a pas lieu.

Il s’agit désormais de mettre en place des modélisations permettant de suivre un raisonnement similaire à celui-ci, et qui choisissent préférentiellement les quarts permettant de pallier les pics de demande que nous considérons envisageables.

4.2 Modélisation naïve

Dans un premier temps, nous utilisons ce que nous appelons une approche naïve. Nous étudions, quart par quart, à quel point chacun peut être bénéfique en cas de pic de la demande. Par exemple, dans le cas précédent, nous pouvons diminuer artificiellement le coût du quart se terminant juste avant le potentiel pic de demande afin de favoriser ce quart par rapport à d’autres.

Nous utilisons donc le même programme mathématique que dans la partie 3.1.3, mais en modifiant au préalable les paramètres $c_s, s \in S$.

Ainsi, toutes choses étant égales par ailleurs, ce coût modifié permet au programme mathématique de choisir comme solution optimale celle qui permet au mieux de pallier un potentiel pic de demande à cet endroit précis.

4.2.1 Choix des modifications de coût

Pour choisir précisément les modifications de coûts que nous appliquons aux quarts, il s'agit de se pencher sur l'apport réel de chacun de ces quarts, indépendamment les uns des autres. Lorsqu'on considère une perturbation potentielle, on a comme caractéristiques plusieurs données : la probabilité qu'elle arrive, l'amplitude si elle arrive, la date à laquelle elle commence, les durées possibles et leur probabilité, l'activité concernée. On peut considérer qu'un quart finissant juste au moment du début de cette perturbation où l'employé peut rester pendant la totalité de la perturbation permettra de combler cette perturbation dans le cas où elle a lieu. Pour le prendre en compte, on calcule l'espérance du coût de la sous-couverture auquel nous devons faire face s'il n'y a personne pour la combler : la probabilité π que la perturbation arrive, multipliée par le coût d'une sous-couverture dans cette activité, multiplié par la durée de la perturbation qui peut être couverte par ce quart. Puis nous soustrayons ce coût au coût du quart considéré. Ainsi, il est avantageux à hauteur de l'espérance de la perte qu'il permet d'éviter.

4.2.2 Exemple

Au niveau de l'exemple de la figure 4.1, il y a un quart, le quart s_2 , qui est susceptible d'être rallongé pour permettre de satisfaire la demande liée à une perturbation. Ainsi, ce quart voit son coût c_{s_2} changer lors des modifications de coût de notre modélisation naïve. On a donc :

$$c_{s_2} = -c_a^- * d * \pi. \quad (4.1)$$

Avec ce coût négatif pour le quart s_2 , le couple choisi par le programme mathématique est s_2 et s_4 , c'est-à-dire le couple qui nous permet d'être adaptable à la perturbation potentielle.

4.2.3 Limitations liées à cette modélisation

Cette modélisation présente plusieurs limitations. Tout d'abord, remarquons qu'il est difficile de prendre en compte le nombre d'employés qui peuvent rester pour des heures supplémentaires à un moment précis. Nous pouvons donner un poids plus grand à un besoin d'employés à un moment précis, mais nous ne pouvons pas spécifier le nombre d'employés demandés et nous arrêter d'en considérer une fois la demande potentielle satisfaite. Cela est dû au fait que les quarts ne sont pas liés les uns aux autres par des pics de demande potentielle, mais voient simplement leurs caractéristiques pour la demande primaire modifiées. Ce que nous cherchons à obtenir dans notre deuxième modèle est un jeu de contraintes secondaires permettant de lier les quarts selon ces pics de demande.

4.3 Modélisation à partir de sous-couverture de demande potentielle

Dans cette deuxième approche, nous nous inspirons du modèle utilisant les sur-couvertures et sous-couvertures de la demande en l'adaptant à la demande potentielle. Plutôt que de considérer individuellement chacun des quarts en les comparant aux pics potentiels, on décide d'adopter une vision plus globale en essayant de généraliser les changements de coûts de notre première méthode. Là où des pics sont susceptibles de venir perturber la demande prévue, nous introduisons une *demande supplémentaire potentielle* que nous tentons de combler avec un *travail supplémentaire potentiel*. Ainsi, chaque quart se voit attribuer en plus de son information de quelle activité est travaillée à quelles périodes et par quel employé, une information qui détermine quelles périodes supplémentaires peuvent être travaillées pour quelle activité.

4.3.1 Modèle

On ne précise que les parties du modèle changées par rapport au modèle sans robustesse pour ne pas surcharger les explications.

Paramètres

- $\bar{w}_{s,a}^p$ est un paramètre booléen qui détermine si un employé travaillant le quart $s \in S$ peut potentiellement, en cas d'augmentation de la demande, travailler sur l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$ en rallongeant son quart.
- $\gamma_{a,p}^-$ est le coût d'une sous-couverture de la courbe de pic de demande potentielle pour l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$. Pour prendre en compte des probabilités sur les pics de demande, on peut moduler les coûts de sur- et sous-couverture à ces endroits.

On peut par exemple déterminer ces coûts en multipliant le coût de la sous-couverture par la probabilité qu'elle arrive.

- $\gamma_{a,p}^+$ est le coût d'une sur-couverture de la courbe de pic de demande potentielle pour l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$.
- δ_a^p est le pic de demande supplémentaire potentielle à la période $p \in P$ pour l'activité $a \in A$.
- \bar{h}_s est l'espérance de la longueur du travail supplémentaire travaillé en rapport avec le quart $s \in S$. Par exemple, si le quart s peut être prolongé de 3 périodes pour une perturbation qui a une probabilité d'apparition de 30%, on a $\bar{h}_s = 0.3 * 3 * 0.25h$.

Variables

- ϕ_a^p est le nombre d'employés en sous-couverture de la courbe de pic de demande potentielle pour l'activité a à la période p ;
- ψ_a^p est le nombre d'employés en sur-couverture de la courbe de pic de demande potentielle pour l'activité a à la période p ;
- Z_s détermine si le quart $s \in S$ est susceptible d'être allongé en cas de perturbation.

Avec ces notations, le modèle de base est adapté comme suit pour prendre en compte la robustesse :

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{(k,e) \in K \times E} g_k X_k^e + \sum_{s \in S} c_s Y_s + \sum_{(a,p) \in A \times P} (c_a^- U_a^p + c_a^+ O_a^p + \gamma_{a,p}^- \phi_a^p + \gamma_{a,p}^+ \psi_a^p) \quad (4.2) \\
\text{sujet à} \quad & \sum_{s \in S} w_{s,a}^p Y_s + U_a^p - O_a^p = d_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.3) \\
& \sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p Z_s + \phi_a^p - \psi_a^p = \delta_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.4) \\
& Z_s \leq Y_s \quad \forall s \in S \quad (4.5) \\
& \sum_{s \in S_{e,j}} Y_s \leq 1 \quad \forall (e,j) \in E \times J \quad (4.6) \\
& \sum_{s \in S_e} Y_s \leq 5 \quad \forall e \in E \quad (4.7) \\
& \sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall e \in E, r \in R_e \quad (4.8) \\
& \sum_{k \in K} X_k^e = \sum_{s \in S_e} (Y_s h_s + Z_s \bar{h}_s) \quad \forall e \in E \quad (4.9) \\
& X_k^e \leq h_k \quad \forall (e,k) \in E \times K \quad (4.10) \\
& (U_a^p, O_a^p, \phi_a^p, \psi_a^p) \in \mathbb{R}^{+4} \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.11) \\
& (Y_s, Z_s) \in \mathbb{B}^2 \quad \forall s \in S \quad (4.12) \\
& X_k^e \in \mathbb{Z} \quad \forall (k,e) \in K \times E \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Nous ajoutons les coûts de sur- et sous-couverture potentielles dans la fonction objectif (4.2). Nous ajoutons également une contrainte, (4.4), afin de relier les variables de sous-couverture et sur-couverture potentielles à la demande potentielle et aux variables qui déterminent quels quarts sont travaillés. Ainsi, de la même manière que les variables U_a^p et O_a^p dans les contraintes (3.3), les variables ϕ_a^p et ψ_a^p correspondent toujours à nos attentes de non nullité non simultanée.

Les contraintes (4.5) permettent d'empêcher la variable Z_s d'être non nulle si le quart $s \in S$ n'est pas choisi.

En ce qui concerne les contraintes (4.9), nous ajoutons l'espérance de durée de travail supplémentaire afin d'éviter de concentrer trop de possibilité de temps supplémentaire sur un employé qui travaille déjà beaucoup durant l'horizon de temps considéré. Nous aurions également pu ajouter un groupe de contraintes spécifique pour favoriser une répartition équitable des possibilités de temps supplémentaire sur les employés. Nous faisons le choix de ne pas l'ajouter car l'impact serait très limité sur la solution.

Remarquons que nous n'avons pas modifié les contraintes (4.8). Pourtant, il est possible que deux quarts initialement compatibles ne le soient plus si l'un des deux est allongé. Il se trouve que cette situation est improbable dans le cadre de notre étude. En effet, il faut qu'un quart finisse assez tard pour qu'il interagisse avec un quart qui commence assez tôt le lendemain. Comme nous n'avons que dix heures de repos minimum, cette situation n'arrive pratiquement jamais.

Cependant, si nous devons prendre en compte ces considérations, nous pouvons, lors de la mise en place des ensembles $S_{e,r}$ pour $(e, r) \in E \times R$, considérer le cas où chacun des quarts est allongé et l'ajouter dans un ensemble indépendant. Ainsi, nous pouvons créer un ensemble $\overline{S}_{e,r}$ qui contient les quarts qui sont compatibles avec les quarts $s \in S_{e,r}$ tant qu'ils ne sont pas allongés, mais qui deviennent incompatibles s'ils sont allongés.

Les contraintes utilisées deviendraient ainsi

$$\sum_{s \in S_{e,r}} Y_s + \sum_{s \in \overline{S}_{e,r}} Z_s \leq 1 \quad \forall (e, r) \in E \times R. \quad (4.14)$$

4.3.2 Choix des paramètres et simplification du modèle

Pour déterminer le paramètre $\overline{w}_{s,a}^p$, il s'agit d'étudier les places où le quart s peut être allongé, en se concentrant sur les zones où une perturbation peut se présenter. Si une perturbation peut se présenter à un indice de temps $p \in P$ pour une activité $a \in A$, c'est-à-dire s'il existe une sous-couverture potentielle pour le couple $(a, p) \in A \times P$, nous cherchons les quarts concernant cette activité qui terminent à la période $p - 1$ et où l'employé concerné peut faire des heures supplémentaire à la période p et aux suivantes. Si c'est le cas pour un quart $s \in S$, nous posons $\overline{w}_{s,a}^p = 1$, potentiellement également $\overline{w}_{s,a}^{p+1} = 1$ ainsi que $\overline{w}_{s,a}^{p+2} = 1$. Agir ainsi en ne considérant que les fins de quart qui correspondent à des perturbations nous est utile de deux manières : premièrement, cela permet d'avoir un choix moins grand de travail supplémentaire potentiel. Deuxièmement, dans le cas où deux perturbations ne se chevauchent pas, cela nous permet de ne pas avoir de situations où le travail potentiel d'un employé qui a terminé son quart il y a quelques périodes est pris en compte pour une perturbation. En effet, si la perturbation n'est pas présente au moment même où l'employé termine son quart, l'employé part de son lieu de travail et ne peut faire du temps supplémentaire lorsqu'une perturbation se présente une ou deux périodes plus tard.

En ce qui concerne les paramètres $\gamma_{a,p}^-$ et $\gamma_{a,p}^+$, il s'agit de les calibrer de manière acceptable afin que les coûts soient corrélés de manière cohérente aux coûts de sur- et sous-couverture

de la courbe de demande primaire. Une piste pourrait être de donner à la sous-couverture un coût égal au coût de la sous-couverture de la demande primaire multiplié par la probabilité que l'on fasse face à cette sous-couverture, c'est-à-dire utiliser l'espérance du coût lié à cette sous-couverture.

Dans ce projet, nous n'avons pas de recours possible en cas de sur-couverture. Ainsi, considérer la sur-couverture dans un tel contexte est inutile, puisque nous ne pouvons pas agir dessus. Dans ce contexte, nous ne considérons que des perturbations qui ajoutent de la demande plutôt qu'en enlever. De plus, nous ne créons jamais non plus de sur-couverture par les recours que nous utilisons, car nous ne demandons pas à des employés de rester plus longtemps pour des perturbations futures (créant ainsi une sur-couverture artificielle pendant une ou deux périodes). Nous décidons donc de ne plus la considérer par la suite dans notre modèle. La contrainte pour fixer ϕ_a^p s'exprime alors telle que suit :

$$\sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p \chi_s + \phi_a^p \geq \delta_a^p \quad \forall (a, p) \in A \times P \quad (4.15)$$

Puisque la sur-couverture n'est pas prise en compte, on peut décider de ne définir $\bar{w}_{s,a}^p$ que pour les périodes où l'activité a s'expose à un pic de demande. En effet, si aucun pic de demande potentiel n'est envisagé en (a, p) , la courbe supplémentaire à couvrir en cet endroit sera nulle, donc forcément couverte.

Définissons $\Omega = \{(a, p) \in A \times P \mid \delta_a^p > 0\}$.

Nous pouvons désormais réécrire le problème comme suit :

$$\min \sum_{(k,e) \in K \times E} X_k^e g_k + \sum_{s \in S} c_s Y_s + \sum_{(a,p) \in A \times P} (c_a^- U_a^p + c_a^+ O_a^p + \gamma_{a,p}^- \phi_a^p) \quad (4.16)$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{s \in S} w_{s,a}^p Y_s + U_a^p - O_a^p = d_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.17)$$

$$\sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p Z_s + \phi_a^p \geq \delta_a^p \quad \forall (a,p) \in \Omega \quad (4.18)$$

$$\sum_{s \in S_{e,j}} Y_s \leq 1 \quad \forall (e,j) \in E \times J \quad (4.19)$$

$$Z_s \leq Y_s \quad \forall s \in S \quad (4.20)$$

$$\sum_{s \in S_e} Y_s \leq 5 \quad \forall e \in E \quad (4.21)$$

$$\sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall e \in E, r \in R_e \quad (4.22)$$

$$\sum_{k \in K} X_k^e = \sum_{s \in S_e} (Y_s h_s + Z_s \bar{h}_s) \quad \forall e \in E \quad (4.23)$$

$$X_k^e \leq h_k \quad \forall (e,k) \in E \times K \quad (4.24)$$

$$\sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall (e,r) \in E \times R \quad (4.25)$$

$$(U_a^p, O_a^p, \phi_a^p) \in \mathbb{R}^{+3} \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.26)$$

$$(Y_s, Z_s) \in \mathbb{B}^2 \quad \forall s \in S \quad (4.27)$$

$$X_k^e \in \mathbb{Z} \quad \forall (k,e) \in K \times E \quad (4.28)$$

4.3.3 Exemple

Utilisons l'exemple décrit en début de chapitre pour expliquer le fonctionnement de notre modèle de manière plus détaillée. Considérons que les paramètres du programme en nombres entiers initial sont déjà définis, et définissons désormais les paramètres supplémentaires pour prendre en compte le potentiel pic de demande.

- $\Omega = \{(a, 56); (a, 57); (a, 58); (a, 59); (a, 60)\}$: les couples d'activité-période étant concernés par le pic de demande,
- pour tous les couples $(a, p) \in \Omega$, $\bar{w}_{s_2,a}^p = 1$ car si le premier employé travaille le quart s_2 , il peut couvrir également des perturbations ayant lieu sur les périodes 56 à 60 ;
- pour tous les couples $(a, p) \in \Omega$ et pour tous les quarts $s \in \{s_1, s_3, s_4\}$, $\bar{w}_{s,a}^p = 0$ car ces quarts ne permettent pas de pouvoir allonger le travail sur les périodes de 56 à 60 ;
- $\gamma_{a,p}^- = \pi * c_a^-$ le coût de sous-couverture du pic de demande potentielle,
- pour tous les couples $(a, p) \in \Omega$, $\delta_a^p = 1$.

Si la perturbation est d'une durée qui peut varier et que l'on considère par exemple qu'il y a 25% de chance qu'elle dure une, deux, trois ou quatre périodes, les coûts de sous-couverture sont alors $\gamma_{a,p}^- = \pi * c_a^-$, $\gamma_{a,p+1}^- = \pi * c_a^- * 0.75$, $\gamma_{a,p+2}^- = \pi * c_a^- * 0.5$ et $\gamma_{a,p+3}^- = \pi * c_a^- * 0.25$.

Une fois ces paramètres explicités, le couple de quarts s_2 et s_4 est choisi car il permet de ne pas subir des coûts de sous-couverture potentielle dans la fonction objectif.

4.4 Prise en compte des potentiels retards d'employés

Un certain type de perturbations n'a pas encore été étudié : il s'agit du retard d'employés. Les retards d'employés peuvent être considérés comme des pics de demande au début des quarts. En effet, si un employé est en retard, la situation est la même que si nous avons soudainement un pic de demande imprévu à hauteur d'un employé. Cependant, contrairement aux perturbations étudiées dans la section 4.3, les pics de demande liés aux retards des employés ont des positions temporelles dépendant des quarts choisis. Une première approche peut être d'essayer de transposer notre méthode de sous-couverture potentielle aux retards des employés. Nous étudierons cette première méthode puis développerons une deuxième approche qui consiste à favoriser le rapprochement entre fins et débuts de quarts par un groupe de contraintes spécifiques.

4.4.1 Méthode utilisant les sous-couvertures potentielles

Commençons par essayer d'utiliser une approche basée sur les sous-couvertures, comme nous l'avons fait jusqu'à présent. Il s'agit d'être capable d'adapter une location temporelle constante à une location temporelle dépendant du choix des variables. Pour ce faire, nous pouvons définir le pic de demande potentielle lié à chacun des quarts $s \in S$, puis ajouter un terme liant le choix des quarts aux demandes potentielles supplémentaires.

Notons la demande potentielle liée au quart $s \in S$: $\bar{\delta}_{s,a}^p \quad \forall (a,p) \in A \times P$.

Nous pouvons alors écrire une nouvelle version de la contrainte (4.18) :

$$\sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p Z_s + \phi_a^p \geq \delta_a^p + \sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s \quad \forall (a,p) \in \Omega \quad (4.29)$$

Ainsi, la sous-couverture potentielle ϕ_a^p prend en compte les sous-couvertures potentielles liées à des retards d'employé. Il s'agit désormais de se pencher sur le coût relié à cette sous-couverture potentielle, qui désormais provient de différentes sources. Auparavant, lorsque

deux perturbations se chevauchaient, nous considérons qu'elles avaient la même probabilité de survenir : le coût de la sous-couverture potentielle $\gamma_{a,p}^-$ était juste pour les deux parties constituant la potentielle sous-couverture totale. Cette considération n'avait de toutes manières pas lieu d'être étudiée formellement puisque dans le cas pratique, deux perturbations se chevauchant sont considérées comme une seule perturbation, dont les caractéristiques prennent en compte les deux perturbations. Désormais, nous sommes confrontés à deux perturbations d'origine différentes, avec des probabilités de survenir très différentes : une perturbation liée à un pic de demande aura probablement une probabilité d'arriver plus grande que celle liée à un retard d'employé. Il s'agit donc de différencier les deux sous-couvertures potentielles, afin d'être capable de leur assigner des coûts différents.

Pour commencer, si elles présentent des coûts différents, les deux sous-couvertures potentielles doivent être représentées par des variables différentes. Notons $\bar{\phi}_a^p$ la sous-couverture potentielle pour l'activité $a \in A$ et la période $p \in P$ liée aux retards d'employés. La contrainte (4.29) s'écrit alors :

$$\sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p Z_s + \phi_a^p + \bar{\phi}_a^p \geq \delta_a^p + \sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.30)$$

Notons $\bar{\gamma}_{a,p}^-$ le coût de la sous-couverture potentielle liée aux retards d'employés pour l'activité $a \in A$ à la période $p \in P$. En notant π la probabilité de retard d'un employé, on a

$$\bar{\gamma}_{a,p}^- = \pi c_a^- \quad (4.31)$$

Nous considérons que ce coût est inférieur à $\bar{\gamma}_{a,p}^-$. Ainsi, lors de la résolution du programme mathématique, la variable choisie pour exprimer les coûts de sous-couverture est toujours $\bar{\phi}_a^p$, en vertu de son coût moindrement élevé dans la fonction objectif. Nous ne souhaitons cependant pas que cette variable dépasse le potentiel de retard des employés, c'est-à-dire $\sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s$. Nous ajoutons donc une contrainte pour le signifier :

$$\bar{\phi}_a^p \leq \sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.32)$$

Analysons la manière dont cette modélisation fonctionne si nous avons plus d'un quart commençant à la même heure. Si par exemple trois quarts commencent à la même heure, cela signifie que plusieurs perturbations potentielles liées aux retards d'employés se superposent à

cet endroit précis. Ainsi, nous avons une sous-couverture potentielle à couvrir d'une hauteur de trois employés, chacune présentant un coût de πc_a^- .

Or, il serait plus judicieux d'obtenir une sous-couverture potentielle d'un seul employé présentant un coût de $3\pi c_a^-$.

Cela implique cependant de surmonter deux difficultés. Premièrement, gérer un coût qui devient un produit de deux variables : le coût lié à la sous-couverture de perturbations liées aux retards d'employés est désormais fonction de $\sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s$, et de l'ampleur de la sous-couverture elle-même qui devient un booléen. Remarquons que comme une de ces deux variables est un booléen, il est tout à fait possible de linéariser l'expression du coût dans la fonction objectif. La deuxième difficulté provient du fait qu'il faut parvenir à contraindre la variable $\bar{\phi}_a^p \in \mathbb{B}$ pour $a \in A$ et $p \in P$ à être nulle si et seulement si $\sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s = 0$. Cela peut se modéliser comme suit :

$$M \bar{\phi}_a^p \geq \sum_{s \in S} \bar{\delta}_{s,a}^p Y_s \quad \forall (a, p) \in A \times P, \quad (4.33)$$

en choisissant M suffisamment grand. Cependant, ce genre de modélisation entraîne une relaxation linéaire de moindre qualité.

Enfin, s'il existe une période $p \in P$ telle que le nombre de quarts finissant à cette période est plus grand que $\frac{1}{\pi}$, nous sommes confrontés à un problème au niveau du coût de sous-couverture potentielle qui devient alors plus grand que le coût de sous-couverture de base.

Nous nous intéressons alors à une deuxième approche : une approche qui relie directement les quarts dont les débuts et fins peuvent interagir, sans utiliser les sous-couvertures potentielles comme intermédiaire.

4.4.2 Deuxième approche reliant directement les fins et débuts de quart

Plutôt que de nous intéresser aux retards d'employés de manière indirecte, en utilisant comme intermédiaires les sous-couvertures potentielles, nous pouvons directement tenter de relier les quarts finissants et commençant aux mêmes périodes. Seulement ce modèle-ci de retards d'employés est testé dans la section 5 .

Paramètres

- $n_{s,a}^p$ est un paramètre booléen qui, lorsque non nul, permet d'indiquer que la période $p \in P$ est la première période travaillée pour le quart $s \in S$, et que c'est l'activité

$a \in A$ qui est concernée. Ainsi, on a :

$$n_{s,a}^p = w_{s,a}^p (1 - w_{s,a}^{p-1}). \quad (4.34)$$

Cela permet d'identifier les couples $(a, p) \in A \times P$ exposés à des perturbations liées aux retards d'employés.

- $m_{s,a}^p$ est un paramètre booléen qui, lorsque non nul, permet d'indiquer que la période $p \in P$ est la période suivant la dernière travaillée pour le quart $s \in S$, et que c'est l'activité $a \in A$ qui est concernée. Ainsi, on a :

$$m_{s,a}^p = w_{s,a}^{p-1} (1 - w_{s,a}^p). \quad (4.35)$$

Ce paramètre permet d'identifier les couples $(a, p) \in A \times P$ où un employé peut combler une sous-couverture potentielle.

- π_s est la probabilité que l'employé travaillant le quart $s \in S$ soit en retard.

Variables

- V_a^p est la sous-couverture potentielle liée aux retards potentiels des employés. Cette variable n'est pas entière car elle représente l'espérance de cette sous-couverture.

Nous pouvons alors écrire le programme mathématique suivant :

$$\min \sum_{(k,e) \in K \times E} g_k X_k^e + \sum_{s \in S} c_s Y_s + \sum_{(a,p) \in A \times P} (c_a^- (U_a^p + V_a^p) + c_a^+ O_a^p) \quad (4.36)$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{s \in S} w_{s,a}^p Y_s + U_a^p - O_a^p = d_a^p \quad \forall (a, p) \in A \times P \quad (4.37)$$

$$\sum_{s \in S} \pi_s n_{s,a}^p Y_s - \sum_{s \in S} m_{s,a}^p Y_s \leq V_a^p \quad \forall (a, p) \in A \times P \quad (4.38)$$

$$\sum_{s \in S_e} Y_s \leq 5 \quad \forall e \in E \quad (4.39)$$

$$\sum_{k \in K} X_k^e = \sum_{s \in S_e} h_s Y_s \quad \forall e \in E \quad (4.40)$$

$$X_k^e \leq h_k \quad \forall (e, k) \in E \times K \quad (4.41)$$

$$\sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall e \in E, r \in R_e \quad (4.42)$$

$$(V_a^p, U_a^p, O_a^p) \in \mathbb{R}^{+3} \quad \forall (a, p) \in A \times P \quad (4.43)$$

$$Y_s \in \mathbb{B} \quad \forall s \in S \quad (4.44)$$

$$X_k^e \in \mathbb{Z} \quad \forall (k, e) \in K \times E \quad (4.45)$$

Le principal changement apporté dans ce programme mathématique concerne les contraintes (4.38). Ces contraintes permettent d'encourager les quarts des employés à avoir des fins correspondant au début d'autres quarts, et ce pour limiter l'impact que peut avoir un retard d'employé sur la couverture de la demande. Pour chaque couple d'activité et période, on calcule l'espérance de la sous-couverture. Cette espérance, si elle est positive - ce qui signifie que nous manquerons probablement d'employés en opération - engendre un coût, proportionnel au manque d'employés. On pénalise une telle situation par un coût horaire identique à celui d'une sous-couverture assurée. Par exemple, si l'espérance de la sous-couverture est de 0.5 employé, le coût dans la fonction objectif est de $0.5c_a^-$.

On note que le modèle probabiliste utilisé est très simplifié et partiellement faux. Par exemple, dans le cas où il y a 19 employés commençant un quart à un moment donnée, si la probabilité de retard est de 5% et qu'un employé finit son quart au même moment, il est considéré que nous avons une probabilité de 0 d'avoir une sous-couverture. C'est faux, il est possible que deux employés soient en retard. Ce modèle a cependant le mérite d'être linéaire et d'approximer de près la réalité pour des nombres relativement petits, ce qu'ils sont dans nos instances et dans le cadre de notre étude.

En ce qui concerne les contraintes déterminant le salaire des employés (4.40), nous n'avons pas modifié l'écriture des précédents modèles. En effet, si perturbation il y a, et que quelqu'un comble cette perturbation en prolongeant son quart, le nombre d'heures travaillées globalement reste le même. Ainsi, la modification que nous devrions faire est d'enlever du temps de travail au premier employé pour le transférer à un autre employé, au cas où leur nombre d'heures travaillées hebdomadaires ne concerne pas le même palier. Cependant, cette considération est suffisamment petite en comparaison des autres coûts pour qu'on la juge négligeable.

Limitations liées à ce modèle

Ce modèle présente cependant plusieurs limitations, qui n'existaient pas avec la modélisation des retards à partir des sous-couvertures potentielles. Pour commencer, si un employé finit un quart une période après le début du quart d'un autre employé, il peut combler une partie du retard potentiel de cet autre employé. En effet, si l'on considère que les retards sont typiquement d'une durée d'une ou deux périodes, il peut diviser par deux le coût de la sous-couverture, mais cette situation n'est pas prise en compte dans le modèle.

Une deuxième limitation, qui peut être problématique, en particulier dans notre contexte, est que si l'on veut marier les perturbations liées aux retards des employés aux perturbations de la demande décrites dans la section 4.3, il faut aménager les deux modèles. En effet, les quarts

utilisés pour potentiellement combler les retards des employés, déterminés dans les contraintes (4.38), ne peuvent plus être utilisés pour potentiellement combler des perturbations de la demande.

Nous sommes alors contraints de créer une nouvelle variables booléenne, W_s pour $s \in S$, qui est non nulle si et seulement si Y_s est également non nulle mais que Z_s est nulle : elle est non nulle lorsque le quart est choisi mais qu'il n'a pour l'instant pas besoin d'être allongé à cause d'une perturbation de la demande.

Les contraintes (4.38) deviennent alors :

$$\sum_{s \in S} \pi_s n_{s,a}^p W_s - \sum_{s \in S} m_{s,a}^p W_s \leq V_a^p \quad \forall (a, p) \in A \times P. \quad (4.46)$$

Nous devons également écrire les contraintes linéaires qui permettent de poser

$$W_s = Y_s (1 - Z_s) \quad \forall s \in S. \quad (4.47)$$

Le modèle mariant ces deux types de perturbations s'écrit alors tel que suit :

$$\min \sum_{(k,e) \in K \times E} g_k X_k^e + \sum_{s \in S} c_s Y_s + \sum_{(a,p) \in A \times P} (c_a^- (U_a^p + V_a^p) + c_a^+ O_a^p + \gamma_{a,p}^- \phi_a^p) \quad (4.48)$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{s \in S} w_{s,a}^p Y_s + U_a^p - O_a^p = d_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.49)$$

$$\sum_{s \in S} \bar{w}_{s,a}^p Z_s + \phi_a^p \geq \delta_a^p \quad \forall (a,p) \in \Omega \quad (4.50)$$

$$\sum_{s \in S} \pi_s n_{s,a}^p W_s - \sum_{s \in S} m_{s,a}^p W_s \leq V_a^p \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.51)$$

$$\sum_{s \in S_e} Y_s \leq 5 \quad \forall e \in E \quad (4.52)$$

$$\sum_{k \in K} X_k^e = \sum_{s \in S_e} h_s Y_s \quad \forall e \in E \quad (4.53)$$

$$X_k^e \leq h_k \quad \forall (e,k) \in E \times K \quad (4.54)$$

$$\sum_{s \in S_{e,r}} Y_s \leq 1 \quad \forall e \in E, r \in R_e \quad (4.55)$$

$$Z_s \leq Y_s \quad \forall s \in S \quad (4.56)$$

$$W_s \leq Y_s \quad \forall s \in S \quad (4.57)$$

$$W_s \leq 1 - Z_s \quad \forall s \in S \quad (4.58)$$

$$W_s \geq Y_s - Z_s \quad \forall s \in S \quad (4.59)$$

$$(V_a^p, U_a^p, O_a^p) \in \mathbb{R}^{+3} \quad \forall (a,p) \in A \times P \quad (4.60)$$

$$(W_s, Y_s, Z_s) \in \mathbb{B}^3 \quad \forall s \in S \quad (4.61)$$

$$X_k^e \in \mathbb{Z} \quad \forall (k,e) \in K \times E \quad (4.62)$$

On constate cependant que les contraintes liées à la linéarisation (4.58) et (4.59) sont très lourdes. Il serait intéressant de les considérer dynamiquement.

CHAPITRE 5 ENVIRONNEMENT DE TEST ET SIMULATIONS

Nous explorons désormais les résultats que nous obtenons en appliquant les méthodes que nous avons développées dans le précédent chapitre. Nous commençons par présenter l’environnement de test, en décrivant les étapes constituant les simulations. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus, d’abord pour les perturbations de la demande puis les perturbations liées aux retards des employés.

Au cours de cette étude, tous les modèles en nombres entiers proposés sont résolus par un solveur de programmes mixtes, en l’occurrence Xpress-MP. Nous utilisons les paramètres par défaut à l’exception de la tolérance sur le saut d’optimalité, qui a lui été fixé à zéro pour assurer l’optimalité de la solution. Les ordinateurs utilisés ont comme système d’exploitation Oracle Linux Server release 6.7, et comme processeur un Intel (R) Core (TM) i7-3770 à 3,40GHz.

5.1 Présentation de l’environnement de test

Nous avons besoin d’un environnement de test pour pouvoir évaluer la qualité des solutions obtenues à partir des modèles proposés. Le caractère que nous recherchons dans ces solutions est la robustesse aux petites perturbations : il s’agit donc de confronter les solutions à plusieurs situations que l’on peut rapprocher de la vie réelle, comprenant des perturbations de petite envergure. Ces situations, que l’on appelle scénarios, sont générées à partir d’un fichier de perturbations. Dans ce fichier de perturbations sont précisées les perturbations pouvant potentiellement se présenter. Nous commençons ici par décrire la manière dont ce processus se déroule, ainsi que les choix que nous avons faits.

Dans un premier temps, nous implémentons un générateur de scénarios qui prend en compte les données fournies par KRONOS concernant la demande, ainsi que des perturbations que nous devons créer. Pour créer les perturbations, nous essayons de considérer celles qui sont les plus probables dans la vie de tous les jours au niveau d’un commerce au détail. Ces perturbations sont constituées de plusieurs caractéristiques : l’ampleur de la perturbation, le moment où la perturbation peut avoir lieu, c’est-à-dire la date de début et la durée, ainsi que la probabilité qu’elle ait lieu. Pour chaque scénario, nous lançons une simulation qui décide selon les probabilités de chaque perturbation lesquelles ont lieu. Nous pouvons ainsi à partir d’un fichier de demandes et d’un jeu de perturbations générer un jeu de scénarios

aussi grand que nécessaire représentant un échantillon des demandes réelles auxquelles notre choix d’horaires peut être confronté.

Après avoir généré ce jeu de scénarios, nous évaluons le coût de la solution que nous désirons tester dans chacun de ces scénarios présents. Pour ce faire, nous devons simuler le déroulement de la période considérée avec les horaires pré-établis et les perturbations propres à chaque scénario. Pour être aussi réalistes que possible, nous devons prendre en compte les décisions du chef d’équipe en temps réel. En l’occurrence, il s’agit de décider en temps réel qui garder en magasin, à quel moment suivre les horaires prévus et à quels moments demander à un employé de rester pour du temps supplémentaire. Une fois l’emploi du temps réel de chaque employé déterminé, nous pouvons calculer la masse salariale et les pénalités dues aux sous-couvertures et sur-couvertures étant survenues. À l’aide de ces résultats, nous pouvons alors comparer les solutions obtenues.

5.1.1 Mise en place de scénarios

À partir de ces perturbations potentielles définies dans le fichier de perturbations, nous générons un certain nombre de scénarios correspondant à nos situations “réelles”. Nous ajoutons aussi si précisé les perturbations liées aux potentiels retards des employés : pour ce faire, nous considérons l’ensemble des quarts d’employés choisis, puis nous ajoutons une perturbation au niveau du début de chaque quart, avec des données prédéfinies propres aux retards des employés.

Nous considérons le cas où aucune perturbation ne se présente, puis, pour chaque perturbation potentielle, nous ajoutons - ou non, si la perturbation n’arrive finalement pas - la demande supplémentaire liée à cette perturbation.

Lors des simulations, nous travaillons avec des échantillon de cinq cent scénarios pour chaque couple perturbations / données d’entrée. Nous estimons que ce nombre est suffisant pour obtenir des résultats significatifs, et ce d’autant plus en ce qui concerne les perturbations liées à la demande, car les mêmes scénarios sont utilisés pour tester chacune des méthodes. Cela n’est malheureusement pas possible en ce qui concerne les retards d’employés, car les retards possibles changent avec les horaires prévus.

5.1.2 Confrontation de la solution trouvée aux scénarios générés et calculs des coûts

Enfin, dès lors que les scénarios ont été générés, il s’agit de déterminer le coût final lié à l’horaire choisi confronté à chacun de ces scénarios. Pour chaque scénario, on avance de

période en période, en essayant de réagir comme on le ferait dans une situation réelle. Pour chaque période donnée, on analyse la situation de sur- ou sous-couverture dans laquelle nous sommes, et nous utilisons si besoin le recours de garder un employé plus longtemps que prévu. Le choix d'employé se fait en fonction du critère de coût : l'employé qui est le moins coûteux à garder (c'est-à-dire celui qui a l'horaire hebdomadaire le moins chargé, puisque notre coût salarial est convexe) est celui qui est choisi pour combler la sous-couverture.

Au niveau des perturbations prises en compte lors des décisions concernant les temps supplémentaires d'employés, nous devons faire une remarque importante. En effet, dans le cas où la solution choisie présente des sous-couvertures, nous sommes confrontés à un choix : devons-nous considérer la sous-couverture prévue dans l'horaire initial comme une sous-couverture que nous essayons de combler par du temps supplémentaire ? Ou ne devons-nous considérer que les sous-couvertures liées aux perturbations de la demande ? Les deux positions sont défendables : une sous-couverture planifiée est considérée comme assez peu importante par le générateur d'horaires et - ou - le responsable pour qu'elle ne soit pas gérée avant la date concernée, ce qui tend à encourager à ne pas la prendre en compte du tout. Cependant, de manière réaliste, si une sous-couverture n'était réellement pas importante, le responsable aurait simplement diminué la demande à cet endroit, ou baissé le coût de la sous-couverture pour cette activité en cet endroit.

Notre position à ce sujet est que nous avons effectué les simulations en considérant que toute sous-couverture, planifiée ou non, doit être comblée si possible, ce que nous jugeons plus réaliste. Nous avons cependant vérifié en parallèle que les deux méthodes donnaient les mêmes tendances en ce qui concerne les résultats. Même si les résultats sont parfois relativement éloignés, les remarques que nous avons pu faire restent globalement vraies.

5.1.3 Présentation des données d'entrée

Les données que nous utilisons nous ont été fournies par KRONOS, mais nous avons dû légèrement modifier les demandes de certaines instances. En effet, ces données prennent en compte des *quarts anonymes* : un quart anonyme est un quart que nous créons sans l'associer à un employé particulier. Ces quarts anonymes sont plus tard censés être travaillés par des employés extérieurs, et permettent de ne pas avoir à prendre en compte de sous-couvertures. Ainsi, les sous-couvertures sont interdites dans le cas où nous utilisons des quarts anonymes. Comme présenté dans les parties précédentes, nous avons fait le choix de considérer les sous-couvertures plutôt que de prendre en compte des quarts anonymes, afin que les contraintes de sous-couvertures soient plus souples. Cependant, ce choix nous confronte à des instances où les sous-couvertures, en l'absence des quarts anonymes, prennent parfois beaucoup d'ampleur.

Ainsi, dans trois des six instances, nous avons légèrement baissé la demande afin de compenser dans une certaine mesure ce problème. Les courbes de demande dans chacune des instances sont tracés en annexe A.

Nous utilisons dans cette étude six instances différentes. Ces six instances présentent des caractéristiques différentes : la demande n'est pas la même, le nombre de quarts proposés varie grandement, ainsi que le nombre d'employés concernés. Cela nous permet d'avoir un large échantillon de situations pouvant se présenter à nous. Nous présentons ces caractéristiques dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 – Présentation des instances utilisées

Fichier de données	1	2	3	4	5	6
Nombre d'employés	13	22	27	40	64	85
Nombre de quarts	6458	6912	10488	44547	13014	48780
Nombre d'activités	5	5	2	7	2	7
Sous-couverture (%)	20.9	12.8	5.3	3.7	16.8	8.6
Demande totale	1862	2264	736	3203	1464	3985
Indice diversité de choix	126,6	97,4	276	332,4	206,6	280,3
Indice fluctuations	34	60	62	62	98	57

Dans ce tableau, nous présentons certaines caractéristiques qui méritent une explication plus approfondie. Tout d'abord, en ce qui concerne la sous-couverture, nous la calculons en résolvant le problème avec le modèle mathématique du chapitre 3, c'est-à-dire sans considérer une quelconque robustesse, et également sans considérer de perturbations. Une fois le modèle mathématique résolu, nous comparons la demande satisfaite à la demande totale. On constate que comme expliqué précédemment, et malgré nos efforts, certaines instances présentent encore une sous-couverture élevée.

Le coefficient que nous avons appelé l'indice de diversité de choix donne une indication de la largeur du panel de possibilités au niveau du choix des quarts. Ce coefficient est le nombre total de quarts possibles divisé par le nombre de quarts choisis dans la solution du modèle mathématique du chapitre 3. Bien que la nature de chacun de ces quarts et la manière dont ils ont été générés seraient très intéressants à connaître et nous donneraient beaucoup d'indications plus précises quant à la diversité et la répartition des choix possibles, nous nous limitons au nombre de quarts lui-même car nous n'étudions pas la création de quarts dans cette étude, seulement la sélection.

Enfin, l'indice de fluctuations que nous avons calculé traduit, comme son nom l'indique, l'intensité et le nombre de fluctuations apparaissant dans la demande de chacune des instances

étudiées. Pour calculer ce coefficient, nous avons sommé les fluctuations pour chacune des demandes pour les différentes données d’entrée, en les normalisant par le nombre d’activités différentes et la moyenne de demande pour chacune des activités concernée. Par exemple, pour une demande de quatre employés sur deux périodes, la somme des fluctuations est de $4 = |0 - 2| + |2 - 0|$. En effet, il y a deux transitions : la première de zéro employés à deux au niveau du début de la première période travaillée, et la deuxième de deux employés à zéro au niveau de la fin de la deuxième période travaillée. Cette valeur est ensuite à normaliser par la moyenne de la demande sur cette période, c’est-à-dire $4/(4*2/96)$ pour une journée de 24 heures soit 96 périodes. On procède de même pour chacune des activités et la moyenne est le nombre inscrit dans notre tableau. Ce que nous cherchons à cerner ici est si certaines des instances présentent des demandes en “dents de scie”, qui fluctuent par exemple entre des demandes de quatre et cinq employés à chaque période pendant plusieurs heures. Ce genre de demande est bien sûr plus difficile à satisfaire, et nous essayons de déterminer si cela a une influence sur l’efficacité de nos modèles robustes.

5.1.4 Génération des perturbations

Nous générons les perturbations de manière aléatoire. Pour chacun des cas considérés, nous choisissons des locations temporelles aléatoires, au sein des demandes déjà existantes. Par exemple, nous ne pouvons pas avoir une perturbation sur une activité si à ce moment, cette activité ne présente aucune demande. En ce qui concerne l’amplitude, la perturbation concerne une demande d’un ou deux employés, selon l’amplitude de la demande prévue à ce moment. Si la demande n’est que d’un employé, la perturbation ne pourra pas être de deux employés.

Il convient de différencier les *fichiers de perturbations* et les *instances de perturbations* correspondantes. Un *fichier de perturbations* est un fichier où sont précisées les perturbations pouvant avoir lieu. Par exemple, nous pourrions avoir un *fichier de perturbations* qui est constitué de perturbations tous les midis, ayant une amplitude d’un employé et ayant des probabilités d’arriver de 20%. Une *instance de perturbations* correspondante serait par exemple un cas où il a des perturbations qui arrivent les lundi, mardi et jeudi. Une autre *instance de perturbations* correspondant à ce *fichier de perturbations* pourrait être une instance où il n’y a aucune perturbation.

Nous étudions plusieurs types de fichiers de perturbations : un premier type de fichier de perturbations concerne des perturbations qui n’ont que 10% de chance d’arriver, un deuxième des perturbations qui ont une chance de 30 % d’arriver, et enfin un dernier type de fichier où les perturbations ont 50 % de chance de se produire. Pour chacun de ces types de fi-

chiers, nous étudions plusieurs cas où la quantité de perturbations varie. Nous présentons les caractéristiques de nos différents fichiers de perturbation dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 – Différents fichiers de perturbation

Indice de fichier de perturbation	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Probabilité d'occurrence (%)	10	30	50	10	30	50	10	30	50
Concentration de perturbations (unité arbitraire)	1	1	1	2	2	2	4	4	4

La concentration de perturbations désigne le nombre de perturbations présentes pouvant potentiellement se produire. Une concentration de perturbations de un engendre un fichier présentant environ deux fois moins de perturbations possibles qu'un fichier de perturbation généré avec une concentration de perturbations de deux.

Pour donner un aperçu plus concret de ces différents fichiers de perturbations, présentons les scénarios que chacun engendre. Pour chacun des tests que nous effectuons, nous considérons que cinq cent scénarios sont suffisants pour obtenir des résultats représentatifs du comportement des différents modèles. Nous présentons dans le tableau 5.3 le nombre de perturbations moyen par scénario pour chacun des fichiers de perturbations appliqué à chacune des instances.

Tableau 5.3 – Nombre moyen de perturbations par scénario pour chacun des couples instance / fichier de perturbation

Fichiers de perturbation \ Instances	Instances					
	1	2	3	4	5	6
perturbation 1	2,92	3,45	1,32	4,22	2,41	6,49
perturbation 2	3,22	4,40	1,46	4,94	2,64	5,76
perturbation 3	3,44	3,87	1,41	3,88	2,98	5,43
perturbation 4	5,38	8,28	2,44	8,34	5,22	12,52
perturbation 5	7,16	7,83	3,60	10,08	5,14	10,89
perturbation 6	6,76	7,35	3,41	10,28	4,90	13,75
perturbation 7	11,22	16,56	4,95	19,15	11,42	24,98
perturbation 8	14,43	20,91	9,00	20,87	10,05	28,35
perturbation 9	15,85	16,71	7,33	22,53	11,31	26,58

On constate que le nombre de perturbations moyen n'est pas le même pour chacune des instances qui sont perturbées par le même fichier de perturbation. Cela est dû au fait que

certaines instances présentent par exemple moins de demande globale : la concentration de perturbation est la même.

Enfin, on vérifie que les perturbations sont bien réparties selon les différents scénarios. On veut que sur les cinq cent scénarios, environ une cinquantaine prennent en compte une perturbation particulière si sa probabilité est de 10%. Nous ne présentons pas les résultats pour chacun des groupes de perturbations, mais simplement pour le premier, qui est représentatif du reste des données. La figure 5.1 présente nos résultats pour le premier groupe de perturbations, sur les six instances. Les histogrammes présentés indiquent, pour chaque instance, en ordonnées le nombre de perturbations apparaissant le nombre de fois indiqués en abscisses. Par exemple, au niveau de la première instance, tracée en vert, on peut voir qu'il y a 9 perturbations qui apparaissent 41 fois sur les 500 scénarios. Nous souhaitons ainsi obtenir des données regroupées autour de 50 perturbations présentes, puisque les perturbations ont 10% de chance d'arriver et qu'il y a 500 scénarios considérés. On constate sur les figures qu'effectivement, pour chacune des instances, les résultats sont relativement groupés autour de 50. Les résultats peuvent alors être jugés satisfaisants, et cela nous permet de justifier que les fonctions aléatoires utilisées se comportent comme prévu.

Un autre type de perturbations étudié est celui lié au retard des employés. Dans ce cas précis et dans notre étude, nous choisissons une probabilité de retard π pour l'ensemble des quarts et des employés concernés.

Présentons désormais les résultats que nous avons obtenus.

5.2 Résultats obtenus et interprétation

Nous avons partagé nos simulations en deux parties : dans une première section, nous nous intéressons aux modèles présentés dans les sections 4.2 et 4.3, utilisant respectivement les méthodes naïve et à partir de sous-couvertures potentielles. Nous comparons leurs résultats entre eux et aux résultats obtenus lors de l'utilisation du modèle de base présenté dans la section 3.1.3. Nous y considérons les perturbations au niveau de la demande décrites dans la figure 5.3.

Dans un deuxième temps, nous étudions l'efficacité du modèle de la section 4.4.2 sur les retards d'employés. Nous y considérons des perturbations liées aux retards des employés, mais nous n'y ajoutons pas de perturbations de la demande.

Dans l'ensemble de ces résultats, nous résolvons les programmes linéaires mixtes à l'optimalité. Nous ne précisons pas les temps de calcul, car ils sont toujours en-deçà de dix minutes et que cela correspond aux contraintes qui nous ont été données par KRONOS.

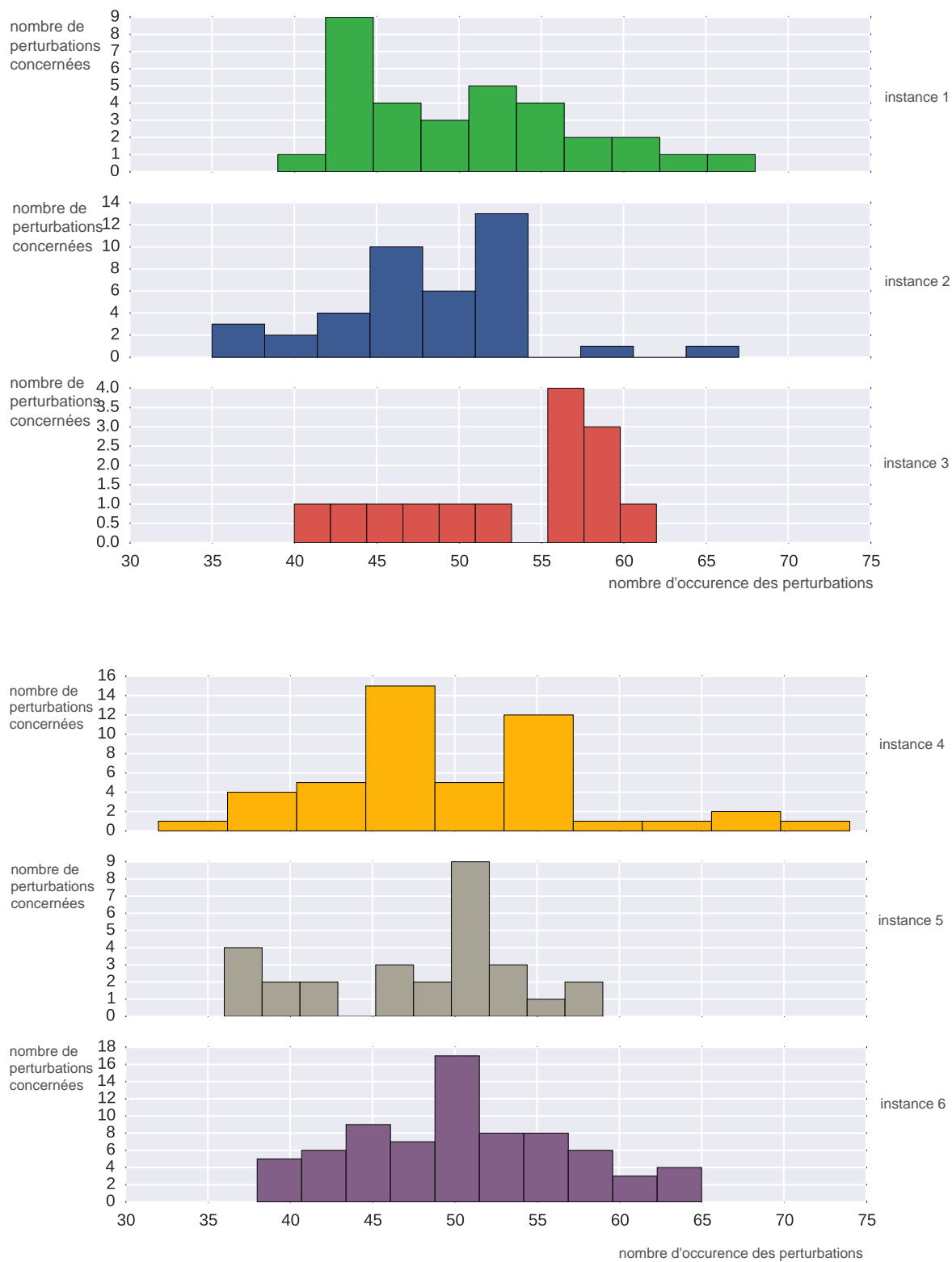


Figure 5.1 – Histogramme de la répartition des perturbations sur les différents scénarios

5.2.1 Simulations avec perturbations de la demande

Comme expliqué précédemment, nous comparons ici les résultats obtenus lors de l'utilisation des modèles de base, naïf et basé sur les sous-couvertures potentielles. Pour pouvoir lire l'ensemble des résultats obtenus, on peut se référer à l'annexe B. Nous présentons ici des tableaux agrégeant les résultats obtenus afin de faciliter la compréhension des phénomènes et des facteurs entrant en jeu.

Afin d'isoler au mieux l'impact des modèles utilisés sur la robustesse aux perturbations de courte durée, nous ne comparons pas les coûts totaux effectifs mais la différence entre le coût total effectif de chacun des modèles confronté aux perturbations et le coût de la solution du modèle de base en l'absence de toute perturbation. Notons Z_{NP}^b le coût de la solution du modèle de base évalué sans perturbations, Z_P^{b*} le coût effectif de la solution du modèle de base évalué avec perturbations, et Z_P^{m*} le coût effectif de la solution du modèle étudié. Afin de discuter de l'efficacité du modèle considéré, on compare $Z_P^{m*} - Z_{NP}^b$ à $Z_P^{b*} - Z_{NP}^b$. Cela permet de comparer les coûts additionnels dûs aux perturbations en utilisant le modèle aux coûts additionnels dûs aux perturbations du modèle de base.

Ainsi, nous capturons la différence due aux perturbations de manière plus proche. Dans chacun des tableaux présentés dans ce chapitre, nous donnons les pourcentages des coûts des solutions de chacun des deux modèles étudiés par rapport au modèle de base confronté aux mêmes perturbations, en ne prenant en compte que les coûts liés aux perturbations comme expliqué au début de ce paragraphe.

Ici, nous choisissons d'analyser les données comprenant de la sous-couverture, et en prenant en compte les coûts engendrés par ces sous-couvertures, en essayant de les couvrir au maximum en temps réel. Comme expliqué précédemment, les résultats sont similaires lorsque ces perturbations ne sont pas prises en compte. On peut se référer à ces résultats en annexe C.

Résultats selon les différents jeux de perturbations

Dans un premier temps, étudions l'impact qu'ont les jeux de perturbations sur les résultats que nous obtenons.

Dans le tableau 5.5, nous présentons les résultats des deux méthodes prenant en compte la robustesse par rapport au modèle de base, respectivement les méthodes naïve et à base de sous-couvertures potentielles. Commençons par analyser les performances des deux méthodes selon les types de perturbations, et nous pourrons par la suite les comparer.

Commençons par noter que des pourcentages plus faibles signifient des coûts dûs aux perturbations plus bas. Ainsi, plus les nombres sont bas, meilleurs sont les résultats.

Tableau 5.4 – Moyenne des coûts supplémentaires avec perturbations obtenus pour les modèles naïf et à base de sous-couverture, selon les différents fichiers de perturbation étudiés, en comparaison des résultats obtenus à partir du modèle de base.

Fichiers de perturbation Solutions (%)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Modèle 1 (%)	64,2	68,5	66,1	85,7	82,9	81,0	97,9	89,1	87,1
Modèle 2 (%)	69,5	71,6	79,6	77,5	82,6	73,9	94,3	90,0	89,8

On constate que moins le nombre de perturbations est grand, meilleurs sont les résultats. Cela peut s'interpréter par le fait que plus il y a de perturbations, plus il est difficile de se prémunir contre toutes. On constate également que généralement, les résultats sont meilleurs si la probabilité des perturbations est plus grande. Par exemple, pour le premier modèle, les résultats pour les fichiers de perturbation 3, 6 et 9 (66,1%, 81% et 87,1%) sont meilleurs que les résultats pour les fichiers de perturbation respectivement 2, 5 et 8 (68,5%, 82,9% et 89,1%). De nouveau, lorsque les probabilités sont plus grandes, pour le même nombre de perturbations ayant lieu, nous avons moins de perturbations potentielles. Ainsi, il est plus facile de se prémunir contre un nombre moins élevé de perturbations. De plus, lorsque les perturbations ont une probabilité plus faible d'arriver, elles ont un impact moins grand sur la fonction objectif et sont donc moins prises en compte lors de la résolution du problème.

On remarque tout de même que, pour les fichiers de perturbations 1, 2 et 3, ces remarques générales se vérifient beaucoup moins que pour les autres perturbations. Rappelons que nous ne pouvons pas influencer sur la génération des quarts potentiels. Ainsi, si d'aventure les quelques perturbations choisies ne correspondent pas à des fins de quart parmi les quarts potentiels, les modèles que nous utilisons ne peuvent absolument pas influencer la robustesse face à cette perturbation. Lorsque le nombre de perturbations est trop petit, le facteur hasard revêt ainsi une importance capitale, ce qui selon nous explique les résultats différents que l'on obtient pour les fichiers de perturbation 1, 2 et 3.

Comparons désormais les résultats selon les deux méthodes utilisées. On constate que les résultats sont meilleurs pour la méthode naïve au niveau des fichiers de perturbations 1, 2 et 3 et pour certains du groupe 7, 8 et 9, tandis que la méthode basée sur les sous-couvertures potentielles est plus efficace pour les fichiers de perturbations 4, 5 et 6. Il est difficile de tirer beaucoup de conclusions des trois premiers fichiers de perturbations : les instances présentent des résultats très différents, avec des valeurs allant de 11,9% à 119,9% pour la méthode naïve sur le fichier de perturbations 1, et de 12,7% à 100,7% pour la méthode à base de sous-couvertures. Remarquons que même si la moyenne des résultats est plus satisfaisante avec

la méthode naïve, cette méthode est également celle qui présente le plus de variation entre les différentes instances. Lorsque nous avons beaucoup de perturbations, les deux méthodes semblent se valoir. Cela est probablement dû au fait que lorsqu'il y a beaucoup de perturbations potentielles, le modèle ne peut de toutes façons pas traiter toutes les différentes locations temporelles sujettes à des perturbations, et les deux méthodes deviennent moins efficaces. Par contre, au niveau des perturbations 4, 5 et 6, nous avons un nombre moyen de perturbations où le modèle basé sur les sous-couvertures potentielles peut récolter les avantages d'avoir des quarts dépendants les uns des autres au niveau des perturbations. Là où le modèle naïf peut compenser une perturbation plusieurs fois pour la même perturbation, le modèle à base de sous-couvertures répartit sa flexibilité sur l'ensemble des perturbations. Nous obtenons alors de meilleurs résultats pour la méthode à base de sous-couvertures, à l'exception du cas de l'instance 5.

En conclusion, le modèle naïf est efficace pour un nombre limité de perturbations, tandis que le modèle à base de sous-couverture parvient à son plein potentiel lorsque plus de perturbations sont présentes. Plus les perturbations sont fréquentes, et plus il est facile de se préparer, et plus il y en a, plus il est difficile de toutes les anticiper. Également, nous constatons que nous pourrions probablement profiter d'une génération de scénarios sur mesure selon les perturbations prévues.

Résultats selon les différentes instances

Étudions désormais le comportement de ces deux modèles selon les différentes instances étudiées (voir tableau 5.5).

Tableau 5.5 – Moyenne des coûts supplémentaires avec perturbations obtenus pour les modèles naïf et à base de sous-couverture, selon les différentes instances étudiées, en comparaison des résultats obtenus à partir du modèle de base.

Solutions (%) \ Instances	Instances					
	1	2	3	4	5	6
Modèle 1	100,9	96,4	62,7	98,0	73,2	50,5
Modèle 2	99,9	96,3	53,1	94,6	82,6	48,5

On constate que les comportements sont très différents selon les différentes instances. Pour certaines des instances, l'influence de notre modèle sur la robustesse semble tout à fait satisfaisante, tandis que sur d'autres instances, elle est inexistante. Analysons ces différences.

On peut commencer par constater que l'instance 1 semble n'être absolument pas améliorée par notre modèle, voire légèrement empirée. L'instance 2 quant à elle n'est quasiment pas influencée par aucune des deux méthodes utilisées. Lorsque nous observons les données sur chaque instance présentées dans le tableau 5.1, nous constatons qu'un point commun de ces deux instances est un indice de diversité de choix limité. En effet, on ne retrouve que 126,6 et 97,4 quarts par quart sélectionné pour ces deux instances, respectivement. Cela pourrait expliquer les résultats médiocres obtenus : en effet, les méthodes que nous utilisons sont directement limitées par les quarts proposés pour la sélection. Si les quarts sont de mauvaise qualité par rapport à notre problème ou ne correspondent pas aux flexibilités que nous voulons ajouter, ce qui est plus facilement le cas lorsque les quarts proposés sont moins nombreux, les méthodes que nous utilisons ne peuvent pas être efficaces.

Bien sûr, ce paramètre ne peut pas à lui seul expliquer les résultats obtenus. Par exemple, nous obtenons de meilleurs résultats pour l'instance 5 que pour l'instance 4, alors que l'indice de diversité de l'instance 4 est significativement plus grand que celui de l'instance 5. On constate d'ailleurs que l'instance 5, celle qui présente les meilleurs résultats, est également celle qui présente le plus d'irrégularités dans la demande. On peut penser qu'une demande moins régulière entraîne que les horaires soient plus faciles à rendre robustes aux perturbations. Cette constatation est probablement due entre autres à un facteur, qui est la manière dont les quarts sont générés. En effet, la méthode permettant de générer les quarts consiste à analyser à quels moments la demande varie, et faire commencer ou finir les quarts à ces moments. Une demande comportant beaucoup de variations entraîne une variété de quarts plus grande au milieu des plages de demande, et ainsi présente plus de possibilités au niveau de la flexibilité envers des perturbations situées en milieu de journée par exemple. Cette analyse peut également permettre d'expliquer les résultats très médiocres de l'instance 1 par rapport à l'instance 2, car son indice de fluctuations est presque moitié moins grand.

En ce qui concerne les résultats satisfaisants des instances 3 et 6, on peut noter que leurs indices de diversité de choix sont relativement élevés, et que leurs indices de fluctuation sont plutôt dans la moyenne. Ainsi, cela semble être un bon mariage de paramètres pour les modèles que nous utilisons.

Il semble par contre difficile de justifier les résultats médiocres de l'instance 4. En effet, l'indice de diversité de choix est très élevé, et l'indice de fluctuations est dans la moyenne. On peut avancer le fait que ces indices ne permettent que d'avoir une idée d'ensemble, mais ne reflètent pas ce qui se passe précisément. Peut-être que les fluctuations sont très mal placées par rapport aux diversités de choix par exemple, bien que cela paraisse improbable étant donné que les quarts sont censés être générés selon la demande proposée. Peut-être

également que l'instance est construite de telle sorte que modifier les horaires augmente très vite les coûts : le plateau d'optimalité est peut-être très petit.

En ce qui concerne l'écart type du coût des solutions selon les différents scénarios, nous constatons qu'il est en général inférieur pour les solutions utilisant les modèles robustes aux solutions utilisant le modèle de base.

De la même manière que précédemment, les deux méthodes semblent se valoir : chacune présente des meilleurs résultats sur certaines instances.

Cependant les temps de calculs, quant à eux, semblent favoriser la méthode naïve. En effet, tandis que la méthode naïve présente des temps d'exécution du modèle allant de 0,343 à 10,156 secondes, la méthode à base de sous-couvertures potentielles présente des temps d'exécutions allant de 0,869 à 798,81 secondes. Bien que ces temps restent raisonnables dans le contexte de notre étude, il est à noter que dans le cas d'instances plus grandes, la méthode naïve est probablement à favoriser au niveau du temps de calcul.

5.2.2 Simulations avec retards d'employés

Penchons-nous désormais sur les retards d'employés. Dans cette partie, nous considérons qu'une sous-couverture planifiée n'a pas besoin d'être couverte lors des opérations. Nous utilisons une probabilité de retard uniforme pour tous les quarts de tous les employés. Dans un premier temps, nous considérons une probabilité de retard de 5%, puis dans un deuxième temps, une probabilité de retard de 20% (ce qui est certainement très excessif). Pour chacun des scénarios, nous effectuons les simulations avec le modèle de base et avec le modèle de la section 4.4.2. Nous notons \bar{Z}_b^P la moyenne selon les 500 scénarios du coût du modèle de base auquel nous appliquons des perturbations, \bar{Z}_b^{NP} sans les perturbations, et \bar{Z}_m^P et \bar{Z}_m^{NP} les valeurs respectives où on utilise le modèle de la section 4.4.2. Nous présentons les résultats dans le tableau 5.6.

Nous présentons les résultats pour plusieurs probabilités de retard des employés. Cela nous permet d'avoir une idée plus précise des mécanismes en place.

On constate tout d'abord que les améliorations au niveau du coût total sont relativement minimales. Elles restent en-deçà du pourcentage d'écart. Nous remarquons également que nous avons parfois des coûts moyens plus élevés lors de l'utilisation du modèle robuste. Étudions donc de plus près comment le modèle se comporte.

Commençons par étudier les différences de coût total entre les solutions non perturbées. On constate qu'à part pour une exception, les coûts sont les mêmes, quel que soit le modèle utilisé. Cela signifie peut-être que notre modèle robuste a très peu, voire pas d'effet. Il serait

Tableau 5.6 – Résultats lors des simulations sur les retards d’employés

Solutions \ Instances	Instances					
	6	5	4	3	2	1
\bar{Z}_b^{NP}	130126	83849	64546	20693	106661	124171
\bar{Z}_b^P à 5%	136172	85669	69559	21834	109549	126227
\bar{Z}_m^{NP} à 5%	130126	83849	64546	20733	106661	124171
\bar{Z}_m^P à 5%	135921	85706	69702	21866	109591	126124
$\frac{\bar{Z}_m^P - \bar{Z}_b^{NP}}{\bar{Z}_b^P - \bar{Z}_b^{NP}} * 100$ à 5%	95,85	100,15	102,20	102,80	100,90	99,19
\bar{Z}_b^P à 20%	157831	92776	88462	26385	120370	133932
\bar{Z}_m^{NP} à 20%	130315	83849	64546	20693	106661	124171
\bar{Z}_m^P à 20%	157961	92639	88161	26183	120052	133753
$\frac{\bar{Z}_m^P - \bar{Z}_b^{NP}}{\bar{Z}_b^P - \bar{Z}_b^{NP}} * 100$ à 20%	100,47	99,57	98,81	96,45	97,95	99,12

intéressant de compter le nombre de quarts dont le début correspond à la fin d’un autre quart. Lorsque nous comptons cela sur les solutions des différents modèles pour les différentes instances, nous obtenons les mêmes nombres, à l’exception du modèle robuste à 20% de chances de retard pour l’instance 6. Celui-ci présente cinq quarts de différence.

Plusieurs questions se posent alors. Tout d’abord, pourquoi ce modèle est-il aussi peu efficace ? Et deuxièmement, pourquoi ces différences dans les résultats utilisant les scénarios ?

Commençons par remarquer que les pénalités liées aux sous-couvertures potentielles des retards sont relativement faibles. En effet, pour par exemple des retards d’une probabilité de 5%, la sous-couverture potentielle liée à ce retard a vingt fois moins de poids qu’une sous-couverture planifiée. De plus, contrairement au cas de perturbations de la demande (5.2.1), l’interdépendance des quarts entre en jeu et complique encore la recherche de robustesse. L’instance 6 présente une demande plus élevée, et un nombre de quarts potentiels très grand. Le mariage de ces deux paramètres peut expliquer que nous ayons obtenu un résultat plus satisfaisant pour cette instance, et non pour les autres. Remarquons cependant que malgré un résultat censé être plus robuste, nous obtenons une moyenne plus élevée en utilisant le modèle. Cela peut être expliqué par deux facteurs. Premièrement, remarquons que contrairement aux simulations de la section 5.2.1, les scénarios utilisés pour comparer les deux modèles ne sont pas les mêmes. Ainsi, alors qu’il est aisé d’utiliser les mêmes scénarios lorsque les perturbations affectent la demande, il est plus complexe de procéder de même sur les retards d’employés. En effet, si les horaires ne sont pas les mêmes, les perturbations ne peuvent se

positionner aux mêmes endroits. Il est alors beaucoup plus difficile d'éliminer le bruit des résultats que nous obtenons. Cela explique également les pourcentages différents pour les autres instances, alors même que les solutions sont identiques. De plus, force est de constater que les bénéfices liés à une robustesse plus grande envers les retards d'employés sont, en matière de coût, relativement réduits. En effet, même à hauteur de 20%, le bénéfice maximal espéré de cinq quarts plus robustes est de 300 \$, et cela sans compter le fait que pour obtenir ce bénéfice, nous avons sacrifié 189 \$. Ainsi, il est difficile de faire ressortir ce gain espéré sur un coût total de près de 150.000 \$.

Ce modèle semble donc présenter une amélioration pour le moins modeste. Si le coût d'utilisation est assez petit, il ne peut pas être dommageable d'ajouter ce recours, il peut être utile dans certains cas. Cependant, s'il est coûteux de l'utiliser, il est probablement plus sage de ne pas en faire usage. Cependant, une étude plus approfondie au niveau de la génération de quarts pourrait permettre de rendre ce modèle plus efficaces avec des quarts générés plus adaptés.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Ce que nous cherchions dans cette étude, était de parvenir à développer des méthodes permettant de rendre des horaires de personnel plus robustes. Nous visions une robustesse à deux niveaux : au niveau des perturbations de la demande, et au niveau des perturbations liées aux employés, c'est-à-dire les retards. Dans un premier temps, nous avons commencé par étudier les perturbations liées à la demande. Nous avons développé plusieurs méthodes, en particulier une méthode appelée *naïve* qui consiste à évaluer pour chaque quart sa participation en direction de la robustesse. Une deuxième méthode, celle fonctionnant à base de sous-couvertures potentielles, tente de créer des dépendances entre les quarts, afin de ne pas concentrer l'ensemble de la robustesse des solutions au niveau des mêmes perturbations. Ces deux méthodes semblent efficaces au vu des résultats, avec des coûts finaux relativement similaires. De plus, les résultats, même lorsqu'ils ne sont pas convaincants comme pour certaines instances, ne présentent jamais de coût supplémentaire significatif. Ainsi, l'utilisation d'une de ces deux méthodes semble être indiqué lors de la mise en place d'horaires d'employés.

Dans un deuxième temps, nous avons tenté d'augmenter la robustesse des solutions envers les perturbations liées aux retards des employés. Malheureusement, les résultats obtenus ne semblent pas suffisants pour justifier la mise en place d'un tel modèle dans un contexte opérationnel. En effet, l'influence de ce modèle sur les solutions est quasiment nul. Nous pouvons cependant nuancer ce propos dans des cas où par exemple, un employé est souvent en retard à certaines heures de la journée : en effet, plus la probabilité de retard est importante, plus ce modèle parvient à avoir une influence sur les solutions. Nous pourrions également tenter d'améliorer les résultats en influant sur la génération de quarts elle-même, ce qui permettrait de pouvoir choisir des quarts plus adaptés à cette considération. De telles utilisations mériteraient cependant des études plus approfondies.

De manière générale, les deux approches que nous prenons peuvent chacune être approfondies en étudiant la génération de quarts. En effet, nous sommes complètement dépendants des quarts qui nous sont fournis, puisque nous ne pouvons que les sélectionner. Il serait probablement très intéressant de tenter de marier les modèles que nous avons développés à une méthode spécifique de génération de quarts.

RÉFÉRENCES

- T. Aykin, (1996), Optimal shift scheduling with multiple break windows. *Management Science*, 42(4), pp. 591–602.
- S. E. Bechtold et L. W. Jacobs, (1990), Implicit modeling of flexible break assignments in optimal shift scheduling. *Management Science*, 36(11), 1339–1351.
- M.-C. Côté, B. Gendron, C.-G. Quimper et L.-M. Rousseau, (2011a), Formal languages for integer programming modeling of shift scheduling problems. *Constraints*, 16(1), 54–76.
- M.-C. Côté, B. Gendron et L.-M. Rousseau, (2011b), Grammar-based integer programming models for multiactivity shift scheduling. *Management Science*, 57(1), 151–163.
- P. Cowling, G. Kendall et E. Soubeiga, (2002). Hyperheuristics : a robust optimisation method applied to nurse scheduling. *Proceedings the 7th International Conference of Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VII (Lecture Notes in Computer Science Vol. 2439)*. Springer, Berlin, 851 – 60.
- G. Dantzig, R. Fulkerson et S. Johnson, (1954), Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(4), 393–410.
- L. C. Edie, (1954), Traffic delays at toll booths. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(2), 107–138.
- M. Ehrgott et D. M. Ryan, (2003). The method of elastic constraints for multiobjective combinatorial optimization and its application in airline crew scheduling. *Multi-Objective Programming and Goal Programming*, Springer Berlin Heidelberg, vol. 21 de *Advances in Soft Computing*. 117–122.
- A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy et D. Sier, (2004), Staff scheduling and rostering : A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, 153(1), 3 – 27.
- C. Froger, (2015). *Mise à jour des horaires de personnel travaillant sur des quarts*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- C. Gao, E. Johnson et B. Smith, (2009), Integrated airline fleet and crew robust planning. *Transportation Science*, 43(1), 2–16.
- B. Gopalakrishnan et E. Johnson, (2005), Airline crew scheduling : State-of-the-art. *Annals of Operations Research*, 140(1), 305–337.

- C. Hong et L. Xu, (2014). Enhancing the network robustness against cascades by rewiring edges. *Proceedings of the 2014 11th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), Shenyang, China*. 1071–1074.
- P. Laroche, F. Marchetti, S. Martin et Z. Roka, (2014). Bipartite complete matching vertex interdiction problem : Application to robust nurse assignment. *Proceeding of the 2014 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), Piscataway, NJ, USA*. 182 – 7.
- G. Lim et A. Mobasher, (2011). Robust nurse scheduling problem. *Proceedings of the IIE Annual Conference, Reno, NV, USA*. Institute of Industrial Engineers-Publisher.
- K. Morizawa, M. Kitada et N. Hirabayashi, (2013). A static nurse scheduling method to generate robust schedules for rostering. *22nd International Conference on Production Research, ICPR 2013, Parana, Brazil*.
- R. Pacqueau, F. Soumis et H. L.N., (2012), A fast and accurate algorithm for stochastic integer programming, applied to stochastic shift scheduling. *Cahiers du GERAD, G-2012-29*.
- S. Salomon, G. Avigad, P. Fleming et R. Purshouse, (2014), Active robust optimization : Enhancing robustness to uncertain environments. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 44(11), 2221–2231.
- M. Segal, (1974), The operator-scheduling problem : A network-flow approach. *Operations Research*, 22(4), pp. 808–823.
- S. Shiwen, L. Ruiqi, W. Li et X. Chengyi, (2014). Optimization of network resilience under attacks based on simulated annealing. *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference, Piscataway, NJ, USA*. 6431 – 6.
- J. Van Den Bergh, J. Belien, P. De Bruecker, E. Demeulemeester et L. De Boeck, (2013), Personnel scheduling : A literature review. *European Journal of Operational Research*, 226(3), 367 – 385.
- R. Vodák, M. Bíl et J. Sedoník, (2015), Network robustness and random processes. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 428, 368 – 382.
- O. Weide, D. Ryan et M. Ehrgott, (2010), An iterative approach to robust and integrated aircraft routing and crew scheduling. *Computers and Operations Research*, 37(5), 833 – 844.
- Z. Zheng et X. Gong, (2013). A study on an evaluation model for robust nurse rostering based on heuristics. *Proceedings of the 4th International Conference, Advances in Swarm Intelligence, ICSI 2013*. Berlin, Germany, vol. pt.I, 361 – 8.

ANNEXE A COURBES DE DEMANDE

Dans cette annexe, nous traçons les courbes de demande des différentes instances. Cela nous permet de pouvoir mieux visualiser les fluctuations de la demande. Chaque couleur présente une activité différente pour chaque instance.

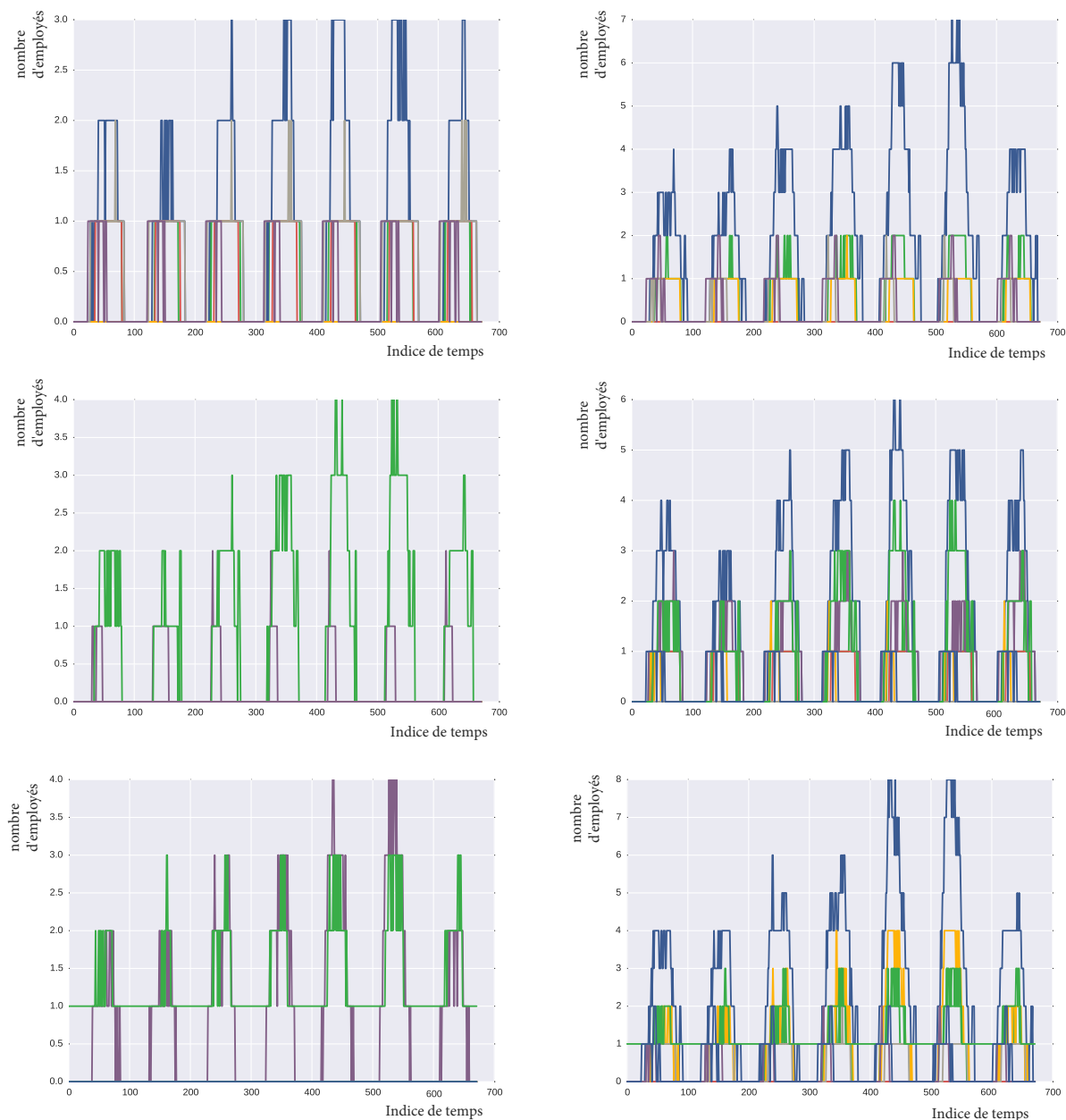


Figure A.1 – Demandes pour chacune des six instances

ANNEXE B RÉSULTATS DES SIMULATIONS AVEC PRISE EN COMPTE DE TOUTES LES SOUS-COUVERTURES

Dans cette annexe, nous présentons les résultats que nous avons obtenus lorsque nous considérons que nous essayons d'absorber toutes les sous-couvertures, qu'elles soient planifiées ou non. Nous présentons les résultats pour chacune des instances et chacun des fichiers de perturbations. Les informations que nous avons jugées dignes d'intérêt sont

- le coût sans perturbations : c'est le coût de la solution trouvée dans un scénario où il n'y a aucune perturbation. Cela signifie que les employés font des heures supplémentaires lorsqu'une sous-couverture planifiée se présente, mais il n'y a pas de perturbation supplémentaire qui entre en jeu ;
- le coût moyen : c'est le coût moyen du modèle étudié confronté aux différents scénarios correspondant au fichier de perturbations étudié ;
- l'écart type du coût total ;
- le coût moyen des salaires : nous divisons ensuite les coûts totaux en deux parties, la partie salariale et la partie liée aux sur- et sous- couvertures ;
- l'écart type du coût des salaires ;
- le coût moyen des sur- et sous-couvertures ;
- l'écart type du coût des sur- et sous-couvertures ;
- les écarts entre le coût moyen d'une méthode et le coût de base sans perturbations ;
- l'écart des méthodes robustes en pourcentage comparativement à l'écart pour la même instance et la même perturbation avec le modèle de base ;
- le rapport entre l'écart type des coûts totaux des méthodes robustes et l'écart type des coûts totaux avec la méthode de base.

Tableau B.1 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 1

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 1						
Modèle de base						
Coût moyen	125135	63520	67019	22153	110021	117869
Écart type du coût total	3373	1935	2410	1363	2926	2558
Coût moyen salaires	13975	4864	11811	2697	6781	4903
Écart type des salaires	36	21	32	10	4	15
Coût moyen des sous-couvertures	111160	58655	55208	19455	103240	112966
Écart type couvertures	3361	1927	2393	1359	2925	2555
Écarts	7719	2578	3949	1461	5141	4373
Modèle naïf						
Coût moyen	118860	61249	67803	21279	110031	117621
Écart type du coût	3084	1654	2548	1032	2940	2348
Coût moyen salaires	14111	4994	11821	2773	6775	4903
Écart type des salaires	41	24	28	15	4	14
Coût moyen des sous-couvertures	104749	56254	55982	18505	103255	112717
Écart type couvertures	3065	1640	2537	1023	2940	2345
Écarts	1444	306,5	4733	586,5	5151	4125
Écart (%)	18,7	11,9	119,9	40,2	100,2	94,3
Écart type du coût total (%)	91,4	85,5	105,7	75,7	100,5	91,8
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	118396	62568	67046	21321	109818	117921
Écart type du coût	3128	1603	2432	1117	2962	2348
Coût moyen salaires	14071	4920	11813	2773	6810	4903
Écart type des salaires	42	26	31	16	4	14
Coût moyen des sous-couvertures	104325	57648	55233	18547	103008	113017
Écart type couvertures	3108	1589	2416	1107	2962	2345
Écarts	980	1625,5	3976	628,5	4938	4425
Écart (%)	12,7	63,1	100,7	43,0	96,1	101,2
Écart type du coût total (%)	92,7	82,8	100,9	82,0	101,2	91,8

Tableau B.2 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 2

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 2						
Modèle de base						
Coût moyen	125135	63520	67019	22153	110021	117869
Écart type du coût total	3373	1935	2410	1363	2926	2558
Coût moyen salaires	13975	4864	11811	2697	6781	4903
Écart type des salaires	36	21	32	10	4	15
Coût moyen des sous-couvertures	111160	58655	55208	19455	103240	112966
Écart type couvertures	3361	1927	2393	1359	2925	2555
Écarts	7719	2578	3949	1461	5141	4373
Modèle naïf						
Coût moyen	118860	61249	67803	21279	110031	117621
Écart type du coût	3084	1654	2548	1032	2940	2348
Coût moyen salaires	14111	4994	11821	2773	6775	4903
Écart type des salaires	41	24	28	15	4	14
Coût moyen des sous-couvertures	104749	56254	55982	18505	103255	112717
Écart type couvertures	3065	1640	2537	1023	2940	2345
Écarts	1444	306,5	4733	586,5	5151	4125
Écart (%)	18,7	11,9	119,9	40,2	100,2	94,3
Écart type du coût total (%)	91,4	85,5	105,7	75,7	100,5	91,8
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	118396	62568	67046	21321	109818	117921
Écart type du coût	3128	1603	2432	1117	2962	2348
Coût moyen salaires	14071	4920	11813	2773	6810	4903
Écart type des salaires	42	26	31	16	4	14
Coût moyen des sous-couvertures	104325	57648	55233	18547	103008	113017
Écart type couvertures	3108	1589	2416	1107	2962	2345
Écarts	980	1625,5	3976	628,5	4938	4425
Écart (%)	12,7	63,1	100,7	43,0	96,1	101,2
Écart type du coût total (%)	92,7	82,8	100,9	82,0	101,2	91,8

Tableau B.3 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 3

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 3						
Modèle de base						
Coût moyen	125685	64509	64810	22516	108532	117903
Écart type du coût total	2745	2004	1089	998	2031	1779
Coût moyen salaires	13961	4874	11783	2708	6780	4896
Écart type des salaires	24	25	10	14	0	0
Coût moyen des sous-couvertures	111723	59634	53027	19808	101752	113007
Écart type couvertures	2733	1996	1088	990	2031	1779
Écarts	8269	3566,5	1740	1823,5	3652	4407
Modèle naïf						
Coût moyen	117597	64130	64343	21910	107315	117841
Écart type du coût	2516	1222	1154	900	1939	1783
Coût moyen salaires	14062	4892	11770	2730	6833	4896
Écart type des salaires	29	32	14	15	12	0
Coût moyen des sous-couvertures	103535	59237	52572	19180	100482	112945
Écart type couvertures	2498	1194	1156	889	1938	1783
Écarts	181	3187,5	1273	1217,5	2435	4345
Écart (%)	2,2	89,4	73,2	66,8	66,7	98,6
Écart type du coût total (%)	91,7	61,0	106,0	90,2	95,5	100,2
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	123531	63451	64369	21838	108376	117895
Écart type du coût	2489	1376	1162	903	2071	1710
Coût moyen salaires	13986	4893	11765	2728	6805	4896
Écart type des salaires	32	30	11	15	0	0
Coût moyen des sous-couvertures	109545	58558	52603	19110	101571	112999
Écart type couvertures	2471	1350	1161	892	2071	1710
Écarts	6115	2508,5	1299	1145,5	3496	4399
Écart (%)	74,0	70,3	74,7	62,8	95,7	99,8
Écart type du coût total (%)	90,7	68,7	106,7	90,5	102,0	96,1

Tableau B.4 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 4

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 4						
Modèle de base						
Coût moyen	132914	66415	72038	22262	116993	120403
Écart type du coût total	4674	2705	3627	1562	4612	3315
Coût moyen salaires	14003	4883	11824	2712	6791	4917
Écart type des salaires	41	30	35	19	16	26
Coût moyen des sous-couvertures	118911	61531	60214	19549	110201	115486
Écart type couvertures	4660	2694	3618	1559	4611	3308
Écarts	15498	5472,5	8968	1569,5	12113	6907
Modèle naïf						
Coût moyen	125504	66310	71767	21740	116547	120674
Écart type du coût	3901	2348	3423	1421	4713	3302
Coût moyen salaires	14221	4966	11875	2762	6809	4917
Écart type des salaires	65	35	32	23	16	26
Coût moyen des sous-couvertures	111282	61344	59892	18978	109737	115756
Écart type couvertures	3869	2330	3416	1415	4712	3294
Écarts	8088	5367,5	8697	1047,5	11667	7178
Écart (%)	52,2	98,1	97,0	66,7	96,3	103,9
Écart type du coût total (%)	83,5	86,8	94,4	91,0	102,2	99,6
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	124765	65695	71291	21300	116881	120496
Écart type du coût	4502	2705	3571	1523	4430	3367
Coût moyen salaires	14120	4874	11889	2759	6821	4915
Écart type des salaires	52	25	39	22	15	26
Coût moyen des sous-couvertures	110645	60820	59402	18541	110059	115581
Écart type couvertures	4481	2694	3558	1516	4430	3360
Écarts	7349	4752,5	8221	607,5	12001	7000
Écart (%)	47,4	86,8	91,7	38,7	99,1	101,3
Écart type du coût total (%)	96,3	100,0	98,5	97,5	96,1	101,6

Tableau B.5 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 5

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 5						
Modèle de base						
Coût moyen	128737	67383	73651	24153	115353	125009
Écart type du coût total	2968	2651	3478	2134	3942	3746
Coût moyen salaires	13975	4900	11856	2715	6808	4898
Écart type des salaires	22	32	38	13	22	4
Coût moyen des sous-couvertures	114762	62482	61795	21438	108544	120111
Écart type couvertures	2960	2637	3466	2132	3940	3745
Écarts	11321	6440,5	10581	3460,5	10473	11513
Modèle naïf						
Coût moyen	124689	65676	72823	23014	115203	125212
Écart type du coût	2668	2236	3173	1900	3793	4007
Coût moyen salaires	14071	4958	11893	2746	6823	4912
Écart type des salaires	34	44	44	21	21	4
Coût moyen des sous-couvertures	110617	60717	60930	20268	108379	120300
Écart type couvertures	2657	2214	3155	1892	3793	4006
Écarts	7273	4733,5	9753	2321,5	10323	11716
Écart (%)	64,2	73,5	92,2	67,1	98,6	101,8
Écart type du coût total (%)	89,9	84,3	91,2	89,0	96,2	107,0
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	123423	66602	73221	22599	115793	124944
Écart type du coût	3150	2213	3154	1899	3588	3941
Coût moyen salaires	14003	4920	11916	2753	6825	4911
Écart type des salaires	27	36	42	24	18	4
Coût moyen des sous-couvertures	109419	61682	61305	19845	108967	120032
Écart type couvertures	3142	2194	3135	1893	3586	3940
Écarts	6007	5659,5	10151	1906,5	10913	11448
Écart (%)	53,1	87,9	95,9	55,1	104,2	99,4
Écart type du coût total (%)	106,1	83,5	90,7	89,0	91,0	105,2

Tableau B.6 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 6

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 6						
Modèle de base						
Coût moyen	133211	66543	72319	22508	115391	123514
Écart type du coût total	3832	1976	2883	1151	3163	2810
Coût moyen salaires	14022	4874	11847	2720	6787	4917
Écart type des salaires	40	21	33	16	7	19
Coût moyen des sous-couvertures	119188	61669	60471	19788	108603	118597
Écart type couvertures	3819	1965	2873	1154	3163	2802
Écarts	15795	5600,5	9249	1815,5	10511	10018
Modèle naïf						
Coût moyen	124942	64810	72296	21976	115386	123400
Écart type du coût	3225	1626	2611	1128	3150	2838
Coût moyen salaires	14104	4923	11687	2725	6805	4927
Écart type des salaires	58	27	42	16	7	19
Coût moyen des sous-couvertures	110838	59887	60609	19251	108580	118473
Écart type couvertures	3191	1609	2587	1132	3150	2830
Écarts	7526	3867,5	9226	1283,5	10506	9904
Écart (%)	47,6	69,1	99,8	70,7	100,0	98,9
Écart type du coût total (%)	84,2	82,3	90,6	98,0	99,6	101,0
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	126350	64859	71396	21212	115130	123578
Écart type du coût	3805	1977	3054	1179	2996	2846
Coût moyen salaires	14060	4882	11861	2730	6812	4914
Écart type des salaires	44	21	30	19	7	19
Coût moyen des sous-couvertures	112289	59976	59534	18481	108318	118663
Écart type couvertures	3788	1967	3044	1186	2997	2837
Écarts	8934	3916,5	8326	519,5	10250	10082
Écart (%)	56,6	69,9	90,0	28,6	97,5	100,6
Écart type du coût total (%)	99,3	100,1	105,9	102,4	94,7	101,3

Tableau B.7 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 7

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 7						
Modèle de base						
Coût moyen	148067	71781	82977	24129	128512	128536
Écart type du coût total	6690	3752	5508	2172	6038	4166
Coût moyen salaires	14110	4937	11896	2729	6803	4917
Écart type des salaires	71	45	47	26	19	24
Coût moyen des sous-couvertures	133957	66844	71080	21400	121709	123619
Écart type couvertures	6665	3733	5494	2168	6037	4161
Écarts	30651	10838,5	19907	3436,5	23632	15040
Modèle naïf						
Coût moyen	146672	72352	82945	23126	128977	130632
Écart type du coût	6259	3429	5525	1941	6048	4141
Coût moyen salaires	14244	4992	11789	2766	6806	4883
Écart type des salaires	86	51	45	29	17	25
Coût moyen des sous-couvertures	132428	67360	71155	20359	122170	125748
Écart type couvertures	6224	3407	5514	1933	6046	4135
Écarts	29256	11409,5	19875	2433,5	24097	17136
Écart (%)	95,4	105,3	99,8	70,8	102,0	113,9
Écart type du coût total (%)	93,6	91,4	100,3	89,4	100,2	99,4
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	145980	73370	82426	22773	128623	128536
Écart type du coût	6347	3583	5417	1958	6037	4166
Coût moyen salaires	14153	4965	11962	2770	6809	4917
Écart type des salaires	81	46	48	29	17	24
Coût moyen des sous-couvertures	131827	68404	70464	20002	121814	123619
Écart type couvertures	6314	3564	5403	1950	6034	4161
Écarts	28564	12427,5	19356	2080,5	23743	15040
Écart (%)	93,2	114,7	97,2	60,5	100,5	100,0
Écart type du coût total (%)	94,9	95,5	98,3	90,1	100,0	100,0

Tableau B.8 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 8

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 8						
Modèle de base						
Coût moyen	153375	75317	84828	29257	134232	131535
Écart type du coût total	6379	4230	4898	3175	6004	3898
Coût moyen salaires	14109	4960	11948	2761	6822	4923
Écart type des salaires	59	47	62	36	28	20
Coût moyen des sous-couvertures	139266	70357	72879	26496	127410	126611
Écart type couvertures	6356	4212	4875	3161	6004	3897
Écarts	35959	14374,5	21758	8564,5	29352	18039
Modèle naïf						
Coût moyen	143319	73538	83680	27170	135942	131330
Écart type du coût	5726	3466	4481	2794	6176	3848
Coût moyen salaires	14349	5077	11927	2817	6767	4952
Écart type des salaires	82	56	74	43	32	22
Coût moyen des sous-couvertures	128969	68461	71752	24353	129175	126377
Écart type couvertures	5689	3439	4448	2769	6175	3847
Écarts	25903	12595,5	20610	6477,5	31062	17834
Écart (%)	72,0	87,6	94,7	75,6	105,8	98,9
Écart type du coût total (%)	89,8	81,9	91,5	88,0	102,9	98,7
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	143832	74142	83767	27284	135059	131535
Écart type du coût	5759	3357	4551	2792	6065	3898
Coût moyen salaires	14246	5075	11882	2810	6806	4923
Écart type des salaires	80	57	71	41	32	20
Coût moyen des sous-couvertures	129585	69067	71884	24473	128253	126611
Écart type couvertures	5722	3329	4518	2768	6063	3897
Écarts	26416	13199,5	20697	6591,5	30179	18039
Écart (%)	73,5	91,8	95,1	77,0	102,8	100,0
Écart type du coût total (%)	90,3	79,4	92,9	87,9	101,0	100,0

Tableau B.9 – Résultats des simulations avec prise en compte de toutes les sous-couvertures en considérant la perturbation 9

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 9						
Modèle de base						
Coût moyen	152806	72241	86621	26140	127150	131941
Écart type du coût total	5733	3044	4506	1967	4475	3500
Coût moyen salaires	14027	4912	11897	2740	6794	4915
Écart type des salaires	35	24	36	20	10	12
Coût moyen des sous-couvertures	138779	67329	74724	23400	120356	127025
Écart type couvertures	5723	3033	4496	1966	4476	3496
Écarts	35390	11298,5	23551	5447,5	22270	18445
Modèle naïf						
Coût moyen	143239	70508	84568	25024	126837	131125
Écart type du coût	4882	2176	4216	1865	4487	3379
Coût moyen salaires	14314	5027	11877	2794	6781	4938
Écart type des salaires	60	51	56	25	10	17
Coût moyen des sous-couvertures	128925	65481	72690	22230	120055	126186
Écart type couvertures	4850	2140	4198	1867	4487	3375
Écarts	25823	9565,5	21498	4331,5	21957	17629
Écart (%)	73,0	84,7	91,3	79,5	98,6	95,6
Écart type du coût total (%)	85,2	71,5	93,6	94,8	100,3	96,5
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	141836	72221	84952	25146	127137	131125
Écart type du coût	5043	2124	4284	1808	4487	3379
Coût moyen salaires	14285	4988	11819	2764	6781	4938
Écart type des salaires	56	52	45	23	10	17
Coût moyen des sous-couvertures	127550	67233	73132	22381	120355	126186
Écart type couvertures	5016	2088	4272	1806	4487	3375
Écarts	24420	11278,5	21882	4453,5	22257	17629
Écart (%)	69,0	99,8	92,9	81,8	99,9	95,6
Écart type du coût total (%)	88,0	69,8	95,1	91,9	100,3	96,5

ANNEXE C RÉSULTATS DES SIMULATIONS AVEC PRISE EN COMPTE SEULEMENT DES SOUS-COUVERTURES DE PERTURBATIONS

Nous présentons dans cette annexe les résultats obtenus en ne prenant en compte que les sous-couvertures non planifiées dans les décisions de temps supplémentaire. Les informations données sont les mêmes que dans l'annexe B.

Tableau C.1 – Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 1

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 1						
Modèle de base						
Coût moyen	138333	86668	68973	22253	112098	128359
Écart type du coût total	3940	2070	2316	1503	3217	2575
Coût moyen salaires	13808	4669	11781	2699	6762	4774
Écart type des salaires	31	21	25	11	4	9
Coût moyen des sous-couvertures	124525	81999	57192	19554	105336	123585
Écart type couvertures	3926	2063	2302	1498	3217	2573
Écarts	8207	2833	4424	1561	5412	4188
Modèle naïf						
Coût moyen	137465	86159	68770	21919	112094	128359
Écart type du coût	3505	1737	2297	1130	3233	2575
Coût moyen salaires	13905	4757	11810	2766	6752	4774
Écart type des salaires	44	23	27	17	4	9
Coût moyen des sous-couvertures	123559	81402	56959	19153	105342	123585
Écart type couvertures	3479	1725	2286	1119	3233	2573
Écarts	7339	2324	4221,2	1226,5	5408	4188
Écart (%)	89,4	82,0	95,4	78,6	99,9	100,0
Écart type du coût total (%)	89,0	83,9	99,2	75,2	100,5	100,0
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	137564	86124	68784	21920	112174	128359
Écart type du coût	3505	1737	2298	1131	3246	2575
Coût moyen salaires	13858	4722	11828	2766	6787	4774
Écart type des salaires	45	23	34	17	4	9
Coût moyen des sous-couvertures	123706	81402	56956	19153	105387	123585
Écart type couvertures	3479	1725	2284	1119	3245	2573
Écarts	7438	2289	4235,2	1227,5	5488	4188
Écart (%)	90,6	80,8	95,7	78,7	101,4	100,0
Écart type du coût total (%)	89,0	83,9	99,2	75,2	100,9	100,0

Tableau C.2 – Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 5

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 5						
Modèle de base						
Coût moyen	145551	90813	75313	24090	117638	135462
Écart type du coût total	4413	2922	3515	2122	3770	3877
Coût moyen salaires	13834	4686	11828	2715	6785	4773
Écart type des salaires	38	22	35	14	19	3
Coût moyen des sous-couvertures	131717	86126	63484	21375	110852	130689
Écart type couvertures	4399	2912	3502	2120	3768	3877
Écarts	15425	6978	10764,2	3397,5	10952	11291
Modèle naïf						
Coût moyen	142881	89778	74659	23434	117652	135470
Écart type du coût	3840	2157	3223	1831	3770	3877
Coût moyen salaires	14002	4729	11871	2743	6800	4780
Écart type des salaires	59	37	42	21	19	3
Coût moyen des sous-couvertures	128879	85049	62788	20690	110852	130689
Écart type couvertures	3810	2133	3203	1825	3768	3877
Écarts	12755	5943	10110,2	2741,5	10966	11299
Écart (%)	82,7	85,2	93,9	80,7	100,1	100,1
Écart type du coût total (%)	87,0	73,8	91,7	86,3	100,0	100,0
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	142881	89067	74676	23227	117826	135470
Écart type du coût	3840	2224	3223	1845	3787	3877
Coût moyen salaires	14002	4725	11887	2741	6804	4780
Écart type des salaires	59	33	40	20	15	3
Coût moyen des sous-couvertures	128879	84342	62788	20486	111021	130689
Écart type couvertures	3810	2202	3203	1839	3785	3877
Écarts	12755	5232	10127,2	2534,5	11140	11299
Écart (%)	82,7	75,0	94,1	74,6	101,7	100,1
Écart type du coût total (%)	87,0	76,1	91,7	86,9	100,5	100,0

Tableau C.3 – Résultats des simulations avec prise en compte des sous-couvertures non planifiées en considérant la perturbation 9

Instances	6	5	4	3	2	1
Coût sans perturbations	117416	60942,5	63070	20692,5	104880	113496
Perturbations 9						
Modèle de base						
Coût moyen	165842	95071	88244	26032	129497	142187
Écart type du coût total	5608	2856	4457	1955	4249	3364
Coût moyen salaires	13864	4715	11863	2734	6776	4780
Écart type des salaires	34	24	32	18	10	6
Coût moyen des sous-couvertures	151978	90355	76380	23298	122721	137407
Écart type couvertures	5599	2845	4448	1953	4249	3363
Écarts	35716	11236	23695,2	5339,5	22811	18016
Modèle naïf						
Coût moyen	161318	91990	87597	25294	129495	141183
Écart type du coût	4796	2132	4104	1803	4262	3268
Coût moyen salaires	14106	4833	11813	2781	6754	4795
Écart type des salaires	62	43	48	22	10	9
Coût moyen des sous-couvertures	147211	87157	75783	22512	122741	136388
Écart type couvertures	4768	2106	4084	1803	4262	3268
Écarts	31192	8155	23048,2	4601,5	22809	17012
Écart (%)	87,3	72,6	97,3	86,2	100,0	94,4
Écart type du coût total (%)	85,5	74,6	92,1	92,2	100,3	97,1
Modèle à base de sous-couvertures						
Coût moyen	160717	92180	86969	25127	129500	141183
Écart type du coût	4902	2115	4166	1803	4262	3268
Coût moyen salaires	14100	4814	11795	2760	6759	4795
Écart type des salaires	60	44	47	19	10	9
Coût moyen des sous-couvertures	146617	87366	75174	22366	122741	136388
Écart type couvertures	4877	2089	4148	1801	4262	3268
Écarts	30591	8345	22420,2	4434,5	22814	17012
Écart (%)	85,7	74,3	94,6	83,1	100,0	94,4
Écart type du coût total (%)	87,0	74,1	93,5	92,2	100,3	97,1