



Titre: Étude de la stabilité d'un avion BWB (Blended Wing Body) de 200 passagers
Title:

Auteur: Clément Legros
Author:

Date: 2015

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Legros, C. (2015). Étude de la stabilité d'un avion BWB (Blended Wing Body) de 200 passagers [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1923/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/1923/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Jean-Yves Trépanier
Advisors:

Programme: Génie aérospatial
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DE LA STABILITÉ D'UN AVION BWB (BLENDED WING BODY)
DE 200 PASSAGERS

CLÉMENT LEGROS

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE AÉROSPATIAL)
SEPTEMBRE 2015

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE DE LA STABILITÉ D'UN AVION BWB (BLENDED WING BODY)
DE 200 PASSAGERS

présenté par : LEGROS Clément

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MUREITHI Njuki, Ph. D., président

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, Ph. D, membre et directeur de recherche

M. SAUSSIÉ David, Ph. D., membre

DÉDICACE

À ma famille

REMERCIEMENTS

Je souhaite tout d'abord remercier mon directeur de recherche, le Professeur Jean-Yves Trépanier, pour m'avoir accepté au sein de la Chaire IDEA et pour m'avoir soutenu et orienté tout au long de ma maîtrise.

Je remercie également la Fondation J.A. Bombardier, Pratt&Whitney Canada ainsi que le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie (CRSNG) sans qui ce projet n'aurait pas eu lieu.

Je tiens aussi à remercier Sami Ammar, étudiant à la maîtrise puis au doctorat, pour m'avoir aidé à prendre en main CEASIOM et Tornado au début de ma maîtrise.

Finalement, je souhaite remercier tous mes collègues de laboratoires, notamment Matteo Portinari et Mojtaba Mirzaei Amirabad, que j'ai côtoyés tout au long de la réalisation de ma maîtrise.

RÉSUMÉ

Le Blended Wing Body (BWB) est un type d'avion innovant, basé sur le concept d'aile volante. Ce nouveau type d'avion présente de nombreux avantages par rapport aux avions conventionnels : économie de carburant et réduction du poids de la structure, réduction du bruit et de l'impact sur l'environnement, augmentation de la capacité d'emport.

Cependant, ce type d'appareil possède un manque de stabilité du fait de l'absence d'empennage. Plusieurs études de stabilité ont déjà été réalisées sur des modèles de BWB de taille réduites, mais il n'existe pas d'étude de stabilité sur un BWB de 200 passagers.

C'est pourquoi, l'objectif principal de cette étude consiste donc à intégrer au design conceptuel existant du BWB de 200 passagers les moteurs ainsi que leurs supports en analysant leur impact sur sa stabilité statique et dynamique.

La conception du BWB a été réalisée à l'aide de la plateforme de design CEASIOM. L'avion ainsi que l'intégration des supports et moteurs ont été obtenus dans le module géométrique AcBuilder de CEASIOM. Les différents coefficients aérodynamiques sont calculés grâce au programme TORNADO. Ces coefficients permettent de réaliser les calculs de stabilité, notamment à l'aide des matrices longitudinale et latérale de stabilité.

Par la suite, l'enveloppe de vol du BWB est créée en se basant sur les données aéronautiques d'un avion similaire, l'Airbus A320. De cette enveloppe de vol, on récupère plusieurs milliers de points de vol possibles. La dernière étape consiste à vérifier la stabilité statique et dynamique, notamment à l'aide des matrices longitudinale et latérale de stabilité et des Flying Qualities Requirements, pour chaque point de vol.

Afin de valider notre étude de stabilité, les études de stabilité du B-747 déjà existantes seront utilisées et comparées avec notre modèle.

ABSTRACT

The Blended Wing Body (BWB) is a type of innovative aircraft, based on the flying wing concept. This new type of airplane shows several advantages compared to the conventional airplanes : economy of fuel, reduction of the weight of the structure, reduction of the noise and less impact on the environment, increased payload capacity.

However, this kind of aircraft has a lack of stability due to the absence of vertical tail. Several studies of stability were already realized on reduced size models of BWB, but there is no study on a 200 passengers BWB.

That's why, the main objective of this present study is to integrate the engines and their pylons into the existing conceptual design of the BWB to analyze of their impact on its static and dynamic stability over the flight envelope.

The conception of the BWB was realized with the platform of design CEASIOM. The airplane, the engines and their pylons were obtained in the geometrical module AcBuilder of CEASIOM. The various aerodynamic coefficients are calculated thanks to Tornado program. These coefficients allow realizing the calculations of stability, in particular with the longitudinal and lateral matrices of stability.

Afterward, the BWB flight envelope is created based on aeronautical data of a similar airplane, the Airbus A320. From this flight envelope, we get back several thousand possible points of flight. The last step is to check the static and dynamic stability, using the longitudinal and lateral matrices of stability and the Flying Qualities Requirements, for every point of flight.

To validate our study of stability, the already existing studies of stability of the Boeing 747 will be used and compared with our model.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT	VI
LISTE DES TABLEAUX.....	X
LISTE DES FIGURES	XII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XVI
LISTE DES ANNEXES.....	XIX
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	5
1.1 Contexte historique	5
1.2 Problèmes liés aux avions sans empennage arrière.....	6
1.3 Études de conception d'avion de type BWB.....	7
1.4 Études de stabilité.....	10
CHAPITRE 2 MISE EN PLACE DU MODÈLE DU BWB	16
2.1 Installation des moteurs et mise en place des surfaces de contrôle.....	17
2.1.1 Choix du moteur.....	17
2.1.2 Position du moteur	18
2.1.3 Surface de contrôle.....	20
2.2 Enveloppe et mission de vol.....	22
2.2.1 Enveloppe de vol.....	22
2.2.2 Mission de vol	27
2.3 Méthodologie développée	28

CHAPITRE 3	STABILITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE.....	30
3.1	Stabilité statique	30
3.1.1	Stabilité statique longitudinale	31
3.1.2	Stabilité statique latérale	33
3.1.3	Stabilité statique directionnelle	33
3.2	Stabilité dynamique.....	34
3.2.1	Modes longitudinaux	36
3.2.2	Modes latéraux	38
3.3	Flying Qualities Requirements.....	40
CHAPITRE 4	CONSTRUCTION DES MATRICES DE STABILITÉ.....	43
4.1	Matrices de stabilité de Nelson	43
4.1.1	Matrice longitudinale de stabilité.....	45
4.1.2	Matrice latérale de stabilité	47
4.2	Matrices de stabilité de Roskam.....	48
4.2.1	Matrice longitudinale de stabilité.....	49
4.2.2	Matrice latérale de stabilité	50
4.3	Validation de l'utilisation de la méthode de Roskam	51
4.3.1	Conditionnement d'une matrice	51
4.3.2	Comparaisons des différentes méthodes	52
4.4	Approximations de la méthode de Roskam.....	57
4.4.1	Approximation des modes longitudinaux	57
4.4.2	Approximation des modes latéraux.....	59
CHAPITRE 5	VALIDATION DU MODÈLE.....	61
5.1	Validation du modèle du Boeing 747.....	61

5.1.1	Création de la géométrie sous AcBuilder et Tornado	61
5.1.2	Validation des coefficients aérodynamiques obtenus	62
5.2	Validation des approximations de la méthode de Roskam	66
5.3	Validation des résultats de stabilité	67
5.3.1	Mode Phugoïde	67
5.3.2	Mode Short Period	69
5.3.3	Mode Dutch-Roll	71
5.3.4	Conclusions sur la stabilité du B747	73
CHAPITRE 6	RÉSULTATS	75
6.1	Vérification de la stabilité statique du BWB	75
6.2	Vérification de la stabilité dynamique du BWB	76
6.2.1	Comparaison des résultats avec le B747	76
6.2.2	Résultats du BWB	77
6.2.3	Conclusions	80
6.3	Cas d'un « One engine inoperative » (cas statique)	82
CONCLUSION	85
BIBLIOGRAPHIE	87
ANNEXES	90

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1: Effets du passage à un avion sans empennage arrière	7
Tableau 1-2 : Caractéristiques du BWB étudié par Liebeck	7
Tableau 1-3 : Caractéristiques BW11 Eagle Ray	8
Tableau 1-4 : Caractéristiques BWB Université Tohoku [21]	9
Tableau 1-5 : Caractéristiques SAX-40 [23]	9
Tableau 1-6 : Caractéristiques X48-B	10
Tableau 1-7 : Caractéristiques MOB BWB [2]	11
Tableau 1-8 : Caractéristiques moteurs [27]	14
Tableau 1-9 : Caractéristiques géométriques BWB [27]	14
Tableau 1-10 : Dérivées de stabilité pour les différents mouvements du BWB [27]	15
Tableau 2-1 : Contraintes d'optimisation utilisées [30]	16
Tableau 2-2 : Positionnement du moteur	19
Tableau 2-3 : Vitesses caractéristiques de l'A320	25
Tableau 2-4 : Différentes vitesses définissant la mission de vol du BWB	28
Tableau 3-1 : Classification du type d'appareil [26]	40
Tableau 3-2 : Classification du type de phase de vol [26]	40
Tableau 3-3 : Classification des niveaux de vol [26]	41
Tableau 3-4 : Cooper-Harper rating scale [26]	41
Tableau 3-5 : Équivalence Cooper-Harper rating scale et Flying Qualities Requirements [26]	42
Tableau 3-6 : Récapitulatif des Flying Qualities Requirements pour le BWB	42
Tableau 4-1 : Définition des différents coefficients de la matrice A	46
Tableau 4-2 : Définition des différents coefficients de la matrice A (bis)	47

Tableau 4-3 : Définition des différents coefficients de la matrice A latérale.....	48
Tableau 4-4 : Coefficients de la matrice de stabilité longitudinale de Roskam [34]	50
Tableau 4-5 : Coefficients de la matrice de stabilité latérale de Roskam [34].....	50
Tableau 4-6 : Récapitulatif des valeurs moyennes de conditionnement	56
Tableau 5-1 : Validation des approximations de la méthode de Roskam	66
Tableau 5-2 : Règles pour définir la stabilité globale de l'appareil	73
Tableau 6-1 : Validation de la stabilité statique du BWB	76
Tableau 6-2 : Comparaison entre BWB et B747.....	76
Tableau 6-3 : Valeurs du F_{OEI} en fonction du type de moteur [34].....	82
Tableau 6-4 : Influence de la taille du rudder sur $cn\delta r$ et Cnr	84

LISTE DES FIGURES

Figure 0-1 : Évolution du trafic mondial de 2014 à 2033 [1]	1
Figure 0-2 : Bénéfices potentiels du BWB par rapport aux avions conventionnels [6]	2
Figure 1-1 : Évolution du concept d'aile volante : du Stout Batwing (1917) au B-2 Spirit (1989).5	
Figure 1-2 : Cranfield University BW11 Eagle Ray et NASA-Boeing X48-B	8
Figure 1-3 : Configuration MOB BWB [2]	10
Figure 1-4 : MOB Configuration 1 [25]	11
Figure 1-5 : Control Allocation on the BWB Tailless Aircraft [25]	11
Figure 1-6 : MOB Config 1 – Trim Rudder – Asymmetric thrust [25]	12
Figure 1-7 : MOB Configuration 2 [25]	12
Figure 1-8 : Dutch Roll Frequency et Dutch Roll Damping [25]	13
Figure 1-9 : Géométrie du BWB avec moteurs [27]	14
Figure 1-10 : Résultats SDSA pour le mode Short-Period [27]	15
Figure 2-1 : Comparaison vue en plan du A340-600 avec modèle final optimisé [10]	16
Figure 2-2 : Design initial du BWB	17
Figure 2-3 : Coupe transversale du moteur CFM56-5B4	17
Figure 2-4 : Positionnement de la cabine suivant le profil de l'aile [32]	18
Figure 2-5 : Intégration moteur sous CEASIOM	19
Figure 2-6 : Géométrie du BWB avec ses surfaces de contrôle sous AcBuilder	21
Figure 2-7 : Géométrie du BWB avec ses surfaces de contrôle sous Tornado	22
Figure 2-8 : Facteur de charge vs vitesse	23
Figure 2-9 : Altitude vs vitesse	23
Figure 2-10 : Détermination du Cl_{max} pour à Mach 0.8 et angle d'attaque de 0°	24

Figure 2-11 : Évolution de la vitesse de décrochage en fonction de l'altitude	25
Figure 2-12 : Enveloppe de vol du BWB étudié	27
Figure 2-13 : Génération aléatoire de conditions de vol possibles pour le BWB	27
Figure 2-14 : Mission de vol du BWB	28
Figure 2-15 : Comparaison méthode classique / méthode développée	29
Figure 3-1 : Comportement stable statiquement	30
Figure 3-2 : Comportement instable statiquement	30
Figure 3-3 : Stabilité neutre.....	31
Figure 3-4 : Moment de tangage en fonction de l'angle d'attaque.....	32
Figure 3-5 : Évolutions temporelles pour les cas de stabilité et instabilité dynamique [34].....	34
Figure 3-6 : Mouvement associé au mode Short Period [35].....	37
Figure 3-7 : Mouvement associé au mode Phugoid [35]	37
Figure 3-8 : Mouvement associé au mode Dutch Roll [35]	38
Figure 3-9 : Mouvement associé au mode Roll [35]	39
Figure 3-10 : Mouvement associé au mode Spiral [35]	39
Figure 4-1 : Système d'axes utilisé [36].....	43
Figure 4-2 : Conditionnement matrice longitudinale de Roskam pour un point de vol.....	52
Figure 4-3 : Conditionnement matrice latérale de Roskam pour un point de vol	53
Figure 4-4 : Agrandissement du résultat du conditionnement longitudinal pour un point de vol..	53
Figure 4-5 : Agrandissement du résultat du conditionnement latéral pour un point de vol.....	54
Figure 4-6 : Comparaison du conditionnement longitudinal	55
Figure 4-7 : Conditionnement longitudinal de la méthode de Roskam.....	55
Figure 4-8 : Comparaison du conditionnement latéral.....	56
Figure 4-9 : Conditionnement latéral de la méthode de Roskam.....	56

Figure 4-10 : Parties principales des différents modes pour la matrice longitudinale et latérale...	57
Figure 5-1 : B747 obtenu sous AcBuilder.....	61
Figure 5-2 : B747 obtenu sous Tornado.....	62
Figure 5-3 : Coefficient de portance à basse vitesse (Mach 0.15)	63
Figure 5-4 : Coefficient du moment de tangage à basse vitesse (Mach 0.15).....	63
Figure 5-5 : Coefficient de portance à haute vitesse (Mach 0.80)	64
Figure 5-6 : Coefficient du moment de tangage à haute vitesse (Mach 0.80).....	65
Figure 5-7 : Coefficient de trainée à haute vitesse (Mach 0.80)	65
Figure 5-8 : Résultats du mode Phugoïde de Da Ronch [37].....	67
Figure 5-9 : Résultats du mode Phugoïde trouvés.....	68
Figure 5-10 : Stabilité du mode Phugoïde.....	68
Figure 5-11 : Résultats du mode Short Period de Rizzi (1 ^{ère} méthode) [38].....	69
Figure 5-12 : Résultats du mode Short Period trouvés (1 ^{ère} méthode).....	69
Figure 5-13 : Résultats du mode Short Period de Da Ronch (2 ^{ème} méthode) [37].....	70
Figure 5-14 : Résultats du mode Short Period trouvés (2 ^{ème} méthode)	70
Figure 5-15 : Stabilité du mode Short-Period	71
Figure 5-16 : Résultats du mode Dutch-Roll de Da Ronch [37]	71
Figure 5-17 : Résultats du mode Dutch-Roll trouvés.....	72
Figure 5-18 : Stabilité du mode Dutch-Roll (amortissements)	72
Figure 5-19 : Stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations).....	73
Figure 5-20 : Stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations*amortissements)	73
Figure 5-21 : Stabilité longitudinale globale du B747	74
Figure 5-22 : Stabilité latérale globale du B747.....	74
Figure 6-1: Évolution de la marge statique en fonction de l'angle d'attaque.....	75

Figure 6-2 : Mode Short-Period selon les recommandations de l'OACI.....	77
Figure 6-3 : Niveau de stabilité du mode Short-Period.....	78
Figure 6-4 : Mode Phugoïde selon les recommandations de l'OACI.....	78
Figure 6-5 : Niveau de stabilité du mode Phugoïde	79
Figure 6-6 : Mode Short-Period selon les recommandations de l'OACI.....	79
Figure 6-7 : Niveau de stabilité du mode Dutch-Roll (amortissements).....	80
Figure 6-8 : Niveau de stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations)	80
Figure 6-9 : Stabilité longitudinale du BWB	81
Figure 6-10 : Stabilité latérale du BWB	81
Figure 6-11 : Étude de l'angle de déflexion des rudders	83
Figure 6-12 : Géométrie du support du moteur.....	84
Figure A-1 : Interface CEASIOM.....	90
Figure A-2 : Outil Geometry de AcBuilder [39].....	91
Figure A-3 : Estimations de poids dans l'outil Weight&Balances [39].....	91
Figure A-4 : Calcul du centre de gravité [39]	92
Figure A-5 : Niveau de fidélité des différents solveurs [39].....	93
Figure A-6 : Décomposition en panneaux du BWB	93
Figure A-7 : Interface du module SDSA [39]	94

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Abréviations

AcBuilder	Aircraft Builder
AMB	Aerodynamic Model Builder
BWB	Blended Wing Body
FAR	Federal Aviation Regulations
FOEI	Factor One Engine Inoperative
JAR	Joint Aviation Requirements
KCAS	Knots Calibrated Airspeed
KEAS	Knots Equivalent Airspeed
KIAS	Knots Indicated Airspeed
KTAS	Knots True Airspeed
MIL	Military Specifications
MMO	Maximum operating Mach number
OACI	Organisation de l'Aviation Civile Internationale
p, q, r	Vitesse en roulis, tangage, lacet
u, v, w	Vitesses locales en x, y, z
V_{climb}	Vitesse de montée
V_{cruise}	Vitesse de croisière
V_{desc}	Vitesse de descente
$V_{lo_{att}}$	Vitesse maximale pour sortir le train d'atterrissage
$V_{lo_{déc}}$	Vitesse maximale pour rentrer le train d'atterrissage
V_{stall}	Vitesse de décrochage
VMO	Maximum operating airspeed

Symboles grecs

α	Angle d'incidence
β	Angle de dérapage
γ	Pente
δ	Angle de déflexion des surfaces de contrôle
λ	Valeur propre
$A_{0,25c}$	Flèche moyenne au $\frac{1}{4}$ d'aile
θ	Angle de tangage
ξ	Coefficient d'amortissement
ρ	Masse volumique de l'air
φ	Angle d'inclinaison
ψ	Angle de cap
ω	Pulsation naturelle

Coefficients

C_D	Coefficient de trainée
$C_{D\alpha}$	Variation du coefficient de trainée par rapport à l'angle d'attaque
C_{D_u}	Variation du coefficient de trainée par rapport à la vitesse
C_l, C_m, C_n	Coefficient du moment de roulis, tangage, lacet
C_L	Coefficient de portance
$C_{L_{max}}$	Coefficient de portance maximale
C_{l_β}	Variation du C_l par rapport à l'angle de dérapage
$C_{l_{max}}$	Coefficient locale de portance maximale de l'aile le long de l'envergure
C_{l_p}	Variation du C_l par rapport au taux de changement du taux de roulis
C_{l_r}	Variation du C_l par rapport au taux de changement du taux de lacet

$C_{L\alpha}$	Variation du coefficient de portance par rapport à l'angle d'attaque
$C_{L\dot{\alpha}}$	Variation du C_L par rapport au taux de changement de l'angle d'attaque
C_{Lq}	Variation du coefficient de portance par rapport au taux de tangage
C_{Lu}	Variation du coefficient de portance par rapport à la vitesse
$C_{m\alpha}$	Variation du coefficient de moment de tangage par rapport à l'angle d'attaque
$C_{m\dot{\alpha}}$	Variation du C_m par rapport au taux de changement de l'angle d'attaque
C_{m_0}	Coefficient du moment de tangage à angle d'attaque nul
C_{mq}	Variation du coefficient du moment de tangage par rapport au taux de tangage
C_{mu}	Variation du coefficient du moment de tangage par rapport à la vitesse
$C_{n\beta}$	Variation du C_n par rapport à l'angle de dérapage
$C_{n\delta_r}$	Variation du C_n par rapport à l'angle de déflexion des rudders
C_{np}	Variation du C_n par rapport au taux de changement du taux de roulis
C_{nr}	Variation du C_n par rapport au taux de changement du taux de lacet
C_T	Coefficient de poussée
C_{Tu}	Variation du coefficient de poussée par rapport à la vitesse
C_x, C_y, C_z	Coefficient de force en x, y, z
C_{xq}	Variation du C_x par rapport au taux de tangage
C_{zq}	Variation du C_z par rapport au taux de tangage
$C_{y\beta}$	Variation du C_y par rapport à l'angle de dérapage
C_{yp}	Variation du C_y par rapport au taux de changement du taux de roulis
C_{yr}	Variation du C_y par rapport au taux de changement du taux de lacet

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	PLATEFORME DE DESIGN.....	90
ANNEXE B	CALCUL DES DÉRIVÉES	95

INTRODUCTION

Motivations

La compétition dans le domaine de la conception d'avion de ligne amène les industries à améliorer constamment leurs avions, notamment en ce qui concerne la consommation d'essence et le respect de l'environnement. En effet, il est maintenant demandé aux constructeurs aéronautiques de respecter certaines normes sonores afin de réduire les nuisances sonores à proximité des aéroports. De plus, du fait de la raréfaction et donc de l'augmentation du coût du kérosène ainsi que de la volonté mondiale de réduire les émissions de gaz à effet de serre, les avions consommant moins sont de plus en plus recherchés. Cette volonté de réduire la consommation devient de plus en plus importante de nos jours du fait de la forte augmentation du trafic mondial notamment dans les zones en fort développement économique comme le Moyen-Orient, la Chine ou l'Inde. Les principaux acteurs de l'aéronautique mondiale, que ce soit les principaux constructeurs (Airbus, Boeing) [1] ou les principales organisations internationales (OACI, Eurocontrol,...), prévoit une augmentation moyenne d'environ 5 % sur les 20 ans prochaines années, voir la figure (0.1).

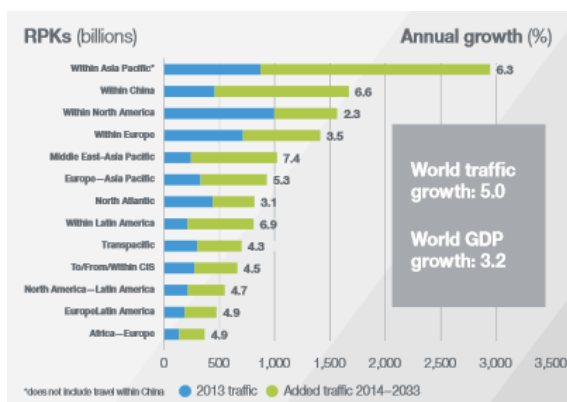


Figure 0-1 : Évolution du trafic mondial de 2014 à 2033 [1]

Après avoir perfectionné le modèle classique des avions de ligne (ailes et fuselage) durant environ les six dernières décennies, les industriels explorent aujourd'hui l'idée de le remplacer par un nouveau type d'avion, le BWB (Blended Wing Body). Cet avion présente un fuselage intégré, fuselage et ailes étant fusionnés [2]. Ce nouveau type d'avion présente de nombreux avantages par rapport aux avions conventionnels : économie de carburant et réduction du poids de la structure [3], réduction du bruit [4] et de l'impact sur l'environnement [5], augmentation de

la capacité d'emport. Ces améliorations potentielles ont été estimées en 2000 par le NASA Dryden Flight Research Center par rapport à la technologie disponible en 2015 [6], voir la figure (0.2).

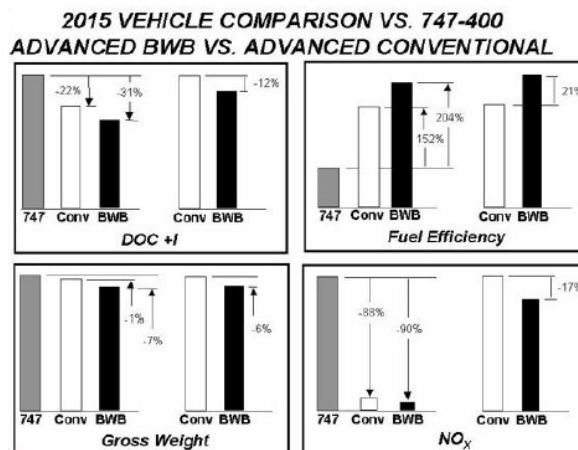


Figure 0-2 : Bénéfices potentiels du BWB par rapport aux avions conventionnels [6]

La littérature nous montre que la plupart des études réalisées sur ce nouveau type d'appareil, l'ont surtout été sur des gros porteurs. C'est pourquoi, au sein de la Chaire Industrielle Intégration du Design pour l'Efficacité des Avions (IDEA), en partenariat avec Bombardier et Pratt&Witney Canada, un design d'un BWB d'une capacité de 200 passagers a été développé. Le programme de recherche de l'unité se construit autour de trois axes principaux :

- Modélisation haute-fidélité
- Design conceptuel
- Concepts innovateurs

Quelques publications, développées plus loin dans la revue de littérature, s'intéressent à la stabilité d'un avion de type BWB soit pour un transport de grande capacité, soit pour un modèle réduit, mais il n'existe pas de publication traitant de la stabilité d'un BWB destiné au transport régional. Ainsi, dans ce mémoire sera présentée une analyse de la stabilité d'un BWB d'une capacité de 200 passagers, dont le design a été réalisé au sein de la Chaire IDEA. Dans le prochain chapitre sera exposée une revue de littérature sur le développement ainsi que les études de stabilité des avions de type BWB.

Objectifs

Il existe depuis quelques dizaines d'années quelques études, menées notamment par différentes universités, sur la conception d'avion à aile fusionnée. Plus récemment quelques études ont également investigué les problèmes de stabilité de ces nouveaux types d'avion. Cependant, ces études ont été menées sur des avions de très grande capacité (MOB) ou sur des avions de tailles réduites (KTH). C'est pourquoi l'objectif de notre étude est de réaliser le design conceptuel d'un BWB de 200 passagers, en y intégrant ses moteurs, destiné aux vols régionaux et d'en évaluer la stabilité statique et dynamique sur toute leur enveloppe de vol.

La plateforme de design conceptuel CEASIOM (Computerised Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimisation Methods) développée au sein du projet SimSAC (Simulating Aircraft Stability And Control Characteristics for Use in Conceptual Design) nous servira de support pour obtenir le modèle du BWB. L'ensemble des modules de cette plateforme de design utilisé dans notre étude de stabilité sera détaillé dans l'Annexe A de ce mémoire.

Cependant, cette plateforme présente le désavantage d'avoir été conçu pour des avions conventionnels, ce qui pose des problèmes pour l'étude de stabilité d'un avion comme le BWB. C'est pourquoi notre objectif est de vérifier la stabilité statique et dynamique de notre BWB, sans passer par le module SDSA de CEASIOM, en développant notre propre modèle de vérification de la stabilité.

Nous pouvons donc résumer notre méthodologie de la manière suivante :

- Réaliser le design conceptuel du BWB et du Boeing 747 sous l'environnement CEASIOM
- Choisir une approche pour le calcul des modes de stabilité et construire un modèle de vérification de stabilité
- Valider notre modèle à l'aide de résultats existants sur le B747
- Discuter sur la stabilité ou non stabilité du BWB en fonction des Flying Qualities Requirements et des réglementations JAR/FAR, OACI ou encore MIL

Organisation du mémoire

Le Chapitre 1 présente un rapide rappel de l'évolution historique du concept de l'aile volante. Les différentes études dont il est fait référence dans l'introduction y seront présentées ainsi que des travaux traitant des problèmes liés à l'absence d'empennage arrière sur les avions.

Le Chapitre 2 consiste à obtenir un modèle initial de BWB grâce aux outils développés en y intégrant ses surfaces de contrôles, ses supports de moteurs ainsi que ses moteurs. Le design du BWB est basé sur le concept d'aile volante et est donc obtenu sous l'environnement CEASIOM en se basant sur les caractéristiques géométriques d'une aile conventionnelle. L'enveloppe de vol et la mission de vol du BWB y seront également construites. La méthodologie classique de vérification de la stabilité, qui servira à la validation de notre méthode, y sera présentée ainsi que notre propre méthodologie.

Le Chapitre 3 est un chapitre explicatif des principes de stabilité statique et dynamique. Les différents modes de stabilité, aussi bien longitudinaux que latéraux, seront présentés. Ensuite, une présentation des Flying Qualities Requirements sera faite. Ce sont ces recommandations qui permettent de définir les différents niveaux de stabilité pour chaque type d'avion et pour chaque phase de vol.

Le Chapitre 4 aborde le sujet de la construction des matrices de stabilité suivant plusieurs méthodes (Nelson et Roskam). Afin de déterminer laquelle de ces méthodes sera utilisée, nous procéderons à un calcul de conditionnement des matrices de chaque méthode. Finalement, nous verrons le principe des approximations des matrices de stabilité.

Le Chapitre 5 est un chapitre de validation de la méthode de vérification de la stabilité que nous avons développée. La validation sera basée sur l'exemple du Boeing 747. Le design de l'avion sera validé à l'aide d'une validation des coefficients aérodynamiques obtenus. Les résultats de stabilité seront comparés à ceux trouvés dans la littérature en se basant sur les recommandations de l'OACI et des Flying Qualities Requirements.

Finalement, le Chapitre 6 permettra de vérifier la stabilité du BWB en la comparant à celle du B747 en se servant des résultats des modes de stabilité comme référence. Une étude de la réaction de l'appareil en cas de perte de l'un des deux moteurs sera également réalisée mais uniquement dans le cas statique.

CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE

Comme il a déjà été dit, le Blended Wing est un concept innovant du fait qu'il s'agisse d'un type d'avion sans empennage arrière et possédant un fuselage intégré. Ce fuselage intégré a pour but de remplir les mêmes fonctions que le fuselage et les ailes des avions conventionnels, c'est-à-dire le transport des passagers ainsi que la sustentation de l'appareil. Cette partie centrale doit également assurer le contrôle et la stabilité de l'avion. Ce concept d'avion à fuselage intégré a vu le jour dans les années 1980. En 1988, Richard Liebeck a traité ce sujet lors d'une étude menée par la NASA et McDonnell Douglas en collaboration avec des universités américaines [7-9]. Cependant, ce concept d'avion à fuselage intégré est basé sur un concept bien plus ancien, le concept d'aile volante.

1.1 Contexte historique

On retrouve les premières traces du concept d'aile volante lors de la Première Guerre Mondiale en 1917 avec le Stout Batwing développé par William Stout Bushnell. Par la suite, ce concept fut amélioré au fil des ans surtout dans le but de bénéficier aux militaires. En effet, c'est essentiellement le contexte des guerres (Deuxième Guerre Mondiale, Guerre Froide) qui permit l'évolution de ce concept : Horten Ho 229 côté allemand (1944), Northrop YB-49 (Deuxième Guerre Mondiale) et Northrop B-2 Spirit (Guerre Froide) côté américains. D'un simple planeur à ses débuts, ce concept a abouti en moins d'un siècle à l'un des avions bombardiers les plus performants au monde et dont le coût de fabrication dépasse le milliard de dollars, voir la figure (1.1). Il est à noter qu'une description plus approfondie de l'historique du concept d'aile volante est trouvable dans le mémoire de Martin Weil Brenner [10].

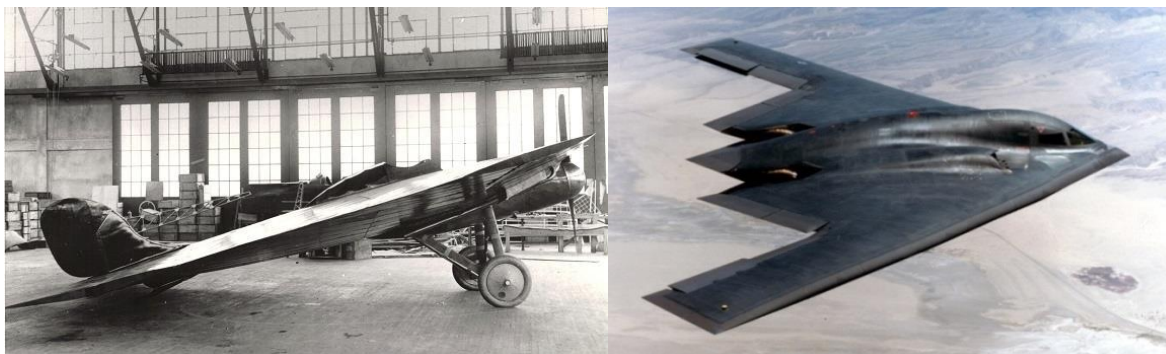


Figure 1-1 : Évolution du concept d'aile volante : du Stout Batwing (1917) au B-2 Spirit (1989)

1.2 Problèmes liés aux avions sans empennage arrière

Problèmes de stabilité longitudinale

Selon Jones [11], le problème principal de stabilité longitudinale est un problème de moment de tangage dû à une marge statique trop faible. Pour compenser cela, Donlan [12] et Northrop [13] recommande d'augmenter la flèche de l'avion. Cependant, Thorpe [14] explique que ce changement introduit un nouveau problème : le décrochage en bout d'aile qui aboutit à une perte de contrôle latérale. Donlan propose la solution de vriller l'aile et de réaliser des changements de section le long de l'aile. Thorpe propose un intervalle pour une marge statique efficace : entre 2 et 8%. En effet, si la marge statique est trop grande, les élévateurs ne seront pas assez puissants pour faire décoller l'avion et durant le vol des déflexions trop grandes de ces mêmes déflecteurs diminueront la performance de l'avion.

Au niveau de la dynamique, Wilkinson et *al* [15] montre que le mode Short Period possède des périodes plus courtes et moins d'amortissement que pour les avions conventionnels. De plus, le mode phugoïde est moins amorti que pour un avion conventionnel mais il s'agit d'un mode lent donc facilement contrôlable. Donlan [12] et Northrop [13] montrent tous les deux qu'une forme d'instabilité particulière peut voir le jour, le « tumbling ». Il s'agit d'une rotation continue de tangage autour de l'axe latéral de l'appareil. Même s'il s'agit d'un phénomène qui ne se produit que durant les essais en tunnel, ce phénomène peut poser de graves problèmes de stabilité. Ces essais montrent que le « tumbling » rend inefficace les surfaces de contrôle en cas d'instabilité.

Problèmes de stabilité latérale

Le problème principal de stabilité latérale est d'obtenir un coefficient C_{n_r} suffisamment grand surtout dans le cas où les surfaces verticales de contrôle sont réduites ou inexistantes. En effet, la taille du rudder joue un rôle primordial pour s'opposer au mouvement de lacet durant les manœuvres en roulis et pour équilibrer l'avion en cas de perte de moteur et de poussée asymétrique. Une solution serait de localiser les moteurs au bon endroit pour que les lignes de flux soient les plus proches du centre possible. Thorpe et Curtis [16] ont recensés les effets d'un passage d'un avion classique à un avion sans empennage arrière sur la stabilité latérale au niveau de différents coefficients aérodynamiques. Le tableau (1.1) montre leurs résultats

Tableau 1-1: Effets du passage à un avion sans empennage arrière

Valeur des coefficients	Conséquences
Faible C_{l_β}	Mode Spiral instable à haute vitesse
Grand C_{l_β}	Mode Dutch Roll instable à haute vitesse Faible C_{l_β} ou grand C_{n_β} et C_{y_β} nécessaires
Grand C_{n_r} et C_{y_β}	Mode Spiral instable à basse vitesse
Faible C_{n_r} et C_{y_β}	Mode Dutch Roll instable Faible C_{l_β} nécessaire

Il existe des exemples qui montrent le rôle joué par la taille du rudder au niveau de la stabilité latérale. Shepperd [17] a étudié les effets d'une réduction de 36% de la taille des rudders présents sur le GAL 56. Les résultats ont montré que les modes les plus affectés étaient les modes Dutch Roll et Spiral. Pour le mode dutch roll, à la fois la fréquence et le taux d'amortissement diminuent. Paul et Garrard [18] ont trouvés les mêmes types de résultats lorsqu'ils ont diminué la taille de l'empennage vertical du F16 de 20%. Esteban [19] résume l'ensemble de ces études en expliquant que sans surface verticale, le mouvement latéral sera instable

1.3 Études de conception d'avion de type BWB

Design conceptuel d'un BWB par la NASA et McDonnell Douglas

Comme il a été dit précédemment, le concept d'avion à aile fusionnée fut étudié à la fin des années 1980 notamment par Richard Liebeck, ingénieur chez McDonnell Douglas, en collaboration avec la NASA et plusieurs universités américaines [7-9]. Il s'agit de l'étude la plus complète sur le concept d'avion à aile fusionnée menée à ce jour. Plus précisément, il s'agit d'une étude sur la conception initiale d'un avion à fuselage intégré d'une capacité de 800 passagers pour le transport commercial de type Blended Wing Body. Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques de ce Blended Wing Body :

Tableau 1-2 : Caractéristiques du BWB étudié par Liebeck

Paramètres	Valeur
Envergure aile	85 m
Mach de design	0.85
Range	7000 Nm

Les résultats de ces études ont démontré une réduction possible de 15% de la masse maximale au décollage (MTOW) ainsi qu'une réduction de 28% de la consommation de carburant par siège [9], diminuant ainsi les coûts opérationnels. Malheureusement, des problèmes liés à la stabilité sont apparus dans ces études. Sur certains designs, une trop grande envergure rendait l'avion statiquement instable à cause d'une marge statique négative de -15% [9]. Le placement ainsi que la taille des surfaces de contrôle conduisaient à des problèmes de stabilité dynamique. Profitant de ces résultats, plusieurs autres études universitaires ont été menées par la suite sur le type d'avion BWB, voir la figure (1.2).



Figure 1-2 : Cranfield University BW11 Eagle Ray et NASA-Boeing X48-B

Cranfield University BW11 Eagle Ray

En 1998, des étudiants de l'université Cranfield réalise le design d'un BWB de très grande capacité, pouvant accueillir plus de 600 passagers. L'étude a été plus spécifiquement réalisée pour un vol de croisière à Mach 0.85 et une altitude de 11500 m [20]. Cependant, il est à noter que pour ce design, des facteurs humains, comme le nombre de fenêtres ou bien encore l'embarquement ou l'évacuation rapide des passagers selon les normes de sécurité, ont aussi été pris en considération. Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques de ce BW11 Eagle Ray :

Tableau 1-3 : Caractéristiques BW11 Eagle Ray

Paramètres	Valeur
Envergure aile	51.1 m
Surface aile	552.7 m ²
Mach croisière	0.8 – 0.85
Plafond de service	38000 ft
Poids maximum décollage	151160 kg

Design conceptuel d'un BWB par l'université de Tohoku

Au sein de l'université Tohoku, Pambagio et *al* [21] propose la conception d'un BWB d'environ 200 passagers, volant à une vitesse de croisière de Mach 0.8, et pouvant atteindre une distance franchissable de 2500 Nm. Le design des profils à l'aide d'une méthode de design inverse est le principal sujet de cette étude, l'objectif principal étant d'obtenir des distances de décollage/atterrissage plus faible que celles des avions conventionnels de taille identiques (Airbus A321 par exemple). Cependant, le côté analyse de stabilité n'a pas été traité dans cette étude, ce qui nous pousse à continuer à approfondir notre recherche sur ce sujet. Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques de ce BWB :

Tableau 1-4 : Caractéristiques BWB Université Tohoku [21]

Paramètres	Valeur
Envergure aile	50 m
Longueur	31 m
Surface aile	325 m ²
Mach croisière	0.8
Distance franchissable	2500 Nm
Poids maximum décollage	89450 kg

SAX-40

En ce qui concerne la réduction du niveau sonore des avions, les universités de Cambridge et du MIT ont créé en 2006, au sein de la Silent Aircraft Initiative [22], le design conceptuel du SAX ("Silent Aircraft eXperimental"). Cet avion, de 215 passagers, présente une diminution de 23% de consommation de fuel ainsi qu'une réduction significative (25 dB) du niveau sonore [23] notamment grâce à des moteurs ayant un très haut bypass ratio (12). Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques de ce BWB :

Tableau 1-5 : Caractéristiques SAX-40 [23]

Paramètres	Valeur
Envergure aile	67.5 m
Range	5000 Nm
Mach croisière	0.8
Poids maximum décollage	151000 kg

NASA-Boeing X48-B

Finalement, la NASA a mis en point vers la fin des années 2000, en collaboration avec Boeing et l'université Cranfield, un avion expérimental de type BWB de petites dimensions afin de réaliser

des essais en vol pour les avions de type aile volante à fuselage intégré comme le BWB. Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques du X48-B :

Tableau 1-6 : Caractéristiques X48-B

Paramètres	Valeur
Envergure aile	6.22 m
Surface aile	9.34 m ²
Aspect ratio	4.1
Vitesse maximum	219 km/h
Plafond de service	10000 ft
Poids à vide	227 kg

Les précédentes études recensées ne parlent que peu voire pas du tout de stabilité. Elles montrent plutôt l'évolution des méthodes de conception de design de BWB. Sachant que ce mémoire porte sur l'étude de stabilité d'un BWB de 200 passagers, il nous faut regarder différentes études propres à l'analyse statique et/ou dynamique des avions de type BWB.

1.4 Études de stabilité

MOB BWB

En 2002, l'Union Européenne fonde le Sixth Framework Programme (FP6). Il s'agit d'un programme de financement créé en vue de soutenir et d'encourager la recherche européenne à des fins de soutien à la compétitivité de l'industrie. Dans le cadre de ce projet, est créé en 2004 le Multidisciplinary Design and Optimisation for Blended Wing Body (MOB) [24] dans le but d'obtenir un design complet de BWB à partir d'un prototype de base, voir la figure (1.3). Le tableau suivant présente certaines des principales caractéristiques de ce BWB :

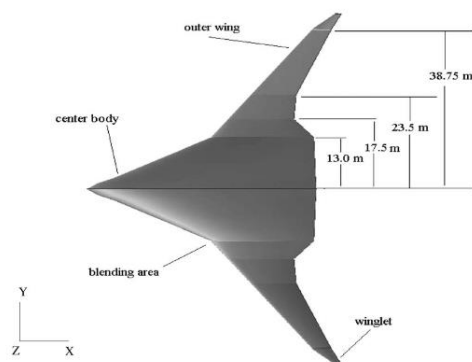


Figure 1-3 : Configuration MOB BWB [2]

Tableau 1-7 : Caractéristiques MOB BWB [2]

Paramètres	Valeur
Envergure aile	80 m
Surface aile	841.7 m ²
MAC	16 m
Hauteur	12.31 m
Masse	371280 kg
Mach croisière	0.85
Altitude	11500 m

C'est sur la configuration MOB que s'appuie l'étude menée par Rahman et Whidborne, de l'université de Cranfield, pour analyser et réaliser le design d'un système de contrôle de vol dans la direction latérale. Il est à noter que la configuration MOB ne possède pas de surface verticale de contrôle mais plutôt des winglets de petites dimensions équipés de rudders [25], voir la figure (1.4).

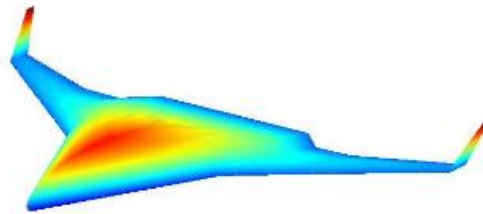


Figure 1-4 : MOB Configuration 1 [25]

Liebeck [8] affirment que les avions de type BWB possèdent des performances aérodynamique supérieures aux avions conventionnels, notamment lors des phases de croisière. S'appuyant sur ces travaux, ils ont muni le bord de fuite de leur appareil de différentes surfaces de contrôle, comme le montre la figure (1.5).

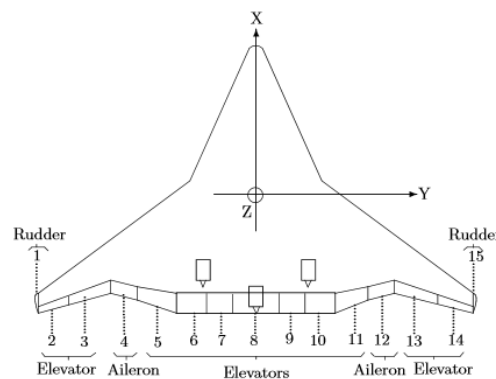


Figure 1-5 : Control Allocation on the BWB Tailless Aircraft [25]

Ils se sont notamment intéressés au cas de la stabilité dynamique latérale où l'un des 3 moteurs venait à ne plus fonctionner (« One engine out »). Les résultats montrent, voir la figure (1.6), qu'à des vitesses peu élevées (en dessous de 200 KTAS) et avec de grands espacements entre les différents moteurs, les rudders installés sur les winglets ne sont pas suffisants pour assurer une stabilité latérale.

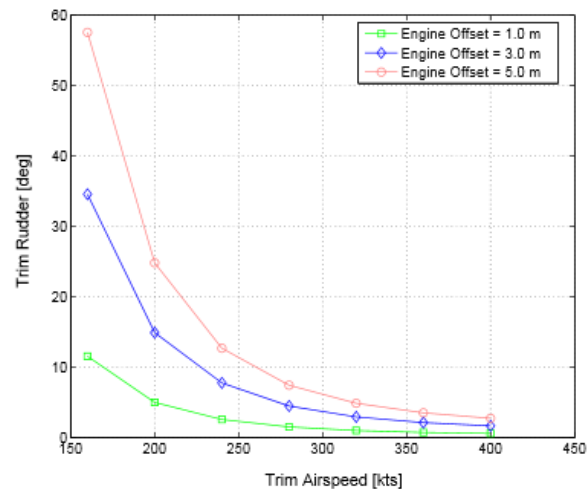


Figure 1-6 : MOB Config 1 – Trim Rudder – Asymmetric thrust [25]

La solution proposée a été de remplacer les rudders sur les winglets par des rudders placés à proximité des moteurs, comme le montre la figure (1.7). Ces nouveaux rudders permettent d'assurer une meilleure stabilité au niveau du lacet dans le cas d'une poussée asymétrique. Cependant, l'ajout de ces rudders augmente également le drag du profil ainsi que la masse de l'appareil.

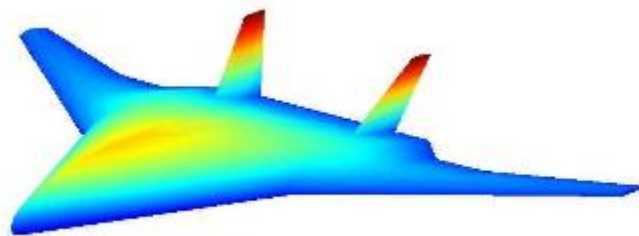


Figure 1-7 : MOB Configuration 2 [25]

Une analyse linéaire de la stabilité dynamique latérale a été effectuée en se basant sur les travaux de Cook [26]. Rahman et Whidborne se sont notamment intéressés au mode Dutch-Roll, le mode le plus critique en ce qui concerne la stabilité dynamique latérale. Les résultats de l'oscillation et

de facteur d'amortissement du mode Dutch Roll, figure (1.8), montrent qu'une boucle FCS (Feedback Control Systems) est nécessaire pour assurer la stabilité dynamique latérale du BWB.

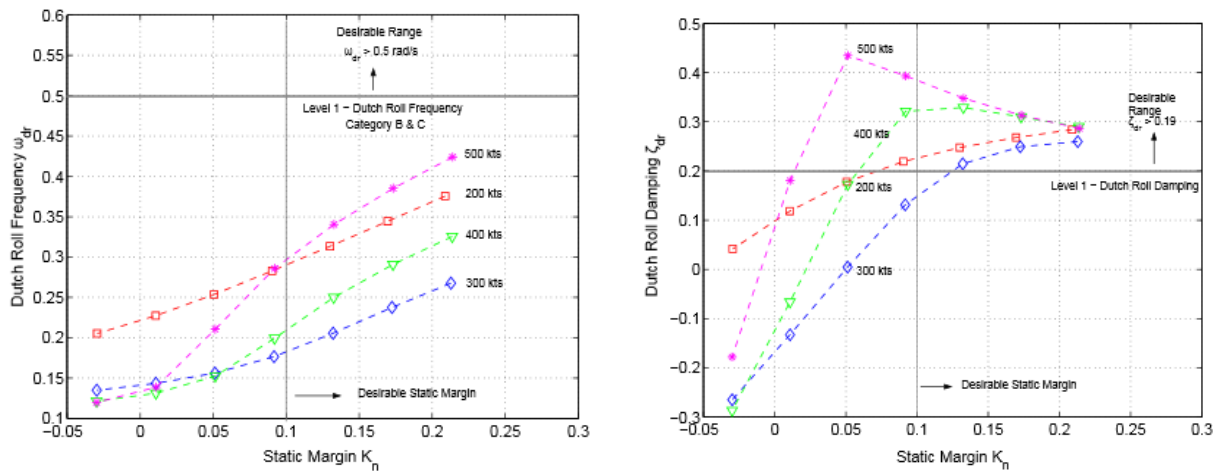


Figure 1-8 : Dutch Roll Frequency et Dutch Roll Damping [25]

Royal Institute of Technology (KTH)

Plus récemment, en 2014, Roberto Merino Martinez, étudiant en maîtrise au Royal Institute of Technology de Stockholm, a travaillé sur le design et l'analyse du contrôle et de la stabilité d'un avion de type Blended Wing Body [27]. Pour le design de la ligne de base de la géométrie de son BWB, Merino Martinez s'est basé sur la géométrie du ELSA BWB. Cette géométrie a pour origine un modèle préliminaire désigné par Carlsson [28], en 2002, dans le but d'analyser le comportement aéroélastique d'un BWB pour des tests en soufflerie. Il était équipé de surfaces de contrôle, gérées électroniquement, afin d'étudier à la fois la stabilité statique et dynamique. Par la suite, un modèle réduit a été fabriqué et nommé ELSA BWB afin de réaliser des tests en vol.

Utilisant la plateforme de design CEASIOM (Computerized Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimization Methods) notamment pour les calculs aérodynamiques et de stabilité, il a toutefois utilisé pour son design un programme de définition de données destiné pour le système de transport aérien développé et utilisé par DLR, et nommé CPACS (Common Parametric Aircraft Configuration Schema). CPACS permet d'échanger des informations entre différents programmes utilisés. En effet, le module non modifié de CEASIOM permettant de créer le design conceptuel de l'avion n'accepte que les designs d'avions conventionnels, ce qui n'est pas le cas avec le BWB.

Le profil des ailes, le fuselage, les surfaces de contrôle ainsi que les moteurs sont créés à l'aide de CPACS. La géométrie est finalement raffinée à l'aide de SUMO, un module de CEASIOM, et de Matlab. La figure (1.9) montre la géométrie finale obtenue. Les moteurs, à l'origine 2 CFM56 puis redimensionnés à la taille du présent BWB, sont positionnés de la manière indiquée au tableau (1.8). Le tableau (1.9) montre les différentes caractéristiques de ce BWB.

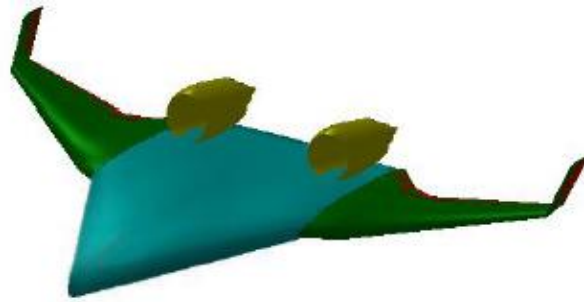


Figure 1-9 : Géométrie du BWB avec moteurs [27]

Tableau 1-8 : Caractéristiques moteurs [27]

Paramètres	Valeur
X_{engine}	1.4 m
% corde principale	80 %
Y_{engine}	± 0.291 m
% $\frac{1}{2}$ envergure	18.8 %
Diamètre maximum	0.22 m
Longueur	0.461 m
Poussée (chacun)	45 N

Tableau 1-9 : Caractéristiques géométriques BWB [27]

Paramètres	Valeur
Envergure	3.095 m
Surface aile	1.5164 m ²
MAC	0.961 m
Longueur	1.747 m
Hauteur	0.326 m
MTOW	22.5 kg
Angle dièdre	5°

Des calculs aérodynamiques ont d'abord été réalisés afin de vérifier la stabilité statique de l'avion. Une simulation a donc été réalisée sous le programme Tornado pour un angle d'attaque de 2° et une vitesse de 40 m/s. Avec les différents coefficients calculés et les principes de la

stabilité statique qui seront détaillés plus loin dans ce mémoire, il a été prouvé que cet avion était stable statiquement, voir le tableau (1.10). De plus, la marge statique de 10 % assure elle aussi une stabilité statique.

Tableau 1-10 : Dérivées de stabilité pour les différents mouvements du BWB [27]

Mouvement	Paramètre	Condition à respecter	Valeur
Longitudinal	C_{m_α}	< 0	-0.1139 rad^{-1}
Latéral	C_{l_β}	< 0	-0.1089 rad^{-1}
Directionnel	C_{n_β}	> 0	0.0379 rad^{-1}

Une analyse pour la vérification de la stabilité dynamique a ensuite été effectuée à l'aide du module SDSA de CEASIOM. Cette analyse a été réalisée pour des altitudes allant de 0 à 5000 m, avec un pas de 1000 m, et des vitesses allant de 20 m/s à 120 m/s, avec un pas de 20 m/s. Les recommandations données par l'OACI [29] servent de référence pour vérifier si les différents modes sont dynamiquement stables ou non. Un exemple de résultat de SDSA est donné à la figure (1.10). L'analyse de stabilité montre la stabilité aussi bien latérale que longitudinale du BWB. Une optimisation de la taille des surfaces de contrôle tout en assurant une stabilité statique et dynamique a alors été faite. L'importance de la présence de rudders et winglets est bien montrée ici puisque le même design du BWB mais cette fois-ci sans ces surfaces de contrôle aboutissent à une instabilité latérale à cause du mode Dutch Roll.

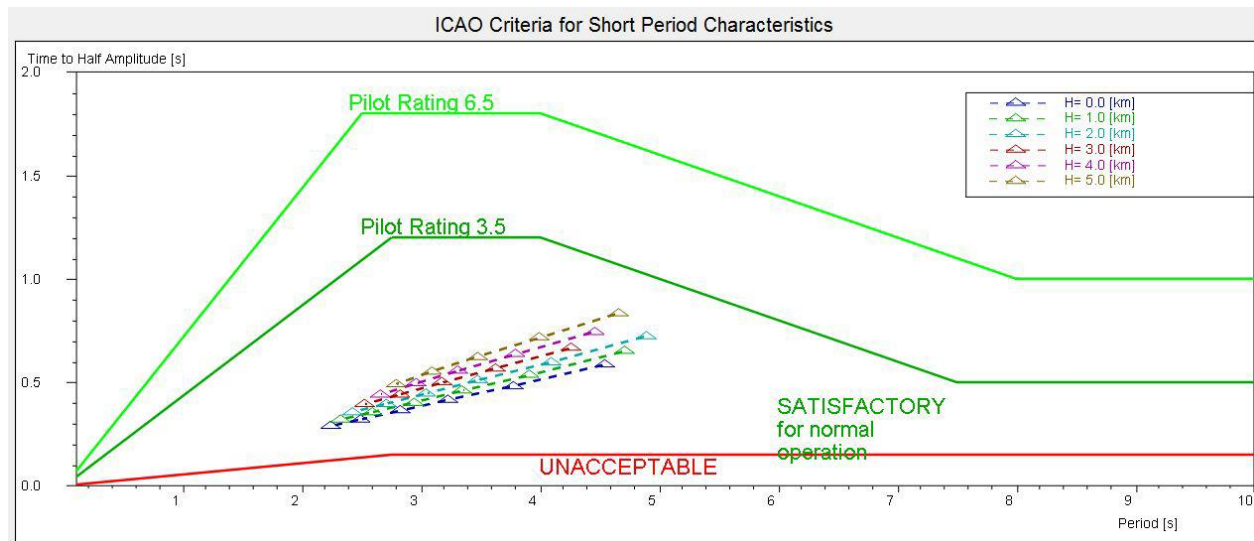


Figure 1-10 : Résultats SDSA pour le mode Short-Period [27]

CHAPITRE 2 MISE EN PLACE DU MODÈLE DU BWB

Avant la mise en place des moteurs ainsi que de leurs supports, il est nécessaire de s'intéresser tout d'abord aux travaux déjà réalisés au sein de la Chaire IDEA. Dans un premier temps, Martin Weil Brenner a développé une méthode complète de conception préliminaire pour des avions de type BWB [10]. Son objectif était d'obtenir une esquisse initiale d'un BWB basée sur une paramétrisation géométrique à l'aide d'un processus d'optimisation multidisciplinaire, voir la figure (2.1). Il s'est également intéressé à l'amélioration de la stabilité statique de l'appareil grâce à une optimisation moyenne-fidélité basée sur les équations d'Euler.

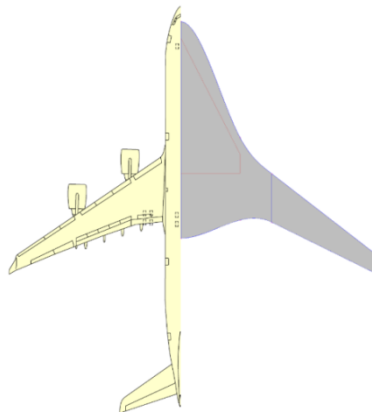


Figure 2-1 : Comparaison vue en plan du A340-600 avec modèle final optimisé [10]

Par la suite, un autre étudiant de la Chaire IDEA, Sami Ammar, s'est lui intéressé à une analyse de performance complète de l'avion grâce à la mise en place d'un processus d'optimisation multidisciplinaire sous les logiciels Isight [30] et CEASIOM, sous plusieurs contraintes recensées au tableau (2.1). Son objectif était d'obtenir un modèle de BWB optimisé à la fois en masse et en finesse. Une analyse de la stabilité statique et dynamique a été réalisée pour les conditions de croisière.

Tableau 2-1 : Contraintes d'optimisation utilisées [30]

Contrainte	Valeur
Nombre de passagers	200
Marge statique	> 5%
BFL	< 2300 m
Distance franchissable	4360 km
Envergure	< 85 m
Plafond de service	10668 m

2.1 Installation des moteurs et mise en place des surfaces de contrôle

Comme il a été dit plus haut, des calculs de stabilité statique et dynamique ont été réalisés pour des conditions de vol de croisière et sans l'ajout des moteurs. Afin de réaliser l'étude de stabilité la plus précise possible, il est nécessaire d'intégrer les moteurs du BWB ainsi que leurs supports. Il faut également ajouter au design de base l'ensemble des surfaces de contrôle qui pourront améliorer la stabilité de l'appareil. La figure suivante montre le design du BWB sans moteur ni surface de contrôle.

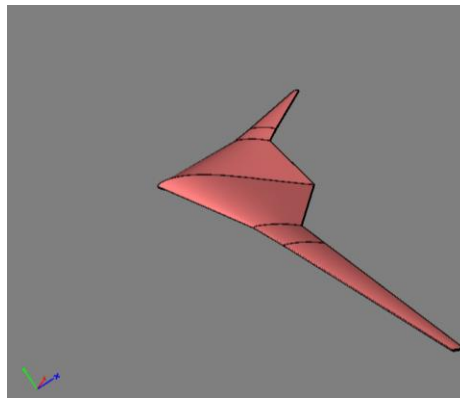


Figure 2-2 : Design initial du BWB

2.1.1 Choix du moteur

Cette étude doit être menée sur un BWB possédant les mêmes spécificités que les Airbus A320, c'est-à-dire des vols moyens courriers pour environ 200 passagers. Il est donc normal d'équiper le BWB avec les mêmes moteurs que ceux du A320. Les Airbus A320 sont équipés de moteurs CFM56-5B4, dont la coupe transversale est représentée à la figure (2.3). Il s'agit de turboréacteurs à fort taux de dilution, parmi les plus utilisés au monde.

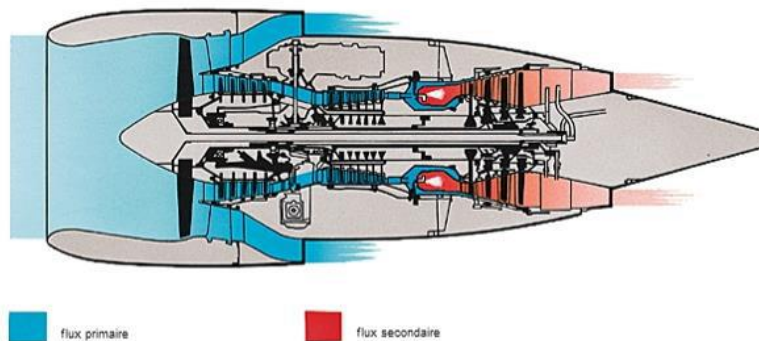


Figure 2-3 : Coupe transversale du moteur CFM56-5B4

La connaissance de la poussée maximale de ces types de moteurs est importante car elle nous servira plus tard lors de la recherche des conditions d'équilibre. En effet, cette poussée maximale représente une contrainte pour le calcul de stabilité. Chaque moteur possède une poussée maximale de 120000N (27000 lbf) [31]. L'analyse de l'ensemble des conditions d'équilibre montre que la poussée moyenne requise pour garantir un équilibre statique est de 21500N, soit 18% de la poussée maximale théorique. Les poussées minimale et maximale atteintes sont quant à elles respectivement de 8000N, soit 7% de la poussée maximale théorique, et de 59500N, soit 50% de la poussée maximale théorique. Il est à noter que les phases de vol plus particulières que sont le décollage et l'atterrissage ne sont pas examinées dans cette étude. Or ces phases de vol sont celles qui demandent aux moteurs le plus de poussée. C'est pourquoi la valeur maximale de poussée obtenue ne dépasse pas les 50% de la poussée maximale théorique. En ce qui concerne la poussée moyenne des moteurs, celle-ci est estimée entre 20 et 25% de la poussée maximale théorique, ce qui est assez proche des résultats trouvés.

2.1.2 Position du moteur

Après avoir choisi le type de moteur à installer, il est nécessaire de s'intéresser au positionnement du moteur. Trois variables définissent le positionnement de ce moteur : la position en profondeur, la position en largeur et la position en hauteur. Les différentes contraintes ainsi que les différents désavantages de chaque position doivent être étudiés. Tout d'abord, il existe la contrainte de position de la cabine des passagers qui est couplée avec des normes de sécurité. En effet, comme le montre Eliasson et al, la longueur de la cabine représente environ 60% de la longueur de la corde principale [32], voir la figure (2.4). De plus, les normes en vigueur interdisent le positionnement des moteurs au niveau de la cabine des passagers en raison des problèmes éventuels de bris de moteur ou de vibrations. Ainsi, les moteurs devront être placés à une longueur d'au moins 60% de la corde principale.

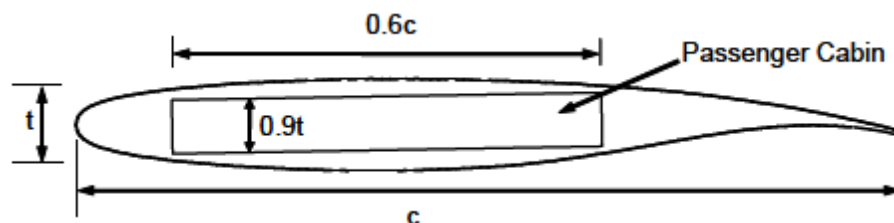


Figure 2-4 : Positionnement de la cabine suivant le profil de l'aile [32]

La hauteur du moteur peut poser différents problèmes. Si le moteur est placé trop bas, il peut se créer un choc sur la surface de l'aile et s'il est placé trop haut, l'appareil peut avoir des difficultés à décoller à cause d'un moment de tangage pas assez compensé. Afin de connaître avec plus de précision la position optimale de l'emplacement des moteurs, des études CFD préliminaires ont été menées au sein de la Chaire IDEA. Plusieurs configurations ont été testées en considérant 5 positions, 2 suivant la corde (60 % et 75 % de la corde principale) et 3 suivant l'envergure (6 %, 12 % et 18 % de la demi-envergure), ainsi que 2 hauteurs de pylône, 1.5 m et 3 m. Les calculs CFD ont été réalisés pour un Mach de 0.8 en utilisant le modèle Spalart-Allmaras avec un maillage de 7 millions de cellules. Les résultats montrent qu'un moteur installé à 75 % suivant la corde et à 1.5 m de hauteur permet d'obtenir les plus faibles coefficients de traînée. Des résultats équivalents en termes de C_D sont obtenus pour les positions à 6 et 12 % de l'envergure. Cependant, un positionnement trop proche des moteurs pourraient entraîner des chocs plus importants entre les deux moteurs. Il est aussi à noter que plus les moteurs sont éloignés du centre de l'appareil, plus la stabilité latérale est difficile à garantir, surtout dans le cas de la perte d'un des moteurs. C'est pourquoi il a été décidé d'installer les moteurs suivant la configuration montrée au tableau (2.2). La figure (2.5) montre cette intégration moteur dans le module AcBuilder de CEASIOM.

Tableau 2-2 : Positionnement du moteur

Position en	Valeur
Profondeur	75 % de la corde principale
Largeur	12 % de la demi-envergure
Hauteur	1.5 m

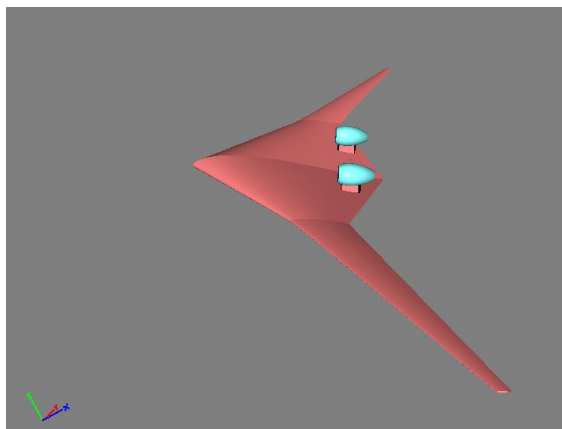


Figure 2-5 : Intégration moteur sous CEASIOM

2.1.3 Surface de contrôle

Au début de cette étude, le design du BWB réalisé au sein de la Chaire IDEA ne possédait pas de surface de contrôle. Or, le but de notre étude étant de vérifier sa stabilité, il est nécessaire de lui ajouter des surfaces de contrôle. En effet, ce sont ces surfaces qui permettent d'améliorer la stabilité de l'avion. Il existe plusieurs types de surface de contrôle et chacune possède sa propre utilité.

2.1.3.1 Ailerons

Les ailerons sont des gouvernes aérodynamiques qui permettent de produire un mouvement de roulis dans le but soit de réaliser une rotation en roulis, soit de maintenir l'équilibre en roulis. Le principe de ces types de gouvernes est de modifier la distribution de portance le long de l'envergure. Ces gouvernes sont très souvent situées en bout d'aile dans le but d'augmenter leur effet. Le mouvement de roulis est possible du fait que lorsque la gouverne d'un bord se déplace dans un sens, celle de l'autre bord se déplace dans le sens inverse. La figure (2.6) montre comment les ailerons ont été intégrés au design du BWB.

2.1.3.2 Élévateurs

Les élévateurs correspondent à la partie mobile du stabilisateur horizontal de l'appareil. Celui-ci génère une force vers le bas qui s'oppose au mouvement vers le haut de l'avion créé par la portance. Il sert aussi à compenser les effets de la poussée des moteurs qui peuvent créer des moments de tangage. L'élévateur sert donc à améliorer la stabilité en tangage de l'appareil en modifiant les effets du stabilisateur horizontal. Cependant un avion de type Blended Wing Body ne possède pas de stabilisateur horizontal car il ne possède pas de queue. Il faut donc les installer directement sur le fuselage central du BWB. Les élévateurs du BWB étudié sont donc placés juste derrière les moteurs, comme le montre la figure (2.6).

2.1.3.3 Flaps

Les flaps sont des dispositifs qui permettent de modifier la portance d'une aile. Lorsqu'ils se déploient, ils diminuent la vitesse de décrochage et augmentent la traînée. Ainsi, grâce à eux, l'avion peut voler à plus basse vitesse avec des angles de montée et descente plus importants, ce qui permet de réduire les distances de décollage et d'atterrissage.

2.1.3.4 Rudders

Le rudder est une surface de contrôle directionnelle qui se situe la plupart du temps sur le stabilisateur vertical. Il permet de contrôler le mouvement de lacet et joue donc un rôle important pour la stabilité latérale de l'appareil. Il est possible d'augmenter l'efficacité des rudders en contrôlant simultanément la position des ailerons. Cependant, une mauvaise utilisation des rudders, notamment à basse vitesse, peut entraîner une chute en vrille. Il permet également de contrer l'effet de mouvement de lacet dans le cas d'une poussée asymétrique, comme dans le cas d'une perte de l'un des moteurs.

Cependant, le BWB du design étudié ici ne possède pas de stabilisateur vertical. Les seules surfaces verticales présentes sont les supports des moteurs. Il faut donc placer les rudders du BWB sur ces supports comme le montre la figure (2.6).

2.1.3.5 Slats

Les slats sont des extensions situées en avant de l'aile. Ils servent, un peu à l'image des flaps, à réduire la vitesse de décrochage. Ils peuvent être soit totalement fixes, soit posséder une partie rétractable et une partie fixe. Dans le cas des slats rétractables, ils sont sortis durant les phases de décollage et d'atterrissage, afin d'éviter le décrochage, et rentrés durant la phase de croisière. La figure (2.6) montre comment les slats ont été intégrés au design du BWB sous CEASIOM. Cependant, ils n'apportent aucun avantage au niveau de la stabilité. Ils ne seront pas repris dans notre géométrie de BWB sous Tornado, voir figure (2.7).

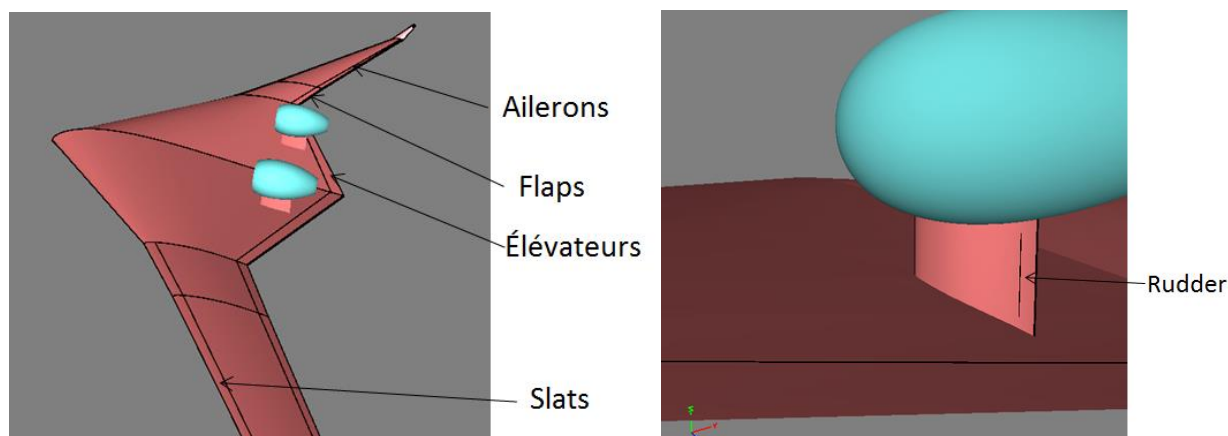


Figure 2-6 : Géométrie du BWB avec ses surfaces de contrôle sous AcBuilder

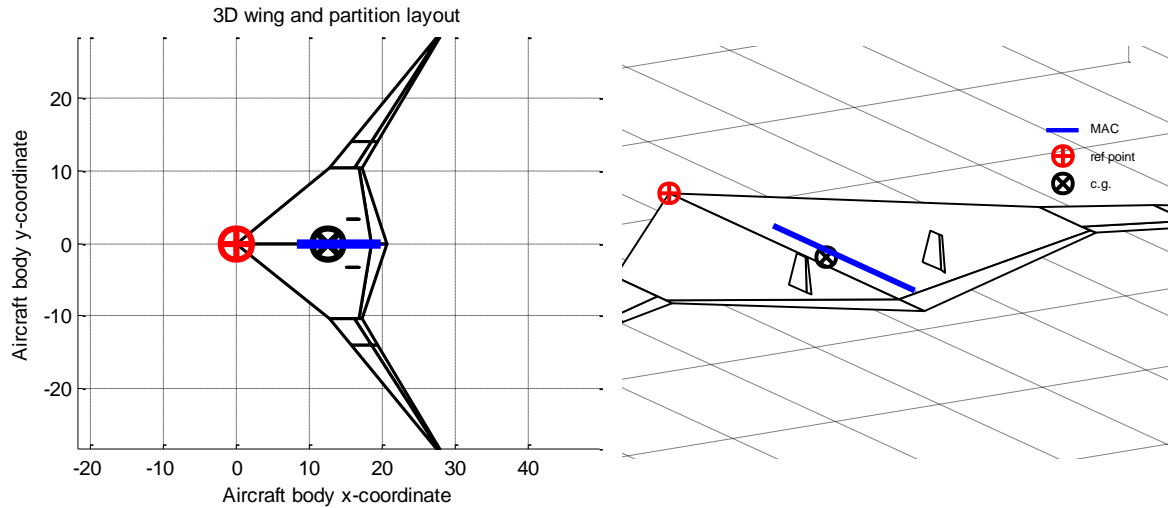


Figure 2-7 : Géométrie du BWB avec ses surfaces de contrôle sous Tornado

2.2 Enveloppe et mission de vol

Maintenant que le design du Blended Wing Body, avec ses surfaces de contrôle ainsi que ses moteurs, a été créé, il faut désormais se consacrer à définir des limites d'étude pour nos calculs de stabilité. Pour cela, l'enveloppe de vol du BWB est définie, tout comme sa mission de vol. En effet, un avion en service possède certaines limitations, que ce soit en altitude ou en vitesse, que le pilote ne doit pas dépasser afin d'assurer la sécurité physique de ses passagers ou structurelle de son avion.

2.2.1 Enveloppe de vol

Chaque type d'avion possède ses propres conditions de vol définies par des considérations telles que l'aérodynamique ou le mode de propulsion. Ainsi, les combinaisons de vitesses, altitudes, poids et les phases de vol (décollage, atterrissage, croisière) définissent l'ensemble des conditions de vol de tous les avions. Ces conditions de vol sont limitées par des considérations soit techniques, soit structurelles. L'ensemble de ces frontières définissent ce que l'on appelle l'enveloppe de vol ou encore le domaine de vol. L'intérieur de cette enveloppe correspond à la zone sûre de vol pour l'avion.

Il existe différentes façon de représenter cette enveloppe de vol. Il y a d'abord le cas où le facteur de charge n et la vitesse (ou nombre de Mach) sont les deux critères de limitations. Le facteur de

charge, qui dépend de la portance et du poids de l'appareil comme le montre l'équation (2.1), est un facteur adimensionnel.

$$n = \frac{L}{W} \quad (2.1)$$

L'autre méthode de représentation de l'enveloppe de vol utilise également la vitesse (ou nombre de Mach) mais le facteur de charge est lui remplacé par l'altitude. Cette méthode sera utilisée dans cette étude. En effet, pour chaque point de vol compris dans cette enveloppe, les conditions d'équilibre seront recherchées en fonction de l'altitude et de la vitesse. Les figures (2.8) et (2.9) montrent ces deux méthodes de représentation de l'enveloppe de vol.

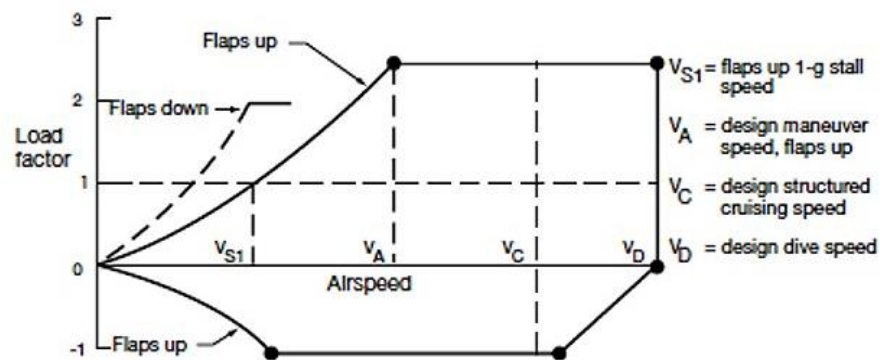


Figure 2-8 : Facteur de charge vs vitesse

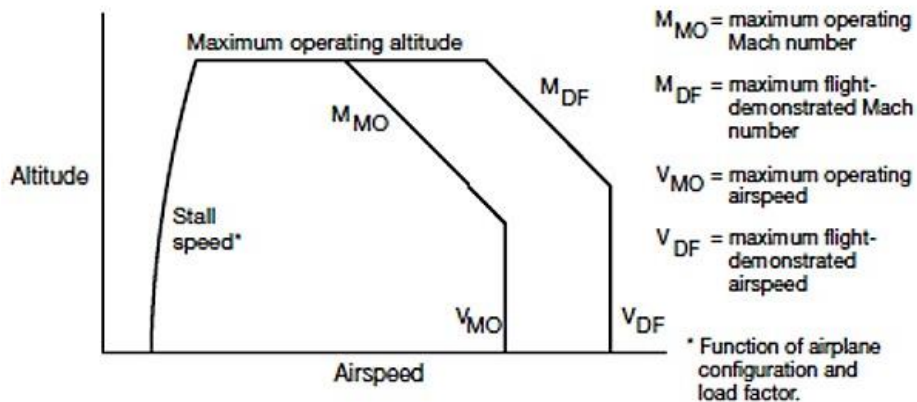


Figure 2-9 : Altitude vs vitesse

Afin de construire cette enveloppe de vol pour le BWB, il est nécessaire de connaître les différentes vitesses qui limitent le domaine de vol de cet avion. Elles sont au nombre de trois. Il y a la vitesse de décrochage (« Stall Speed »), la MMO (maximum operating Mach number) et la VMO (maximum operating airspeed). La MMO et la VMO sont des limitations de vitesses indiquées par les concepteurs d'avion. A partir de ces vitesses, il est fortement déconseillé

d'utiliser les différentes surfaces de contrôle de l'appareil à cause de risques de dommages sur la structure de l'avion. En effet, même si la vitesse de l'appareil est inférieure à Mach 1, il est tout à fait possible que localement cette vitesse dépasse celle du son, ce qui entraîne la formation de légères ondes de choc sur la structure. Si l'avion n'est pas conçu pour voler à de telles vitesses, ces ondes de choc peuvent faire décrocher l'aile, ou bien encore rendre les surfaces de contrôle totalement inefficaces.

Cependant, du fait que le Blended Wing Body ne soit pas encore conçu, la plupart de ces vitesses définissant l'enveloppe de vol ne sont pas connues. En fait, seul la vitesse de décrochage peut être connue puisque c'est la seule qui repose sur des calculs aérodynamiques. Selon Raymer [33], la vitesse de décrochage d'un avion peut être approchée de la manière suivante :

$$V_{Stall} = \sqrt{\frac{2*W}{S*\rho*C_{Lmax}}} \quad (2.2)$$

où

$$C_{Lmax} = 0.9 * \cos \Delta_{0.25C} * C_{lmax} \quad (2.3)$$

A l'aide de Tornado, il est possible de déterminer le C_{lmax} qui correspond au coefficient local de portance maximale de l'aile le long de l'envergure. La figure (2.10) montre le calcul du C_{lmax} réalisé sous Tornado. Selon le design du BWB, la flèche moyenne au $\frac{1}{4}$ d'aile, $\Delta_{0.25C}$, est d'environ 40° , la masse de l'avion est de 74000 kg et la surface de 348.7 m². On trouve ainsi un coefficient de portance maximale, C_{Lmax} , de 1,55. Les coefficients de portance maximale des avions conventionnels utilisant des flaps se situent généralement entre 1,5 et 2.

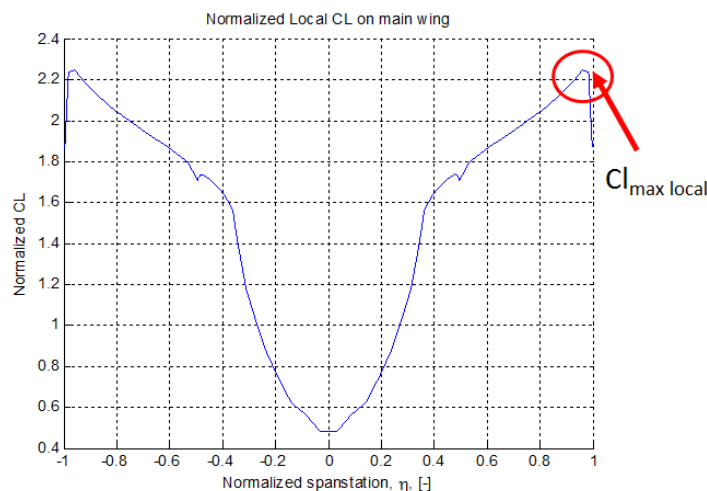


Figure 2-10 : Détermination du C_{lmax} pour à Mach 0.8 et angle d'attaque de 0°

La vitesse de décrochage est alors uniquement fonction de la masse volumique qui dépend de l'altitude. Il est possible de calculer l'évolution de la masse volumique uniquement à partir du modèle ISA (atmosphère normalisée), qui ne prend pas en compte les variations de la température et de la pression dans les calculs. Cependant, pour plus de précision, un modèle non normalisé sera utilisé. Dans ce modèle, la température descend de manière constante de 15°C au niveau du sol jusqu'à -56.5°C à 11 km d'altitude. La masse volumique est calculée de la manière suivante :

$$\begin{cases} T_{std}(h) = T_0 - 0.0019812 * h & \text{si } h < 36089 \text{ ft} \\ T_{std}(h) = -56.5 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\theta(h) = \frac{Temp(h)}{(T_0 + 273.15)} \quad (2.5)$$

$$\delta(h) = (1 - h * 6.87535 * 10^{-6})^{5.2559} \quad (2.6)$$

$$\rho(h) = \frac{\delta(h)}{\theta(h)} * \rho_0 \quad (2.7)$$

Il est alors possible de tracer l'évolution de la vitesse de décrochage en fonction de l'altitude :

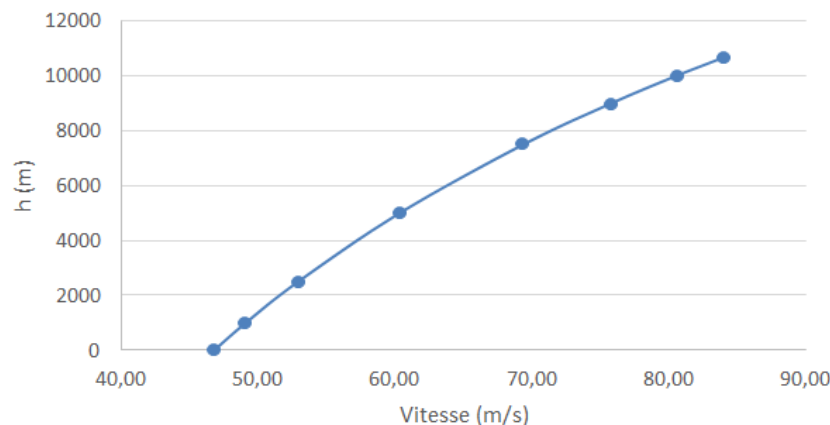


Figure 2-11 : Évolution de la vitesse de décrochage en fonction de l'altitude

En ce qui concerne les autres vitesses définissant l'enveloppe de vol, il est proposé d'utiliser les données de l'Airbus A320. En effet, le BWB doit remplir les mêmes objectifs que l'Airbus A320 en termes de performances. Le tableau suivant donne les caractéristiques de l'A230 :

Tableau 2-3 : Vitesses caractéristiques de l'A320

Vitesse	Valeur
VMO	350 KIAS
MMO	Mach 0.82

Il reste toutefois à transformer la vitesse KIAS en une vitesse KTAS. En effet, il existe quatre types de vitesse. La première est la vitesse KIAS, pour Knots Indicated Airspeed, qui correspond à la vitesse lue directement sur les instruments de bord. La seconde vitesse est la vitesse KCAS, pour Knots Calibrated Airspeed. Il s'agit de la vitesse KIAS corrigée des erreurs de position et d'instrument. Dans cette étude, les vitesses KIAS et KCAS seront les mêmes. Ensuite, la vitesse KCAS est corrigée des effets de compressibilité pour donner la vitesse KEAS, pour Knots Equivalent Airspeed. Finalement, la dernière prend en compte les effets des changements de densité de l'air. Il s'agit de la vitesse réelle de l'appareil par rapport à l'air qui l'entoure. Elle est nommée KTAS, pour Knots True Airspeed. Raymer donne les formules qui permettent de passer de la vitesse KIAS à la KTAS [5] :

$$KIAS \cong KCAS \quad (2.8)$$

$$KEAS = KCAS * \sqrt{P/P_0} * \left[\frac{(q_c/P+1)^{0.286}-1}{(q_c/P_0+1)^{0.286}-1} \right]^{0.5} \quad (2.9)$$

$$KTAS = KEAS / \sqrt{\rho/\rho_0} \quad (2.10)$$

où

$$q_c = P * ([1 + 0.2 * M^2]^{3.5} - 1) \quad (2.11)$$

Après avoir transformé les vitesses, il est possible d'obtenir l'enveloppe de vol, basée en partie sur les données de l'Airbus A320 et du BWB étudié ici. Il est à noter que le nombre de Mach a été choisi comme variable, à la place de la vitesse, afin de faciliter les calculs de stabilité ainsi que la génération de l'ensemble des tables des coefficients aérodynamiques. La figure (2.12) représente cette enveloppe de vol. Afin de vérifier la stabilité de l'appareil sous n'importe quelle condition de vol incluse dans l'enveloppe de vol du BWB, un ensemble de points de vol a été généré de manière aléatoire, comme le montre la figure (2.13).

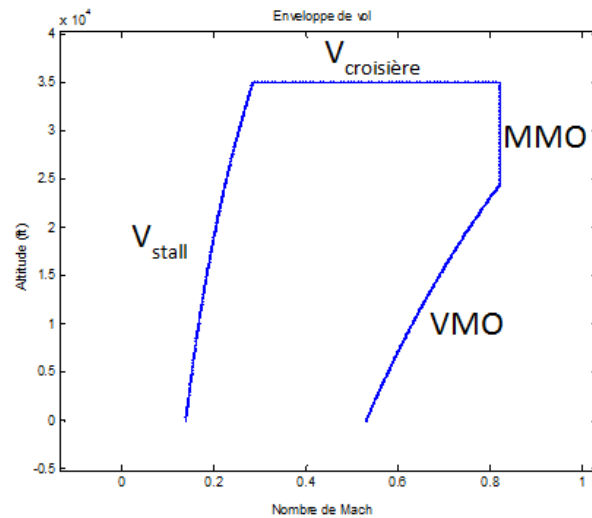


Figure 2-12 : Enveloppe de vol du BWB étudié

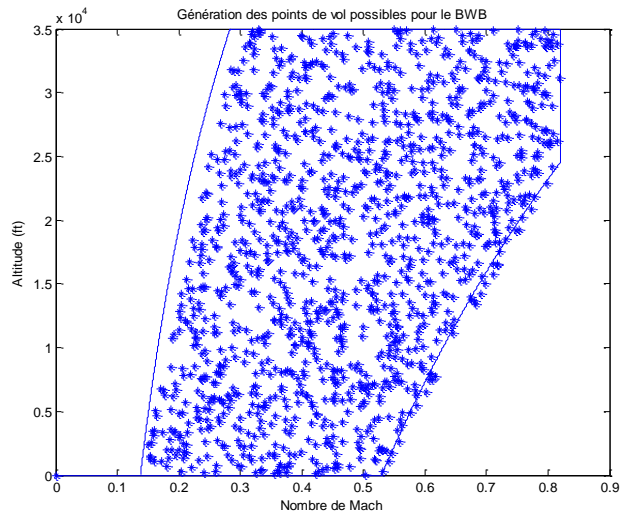


Figure 2-13 : Génération aléatoire de conditions de vol possibles pour le BWB

2.2.2 Mission de vol

Bien qu'une enveloppe de vol représente l'ensemble des points de vol, elle ne représente pas réellement la mission de vol d'un appareil. En effet, l'enveloppe indique toutes les combinaisons hauteur/Mach auxquelles l'avion peut voler. Cependant, durant un trajet normal, un avion ne volera jamais dans certaines conditions comme par exemple une altitude élevée à une faible vitesse. C'est la mission de vol qui représente avec plus de précision les conditions de vol suivies par l'avion durant un parcours normal. Pour les mêmes raisons que précédemment, il n'existe pas

de données sur la mission de vol d'un BWB. Les données de l'Airbus A320, montrées dans le tableau (2.4), serviront encore une fois de référence pour cette étude. Les phases particulières de décollage et d'atterrissage ne sont pas prises en compte dans la création de la mission de vol, ni plus tard dans les calculs d'équilibre. En combinant l'ensemble de ces vitesses, il est alors possible de créer une mission de vol pour le BWB. La figure (2.14), qui représente cette mission de vol, montre bien le fait que l'avion ne vole que dans certaines plages de combinaisons d'altitude et de Mach.

Tableau 2-4 : Différentes vitesses définissant la mission de vol du BWB

Vitesse	Valeur
V _{lo_dec}	220 KIAS
V _{lo_att}	250 KIAS
V _{climb}	290 KIAS
V _{cruise}	300 KIAS
V _{desc}	280 KIAS

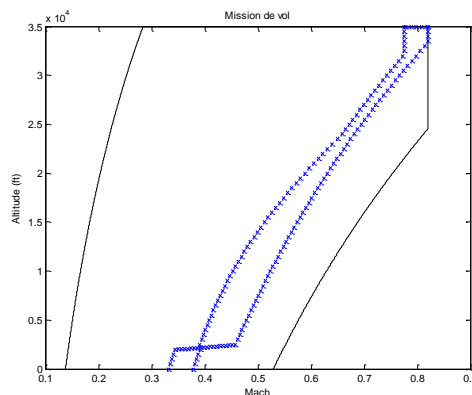


Figure 2-14 : Mission de vol du BWB

2.3 Méthodologie développée

Le modèle du BWB ainsi que la définition de son enveloppe et de sa mission de vol viennent d'être mis en place dans les chapitres précédents. Il nous faut donc maintenant définir une méthode pour vérifier sa stabilité.

Puisque que la plateforme de design CEASIOM possède un module, SDSA, consacré aux études de stabilité, il serait normal de l'utiliser pour vérifier la stabilité du BWB. Cependant, il existe certaines difficultés à utiliser ce module pour des avions non conventionnels. En effet, les modules AcBuilder et AMB (le principe de ces modules ainsi que celui du module SDSA sont

expliqués dans l'Annexe A) sont peu adaptés à ce nouveau type d'avion et il faudrait donc apporter un certain nombre de modifications au code source. C'est pourquoi nous allons développer dans ce mémoire notre propre méthode de validation de la stabilité. Toutefois, le module SDSA servira de référence pour valider notre modèle sur des avions conventionnels comme le Boeing 747. La figure (2.15) montre les différences entre les deux méthodes de vérification de la stabilité utilisées : notre méthode développée et la méthode classique qui servira à la validation de notre méthode. La démarche des deux méthodes est identique : il s'agit de créer une base de données de coefficients aérodynamiques afin de construire les matrices de stabilité. Ce sont ces matrices qui permettront de calculer les différents modes de stabilité. Dans la plateforme de design CEASIOM, le module SDSA récupère les coefficients aérodynamiques du module AMB et calcule les modes de stabilité au point d'équilibre pour chaque condition de vol. Notre méthode développée doit donc remplacer l'ensemble des travaux de calculs du module SDSA.

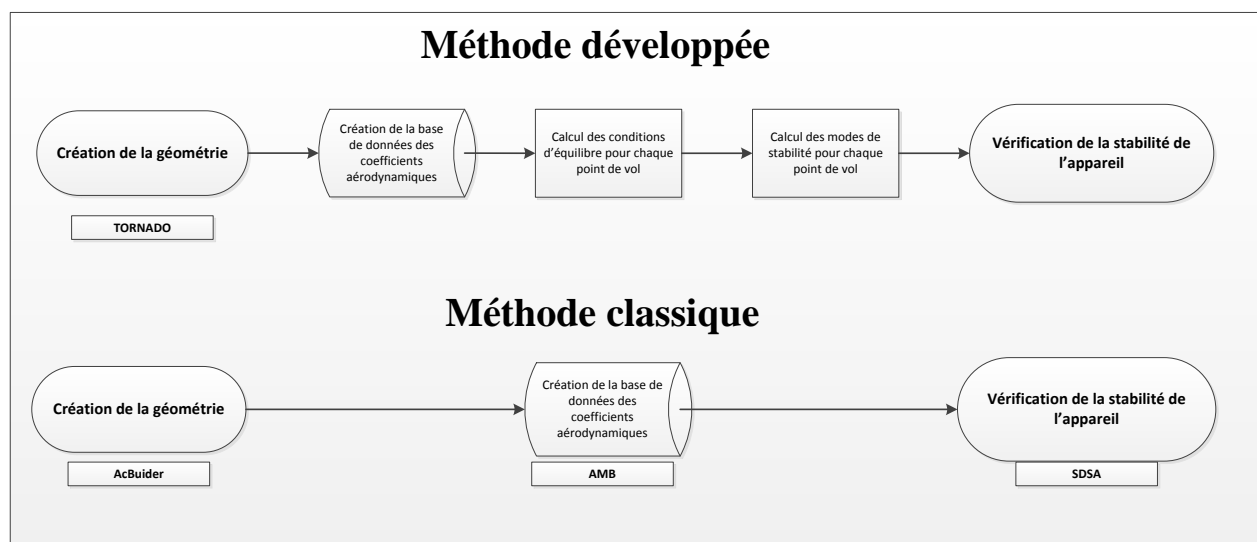


Figure 2-15 : Comparaison méthode classique / méthode développée

CHAPITRE 3 STABILITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE

L'objectif de ce mémoire est l'analyse de la stabilité du Blended Wing Body conçu au sein de la Chaire IDEA. Il est donc nécessaire de présenter dans un premier temps le concept de stabilité afin de mieux le comprendre. La stabilité est une propriété de l'état d'équilibre. Afin qu'un avion puisse rester stable durant sa phase de vol, il est nécessaire que la résultante des forces et des moments en son centre de gravité soient égales à 0. La stabilité est donc la capacité d'un appareil à rester dans sa position ou d'y revenir, en développant des forces et/ou moments. Il existe deux types de stabilité pour un avion, la stabilité statique et la dynamique. Ces deux notions sont présentées dans les sections suivantes.

3.1 Stabilité statique

L'exemple le plus souvent utilisé pour décrire ce concept est celui d'une balle sur une surface. Cette balle se trouve dans un premier temps dans son état d'équilibre. Elle est ensuite déplacée grâce à des forces ou des moments. La balle peut alors suivre plusieurs comportements :

- Stable statiquement : la balle a tendance à revenir immédiatement à sa position d'équilibre d'origine, comme le montre la figure (3.1).

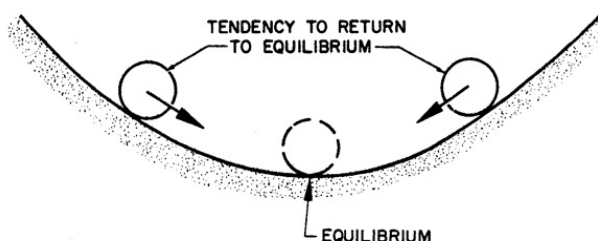


Figure 3-1 : Comportement stable statiquement

- Instable statiquement : la balle a tendance à s'éloigner de sa position d'équilibre d'origine, comme le montre la figure (3.2).

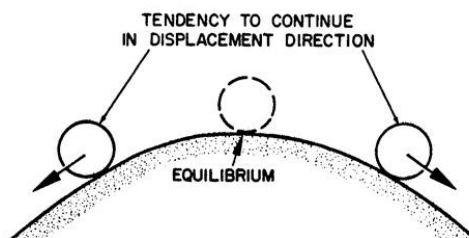


Figure 3-2 : Comportement instable statiquement

- Stabilité neutre : la balle se déplace mais elle ne possède pas de moment, ce qui fait qu'elle reste en équilibre. Contrairement aux deux états précédents, cet état ne sert pas pour étudier la stabilité statique d'un avion. La figure (3.3) décrit ce comportement.

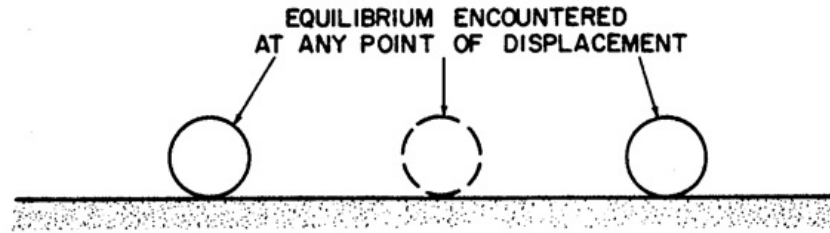


Figure 3-3 : Stabilité neutre

La stabilité statique d'un avion est divisée en deux catégories qui respectent les trois directions de mouvement de l'appareil : le mouvement longitudinal, le mouvement latéral et le mouvement directionnel.

3.1.1 Stabilité statique longitudinale

Le comportement en tangage de l'appareil est défini par la stabilité longitudinale. Un état stable signifie qu'en cas de faible variation de l'angle d'attaque α , il se produira de faibles variations du moment de tangage qui ramèneront l'appareil dans ses conditions d'équilibre. Ceci est possible uniquement dans le cas où le C_m décroît avec l'angle d'attaque en passant par un état d'équilibre ($C_m = 0$), comme le montre la figure (3.4). Dans le cas contraire (pente positive), l'appareil s'éloignerait constamment de sa position d'équilibre.

Ainsi, la stabilité statique longitudinale est vérifiée par rapport à la dérivée du coefficient du moment de tangage en fonction de la variation de l'angle d'attaque (C_{m_α}). Ce coefficient donne la première condition de stabilité statique, illustrée par l'équation (3.1).

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0 \quad (3.1)$$

Le critère retenu par les différentes réglementations pour garantir une stabilité statique longitudinale est la marge statique (MS), définie à l'équation (3.2).

$$MS = \frac{(x_{ac} - x_{cg})}{MAC} \quad (3.2)$$

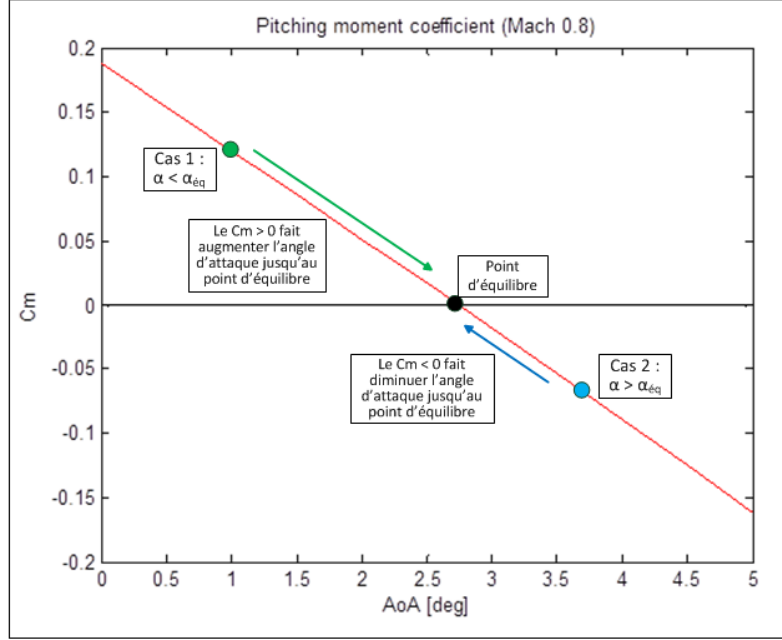


Figure 3-4 : Moment de tangage en fonction de l'angle d'attaque

Nous allons maintenant exprimer cette marge statique en fonction du C_{m_α} . Tout d'abord, il nous faut exprimer le C_m . L'équation (3.3) indique l'approximation du coefficient du moment de tangage, avec C_m le coefficient du moment de tangage, C_{m_0} le coefficient du moment de tangage à angle d'attaque nul généré par l'aile, $(x_{cg} - x_{ac})$ la distance entre le centre de gravité et le centre aérodynamique et MAC la corde moyenne aérodynamique.

$$C_m = C_{m_0} + C_L * \frac{(x_{cg} - x_{ac})}{MAC} \quad (3.3)$$

Il nous faut donc maintenant définir C_{m_α} .

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} * \frac{(x_{cg} - x_{ac})}{MAC} + \frac{C_L}{MAC} * \frac{\partial x_{cg}}{\partial \alpha} - \frac{C_L}{MAC} * \frac{\partial x_{ac}}{\partial \alpha} \quad (3.4)$$

C_{m_0} et x_{cg} sont des valeurs constantes et ne dépendent donc pas de l'angle d'attaque. x_{ac} varie en fonction de l'angle d'attaque mais ces variations restent très négligeables.

$$C_{m_\alpha} = 0 + C_{L_\alpha} * \frac{(x_{cg} - x_{ac})}{MAC} - 0 = C_{L_\alpha} * \frac{(x_{cg} - x_{ac})}{MAC} \quad (3.5)$$

On reconnaît facilement la formulation de la marge statique dans l'équation (3.5).

$$C_{m_\alpha} = -C_{L_\alpha} * MS \quad (3.6)$$

Ainsi comme l'on doit avoir $C_{m_\alpha} < 0$ pour assurer la stabilité statique longitudinale et que le C_{L_α} est toujours positif jusqu'à l'angle d'attaque de décrochage, on peut en déduire que la marge statique doit toujours être positive. De plus, la réglementation FAA exige une marge statique supérieure à 5% pour assurer un retour plus rapide vers la position d'équilibre.

3.1.2 Stabilité statique latérale

Alors que le comportement en tangage de l'appareil est défini par la stabilité longitudinale, le comportement en roulis est défini par la stabilité latérale. L'angle dièdre de l'aile est le paramètre le plus important pour obtenir une stabilité latérale. Ainsi, la stabilité statique latérale est vérifiée par rapport à la dérivée du coefficient du moment de roulis C_l par rapport à la variation de l'angle de dérapage β (« sideslip »). Celle-ci doit être négative afin d'assurer la stabilité latérale de l'appareil. L'équation (3.7) représente cette condition. Il est également possible, même si cela n'est pas fondamental, de vérifier que la dérivée du coefficient du moment de roulis par rapport à la variation de l'angle de roulis ϕ soit aussi négative.

$$C_{l_\beta} = \frac{\partial C_l}{\partial \beta} < 0 \quad (3.7)$$

3.1.3 Stabilité statique directionnelle

Finalement, le comportement en lacet de l'appareil est défini par la stabilité directionnelle. Il s'agit d'une stabilité suivant l'axe Z et concerne la capacité de l'appareil à retourner à ses conditions d'équilibre après avoir subi une perturbation en lacet ψ (« yaw »). La stabilité statique directionnelle est vérifiée par rapport à la dérivée du coefficient du moment de lacet C_n par rapport à la variation de l'angle de dérapage β . Celle-ci doit être positive afin d'assurer la stabilité directionnelle de l'appareil. L'équation (3.8) représente cette condition.

$$C_{n_\beta} = \frac{\partial C_n}{\partial \beta} > 0 \quad (3.8)$$

3.2 Stabilité dynamique

Après avoir présenté la stabilité statique d'un avion, il est nécessaire de s'intéresser à sa stabilité dynamique car une stabilité statique ne signifie pas qu'il y aura également une stabilité dynamique. En conséquence, la stabilité dynamique représente la partie principale d'une étude de stabilité puisqu'elle montre la réponse d'un avion à une perturbation en tenant compte du mouvement de l'appareil en fonction du temps. Cette étude de stabilité dynamique permet de voir s'il existe une résistance aux déplacements et s'il y a une perte d'énergie (« positive damping ») durant ce processus. Dans le cas d'une perte d'énergie, le système est dit dynamiquement stable. L'appareil peut alors revenir dans sa position initiale soit en présentant des oscillations amorties, soit de manière plus monotone sans oscillations. Dans le cas où l'avion récupère de l'énergie (« negative damping »), le système est dit dynamiquement instable. Comme pour la stabilité statique, il existe différents cas de figure : la stabilité dynamique neutre dans le cas où il y a des oscillations non amorties d'amplitude constante, le cas d'oscillations forcées ainsi que le cas où l'amplitude des oscillations augmente constamment au cours du temps. La figure (3.5) montre l'ensemble des possibilités aussi bien pour le cas stable qu'instable.

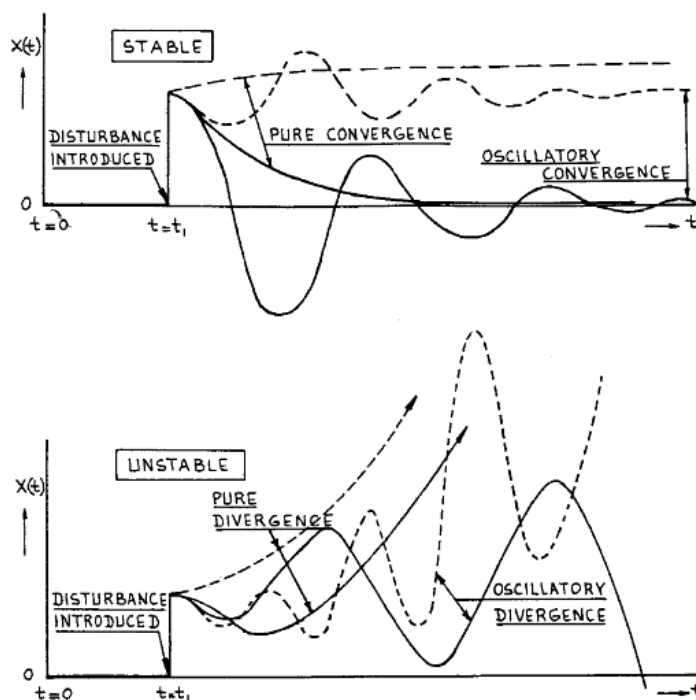


Figure 3-5 : Évolutions temporelles pour les cas de stabilité et instabilité dynamique [34]

Pour arriver à l'analyse des réponses temporelles, il faut d'abord étudier le mouvement de l'avion. Celui-ci est décrit par un système non linéaire d'équations. Ces équations sont généralement linéarisées du fait de l'utilisation de petits déplacements avec de petites variations d'angle. Les équations de mouvement linéarisées pour un système mécanique Masse-Ressort-Amortisseur sont représentées sous la forme suivante (3.9) avec \mathbf{M} , la matrice de masse, \mathbf{C} , la matrice d'amortissement structurel, \mathbf{K} , la matrice de rigidité, \mathbf{x} le vecteur de déplacement nodal et finalement \mathbf{f} , le vecteur des forces aérodynamiques appliquées au système :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(t) \quad (3.9)$$

En utilisant un modèle linéaire aérodynamique incompressible, il est possible de réécrire le vecteur \mathbf{f} en fonction du vecteur de déplacement nodal \mathbf{x} ainsi que de la pression dynamique de l'écoulement libre q_∞ :

$$\mathbf{f} = q_\infty * \mathbf{A} * \mathbf{x} \quad (3.10)$$

Dans l'équation (3.10), la matrice \mathbf{A} représente la matrice des coefficients aérodynamiques du système. Plus loin dans ce chapitre, nous donnerons plus de détails sur la dimension de la matrice \mathbf{A} . Les valeurs propres de la matrice \mathbf{A} définissent la stabilité dynamique du mouvement. Afin de trouver les valeurs propres de la matrice \mathbf{A} , il faut résoudre l'équation (3.11) aussi bien pour les mouvements longitudinaux que latéraux. Chacun des mouvements est défini par sa propre matrice \mathbf{A} .

$$\det|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \quad (3.11)$$

La matrice \mathbf{I} , qui est une matrice identité, est dans ce cas une matrice 4×4 . En résolvant l'équation (3.11) pour les deux mouvements, on obtient des polynômes caractéristiques dépendant uniquement des différentes valeurs propres. L'équation (3.12) correspond à la fois au mouvement longitudinal et au mouvement latéral. Dans cette équation, les a_i représentent les coefficients.

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0 \quad (3.12)$$

L'avion est dit dynamiquement stable si toutes les valeurs propres λ_i possèdent une partie réelle négative. Si une seule des valeurs propres possède une partie réelle positive, alors l'avion sera

dynamiquement instable. En général, l'équation (3.12) est factorisée afin de faire apparaître les différents modes des mouvements. Le mouvement longitudinal, voir l'équation (3.13), possède deux modes : Short Period et Phugoïd, alors que le mouvement latéral, voir l'équation (3.14), possède trois modes : Roll, Spiral et Dutch-Roll. Ces différents modes seront expliqués en détail dans les prochains paragraphes.

$$(\lambda^2 + 2 * \xi_{sp} \omega_{sp} \lambda + \omega_{sp}^2) \cdot (\lambda^2 + 2 \xi_{ph} \omega_{ph} \lambda + \omega_{ph}^2) = 0 \quad (3.13)$$

$$(\lambda + c_{spiral})(\lambda + c_{roll})(\lambda^2 + 2 \xi_{DR} \omega_{DR} \lambda + \omega_{DR}^2) = 0 \quad (3.14)$$

Dans les équations précédentes, ξ et ω représentent respectivement le taux d'amortissement et la fréquence naturelle non amortie. Pour les modes Roll et Spiral, puisque la valeur propre ne possède seulement qu'une partie réelle, les calculs de stabilité sont respectivement basées sur le calcul du temps d'amortissement du roulis (équation (3.15)) et le temps pour réduire de moitié l'amplitude (équation (3.16)).

$$T_{2roll} = \frac{1}{c_{roll}} \quad (3.15)$$

$$T_{1/2Spiral} = \frac{\ln 2}{c_{spiral}} \quad (3.16)$$

Avant de parler plus en détails des conditions de stabilité des différents modes, il est nécessaire de présenter chacun de ces modes afin de voir quel est son influence sur le comportement de l'avion. Dans un premier temps, seront présentés les modes longitudinaux, puis ensuite les modes latéraux.

3.2.1 Modes longitudinaux

3.2.1.1 Short Period

Le mode Short Period se caractérise par un mode oscillatoire rapide et fortement amorti. Dans ce mode, l'altitude et la direction de vol restent constants et l'angle d'attaque connaît des variations. Une oscillation est créée du fait de la dérivée du coefficient du moment de tangage par rapport à la variation de l'angle d'attaque, qui assure l'équilibre statique longitudinal, qui a tendance à ramener l'avion vers sa position initiale. La figure (3.6) illustre ce mode :

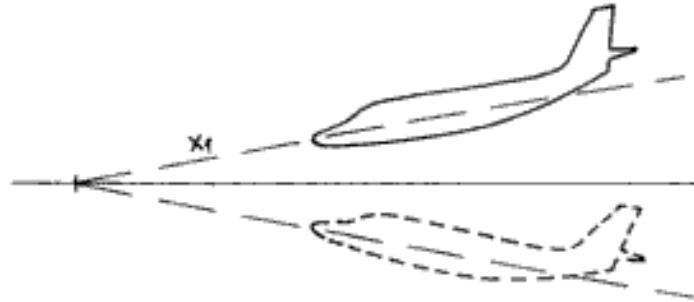


Figure 3-6 : Mouvement associé au mode Short Period [35]

3.2.1.2 Phugoid

Le mode Phugoid se caractérise par une faible fréquence d'oscillation ainsi que par un faible amortissement. Dans ce mode, l'angle d'attaque reste constant alors que la vitesse, le tangage et l'altitude de vol de l'avion varient largement. Dans un premier temps, l'augmentation du coefficient de portance crée un effet de sustentation qui fait augmenter la pente de l'appareil. L'augmentation de cette pente ralentit l'avion, ce qui conduit à la diminution de la portance. Du coup, la pente de l'appareil diminue également. La figure (3.7) explique ce phénomène.

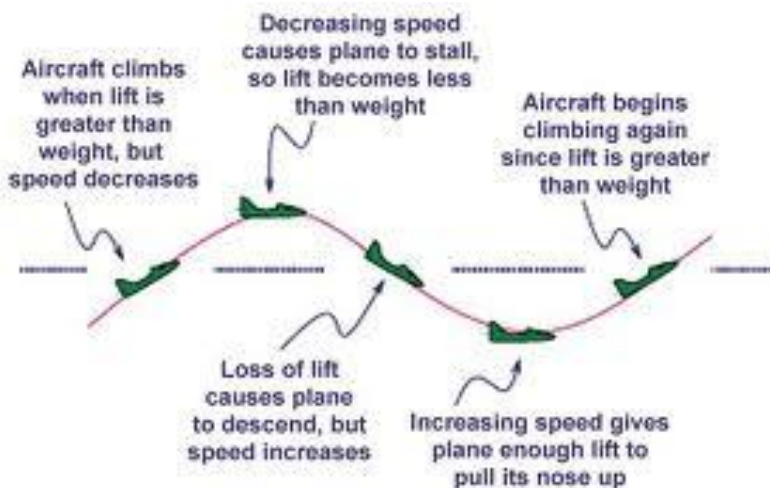


Figure 3-7 : Mouvement associé au mode Phugoid [35]

3.2.1.3 CAP

Le Control Anticipation Parameter (CAP) n'est pas un mode à proprement parler mais il s'agit toutefois d'un critère important pour la vérification de la stabilité longitudinale. Le CAP est basé

sur la capacité du pilote à percevoir et anticiper les accélérations en tangage et vertical. Il est fonction de la fréquence naturelle du mode Short Period par rapport à la sensibilité à l'accélération (« acceleration sensitivity ») $n_{z\alpha}$, comme le montre l'équation (3.17) :

$$CAP = \frac{\omega_{sp}^2}{n_{z\alpha}} \quad (3.17)$$

La sensibilité à l'accélération est définie de la manière suivante :

$$n_{z\alpha} = \frac{-U_0}{g \cdot Z_w} \quad (3.18)$$

où

$$Z_w = \frac{-\rho \cdot S \cdot U_0 \cdot (C_{L\alpha} + C_D)}{2 \cdot m} \quad (3.19)$$

3.2.2 Modes latéraux

3.2.2.1 Dutch Roll

Le mode Dutch Roll (ou encore « Roulis hollandais ») se caractérise par un léger amortissement et une faible fréquence d'oscillations. Dans ce mode, il y a apparition de variations des angles et vitesses de roulis et de lacet. Le phénomène de dérapage entraîne une vitesse de roulis p dû à l'effet dièdre qui entraîne lui-même une vitesse de lacet. Les avions possédant des ailes avec une forte flèche et une forme d'aile en dièdre sont plus susceptibles d'être soumis à ce mode, ce qui est le cas avec le BWB. La figure (3.8) illustre ce phénomène.

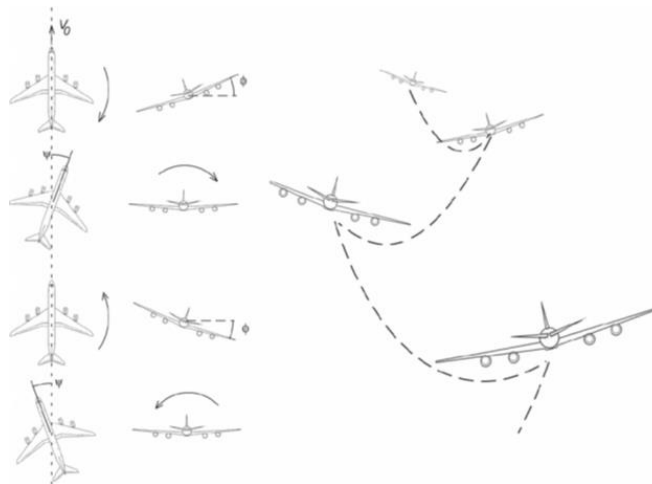


Figure 3-8 : Mouvement associé au mode Dutch Roll [35]

3.2.2.2 Roll

Le mode Roll est un mode non oscillant qui possède un fort facteur d'amortissement. Il se produit après l'apparition d'une perturbation latérale, qui peut être due à une action sur le manche ou encore à des vents latéraux. Durant ce mode, il y a variation de l'angle d'inclinaison ϕ . Même si elles existent, les variations de l'angle de dérapage et de lacet ne seront pas prises en compte, car très faibles, dans le calcul du mode Roll. La figure (3.9) illustre ce phénomène.

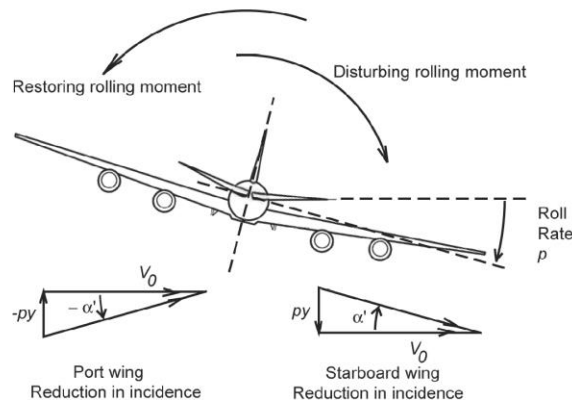


Figure 3-9 : Mouvement associé au mode Roll [35]

3.2.2.3 Spiral

Le mode Spiral est comme le mode Roll un mode non oscillant. C'est un mode qui converge ou diverge très lentement, ce qui fait de lui le mode le moins important dans les calculs de stabilité. Il est caractérisé par une variation de l'angle d'inclinaison et de lacet lorsque l'avion est incliné. Il se produit alors un dérapage de l'avion au niveau du virage. Ce dérapage peut être annulé par l'effet dièdre. La figure (3.10) illustre ce phénomène.

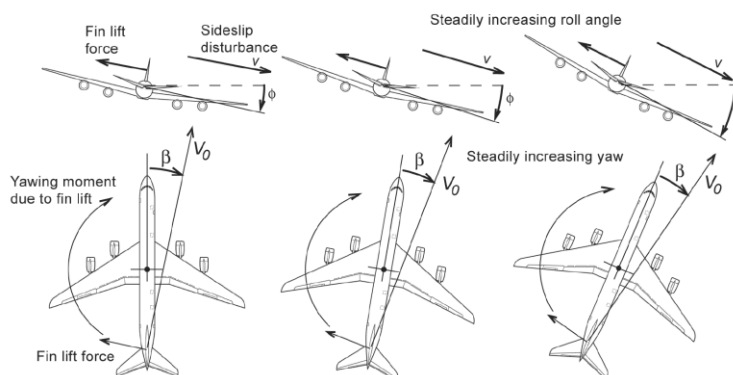


Figure 3-10 : Mouvement associé au mode Spiral [35]

3.3 Flying Qualities Requirements

Lors de la conception d'un avion, il est nécessaire de connaître quels niveaux de stabilité et de contrôle sont souhaitables pour que le pilote puisse garder son avion sûr et pilotable. C'est pourquoi les Flying Qualities sont basées avant tout sur les impressions des pilotes. Cependant, afin d'uniformiser l'ensemble de ces recommandations, les instances nationales comme internationales, à l'image de la JAR ou de la FAA, ont publié une liste de spécifications qui traitent des qualités de vol. Ces recommandations servent aux agences de régulation afin de décider si un avion peut obtenir une certification. Ces Flying Qualities Requirements dépendent du type d'appareil (tableau (3.1)) ainsi que de la phase de vol (tableau (3.2)).

Tableau 3-1 : Classification du type d'appareil [26]

Classe I	Petits avions légers
Classe II	Avions de poids moyen, avec une manœuvrabilité faible à moyenne
Classe III	Avions lourds de grandes dimensions, avec une manœuvrabilité faible à moyenne
Classe IV	Avions avec une grande manœuvrabilité

Tableau 3-2 : Classification du type de phase de vol [26]

Catégorie	Phase de vol
A	<ul style="list-style-type: none"> • Combat aérien • Reconnaissance • Acrobaties
B	<ul style="list-style-type: none"> • Montée • Croisière • Descente
C	<ul style="list-style-type: none"> • Décollage • Approche • Atterrissage

Le Blended Wing Body de notre étude correspond, avec sa masse d'environ 74000 kg, à un appareil de Classe II. Dans l'étude de stabilité, il ne sera pas pris en compte les phases de décollage et d'atterrissage, ce qui veut dire que la catégorie de phase de vol du BWB étudié sera la Catégorie B. Les recommandations de vol sont chacune divisées en trois niveaux. Chaque niveau indique le niveau plus ou moins important de travail que doit fournir le pilote afin d'assurer un vol sécuritaire et sûr. Ces différents niveaux sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 3-3 : Classification des niveaux de vol [26]

Level 1	Flying qualities clearly adequate for the mission flight phase
Level 2	Flying qualities adequate to accomplish the mission flight phase, but with an increase in pilot workload and, or, degradation in mission effectiveness
Level 3	Degraded flying qualities, but such that the aeroplane can be controlled, inadequate mission effectiveness and high, or, limiting, pilot workload

Cependant, ces différents niveaux sont assez imprécis car ils n'indiquent pas avec précision les problèmes rencontrés par le pilote. Cela provient notamment du fait que ces niveaux sont assez subjectifs et peuvent donc varier d'un pilote à l'autre. C'est pourquoi une autre échelle de notation basée sur l'opinion des pilotes a été développée par Cooper et Harper en 1969. Cette échelle est appelée la *Cooper-Harper rating scale*, voir tableau (3.4). Cette échelle donne une évaluation du pilote, allant de 1 à 10, sur la qualité de vol. Cependant, il existe une équivalence entre la *Cooper-Harper rating scale* et les Flying Qualities Requirements, comme le montre le tableau (3.5).

Tableau 3-4 : Cooper-Harper rating scale [26]

Adequacy for selected task	Aircraft characteristic	Pilot workload	Pilot rating
Satisfactory	Excellent	Very low	1
Satisfactory	Good	Low	2
Satisfactory	Fair	Minimal pilot compensation required	3
Unsatisfactory	Minor deficiencies	Moderate pilot compensation required	4
Unsatisfactory	Moderate deficiencies	Considerable pilot compensation required	5
Unsatisfactory	Tolerable deficiencies	Extensive pilot compensation required	6
Unacceptable	Major deficiencies	Adequate performance not attainable	7
Unacceptable	Major deficiencies	Considerable pilot compensation required for control	8
Unacceptable	Major deficiencies	Intense pilot compensation required for control	9
Catastrophic	Major deficiencies	Loss of control likely	10

Tableau 3-5 : Équivalence Cooper-Harper rating scale et Flying Qualities Requirements [26]

Level of flying qualities	Level 1			Level 2			Level 3		Below Level 3	
Cooper-Harper rating scale	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Le principal défaut de ces échelles est d'être très subjectif puisqu'aucune valeur n'est donnée pour les niveaux de stabilité. Pour remédier à ce problème, Cook a répertorié l'ensemble des recommandations chiffrées imposées par les différentes agences (FAA, JAR, MIL,...) dans des tableaux et cela pour chaque mode de stabilité et pour chaque niveau de stabilité. Le tableau (3.6) résume l'ensemble des Flying Qualities Requirements qui seront pris en compte dans l'étude de stabilité du BWB, sachant que seules les phases de vol de catégorie B sont considérées et que cet avion est de Classe II. Pour plus de détails sur l'ensemble des Flying Qualities Requirements, il est possible de consulter le livre de Cook [26].

Tableau 3-6 : Récapitulatif des Flying Qualities Requirements pour le BWB

Mode	Level 1	Level 2	Level 3
Short Period	$0.30 \leq \xi_{sp} \leq 2.0$	$0.20 \leq \xi_{sp} \leq 2.0$	$\xi_{sp} \geq 0.10$
Phugoid	$\xi_{sp} \geq 0.04$	$\xi_{sp} \geq 0$	Instable
CAP	$0.085 \leq CAP \leq 3.6$	$0.038 \leq CAP \leq 10.0$	$CAP \geq 0.038$
Dutch Roll	$\xi_{DR} \geq 0.08$	$\xi_{DR} \geq 0.02$	$\xi_{DR} \geq 0$
	$\xi_{DR}\omega_{DR} \geq 0.15$	$\xi_{DR}\omega_{DR} \geq 0.05$	
	$\omega_{DR} \geq 0.5$	$\omega_{DR} \geq 0.5$	$\omega_{DR} \geq 0.4$
Roll	$T_r \leq 1.4 s$	$T_r \leq 3.0 s$	$T_r \leq 10.0 s$
Spiral	$T_{2s} \geq 20.0 s$	$T_{2s} \geq 8 s$	$T_{2s} \geq 5 s$

CHAPITRE 4 CONSTRUCTION DES MATRICES DE STABILITÉ

Dans le chapitre précédent, il a été présenté les notions de stabilité statique et dynamique, les différents modes des mouvements longitudinaux et latéraux ainsi que les Flying Qualities Requirements qui permettent de quantifier les niveaux de stabilité de chaque mode. Il faut donc à présent développer une méthode afin de construire les matrices de stabilité longitudinale et latérale que représente la matrice A dans l'équation (3.11). Plusieurs méthodes sont utilisables afin de construire la matrice de stabilité A. Dans ce chapitre, il sera comparé deux méthodes : une développée par Nelson [35] et une autre par Roskam [34].

4.1 Matrices de stabilité de Nelson

Dans un premier temps, il est nécessaire de définir le repère utilisé pour les prochaines équations. La figure (4.1) représente les différents vecteurs force, vitesse, moment de force et vitesse angulaire suivant chacun des trois axes.

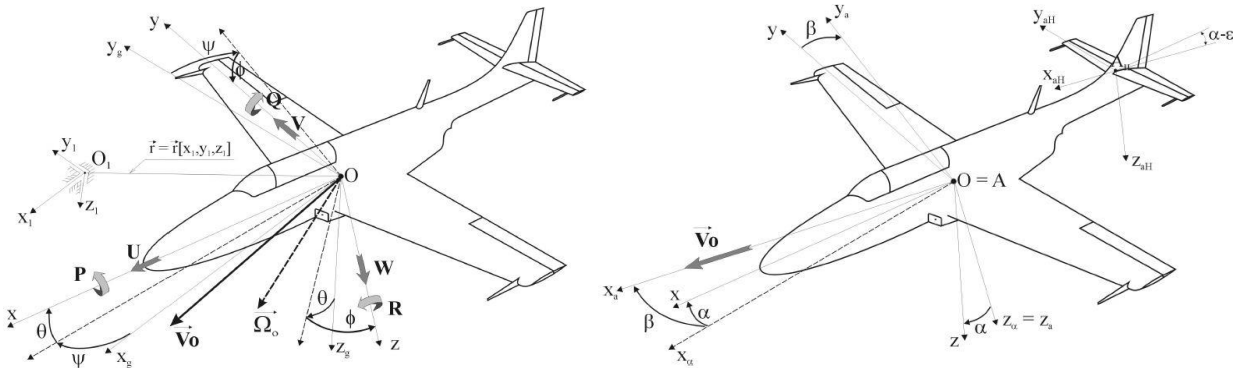


Figure 4-1 : Système d'axes utilisé [36]

Le point de départ de la construction des matrices de stabilité est les équations de la mécanique classique et de la mécanique des fluides. Grâce à ces équations, il est possible d'obtenir un système d'équations différentielles autant pour décrire le mouvement longitudinal que latéral. Le mouvement longitudinal est décrit à l'aide de 4 équations (4.1). Les deux premières équations proviennent d'un bilan des forces effectué respectivement suivant les axes x et z. La troisième équation provient de l'équation du moment suivant l'axe y. La dernière équation est une égalité entre certains angles et des dérivées d'angles.

$$\left\{ \begin{array}{l} m\dot{V} = T \cos(\alpha) - \frac{1}{2}\rho S V^2 C_D - mg \sin(\gamma) \\ mV\dot{\gamma} = T \sin(\alpha) + \frac{1}{2}\rho S V^2 C_L - mg \cos(\gamma) \\ I_{yy}\ddot{\theta} = I_{yy}\dot{q} = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_m \\ q = \dot{\alpha} + \dot{\gamma} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Le mouvement latéral est également décrit à l'aide de 4 équations (4.2). La première équation provient d'un bilan des forces effectué suivant l'axe y. Les deux équations suivantes proviennent de l'équation du moment respectivement suivant les axes x et z. La dernière équation est une égalité entre certains angles et des dérivées d'angles.

$$\left\{ \begin{array}{l} mV(\dot{\beta} - p \sin(\alpha) + r \cos(\alpha)) = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_y + mg \cos(\theta) \sin(\psi) \\ A\dot{p} = \frac{1}{2}\rho S V^2 l C_l \\ C\dot{r} = \frac{1}{2}\rho S V^2 l C_n \\ \dot{\psi} = p + r \tan(\theta) \cos(\psi) \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Les deux systèmes d'équations (4.1) et (4.2) sont tous les deux des systèmes différentiels non linéaires. Il faut linéariser ces systèmes afin de faciliter leur résolution. Chaque système sera linéarisé de la manière présentée à l'équation (4.3). Dans cette équation, X_e correspond au vecteur d'état à l'équilibre et U_e le vecteur commande également à l'équilibre. Il faut ensuite réaliser un développement de Taylor autour du point d'équilibre en prenant en compte l'apparition de petites perturbations sur les vecteurs d'état et de commande comme le montre l'équation (4.4).

$$\dot{X} = f(X_e, U_e) = 0 \quad (4.3)$$

$$\dot{X} + \delta\dot{X} = f(X_e + \delta X, U_e + \delta U) = f(X_e, U_e) + \frac{\partial f}{\partial X_e} \delta X + \frac{\partial f}{\partial U_e} \delta U \quad (4.4)$$

En posant $x = \delta X$ et $u = \delta U$, il est alors possible d'obtenir le système représenté par l'équation (4.5) où A correspond à la matrice de stabilité, qui est notre objectif d'étude dans ce chapitre, et B la matrice de contrôle. On ne s'intéressera pas à la matrice de contrôle B dans ce chapitre.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.5)$$

4.1.1 Matrice longitudinale de stabilité

Afin de construire la matrice de stabilité A , il faut d'abord définir le vecteur d'état x . Dans cette section, deux vecteurs d'état seront présentés et comparés par la suite avec celui de la matrice de stabilité définie par Roskam. Le calcul des dérivées est succinctement expliqué dans l'Annexe B.

4.1.1.1 Premier vecteur d'état

Dans ce premier cas, on définit le vecteur d'état de la manière suivante :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

A partir de ce vecteur d'état, il est possible d'obtenir la matrice de stabilité donnée par l'équation (4.7). Cette matrice a été construite de manière à minimiser les approximations. Le tableau (4.1) décrit en détail les différents coefficients de cette matrice.

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & -g \cos(\alpha) \\ Z_u & Z_w & U_0 + Z_q & -g \sin(\alpha) \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & -M_w \sin(\alpha) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

4.1.1.2 Second vecteur d'état

Dans ce second cas, on définit le vecteur d'état de la manière suivante :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} v \\ \gamma \\ q \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

A partir de ce vecteur d'état, il est possible d'obtenir la matrice de stabilité de l'équation (4.9). Dans cette matrice, il a été considéré que la pente de l'avion γ était nulle à l'équilibre. Le tableau (4.2) décrit en détail les différents coefficients de cette matrice.

Tableau 4-1 : Définition des différents coefficients de la matrice A

Variables	Équations
X	$X_u = \frac{\rho S u}{2m} (-2C_D \cos(\alpha) + 2C_L \sin(\alpha) - C_{D_u} \cos(\alpha) + C_D (\sin(\alpha)^2) - C_L \cos(\alpha) \sin(\alpha) + C_{L_u} \sin(\alpha))$
	$X_w = \frac{\rho S U_0}{2m} (C_{L_\alpha} \sin(\alpha) + C_L \cos(\alpha) - C_{D_\alpha} \cos(\alpha) - C_D \sin(\alpha))$
	$X_q = \frac{\rho S U_0 \bar{c}}{4m} C_{x_q}$
Z	$Z_u = -\frac{\rho S u}{2m} (2C_L (\cos(\alpha)^2) + C_D \cos(\alpha) \sin(\alpha) + C_{L_u} \cos(\alpha) + C_L (\sin(\alpha)^2))$
	$Z_w = -\frac{\rho S U_0}{2m} (C_{L_\alpha} \cos(\alpha) - C_L \sin(\alpha) + C_{D_\alpha} \sin(\alpha) + C_D \cos(\alpha))$
	$Z_q = -\frac{\rho S U_0 \bar{c}}{4m} C_{z_q}$
\tilde{M}	$\tilde{M}_u = \frac{\rho S U_0 \bar{c}}{2I_{yy}} (C_{m_u} + 2C_m \cos(\alpha)) + M_{\dot{w}} Z_u \quad \text{avec} \quad M_{\dot{w}} = \frac{\rho S \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_{\dot{\alpha}}}$
	$\tilde{M}_w = \frac{\rho S U_0 \bar{c}}{2I_{yy}} C_{m_\alpha} + M_{\dot{w}} Z_w$
	$\tilde{M}_q = \frac{\rho S U_0 \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_q} + M_{\dot{w}} U_0$

$$A = \begin{bmatrix} X_v & -g & X_q & X_\alpha \\ Z_v & 0 & Z_q & Z_\alpha \\ M_v & 0 & M_q & M_\alpha \\ -Z_v & 0 & (1 - Z_q) & -Z_\alpha \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Tableau 4-2 : Définition des différents coefficients de la matrice A (bis)

Variables	Équations
X	$X_v = \frac{\rho S U_0}{2m} ((C_{T_v} \cos(\alpha) - C_{D_v}) U_0 + C_T \cos(\alpha) - C_D)$
	$X_q = -\frac{\rho S U_0^2}{2m} C_{D_q}$
	$X_\alpha = \frac{\rho S U_0^2}{2m} (C_T \sin(\alpha) + C_{D_\alpha})$
Z	$Z_v = \frac{\rho S U_0}{2m} (C_{T_v} \sin(\alpha) + C_{L_v} + \frac{1}{U_0} (C_T \sin(\alpha) + C_L))$
	$Z_q = \frac{\rho S U_0}{2m} C_{L_q}$
	$Z_\alpha = \frac{\rho S U_0}{2m} (C_T \cos(\alpha) + C_{L_\alpha})$
M	$M_v = \frac{\rho S U_0}{2I_{yy}} (C_{m_v} U_0 + 2C_m)$
	$M_q = \frac{\rho S U_0^2}{2I_{yy}} C_{m_q}$
	$M_\alpha = \frac{\rho S U_0^2}{2I_{yy}} C_{m_\alpha}$

4.1.2 Matrice latérale de stabilité

Comme il a été montré par l'équation (4.2), le mouvement latéral est décrit à l'aide de 4 équations. Le vecteur d'état est défini de la manière suivante :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \psi \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Il est également possible de rencontrer ce vecteur d'état avec la vitesse v à la place de l'angle de dérapage β . Cependant, il est plus facile de trouver les dérivées des différents coefficients par rapport à l'angle de dérapage que par rapport à la vitesse v . Le lien entre ces deux variables est donné par l'approximation $\beta = \tan(\frac{v}{U_0}) \approx \frac{v}{U_0}$. A partir de ce vecteur d'état, il est possible

d'obtenir la matrice de stabilité de l'équation (4.11). Le tableau (4.3) décrit en détail les différents coefficients de cette matrice.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{U_0} & \frac{Y_p}{U_0} & \frac{Y_r}{U_0} - 1 & g \frac{\cos(\alpha)}{U_0} \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\alpha) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Tableau 4-3 : Définition des différents coefficients de la matrice A latérale

Variables	v	p	r
Y	$Y_v = \frac{\rho S U_0}{2m} C_{y\beta}$	$Y_p = \frac{\rho S U_0 b}{4m} C_{yp}$	$Y_r = \frac{\rho S U_0 b}{4m} C_{yr}$
L	$L_v = -\frac{\rho S U_0 b}{2I_{xx}} C_{l\beta}$	$L_p = \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{xx}} C_{lp}$	$L_r = \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{xx}} C_{lr}$
N	$N_v = -\frac{\rho S U_0 b}{2I_{zz}} C_{n\beta}$	$N_p = \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{zz}} C_{np}$	$N_r = \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{zz}} C_{nr}$
L'_i	$L'_i = L_i + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} N_i$		
N'_i	$N'_i = N_i + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} L_i$		

4.2 Matrices de stabilité de Roskam

Le point de départ de la méthode de Roskam pour établir les matrices longitudinale et latérale de stabilité est le même que celui de la méthode de Nelson. En effet, encore une fois, on utilise la méthode linéarisation par développement de Taylor. Cependant, une fois cette linéarisation effectuée, on utilise la méthode de la transformée de Laplace afin de résoudre le système d'équations différentielles. La transformée de Laplace va permettre d'obtenir la fonction de transfert en boucle ouverte de l'appareil et ainsi d'en extraire la stabilité dynamique de l'appareil ainsi que sa réponse aux perturbations. De plus, aux systèmes d'équations (4.1) et (4.2) sont ajoutés respectivement les simplifications (4.12) et (4.13).

$$q = \dot{\theta} \quad (4.12)$$

$$p = \dot{\phi} \quad r = \dot{\psi} \quad (4.13)$$

Grâce à la méthode de la transformée de Laplace, il est possible de passer d'une équation classique de mouvement (4.14), donc liée à une réponse temporelle, à une solution dans le domaine fréquentiel, par exemple soumis à un échelon unitaire (4.15). Durant cette transformation, il est alors possible de définir la fréquence naturelle non amortie (4.16) ainsi que le taux d'amortissement (4.17). Par la suite, il est possible de repasser à une solution temporelle grâce à la transformée inverse de Laplace.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (4.14)$$

$$x(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad (4.15)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.16)$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (4.17)$$

L'utilisation de la méthode de la transformée de Laplace apporte également des modifications aux matrices de stabilité et aux vecteurs d'état, que ce soit au niveau de leur composition ou de leur dimension. Alors qu'avec la méthode de linéarisation par développement de Taylor, le vecteur d'état X était de dimension 1×4 , sa dimension est réduite à un vecteur 1×3 avec la méthode développée par Roskam. De même, les matrices de stabilité, qu'elles soient longitudinale ou latérale, passent d'une dimension 4×4 à une dimension 3×3 .

4.2.1 Matrice longitudinale de stabilité

Le vecteur d'état du mouvement longitudinal est défini de la manière suivante :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} u(s) \\ \alpha(s) \\ \theta(s) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

A partir de ce vecteur d'état, il est possible d'obtenir la matrice de stabilité de l'équation (4.19). Le tableau (4.4) décrit en détail les différents coefficients de cette matrice. Les différentes dérivées des coefficients liés à la propulsion seront considérées comme quasiment nulles.

$$A = \begin{bmatrix} (s - X_u - X_{T_u}) & -X_\alpha & g \cos(\theta) \\ -Z_u & s(U_0 - Z_\alpha) - Z_\alpha & -(Z_q + U_0)s + g \sin(\theta) \\ -(M_u + M_{T_u}) & -(M_\alpha s + M_\alpha + M_{T_\alpha}) & s^2 - M_q s \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Tableau 4-4 : Coefficients de la matrice de stabilité longitudinale de Roskam [34]

	u	α	$\dot{\alpha}$	q
X	$-\frac{\rho S U_0}{2m} (C_{D_u} + 2C_D)$	$-\frac{\rho S U_0}{2m} (C_{D_\alpha} - 2C_L)$	-	-
Z	$-\frac{\rho S U_0}{2m} (C_{L_u} + 2C_L)$	$-\frac{\rho S U_0}{2m} (C_{L_\alpha} - 2C_D)$	$-\frac{\rho S U_0 \bar{c}}{4m} C_{L_{\dot{\alpha}}}$	$-\frac{\rho S U_0 \bar{c}}{4m} C_{L_q}$
M	$\frac{\rho S U_0 \bar{c}}{I_{yy}} (C_{m_u} + 2C_m)$	$\frac{\rho S U_0^2 \bar{c}}{I_{yy}} C_{m_\alpha}$	$\frac{\rho S U_0 \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_{\dot{\alpha}}}$	$\frac{\rho S U_0 \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_q}$

4.2.2 Matrice latérale de stabilité

Le vecteur d'état du mouvement longitudinal est défini de la manière suivante :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \beta(s) \\ \phi(s) \\ \psi(s) \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

A partir de ce vecteur d'état, il est possible d'obtenir la matrice de stabilité de l'équation (4.21). Le tableau (4.5) décrit en détail les différents coefficients de cette matrice. De nouveau, les différentes dérivées des coefficients liés à la propulsion seront considérées comme quasiment nulles.

$$A = \begin{bmatrix} (sU_0 - Y_\beta) & -(sY_p + g \cos(\theta)) & s(U_0 - Y_r) \\ -L_\beta & s^2 - L_p s & -(s^2 \bar{A}_1 + sL_r) \\ -N_\beta - N_{T_\beta} & -(s^2 \bar{B}_1 + N_p s) & s^2 - N_r s \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

avec

$$\bar{A}_1 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \quad \text{et} \quad \bar{B}_1 = \frac{I_{xz}}{I_{zz}}$$

Tableau 4-5 : Coefficients de la matrice de stabilité latérale de Roskam [34]

	β	p	r
Y	$\frac{\rho S U_0^2}{2m} C_{y_\beta}$	$\frac{\rho S U_0 b}{4m} C_{y_p}$	$\frac{\rho S U_0 b}{4m} C_{y_r}$
L	$\frac{\rho S U_0^2 b}{2I_{xx}} C_{l_\beta}$	$\frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{xx}} C_{l_p}$	$\frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{xx}} C_{l_r}$
N	$\frac{\rho S U_0^2 b}{2I_{zz}} C_{n_\beta}$	$\frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{zz}} C_{n_p}$	$\frac{\rho S U_0 b^2}{4I_{zz}} C_{n_r}$

4.3 Validation de l'utilisation de la méthode de Roskam

Maintenant que les méthodes de construction des matrices de stabilité ont été présentées, il faut à présent choisir laquelle des deux utiliser. Pour faire ce choix, on retiendra le critère de précision car il est important que notre matrice de stabilité ne soit pas trop sensible aux effets de variations des différents coefficients qui la composent. En effet, même si ces coefficients varient, ils ne peuvent pas entraîner de grandes variations des fréquences naturelles non amorties et des taux d'amortissement. Pour vérifier cela, la précision des différentes matrices sera vérifiée à l'aide de calculs de conditionnement.

4.3.1 Conditionnement d'une matrice

Une matrice avec un faible conditionnement est dite bien-conditionnée, alors que dans le cas d'un fort conditionnement, elle est dite mal-conditionnée. Un exemple pour illustrer le conditionnement d'une matrice est l'équation linéaire $Ax = b$. Le conditionnement permet de définir à quel point la solution x sera inexacte après approximations. Il indique notamment le taux de variation de la solution x par rapport aux variations de b . Un fort conditionnement aura pour conséquence une erreur importante pour la solution x bien que la variation de b soit faible. Dans le cas contraire, une forte erreur pour b n'aura que peu d'influence sur la précision de la solution x . De manière plus générale, on peut dire que le conditionnement d'une matrice A correspond plus précisément au maximum du ratio de l'erreur relative de x par rapport à l'erreur relative de b . Si l'on pose e l'erreur de b , A une matrice non singulière, alors l'erreur de la solution $x = A^{-1}b$ est $A^{-1}e$. Ainsi, le conditionnement $k(A)$ donné par l'équation (4.22). Si on pose ϵ la précision de la machine de calcul, alors l'erreur relative de la résolution du système linéaire $AX = b$ sera $\epsilon \cdot k(A)$.

$$k(A) = \frac{\|A^{-1}e\|/\|A^{-1}b\|}{\|e\|/\|b\|} \quad (4.22)$$

L'équation (4.22) se simplifie en l'équation (4.23) :

$$k(A) = \|A\|\|A^{-1}\| \quad (4.23)$$

4.3.2 Comparaisons des différentes méthodes

Maintenant que le conditionnement d'une matrice a été présenté, il nous est possible de calculer le conditionnement des matrices de stabilité des deux méthodes présentées dans ce chapitre. Ce calcul permettra de choisir la méthode la plus robuste pour le calcul des valeurs propres des matrices de stabilité.

Toutefois, il est à noter que les matrices de stabilité construites avec la méthode de Roskam dépendent d'une variable. Ainsi, pour chaque point de vol, le conditionnement des matrices sera calculé en faisant varier cette variable s et une moyenne de l'ensemble des résultats sera calculée. Ces calculs seront répétés pour chaque point de la mission de vol.

Les figures (4.2) et (4.3) montrent respectivement les résultats de conditionnement des matrices longitudinale et latérale de Roskam pour un point de vol quelconque. On peut remarquer sur ces figures que le conditionnement des matrices varie peu en fonction de la variable s , sauf dans un faible intervalle. Cet intervalle correspond aux valeurs de la variable s qui annule le déterminant de la matrice A . Les figures (4.4) et (4.5) sont des zooms respectifs des figures (4.2) et (4.3). Elles montrent avec plus de précision les résultats du conditionnement des matrices et permettent de se faire une idée sur la valeur moyenne du conditionnement pour ce point de vol.

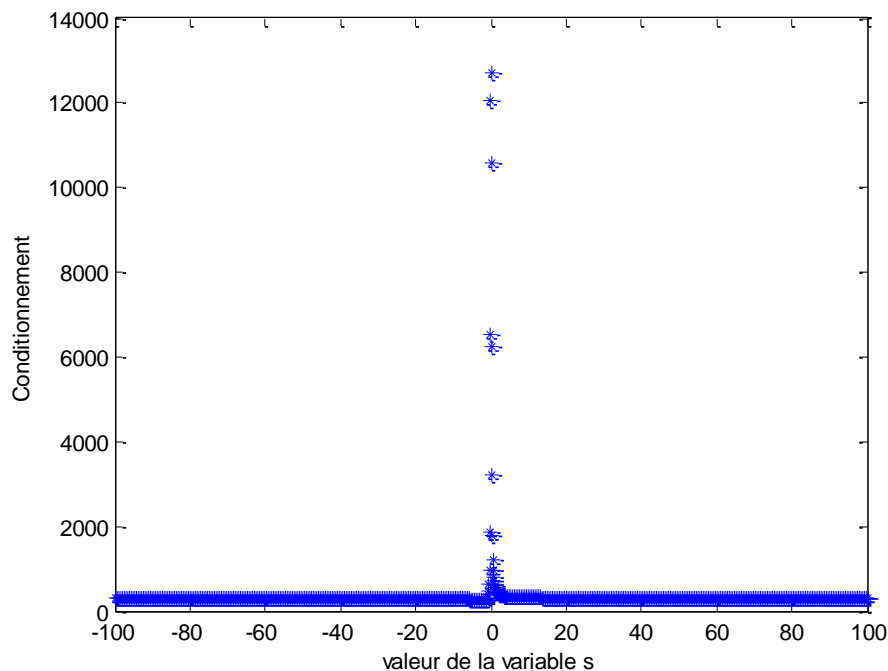


Figure 4-2 : Conditionnement matrice longitudinale de Roskam pour un point de vol

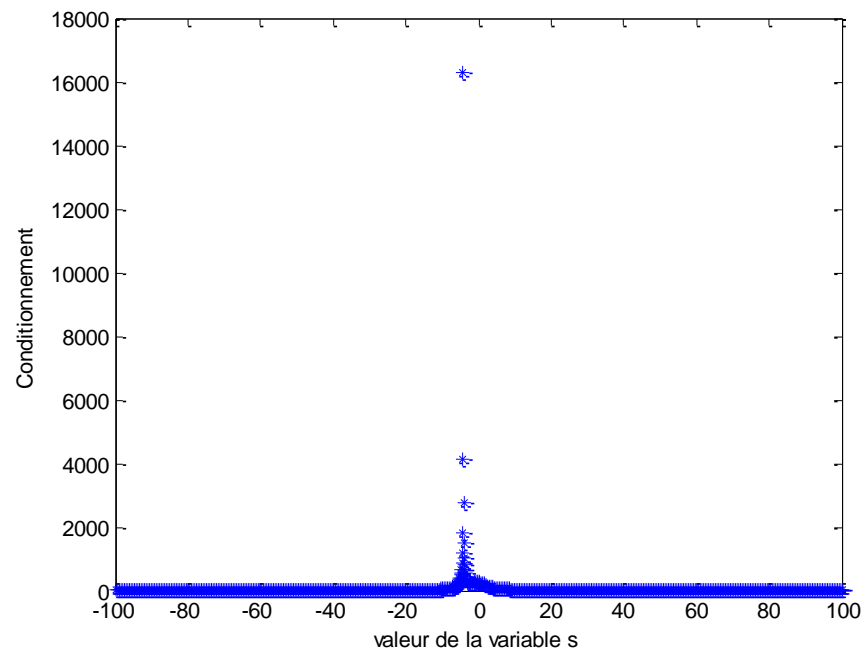


Figure 4-3 : Conditionnement matrice latérale de Roskam pour un point de vol

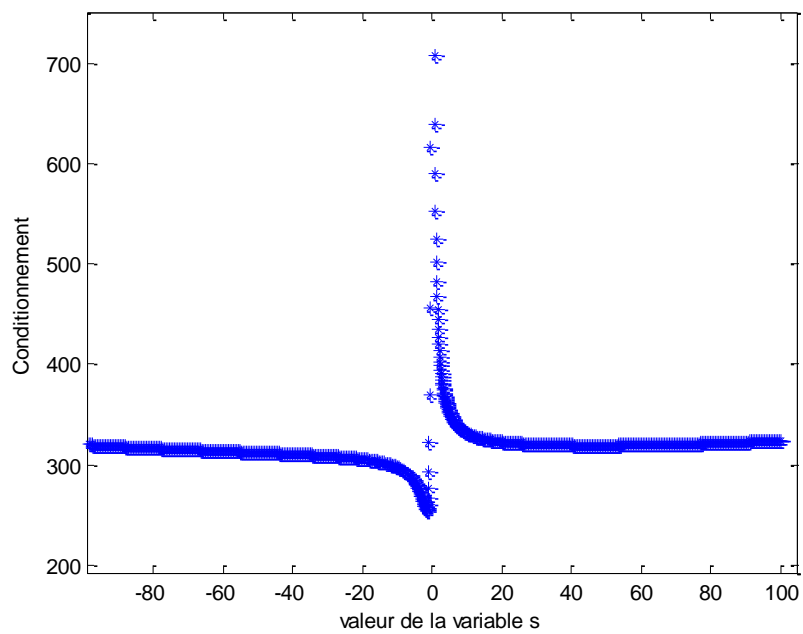


Figure 4-4 : Agrandissement du résultat du conditionnement longitudinal pour un point de vol

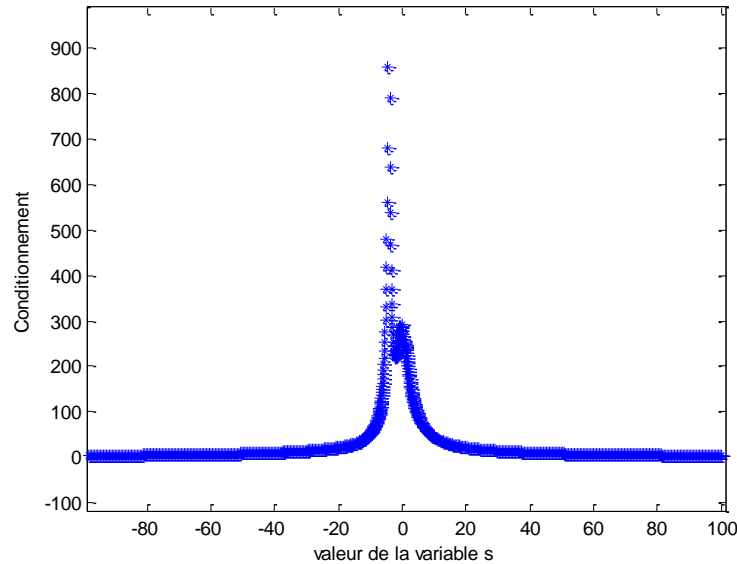


Figure 4-5 : Agrandissement du résultat du conditionnement latéral pour un point de vol

Le calcul du conditionnement des matrices est alors effectué pour l'ensemble des points de la mission de vol aussi bien pour le mouvement longitudinal que latéral pour les deux méthodes présentées dans ce chapitre (Nelson et Roskam). Il est à noter que pour les matrices de Nelson, deux cas de figures sont étudiés pour le mouvement longitudinal. Le premier (appelé « Méthode 1 » sur les graphiques) correspond au vecteur d'état $X = (u, w, q, \theta)^T$ et le deuxième (appelé « Méthode 2 ») au vecteur d'état $X = (v, \gamma, q, \alpha)^T$.

La figure (4.6) représente le conditionnement de la matrice longitudinale pour chaque point de la mission de vol. Chaque croix représente un point de la mission de vol alors que la ligne continue représente la moyenne obtenue par chacune de ces méthodes. On remarquera tout d'abord que l'étendue des valeurs pour la méthode 2 est beaucoup plus grande que celles des deux autres méthodes. De plus, cette figure nous montre que la méthode de Roskam est la méthode la plus précise et celle de Nelson avec le vecteur d'état $X = (v, \gamma, q, \alpha)^T$ est la moins précise. La figure (4.7) est un zoom de la figure (4.6) pour faire apparaître avec plus de précision les résultats du conditionnement pour la méthode de Roskam. Le tableau (4.6) récapitule les moyennes de conditionnement pour chacune des méthodes.

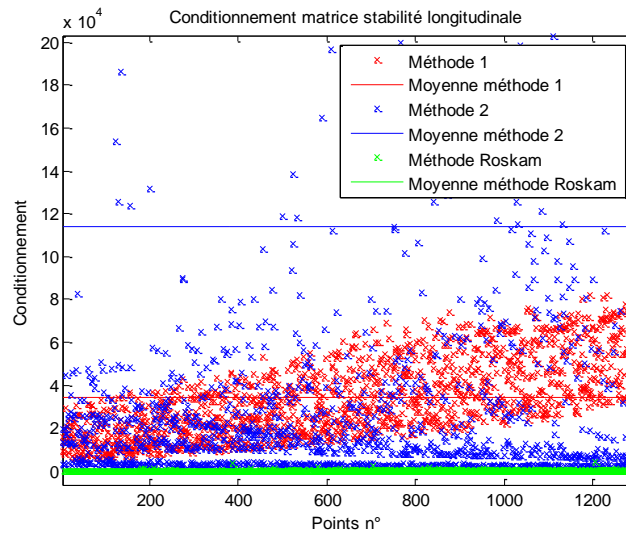


Figure 4-6 : Comparaison du conditionnement longitudinal

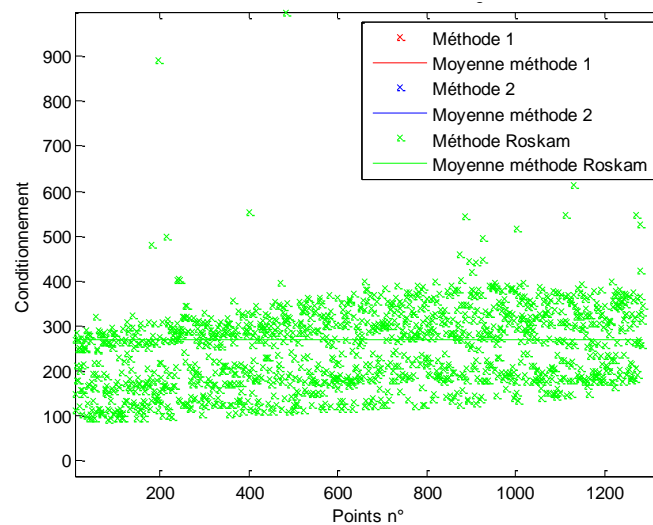


Figure 4-7 : Conditionnement longitudinal de la méthode de Roskam

La figure (4.8) représente le conditionnement de la matrice latérale pour chaque point de la mission de vol. Comme il a été vu précédemment dans ce chapitre, un seul cas a été développé pour la méthode de Nelson. On peut remarquer qu'en comparaison avec le conditionnement longitudinal, celui-ci est beaucoup plus faible, aussi bien pour la méthode de Nelson que de Roskam. De plus, cette figure nous montre qu'encore une fois la méthode de Roskam est la méthode la plus précise. La figure (4.9) est un zoom de la figure (4.8) pour faire apparaître avec plus de précision les résultats du conditionnement pour la méthode de Roskam.

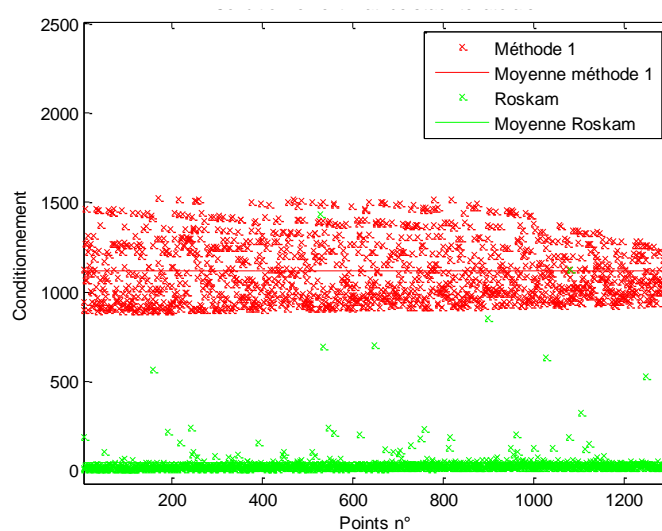


Figure 4-8 : Comparaison du conditionnement latéral

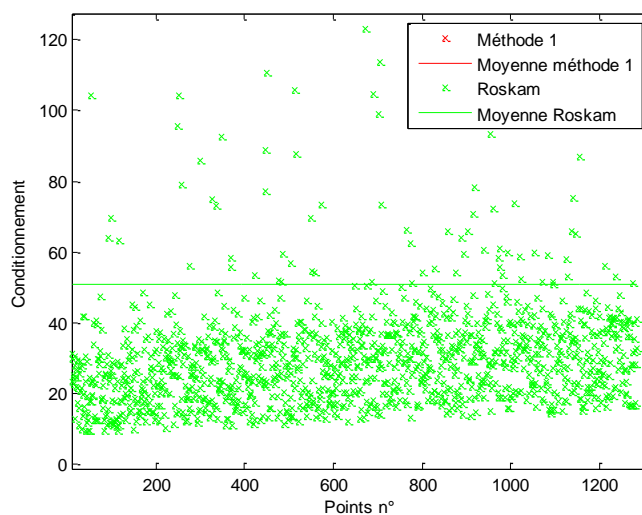


Figure 4-9 : Conditionnement latéral de la méthode de Roskam

Le tableau (4.6) est un récapitulatif des valeurs moyennes de conditionnement pour les matrices longitudinale et latérale pour les différentes méthodes étudiées. Ce tableau nous montre qu'il est préférable d'utiliser la méthode de Roskam pour le calcul des différentes valeurs propres car cette méthode est plus précise que celle de Nelson.

Tableau 4-6 : Récapitulatif des valeurs moyennes de conditionnement

Méthode	Moyenne longitudinale	Moyenne latérale
Méthode 1 Nelson	34235	1115
Méthode 2 Nelson	114260	
Méthode Roskam	269	51

4.4 Approximations de la méthode de Roskam

Comme il a été vu au chapitre précédent, les valeurs des fréquences naturelles non amorties et des taux d'amortissements sont directement reliés à la validation de la stabilité de l'appareil par rapport aux Flying qualities requirements. Cependant, il n'est pas aisé de déterminer ces valeurs directement à partir des différentes matrices de stabilité. Roskam [34] a montré que les différents modes pouvaient être plus facilement estimés grâce à des approximations dans les matrices de stabilité, aussi bien pour le mouvement longitudinal que latéral. En effet, chaque mode correspond une partie de la matrice de stabilité, comme le montre la figure (4.10).

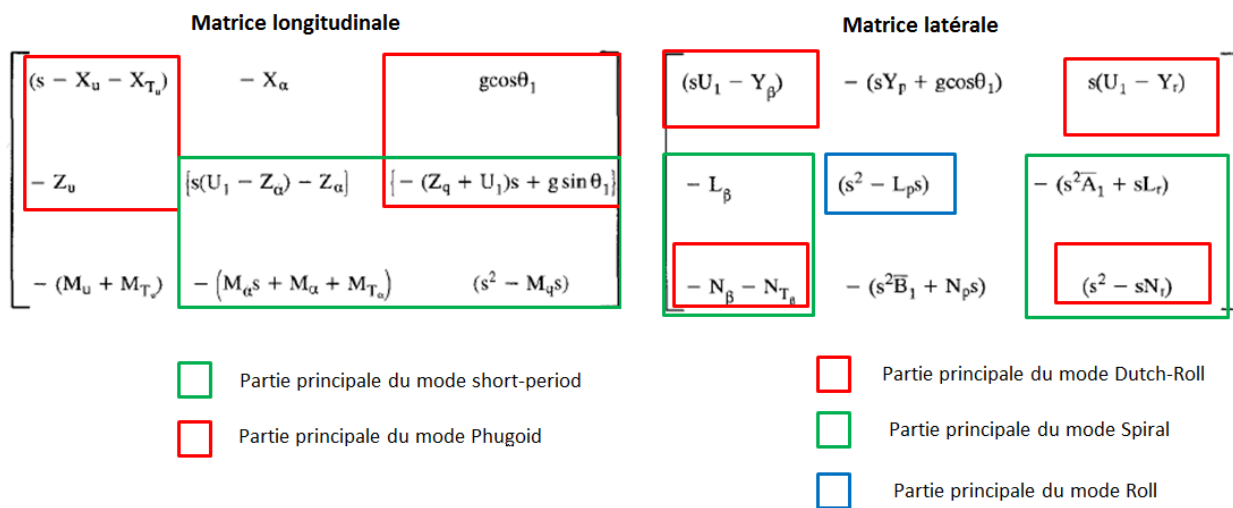


Figure 4-10 : Parties principales des différents modes pour la matrice longitudinale et latérale

4.4.1 Approximation des modes longitudinaux

4.4.1.1 Short Period

Il est acceptable de considérer que le mouvement lié au mode Short Period se fasse à vitesse constante. Avec cette approximation, la matrice de stabilité longitudinale ne possèdera plus que deux degrés de liberté (α et θ). L'équation (4.24) illustre cette modification de la matrice.

$$A = \begin{bmatrix} s(U_0 - Z_{\dot{\alpha}}) - Z_\alpha & -(Z_q + U_0)s + g \sin(\theta) \\ -(M_{\dot{\alpha}}s + M_\alpha + M_{T_\alpha}) & s^2 - M_q s \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Il est également acceptable d'introduire les approximations additionnelles suivantes : $Z_{\dot{\alpha}} \ll U_0$, $Z_q \ll U_0$, $M_{T_{\alpha}} \ll M_{\alpha}$ et $\theta \approx 0$. Il est alors possible d'écrire la matrice A comme l'équation (4.25) :

$$A = \begin{bmatrix} sU_0 - Z_{\alpha} & -U_0s \\ -(M_{\dot{\alpha}}s + M_{\alpha}) & s^2 - M_q s \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Les fonctions de transfert des angles d'attaque et de tangage possèdent tous les deux le même dénominateur, voir l'équation (4.26). Or il a été vu au chapitre 3, équation (3.13), qu'à partir de cette équation, il est facile de déterminer la fréquence naturelle non amortie (4.27) et le taux d'amortissement (4.28) du mode Short Period.

$$s^2 - \left(M_q + \frac{Z_{\alpha}}{U_0} + M_{\dot{\alpha}}\right)s + \left(\frac{Z_{\alpha}M_q}{U_0} - M_{\alpha}\right) \quad (4.26)$$

$$\omega_{n_{sp}} \approx \sqrt{\frac{Z_{\alpha}M_q}{U_0} - M_{\alpha}} \quad (4.27)$$

$$\xi_{sp} \approx \frac{-(M_q + \frac{Z_{\alpha}}{U_0} + M_{\dot{\alpha}})}{2\omega_{n_{sp}}} \quad (4.28)$$

4.4.1.2 Phugoid

Il est acceptable de considérer que le mouvement lié au mode Phugoid se fasse à angle d'attaque constant. Avec cette approximation, la matrice de stabilité longitudinale ne possèdera plus que deux degrés de liberté (u et θ). L'équation (4.29) illustre cette modification de la matrice.

$$A = \begin{bmatrix} (s - X_u - X_{T_u}) & g \cos(\theta) \\ -Z_u & -(Z_q + U_0)s + g \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Il est également acceptable d'introduire les approximations additionnelles suivantes : $Z_q \ll U_0$, $X_{T_u} \ll X_u$ et $\theta \approx 0$. Il est alors possible d'écrire la matrice A comme l'équation (4.30) :

$$A = \begin{bmatrix} s - X_u & g \\ -Z_u & -U_0s \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Les fonctions de transfert de la vitesse et de l'angle de tangage possèdent tous les deux le même dénominateur, voir l'équation (4.31). Cette équation a la même forme que l'équation (3.13). On peut donc facilement déterminer la fréquence naturelle non amortie, équation (4.32), et le taux d'amortissement, équation (4.33), du mode Phugoid selon :

$$s^2 - X_u s + \frac{gZ_u}{U_0} \quad (4.31)$$

$$\omega_{n_{ph}} \approx \sqrt{-\frac{gZ_u}{U_0}} \quad (4.32)$$

$$\xi_{ph} \approx \frac{-X_u}{2\omega_{n_{ph}}} \quad (4.33)$$

4.4.2 Approximation des modes latéraux

4.4.2.1 Dutch-Roll

Pour des appareils possédant un faible angle dièdre, l'angle d'inclinaison est très peu affecté par les effets du mode Dutch-Roll. L'angle d'inclinaison peut donc être approximé dans l'équation (4.21). Ainsi, avec cette approximation, la matrice de stabilité latérale ne possèdera plus que deux degrés de liberté (β et ψ). De même que pour les modes précédents, les dérivées des coefficients de propulsion seront négligées. L'équation (4.34) illustre cette modification de la matrice.

$$A = \begin{bmatrix} (sU_0 - Y_\beta) & s(U_0 - Y_r) \\ -N_\beta & s^2 - N_r s \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Les fonctions de transfert de l'angle de dérapage et de cap possèdent tous les deux le même dénominateur, voir l'équation (4.35). Cette équation a la même forme que l'équation (3.14). On peut donc facilement déterminer la fréquence naturelle non amortie, équation (4.36), et le taux d'amortissement, équation (4.37), du mode Dutch-Roll.

$$s^2 - \left(N_r + \frac{Y_\beta}{U_0}\right)s + (N_\beta + \frac{1}{U_0}(Y_\beta N_r - N_\beta Y_r)) \quad (4.35)$$

$$\omega_{n_{DR}} \approx \sqrt{N_\beta + \frac{1}{U_0}(Y_\beta N_r - N_\beta Y_r)} \quad (4.36)$$

$$\xi_{DR} \approx \frac{-\left(N_r + \frac{Y_\beta}{U_0}\right)}{2\omega_{n_{DR}}} \quad (4.37)$$

4.4.2.2 Spiral

Au niveau du mode Spiral, les trois angles du vecteur d'état X participent au mouvement de l'appareil. Cependant, Roskam propose de négliger l'équation de la force latérale (première ligne de la matrice A) et les termes de roulis dans les deux autres équations (deuxième colonne de la

matrice A). Les dérivées des coefficients de propulsion sont aussi négligées. L'équation (4.38) illustre cette modification de la matrice.

$$A = \begin{bmatrix} -L_\beta & -(s^2 \bar{A}_1 + sL_r) \\ -N_\beta & s^2 - N_r s \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Les fonctions de transfert de l'angle de dérapage et de cap possèdent tous les deux le même dénominateur, voir l'équation (4.39). Cette équation a la même forme que l'équation (3.14). On peut donc facilement déterminer la période du mode Spiral, équation (4.40).

$$s(-s(L_\beta + N_\beta \bar{A}_1) + (L_\beta N_r - N_\beta L_r)) \quad (4.39)$$

$$T_s = \frac{1}{s_{spiral}} = \frac{(L_\beta + N_\beta \bar{A}_1)}{(L_\beta N_r - N_\beta L_r)} \quad (4.40)$$

4.4.2.3 Roll

Pour le mode Roll, le seul angle important est l'angle d'inclinaison ϕ . On ne conserve donc dans l'équation (4.20) uniquement ce qui concerne le roulis. La fonction de transfert de l'angle d'inclinaison, équation (4.41), possède la même forme que l'équation (3.14). On peut donc facilement déterminer la période du mode Roll, équation (4.42).

$$s(s - L_p) \quad (4.41)$$

$$T_r = \left| \frac{1}{s_{roll}} \right| = \left| \frac{1}{L_p} \right| \quad (4.42)$$

CHAPITRE 5 VALIDATION DU MODÈLE

Afin de pouvoir utiliser le modèle qui a été développé, il est d'abord nécessaire de le valider avec des études déjà réalisées par le passé. Même si le Airbus A320 est l'avion qui se rapproche le plus du Blended Wing Body par ses dimensions et son utilisation, il existe plus d'études sur la stabilité du Boeing 747. Bien que cet avion possède des dimensions supérieures à celles du BWB et de l'Airbus A320, c'est cet avion qui sera utilisé pour valider le modèle développé.

5.1 Validation du modèle du Boeing 747

5.1.1 Création de la géométrie sous AcBuilder et Tornado

Un modèle du Boeing 747 a été créé dans le module AcBuilder de la plateforme de design CEASIOM. Dans ce design, l'ensemble des surfaces de contrôle ont été prises en compte comme le montre la figure (5.1). On retrouve notamment les élévateurs sur l'empennage arrière de l'appareil ainsi qu'un rudder, et des flaps et des ailerons sur l'ensemble du bord de fuite de l'aile principale.

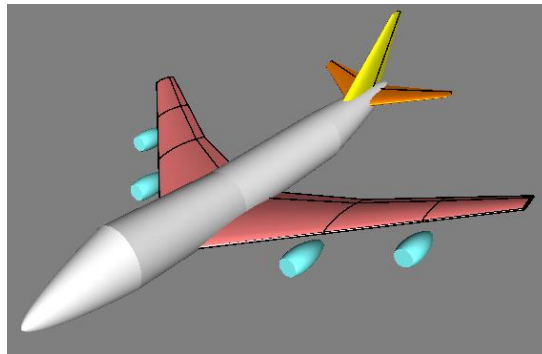


Figure 5-1 : B747 obtenu sous AcBuilder

Un modèle du Boeing 747 est également créé sous Tornado afin de pouvoir comparer les résultats des coefficients aérodynamiques du modèle avec ceux trouvés dans la littérature, notamment ceux regroupés par Da Ronch [37]. Comme il a été expliqué dans un chapitre précédent, Tornado ne prend en compte que les surfaces portantes pour représenter la géométrie d'un appareil. La figure (5.2) qui représente le design du Boeing 747 sous Tornado montre bien ce principe. Sur cette figure, on pourra remarquer que des élévateurs ont été ajoutés au design de base de l'appareil.

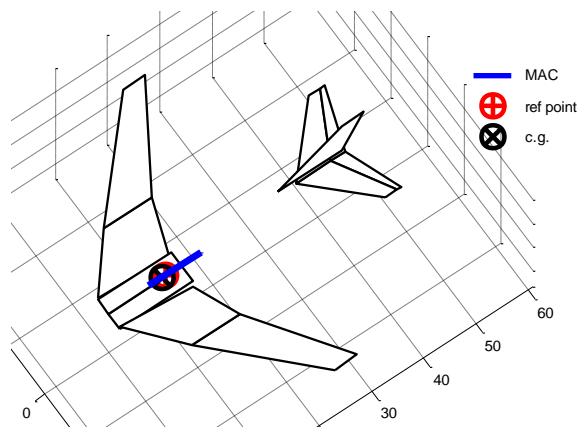


Figure 5-2 : B747 obtenu sous Tornado

5.1.2 Validation des coefficients aérodynamiques obtenus

Dans son article [37], Da Ronch et al. décrivent notamment comment le module CFD de CEASIOM calcule la base de données aérodynamiques d'une configuration d'un appareil. Ce papier compare différentes méthodes de calculs des différents coefficients aérodynamiques dans le but d'étudier la stabilité du Boeing 747. Nous allons donc comparer nos résultats obtenus à l'aide de Tornado avec ceux de cette étude.

5.1.2.1 Aérodynamique à basse vitesse

La figure (5.3) illustre la prédiction du coefficient de portance à basse vitesse (Mach 0.15) en fonction de l'angle d'attaque. Les résultats obtenus grâce au programme Tornado (« Résultats numériques ») et ceux trouvés par Da Ronch sont comparés à ceux de deux méthodes appelées respectivement « TORNADO Baseline » et « TORNADO Viscous ». Les données « TORNADO Baseline » sont basées sur la formulation de base de la méthode VLM qui prévoit une augmentation linéaire du coefficient de portance avec l'augmentation de l'angle d'attaque et les effets visqueux ne sont pas pris en compte. Ces effets visqueux sont pris en compte avec les données « TORNADO Viscous ». Il est alors possible de voir une divergence dans les résultats des deux méthodes, du fait des effets visqueux, qui indique la présence d'un angle d'attaque de décrochage pour l'appareil. Nos résultats montrent une prise en compte des effets visqueux moins importante que celle de Da Ronch ainsi qu'une légère perturbation au niveau de l'angle d'attaque de décrochage. Cependant, les différences entre nos résultats et ceux des méthodes « TORNADO » restent acceptables.

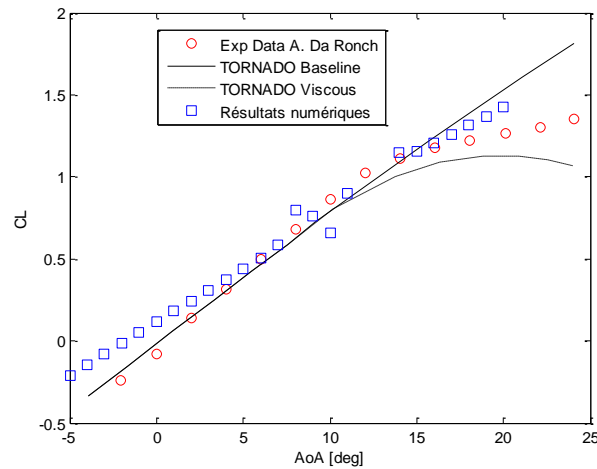


Figure 5-3 : Coefficient de portance à basse vitesse (Mach 0.15)

La figure (5.4) illustre la prédiction du coefficient du moment de tangage à basse vitesse (Mach 0.15) en fonction de l'angle d'attaque. Nos résultats obtenus et ceux trouvés par Da Ronch sont comparés à ceux de deux configurations appelées respectivement « TORNADO FWVH » et « TORNADO WVH ». La configuration « TORNADO WVH » (Wing-Vertical-Horizontal tail) ne prend pas en compte les effets du fuselage sur le coefficient du moment de tangage à la différence de la configuration « TORNADO FWVH » (Fuselage-Wing-Vertical-Horizontal tail), ce qui conduit à une légère augmentation du coefficient. Pour nos résultats et les résultats expérimentaux de Da Ronch, les résultats se séparent de ceux de la configuration « TORNADO WVH » de manières opposées à partir de l'angle d'attaque de décrochage : augmentation du C_m pour Da Ronch, diminution pour nos résultats. Cependant, les différences entre nos résultats et ceux des méthodes « TORNADO » restent acceptables.

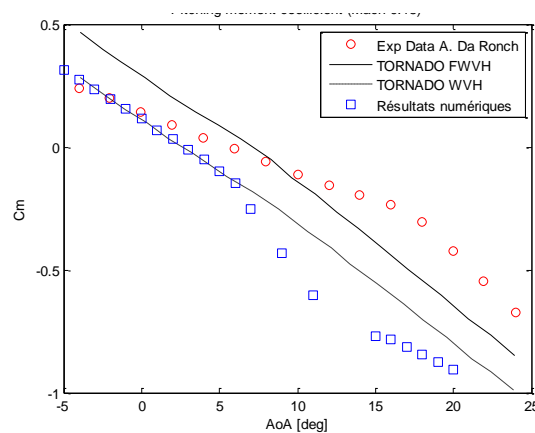


Figure 5-4 : Coefficient du moment de tangage à basse vitesse (Mach 0.15)

5.1.2.2 Aérodynamique à haute vitesse

La figure (5.5) illustre la prédiction du coefficient de portance à haute vitesse (Mach 0.80) en fonction de l'angle d'attaque pour différents modèles aérodynamiques. Les comparaisons sont faites avec les modèles EDGE-Euler, DATCOM, TORNADO avec ou sans la considération des effets visqueux. Ce sont les résultats du modèle EDGE-Euler qui sont les plus proches des résultats expérimentaux. Le modèle DATCOM possède une pente semblable à celle des résultats expérimentaux mais les résultats sont largement inférieurs (environ 40% plus faible). Quoique légèrement supérieurs à ceux des données expérimentales, nos résultats restent acceptables.

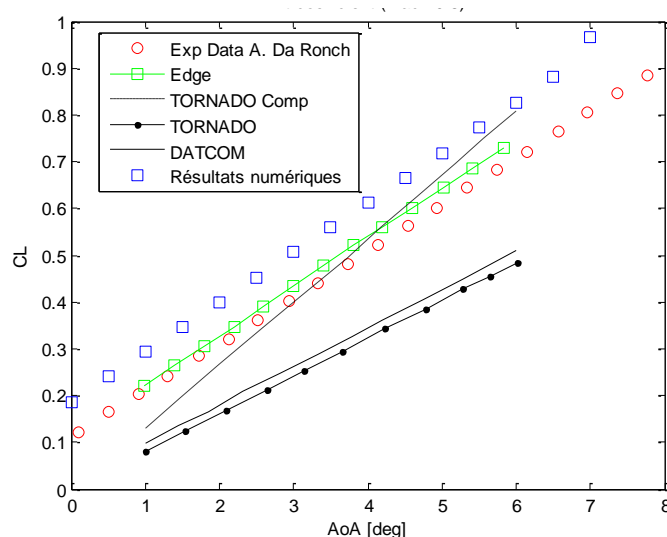


Figure 5-5 : Coefficient de portance à haute vitesse (Mach 0.80)

La figure (5.6) illustre la prédiction du coefficient du moment de tangage à haute vitesse (Mach 0.80) en fonction de l'angle d'attaque pour différents modèles aérodynamiques. Encore une fois, c'est le modèle EDGE-Euler qui se rapproche le plus des résultats expérimentaux. Les modèles TORNADO (sans prise en compte des effets visqueux) et DATCOM présentent le même profil de courbe que celui du modèle EDGE-Euler, mais leurs résultats sont largement supérieurs aux résultats expérimentaux. On peut remarquer que nos résultats divergent des données expérimentales à partir d'un angle d'attaque de 3 degrés. Il faudra donc faire attention aux valeurs du coefficient du moment de tangage pour des angles d'attaque importants dans nos calculs.

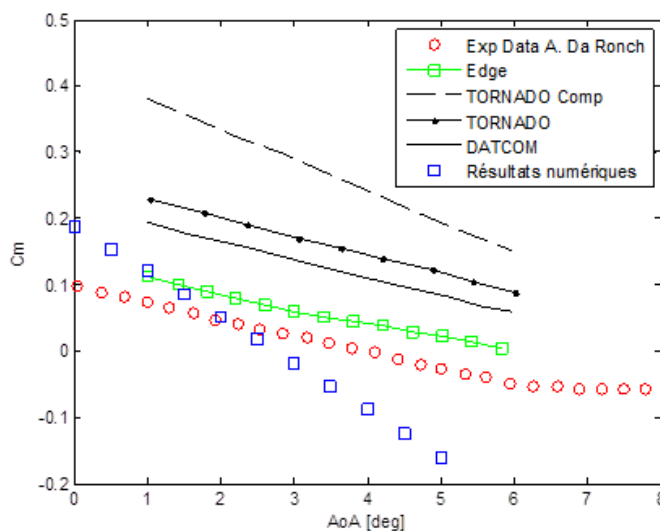


Figure 5-6 : Coefficient du moment de tangage à haute vitesse (Mach 0.80)

La figure (5.7) illustre la prédiction du coefficient de trainée à haute vitesse (Mach 0.80) en fonction du coefficient de portance pour différents modèles aérodynamiques. Le modèle le mieux adapté pour des coefficients de portance faible (inférieurs à 0.5) est la méthode DATCOM alors que pour des C_L plus importants (supérieurs à 0.5), c'est le modèle EDGE-Euler. On peut voir également que les modèles TORNADO (avec ou sans les effets visqueux) ont le moins de corrélation avec les données expérimentales. Nos résultats montrent une très bonne corrélation avec les données expérimentales pour des C_L faibles (inférieurs à 0.5) mais des valeurs du coefficient de trainée inférieures à ceux des données expérimentales pour les C_L plus élevés.

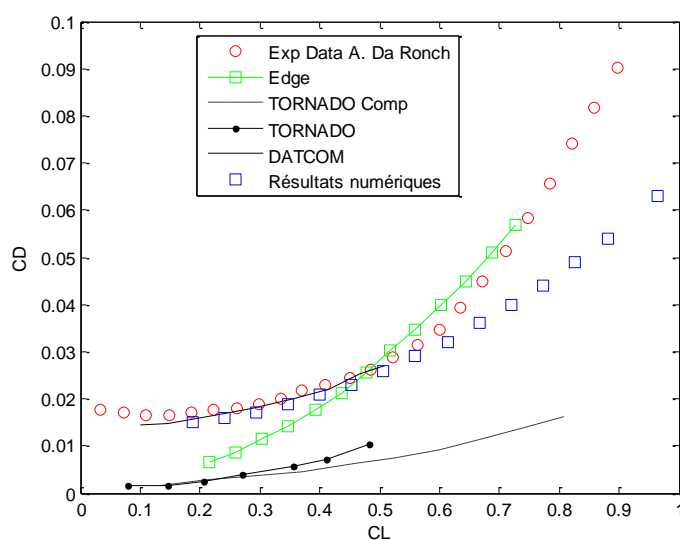


Figure 5-7 : Coefficient de trainée à haute vitesse (Mach 0.80)

L'ensemble de ces résultats indique que le modèle du Boeing 747 créé afin de valider notre méthode se rapproche assez bien des résultats expérimentaux réalisés sur ce même avion. Cependant, on peut relever quelques légères différences avec ces résultats expérimentaux, notamment pour le coefficient du moment de tangage pour des angles d'attaque élevés, ainsi qu'une sous-estimation du coefficient de trainée pour des valeurs de C_L importantes.

5.2 Validation des approximations de la méthode de Roskam

Nous avons expliqué au Chapitre 4 que chaque mode de stabilité correspondait à une partie de la matrice de stabilité et qu'ainsi, différents modes pouvaient être plus facilement estimés grâce à des approximations dans les matrices de stabilité. Nous allons valider ces approximations sur le modèle que nous avons développé en nous servant du Boeing 747 comme référence. L'exemple du B747 du livre de Roskam [34] servira de référence.

Le tableau (5.1) répertorie l'ensemble des résultats trouvés (le mode Spiral n'est pas pris en compte dans ce tableau).

Tableau 5-1 : Validation des approximations de la méthode de Roskam

	ω_{Ph}	ξ_{Ph}	ω_{SP}	ξ_{SP}	ω_{DR}	ξ_{DR}	T_{Roll}
Valeur obtenue	0,092	0,0461	2,8324	0,3535	1,6882	0,0387	1,999s
Résultat Roskam	0,0978	0,0481	2,6211	0,3721	1,6883	0,0388	1,383s
Ecart	6,30%	4,34%	7,46%	5,26%	0,01%	0,26%	30,82%
Résultat Roskam (approximations)	0,0819	0,0459	2,6282	0,3718	1,6943	0,0484	1,5876s
Ecart	10,98%	0,43%	7,21%	5,18%	0,36%	25,58%	20,58%

Ce tableau nous montre que les résultats obtenus par la méthode d'approximation des modes de stabilité correspondent assez bien aux résultats trouvés par Roskam. En effet, pour la plupart des modes, l'écart relatif entre nos résultats et ceux de Roskam ne dépasse pas les 11%, à l'exception du taux d'amortissement du mode Dutch-Roll (25%) et de la période du mode Roll (20-30%). Cependant, même ces écarts relatifs sont encore acceptables puisqu'il sera compliqué pour le

pilote de percevoir une différence entre un taux d'amortissement de 0,0387 et 0.0484 ou encore une période de 2s au lieu de 1,6. Il faut toutefois prendre en compte le fait que ces différences pourraient faire changer le niveau de stabilité en passant d'un niveau à un autre.

5.3 Validation des résultats de stabilité

Les deux premières parties de ce Chapitre ont permis de vérifier la validité du modèle du B747 construit sous CEASIOM et Tornado ainsi que de vérifier la validité de la méthode des approximations des modes de stabilité. Pour terminer la validation globale du modèle, nous allons comparer les résultats de stabilité de notre modèle du B747 avec ceux trouvés par Da Ronch [37] et Rizzi [38] basés sur les recommandations de l'OACI. Les résultats de Da Ronch et Rizzi ont été obtenus à l'aide du module SDSA de CEASIOM. Nous vérifierons la stabilité du B747 également à l'aide des Flying Qualities Requirements.

5.3.1 Mode Phugoïde

Le mode Phugoid se caractérise par une faible fréquence d'amortissement ainsi que d'un faible amortissement. Le critère principal utilisé dans les recommandations de l'OACI est de tracer le graphique représentant la période du mode Phugoïde en fonction du produit $2 * \xi_{ph} * \omega_{ph}$. Pour comparer nos résultats, nous allons utiliser ceux présentés par Da Ronch [37], voir figure (5.8) La figure (5.9) illustre les résultats trouvés par notre méthode.

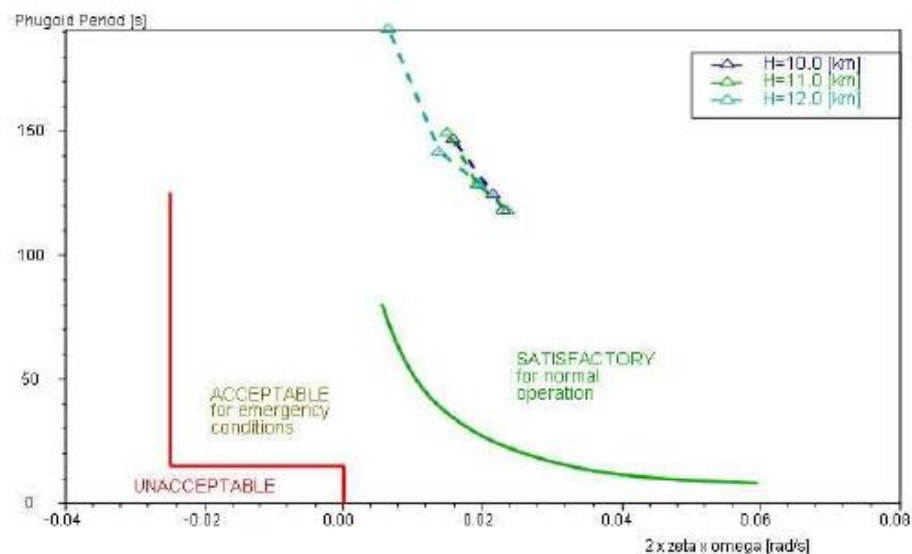


Figure 5-8 : Résultats du mode Phugoïde de Da Ronch [37]

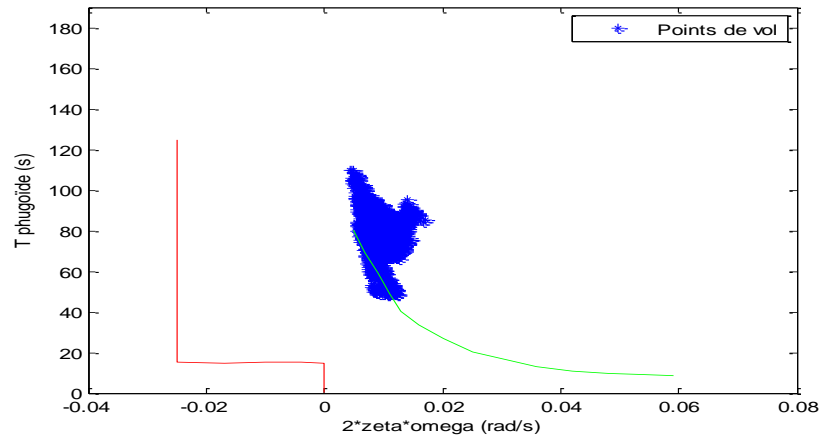


Figure 5-9 : Résultats du mode Phugoïde trouvés

Les figures (5.8) et (5.9) nous montrent qu'avec la méthode que nous avons développée, la période du mode Phugoïde est légèrement plus faible et il en est de même avec le produit $2 * \xi_{ph} * \omega_{ph}$. En effet, nos résultats se situent plus proches de la frontière « Satisfaisant/Acceptable » que ceux de Da Ronch. Cela signifie que notre modèle prédit moins de stabilité pour le mode Phugoïde par rapport aux résultats trouvés grâce aux calculs sous SDSA. Cependant, cette moins grande stabilité n'est pas préjudiciable, puisque l'ensemble des points de vol restent dans le domaine défini comme stable par l'OACI.

Pour obtenir la figure (5.10), nous avons comparé les valeurs trouvées pour l'amortissement à celles que Cook a répertorié dans ses tableaux et que nous avons résumé au tableau (3.6). Chaque niveau de stabilité est représenté d'une couleur différente afin d'illustrer les zones de plus ou moins grande stabilité. Le graphique de gauche représente uniquement la mission de vol alors que celui de droite représente l'ensemble de l'enveloppe de vol. La figure (5.10) montre bien la stabilité du B747 pour le mode Phugoïde par rapport aux Flying Qualities Requirements.

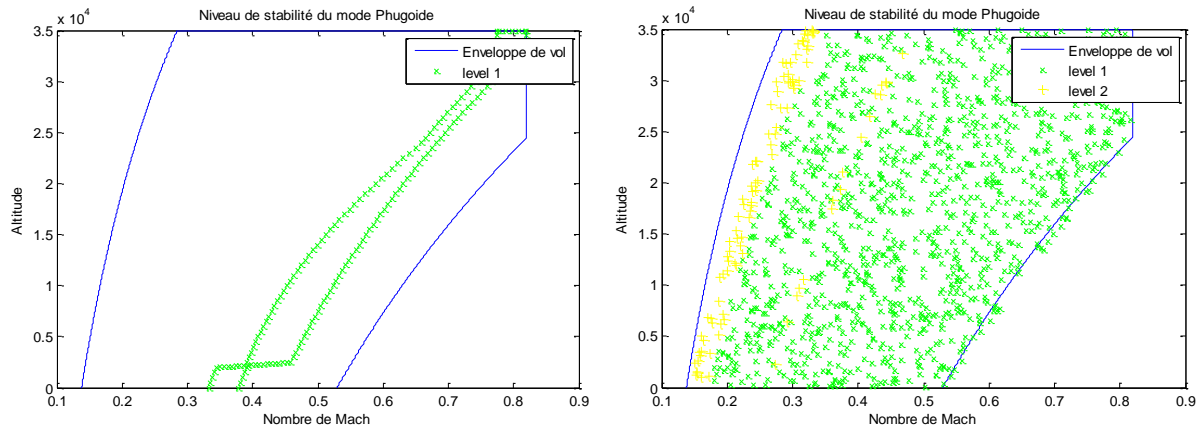


Figure 5-10 : Stabilité du mode Phugoïde

5.3.2 Mode Short Period

Le mode Short Period se caractérise par un mode oscillatoire très rapide et fortement amorti. L'OACI donne deux critères pour vérifier la stabilité de ce mode. Le premier est de représenter la fréquence naturelle non amortie ω_{SP} en fonction du taux d'amortissement ξ_{SP} . Dans la seconde, on trace la période de $\frac{1}{2}$ amplitude en fonction de la période. Dans leur article respectif, Rizzi [38] a présenté la première méthode, figure (5.11), et Da Ronch [37] la seconde, voir figure (5.13). Les figures (5.12) et (5.14) illustrent les résultats trouvés par notre méthode.

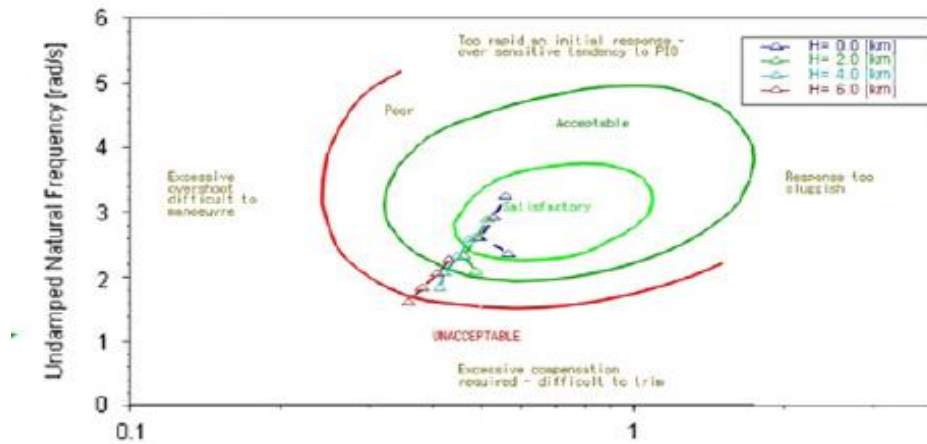


Figure 5-11 : Résultats du mode Short Period de Rizzi (1^{ère} méthode) [38]

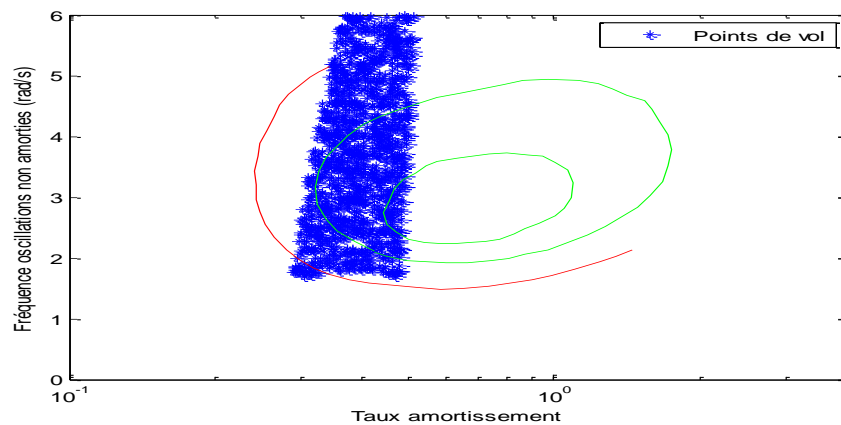


Figure 5-12 : Résultats du mode Short Period trouvés (1^{ère} méthode)

Au niveau du premier critère, on s'aperçoit que certains points de vol ne rentrent pas dans les critères de stabilité recommandés par l'OACI. Il est à noter que pour le cas présenté par Rizzi, seuls quelques points de vol particuliers sont représentés.

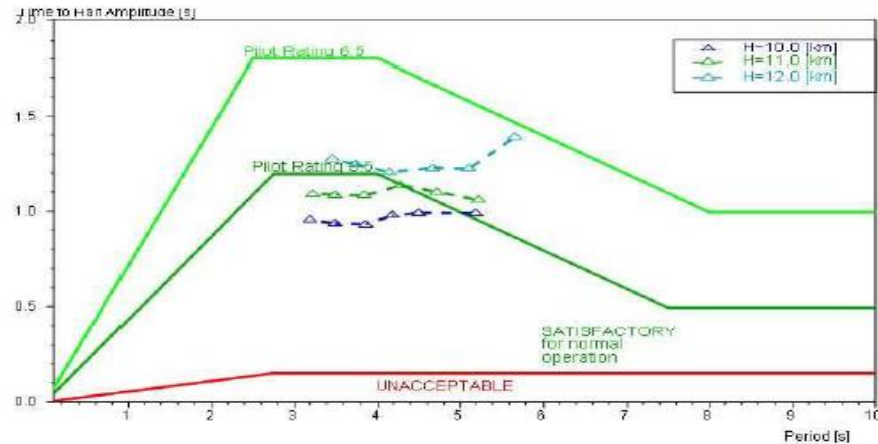


Figure 5-13 : Résultats du mode Short Period de Da Ronch (2ème méthode) [37]

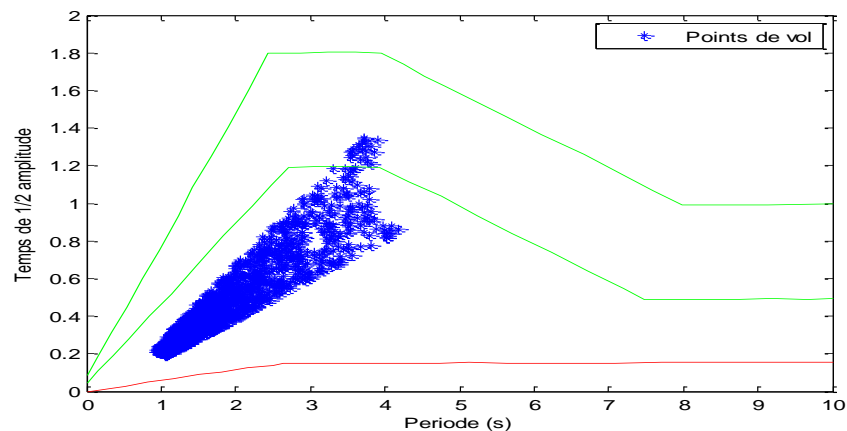


Figure 5-14 : Résultats du mode Short Period trouvés (2ème méthode)

En ce qui concerne le second critère, la méthode que nous avons développée prédit que la période de $\frac{1}{2}$ amplitude du mode Short Period est plus faible que celle des résultats présentés par Da Ronch et il en est de même avec la période. Cependant, ces valeurs plus faibles respectent toujours les valeurs limites définies par les recommandations de l'OACI, ce qui signifie qu'il y a également stabilité pour le mode Short Period. Il en est de même au niveau des Flying Qualities Requirements. En effet, selon la même démarche utilisée pour la figure (5.10), la figure (5.15) nous montre bien que notre modèle de B747 est stable en ce qui concerne le mode Short Period par rapport aux Flying Qualities Requirements.

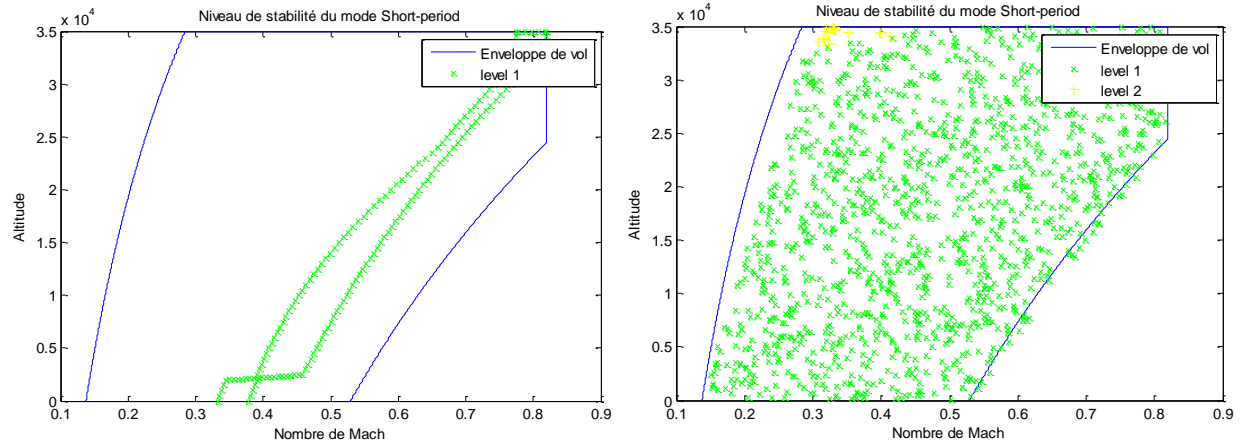


Figure 5-15 : Stabilité du mode Short-Period

5.3.3 Mode Dutch-Roll

Le mode Dutch Roll se caractérise par un léger amortissement et une faible fréquence d'amortissement. Le critère principal utilisé dans les recommandations de l'OACI est de tracer le graphique représentant le rapport ζ/η en fonction de la vitesse réelle de l'air (TAS). Pour comparer nos résultats, nous allons utiliser ceux présentés par Da Ronch [37], voir figure (5.16). La figure (5.17) illustre les résultats trouvés par notre méthode. Les équations (5.1) et (5.2) donnent plus de précisions sur ce rapport ζ/η :

$$\zeta = \xi * \omega \quad (5.1)$$

$$\eta = \omega * \sqrt{1 - \xi^2} \quad (5.2)$$

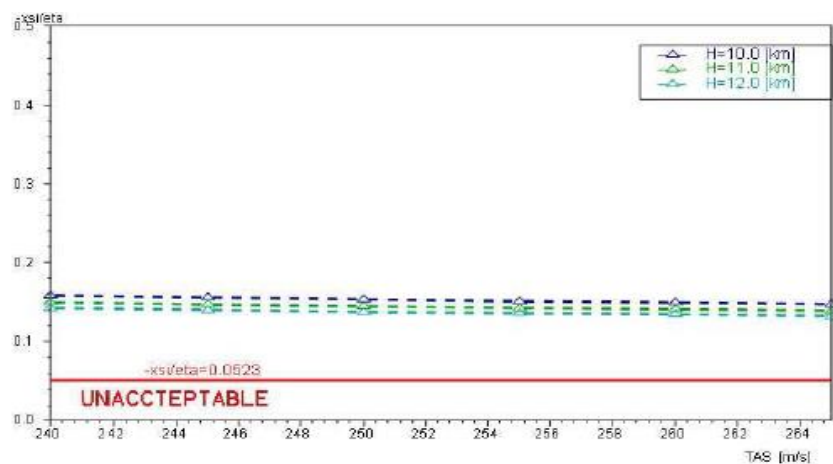


Figure 5-16 : Résultats du mode Dutch-Roll de Da Ronch [37]

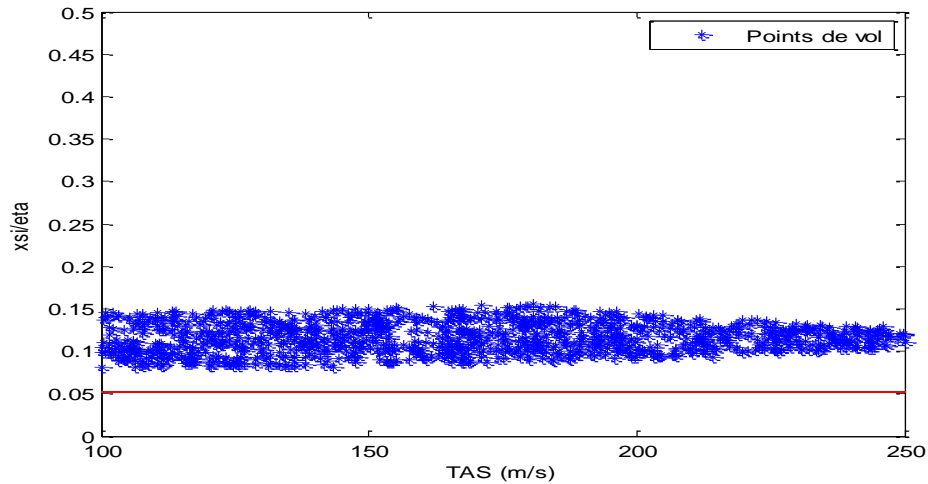


Figure 5-17 : Résultats du mode Dutch-Roll trouvés

Les figures (5.16) et (5.17) nous montrent des résultats quasiment similaires pour les deux méthodes. Dans les deux cas, l'ensemble des points de vol restent dans le domaine défini comme stable par l'OACI. Ceci nous permet de valider l'étude sur la stabilité du mode Dutch Roll au niveau des recommandations de l'OACI. D'ailleurs, les figures (5.18), (5.19) et (5.20) montrent bien la stabilité du B747 pour le mode Dutch Roll par rapport aux Flying Qualities Requirements en ce qui concerne respectivement l'amortissement, les oscillations et le produit des deux.

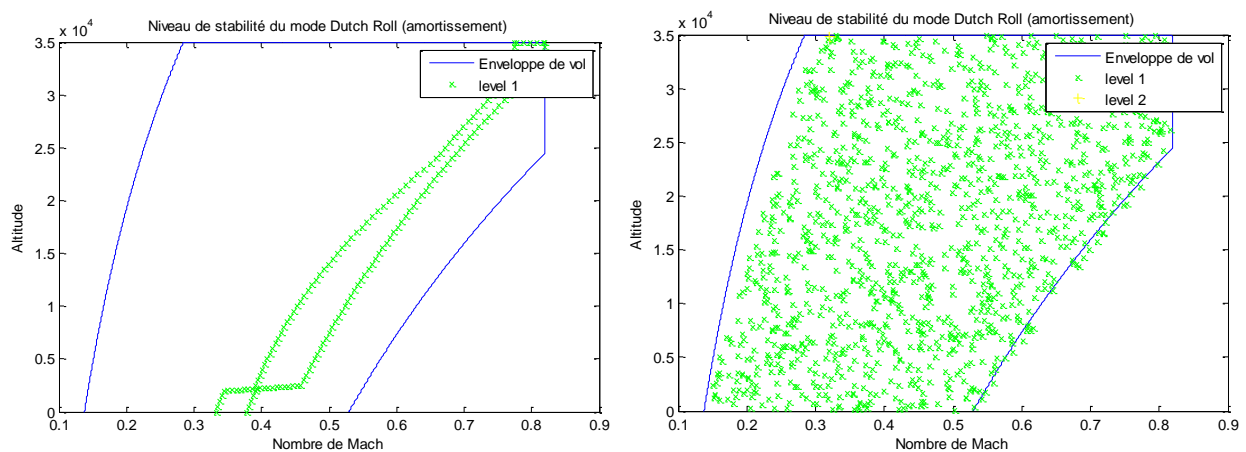


Figure 5-18 : Stabilité du mode Dutch-Roll (amortissements)

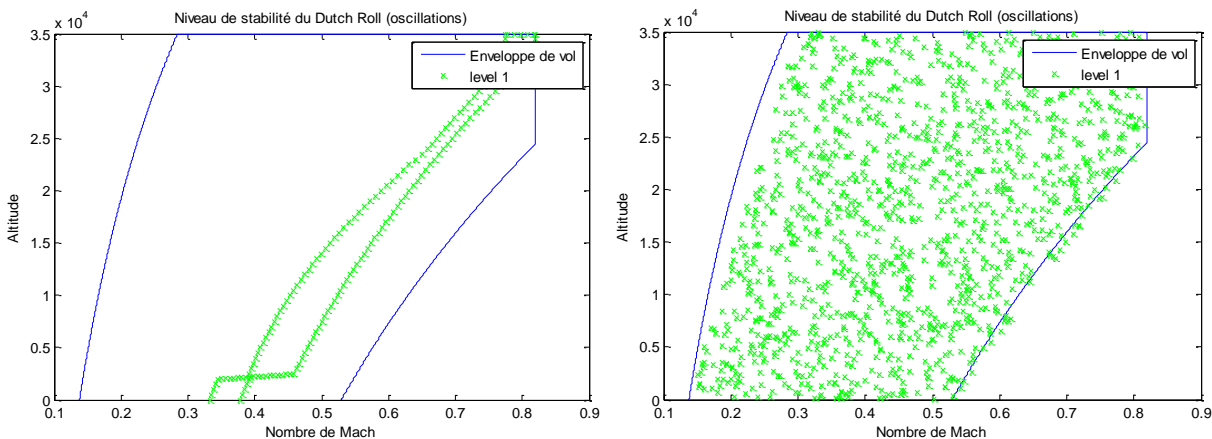


Figure 5-19 : Stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations)

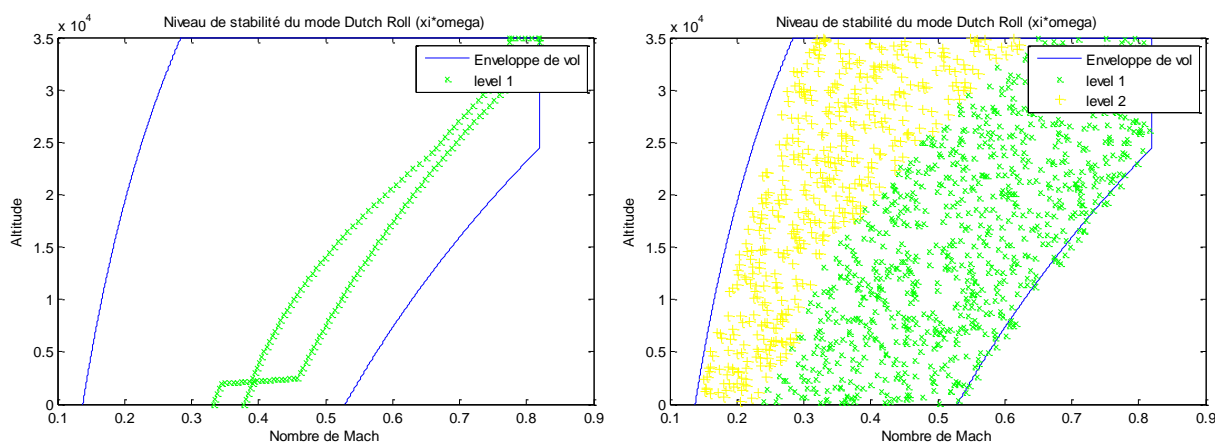


Figure 5-20 : Stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations*amortissements)

5.3.4 Conclusions sur la stabilité du B747

Pour la stabilité globale du mouvement longitudinal et latéral, il faut prendre en compte les résultats des critères de stabilité, présentés au tableau (3.6), de chaque mode. Il s'agit des modes Short-Period (amortissement) et Phugoïde (amortissement) ainsi que le CAP pour le mouvement longitudinal, et les modes Dutch-Roll (amortissement, oscillations et le produit des deux) et Roll pour le mouvement latéral. On définit les règles suivantes :

Tableau 5-2 : Règles pour définir la stabilité globale de l'appareil

Niveau de stabilité	Stabilité globale
Que des niveaux 1	Stable
Niveaux 1 et un niveau 2	Stable
Deux niveaux 2 ou plus	Instable
Un niveau 3	Instable

5.3.4.1 Stabilité longitudinale globale

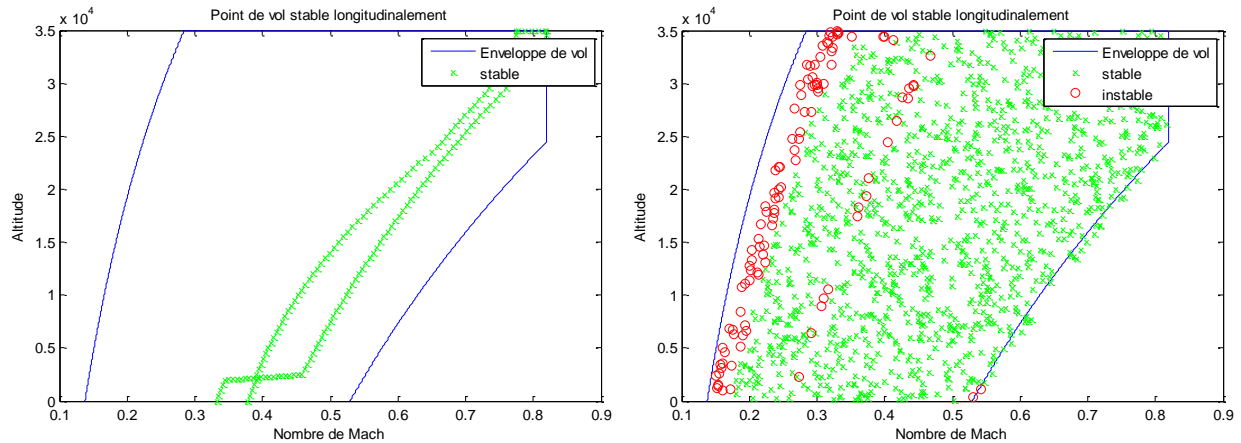


Figure 5-21 : Stabilité longitudinale globale du B747

5.3.4.2 Stabilité latérale globale

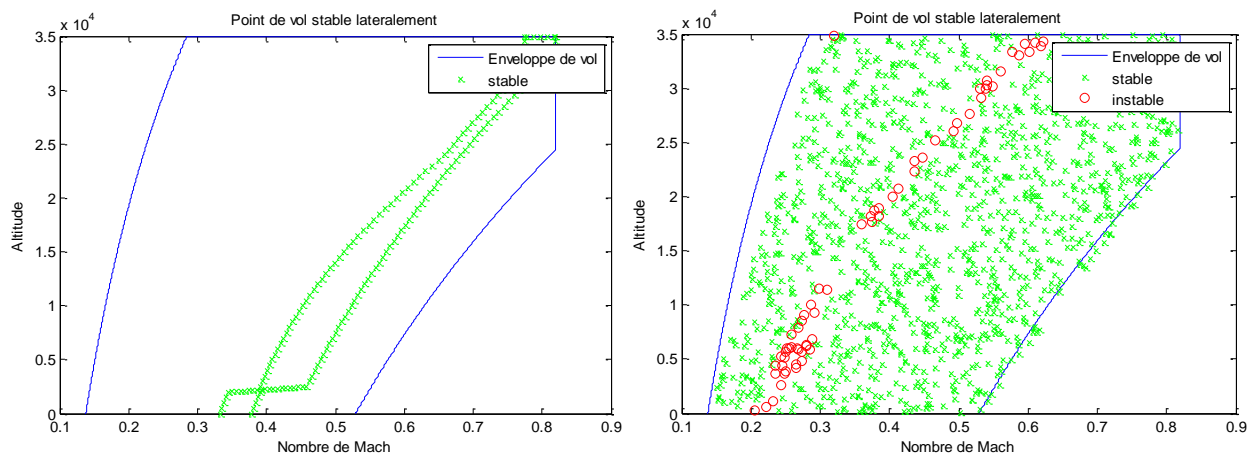


Figure 5-22 : Stabilité latérale globale du B747

Comme nous pouvons le voir sur les figures (5.21) et (5.22) qui reprennent les résultats de l'ensemble des modes de stabilité, la méthode que nous avons développée indique, que pour l'ensemble de ses points de vol, le Boeing 747 se trouve dans un état stable dynamiquement, ce qui rejoint bien la réalité. On peut donc valider notre modèle.

CHAPITRE 6 RÉSULTATS

Maintenant que le modèle a été validé à l'aide du B747, nous allons vérifier dans un premier temps la stabilité statique, puis ensuite la stabilité dynamique du BWB. Les graphiques qui ont été utilisés au Chapitre 5 pour les résultats du BWB seront à nouveau utilisés ici. Nous finirons par une étude statique du cas d'une perte d'un des deux moteurs (One Engine Inoperative).

6.1 Vérification de la stabilité statique du BWB

Dans le Chapitre 3, il a été expliqué que la stabilité statique longitudinale d'un appareil peut être vérifiée à l'aide de la dérivée du coefficient du moment de tangage par rapport à la variation de l'angle d'attaque. Cette dérivée doit être toujours négative. Les résultats trouvés nous montrent que dans le cas de notre BWB, ces dérivées sont bien toujours négatives, voir le tableau (6.1). Il a aussi été expliqué dans l'Introduction que la marge statique joue un rôle important dans cette stabilité. En effet, Thorpe a proposé un intervalle de 2 à 8% de marge statique pour que celle-ci soit efficace. De plus, les normes actuelles exigent que cette marge statique soit au moins égale à 5%. La figure (6.1) nous montre que dans le cas de notre modèle, la marge statique respecte ces conditions.

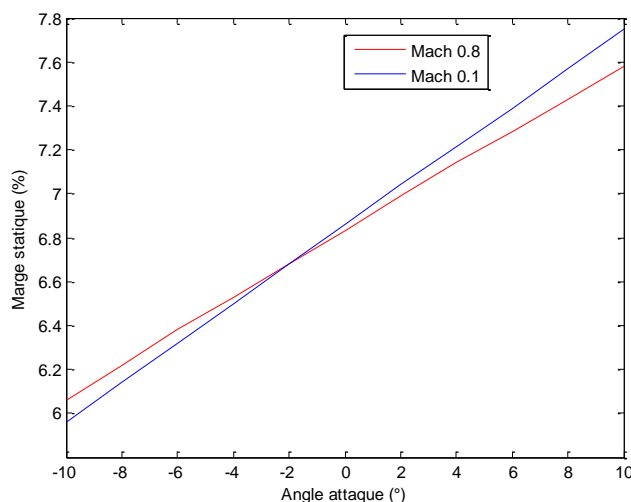


Figure 6-1: Évolution de la marge statique en fonction de l'angle d'attaque

En ce qui concerne la stabilité statique latérale, le Chapitre 3 a montré que les coefficients importants étaient le C_{l_β} et le C_{n_β} . Afin d'assurer la stabilité statique latérale, le premier coefficient doit toujours être négatif et le second toujours positif. Les résultats obtenus pour notre modèle nous prouvent que le BWB est stable statiquement, voir tableau (6.1).

Tableau 6-1 : Validation de la stabilité statique du BWB

	C_{m_α}	C_{l_β}	C_{n_β}
Maximum	- 0.4517	- 0.0256	0.0184
Minimum	- 0.7176	- 0.0426	0.0071

6.2 Vérification de la stabilité dynamique du BWB

6.2.1 Comparaison des résultats avec le B747

Le tableau (6.2) permet de faire la comparaison des résultats des principaux modes de stabilité entre le BWB et le B747. Ces résultats permettront de mieux analyser les différents comportements dynamiques des deux avions.

Tableau 6-2 : Comparaison entre BWB et B747

	ξ_{SP}	ω_{SP}	ξ_{Ph}	ω_{Ph}	ξ_{DR}	ω_{DR}
Minimum BWB	0.5224	8.3317	0.0394	0.0762	0.0011	1.9847
Minimum B747	0.3513	3.9969	0.0478	0.075	0.1016	1.5885
Maximum BWB	0.6772	11.9872	0.1264	0.1893	0.0415	3.6956
Maximum B747	0.5018	4.0555	0.1474	0.1393	0.1459	2.5936
Moyenne BWB	0.5993	10.4597	0.0743	0.1298	0.016	2.8921
Moyenne B747	0.4277	5.1891	0.0827	0.0969	0.1234	2.1536
Limite Level 1	≥ 0.3		≥ 0.04		≥ 0.08	≥ 0.5

Au niveau du mode Short-Period, on peut voir que les résultats du taux d'amortissement sont comparables entre les deux avions. Cependant, on peut remarquer qu'au niveau des pulsations naturelles, celles du BWB sont plus de deux fois supérieures à celles du B747, ce qui pourrait entraîner des « surcorrections » de la part du pilote. Les résultats du mode Phugoïde sont quasiment les mêmes, ce qui laisse prévoir un comportement identique pour les deux appareils. Or, nous avons vu dans le Chapitre 5 que le B747 était stable selon ce mode, donc il en sera de même pour le BWB. Les plus grosses différences entre les deux appareils se situent au niveau du taux s'amortissement du mode Dutch-Roll. En effet, aucunes de valeurs obtenues pour le BWB ne satisfassent la limite pour être au Niveau 1 en ce qui concerne la stabilité dynamique. On peut donc prévoir une instabilité latérale du BWB.

6.2.2 Résultats du BWB

La figure (6.2) montre la stabilité du mode Short-Period sur l'ensemble des points de vol du BWB selon les deux recommandations de l'OACI.

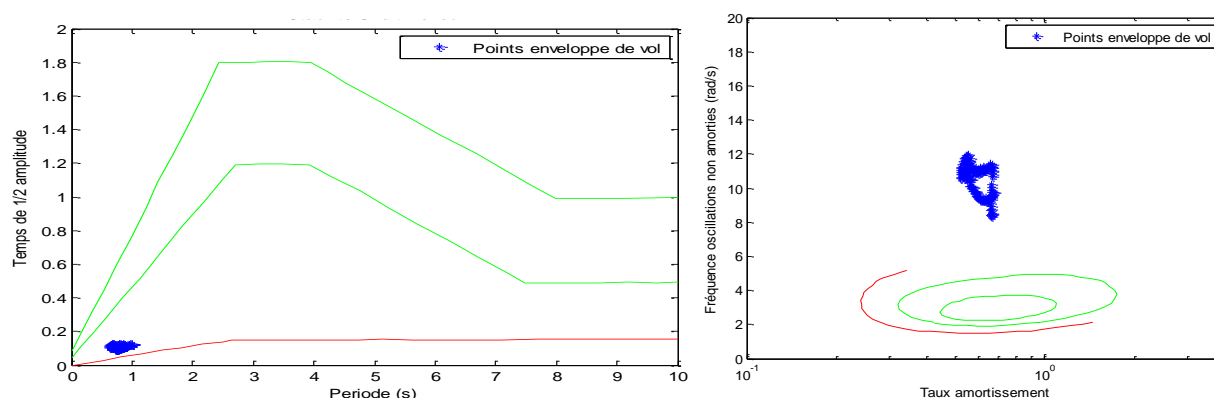


Figure 6-2 : Mode Short-Period selon les recommandations de l'OACI

Même si le mode Short-Period peut être considéré comme stable, il faut toutefois noter que les fortes valeurs de ses pulsations naturelles peuvent être la cause du phénomène appelé PIO (Pilot-induced oscillations). Le PIO consiste en des oscillations soutenues ou incontrôlables résultant des efforts du pilote pour contrôler l'avion en commandant par inadvertance une série souvent croissante de corrections dans des directions opposées. Chaque correction a pour but de compenser la réaction de l'avion à la précédente entrée avec une surcorrection dans la direction opposée. Les oscillations induites par le pilote les plus dangereuses peuvent se produire lors de

l'atterrissage. Mais si l'on se limite aux recommandations des Flying Qualities Requirements, on peut considérer le mode Short-Period du BWB comme stable, voir figure (6.3).

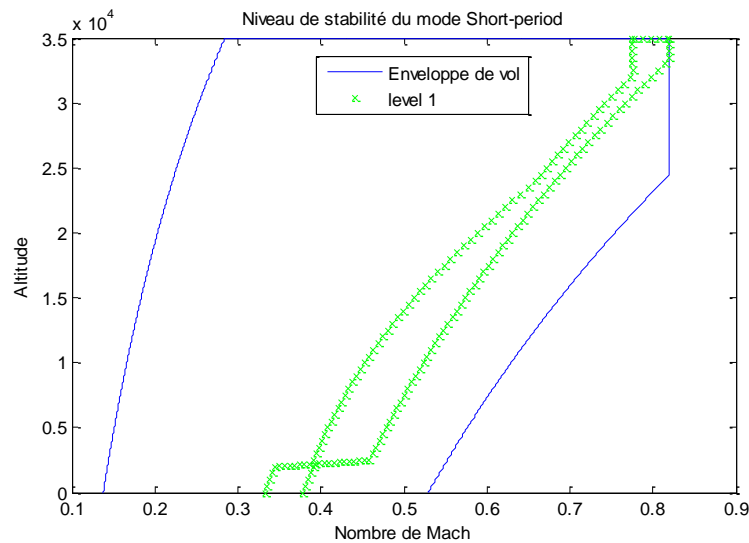


Figure 6-3 : Niveau de stabilité du mode Short-Period

La figure (6.4) montre la stabilité du mode Phugoïde sur l'ensemble des points de vol du BWB. On peut toutefois remarquer à l'aide de la figure (6.5) qu'il explique certains points de vol lors de la phase de décollage qui sont de niveau 2 en ce qui concerne la stabilité.

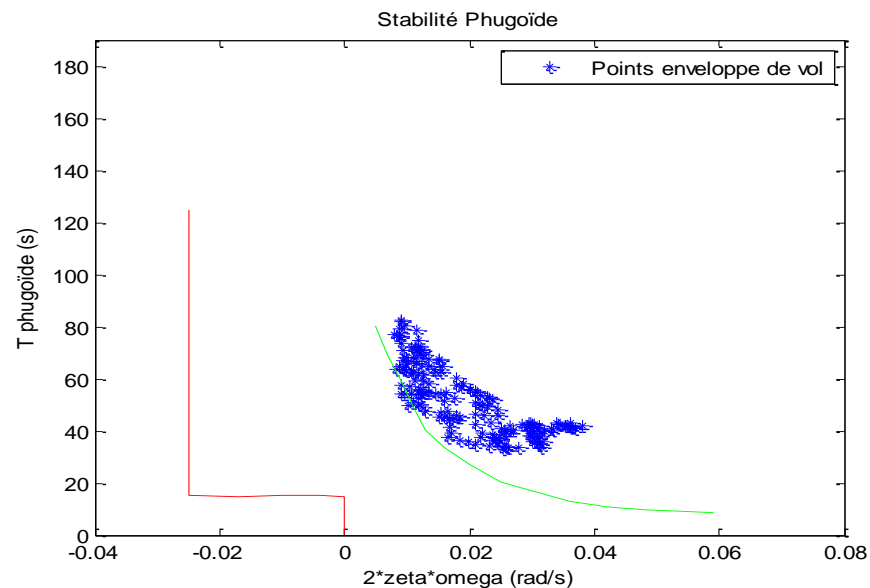


Figure 6-4 : Mode Phugoïde selon les recommandations de l'OACI

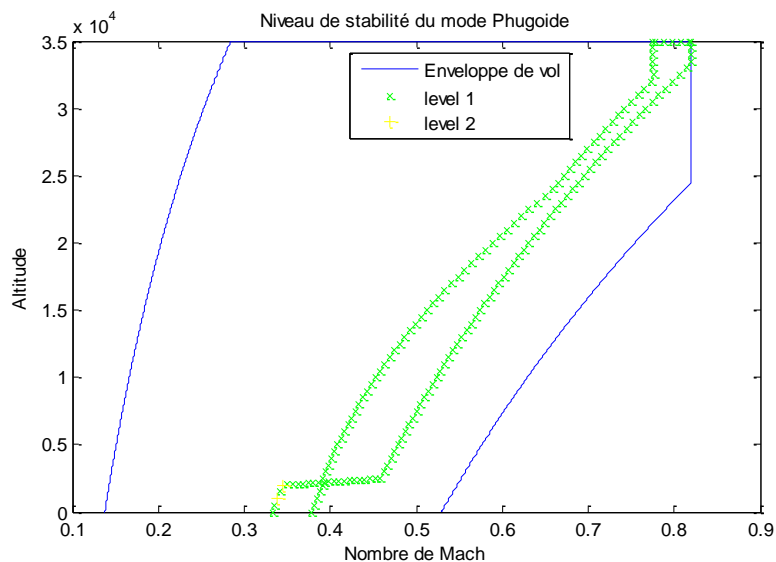


Figure 6-5 : Niveau de stabilité du mode Phugoïde

La figure (6.6) montre la stabilité du mode Dutch-Roll sur l'ensemble des points de vol du BWB. Comme il avait été prévu dans le tableau (6.1), le très faible taux d'amortissement de ce mode entraîne une instabilité latérale de l'appareil. Par contre, au niveau des pulsations naturelles de ce mode, il n'y a pas de problème d'instabilité tout au long de la mission de vol. Si l'on reprend l'approximation de Roskam du mode Dutch-Roll présenté dans le Chapitre 4, on peut voir que le taux d'amortissement dépend directement du coefficient C_{n_r} , qui correspond à la variation du coefficient du moment de lacet en fonction du taux de variation de la vitesse de lacet. Ce coefficient augmente avec la taille des rudders présents.

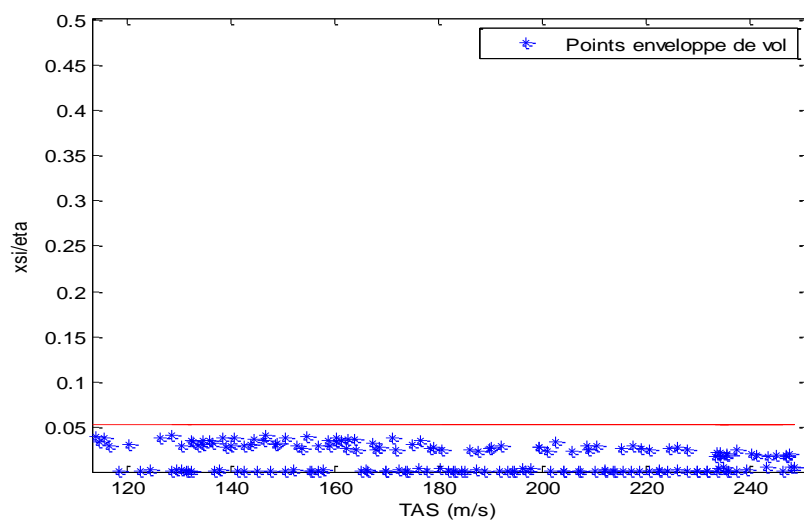


Figure 6-6 : Mode Short-Period selon les recommandations de l'OACI

Les figures (6.7) et (6.8) représentent les résultats de stabilité selon les recommandations des Flying Qualities Requirements en ce qui concerne le taux d'amortissement et les pulsations naturelles du mode Dutch-Roll pour le BWB.

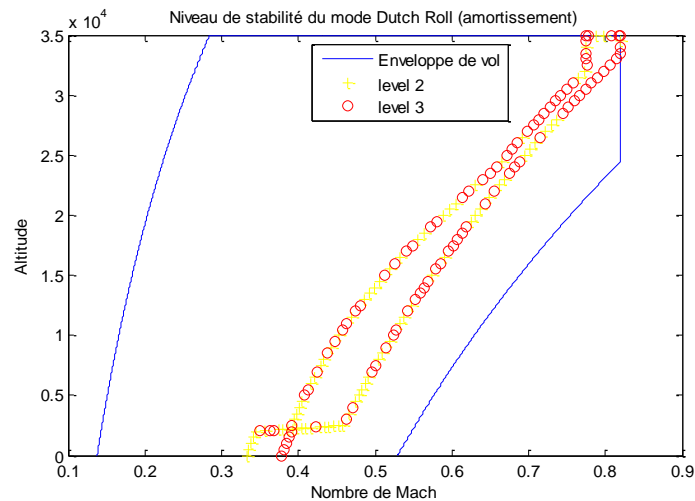


Figure 6-7 : Niveau de stabilité du mode Dutch-Roll (amortissements)

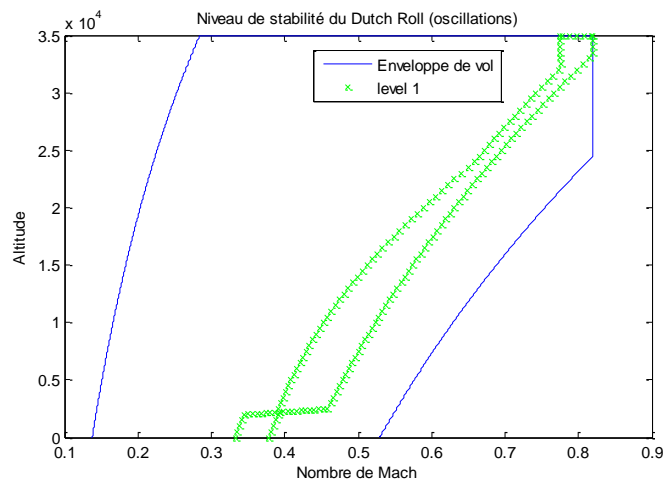


Figure 6-8 : Niveau de stabilité du mode Dutch-Roll (oscillations)

6.2.3 Conclusions

En prenant en compte l'ensemble des modes longitudinaux et latéraux, il est possible de déterminer, selon les Flying Qualities Requirements, si le BWB est stable ou non pour chacun de

ses points de vol qu'il rencontrera au cours d'une mission classique. Il est à noter que les phases de décollage et atterrissage ont été étudiées de la même manière que les autres points de vol. En effet, il n'a pas été pris en compte dans ce modèle les caractéristiques particulières liées à ces phases de vol. La figure (6.9) montre la stabilité du BWB au niveau longitudinale, mais comme l'indique la figure (6.2), il est possible de voir apparaître des oscillations induites par le pilote lors de l'atterrissage. La figure (6.10) nous montre l'instabilité du BWB au niveau latérale, surtout à cause d'un taux d'amortissement beaucoup trop faible du mode Dutch-Roll.

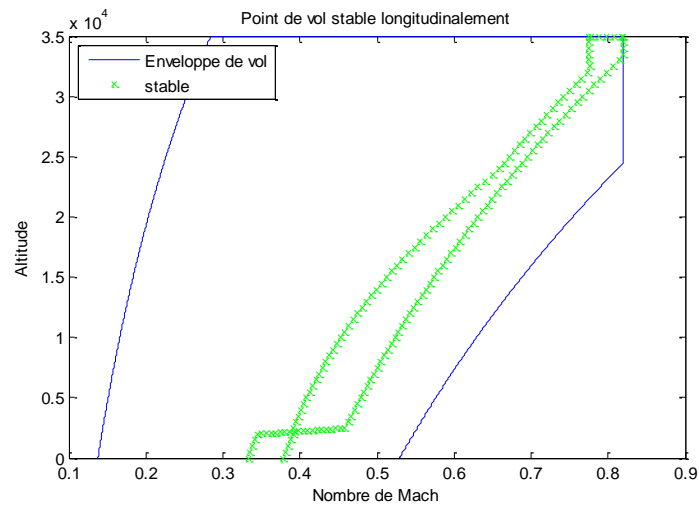


Figure 6-9 : Stabilité longitudinale du BWB

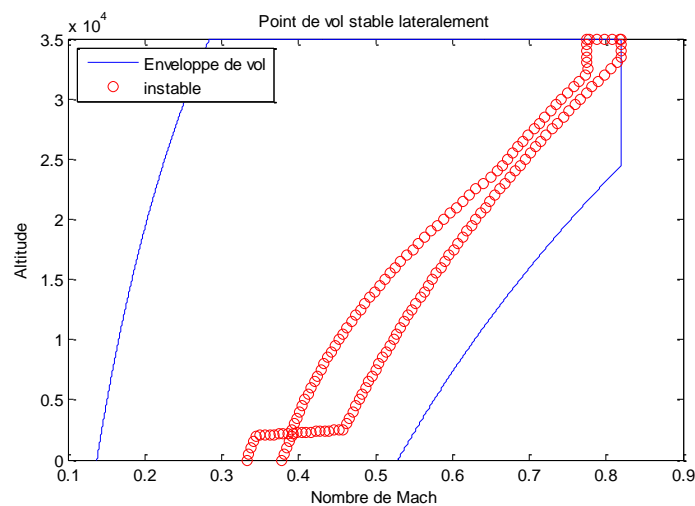


Figure 6-10 : Stabilité latérale du BWB

6.3 Cas d'un « One engine inoperative » (cas statique)

L'un des problèmes les plus importants qui puissent arriver à un avion en plein vol est la perte de l'un ou de plusieurs de ses moteurs. La perte d'un moteur fait apparaître un couple de lacet qui a pour conséquence de faire tourner l'avion sur lui-même du côté du moteur en panne. Il est alors possible de voir apparaître un angle de dérapage β . Ce phénomène est d'autant plus important que la distance entre le centre de gravité et la ligne de poussée du moteur restant est grande. En effet, on peut exprimer ce couple de lacet, voir équation (6.1) en fonction de la poussée, du décalage entre centre de gravité et ligne poussée, ainsi que du facteur FOEI (Factor One Engine Inoperative) dont les détails sont présentés au tableau (6.3).

$$N_T = -F_{OEI} * T * y \quad (6.1)$$

Tableau 6-3 : Valeurs du F_{OEI} en fonction du type de moteur [34]

Type of Powerplant	Fixed Pitch	Variable Pitch	Low BPR	High BPR
F_{OEI}	1.25	1.10	1.15	1.25

Comme on l'a vu, les conséquences d'une perte d'un moteur se font essentiellement ressentir sur le mouvement latéral en lacet de l'appareil. L'équation (6.2) décrit le mouvement en lacet d'un avion dans le cas normal sans perte de moteur.

$$\frac{-2*I_{xz}}{\rho S b U_0^2} \ddot{\phi} - \frac{b}{2U_0} c_{n_p} \dot{\phi} + \frac{2*I_{zz}}{\rho S b U_0^2} \ddot{\psi} - \frac{b}{2U_0} c_{n_r} \dot{\psi} - c_{n_b} \beta - c_{n_{\delta_r}} \delta_r = 0 \quad (6.2)$$

Dans le cas d'une perte d'un moteur, il faut ajouter à l'équation (6.2) le couple en lacet produit par la poussée asymétrique des moteurs.

$$\frac{-2*I_{xz}}{\rho S b U_0^2} \ddot{\phi} - \frac{b}{2U_0} c_{n_p} \dot{\phi} + \frac{2*I_{zz}}{\rho S b U_0^2} \ddot{\psi} - \frac{b}{2U_0} c_{n_r} \dot{\psi} - c_{n_b} \beta - c_{n_{\delta_r}} \delta_r = \frac{N_T}{\rho S b U_0^2} \quad (6.3)$$

Nous n'étudierons cette équation que dans le cas statique afin de faciliter les calculs. Cependant, les résultats obtenus fourniront une première estimation des effets de la perte d'un moteur sur le BWB. L'équation (6.4) est ainsi une simplification de l'équation (6.3) en ne s'intéressant qu'à la partie statique.

$$c_{n_b} \beta + c_{n_{\delta_r}} \delta_r + \frac{N_T}{\rho S b U_0^2} = 0 \quad (6.4)$$

De cette équation, il est possible d'isoler δ_r afin de déterminer la déflexion requise des rudders pour compenser une perte d'un moteur, voir l'équation (6.5).

$$\delta_r = \frac{-c_{n_b}\beta - \frac{N_T}{\rho S b U_0^2}}{c_{n_{\delta_r}}} \quad (6.5)$$

Nous avons donc étudié ces déflexions requises des rudders pour chacun des points de vol du BWB en faisant varier l'angle de dérapage de -10 à 10° . La figure (6.11) illustre ces résultats. On peut y voir que plus la valeur de l'angle de dérapage est grande, plus l'angle de déflexion devra être important. Il en est de même avec la vitesse ou bien encore l'altitude. Ces résultats pourraient sembler convenables. Cependant il faut prendre en compte le fait qu'il ne s'agit que du cas statique et que l'on sait que le BWB possède une instabilité latérale selon le mode Dutch-Roll, donc qui entraîne notamment des variations de l'angle de lacet. On peut donc dire que les rudders présents ne sont pas suffisant pour balancer les effets d'une perte d'un moteur pour le BWB.

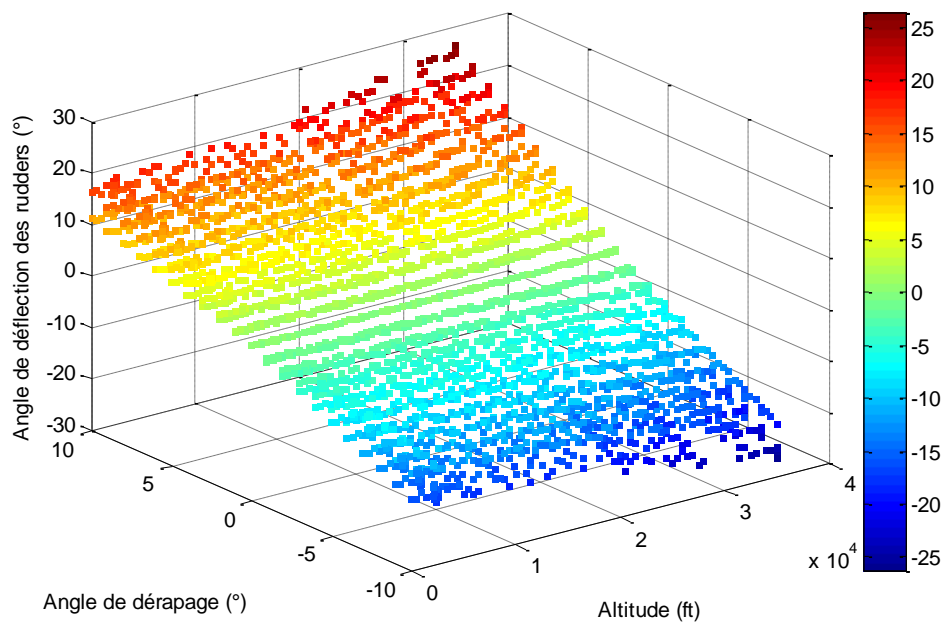


Figure 6-11 : Étude de l'angle de déflexion des rudders

Afin de diminuer ces angles de déflexion, il faudrait augmenter (en valeur absolue) le coefficient $c_{n_{\delta_r}}$ (variation du coefficient de lacet par rapport à l'angle de déflexion des rudders) qui représente le niveau de contrôle des rudders. La seule solution pour atteindre cet objectif serait d'augmenter la taille des rudders. De plus, l'augmentation de la taille des rudders permet

également d'augmenter (en valeur absolue) la valeur du coefficient C_{n_r} , ce qui améliorerait la stabilité du mode Dutch-Roll. Le tableau (6.4) montre que toutes les dimensions du rudder n'ont pas le même impact sur la modification de ce coefficient. Il est ainsi préférable d'augmenter la hauteur du rudder plutôt que d'augmenter la longueur du support du moteur.

La figure (6.12) représente la géométrie du support du moteur utilisé dans ce mémoire. Comme il a été réalisé sous Tornado, il ne s'agit que d'une géométrie 2D.

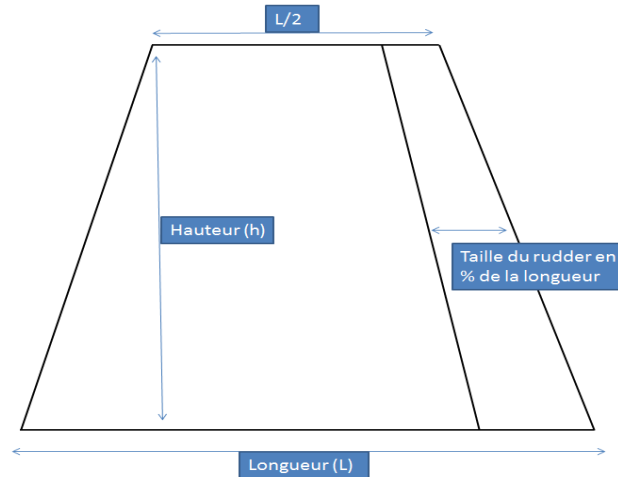


Figure 6-12 : Géométrie du support du moteur

Tableau 6-4 : Influence de la taille du rudder sur $c_{n_{\delta_r}}$ et C_{n_r}

	Variable	Valeur	M 0.8 Alpha 0°		M 0.1 Alpha 0°	
			$c_{n_{\delta_r}}$	C_{n_r}	$c_{n_{\delta_r}}$	C_{n_r}
Design initial	h	1.5m	- 0.0083	- 0.0046	- 0.0049	- 0.0027
	L	1.8m				
	t _{rudder}	20%				
Design n°2	h	3m	- 0.024	- 0.0084	- 0.014	- 0.0049
	L	1.8m				
	t _{rudder}	20%				
Design n°3	h	1.5m	- 0.011	- 0.0057	- 0.0065	- 0.0033
	L	3.6m				
	t _{rudder}	20%				
Design n°4	h	1.5m	- 0.011	- 0.0046	- 0.0064	- 0.0027
	L	1.8m				
	t _{rudder}	40%				

CONCLUSION

Il est possible de trouver dans la littérature plusieurs études menées depuis quelques dizaines d'années sur la conception d'avion à aile fusionnée. Certaines de ces études se sont particulièrement consacrées à l'étude de stabilité de ces nouveaux avions mais sans se pencher sur le cas des avions de moyenne capacité, tel le BWB de 200 passagers.

Notre objectif principal a donc été d'évaluer la stabilité statique et dynamique d'un BWB de 200 passagers sur toute son enveloppe de vol en prenant en compte les effets des moteurs et de leurs supports. Puisque le module de stabilité SDSA de CEASIOM n'est pas encore destiné à l'étude des avions non conventionnels, nous avons développé notre propre modèle de vérification de la stabilité.

Synthèse

La méthode développée repose sur trois étapes principales. Dans un premier temps, un modèle est obtenu sous le module géométrique AcBuilder de CEASIOM ainsi que dans le programme Tornado. Les différentes surfaces de contrôle du BWB ont été prises en compte dans ce modèle. En parallèle, l'enveloppe et la mission de vol du BWB a été créée en se basant sur les données techniques de l'Airbus A320.

Ensuite, l'ensemble des coefficients aérodynamiques a été récupéré dans le but de servir dans un premier temps au calcul des conditions d'équilibre de chaque point de vol, puis pour calculer les résultats des modes de stabilité également pour chaque point de vol. Avant de vérifier la stabilité dynamique de l'appareil, l'étude de ces coefficients nous a démontré la stabilité statique du BWB. Les modes de stabilité ont été calculés à l'aide des approximations de Roskam afin d'utiliser une méthode plus précise de calcul.

Finalement, après avoir validé le modèle à l'aide de l'exemple du B747, l'analyse de la stabilité du BWB, à l'aide des recommandations de l'OACI et des Flying Qualities Requirements, nous ont démontré sa stabilité longitudinale mais aussi son instabilité latérale. En s'intéressant plus en détails au niveau des différents modes de stabilité, on s'aperçoit que cette instabilité latérale est notamment due au mode Dutch-Roll. L'étude du cas d'une poussée asymétrique en cas de perte d'un moteur, nous montre que les rudders présents ne sont pas suffisant bien dimensionnés. Les

résultats nous ont montrés qu'une augmentation de la taille des rudders serait bénéfique aussi bien pour contrer les effets de perte d'un moteur que pour augmenter la stabilité latérale.

Limitations

La méthode développée considère chaque point de vol en tant que vol de croisière. Il pourrait être nécessaire de modifier la méthode pour mieux étudier les phases spécifiques de décollage et d'atterrissage. De plus, du fait du grand nombre de coefficients à récupérer, seuls les déflexions des élévateurs ont été pris en compte dans les calculs aérodynamiques réalisés. Afin d'obtenir des résultats plus précis, il serait intéressant de prendre en compte la déflexion simultanée de plusieurs des surfaces de contrôle.

Travaux futurs

Afin de faciliter la récupération de l'ensemble des coefficients aérodynamiques, il serait intéressant d'automatiser ce processus. Cela permettrait ainsi de prendre en compte plus de surfaces de contrôle. Il serait également intéressant de tester la stabilité du BWB en positionnant les moteurs à différents endroits le long de l'envergure afin de mieux déterminer leur localisation finale. Finalement, notamment du fait de l'instabilité latérale, le contrôle de cet appareil serait une étude complémentaire à réaliser.

BIBLIOGRAPHIE

1. Airplanes, B.C., *Current Market Outlook*. URL: <http://www.boeing.com>, 2005.
2. Qin, N., et al., *Aerodynamic considerations of blended wing body aircraft*. Progress in Aerospace Sciences, 2004. **40**(6): p. 321-343.
3. Ikeda, T. and B. Cees, *Aerodynamic Performance of a Blended Wing Body Configuration Aircraft*. International Council of Aeronautical Sciences, ICAS, 2006.
4. Scholz, O., *Une entrée d'air optimisée avec débit moteur ajusté sous la contrainte d'ingestion couche limite*, 2012, Polytechnique Montréal.
5. Hansen, L., W. Heinze, and P. Horst. *Representation of structural solutions in Blended Wing Body preliminary design*. in *Proc. of the 25th international congress on aeronautical sciences ICAS2006, Hamburg*. 2006.
6. Bowers, A. *Blended Wing Body: Design Challenges for the 21st Century*. in *THE WING IS THE THING(TWITT) Meeting*. 2000.
7. Liebeck, R., M. Page, and B. Rawdon, *Blended-wing-body subsonic commercial transport*. AIAA paper, 1998. **438**.
8. Liebeck, R.H., *Design of the blended wing body subsonic transport*. Journal of aircraft, 2004. **41**(1): p. 10-25.
9. Liebeck, R.H., et al., *Concepts for advanced subsonic transports*. NASA CR, 1994. **4624**.
10. Weil Brenner, M., *Conception préliminaire et optimisation multidisciplinaire d'avion à fuselage intégré*, 2012, École Polytechnique de Montréal.
11. Jones, R.T., *Notes on the stability and control of tailless airplanes*, 1941, DTIC Document.
12. Donlan, C.J., *An interim report on the stability and control of tailless airplanes*, 1944, DTIC Document.
13. Northrop, J.K., *The development of all-wing aircraft*. 35th Wilbur Wright Memorial Lecture, The Royal Aeronautical Society Journal, 1947. **51**: p. 481-510.
14. Thorpe, A., *Note on longitudinal stability and trim of tailless aircraft*, RAETN-AERO 1021, 1942, Technical report, Royal Aircraft Establishment.
15. Wilkinson, K., J. Shepperd, and H. Lyon, *The longitudinal response of tailless aircraft*. RAE Report Aero. **2060**.

16. Thorpe, A. and M. Curtis, *Lateral stability of tailless aircraft*. RAE Report Aero, 1943. **1826**.
17. Shepperd, J.A.H., *Effect on reducing the size of fin and rudder upon the lateral response of the General Aircraft tailless glider*. RAE Report Aero, Octobre 1945. **1695**.
18. Paul, R. and W.L. Garrard, *Dynamics and control of tailless aircraft*, in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 1997: New Orleans, Louisiana.
19. Esteban, S. *Static and dynamic analysis of an unconventional plane: flying wing*. in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*. 2001.
20. Smith, H. *College of Aeronautics blended wing body development programme*. in *ICAS 2000 Congress*. 2000.
21. Pambagjo, T.E., K. Nakahashi, and K. Matsushima, *An Alternate Configuration for a Regional Transport Airplane*. Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 2002. **45**(148): p. 94-101.
22. *The 'Silent' Aircraft Initiative website*. Available from: <http://silentaircraft.org>.
23. *Aero-Astro Magazine Highlight website*. Available from: web.mit.edu/aeroastro/news/magazine/aeroastrono4/silentaircraft.html.
24. Morris, A.J., *MOB A European Distributed Multi-Disciplinary Design and Optimisation Project*. AIAA paper. **2002-5444**.
25. Rahman, N.U. and J.F. Whidborne, *A Lateral Directional Flight Control System for the MOB Blended Wing Body Planform*, in *Department of Aerospace Sciences, Cranfield University*.
26. Cook, M.V., *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control* 2012: Butterworth-Heinemann.
27. Merino Martínez, R., *Design and Analysis of the Control and Stability of a Blended Wing Body Aircraft*. 2014.
28. Carlsson, M., *Design and Testing of a Blended Wing Body Aeroelastic Wind Tunnel Model*. J. AIRCRAFT. **40**(1).
29. Cooper, G.E. and R.P. Harper Jr, *The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities*, 1969, DTIC Document.
30. Ammar, S., *Design conceptuel d'un avion "Blended Wing Body" de 200 passagers*, 2013, École Polytechnique de Montréal.

31. Roux, É., *Avions civils à réaction: Plan 3 vues et données caractéristiques* 2007: Elodie Roux.
32. Eliasson, P., et al. *Virtual Aircraft Design of TransCruiser—Computing Break Points in Pitch Moment Curve*. in *28th Applied Aerodynamics Conference, AIAA-2010-4366*, Chicago, Illinois. 2010.
33. Raymer, D.P., *Aircraft Design: A Conceptual Approach and Rds-student, Software for Aircraft Design, Sizing, and Performance Set (AIAA Education)* 2006: AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast.
34. Roskam, J., *Airplane flight dynamics and automatic flight controls* 1995: DARcorporation.
35. Nelson, R.C., *Flight stability and automatic control*. Vol. 2. 1998: WCB/McGraw Hill.
36. de Castro, H.V., *Flying and handling qualities of a fly-by-wire blended-wing-body civil transport aircraft*. 2003.
37. Da Ronch, A., et al., *Benchmarking CEASIOM software to predict flight control and flying qualities of the B-747*. 2010.
38. Rizzi, A., *Modeling and simulating aircraft stability and control—the SimSAC project*. Progress in Aerospace Sciences, 2011. **47**(8): p. 573-588.
39. *CEASIOM Homepage : Computerised Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimisation Methods*. 2010; Available from: <http://www.ceasiom.com/>.

ANNEXE A PLATEFORME DE DESIGN

CEASIOM

CEASIOM est un logiciel gratuit selon les conditions EULA (End-User License Agreement), ce qui permet à l'utilisateur toute modification personnelle. Il est disponible sur le site officiel [39]. Il fonctionne aussi bien sur Windows que sur Linux. Il est nécessaire de disposer d'une licence Matlab pour l'utiliser. Dans ce projet, la version CEASIOM100_v3 a été installée sur un ordinateur tournant avec Windows 7 de 32 bits et qui possède la version Matlab R2011a. Une documentation est incluse avec CEASIOM afin d'aider l'utilisateur à se servir des différents modules qui le composent. CEASIOM s'ouvre sur l'interface illustré à la figure (A.1), qui permet plusieurs choix à l'utilisateur (ouvrir projet existant, nouveau projet, supprimer projet).

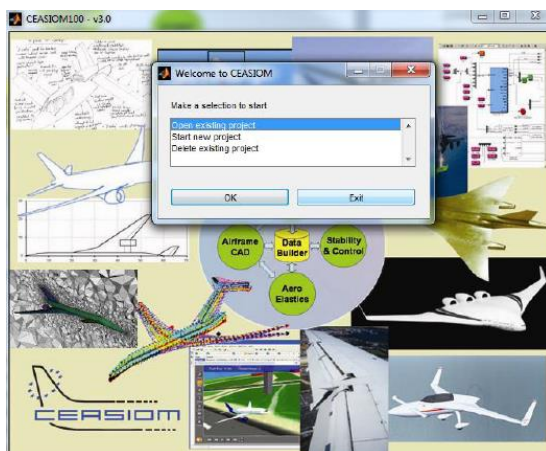


Figure A-1 : Interface CEASIOM

Les modules de CEASIOM

Dans les prochains paragraphes seront présentés les différents modules de CEASIOM qui seront utilisés dans le cadre de ce mémoire.

AcBuilder

AcBuilder est le module initial utilisé sous CEASIOM. Ce module sert à créer une géométrie paramétrisée de l'avion grâce à plusieurs dizaines de paramètres. Une visualisation 3D de l'avion est également disponible et toute modification d'un des paramètres modifie instantanément le 3D. Cependant, ce module n'est pas juste qu'un créateur de géométrie, il permet aussi, grâce à l'outil

Weight&Balances de faire des estimations de poids, voir figure (A.3). Toujours dans l'outil Weight&Balances, des calculs de centre de gravité, voir figure (A.4), ainsi que de moments d'inertie sont possibles. Un dernier outil, Technology, permet de gérer la distribution du maillage de l'avion. AcBuilder génère un fichier sortie qui ensuite est repris soit dans le module SUMO, soit dans le module AMB.

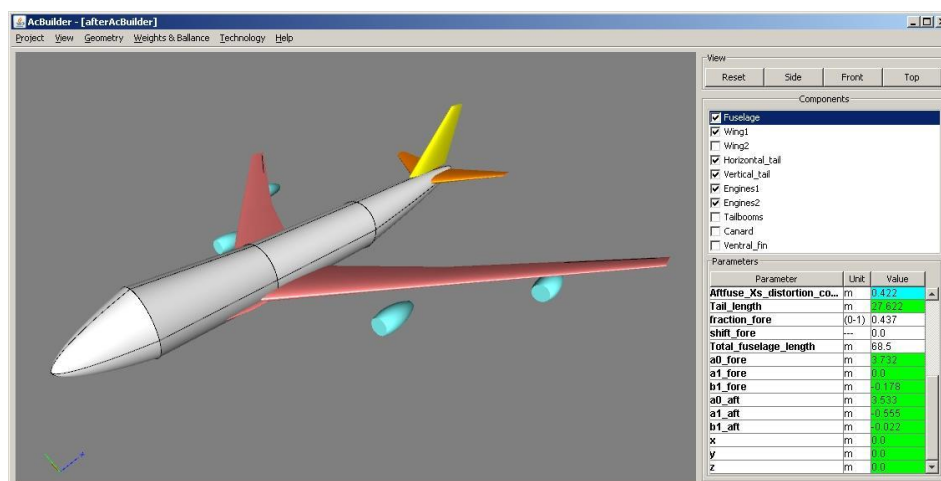


Figure A-2 : Outil Geometry de AcBuilder [39]

Dans l'outil Geometry, chaque composant de l'avion (aile principale, aile secondaire, surface vertical, ...) possède ses propres paramètres, voir figure (A.2). En ce qui concerne la définition des ailes, une liste de profils est disponible. Si l'on veut ajouter son propre profil d'aile, il est possible de le rajouter au code source. Ce nouveau profil sera pris également en compte dans les autres modules. Le profil choisi est alors adapté à la dimension de la corde.

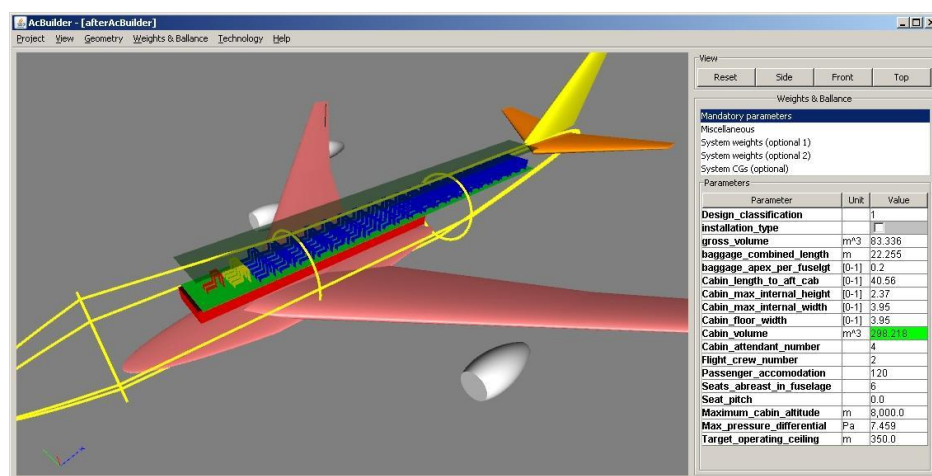


Figure A-3 : Estimations de poids dans l'outil Weight&Balances [39]

Cependant, ce module présente certaines difficultés. En effet, il est particulièrement bien adapté aux avions conventionnels, puisqu'il a été développé dans ce but, mais il l'est peu aux avions non-conventionnels comme le BWB. En effet, le nombre des éléments de l'avion est défini à l'avance et ne peut être modifiés. Chaque avion doit forcément comprendre un fuselage cylindrique et ne peut pas posséder plus de 2 ailes ou plusieurs surfaces verticales.

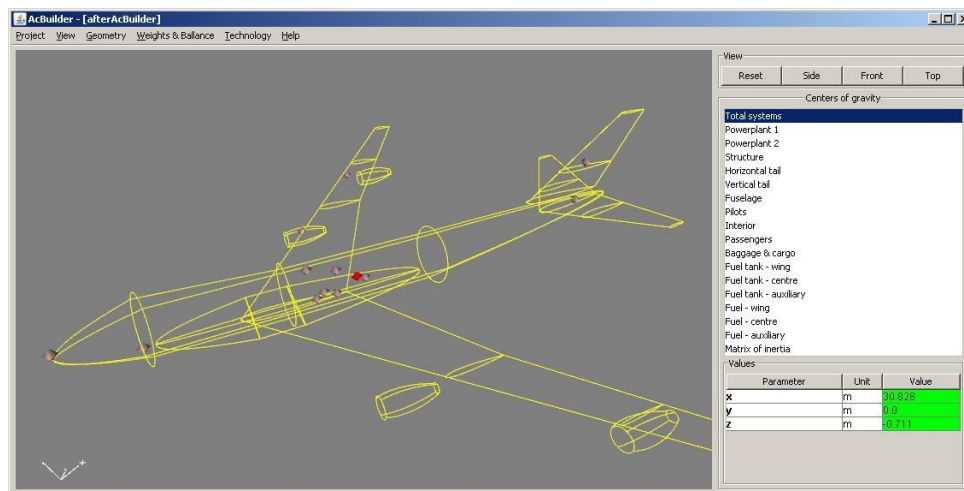


Figure A-4 : Calcul du centre de gravité [39]

AMB

AMB (Aerodynamic Model Builder) est un module qui permet le calcul des forces et des moments aérodynamiques. Il s'agit d'une construction de bases de données essentielles pour des prédictions réalistes de stabilité et de contrôle (dans le module SDSA) et pour la modélisation du système de contrôle de vol (FSCDT). Ce module de CEASIOM propose quatre types de solveurs, chacun présentant un niveau de fidélité plus ou moins important et donc des temps de calcul plus ou moins coûteux. Il existe trois niveaux de fidélité, Tier I, Tier I+ et Tier II. Les modèles Tier I de plus basse fidélité, comme DATCOM et TORNADO (VLM), sont acceptables pour des faibles angles d'attaques à basses vitesses. Le modèle Tier I+, EDGE-Euler, présente un niveau de fidélité plus élevé que le Tier I en prenant en compte les effets de compressibilité. Ce modèle nécessite l'utilisation du module SUMO. Les modèles Tier II RANS incluent les effets de viscosité et nécessitent des surfaces avec une grande précision. Ces modèles RANS sont plutôt utilisés avec des logiciels de génération de maillage comme Ansys ICEM CFD. La figure suivante illustre ces trois niveaux de fidélité :

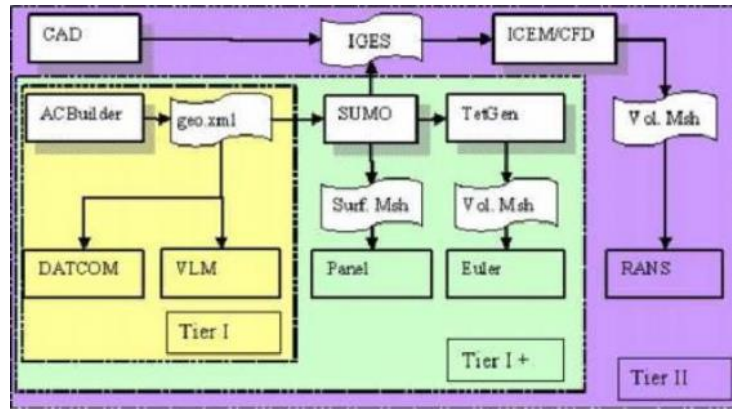


Figure A-5 : Niveau de fidélité des différents solveurs [39]

Puisque que le BWB est un avion non conventionnel et que l'on souhaite obtenir des résultats avec une assez bonne fidélité tout en limitant les temps de calcul, le solveur retenu pour les calculs des coefficients aérodynamique est le solveur Tornado.

TORNADO est une méthode Vortex Lattice (VLM) développée par le Royal Institute of Technology (KTH) en association avec l'Université de Bristol et Redhammer Consulting Ltd. Cette méthode repose sur la théorie de l'aile portance de Prandtl. Il permet de calculer les forces, les moments ainsi que les coefficients aérodynamiques. Comme il a été vu dans la section sur le niveau de fidélité des solveurs utilisés, il s'agit d'un solveur de type Tier I, ce qui veut dire qu'il est utilisable pour des faibles angles d'attaques à basses vitesses. La correction de Prandtl-Glauert permet de prendre en compte les effets de compressibilité jusqu'à Mach 0,6. Les calculs aérodynamiques peuvent être réalisés en fonction de différents paramètres : angles d'attaque, déflexion des surfaces de contrôle. Le principe de la méthode VLM repose sur la décomposition des surfaces portantes en panneaux. A partir des données géométriques fournies pour l'avion, les surfaces portantes sont divisées, selon l'envergure et la corde, en un nombre de panneaux définis par l'utilisateur. La figure suivante montre cette décomposition en panneaux du BWB.

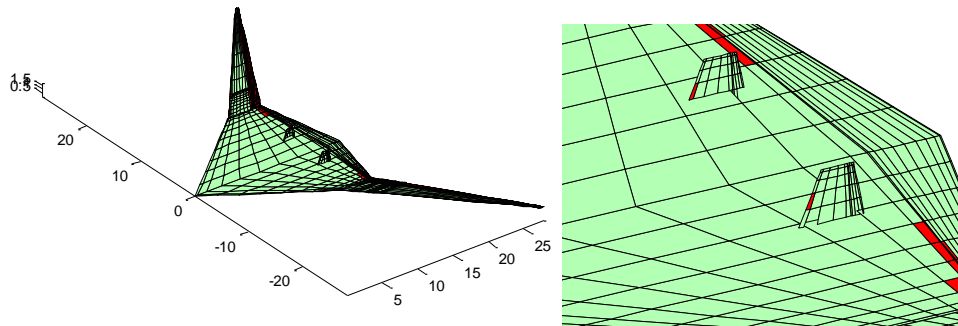


Figure A-6 : Décomposition en panneaux du BWB

ANNEXE B CALCUL DES DÉRIVÉES

Dérivées longitudinales

Les équations qui suivent sont les expressions fondamentales de chacun des éléments de la matrice longitudinale (Tableau 4-1).

$$\begin{array}{lll} X_u = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial u} & X_w = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial w} & X_q = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial q} \\ Z_u = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial u} & Z_w = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial w} & Z_q = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial q} \\ M_u = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial u} & M_w = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial w} & M_q = \frac{1}{I_y} \frac{\partial M}{\partial q} \end{array}$$

Avec

$$X = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha); \quad Z = -\frac{1}{2} \rho V^2 S (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha); \quad M = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} C_m$$

De plus, il est possible de lier les autres variables entre elles :

$$U_0 = V \cos \alpha \quad w = V \sin \alpha$$

Grâce aux deux équations précédentes, on peut obtenir les dérivées partielles suivantes :

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial V}{\partial U_0} = \cos(\alpha) & \frac{\partial \alpha}{\partial w} = \frac{\cos(\alpha)}{V} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial U_0} = -\frac{\sin(\alpha)}{V} & \frac{\partial V}{\partial w} = \sin(\alpha) \end{array}$$

Les équations suivantes vont être une explication de comment se calcul l'ensemble des dérivées du tableau 4-1. On se limitera ici au calcul du coefficient X_w .

$$\begin{aligned} X_w &= \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial w} = X_w = \frac{\rho S}{2m} \frac{\partial (V^2 (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha)))}{\partial w} \\ X_w &= \frac{\rho S}{2m} \left(\frac{\partial V^2}{\partial w} \cdot (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha)) + \frac{V^2 \partial (C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha))}{\partial w} \right) \end{aligned}$$

On peut remplacer les dérivées δw par des dérivées $\delta \alpha$ en utilisant l'équation les reliant.

$$\begin{aligned} X_w &= \frac{\rho S V}{2m} \left(2 \cdot (C_L \sin^2(\alpha) - C_D \cos(\alpha) \sin(\alpha)) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\alpha) \left((C_{L_\alpha} \sin(\alpha) - C_{D_\alpha} \cos(\alpha)) + (C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)) \right) \right) \end{aligned}$$

Sachant que $\alpha \sim 0$, alors on peut obtenir l'expression finale de X_w :

$$X_w = \frac{\rho S U_0}{2m} (C_{L\alpha} \sin(\alpha) + C_L \cos(\alpha) - C_{D\alpha} \cos(\alpha) - C_D \sin(\alpha))$$

Dérivées latérales

Les équations qui suivent sont les expressions fondamentales de chacun des éléments de la matrice latérale (Tableau 4-3).

$$\begin{array}{lll} Y_v = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial v} & Y_p = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial p} & Y_r = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial r} \\ L_v = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial v} & L_p = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial p} & L_r = \frac{1}{I_x} \frac{\partial L}{\partial r} \\ N_v = \frac{1}{I_z} \frac{\partial M}{\partial v} & N_p = \frac{1}{I_z} \frac{\partial M}{\partial p} & N_r = \frac{1}{I_z} \frac{\partial M}{\partial r} \end{array}$$

Avec

$$Y = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_y; \quad L = \frac{1}{2} \rho V^2 S b C_l; \quad N = \frac{1}{2} \rho V^2 S b C_n$$

Les équations suivantes vont être une explication de comment se calcul l'ensemble des dérivées du tableau 4-3. On se limitera ici au calcul du coefficient Y_v .

$$Y_v = \frac{1}{m} \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_y \right)}{\partial v} = \frac{\rho S V^2}{2 m} C_{y_v} \approx \frac{\rho S U_0^2}{2 m} C_{y_v}$$

Sachant que Tornado fourni les dérivées des coefficients par rapport à β et non par rapport à v , on utilise la relation suivante $\beta = \tan\left(\frac{v}{U_0}\right)$ qui permet d'écrire :

$$\frac{\delta \beta}{\delta v} = \frac{1 + \tan^2\left(\frac{v}{U_0}\right)}{U_0} = \frac{1}{U_0} \text{ à l'équilibre}$$

On trouve alors :

$$C_{y_v} = \frac{\partial C_y}{\partial v} = \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial v} = \frac{C_{y_\beta}}{U_0}$$

Et ainsi,

$$Y_v \approx \frac{\rho S U_0}{2m} C_{y_\beta}$$