



Titre: Intégration de la planification des opérations et de la gestion du
Title: revenu pour le transport ferroviaire de marchandises

Auteur: Benoit Crevier
Author:

Date: 2009

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Crevier, B. (2009). Intégration de la planification des opérations et de la gestion
Citation: du revenu pour le transport ferroviaire de marchandises [Thèse de doctorat, École
Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/199/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/199/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Gilles Savard, & Jean-François Cordeau
Advisors:

Programme: Doctorat en mathématiques de l'ingénieur
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

INTÉGRATION DE LA PLANIFICATION DES OPÉRATIONS ET DE LA GESTION
DU REVENU POUR LE TRANSPORT FERROVIAIRE DE MARCHANDISES

BENOIT CREVIER
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
(MATHÉMATIQUES DE L'INGÉNIEUR)

DÉCEMBRE 2009

©Benoit Crevier, 2009.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

INTÉGRATION DE LA PLANIFICATION DES OPÉRATIONS ET DE LA GESTION
DU REVENU POUR LE TRANSPORT FERROVIAIRE DE MARCHANDISES

présentée par : CREVIER Benoit

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. GENDREAU Michel, Ph.D., président

M. SAVARD Gilles, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. CORDEAU Jean-François, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. MARCOTTE Patrice, Ph.D., membre

M. DE ALMEIDA David, Docteur, membre externe

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d’abord à remercier M. Gilles Savard, directeur, et M. Jean-François Cordeau, codirecteur, pour m’avoir proposé le sujet de la présente thèse et m’avoir accompagné dans mon travail durant toutes ces années. Votre patience, votre disponibilité de même que votre constant support m’ont permis de mener à bien ce projet. La rigueur et la clarté de vos idées dans vos domaines d’expertises respectifs ont enrichi mes réflexions et, de ce fait, le contenu de cette thèse.

Je remercie M. Michel Gendreau, M. Patrice Marcotte ainsi que M. David De Almeida pour avoir participé au jury d’examen.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à M. Gilbert Laporte. Votre écoute fut d’une très grande importance.

Je voudrais aussi remercier le personnel du Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d’entreprise, la logistique et le transport. Leur soutien fut une précieuse ressource. Je remercie plus particulièrement M. Serge Bisaillon, M. François Guertin, M. Daniel Charbonneau et M. Luc Rocheleau.

Enfin j’aimerais exprimer ma sincère gratitude envers ma famille et mes amis qui furent, tout au long de ce projet, source de motivation et d’encouragements. À ma mère et ma sœur Line, merci pour votre soutien indéfectible. À Jean-François Bérubé, Nadia Lahrichi, Julie Paquette, Marie-Ève Rancourt, Walter Rei et Endong Zhu, merci pour votre amitié et d’avoir partagé les aléas de la recherche.

RÉSUMÉ

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'analyse de l'intégration de processus décisionnels issus de la gestion des revenus aux politiques de gestion des opérations d'un transporteur ferroviaire de marchandises. Les entreprises de services de ce secteur sont tributaires de nombreuses opérations logistiques complexes dont :

- l'élaboration des politiques de blocage et de routage des wagons,
- la planification du routage, de l'habillage et des horaires des trains,
- la gestion des opérations des cours de triage,
- l'affectation des locomotives,
- le repositionnement des wagons vides,
- la planification des horaires des équipages.

Les études traitant de transport ferroviaire de marchandises, bien que nombreuses, ne considèrent typiquement qu'un sous-ensemble des activités mentionnées. En effet, la taille et la complexité des problèmes résultant de la combinaison des opérations identifiées représentent des obstacles au développement d'approches méthodologiques intégrées. De plus, peu de chercheurs se sont penchés sur la mise en place d'outils de gestion des revenus dans le secteur du transport de marchandises par rail et ce malgré l'impact majeur de ceux-ci en transport aérien notamment.

Dans un premier temps, nous illustrons donc l'état de la recherche dans les deux sphères d'étude présentées afin d'établir de façon claire la problématique qui sera traitée. Pour ce faire, nous recensons les principales contributions scientifiques et nous introduisons les concepts qui seront fondamentaux au positionnement de cette thèse par rapport aux récentes publications proposées dans la littérature.

Une fois l'axe de recherche identifié, nous présentons quelques formulations décrivant l'intégration proposée selon que le niveau de planification privilégié soit opérationnel ou

tactique. Celles-ci permettent de mettre en lumière la gestion combinée de décisions liées à l'élaboration du plan d'opération et celles découlant des politiques tarifaires dictées par l'entreprise. Par le biais de la programmation mathématique à deux niveaux, nous étudions le comportement des usagers en réaction à différentes stratégies tarifaires, tout en considérant la capacité du réseau qui résulte des politiques opérationnelles du transporteur.

Nous proposons par la suite une analyse des principales caractéristiques et propriétés de la modélisation combinant la tarification et la gestion de la capacité au niveau opérationnel. Pour ce faire, deux politiques tarifaires sont traitées. Nous présentons en outre une famille d'inégalités valides qui renforcent de façon significative la formulation. Les propriétés et inégalités identifiées sont subséquemment exploitées lors de la résolution de la modélisation avec le logiciel d'optimisation Cplex. La validation de la méthodologie développée s'effectue sur une classe d'instances générées de manière à dépeindre avec réalisme le contexte étudié.

Finalement, nous abordons le développement d'approches heuristiques pour le problème posé en proposant deux familles d'algorithmes. La première tire parti de la relation entre les deux politiques tarifaires évoquées et se base sur la relaxation de contraintes liant les tarifs entre eux. Celles-ci sont par la suite réintroduites graduellement. La procédure vise par ce principe l'identification de la structure d'une solution optimale au problème initial. Enfin, nous présentons une heuristique de type primal-dual où sont résolus, en alternance, des sous-problèmes ne considérant, respectivement, que les contraintes primales ou duales du problème de second niveau. Les heuristiques sont comparées entre elles de même qu'avec les résultats obtenus par l'approche exacte.

ABSTRACT

This thesis studies the integration of decision processes based on revenue management with operations planning policies of a rail freight carrier. Services companies in this field must face complex logistic operations such as :

- block planning and car routing,
- train routing, makeup and scheduling,
- yard management,
- locomotive assignment,
- empty car repositioning,
- crew scheduling.

Even if freight rail transportation problems have been thoroughly analyzed in the past, they typically consider only a subset of the operations mentioned. The size and the complexity of combining the identified problems have prevented the development of integrated methodological approaches. Moreover, few researchers have tackled the challenge of proposing revenue management tools for freight rail applications despite their major impact in air transportation for instance.

First of all, we describe the current state of research for the two fields presented in order to clearly establish the problem that will be addressed. We therefore review the main scientific contributions and introduce the fundamental concepts that will enable us to position ourselves in relation to recent publications.

Once the research perspectives are identified, we present some formulations describing the proposed integration according to the chosen planning level, which could be either operational or tactical. These help to highlight the combined management decisions related to the development of the operating plan and those arising from tariff policies dictated by the company. Through bilevel programming we study user behavior in response to dif-

ferent pricing strategies while considering network capacity resulting from the operational policies of the carrier.

We then suggest an analysis of the main characteristics and properties of the model combining pricing and capacity management at the operational level. To do this, two pricing policies are discussed. We also present valid inequalities that strengthen significantly the formulation. The identified properties and inequalities are subsequently exploited for solving the model with the Cplex optimization software. The validation of the developed methodology is carried on a class of instances generated in order to realistically portray the context studied.

Finally, we discuss the development of heuristic approaches for the problem by proposing two families of algorithms. The first takes advantage of the relationship between the two pricing policies stated and is based on the relaxation of constraints binding rates between them. These are then reintroduced gradually. The procedure seeks, by this principle, the identification of the structure of an optimal solution to the original problem. Finally, we present a primal-dual heuristic which solves, in an alternating fashion, sub-problems which respectively consider the primal or dual constraints of the second level problem. The heuristics are compared among themselves and with the results obtained by the exact approach.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xiv
LISTE DES ALGORITHMES	xv
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : REVUE DE LA LITTÉRATURE	12
1.1 Gestion des opérations ferroviaires	12
1.1.1 Politiques de blocage et de routage des wagons	13
1.1.2 Routage, habillage et horaire des trains	17
1.1.3 Opérations des cours de triage	29
1.1.4 Repositionnement de wagons vides	33
1.1.5 Affectation des locomotives	39
1.1.6 Intégration des opérations ferroviaires	46
1.2 Gestion du revenu	51
1.2.1 Gestion du revenu et transport aérien	54

1.2.2	Gestion du revenu et transport ferroviaire	55
1.2.3	Tarification en transport	65
CHAPITRE 2 : MODÉLISATIONS ET FORMULATIONS		72
2.1	Modèle conceptuel du transport ferroviaire de marchandises	73
2.2	Intégration de la tarification et de la gestion de la capacité au niveau opérationnel	74
2.2.1	Représentation réseau	75
2.2.2	Formulation mathématique par chemins	77
2.2.3	Extensions	83
2.3	Intégration de la tarification et de gestion de la capacité au niveau tactique	85
2.3.1	Extensions	91
CHAPITRE 3 : APPROCHE DE RÉOLUTION EXACTE		93
3.1	Reformulation du modèle par chemins	94
3.2	Tarification disjointe des itinéraires : <i>TGCO-1</i>	97
3.2.1	Déplacement de contraintes au premier niveau	98
3.2.2	Linéarisation	100
3.2.3	Analyse des grands M	103
3.2.4	Propriétés de <i>TGCO-1</i>	104
3.3	Tarification conjointe des itinéraires : <i>TGCO-2</i>	107
3.3.1	Linéarisation	108
3.3.2	Analyse des grands M	110
3.3.3	Impact réseau sur la politique tarifaire	112
3.3.4	Caractérisation de l'espace des tarifs	116
3.3.5	Optimisation inverse	119
3.3.6	Inégalités valides	120

3.4	Satisfaction de la demande par un unique transporteur	124
3.5	Génération d'instances	131
3.5.1	Instances avec corridors	132
3.6	Solution initiale	137
3.7	Analyse des résultats	138
CHAPITRE 4 : APPROCHES DE RÉOLUTION HEURISTIQUES		143
4.1	Heuristique par relaxation tarifaire	143
4.1.1	Heuristique 1 (H1) : recherche par les tarifs	144
4.1.2	Calibrage des paramètres pour H1	146
4.1.3	Heuristique 2 (H2) : recherche par les flots	153
4.1.4	Calibrage des paramètres pour H2	155
4.1.5	Analyses comparatives	159
4.2	Méthode primale-duale	161
4.2.1	Calibrage des paramètres	169
4.2.2	Analyses comparatives	171
CONCLUSION		173
BIBLIOGRAPHIE		177

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Caractéristiques des requêtes	113
Tableau 3.2	Première solution	113
Tableau 3.3	Deuxième solution	114
Tableau 3.4	Instances : Inst1	136
Tableau 3.5	Instances : Inst2	136
Tableau 3.6	Paramètres des classes de requêtes	136
Tableau 3.7	Résultats : Inst1	140
Tableau 3.8	Analyse des gains : Inst1	140
Tableau 3.9	Résultats : Inst2	141
Tableau 3.10	Analyse des gains : Inst2	141
Tableau 3.11	Résultats avec la sélection d'un unique transporteur : Inst1 . . .	142
Tableau 3.12	Résultats avec la sélection d'un unique transporteur : Inst2 . . .	142
Tableau 4.1	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ1	149
Tableau 4.2	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ1	149
Tableau 4.3	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ1 . . .	149
Tableau 4.4	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H1-MJ1	150
Tableau 4.5	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H1-MJ1 . . .	150

Tableau 4.6	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ2	150
Tableau 4.7	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ2	151
Tableau 4.8	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ2 . . .	151
Tableau 4.9	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ3	151
Tableau 4.10	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ3	152
Tableau 4.11	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ3 . . .	152
Tableau 4.12	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H1-MJ3	152
Tableau 4.13	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H1-MJ3 . . .	152
Tableau 4.14	Écarts à la solution optimale pour H1-MJ3 sur Inst1 avec $\xi_{max} = 6$ et $\psi = 0,65$	153
Tableau 4.15	Écarts à la solution optimale/meilleure solution pour H1-MJ3 sur Inst2 avec $\xi_{max} = 6$ et $\psi = 0,65$	153
Tableau 4.16	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ4	157
Tableau 4.17	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ4	157
Tableau 4.18	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H2-MJ4 . . .	157
Tableau 4.19	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ5	158
Tableau 4.20	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ5	158
Tableau 4.21	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H2-MJ5 . . .	158

Tableau 4.22	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H2-MJ5	159
Tableau 4.23	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H2-MJ5 . . .	159
Tableau 4.24	Solutions optimales avec inégalités et meilleures solutions heuris- tiques pour Inst1	160
Tableau 4.25	Solutions optimales/meilleures solutions avec inégalités et meilleures solutions heuristiques pour Inst2	160
Tableau 4.26	Solutions optimales/meilleures solutions sans inégalité et meilleures solutions heuristiques pour Inst1	161
Tableau 4.27	Solutions optimales/meilleures solutions sans inégalité et meilleures solutions heuristiques pour Inst2	161
Tableau 4.28	Écarts à la solution optimale pour Inst1 : méthode primale-duale	170
Tableau 4.29	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : méthode primale-duale	170
Tableau 4.30	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : méthode primale- duale	171
Tableau 4.31	Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst2 : méthode primale-duale	171
Tableau 4.32	Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : méthode primale- duale	171
Tableau 4.33	Analyse comparative des heuristiques pour Inst1	172
Tableau 4.34	Analyse comparative des heuristiques pour Inst2	172

LISTE DES FIGURES

Figure 1	Élaboration du plan d'opération	8
Figure 2.1	Schéma conceptuel du transport ferroviaire de marchandises	74
Figure 2.2	Représentation d'un réseau de blocs	76
Figure 2.3	Représentation de mouvements de trains	78
Figure 3.1	Exemple illustratif de l'impact réseau sur la politique tarifaire . . .	112

LISTE DES ALGORITHMES

Algorithme 1	Localisation des cours de triage	133
Algorithme 2	Affectation des requêtes	135
Algorithme 3	Procédure gloutonne de construction d'une solution initiale . .	138
Algorithme 4	Heuristique 1 : recherche par les tarifs	148
Algorithme 5	Heuristique 2 : recherche par les flots	156
Algorithme 6	Heuristique par approche primale-duale	165

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, les entreprises de services réalisent à quel point le développement et l'implantation d'outils d'analyse de leur chaîne logistique permettent d'établir un avantage concurrentiel par une meilleure gestion des opérations. En parallèle, l'aspect des revenus prend une place grandissante et il est possible de constater que la maximisation des profits passe de plus en plus par l'intégration des activités logistiques à de meilleures pratiques au niveau de la gestion du revenu. Ces phénomènes se retrouvent dans plusieurs sphères d'activité telles l'hôtellerie, les télécommunications de même que le transport.

Le transport ferroviaire est un secteur d'activité économique important. En 2007, les principales compagnies de chemin de fer nord américaines (Canada, États-Unis et Mexique) effectuant du transport de marchandises ont généré des revenus d'environ 67,4 milliards de dollars américains [5].

Au Canada, les recettes d'exploitation des compagnies ferroviaires pour l'année 2007 ont totalisé 10,7 milliards de dollars canadiens dont 9,5 milliards provenant du transit de marchandises, 624 millions des services passagers ainsi que 564 millions découlant d'autres secteurs tels la location de voies et autres éléments d'actifs ou encore certains partenariats commerciaux [4]. Le transport de marchandises, principalement soutenu par La Compagnie des chemins de fer nationaux du Canada (CN) et le Chemin de fer Canadien Pacifique (CP), repose essentiellement sur l'acheminement de produits issus des secteurs de l'agriculture, du charbon, des minéraux, des produits forestiers, des métaux, de la machinerie lourde et automobiles, des carburants et produits chimiques, des produits du papier, des produits alimentaires, des produits manufacturés de même que des expéditions intermodales.

L'évolution du transport de marchandises par rail au Canada a connu, depuis une quinzaine d'années, une croissance importante. La notion de *volume de travail* permet de constater le développement du marché desservi par les transporteurs. Cette mesure de rendement est évaluée par l'unité *tonne-kilomètre commerciale* représentant le déplacement d'une tonne de marchandise sur une distance d'un kilomètre. On observe donc une augmentation de 21,8% du volume de travail entre 1997 et 2007, celui-ci passant de 297 à 361,6 milliards de tonnes-kilomètres commerciales. En parallèle avec cette hausse du volume de travail, on note un gain de productivité des actifs par la réduction du nombre de locomotives et de wagons en service de même qu'une diminution du nombre de kilomètres de voies en exploitation. En effet, la flotte de locomotives est passée de 3293 en 1998 à 3165 en 2007 (soit une baisse de 3,9%), celle des wagons d'environ 111 000 en 1998 à 92 000 en 2007 (soit une baisse de 17,1%) et la distance de voies exploitées de 50 260 kilomètres à 47 816 kilomètres (soit une baisse de 4,9%) durant la même période [4].

Les plus récentes statistiques concernant le transport canadien indiquent que ce secteur occupe une place importante dans l'économie du pays. En effet, en 2006 près de 5% du produit intérieur brut (PIB) était attribuable au transport, soit 55,5 milliards de dollars. Le transport ferroviaire pour sa part y contribuait pour 21%. Tel que mentionné plus haut, le CN et le CP représentent les deux principales compagnies de transport ferroviaire de marchandises. Selon Statistique Canada, en 2007 le CN et le CP détenaient respectivement 51,5% et 39,1% de toutes les recettes provenant de ce secteur d'activité [1]. En 2008, les produits d'exploitation marchandises du CP émanaient de sept principaux marchés, soit à 29,07% du transport intermodal, 20,15% des produits céréaliers, 15,91% des produits industriels et de consommation, 12,62% du charbon, 10,56% du soufre et des engrais, 4,97% des produits forestiers et à 6,72% des produits automobiles [2]. La même année, le CN générait 20,68% de ses produits d'exploitation marchandises du secteur du transport intermodal, 18,79% des produits forestiers, 18,09% des produits céréaliers et des engrais, 17,62% des produits pétroliers et chimiques, 12,43% des métaux et minéraux, 6,14% des véhicules automobiles et 6,26% du charbon [3]. Le transit de ce trafic se distribue

principalement entre le commerce intérieur aux États-Unis, le commerce transfrontalier, le commerce sur le territoire canadien ainsi que les marchés internationaux. En 2008 au CN par exemple, 19% des produits d'exploitation étaient liés au trafic intérieur sur le territoire américain, 31% au trafic transfrontalier, 24% au trafic intérieur canadien et 26% au commerce outre-mer.

La gestion des activités intrinsèques à l'industrie ferroviaire représente une tâche complexe. Les compagnies tentent de faire croître les revenus générés en augmentant la productivité tout en cherchant à réduire les coûts d'opération. L'atteinte de ces objectifs repose sur plusieurs facteurs. Premièrement, il est vital d'établir une profonde compréhension du secteur d'activité notamment en ce qui a trait aux caractéristiques fondamentales du marché à desservir de même qu'aux attributs propres aux clients. Il est aussi essentiel d'effectuer une analyse poussée de l'environnement concurrentiel. Une bonne connaissance du marché et des clients permet aux compagnies ferroviaires de définir des services ayant une valeur ajoutée par rapport à la compétition établie par les transporteurs du même secteur d'activité, ainsi que par les transporteurs routiers, aériens et maritimes. Il s'agit donc de déterminer une offre de services répondant plus adéquatement aux besoins de la clientèle, permettant ainsi un accroissement potentiel des parts de marché. Celle-ci peut s'inscrire dans une approche visant, par exemple, une fiabilité accrue au niveau du transit des marchandises et s'articulant autour d'un partage plus important de l'information entre clients et transporteur afin que ce dernier puisse répondre de meilleure façon et plus rapidement à la demande. Cette spécialisation de l'offre de services peut avoir un impact tout aussi important sinon supérieur au réajustement à la baisse du prix exigé.

Nous avons pu constater plus tôt que les activités des transporteurs ferroviaires se situent dans plusieurs marchés distincts. Cependant notons qu'une part importante des opérations s'effectuent au niveau de l'expédition de marchandises ayant comme principales caractéristiques un fort volume, une faible valeur et nécessitant généralement la mobilisation d'une capacité de transport importante pour réaliser un transit sur de longues

distances. Le secteur des marchandises à forte valeur est aussi desservi par le transport par rail. Toutefois, étant donné le coût potentiellement élevé de stockage ou de maintenance de ce type de biens, l'acheminement de ceux-ci dépend principalement du transport routier qui propose souvent un temps de transit plus court. Les transporteurs ferroviaires tentent néanmoins de maintenir leur positionnement ou alors d'aller chercher de nouveaux clients sur le marché des produits à forte valeur là où le volume du trafic permet un avantage concurrentiel. Cet avantage s'exprime principalement par le fait que le transport de larges volumes favorise l'utilisation de trains-bloc, c'est-à-dire un train effectuant une navette directe entre l'origine et la destination. De plus, le transport sur de longues distances offre un avantage aux transporteurs par rail sur le transport routier puisque le coût unitaire du transit de la marchandise décroît beaucoup plus rapidement pour le mode ferroviaire lorsque la distance augmente.

Au cours des années, la concurrence entre les différentes compagnies de chemins de fer ainsi que celle résultant de l'offre de services des autres modes de transport ont beaucoup évolué. Notons seulement les dérèglementations qui ont été établies dans le secteur ferroviaire et qui ont entraîné de larges restructurations. Aux États-Unis par exemple, le Staggers Rail Act de 1980 a donné une liberté sans précédent aux entreprises ferroviaires quant à la fixation des tarifs tout en laissant aux politiques tarifaires des autres modes de transport un rôle régulateur plus important. Une latitude plus grande fut aussi offerte aux entreprises en ce qui concerne l'achat et la vente d'actifs ainsi que la fusion de compagnies (entre 1980 et 2002, le nombre d'entreprises ferroviaires d'importance aux États-Unis est passé de 40 à 7). Les entreprises ont ainsi cherché à optimiser leurs opérations et à restructurer leur réseau afin d'accroître leur productivité.

Les phénomènes que nous venons de mentionner ont cependant engendré une pression plus importante de la part des clients sur les transporteurs. La croissance de la productivité qui a entraîné une diminution des effectifs des compagnies ferroviaires, jumelée aux nombreuses fusions d'entreprises, ont fait en sorte que sur certains marchés les services

offerts à la clientèle sont restreints. Dans certains secteurs, on constate donc une offre de service qui n'arrive pas à répondre à une demande toujours croissante. Il en résulte une congestion du réseau et donc certaines défaillances au niveau de la fiabilité du service. Puisque depuis plusieurs années la tendance se dirige vers des politiques de type juste-à-temps où le producteur n'est bien souvent qu'un maillon dans une chaîne logistique complexe, il est essentiel pour les clients d'être en mesure d'obtenir un haut degré de fiabilité de la part du transporteur. Voilà pourquoi une pression accrue est mise sur les compagnies de transport afin qu'elles améliorent la gestion de leurs opérations. Pour plus de détails sur l'économie du secteur ferroviaire ou du transport de marchandises, le lecteur est invité à consulter la publication de Wilson et Burton [166] de même que celle de Sedor et Caldwell [148].

Avec l'évolution des techniques de modélisation et d'optimisation, plusieurs secteurs ont renouvelé leur façon de percevoir et de planifier leurs opérations, permettant ainsi à l'entreprise de tirer profit de ces techniques par de meilleures politiques de gestion. Cependant, la complexité des opérations ferroviaires a bien longtemps été un frein à l'implantation de telles méthodologies. En effet, la gestion des opérations d'une entreprise de transport par rail s'articule principalement autour de la gestion du réseau, de son expansion ainsi que de l'entretien de celui-ci, de la gestion de la flotte de locomotives et de wagons tant au niveau de l'entretien que des acquisitions et ventes d'actifs, de même que de la gestion du transit des trains, des voitures de passagers et des wagons de marchandises à travers le réseau, la coordination des activités aux différents cours de triage ainsi que la gestion des équipages. Les politiques établies par la compagnie s'inscrivent dans le cadre de prises de décisions de type stratégiques, tactiques et opérationnelles. Les décisions stratégiques, caractérisées par une planification à long terme, conduisent l'entreprise vers un positionnement sur le marché. Par exemple, l'expansion ou la contraction du réseau des voies exploitées pourront amener l'entreprise à desservir certains marchés en particulier, idem lors de l'achat de wagons d'un certain type. Au niveau tactique, l'entreprise cherche, à court ou moyen terme, une allocation des effectifs disponibles afin d'atteindre les objectifs

fixés. La détermination de la fréquence du service offert par le transporteur illustre ce niveau de planification. Finalement, les décisions opérationnelles dictent la planification courante de l'entreprise qui cherche alors à optimiser l'utilisation des effectifs qui ont été attribués. Ce niveau comprend notamment la mise en place d'horaires détaillés prenant en considération l'ensemble des contraintes liées à la planification à court terme telle la disponibilité du matériel roulant.

Dans la présente thèse, nous nous intéresserons plus particulièrement aux niveaux de décisions tactiques et opérationnels. Reprenant une hiérarchie proposée par des auteurs comme Ahuja [6], les principaux problèmes que l'on y retrouve sont :

- **Les politiques de blocage et de routage des wagons** : politiques régissant l'élaboration et les règles de classification des blocs de wagons attribués aux différentes cours de triage. Un *bloc* représente un regroupement de wagons effectuant un transit commun d'une origine à une destination et ce par un ou plusieurs trains. Cette origine (destination) peut se révéler être l'origine (destination) d'un ou de plusieurs wagons du bloc ou ne s'avérer qu'un point intermédiaire. Le transit par une cour de triage permettra la reclassification des blocs. À sa destination, un bloc sera désassemblé et les wagons sous-jacents seront alors affectés à d'autres blocs ou acheminés localement vers leur destination finale. La caractérisation du routage des wagons selon un itinéraire de blocs est aussi traitée.
- **La planification du routage, de l'habillage et des horaires des trains** : détermination du nombre de trains nécessaires de même que de l'itinéraire suivi par ceux-ci. Planification de l'affectation des blocs de wagons aux différents trains (*habillage*) ainsi que l'élaboration, pour chaque train devant être établi à l'horaire, des heures de départ et d'arrivée aux stations intermédiaires de l'origine à la destination selon le routage défini. L'horaire doit bien entendu respecter certaines contraintes telles la capacité des voies empruntées.

- **La gestion des opérations des cours de triage** : gestion de l’assemblage ou désassemblage de même que de la classification des blocs de wagons sur les voies de triage disponibles. La bonne gestion de ces voies de triage est vitale au traitement rapide des wagons et à la fiabilité générale du réseau.
- **L’affectation des locomotives** : attribution des locomotives aux trains de façon à ce que ceux-ci disposent de la force motrice nécessaire. Cette affectation s’effectue à partir d’une flotte potentiellement hétérogène et chaque train peut requérir l’assignation d’une ou de plusieurs locomotives afin d’obtenir la puissance demandée.
- **Le repositionnement des wagons vides** : l’acheminement de marchandises dans le réseau crée certains déséquilibres entre l’offre et la demande de wagons. Le repositionnement dynamique des wagons vides permet une réponse plus rapide à la demande et accroît le taux d’utilisation du matériel roulant.
- **La planification des horaires des équipages** : affectation pour chaque train à l’horaire d’un équipage en prenant soin de respecter l’ensemble des ententes prévues dans les conventions de travail des employés.

La taille ainsi que la complexité des problèmes que nous venons de citer rend l’idée d’une résolution intégrée de ceux-ci peu réaliste. En effet, malgré des développements majeurs au niveau de la modélisation de ce type de problème, des méthodologies de résolution et de la puissance de calcul des ordinateurs modernes, l’approche privilégiée dans la majorité des publications demeure encore un traitement séquentiel.

Afin d’établir un plan d’opération permettant d’atteindre les objectifs de rentabilité et de fiabilité du service recherchés par l’entreprise, cette dernière doit être en mesure de pouvoir compter sur de bonnes prévisions de la demande. Ces prévisions permettront, par exemple, l’analyse du type de marchandise devant transiter dans le réseau un jour donné ainsi que l’évaluation du volume du chargement et des principales caractéristiques du service devant être rendu pour chaque paire origine-destination. Ces prévisions sont

primordiales et auront un impact majeur sur l'élaboration du plan d'opération qui peut être obtenu en privilégiant la résolution séquentielle présentée à la figure 1.

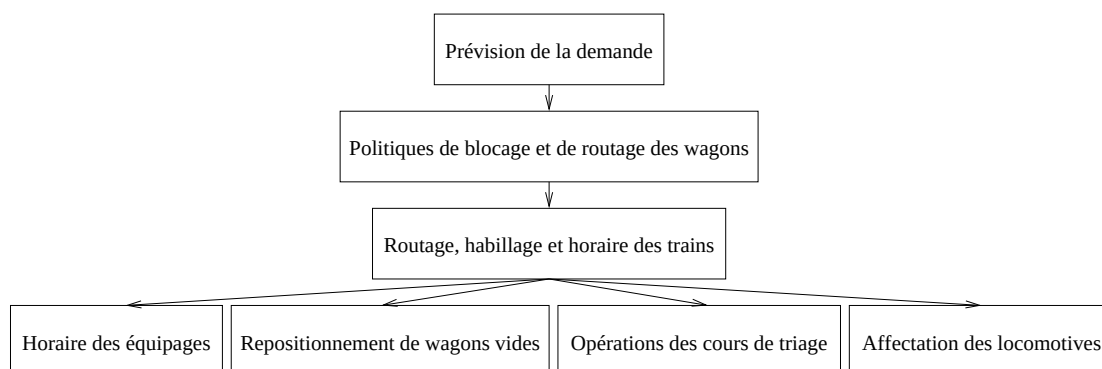


Figure 1 – Élaboration du plan d'opération

La saine gestion d'une entreprise de transport par rail n'est cependant pas uniquement tributaire de la mise en place d'un plan d'opération adéquat. Celle-ci résulte aussi des politiques de gestion du revenu privilégiées. De plus, les fortes pressions découlant de la compétition entre les transporteurs incitent ces derniers à favoriser une gestion globale de leurs activités afin d'accroître leur rentabilité. Ainsi, en parallèle avec le développement d'outils performants permettant une meilleure gestion des opérations, les entreprises de services recherchent de plus en plus à intégrer la gestion du revenu à leur système d'aide à la décision. Le domaine aérien représente fort probablement le plus bel exemple de cette adaptation. Il est pratiquement impossible d'imaginer de nos jours qu'une entreprise de ce secteur d'activité puisse espérer être profitable sans avoir un système de gestion du revenu performant. Comme le mettent en lumière Talluri et van Ryzin [157], ce domaine s'intéresse à la gestion de la demande et aux différents processus nécessaires à la mise en place de cette dernière afin d'engendrer une croissance des revenus. La gestion du revenu peut donc être traitée selon plusieurs angles selon que l'outil de contrôle ou de régulation de la demande privilégié soit l'affectation de la capacité ou encore le prix exigé. De plus, les circonstances propices à l'implantation de tels systèmes sont variées. On note dans le domaine ferroviaire une hétérogénéité des caractéristiques définissant les attentes

des clients. En effet, certains optent pour un service rapide et fiable offrant la capacité nécessaire au moment désiré. D'autres s'avèrent moins sensibles à certains attributs du service telle la durée du transit mais accordent une plus grande importance à la structure tarifaire proposée. Ces derniers pencheront potentiellement pour un service comportant une durée de transit plus importante ou pour lequel la fiabilité est moindre en contrepartie d'un tarif réduit. Une segmentation de la clientèle peut ainsi être établie à ce niveau. Il en est de même en ce qui a trait aux types de marchandises transportées.

Le transport par rail se distingue des autres modes de transport par une flexibilité plus importante de la capacité. Cependant, certaines tendances au cours des dernières années limitent cette flexibilité à s'ajuster aux variations de la demande. Traditionnellement orientée vers une gestion des activités basée sur le volume, c'est-à-dire où les trains effectuent leur itinéraire établi seulement si le chargement est suffisant, la majeure partie des chemins de fer ont effectué un virage vers une gestion à horaires fixes. Il en résulte une fiabilité accrue auprès de la clientèle mais cette politique de gestion contraint le transporteur à sacrifier de la capacité motrice même si, lors du départ, celle-ci est sous-utilisée. De façon similaire, plusieurs ententes contractuelles engagent la compagnie ferroviaire à garantir une capacité de transport sans, en contrepartie, avoir la certitude que la demande se concrétisera.

Les éléments décrits précédemment permettent de constater que ce secteur d'activité est favorable à l'implantation de systèmes d'aide à la décision considérant de façon simultanée les politiques opérationnelles et tarifaires. Tant au niveau de négociations contractuelles que lors d'ententes à la pièce ou de courte durée avec une clientèle requérant une plus faible capacité de transport, une analyse intégrée de la planification des opérations et de la gestion du revenu apparaît comme une avenue incontournable. La segmentation du marché selon les caractéristiques intrinsèques aux marchandises transportées ainsi qu'aux attributs liés à la qualité et la fiabilité du service exigé par les clients porte à la conclusion

qu'une structure tarifaire adaptée peut être établie offrant à l'entreprise ferroviaire une potentielle croissance des profits.

Cette thèse propose donc certains axes de recherche visant une analyse combinée des politiques tarifaires et opérationnelles dans le secteur du transport ferroviaire. Au premier chapitre nous présentons une revue de la littérature qui permettra de bien circonscrire le domaine d'étude et de mettre en lumière les principaux défis de l'intégration visée. Les deux thèmes centraux abordés sont bien entendu la gestion des opérations inhérentes au transport par rail et la gestion du revenu. Puisque ce dernier sujet a été peu traité dans le domaine du transport ferroviaire de marchandises, nous ferons un survol des principes fondamentaux de la gestion du revenu et établirons certains constats propres au rail. Le deuxième chapitre présente une première contribution en posant les bases de l'analyse proposée et ce en faisant ressortir les idées de modélisation sur lesquelles se fondent la suite de la thèse. L'intégration des deux pans de recherche étudiés est évidemment l'objectif ciblé qui s'exprime par la formulation de modèles basés sur la programmation mathématique à deux niveaux. Les décisions liées aux niveaux de planification opérationnel et tactique sont considérées à cet effet. Le troisième chapitre propose une seconde contribution par l'étude des principales caractéristiques et propriétés de la modélisation présentée. Celles-ci seront détaillées par l'analyse de deux politiques tarifaires ainsi que d'une variante de la modélisation axée sur le choix du transporteur. Une approche exacte est par la suite développée. Cette dernière s'appuie sur une reformulation du modèle selon ses conditions primales et duales. Une analyse de bornes valides de type grands M est décrite et quelques exemples sont présentés afin d'illustrer certaines propriétés. Des inégalités valides propres au problème sont aussi proposées afin de permettre une résolution plus efficace. Enfin le quatrième chapitre décrit quelques heuristiques pour le problème traité. Deux classes d'algorithmes sont exposées. Premièrement, des heuristiques par relaxation tarifaire tirant parti de la relaxation de contraintes liées à l'aspect conjoint des tarifs sur différents itinéraires sont présentées. Une troisième contribution découle de l'étude de cette famille d'heuristiques basées sur l'espace des tarifs. Finalement, un algorithme de type primal-dual

est développé. L'ensemble des méthodologies sont validées et comparées sur des instances dont les principaux attributs, issus du transport ferroviaire, sont aussi décrits.

CHAPITRE 1 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

Le présent chapitre propose une revue de la littérature recensant les contributions les plus importantes afin de bien camper les idées qui seront développées dans les prochains chapitres. Cette revue comporte deux principales sections traitant de la gestion des opérations dans le secteur ferroviaire ainsi que de la gestion du revenu. Chaque section permettra d'illustrer les enjeux que les problèmes émergeant de ces deux types de gestion posent, ainsi que les modélisations et méthodologies proposées afin de les résoudre.

1.1 Gestion des opérations ferroviaires

Tel que nous l'avons présenté au chapitre précédent, l'application de l'optimisation dans la gestion des opérations des transporteurs de marchandises par rail se retrouve principalement dans l'étude des politiques de blocage et de routage des wagons, dans la planification du routage, de l'habillage et des horaires des trains, dans la gestion des opérations des cours de triage, l'affectation des locomotives, le repositionnement des wagons vides et enfin la planification des horaires des équipages. Chacun de ces problèmes est couvert par une vaste littérature. Nous proposons dans cette première section une analyse des principales publications sur chaque problème afin de bien saisir l'état de la recherche des récentes années. Nous ne traiterons cependant pas du problème d'horaire des équipages car ce dernier ne fera pas partie de la recherche qui suivra. Plusieurs auteurs proposent un recensement des principales approches de modélisation et de résolution traitant de l'optimisation dans le domaine ferroviaire. Assad [14][15] fut l'un des premiers à offrir une telle analyse. Notons aussi les contributions de Haghani [81], Cordeau, Toth et Vigo [51] de même que Newman, Nozick et Yano [130]. Le lecteur intéressé par la gestion d'équipages est référé à l'article de Ernst et al. [65], à ceux de Caprara et al. [38][39][36] de

même qu'à celui de Ahuja, Cunha et Şahin [7]. L'emphase sera mise ici sur le transport de marchandises. Nous pourrions cependant effectuer quelques incursions dans le domaine du transport de passagers lorsqu'une publication offrira une approche novatrice dont une ou plusieurs idées sous-jacentes pourraient être utiles dans le cadre de recherches en transport de marchandises. Pour une revue détaillée de méthodologies de recherche opérationnelle en transport de passagers, le lecteur est référé à l'article de Huisman et al. [91].

1.1.1 Politiques de blocage et de routage des wagons

Le traitement et la classification de wagons représentent une part importante du temps total de transit de la marchandise. Ireland et al. [94] affirment qu'il n'est pas inhabituel qu'au-delà de 50% du temps de transit soit tributaire de ces activités. Des délais importants ainsi qu'une faible fiabilité du service peuvent donc en découler. Il s'avère par conséquent essentiel d'effectuer une analyse des politiques de blocage et de routage afin de permettre une réduction significative de la manutention. Le plan de blocage décrit les politiques de classification par le choix des blocs à considérer à chaque cour de triage. Rappelons qu'un bloc caractérise un ensemble de wagons effectuant un transit commun entre une origine et une destination. Enfin, le routage des wagons définit l'acheminement de ces derniers selon les politiques de blocage établies.

Des approches de niveau tactique sont proposées par Bodin et al. [25] de même que par Van Dyke [163][164]. La minimisation des coûts d'opération découlant des politiques adoptées représente l'objectif principal recherché. Bodin et al. [25] intègrent aussi la minimisation des coûts encourus par les délais de transport. Un modèle de programmation dynamique visant la minimisation des opérations de classification au niveau opérationnel est également développé par Assad [16].

Newton, Barnhart et Vance [133] proposent une formulation du problème de blocage comme un modèle de conception de réseau. Un programme linéaire en variables mixtes

est développé où le réseau sous-jacent se compose d'arcs représentant les blocs qui seront potentiellement sélectionnés. Des contraintes limitant le nombre de blocs ayant comme origine une cour de triage donnée ainsi que le nombre de wagons pouvant être traités à chacune d'entre elles sont considérées. De plus, les auteurs prennent en considération certaines contraintes traitant notamment de règles en ce qui a trait à la priorité du transit de certains produits ainsi qu'à la limitation de la distance totale du transit. L'objectif privilégié est la minimisation du nombre de traitements des blocs par les cours de triage afin de réduire le temps total de transport de même que la congestion globale du réseau. La méthodologie de résolution repose sur un algorithme de génération de colonnes exécuté à l'intérieur d'une procédure de séparation et d'évaluation progressive (*branch-and-bound*). Les colonnes générées proviennent de la résolution, pour chaque produit, d'un problème de plus court chemin dans un réseau permettant la représentation des différents chemins de blocs que peut emprunter le produit en question (*réseau de blocage*). Des tests sont effectués sur des données de la compagnie ferroviaire CSX Transportation. Les auteurs rapportent une diminution de 15% du nombre de traitements des blocs comparativement à la situation courante de l'entreprise. Cependant, une amélioration de l'ordre de quatre à cinq pour cent est plus réaliste selon la compagnie puisque certaines modifications devront être apportées à la méthodologie proposée.

Kwon [112] et Kwon, Martland et Sussman [113] s'intéressent à l'aspect hétérogène de la qualité de service exigée par les différents marchés desservis par une compagnie ferroviaire. Kwon [112] présente l'analyse de simulations permettant d'identifier certaines tendances du comportement de systèmes ferroviaires. Kwon, Martland et Sussman [113] proposent un modèle permettant d'établir l'horaire et le transit des wagons tout en considérant les caractéristiques de temps de service réclamées par les clients. À cette fin, une fenêtre de temps délimitant la plage de service acceptable est définie pour chaque client. Un réseau espace-temps est construit selon l'horaire des trains défini et où sont représentés les blocs établis permettant le déplacement du flot des wagons. Le problème est formulé comme un problème de flot multiproduits basé sur les chemins possibles dans

le réseau. Le modèle impose des pénalités pour l'arrivée tardive des chargements. De plus, le flot est contraint à respecter la capacité des trains mais aucune contrainte directe n'est imposée sur la taille des blocs ou encore sur la capacité de traitement des wagons aux différents terminaux. Les auteurs privilégient une approche par génération de colonnes où le sous-problème est un problème de plus court chemin. La méthodologie est validée sur un réseau hypothétique comprenant 12 terminaux, 16 trains ayant chacun un horaire spécifique, 59 blocs et 56 segments de marché partagés en deux classes de service. Huit scénarios obtenus par la variation du ratio des classes de service sont analysés.

Une modélisation similaire à celle de Newton, Barnhart et Vance [133] est présentée par Barnhart, Jin et Vance [18]. La principale distinction se situe au niveau de la méthodologie. On retrouve ici une résolution heuristique par relaxation lagrangienne permettant l'obtention de meilleures bornes inférieures que la relaxation linéaire. Une autre force de cette approche se fonde sur la possibilité qu'offre la relaxation lagrangienne du modèle de décomposer la résolution de ce dernier en deux sous-problèmes pouvant être traités séparément, réduisant ainsi la complexité globale. En effet, le problème devient séparable en variables de flot d'une part et en variables de conception d'autre part. Le premier sous-problème, ayant une structure de problème de flot multiproduits, est résolu par génération de colonnes. Le second est transformé légèrement en lui ajoutant certaines inégalités valides afin d'améliorer la valeur de la borne inférieure obtenue. La résolution s'effectue avec un algorithme de séparation et coupes (*branch-and-cut*) étant donné le nombre élevé d'inégalités pouvant être considérées initialement. La mise à jour des multiplicateurs s'effectue par une méthode de sous-gradient. Afin de débiter la résolution avec des multiplicateurs engendrant une borne inférieure intéressante, et ce afin d'accroître la vitesse de convergence, une approche d'ascension duale (*dual ascent*) est utilisée. L'algorithme est testé sur des instances réelles. Les résultats obtenus montrent une réduction du nombre de classifications de 10%.

Ahuja, Jha et Liu [8] de même que Ahuja, Cunha et Şahin [7] présentent une approche heuristique basée sur la recherche à large voisinage (*very large-scale neighborhood search*). Les auteurs développent une modélisation par programmation linéaire en variables mixtes ayant comme objectif la minimisation des coûts de transport et de classification. Le modèle comprend des contraintes limitant le nombre de blocs pouvant être construit à une cour donnée, garantissant le respect de la capacité de chaque bloc ainsi que restreignant le nombre de wagons transitant par une cour. Seul le premier ensemble de contraintes sera traité lors de la résolution. Le respect des deux derniers ensembles de contraintes sera assuré par une phase où les contraintes violées sont pénalisées et un certain nombre d'itérations de l'algorithme sont exécutées. La méthodologie de recherche à large voisinage appliquée au problème de blocage se compose de la mise en place d'une solution initiale suivie par un processus cyclant sur les nœuds du réseau. À chaque itération sur un nœud, les blocs établis sont retirés et, par un critère de gain maximum, une nouvelle sélection des blocs à ce nœud est définie. Suite au retrait ou à la sélection d'un bloc, le flot est réaffecté afin d'évaluer l'impact découlant de ces transformations. Les auteurs présentent plusieurs variantes pouvant être traitées par la méthodologie proposée. Sur des instances réelles provenant de trois transporteurs ferroviaires américains, les auteurs rapportent des améliorations potentielles oscillant entre 20% et 40% au niveau des gains de reclassification et jusqu'à 5,2% en ce qui a trait à la distance moyenne parcourue par un wagon.

Lübbecke et Zimmermann [120] décrivent la modélisation d'un problème intégrant certains aspects liés au repositionnement de wagons vides, aux politiques de blocage ainsi qu'à la gestion des mouvements de wagons dans une cour de triage. Le but visé est de déterminer une allocation optimale de wagons de plusieurs types à la demande de même que le regroupement de ceux-ci selon une structure de blocs. Les auteurs proposent une décomposition du problème en deux sous-problèmes, déterminant d'une part la distribution des wagons entre différentes régions et, d'autre part, l'allocation des wagons selon la distribution établie. Le premier sous-problème est traité comme un problème de transport avec la possibilité de location de matériel roulant advenant une pénurie de

wagons. L'objectif recherché est la minimisation de la distance totale requise permettant l'assignation des wagons aux requêtes. La résolution du deuxième sous-problème vise la détermination de l'allocation des types de wagons, selon leur distribution, sur les voies de triage appartenant à une région donnée. Quelques stratégies heuristiques gloutonnes sont présentées afin d'établir cette sélection. Un programme en variables mixtes est subséquemment présenté. Celui-ci considère le regroupement de wagons du même type sur les voies. Les wagons ayant une même origine et destination sont traités à l'intérieur d'un seul bloc. Finalement un modèle intégré est développé où les deux sous-problèmes sont analysés simultanément. Quelques extensions sont proposées, notamment l'analyse de bornes inférieures aux modèles présentés permet l'évaluation du rejet de certaines requêtes. Les auteurs suggèrent de plus l'ajout de contraintes associées à la capacité de la flotte de locomotives ou encore une généralisation de leurs modèles statiques dans un cadre où une représentation dynamique du problème à l'aide d'un réseau espace-temps est privilégiée. Des tests sont effectués sur des instances réelles de même que sur quelques variantes de celles-ci. Les instances comportent 683 voies, 168 terminaux, 42 régions de même qu'environ 1500 wagons de 126 types. Les modèles sont résolus avec le logiciel d'optimisation Cplex.

1.1.2 Routage, habillage et horaire des trains

Cette classe de problèmes traite notamment de l'identification, pour chacun des trains, de l'origine, de la destination, de l'itinéraire emprunté ainsi que des heures de départ et d'arrivée aux différentes cours visitées. L'affectation des blocs aux trains, aussi appelé habillage, est également considérée. Les décisions concernant le routage et l'habillage sont typiquement traitées de façon simultanée afin de permettre l'analyse combinée de l'effet de ces politiques sur la gestion globale du réseau. L'étude de l'affectation des horaires revêt aussi une importance primordiale tant au niveau de la fiabilité du service consenti qu'en ce qui a trait aux politiques de sécurité nécessaires au bon fonctionnement du système.

Routage et habillage

Dans un algorithme basé sur les réseaux de neurones, Martinelli et Teng [126] développent une approche de résolution pour un problème d’habillage de trains. Un modèle mathématique en variables binaires dictant l’affectation d’itinéraires prédéterminés à chaque classe de demande à desservir est exposé. Les auteurs visent la minimisation du temps passé par les wagons dans le système. Cet objectif se compose du temps de transport de même que du temps découlant des opérations aux diverses stations. Un réseau de neurones à propagation arrière est établi pour un réseau ferroviaire comportant 30 couples origine-destination et 44 trains, engendrant 108 combinaisons demande-train. L’évaluation du calibrage s’effectue selon plusieurs critères comme par exemple la conservation de flot aux différentes cours ou encore un chargement minimal des trains. Sur un ensemble d’instances d’entraînement, une cohérence est recherchée entre les solutions obtenues par le réseau de neurones et celles prévues. Les auteurs rapportent avoir obtenu de bons résultats malgré un temps important imparti au calibrage des paramètres du réseau.

Fukasawa et al. [72] développent un modèle de flot multiproduits avec contraintes d’intégrité visant à représenter, dans un réseau espace-temps, le transit de wagons vides, les étapes de chargement et déchargement de ceux-ci de même que l’habillage et le déshabillage des trains. Le modèle tient compte de la capacité des trains à l’horaire ainsi que celle des différentes cours de triage et d’entreposage. Les produits sont représentés par chaque type de wagon de même que par chaque type de wagon transportant une demande qui peut lui être affectée. L’objectif recherché est la maximisation du profit provenant du transport de wagons dans le réseau afin de satisfaire la demande. Dans le but de résoudre ce modèle de façon exacte, les auteurs effectuent certains prétraitements afin de réduire la taille de celui-ci sans compromettre toutefois le niveau de précision de la modélisation proposée. Des temps de calcul raisonnables ne dépassant pas 5 heures sont rapportés sur des instances réelles comportant approximativement 160 cours de triage et d’entreposage,

400 demandes, 1700 segments de marché, 550 produits et un horizon de planification d'environ sept jours.

Jha, Ahuja et Şahin [95] proposent deux formulations du problème basées sur une représentation de l'habillage comme un problème de flot multiproduits défini sur un réseau espace-temps. Ce dernier représente les nœuds de départ et d'arrivée des trains ainsi qu'un ensemble de sommets liés à la définition des interconnexions permettant le transfert de blocs. Les auteurs ne traitent cependant le problème que sur un horizon de planification d'une journée. Ces derniers supposent donc que les trains transitent de façon quotidienne et que les blocs sont construits à chaque jour. La première formulation exposée repose sur une modélisation par arcs. Toutefois, la taille du modèle résultant ainsi que la difficulté d'inclure certaines contraintes opérationnelles amènent les auteurs à proposer une formulation par chemins. Une procédure d'énumération des chemins est par la suite établie. Pour permettre une gestion de la taille du problème à résoudre, un nombre limité de chemins sont énumérés. À cette fin, les auteurs présentent deux algorithmes spécialisés basés sur la détermination de plus courts chemins dans un graphe. Les contraintes intégrées dans ces algorithmes découlent de certains critères souvent privilégiés par les entreprises ferroviaires tels le fait de favoriser les itinéraires composés d'un nombre restreint de trains ou encore pour lesquels une distance ou une durée maximale est respectée. Le modèle par chemins est résolu de façon exacte avec le logiciel Cplex, de même qu'avec une heuristique basée sur une relaxation lagrangienne ainsi que par une heuristique gloutonne. Sur des données réelles, les trois approches permettent une résolution rapide du problème. L'heuristique par relaxation lagrangienne semble cependant plus performante.

Dans un contexte de transport de passagers, Zwaneveld, Kroon et Hoesel [175] présentent une formulation ainsi qu'une méthodologie de résolution pour un problème visant la détermination de l'itinéraire à suivre par les trains devant transiter par une station. L'article fait suite à la publication de Zwaneveld et al. [174] et est complémentaire à celle de Kroon, Romeijn et Zwaneveld [110] où une étude de complexité de quelques variantes de

ce problème est traitée. Considérant l'horaire préétabli des départs et arrivées des trains à une station donnée, l'objectif recherché repose sur l'affectation d'un itinéraire à un nombre maximal de trains. Cette assignation doit minimiser le nombre de manœuvres de changement de voies et de stationnement tout en maximisant certains critères de préférence au niveau de l'itinéraire à emprunter. Un modèle de programmation linéaire en variables entières est développé et reformulé comme un problème de type *node packing* pondéré. Celui-ci est résolu par une méthode de séparation et coupes tirant partie de l'ajout de quelques classes d'inégalités valides. Des techniques de prétraitement développées par les auteurs et établissant des relations de dominance entre les nœuds du graphe permettent de réduire la taille du problème d'environ 90% en moyenne. Une heuristique gloutonne appliquée à la solution de la relaxation linéaire assure l'identification de solutions admissibles aux différents nœuds de l'arbre de branchement. Des temps de calcul d'environ une minute pour les stations de plus grande taille sont rapportés par les gestionnaires d'une entreprise ferroviaire hollandaise suite à l'implantation de la méthodologie proposée.

Une problématique similaire est étudiée par Carey et Carville [40]. Une approche heuristique est privilégiée. L'algorithme analyse l'affectation d'horaires et d'itinéraires à chaque train et ce de façon cyclique sur l'ensemble des trains devant être considérés. Suite à l'évaluation des conflits découlant de l'assignation choisie, un ajustement des horaires est effectué. Le processus cycle ainsi jusqu'à ce qu'une plage horaire soit déterminée pour chaque train. L'approche permet la prise en compte de structures de coûts opérationnels plus complexes de même que certaines politiques décisionnelles difficiles à traiter mathématiquement.

Lingaya et al. [117] tentent de résoudre un problème d'affectation de wagons pour le transport de passagers. Étant donné l'horaire des trains établi sur un horizon fini de même que la demande devant être desservie durant cette période, l'objectif est de déterminer des cycles de wagons compatibles respectant les contraintes opérationnelles et maximisant le profit espéré. Les contraintes traitées considèrent l'entretien périodique et le temps

nécessaire au retrait, à l'ajout ou à la permutation de wagons. La définition d'un réseau espace-temps permet la représentation de cycles de wagons respectant les contraintes opérationnelles mentionnées ainsi que certaines conditions initiales et finales sur l'horizon de planification concernant l'état des wagons. Des contraintes opérationnelles dictant le respect de la demande et la puissance de traction requise sont présentes. La méthodologie se base sur la détermination de cycles de wagons par une procédure de génération de colonnes incluse à l'intérieur d'une heuristique de séparation et d'évaluation progressive. La solution ainsi obtenue permet l'application d'un algorithme générant l'ensemble des séquences de positionnement des wagons. Les auteurs discutent de plusieurs extensions dont notamment le fait de traiter de multiples classes de service, l'ajout d'une capacité au niveau du nombre de wagons disponibles à chaque jour, de caractériser le temps requis entre deux passages à l'entretien basé sur la distance parcourue ainsi que la réorientation des wagons et l'utilisation de plusieurs locomotives sur un même train. L'heuristique est validée sur 140 instances résultant de deux scénarios provenant de la compagnie VIA Rail Canada.

Ahuja, Cunha et Şahin [7] privilégient un modèle de flot multiproduits (chaque train représentant un produit) afin de déterminer l'itinéraire attribué aux différents trains de même que l'affectation des blocs à ces derniers. Les aspects liés à l'horaire de trains sont donc mis de côté dans une première étape. Les auteurs supposent que les trains effectuent un itinéraire chaque jour de la semaine. La formulation en nombres entiers découlant de la représentation réseau comporte un objectif visant la minimisation des coûts fixes d'utilisation des trains ainsi que ceux résultant du transit et du transfert des blocs. Au niveau des contraintes, on retrouve une limitation du nombre de trains arrivant ou quittant une station donnée. Ceci assure un achalandage maximal sur les segments du réseau et garantit, pour chacun des trains, un certain niveau de chargement. Une approche en deux phases est développée afin de résoudre le problème. Premièrement, l'origine, la destination, la route et l'habillage sont évalués pour chaque train. Cette phase se compose de deux procédures heuristiques effectuant successivement la construction d'une solution initiale et

l'amélioration de celle-ci par le retrait de trains et la réaffectation des blocs. La deuxième phase détermine la fréquence et l'horaire. Cette phase comporte trois étapes. La première identifie un horaire initial. En deuxième lieu la fréquence des trains est analysée. Enfin, l'horaire est optimisé à nouveau en reconsidérant l'habillage établi préalablement. De potentielles améliorations aux activités opérationnelles de la compagnie Norfolk Southern sont rapportées suite à la comparaison de l'algorithme présenté avec les solutions adoptées par l'entreprise.

Horaire des trains

Le problème d'horaire des trains est traité de façon importante dans la littérature. Des modèles tactiques sont proposés notamment par Jovanović et Harker [99] dans un contexte où les temps de transit sont incertains et la vitesse des trains est fixe, ou encore par Kraay, Harker et Chen [104] qui, contrairement au cas précédent, considèrent des vitesses variables. Au niveau opérationnel, notons les travaux de Carey et Lockwood [41] visant la détermination d'un horaire s'écartant le moins possible d'un horaire idéal établi de même que ceux de Higgins, Kozan et Ferreira [88] proposant, dans un contexte où des vitesses variables sont analysées, une étude visant la minimisation des délais et des coûts d'opérations découlant des politiques d'horaire privilégiées.

Cai, Goh et Mees [34] reprennent les idées développées par Cai et Goh [33] et généralisent celles-ci en proposant une heuristique gloutonne déterminant l'horaire de trains sur un segment de voies ferrées. La formulation du problème considère la capacité des stations du réseau auxquelles doivent avoir lieu les dépassements. De plus, des contraintes imposent le respect de la capacité de transit sur le segment, garantissent la présence de certaines paires de trains à une station donnée et selon un horaire établi afin de faciliter le transfert de passagers ou de marchandises, et interdisent le trafic sur certaines sections durant une période de temps prescrite. L'objectif poursuivi est la minimisation des coûts associés aux temps d'arrêt et d'attente. À partir d'un état initial déterminé à l'aide d'une première

phase algorithmique, l’heuristique tente de prolonger, de façon successive, l’itinéraire des trains jusqu’à ce qu’un conflit survienne. L’horaire est alors révisé de sorte qu’un train en conflit, celui engendrant le coût le plus faible, effectue un arrêt prolongé à une station visitée antérieurement. Le processus cycle ainsi jusqu’à ce que chaque train atteigne sa destination.

Une approche de résolution du problème d’horaire par relaxation lagrangienne est exposée par Brännlund et al. [28]. Une modélisation par programmation en nombres entiers est développée visant la maximisation des profits découlant de l’horaire attribué à différents services (transport de passagers, de marchandises, etc.) tout en garantissant qu’à chaque période de temps aucun conflit d’horaire n’aura lieu. Lors de la résolution, ces contraintes de conflit sont dualisées. Il en résulte un problème relaxé séparable en un sous-problème par train correspondant à un problème de plus court chemin dans un réseau espace-temps. Une heuristique basée sur l’élaboration de priorités entre les trains permet l’identification de solutions admissibles. Quatre approches d’ajustement des multiplicateurs sont testées lors de la résolution du problème dual lagrangien. Sur des instances définies sur un segment à une voie comportant 17 stations et entre 26 et 30 trains, les auteurs obtiennent des résultats à moins de 4% de la valeur optimale. De plus, quelques extensions sont proposées telles l’analyse d’un réseau de voies simples ou encore l’affectation de plus d’un itinéraire pour certains trains. Nõu [136] présente une étude complémentaire traitant la génération de solutions admissibles afin d’améliorer la performance de l’approche par relaxation lagrangienne de Brännlund et al. [28].

Şahin [146] présente une analyse du contrôle du trafic ferroviaire dans le contexte d’un chemin de fer à voies simples. L’auteur s’intéresse à la modélisation du processus décisionnel adopté par les planificateurs lors de conflits d’horaire. Le comportement du planificateur est traité à l’aide d’une fonction d’utilité décrivant une somme pondérée de plusieurs critères de décision. Un programme linéaire est par la suite employé afin de déterminer l’ensemble des pondérations permettant de simuler la réaction du gestionnaire.

Une heuristique est alors développée permettant d'évaluer et de déterminer les modifications à apporter à l'horaire de façon à minimiser l'ensemble des retards et des délais. Celle-ci est comparée à la résolution exacte d'une formulation du problème comme un programme mathématique en variables mixtes ainsi qu'aux solutions proposées par le planificateur. Sur 35 instances de taille variée et selon trois critères d'évaluation (délais encourus, temps d'attente et temps de calcul), l'auteur affirme que l'heuristique proposée se comporte de façon similaire à la méthode exacte au niveau de la qualité des solutions identifiées mais ne nécessite en moyenne que 0,72% du temps de calcul. De plus, l'algorithme surpasse l'analyse effectuée par les gestionnaires en déterminant des solutions de meilleure qualité tant en ce qui a trait aux délais qu'aux temps d'attente.

Un modèle stochastique permettant l'analyse du délai des transits de trains voyageant sur un segment de voies ferrées, dans une même direction mais selon des vitesses distinctes est présenté par Huisman et Boucherie [92]. Celui-ci s'apparente à un modèle de files d'attente à serveur infini avec reséquencement. L'approche permet l'étude de la capacité du réseau sur un horizon de planification à long terme (détermination de l'offre de service et de la fréquence) ou encore à court terme (détermination de l'horaire notamment). Plusieurs scénarios de temps de parcours sont analysés selon que les trains entrent dans le système suivant un ordre fixe conforme à l'horaire où encore dans un ordre aléatoire. Ce dernier cas peut permettre une exploration à long terme de la capacité du réseau, l'horaire n'étant pas prescrit dans ces circonstances. Les auteurs montrent que les temps de parcours peuvent être obtenus suite à la résolution d'un système d'équations différentielles. Une étude de cas sur un segment à double voies d'une compagnie ferroviaire hollandaise est présentée. Quatre scénarios sont traités et confirment la pertinence de l'approche comme outil d'aide à la décision.

Un problème d'horaire sur un segment unidirectionnel reliant un certain nombre de stations est étudié par Caprara, Fischetti et Toth [37]. Les auteurs imposent une vitesse constante des trains et n'autorisent les dépassements qu'aux stations intermédiaires. De

plus, un intervalle de temps minimal est imposé entre les arrivées et départs aux différentes stations du réseau. Un programme linéaire en variables entières est obtenu suite à la représentation par un multigraphe orienté des sommets correspondant aux départs et arrivées ainsi que des arcs définissant, pour chaque train, l'ensemble des horaires admissibles. Trois classes d'inégalités sont construites afin d'empêcher la sélection simultanée d'arcs incompatibles. L'objectif recherché est la maximisation de la somme des profits décrits par le profit résultant de l'horaire idéal pour chaque train et les variations induites par les contraintes opérationnelles sur l'horaire réel. Étant donné le nombre important de variables et de contraintes qui découlent de la formulation exposée, les auteurs privilégient une méthode heuristique basée sur une approche par relaxation lagrangienne des contraintes d'incompatibilité entre les arcs. L'ajustement des multiplicateurs s'effectue par une méthode de sous-gradient et puisque le nombre de contraintes relaxées est important, celles-ci sont générées dynamiquement. Quelques procédures et raffinements sont proposés de façon à améliorer la performance de l'heuristique et permettre la détermination de solutions admissibles. L'approche est validée sur des instances réelles provenant d'une compagnie ferroviaire italienne.

Kroon et Peeters [109] développent une méthodologie permettant de considérer des temps de transit variables des trains dans l'élaboration d'un horaire cyclique. Cette alternative permet d'élargir l'espace des solutions et donc d'identifier une solution admissible plus facilement. La recherche vise la détermination d'un horaire admissible approprié et non la caractérisation d'un horaire optimal. Ainsi les heures de départ et d'arrivée des trains sont déterminées en considérant notamment certaines politiques de sécurité, de niveau de service et d'efficacité. Les auteurs présentent une formulation classique du problème d'horaire cyclique avec temps de transit fixes. On y retrouve entre autres des contraintes assurant le respect du temps de parcours, de la fréquence de service, d'un délai minimal entre les départs ou encore garantissant le respect des règles régissant les dépassements. Dans le contexte où les temps de transit sont variables, le délai de transit est restreint par une borne inférieure et supérieure sur la durée permise. Reprenant la

formulation standard exposée précédemment, les auteurs montrent comment intégrer leur variante et présentent certaines conditions nécessaires et suffisantes certifiant que les solutions obtenues par le modèle généralisé sont conformes aux prémisses établies. L’approche est validée sur des instances provenant du réseau ferroviaire hollandais.

Dans une série d’article, Dorfman et Medanic [128][64] présentent le concept de *Travel Advanced Strategy* (TAS) développé à partir d’un modèle dynamique à événements discrets. L’un des avantages d’une telle approche s’avère être la facilité de réagir aux perturbations que peut subir l’horaire au cours de sa mise en place. La première approche traite le cas où un seul segment du chemin de fer est considéré. La deuxième étend les résultats précédemment obtenus lorsque le réseau en entier est étudié. Les événements discrets sont définis par les différents sommets du réseau représentant un point de jonction entre au moins deux segments ou encore permettant à deux trains voyageant en directions opposées d’effectuer un dépassement. Une procédure gloutonne permet l’évaluation de la séquence des événements discrets en déterminant, suite à l’analyse du comportement du réseau dans le voisinage de chaque train, quels trains se verront accorder le droit de passage. Un algorithme effectuant une analyse globale de la capacité du réseau permet d’anticiper les congestions potentielles et de modifier l’horaire des trains en conséquence. Les critères d’évaluation de la performance du TAS mesurent le temps nécessaire afin d’effectuer l’ensemble des horaires établis de même que les délais encourus. Les auteurs présentent plusieurs extensions possibles de leur approche. Notons entre autres le fait de considérer des segments à doubles voies, certaines relations de priorité entre les trains, des vitesses variables sur les segments ainsi que l’élaboration d’horaires mettant l’emphase sur l’efficacité énergétique du système.

Ahuja, Cunha et Şahin [7][145] présentent une modélisation du problème comme un problème de flot multiproduits. Étant donné un routage des trains défini préalablement, les auteurs développent un réseau espace-temps où chaque train représente un produit. L’horizon de planification est discrétisé symétriquement de façon à permettre la représentation

de l'ensemble des opportunités associées à l'horaire des trains. On retrouve aux différentes stations des arcs d'attente indiquant le délai potentiel subi par certains trains afin de permettre les dépassements. Un programme en nombres entiers est par la suite formulé. Celui-ci vise la minimisation du délai de l'horaire des trains par rapport à un horaire idéal et comprend des contraintes garantissant le respect de la capacité des voies ferrées. Les auteurs proposent une méthodologie heuristique basée sur la résolution exacte d'une séquence de problème pour lesquels le délai maximal imparti aux trains est réduit progressivement. Une résolution exacte à l'aide du logiciel Cplex est subséquemment effectuée. Le processus cycle ainsi jusqu'à ce qu'un optimum local soit obtenu ou qu'une limite de temps soit atteinte. L'approche est comparée avec une heuristique de construction reposant sur une simulation de même qu'avec une heuristique énumérative gloutonne. Les auteurs valident leur approche sur un problème réel comportant une voie ferrée simple reliant deux stations d'importance et 23 stations intermédiaires, 25 trains établis à l'horaire et ce sur une période de 24 heures. La méthodologie présentée permet la détermination de solutions de qualité, soit à 0,06% de la solution optimale.

Horaire des trains et routage des wagons

Quelques approches abordent, dans une certaine mesure, l'analyse combinée de décisions traitant les aspects du routage des wagons ou de conteneurs ainsi que l'horaire ou la fréquence des trains afin d'établir un niveau de service adéquat pour le transit des marchandises.

Un problème tactique visant la détermination simultanée du niveau de service et de l'affectation du flot de marchandises est présenté par Marín et Salmerón [124][125]. La modélisation proposée se base sur un réseau définissant l'ensemble des services disponibles caractérisés par un couple origine-destination de même qu'un certain nombre d'arrêts intermédiaires. Chaque service se compose de sections représentées par un déplacement entre deux cours consécutives. Ainsi, chaque demande définie par une paire origine-destination

ainsi qu'un type de chargement se voit attribuer un ensemble d'itinéraires décrits par une séquence de sections. À l'intérieur d'un modèle par chemins les auteurs considèrent des contraintes assurant le respect de la capacité des trains sur chaque section selon la fréquence établie ou limitant le flot de wagons transitant par chaque cour. L'objectif recherché est la minimisation des coûts liés au transport des wagons sur les différents itinéraires ainsi que les coûts découlant de l'assignation de trains aux services. Les auteurs développent trois approches de résolution basées sur la décomposition du problème en un problème identifiant le routage des wagons pour une fréquence prescrite ou encore déterminant la fréquence minimale nécessaire pour une affectation du flot donnée. Cette procédure de décomposition est commune à l'implantation d'un algorithme de descente, de recuit simulé et de recherche avec tabous. Dans chaque cas, le voisinage de la solution courante repose sur la modification de la fréquence sur un ou plusieurs services. Une nouvelle solution est alors obtenue suite à la résolution des sous-problèmes sous-jacents à la décomposition décrite. Les solutions des heuristiques sont comparées à celles découlant de la résolution par séparation et évaluation progressive d'une reformulation du modèle comme programme linéaire. Des tests effectués sur sept instances provenant de quatre réseaux de taille variable montrent que l'algorithme de recuit simulé s'avère le plus performant en contrepartie d'un temps de calcul plus important. Une étude statistique des méthodes proposées est présentée par les même auteurs dans [125].

Dans une série de deux articles issus d'un contexte de transport intermodal, Newman et Yano [131][132] abordent la problématique de la détermination simultanée de l'horaire de trains directs et indirects (passant par un centre de consolidation) ainsi que l'affectation de conteneurs à ceux-ci. Newman et Yano proposent un programme mathématique en variables entières ayant pour objectif la minimisation des coûts opérationnels composés des coûts fixes liés à l'utilisation des trains, des coûts variables associés au transport des conteneurs de même que des coûts de manutention et d'entreposage. La formulation, modélisée comme un problème de flot multiproduits, comprend notamment des contraintes garantissant le respect de la capacité des trains ainsi que le respect de l'échéance de livraison

définie pour chaque chargement. La conservation du flot est assurée aux différentes origines et destinations de même qu’au centre de consolidation afin de permettre le report de l’inventaire d’une période à l’autre. Notons que les auteurs ne traitent que le cas où un seul centre de consolidation est présent pour lequel aucune contrainte de capacité au niveau de la manutention n’est imposée. Dans une première analyse [131], les auteurs présentent différentes stratégies de résolution allant de l’établissement de procédures de décomposition séquentielles à une résolution pure du modèle initial. Newman et Yano [132] proposent plusieurs coupes permettant d’améliorer la résolution du modèle à l’aide de Cplex de même que deux heuristiques simples. Les auteurs comparent le comportement de ces méthodes de résolution avec une procédure de décomposition telle que décrite plus tôt. Des résultats sur 30 instances comportant un centre de consolidation, entre trois et six origines et destinations sont rapportés. L’approche par décomposition engendre des résultats environ 12% moins coûteux que ceux découlant de l’application des deux heuristiques et se trouvant à environ un pour cent en dessous de ceux obtenus avec Cplex. Yano et Newman [168] proposent aussi une étude visant la détermination de l’horaire de trains directs entre un dépôt et une destination où les marchandises arrivent au dépôt de façon dynamique et où à chaque chargement est associée une échéance de livraison.

1.1.3 Opérations des cours de triage

La gestion des opérations des cours de triage repose principalement sur la mise en place de politiques concernant le transit des wagons, le désassemblage des locomotives et l’inspection des wagons, ainsi que la reclassification de ces derniers pour terminer par la formation de nouveaux trains, l’inspection finale et l’affectation de locomotives. L’objectif est donc de déterminer la séquence des opérations (gestion des voies et de l’équipement de triage) qui doivent avoir lieu afin de minimiser le plus possible la congestion et coordonner les activités de façon à respecter les horaires établis. Une description des attributs caractérisant les différentes cours de triage est présentée par Kumar [111]. La représentation

des opérations ayant lieu aux cours de triage a souvent été traitée à l'aide de modèle de files d'attente. Des auteurs comme Petersen [138][139] de même que Turnquist et Daskin [160] proposent des approches de ce type.

Bostel et Dejax [27] abordent le problème du transit de conteneurs dans une cour de triage et ce dans un contexte de transport multimodal. L'approche vise à déterminer le positionnement que doivent avoir ces conteneurs lors de leur arrivée ainsi que la place que ceux-ci occuperont lors de la formation des trains quittant la cour. Ces opérations doivent être effectuées afin de minimiser la manutention et donc l'utilisation des équipements de manœuvre. Les auteurs proposent quatre cas dont la complexité croissante permet l'étude des principales caractéristiques du problème étudié. Les cas avec et sans optimisation de la localisation initiale des conteneurs lors de leur arrivée ainsi qu'avec ou sans capacité d'entreposage de la cour de triage sont traités. Dans le cas ne traitant ni l'optimisation de la localisation initiale des conteneurs, ni la capacité d'entreposage, le contexte se traduit par la résolution exacte d'un problème de flot sur un graphe biparti caractérisée par un ensemble de problèmes d'affectation suite à une décomposition selon les différentes destinations. Cependant les auteurs élaborent des heuristiques de construction et d'amélioration afin de traiter les problématiques plus complexes. Des tests sont effectués sur quatre ensembles de données provenant de la Société Nationale des Chemins de Fer Français.

Le triage des wagons sur un nombre minimal de voies est traité par Dahlhaus et al. [58]. L'objectif est le positionnement, sur les voies de triage, des wagons d'un train lors de leur arrivée afin que cet ordonnancement permette le regroupement des wagons ayant une destination commune. La formulation du problème est posée comme l'évaluation du nombre minimal de séquences de valeur, représentant les indices des wagons à leur arrivée, à l'intérieur desquelles il est possible d'identifier l'ensemble des permutations correspondant aux regroupements établis selon la destination. Les auteurs démontrent que ce problème est NP-complet et établissent une borne supérieure sur le nombre de voies

de triage nécessaires. Dans un article subséquent, Dahlhaus et al. [59] développent des approches pour la résolution de deux cas résultant du contexte d'une cour de *trriage par bosse*, c'est-à-dire où l'acheminement des wagons vers leur voie de classification s'effectue de manière gravitationnelle suite au transport des wagons désassemblés au sommet de la bosse de triage. Ces algorithmes tirent parti de reformulations des données sous forme d'arbres représentant la structure des groupements recherchés ou encore d'une généralisation du problème à un problème de coloriage de graphes d'intervalle.

Une étude visant une intégration de la planification des horaires des trains et des opérations issues de cours de triage est présentée par He, Song et Chaudhry [86]. Ces derniers proposent deux versions de la modélisation par programmation linéaire en variables mixtes d'une cour de triage par bosses. La première version traite un cas comprenant une bosse de triage, une locomotive de manœuvre des wagons permettant le transit de ceux-ci vers les voies de classification ainsi qu'une locomotive de manœuvre pour l'habillage des trains. Plusieurs contraintes sont considérées telles que la plage horaire de la classification ou de l'habillage des trains, un nombre suffisant de wagons afin que le service associé à un train donné soit maintenu, des contraintes sur les temps de départ des trains de même que sur la congestion des différentes voies. L'objectif privilégié vise à réduire le temps d'attente des wagons et le coût associé aux pénalités encourues par les délais engendrés. Un modèle similaire est développé dans le cas plus général où les bosses de triage et les locomotives de manœuvre sont multiples. La résolution s'effectue par la décomposition du problème initial en sous-problèmes ce qui induit notamment la résolution d'un problème d'habillage de trains par un algorithme de flots, la détermination d'une séquence de classification et d'assemblage des trains ainsi que la gestion de la congestion des voies par la résolution de problèmes d'horaire de tâches affectées à des machines. Des tests sont effectués sur des données réelles provenant de trois cours de triage. Les mêmes auteurs [85] proposent une étude dans un contexte similaire modélisé à l'aide de la théorie des ensembles flous. Une méthodologie combinant une approche génétique hybridée avec des techniques de recherche locale est privilégiée.

Billionnet [24] présente deux formulations par programmation linéaire d'un problème d'affectation de trains aux voies d'une station. Ces travaux sont basés sur l'approche de De Luca Cardillo et Mione [61] où le problème est représenté sous forme d'un problème de coloriage de graphes. L'objectif est de déterminer une assignation admissible des trains aux voies selon l'horaire des arrivées et des départs et certaines contraintes opérationnelles. Les modèles sont résolus à l'aide d'un logiciel d'optimisation commercial et ceux-ci sont validés sur des instances générées aléatoirement et réelles, comprenant entre 41 et 200 trains ainsi qu'un nombre de voies variant entre 5 et 14. Une fonction-objectif peut aussi être définie afin d'optimiser, par exemple, l'utilisation de certaines voies par rapport à d'autres. Dans ce cas, l'ajout de coupes valides est nécessaire afin de permettre une résolution efficace.

Ahuja, Cunha et Şahin [7] considèrent une problématique peu traitée dans la littérature, soit le problème de la localisation de cours de triage. Une formulation basée sur la modélisation du problème de blocage présenté par Ahuja, Jha et Liu [8] est développée. La seule modification repose sur l'ajout d'un niveau de décision décrivant la sélection ou non d'une cour de triage. De plus, une contrainte limite le nombre maximal de cours à localiser. L'approche de résolution se base sur celle privilégiée par Ahuja, Jha et Liu [8]. Cependant, une version simplifiée du problème de blocage est considérée afin de permettre une résolution efficace. Ce problème sera alors utilisé comme sous-routine au problème de localisation. Trois algorithmes sont développés et analysés. Le premier évalue l'impact de l'élimination d'un certain nombre de cours. Le second retire un ensemble de cours qui sera remplacé par un autre de cardinalité moindre. Enfin, le troisième analyse l'effet découlant du remplacement d'une cour par une autre. Une étude de l'impact de la méthodologie par rapport au nombre de cours, à la distance moyenne parcourue par les wagons ainsi qu'au nombre moyen de manutentions est aussi proposée. Celle-ci est issue de données réelles provenant d'un transporteur ferroviaire américain. Dans un second article, Liu, Ahuja et Şahin [118] reprennent les idées développées précédemment et explorent l'impact de potentielles augmentations des capacités associées aux blocs, à la manutention des wagons

de même qu’au nombre maximal de wagons pouvant transiter sur différents segments de voies ferrées. Trois heuristiques gloutonnes sont proposées afin d’effectuer cette analyse.

1.1.4 Repositionnement de wagons vides

Le mouvement de marchandises dans le réseau induit souvent un déséquilibre au niveau de la disponibilité de wagons vides. En effet, des niveaux d’expédition et de réception variables d’un terminal à un autre entraînent nécessairement des surplus ou des pénuries de matériel roulant. Il est donc essentiel d’établir un système de repositionnement de wagons vides afin de contrer ce phénomène.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur cette problématique. Une approche stratégique visant la détermination du nombre de wagons à utiliser afin de satisfaire la demande est développée par Sherali et Tuncbilek [150]. Au niveau tactique, Beaujon et Turnquist [19] décrivent une méthodologie permettant la détermination du nombre de wagons nécessaires de même que le routage de ces derniers en considérant une demande dynamique et stochastique. Des approches liées à une planification opérationnelle sont notamment présentées par Jordan et Turnquist [98] dans un cadre où l’aspect stochastique de la demande, de l’offre de wagons ainsi que des temps de transit est considéré. Spieckermann et Voss [153] pour leur part approchent le problème comme une affectation de tâches (requêtes) sur des machines (wagons).

Une formulation du problème de repositionnement comme un problème de flot multi-produits avec contraintes d’intégrité représenté dans un réseau espace-temps est développée par Holmberg, Joborn et Lundgren [89][90]. Les produits sont définis par les différents types de wagon. Le modèle décrit les mouvements des wagons à travers le réseau tant au niveau de l’inventaire aux différentes stations qu’en ce qui a trait aux déplacements de ceux-ci sur les trains prévu à l’horaire. On retrouve d’ailleurs des contraintes permettant de tenir compte de la capacité excédentaire des trains qui peut donc être affectée au trans-

port de wagons vides. Le fait de repousser la demande d'une période à l'autre est aussi toléré. L'objectif recherché est la minimisation des coûts de distribution comprenant le coût de transport et les pénalités encourues par le report de la demande. Le problème est traité à l'intérieur d'un horizon roulant afin de prendre en considération la mise à jour des prévisions de l'offre et de la demande. Deux méthodologies de résolution sont proposées et comparées. On retrouve tout d'abord l'application d'une heuristique lagrangienne où les contraintes liantes sur la capacité des trains sont relaxées laissant place à un problème séparable par produit pouvant être résolu par un ensemble de sous-problèmes de flot à coût minimal. La deuxième méthodologie privilégie une approche directe par l'emploi du logiciel d'optimisation Cplex. Les résultats obtenus sur des instances provenant de données réelles de même que de données générées aléatoirement montrent que les deux algorithmes permettent la résolution en un temps de calcul acceptable. L'approche lagrangienne est cependant à favoriser pour les problèmes de grande taille. Certaines modifications mineures au modèle permettent aussi de traiter la substitution entre les divers types de wagons. Une étude connexe est présentée par Flisberg et al. [68] où l'objectif recherché repose sur la détermination, et ce pour l'ensemble des itinéraires offerts, de la fréquence de service engendrant un coût minimal. L'approche considère aussi la minimisation du coût des mouvements de wagons vides nécessaires afin de desservir la demande.

Un système d'aide à la décision de niveau tactique pour la gestion de wagons vides est présenté par Sherali et Suharko [149]. Le contexte étudié provient de la distribution et du repositionnement de wagons appartenant à un regroupement de manufacturiers œuvrant dans le secteur de l'automobile. Cette consolidation d'effectifs induit certaines contraintes d'équité et de priorité. Une première formulation comme un problème de transport défini sur un réseau espace-temps est développée. L'élaboration d'une fonction multi-objectifs permet l'ajustement du poids à accorder à différents critères tels la priorité accordée par les manufacturiers selon l'origine de la demande de wagons ou encore l'équité d'utilisation du matériel roulant. De plus, la modélisation de la structure de coûts permet de prendre en compte l'incertitude découlant du temps de transit. Ce premier modèle est résolu de

manière exacte avec le logiciel d’optimisation Cplex. Une seconde formulation intègre les décisions en ce qui a trait aux politiques de blocage. Pour les instances de grande taille, une heuristique spécialisée est présentée.

Dans une série d’articles, Powell et Carvalho [140][141][142] et Carvalho et Powell [42] présentent le concept de *logistics queueing networks* (*LQN*). Cette approche utilisée afin de résoudre des problèmes d’affectation dynamique de ressources est introduite par Powell et Carvalho [141] dans le contexte d’une seule ressource, et est subséquemment généralisée au cas multiproduits [140]. Les auteurs proposent une application de ce concept à l’optimisation des opérations liées au transport de conteneurs et de remorques sur plates-formes [142]. L’objectif de l’approche *LQN* est de décomposer le problème de gestion dynamique en sous-problèmes locaux représentant l’état du système à un terminal et un temps donnés, chacun résolu à l’aide d’une heuristique gloutonne. La résolution en séquence et de façon cyclique des sous-problèmes est guidée par des variables de contrôle dirigeant le processus d’optimisation près d’un optimum global. Afin de conserver un niveau de complexité raisonnable, le problème est traité de manière séquentielle en considérant initialement l’allocation d’équipement aux demandes des clients suivie de l’affectation de l’équipement aux plates-formes. Dans chaque cas, une approche de type *LQN* est utilisée. Les auteurs rapportent que certaines analyses préliminaires montrent l’apport d’une information globale sur l’état du réseau par le biais des variables de contrôle permettant une diminution d’environ 10% de la taille de la flotte de plates-formes nécessaires afin de répondre à la demande des clients. Une variante de l’approche *LQN* pour laquelle la mise à jour des variables de contrôle s’effectue par l’ajustement de multiplicateurs est présentée par Carvalho et Powell [42]. La méthodologie engendre des solutions de meilleure qualité en contrepartie de temps de calcul plus importants.

Bojović [26] propose un modèle de gestion du nombre de wagons basé sur la théorie du contrôle optimal visant à établir un compromis entre les coûts encourus par la demande n’étant pas desservie et les coûts d’achat et d’utilisation des wagons. Les mouvements des

wagons chargés et vides sont décrits par un système d'équations aux différences finies. Une demande stochastique, caractérisée par une distribution normale est considérée et l'incertitude découlant du transit de wagons d'une origine à une destination est modélisée par une distribution binomiale. Un contrôle s'effectue à chaque période de l'horizon de planification afin de déterminer les départs du transit de wagons. La méthodologie de résolution privilégiée repose sur la linéarisation du système de même que sur une représentation quadratique de la mesure de performance basée sur les variables d'état et de contrôle. L'auteur présente quelques tests numériques sur des instances construites sur un horizon de sept jours et provenant d'un réseau hypothétique comportant cinq stations.

Une approche intégrant le concept de tarification à une gestion dynamique d'une flotte de véhicules est présentée par Topaloglu [158]. L'objectif visé est de déterminer, à toute période de l'horizon de planification, le prix à fixer pour chaque segment du marché, les demandes à desservir ainsi que la relocalisation la plus adéquate des véhicules vides. Le problème est formulé comme un programme non linéaire. La notion de sensibilité au prix est modélisée par une fonction de profit intégrée à la fonction-objectif ainsi qu'à une fonction de demande limitant le transit du flot de véhicules sur les différents segments de marché. Le fait de fixer le niveau des prix dans le modèle permet d'obtenir un problème de gestion dynamique d'une flotte de véhicules. La méthodologie se base donc sur cette stratégie afin d'effectuer la résolution de ce problème sous-jacent et sur l'ajustement subséquent des prix grâce à une méthode de sous-gradient. L'algorithme est testé sur un ensemble d'instances générées aléatoirement. L'objectif est de valider certains comportements tel le fait, par exemple, d'observer une diminution du prix demandé lorsque l'offre croît. Une extension de l'idée de Topaloglu d'incorporer la détermination du prix à l'intérieur des décisions de gestion d'une flotte de véhicules est développée par Topaloglu et Powell [159]. Les auteurs proposent ici une variante où l'aspect stochastique de la demande est pris en considération.

Une méthode de recherche locale tirant parti de certaines propriétés d’une formulation réseau multiproduits avec contraintes d’intégrité d’un problème de repositionnement de wagons vides pour le transport de passagers est présentée par Brucker, Hurink et Rolfes [32]. Le réseau comprend des arcs d’attente, des arcs de transit des trains à l’horaire ainsi que des arcs permettant de modéliser l’ajout potentiel de trains supplémentaires afin de procéder à l’acheminement exclusif de wagons vides. Le cas d’horaires cycliques ou encore d’un stock prédéfini de wagons aux stations en début et fin de période sont traités. Un coût linéaire avec le nombre de wagons est associé aux arcs liés aux déplacements des trains établis. Un coût similaire est attribué aux arcs de trains potentiels mais un coût fixe d’utilisation est cependant ajouté. L’objectif est donc de minimiser le coût total du transport des wagons de façon à satisfaire la demande. La méthodologie suggérée repose sur l’exploitation de la structure d’arbre de recouvrement du problème de flot à coût minimal qui est utilisée par l’algorithme du simplexe réseau. Une extension de ce résultat est développée et un algorithme en deux étapes est exposé. Celui-ci est basé sur l’alternance entre le choix d’un produit et l’application, étant donné le sous-problème à un produit résultant, d’une série d’itérations d’une heuristique de recuit simulé où le voisinage considéré est bâti autour du retrait et de l’insertion d’arcs de l’arbre de recouvrement associé au sous-problème traité. Cette procédure en deux étapes est imbriquée à l’intérieur d’un processus de diversification et d’intensification. Quelques résultats sont rapportés sur des instances réelles.

Joborn et al. [96] proposent un modèle déterministe ayant pour objectif principal de considérer les économies potentielles résultant de certaines politiques de consolidation des wagons vides. Les auteurs développent un réseau espace-temps où les arcs représentent les mouvements des trains entre les diverses stations. On y retrouve aussi des arcs d’inventaire. Chaque train possède une capacité déterminée et transpose celle-ci sur l’arc correspondant, limitant ainsi la quantité de wagons pouvant y transiter. Comme plusieurs types de wagons sont traités, un flot multiproduits est considéré. Un concept parallèle à celui de bloc, soit celui de *regroupement de wagons*, est par la suite défini. Il représente un ensemble

de wagons ayant une même origine et destination et voyageant par les mêmes trains durant tout le transport. Les auteurs établissent ensuite, à l'aide de ces notions, une collection de chemins formant le noyau des déplacements dans le réseau et créent un graphe auxiliaire offrant une représentation de ces mouvements élémentaires. Le problème se transforme ainsi en un problème de conception de réseau multiproduits avec coûts fixes et capacités. L'objectif visé est la minimisation des coûts de distribution liés aux coûts de transport ainsi qu'aux coûts engendrés par le transit aux différentes cours de triage. Une méthode de recherche avec tabous est exposée afin de résoudre le problème. Une solution est définie par un vecteur binaire dictant les arcs ouverts et fermés dans le réseau auxiliaire. Deux voisinages sont considérés et permettent respectivement le passage vers une solution comportant exactement un arc ouvert ou fermé de plus. Certains raffinements sont aussi employés dans le but de limiter l'évaluation des voisinages ou encore afin de permettre le déplacement temporaire vers des solutions inadmissibles. La performance de l'heuristique est évaluée sur des instances générées aléatoirement et se compare favorablement par rapport aux résultats obtenus suite à la résolution du modèle avec Cplex.

Une introduction aux processus stochastiques dans la gestion d'une flotte de véhicules et illustrant l'application des principes développés dans un contexte de transport ferroviaire est proposée par Powell et Topaloglu [144]. En passant par l'élaboration d'un modèle déterministe, les auteurs proposent certaines extensions permettant de considérer l'aspect stochastique provenant des demandes de service des clients, du moment où les différents wagons affectés à un transport deviendront disponibles, et de l'incertitude liée à la durée des transits entre les stations du réseau. Un programme stochastique à deux étapes avec problème de réseau comme recours est formulé. Étant donnée la dimension des instances pouvant en résulter, les auteurs développent une approche de résolution basée notamment sur l'approximation de la fonction de recours du problème de deuxième étape. Les auteurs valident leur méthodologie sur des problèmes à simple et multiples produits.

L'optimisation de l'affectation des wagons vides chez Union Pacific Railroad est traitée par Narisetty et al. [129]. La problématique formulée vise à déterminer la meilleure affectation des wagons aux clients en considérant les caractéristiques que ces wagons doivent avoir selon la demande. L'affectation sélectionnée se doit cependant d'être compatible avec les politiques opérationnelles de l'entreprise, notamment les horaires et la capacité résiduelle des trains. Le transit des wagons est formulé comme un problème de transport établi sur un horizon représentant les échéances de livraison de wagons. La structure de coûts des arcs prend en considération plusieurs attributs liant l'offre à la demande tels, entre autres, le type de wagons disponibles, la durée et la distance du transit, la capacité résiduelle des trains à l'horaire, la possibilité de substitution de types de wagons et les préférences du client ainsi que la priorité de ce dernier. Le modèle est résolu par un logiciel commercial et les résultats obtenus sur deux flottes de wagons distinctes suggèrent des réductions potentielles de coûts de l'ordre de 10%.

1.1.5 Affectation des locomotives

L'affectation de locomotives est caractérisée par l'assignation, pour un horaire de trains établi, de la puissance de traction nécessaire afin de permettre le transit de chargements d'une origine à une destination. Cette puissance peut s'exprimer selon la charge à tirer ou encore selon le nombre de chevaux-vapeur requis. La flotte disponible peut être homogène ou non et l'affectation peut contraindre à l'attribution de plusieurs locomotives à un train. Selon le niveau de planification analysé le problème peut avoir notamment comme objectif la minimisation de la taille de la flotte ou encore la minimisation des coûts de couverture des trains et de déplacement des locomotives inactives.

Le transport de marchandises se caractérise habituellement par l'affectation de multiples locomotives. L'étude d'une assignation simple est traitée par des auteurs comme Forbes, Holt et Watts [70] de même que Fischetti et Toth [67]. Le cas multiple est décrit dans une approche de planification par Florian et al. [69], Smith et Sheffi [151]

et Noû, Desrosiers et Soumis [137] à l'aide de modèles de flot multiproduits. Une approche opérationnelle reposant sur un type de modélisation similaire est privilégiée par Chih et al. [45].

Une formulation du problème comme un problème de flot multiproduits comportant certaines contraintes opérationnelles est présentée par Ziarati et al. [172][173]. Les produits sont définis par chaque type de locomotive. De plus, les locomotives inactives transitant dans le réseau de même que celles nécessitant une maintenance imminente, dites critiques, sont aussi considérées. Un réseau espace-temps est défini pour chaque produit. Le modèle en nombres entiers en résultant comprend des contraintes garantissant la puissance de traction minimale pour chaque train ainsi que la capacité de maintenance pour tous les ateliers. De plus, on y retrouve des contraintes opérationnelles liées entre autres au maintien d'un équilibre entre les départs et les arrivées à certaines stations ou encore associées à la gestion des ressources en ce qui a trait aux locomotives critiques. Les auteurs privilégient une méthode de séparation et d'évaluation progressive où la borne inférieure à chaque nœud de l'arbre d'énumération est évaluée à l'aide d'une décomposition de Dantzig-Wolfe. Ziarati et al. [173] proposent l'ajout de coupes valides, représentant des facettes du polyèdre pour certains sous-problèmes. Plusieurs tests sur des horizons roulants de un, deux ou trois jours permettent de valider l'apport des coupes. Sur une instance de grande taille provenant du CN, la méthodologie développée permet de réduire de 11 la taille de la flotte. Une analyse de l'impact découlant du fait de retarder le départ de certains trains afin de permettre un rééquilibrage de la disponibilité de la flotte de locomotives est exposée par Ziarati, Soumis et Desrosiers [171]. Ziarati [170] présente de plus une approche heuristique permettant l'affectation multiple de locomotives hétérogènes afin d'établir un horaire cyclique. Une procédure en deux étapes est développée. Une solution cyclique initiale est d'abord obtenue suite à la résolution séquentielle d'un ensemble de problèmes de plus court chemin. Par la suite, une post-optimisation de la solution générée est effectuée à l'aide de la modélisation exposée par Ziarati et al. [172] à laquelle sont ajoutées certaines contraintes permettant de maintenir l'aspect cyclique de la solution.

Dans un contexte de transport de passagers, une série de trois articles présentés par Cordeau et al. [48] ainsi que Cordeau, Soumis et Desrosiers [49][50] développent une méthodologie permettant la résolution d'un problème combinant l'affectation de locomotives et de wagons aux horaires de trains. Dans une première étude, Cordeau et al. [48] établissent une formulation comportant plusieurs raffinements et contraintes modélisant le comportement réel des activités d'une entreprise. L'objectif recherché est d'obtenir un ensemble de rotations de l'équipement afin de satisfaire la demande de places assises sur les différents transits offerts dans le réseau tout en respectant les contraintes de temps de connexion, de puissance de traction, de disponibilité du matériel roulant, de capacité d'entreposage ainsi que les politiques de maintenance. À l'aide de réseaux espace-temps établis pour chaque type d'équipement et chaque jour de l'horizon de planification, les auteurs représentent les mouvements des trains et wagons. Une formulation mathématique basée sur la détermination du flot affecté aux différents chemins des réseaux est développée. Une méthodologie de résolution reposant sur une heuristique de séparation et d'évaluation progressive où la relaxation linéaire à un nœud donné de l'arbre de branchements est évaluée par génération de colonnes est développée. Les auteurs présentent les modifications à apporter au modèle initial pour considérer, entre autres, la substitution d'équipement, différentes politiques au niveau de la maintenance où encore la minimisation de opérations de transfert de wagons entre les trains. La procédure est testée sur des instances provenant de VIA Rail et comparée avec un processus traitant l'affectation de locomotives et de wagons de façon séquentielle. Une formulation épurée et plus générale permettant l'adaptation à plusieurs contextes distincts est présentée par Cordeau, Soumis et Desrosiers [49]. Un modèle de flot multiproduits sur un réseau espace-temps est élaboré et une approche par décomposition de Benders est privilégiée. Cette dernière exploite la structure de problème de flot obtenu par une décomposition selon le type d'équipement suite à la fixation de variables d'affectation de combinaisons d'équipement aux différents trains. Une série de tests offrant une comparaison, sur des instances de VIA Rail, de la décomposition exposée avec une approche par relaxation lagrangienne, une décomposition

de Dantzig-Wolfe de même qu'un algorithme par séparation et évaluation progressive utilisant la méthode du simplexe permet d'établir la force de la méthodologie développée. Cordeau, Soumis et Desrosiers [50] reprennent les idées de la précédente étude et étendent les résultats en introduisant dans la formulation des contraintes d'entretien et en incorporant une pénalisation des transferts de l'équipement entre les trains et la possibilité d'effectuer des substitutions entre les types d'équipement. La résolution s'effectue à l'intérieur d'une méthode par séparation et évaluation progressive où les contraintes d'intégrité sur le flot de l'équipement sont relaxées et imposées au cours de la procédure. À chaque nœud de l'arbre d'énumération un problème de programmation linéaire en variables mixtes est résolu par décomposition de Benders. Les tests effectués sur des instances de VIA Rail permettent de valider l'approche en démontrant l'applicabilité de celle-ci dans un contexte concret des opérations d'une compagnie ferroviaire.

Noble, Al-Amin et Mills [134] développent une méthodologie afin de produire l'horaire à attribuer à une flotte de locomotives hétérogènes de façon à satisfaire la demande de traction d'un ensemble de trains pour lesquels une ou plusieurs locomotives peuvent être affectées. L'objectif visé est de définir l'affectation à coût minimal des locomotives à chaque service afin que la puissance de traction soit adéquate. Un premier modèle en variables binaires est proposé. L'ajustement de la structure de coûts basée sur la maintenance et la consommation d'essence pose certaines difficultés puisque suite à une allocation de plusieurs locomotives à un train, certains coûts doivent être distribués selon la proportion de la charge tirée par chaque locomotive. Les auteurs élaborent un second modèle basé sur une reformulation des contraintes à l'aide d'une énumération de patrons les satisfaisant. La structure particulière du problème traité étant favorable à une telle approche, des solutions optimales peuvent être obtenues rapidement. Al-Amin, Forbes et Noble [12] présentent aussi une approche afin de traiter le cas où une seule locomotive est affectée à un train donné.

Un problème d'affectation d'une ou plusieurs locomotives est présenté par Ahuja et al. [9] de même que Ahuja, Cunha et Şahin [7]. Les auteurs modélisent les mouvements des locomotives que celles-ci soient actives (c'est-à-dire fournissant la force de traction nécessaire au déplacement du train) ou simplement remorquées en vue d'un repositionnement. Les mouvements d'une ou plusieurs locomotives n'effectuant aucun acheminement de wagons sont aussi inclus dans l'étude. Ahuja et al. [9] développent un modèle de flot multiproduits avec contraintes liées à la puissance de traction ou encore à la taille de la flotte disponible. D'autres contraintes comme le nombre maximal de locomotives pouvant être affectées à un train sont aussi considérées. L'objectif repose sur la minimisation des coûts associés notamment à l'entretien et à l'opération des locomotives, au transit des locomotives actives ou non, de même qu'aux pénalités imputées aux démantèlements des différents assemblages et au faible niveau de constance dans les connexions entre les trains. La méthodologie de résolution tire partie de la structure de réseau espace-temps proposée. Suite à l'application d'heuristiques permettant une réduction de la taille du réseau, les auteurs développent un algorithme basé sur une heuristique de recherche à large voisinage. Celui-ci utilise, de façon sous-jacente, la résolution d'une séquence de programmes en nombres entiers découlant d'une reformulation produit par produit du modèle initialement exposé. La méthodologie est validée sur des données réelles provenant de CSX Transportation. Les auteurs rapportent avoir obtenu de bonnes performances ainsi qu'un impact conséquent au niveau d'une réduction potentiellement importante de la flotte nécessaire et des coûts d'opération annuels en comparaison avec les solutions proposées par le logiciel utilisé par la compagnie. Vaidyanathan et al. [161] étendent l'étude de Ahuja et al. [9] en considérant l'affectation de groupes de locomotives. Cette approche permet une réduction de la complexité des problèmes à résoudre de même que la résolution d'instances de plus grande taille, tout en assurant une qualité de solutions similaire. De plus, la formulation présentée admet l'ajout de contraintes liées notamment aux interconnexions entre les réseaux de transport ferroviaire. Enfin, la méthodologie privilégiée offre la possibi-

lité au transporteur de modifier progressivement son plan d'opération afin de converger graduellement vers un plan optimal.

Lübbecke et Zimmermann [119] présentent une étude issue d'un contexte de routage et d'horaire de locomotives de manœuvre d'une usine devant desservir un ensemble de demandes à l'intérieur de fenêtres de temps. La problématique s'apparente à un problème de cueillettes et livraisons avec véhicules multiples. Deux formulations sont exposées par les auteurs. Premièrement, un modèle en variables mixtes est développé. Celui-ci repose sur l'élaboration de patrons de base assurant notamment le respect des règles de préséance ainsi que la puissance de traction des locomotives. De plus, la formulation impose des contraintes de couverture des requêtes, de localisation de départ et d'arrivée des locomotives de même que des contraintes garantissant le service à chaque requête selon la fenêtre de temps assignée à cette dernière. Un problème de partitionnement d'ensemble est proposé comme deuxième formulation. Cette fois, des patrons visitant un sous-ensemble plus vaste de requêtes sont considérés. L'objectif devient alors l'affectation à coût minimal d'au plus un patron à chaque locomotive de façon à couvrir l'ensemble des requêtes une et une seule fois. La structure de coût favorisée comprend les coûts associés aux mouvements à vide ainsi qu'aux temps d'attente. Une approche par génération de colonnes est privilégiée dans la résolution du problème de partitionnement d'ensemble. Les auteurs présentent par la suite quelques procédures exactes et heuristiques permettant de gérer l'identification de colonnes à ajouter au problème maître restreint. L'approche est validée sur des trois ensembles d'instances de taille et de niveau de difficulté variables.

Un problème de gestion de locomotives considérant des contraintes liées au ravitaillement en carburant ainsi qu'à la maintenance est étudié par Vaidyanathan et al.[162]. L'approche privilégiée s'effectue en deux temps. Premièrement, un problème d'horaire est traité de façon à établir l'affectation des types de locomotive aux trains selon un horaire cyclique tout en respectant un ensemble de contraintes opérationnelles et en minimisant les coûts. Par la suite, considérant les décisions prises à la première étape comme fixes,

le routage des locomotives est déterminé, encore une fois selon un horizon cyclique, de sorte que les ravitaillements et la maintenance se fassent selon les normes dictées. Le problème est décomposé selon le type de locomotive et formulé comme un partitionnement d'ensemble basé sur les chemins de ravitaillement et de maintenance obtenus par énumération. Le problème en nombres entiers en découlant étant de grande taille, une procédure d'agrégation des chemins est privilégiée. La solution obtenue est par la suite désagrégée par la résolution d'un problème de flot multiproduits en nombres entiers où chaque produit représente l'agrégation d'un ensemble de chemins. Ce problème est traité de façon séquentielle, produit par produit, suite à la relaxation de contraintes liant le flot sur les chemins de différentes agrégations. Les auteurs valident leur approche sur des instances provenant d'une importante entreprise ferroviaire américaine. Enfin certaines analyses sont effectuées afin de montrer la pertinence de l'approche comme outil d'aide à la décision. Les auteurs considèrent, par exemple, l'effet de l'ajout ou du retrait d'installations de ravitaillement en carburant ou de maintenance.

Fügenschuh et al. [71] analysent, pour l'entreprise ferroviaire nationale allemande Deutsche Bahn AG, l'affectation de locomotives aux trains pour lesquels l'heure de départ est dictée par le nombre de wagons accumulé. Ainsi le problème vise à établir l'horaire des locomotives défini par des séquences cycliques de déplacements avec charge et sans charge et ayant pour objectif de minimiser le nombre de locomotives utilisées tout en étant en mesure de répondre à la demande de puissance de traction de l'ensemble des trains. Trois modélisations de la problématique sont proposées selon que l'horaire soit préalablement fixé par un outil de planification, que le début du service se fasse à l'intérieur d'un certain intervalle ou encore que la durée de transit soit tributaire de la congestion du réseau. L'approche de résolution se base notamment sur l'utilisation d'une heuristique en deux phases qui, premièrement, identifie une solution minimisant le nombre de transferts de wagons ratés lors des connexions entre les trains. Par la suite, étant donné la politique de gestion des wagons établie préalablement, l'heuristique tente d'affecter le plus petit nombre de locomotives de façon à minimiser les déplacements sans charge. Une comparai-

son entre l'approche présentée et une résolution à l'aide de Cplex illustre la performance de la méthodologie privilégiée en permettant la résolution de problèmes de plus grande taille en des temps de calcul plus courts.

1.1.6 Intégration des opérations ferroviaires

Il est évident que la résolution séquentielle des problèmes qui ont été exposés implique l'obtention d'un plan d'opération sous-optimal. Certains auteurs se sont donc penchés sur l'étude d'approches visant la mise en place d'outils d'optimisation intégrés effectuant une analyse simultanée d'un certain nombre d'activités. De plus en plus d'entreprises tentent d'implanter de tels systèmes d'aide à la décision afin d'améliorer la gestion globale de leurs activités. Huntley et al. [93] présentent un système d'aide à la décision développé pour la compagnie CSX Transportation et permettant une analyse intégrée des politiques de routage des wagons et d'horaire des trains. Ferreira [66] expose les principales pratiques opérationnelles mises de l'avant par les entreprises ferroviaires australiennes. Ireland et al. [94] abordent le cas du Canadien Pacifique où un processus d'optimisation séquentiel des opérations est développé. Ce dernier a pour objectif d'établir un plan d'opération adapté au niveau de service exigé par la clientèle et de permettre la réduction des coûts opérationnels. L'approche repose sur des heuristiques dans la détermination du plan de blocage des wagons et de routage des trains, et sur une simulation afin d'analyser la charge de travail affectée aux cours et aux trains tout au long de l'horizon de planification. Enfin, des algorithmes basés sur des réseaux espace-temps sont utilisés de façon à coordonner l'affectation du personnel et des locomotives, de même que la distribution des wagons vides.

Vers une optimisation du plan d'opération

Crainic, Ferland et Rousseau [55] proposent une formulation au niveau tactique intégrant les décisions en ce qui a trait aux interactions entre le mouvement des trains et le transit des wagons, les politiques de blocage, l'habillage des trains ainsi que la charge de classification affectée à chaque cour de triage. Un modèle multiproduits en variables mixtes comportant un objectif non linéaire est développé. Celui-ci considère un ensemble de classes de trafic pour lesquelles l'origine, la destination, le produit et la demande sont connus. Le modèle se base sur un réseau représentant l'ensemble des transits offerts par l'entreprise. La formulation qui en résulte vise la minimisation des coûts d'opération, ceux liés aux délais encourus principalement par le passage de la marchandise aux cours de triage ou encore ceux associés à la fréquence du service offert. Les contraintes traitées sont la satisfaction de la demande ainsi qu'un ensemble de contraintes liant les variables de flot et la fréquence de service. Dans l'algorithme développé, ces dernières sont transférées et pénalisées dans l'objectif. Le problème devient alors séparable selon les classes de trafic. Les auteurs proposent alors une procédure alternant entre la détermination, pour une fréquence de service fixée, de la meilleure allocation de flot pour chaque classe de trafic, et l'ajustement des variables de fréquence étant donnée une certaine affectation du flot. Pour chaque classe de trafic, le sous-problème est résolu par génération de colonnes ainsi que par une méthode de descente qui permet l'assignation du flot sur les itinéraires. La méthodologie est validée sur des instances provenant du CN et comportant 2613 classes de trafic et 415 arcs de transit. Une réduction des coûts de l'ordre de 3% à 4% comparativement à ceux découlant des activités courantes de l'entreprise est obtenue. Une version généralisée de cette approche permettant l'implantation dans différents secteurs d'activités tels le transport par camion ou encore le transport intermodal de conteneurs est présentée par Crainic et Rousseau [56].

Un problème combinant la détermination des mouvements de wagons chargés et à vide, le déplacement des trains ainsi que l'évaluation de politiques d'habillage optimales

est formulé par Haghani [82]. Un réseau espace-temps est développé afin de représenter l'état des différentes cours et du transit du matériel roulant durant la période de planification. Chaque cour est illustrée par deux sommets indiquant l'arrivée et le départ des trains. On retrouve des arcs indiquant le mouvement de marchandises ainsi que d'autres décrivant les activités de classification, de transit de chargements vers le destinataire, ou encore les délais encourus par les opérations de classification et le temps de connexion. Un programme mathématique comportant un objectif non linéaire est par la suite établi. L'objectif étudié est la minimisation des coûts associés aux déplacements du matériel roulant, à la classification, aux coûts découlant des délais mentionnés précédemment et des pénalités imposées pour le report d'une demande de wagons vides. Un ensemble de contraintes est défini afin de garantir la conservation du flot de wagons et de locomotives. De plus, des contraintes liantes sont formulées afin de contraindre le nombre de wagons d'un transit donné à ne pas outrepasser la capacité de traction des locomotives. La méthodologie de résolution est basée sur une approche heuristique décomposant le problème selon, d'une part, les variables entières associées à l'affectation de locomotives et, d'autre part, l'ensemble des variables continues déterminant les divers flots de wagons. Étant donné l'aspect non linéaire de l'objectif, un logiciel approprié est utilisé afin de résoudre de façon séquentielle le sous-problème lié aux variables entières et, une fois celles-ci fixées, le sous-problème continu.

Dans une série de deux articles, Keaton [101][102] développe une méthodologie axée sur l'optimisation du plan d'opération en considérant notamment les connexions de trains à établir, la fréquence de service, ainsi que les politiques de blocage et le transit des wagons dans le réseau. L'auteur définit, pour chaque couple origine-destination, un sous-réseau permettant de circonscrire l'ensemble des connexions admissibles, celles-ci décrivant de façon conjointe le mouvement des trains ainsi que les blocs pouvant être considérés. Un programme mathématique en variables mixtes permet la modélisation, entre autres, de contraintes limitant le nombre de blocs construits à une cour de triage donnée ou garantissant le respect de la capacité de traction des trains. L'objectif recherché est la

minimisation des coûts associés au transit des wagons dans le réseau ainsi que ceux liés aux coûts d'opération des trains. Dans une première approche de résolution, Keaton [101] propose une relaxation lagrangienne où sont dualisées les contraintes liant les variables de flot des wagons et d'ouverture des trains. Afin d'améliorer la qualité des bornes supérieures identifiées, l'auteur propose un ajustement dual et une heuristique gloutonne dans le but de diminuer la fréquence de service et le nombre de connexions des trains. Dans son second article, Keaton [102] présente une formulation similaire mais intègre des contraintes restreignant le temps de transit pour chaque couple origine-destination à ne pas dépasser un temps maximal. Un modèle en variables binaires est ainsi exposé. Une approche de relaxation semblable à celle développée précédemment est considérée.

Nozick et Morlok [135] présentent un modèle visant la planification des opérations pour une entreprise offrant des services de transport intermodaux combinant les modes routiers et ferroviaires. Les déplacements du matériel roulant, des remorques ainsi que les activités d'entreposage sont représentés à l'aide d'un réseau espace-temps où l'horaire des trains est considéré comme paramètre exogène. Un modèle linéaire en variables entières est par la suite établi. L'objectif de celui-ci est la minimisation des coûts liés aux mouvements de remorques chargées ainsi qu'au repositionnement des remorques vides et des plates-formes. En ce qui a trait aux contraintes, on retrouve notamment l'imposition du respect du niveau de service consenti sur chaque couple origine-destination ainsi que la conservation du flot de remorques et de plates-formes au cours de la période de planification. Afin de résoudre ce problème, les auteurs proposent une approche heuristique basée sur l'analyse de la solution obtenue suite à la résolution de la relaxation linéaire du modèle posé. L'algorithme est validé sur un ensemble d'instances générées selon des critères liés à la dimension du réseau, à la structure de la demande, à la rigidité des contraintes de service ainsi qu'au ratio entre le volume du trafic et la capacité disponible. L'heuristique est aussi testée sur des données réelles provenant du réseau intermodal de la compagnie américaine Conrail. Les auteurs développent aussi quelques extensions à leur modèle où peuvent être considérées des notions liées à la capacité des terminaux, à l'ajout ou au retrait d'équipements à la

flotte en place, à la capacité et au déplacement des locomotives, à l'aspect potentiellement hétérogène des remorques, aux interconnexions entre les réseaux ferroviaires de même qu'au traitement d'itinéraires multiples. Ces derniers présentent de plus une alternative à l'objectif proposé où la maximisation du profit est pris en considération.

Gorman [77] présente une méthodologie traitant un problème combinant la mise en place de l'horaire des trains et l'affectation du trafic. Le tout est traité de façon à minimiser les coûts d'opération liés aux frais fixes encourus par l'assignation de l'équipage de même que les frais variables pouvant être attribués à la consommation de carburant et à la puissance de traction requise. Les coûts attachés aux activités de classification des cours de triage sont aussi considérés. Un modèle de programmation linéaire en nombres entiers est développé. Celui-ci considère notamment des contraintes de capacité des trains. Le modèle est décomposé en un problème d'horaire d'une part et en un problème d'affectation du flot de demande d'autre part. La méthodologie repose sur une approche en deux phases. Premièrement, un algorithme hybridant des concepts d'heuristiques génétiques et de recherche avec tabous appliqué sur des chaînes binaires représentant les vecteurs des décisions possibles est privilégié afin d'établir un horaire pour les trains. Puis chaque horaire est évalué suite à l'affectation heuristique du flot de demande et à l'évaluation des coûts résultant. La méthodologie est testée et comparée aux opérations courantes d'une compagnie de chemin de fer américaine, dont le contexte étudié est présenté par l'auteur dans [78]. Gorman rapporte avoir obtenu une réduction des coûts de 4% ainsi qu'une baisse de 6% des retards de service.

Ceselli et al. [44] étudient quelques approches pour l'optimisation du service de cargo express pour les Chemins de fer fédéraux suisses (CFF). Le réseau est structuré en plaques tournantes pour lesquelles aucune politique de blocage n'est en vigueur. Les opérations considérées par les auteurs concernent le routage du cargo et des trains, l'habillage, la gestion des horaires et l'affectation des locomotives. L'objectif visé est la minimisation des coûts fixes et variables associés aux opérations, notamment le coût d'opération des

locomotives lié à la gestion du personnel et de l'équipement. La problématique est traitée selon trois approches. Premièrement, un modèle en nombres entiers est présenté. Celui-ci est basé sur une adaptation de modèles de tournées de véhicules pour laquelle une résolution à l'aide d'un logiciel commercial est privilégiée. La seconde approche décompose le problème de façon hiérarchique en affectant les requêtes et les locomotives aux différentes plaques tournantes, suivi de la génération des routes de trains pour chaque plaque tournante et enfin d'une construction d'un horaire compatible. Le dernier modèle présente la problématique globale selon une formulation par chemins d'un problème de partitionnement d'ensemble. Ce dernier est traité par génération de colonnes. L'analyse des résultats présentée tend à démontrer que l'approche intégrée offerte par le dernier modèle se comporte le mieux pour des instances réelles de grande taille.

Les différents articles auxquels nous venons de faire référence permettent de constater à quel point le transport ferroviaire représente un secteur d'activité complexe. Il est donc évident que la recherche traitant des problématiques présentées est très loin d'être tarie. Nous passons maintenant à l'autre facette de l'analyse proposée dans cette thèse, c'est-à-dire la gestion du revenu. La prochaine section décrira d'abord les grands principes qui sous-tendent ce domaine d'étude pour ensuite les illustrer dans le secteur du transport. Nous discuterons notamment des aspects liés à la tarification, élément central des chapitres qui vont suivre.

1.2 Gestion du revenu

L'accès à des systèmes de transport fiables représente, pour plusieurs entreprises, l'élément clé guidant le choix d'un transporteur. Pour ce dernier, l'atteinte d'une fiabilité accrue passe par un traitement plus efficace des opérations jumelé à des politiques appropriées de gestion de la demande afin de maximiser les profits de l'entreprise. C'est notamment dans cette optique que s'est développée la gestion du revenu. La différenciation

du service offert par la segmentation du marché est une approche marketing bien connue afin de procurer à chaque client un service approprié selon ses caractéristiques et sa sensibilité au niveau de service. On retrouve d'ailleurs certaines analyses de la fiabilité de services ferroviaires et de l'impact positif d'une segmentation du trafic en classes de service ou de priorité chez des auteurs comme Kwon [112] et Kraft [105].

La recherche dans ce domaine s'intéresse, entre autres dans le secteur aérien, à des problématiques telles la surréservation, la gestion de la capacité ou encore la tarification (McGill et van Ryzin[127] présentent un recensement des principales contributions liées à ces thématiques). De plus, on retrouve depuis quelques années un développement plus important d'outils permettant une analyse tarifaire visant à déterminer les politiques à adopter à cet égard. Une intégration de l'étude des politiques liées à la gestion de la capacité et des tarifs est par le fait même un objectif convoité par toute compagnie de services. Ceci s'inscrit bien entendu dans la quête d'outils d'aide à la décision combinant à la fois les aspects de gestion du revenu et des opérations.

Quelques auteurs tels Kimes [103], Weatherford et Bodily [165] de même que Talluri et van Ryzin [157] proposent une analyse de conditions propices à la mise en place de méthodologies issues de la gestion du revenu. Nous présentons ici quelques caractéristiques typiques traitées par ces auteurs. Nous reprenons pour ce faire la nomenclature privilégiée par Talluri et van Ryzin [157] :

1. **Hétérogénéité de la clientèle**

Cet attribut permet de tirer parti de la propension des clients à accorder une valeur distincte à un produit. Une segmentation appropriée du marché suivant, par exemple, une caractérisation du produit selon le moment de l'achat permet d'exploiter l'aspect hétérogène des clients afin d'engendrer une potentielle croissance des revenus pour l'entreprise.

2. **Variabilité et incertitude de la demande**

Ces deux éléments entraînent une gestion complexe de la demande et des impacts

directs sur les activités opérationnelles de l'entreprise. L'implantation d'outils efficaces offre un contrôle adapté permettant par exemple, tel que le mentionne Kimes [103], d'inciter la demande à se manifester lors de périodes creuses en réduisant les prix, ou alors en favorisant une croissance des revenus en périodes de pointe par une augmentation du tarif exigé.

3. Rigidité de la production

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la gestion du revenu s'intéresse entre autres à la gestion de la capacité, c'est-à-dire à l'allocation d'une capacité relativement fixe. Il en résulte une gestion de la demande accrue puisque la capacité doit être généralement attribuée en considérant notamment plusieurs périodes temporelles de même que la segmentation de la clientèle. De plus, pour beaucoup d'entreprises de service cette production est périssable. Ainsi, une date est déterminée au-delà de laquelle la production est perdue (siège d'une cabine d'avion, siège pour un événement culturel, etc.). Celle-ci ne peut donc être reportée afin de desservir une demande future. En outre, cette rigidité est habituellement liée au fait que le coût de l'ajout d'une unité de capacité est élevé. Cependant, le coût marginal associé à la vente d'une unité de capacité est normalement faible, incitant les entreprises à ajuster leurs politiques tarifaires afin de s'assurer que la totalité de la capacité soit utilisée avant la péremption de la production.

À la lumière des concepts que nous venons d'énoncer, il est évident qu'une implantation efficace d'outils de contrôle basés sur la gestion du revenu passe par une infrastructure de collecte et de gestion des données robuste de même que par un système d'information performant.

Notons enfin que les publications traitant de la gestion du revenu en transport de marchandises sont peu nombreuses. Mentionnons cependant les contributions de Powell et al. [143] dans le secteur du transport par camions et Maragos [122] dans un contexte de transport maritime. En ce qui a trait au transport aérien, nous retrouvons l'article de

Kasilingam [100], l'analyse de Sobie [152], et les publications de Sandhu et Klabjan [147], Amaruchkul, Cooper et Gupta [13] et finalement Luo, Çakanyıldırım et Kasilingam [121].

1.2.1 Gestion du revenu et transport aérien

La place importante qu'occupe la gestion du revenu est notamment due à l'impact de celle-ci dans le secteur du transport aérien au cours des trente dernières années. Selon Barnhart, Belobaba et Odoni [17], la mise en place de stratégies de surréservation de billets ou de gestion de la capacité des cabines peut engendrer une augmentation des revenus de l'ordre de 5% à 8%.

La surréservation est utilisée afin de limiter la sous-utilisation de la capacité des appareils. En effet, les annulations ou les abstentions de certains usagers à se présenter aux départs des vols induisent cette sous-utilisation que les entreprises tentent de combler en proposant une offre supérieure à la capacité réelle. Les coûts encourus par de potentiels refus d'embarquement résultant de cette politique doivent donc être analysés. Afin de déterminer le niveau de surréservation à privilégier, ces coûts sont par la suite comparés à ceux découlant de la perte de revenus engendrée par la sous-exploitation de la capacité. Plusieurs types de modélisation ont été proposés afin de traiter cette problématique. Entre autres, des modèles statistiques, statiques ou encore considérant de façon dynamique certaines caractéristiques associées aux processus de réservation, d'annulation ou d'abstention et ce sur une ou plusieurs classes tarifaires.

La gestion de la capacité des cabines cherche à définir la meilleure distribution du nombre de sièges d'un appareil entre les différentes classes de tarif disponibles sur un vol. L'objectif visé repose sur la détermination d'une limite pour chaque classe de réservation. Ces limites sont habituellement imbriquées de sorte qu'une classe tarifaire donnée se voit accorder l'accès à la capacité de toutes les classes comportant un tarif inférieur. À cette classe est aussi octroyé un nombre de sièges qui sont protégés de potentielles demandes

provenant de classes tarifaires de moindre valeur. Ainsi, une requête issue d'une classe élevée ne pourra être refusée si une capacité résiduelle est présente dans une classe dont le tarif est plus bas. La littérature propose deux principales avenues afin de traiter ce problème. On retrouve l'analyse par segment de vol ainsi que l'étude de l'aspect réseau des interconnexions entre les itinéraires des passagers, c'est-à-dire où l'ensemble des vols offerts sont considérés simultanément. Le but recherché par ces méthodologies s'avère être l'évaluation du coût d'opportunité d'acquiescer à une demande de réservation comparativement au revenu engendré par l'acceptation de celle-ci. Ce coût d'opportunité peut être vu comme la perte potentielle de revenus provenant de futures demandes qui devront être rejetées faute de capacité.

Enfin, le domaine de la tarification revêt une importance de premier plan. L'intégration de cet aspect de façon endogène aux processus décisionnels permet la détermination de tarifs adaptés aux politiques opérationnelles ainsi qu'à l'environnement concurrentiel de l'entreprise. Nous reviendrons sur ce sujet un peu plus tard. Pour l'instant, illustrons les concepts que nous venons de décrire dans le contexte du transport par rail.

1.2.2 Gestion du revenu et transport ferroviaire

Les succès obtenus dans le domaine aérien encouragent l'implantation de méthodologies de gestion du revenu dans le secteur du transport ferroviaire. Malgré le fait que peu d'entreprises effectuent des analyses poussées en ce sens, il est indéniable que le développement de systèmes d'aide à la décision reposant sur les outils de contrôle que peut offrir la gestion du revenu est une avenue incontournable. Il est cependant essentiel d'adapter ces outils aux caractéristiques propres à l'industrie et de connaître les attributs du marché qui la supporte.

Reprenons les attributs typiques associés aux entreprises pour lesquelles l'application de méthodologies issues de la gestion du revenu peut être bénéfique et caractérisons ces

attributs dans le cadre des activités d'un transporteur ferroviaire. Des auteurs tels Strasser [154] et Kraft, Srikar et Phillips [108], sur lesquels nous reviendrons plus en détails sous peu, traitent de ces aspects.

1. **Hétérogénéité de la clientèle**

Plusieurs segmentations de la clientèle sont envisageables. En effet, la sensibilité des clients à la durée de transit ou encore à la fiabilité du service peut s'avérer fort variable. De plus, le type de même que les caractéristiques de la marchandise transportée représentent des critères de segmentation exploités par les entreprises de ce secteur afin d'établir, notamment, une structure tarifaire appropriée dans une optique de maximisation des revenus.

2. **Variabilité et incertitude de la demande**

En plus de la variabilité intrinsèque à la demande découlant d'expéditeurs nécessitant un service à la pièce, la structure d'ententes par contrat entre clients et transporteurs peut complexifier davantage la gestion de la capacité. En effet, certaines garanties assurent au client une certaine capacité de transport. Cependant ce dernier n'a souvent pas l'obligation de garantir en retour que cette demande se concrétisera. Le client pourra, par exemple, confier l'expédition de son chargement à un compétiteur si celui-ci propose une offre de transport à moindre coût.

3. **Rigidité de la production**

Le transport ferroviaire offre, de par sa nature même, plus de flexibilité que le transport aérien. Cette capacité n'est cependant pas illimitée. La direction prise par plusieurs entreprises de proposer un service respectant un horaire établi et de délaier les politiques tributaires d'un tonnage minimal afin d'autoriser le départ des trains contraint la capacité du transporteur. Ce dernier a donc un fort incitatif à stimuler la demande afin que les trains à l'horaire acheminent une quantité suffisante de wagons afin de rencontrer les coûts du service. Notons enfin que cette flexibilité du transport de marchandises par rail amoindrit l'effet de péremption décrit précédemment puisque certains ajustements de l'offre de transport peuvent être apportés.

Strasser [154] analyse les impacts potentiels de l'application de la gestion du revenu dans le contexte du transport ferroviaire caractérisé typiquement par une offre de service minimisant les coûts et maximisant l'utilisation des actifs de l'entreprise dont le matériel roulant, la capacité du réseau et des cours de triage, etc. Cependant, ces objectifs sont souvent contradictoires aux critères de fiabilité du service établis par le transporteur. Selon l'auteur, la gestion du revenu permet d'améliorer la gestion globale des opérations et entraîne une amélioration du niveau de service tout en réduisant les coûts. Cette stratégie peut s'exprimer par la mise en place d'une segmentation du marché définissant les chargements à priorité élevée pour lesquels un prix supérieur est exigé et ceux à faible priorité pour lesquels un faible tarif est réclamé. Cette tactique permet possiblement le lissage de la demande résultant en une meilleure utilisation des actifs. Dès lors, les impacts au niveau de la gestion globale du réseau sont multiples. Entre autres, l'attribution d'une priorité aux chargements permet de contrecarrer les dépassements de la capacité en retardant le départ de chargements de faible priorité. De plus, les opérations de cours de triage s'avèrent plus aisées, le niveau de congestion étant réduit suite au lissage de la demande.

Une étude similaire est développée par Kraft, Srikar et Phillips [108]. Ces auteurs affirment qu'une implantation efficace de la gestion du revenu doit tenir compte de certaines caractéristiques propres au secteur ferroviaire. Notamment, le transport de marchandises se distingue par une forte propension à avoir de courts délais de réservation et aussi par sa tendance vers la recherche d'une augmentation de la fiabilité du service plutôt que l'établissement d'une structure de prix complexe. Ce dernier élément est d'ailleurs l'une des caractéristiques qui différencient le transport de passagers du transport de marchandises. Ces derniers mentionnent en outre que le transport de marchandises comporte un aspect opérationnel additionnel qu'il faut prendre en considération. En effet, les marchandises se doivent toujours d'être traitées opérationnellement par le transporteur comparativement aux passagers qui peuvent transiter d'un train à l'autre sans intervention directe. D'autre part, le fait de pouvoir déplacer une demande de moindre priorité afin de laisser place à une autre ayant une priorité plus importante permet aux chemins de fer de bénéficier

d'une flexibilité accrue. Une certaine analogie peut ici être établie entre cet aspect de la gestion du transport des marchandises et la gestion implicite de la capacité qu'effectuent les transporteurs de passagers en limitant l'offre de sièges de certaines classes tarifaires. De plus, la structure de contrats entre transporteurs et clients dicte les bases de la tarification et les modalités de service devant être accordées. Ainsi, il est essentiel pour l'entreprise d'établir une connaissance approfondie des clients avec lesquels celle-ci fait affaires.

La littérature offre peu de publications traitant de l'application de ces principes en transport par rail. Nous recensons ici les principales contributions dans différents contextes.

Gestion de la capacité du réseau

Comme le mentionnent Kraft, Srikar et Phillips [108], les problèmes liés au transport ferroviaire sont caractérisés par de nombreuses interactions entre les différents segments du réseau. En effet, lors du transit entre son origine et sa destination, un chargement peut se voir affecter à plusieurs blocs et trains, ou encore être acheminé à travers différentes cours de triage. La formulation d'approches reposant sur une analyse par segment s'avère donc peu réaliste dans un contexte de transport de marchandises par rail.

La littérature à ce sujet dans un contexte ferroviaire est plutôt limitée. De façon plus générale, des auteurs comme Glover et al. [76], Curry [57], Boer, Freling et Piersma [60] de même que Bertsimas et Popescu [23] présentent des approches visant l'analyse de l'effet réseau dû à l'interdépendance entre les segments. Celles-ci sont principalement traitées dans un contexte de transport aérien.

Harker et Hong [84] présentent une approche visant la tarification de voies ferrées pour lesquelles un ensemble de marchés de la compagnie ferroviaire (trains de passagers, trains associés à la division du transport intermodal, etc.) sont en compétition afin d'avoir accès à l'horaire d'utilisation le plus adéquat selon leurs besoins. Le problème est formulé comme

un jeu non coopératif où les ensembles de stratégie des joueurs ne sont pas disjoints puisque la sélection de l'horaire d'un joueur influence la prise de décision des autres. L'objectif recherché par la compagnie ferroviaire est d'établir une politique dictant le tarif devant être imposé à chaque type d'utilisateur pour l'utilisation d'une unité de temps sur les voies sous son contrôle. Les usagers tentent de minimiser leur perte de qualité de service par rapport à leur horaire d'utilisation idéal et ne considèrent aucunement l'impact de ces décisions sur l'état général du réseau. La compagnie ferroviaire tente ainsi d'adapter la tarification en considérant la réaction des usagers réajustant leur choix d'horaire jusqu'à ce qu'une situation d'équilibre soit atteinte. Le modèle se base notamment sur l'approche de Harker et Hong [83] afin de déterminer le temps de transit des trains et un équilibre de Nash généralisé est déterminé suite à la résolution d'un problème d'inégalités variationnelles. Une étude de la méthodologie est proposée sur des données réelles.

La principale démarche privilégiée par les auteurs se base sur la notion de prix d'offre (*bid price*). Ce concept vise l'évaluation du coût d'opportunité découlant de la vente d'une unité de capacité. Selon cette méthodologie, une unité de capacité ne doit pas être vendue à une valeur sous le coût d'opportunité établi et ce même si, à court terme, il pourrait en résulter un effet positif sur les revenus de l'entreprise. Des auteurs comme Talluri et van Ryzin [155][156] développent des méthodologies de ce type afin de contrôler les ventes dans le contexte de l'analyse du réseau au niveau des différents couples origine-destination. Notons que la notion de prix d'offre, dans le domaine aérien, est une notion heuristique (ces prix correspondent essentiellement aux valeurs duales d'un programme linéaire avec demande déterministe).

Kraft [106][107] développe une méthodologie visant à traiter conjointement les décisions d'une attribution ou non d'une offre de service de même que le mouvement des wagons. Chaque chargement est analysé par l'entreprise en ce qui a trait à sa rentabilité, à son impact sur la capacité du réseau ainsi qu'à la sensibilité du client au niveau de service. L'objectif est ici de maximiser le profit généré par ces activités. L'auteur propose

une décomposition du problème par l’ajustement dynamique de l’horaire du transit des chargements acceptés par le transporteur ainsi que sur une procédure reposant sur le prix d’offre qui permet de gérer l’offre de service pour les demandes futures. Les deux problèmes sont formulés comme des modèles de flot multiproduits comportant des contraintes de capacité des trains. Chaque chargement distinct représente un produit. Le second incorpore notamment la probabilité qu’un client donné accepte l’offre de service du transporteur et ce par le biais d’une fonction dictant la réaction du consommateur au temps de transit offert. Une relaxation lagrangienne est appliquée sur les deux modèles où les contraintes de capacité des trains liant les produits entre eux sont relaxées. Une simulation de quatre scénarios définis sur un horizon roulant est proposée.

Transport intermodal

Une formulation d’un problème de transport intermodal visant l’évaluation du coût d’opportunité de desservir certaines demandes et l’établissement des stratégies tarifaires adaptées est développée par Yan, Bernstein et Sheffi [167]. Afin de simuler les opérations, deux réseaux espace-temps sont décrits et illustrent le mouvement de conteneurs et de plates-formes. Les déplacements des conteneurs sont représentés par des arcs indiquant l’entreposage de même que les transits, avec chargement ou à vide, selon le plan de blocage et l’horaire des trains en vigueur. Un modèle linéaire est présenté comportant des contraintes couplantes permettant d’imposer le respect de la capacité des plates-formes en ce qui a trait au nombre de conteneurs pouvant être transportés. L’objectif recherché est la minimisation de l’ensemble des coûts d’opération, de transport et d’entreposage. Une méthodologie combinant une approche de relaxation lagrangienne avec un algorithme de flot à coût minimal ainsi qu’un algorithme de plus court chemin est privilégiée dans le but de déterminer les coûts d’opportunité des différents chargements. Une étude effectuée sur 20 scénarios découlant de données réelles indique des gains potentiels d’environ 11%. Les

auteurs proposent de plus une approche de gestion du risque afin d'établir une structure de tarifs adaptée.

Un système de réservation et de gestion du revenu pour le transport intermodal est présenté par Campbell [35]. L'objectif visé est la mise en place de politiques permettant d'augmenter la fiabilité du service et de réduire le trafic devant être traité hors du plan d'opération établi. À cette fin, l'auteur étend les concepts développés par Belobaba [20][21] afin de créer une méthodologie capable de différer le transit de chargements de faible priorité (ceux-ci offrant habituellement une fenêtre de livraison plus large) dans le but de favoriser les chargements à forte priorité. Chaque demande de service est analysée selon les caractéristiques du client, l'horaire et la tarification en vigueur, et suivant le statut actuel des réservations et de la capacité résiduelle des blocs susceptibles d'accueillir le chargement. Pour une demande donnée, le transporteur a donc la prérogative d'accepter l'offre, de proposer au client un changement de classe de service à la hausse ou à la baisse, ou encore de refuser la demande. Plusieurs politiques permettant d'évaluer l'impact du consentement ou non à une demande de service sont étudiées. Campbell reprend et développe la notion de *Expected Marginal Revenue* (EMS) telle que proposée par Belobaba [21] afin de considérer ou non le report et la substitution de chargements. La méthodologie attribue, selon les blocs associés à un train donné, la capacité dont ces derniers disposeront. Cette étape est répétée périodiquement afin de tenir compte des nouvelles informations apparaissant dans le système au cours de la période de réservation. Afin d'effectuer l'affectation de la capacité aux blocs, l'auteur présente deux alternatives, soit une approche heuristique de même qu'un modèle de programmation linéaire avec objectif linéaire par morceau. Il est à noter que le système de réservation traite la capacité des différents trains, et donc des blocs sous-jacents, de façon distincte. Ainsi, l'effet réseau résultant du transit de blocs sur plusieurs trains n'est pas abordé adéquatement par la procédure. En effet, l'approche est mieux adaptée au cas où les blocs voyagent de l'origine à la destination sur un unique train. Quelques simulations sont réalisées sur des données de la compagnie de chemins de fer CSX Transportation.

Gorman [79] propose une méthodologie visant l'établissement de politiques tarifaires adaptées au transport intermodal pour l'entreprise Burlington Northern and Santa Fe Railway (BNSF). Cette approche présente une analyse des déséquilibres d'équipements résultant de l'offre de service sur les marchés desservis par la compagnie. L'objectif recherché est l'identification de politiques profitables et vise une productivité accrue de l'équipement. Après avoir étudié l'élasticité de la demande [80], l'auteur présente un algorithme basé sur un problème de transport afin d'évaluer le repositionnement des équipements vides ainsi que sur une méthode d'échantillonnage de Monte Carlo afin de simuler la distribution de la demande de même que l'élasticité de celle-ci envers le prix exigé. Une heuristique s'appuyant sur une méthode de plus grande pente (*steepest ascent*) permet la détermination de recommandations au niveau de la structure tarifaire.

Transport de passagers

L'impact de la gestion du revenu dans le secteur ferroviaire se fait surtout sentir en transport de passagers. Kraft, Srikar et Phillips [108] de même que Johnston [97] présentent plusieurs attributs caractérisant les politiques mises en place par la compagnie Amtrak afin de contrôler la vente de sièges et de cabines selon les classes tarifaires et les marchés desservis par l'entreprise. Ben-Khedher et al. [22] décrivent l'implantation d'un système de planification stratégique déterminant l'horaire de même qu'un système tactique visant l'ajustement de la capacité pour le service de trains à grande vitesse (TGV) de la Société nationale des chemins de fer français (SNCF).

Ciancimino et al. [46] proposent une approche basée, d'une part, sur un modèle de programmation mathématique linéaire déterministe et, d'autre part, sur un modèle non linéaire probabiliste afin d'identifier les niveaux de réservation de vente de billets à établir dans un réseau de transport ferroviaire de passagers. Étant donnée la structure de la composition des trains à l'étude et l'aspect distinct des wagons n'effectuant, pour chacun d'eux, que le transport d'une seule classe de passager, les auteurs en viennent à la conclu-

sion que ces caractéristiques permettent une modélisation selon chaque classe de service de façon séparée. Les interconnexions du trafic des passagers entre les différents segments du transit ne sont donc pas considérées. L’objectif recherché est d’établir les limites de réservation pour chaque paire origine-destination afin de maximiser le revenu espéré. Les contraintes considérées sont notamment la capacité de chaque segment de transit ainsi que certaines contraintes opérationnelles ou sociales engendrant de potentielles bornes inférieures ou supérieures sur l’affectation des limites de réservation. La méthodologie de résolution du cas déterministe repose sur l’utilisation d’un logiciel d’optimisation commercial. En ce qui a trait au cas non-linéaire, un algorithme spécialisé est proposé. Celui-ci utilise la reformulation du problème original à l’aide de ses conditions d’optimalité de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) afin d’établir une fonction de mérite combinant l’objectif initial et un certain nombre de termes pénalisant la violation des conditions de KKT. Un algorithme de type Newton est privilégié. Les deux algorithmes sont validés sur des instances réelles. Les résultats montrent que l’approche non linéaire permet l’atteinte de revenus supérieurs à ceux obtenus par l’algorithme linéaire mais nécessite un temps de calcul plus important.

Côté et Riss [53] de même que Côté, Riss et Savard [54] décrivent le développement, à la SNCF et chez Thalys, de nouveaux outils destinés à l’étude de politiques de tarification optimales, à l’analyse et au marketing de produits offerts par l’entreprise de même qu’à la gestion dynamique de l’inventaire des sièges. De plus, l’environnement concurrentiel est considéré afin d’en observer l’impact sur le processus décisionnel. Les auteurs présentent notamment le cadre analytique privilégié. Celui-ci comprend la mise en place de modèles de comportement du consommateur découlant de modèles de choix de type LOGIT, de modèles de prévision de la demande ainsi que d’outils basés sur l’optimisation mathématique à deux niveaux. On retrouve ainsi au premier niveau un objectif de maximisation des revenus sur les divers marchés desservis par l’entreprise ainsi qu’un ensemble de contraintes opérationnelles (horaire des trains, capacités au niveau du nombre de sièges) et commerciales (structure tarifaire, politiques de rabais). Au second niveau, la

réaction des usagers est décrite à l'aide du modèle de comportement et ce pour chaque segment de la clientèle. Enfin, Côté, Riss et Savard [54] présentent quelques résultats d'une étude effectuée pour l'entreprise Thalys. Ceux-ci montrent le potentiel de la méthodologie privilégiée.

You [169] propose une approche de résolution heuristique pour un problème de réservation de sièges pour des réseaux ferroviaires où la demande, pour chaque paire origine-destination, est segmentée selon deux classes tarifaires. La modélisation présentée considère des limites de réservation sur les différents segments ainsi qu'une pénalité pour un refus d'embarquement dû à la surréservation. L'objectif visé est de déterminer, pour l'ensemble des itinéraires, les limites de réservation de chaque classe tarifaire permettant la maximisation du revenu espéré. Le modèle obtenu est non linéaire et en nombres entiers. Une heuristique hybridant programmation mathématique et optimisation par essaims particulaires (OEP)(*particle swarm optimization*) est présentée. L'algorithme est composé de deux étapes. Premièrement les limites de réservation, normalement entières, sont relaxées et une solution optimale d'un problème linéaire est obtenue, déterminant de ce fait un vecteur de ventes espérées. Ce vecteur est par la suite utilisé afin de générer les limites de réservation qui serviront à initialiser la deuxième étape où l'approche OEP tentera d'identifier une solution de qualité. L'heuristique est comparée sur 60 problèmes avec la solution découlant de la résolution exacte de ces instances par deux logiciels commerciaux et permet, en comparaison, l'obtention de revenus supérieurs variant entre zéro et 6,98%.

Tarification

Un problème intégrant la tarification et la gestion des opérations est développé par Li et Tayur [116] dans un contexte de transport intermodal de remorques sur plates-formes. L'approche proposée s'inscrit dans le cadre d'une analyse à moyen terme combinant la prise de décisions en ce qui a trait aux prix à établir sur différents marchés, pour plusieurs classes de service et en considérant un certain nombre de politiques tactiques et

opérationnelles. À l'aide d'une fonction de densité définie sur chaque marché, les auteurs évaluent la relation entre le prix et la demande et en déduisent une fonction de revenu. Ainsi, les décisions tactiques et opérationnelles traitées dans le modèle développé reposent sur la détermination du flot sur chaque itinéraire, l'évaluation de la fréquence de service de même que l'affectation des trains sur les routes. Les coûts variables liés au déplacement des remorques, aux mouvements des trains ainsi qu'aux coûts d'utilisation de l'équipement sont considérés. Une formulation mathématique non linéaire en variables binaires est exposée. Les contraintes portent notamment sur le respect de la capacité des terminaux ainsi que du nombre maximal de remorques que peut transporter chaque train. On retrouve de plus des contraintes assurant une fréquence minimale suffisante afin que les garanties dictées par les classes de service soient honorées. Enfin, une limite est fixée de façon à ce que la durée totale d'utilisation d'un train ne dépasse pas une certaine borne découlant de politiques d'entretien. L'objectif visé est la maximisation du profit exprimé par la fonction de revenu décrite précédemment à laquelle sont retranchés l'ensemble des coûts d'opération. La méthodologie de résolution se base sur une recherche unidimensionnelle selon chacun des trains en opération. Une variation à la méthode de Newton est proposée en ce sens. Les auteurs présentent quelques analyses montrant les variations du profit lorsque le niveau potentiel de demande ou le coût de l'équipement est modifié. Ces derniers exposent de plus l'impact sur les profits lorsque les décisions liées à la tarification et aux opérations sont traitées de manière séquentielle et non pas simultanée. Pour le scénario étudié, une optimisation conjointe permet d'obtenir un profit 13,42% plus élevé.

1.2.3 Tarification en transport

L'article précédent illustre bien une tendance de plus en plus présente au sein des entreprises de service, soit l'intégration des décisions tarifaires au processus décisionnel. Une méthodologie souvent privilégiée afin de traiter ce problème repose sur la programmation dynamique (par exemple, Gallego et van Ryzin [73][74]). Cependant, celle-ci s'avère sou-

vent mal adaptée afin de prendre en compte, de façon globale, les aspects d'un réseau de transport et les contraintes complexes qui lui sont sous-jacentes. En effet, ce type d'approche nécessite typiquement l'élaboration d'une équation de récurrence qui peut être difficile à établir lorsque, par exemple, des contraintes de parts de marché ou d'autres contraintes de même nature sont présentes. À cette fin, plusieurs auteurs proposent des approches visant à optimiser les politiques de tarification tout en considérant la réaction des clients à celles-ci de même qu'aux politiques opérationnelles contraignant l'offre de service en se basant sur le concept de la programmation mathématique à deux niveaux. Nous présentons ici une courte description de ce paradigme qui sera suivie par le recensement de publications offrant une analyse des principales caractéristiques et méthodologies de résolution de modèles en transport.

Programmation mathématique à deux niveaux

La programmation mathématique à deux niveaux s'intéresse à la formulation de problèmes où une structure hiérarchique est présente dans la prise de décision. Celle-ci peut être illustrée par un système où un agent économique, appelé *meneur*, considère lors de son processus décisionnel la réaction d'un second agent, le *suiveur*. En considérant x comme le vecteur des décisions du meneur et y celui du suiveur, la formulation d'un programme à deux niveaux peut être présentée comme

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & F(x,y) \\ \text{sujet à} \quad & (x,y) \in X \\ & y \in \arg \min_{y' \in Y(x)} f(x,y') \end{aligned}$$

où les fonctions F et f décrivent respectivement l'objectif du meneur et du suiveur et où X représente l'ensemble des contraintes de premier niveau et $Y(x)$ l'ensemble, paramétré selon le vecteur du meneur, contraignant les décisions du suiveur. Ce modèle peut aussi

être énoncé sous forme verticale de la façon suivante :

$$\begin{array}{ll}
 \max_{x,y} & F(x,y) \\
 \text{sujet à} & (x,y) \in X \\
 \min_y & f(x,y) \\
 \text{sujet à} & y \in Y(x)
 \end{array}$$

Colson, Marcotte et Savard [47] proposent une étude des principales propriétés et méthodologies de résolution présentées dans la littérature pour des programmes de type linéaire, linéaire-quadratique ou encore non linéaire. Le domaine de la programmation à deux niveaux est aussi abordé par Dempe [62].

Dans ce qui suit, nous présentons quelques publications qui se basent sur les concepts que nous venons d'introduire et proposent certaines applications dans le domaine du transport.

Programmation à deux niveaux et tarification en transport

Une analyse d'un modèle générique intégrant la notion de tarification imposée par un meneur sur un ensemble de biens ou de services ainsi que la réaction des usagers découlant des politiques adoptées est développée par Labbé, Marcotte et Savard [114]. Le problème posé appartient à la classe des problèmes à deux niveaux comportant des objectifs bilinéaires. En substituant au problème de second niveau ses conditions d'optimalité primales-duales et en pénalisant les contraintes de complémentarité dans l'objectif, un programme mathématique bilinéaire à un seul niveau est obtenu. Une application est développée dans un contexte où un réseau de transport multiproduits est considéré au second niveau. Le meneur cherche la maximisation de ses revenus découlant de politiques de tarification sur un sous-ensemble des arcs du réseau. La réaction des usagers est par

ailleurs dictée par la recherche d'un plus court chemin entre leur origine et leur destination. Étant donnée la structure de plus court chemin des solutions du problème de second niveau, une reformulation comme un programme mathématique en variables mixtes est possible. Des algorithmes sont proposés pour le cas d'un réseau multiproduits mais ne comportant qu'un seul arc sujet à tarification ou encore dans un contexte à un seul produit mais où le plus court chemin utilisé par les usagers est connu à l'avance. Une analyse des résultats principalement effectuée sur le comportement de la reformulation du modèle comme programme mathématique en variables mixtes indique que la résolution d'instances de taille moyenne en un temps de calcul raisonnable peut être envisagée. Labbé, Marcotte et Savard [115] proposent une approche heuristique basée sur la pénalisation des contraintes de complémentarité dans l'objectif et s'inspirent de l'algorithme développé par Gendreau, Marcotte et Savard [75] pour la résolution de programmes linéaires à deux niveaux. Une application au cas d'un problème de tarification sur un réseau de transport est aussi établie et ses principales propriétés sont étudiées.

Un contexte similaire est étudié par Brotcorne et al. [29]. Les auteurs ne considèrent ici qu'un seul produit transitant dans le réseau. Il en résulte un modèle comportant des objectifs bilinéaires au premier et deuxième niveau ainsi que des contraintes de conservation de flot dictant le comportement du suiveur. Une reformulation du modèle comme un programme mathématique en variables mixtes est par la suite développée. Plusieurs heuristiques primales-duales sont aussi exposées. Celles-ci se basent principalement sur la pénalisation de la contrainte du second niveau imposant l'égalité des objectifs primal et dual ou encore des contraintes de complémentarité. La première suppose qu'il soit possible d'établir l'ensemble des arcs qui auront un flot positif dans une solution quasi optimale. Le flot maximisant le revenu du meneur peut être évalué par la suite. La seconde stratégie repose sur la perturbation de la meilleure solution obtenue par l'une des heuristiques précédemment décrites dans l'espoir d'identifier certaines solutions voisines engendrant un revenu supérieur. Cette perturbation peut être perpétrée notamment par une interdiction au passage du flot sur un arc ayant un flot positif dans la meilleure solution identifiée

ou encore par une variation des tarifs des arcs comportant un flot non nul. L'approche est testée sur des instances générées aléatoirement et de taille variant de 50 sommets et 250 arcs jusqu'à 200 sommets et 9950 arcs. La proportion d'arcs sujets à tarification varie entre 5% et 20%. Les auteurs rapportent que sur de petits réseaux les heuristiques développées sont beaucoup plus rapides que les performances de Cplex lors de la résolution de la reformulation en variables mixtes du modèle. Quelques analyses comparatives des performances des différentes heuristiques proposées sont aussi présentées. Dans un second article, Brotcorne et al. [30] se basent sur la procédure développée par Labbé, Marcotte et Savard [114] dans le contexte de la recherche du tarif optimal devant être attribué à un unique arc sujet à tarification afin de proposer une heuristique qui étend l'approche aux cas où un tarif doit être déterminé sur plusieurs arcs. Une heuristique primale-duale est par la suite exposée et représente une généralisation de l'approche de Brotcorne et al. [29] au cas multiproduits.

Un modèle combinant la conception du réseau et la tarification est développé par Brotcorne et al. [31]. Au premier niveau, on retrouve la caractérisation des variables binaires de décision pour l'ouverture ou non d'un arc. Le deuxième niveau est caractérisé par un réseau multiproduits. Pour une tarification et une politique d'ouverture des arcs données, le comportement de chaque produit dans le réseau sous-jacent est obtenu suite à l'évaluation de plus courts chemins. Une approche par relaxation lagrangienne est développée afin de résoudre le problème posé. Les contraintes liant les variables de flot et de conception sont tout d'abord relaxées dans l'objectif. La méthodologie développée par Brotcorne et al. [29][30] est par la suite privilégiée afin de résoudre le sous-problème lagrangien.

Côté, Marcotte et Savard [52] développent un modèle permettant la détermination de politiques tarifaires de même qu'une allocation appropriée de la capacité disponible sur les vols d'une compagnie aérienne. La modélisation mathématique est statique, déterministe et représente la demande de façon désagrégée selon les différents itinéraires offerts dans le réseau. Cette avenue permet d'établir une segmentation adéquate de la clientèle par

la caractérisation de groupes cibles selon la valeur que ceux-ci accordent aux attributs du service tels le prix exigé, la durée du transit ou encore la qualité de service consentie. Le modèle analyse l'ensemble de ces facteurs en parallèle avec ce que propose la compétition afin d'établir une structure tarifaire concurrentielle. Au second niveau, les auteurs introduisent des contraintes assurant l'atteinte d'objectifs commerciaux en ce qui a trait aux parts de marché notamment. De plus, des contraintes garantissent le respect de la capacité des appareils et limitent, si désiré, le niveau de réservation de certaines classes de service. Les auteurs présentent par la suite un survol rapide de méthodologies de résolution adaptées à la modélisation privilégiée pour des problèmes de grande taille ainsi que quelques approches de calibrage et d'analyse des données afin que le modèle reflète le plus justement possible le contexte traité.

Castelli et al. [43] proposent une formulation d'un modèle mathématique à deux niveaux afin de représenter le comportement de deux agents dans un réseau de transport. Le premier agent (P) recherche la minimisation de ses coûts de transport alors que le deuxième (Q) vise la maximisation de sa fonction d'utilité qui peut être vue, par exemple, comme l'optimisation de ses revenus. La formulation repose sur la détermination, à l'aide d'un modèle de flot à coût minimal, de l'allocation de trafic de P dans un réseau pour lequel un certain nombre d'arcs sont sous le contrôle de Q . Ce contrôle se définit par l'affectation de capacités sur les arcs que cet agent gère. Les auteurs démontrent qu'une solution optimale au problème posé représente un point d'équilibre de Nash. Une heuristique permettant l'identification de bornes supérieures sur la solution optimale au modèle bi-niveaux est par la suite développée. Celle-ci se base sur un algorithme d'élimination de cycles à coût négatif pour le problème de flot à coût minimal tel que proposé par Ahuja, Magnanti et Orlin [10]. Partant d'un flot admissible, cet algorithme indique donc la nécessité d'une modification du flot permettant le passage d'un équilibre de Nash à un autre. Une comparaison de la solution obtenue par l'heuristique avec la solution optimale résultant de l'application d'une procédure de séparation et d'évaluation progressive indique un écart d'environ 0,3%.

À la lumière de la vaste littérature traitant des différents aspects liés à la gestion des activités d'un transporteur ferroviaire de même qu'aux défis qu'apportent la mise en place d'une saine gestion du revenu, il est plus qu'évident qu'une étude globale de ces deux pans de recherche est incontournable. Cette dernière doit s'articuler autour de l'élaboration d'outils d'aide à la décision visant, de façon conjointe, une analyse des opérations desquelles découle la capacité de transport disponible, et de la gestion adéquate de celle-ci combinée à une tarification adaptée afin de maximiser le revenu résultant des activités du transporteur. Les prochains chapitres s'intéressent justement à établir certaines bases d'une analyse intégrée de la gestion des opérations et du revenu. Débutons par la modélisation de la problématique soulevée qui servira d'assise aux idées algorithmiques qui seront développées par la suite.

CHAPITRE 2 : MODÉLISATIONS ET FORMULATIONS

Ce chapitre présente deux modélisations axées, respectivement, sur une perspective opérationnelle et tactique de la gestion intégrée de la tarification et de la capacité du réseau. Chaque formulation met l'emphasis, selon le niveau de décision privilégié, sur certains des principaux attributs intervenant dans la prise de décision. Le paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux est utilisé afin de dépeindre les problématiques. À l'instar de ce que nous avons présenté plus tôt, nous ferons intervenir deux agents. Le transporteur ferroviaire est ici le meneur et le suiveur est décrit par les entreprises qui sollicitent les services de la compagnie par le biais de requêtes caractérisées par différents attributs dont, notamment, le type de marchandise. La maximisation du revenu découlant de ce transit de marchandises représente l'objectif visé par le meneur. Ce dernier tente donc de mettre en place une politique tarifaire appropriée. Pour sa part, le suiveur cherche à minimiser le coût résultant de la tarification imposée ainsi que de sa perception du service proposé. Le tout est traité dans un cadre où la compétition joue un rôle important. Ainsi le suiveur considère les opportunités de transport offertes sur le marché par d'autres compagnies ferroviaires ou encore par certaines entreprises de transport routier ou maritime par exemple.

La perspective opérationnelle sera toutefois privilégiée dans les chapitres qui suivront puisque les politiques tarifaires qui lui seront rattachées permettront une analyse plus naturelle par rapport à une perspective tactique. Nous débutons ce chapitre avec la description d'un modèle conceptuel qui permettra d'établir les éléments de base qui interviennent dans le domaine du transport de marchandises par rail ainsi que les principales relations qui existent entre eux.

2.1 Modèle conceptuel du transport ferroviaire de marchandises

Tel que nous l'avons mentionné précédemment, les transporteurs opèrent de plus en plus dans un environnement à horaires fixes par opposition à une gestion plus traditionnelle basée sur un tonnage minimal. Ainsi, les compagnies ferroviaires se doivent d'établir, à un niveau tactique, l'horaire des trains afin de satisfaire le plus possible la demande. Au niveau opérationnel, les requêtes des clients doivent être affectées selon la capacité de transport disponible. Ces requêtes sont définies par un certain *produit* caractérisé par des attributs spécifiques tels que la demande, mesurée en nombre de wagons ou selon une mesure de volume similaire. Chaque requête doit être transportée d'une origine à une destination (*OD*) et ce transit se fera par le passage à une ou plusieurs *cours de triage* (ou *classification*). Toute requête est de plus définie par une *heure de tombée* à partir de laquelle le produit devient disponible pour le transporteur de même qu'une *échéance de livraison* spécifiant la fin du délai de livraison à la destination. De plus, les requêtes sont segmentées selon la perception des clients et ce, notamment, par rapport à la durée du transit ou la qualité du service (préférences d'équipement par exemple). Les *itinéraires* découlent de l'horaire et définissent les chemins admissibles pour un produit de son origine à sa destination. Le déplacement des wagons selon un itinéraire est contraint par les capacités induites par les décisions tactiques en ce qui a trait, entre autres, aux politiques de blocage ou à la puissance de traction des différentes locomotives. La figure 2.1 présente les relations entre les entités décrites précédemment.

Le problème considéré ici s'intéresse à la relation de *réservation*. L'objectif visé est d'effectuer, de façon conjointe, la gestion de la capacité disponible et de la tarification à l'intérieur de la relation entre chaque paire *OD* et les itinéraires décrivant son ensemble d'itinéraires admissibles.

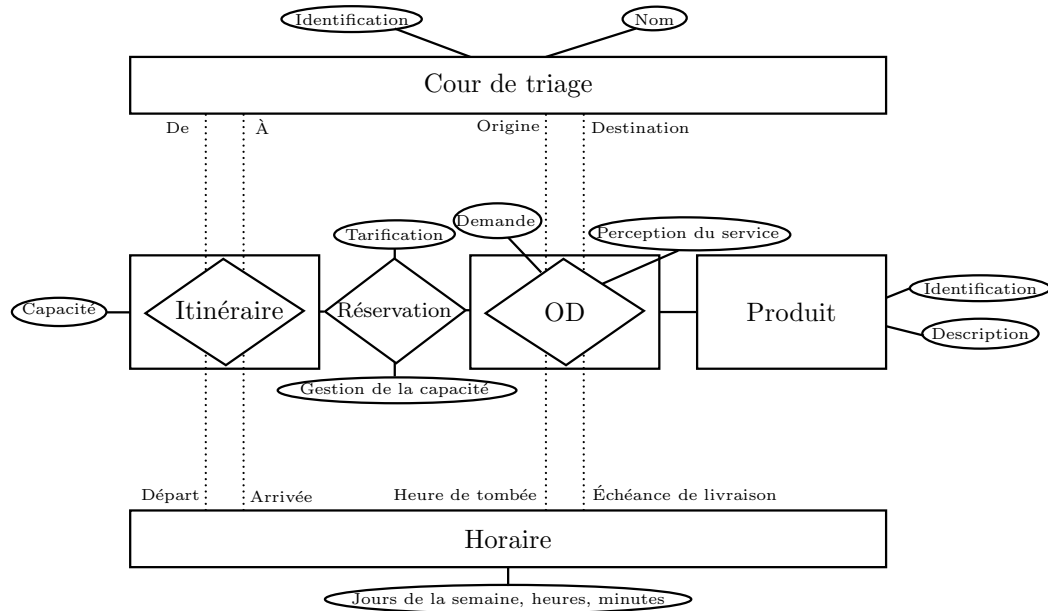


Figure 2.1 – Schéma conceptuel du transport ferroviaire de marchandises

2.2 Intégration de la tarification et de la gestion de la capacité au niveau opérationnel

Nous proposons ici une première intégration visant à considérer de façon simultanée la tarification du transit de marchandises et la gestion de la capacité du réseau au niveau opérationnel. Nous décrivons dans un premier temps la structure du réseau ferroviaire et ses principaux attributs. Par la suite nous proposons une formulation mathématique basée sur les chemins de ce réseau. Nous ferons alors ressortir tant les aspects liés au transit des marchandises que ceux associés à la mise en place des politiques tarifaires. Quelques extensions seront par la suite abordées.

2.2.1 Représentation réseau

Soit E l'ensemble des types d'équipement disponibles dans le réseau et K l'ensemble des chargements pour lesquels une demande de service est formulée. À chaque chargement $k \in K$ est associé un couple origine-destination $(o(k), d(k))$ ainsi qu'un ensemble E_k indiquant les types d'équipement substituables pour le chargement k . Pour chaque type d'équipement $e \in E$, définissons un réseau espace-temps multiproduits $G^e = (N^e, A^e)$ où N^e représente l'ensemble des sommets, A^e l'ensemble des arcs du graphe et où les produits circulant dans le réseau sont les chargements k pour lesquels $e \in E_k$. Soit B l'ensemble des blocs établis par l'entreprise. Ainsi, $B^e \subset A^e$ représente l'ensemble des blocs sur lesquels l'équipement e est disponible. Ce réseau est basé sur l'horaire des trains prévus et permet la représentation des départs et arrivées de ceux-ci aux différentes cours de triage. La représentation qui suit, dont on retrouve une version similaire chez Kwon [112] par exemple, suppose connues les décisions tactiques liées aux politiques de blocage des wagons et d'habillage des trains. La figure 2.2 présente la structure d'un réseau de blocs pour un type d'équipement donné sur une période d'une journée.

Structure de l'ensemble N^e

L'ensemble N^e se compose de quatre types de nœuds. Les deux premiers types permettent de représenter le départ et l'arrivée des trains à l'horaire. Les autres indiquent respectivement la fin de la période de désassemblage de blocs associés à un train et l'heure de tombée pour l'assemblage de blocs, c'est-à-dire l'heure limite au-delà de laquelle l'assemblage des wagons et l'habillage du train seraient impossibles étant donné l'horaire de départ de ce dernier.

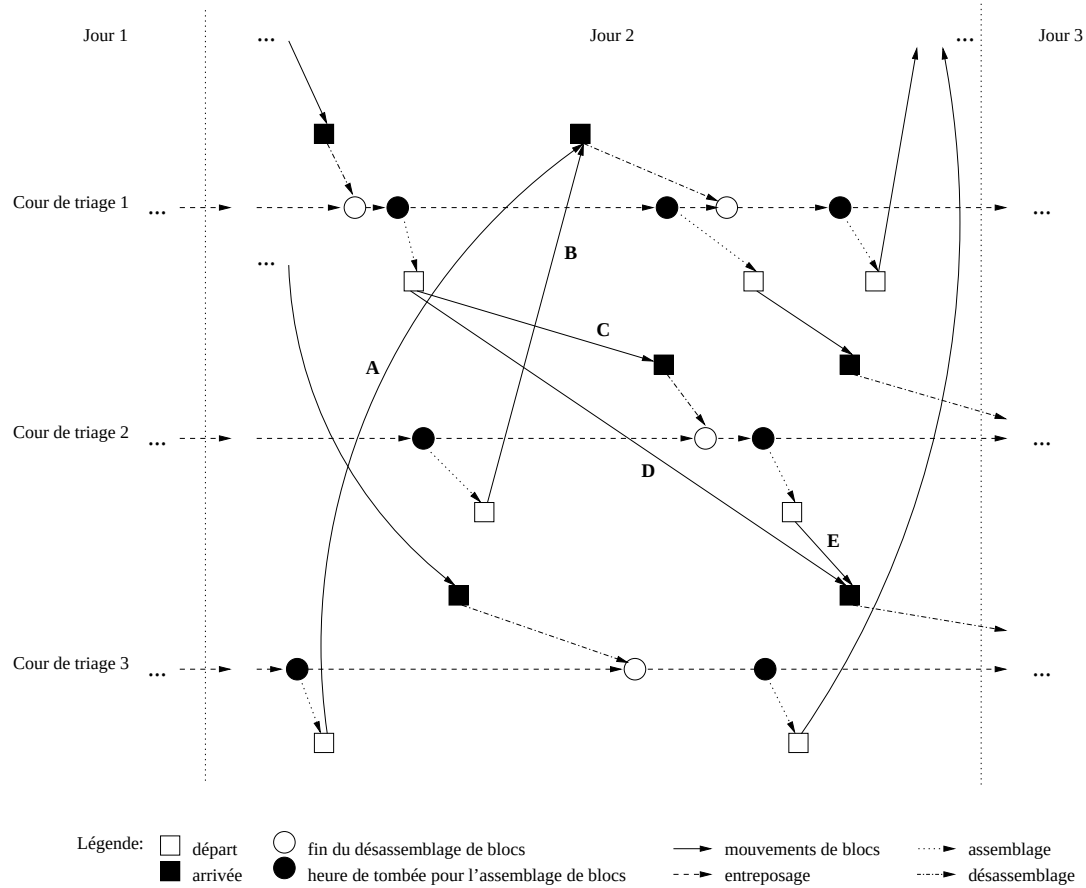


Figure 2.2 – Représentation d'un réseau de blocs

Structure de l'ensemble A^e

Cet ensemble comporte lui aussi quatre éléments. Les deux premiers types d'arcs illustrent les opérations d'assemblage des blocs et d'habillage des trains de même que les opérations inverses lors de l'arrivée d'un train à destination. On retrouve de plus des arcs horizontaux illustrant l'entreposage de wagons à chaque cour de triage jusqu'au départ de ceux-ci sur un bloc subséquent ou encore jusqu'à la récupération de la marchandise par le client à qui celle-ci est destinée. Cette dernière opération nécessite habituellement un transit local des wagons. Enfin, des arcs représentant le mouvement des blocs sur les trains sont établis selon la politique d'habillage. Par exemple, l'arc *A* de la figure 2.2 indique

le mouvement d'un bloc ayant pour origine la cour de triage 3 et comme destination la cour de triage 1. Ce dernier ne subira donc aucun désassemblage ou reclassification aux cours de triage intermédiaires qu'il rencontrera durant son parcours. Étant donné que la politique d'habillage est connue, les trains sur lesquels le bloc A transitera sont prédéfinis. On remarque ici que ce bloc effectue un déplacement de la cour de triage 3 à la cour de triage 2 où celui-ci se joint au bloc B pour le transit final, sur un train commun, vers la cour de triage 1 représentant la destination des deux blocs. La figure 2.3 propose une représentation de déplacements des trains compatibles avec le mouvement des blocs définis. Notons par $\{X; (y, z)\}$ le bloc X ayant comme origine la cour de triage y et comme destination la cour de triage z . En plus de présenter les transits des blocs A et B décrits précédemment, on y retrouve le mouvement des blocs C, D et E . Ainsi, les blocs C et D transitent simultanément entre les cours 1 et 2 et, suite au retrait du bloc C ayant atteint sa destination et à l'assemblage de D et E , un déplacement final est effectué jusqu'à la cour 3.

2.2.2 Formulation mathématique par chemins

La formulation qui suit repose sur les chemins des graphes espace-temps développés précédemment. Afin d'établir de façon claire la structure du modèle mathématique proposé, il est nécessaire de définir plus en détails la notation privilégiée. En représentant le meneur par m et la compétition par c , soit les ensembles suivants :

$I_{e,k}^m$: ensemble définissant les itinéraires offerts par le meneur pour l'équipement e et le chargement k ,

I_k^m : ensemble définissant les itinéraires offerts par le meneur pour le chargement k . C'est-à-dire que $I_k^m = \cup_{e \in E_k} I_{e,k}^m$,

I^m : ensemble définissant les itinéraires offerts par le meneur,

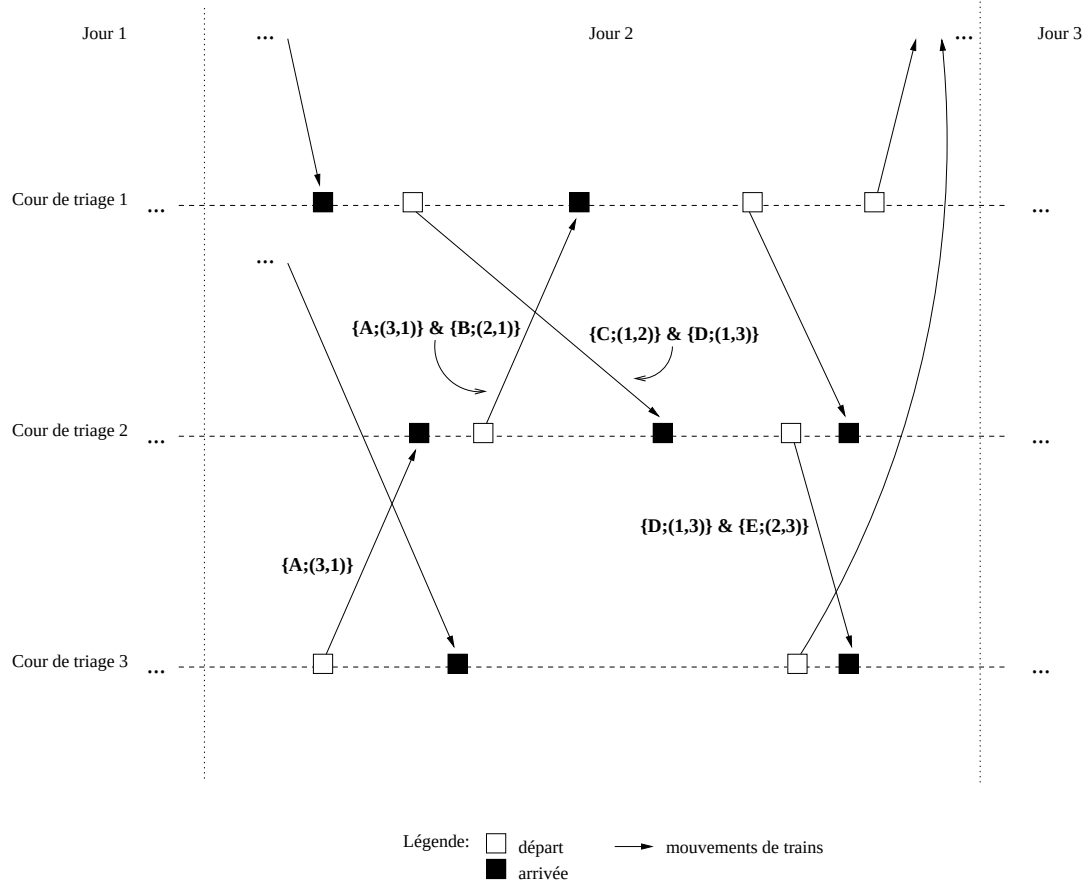


Figure 2.3 – Représentation de mouvements de trains

I_k^c : ensemble définissant les itinéraires offerts par la compétition pour le chargement k . Ainsi $i \in I_k^c$ peut représenter un itinéraire routier, maritime ou ferroviaire proposé entre $o(k)$ et $d(k)$,

I^c : ensemble définissant les itinéraires offerts par la compétition,

L : ensemble des trains,

L_a : ensemble des trains sur lesquels le bloc a est affecté,

$B_{i,k}^e$: ensemble des blocs formant l'itinéraire i du chargement k dans le réseau G^e ,

E^a : ensemble des équipements offerts sur le bloc a ,

P : ensemble des périodes définies sur l'horizon de planification (dont la durée peut représenter une journée par exemple),

R : ensemble des cours de triage,

$S_{r,p}$: ensemble des itinéraires comprenant au moins un arc d'assemblage ou de désassemblage de la cour de triage $r \in R$ durant la période $p \in P$. Les itinéraires comportant un arc représentant un bloc effectuant un arrêt à la cour de triage r à la période p sont aussi inclus dans cet ensemble car même si aucun désassemblage ou reclassification n'a lieu, ce passage nécessitera tout de même l'utilisation de voies, limitant ainsi la capacité de la cour de triage,

ainsi que les paramètres exogènes :

d_k : demande du chargement k en nombre de wagons,

cap_l : capacité du train l en nombre de wagons. Celle-ci dépend normalement de la puissance de traction que peuvent fournir les locomotives associées au train,

cap_a : capacité du bloc a en nombre de wagons,

$cap_{e,a}$: capacité accordée au type d'équipement e sur le bloc a en nombre de wagons,

cap_r^v : capacité de traitement, au niveau du volume, de la cour de triage r durant une période, en nombre de wagons.

Définissons aussi les variables :

t_i^m et t_i^c : tarification respective du meneur et de la compétition pour une unité de flot sur l'itinéraire i ,

t^m : le vecteur des tarifs du meneur,

f_i^m et f_i^c : flot sur l'itinéraire i proposé respectivement par le meneur et la compétition,

f^m et f^c : vecteurs des flots associés au meneur et à la compétition,

$v_{e,a}$: nombre d'unités d'équipement e transitant sur le bloc a ,

de même qu'une caractérisation de chaque itinéraire et de la sensibilité des clients à la qualité de service, telle que proposée par Marcotte et Savard [123] de même que Côté, Marcotte et Savard [52] pour le transport aérien de passagers :

D_i : durée de l'itinéraire i ,

Q_i : qualité de service attribuée à l'itinéraire i ,

α_k : facteur associé à la conversion, en valeur monétaire, d'une unité de durée pour le client associé au chargement k ,

$\beta_{e,k}$: facteur associé à la conversion, en valeur monétaire, d'une unité de perte de qualité de service due à l'utilisation de l'équipement de type e pour le client associé au chargement k ,

c_i^m et c_i^c : coût unitaire du flot sur l'itinéraire i proposé respectivement par le meneur et la compétition. Pour un itinéraire i du meneur défini dans le réseau G^e , ce coût s'exprime, pour le chargement k , comme $c_i^m(\alpha, \beta) = t_i^m + \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$ où $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) = \alpha_k D_i + \beta_{e,k} Q_i$. En ce qui a trait à la compétition, le coût se traduit par $c_i^c(\alpha, \beta) = t_i^c + \alpha_k D_i + \beta_k Q_i$.

Tel que nous l'avons mentionné en début de chapitre, l'objectif recherché par le transporteur sera de maximiser le revenu résultant du transit des marchandises à travers le réseau sous son contrôle. Nous pouvons formuler ceci comme :

$$\max_{t^m, f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m.$$

Cette tarification dictée par le meneur induira dès lors une réaction de la part du suiveur. Celui-ci cherchera à minimiser son coût perçu associé à l'acheminement de sa marchandise. Le suiveur analysera donc la politique tarifaire de même que les caractéristiques du service proposé par le meneur, et ce en parallèle avec les offres de transport disponibles sur le

marché. Cet objectif peut s'exprimer comme :

$$\min_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c.$$

Il est à noter que nous considérons ici les tarifs décrétés par la compétition comme des paramètres exogènes. Une étude préliminaire peut par exemple être effectuée afin d'identifier les tendances des principaux acteurs œuvrant dans ce secteur d'activité.

Le meneur se doit aussi d'établir un certain nombre de contraintes liées aux impératifs opérationnels de l'exploitation d'un réseau ferroviaire. Nous considérons pour ce modèle les contraintes suivantes :

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m = v_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (2.1)$$

$$v_{e,a} \leq cap_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (2.2)$$

$$\sum_{e \in E^a} v_{e,a} \leq cap_a \quad \forall a \in B; \quad (2.3)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} v_{e,a} \leq cap_l \quad \forall l \in L; \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq cap_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P. \quad (2.5)$$

Les équations établies en (2.1) n'effectuent qu'un changement de variables afin d'obtenir le flot d'équipement sur chacun des blocs. On retrouve en (2.2) des contraintes permettant de considérer une capacité maximale attribuée au transport de chaque type d'équipement sur un bloc. Il est imposé en (2.3) que le transit d'équipement sur un bloc donné ne dépasse pas la limite établie. Les contraintes (2.4) assurent que la capacité de traction des locomotives associées à chaque transit soit respectée. La capacité de traitement du volume de wagons (indiquée par l'exposant v) sur les voies de triage disponibles à chacune des cours est prise en considération en (2.5).

Nous pouvons maintenant énoncer le modèle de tarification et de gestion de la capacité du réseau au niveau opérationnel (*TGCO*) comme suit

$$(TGCO) \quad \max_{t^m, f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m$$

sujet à

$$t^m \geq 0; \quad (2.6)$$

$$\min_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c$$

sujet à

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + \sum_{i \in I_k^c} f_i^c = d_k \quad \forall k \in K; \quad (2.7)$$

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m = v_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (2.8)$$

$$v_{e,a} \leq cap_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (2.9)$$

$$\sum_{e \in E^a} v_{e,a} \leq cap_a \quad \forall a \in B; \quad (2.10)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} v_{e,a} \leq cap_l \quad \forall l \in L; \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq cap_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P; \quad (2.12)$$

$$f^m, f^c \geq 0, \text{ entier}. \quad (2.13)$$

Notons que les contraintes (2.7) garantissent que la demande associée à chaque chargement sera desservie. Finalement, en (2.6) et (2.13) on retrouve les contraintes définissant les variables de décision de premier et de deuxième niveaux.

2.2.3 Extensions

Nous présentons ici quelques extensions au modèle que nous venons de proposer afin de traiter un certain nombre de décisions de niveau tactique. Notamment, le modèle peut être adapté afin que celui-ci incorpore les décisions en ce qui a trait aux politiques de blocage. Considérons l'ensemble $\overline{B}$ des arcs représentant les blocs potentiels établis par l'entreprise. Ainsi, l'ensemble B décrit plus tôt est tel que $B \subseteq \overline{B}$. Définissons les variables de décisions de premier niveau suivantes :

$$z_{a,p} = \begin{cases} 1 & \text{si le bloc } a \text{ est ouvert à la période } p; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La variable $z_{a,p}$ n'est considérée que si le bloc a représente un élément de $\overline{B}_p \subset \overline{B}$, correspondant aux blocs potentiels à la période p . Les contraintes (2.9) peuvent donc être réécrites comme :

$$\begin{aligned} v_{e,a} &\leq \text{cap}_{e,a} z_{a,p} & \forall p \in P; \forall a \in \overline{B}_p; \forall e \in E^a; \\ z_{a,p} &\in \{0, 1\} & \forall p \in P; \forall a \in \overline{B}_p. \end{aligned}$$

Les coûts fixes encourus par l'ouverture des blocs sont de plus ajoutés à l'objectif du meneur. Ceux-ci correspondent typiquement aux coûts liés aux transferts du bloc de son origine à sa destination ainsi qu'à ceux découlant de l'utilisation des voies de triage lors de la construction du bloc. On retrouve ainsi au premier niveau :

$$\max_{t^m, f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m - \sum_{p \in P} \sum_{a \in \overline{B}_p} h_a z_{a,p};$$

où h_a représente le coût fixe découlant de la mise en place du bloc a .

Un ensemble d'arcs décrivant les affectations admissibles d'un bloc $a \in \overline{B}$ à différentes séquences de train de l'origine de a à sa destination peut de plus être traité. Les

décisions tactiques au niveau de l'habillage des trains peuvent donc être étudiées dans une certaine mesure avec cette approche. Une analyse préliminaire est cependant nécessaire afin d'établir les affectations des blocs à différents horaires de trains qui sont considérées comme viables par le transporteur. En définissant par $\overline{B}_{a,p}$ l'ensemble des arcs représentant les affectations potentielles du bloc a aux trains à l'heure ayant un départ de l'origine de a à la période p , des contraintes sur un nombre minimum ($min_{a,p}$) ou maximum ($max_{a,p}$) de fois que ce bloc doit apparaître dans le plan d'opération au cours de la période peuvent être établies comme :

$$min_{a,p} \leq \sum_{j \in \overline{B}_{a,p}} z_{a,p}^j \leq max_{a,p},$$

où $z_{a,p}^j$ correspond à la variable de conception pour l'affectation j du bloc a aux trains à la période p . Les valeurs attribuées aux bornes définies peuvent représenter un certain niveau de service minimal garanti par l'entreprise ou encore une capacité maximale de manutention imposée par les caractéristiques intrinsèques à la mise en place d'un bloc donné. L'ensemble $\overline{B}_{a,p}$ peut aussi être considéré comme l'ensemble des classes de service offertes pour l'acheminement du bloc a à la période p . Certaines d'entre elles décrivent par exemple un transit express ou encore un transit direct du bloc de son origine à sa destination.

Il est aussi possible de considérer, comme le proposent des auteurs comme Newton, Barnhart et Vance [133] ou encore Barnhart, Jin et Vance [18], une capacité maximale au niveau du nombre de blocs pouvant être traités par une cour de triage. Dans le contexte du présent modèle, définissons :

$\overline{B}_{r,p}$: ensemble des blocs ayant comme origine ou destination la cour de triage r durant la période p .

Nous pouvons maintenant établir la contrainte comme suit :

$$\sum_{a \in \overline{B}_{r,p}} z_{a,p} \leq cap_r^b \quad \forall r \in R; \forall p \in P;$$

où cap_r^b correspond à la capacité de manutention des blocs de la cour de triage r durant la période p . Dans un contexte où l'aspect des coûts fixes associés aux décisions d'ouverture des différents blocs ne s'avère pas être un critère de premier plan, cette alternative peut être utilisée afin de traiter la conception de réseau sans avoir recours à l'ajout de coûts fixes à l'objectif.

2.3 Intégration de la tarification et de gestion de la capacité au niveau tactique

Nous proposons ici un second modèle considérant certaines décisions au niveau tactique. Celui-ci analyse notamment l'affectation du flot des chargements aux itinéraires de blocs admissibles étant donné le réseau de blocage établi par l'entreprise. L'aspect de conception du réseau lié à l'ouverture des blocs induit alors l'affectation de ces derniers aux itinéraires définis dans un réseau représentant l'ensemble des principaux corridors de transport décrivant les opportunités de transit entre les centres de transbordement et de tri. La capacité de transport (puissance de traction entre autres) est alors répartie à travers le réseau afin de satisfaire la demande découlant du flot transitant dans les différents corridors. Cette capacité étant limitée, elle aura un impact direct sur les deux niveaux d'affectation décrits précédemment. L'étape subséquente pour l'entreprise est donc l'élaboration, sur l'horizon considéré, d'un horaire compatible avec la répartition du flot et de la capacité de transport.

Soit G_B et G_P les graphes décrivant respectivement le réseau de blocage et physique du meneur. Le réseau physique décrit l'ensemble des corridors de transport disponibles. Soit les ensembles suivants :

I^m : ensemble des itinéraires admissibles du meneur dans G_B ,

I_k^m : ensemble des itinéraires admissibles du meneur pour le chargement k (c'est-à-dire entre $o(k)$ et $d(k)$) dans G_B ,

I_k^c : ensemble des itinéraires admissibles offerts par la compétition pour le chargement k ,

J^m : ensemble des itinéraires admissibles dans G_P ,

$J_{(O,D)}^m$: ensemble des itinéraires admissibles entre l'origine O et la destination D dans G_P ,

B : ensemble des blocs admissibles définis par le meneur,

B_i : ensemble des blocs qui composent l'itinéraire $i \in I^m$,

S : ensemble des corridors s de transport (segments ou arcs de G_P)

S_j : ensemble des corridors qui composent l'itinéraire $j \in J^m$,

de même que les paramètres :

ρ_a^i : prend la valeur 1 si $a \in B_i$, 0 sinon,

σ_s^j : prend la valeur 1 si $s \in S_j$, 0 sinon,

d_k : demande du chargement k en nombre de wagons,

D_s : durée moyenne du transit dans le corridor s ,

τ_s : pondération relative du corridor s par rapport aux autres corridors du réseau (peut représenter un facteur de congestion par exemple),

cap : capacité de transport disponible dans le réseau (calculée en wagons-heures par exemple),

ainsi que les variables de décision :

f_i^k : fraction du flot du chargement k transitant sur l'itinéraire $i \in I^m$,

y_a : prend la valeur 1 si le bloc a est construit, 0 sinon,

x_a^j : prend la valeur 1 si le bloc a est affecté à l'itinéraire j , 0 sinon,

f_j : flot, en nombre de wagons, transitant sur l'itinéraire $j \in J^m$,

z_s : capacité de transport affectée au corridor de transport s .

Nous pouvons maintenant énoncer les contraintes du modèle de tarification et de gestion de la capacité du réseau au niveau tactique. En ce qui a trait à la conception des blocs et à l'affectation du flot aux itinéraires de blocs qui en découle, les contraintes sont les suivantes :

$$\sum_{i \in I_k^m} \rho_a^i f_i^k \leq y_a \quad \forall k \in K; \forall a \in B; \quad (2.14)$$

$$\sum_{i \in I_k^m} f_i^k + \sum_{i \in I_k^c} f_i^k = 1 \quad \forall k \in K. \quad (2.15)$$

On retrouve en (2.14) les contraintes de conception permettant la sélection des blocs admissibles qui se retrouveront dans le plan d'opération. Les contraintes (2.15) garantissent l'acheminement de la marchandise pour chaque chargement k entre l'origine $o(k)$ et la destination $d(k)$.

Au niveau de l'affectation des différents blocs aux itinéraires du réseau physique et à la répartition de la capacité de transport à l'ensemble des corridors, les contraintes s'énoncent comme suit :

$$\sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} x_a^j = y_a \quad \forall a \in B; \quad (2.16)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \sum_{a \in B_i} d_k f_i^k x_a^j = f_j \quad \forall j \in J^m; \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in J^m} \sigma_s^j D_s f_j \leq z_s \quad \forall s \in S; \quad (2.18)$$

$$\sum_{s \in S} \tau_s z_s \leq cap. \quad (2.19)$$

Les contraintes (2.16) assurent, pour chaque bloc construit, l'affectation de ce dernier à un itinéraire physique compatible. En (2.17) on retrouve l'évaluation du flot transitant sur chaque itinéraire du réseau physique. Les contraintes (2.18) établissent la demande

au niveau de la capacité pour chaque corridor de transport. Enfin, les contraintes (2.19) imposent le respect de la capacité de transport disponible.

L'objectif de premier niveau est similaire à celui proposé dans le cadre du modèle opérationnel présenté précédemment, soit :

$$\max_{t^m, f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} t_i^m d_k f_i^k.$$

Au deuxième niveau, les clients recherchent la minimisation de leur désutilité caractérisée notamment par la durée du transit de la marchandise. À cette fin, remarquons que la durée associée à l'itinéraire $i \in I^m$, notée D_i , peut être définie par :

$$D_i = \sum_{a \in B_i} \sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} D_j x_a^j.$$

Dans cette expression, la durée D_j de l'itinéraire j dans le réseau physique est donnée par :

$$D_j = \sum_{s \in S_j} D_s.$$

L'objectif de second niveau peut donc être exprimé comme :

$$\min_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} (t_i^m + \alpha_k D_i) d_k f_i^k + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} (t_i^c + \alpha_k D_i) d_k f_i^c.$$

En considérant l'expression de D_i pour les itinéraires associés au meneur, le premier terme de l'objectif peut être formulé comme :

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} (t_i^m + \alpha_k D_i) d_k f_i^k &= \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \left(t_i^m + \alpha_k \left(\sum_{a \in B_i} \sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} D_j x_a^j \right) \right) d_k f_i^k \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \left(t_i^m d_k f_i^k + \sum_{a \in B_i} \sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} \alpha_k D_j d_k f_i^k x_a^j \right) \end{aligned}$$

Le modèle de tarification et de gestion de la capacité du réseau au niveau tactique s'énonce donc comme suit :

$$\max_{t^m, f} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} t_i^m d_k f_i^k$$

sujet à

$$t^m \geq 0; \quad (2.20)$$

$$y_a \in \{0, 1\} \quad \forall a \in B; \quad (2.21)$$

$$x_a^j \in \{0, 1\} \quad \forall a \in B; \forall j \in J_{(o(a), d(a))}; \quad (2.22)$$

$$z_s \geq 0 \quad \forall s \in S; \quad (2.23)$$

$$\min_f \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \left(t_i^m d_k f_i^k + \sum_{a \in B_i} \sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} \alpha_k D_j d_k f_i^k x_a^j \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} (t_i^c + \alpha_k D_i) d_k f_i^c$$

sujet à

$$\sum_{i \in I_k^m} \rho_a^i f_i^k \leq y_a \quad \forall k \in K; \forall a \in B; \quad (2.24)$$

$$\sum_{i \in I_k^m} f_i^k + \sum_{i \in I_k^c} f_i^k = 1 \quad \forall k \in K; \quad (2.25)$$

$$\sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} x_a^j = y_a \quad \forall a \in B; \quad (2.26)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \sum_{a \in B_i} d_k f_i^k x_a^j = f_j \quad \forall j \in J^m; \quad (2.27)$$

$$\sum_{j \in J^m} \sigma_s^j D_s f_j \leq z_s \quad \forall s \in S; \quad (2.28)$$

$$\sum_{s \in S} \tau_s z_s \leq cap; \quad (2.29)$$

$$f_i^k \geq 0 \quad \forall k \in K; \forall i \in I_k^m \cup I_k^c; \quad (2.30)$$

$$f_j \geq 0 \quad \forall j \in J. \quad (2.31)$$

Remarquons maintenant que la modélisation proposée comporte des contraintes non linéaires. En effet, le produit de variables de flot et d'affectation apparaît dans les contraintes (2.27) de même que dans l'objectif du suiveur. Il est possible de transformer le produit d'une variable de flot du chargement k sur un itinéraire i de G_B (f_i^k) et d'une variable d'affectation d'un bloc a tel que $a \in B_i$ à l'itinéraire j de G_P (x_a^j) en définissant la variable $\Gamma_{i,a}^{k,j}$ et en introduisant dans la formulation les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} x_a^j - 1 &\leq \Gamma_{i,a}^{k,j} - f_i^k \leq 0; \\ 0 &\leq \Gamma_{i,a}^{k,j} \leq x_a^j. \end{aligned}$$

Les relations établies précédemment découlent du fait que $0 \leq f_i^k \leq 1$ et donc que $0 \leq \Gamma_{i,a}^{k,j} \leq 1$. On obtient alors une formulation à deux niveaux comportant des objectifs bilinéaires mais pour laquelle les contraintes du deuxième niveau sont maintenant linéaires :

$$\max_{t^m, f} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} t_i^m d_k f_i^k$$

sujet à

$$t^m \geq 0; \tag{2.32}$$

$$y_a \in \{0, 1\} \quad \forall a \in B; \tag{2.33}$$

$$x_a^j \in \{0, 1\} \quad \forall a \in B; \forall j \in J_{(o(a), d(a))}; \tag{2.34}$$

$$z_s \geq 0 \quad \forall s \in S; \tag{2.35}$$

$$\min_f \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \left(t_i^m d_k f_i^k + \sum_{a \in B_i} \sum_{j \in J_{(o(a), d(a))}} \alpha_k D_j d_k \Gamma_{i,a}^{k,j} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} (t_i^c + \alpha_k D_i) d_k f_i^c$$

sujet à

$$\sum_{i \in I_k^m} \rho_a^i f_i^k \leq y_a \quad \forall k \in K; \forall a \in B; \quad (2.36)$$

$$\sum_{i \in I_k^m} f_i^k + \sum_{i \in I_k^c} f_i^k = 1 \quad \forall k \in K; \quad (2.37)$$

$$\sum_{j \in J(o(a), d(a))} x_a^j = y_a \quad \forall a \in B; \quad (2.38)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \sum_{a \in B_i} d_k \Gamma_{i,a}^{k,j} = f_j \quad \forall j \in J^m; \quad (2.39)$$

$$\sum_{j \in J^m} \sigma_s^j D_s f_j \leq z_s \quad \forall s \in S; \quad (2.40)$$

$$\sum_{s \in S} \tau_s z_s \leq cap; \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} x_a^j - 1 \leq \Gamma_{i,a}^{k,j} - f_i^k &\leq 0 & \forall k \in K; \forall i \in I_k^m; \forall a \in B_i; \\ 0 \leq \Gamma_{i,a}^{k,j} &\leq x_a^j & \forall j \in J(o(a), d(a)); \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$f_i^k \geq 0 \quad \forall k \in K; \forall i \in I_k^m \cup I_k^c; \quad (2.43)$$

$$f_j \geq 0 \quad \forall j \in J. \quad (2.44)$$

2.3.1 Extensions

Tel que nous l'avons mentionné dans la section précédente, la conception de réseau découlant de la sélection des blocs peut être traitée dans l'objectif du meneur par l'ajout d'un terme évaluant la somme des coûts fixes engendrés par ladite sélection. Ainsi, l'objectif de premier niveau devient :

$$\max_{t^m, f} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} t_i^m d_k f_i^k - \sum_{a \in B} h_a y_a;$$

où h_a représente le coût de mise en place du bloc a . Encore une fois, des contraintes peuvent être énoncées, pour une cour donnée, afin d'y limiter le nombre de blocs contruits à celle-ci de même que de restreindre le flot de marchandises y transitant. Ces contraintes

peuvent être décrites respectivement comme :

$$\sum_{a \in B} \nu_r^a y_a \leq cap_r^b \quad \forall r \in R;$$

et

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^m} \sum_{a \in B_i} \nu_r^a d_k f_i^k \leq cap_r^v \quad \forall r \in R;$$

où le paramètre ν_r^a prend la valeur 1 si le bloc a a comme origine la cour de triage r et la valeur 0 sinon. De plus cap_r^b et cap_r^v représentent respectivement le nombre maximal de blocs qui peuvent être construits et une limite sur le volume de wagons pouvant être traités à la cour r .

Le modèle peut être adapté afin de considérer, tel que le précédent modèle le propose, les aspects liés à la disponibilité d'équipements distincts. Encore une fois, le réseau de blocage peut être défini pour chaque type d'équipement et un ensemble d'itinéraire $I_{e,k}^m$ peut être considéré pour chaque chargement k tel que $e \in E_k$.

Malgré l'intérêt indéniable que peut revêtir la modélisation présentée dans cette dernière section, la suite de cette thèse sera consacrée à l'analyse du modèle d'intégration de la tarification et de la gestion de la capacité au niveau opérationnel. Les tarifs obtenus d'une formulation telle que celle que nous venons de présenter sont pertinents dans le cadre d'analyses visant à identifier une tendance générale au niveau du revenu. Dans une première approche, nous proposons donc de mettre l'emphasis sur une modélisation où l'information donnée par la politique tarifaire est plus concrète. Le prochain chapitre s'intéresse notamment à l'analyse des propriétés de ce modèle selon deux politiques tarifaires distinctes. Ce chapitre vise aussi la mise en œuvre de procédures algorithmiques exactes pour le problème à l'étude.

CHAPITRE 3 : APPROCHE DE RÉOLUTION EXACTE

Le chapitre qui suit présente une méthodologie de résolution exacte pour le modèle d'intégration de la tarification et de la gestion de la capacité au niveau opérationnel. Une reformulation de ce dernier comme un programme mathématique à un seul niveau en considérant les conditions d'optimalité du problème du suiveur est d'abord exposée.

Par la suite, deux politiques tarifaires sont étudiées et les répercussions de celles-ci sur la modélisation sont mises en lumière. Une tarification adaptée devra prendre en considération différents critères. Notamment, le type de chargement, l'origine et la destination du transit et le type d'équipement utilisé. Les itinéraires apparaissant dans la formulation présentée au chapitre précédent sont caractérisés par ces attributs. La tarification privilégiée, associée aux itinéraires décrits, sera ainsi dépendante de ces spécificités. Il est par la suite pertinent d'étudier l'impact sur le revenu de considérations liées aux interactions des tarifs entre eux. Voilà pourquoi, dans un premier temps, une tarification dite *disjointe* sera étudiée. Celle-ci permet au transporteur d'identifier un revenu découlant d'une politique tarifaire fortement désagrégée puisque chaque itinéraire se voit affecter un tarif qui lui est propre. Dans un deuxième temps, l'imposition de contraintes d'égalité entre les tarifs décrétés pour les itinéraires d'une même requête sera analysée. Dans ce cas, le tarif prescrit pour une requête donnée devient tributaire d'une agrégation de l'information provenant des itinéraires quant aux chemins empruntés dans le réseau ou encore à l'équipement utilisé puisqu'un tarif unique doit être déterminé. D'autres politiques tarifaires, qui ne seront pas traitées ici, pourraient considérer par exemple l'agrégation des requêtes selon leur couple origine-destination ou encore selon le type de marchandise transportée afin d'identifier des tarifs similaires pour les requêtes ayant des attributs communs.

Subséquentement, une variante de la formulation est exposée où la sélection d'un unique transporteur est imposée pour chaque requête. Enfin, certaines inégalités valides sont proposées et leur impact est établi sur une classe d'instance dont les principales caractéristiques menant à leur génération sont aussi présentées dans ce chapitre.

3.1 Reformulation du modèle par chemins

La formulation *TGCO* présentée au chapitre précédent comporte une structure à deux niveaux à laquelle plusieurs auteurs se sont attardés au cours des dernières années. Les travaux de Labbé, Marcotte et Savard [114], Labbé, Marcotte et Savard [115], Brotcorne et al. [29], Marcotte et Savard [123] ainsi que Brotcorne et al. [30] proposent, comme approche de résolution de problèmes de ce type, la substitution du programme mathématique de deuxième niveau par ses conditions d'optimalité primales-duales. Nous privilégions, dans une première démarche, une tactique similaire afin d'analyser plus en détails les caractéristiques intrinsèques du modèle décrit plus tôt.

Notons premièrement que l'aspect entier des variables de décision peut être relaxé car comme le précisent des auteurs comme Marín et Salmerón [124], le nombre de wagons affecté à un itinéraire donné est habituellement important. Ainsi, l'impact du caractère fractionnaire du flot ne risque pas de perturber de façon importante la solution optimale.

Dans le but de simplifier la structure de la formulation primale du problème de second niveau, remplaçons les variables $v_{e,a}$ dans les contraintes (2.9), (2.10) et (2.11) par leur expression selon les variables de décision établies en (2.8). Il en résulte le problème de deuxième niveau suivant :

$$\min_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c$$

sujet à

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + \sum_{i \in I_k^c} f_i^c = d_k \quad \forall k \in K; \quad (\lambda_k) \quad (3.1)$$

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (\eta_{e,a}) \quad (3.2)$$

$$\sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_a \quad \forall a \in B; \quad (\pi_a) \quad (3.3)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_l \quad \forall l \in L; \quad (\gamma_l) \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq \text{cap}_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P; \quad (\omega_{r,p}) \quad (3.5)$$

$$f^m, f^c \geq 0. \quad (3.6)$$

Soient $\lambda, \eta, \pi, \gamma$ et ω les vecteurs de variables duales associées aux différentes contraintes.

Définissons aussi le paramètre suivant :

$$y_{r,p}^i = \begin{cases} 1 & \text{si } i \in S_{r,p}; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Nous pouvons maintenant énoncer le programme dual du modèle précédent :

$$\max_{\lambda, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} d_k \lambda_k + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} \text{cap}_{e,a} \eta_{e,a} + \sum_{a \in B} \text{cap}_a \pi_a + \sum_{l \in L} \text{cap}_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} \text{cap}_r^v \omega_{r,p}$$

sujet à

$$\lambda_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \leq c_i^m(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \quad (3.7)$$

$$\forall e \in E_k;$$

$$\forall i \in I_{e,k}^m;$$

$$\lambda_k \leq c_i^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \quad (3.8)$$

$$\forall i \in I_k^c;$$

$$\eta_{e,a} \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.9)$$

$$\forall e \in E^a;$$

$$\pi_a \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.10)$$

$$\gamma_l \leq 0 \quad \forall l \in L; \quad (3.11)$$

$$\omega_{r,p} \leq 0 \quad \forall r \in R; \quad (3.12)$$

$$\forall p \in P.$$

Il est maintenant possible d'énoncer les conditions d'optimalité du problème de second niveau. Celles-ci se composent des contraintes établissant la réalisabilité primale (contraintes (3.1) à (3.6)), la réalisabilité duale (contraintes (3.7) à (3.12)) ainsi que les contraintes de complémentarité suivantes :

$$\left[c_i^m(\alpha, \beta) - \left(\lambda_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \right) \right] f_i^m = 0$$

$$\forall k \in K; \forall e \in E_k; \forall i \in I_{e,k}^m; \quad (3.13)$$

$$(c_i^c(\alpha, \beta) - \lambda_k) f_i^c = 0 \quad \forall k \in K; \forall i \in I_k^c; \quad (3.14)$$

$$\lambda_k \left(d_k - \left(\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + \sum_{i \in I_k^c} f_i^c \right) \right) = 0 \quad \forall k \in K; \quad (3.15)$$

$$\eta_{e,a} \left(cap_{e,a} - \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \right) = 0 \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (3.16)$$

$$\pi_a \left(cap_a - \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \right) = 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.17)$$

$$\gamma_l \left(cap_l - \sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \right) = 0 \quad \forall l \in L; \quad (3.18)$$

$$\omega_{r,p} \left(cap_r^v - \sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \right) = 0 \quad \forall r \in R; \forall p \in P. \quad (3.19)$$

Remarquons que les contraintes (3.15) sont nécessairement satisfaites en vertu des contraintes (3.1). Les modifications proposées permettent ainsi d'obtenir une formulation ne comportant qu'un seul niveau :

$$(TGCO-1) \quad \max_{t^m, f^m, f^c, \lambda, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m$$

sujet à

1. Réalisabilité primale :

$$meneur : t^m \geq 0;$$

$$suiveur : \text{contraintes (3.1) à (3.6)}.$$

2. Réalisabilité duale :

$$\text{contraintes (3.7) à (3.12)}.$$

3. Complémentarité :

$$\text{contraintes (3.13), (3.14), (3.16) à (3.19)}.$$

3.2 Tarification disjointe des itinéraires : *TGCO-1*

Dans une première approche tarifaire il sera considéré que chaque itinéraire puisse se voir attribuer un tarif qui lui est propre. La formulation présentée à la section précédente représente ce contexte puisque chaque itinéraire possède son propre tarif.

3.2.1 Déplacement de contraintes au premier niveau

La difficulté de résolution du modèle proposé est principalement liée aux contraintes de complémentarité et à la linéarisation de celles-ci qui introduit un nombre important de variables binaires. Il s'avère donc essentiel d'analyser dans un premier temps la structure de la modélisation et ce afin d'évaluer l'admissibilité du déplacement de certaines contraintes au premier niveau. Il en résulte un problème du suiveur plus simple pour lequel la reformulation linéaire des conditions primales-duales nécessitera un nombre plus restreint de variables entières.

Une étude similaire est proposée par Brotcorne et al. [31]. Ces derniers démontrent, pour une certaine classe de programmes à deux niveaux comportant des objectifs bilinéaires, l'admissibilité du déplacement de contraintes du second au premier niveau par le fait que les variables duales associées à ces contraintes sont nulles pour toute solution optimale. Cette caractéristique peut être vérifiée pour les contraintes de capacité présentes dans le modèle développé précédemment.

Proposition 1. *Pour toute solution optimale, $\eta^* = 0, \pi^* = 0, \gamma^* = 0, \omega^* = 0$.*

Démonstration. Nous ne ferons ici que l'analyse des contraintes (3.2), un raisonnement équivalent pouvant être effectué pour les contraintes (3.3) à (3.5). Nous procédons par contradiction. Soit $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$ une solution optimale au problème proposé. Supposons donc que pour cette solution optimale $\eta^* \neq 0$ ce qui implique qu'il existe au moins une variable duale telle que $\eta_{e,a}^* < 0$. Définissons le vecteur $\eta' = 0$ de même que $(t^m)'$ pour lequel le tarif associé à l'itinéraire $i \in I_{e,k}^m$ est défini par $(t_i^m)' = (t_i^m)^* - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \eta_{e,a}^*$ et considérons la solution $((t^m)', (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda^*, \eta', \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$. Cette dernière est une solution admissible pour le problème formulé. En effet, les contraintes (3.1) à (3.6) sont nécessairement satisfaites puisque le flot demeure inchangé par rapport à la solution optimale. Il en est de même pour les contraintes (3.8) à (3.12). En ce qui a

trait aux contraintes (3.7), par hypothèse nous avons :

$$\lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq c_i^m(\alpha, \beta)^*;$$

et ainsi :

$$\begin{aligned} \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_i^m)^* + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \eta_{e,a}^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \pi_a^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_i^m)^* + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \pi_a^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_i^m)^* - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \eta_{e,a}^* + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta'_{e,a} + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq \left((t_i^m)^* - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \eta_{e,a}^* \right) + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta'_{e,a} + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_i^m)' + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta'_{e,a} + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq c_i^m(\alpha, \beta)'. \end{aligned}$$

La solution est donc réalisable selon ces contraintes. En ce qui concerne la complémentarité, seules (3.13) et (3.16) sont à considérer, les autres ne dépendant que des vecteurs optimaux de la solution proposée. Un raisonnement analogue à celui que nous venons de développer pour les contraintes (3.7) s'applique aux contraintes de complémentarité (3.13) et, puisque $\eta' = 0$, les contraintes (3.16) seront respectées. Il ne reste plus qu'à vérifier les contraintes de premier niveau exigeant la non-négativité des tarifs. Nous avons par la définition du modèle que $\eta^* \leq 0$ et l'hypothèse de départ exige qu'il existe au moins une variable duale telle que $\eta_{e,a}^* < 0$. Il découle de ces constatations qu'il doit y avoir au moins un itinéraire $i \in I_{e,k}^m$ pour lequel $\sum_{a \in B_{i,k}^e} \eta_{e,a}^* < 0$ et ainsi $0 \leq (t_i^m)^* < (t_i^m)'$. Il est donc possible de conclure que la solution proposée est admissible et que cette dernière engendre

un revenu supérieur car

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_i^m)^* f_i^m < \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_i^m)' f_i^m.$$

Ceci contredit le caractère optimal de $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$ et démontre que $\eta^* = 0$. Une conclusion identique peut être obtenue pour les contraintes (3.3) à (3.5) et donc $\pi^* = 0$, $\gamma^* = 0$, $\omega^* = 0$ pour toute solution optimale. $\square$

Le déplacement des contraintes de capacité au premier niveau est donc admissible. L'impact de ces observations sur la formulation *TGCO-1* s'avère être la simplification des contraintes (3.7) et (3.13) de même que l'élimination des contraintes de complémentarité (3.16) à (3.19).

3.2.2 Linéarisation

L'aspect bilinéaire de l'objectif du meneur exige la reformulation de celui-ci. Il est possible d'éliminer cette caractéristique en utilisant le théorème de la dualité forte appliqué au problème du suiveur, ses objectifs primal et dual étant égaux à l'optimum. En effectuant les manipulations algébriques suivantes sur l'objectif primal nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_i^m + \rho_{i,k}(\alpha, \beta)) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c. \end{aligned}$$

Posons dès lors comme égales l'expression de l'objectif dual du suiveur de même que celle déduite précédemment. La valeur des variables duales associées aux vecteurs η , π , γ , ω

étant bien entendu fixée à zéro, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c \\ &= \sum_{k \in K} d_k \lambda_k. \end{aligned}$$

Enfin, l'objectif du meneur peut être exprimé par :

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_i^m f_i^m \\ &= \sum_{k \in K} \left(d_k \lambda_k - \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c \right) - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m. \end{aligned}$$

De même, les contraintes de complémentarité, elles aussi non linéaires, se doivent d'être reformulées. À cette fin, établissons les équivalences suivantes :

$$(3.13) \Leftrightarrow \begin{cases} c_i^m(\alpha, \beta) - \lambda_k \leq M_i^1 x_i^1; \\ f_i^m \leq M_i^2 x_i^2; \\ x_i^1 + x_i^2 \leq 1; \\ x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.20)$$

$$(3.14) \Leftrightarrow \begin{cases} c_i^c(\alpha, \beta) - \lambda_k \leq M_i^1 x_i^1; \\ f_i^c \leq M_i^2 x_i^2; \\ x_i^1 + x_i^2 \leq 1; \\ x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.21)$$

où les constantes $M_i^j, \forall i \in I^m \cup I^c, j \in \{1, 2\}$ représentent des bornes supérieures sur la valeur maximale que peut prendre le membre gauche de la contrainte correspondante.

Il résulte de toutes les transformations présentées le programme linéaire en variables mixtes qui suit :

$$(P1) \quad \max_{t^m, f_i^m, f_i^c, \lambda} \sum_{k \in K} \left(d_k \lambda_k - \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c \right) - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m$$

sujet à

$$t^m \geq 0; \quad (3.22)$$

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + \sum_{i \in I_k^c} f_i^c = d_k \quad \forall k \in K; \quad (3.23)$$

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq cap_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (3.24)$$

$$\sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq cap_a \quad \forall a \in B; \quad (3.25)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq cap_l \quad \forall l \in L; \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq cap_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P; \quad (3.27)$$

$$f_i^m, f_i^c \geq 0; \quad (3.28)$$

$$\lambda_k \leq c_i^m(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \forall e \in E_k; \forall i \in I_{e,k}^m; \quad (3.29)$$

$$\lambda_k \leq c_i^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \forall i \in I_k^c; \quad (3.30)$$

$$c_i^m(\alpha, \beta) - \lambda_k \leq M_i^1 x_i^1 \quad (3.31)$$

$$f_i^m \leq M_i^2 x_i^2 \quad \forall k \in K; \forall e \in E_k; \forall i \in I_{e,k}^m; \quad (3.32)$$

$$x_i^1 + x_i^2 \leq 1 \quad (3.33)$$

$$c_i^c(\alpha, \beta) - \lambda_k \leq M_i^1 x_i^1 \quad (3.34)$$

$$f_i^c \leq M_i^2 x_i^2 \quad \forall k \in K; \forall i \in I_k^c; \quad (3.35)$$

$$x_i^1 + x_i^2 \leq 1 \quad (3.36)$$

$$x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; \forall e \in E_k; \forall i \in I_{e,k}^m \cup I_k^c. \quad (3.37)$$

3.2.3 Analyse des grands M

Nous présentons ici une analyse de bornes valides pour les paramètres M_i^1 et M_i^2 qui apparaissent dans le programme mathématique $P1$ décrit précédemment. Pour les contraintes (3.32) le paramètre M_i^2 peut correspondre par exemple au minimum entre la demande totale du chargement associé à i et la capacité maximale de l'itinéraire. Cette valeur minimale représente en effet une borne supérieure pour le flot circulant sur i . Pour (3.35), M_i^2 prendra une valeur égale à la demande de la requête correspondante puisque, par hypothèse, nous considérons la capacité de la compétition comme étant infinie. En ce qui a trait aux contraintes (3.31) et (3.34) remarquons premièrement que les contraintes (3.23) peuvent être formulées comme :

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + \sum_{i \in I_k^c} f_i^c \geq d_k \quad \forall k \in K; \quad (3.38)$$

sans que les solutions optimales au problème de second niveau soient modifiées. Il est donc possible de conclure que le vecteur de variables duales λ associé à ces contraintes est défini par $\lambda \geq 0$. Ainsi, $c_i^c(\alpha, \beta)$ représente une borne valide pour les contraintes (3.34), l'expression du coût perçu pour chaque itinéraire offert par la compétition étant un paramètre exogène. Quant aux contraintes (3.31), notons premièrement que puisque les politiques opérationnelles des compétiteurs sont habituellement inconnues, nous considérons la capacité de transport de ces derniers comme infinie. Ainsi, faisant face au choix d'une alternative aux itinéraires du meneur, chaque requête sélectionnera l'itinéraire de la compétition pour lequel le coût perçu est minimal. Conséquemment, pour $k \in K$, définissons $f_k^c = f_{i^*}^c$ et $c_k^c(\alpha, \beta) = c_{i^*}^c(\alpha, \beta)$ où $i^* = \arg \min_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta)$. Dès lors, $\forall k \in K$, l'ensemble I_k^c se réduira au seul itinéraire qui vient d'être décrit. Évidemment, pour que le flot sur un itinéraire $i \in I_{e,k}^m$ soit non nul, il est nécessaire que $c_i^m(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta)$. Donc, pour

$i \in I_{e,k}^m :$

$$c_i^m(\alpha, \beta) - \lambda_k \leq c_i^m(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta); \quad (3.39)$$

et en vertu de cette relation M_i^1 peut être fixé à $c_k^c(\alpha, \beta)$.

3.2.4 Propriétés de *TGCO*–1

Nous allons maintenant nous attarder à l'identification de quelques propriétés inhérentes à la formulation *TGCO*–1. Premièrement il est possible de démontrer qu'à l'optimum la variable duale associée à une contrainte de demande est toujours égale au plus petit coût perçu des itinéraires offerts par la compétition pour la requête correspondante.

Proposition 2. *Sous une politique tarifaire optimale, pour toute requête $k \in K$, $\lambda_k^* = c_k^c(\alpha, \beta)$.*

Démonstration. Nous proposons ici une preuve similaire à celle présentée à la section 3.2.1. Nous procédons encore une fois par contradiction. Soit $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$ une solution optimale au problème posé. Supposons que pour cette solution optimale il existe $\hat{k} \in K$ tel que $\lambda_{\hat{k}}^* \neq c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta)$ ce qui entraîne que pour ce produit $\lambda_{\hat{k}}^* - c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta) < 0$ étant données les contraintes (3.8). Définissons le vecteur λ' tel que $\lambda'_{\hat{k}} = c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta)$ de même que $(t^m)'$ pour lequel le tarif associé à l'itinéraire $i \in I_{e,k}^m$ est défini par $(t_i^m)' = (t_i^m)^* - (\lambda_{\hat{k}}^* - c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta))$ et considérons la solution suivante $((t^m)', (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda', \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$. Cette dernière est une solution admissible. Premièrement, les contraintes (3.1) à (3.6) sont satisfaites puisque le flot demeure le même par rapport à la solution optimale. Il en est de même pour les contraintes (3.9) à (3.12). En ce qui concerne les contraintes (3.7), par hypothèse nous avons que (afin de simplifier légèrement la présentation de ce qui suit, nous omettrons la paramétrisation de $\rho_{i,k}(\alpha, \beta)$

pour n'écrire que $\rho_{i,k}$:

$$\lambda_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq c_i^m(\alpha, \beta)^*;$$

et ainsi :

$$c_k^c(\alpha, \beta) + (\lambda_k^* - c_k^c(\alpha, \beta)) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq (t_i^m)^* + \rho_{i,k};$$

$$c_k^c(\alpha, \beta) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq (t_i^m)^* - (\lambda_k^* - c_k^c(\alpha, \beta)) + \rho_{i,k};$$

$$\lambda_k' + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq (t_i^m)' + \rho_{i,k};$$

$$\lambda_k' + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq c_i^m(\alpha, \beta)'.$$

La solution respecte donc ces contraintes. Il en est de même pour les contraintes (3.8) puisque

$$\lambda_k' = c_k^c(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta).$$

En ce qui a trait aux contraintes de complémentarité, seules (3.13) et (3.14) sont à analyser, les autres ne dépendant que des vecteurs optimaux de la solution proposée. Pour (3.13), il est possible d'établir un raisonnement similaire à celui présenté précédemment pour les contraintes (3.7). En ce qui concerne les contraintes (3.14), il est évident que $c_k^c(\alpha, \beta) - \lambda_k' = 0$ et donc que la complémentarité sera satisfaite. Ne reste plus qu'à vérifier les contraintes de premier niveau exigeant la non-négativité des tarifs. Par hypothèse nous savons qu'il existe au moins un produit $\hat{k} \in K$ tel que $\lambda_{\hat{k}}^* \neq c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta)$. De ceci résulte que pour les itinéraires associés à ce produit, le tarif décrété sera tel que $0 \leq (t_{\hat{k}}^m)^* < (t_{\hat{k}}^m)^* - (\lambda_{\hat{k}}^* - c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta))$ puisque, par hypothèse, $\lambda_{\hat{k}}^* - c_{\hat{k}}^c(\alpha, \beta) < 0$. Nous obtenons donc que $0 \leq (t_{\hat{k}}^m)^* < (t_{\hat{k}}^m)'$. Nous pouvons donc conclure que la solution proposée est admissible et

que cette dernière engendre un revenu supérieur car

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_k^m)^* f_i^m < \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_k^m)' f_i^m.$$

Ceci contredit le caractère optimal de $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$ et démontre que $\lambda_k^* = c_k^c(\alpha, \beta)$, $\forall k \in K$. $\square$

De plus, puisque les tarifs associés aux itinéraires sont disjoints, nous pouvons démontrer que le tarif d'un itinéraire du meneur sera toujours égal à la *marge tarifaire* décrite par l'écart entre le coût perçu du meilleur itinéraire de la compétition et le coût lié à la perception du service de l'itinéraire considéré.

Corollaire 1. *Pour tout itinéraire $i \in I_{e,k}^m$, $t_i^m = c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$.*

Démonstration. Nous savons que $c_i^m(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta)$. La contrainte (3.7) ainsi que la proposition 1 nous permettent d'obtenir que $\lambda_k \leq c_i^m(\alpha, \beta)$. Il découle de ce résultat combiné à la proposition 2 qu'à l'optimalité $c_k^c(\alpha, \beta) \leq c_i^m(\alpha, \beta)$. Ainsi,

$$c_i^m(\alpha, \beta) = c_k^c(\alpha, \beta); \quad (3.40)$$

$$t_i^m = c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta). \quad (3.41)$$

$\square$

En conséquence des propositions 1, 2 et du corollaire 1, les contraintes (3.29), (3.30) de même que la complémentarité décrite par les blocs de contraintes (3.20) et (3.21) sont satisfaites. Le programme mathématique $P1$ peut donc être réécrit comme :

$$\max_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) (d_k - f_k^c) - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m$$

sujet à

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + f_k^c = d_k \quad \forall k \in K; \quad (3.42)$$

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (3.43)$$

$$\sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_a \quad \forall a \in B; \quad (3.44)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_l \quad \forall l \in L; \quad (3.45)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq \text{cap}_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P; \quad (3.46)$$

$$f^m, f^c \geq 0; \quad (3.47)$$

ce qui correspond à la résolution d'un problème de flot multiproduits en variables continues.

3.3 Tarification conjointe des itinéraires : *TGCO-2*

Considérons maintenant un contexte où un tarif commun doit être établi pour les itinéraires associés à un chargement. Ainsi, le meneur se devra de fixer un prix unique qui s'appliquera pour chaque unité d'un chargement donné peu importe l'itinéraire que cette unité empruntera. Cette nouvelle hypothèse engendre un modèle plus imposant de même qu'une complexité de résolution accrue. En effet, une stratégie visant le déplacement des contraintes de capacité au premier niveau n'est pas envisageable dans ces circonstances puisqu'il est possible, pour une solution optimale, qu'une ou plusieurs des variables duales lui étant associées soient non nulles. Nous présenterons à la section 3.3.3 un exemple illustrant cette observation. Il en résulte que l'ensemble des contraintes de complémentarité décrites plus tôt se devront d'être traitées. La seule modification qui doit être apportée

à la notation employée précédemment se situe au niveau de la définition du coût perçu par les clients. Pour un itinéraire offert par le meneur, celui-ci s'exprime comme $c_i^m = t_k^m + \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$, et demeure inchangé pour un itinéraire proposé par la compétition. Le tarif dépend donc du chargement k et non de l'itinéraire considéré.

Il s'avère que même sous cette politique tarifaire le résultat obtenu de la proposition 2 demeure valable.

Proposition 3. *Sous une politique tarifaire optimale, pour toute requête $k \in K$, $\lambda_k^* = c_k^c(\alpha, \beta)$.*

Démonstration. L'unique différence entre la preuve de cette proposition et celle de la proposition 2 réside dans la construction du vecteur $(t^m)'$. Dans le cas présent, le tarif associé au produit $k \in K$ sera défini par $(t_k^m)' = (t_k^m)^* - (\lambda_k^* - c_k^c(\alpha, \beta))$. Le reste de la preuve est identique. $\square$

3.3.1 Linéarisation

Au niveau de l'objectif du meneur, un raisonnement similaire à celui présenté plus tôt peut être effectué. Ainsi,

$$\begin{aligned}
& \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_k^m f_i^m \\
&= \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) (d_k - f_k^c) + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} + \sum_{a \in B} cap_a \pi_a + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l \\
&+ \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p} - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m.
\end{aligned}$$

De même, la linéarisation de l'ensemble des contraintes de complémentarité de la reformulation du problème de second niveau peut être exprimée par :

$$(3.13) \Leftrightarrow \begin{cases} c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l \\ \quad - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \leq M_i^1 x_i^1; \\ f_i^m \leq M_i^2 x_i^2; \\ x_i^1 + x_i^2 \leq 1; \\ x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.48)$$

$$(3.16) \Leftrightarrow \begin{cases} cap_{e,a} - \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq M_{e,a}^1 x_{e,a}^1; \\ -\eta_{e,a} \leq M_{e,a}^2 x_{e,a}^2; \\ x_{e,a}^1 + x_{e,a}^2 \leq 1; \\ x_{e,a}^1, x_{e,a}^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.49)$$

$$(3.17) \Leftrightarrow \begin{cases} cap_a - \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq M_a^1 x_a^1; \\ -\pi_a \leq M_a^2 x_a^2; \\ x_a^1 + x_a^2 \leq 1; \\ x_a^1, x_a^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.50)$$

$$(3.18) \Leftrightarrow \begin{cases} cap_l - \sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq M_l^1 x_l^1; \\ -\gamma_l \leq M_l^2 x_l^2; \\ x_l^1 + x_l^2 \leq 1; \\ x_l^1, x_l^2 \in \{0, 1\}; \end{cases} \quad (3.51)$$

$$(3.19) \Leftrightarrow \begin{cases} cap_r^v - \sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq M_{r,p}^1 x_{r,p}^1; \\ -\omega_{r,p} \leq M_{r,p}^2 x_{r,p}^2; \\ x_{r,p}^1 + x_{r,p}^2 \leq 1; \\ x_{r,p}^1, x_{r,p}^2 \in \{0, 1\}. \end{cases} \quad (3.52)$$

La complémentarité associée aux itinéraires de la compétition n'apparaît bien évidemment pas ici puisque la proposition 3 en assure le respect.

La formulation en variables mixtes du problème dans un contexte de tarif commun sur les itinéraires d'un chargement s'énonce comme :

$$(TGO-2) \max_{t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) (d_k - f_k^c) + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} + \sum_{a \in B} cap_a \pi_a \\ + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p} - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) f_i^m$$

sujet à

1. Réalisabilité primale :

$$meneur : t^m \geq 0;$$

$$suiveur : \text{contraintes (3.1) à (3.6)}.$$

2. Réalisabilité duale :

$$\text{contraintes (3.7), (3.9) à (3.12)}.$$

3. Complémentarité :

$$\text{contraintes (3.48) à (3.52)}.$$

3.3.2 Analyse des grands M

Encore une fois, les bornes M des contraintes de complémentarité peuvent être ajustées selon les données de l'instance traitée. Considérons premièrement les contraintes de complémentarité liées aux contraintes de capacité. Nous n'analyserons ici que (3.49), un raisonnement analogue pouvant être développé pour (3.50), (3.51) et (3.52). Pour la première contrainte de (3.49), nous pouvons affirmer que :

$$cap_{e,a} - \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq cap_{e,a}.$$

Ainsi, $M_{e,a}^1 = cap_{e,a}$ représente une borne valide.

En ce qui concerne la seconde contrainte, une borne inférieure sur la valeur de la variable duale $n_{e,a}$ doit être établie. En observant la formulation duale du problème du suiveur, remarquons que :

$$\sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \leq c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta).$$

Il est possible d'établir une borne inférieure sur les différentes variables duales en déterminant la plus petite valeur que peut prendre le membre droit de l'inégalité précédente. Cette valeur sera obtenue lorsque le tarif est nul. La différence, $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta)$, représente la valeur négative du tarif unitaire maximal pouvant être décrété sur l'itinéraire considéré. Conséquemment, une borne supérieure sur $-\eta_{e,a}$ peut être établie par :

$$\max_{k | \exists i \in I_{e,k}^m, a \in B_i} t_k^m.$$

Une dernière borne doit être déterminée pour la première équation des contraintes (3.48). Nous pouvons affirmer que :

$$\begin{aligned} & c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \\ & \leq c_i^m(\alpha, \beta) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \\ & \leq c_k^c(\alpha, \beta) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (M_{e,a}^2 + M_a^2) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} M_l^2 + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i M_{r,p}^2. \end{aligned}$$

Ainsi, la borne M_i^1 peut être fixée à la valeur prescrite par le membre droit de la dernière inégalité présentée ci-dessus.

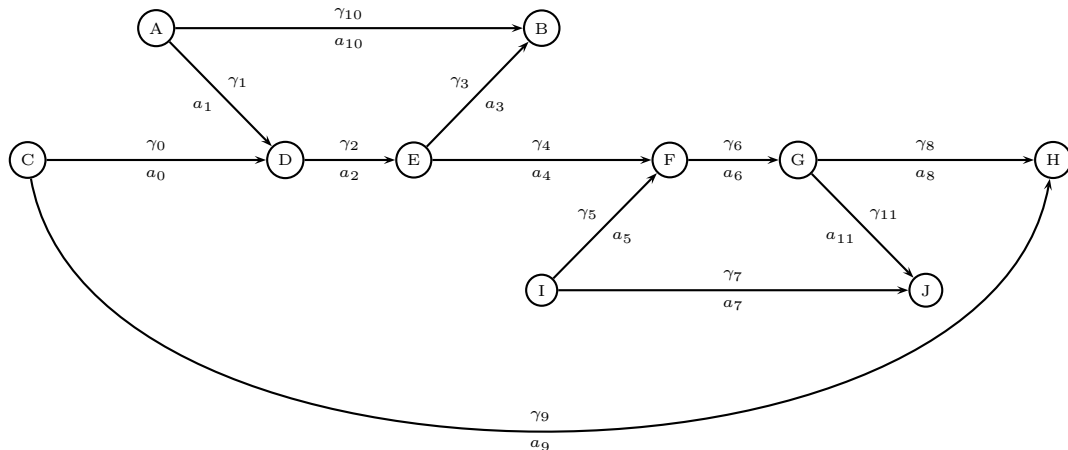


Figure 3.1 – Exemple illustratif de l'impact réseau sur la politique tarifaire

3.3.3 Impact réseau sur la politique tarifaire

Dans ce qui suit, nous nous proposons d'illustrer par un exemple à petite échelle l'effet réseau qu'induit le tarif commun sur les itinéraires d'un chargement. Cet effet se propage bien entendu par le truchement des variables duales qui imposent un certain niveau de corrélation des tarifs entre les requêtes. Cet exemple permettra de constater que contrairement à la politique de tarification disjointe, il n'est pas toujours possible d'atteindre la borne tarifaire supérieure dictée par la compétition. Considérons trois requêtes ayant chacune une demande de trois unités. Le réseau du meneur est illustré à la figure 3.1 et la capacité de chaque arc est de deux unités. Les arcs sont identifiés de a_0 à a_{11} et une variable duale γ de même indice est attribuée à chacun. Notons enfin que le meilleur itinéraire offert par la compétition pour chaque requête n'est pas représenté graphiquement mais existe tout de même. Soit les trois requêtes, k_1, k_2 et k_3 telles que $o(k_1) = C$ et $d(k_1) = H$, $o(k_2) = A$ et $d(k_2) = B$ ainsi que $o(k_3) = I$ et $d(k_3) = J$.

Le tableau 3.1 présente les caractéristiques des différentes requêtes, notamment les itinéraires admissibles proposés par le meneur avec leur paramètre ρ associé, le coût du meilleur itinéraire offert par la compétition ainsi que la borne supérieure induite sur le tarif de chaque itinéraire du meneur pour la requête correspondante. Considérons maintenant

les deux solutions décrites dans les tableaux 3.2 et 3.3. Pour la première solution, notons que le coût pour le problème de second niveau s'exprime comme suit :

$$\text{meneur : } (90 \cdot 1) + (95 \cdot 2) + (95 \cdot 1) + (100 \cdot 2) + (95 \cdot 1) + (100 \cdot 2) = 870,$$

$$\text{compétition : } 0,$$

$$\text{total : } 870,$$

et le revenu correspondant comme : $(85 \cdot 3) + (90 \cdot 3) + (90 \cdot 3) = 795$. En ce qui a trait à la deuxième solution, la valeur de l'objectif de second niveau est de :

$$\text{meneur : } (95 \cdot 0) + (100 \cdot 2) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) = 780,$$

$$\text{compétition : } 100 \cdot 1 = 100,$$

$$\text{total : } 880,$$

et le revenu associé de : $(90 \cdot 2) + (90 \cdot 3) + (90 \cdot 3) = 720$.

Tableau 3.1 – Caractéristiques des requêtes

	Itinéraires admissibles	ρ	c_k^c	Borne tarifaire
k_1	$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H$	5	100	95
	$C \rightarrow H$	10		90
k_2	$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$	5	100	95
	$A \rightarrow B$	10		90
k_3	$I \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow J$	5	100	95
	$I \rightarrow J$	10		90

Tableau 3.2 – Première solution

	t_k	Itinéraire du meneur : flot	f_k^c
k_1	85	$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H : 1$ $C \rightarrow H : 2$	0
k_2	90	$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B : 1$ $A \rightarrow B : 2$	0
k_3	90	$I \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow J : 1$ $I \rightarrow J : 2$	0

Si on considère la politique tarifaire de la première solution avec la politique de flot de la seconde nous remarquons que :

Tableau 3.3 – Deuxième solution

	t_k	Itinéraire : flot	f_k^c
k_1	90	$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H : 0$ $C \rightarrow H : 2$	1
k_2	90	$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B : 2$ $A \rightarrow B : 1$	0
k_3	90	$I \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow J : 2$ $I \rightarrow J : 1$	0

Coût au second niveau :

$$\text{meneur} : (90 \cdot 0) + (95 \cdot 2) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) = 770,$$

$$\text{compétition} : 100 \cdot 1 = 100,$$

$$\text{total} : 870.$$

Donc pour la politique tarifaire de la première solution, les réactions obtenues à la première comme à la deuxième solution représentent des réactions rationnelles du suiveur. Notons que la formulation proposée admet l'identification d'un optimum dit *optimiste*, c'est-à-dire qu'entre deux solutions de même coût au second niveau, celle favorisant le meneur sera sélectionnée. Ainsi la réaction de la première solution est privilégiée car celle-ci engendre le revenu le plus élevé.

Si nous tentons de faire varier le tarif t_1 dans la première solution d'une valeur ϵ , nous obtenons :

Pour la réaction de la solution du tableau 3.2 :

Coût au second niveau :

$$\text{meneur} : ((90 + \epsilon) \cdot 1) + ((95 + \epsilon) \cdot 2) + (95 \cdot 1) + (100 \cdot 2) + (95 \cdot 1) + (100 \cdot 2) = 870 + 3\epsilon,$$

$$\text{compétition} : 0,$$

$$\text{total} : 870 + 3\epsilon.$$

Pour la réaction de la solution du tableau 3.3 :

Coût au second niveau :

$$\text{meneur : } ((90 + \epsilon) \cdot 0) + ((95 + \epsilon) \cdot 2) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) + (95 \cdot 2) + (100 \cdot 1) = 770 + 2\epsilon,$$

$$\text{compétition : } 100 \cdot 1 = 100,$$

$$\text{total : } 870 + 2\epsilon.$$

Donc, pour $\epsilon > 0$ la réaction de la deuxième solution devient la réaction rationnelle du suiveur et le revenu diminue. En fait, en imposant la contrainte $t_1 > 85$, la seconde solution est obtenue avec $t_1 = 90$.

La solution optimale décrite par la première solution est telle que le coût sur les itinéraires du meneur pour la requête k_1 est respectivement de 90 et 95. Ainsi, le coût du moins bon itinéraire est inférieur à ce que dicte la compétition (ici la valeur des variables duales des arcs $D \rightarrow E$, $F \rightarrow G$ ainsi que $C \rightarrow H$ est de -5).

Le meneur prend donc en considération les interactions entre les usagers, et afin de conserver le plus de flot possible ce dernier se voit dans l'obligation de réduire le tarif de k_1 de 10 unités par rapport à la borne supérieure décrétée par la compétition. Cette compensation découle de la diminution des tarifs de cinq unités offerte aux requêtes k_2 et k_3 et est causée par la trop faible capacité sur l'itinéraire ayant le plus petit coût perçu pour chaque usager. La requête k_1 profite donc de ce double effet sur l'itinéraire $C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H$ qui comporte les deux arcs où la congestion survient. Le meneur diminue ainsi son tarif afin de conserver la totalité du flot de k_1 et induit de cette façon la réaction rationnelle au second niveau qui maximise son revenu. Pour sa part, le flot des requêtes au deuxième niveau transite dans le réseau afin de minimiser le coût global du système. Notons encore une fois que les capacités engendrent une interaction entre les usagers pour l'utilisation des arcs a_2 et a_6 . Bien évidemment, sans ces capacités le flot de chaque requête k transiterait par le plus court chemin entre $o(k)$ et $d(k)$. Ainsi, ces

interactions incitent le meneur à réagir afin de proposer une politique tarifaire appropriée qui considère les effets décrits.

3.3.4 Caractérisation de l'espace des tarifs

Il découle de la proposition 3 une réduction de l'espace des tarifs. Nous illustrons ici pourquoi il en est ainsi en utilisant de nouveau l'exemple de la figure 3.1. Considérons la situation où les tarifs décrétés par le meneur sont nuls. La réaction rationnelle à une telle politique tarifaire, obtenue par la résolution du problème de second niveau suite à l'imposition de tarifs nuls dans l'objectif, est donnée par le comportement suivant des usagers :

1. requête k_1 :
 - itinéraire 1 : flot de 1,
 - itinéraire 2 : flot de 2.
2. requête k_2 :
 - itinéraire 1 : flot de 1,
 - itinéraire 2 : flot de 2.
3. requête k_3 :
 - itinéraire 1 : flot de 1,
 - itinéraire 2 : flot de 2.

Maintenant si nous analysons la reformulation du problème comme programme mathématique en variables mixtes, nous pouvons remarquer que le problème présente une incohérence mathématique lorsque les tarifs sont fixés à zéro. En effet, puisque le flot sur chaque itinéraire est positif, ceci implique que, dans la reformulation des conditions d'optimalité primales-duales, le coût réduit de chaque itinéraire se devra d'être nul afin que la

complémentarité soit respectée. Il en résulte le système d'équation suivant :

$$\text{requête } k_1, \text{ itinéraire 1 : } (t_1 + 5) - 100 - \gamma_0 - \gamma_2 - \gamma_4 - \gamma_6 - \gamma_8 = 0;$$

$$\text{requête } k_2, \text{ itinéraire 1 : } (t_2 + 5) - 100 - \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 = 0;$$

$$\text{requête } k_3, \text{ itinéraire 1 : } (t_3 + 5) - 100 - \gamma_5 - \gamma_6 - \gamma_7 = 0;$$

et donc,

$$\gamma_0 + \gamma_2 + \gamma_4 + \gamma_6 + \gamma_8 = -95;$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = -95;$$

$$\gamma_5 + \gamma_6 + \gamma_7 = -95.$$

De plus, seuls les arcs a_2 , a_6 , a_9 , a_{10} et a_{11} sont saturés. Ainsi dans la reformulation du problème, les variables duales des autres arcs se devront d'être nulles ($\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_7 = \gamma_8 = 0$). Nous obtenons alors le système qui suit :

$$\gamma_2 + \gamma_6 = -95;$$

$$\gamma_2 = -95;$$

$$\gamma_6 = -95;$$

qui est contradictoire. Ceci découle de la proposition 3 qui impose une condition d'optimalité des tarifs. Cette condition n'étant pas remplie si l'on analyse la réaction rationnelle à la tarification nulle exposée dans l'exemple précédent, le système exhibe une incohérence. Nous généralisons cette observation dans la proposition suivante.

Proposition 4. *Les égalités $\lambda_k^* = c_k^c(\alpha, \beta)$, $\forall k \in K$, induisent une réduction de l'espace des tarifs par l'élimination de certaines politiques tarifaires sous-optimales.*

Démonstration. Nous illustrons ici le fait que l'espace des tarifs peut être modifié par l'ajout des égalités présentées. À cet effet, considérons un itinéraire $i \in I_k^m$. Soit une solution optimale dans laquelle $f_i^m > 0$. Par la complémentarité du second niveau, nous savons que :

$$\begin{aligned} c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} &= 0; \\ t_k^m + \rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) - \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} &= 0. \end{aligned}$$

Nous savons que pour la formulation à deux niveaux présentée initialement, à toute politique tarifaire est associée une réaction rationnelle de la part du suiveur. Celle-ci est obtenue par la résolution du problème de second niveau pour une politique tarifaire fixée. Considérons ici la politique où tous les tarifs sont nuls. Il en résulte pour l'itinéraire i que :

$$\rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) = \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}.$$

Par hypothèse, nous avons $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta)$. Le cas où $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) = c_k^c(\alpha, \beta)$ ne revêt que peu d'intérêt puisqu'alors la marge tarifaire sur cet itinéraire est nulle. Le meneur n'a donc aucun avantage à offrir un tel itinéraire puisqu'un flot positif sur ce dernier utilisera la capacité du réseau sans pour autant engendrer de revenu. Étudions alors le cas où $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) < c_k^c(\alpha, \beta)$. Il en découle que $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) < 0$ et donc que :

$$\sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} < 0.$$

Remarquons maintenant que l'analyse que nous venons de faire est complètement indépendante de l'affectation des capacités dans le réseau. Ainsi, en considérant le cas où les

capacités tendent vers l'infini, il est clair que $\eta = \pi = \gamma = \omega = 0$ et donc que :

$$\sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \not\leq 0.$$

Dans ces circonstances il s'agit d'une contradiction qui provient de l'imposition de tarifs nuls. Cette politique s'avère dans ce cas sous-optimale et est rejetée par les égalités introduites. $\square$

3.3.5 Optimisation inverse

La section 3.6 traitera de l'identification de la solution initiale lors de la résolution de *TGCO-2*. À cette fin, nous nous devons d'abord le concept d'optimisation inverse. L'optimisation inverse consiste, comme le précisent Ahuja et Orlin [11] par exemple, à inférer les valeurs des paramètres d'un modèle tels les coefficients liés aux coûts, les membres droits des contraintes ou encore la matrice de contraintes, étant données les valeurs des paramètres observables tels les valeurs optimales des variables de décision. Dans le cas qui nous intéresse, il s'agit d'identifier la tarification optimale à une réaction rationnelle des usagers au second niveau. Ainsi, pour une solution de second niveau $(\overline{f^m}, \overline{f^c})$, le problème d'optimisation inverse pour *TGCO-2* s'énonce comme :

$$\max_{t^m, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_k^m \overline{f_i^m}$$

sujet à

$$\begin{aligned} \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} &\leq c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \\ &\forall e \in E_k; \\ &\forall i \in I_{e,k}^m; \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$t^m \geq 0; \quad (3.54)$$

$$\forall a \in B; \forall e \in E^a \begin{cases} \eta_{e,a} \leq 0 & \text{si la contrainte primale associée est saturée;} \\ \eta_{e,a} = 0 & \text{sinon;} \end{cases} \quad (3.55)$$

$$\forall a \in B \begin{cases} \pi_a \leq 0 & \text{si la contrainte primale associée est saturée;} \\ \pi_a = 0 & \text{sinon;} \end{cases} \quad (3.56)$$

$$\forall l \in L \begin{cases} \gamma_l \leq 0 & \text{si la contrainte primale associée est saturée;} \\ \gamma_l = 0 & \text{sinon;} \end{cases} \quad (3.57)$$

$$\forall r \in R; \forall p \in P \begin{cases} \omega_{r,p} \leq 0 & \text{si la contrainte primale associée est saturée;} \\ \omega_{r,p} = 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.58)$$

Cette formulation est linéaire et donc facile à résoudre. Cependant, il est bien entendu possible qu'une réaction rationnelle au second niveau n'engendre aucune politique tarifaire compatible.

3.3.6 Inégalités valides

Nous présentons maintenant quelques classes d'inégalités valides. Celles-ci ont pour objectif de renforcer le programme en variables mixtes *TGCO-2*, et par le fait même d'en accélérer la résolution. Des auteurs tels Dewez et al. [63] et Heilporn et al. [87] montrent l'effet de l'ajout d'inégalités valides pour différents problèmes de tarification. Les inégalités décrites ici lient certaines variables associées au flot des requêtes dans le réseau et les tarifs correspondants. Deux familles sont proposées. La première considère les requêtes de façon individuelle et les inégalités de la seconde lient les tarifs de deux requêtes.

Inégalités traitant les requêtes individuellement

La première classe d'inégalités valides permet de renforcer la formulation *TGCO-2* établie précédemment. Celles-ci ne considèrent qu'une requête à la fois.

Proposition 5. Soit $k \in K$ ainsi que $\rho_{i^*,k} = \min \{\rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid i \in I_k^m\}$. Alors nous avons que :

$$t_k^m + (\rho_{i,k}(\alpha, \beta) - \rho_{i^*,k})x_i^2 \leq (c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i^*,k}), \quad \forall i \in I_k^m.$$

Démonstration. Premièrement nous savons que le coût de chaque itinéraire est borné par le coût du meilleur itinéraire offert par la compétition. Ainsi,

$$c_i^m(\alpha, \beta) \leq c_k^c(\alpha, \beta), \quad \forall i \in I_k^m.$$

Afin de simplifier la démonstration, supposons que I_k^m n'est composé que de deux itinéraires $\{i_1, i_2\}$ pour lesquels, sans perte de généralité, $\rho_{i_1,k}(\alpha, \beta) \leq \rho_{i_2,k}(\alpha, \beta)$. Ainsi, $\rho_{i^*,k} = \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta)$. Nous avons que :

$$\begin{aligned} c_{i_1}^m(\alpha, \beta) &\leq c_k^c(\alpha, \beta); \\ t_k^m + \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta) &\leq c_k^c(\alpha, \beta); \\ t_k^m &\leq c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta); \end{aligned}$$

ce qui représente une borne supérieure sur le tarif pouvant être établi sur les itinéraires de la requête k . Cependant, si dans une solution optimale le flot sur i_2 est positif, la borne sur le tarif sera de :

$$t_k^m \leq c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_2,k}(\alpha, \beta).$$

Celle-ci sera donc réduite de $(c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta)) - (c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_2,k}(\alpha, \beta)) = \rho_{i_2,k}(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta)$. Enfin, le flot sur i_2 ne sera positif que si $x_{i_2}^2 = 1$ et la réduction de la borne sur le tarif ne sera effective que dans ces circonstances. Ceci permet de conclure que :

$$\begin{aligned} t_k^m &\leq (c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta)) - (\rho_{i_2,k}(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta))x_{i_2}^2; \\ t_k^m + (\rho_{i_2,k}(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta))x_{i_2}^2 &\leq (c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_1,k}(\alpha, \beta)); \end{aligned}$$

ou encore

$$t_k^m + (\rho_{i_2,k}(\alpha, \beta) - \rho_{i^*,k})x_{i_2}^2 \leq (c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i^*,k}).$$

Cette relation peut ainsi être généralisée pour l'ensemble des itinéraires d'une requête. $\square$

Inégalités liant deux requêtes entre elles

Les inégalités de cette classe lient les tarifs de deux requêtes distinctes. Il semble naturel d'établir certains ponts entre les tarifs de différentes requêtes puisque plusieurs d'entre eux sont corrélés par l'intermédiaire des capacités imposées dans le réseau. Cette famille ne s'avère qu'une première approche en ce sens, les analyses numériques ne donnant pas pour l'instant les résultats anticipés. Nous tenons tout de même à en présenter le développement théorique. Une étude plus approfondie de ces inégalités permettra sans aucun doute d'obtenir une information pertinente sur la structure du problème traité et apportera un complément intéressant à la première classe d'inégalités décrite précédemment.

Proposition 6. *Soit $k_1, k_2 \in K$ de même que $I_{k_1}^m$ et $I_{k_2}^m$ les ensembles d'itinéraires du meneur associés aux requêtes k_1 et k_2 respectivement. Soit $i_u \in I_{k_1}^m$ et $i_v \in I_{k_2}^m$, deux itinéraires offerts par le meneur pour lesquels le flot est non nul. Définissons par Δ_{i_u} (Δ_{i_v}) l'ensemble comprenant les variables duales des contraintes de capacité associées à l'itinéraire i_u (i_v) et par Σ_{i_u} (Σ_{i_v}) la somme des variables duales de Δ_{i_u} (Δ_{i_v}). Supposons, sans perte de généralité, que $c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u} \geq c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}$.*

Si $\Delta_{i_u} = \Delta_{i_v}$, alors nous avons que :

$$(t_{k_1}^m - t_{k_2}^m) = [(c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v})].$$

Démonstration. Nous savons que si le flot est non nul sur les deux itinéraires identifiés, il en résulte que :

$$\begin{aligned} t_{k_1}^m &= (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) + \Sigma_{i_u}; \\ t_{k_2}^m &= (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}) + \Sigma_{i_v}. \end{aligned}$$

Puisque $\Sigma_{i_u} = \Sigma_{i_v}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} t_{k_1}^m &= (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) + (t_{k_2}^m - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v})); \\ (t_{k_1}^m - t_{k_2}^m) &= [(c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v})]. \end{aligned} \quad (3.59)$$

□

Il est par la suite possible de remplacer l'équation (3.59) par deux inégalités valides afin de tenir compte du fait qu'il n'est permis d'imposer cette contrainte que si le flot sur i_u et i_v est non nul. Puisque l'objectif visé n'est que l'introduction de cette famille, et par soucis de concision, ce développement sera omis.

Proposition 7. *Reprenons les hypothèses énoncées à la proposition 6, en considérons une fois de plus que $\rho_{i^*,k} = \min \{\rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid i \in I_k^m\}$. Si maintenant $\Delta_{i_v} \subset \Delta_{i_u}$, nous avons que :*

$$(t_{k_1}^m - t_{k_2}^m) + (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) + \rho_{i_u} - \rho_{i_v} - \rho_{i^*,k_1})x_{i_u}^2 \leq c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i^*,k_1}.$$

Démonstration. Puisque $\Delta_{i_v} \subset \Delta_{i_u}$, alors $\Sigma_{i_u} \leq \Sigma_{i_v}$. De plus, par définition nous avons que :

$$\begin{aligned} \Sigma_{i_u} &\leq t_{k_1}^m - (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}); \\ \Sigma_{i_v} &\leq t_{k_2}^m - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}). \end{aligned}$$

Nous savons que si le flot sur l'itinéraire i_u est non nul alors :

$$\Sigma_{i_u} = t_{k_1}^m - (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}).$$

Nous pouvons alors affirmer que :

$$\begin{aligned} t_{k_1}^m - (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) &= \Sigma_{i_u} \leq \Sigma_{i_v} \leq t_{k_2}^m - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}); \\ t_{k_1}^m - (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) &\leq t_{k_2}^m - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}); \\ t_{k_1}^m - t_{k_2}^m &\leq (c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_u}) - (c_{k_2}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i_v}). \end{aligned} \quad (3.60)$$

Cette inégalité est donc valide si le flot de i_u est non nul. Pour que le flot soit non nul sur cet itinéraire, il est nécessaire que $x_{i_u}^2 = 1$. Dans le cas contraire aucune contrainte n'est imposée puisque pour le terme de gauche de (3.60) nous avons que :

$$t_{k_1}^m - t_{k_2}^m \leq t_{k_1}^m \leq c_{k_1}^c(\alpha, \beta) - \rho_{i^*, k_1}.$$

□

3.4 Satisfaction de la demande par un unique transporteur

Tel que le mentionnent des auteurs comme Sandhu et Klabjan [147] une des différences majeures entre le transport de passagers et de marchandises repose sur le fait que la demande pour la marchandise est habituellement décrite selon le couple origine-destination et non selon les itinéraires disponibles. Ainsi, un chargement peut potentiellement être scindé et expédié à sa destination par plusieurs itinéraires. De plus, la formulation précédente considère, sur l'horizon de planification traité, un possible fractionnement de la demande entre le meneur et la compétition. Cependant il pourrait s'avérer pertinent d'ana-

lyser l'impact de la sélection d'un unique transporteur sur la modélisation du problème et les conséquences sur la méthodologie de résolution.

Supposons donc que la demande, pour chaque requête, doit être desservie en totalité par le meneur ou la compétition. Afin de traiter cet aspect, introduisons les variables de premier niveau suivantes :

$$z_k^m = \begin{cases} 1 & \text{si le meneur accepte de desservir la requête } k; \\ 0 & \text{sinon;} \end{cases}$$

ainsi que les contraintes de second niveau, définies $\forall k \in K$:

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m \leq d_k z_k^m; \quad (\mu_k) \quad (3.61)$$

$$f_k^c \leq d_k (1 - z_k^m); \quad (\nu_k) \quad (3.62)$$

où μ_k et ν_k représentent les variables duales associées. Ces contraintes combinent cependant des variables de premier et second niveau ce qui s'avère souvent problématique puisque le domaine réalisable induit par l'ajout de contraintes de cette forme peut être non connexe ce qui peut complexifier la mise en place d'approches de résolution. Cependant, à l'instar de la propriété mise en évidence pour les contraintes de capacité de la formulation *TGCO-1*, nous pouvons démontrer que les contraintes (3.61) et (3.62) peuvent être déplacées au premier niveau. Notons premièrement que, comme pour les tarifs, le problème de second niveau est paramétré par les variables z_k^m . Celles-ci sont donc transparentes pour le suiveur. En ce qui a trait aux conditions d'optimalité duales du second niveau, les contraintes (3.7) et (3.8) deviennent :

$$\lambda_k + \mu_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \leq c_i^m(\alpha, \beta); \quad (3.63)$$

$$\lambda_k + \nu_k \leq c_k^c(\alpha, \beta); \quad (3.64)$$

avec l'ajout de :

$$\mu_k \leq 0 \quad \forall k \in K; \quad (3.65)$$

$$\nu_k \leq 0 \quad \forall k \in K. \quad (3.66)$$

Le complémentarité décrite précédemment est aussi modifiée en conséquence :

$$\left[c_i^m(\alpha, \beta) - \left(\lambda_k + \mu_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \right) \right] f_i^m = 0; \quad (3.67)$$

$$(c_k^c(\alpha, \beta) - (\lambda_k + \nu_k)) f_k^c = 0; \quad (3.68)$$

et comprend, $\forall k \in K$, deux conditions supplémentaires :

$$\mu_k \left(d_k z_k^m - \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m \right) = 0; \quad (3.69)$$

$$\nu_k (d_k (1 - z_k^m) - f_k^c) = 0. \quad (3.70)$$

Proposition 8. *Pour toute solution optimale, $\mu^* = 0$.*

Démonstration. Nous procédons encore une fois par contradiction. Considérons la solution optimale suivante $((t^m)^*, (z^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \mu^*, \nu^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$. Supposons que pour cette solution optimale $\mu^* \neq 0$ ce qui implique qu'il existe au moins une requête $\hat{k} \in K$ telle que $\mu_{\hat{k}}^* < 0$. Définissons le vecteur $\mu' = 0$ de même que $(t^m)'$ pour lequel le tarif associé à l'itinéraire $i \in I_{e,k}^m$ est défini par $(t_k^m)' = (t_k^m)^* - \mu_k^*$ et soit la solution $((t^m)', (z^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \mu', \nu^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$. Cette dernière est une solution admissible pour le problème formulé. En effet, les contraintes (3.1) à (3.6) et (3.61), (3.62) sont nécessairement satisfaites puisque le vecteur de sélection des requêtes z^m et le flot demeurent inchangés par rapport à la solution optimale. Il en est de même pour les

contraintes (3.9) à (3.12) ainsi que (3.64) et (3.66). En ce qui a trait aux contraintes (3.63), par hypothèse nous avons que :

$$\lambda_k^* + \mu_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* \leq c_i^m(\alpha, \beta)^*;$$

et ainsi :

$$\begin{aligned} \lambda_k^* + \mu_k^* + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_k^m)^* + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \mu'_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq ((t_k^m)^* - \mu_k^*) + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \mu'_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq (t_k^m)' + \rho_{i,k}(\alpha, \beta); \\ \lambda_k^* + \mu'_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a}^* + \pi_a^*) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l^* + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p}^* &\leq c_i^m(\alpha, \beta)'; \end{aligned}$$

La solution est donc réalisable selon ces contraintes. En ce qui concerne la complémentarité, seules (3.67) et (3.69) sont à considérer, les autres ne dépendant que des vecteurs optimaux de la solution proposée. Un raisonnement analogue à celui que nous venons de développer pour les contraintes (3.63) s'applique aux contraintes de complémentarité (3.67) et, puisque $\mu' = 0$, les contraintes (3.69) seront respectées. Il ne reste plus qu'à vérifier les contraintes de premier niveau exigeant la non-négativité des tarifs. Nous avons par la définition du modèle que $\mu^* \leq 0$ et l'hypothèse de départ exige qu'il existe au moins une requête $\hat{k} \in K$ pour laquelle $\mu_{\hat{k}}^* < 0$. Il découle de ces constatations que pour les itinéraires associés à cette requête, le tarif décrété sera tel que $0 \leq (t_{\hat{k}}^m)^* < (t_{\hat{k}}^m)^* - \mu_{\hat{k}}^*$. Il est donc possible de conclure que la solution proposée est admissible et que cette dernière engendre un revenu supérieur car

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_i^m)^* f_i^m < \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_i^m)' f_i^m.$$

Ceci contredit le caractère optimal de $((t^m)^*, (z^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*, \mu^*, \nu^*, \lambda^*, \eta^*, \pi^*, \gamma^*, \omega^*)$ et démontre que $\mu^* = 0$. $\square$

Les contraintes (3.61) peuvent donc être déplacée au premier niveau. Les contraintes (3.63) et (3.67) reprennent alors la même forme que celle présentée dans la section 3.3 et les contraintes (3.69) sont satisfaites.

Proposition 9. *Pour toute solution optimale, $\nu^* = 0$.*

Démonstration. En considérant le résultat de la proposition 8, des contraintes introduites précédemment il ne reste, $\forall k \in K$, que :

$$\lambda_k + \nu_k \leq c_k^c(\alpha, \beta); \quad (3.71)$$

$$\nu_k \leq 0; \quad (3.72)$$

$$(c_k^c(\alpha, \beta) - (\lambda_k + \nu_k)) f_k^c = 0; \quad (3.73)$$

$$\nu_k (d_k(1 - z_k^m) - f_k^c) = 0. \quad (3.74)$$

Notons maintenant que la variable duale associée à la satisfaction de la demande, λ_k , indique l'impact marginal d'une variation du membre droit de la contrainte correspondante. Dans le cas présent, l'impact maximal découlant de la modification d'une unité de la demande d_k sera $c_k^c(\alpha, \beta)$ soit le coût le plus élevé d'un itinéraire pour la requête k . Ainsi, $\lambda_k \leq c_k^c(\alpha, \beta)$. Soit un vecteur de z^m donné et dictant les choix du meneur. Nous remarquons premièrement que la contrainte (3.74) est toujours satisfaite puisque si $z_k^m = 0$ alors $f_k^c = d_k$ et si $z_k^m = 1$, alors $f_k^c = 0$. Définissons par K^m l'ensemble des requêtes desservies par le meneur et par K^c celles rejetées par ce dernier. Ainsi, $K^m = \{k \in K \mid z_k^m = 1\}$ et $K^c = \{k \in K \mid z_k^m = 0\} = K \setminus K^m$. Le problème dual se réduit donc à :

$$\max_{\lambda, \nu, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} d_k \lambda_k + \sum_{k \in K^c} d_k \nu_k + \sum_{a \in B} \left(\sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} + cap_a \pi_a \right) + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p}$$

sujet à

$$\lambda_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} \leq c_i^m(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \quad (3.75)$$

$$\forall e \in E_k;$$

$$\forall i \in I_{e,k}^m;$$

$$\lambda_k \leq c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \quad (3.76)$$

$$\lambda_k + \nu_k \leq c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \quad (3.77)$$

$$(c_k^c(\alpha, \beta) - (\lambda_k + \nu_k)) f_k^c = 0 \quad \forall k \in K^c; \quad (3.78)$$

$$\nu_k \leq 0 \quad \forall k \in K; \quad (3.79)$$

$$\eta_{e,a} \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.80)$$

$$\forall e \in E^a;$$

$$\pi_a \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.81)$$

$$\gamma_l \leq 0 \quad \forall l \in L; \quad (3.82)$$

$$\omega_{r,p} \leq 0 \quad \forall r \in R; \quad (3.83)$$

$$\forall p \in P.$$

Les contraintes (3.78) ne sont définies que pour $k \in K^c$ car pour $k \in K^m$ le flot f_k^c est nul. Puisque pour $k \in K^c$ le flot sur l'itinéraire de la compétition sera égal à la demande, les contraintes (3.78) peuvent être réécrites comme :

$$(c_k^c(\alpha, \beta) - (\lambda_k + \nu_k)) d_k = 0.$$

Dès lors nous pouvons déduire que :

$$c_k^c(\alpha, \beta) - (\lambda_k + \nu_k) = 0;$$

$$\lambda_k + \nu_k = c_k^c(\alpha, \beta);$$

et par (3.76) et (3.79) il en résulte que :

$$c_k^c(\alpha, \beta) = \lambda_k + \nu_k \leq \lambda_k \leq c_k^c(\alpha, \beta).$$

Nous pouvons conclure que, $\forall k \in K^c$, nous avons $\lambda_k + \nu_k = \lambda_k$ et donc $\nu_k = 0$. Il en découle que pour ces requêtes, $\lambda_k = c_k^c(\alpha, \beta)$. Suite aux constatations présentées, le problème dual devient :

$$\max_{\lambda, \nu, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} d_k \lambda_k + \sum_{a \in B} \left(\sum_{e \in E^a} \text{cap}_{e,a} \eta_{e,a} + \text{cap}_a \pi_a \right) + \sum_{l \in L} \text{cap}_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} \text{cap}_r^v \omega_{r,p}$$

sujet à

$$\begin{aligned} \lambda_k + \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} &\leq c_i^m(\alpha, \beta) & \forall k \in K; & (3.84) \\ & & \forall e \in E_k; & \\ & & \forall i \in I_{e,k}^m; & \end{aligned}$$

$$\lambda_k \leq c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K^m; \quad (3.85)$$

$$\lambda_k + \nu_k \leq c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K^m; \quad (3.86)$$

$$\lambda_k = c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K^c; \quad (3.87)$$

$$\nu_k \leq 0 \quad \forall k \in K^m; \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} \eta_{e,a} &\leq 0 & \forall a \in B; & (3.89) \\ & & \forall e \in E^a; & \end{aligned}$$

$$\pi_a \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (3.90)$$

$$\gamma_l \leq 0 \quad \forall l \in L; \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned} \omega_{r,p} &\leq 0 & \forall r \in R; & (3.92) \\ & & \forall p \in P. & \end{aligned}$$

Nous remarquons que ce programme dual est similaire à celui présenté à la section 3.1. Malgré l'ajout des contraintes (3.86), celles-ci n'imposent aucune limitation supplémen-

taire. De plus, nous avons démontré que, pour ce problème, la solution optimale était notamment caractérisée par le fait que $\lambda_k^* = c_k^c(\alpha, \beta)$. Il en sera donc de même ici. Ceci induit que $\nu_k = 0$ et ce $\forall k \in K^m$. Nous concluons donc que, pour toute solution optimale, $\nu^* = 0$. $\square$

Les contraintes (3.61) et (3.62) peuvent donc être déplacées au premier niveau. Notons que celles-ci peuvent être remplacées par une contrainte unique telle :

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m = d_k z_k^m \quad \forall k \in K.$$

La difficulté additionnelle lors de la résolution de cette version de la modélisation provient donc de l'introduction de ces contraintes comportant les variables de sélection des requêtes de la part du meneur. Cependant la reformulation des conditions d'optimalité du second niveau demeure valide et il est toujours possible d'obtenir un modèle en variables mixtes suite à l'ajout des conditions décrites.

3.5 Génération d'instances

La section qui suit présente l'outil utilisé afin de générer la famille d'instances sur lesquelles les différentes approches de résolution seront testées. Le générateur proposé permet la construction de réseaux de blocage. Ce dernier exige de l'utilisateur la définition des paramètres suivants :

- $|P|$: nombre de périodes définissant l'horizon de planification ;
- $|K|$: nombre de requêtes ;
- $|R|$: nombre de cours de triage ;
- $|E|$: nombre de types d'équipement disponibles ;
- $|B|$: nombre de blocs ;
- $|L|$: nombre d'horaires de train.

Par la suite, les horaires de train sont construits et le réseau des mouvements des trains est créé. Pour chaque horaire de train, l'index d'une cour de triage représentant l'origine et un autre pour la destination sont générés. Les itinéraires de trains entre les différentes paires origine-destination sont subséquentement énumérés. Le réseau de blocs est donc construit par l'affectation, suite à la détermination de l'origine et de la destination de chaque bloc, d'un itinéraire de trains compatible. Chaque bloc se voit attribuer un nombre d'équipements qui seront valides sur celui-ci. Enfin, les itinéraires de blocs sont déterminés pour chaque sous-réseau qui découle d'un équipement donné. Ainsi, selon les caractéristiques de chaque requête k , les itinéraires admissibles seront ajoutés à l'ensemble I_k^m . Finalement un itinéraire de la compétition est créé pour chaque requête et représente la meilleure offre de service sur le marché.

3.5.1 Instances avec corridors

Afin que les instances aient une structure se rapprochant le plus possible de ce que l'on retrouve dans la plupart des réseaux ferroviaires en Amérique, nous favorisons la création de corridors de demande. Pour ce faire nous définissons un facteur d'attraction pour chaque cour de triage qui visera à former des points de concentration de la demande. Parmi les centres les plus névralgiques seront sélectionnées un certain nombre de cours qui seront étiquetées comme étant des plaques tournantes et qui seront localisées de façon plus stratégique. Pour les instances contruites subséquentement, nous avons $\max \left\{ 1, \left\lfloor \frac{|R|}{4} \right\rfloor \right\}$ plaques tournantes. Les autres cours, plus satellitaires, seront par la suite dispersées dans le réseau. L'algorithme 1 illustre cette procédure de localisation. Les réseaux de mouvements des trains et de blocs seront par la suite générés de manière à ce que l'offre de transport entre les différentes cours soit représentative de la densité de la demande qui y transite. L'horaire de chaque train est obtenu en générant aléatoirement une heure de départ et en décrétant l'heure d'arrivée comme le temps nécessaire pour parcourir la distance entre les deux cours. À ce temps est cependant ajouté ou soustrait une certaine durée obtenue

par un tirage aléatoire dans un intervalle prédéfini de manière à engendrer une certaine perturbation de la durée de transit. Le temps de parcours entre deux cours de triage dérive de la distance euclidienne entre la localisation de celles-ci. Cette distance est par la suite multipliée par la vitesse moyenne d'un train de marchandise qui est d'environ 32,19 kilomètres à l'heure (ou 20 milles à l'heure). Lors de la génération de l'itinéraire de la compétition associé à une requête k , la durée moyenne $\overline{D}_k$ des itinéraires du meneur pour cette requête est évaluée et la durée affectée est choisie aléatoirement dans l'intervalle $[0,75 \overline{D}_k; 1,25 \overline{D}_k]$.

Algorithme 1 : Localisation des cours de triage

1. Affectation des facteurs d'attraction :

– Poser $i := 1$.

tant que $i \leq |R|$ **faire**

 – Soit u un nombre aléatoire dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2} \left\lceil \frac{|K|}{|R|} \right\rceil, 2 \left\lceil \frac{|K|}{|R|} \right\rceil\right]$ selon une distribution uniforme discrète. Le facteur d'attraction de la cour de triage i est défini par $FA_i = \frac{u}{|K|}$.
 – Poser $i := i + 1$.

2. Sélectionner les $\max \left\{1, \left\lfloor \frac{|R|}{4} \right\rfloor\right\}$ cours ayant les plus forts facteurs d'attraction en tranchant aléatoirement en cas d'égalité et créer l'ensemble PT des plaques tournantes.

3. Localisation des plaques tournantes :

pour chaque $pt \in PT$ **faire**

si aucune plaque tournante n'a encore été localisée **alors**

 Générer les coordonnées dans le domaine $[-50, 50]^2$.

sinon

- (a) Générer les coordonnées dans le domaine $[-50, 50]^2$.
- (b) Évaluer d , la moyenne des distances aux autres plaques tournantes déjà localisées.
- (c) Soit u un nombre aléatoire dans l'intervalle $[0, 1]$ selon une distribution uniforme continue. Si $u \geq 1 - e^{-\phi d}$ (où $\phi = 0,005$), retourner à (a).

4. Pour chaque cour de triage ne faisant pas partie de PT , générer les coordonnées dans le domaine $[-100, 100]^2$.

En ce qui a trait à la demande, nous considérons trois classes de requêtes découlant du type de produit en transit. Ainsi, caractérisons les classes suivantes :

- Classe 1 :
 - (a) produits à faible valeur (par exemple : charbon, produits céréaliers) ;
 - (b) représente le marché central du transport ferroviaire ;
 - (c) compétition des autres modes de transport moins présente.
- Classe 2 :
 - (a) produits à valeur intermédiaire (par exemple : produits forestiers) ;
 - (b) deuxième segment de marché en terme d'importance ;
 - (c) forte compétition.
- Classe 3 :
 - (a) produits à forte valeur (par exemple : véhicules automobiles) ;
 - (b) segment le moins exploité notamment dû aux coûts d'inventaire et de manutention élevés ;
 - (c) forte compétition.

De plus, selon les plus récentes statistiques obtenues de l'Association des chemins de fer du Canada (ACFC), nous pouvons estimer qu'au Canada la Classe 1 représente environ 50 à 60% de la marchandise transportée, que 20 à 30% provient de la Classe 2, et de 10 à 20% de la Classe 3. Nous distribuerons donc les requêtes selon ces proportions. L'algorithme 2 présente l'affectation des requêtes aux cours de triage. Une procédure similaire est utilisée en ce qui concerne les horaires de train ainsi que la création des blocs. Celles-ci ne seront donc pas décrites ici par souci de concision.

En ce qui concerne les différentes capacités, certaines d'entre elles peuvent être établies à l'aide de données statistiques. Par exemple, les données colligées par l'ACFC révèlent qu'au cours de 20 dernières années, le nombre de wagons par train se situe, en moyenne, autour de 70. Ainsi, nous établirons la fenêtre de valeurs possibles pour la capacité d'un

Algorithme 2 : Affectation des requêtes

```

– Poser  $j := 1$ .
tant que  $j \leq |K|$  faire
  – Soit  $i_O$  un nombre aléatoire dans l'intervalle  $[1, |R|]$  selon une distribution
    uniforme discrète.
  – Soit  $u$  un nombre aléatoire dans l'intervalle  $[0, 1]$  selon une distribution
    uniforme continue.
  si  $u < FA_{i_O}$  alors
    – Affecter  $i_O$  comme origine de la requête  $j$ .
    – Soit  $i_D$  un nombre aléatoire dans l'intervalle  $[1, |R|] \setminus i_O$  selon une
      distribution uniforme discrète.
    – Soit  $v$  un nombre aléatoire dans l'intervalle  $[0, 1]$  selon une distribution
      uniforme continue.
    tant que  $v \geq FA_{i_D}$  faire
      – Régénérer  $i_D$ .
      – Régénérer  $v$ .
    – Affecter  $i_D$  comme destination de la requête  $j$ .
  – Poser  $j := j + 1$ .
  
```

train comme [60, 80]. Une analyse similaire est effectuée pour les autres types de capacité de sorte que les instances résultantes soient réalistes. Enfin, les fenêtres de valeurs pour les différents paramètres liés à la perception du service par les usagers sont aussi générées afin de dépeindre de façon réaliste les classes de requêtes décrites précédemment.

Les tableaux 3.4 ainsi que 3.5 présentent les caractéristiques des différentes instances et 3.6 les paramètres des classes de demande. Au tableau 3.5 les instances reprennent la majeure partie de la paramétrisation des réseaux des instances présentées en 3.4 mais sont densifiées. En ce qui a trait au tableau 3.6, rappelons que le paramètre α représente le facteur associé à la conversion, en valeur monétaire, d'une unité de durée et qu'il en est de même pour β en ce qui concerne la conversion, en valeur monétaire, d'une unité de perte de qualité de service. On retrouve donc, pour chaque paramètre, un intervalle dans lequel la valeur attribuée à celui-ci sera sélectionnée. Notons que l'exposant indique encore une fois s'il s'agit du meneur ou de la compétition. Les intervalles pour Q^c ont été choisis relativement à l'intervalle pour Q^m défini par [50, 100] et ce afin de conserver

une cohérence avec la caractérisation des classes de requêtes décrites plus tôt. Enfin, les tarifs de la compétition sont générés afin de permettre aux itinéraires du meneur d'être viables. Un itinéraire $i \in I_k^m$ pour lequel $\rho_{i,k}(\alpha, \beta) > c_k^c(\alpha, \beta)$ est évidemment non valide. Nous considérons donc l'itinéraire $\hat{i} \in I_k^m$ tel que $\rho_{\hat{i},k} = \max \{\rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid i \in I_k^m\}$. Suite à l'affectation du coût perçu ρ_k^c de l'itinéraire de la compétition, soit $\epsilon = \rho_{\hat{i},k} - \rho_k^c$. Ainsi, lorsque $\epsilon \leq 0$, t_k^c est tiré aléatoirement dans l'intervalle $[50, 150]$, sinon le tirage s'effectue dans $[\epsilon + 50, \epsilon + 150]$.

Tableau 3.4 – Instances : Inst1

	$ K $	$ R $	$ P $	$ B $	$ E $	$ L $
<i>pr01</i>	50	3	3	20	3	15
<i>pr02</i>	150	5	5	40	3	25
<i>pr03</i>	250	7	7	60	3	35
<i>pr04</i>	350	9	3	80	6	45
<i>pr05</i>	450	11	5	100	6	55
<i>pr06</i>	550	13	7	150	6	65

Tableau 3.5 – Instances : Inst2

	$ K $	$ R $	$ P $	$ B $	$ E $	$ L $
<i>pr07</i>	75	3	3	20	4	15
<i>pr08</i>	225	5	5	40	4	25
<i>pr09</i>	375	7	7	60	4	35
<i>pr10</i>	525	9	3	80	7	45
<i>pr11</i>	675	11	5	100	7	55
<i>pr12</i>	825	13	7	150	7	65

Tableau 3.6 – Paramètres des classes de requêtes

Classe	α		β^c		β^m		Q^c	
1	0,1	0,6	1	11	1	11	100	150
2	0,6	1,1	11	21	11	21	50	100
3	1,1	1,6	21	31	21	31	10	50

3.6 Solution initiale

Il s'avère que parfois Cplex éprouve de la difficulté à déterminer une solution initiale, et ce même si certaines sont facilement identifiables. Considérons par exemple la solution pour laquelle le flot n'est affecté qu'aux itinéraires de la compétition, engendrant un revenu nul. Il est cependant possible de fournir à Cplex une solution de meilleure qualité. De plus, le fait d'initier le processus de résolution à partir d'une solution constante malgré les modifications apportées, telles l'ajout de coupes, assure un point d'assise duquel nous pourrions plus facilement procéder à l'analyse des résultats. À cet effet, nous proposons ici une procédure gloutonne permettant d'atteindre cet objectif. L'algorithme 3 en présente les différentes étapes.

Une autre procédure engendrant une solution initiale qui sera comparée à celle obtenue par l'algorithme glouton est basée sur la résolution du problème d'optimisation inverse qui découle de la politique de flot engendrée par la tarification nulle. Étant donné la possible dégénérescence du programme mathématique au deuxième niveau, nous allons résoudre de façon successive le problème de second niveau, en débutant par la tarification nulle, et considérer les flots optimaux afin de générer le problème d'optimisation inverse pour ainsi identifier les tarifs compatibles qui maximisent le revenu. La procédure est réitérée avec les nouveaux tarifs et ce jusqu'à ce que le revenu soit stationnaire.

Lors de la résolution du problème de second niveau pour une politique tarifaire fixe, une optimisation optimiste est effectuée. Pour ce faire l'objectif du problème du suiveur est modifié pour atteindre ce but. Il suffit de considérer la variante de l'objectif du deuxième niveau qui suit :

$$\min_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} ((1 - \epsilon)t_k^m + \rho_{i,k}(\alpha, \beta)) f_i^m + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_k^c} c_i^c(\alpha, \beta) f_i^c$$

où ϵ prend une petite valeur. Ainsi, pour deux solutions équivalentes pour le suiveur, les solutions favorisant le meneur seront choisies. Les deux solutions initiales sont par la suite confrontées et celle de revenu maximal est sélectionnée et offerte à Cplex comme solution de départ.

Algorithme 3 : Procédure gloutonne de construction d'une solution initiale

- Soit $\overline{G} = \cup_{e \in E} G^e$, le multi-graphe représentant l'ensemble des réseaux de blocs.
- Soit $\overline{K} := K$.

tant que $\overline{K} \neq \emptyset$ **faire**

- Pour tout $k \in \overline{K}, i \in I_k^m$, soit ϕ_i , le flot maximal de l'itinéraire i représenté par la capacité minimale du chemin dans $\overline{G}$.
- Soit $\Phi_i = \min\{d_k, \phi_i\}$, où d_k représente la demande associée à l'itinéraire i .
- Déterminer l'itinéraire $\bar{i}$ engendrant le revenu marginal maximal :

$$\bar{i} = \arg \max_{k \in \overline{K}, i \in I_k^m} \{(c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)) \Phi_i\},$$

et soit $\bar{k}$, la requête associée à $\bar{i}$.

si $\Phi_{\bar{i}} > 0$ **alors**

- Affecter le flot $\Phi_{\bar{i}}$ à l'itinéraire $f_{\bar{i}}^m$.
- Affecter la demande résiduelle, $d_{\bar{k}} - \Phi_{\bar{i}}$, à l'itinéraire de la compétition $f_{\bar{k}}^c$.
- Mettre à jour les capacités résiduelles de $\overline{G}$ en diminuant les différentes capacités que comporte $\bar{i}$ de $\Phi_{\bar{i}}$.
- Poser $\overline{K} := \overline{K} \setminus \bar{k}$.

sinon

- Le réseau est saturé (sous l'hypothèse que $\forall k \in K, \forall i \in I_k^m$, $c_k^c(\alpha, \beta) > \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$) et donc :
 - Pour tout $k \in \overline{K}$, affecter la demande d_k à l'itinéraire de la compétition f_k^c .
 - Poser $\overline{K} := \emptyset$.
-

3.7 Analyse des résultats

Suite à des tests préliminaires et dû au nombre limité d'inégalités générées, il semble qu'il soit inutile d'employer des outils de contrôle de Cplex tels les UserCuts. De plus, nous verrons que les inégalités ont un impact important sur l'écart d'intégralité à la racine de

l'arbre de branchement lorsque celles-ci sont imposées au début de la résolution. D'autres analyses ont aussi été faites afin d'évaluer l'impact d'effectuer, à différents nœuds de l'arbre de branchement, la résolution du problème de second niveau à partir de la politique tarifaire dictée par la relaxation linéaire au nœud considéré, et ce afin d'identifier aisément des solutions réalisables. Cependant, ces analyses n'ont pas démontré, en moyenne, qu'il soit souhaitable d'alourdir le processus de résolution par cette procédure.

Dans les tableaux de résultats 3.7 et 3.8, la colonne identifiée par EIR indique justement cet écart d'intégralité à la racine de l'arbre de branchement. De façon similaire, la colonne EIF désigne l'écart d'intégralité final. Enfin, dans la colonne CPU apparaissent les temps de calcul en secondes. Notons qu'une limite de trois heures de temps de calcul est imposée. Ainsi, lorsque la valeur de EIF est non nulle, la raison en est l'atteinte de cette limite et l'étiquette $LimT$ est adjointe dans la colonne CPU. Mentionnons que toutes les procédures algorithmiques de cette thèse sont codées en langage C++ et que la librairie Concert de Cplex 10.0 est utilisée. Enfin les tests numériques sont effectués sur un ordinateur doté d'un processeur AMD Opteron 250 (2,4 GHz).

Le tableau 3.8 présente les gains issus de l'ajout des inégalités de la proposition 5 lors de la résolution des instances Inst1. On y retrouve notamment les gains sur l'écart d'intégralité à la racine qui indiquent, en moyenne, une réduction d'environ 28,63% due à l'addition des inégalités. Ce gain est de l'ordre de 86% en ce qui a trait au temps de calcul. Ces résultats démontrent clairement l'impact qu'ont les coupes proposées. Une analyse similaire est effectuée pour les instances Inst2 pour lesquelles le gain moyen à la racine est de 18,92% et où trois instances de plus ont pu être résolues à l'optimalité grâce aux inégalités. En outre, lorsque la limite de temps est atteinte pour $pr11$ et $pr12$ l'écart d'intégralité est réduit de 56,76% et 71,77% respectivement lorsque les coupes sont ajoutées. Enfin, une réduction du temps de calcul d'environ 27,8% est observée.

Afin d'illustrer la difficulté supplémentaire que pose la résolution de la formulation imposant la satisfaction de la demande par un unique transporteur décrite à la section

Tableau 3.7 – Résultats : Inst1

	Cplex			Cplex + proposition 5		
	EIR (%)	EIF (%)	CPU (sec)	EIR (%)	EIF (%)	CPU (sec)
<i>pr01</i>	47,96	0,0	744,53	33,44	0,0	143,54
<i>pr02</i>	23,06	0,0	2246,04	16,74	0,0	202,48
<i>pr03</i>	28,40	0,0	7673,66	19,49	0,0	217,73
<i>pr04</i>	24,54	1,21	<i>LimT</i>	18,54	0,0	1957,43
<i>pr05</i>	23,18	0,0	688,14	16,92	0,0	180,25
<i>pr06</i>	20,98	0,94	<i>LimT</i>	14,42	0,0	923,31

Tableau 3.8 – Analyse des gains : Inst1

	EIR (%)	EIF (%)	CPU (%)
<i>pr01</i>	30,28	0,0	80,78
<i>pr02</i>	27,41	0,0	90,99
<i>pr03</i>	31,37	0,0	97,16
<i>pr04</i>	24,45	100	81,88
<i>pr05</i>	27,01	0,0	73,81
<i>pr06</i>	31,27	100	91,45
Moyenne	28,63		86

3.4, les tableaux 3.11 et 3.12 présentent les écarts d'intégralité finaux obtenus sur les instances Inst1 et Inst2 respectivement. Encore une fois, une limite de trois heures de temps de calcul est imposée. Notons de plus que pour cette version du problème, la procédure d'identification d'une solution initiale proposée n'est pas valide. Ainsi, cette tâche est laissée à Cplex. Enfin, mentionnons que les inégalités valides de la proposition 5 sont présentes. Les écarts d'intégralité finaux moyens de 11,87% pour Inst1 et de 17,54% pour Inst2 montrent clairement l'augmentation du niveau de complexité de la résolution de cette version de la formulation.

Dans plusieurs situations il est impératif d'identifier des solutions de qualité en des temps de calcul qui doivent être de beaucoup inférieurs à ceux obtenus par l'approche privilégiée dans les pages précédentes. L'utilisation d'heuristiques s'avère donc nécessaire. Le prochain chapitre s'attaque donc à l'élaboration de deux familles d'heuristiques visant

Tableau 3.9 – Résultats : Inst2

	Cplex			Cplex + proposition 5		
	EIR (%)	EIF (%)	CPU (sec)	EIR (%)	EIF (%)	CPU (sec)
<i>pr07</i>	54,4	0	1107,22	42,92	0	224,27
<i>pr08</i>	54,69	2,21	<i>LimT</i>	44,34	0	8614,7
<i>pr09</i>	34,33	0,68	<i>LimT</i>	27,16	0	10004,9
<i>pr10</i>	23,72	0,63	<i>LimT</i>	19,69	0	4376,24
<i>pr11</i>	32,88	2,22	<i>LimT</i>	27,05	0,96	<i>LimT</i>
<i>pr12</i>	29	2,09	<i>LimT</i>	23,81	0,59	<i>LimT</i>

Tableau 3.10 – Analyse des gains : Inst2

	EIR (%)	EIF (%)	CPU (%)
<i>pr07</i>	21,1	0	79,74
<i>pr08</i>	18,92	100	20,23
<i>pr09</i>	20,89	100	7,36
<i>pr10</i>	16,99	100	59,48
<i>pr11</i>	17,73	56,76	0
<i>pr12</i>	17,9	71,77	0
Moyenne	18,92		27,8

cet objectif d'atteindre un équilibre entre la qualité des solutions obtenues et de courts temps de calcul.

Tableau 3.11 – Résultats avec la sélection d'un unique transporteur : Inst1

	EIF (%)	CPU (sec)
<i>pr01</i>	0,0	10310,3
<i>pr02</i>	3,54	<i>LimT</i>
<i>pr03</i>	5,52	<i>LimT</i>
<i>pr04</i>	15,16	<i>LimT</i>
<i>pr05</i>	14,47	<i>LimT</i>
<i>pr06</i>	32,55	<i>LimT</i>
Moyenne	11,87	

Tableau 3.12 – Résultats avec la sélection d'un unique transporteur : Inst2

	EIF (%)	CPU (sec)
<i>pr07</i>	5,44	<i>LimT</i>
<i>pr08</i>	12,57	<i>LimT</i>
<i>pr09</i>	10,90	<i>LimT</i>
<i>pr10</i>	18,73	<i>LimT</i>
<i>pr11</i>	28,93	<i>LimT</i>
<i>pr12</i>	28,68	<i>LimT</i>
Moyenne	17,54	

CHAPITRE 4 : APPROCHES DE RÉSOLUTION HEURISTIQUES

Ce chapitre présente deux approches heuristiques qui seront comparées à l'algorithme exact décrit plus tôt afin d'en valider l'efficacité et la pertinence. Premièrement, deux versions d'une heuristique basée sur la relaxation des tarifs de la formulation *TGCO-2* sont exposées. Une approche de type primal-dual est par la suite développée. Tous ces algorithmes sont calibrés et analysés afin de déterminer les valeurs des paramètres permettant l'identification de solutions de qualité en des temps de calcul raisonnables. Enfin, les différentes méthodologies sont confrontées entre elles ainsi qu'aux résultats obtenus par l'approche exacte.

4.1 Heuristique par relaxation tarifaire

Tel que nous l'avons démontré au chapitre précédent, la formulation avec tarification disjointe peut être reformulée comme un problème de flot multiproduits en variables continues. Ce problème s'avère donc simple à résoudre. D'autre part, la formulation avec tarification conjointe est beaucoup plus difficile à traiter puisque dans ce cas la complémentarité n'est pas satisfaite de facto étant donné que les variables duales des contraintes de capacité ne sont pas nécessairement égales à zéro. Dans une approche heuristique, il semble donc intuitif de considérer initier un processus de résolution par le traitement de la formulation avec tarification disjointe et tenter par la suite de converger vers la solution de la formulation à tarification conjointe.

Nous proposons donc de relaxer les contraintes d'égalité des tarifs de la formulation *TGCO-2*. Pour ce faire, chaque itinéraire i se verra attribuer sa propre variable tarifaire

t_i^m . Maintenant, soit $I_k^m = \{1, 2, \dots, n_k\}$ l'ensemble des itinéraires du meneur pour la requête k . De plus, considérons sans perte de généralité que $\rho_{1,k}(\alpha, \beta) \leq \rho_{2,k}(\alpha, \beta) \leq \dots \leq \rho_{n_k,k}(\alpha, \beta)$. Afin d'imposer l'égalité entre les tarifs d'une même requête, les contraintes suivantes sont ajoutées :

$$0 \leq t_i^m - t_{i+1}^m \leq \epsilon_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\},$$

où ϵ_i est initialisé à la valeur $c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$. Ainsi lorsque $\epsilon_i = 0$, $\forall k \in K$, $\forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\}$, l'égalité des tarifs est imposée et la politique résultante est celle à tarifs conjoints. Une alternative à cette approche aurait été de pénaliser les écarts entre les tarifs dans l'objectif tel que le proposent des auteurs comme Brotcorne et al. [30].

Le principe visé par cette approche est donc d'identifier rapidement la structure d'une bonne solution par l'analyse de *TGCO-2* où les tarifs sont relaxés. Le paramètre ϵ_i des différentes fenêtres tarifaires sera ainsi ajusté d'une itération à l'autre de façon à rendre compte de la violation des écarts entre les tarifs associés aux itinéraires d'une même requête. Nous présentons dans ce qui suit deux versions de l'algorithme.

4.1.1 Heuristique 1 (H1) : recherche par les tarifs

L'heuristique 1 utilise la solution à tarifs relaxés afin d'en déduire un vecteur de tarifs moyens pondérés qui serviront à l'identification d'une solution admissible par la résolution du problème de second niveau et du problème d'optimisation inverse, ces deux problèmes étant exécutés de façon successive jusqu'à la stationnarité du revenu. Les bornes des fenêtres tarifaires sont par la suite révisées et le processus est répété. Enfin, l'heuristique se termine par la résolution d'une version restreinte du problème à tarifs conjoints. En effet, à la suite de la boucle ξ , le problème à tarifs conjoints est exécuté en ne considérant que les itinéraires ayant apparu au moins une fois avec un flot non nul lors des itérations effectuées. L'objectif est ici d'identifier une solution de qualité issue d'un bassin comportant un

nombre limité d'itinéraires prometteurs. L'algorithme complet est décrit par le pseudo-code 4. Nous analysons ici trois versions de cet algorithme. La distinction entre celles-ci provient de la dernière étape de la boucle ξ , c'est-à-dire de la mise à jour des paramètres ϵ_i .

Mise à jour 1 (MJ1) : Diminution constante

Cette version impose la réduction de l'ensemble des paramètres ϵ_i , et ce à chaque itération. Un paramètre $\psi < 1$ est établi à cette fin. Ainsi, à la fin de chacune des itérations de la boucle ξ ,

$$\epsilon_i := \psi \epsilon_i, \quad \forall k \in K, \forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\}.$$

Mise à jour 2 (MJ2) : Diminution selon la variance des tarifs

La réduction des paramètres ϵ_i est ici dépendante de la variance observée entre les tarifs des itinéraires d'une même requête obtenus de la résolution du problème où les tarifs sont relaxés ainsi que du tarif conjoint découlant de la stationnarité des problèmes de second niveau et inverse. Ainsi, lorsqu'à la fin d'une itération la variance entre ces tarifs pour une requête donnée est non nulle, la fenêtre tarifaire correspondante est réduite, comme dans le cas décrit plus haut, en multipliant le paramètre ϵ_i associé par ψ .

Mise à jour 3 (MJ3) : Diminution et augmentation selon la variance des tarifs

Cette approche procède de la même façon que la précédente. Cependant, lorsque la variance des tarifs d'une requête est nulle, la fenêtre tarifaire est augmentée en posant, pour une fenêtre tarifaire impliquant la requête k ainsi que les itinéraires i et $i + 1$, $\epsilon_i := \min\{(2 - \psi)\epsilon_i, c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)\}$.

4.1.2 Calibrage des paramètres pour H1

L'heuristique décrite dépend de deux paramètres, soient le nombre total d'itérations ξ_{max} de même que le facteur ψ dictant la réduction ou l'augmentation des fenêtres tarifaires. Afin de calibrer l'algorithme, certaines valeurs sont sélectionnées pour lesquelles l'approche de résolution est testée. Les tableaux suivants présentent les résultats obtenus. Mentionnons premièrement que chaque tableau est étiqueté par l'abréviation relative à la version de l'algorithme étudiée. Par exemple, l'heuristique 1 exécutée avec la mise à jour 1 est identifiée par H1-MJ1. Il en est de même pour les autres types de mise à jour. Les intervalles discrets retenus pour les deux paramètres sont : $\xi_{max} \in [3, 5, 7, 9, 11]$ et $\psi \in [0,55; 0,75; 0,95]$. Les tableaux 4.1, 4.6 et 4.9 présentent les résultats de l'exécution de l'heuristique pour chaque combinaison de paramètres sur les instances décrites dans le tableau 3.4 au chapitre précédent. On retrouve dans la colonne % l'écart entre la solution obtenue et la valeur optimale. Dans la colonne CPU, le temps de calcul de l'algorithme en secondes est donné. Les tableaux 4.2, 4.7, 4.10 exposent les moyennes des écarts et 4.3, 4.8, 4.11 les moyennes des temps de calcul pour chaque combinaison de paramètres. Dans ce qui suit, les résultats pour les instances Inst1 du tableau 3.4 sont décrits en détails. En ce qui a trait aux instances Inst2 du tableau 3.5, et ce par soucis de concision, seuls les tableaux exprimant les différentes valeurs moyennes seront exposés (voir les tableaux 4.4, 4.5, 4.12 et 4.13).

Bien évidemment nous remarquons que lorsque la valeur ξ_{max} augmente et que ψ diminue, l'écart des solutions aux solutions optimales décroît. Les résultats des tableaux 4.2 et 4.3 pour les combinaisons $(\xi_{max}; \psi) \in \{(7; 0,55), (9; 0,55), (11; 0,55)\}$ illustrent cependant le poids important du temps de calcul dans ces circonstances. Plusieurs combinaisons sont donc à rejeter.

En comparant les trois types de mise à jour, il semble que MJ1 et MJ3 offrent les meilleurs compromis entre la qualité des solutions obtenues et le temps de calcul. À la

lumière des résultats, il apparaît assez clair que H1-MJ3 supplante H1-MJ2 en offrant des écarts à la solution optimale comparables en des temps de calcul plus courts et dont la croissance avec l'augmentation ξ_{max} ou la diminution de ψ semble plus raisonnable. Ceci peut notamment être observé pour les valeurs moyennes de temps de calcul des combinaisons $(\xi_{max}; \psi) \in \{(9; 0,55), (11; 0,55)\}$ des tableaux 4.8 et 4.11. Pour cette raison, les résultats de H1-MJ2 sur les instances Inst2 ne sont pas présentés. En ce qui a trait aux valeurs à prescrire aux paramètres ξ_{max} et ψ pour H1-MJ3, il s'avère que sélectionner $\xi_{max} \in [5; 7]$ et $\psi \in [0,55; 0,75]$ soit adéquat en offrant un bon compromis entre la qualité des solutions obtenues et le temps de calcul. Nous proposons donc de poser $\psi = 0,65$ et $\xi_{max} = 6$. Les tableaux 4.14 et 4.15 présentent les résultats découlant de l'exécution de l'heuristique avec les valeurs décrétées. Ces résultats serviront à titre comparatif avec la deuxième version de l'heuristique par relaxation tarifaire qui sera introduite dans la prochaine sous-section de même que l'approche primale-duale dont nous discuterons un peu plus tard. En ce qui concerne H1-MJ1, des écarts à la solution optimale intéressants sont obtenus mais les temps de calcul requis étant trop importants, plusieurs combinaisons de paramètres doivent être évitées. Il semble donc que H1-MJ1 ne soit viable que pour des valeurs telles que $\xi_{max} = 3$ et $\psi = 0,75$ pour lesquelles la moyenne des écarts à la solution optimale est convenable et où le temps de calcul moyen est bas. Des valeurs telles que $\xi_{max} = 3$ et $\psi = 0,55$ ou encore $\xi_{max} = 5$ et $\psi = 0,75$ peuvent sembler intéressantes, cependant les gains au niveau de la qualité de la solution par rapport à la combinaison de paramètres sélectionnée ne nous semblent pas suffisants pour compenser l'augmentation du temps de calcul. En effet, les combinaisons $\xi_{max} = 3$ et $\psi = 0,55$ de même que $\xi_{max} = 5$ et $\psi = 0,75$ engendrent des gains respectifs d'environ 13% et 17% en ce qui a trait à la qualité de la solution comparativement aux valeurs privilégiées pour les paramètres. Toutefois, les temps de calcul moyens sont approximativement 2,38 fois et 2,8 fois plus élevés. Encore une fois, le compromis entre la qualité des solutions et le temps de calcul nous fait pencher vers $\xi_{max} = 3$ et $\psi = 0,75$.

Algorithme 4 : Heuristique 1 : recherche par les tarifs

Initialisation

Soit $z^* = 0$, le meilleur revenu obtenu et $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*)$, le vecteur des politiques tarifaires et de flots associées au revenu z^* .

Relaxation du problème à tarifs conjoints

$\forall k \in K$ et $\forall i \in I_k^m = \{1, 2, \dots, n_k\}$, définir t_i^m , le tarif associé à l'itinéraire i du meneur. De plus, établir les intervalles : $0 \leq t_i^m - t_{i+1}^m \leq \epsilon_i$, $\forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\}$, où ϵ_i est initialisé à la valeur $c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$.

Paramètres et variables

- Soit $(f^m)^{rlx}$ et $(t^m)^{rlx}$ le vecteur de flots et de tarifs du meneur pour le problème à tarifs relaxés.
- $\forall i \in I^m$, soit θ_i une variable cumulant le nombre de fois que la variable f_i^m apparaît dans une solution avec un flot non nul. Poser $\theta_i := 0$, $\forall i \in I^m$.

Algorithme

pour $\xi = 1, \dots, \xi_{max}$, **faire**

- Résoudre le problème à tarifs relaxés.

pour chaque $k \in K$ **faire**

- $\forall i \in I_k^m$, si $(f_i^m)^{rlx} > 0$, poser $\theta_i := \theta_i + 1$.
- Soit $FT_k = \sum_{i \in I_k^m} (f_i^m)^{rlx}$, le flot total de la requête k sur le réseau du meneur.
- Soit le tarif moyen pondéré défini par

$$\overline{t}_k^m = \sum_{i \in I_k^m | (f_i^m)^{rlx} > 0} \frac{(f_i^m)^{rlx}}{FT_k} (t_i^m)^{rlx}.$$

- Résoudre de façon successive, et jusqu'à la stationnarité du revenu, le problème de second niveau paramétré par le vecteur de tarifs moyens pondérés $\overline{t}^m$, suivi du problème d'optimisation inverse paramétré par la politique de flot dictée par le problème de second niveau. Soit $((f^m)^s, (f^c)^s)$ et $(t^m)^s$, les politiques stationnaires de flots et de tarifs résultantes et z le revenu associé.
- $\forall i \in I^m$, si $(f_i^m)^s > 0$, poser $\theta_i := \theta_i + 1$.
- Si $z > z^*$, poser $z^* := z$ et $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*) := ((t^m)^s, (f^m)^s, (f^c)^s)$.
- Mettre à jour les paramètres ϵ_i .

- Poser $\epsilon_i = 0$, $\forall k \in K$, $\forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\}$ et résoudre le problème à tarifs conjoints en ne considérant, pour le meneur, que les itinéraires i pour lesquels $\theta_i > 0$.
-

Tableau 4.1 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ1

	ψ	ξ_{max}									
		3		5		7		9		11	
		%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
<i>pr01</i>	0,55	2,18	1,41	1,53	26	1,14	599,8	0	1729,18	0	2957,27
	0,75	2,21	1,26	2,18	2,22	1,35	4,94	1,35	14,3	0,82	184,84
	0,95	2,21	1,15	2,21	1,9	2,21	2,65	2,21	3,42	2,21	4,3
<i>pr02</i>	0,55	0,1	4,24	0,1	18,28	0,04	87,63	0	332,35	0	805,99
	0,75	0,15	3,03	0,1	6,85	0,1	11,42	0,1	22,07	0,1	97,22
	0,95	0,15	2,39	0,15	3,73	0,15	5,08	0,15	6,41	0,15	8,63
<i>pr03</i>	0,55	1,34	27,54	0,26	91,35	0	818,72	0	1686,15	0	3449,74
	0,75	1,35	17,8	1,33	33,43	1,33	60,38	0,26	153,08	0	346,26
	0,95	2,84	7,39	2,42	9,71	2,42	15,56	1,97	17,28	1,34	25,25
<i>pr04</i>	0,55	1,1	13,15	0,35	59,73	0,15	969,08	0	3407,55	0	5671,28
	0,75	1,54	13,36	1,1	18,76	1,1	30,48	0,35	61,08	0,23	342,87
	0,95	1,54	6,71	1,54	9,96	1,54	13,17	1,54	17,1	1,54	22,32
<i>pr05</i>	0,55	0,16	17,13	0,11	101,64	0,11	879,4	0,05	2412,86	0	4351,94
	0,75	0,26	12,81	0,06	31,8	0,06	54,12	0,06	105,44	0,04	999,55
	0,95	0,77	8,66	0,77	12,85	0,77	17,33	0,77	22,32	0,77	35,32
<i>pr06</i>	0,55	0,73	120,95	0,64	3306,54	0,21	20151,63	0	39478,97	0	59075,66
	0,75	1,04	29,36	0,69	125,09	0,64	421,24	0,64	5621,75	0,68	8222,59
	0,95	1,3	17,97	1,24	28,84	0,99	44,28	0,99	71,75	0,99	93,42

Tableau 4.2 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ1

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	0,94	0,5	0,28	0,01	0
0,75	1,09	0,91	0,76	0,46	0,31
0,95	1,47	1,39	1,35	1,27	1,17

Tableau 4.3 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ1

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	30,74	600,59	3917,71	8174,51	12718,65
0,75	12,94	36,36	97,1	996,29	1698,89
0,95	7,38	11,17	16,35	23,05	31,54

Tableau 4.4 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H1-MJ1

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	1,55	0,81	0,34	0,18	0
0,75	1,95	1,54	1,25	0,82	0,39
0,95	2,22	2,11	2,06	2,06	1,95

Tableau 4.5 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H1-MJ1

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	148,02	2775,66	10568,37	17611,94	23173,99
0,75	35,1	152,17	2297,15	4851,33	8982,77
0,95	23,36	40,66	50,69	68,66	79,41

Tableau 4.6 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ2

		ξ_{max}									
		3		5		7		9		11	
ψ		%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
pr01	0,55	2,73	1,02	1,31	2,76	1,31	6,74	0,5	17,23	0,5	89,54
	0,75	2,73	0,95	2,73	1,51	2,09	2,59	2,09	4,7	1,85	5,99
	0,95	2,73	0,89	2,73	1,35	2,73	1,95	2,73	2,35	2,73	2,87
pr02	0,55	0,15	3,22	0,1	6,12	0,04	10,89	0,04	15,71	0,04	17,91
	0,75	0,15	2,7	0,15	4,34	0,15	6,26	0,15	8,88	0,15	11,45
	0,95	0,15	2,51	0,15	3,7	0,15	5,28	0,15	6,19	0,15	7,6
pr03	0,55	2,3	12,3	2,3	26,47	1,96	33,21	1,46	102,01	1,41	151,72
	0,75	2,3	7,63	2,3	16,96	2,3	22,12	2,3	31,18	2,3	60,16
	0,95	2,84	7,39	2,84	10,26	2,84	18,48	2,84	22,97	2,3	16,39
pr04	0,55	1,37	7,56	0,68	17,31	0,68	81,97	0,68	290,47	0,68	678,38
	0,75	1,54	7,6	1,37	10,73	1,37	15,36	1,26	25,54	1,26	35,05
	0,95	1,54	7,25	1,54	9,76	1,54	14	1,54	18,47	1,54	20,63
pr05	0,55	0,26	15,72	0,11	38,09	0,11	65,29	0,11	85,33	0,11	124,44
	0,75	0,26	10,91	0,26	32,85	0,16	46,17	0,16	66,02	0,11	100,84
	0,95	0,77	8,75	0,77	14,27	0,77	17,89	0,77	22,31	0,77	28,94
pr06	0,55	1,04	30,39	0,65	143,38	0,49	306,37	0,49	973,32	0,49	1970,97
	0,75	1,04	31,59	1,04	48,84	0,99	103,71	0,79	260,72	0,64	318,93
	0,95	1,3	19,97	1,24	29,17	0,99	48,47	0,99	66,68	0,99	81,4

Tableau 4.7 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ2

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	1,31	0,86	0,77	0,55	0,54
0,75	1,34	1,31	1,18	1,13	1,05
0,95	1,56	1,54	1,5	1,5	1,41

Tableau 4.8 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ2

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	11,7	39,02	84,08	247,35	505,49
0,75	10,23	19,21	32,7	66,17	88,74
0,95	7,79	11,42	17,68	23,16	26,31

Tableau 4.9 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ3

		ξ_{max}									
		3		5		7		9		11	
ψ		%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
pr01	0,55	2,73	0,95	1,31	3,93	1,31	6,21	1,31	12,59	0,5	20,88
	0,75	2,73	0,92	2,73	1,42	2,09	2,77	2,09	3,67	1,85	5,23
	0,95	2,73	0,88	2,73	1,39	2,73	1,87	2,73	2,35	2,73	2,85
pr02	0,55	0,15	3,05	0,15	5,82	0,1	9,69	0,04	13,19	0,04	17,6
	0,75	0,15	2,61	0,15	4,44	0,15	6,59	0,15	9,55	0,15	12,66
	0,95	0,15	2,39	0,15	3,95	0,15	5,16	0,15	6,3	0,15	7,66
pr03	0,55	2,3	12,45	2,29	18,79	1,85	47,45	1,85	44,41	1,85	62,15
	0,75	2,3	7,76	2,3	17,5	2,29	21,94	2,29	28,08	2,29	56,57
	0,95	2,84	7,57	2,84	9,49	2,84	19,03	2,84	21,94	2,3	20,03
pr04	0,55	1,37	6,85	0,71	18,11	0,49	45,04	0,45	210,34	0,45	339,98
	0,75	1,54	7,72	1,37	11,66	1,37	16,02	1,26	24,53	1,26	36,21
	0,95	1,54	6,72	1,54	10,26	1,54	13,06	1,54	17,24	1,54	20,52
pr05	0,55	0,26	14,5	0,11	30,01	0,04	60,04	0,04	92,46	0,04	115,16
	0,75	0,26	10,86	0,26	26,98	0,06	39,46	0,06	54,21	0,04	88,85
	0,95	0,77	9,21	0,77	13,2	0,77	18,56	0,77	22,71	0,77	28,86
pr06	0,55	0,73	29,87	0,52	92,65	0,47	145,53	0,47	377,56	0,47	537,13
	0,75	1,04	28,56	0,88	47,16	0,81	69,21	0,45	141,13	0,45	236,33
	0,95	1,3	18,72	1,24	29,19	0,99	44,03	0,99	58,95	0,99	75,46

Tableau 4.10 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H1-MJ3

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	1,26	0,85	0,71	0,7	0,56
0,75	1,34	1,28	1,13	1,05	1,01
0,95	1,56	1,54	1,5	1,5	1,41

Tableau 4.11 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H1-MJ3

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	11,28	28,22	52,33	125,09	182,15
0,75	9,74	18,19	26	43,53	72,64
0,95	7,58	11,25	16,95	21,58	25,9

Tableau 4.12 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H1-MJ3

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	1,71	1,29	0,99	0,99	0,83
0,75	1,99	1,87	1,74	1,56	1,27
0,95	2,22	2,22	2,09	2,09	1,99

Tableau 4.13 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H1-MJ3

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	45,67	90,85	163	259,34	396,48
0,75	28,3	52,46	92,31	151,94	194,85
0,95	25,38	34,5	44,65	59,06	77,03

Tableau 4.14 – Écarts à la solution optimale pour H1-MJ3 sur Inst1 avec $\xi_{max} = 6$ et $\psi = 0,65$

	%	CPU
<i>pr01</i>	2,09	3,11
<i>pr02</i>	0,15	6,47
<i>pr03</i>	2,29	24,66
<i>pr04</i>	0,71	17,33
<i>pr05</i>	0,06	31,26
<i>pr06</i>	0,69	68,89
Moyenne	1,00	25,29

Tableau 4.15 – Écarts à la solution optimale/meilleure solution pour H1-MJ3 sur Inst2 avec $\xi_{max} = 6$ et $\psi = 0,65$

	%	CPU
<i>pr07</i>	2,36	3,92
<i>pr08</i>	2,74	64,28
<i>pr09</i>	1,09	26,71
<i>pr10</i>	0,51	52,84
<i>pr11</i>	1,87	91,64
<i>pr12</i>	0,57	441,04
Moyenne	1,52	113,41

4.1.3 Heuristique 2 (H2) : recherche par les flots

La principale distinction conceptuelle entre l'heuristique précédente et celle-ci repose sur le fait que l'approche qui suit se concentre sur l'identification de la structure de flots optimale, c'est-à-dire sur les itinéraires comportant un flot positif dans la solution optimale. Suite à chaque résolution du problème relaxé, les itinéraires ayant un flot positif sont sélectionnés afin de formuler un problème restreint visant l'identification de solutions admissibles. À cet ensemble se greffent un certain nombre d'itinéraires supplémentaires. Notamment, pour chaque requête, l'itinéraire de coût perçu maximal comportant un flot non nul est identifié. Les chemins de cette requête ayant un coût perçu inférieur sont

considérés. Ceux pour lesquels ce coût est supérieur seront ajoutés si un ou plusieurs itinéraires de coût inférieur violent un critère relatif à la présence de ces derniers avec un flot nul dans la solution du problème restreint à l'itération précédente. L'algorithme est décrit de façon détaillée par le pseudo-code 5.

Deux procédures permettant de mettre un terme à la résolution du problème restreint sont implantées. Premièrement si lors de la résolution la borne supérieure donnée par la relaxation linéaire glisse sous la valeur de la meilleure solution admissible identifiée lors d'une itération précédente, la résolution est bien évidemment suspendue. Un second processus est aussi établi permettant d'interrompre la résolution s'il advient que la décroissance de l'écart d'intégralité de la méthode de séparation et d'évaluation progressive stagne.

Tel que mentionné plus haut, cette version de l'algorithme par relaxation tarifaire met l'accent sur la structure de la politique de flots. L'ajustement des fenêtres tarifaires sera donc dicté par les variations observées au niveau du flot entre la solution du problème à tarifs relaxés et celle à tarifs conjoints. Ainsi, suite à une itération, les requêtes pour lesquelles il existe au moins un itinéraire où le flot entre les deux solutions diffère verront leur fenêtre tarifaire réduite d'un pourcentage équivalent à $(1 - \psi)$. Nous analyserons ici deux mises à jour des paramètres ϵ_i qui s'apparentent à MJ2 et MJ3 présentées précédemment.

Mise à jour 4 (MJ4) : Diminution selon la stationnarité de la politique de flots

À la fin d'une itération donnée, nous considérons la réduction d'une fenêtre tarifaire d'une requête $k \in K$ s'il existe $i \in I_k^m$ tel que $(f_i^m)^{rlx} \neq (f_i^m)^r$, où $(f^m)^{rlx}$ et $(f^m)^r$ représentent respectivement le vecteur de flots du meneur pour le problème à tarifs relaxés et le problème restreint. Dans ce cas, nous posons $\epsilon_i := \psi \epsilon_i, \forall i \in I_k^m$.

Mise à jour 5 (MJ5) : Diminution et augmentation selon la stationnarité de la politique de flots

Dans ce cas l'augmentation des fenêtres tarifaires est permise lorsque la structure de flots d'une requête est la même pour les problèmes à tarifs relaxés et conjoints. Ainsi, pour $k \in K$, s'il existe $i \in I_k^m$ tel que $(f_i^m)^{rlx} \neq (f_i^m)^r$, poser, et ce $\forall i \in I_k^m$, $\epsilon_i := \psi \epsilon_i$. Sinon, $\forall i \in I_k^m$, poser $\epsilon_i := \min\{(2 - \psi)\epsilon_i, c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)\}$.

4.1.4 Calibrage des paramètres pour H2

Une nomenclature similaire à celle utilisée pour l'heuristique 1 est employée à nouveau ici. Les intervalles discrets retenus pour les deux paramètres sont identiques à ceux décrits plus tôt soient : $\xi_{max} \in [3, 5, 7, 9, 11]$ et $\psi \in [0,55; 0,75; 0,95]$.

Les résultats tendent à montrer que la relaxation dynamique des fenêtres tarifaires engendre, encore une fois, un algorithme de meilleure qualité en ce qui a trait aux temps de calcul. Les tableaux 4.17 et 4.20 permettent de constater que, pour les deux types de mise à jour, les moyennes des écarts à la solution optimale sont quasi identiques. Il en est de même pour la majorité des temps de calcul. Cependant lorsque ξ_{max} augmente et que ψ diminue au-delà d'un certain seuil, H2-MJ5 s'avère plus efficace que H2-MJ4. Les valeurs moyennes des temps de calcul des combinaisons $(\xi_{max}; \psi) \in \{(7; 0,55), (9; 0,55), (11; 0,55)\}$ aux tableaux 4.18 et 4.21 supportent cette affirmation. Voilà pourquoi les résultats sur les instances Inst2 ne sont rapportés que pour H2-MJ5 dans les tableaux 4.22 et 4.23. Sélectionner $\psi = 0,75$ semble engendrer une stabilité des temps de calcul tout en offrant des écarts à la solution optimale intéressants. De plus, poser $\xi_{max} = 7$ semble adéquat.

Algorithme 5 : Heuristique 2 : recherche par les flots

Initialisation

Soit $z^* = 0$, le meilleur revenu obtenu, et $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*)$, le vecteur des politiques tarifaires et de flots associées au revenu z^* .

Relaxation du problème à tarifs conjoints

- $\forall k \in K$ et $\forall i \in I_k^m = \{1, 2, \dots, n_k\}$, définir t_i^m , le tarif associé à l'itinéraire i du meneur. De plus, établir les intervalles : $0 \leq t_i^m - t_{i+1}^m \leq \epsilon_i$, $\forall i \in \{1, \dots, n_k - 1\}$, où ϵ_i est initialisé à la valeur $c_k^c(\alpha, \beta) - \rho_{i,k}(\alpha, \beta)$.
- Soit $(f^m)^{rlx}$ le vecteur de flots du meneur pour le problème relaxé.

Paramètres et variables pour le problème restreint

- Soit R , l'ensemble des itinéraires du meneur considérés lors de la résolution du problème restreint.
- Soit $((t^m)^r, (f^m)^r, (f^c)^r)$ le vecteur de tarifs et de flots pour le problème restreint.
- Soit δ_i^ξ , paramètre prenant la valeur 0 si, à l'itération ξ , $(f_i^m)^r$ apparaît dans la résolution du problème restreint et que $(f_i^m)^r = 0$. Poser $\delta_i^\xi = 1$ sinon.

Algorithme

pour $\xi = 1, \dots, \xi_{max}$, **faire**

- Résoudre le problème à tarifs relaxés afin d'obtenir $(f^m)^{rlx}$.
- Poser $R := \emptyset$.
- $\forall i \in I^m$, si $(f_i^m)^{rlx} > 0$, poser $R := R \cup \{i\}$.

pour chaque $k \in K$ **faire**

- Soit $\overline{\rho_{i,k}} = \max \{ \rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid f_i^{rlx} > 0, i \in I_k^m \}$ (si $(f_i^m)^{rlx} = 0 \ \forall i \in I_k^m$, poser $\overline{\rho_{i,k}} = -1$).
- Pour tout itinéraire $i \in I_k^m$:
 - si** $\{ \rho_{i,k} \leq \overline{\rho_{i,k}} \text{ et } \delta_i^{\xi-1} = 1 \}$ **ou** $\{ \rho_{i,k} = \min \{ \rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid i \in I_k^m \} \}$ **alors**
 - | poser $R := R \cup \{i\}$;
 - sinon**
 - | sélectionner, s'il existe,
 - └ $\bar{j} = \arg \min \{ \rho_{j,k}(\alpha, \beta) \mid \rho_{j,k} \geq \overline{\rho_{i,k}}, j \in I_k^m, j \notin R, \delta_j^{\xi-1} = 1 \}$ et poser $R := R \cup \{\bar{j}\}$.
 - Si $\overline{\rho_{i,k}} = -1$, insérer les deux meilleurs itinéraires de la requête k dans R .
 - Si $\overline{\rho_{i,k}} = \min \{ \rho_{i,k}(\alpha, \beta) \mid i \in I_k^m \}$, insérer le deuxième meilleur itinéraire de la requête k dans R .

- Résoudre le problème restreint en ne considérant, pour le meneur, que le sous-ensemble des itinéraires défini par R . Obtenir $((t^m)^r, (f^m)^r, (f^c)^r)$ et soit z le revenu associé.
 - $\forall i \in I^m$, si $i \in R$ et $(f_i^m)^r = 0$, poser $\delta_i^\xi := 0$. Sinon, poser $\delta_i^\xi := 1$.
 - Si $z > z^*$, poser $z^* := z$ et $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*) := ((t^m)^r, (f^m)^r, (f^c)^r)$.
 - Mettre à jour les paramètres ϵ_i .
-

Tableau 4.16 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ4

	ψ	ξ_{max}									
		3		5		7		9		11	
		%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
<i>pr01</i>	0,55	2,65	6,29	1,26	7,98	1,05	25,13	1,05	26,09	0,53	74,28
	0,75	2,65	6,21	1,9	9,16	1,11	11,01	1,11	11,43	0,81	25,76
	0,95	2,65	6,13	1,9	9,89	1,61	12,81	1,61	12,98	1,61	12,62
<i>pr02</i>	0,55	0	18,41	0	18,05	0	18,07	0	18,17	0	20,12
	0,75	0	13,48	0	13,96	0	13,87	0	13,29	0	13,34
	0,95	0	13,05	0	14,76	0	14,84	0	13,05	0	12,97
<i>pr03</i>	0,55	0,45	11,34	0,38	88,55	0,17	204,87	0,05	461,56	0	947,7
	0,75	0,42	29,3	0,38	72,42	0,38	68,75	0,38	69,99	0,38	72,56
	0,95	0,42	28,89	0,38	58,62	0,38	58,79	0,38	67,94	0,38	67,97
<i>pr04</i>	0,55	0	52,73	0	55,82	0	52,92	0	55,01	0	59,43
	0,75	0	45,37	0	46,21	0	45,27	0	45,17	0	46,24
	0,95	0	57,55	0	57,16	0	66,51	0	57,25	0	57,23
<i>pr05</i>	0,55	0,14	48,1	0	58,12	0	60,13	0	59,56	0	57,89
	0,75	0,19	33,42	0	55,8	0	57,45	0	54,94	0	55,57
	0,95	0,19	30,59	0,09	45,43	0,09	45,57	0,09	47,68	0	142,17
<i>pr06</i>	0,55	0,02	34,8	0,01	117,28	0	777,62	0	778,53	0	806,76
	0,75	0,02	44,18	0,01	107,78	0	191,03	0	188,58	0	188,58
	0,95	0,02	28,01	0	75,39	0	74,18	0	74,24	0	74,21

Tableau 4.17 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ4

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	0,54	0,27	0,2	0,18	0,09
0,75	0,55	0,38	0,25	0,25	0,2
0,95	0,55	0,39	0,35	0,35	0,33

Tableau 4.18 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H2-MJ4

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	28,61	57,63	189,79	233,15	327,7
0,75	28,66	50,89	64,56	63,9	67,01
0,95	27,37	43,54	45,45	45,52	61,2

Tableau 4.19 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ5

		ξ_{max}									
		3		5		7		9		11	
ψ		%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
pr01	0,55	2,65	6,42	1,26	7,89	0,91	20,28	0,7	26,52	0,49	40,8
	0,75	2,65	9,08	1,9	11,95	1,11	14,53	1,11	14,46	0,71	26,33
	0,95	2,65	6,27	1,9	9,48	1,61	10,98	1,61	10,66	1,61	10,77
pr02	0,55	0	18,97	0	18,99	0	18,24	0	18,43	0	19,15
	0,75	0	13,09	0	13,94	0	13,31	0	13,57	0	14,1
	0,95	0	13,3	0	13,85	0	13,68	0	13,52	0	13,79
pr03	0,55	0,45	11,79	0,38	83,1	0,14	159,52	0,08	250,35	0,08	249,52
	0,75	0,42	28,7	0,38	75,55	0,38	81	0,38	81,68	0,38	81,3
	0,95	0,42	27,08	0,38	64,45	0,38	62,08	0,38	65,7	0,38	63,31
pr04	0,55	0	65,02	0	69,57	0	69,66	0	69,38	0	70,28
	0,75	0	48,37	0	46,76	0	48,3	0	47,14	0	45,75
	0,95	0	64,4	0	59,65	0	59,99	0	59,87	0	60,92
pr05	0,55	0,14	45,54	0	65,8	0	66,68	0	65,61	0	65,18
	0,75	0,19	32,89	0	64,64	0	64,32	0	64,48	0	64,32
	0,95	0,19	29,08	0,09	48,1	0,09	46,04	0,09	46,33	0	143,41
pr06	0,55	0,02	35,4	0,01	123,95	0,01	117,91	0	508,12	0	534,43
	0,75	0,02	45,84	0,01	120,46	0	187,17	0	186,63	0	194,26
	0,95	0,02	28,66	0	78,87	0	78,81	0	78,83	0	78,95

Tableau 4.20 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : H2-MJ5

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	0,54	0,27	0,18	0,13	0,09
0,75	0,55	0,38	0,25	0,25	0,18
0,95	0,55	0,39	0,35	0,35	0,33

Tableau 4.21 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : H2-MJ5

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	30,52	61,55	75,38	156,4	163,23
0,75	29,66	55,55	68,11	67,99	71,01
0,95	28,13	45,73	45,26	45,82	61,86

Tableau 4.22 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale/meilleure solution pour Inst2 : H2-MJ5

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	1,25	0,4	0,27	0,19	0,19
0,75	1,37	1,07	0,88	0,44	0,26
0,95	1,4	1,34	1,12	1,12	0,93

Tableau 4.23 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : H2-MJ5

$\psi \backslash \xi_{max}$	3	5	7	9	11
0,55	130,41	555,71	902,35	1737,54	1600,83
0,75	154,78	408,58	578,9	639,02	1479,04
0,95	192,9	305,4	615,01	669,68	1600,95

4.1.5 Analyses comparatives

Nous proposons ici une analyse entre l'approche exacte présentée au chapitre précédent et les heuristiques par relaxation tarifaire décrites plus haut. Afin de permettre une comparaison équitable des différents algorithmes, les temps obtenus par Cplex sont révisés afin de mettre l'emphasis sur l'identification de la solution optimale. En effet, il n'est jamais exclu d'utiliser Cplex comme heuristique et d'interrompre le processus de résolution. Dans cette optique, la preuve d'optimalité n'est plus vitale. Il s'avère d'ailleurs que cette preuve nécessite souvent un temps de calcul important par rapport au temps dédié à l'identification de la solution optimale. Conséquemment, dans les tableaux 4.24 et 4.25 nous retrouvons dans la colonne Cplex-Heur, les temps de calcul associés à l'atteinte de la solution optimale par la méthode exacte et ce pour la version de l'algorithme comprenant les inégalités issues de la proposition 5. Chaque heuristique retenue est aussi présentée et

les résultats obtenus plus tôt sont rapportés. La colonne RT révèle le ratio des temps de calcul entre la méthode exacte et l'approche heuristique.

Tableau 4.24 – Solutions optimales avec inégalités et meilleures solutions heuristiques pour Inst1

	Cplex-Heur	H1-MJ1			H1-MJ3			H2-MJ5		
	CPU	%	CPU	RT	%	CPU	RT	%	CPU	RT
<i>pr01</i>	12,36	2,21	1,26	9,81	2,09	3,11	3,97	1,11	14,53	0,85
<i>pr02</i>	60,15	0,15	3,03	19,85	0,15	6,47	9,3	0	13,31	4,52
<i>pr03</i>	88,62	1,35	17,8	4,98	2,29	24,66	3,59	0,38	81	1,09
<i>pr04</i>	55,2	1,54	13,36	4,13	0,71	17,33	3,19	0	48,3	1,14
<i>pr05</i>	150,97	0,26	12,81	11,79	0,06	31,26	4,83	0	64,32	2,35
<i>pr06</i>	878,5	1,04	29,36	29,92	0,69	68,89	12,75	0	187,17	4,69
Moyenne	207,63	1,09	12,94	13,41	1	25,29	6,27	0,25	68,11	2,44

Tableau 4.25 – Solutions optimales/meilleures solutions avec inégalités et meilleures solutions heuristiques pour Inst2

	Cplex-Heur	H1-MJ1			H1-MJ3			H2-MJ5		
	CPU	%	CPU	RT	%	CPU	RT	%	CPU	RT
<i>pr07</i>	224,27	2,36	1,63	137,59	2,36	3,92	57,21	1,51	4,88	45,96
<i>pr08</i>	8417,27	3,59	7,55	1114,87	2,74	64,28	130,95	2,05	243,56	34,56
<i>pr09</i>	333,27	1,21	14,8	22,52	1,09	26,71	12,48	0,12	46,99	7,09
<i>pr10</i>	128,89	1,05	26,63	4,84	0,51	52,84	2,44	0	493,4	0,26
<i>pr11</i>	10048,47	2,18	41,98	239,36	1,87	91,64	109,65	1,61	883,08	11,38
<i>pr12</i>	9949,4	1,33	117,99	84,32	0,57	441,04	22,56	0	1801,47	5,52
Moyenne	4850,26	1,95	35,1	267,25	1,52	113,41	55,88	0,88	578,9	17,46

Les résultats tendent à démontrer qu'en ce qui a trait à l'heuristique 1, la mise à jour 1 semble plus adéquate que la mise à jour 3 en permettant d'identifier une solution à environ 1,5% de la solution optimale 3,5 fois plus rapidement, où 3,5 représente la moyenne des rapports des ratios RT entre H1-MJ1 et H1-MJ3 pour les deux classes d'instances. L'heuristique 2 quant à elle offre une qualité de solution supérieure en contrepartie d'un ratio plus faible autour de 10. Ce temps de calcul plus élevé en moyenne de même que l'identification de solutions de revenus supérieurs sont bien sûr dus à la résolution des problèmes restreints à chaque itération.

À titre comparatif, les tableaux 4.26 et 4.27 exposent les temps de calcul pour l'obtention des solutions optimales lorsque les inégalités décrites par la proposition 5 ne sont pas présentes de même que les ratios associés aux différentes heuristiques. L'impact sur le temps moyen de calcul est d'autant plus évident dans ces circonstances.

Tableau 4.26 – Solutions optimales/meilleures solutions sans inégalité et meilleures solutions heuristiques pour Inst1

	Cplex-Heur	H1-MJ1	H1-MJ3	H2-MJ5
	CPU	RT	RT	RT
<i>pr01</i>	672,55	533,77	216,25	46,29
<i>pr02</i>	444,7	146,77	68,73	33,41
<i>pr03</i>	1234,29	69,34	50,05	15,24
<i>pr04</i>	8101,18	606,38	467,47	167,73
<i>pr05</i>	42,28	3,3	1,35	0,66
<i>pr06</i>	137,83	4,69	2	0,74
Moyenne	1772,14	227,37	134,31	44,01

Tableau 4.27 – Solutions optimales/meilleures solutions sans inégalité et meilleures solutions heuristiques pour Inst2

	Cplex-Heur	H1-MJ1	H1-MJ3	H2-MJ5
	CPU	RT	RT	RT
<i>pr07</i>	600,14	368,18	153,1	122,98
<i>pr08</i>	6678,46	884,56	103,9	27,42
<i>pr09</i>	2300,14	155,41	86,12	48,95
<i>pr10</i>	3281,82	123,24	62,11	6,65
<i>pr11</i>	10087,13	240,28	110,07	11,42
<i>pr12</i>	11000,34	93,23	24,94	6,11
Moyenne	5658,01	310,82	90,04	37,25

4.2 Méthode primale-duale

L'heuristique que nous proposons ici se base sur la mise en place d'une procédure analysant les conditions primales et duales du problème traité tout en cherchant à satis-

faire aux conditions de complémentarité. La méthode présentée débute par une solution primale ou duale réalisable et, de façon séquentielle, résout des problèmes restreints selon l'information primale ou duale obtenue tout en s'efforçant de respecter la complémentarité. Une approche similaire à celle développée est proposée par Brotcorne et al. [31] pour la résolution d'un problème conjoint de conception de réseau et de tarification.

Reprenons ici la formulation *TGCO-2* exposée précédemment pour laquelle la complémentarité est réécrite selon la dualité forte issue des conditions d'optimalité du problème de second niveau.

$$\max_{t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_k^m f_i^m$$

sujet à

$$\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + f_k^c = d_k \quad \forall k \in K; \quad (4.1)$$

$$\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_{e,a} \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (4.2)$$

$$\sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_a \quad \forall a \in B; \quad (4.3)$$

$$\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m \leq \text{cap}_l \quad \forall l \in L; \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m \leq \text{cap}_r^v \quad \forall r \in R; \forall p \in P; \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} &\leq c_i^m(\alpha, \beta) - c_k^e(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \\ &\forall e \in E_k; \\ &\forall i \in I_{e,k}^m; \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) f_k^c = \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} \\ + \sum_{a \in B} cap_a \pi_a + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p}; \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$t^m \geq 0; \quad (4.8)$$

$$f^m, f^c \geq 0; \quad (4.9)$$

$$\eta_{e,a} \leq 0 \quad \forall a \in B; \forall e \in E^a; \quad (4.10)$$

$$\pi_a \leq 0 \quad \forall a \in B; \quad (4.11)$$

$$\gamma_l \leq 0 \quad \forall l \in L; \quad (4.12)$$

$$\omega_{r,p} \leq 0 \quad \forall r \in R; \forall p \in P. \quad (4.13)$$

Remarquons que la contrainte (4.7) établissant cette dualité forte entre les formulations primale et duale du problème du suiveur est non linéaire. Ainsi cette dernière sera pénalisée dans l'objectif à l'aide d'un multiplicateur M qui sera ajusté de façon à imposer de manière plus ou moins forte le respect de la complémentarité des solutions primales et duales qui seront obtenues tout au long du processus algorithmique. Définissons la fonction $g(t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega)$ suivante :

$$\begin{aligned} g(t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega) = \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) f_k^c - \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) \\ - \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} - \sum_{a \in B} cap_a \pi_a - \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p}. \end{aligned}$$

Pour une politique tarifaire fixe et des vecteurs (f^m, f^c) et $(\eta, \pi, \gamma, \omega)$ réalisables, nous savons par la dualité faible que :

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta) f_i^m + \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) f_k^c \geq \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} \\ + \sum_{a \in B} cap_a \pi_a + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p}. \end{aligned}$$

Ainsi il en découle que :

$$g(t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega) \geq 0.$$

En partant d'une politique de flot admissible obtenue à l'aide de la procédure gloutonne décrite à la section 3.6, la recherche s'effectue par la résolution, de façon séquentielle, d'un problème identifiant une solution admissible au niveau des contraintes duales et primales respectivement. L'objectif de ces deux sous-problèmes est de maximiser le revenu tout en visant à respecter la complémentarité selon le degré de pénalité dicté par la valeur de M . Notons cependant que ces objectifs demeurent non linéaires. Afin de contourner cette difficulté, suite à la résolution du sous-problème comportant les contraintes primales, la politique de flots (f^m, f^c) obtenue est fixée dans l'objectif du sous-problème impliquant les contraintes duales. Une même stratégie est employée pour la politique tarifaire et les valeurs duales $(t^m, \eta, \pi, \gamma, \omega)$ qui sont fixées dans l'objectif du sous-problème défini par les contraintes primales.

À chaque itération, désignée ici par le l'indice j , une procédure d'identification d'une solution admissible est exécutée. Celle-ci se compose de la résolution, de façon successive, du problème d'optimisation inverse et du problème de second niveau. L'analyse de tests préliminaires a indiqué qu'il s'avère inutile de répéter les étapes de cette procédure. En effet, l'amélioration marginale de la qualité de la solution obtenue lorsque le processus est réitéré ne justifie pas le temps de calcul investi. L'algorithme 6 illustre la procédure

globale suivie par l'heuristique. Les différentes étapes algorithmiques sont subséquentement décrites en détails.

Algorithme 6 : Heuristique par approche primale-duale

Initialisation

- Identifier une politique de flot $((f^m)_0, (f^c)_0)$ admissible.
- Initialiser M .
- Poser $j = 1$.
- Soit $z^* = 0$, le meilleur revenu obtenu.
- Soit $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*)$, le vecteur des politiques tarifaires et de flots associées au revenu z^* .

tant que *un certain critère d'arrêt n'est pas atteint* **faire**

- Effectuer l'étape 1 et identifier le vecteur $((t^m)_j, \eta_j, \pi_j, \gamma_j, \omega_j)$.
 - Effectuer l'étape 2 et identifier le vecteur $((f^m)_j, (f^c)_j)$.
 - Effectuer l'étape 3 et, si le problème inverse est réalisable, identifier les tarifs optimaux $\overline{t^m}$ en découlant. Résoudre le problème de second niveau de façon optimiste à partir des tarifs $\overline{t^m}$ et déterminer le revenu optimal z et la politique de flot $(\overline{f^m}, \overline{f^c})$ associée.
 - Si $z > z^*$, poser $z^* := z$ et $((t^m)^*, (f^m)^*, (f^c)^*) := (\overline{t^m}, \overline{f^m}, \overline{f^c})$.
 - Poser $M := M + \sigma$ et $j := j + 1$.
-

Étape 1 : réalisabilité duale

Objectif pénalisé :

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} t_k^m (f_i^m)_{j-1} - Mg(t^m, (f^m)_{j-1}, (f^c)_{j-1}, \eta, \pi, \gamma, \omega).$$

Étant donné qu'ici les vecteurs f^m et f^c sont considérés fixes et suite au retrait des termes constants de l'expression précédente, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \left((1 - M) \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (f_i^m)_{j-1} \right) t_k^m &+ \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} (Mcap_{e,a}) \eta_{e,a} + \sum_{a \in B} (Mcap_a) \pi_a \\ &+ \sum_{l \in L} (Mcap_l) \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} (Mcap_r^v) \omega_{r,p}. \end{aligned}$$

Il s'agit donc de résoudre le problème suivant et déterminer $(t^m)_j$ ainsi que $(\eta_j, \pi_j, \gamma_j, \omega_j)$:

$$\begin{aligned} \max_{t^m, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} \left((1 - M) \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (f_i^m)_{j-1} \right) t_k^m + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} (Mcap_{e,a}) \eta_{e,a} \\ + \sum_{a \in B} (Mcap_a) \pi_a + \sum_{l \in L} (Mcap_l) \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} (Mcap_r^v) \omega_{r,p} \end{aligned}$$

sujet à

$$\begin{aligned} \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} - t_k^m \leq \rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K ; \\ \forall e \in E_k ; \\ \forall i \in I_{e,k}^m ; \end{aligned}$$

$$t^m \geq 0;$$

$$\eta \leq 0, \pi \leq 0, \gamma \leq 0, \omega \leq 0.$$

Étape 2 : réalisabilité primale

Objectif pénalisé :

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (t_k^m)_j f_i^m - M g((t^m)_j, f^m, f^c, \eta_j, \pi_j, \gamma_j, \omega_j).$$

Étant donné qu'ici les vecteurs t^m, η, π, γ et ω sont considérés fixes et suite au retrait des termes constants de l'expression précédente, nous obtenons :

$$\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} ((1 - M)(t_k^m)_j - M \rho_{i,k}(\alpha, \beta)) f_i^m - \sum_{k \in K} (M c_k^c(\alpha, \beta)) f_k^c.$$

Il s'agit donc de résoudre le problème suivant et déterminer $((f^m)_j, (f^c)_j)$:

$$\max_{f^m, f^c} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} ((1 - M)(t_k^m)_j - M \rho_{i,k}(\alpha, \beta)) f_i^m - \sum_{k \in K} (M c_k^c(\alpha, \beta)) f_k^c$$

sujet à

$$\begin{aligned}
\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} f_i^m + f_k^c &= d_k & \forall k \in K; \\
\sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m &\leq cap_{e,a} & \forall a \in B; \forall e \in E^a; \\
\sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m &\leq cap_a & \forall a \in B; \\
\sum_{a|l \in L_a} \sum_{e \in E^a} \sum_{k|e \in E_k} \sum_{i|a \in B_{i,k}^e} f_i^m &\leq cap_l & \forall l \in L; \\
\sum_{i \in S_{r,p}} f_i^m &\leq cap_r^v & \forall r \in R; \forall p \in P; \\
f^m, f^c &\geq 0.
\end{aligned}$$

Étape 3 : optimisation inverse

Afin d'obtenir une potentielle politique tarifaire compatible aux flots identifiés à la deuxième étape, nous résolvons ici un problème d'optimisation inverse. Considérant les flots fixes, il s'agit donc de maximiser le profit sujet aux contraintes duales auxquelles nous ajoutons la contrainte stipulant le respect de l'égalité des objectifs primal et dual au second niveau décrite par :

$$\begin{aligned}
\sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} c_i^m(\alpha, \beta)(f_i^m)_j + \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta)(f_k^c)_j &= \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) + \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} \\
&+ \sum_{a \in B} cap_a \pi_a + \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p}.
\end{aligned}$$

Après avoir déplacé les termes constants à droite de l'égalité, nous obtenons l'expression qui suit :

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \left(\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (f_i^m)_j \right) t_k^m - \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} - \sum_{a \in B} cap_a \pi_a - \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p} \\ = \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) (f_i^m)_j - \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) (f_k^c)_j. \end{aligned}$$

Le problème à résoudre est donc :

$$\max_{t^m, \eta, \pi, \gamma, \omega} \sum_{k \in K} \left(\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (f_i^m)_j \right) t_k^m$$

sujet à

$$\begin{aligned} \sum_{a \in B_{i,k}^e} (\eta_{e,a} + \pi_a) + \sum_{a \in B_{i,k}^e} \sum_{l \in L_a} \gamma_l + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} y_{r,p}^i \omega_{r,p} - t_k^m \leq \rho_{i,k}(\alpha, \beta) - c_k^c(\alpha, \beta) \quad \forall k \in K; \\ \forall e \in E_k; \\ \forall i \in I_{e,k}^m; \\ \sum_{k \in K} \left(\sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} (f_i^m)_j \right) t_k^m - \sum_{a \in B} \sum_{e \in E^a} cap_{e,a} \eta_{e,a} - \sum_{a \in B} cap_a \pi_a - \sum_{l \in L} cap_l \gamma_l - \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} cap_r^v \omega_{r,p} \\ = \sum_{k \in K} d_k c_k^c(\alpha, \beta) - \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} \sum_{i \in I_{e,k}^m} \rho_{i,k}(\alpha, \beta) (f_i^m)_j - \sum_{k \in K} c_k^c(\alpha, \beta) (f_k^c)_j; \\ t^m \geq 0; \\ \eta \leq 0, \pi \leq 0, \gamma \leq 0, \omega \leq 0. \end{aligned}$$

Il est à noter que le problème ci-dessus peut ne comporter aucune solution admissible puisque la politique de flot fixée peut n'engendrer aucune tarification qui lui soit compatible.

4.2.1 Calibrage des paramètres

L’heuristique présentée ne requiert le calibrage que de quelques paramètres. Ainsi, la valeur initiale de la pénalité M de même que le pas avec lequel celle-ci sera incrémentée doivent être déterminés. Enfin un critère d’arrêt doit être établi. À cet effet deux attributs sont conjointement considérés afin de mettre un terme au processus algorithmique. Premièrement, un nombre d’itérations maximal ξ_{max} est décrété. De plus, suite à la résolution du problème primal ou dual, $g(t^m, f^m, f^c, \eta, \pi, \gamma, \omega)$ est évaluée et s’il s’avère qu’à la fin d’une itération cette fonction est nulle pour les deux sous-problèmes, l’heuristique est interrompue. Cette dernière considération provient du fait qu’il est peu probable que l’algorithme soit en mesure de sortir de l’optimum local décrit par une telle solution satisfaisant les conditions d’optimalité du second niveau, c’est-à-dire une solution à la fois primale et duale réalisable ainsi que complémentaire.

Dans ce qui suit nous analysons le comportement de l’algorithme par rapport à la valeur initiale de la pénalité M ainsi qu’au pas d’incrément de celle-ci, σ . Les intervalles de valeurs discrètes étudiées sont les suivants :

$$M \in [1; 1, 1; 1, 3; 1, 5];$$

$$\sigma \in [0, 01; 0, 05; 0, 1; 0, 2; 0, 4].$$

Notons enfin que le nombre maximal d’itération ξ_{max} est fixé à 2000. Les résultats sont présentés dans les tableaux 4.28 à 4.32. Encore une fois pour les instances Inst2, seuls les tableaux des valeurs moyennes sont exposés. Les étiquettes % et CPU ont la même signification que précédemment. La colonne M présente les différentes valeurs initiales étudiées pour la pénalité. Sélectionner $\sigma = 0.2$ et initialiser la valeur de M à 1.1 semble engendrer de bons résultats. Ces valeurs de paramètres sont donc choisies.

Tableau 4.28 – Écarts à la solution optimale pour Inst1 : méthode primale-duale

		σ									
		0,01		0,05		0,1		0,2		0,4	
	M	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU	%	CPU
$pr01$	1	1,04	6,82	1,04	1,44	1,15	0,72	1,15	0,41	1,15	0,24
	1,1	1,04	6,87	1,04	1,44	1,15	0,72	1,04	0,4	1,15	0,22
	1,3	1,04	6,18	1,04	1,29	1,15	0,69	1,04	0,41	1,93	0,22
	1,5	1,15	6,29	1,15	1,26	1,15	0,66	1,15	0,36	1,15	0,19
$pr02$	1	0,29	40,98	0,29	8,23	0,13	4,3	0,13	2,21	0,13	1,17
	1,1	0,29	37,92	0,29	7,91	0,13	3,99	0,13	2,14	0,32	1,23
	1,3	0,29	39,01	0,29	7,52	0,13	3,83	0,13	2,24	0,13	1,11
	1,5	0,29	36,03	0,29	7,93	0,29	3,78	0,29	2,03	0,48	1,1
$pr03$	1	0,31	24,14	0,33	5,66	0,32	2,98	0,25	3,81	0,71	2,25
	1,1	0,32	25,28	0,33	5,37	0,33	2,78	0,17	1,94	1,21	1,01
	1,3	0,31	23,06	0,33	4,98	0,33	2,73	0,26	1,46	0,26	0,97
	1,5	0,35	21,6	0,35	4,89	0,55	2,45	0,35	1,42	0,55	0,89
$pr04$	1	0,22	86,56	0,22	18,92	0,22	10,2	0,22	4,95	0,15	2,75
	1,1	0,22	86,07	0,22	18,04	0,22	9,78	0,22	4,96	0,29	2,35
	1,3	0,22	84,94	0,22	18,32	0,22	9,51	0,22	5,15	0,22	2,93
	1,5	0,22	86,77	0,22	18,19	0,22	9,46	0,22	4,73	0,15	2,66
$pr05$	1	0,05	65,46	0,05	15,16	0,05	7,57	0,14	4,9	0,19	2,94
	1,1	0,05	64,74	0,05	13,82	0,05	7,58	0,05	4,44	0,19	2,74
	1,3	0,05	60,51	0,05	12,72	0,05	7,27	0,05	4,16	0,05	2,69
	1,5	0,09	61,04	0,09	12,53	0,09	7,13	0,09	4,17	0,19	2,58
$pr06$	1	0,47	59,27	0,47	15,59	0,26	22,47	0,28	14,13	0,51	9,16
	1,1	0,47	57,49	0,47	16,1	0,26	21,27	0,26	29,17	0,9	14,97
	1,3	0,47	52,58	0,47	14,37	0,26	21,1	0,26	30,25	0,31	15,93
	1,5	0,35	46,92	0,32	25,56	0,3	14,39	0,35	6,05	0,3	5,71

Tableau 4.29 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst1 : méthode primale-duale

$\sigma \backslash M$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4
1	0,4	0,4	0,35	0,36	0,47
1,1	0,4	0,4	0,36	0,31	0,68
1,3	0,4	0,4	0,36	0,33	0,48
1,5	0,41	0,4	0,43	0,41	0,47

Tableau 4.30 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst1 : méthode primale-duale

$\begin{smallmatrix} \sigma \\ M \end{smallmatrix}$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4
1	47,21	10,83	8,04	5,07	3,09
1,1	46,4	10,45	7,69	7,18	3,75
1,3	44,38	9,87	7,52	7,28	3,98
1,5	43,11	11,73	6,31	3,13	2,19

Tableau 4.31 – Moyennes des écarts (%) à la solution optimale pour Inst2 : méthode primale-duale

$\begin{smallmatrix} \sigma \\ M \end{smallmatrix}$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4
1	0,38	0,37	0,37	0,43	0,47
1,1	0,36	0,38	0,39	0,44	0,45
1,3	0,34	0,35	0,37	0,46	0,49
1,5	0,47	0,49	0,49	0,56	0,5

Tableau 4.32 – Moyennes des temps de calcul (CPU) pour Inst2 : méthode primale-duale

$\begin{smallmatrix} \sigma \\ M \end{smallmatrix}$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4
1	192,31	46,1	24,72	11,23	6,86
1,1	190,15	46,32	25,55	10,8	8,56
1,3	184,36	45,77	24,53	10,43	6,77
1,5	288,05	44,61	24,77	10,38	8,76

4.2.2 Analyses comparatives

Nous proposons maintenant une comparaison de l'heuristique primale-duale aux autres approches décrites plus tôt sur les instances Inst1 et Inst2. Les résultats sont présentés dans les tableaux 4.33 et 4.34. Ces derniers reprennent certaines des valeurs des tableaux 4.24 et 4.25 afin de faciliter l'analyse. Il semble assez clair que cette méthodologie est de

qualité, permettant d'obtenir à la fois un faible écart moyen à la solution optimale et ce en un temps de calcul moyen de 7,18 et 10,8 secondes pour les instances Inst1 et Inst2 respectivement. Par rapport aux solutions optimales obtenues à l'aide de Cplex, l'approche offre un écart d'environ 0,31% et 0,44% mais en des temps de calcul plus rapides. Malgré la supériorité évidente de l'approche primale-duale, notons tout de même la performance de H2-MJ5 qui permet d'atteindre une solution à 0,57% de la solution optimale ou de la meilleure solution identifiée, en offrant un ratio RT d'environ 10. D'autre part, plusieurs solutions optimales ou meilleures solutions ont pu être déterminées.

Tableau 4.33 – Analyse comparative des heuristiques pour Inst1

	Cplex-Heur	H1-MJ1		H1-MJ3		H2-MJ5		Primal-dual		
	CPU	%	RT	%	RT	%	RT	%	CPU	RT
<i>pr01</i>	12,36	2,21	9,81	2,09	3,97	1,11	0,85	1,04	0,4	30,9
<i>pr02</i>	60,15	0,15	19,85	0,15	9,3	0	4,52	0,13	2,14	28,11
<i>pr03</i>	88,62	1,35	4,98	2,29	3,59	0,38	1,09	0,17	1,94	45,68
<i>pr04</i>	55,2	1,54	4,13	0,71	3,19	0	1,14	0,22	4,96	11,13
<i>pr05</i>	150,97	0,26	11,79	0,06	4,83	0	2,35	0,05	4,44	34
<i>pr06</i>	878,5	1,04	29,92	0,69	12,75	0	4,69	0,26	29,17	30,12
Moyenne	207,63	1,09	13,41	1	6,27	0,25	2,44	0,31	7,18	29,99

Tableau 4.34 – Analyse comparative des heuristiques pour Inst2

	Cplex-Heur	H1-MJ1		H1-MJ3		H2-MJ5		Primal-dual		
	CPU	%	RT	%	RT	%	RT	%	CPU	RT
<i>pr07</i>	224,27	2,36	137,59	2,36	57,21	1,51	45,96	0,4	1,11	202,05
<i>pr08</i>	8417,27	3,59	1114,87	2,74	130,95	2,05	34,56	0,86	4,06	2073,22
<i>pr09</i>	333,27	1,21	22,52	1,09	12,48	0,12	7,09	0,46	1,78	187,23
<i>pr10</i>	128,89	1,05	4,84	0,51	2,44	0	0,26	0,26	9,45	13,64
<i>pr11</i>	10048,47	2,18	239,36	1,87	109,65	1,61	11,38	0,39	19,03	528,03
<i>pr12</i>	9949,4	1,33	84,32	0,57	22,56	0	5,52	0,24	29,35	338,99
Moyenne	4850,26	1,95	267,25	1,52	55,88	0,88	17,46	0,44	10,8	557,19

CONCLUSION

La principale contribution de cette thèse a été de proposer une intégration des opérations et de la gestion des revenus dans le cadre des activités d'un transporteur ferroviaire. Comme nous avons pu le constater, cet axe de recherche n'a été que très peu traité par la communauté scientifique, en dépit de l'intérêt indéniable de ce domaine d'étude. Ceci est essentiellement dû à la complexité des opérations liées au transport par rail, et donc à celle de combiner ces dernières à la gestion des politiques tarifaires. La vaste littérature recensée ne fait qu'illustrer le fossé existant entre ces deux domaines en ce qui a trait au transport ferroviaire de marchandises. De plus, la revue expose l'impact de l'optimisation tarifaire pour d'autres sphères d'activité et renforce par le fait même notre prétention de vouloir contribuer en ce sens.

Nous avons donc présenté quelques idées de modélisation visant justement à établir certains ponts entre ces deux pans de recherche. Notamment, nous avons exposé deux principales formulations tributaires du niveau décisionnel privilégié. Dans le cadre de cette thèse, nous n'avons cependant pas abordé les aspects méthodologiques découlant des décisions de niveau tactique. Nous voulions ainsi préconiser davantage une perspective opérationnelle où les tarifs prennent un sens plus naturel et direct. Il est évident que plus le niveau de planification est élevé, plus la politique de tarification n'y joue qu'un rôle d'indicateur de tendances quant au revenu potentiel pouvant découler de différentes stratégies d'exploitation du réseau mises à l'étude. Voilà pourquoi cet angle a été favorisé lors d'une première analyse d'intégration. Certainement que l'étude de ces facettes de la problématique pourrait faire l'objet de recherches futures qui permettraient sans aucun doute de mettre en lumière plusieurs attributs de la corrélation entre le mouvement des marchandises et la tarification qui lui est associée. Nul doute que ces attributs offriraient une information pertinente au transporteur qui guiderait par la suite l'application

de modèles opérationnels tels que celui proposé. De plus, les formulations développées préconisent, dans l'objectif du suiveur, un coût décrit par une combinaison linéaire de différents paramètres. L'analyse de la réaction au second niveau basée sur des modèles de choix représenterait une extension intéressante qui augmenterait le degré de réalisme des formulations exposées. Ceux-ci, tel le modèle LOGIT, introduisent certains critères probabilistes dans le processus de sélection d'une alternative (une combinaison itinéraire/tarif par exemple) par un usager, offrant ainsi une représentation plus fidèle de son comportement.

Nous avons par la suite étudié en détails les caractéristiques du modèle de tarification et de gestion de la capacité au niveau opérationnel. Selon deux politiques tarifaires distinctes, nous avons fait ressortir les principales propriétés et démontré certaines relations dictant le comportement de la modélisation lorsqu'une solution optimale est recherchée. Une version du problème imposant la sélection d'un unique transporteur pour chaque requête a aussi été présentée. Subséquemment, nous avons proposé quelques familles d'inégalités valides instaurant un lien entre les variables de flot et de tarif. Les résultats obtenus illustrent très clairement la pertinence de certaines d'entre elles et leur impact important tant sur l'écart d'intégralité à la racine de l'arbre de branchement que sur le temps global d'exécution, ce dernier découlant principalement de la preuve d'optimalité. La première famille d'inégalités présentée établit une relation, pour chaque requête considérée individuellement, entre le tarif et le flot des itinéraires qui lui sont associés. La seconde famille combine les tarifs de différentes requêtes entre eux. Cependant, les analyses numériques pour cette famille n'ont pour l'instant pas donné les résultats escomptés. Une étude plus approfondie de ces dernières inégalités pourrait certainement offrir un complément intéressant afin de mieux décrire la nature du modèle posé. Pour atteindre cet objectif, il serait pertinent dans un premier temps de resserrer les inégalités présentées afin de voir l'impact véritable que celles-ci peuvent offrir. Dans un deuxième temps, une analyse plus large de cette famille permettrait manifestement d'identifier d'autres relations tributaires des interactions des requêtes entre elles.

Le temps de calcul souvent important nécessaire à l'obtention de solutions de qualité par la méthode de résolution exacte supporte, en dernier lieu, l'élaboration des deux types d'heuristique proposés. Le premier fait le lien entre les deux politiques tarifaires présentées en utilisant l'information qui résulte de la relaxation des contraintes d'égalité entre les tarifs afin d'en déduire la structure de solutions de qualité pour le problème initial. Ces heuristiques sont cependant limitées par deux principaux éléments. D'une part, l'ajustement des fenêtres tarifaires s'avère un point crucial car plus celles-ci sont réduites, plus le problème relaxé converge, dans sa nature, vers celui à tarifs conjoints qui est difficile à résoudre. Définir un juste équilibre dans la mise à jour de ces fenêtres représente donc une facette déterminante de ce type d'algorithme. D'autre part, pour l'heuristique basée sur la recherche par les flots, la sélection d'itinéraires appropriés représente un défi de taille ayant des conséquences évidentes lors de la résolution des problèmes restreints qui en découlent. Les développements futurs de ces algorithmes devraient donc tenir compte de ces deux aspects. Malgré tout, nous avons pu constater des écarts à la solution optimale et des temps de calcul intéressants de même que l'identification de plusieurs solutions optimales. Enfin, l'heuristique primale-duale s'avère très performante et offre un bon compromis entre la qualité des solutions et le temps de calcul imparti. Cependant, la mise en place d'un processus de diversification efficace représenterait un élément pertinent à explorer davantage.

En plus des avenues de recherche mentionnées précédemment, il est indéniable que l'application des concepts présentés dans le cadre réel d'une entreprise de transport ferroviaire constitue une voie à privilégier. La validation des idées et des méthodologies proposées, de même que la confrontation des résultats obtenus avec les pratiques courantes d'un transporteur, permettraient de mettre en lumière plusieurs facteurs. Il est clair premièrement que l'intégration décrite dans cette thèse engendre des problèmes difficiles à résoudre. Une étude détaillée des procédures internes de gestion du transporteur procurerait sans aucun doute énormément d'information quant à de possibles agrégations de données ou encore concernant la prise en compte de politiques d'entreprise à l'intérieur des contraintes

caractérisant les différentes modélisations. La précision de celles-ci n'en serait que bonifiée. Cette observation s'applique autant en ce qui a trait aux politiques opérationnelles qu'aux politiques tarifaires. Malgré la nature potentiellement sensible d'une analyse de la structure des tarifs d'une entreprise, l'étude de ces dernières permettrait d'établir de nombreuses lignes directrices qui favoriseraient une prise de décision plus adéquate. Ainsi le transporteur pourrait profiter d'outils capables d'offrir une valeur ajoutée dans le choix de politiques de gestion et ce dans un environnement de plus en plus concurrentiel.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] «Le transport ferroviaire au Canada», *Statistique Canada*, 2007.
- [2] «Rapport annuel», *Chemin de fer Canadien Pacifique (CP)*, 2008.
- [3] «Rapport annuel», *La Compagnie des chemins de fer nationaux du Canada (CN)*, 2008.
- [4] «Tendances ferroviaires», *L'Association des chemins de fer du Canada*, 2008.
- [5] «Class 1 railroad statistics», *Association of American Railroads*, 2009.
- [6] AHUJA, R. K., «New frontiers in railroad operations research», *RASIG Newsletter*, Juillet 2004.
- [7] AHUJA, R. K., C. B. CUNHA et G. ŞAHİN. «Network models in railroads planning and scheduling». Dans *INFORMS Tutorial in Operations Research : Emerging Theory, Models, and Applications* (2005), C. Smith, Ed., vol. 1, pp. 54–101.
- [8] AHUJA, R. K., K. C. JHA et J. LIU, «Solving real-life railroad blocking problems», *Interfaces*, vol. 37, 2007, pp. 404–419.
- [9] AHUJA, R. K., J. LIU, J. B. ORLIN, D. SHARMA et L. A. SHUGHART, «Solving real-life locomotive-scheduling problems», *Transportation Science*, vol. 39, 2005, pp. 503–517.
- [10] AHUJA, R. K., T. L. MAGNANTI et J. B. ORLIN, *Network Flows*. Prentice-Hall, 1993.
- [11] AHUJA, R. K. et J. B. ORLIN, «Inverse optimization», *Operations Research*, vol. 49, 2001, pp. 771–783.

- [12] AL-AMIN, M., M. A. FORBES et D. H. NOBLE, «Production of locomotive rosters for a multi-class single-locomotive problem», *Journal of the Operational Research Society*, vol. 50, 1999, pp. 1004–1010.
- [13] AMARUCHKUL, K., W. L. COOPER et D. GUPTA, «Single-leg air-cargo revenue management», *Transportation Science*, vol. 41, 2007, pp. 457–469.
- [14] ASSAD, A. A., «Models of rail transportation», *Transportation Research A*, vol. 14, 1980, pp. 205–220.
- [15] ASSAD, A. A., «Analytical models in rail transportation : an annotated bibliography», *INFOR*, vol. 19, 1981, pp. 59–80.
- [16] ASSAD, A. A., «Analysis of rail classification policies», *INFOR*, vol. 21, 1983, pp. 293–314.
- [17] BARNHART, C., P. BELOBABA et A. R. ODoni, «Applications of operations research in the air transport industry», *Transportation Science*, vol. 37, 2003, pp. 368–391.
- [18] BARNHART, C., H. JIN et P. H. VANCE, «Railroad blocking : A network design application», *Operations Research*, vol. 48, 2000, pp. 603–614.
- [19] BEAUJON, G. J. et M. A. TURNQUIST, «A model for fleet sizing and vehicle allocation», *Transportation Science*, vol. 25, 1991, pp. 19–45.
- [20] BELOBABA, P. P., «Airline yield management : an overview of seat inventory control», *Transportation Science*, vol. 21, 1987, pp. 63–73.
- [21] BELOBABA, P. P., «Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control», *Operations Research*, vol. 37, 1989, pp. 183–197.
- [22] BEN-KHEDHER, N., J. KINTANAR, C. QUEILLE et W. STRIPLING, «Schedule optimization at SNCF : From conception to day of departure», *Interfaces*, vol. 28, 1998, pp. 6–23.

- [23] BERTSIMAS, D. et I. POPESCU, «Revenue management in a dynamic network environment», *Transportation Science*, vol. 37, 2003, pp. 257–277.
- [24] BILLIONNET, A., «Using integer programming to solve the train-platforming problem», *Transportation Science*, vol. 37, 2003, pp. 213–222.
- [25] BODIN, L. D., B. L. GOLDEN, W. ROMIG et A. D. SCHUSTER, «A model for the blocking of trains», *Transportation Research Part B*, vol. 14B, 1980, pp. 115–120.
- [26] BOJOVIĆ, N., «A general system theory approach to rail freight car fleet sizing», *European Journal of Operational Research*, vol. 136, 2002, pp. 136–172.
- [27] BOSTEL, N. et P. DEJAX, «Models and algorithms for container allocation problems on trains in a rapid transshipment shunting yard», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 370–379.
- [28] BRÄNNLUND, U., P. O. LINDBERG, A. NU et J.-E. NILSSON, «Railway timetabling using Lagrangian relaxation», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 358–369.
- [29] BROTCORNE, L., M. LABBÉ, P. MARCOTTE et G. SAVARD, «A bilevel model and solution algorithm for a freight tariff-setting problem», *Transportation Science*, vol. 34, 2000, pp. 289–302.
- [30] BROTCORNE, L., M. LABBÉ, P. MARCOTTE et G. SAVARD, «A bilevel model for toll optimization on a multicommodity transportation network», *Transportation Science*, vol. 35, 2001, pp. 1–14.
- [31] BROTCORNE, L., M. LABBÉ, P. MARCOTTE et G. SAVARD, «Joint design and pricing on a network», *Operations Research*, vol. 56, 2008, pp. 1104–1115.
- [32] BRUCKER, P., J. L. HURINK et T. ROLFES, «Routing of railway carriages», *Journal of Global Optimization*, vol. 27, 2003, pp. 313–332.

- [33] CAI, X. et C. J. GOH, «A fast heuristic for the train scheduling problem», *Computers & Operations Research*, vol. 21, 1994, pp. 499–510.
- [34] CAI, X., C. J. GOH et A. I. MEES, «Greedy heuristics for rapid scheduling of trains on a single track», *IIE Transactions*, vol. 30, 1998, pp. 481–493.
- [35] CAMPBELL, K. C. *Booking and revenue management for rail intermodal services*. Thèse de doctorat, Department of Systems Engineering, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA, 1996.
- [36] CAPRARA, A., M. FISCHETTI, P. L. GUIDA, P. TOTH et D. VIGO, «Solution of large-scale railway crew planning problems : the Italian experience», *Computer-Aided Transit Scheduling, Proceedings Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 471, 1999, pp. 1–18.
- [37] CAPRARA, A., M. FISCHETTI et P. TOTH, «Modeling and solving the train timetabling problem», *Operations Research*, vol. 50, 2002, pp. 851–861.
- [38] CAPRARA, A., M. FISCHETTI, P. TOTH, D. VIGO et P. L. GUIDA, «Algorithms for railway crew management», *Mathematical Programming*, vol. 79, 1997, pp. 125–141.
- [39] CAPRARA, A., P. TOTH, D. VIGO et M. FISCHETTI, «Modeling and solving the crew rostering problem», *Operations Research*, vol. 46, 1998, pp. 820–830.
- [40] CAREY, M. et S. CARVILLE, «Scheduling and platforming trains at busy complex stations», *Transportation Research Part A*, vol. 37, 2003, pp. 195–224.
- [41] CAREY, M. et D. LOCKWOOD, «A model, algorithms and strategy for train pathing», *Journal of the Operational Research Society*, vol. 46, 1995, pp. 988–1005.
- [42] CARVALHO, T. A. et W. B. POWELL, «A multiplier adjustment method for dynamic resource allocation problems», *Transportation Science*, vol. 34, 2000, pp. 150–164.

- [43] CASTELLI, L., G. LONGO, R. PESENTI et W. UKOVICH, «Two-player noncooperative games over a freight transportation network», *Transportation Science*, vol. 38, 2004, pp. 149–159.
- [44] CESELLI, A., M. GATTO, M. E. LÜBBECKE, M. NUNKESSER et H. SCHILLING, «Optimizing the cargo express service of swiss federal railways», *Transportation Science*, vol. 42, 2008, pp. 450–465.
- [45] CHIH, K. C., M. A. HORNUNG, M. S. ROTHENBERG et A. L. KORNHAUSER. «Implementation of a real time locomotive distribution system». Dans *Computer Applications in Railway Planning and Management* (Southampton, U.K., 1990), T. K. S. Murthy, R. E. Rivier, G. F. List, et J. Mikolaj, Eds., Computational Mechanics Publications, pp. 39–49.
- [46] CIANCIMINO, A., G. INZERILLO, S. LUCIDI et L. PALAGI, «A mathematical programming approach for the solution of the railway yield management problem», *Transportation Science*, vol. 33, 1999, pp. 168–181.
- [47] COLSON, B., P. MARCOTTE et G. SAVARD, «Bilevel programming : A survey», *4OR*, vol. 3, 2005, pp. 87–107.
- [48] CORDEAU, J.-F., G. DESAULNIERS, N. LINGAYA, F. SOUMIS et J. DESROSIERS, «Simultaneous locomotive and car assignment at VIA Rail Canada», *Transportation Research Part B*, vol. 35, 2001, pp. 767–787.
- [49] CORDEAU, J.-F., F. SOUMIS et J. DESROSIERS, «A Benders decomposition approach for the locomotive and car assignment problem», *Transportation Science*, vol. 34, 2000, pp. 133–149.
- [50] CORDEAU, J.-F., F. SOUMIS et J. DESROSIERS, «Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains», *Operations Research*, vol. 49, 2001, pp. 531–548.

- [51] CORDEAU, J.-F., P. TOTH et D. VIGO, «A survey of optimization models for train routing and scheduling», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 380–404.
- [52] CÔTÉ, J.-P., Patrice MARCOTTE et Gilles SAVARD, «A bilevel modeling approach to pricing and fare optimization in the airline industry», *Journal of Revenue and Pricing Management*, vol. 2, 2003, pp. 23–36.
- [53] CÔTÉ, J.-P. et M. RISS. «A new generation of commercial optimization tools for high-speed railway operations in a competitive environment». Dans *Proceedings of WCCR* (2006).
- [54] CÔTÉ, J.-P., M. RISS et G. SAVARD. «A new revenue optimization tool for high-speed railway : Finding the right equilibrium between revenue growth and commercial objectives». Dans *Proceedings of WCCR* (2008).
- [55] CRAINIC, T. G., J.-A. FERLAND et J.-M. ROUSSEAU, «A tactical planning model for rail freight transportation», *Transportation Science*, vol. 18, 1984, pp. 165–184.
- [56] CRAINIC, T. G. et J.-M. ROUSSEAU, «Multicommodity, multimode freight transportation : A general modeling and algorithmic framework for the service network design problem», *Transportation Research Part B*, vol. 20B, 1986, pp. 225–242.
- [57] CURRY, R. E., «Optimal airline seat allocation with fare classes nested by origins and destinations», *Transportation Science*, vol. 24, 1990, pp. 193–204.
- [58] DAHLHAUS, E., P. HORAK, M. MILLER et J. F. RYAN, «The train marshalling problem», *Discrete Applied Mathematics*, vol. 103, 2000, pp. 41–54.
- [59] DAHLHAUS, E., F. MANNE, M. MILLER et J. F. RYAN. «Algorithms for combinatorial problems related to train marshalling». Dans *Proceedings of AWOCA 2000* (2000), pp. 7–16.
- [60] DE BOER, S. V., R. FRELING et N. PIERSMA, «Mathematical programming for

network revenue management revisited», *European Journal of Operational Research*, vol. 137, 2002, pp. 72–92.

- [61] DE LUCA CARDILLO, D. et N. MIONE, « κ L-list τ colouring of graphs», *European Journal of Operational Research*, vol. 106, 1998, pp. 160–164.
- [62] DEMPE, S., *Foundations of Bilevel Programming*. Kluwer Academic, 2002.
- [63] DEWEZ, S., M. LABBÉ, P. MARCOTTE et G. SAVARD, «New formulations and valid inequalities for a bilevel pricing problem», *Operations Research Letters*, vol. 36, 2008, pp. 141–149.
- [64] DORFMAN, M. J. et J. MEDANIC, «Scheduling trains on a railway network using a discrete event model of railway traffic», *Transportation Research Part B*, vol. 38, 2004, pp. 81–98.
- [65] ERNST, A. T., H. JIANG, M. KRISHNAMOORTHY et D. SIER, «Staff scheduling and rostering : A review of applications, methods and models», *European Journal of Operational Research*, vol. 153, 2004, pp. 3–27.
- [66] FERREIRA, L., «Planning Australian freight rail operations : An overview», *Transportation Research Part A*, vol. 31, 1997, pp. 335–348.
- [67] FISCHETTI, M. et P. TOTH. «A package for locomotive scheduling». Rapport de recherche DEIS-OR-97-16, University of Bologna, Italy, 1997.
- [68] FLISBERG, P., K. HOLMBERG, M. JOBORN et J. T. LUNDGREN. «A model for dimensioning of transportation capacities in a railway network». Rapport de recherche LiTH-MAT-R-1996-25, Department of Mathematics, Linköping University, Sweden, 1996.
- [69] FLORIAN, M., G. BUSHELL, J. FERLAND, G. GUÉRIN et L. NASTANSKY, «The engine scheduling problem in a railway network», *INFOR*, vol. 14, 1976, pp. 121–138.

- [70] FORBES, M. A., J. N. HOLT et A. M. WATTS, «Exact solution of locomotive scheduling problems», *Journal of the Operational Research Society*, vol. 42, 1991, pp. 825–831.
- [71] FÜGENSCHUH, A., H. HOMFELD, A. HUCK, A. MARTIN et Z. YUAN, «Scheduling locomotives and car transfers in freight transport», *Transportation Science*, vol. 42, 2008, pp. 478–491.
- [72] FUKASAWA, R., M. V. POGGI DE ARAGO, O. PORTO et E. UCHOA, «Solving the freight car flow problem to optimality», *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, vol. 66, 2002, pp. 1–11.
- [73] GALLEGO, G. et G. VAN RYZIN, «Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons», *Management Science*, vol. 40, 1994, pp. 999–1020.
- [74] GALLEGO, G. et G. VAN RYZIN, «A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management», *Operations Research*, vol. 45, 1997, pp. 24–41.
- [75] GENDREAU, M., P. MARCOTTE et G. SAVARD, «A hybrid tabu-ascent algorithm for the linear bilevel programming problem», *Journal of Global Optimization*, vol. 8, 1996, pp. 217–233.
- [76] GLOVER, F., R. GLOVER, J. LORENZO et C. MCMILLAN, «The passenger-mix problem in the scheduled airlines», *Interfaces*, vol. 12, 1982, pp. 73–79.
- [77] GORMAN, M. F., «An application of genetic and tabu searches to the freight railroad operating plan», *Annals of Operations Research*, vol. 78, 1998, pp. 51–69.
- [78] GORMAN, M. F., «Santa Fe Railway uses an operating-plan model to improve its service design», *Interfaces*, vol. 28, 1998, pp. 1–12.

- [79] GORMAN, M. F., «Intermodal pricing model creates a network pricing perspective at BNSF», *Interfaces*, vol. 31, 2001, pp. 37–49.
- [80] GORMAN, M. F., «Estimation of an implied price elasticity of demand through current pricing practices», *Applied Economics*, vol. 37, 2005, pp. 1027–1035.
- [81] HAGHANI, A. E., «Rail freight transportation : a review of recent optimization models for train routing and empty car distribution», *Journal of Advanced Transportation*, vol. 21, 1987, pp. 147–172.
- [82] HAGHANI, A. E., «Formulation and solution of a combined train routing and makeup, and empty car distribution model», *Transportation Research Part B*, vol. 23B, 1989, pp. 433–452.
- [83] HARKER, P. T. et S. HONG, «Two moments estimation of the delay on a partially double-track rail line with scheduled traffic», *Journal of the Transportation Research Forum*, vol. 31, 1990, pp. 38–49.
- [84] HARKER, P. T. et S. HONG, «Pricing of track in railroad operations : An internal market approach», *Transportation Research Part B*, vol. 28B, 1994, pp. 197–212.
- [85] HE, S., R. SONG et S. S. CHAUDHRY, «Fuzzy dispatching model and genetic algorithms for railyards operations», *European Journal of Operational Research*, vol. 124, 2000, pp. 307–331.
- [86] HE, S., R. SONG et S. S. CHAUDHRY, «An integrated dispatching model for rail yards operations», *Computers & Operations Research*, vol. 30, 2003, pp. 939–966.
- [87] HEILPORN, G., M. LABBÉ, P. MARCOTTE et G. SAVARD. «A polyhedral study of the network pricing problem with connected toll arcs». À paraître dans *Networks*, 2010.
- [88] HIGGINS, A., E. KOZAN et L. FERREIRA, «Optimal scheduling of trains on a single

line track», *Transportation Research Part B*, vol. 30, 1996, pp. 147–161.

- [89] HOLMBERG, K., M. JOBORN et J. T. LUNDGREN. «A model for distribution of empty freight cars». Rapport de recherche LiTH-MAT-R-1996-07, Department of Mathematics, Linköping University, Sweden, 1996.
- [90] HOLMBERG, K., M. JOBORN et J. T. LUNDGREN, «Improved empty freight car distribution», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 163–173.
- [91] HUISMAN, D., L. G. KROON, R. M. LENTINK et M. J. C. M. VROMANS. «Operations research in passenger railway transportation». Rapport de recherche 1566-5283, Erasmus Research Institute of Management (ERIM), RSM Erasmus University, Rotterdam, The Netherlands, 2005.
- [92] HUISMAN, T. et R. J. BOUCHERIE, «Running times on railway sections with heterogeneous train traffic», *Transportation Research Part B*, vol. 35, 2001, pp. 271–292.
- [93] HUNTLEY, C. L., D. E. BROWN, D. E. SAPPINGTON et B. P. MARKOWICZ, «Freight routing and scheduling at CSX Transportation», *Interfaces*, vol. 25, 1995, pp. 58–71.
- [94] IRELAND, P., R. CASE, J. FALLIS, C. VAN DYKE, J. KUEHN et M. MEKETON, «The Canadian Pacific Railway transforms operations by using models to develop its operating plans», *Interfaces*, vol. 34, 2004, pp. 5–14.
- [95] JHA, K. C., R. K. AHUJA et G. ŞAHIN, «New approaches for solving the block-to-train assignment problem», *Networks*, vol. 51, 2008, pp. 48–62.
- [96] JOBORN, M., T. G. CRAINIC, M. GENDREAU, K. HOLMBERG et J. T. LUNDGREN, «Economies of scale in empty freight car distribution in scheduled railways», *Transportation Science*, vol. 38, 2004, pp. 121–134.
- [97] JOHNSTON, B., «The scoop on sleeper pricing», *Trains Magazine*, 2003.

- [98] JORDAN, W. C. et M. A. TURNQUIST, «A stochastic, dynamic network model for railroad car distribution», *Transportation Science*, vol. 17, 1983, pp. 123–145.
- [99] JOVANOVIĆ, D. et P. T. HARKER, «Tactical scheduling of rail operations - the SCAN-I system», *Transportation Science*, vol. 25, 1991, pp. 46–64.
- [100] KASILINGAM, R. G., «Air cargo revenue management : Characteristics and complexities», *European Journal of Operational Research*, vol. 96, 1996, pp. 36–44.
- [101] KEATON, M. H., «Designing optimal railroad operating plans : Lagrangian relaxation and heuristic approaches», *Transportation Research Part B*, vol. 23B, 1989, pp. 415–431.
- [102] KEATON, M. H., «Designing railroad operating plans : A dual adjustment method for implementing Lagrangian relaxation», *Transportation Science*, vol. 26, 1992, pp. 263–279.
- [103] KIMES, S. E., «Yield management : A tool for capacity-constrained service firms», *Journal of Operations Management*, vol. 8, 1989, pp. 348–363.
- [104] KRAAY, D., P. T. HARKER et B. T. CHEN, «Optimal pacing of trains in freight railroads - model formulation and solution», *Operations Research*, vol. 39, 1991, pp. 82–99.
- [105] KRAFT, E. R., «The link between demand variability and railroad service reliability», *Journal of the Transportation Research Forum*, vol. 34, 1995, pp. 27–43.
- [106] KRAFT, E. R. *A reservation-based railway network operations management system*. Thèse de doctorat, Department of Systems Engineering, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA, 1998.
- [107] KRAFT, E. R., «Scheduling railway freight delivery appointments using a bid price approach», *Transportation Research Part A*, vol. 36, 2002, pp. 145–165.

- [108] KRAFT, E. R., B. N. SRIKAR et R. L. PHILLIPS, «Revenue management in railroad applications», *Journal of the Transportation Research Forum*, vol. 39, 2000, pp. 157–176.
- [109] KROON, L. G. et L. W. P. PEETERS, «A variable trip time model for cyclic railway timetabling», *Transportation Science*, vol. 37, 2003, pp. 198–212.
- [110] KROON, L. G., H.E. ROMEIJN et P. J. ZWANEVELD, «Routing trains through railway stations : Complexity issues», *European Journal of Operational Research*, vol. 98, 1997, pp. 485–498.
- [111] KUMAR, S. «Improvement of railroad yard operations». Dans *Handbook of Transportation Engineering* (2003), M. Kutz, Ed., McGraw-Hill, pp. 25.1–25.28.
- [112] KWON, O. K. *Managing heterogeneous traffic on rail freight networks incorporating the logistics needs of market segments*. Thèse de doctorat, Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Boston, MA, 1994.
- [113] KWON, O. K., C. D. MARTLAND et J. M. SUSSMAN, «Routing and scheduling temporal and heterogeneous freight car traffic on rail networks», *Transportation Research Part E*, vol. 34, 1998, pp. 101–115.
- [114] LABBÉ, M., P. MARCOTTE et G. SAVARD, «A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing», *Management Science*, vol. 44, 1998, pp. 1608–1622.
- [115] LABBÉ, M., P. MARCOTTE et G. SAVARD. «On a class of bilevel programs». Dans *Nonlinear Optimization and Related Topics* (1998), G. Di Pillo et F. Giannessi, Eds., Kluwer Academic, Boston, pp. 183–206.
- [116] LI, L. et S. TAYUR, «Medium-term pricing and operations planning in intermodal transportation», *Transportation Science*, vol. 39, 2005, pp. 73–86.

- [117] LINGAYA, N., J.-F. CORDEAU, G. DESAULNIERS, J. DESROSIERS et F. SOUMIS, «Operational car assignment at VIA Rail Canada», *Transportation Research Part B*, vol. 36, 2002, pp. 755–778.
- [118] LIU, J., R. K. AHUJA et G. ŞAHİN, «Optimal network configuration and capacity expansion of railroads», *Journal of the Operational Research Society*, vol. 59, 2008, pp. 911–920.
- [119] LÜBBECKE, M. E. et U. T. ZIMMERMANN, «Engine routing and scheduling at industrial in-plant railroads», *Transportation Science*, vol. 37, 2003, pp. 183–197.
- [120] LÜBBECKE, M. E. et U. T. ZIMMERMANN, «Shunting minimal rail car allocation», *Computational Optimization and Applications*, vol. 31, 2005, pp. 295–308.
- [121] LUO, S., M. ÇAKANYILDIRIM et R. G. KASILINGAM, «Two-dimensional cargo overbooking models», *European Journal of Operational Research*, vol. 197, 2009, pp. 862–883.
- [122] MARAGOS, S. A. *Yield management for the maritime industry*. Thèse de doctorat, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Boston, MA, 1994.
- [123] MARCOTTE, P. et G. SAVARD. «A bilevel programming approach to optimal price setting». Rapport de recherche G-2000-66, GERAD, École des Hautes Études Commerciales, Montréal, Canada, 2000.
- [124] MARÍN, A. et J. SALMERÓN, «Tactical design of rail freight networks. part 1 : Exact and heuristic methods», *European Journal of Operational Research*, vol. 90, 1996, pp. 26–44.
- [125] MARÍN, A. et J. SALMERÓN, «Tactical design of rail freight networks. part 2 : Local search methods with statistical analysis», *European Journal of Operational Research*, vol. 94, 1996, pp. 43–53.

- [126] MARTINELLI, D. R. et H. TENG, «Optimization of railway operations using neural networks», *Transportation Research Part C*, vol. 4, 1996, pp. 33–49.
- [127] MCGILL, J. I. et G. J. VAN RYZIN, «Revenue management : Research overview and prospects», *Transportation Science*, vol. 33, 1999, pp. 233–256.
- [128] MEDANIC, J. et M. J. DORFMAN, «Efficient scheduling of traffic on a railway line», *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 115, 2002, pp. 587–602.
- [129] NARISSETTY, A. K., J.-P. P. RICHARD, D. RAMCHARAN, D. MURPHY, G. MINKS et J. FULLER, «An optimization model for empty freight car assignment at Union Pacific Railroad», *Interfaces*, vol. 38, 2008, pp. 89–102.
- [130] NEWMAN, A. M., L. K. NOZICK et C. A. YANO. «Optimization in the rail industry». Dans *Handbook of Applied Optimization* (2002), P. M. Pardalos et M. G. C. Resende, Eds., Oxford University Press, pp. 704–719.
- [131] NEWMAN, A. M. et C. A. YANO, «Centralized and decentralized train scheduling for intermodal operations», *IEEE Transactions*, vol. 32, 2000, pp. 743–754.
- [132] NEWMAN, A. M. et C. A. YANO, «Scheduling direct and indirect trains and containers in an intermodal setting», *Transportation Science*, vol. 34, 2000, pp. 256–270.
- [133] NEWTON, H. N., C. BARNHART et P. H. VANCE, «Constructing railroad blocking plans to minimize handling costs», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 330–345.
- [134] NOBLE, D. H., M. AL-AMIN et R. G. J. MILLS, «Production of locomotive rosters for a multi-class multi-locomotive problem», *Journal of the Operational Research Society*, vol. 52, 2001, pp. 1191–1200.
- [135] NOZICK, L. K. et E. K. MORLOK, «A model for medium-term operations planning in an intermodal rail-truck service», *Transportation Research Part A*, vol. 31, 1997,

pp. 91–107.

- [136] NU, A. «Railway timetabling - Lagrangian heuristics». Rapport de recherche TRITA/MAT-97-OS12, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [137] NU, A., J. DESROSIERS et F. SOUMIS. «Weekly locomotive scheduling at Swedish State Railways». Rapport de recherche G-97-35, GERAD, École des Hautes Études Commerciales de Montréal, Canada, 1997.
- [138] PETERSEN, E. R., «Railyard modeling : Part I. Prediction of put-through time», *Transportation Science*, vol. 11, 1977, pp. 37–49.
- [139] PETERSEN, E. R., «Railyard modeling : Part II. The effect of yard facilities on congestion», *Transportation Science*, vol. 11, 1977, pp. 50–59.
- [140] POWELL, W. B. et T. A. CARVALHO, «Dynamic control of multicommodity fleet management problems», *European Journal of Operational Research*, vol. 98, 1997, pp. 522–541.
- [141] POWELL, W. B. et T. A. CARVALHO, «Dynamic control of logistics queueing networks for large-scale fleet management», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 90–109.
- [142] POWELL, W. B. et T. A. CARVALHO, «Real-time optimization of containers and flat-cars for intermodal operations», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 110–126.
- [143] POWELL, W. B., Y. SHEFFI, K. S. NICKERSON, K. BUTTERBAUGH et S. ATHERTON, «Maximizing profits for North American Van Lines truckload division : A new framework for pricing and operations», *Interfaces*, vol. 18, 1988, pp. 21–41.
- [144] POWELL, W. B. et H. TOPALOGLU. «Fleet management». Dans *Applications of Stochastic Programming* (2005), S. Wallace et W. Ziemba, Eds., Mathematical Programming Society - SIAM Series in Optimization.

- [145] ŞAHİN, G., R. K. AHUJA et C. B. CUNHA. «New approaches for the train dispatching problem». Soumis pour publication à *Transportation Science*, 2005.
- [146] ŞAHİN, İ., «Railway traffic control and train scheduling based on inter-train conflict management», *Transportation Research Part B*, vol. 33, 1999, pp. 511–534.
- [147] SANDHU, R. et D. KLABJAN, «Fleeting with passenger and cargo origin-destination booking control», *Transportation Science*, vol. 40, 2006, pp. 517–528.
- [148] SEDOR, J. et H. CALDWELL, «The freight story : A national perspective on enhancing freight transportation», *U.S. Department of Transportation/Federal Highway Administration*, 2002.
- [149] SHERALI, H. D. et A. B. SUHARKO, «A tactical decision support system for empty railcar management», *Transportation Science*, vol. 32, 1998, pp. 306–329.
- [150] SHERALI, H. D. et C. H. TUNCBILEK, «Static and dynamic time-space strategic models and algorithms for multilevel rail-car meet management», *Management Science*, vol. 43, 1997, pp. 235–250.
- [151] SMITH, S. et Y. SHEFFI, «Locomotive scheduling under uncertain demand», *Transportation Research Record*, vol. 1251, 1988, pp. 45–53.
- [152] SOBIE, B., «Freight's yield signs», *Air Cargo World*, July 2000.
- [153] SPIECKERMANN, S. et S. VOSS, «A case study in empty railcar distribution», *European Journal of Operational Research*, vol. 87, 1995, pp. 586–598.
- [154] STRASSER, S., «The effect of yield management on railroads», *Transportation Quarterly*, vol. 50, 1996, pp. 47–55.
- [155] TALLURI, K. et G. VAN RYZIN, «An analysis of bid-price controls for network revenue management», *Management Science*, vol. 44, 1998, pp. 1577–1593.

- [156] TALLURI, K. et G. VAN RYZIN, «A randomized linear programming method for computing network bid prices», *Transportation Science*, vol. 33, 1999, pp. 207–216.
- [157] TALLURI, K. T. et G. J. VAN RYZIN, *The Theory and Practice of Revenue Management*. Springer, 2004.
- [158] TOPALOGLU, H. «Incorporating pricing decisions into the dynamic fleet management problem». Rapport de recherche, School of Operations Research and Industrial Engineering, Cornell University, USA, 2002.
- [159] TOPALOGLU, H. et W. B. POWELL. «Incorporating pricing decisions into the stochastic dynamic fleet management problem». Rapport de recherche, School of Operations Research and Industrial Engineering, Cornell University, USA, 2004.
- [160] TURNQUIST, M. A. et M. S. DASKIN, «Queuing models of classification and connection delay in railyards», *Transportation Science*, vol. 16, 1982, pp. 207–230.
- [161] VAIDYANATHAN, B., R. K. AHUJA, J. LIU et L. A. SHUGHART, «Real-life locomotive planning : New formulations and computational results», *Transportation Research Part B*, vol. 42, 2008, pp. 147–168.
- [162] VAIDYANATHAN, B., R. K. AHUJA et J. B. ORLIN, «The locomotive routing problem», *Transportation Science*, vol. 42, 2008, pp. 492–507.
- [163] VAN DYKE, C. D., «The automated blocking model : a practical approach to freight railroad blocking plan development», *Transportation Research Forum*, vol. 27, 1986, pp. 116–121.
- [164] VAN DYKE, C. D., «Dynamic management of railroad blocking plans», *Transportation Research Forum*, vol. 29, 1988, pp. 129–152.
- [165] WEATHERFORD, L. R. et S. E. BODILY, «A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management : yield management, overbooking, and pri-

- cing», *Operations Research*, vol. 40, 1992, pp. 831–844.
- [166] WILSON, W. W. et M. L. BURTON. «The economics of railroad operations : Resurgence of a declining industry». Dans *Handbook of Transportation Engineering* (2003), M. Kutz, Ed., McGraw-Hill, pp. 34.1–34.30.
 - [167] YAN, S., D. BERNSTEIN et Y. SHEFFI, «Intermodal pricing using network flow techniques», *Transportation Research Part B*, vol. 29B, 1995, pp. 171–180.
 - [168] YANO, C. A. et A. M. NEWMAN, «Scheduling trains and containers with due dates and dynamic arrivals», *Transportation Science*, vol. 35, 2001, pp. 181–191.
 - [169] YOU, P.-S., «An efficient computational approach for railway booking problems», *European Journal of Operational Research*, vol. 185, 2008, pp. 811–824.
 - [170] ZIARATI, K. «A heuristic to find cyclical planning solution for locomotives assignment problems». Dans *Proceedings of the First National Industrial Engineering Conference* (2001).
 - [171] ZIARATI, K., F. SOUMIS et J. DESROSIERS, «Locomotive assignment using train delays», *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 471, 1999, pp. 285–297.
 - [172] ZIARATI, K., F. SOUMIS, J. DESROSIERS, S. GÉLINAS et A. SAINTONGE, «Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America», *European Journal of Operational Research*, vol. 97, 1997, pp. 281–292.
 - [173] ZIARATI, K., F. SOUMIS, J. DESROSIERS et M. M. SOLOMON, «A branch-first, cut-second approach for locomotive assignment», *Management Science*, vol. 45, 1999, pp. 1156–1168.
 - [174] ZWANEVELD, P. J., L. G. KROON, H. E. ROMELJN, M. SALOMON, S. DAUZÈRE-PÉRÈS, S. P. M. VAN HOESEL et H. W. AMBERGEN, «Routing trains through railway

stations : Model formulation and algorithms», *Transportation Science*, vol. 30, 1996, pp. 181–194.

- [175] ZWANEVELD, P. J., L. G. KROON et S. P. M. VAN HOESEL, «Routing trains through a railway station based on a node packing model», *European Journal of Operational Research*, vol. 128, 2001, pp. 14–33.