POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Étude d'un système de tomographie par induction magnétique à base de magnétoimpédance géante
Auteur: Author:	Lotfi Kesraoui
Date:	2015
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Kesraoui, L. (2015). Étude d'un système de tomographie par induction magnétique à base de magnétoimpédance géante [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/1913/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/1913/
Directeurs de recherche: Advisors:	David Ménard, & Arthur Yelon
Programme: Program:	Génie physique

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE D'UN SYSTÈME DE TOMOGRAPHIE PAR INDUCTION MAGNÉTIQUE À BASE DE MAGNÉTOIMPÉDANCE GÉANTE

LOTFI KESRAOUI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE PHYSIQUE)

AOÛT 2015

© Lotfi Kesraoui, 2015.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ÉTUDE D'UN SYSTÈME DE TOMOGRAPHIE PAR INDUCTION MAGNÉTIQUE
À BASE DE MAGNÉTOIMPÉDANCE GÉANTE

présenté par : KESRAOUI Lotfi

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. LEBLOND Frédéric, Ph. D., président

M. MÉNARD David, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. YELON Arthur, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. GERVAIS Thomas, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de recherche David Ménard qui m'a donné la chance d'intégrer son groupe de recherche. J'ai beaucoup apprécié sa confiance à mon égard et sa constante valorisation de mon travail. De plus, je souhaiterais remercier mon codirecteur Arthur Yelon pour ses disponibilités et pour ses critiques scientifiques bénéfiques. J'aimerais également remercier le professeur Robert Guardo pour ses précieux conseils et pour tout le temps qu'il m'a accordé, particulièrement lors de ma première année de maîtrise. Je désire aussi remercier les techniciens Jiri Cerny (Georges) pour ses conseils techniques toujours très appréciés et Jean-Paul Lévesque pour sa contribution magnifique à mon montage expérimental. Je souhaite aussi remercier mes collègues de travail avec qui j'ai partagé deux fabuleuses années et qui ont été présents pour répondre à mes questions lorsque j'en avais. J'aimerais aussi adresser mes remerciements aux professeurs Frédéric Leblond et Thomas Gervais pour avoir accepté d'évaluer mon projet de maîtrise. Finalement, je suis reconnaissant envers mes parents pour m'avoir accordé une éducation valorisant les études et pour m'avoir donné de grandes aspirations dans la vie. Mes beaux-parents ont aussi été présents pour moi lors de cette maîtrise et m'ont toujours encouragé à réussir. Je ne peux non plus oublier mon épouse pour son support admirable.

RÉSUMÉ

La tomographie par induction magnétique (TIM) est une modalité d'imagerie non invasive imageant les propriétés électriques d'un milieu conducteur à partir de mesures de champs magnétiques. Dans le domaine médical, l'objectif est d'arriver à imager des organes tels que les poumons et le cerveau. Or, la conductivité des tissus biologiques est si faible ($0{,}1\ \mathrm{S/m} - 2\ \mathrm{S/m}$) que le champ induit doit être mesuré avec des magnétomètres ultra sensibles (Zakaria, et al., 2012). Les capteurs GMI qui sont des micro-fils ferromagnétiques manifestant le phénomène de la magnétoimpédance géante ont le potentiel de mesurer d'aussi faibles champs.

Le problème de la tomographie par induction magnétique est un problème non linéaire, mal posé et complexe à résoudre. On aborde généralement le problème direct avec la méthode des éléments finis et le problème inverse avec des techniques régularisées telles que la méthode de Gauss-Newton régularisée. Nous avons pensé pour notre part appliquer la méthode des réseaux de neurones au problème inverse de TIM. Cet algorithme intelligent ne requiert pas une modélisation complète de la physique en jeu, puisqu'étant basé sur l'apprentissage par l'expérience, il arrive à tenir compte des phénomènes physique lorsque l'entrainement est bien réalisé.

On propose dans ce travail de simplifier le problème d'imagerie de tissus biologiques en considérant plutôt celui de l'imagerie de billes conductrices. Les billes conductrices ont contrairement aux tissus biologiques une géométrie bien définie et une conductivité beaucoup plus élevée. De ce fait, la solution analytique du problème est déterminée aisément. Un contexte simplifié nous permet aussi d'évaluer la validité d'approximations tel que le fait de considérer la bobine d'excitation et les détecteurs comme des éléments ponctuels ou le fait de considérer la source comme un dipôle magnétique. On estime qu'évaluer notre système de tomographie avec des billes conductrices est une bonne façon de connaître la possibilité d'en faire usage pour des applications biomédicales. En fait, si on excite avec une petite bobine une bille de $2\ \mathrm{cm}$ de diamètre disposée dans une région d'intérêt de $20\ \mathrm{cm}$ de diamètre, le signal induit est de l'ordre du nano Tesla. Parallèlement, le champ induit par une masse macroscopique d'environ $1\ \mathrm{S/m}$ de conductivité et d'une taille comparable à celle des poumons est aussi de l'ordre du nano Tesla

lorsqu'une densité de courant maximale de quelques $\mathrm{mA/cm^2}$ est appliquée à $50\,\mathrm{kHz}$ (Ménard, 2015).

Nous avons donc évalué un système de tomographie pour l'imagerie d'un petit nombre de billes disposées aléatoirement sur un plateau circulaire. Nous avons réalisé un montage composé d'une carte électronique, d'un plateau tournant, d'une bobine d'excitation et de deux capteurs GMI. Nous avons évalué le bénéfice de modifier la position et l'orientation des détecteurs par rapport à la bobine d'excitation. Le réseau de neurones utilisé pour l'imagerie des billes est l'algorithme Adaline (*Adaptive linear neuron*). C'est un algorithme simplifié qui a déjà donné de bons résultats pour la tomographie par impédance électrique, une modalité d'imagerie voisine à la TIM (Adler & Guardo, 1994). Nous proposons deux implémentations différentes de ce type de réseau de neurones : une première considérant la sortie du réseau comme un scalaire relatif au numéro de position de la bille et une seconde pour laquelle la sortie du réseau est un vecteur dont chaque élément est associé à un numéro de position avec une valeur proportionnelle à la probabilité de présence de la bille. Contrairement à la seconde approche, la première se limite au cas à une bille. Nous comparons les résultats de chacune des approches pour la localisation d'une bille conductrice, puis nous évaluons l'aptitude de la seconde approche à déterminer la position de deux billes de même conductivité. En somme, nos résultats suggèrent que la méthode des réseaux de neurones parvient à localiser une bille dans toutes les positions du domaine, mais pour le cas à deux billes, le mieux qui a été obtenu est un taux de succès de $12{,}5\,\%$ associé à des distances euclidiennes entre les positions estimées et les positions réelles de $3{,}38\,\mathrm{cm}$ et de $3{,}89\,\mathrm{cm}$.

ABSTRACT

Magnetic induction tomography is a non-invasive imaging modality that produces an image of the electrical properties of a medium from magnetic field measurements. In the biomedical field, the main objective is to resolve organs such as the lungs and the brain. However, the conductivity of biological tissues is so weak $(0{,}1\ \mathrm{S/m} - 2\ \mathrm{S/m})$ that it requires ultra-sensitive magnetometers to measure the induced fields (Zakaria, et al., 2012). We believe that GMI sensors that exploit the giant magnetic impedance effect are able to detect such fields after careful optimization.

The problem of magnetic induction tomography is a nonlinear ill-posed problem hard to solve. Generally the forward problem is solved with the finite element method and the inverse problem with regularized techniques such as the regularized Gauss-Newton method. We propose in this project a neural network technique to solve the inverse problem. This intelligent algorithm does not require a complete modeling of the physics involved, because it will be taken into account by the learning process.

We propose, as a first step to the problem of magnetic induction tomography, the imaging of metallic conductive spheres. In contrast to biological tissues, these are characterised by a well-defined geometry and a much higher conductivity. Therefore, the analytical solution of the problem is easily determined. The simplified context also allows us to evaluate the validity of approximations such as considering the excitation coil and the detectors as point elements or considering the source as a magnetic dipole. We consider that assessing our tomography system with conductive spheres is a good way to know the possibility of using it for biomedical applications. In fact, if we excite with a small coil a sphere of $2\ \mathrm{cm}$ placed in a region of interest of $20\ \mathrm{cm}$, the induced signal is of the order of nano Tesla. Moreover, the field induced by a macroscopic mass of about $1\ \mathrm{S/m}$ and with a size comparable to the lungs is of the order of nano Tesla when a maximum current density of few $\mathrm{mA/cm^2}$ is applied at $50\ \mathrm{kHz}$ (Ménard, 2015).

We therefore assessed a tomography system for imaging a small number of spheres randomly disposed on a rotary table. The system consists of an electronic card, a turntable, an excitation coil and two GMI sensors. We evaluated the benefit of changing the position and the

orientation of the sensors. The neural network used for imaging is named Adaline (Adaptive linear neuron). It is a simplified algorithm that has already been successful for electrical impedance tomography, an imaging modality similar to TIM (Adler & Guardo, 1994). We present two different implementations of this type of neural network. The first considers the output as a scalar, whose value is the position number. The second considers the output as a vector, where each element is associated with a position number, and whose value is proportional to the probability of a sphere being present. Unlike the second approach, the first one is limited to one sphere. We compare the results of each approach for locating one conductive sphere, and then we evaluate the ability of the second approach to determine the position of two spheres with equal conductivity. In summary, our results suggest that the neural network method successfully locates one sphere in all positions, but for two spheres, it works with a success rate which is, at best, 12,5 %, and which corresponds to 3,38 cm and 3,89 cm of Euclidean distance between the estimated positions and the real positions.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS III

RÉSUMÉ IV

ABSTRACT VI

TABLE DES MATIÈRES VIII

LISTE DES TABLEAUX X

LISTE DES FIGURES XI

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XIV

LISTE DES ANNEXES XVII

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

1.1 MISE EN CONTEXTE 1

1.2 AMÉLIORATIONS DES SYSTÈMES DE TIM 4

1.3 OBJECTIFS 9

CHAPITRE 2 ANALYSE DU PROBLÈME 11

2.1 CHAMP PRODUIT PAR LA SOURCE 12

2.2 MOMENT INDUIT DANS UNE BILLE CONDUCTRICE 16

2.3 CHAMP MESURÉ AUX DÉTECTEURS 17

2.4 SIMULATIONS DES CHAMPS RÉSULTANTS 18

CHAPITRE 3 MONTAGE EXPÉRIMENTAL 26

3.1 CALIBRATION DES VALEURS MESURÉES 35

3.1.1 Seconde méthode de calibration 36

CHAPITRE 4 RECONSTRUCTION D'IMAGES PAR RÉSEAUX DE NEURONES 37

4.1 INTRODUCTION 37

4.2 CONSIDÉRATIONS SUR LES RÉSEAUX DE NEURONES 38

4.2.1 Structure du réseau 38

4.2.2 Fonction d'activation 40

4.2.3 Entrainement du réseau 42

4.2.4 Application à notre problème spécifique 42

4.3 PREMIÈRE APPROCHE 43

4.3.1 Définitions préliminaires 43

4.3.2 Méthode analytique 45
4.3.3 Méthode itérative 46
4.3.4 Test du réseau 47
4.3.5 Considérations pratiques 47
4.3.6 Exemple d'entrainement du système 49
4.4 SECONDE APPROCHE 53
CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSION 56
PROBLÈME À UNE BILLE 56
5.1 PARAMÈTRES DE L'EXPÉRIENCE 56
5.2 VISUALISATION DES CHAMPS OBTENUS EXPÉRIMENTALEMENT 57
5.3 CALIBRATION DES MESURES 62
5.4 TEST DE LA PREMIÈRE APPROCHE 63
5.5 TEST DE LA SECONDE APPROCHE 66
5.5.1 Entrainement avec des données simulées 67
5.5.2 Entrainement avec des données expérimentales 71
5.5.3 Entrainement avec la phase 72
5.5.4 Entrainement avec le module et la phase 72
PROBLÈME À DEUX BILLES 73
5.6 PARAMÈTRES DE L'EXPÉRIENCE 73
5.7 VISUALISATION DES CHAMPS OBTENUS EXPÉRIMENTALEMENT 73
5.8 TEST DE LA MÉTHODE DE RÉSEAU DE NEURONES 75
CONCLUSION 80
REFERENCES 84
ANNEXES 88

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4-1 : Fonctions d'activation typiques utilisées dans les réseaux de neurone 41

Tableau 4-2 : Comparaison entre le nombre de vecteurs d'essais et le nombre de configurations dont l'erreur est inférieure à 1 ou à 0,5. 48

Tableau 4-3 : Fonctions d'activation utilisées lors de l'entrainement 54

Tableau 5-1 : Entrainement avec des données simulées et test sur un échantillon de 40 positions 68

Tableau 5-2 : Entrainement avec des données simulées et test sur un échantillon de 80 positions 69

Tableau 5-3 : Entrainement avec des données simulées élevées à la puissance cubique.....70

Tableau 5-4 : Entrainement du réseau de neurones avec des vecteurs expérimentaux du module du signal, de la phase ainsi que de l'information combinée du module et de la phase. 71

Tableau 5-5 : Performances du réseau de neurones pour repérer deux billes 76

Tableau 5-6 : Champ mesuré par le capteur magnétorésistif en fonction de la distance aux deux fréquences d'intérêt 91

Tableau 5-7 : Pentes des grands lobes des courbes de Bx associées aux positions radiales 100

LISTE DES FIGURES

Figure 0-1 : Schéma de l'induction magnétique dans un objet conducteur 1

Figure 2-1 : Une bille positionnée aléatoirement dans le domaine circulaire 11

Figure 2-2 : Lignes de champ produites par une source dipolaire par incrémentation de 15° autour de la région d'intérêt.....13

Figure 2-3 : Champ produit par un aimant sur un axe 14

Figure 2-4 : Comparaison du champ magnétique mesuré, du champ calculé avec l'approximation dipolaire et du champ produit par un aimant à 10 kHz.....15

Figure 2-5 : Domaine discrétisé des positions possibles des billes conductrices.....18

Figure 2-6 : Simulation de la mesure du champ magnétique à $[0, R]$ induit par une bille placée à la position 60 20

Figure 2-7 : Configuration source-détecteurs annulant le champ primaire avec les détecteurs placés à 120 ° de part et d'autre de la bobine d'excitation 21

Figure 2-8 : Simulation du champ induit par une bille conductrice placée en 5 positions différentes mesuré par D1 mis orthogonalement à la ligne de champ 120° 22

Figure 2-9 : Simulation du champ induit par une bille conductrice placée en 5 positions différentes mesuré par D2 mis orthogonalement à la ligne de champ 240° 22

Figure 2-10 : Champ induit par une bille mesuré par D1 mis orthogonalement à la ligne de champ 120° dans un domaine de 50 cm de diamètre.....23

Figure 2-11 : Différence des champs induits mesurés par D1 et D2 orientés perpendiculairement à la bobine d'excitation 24

Figure 3-1 : Schéma du montage expérimental.....27

Figure 3-2 : Photo du montage expérimental 28

Figure 3-3 : Photo d'une configuration source-détecteurs annulant le champ primaire 29

Figure 3-4 : Capteur GMI.....29

Figure 3-5 : Bobine de polarisation (vue de dessus) 29

Figure 3-6 : Bobine de polarisation et capteur GMI 29

Figure 3-7 : Schéma électrique du montage expérimental 30

Figure 3-8 : Circuit électronique de la carte de contrôle 30

Figure 3-9 : Interface *Matlab* pour le contrôle du système de tomographie développé 32

Figure 3-10 : Courbe typique de l'optimisation de la fréquence d'excitation 33

Figure 3-11 : Courbe typique de l'optimisation d'un capteur GMI 34

Figure 3-12 : Courbe typique de l'optimisation du mode de rejet commun 34

Figure 3-13 : Coupe transversale d'une bobine magnétique vide 35

Figure 4-1 : Illustration d'un dalmatien reniflant le sol 37

Figure 4-2 : Représentation figurée d'une couche d'un réseau de neurones 39

Figure 4-3 : Structure typique d'un réseau de neurones 39

Figure 4-4 : Structure d'un réseau de neurones Adaline 43

Figure 4-5 : Évolution de l'erreur pour différentes positions.....51

Figure 4-6 : Simulation de la localisation d'une bille conductrice par réseau de neurones 52

Figure 4-7 : Sortie du réseau pour une bille placée à la position 10 55

Figure 5-1 : Région d'intérêt avec une bille placée à la position 83.....57

Figure 5-2 : Courbe expérimentale du champ induit pour une bille placée en 83 58

Figure 5-3 : Superposition du champ Bx expérimental et simulé pour une bille placée en 83.....59

Figure 5-4 : Superposition des courbes simulées et expérimentales de Bx pour les positions 74 à 78 61

Figure 5-5 : Superposition du champ Bx expérimental et simulé pour une bille placée en 6 64

Figure 5-6 : Superposition du champ Bx expérimental et simulé pour une bille placée en 90.....64

Figure 5-7 : Profil type du signal simulé bruité 65

Figure 5-8 : Comparaison de la courbe de Bx et des courbes de Bx élevé à la puissance cubique sans bruit et avec bruit 70

Figure 5-9 : Superposition de Bx simulé et expérimental pour deux billes placées en 12 et 48 exprimés respectivement en unités normalisées et en nT 74

Figure 5-10 : Localisation de deux billes placées en 30 et 46 pour un entrainement réalisé avec des données simulées non bruitées.....78

Figure 5-11 : Localisation de deux billes placées en 22 et 82 pour un entrainement réalisé avec des données expérimentales élevées à la puissance cubique.....79

Figure 5-12 : Champ produit par un aimant sur un axe 89

Figure 5-13 : Montage pour les mesures de champ magnétique.....90

Figure 5-14 : Comparaison du champ magnétique expérimental et du champ calculé avec l'approximation dipolaire à 10 kHz.....93

Figure 5-15 : Comparaison du champ magnétique expérimental et du champ calculé avec l'approximation dipolaire à 12 kHz.....94

Figure 5-16 : Comparaison du champ induit par deux billes ayant la même position radiale et une position azimutale différente 36 et 48 98

Figure 5-17 : Simulation des champs induits (Bx) pour une bille placée aux positions 91 à 96 ..99

Figure 5-18 : Composante Bx du champ induit mesuré en fonction de l'angle de rotation pour une position inconnue 101

Figure 5-19 : Image de la localisation d'une bille avec la méthode des zéros et des pentes.....102

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ϵ_k	Erreur calculée avec le k^e vecteur de mesures
θ	Angle de rotation du plateau circulaire
ϕ	Position angulaire de la bille
δ	Profondeur de pénétration du champ électromagnétique
ω	Fréquence angulaire
μ_0	Perméabilité du vide
λ	Facteur de remplissage
μ	Paramètre contrôlant la vitesse de convergence et la stabilité du vecteur de poids
σ	Conductivité électrique
a	Rayon de la bille
Adaline	Adaptive linear neuron
b	Rayon externe de la bobine de polarisation
$\boldsymbol{B}$	Densité de flux magnétique
c	Rayon de la bobine d'excitation
d_k	Sortie désirée pour le k^e vecteur de mesures
D1, D2	Détecteur 1 et 2
$\boldsymbol{E}$	Champ électrique
ECT	Tomographie par capacitance électrique
g	Rayon interne de la bobine de polarisation
GMI	Magnétoimpédance géante
GMR	Magnétorésistance géante
GUI	Graphical User Interface

i	$\sqrt{-1}$
I	Intensité du courant injecté dans la bobine
$\boldsymbol{J}$	Densité de courant électrique
L	Longueur de la bobine
$\boldsymbol{m}$	Moment magnétique
$\boldsymbol{M}$	Aimantation
n	Nombre de mesures lors d'une rotation du plateau
n_{axe}	Numéro de demi axe
N	Nombre de tours de fils
p	Numéro de la position de la bille
PET	Tomographie par émission de positrons
q	Pente du grand lobe d'une courbe de champ induit
r	Position radiale de la bille
R	Rayon du plateau
S	Surface de la bobine
S_{fil}	Surface du fil
SPECT	Tomographie d'émission monophotonique
t	Temps
TIE	Tomographie par impédance électrique
TIM	Tomographie par induction magnétique
$\boldsymbol{w}$	Vecteur de poids associé à une configuration
w_i	Élément i du vecteur de poids associé à une configuration
w_{ij}	Élément (i, j) de la matrice de poids
$\boldsymbol{x}$	Vecteur qui contient les n mesures de champs magnétiques induits

x_i	Champ magnétique induit à la i^e mesure
y_k	Sortie calculée pour le k^e vecteur de mesures
$\boldsymbol{Y}$	Vecteur de sortie calculé pour une entrée quelconque
Y_i	Élément i du vecteur de sortie calculé pour une entrée quelconque

LISTE DES ANNEXES

Annexe A - Détermination du moment de la bobine 89

Annexe B – Détermination du moment induit par une bille conductrice.....95

Annexe C – Localisation d'une bille par la méthode des zéros et des pentes.....98

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

Depuis maintenant près de trois décennies, les chercheurs s'intéressent à la tomographie par induction magnétique (TIM), une modalité d'imagerie non invasive sensible aux trois propriétés électromagnétiques passives des matériaux : la conductivité, la permittivité et la perméabilité. Les applications envisagées sont à la fois pour le domaine de l'imagerie médicale et pour le domaine industriel. Le principe de la TIM est d'exciter, par un champ magnétique alternatif, un milieu conducteur qui est généralement isotrope et non magnétique (Gencer, Kuzuoglu, & Ider, 1994). Le champ magnétique produit par la bobine d'excitation est appelé champ d'excitation ou champ primaire. Sous l'effet de ce champ, des courants de Foucault sont induits dans le milieu. Ces courants vont à leur tour produire un champ magnétique que l'on nomme champ induit ou champ secondaire. La mesure de ce champ permet de déduire la distribution de conductivité électrique de la région d'intérêt. La Figure 0-1 illustre le principe.

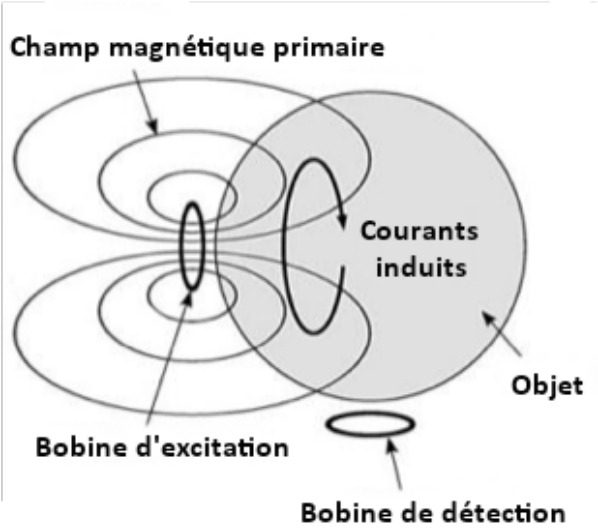

Figure 0-1 : Schéma de l'induction magnétique dans un objet conducteur [1]

[1] (Gursoy, Mamatjan, Adler, & Scharfetter, 2011)

La TIM est très similaire à la tomographie par impédance électrique (TIE), mais au lieu de mesurer des différences de potentiel entre les électrodes placées autour de la région d'intérêt, elle mesure le champ magnétique induit par le milieu conducteur. Malgré le fait que ces deux modalités d'imagerie soient caractérisées par une faible résolution d'image, elles demeurent envisageables pour plusieurs applications biomédicales telles que les mesures de fonctions respiratoires et cardiaques (Newell, Edic, Ren, Larson-Wiseman, & Danileiko, 1996) ou la vidange gastrique (Guardo, Communication privée, 2011). Certains chercheurs proposent même l'imagerie du cerveau comme application potentielle à la TIM (Zakaria, et al., 2012). Cette méthode pourrait même être meilleure que la tomodensitométrie ou l'imagerie par résonance magnétique pour détecter l'œdème cérébral (Griffiths H. , 2005). La TIE est quant à elle moins appropriée pour ce genre d'application étant donné que le crâne a une très faible conductivité, ce qui fait en sorte que le courant électrique traverse très difficilement le milieu (Griffiths, Stewart, & Gough, 1999). La tomographie par induction magnétique comporte encore d'autres avantages par rapport à la tomographie par impédance électrique tels que le fait de ne pas devoir coller des électrodes sur l'objet à imager (mesures sans contact).

Les premiers chercheurs à avoir investigué la possibilité d'utiliser la TIM pour l'imagerie médicale sont Al-Zeibak et Saunders (1993). Ils ont conçu un système utilisant une bobine pour l'excitation et une autre pour la détection. Une solution saline dont la conductivité est équivalente à celle des tissus biologiques était placée sur un plateau tournant. Les images reconstruites ont permis de distinguer deux concentrations différentes de saline associées respectivement à un tissu contenant de la graisse et un autre n'en contenant pas. La fréquence du champ d'excitation était de 2 MHz. Les fréquences de l'ordre du MHz sont souvent privilégiées pour la TIM appliquée dans le domaine biomédical, puisque c'est une façon de produire des champs induits d'amplitude plus élevée. Griffiths *et al.* (1999) ont déterminé que même à une fréquence de 10 MHz, le signal induit par une solution saline de 1 S/m ne représente que 1 % du signal d'excitation. Ceci en contraste avec le champ induit par du métal fondu évalué à 25 % de l'amplitude du champ primaire à une fréquence d'excitation de 200 kHz (Yu, Peyton, & Beck, 1994). Après Al-Zeibak et Saunders, d'autres chercheurs ont considéré la possibilité d'imager des tissus biologiques. Griffiths *et al.* ont conçu un système similaire, mais à une fréquence d'excitation de 10 MHz (Griffiths, Stewart, & Gough, 1999). Ils ont testé leur système sur des solutions salines dont la conductivité allait de 0,001 à 6 S/m. Korjenevsky *et al.* ont conçu quant à eux un système où sont placées autour de la

région d'intérêt une série de bobines servant tantôt pour l'excitation et tantôt pour la détection. L'image reconstruite des solutions salines permet clairement de distinguer deux régions de conductivité différente (Korjenevsky, Cherepenin, & Sapetsky, 2000). Une autre équipe de chercheurs est parvenue à imager une sphère de agar de $2\ \mathrm{S/m}$ plongée dans un réservoir contenant une solution saline de $1\ \mathrm{S/m}$ de conductivité (Rosell-Ferrer, Merwa, Brunner, & Scharfetter, 2006). Plus tard, Watson *et al.* ont évalué leur système sur des milieux de faible conductivité ($< 10\ \mathrm{S/m}$) dont des cuisses de candidats en mesures *in vivo* (Watson, Williams, Gough, & Griffiths, 2008). Les images reconstruites ne permettaient pas de discerner des structures anatomiques, mais les chercheurs sont malgré tout parvenus à obtenir une estimation de la conductivité de la cuisse. Les valeurs déterminées étaient comprises entre $0{,}27\ \mathrm{S/m}$ et $0{,}50\ \mathrm{S/m}$, ce qui concorde bien avec les valeurs de conductivité du muscle ($0{,}67\ \mathrm{S/m}$) et de la graisse ($0{,}03\ \mathrm{S/m}$).

La résolution spatiale d'un système de TIM est liée au nombre de mesures indépendantes effectuées. Pour un montage utilisant des bobines à la fois pour l'excitation et pour la détection, le nombre de mesures indépendantes est égal à $N(N-1)/2$, où N est le nombre de bobines (Griffiths H. , 2005). On estime en littérature que pour la plupart des applications en TIM, une résolution spatiale de $10\ \%$ du diamètre de la région d'intérêt est suffisante (Guardo, Communication privée, 2011). Le système de tomographie conçu par Korjenevsky *et al.* (2000) permettait d'acquérir 120 mesures indépendantes, ce qui se traduit en une résolution spatiale théorique maximale d'environ $9\ \%$. Ils n'ont pas spécifié la limite en résolution de leur système, mais il est certain que celle-ci est plus élevée que $9\ \%$ en raison du bruit dans les mesures (Griffiths H. , 2005). On arrive malgré tout à résoudre des objets cylindriques remplis de saline dont le diamètre est $29\ \%$ celui de la région d'intérêt (Korjenevsky, Cherepenin, & Sapetsky, 2000).

Par ailleurs, il est à noter que les tissus biologiques cancéreux sont associés à des contrastes magnétiques plus importants que les tissus sains. Pour le cancer du sein par exemple, Chaudhary *et al.* ont relevé qu'à $10\ \mathrm{MHz}$, les tissus cancéreux avaient une conductivité approximative de $0{,}75\ \mathrm{S/m}$ contrairement à $0{,}15\ \mathrm{S/m}$ pour les tissus normaux (Chaudhary, Mishra, Swarup, & Thomas, 1984). Bien que le champ induit soit proportionnel à la conductivité du milieu, il est aussi lié à son volume. Ainsi, malgré une conductivité relativement faible des

tissus biologiques, le champ induit par un organe dont le volume est important comme les poumons demeure d'un ordre de grandeur raisonnable accessible à plusieurs capteurs bon marché. Il a été calculé que le champ induit par une masse macroscopique d'environ $1\ \mathrm{S/m}$ de conductivité et d'une taille comparable à celle des poumons est de l'ordre du nano Tesla lorsqu'une densité de courant maximale de quelques $\mathrm{mA/cm^2}$ est appliquée à $50\ \mathrm{kHz}$ (Ménard, 2015). Ceci en raison des contributions individuelles des millions d'éléments conducteurs du milieu biologique qui s'additionnent.

Une bille métallique d'environ $2\ \mathrm{cm}$ de diamètre disposée dans une région d'intérêt de $20\ \mathrm{cm}$ de diamètre induit aussi un champ de l'ordre du nano Tesla. Il est dès lors justifié dans des perspectives biomédicales de tester un système expérimental avec de tels objets conducteurs. Notre groupe de recherche souhaite vérifier si l'utilisation de capteurs à base de magnétoimpédance géante (GMI) au lieu de bobines magnétiques permet de mesurer avec plus de précision le champ induit par le milieu conducteur. Les capteurs GMI sont des micro-fils ferromagnétiques (Figure 3-4) qui manifestent le phénomène de la magnétoimpédance géante. Lorsqu'ils sont soumis à une faible variation de champ magnétique, leur impédance varie considérablement, ce qui les rend très sensibles. Leur niveau de bruit se situe autour de $2\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à $10\ \mathrm{kHz}$ et $35\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à $1\ \mathrm{Hz}$ (Dufay, Saez, Dolabdjian, Yelon, & Ménard, 2013). Ils offrent l'avantage de procurer une meilleure résolution spatiale que les bobines, puisqu'ils sont beaucoup plus petits, tout en diminuant considérablement le problème d'induction mutuelle associé à une matrice de bobines de capture.

1.2 Améliorations des systèmes de TIM

Les chercheurs ont essayé de différentes manières d'apporter des améliorations aux dispositifs de tomographie par induction magnétique. Le perfectionnement de l'électronique (Zakaria, et al., 2012) et l'amélioration de l'algorithme de reconstruction d'images (Wei & Soleimani, 2012) en sont des exemples. De plus, la qualité des résultats est influencée par le design de la bobine d'excitation et par le type de capteur utilisé. En effet, dans la littérature, certains chercheurs ont voulu optimiser la bobine d'excitation à l'instar de Stawicki *et al* (Stawicki, Gratkowski, Komorowski, & Pietrusewicz, 2009). Ils ont doté leur bobine d'un cœur

en ferrite de perméabilité élevée par rapport à l'air afin d'amplifier le champ magnétique primaire de plusieurs ordres de grandeur. Autour, ils ont placé un écran conducteur protégeant le champ primaire de la dispersion. Barba *et al.* ont confectionné une bobine d'excitation très similaire (Barba, Mognaschi, Palka, & Savini, 2009).

Concernant les types de capteurs pouvant être utilisés pour la détection de champs magnétiques alternatifs dans la bande de fréquences des kHz, on remarque que les bobines magnétiques sont ce qu'il y a de plus commun, puisqu'elles donnent de bonnes performances en tant que senseur magnétique à ces fréquences. En effet, il a été montré qu'une bobine de haute performance a permis d'atteindre un niveau de bruit aussi faible que $0{,}05\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à $10\ \mathrm{kHz}$ et $10\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à $1\ \mathrm{Hz}$ (Tumanski, 2007). Bien qu'à $10\ \mathrm{kHz}$, le niveau de bruit soit 40 fois plus élevé pour le capteur GMI (Dufay, Saez, Dolabdjian, Yelon, & Ménard, 2013), il est important de noter que ces performances ne sont atteintes qu'avec des paramètres géométriques mal adaptés à un système de TIM (longueur : $150\ \mathrm{mm}$, section : $25\ \mathrm{mm}^2$ et enroulement : $10\ 000$ tours). En TIM, les bobines de capture sont habituellement dépourvues de noyau magnétique et ont une longueur de quelques centimètres seulement, ce qui ne permettrait pas d'atteindre une aussi bonne sensibilité. D'autres chercheurs ont, quant à eux, voulu détecter le signal induit par des capteurs à Effet Hall (Park & Kim, 2005). On sait toutefois que les capteurs à Effet Hall ne sont pas assez précis dans la gamme des faibles champs magnétiques (Zakaria, et al., 2012). D'autres chercheurs ont quant à eux énoncé la possibilité d'utiliser des détecteurs exploitant l'effet de la magnétorésistance géante (GMR) pour la tomographie par induction magnétique sans pour autant implémenter le système (Liu, Xu, & Luo, 2008). Comparés à la GMI, les capteurs GMR possèdent une meilleure résolution spatiale, mais une sensibilité moindre.

Il est possible d'améliorer le système d'imagerie en plaçant un écran électromagnétique d'aluminium autour du domaine d'intérêt. Ceci permet de réduire l'interférence avec les champs externes et de confiner le champ d'excitation à l'intérieur du domaine pour éviter l'interférence avec des champs induits par des objets métalliques externes (Watson, Williams, Gough, & Griffiths, 2008). D'autres chercheurs ont voulu exploiter la combinaison de trois types d'écrans : un écran externe, un écran interne et une capsule électromagnétique (Zakaria, et al., 2012). Par ailleurs, une équipe de chercheurs a doté son système d'un écran interne en ferrite pour le confinement magnétique et d'un écran conducteur externe (Griffiths H. , 2001). Un autre article

traite du design de l'écran électromagnétique pour optimiser la sensibilité du système (Zakaria, et al., 2012). De surcroît, certains chercheurs à l'instar de Peyton et Yu ont voulu s'affranchir de l'interférence du circuit électronique avec le domaine de détection en plaçant leur circuit dans une capsule blindée (Zakaria, et al., 2012).

Par ailleurs, une grande part de l'amélioration de la qualité des résultats est issue d'une élimination adéquate du champ primaire mesuré par les détecteurs (Watson, Morris, Williams, Griffiths, & Gough, 2004). Le mode gradiomètre est très pertinent pour cela. Un design particulier de la bobine d'excitation permet aussi de réduire de façon notoire le champ primaire mesuré (Zakaria, et al., 2012). Sinon, le simple fait de placer l'axe des détecteurs perpendiculairement aux lignes de champ de la bobine d'excitation permet de s'affranchir d'une grande partie du champ primaire.

L'utilisation de plusieurs fréquences d'excitation permet également d'avoir une meilleure sensibilité et de réduire les erreurs de dérive qui sont liées à des dégradations en performance du système de mesure après calibration. Le temps d'acquisition est aussi réduit par ce moyen (Zakaria, et al., 2012).

Finalement, on ne pourra ignorer le fait qu'avoir des algorithmes de reconstruction d'images plus performants est une des clés du succès d'un système de tomographie par induction magnétique. Toutefois, la nature non linéaire des propriétés électromagnétiques du milieu complique beaucoup l'élaboration des algorithmes du problème direct et du problème inverse. Le problème inverse de la TIM est un problème mal posé, c'est-à-dire qu'il viole au moins une des trois conditions d'un problème bien posé tel que l'a défini Jacques Hadamard en 1923 : le problème doit avoir une solution, il existe une solution unique et la solution doit être stable malgré de petites variations aux mesures (Inverse Analaysis). Plusieurs techniques régularisées ont été proposées par des chercheurs pour traiter ce genre de problèmes telles que la méthode de Gauss-Newton régularisée (Soleimani, Lionheart, Peyton, Ma, & Higson, 2006). La régularisation pour les problèmes mal posés permet entre autre de forcer la solution à ce qui est physiquement possible (Griffiths H. , 2005). D'autres techniques, cette fois non itératives, ont aussi été mises de l'avant pour la TIM telles que la Monotocity Method (Soleimani & Tamburrino, 2006).

Dans un autre ordre d'idées, certains chercheurs ont résolu le problème inverse en TIM

avec la technique des réseaux de neurones. Les réseaux de neurones sont une représentation algorithmique simplifiée du traitement fait par les neurones biologiques. Leur particularité réside dans leur capacité à apprendre selon une série d'exemples et à se généraliser ensuite. Un réseau bien entrainé donnera pour tout nouveau cas considéré une réponse très proche du cas réel. La flexibilité des réseaux de neurones ainsi que leur faculté de modéliser des systèmes complexes leur permet d'être appliqués dans de nombreux problèmes en imagerie médicale (Palka, Gratkowski, Baniukiewicz, Komorowski, & Stawicki, 2008).

Denisov *et al.* (Denisov, Kulchin, Panov, & Rybalchenko, 2005) ont fait une revue de littérature des problèmes tomographiques résolus avec les réseaux de neurones artificiels. Ils traitent notamment de la tomographie d'émission monophotonique (SPECT) et de la tomographie par émission de positrons (PET). L'article cite Comtat et Morel (Comtat & Morel, 1995) qui ont implémenté un réseau de neurones Kohonen à des données simulées pour la PET. Ce réseau a la particularité d'appliquer sur le jeu de données une fonction de « voisinage » qui permet de garder les propriétés topologiques de l'espace d'entrée (Self-organizing map). Denisov *et al.* font par ailleurs référence à Kerr et Barlet (Kerr & Bartlet, 1995) pour l'application du réseau de neurones perceptron à la tomographie d'émission monophotonique. Plus tard, Bevilacqua *et al.* (Bevilacqua, Bollini, Campanini, & Lanconelli, 1998) ont eux aussi eu recours aux réseaux de neurones pour reconstruire des images en tomographie par émission de positrons. Leur réseau a été entrainé avec des données simulées tenant compte des effets physiques du problème tels que l'atténuation et la diffusion. Ils ont testé la technique sur un fantôme simulé de cerveau. Avec des données non bruitées, le réseau a permis de reconstruire des images de bien meilleure qualité que ce qui est obtenu avec la rétroprojection filtrée, la technique conventionnelle en PET. Avec des données bruitées, le réseau donne toujours de meilleures images, mais cette fois avec une faible amélioration.

Marashdeh *et al.* (Marashdeh, Warsito, Fan, & Teixeira, 2006) ont par ailleurs développé une technique de reconstruction non linéaire basée sur les réseaux de neurones pour la tomographie par capacitance électrique (ECT). Ils ont implémenté un réseau perceptron

multicouches à propagation avant (MLFF-NN)[2] pour le problème direct et un réseau Hopfield[3] pour le problème inverse. Ils ont testé la méthode sur des mesures de capacitance et ont comparé la performance à la technique couramment utilisée en ECT : la technique Landweber qui est un algorithme itératif résolvant le problème inverse mal posé (Landweber iteration). Ils ont montré que la méthode basée sur les réseaux de neurones est plus stable et permet de reconstruire des images de meilleure qualité.

Denisov *et al.* présentent également dans leur revue de littérature les avancées de Ratajwicz-Mikolajczak *et al.* et Netajatali *et al.* en tomographie par impédance électrique (TIE) avec leur implémentation du perceptron (Denisov, Kulchin, Panov, & Rybalchenko, 2005). Quelques années plus tôt, Adler *et al.* (Adler & Guardo, 1994) ont implémenté un réseau de neurones très similaire au perceptron, mais se différenciant par une fonction de transfert linéaire : le réseau Adaline. Ils ont comparé cette méthode à la méthode de rétroprojection équipotentielle. Ils ont obtenu des images de la distribution de conductivité assez satisfaisantes. La méthode présentait plusieurs avantages : la simplicité conceptuelle, la possibilité de contrôler le compromis entre la résolution de l'image et la quantité de bruit, ainsi que la rapidité de la reconstruction de l'image. En contrepartie, l'entrainement du réseau de neurones prenait du temps et la technique ne permettait pas de traiter des aspects non linéaires du problème physique tels que l'induction mutuelle des régions conductrices.

Korzeniowski (Korzeniowski, 2001) a voulu reconstruire des images en tomographie par impédance électrique et en tomographie par induction magnétique en utilisant des réseaux de neurones. Contrairement à Adler *et al* qui s'intéressaient à une visualisation dynamique de la conductivité, Korzeniowski a voulu étendre l'application des réseaux de neurones à de l'imagerie statique malgré les difficultés que cela comporte. L'imagerie dynamique est plus commode, puisqu'elle permet d'avoir un problème beaucoup plus linéaire. Aussi, elle permet d'être plus sensible aux perturbations étant donné que le bruit commun aux deux vecteurs de mesures est

---

[2] Un réseau perceptron multicouche est un réseau composé de plusieurs couches qui s'adapte à un lot de données en déterminant les poids optimaux à l'aide d'un algorithme de rétropropagation (Perceptron multicouche).

[3] Un réseau Hopfield est une mémoire associative formée de neurones cherchant à atteindre un état stable en minimisant l'énergie du réseau (Arrouy, 2001).

rejeté en calculant la différence (Adler & Guardo, 1994). Pour sa part, Korzeniowski semble avoir eu de bons résultats avec les réseaux de neurones en imagerie statique. Ceci aussi bien pour la TEI que pour la TIM. Il rapporte d'ailleurs dans son article qu'il est parvenu à obtenir une image grossière de la conductivité du cerveau d'un candidat avec la tomographie par induction magnétique. Il affirme que les régions de plus forte conductivité apparaissant sur l'image correspondent aux ventricules car ceux-ci sont plus irrigués de liquide céphalo-rachidien.

Plus récemment, Palka *et al.* (Palka, Gratkowski, Stawicki, & Baniukiewicz, 2009) se sont intéressés à la reconstruction d'images en TIM à l'aide des réseaux de neurones. Le problème direct a été résolu avec la méthode des éléments finis. Pour résoudre le problème inverse, un réseau de trois couches était implémenté. La couche de sortie était linéaire, tandis que la couche d'entrée et la couche cachée employaient une fonction de transfert non linéaire. Ils ont comparé l'effet sur la reconstruction d'images de deux façons de coder la distribution de conductivité. La seconde approche donnait de meilleurs résultats. Palka *et al.* ont réussi à localiser un objet conducteur et retrouver ses dimensions lorsque l'entrainement a été fait avec cette même forme. Toutefois, en testant avec un objet ayant une forme différente de celle utilisée lors de l'entrainement, le réseau ne réussissait plus à localiser adéquatement l'objet dans une des directions.

1.3 Objectifs

L'objectif de ce mémoire est d'évaluer la performance d'un dispositif de TIM à base de GMI en déterminant la position d'un ensemble de billes métalliques. La position d'une bille est sa position cartésienne ou radiale. Celles-ci peuvent avoir une grosseur et une conductivité identique ou différente. Le montage expérimental exploite un magnétomètre développé par le professeur Robert Guardo du département de génie électrique de l'École Polytechnique de Montréal.

On répond à notre objectif général en réalisant les objectifs spécifiques suivants :

1. Développer un montage expérimental du système intégrant le magnétomètre, la bobine d'excitation, le contrôle des appareils et l'acquisition des données.

2. Développer une méthode de localisation de billes basée sur les réseaux de neurones.
3. Établir les limites de performance de la méthode en fonction des paramètres pertinents (taux de succès d'une bonne localisation des billes et distance euclidienne entre les vraies positions et les positions déterminées).
4. Discuter des avantages et des inconvénients de la méthode.

Dans ce mémoire, nous allons en premier lieu présenter l'analyse du problème. La discussion portera par la suite sur le montage et sur les principaux éléments relatifs aux expérimentations. Puis, nous présenterons la méthode de localisation de billes basée sur les réseaux de neurones. Enfin, nous consacrons une section pour les résultats et la discussion. On clôture par les conclusions tirées du travail de recherche.

CHAPITRE 2 ANALYSE DU PROBLÈME

Nous avons privilégié un système rotatif du plateau intégrant une seule source et un détecteur (Figure 2-1) plutôt qu'une configuration tomographique conventionnelle où sont placés autour de la région d'intérêt une série de sources et de détecteurs, puisque c'est une façon simplifiée d'évaluer les performances de notre système de tomographie pour l'imagerie d'un ensemble de billes métalliques. Il à noter qu'on positionne la bobine d'excitation ainsi que le capteur GMI de telle façon que leur point milieu coïncide avec la circonférence du plateau.

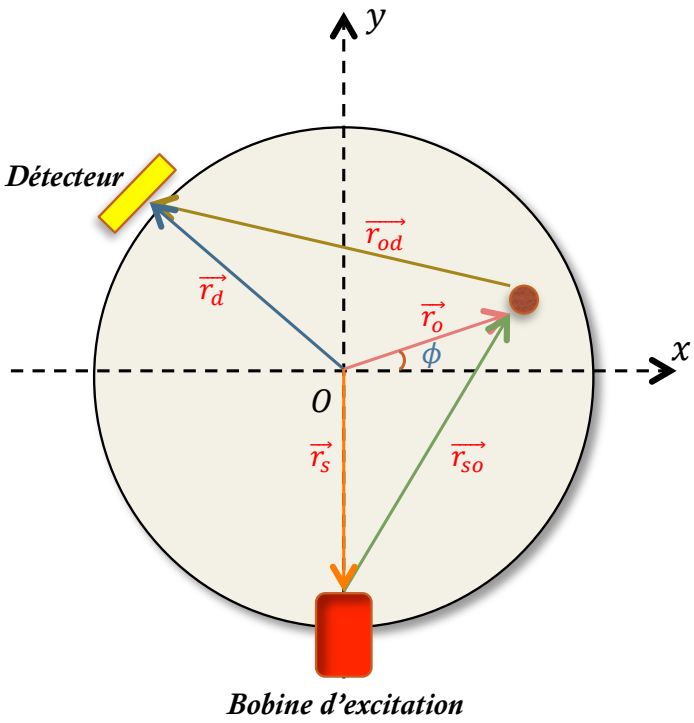

Figure 2-1 : Une bille positionnée aléatoirement dans le domaine circulaire

L'objectif initial est de parvenir à localiser une seule bille conductrice dans une région d'intérêt environ dix fois plus grande. On divise le problème physique en trois parties pour en faciliter l'analyse. La première partie concerne le champ produit par la source à la position de l'objet conducteur. La seconde partie est celle de l'induction du champ par la bille sous l'effet du champ primaire. Finalement, la troisième partie concerne le champ mesuré au détecteur. À partir de ces développements mathématiques, on est en mesure de simuler le problème physique.

2.1 Champ produit par la source

Pour une bobine d'excitation sans noyau ferromagnétique, le moment magnétique est donné par :

$$\vec{m}_s = NIS\,\hat{n} \qquad (1)$$

où N est le nombre de tours de fils, $I = I_0 \sin(\omega t)$ le courant alternatif de fréquence angulaire oméga circulant dans les spires, S la surface de la bobine qui est orthogonale au champ magnétique et $\hat{n}$ le vecteur unitaire perpendiculaire à la surface

Afin de faciliter la résolution du problème, nous approximons la bobine magnétique par un dipôle magnétique ponctuel de moment $\vec{m}_s$. Le champ produit par un dipôle sur un objet placé à une distance $\vec{r}_{so}$ est donné par l'expression :

$$\vec{B}_s(\vec{r}_{so}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{m}_s \cdot \vec{r}_{so})\vec{r}_{so} - \vec{r}_{so}^{\,2}\vec{m}_s}{r_{so}^5}\right] \qquad (2)$$

où $\vec{r}_{so} = \vec{r}_o - \vec{r}_s$ est la position relative de l'objet par rapport à la source. Cette expression nous permet de calculer le champ magnétique en tout point du domaine.

On est en mesure de tracer les lignes de champ produites par un dipôle magnétique à l'aide de la relation paramétrique $r = Asin^2(\theta)$, où A est une constante différente selon la ligne de champ, r la distance entre la source et le point de la ligne de champ et θ l'angle entre l'axe de la bobine et un point de la ligne de champ (Figure 2-2).

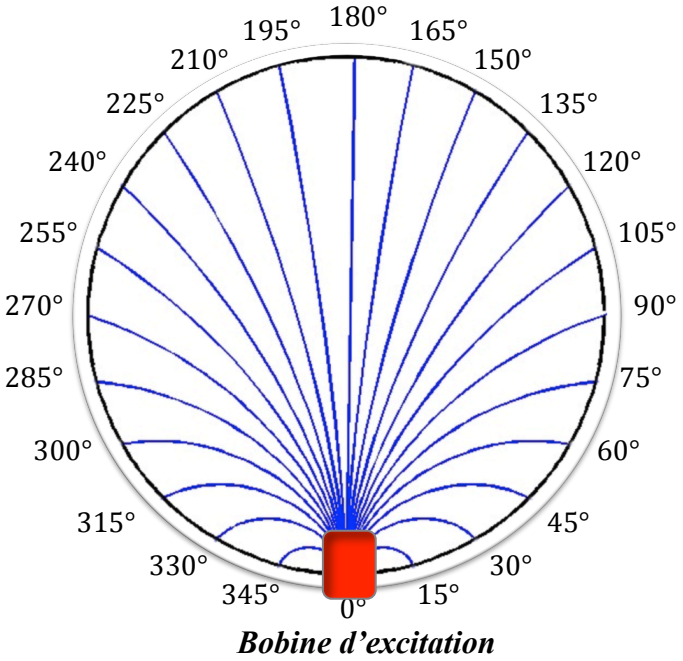

Figure 2-2 : Lignes de champ produites par une source dipolaire par incrémentation de 15° autour de la région d'intérêt

La connaissance de l'orientation des lignes de champ nous permet notamment d'orienter les détecteurs, positionnés en circonférence de la région d'intérêt, à 90 ° par rapport à celles-ci de sorte qu'on ne mesure pas le champ primaire, mais seulement le champ induit (supposant les détecteurs ponctuels).[4]

Puisque nous utilisons une bobine avec un noyau de ferrite dont nous ne connaissons pas tous les paramètres et sachant que nous n'avons pas connaissance du nombre de tours de fils exact de la bobine, il fallait trouver un moyen de déterminer son moment magnétique équivalent. Il est possible d'y arriver en considérant le champ produit par la bobine mince équivalent à celui produit par un aimant (Figure 2-3) caractérisé par une aimantation $\vec{M} = {\vec{m}_s}/{\pi c^2 L}\,({\mathrm{A}}/{\mathrm{M}})$ qui comprend l'effet du courant et du noyau dont l'expression est la suivante sur un axe :

[4] Da façon pratique, il n'est pas possible d'avoir une orthogonalité parfaite entre le détecteur et la ligne de champ, puisque ce dernier n'est pas un élément ponctuel. Il faut donc pour ne garder que la composante du champ induit soustraire la moyenne du signal au champ mesuré.

$$B(x) = \frac{\mu_0 M}{2}\left[\frac{x+L}{\sqrt{c^2+(x+L)^2}} - \frac{x}{\sqrt{c^2+x^2}}\right] \qquad (3)$$

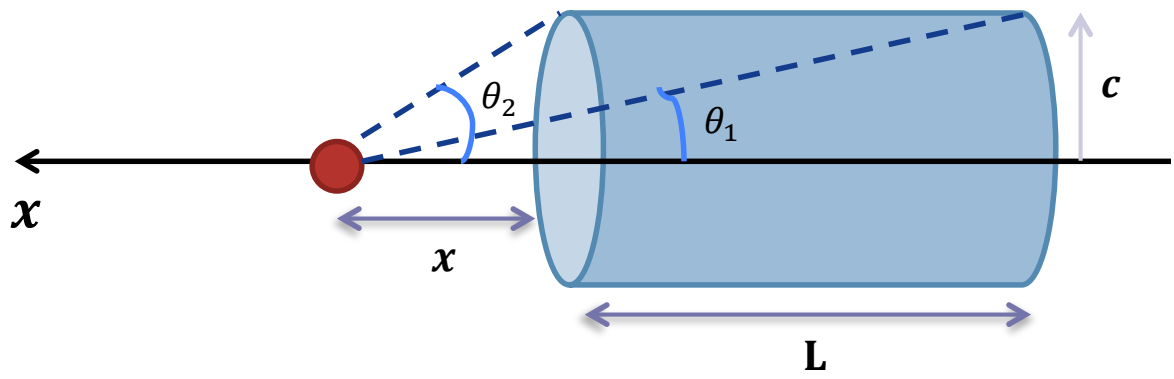

Figure 2-3 : Champ produit par un aimant sur un axe

En mesurant le champ magnétique sur l'axe de la bobine à l'aide d'un capteur magnétorésistif, on en a déduit son moment magnétique équivalent. Pour les deux fréquences qui nous intéressent, 10 kHz (fréquence de résonance du circuit d'excitation) et 12 kHz[5] on obtient respectivement $m_s = 0{,}102\ \mathrm{Am}^2$ et $m_s = 0{,}042\ \mathrm{Am}^2$. Les détails sont présentés à l'Annexe A.

Par ailleurs, nous avons voulu évaluer la validité de l'approximation de la bobine en tant que source dipolaire. Nous avons superposé la courbe expérimentale du champ produit par la bobine en fonction de la distance et la courbe du champ calculé avec l'approximation dipolaire. Nous y avons aussi superposé la courbe du champ produit par un aimant. Nous avons considéré pour le calcul de ces deux champs le moment déterminé précédemment. Voici à la Figure 2-4 la superposition des courbes à la fréquence de résonance (10 kHz). Pour mesurer la distance entre la bobine et le capteur, on considère le centre de la bobine comme point d'origine.

[5] Nous voulions choisir une fréquence qui ne soit pas trop éloignée de la fréquence de résonance du circuit de sorte que le signal ne soit pas trop faible.

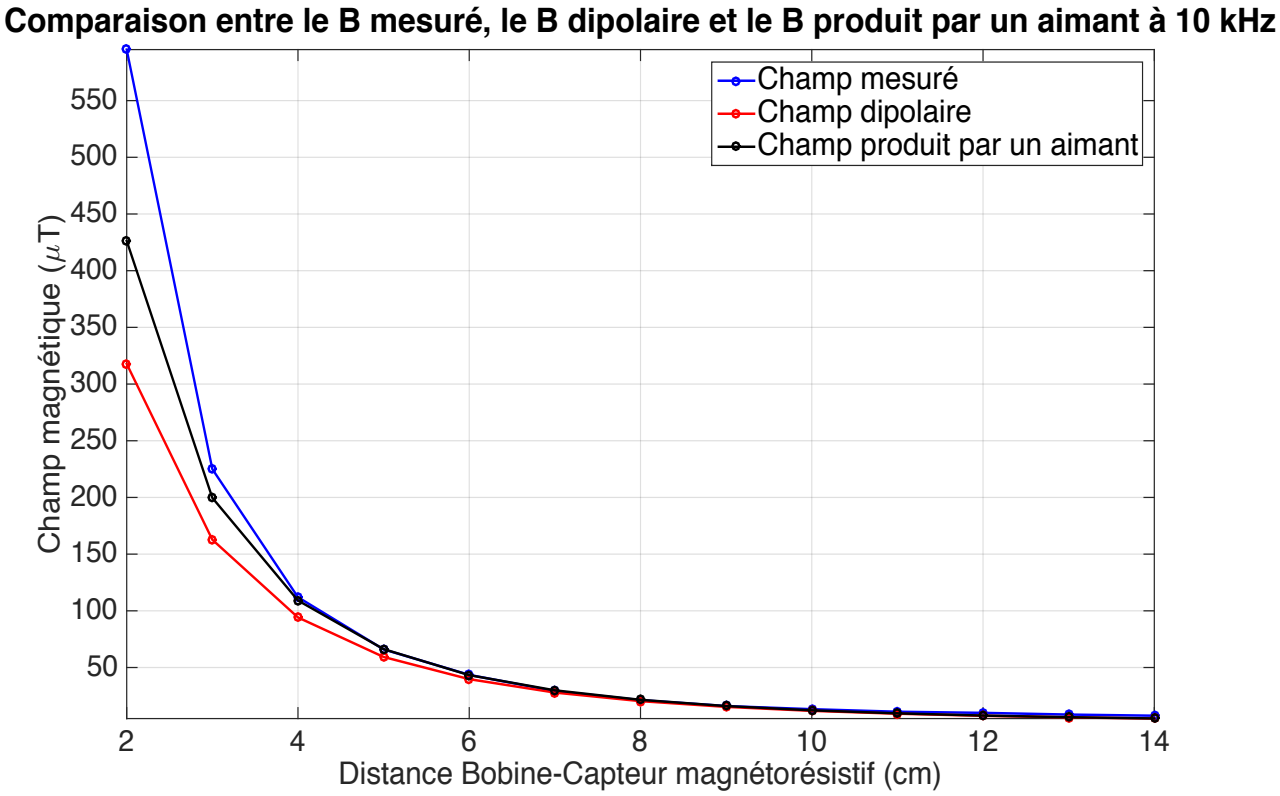

Figure 2-4 : Comparaison du champ magnétique mesuré, du champ calculé avec l'approximation dipolaire et du champ produit par un aimant à 10 kHz

En comparant la courbe du champ mesuré expérimentalement et la courbe du champ dipolaire, on remarque que celles-ci concordent suffisamment pour nous donner confiance en l'approximation dipolaire dans le calcul des champs magnétiques servant à l'entrainement du réseau de neurones. Il faut noter toutefois qu'au voisinage de la bobine, à moins de 4 cm, l'erreur est supérieure à 10 %. L'approximation n'est pas très valide dans cette région étant donné que la source ne manifeste pas vraiment le comportement d'un dipôle magnétique à proximité. La courbe du champ produit par un aimant concorde mieux quant à elle avec la courbe expérimentale. Cependant, nous ne pouvons nous servir de l'équation du champ produit par un aimant (3) pour calculer le champ en tout point du domaine, contrairement à l'équation de l'approximation dipolaire (2) qui permet de le faire, puisqu'étant vectorielle.

2.2 Moment induit dans une bille conductrice

L'équation (2) nous permet de connaître le champ auquel est soumise une bille conductrice placée en n'importe quel point du domaine. Supposant que ce champ soit uniforme sur la bille, on est en mesure de calculer le moment induit dans l'objet sphérique avec la relation suivante (Landau & Lifshitz, 1960) [6] :

$$\vec{m}_i = \frac{4\pi\eta\vec{B}_s(\vec{r}_{so})}{\mu_0} \qquad (4)$$

μ_0 est la perméabilité du vide et η une variable qui dépend de la fréquence d'excitation, de la conductivité de la bille et de son rayon :

$$\eta = \eta' + i\,\eta'' \qquad (5)$$

Les parties réelle et imaginaire sont données par les expressions suivantes (Seddaoui, 2014) :

$$\eta' = -\frac{a^3}{2}\left(1 - \frac{3\delta}{2a}\frac{\sinh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{2a}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{2a}{\delta}\right)}\right) \qquad (6)$$

$$\eta'' = -\frac{3a\delta^2}{4}\left(1 - \frac{a}{\delta}\frac{\sinh\left(\frac{2a}{\delta}\right) + \sin\left(\frac{2a}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{2a}{\delta}\right)}\right) \qquad (7)$$

où a est le rayon de la bille et δ la profondeur de pénétration du champ électromagnétique dans l'objet conducteur qui est donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma}} \qquad (8)$$

σ et ω sont respectivement la conductivité de l'objet et la fréquence angulaire du champ magnétique d'excitation.

---

[6] Le développement détaillé est présenté à l'Annexe B

Lorsqu'on travaille avec des fréquences de l'ordre du kHz, la profondeur de pénétration du champ électromagnétique est plus petite que le rayon de la bille, ce qui permet d'approximer η' et η'' par les expressions suivantes :

$$\eta' \approx -\frac{a^3}{2}\left(1-\frac{3\delta}{2a}\right) \qquad (9) \qquad\qquad \eta'' \approx \frac{3}{4}\delta a(a-\delta) \qquad (10)$$

2.3 Champ mesuré aux détecteurs

Le champ mesuré aux détecteurs est donné par :

$$\vec{B}_{det} = \vec{B}_s(\vec{r}_{sd}) + \vec{B}_i(\vec{r}_{od}) \qquad (11)$$

où $\vec{B}_s(\vec{r}_{sd})$ est le champ de la source ressenti au détecteur et $\vec{B}_i(\vec{r}_{od})$ est le champ induit par l'objet et ressenti au détecteur éloigné d'une distance $\vec{r}_{od}$:

$$\vec{B}_i(\vec{r}_{od}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{m}_i \cdot \vec{r}_{od})\vec{r}_{od} - \vec{r}_{od}^{\,2}\vec{m}_i}{r_{od}^5}\right] \qquad (12)$$

Notre système actuel permet d'utiliser qu'un ou deux détecteurs. Toutefois, comme le plateau tourne et que la carte électronique acquiert 1214 mesures en un tour complet, c'est comme si nous avions 1214 couples sources-détecteurs à positions relatives fixes placés tout autour du domaine circulaire.

Par ailleurs, il est à noter que les capteurs GMI effectuent une mesure de la composante du champ parallèle au fil ferromagnétique. Ainsi, il faut placer les deux capteurs GMI perpendiculairement si on veut connaître les deux composantes du champ magnétique en un point autour du domaine.

Finalement, puisque notre problème concerne la localisation de billes conductrices, il est nécessaire de discrétiser le domaine. Une discrétisation radiale a été choisie (Figure 2-5).

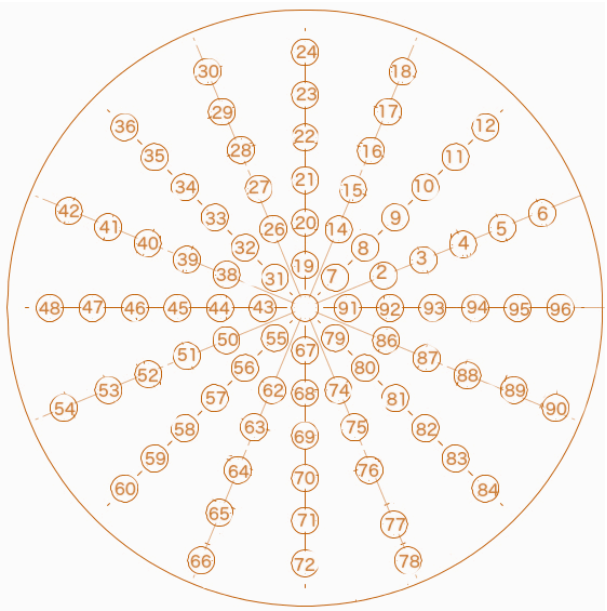

Figure 2-5 : Domaine discrétisé des positions possibles des billes conductrices

Nous numérotons les 16 demi axes de 1 à 16 en commençant par l'axe des positions 1 à 6 et en allant dans le sens antihoraire. Théoriquement, ce domaine circulaire de 13 cm de diamètre contient 97 positions (la 97e position se situe au centre du cercle). Toutefois, il n'était pas possible de faire 97 trous de 1 cm de diamètre, puisque certaines positions se juxtaposent. C'est le cas par exemple de la position 1 qui se superpose aux positions 7 et 91.

En somme, le champ mesuré au détecteur est donné par l'équation (11). On calcule le champ induit par l'objet conducteur et mesuré par le détecteur avec l'équation (12), où il faut préalablement obtenir le moment induit par l'objet à partir de l'équation (4) qui a nécessité quant à elle le calcul du champ ressenti par la bille avec l'équation (2).

2.4 Simulations des champs résultants

En implémentant dans *Matlab* les équations du champ produit par la source, du moment induit par la bille et du champ induit qui est ressenti au détecteur, nous sommes en mesure de visualiser la variation du champ induit par une bille conductrice placée n'importe où dans le domaine avec deux détecteurs fixes et le plateau faisant une rotation de 360 °. Nous avons simulé

le cas où la bobine d'excitation, située en $[0, -R]$, est orientée radialement et les deux détecteurs, situés en $[0, R]$, sont positionnés perpendiculairement l'un à l'autre (système de coordonnées de la Figure 2-1). Ils sont placés de sorte qu'un des détecteurs mesure la composante B_x du champ induit et l'autre la composante B_y. Le diamètre du domaine circulaire est de 19 cm. Nous avons choisi pour les expérimentations une bille de laiton de conductivité nominale égale à $1{,}6 \times 10^7\ \mathrm{S.m^{-1}}$ et de 9,5 mm de rayon. La taille de la bille est adéquate pour évaluer notre système de tomographie, étant donné que le champ induit par celle-ci est de l'ordre du nano Tesla pour une excitation réalisée avec une petite bobine qui est éloignée d'une vingtaine de centimètres du détecteur. C'est l'ordre de grandeur du champ induit par une masse macroscopique d'environ $1\ \mathrm{S/m}$ de conductivité et d'une taille comparable à celle des poumons lorsqu'une densité de courant maximale de quelques $\mathrm{mA/cm^2}$ est appliquée à $50\ \mathrm{kHz}$. La bille a été placée à la position $60\ \left(r = 6\ \mathrm{cm}\ ;\ \phi = \frac{5\pi}{4}\right)$ pour cette simulation. Par ailleurs, le signal d'excitation est à une fréquence de $10\ \mathrm{kHz}$ et le moment de la bobine est de $0{,}102\ \mathrm{Am^2}$. On présente à la Figure 2-6 la courbe de B_x, de B_y et du module du champ induit.

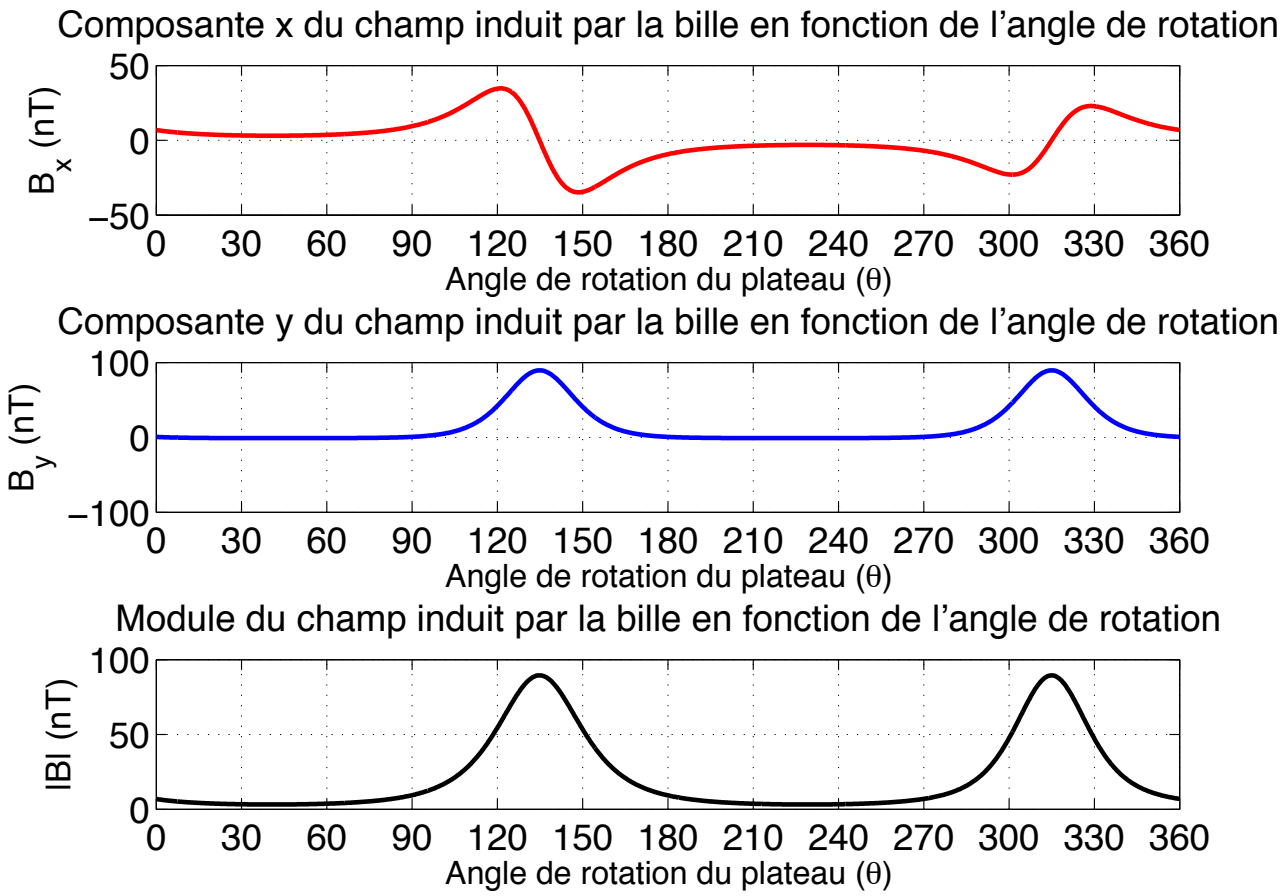

Figure 2-6 : Simulation de la mesure du champ magnétique à $[0, R]$ induit par une bille placée à la position 60

Ces figures semblent être valide à première vue. Tout d'abord, le passage à zéro de la courbe du champ B_x est à $135\,°$ et $315\,°$, soit respectivement l'angle de rotation que le plateau doit faire avant que la bille se trouve vis-à-vis du détecteur ou vis-à-vis de la bobine. Le champ B_x est nul à ces points car le moment de la bille est alors orienté perpendiculairement au détecteur. La courbe du champ B_y est de même logique, puisque ce dernier est maximum aux angles $135\,°$ et $315\,°$, là où le moment de la bille est orienté parallèlement au détecteur. Nous présentons à l'Annexe C une méthode de localisation d'une bille conductrice qui exploite les caractéristiques des courbes de champs induits (les passages à zéros et les pentes des lobes). Cependant, cette méthode n'est fonctionnelle que si on se trouve dans les mêmes conditions

expérimentales qui ont permis son développement (caractéristiques de la bille, paramètres du champ d'excitation, etc).

D'autre part, il s'avère intéressant de simuler le champ magnétique induit par la même bille conductrice et mesuré par deux détecteurs placés à 120 degrés de part et d'autre de la source (Figure 2-7). Cette configuration permet de réduire les « zones d'ombre » de la région d'intérêt où la mesure du champ induit est plus difficile étant donné l'éloignement de la bille à la fois de la bobine d'excitation et du détecteur. Ce positionnement des détecteurs permet aussi d'exploiter le mode différentiel. En faisant la soustraction des champs, on élimine une bonne partie du bruit commun aux deux détecteurs ainsi que la composante du champ primaire qui est mesurée. Nous avons aussi orienté les détecteurs perpendiculairement aux lignes de champ, ce qui constitue un autre moyen de ne pas mesurer le champ d'excitation. Voici à la Figure 2-8 et à la Figure 2-9 les champs induits mesurés par les détecteurs D1 et D2 lorsque la bille est placée aux positions $20, 21, 22, 23$ et au centre du cercle. Les positions 20 à 23 correspondent aux positions radiales $r = 2, 3, 4, 5$ cm associées à la position azimutale $\phi = \frac{\pi}{2}$ rad.

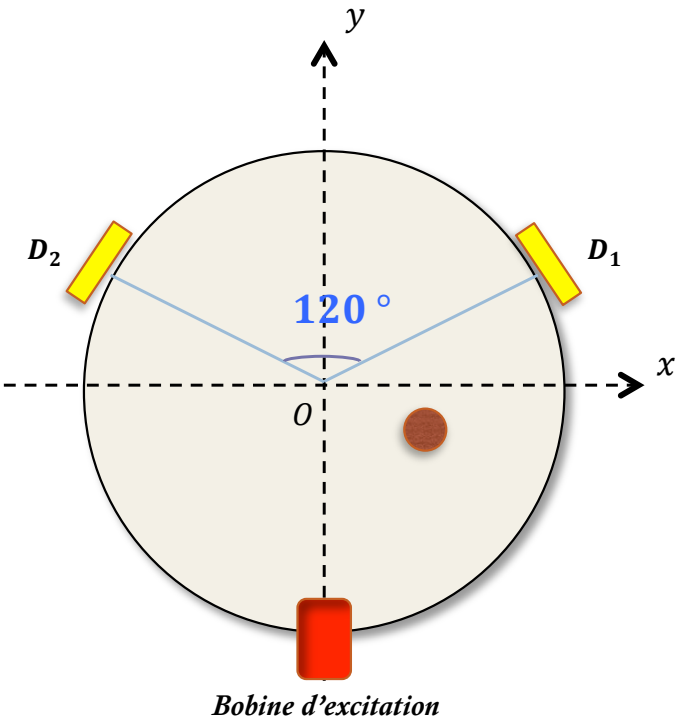

Figure 2-7 : Configuration source-détecteurs annulant le champ primaire avec les détecteurs placés à 120 ° de part et d'autre de la bobine d'excitation

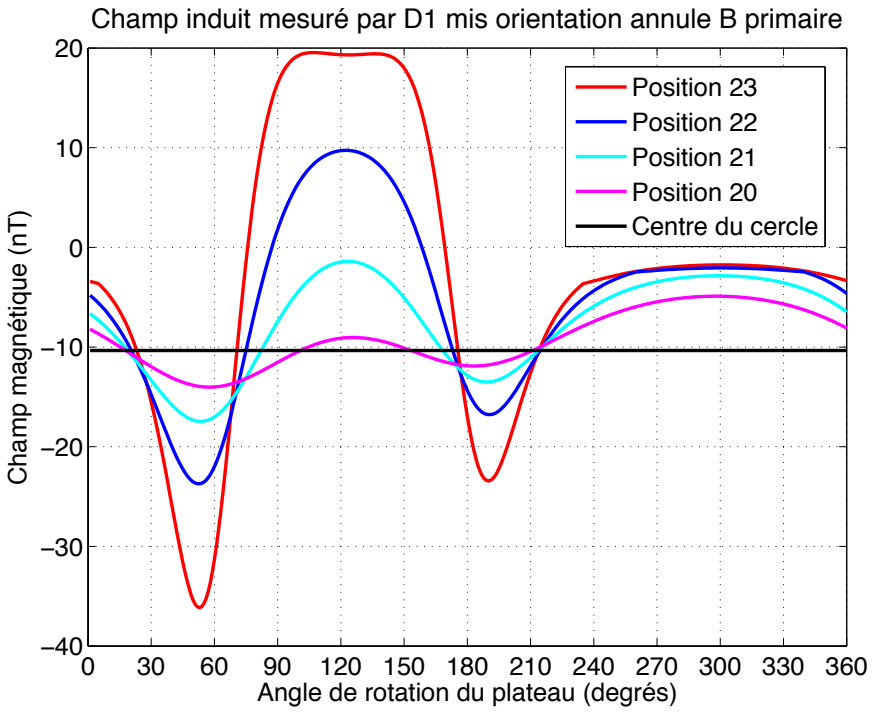

Figure 2-8 : Simulation du champ induit par une bille conductrice placée en 5 positions différentes mesuré par D1 mis orthogonalement à la ligne de champ 120°

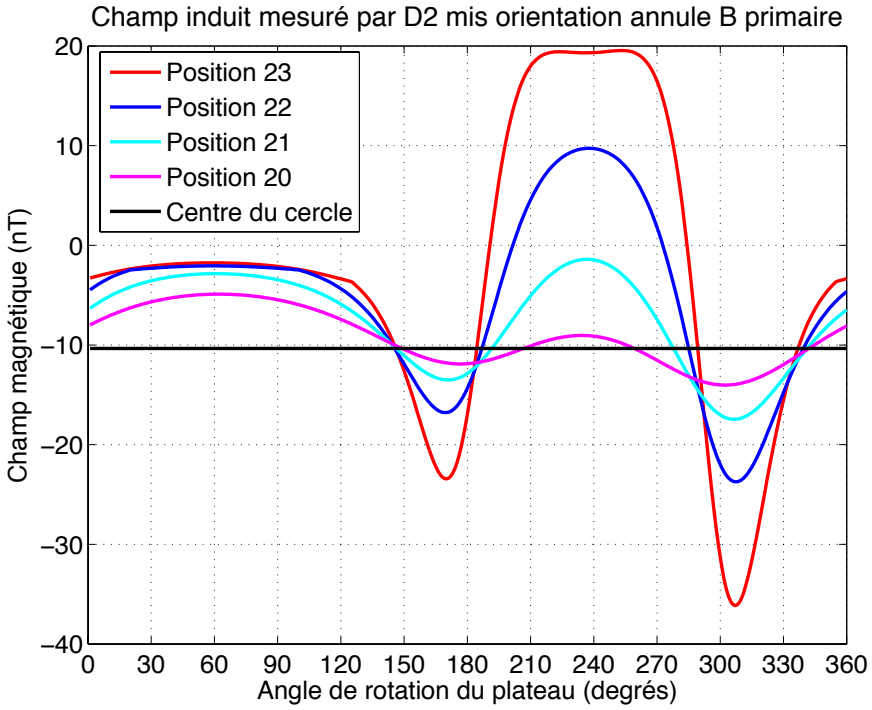

Figure 2-9 : Simulation du champ induit par une bille conductrice placée en 5 positions différentes mesuré par D2 mis orthogonalement à la ligne de champ 240°

Penchons-nous sur l'ordre de grandeur des champs induits par une bille de 9,5 mm de rayon et de $1{,}6 \times 10^{7}\ \mathrm{S.m^{-1}}$ de conductivité placée dans un domaine de 19 cm de diamètre. La Figure 2-8 et la Figure 2-9 nous indiquent que les plus grandes variations ont une amplitude d'environ 50 nT et les plus faibles de quelques nano Tesla, ce qui demeure détectable pour les capteurs GMI puisque leur niveau de bruit se situe autour de $2\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 10 kHz (Dufay, Saez, Dolabdjian, Yelon, & Ménard, 2013).

Nous avons fait quelques simulations pour déterminer le diamètre maximal du domaine circulaire rendant toujours possible la détection de la bille avec nos capteurs GMI. Nous avons obtenu comme diamètre maximal 50 cm. En effet, on voit à la Figure 2-10 que les plus faibles variations de champ magnétique sont de 10 pT, ce qui est légèrement au-dessus du niveau de bruit des capteurs GMI à 10 kHz. Ceci est bien sûr dans un cas idéal où le système de mesure ne présente aucun bruit.

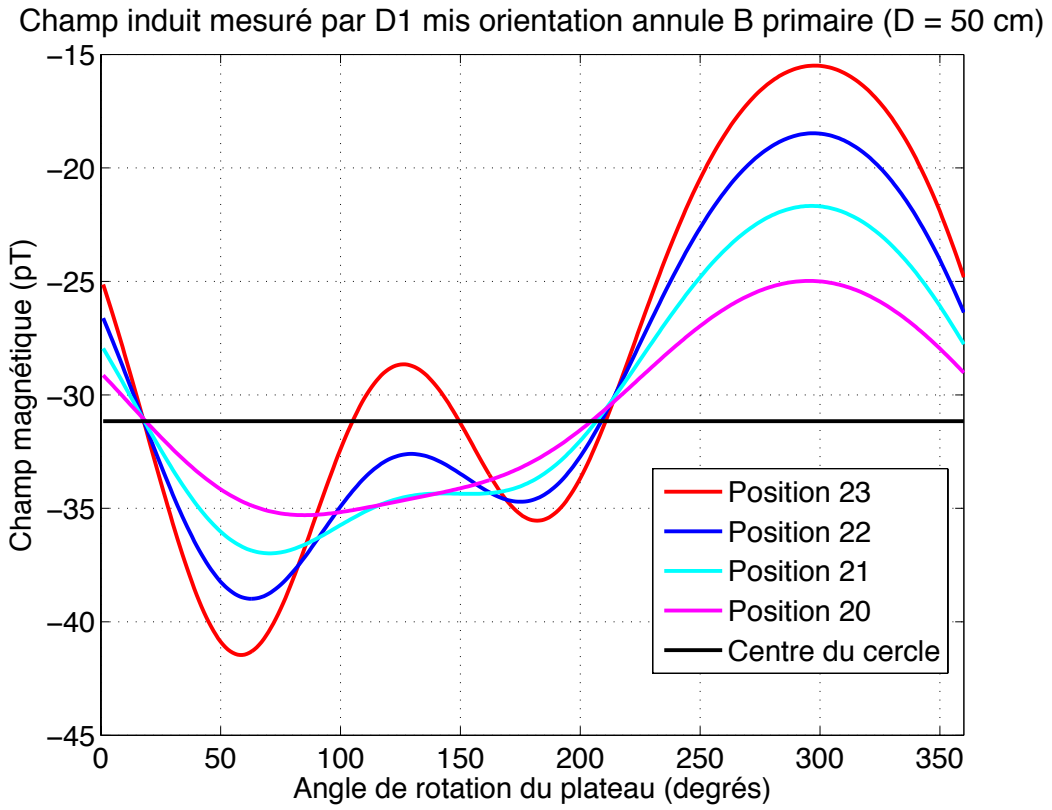

Figure 2-10 : Champ induit par une bille mesuré par D1 mis orthogonalement à la ligne de champ 120° dans un domaine de 50 cm de diamètre

D'autre part, nous avons voulu évaluer la possibilité d'exploiter le mode différentiel. Pour ce faire, on considère la configuration où chaque détecteur est placé à 120 degrés de part et d'autre de la source (Figure 2-7). La différence des signaux permet d'éliminer la composante du champ primaire ressenti aux détecteurs ainsi que le bruit commun mesuré par ceux-ci. Voici à la Figure 2-11 la différence des champs induits mesurés par $D1$ et $D2$ pour une bille placée aux positions $20, 21, 22, 23$ et au centre du cercle de 19 cm de diamètre.

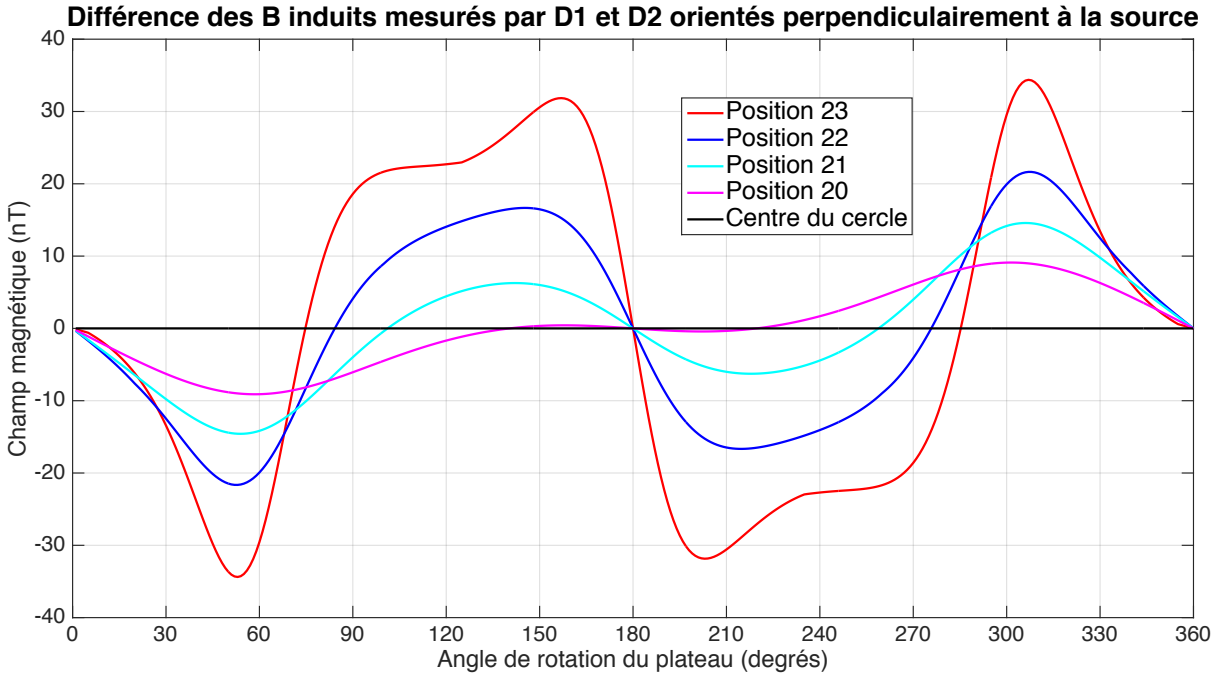

Figure 2-11 : Différence des champs induits mesurés par $D1$ et $D2$ orientés perpendiculairement à la bobine d'excitation

On voit que les courbes antisymétriques sont assez distinctes entre chaque position, ce qui nous suggère qu'il est possible d'exploiter le mode gradiomètre pour localiser des billes conductrices. D'une part, le passage à zéro qui marque le centre d'antisymétrie nous donne immédiatement la position angulaire des billes, peu importe sa position radiale. La position radiale semble quant à elle pouvoir être déterminée par les autres passages à zéro.

En bref, nous avons présenté dans ce chapitre les principaux développements mathématiques permettant de simuler le problème physique d'induction magnétique d'une bille

conductrice. L'approximation dipolaire est utilisée pour calculer le champ magnétique en tout point du domaine ainsi que pour calculer le champ induit mesuré par les détecteurs. Nous avons aussi exposé la possibilité de mettre à profit différentes orientations des détecteurs, particulièrement si on souhaite que les détecteurs ne mesurent pas le champ primaire.

CHAPITRE 3 MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental est composé d'un plateau en plastique, d'un système de courroies, d'un moteur pas à pas, d'une bobine d'excitation, ainsi que de deux capteurs GMI. Une carte électronique contrôle l'excitation du champ magnétique, l'acquisition des mesures et la rotation du plateau. Le courant passant dans la bobine d'excitation est amplifié par un amplificateur audio. Une interface Matlab permet de voir le signal en temps réel et d'acquérir des données avec le plateau en mouvement ou à l'arrêt. Le schéma du montage ainsi qu'une photo sont présentés respectivement à la Figure 3-1 et à la Figure 3-2. Les détecteurs ont été placés perpendiculairement au champ primaire de sorte à ne rien mesurer de ce champ. Une des configurations choisies pour les expérimentations est illustrée à la Figure 3-3.

La carte électronique contient des circuits de conditionnement pour les deux capteurs GMI, des sources de courant pour les bobines de polarisation, une puce d'analyse d'impédance qui synthétise le signal d'excitation et qui fait la démodulation des signaux mesurés par les capteurs GMI, des amplificateurs, un dispositif de communication USB, un dispositif de communication Bluetooth, un microcontrôleur 32 bits ainsi que quelques autres composantes électroniques (Guardo, 2014).

La carte électronique ainsi que le moteur pas à pas servant à la rotation du plateau sont alimentés par une source de tension DC ayant une sortie $+12\,\mathrm{V}$ et une sortie $-12\,\mathrm{V}$. L'amplificateur audio est quant à lui alimenté par un bloc d'alimentation de tension DC $+12\,\mathrm{V}$. Les capteurs GMI, dont on voit une photo à la Figure 3-4, sont connectés à la carte électronique par un câble coaxial de type SMA. Les bobines de polarisation sont aussi connectées au dispositif de contrôle. Une vue de dessus de la bobine est présentée à la Figure 3-5 et une photo du capteur GMI monté avec la bobine de polarisation est illustrée à la Figure 3-6. D'autre part, on présente à la Figure 3-7 un schéma électrique du système entier et à la Figure 3-8 une image du circuit électronique de la carte de contrôle. Les détails du circuit apparaissent dans (Guardo, 2014).

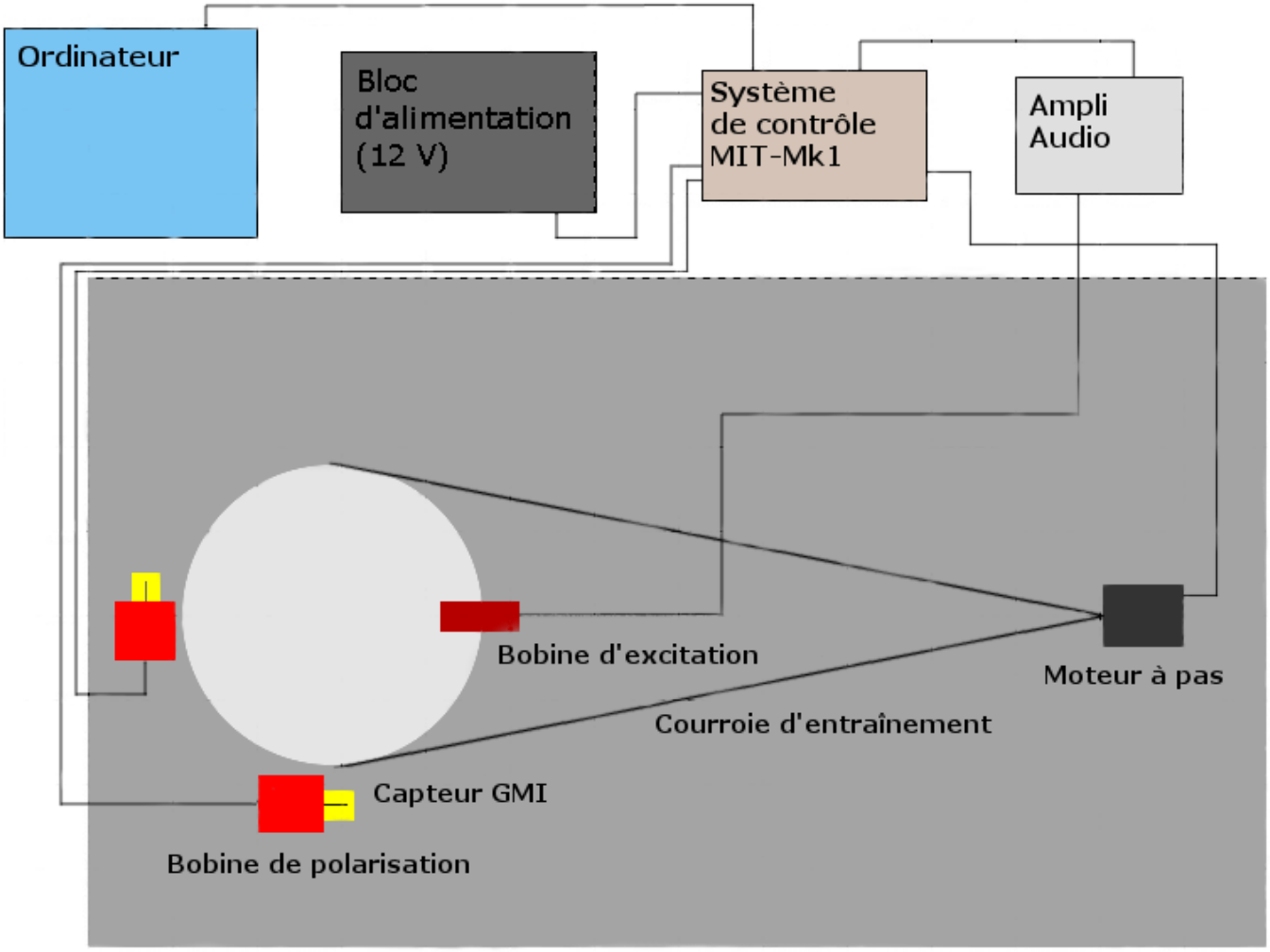

Figure 3-1 : Schéma du montage expérimental

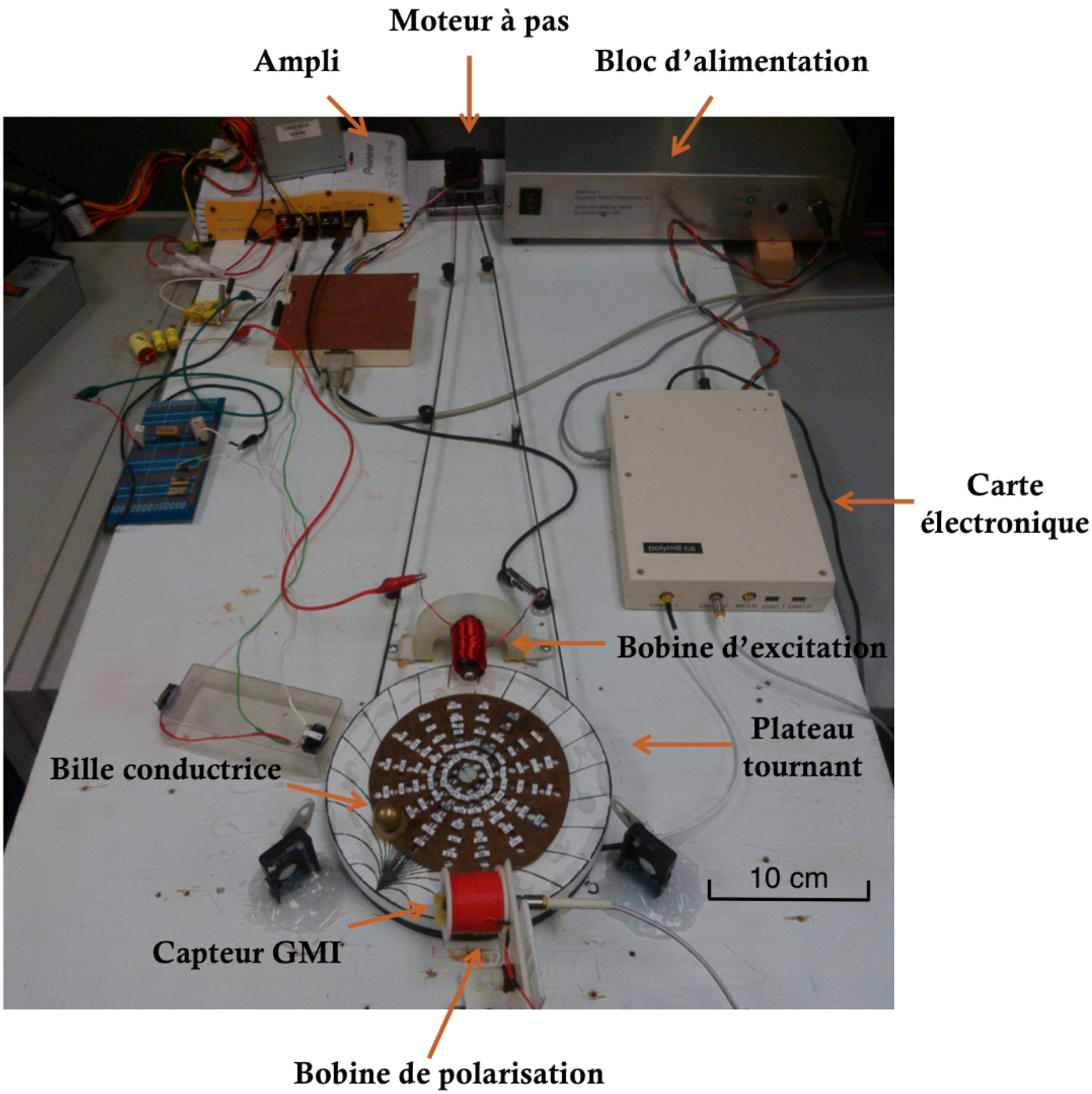

Figure 3-2 : Photo du montage expérimental

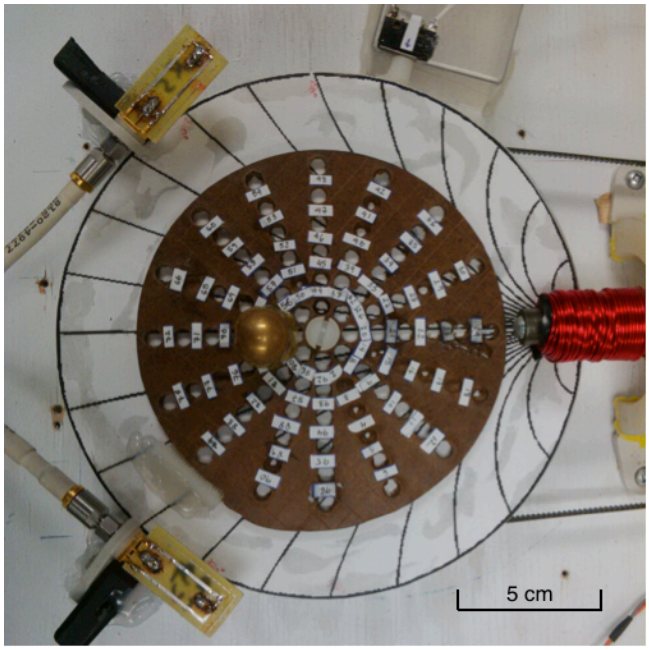

Figure 3-3 : Photo d'une configuration source-détecteurs annulant le champ primaire

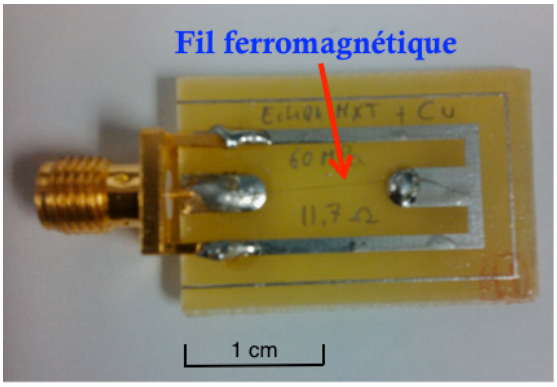

Figure 3-4 : Capteur GMI

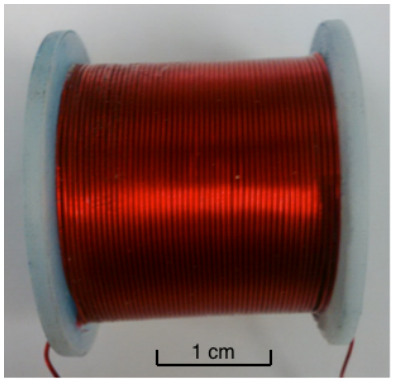

Figure 3-5 : Bobine de polarisation (vue de dessus)

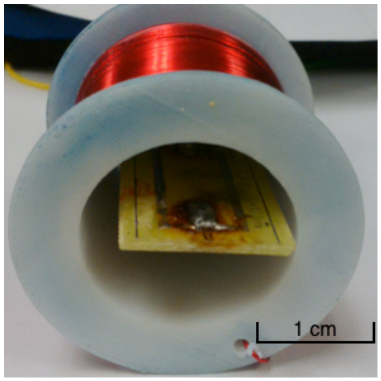

Figure 3-6 : Bobine de polarisation et capteur GMI

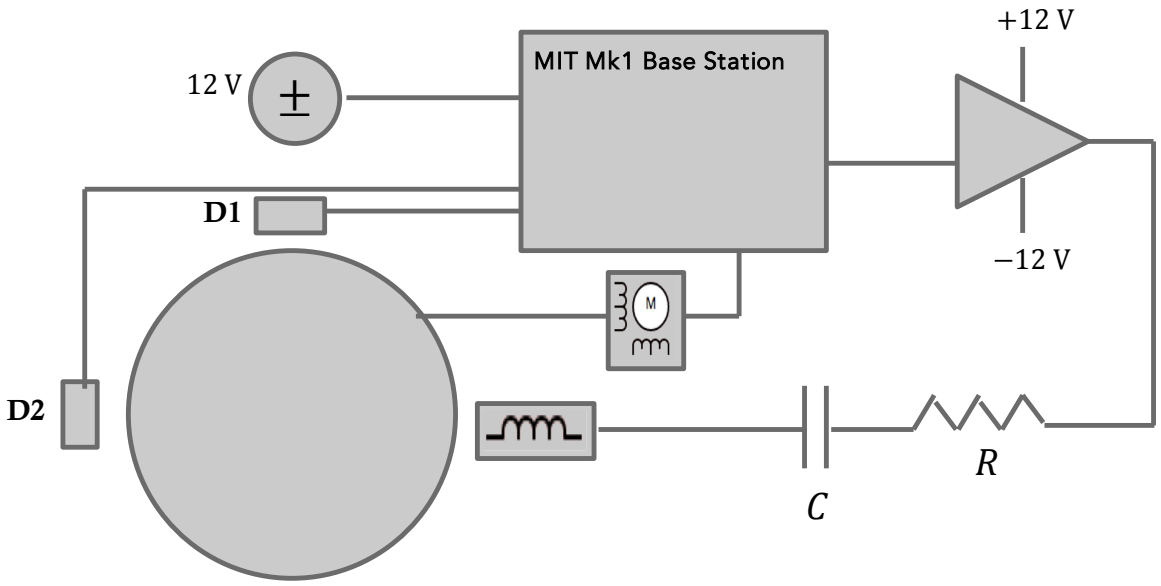

Figure 3-7 : Schéma électrique du montage expérimental

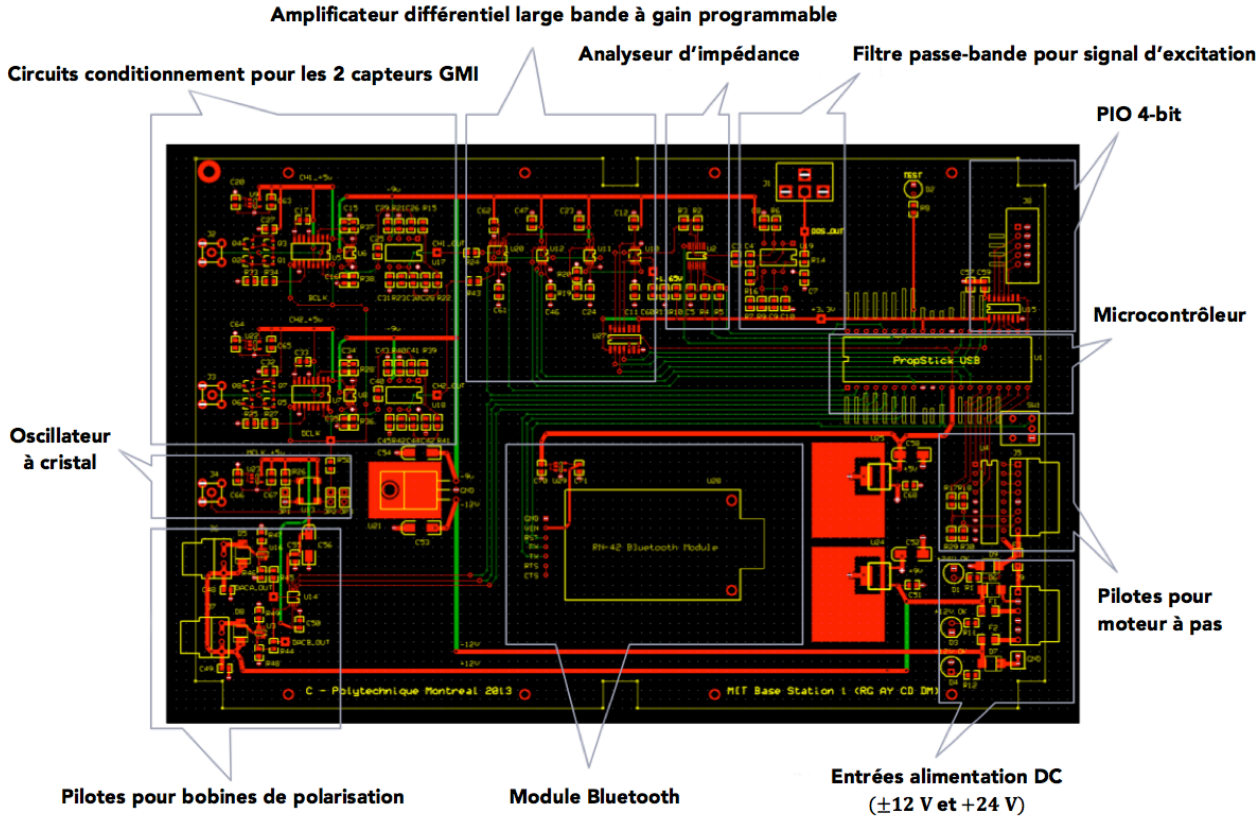

Figure 3-8 : Circuit électronique de la carte de contrôle [7]

[7] (Guardo, 2014)

Réalisation de l'objectif 1 : La réalisation du montage n'a pas été accomplie en une seule étape, mais bien progressivement avec l'avancement du projet. Plusieurs ajustements ont été nécessaires, particulièrement pour le système de rotation du plateau. Nous avons à cet égard remplacé le disque servant de région d'intérêt par un autre deux fois plus petit étant donné que la distance entre la bobine d'excitation et le détecteur était trop grande pour arriver à détecter la présence d'une bille. Par ailleurs, il a fallu apporter de nombreux micro ajustements aux composantes du montage pour s'assurer de correspondre le plus possible à la simulation. Nous avons par exemple pris soin de placer la bobine, la bille et les détecteurs sur le même plan.

Le déroulement d'une expérience typique est le suivant. On vérifie d'abord que tous les branchements sont adéquats. On allume le bloc d'alimentation. On ouvre l'interface *Matlab* et une fenêtre telle que celle de la Figure 3-9 s'affiche. Dans l'encadré *Com Port*, on écrit le numéro de port du mode de communication choisi (USB ou Bluetooth). On met ensuite sur le plateau tournant l'objet conducteur à imager. On sélectionne ensuite *Enable* si on veut mettre le moteur en marche ou *Disable* si on veut que le plateau demeure immobile pendant l'acquisition des données. Il faut aussi spécifier la fréquence d'excitation ainsi que les gains des différents étages d'amplification du circuit. Si on souhaite que la bobine d'excitation ait un moment de $0{,}102\ \mathrm{Am}^2$ à une fréquence de $10\ \mathrm{kHz}$, il faut alors sélectionner $10\times$ pour le *PGA Gain*, $400\ \mathrm{mV}$ pour le *DDS Level* et $1\times$ pour le *DDG Gain.* On choisit par la suite lequel des détecteurs prendra les mesures en le sélectionnant ou bien on choisit le mode gradiomètre si on veut effectuer une mesure différentielle. On entreprend ensuite l'optimisation de la sensibilité des capteurs GMI actifs ainsi que l'optimisation du mode de rejet commun si on choisit d'exploiter le mode gradiomètre. On procède alors à l'acquisition de données ce qui génère un fichier de 1214 valeurs de tension induite dans le capteur GMI par l'effet du champ magnétique mesuré dans le cas où le moteur est mis en marche ou de 1024 valeurs dans le cas où il est désactivé. La tension mesurée est une grandeur complexe. L'amplitude s'exprime en *microvolts referred to input* (μV RTI)[8] et la phase en degrés. La phase est le décalage en angle entre le signal d'excitation et le signal mesuré. Dès que l'acquisition des données termine, les courbes du module et de la phase sont tracées dans le GUI *(Graphical User Interface*) en fonction de l'angle de rotation du plateau

[8] La tension référée à l'entrée est la tension mesurée aux bornes du capteur GMI.

(si le moteur a été mis en marche). On peut enregistrer ces graphiques en cliquant sur *Print to file*, puis sur *Save*. Les données mesurées sont quant à elles enregistrées en cliquant sur *Save File*. Plus de détails sur la mise en marche du système figurent dans le guide d'utilisation écrit par M. Guardo (Guardo, 2014).

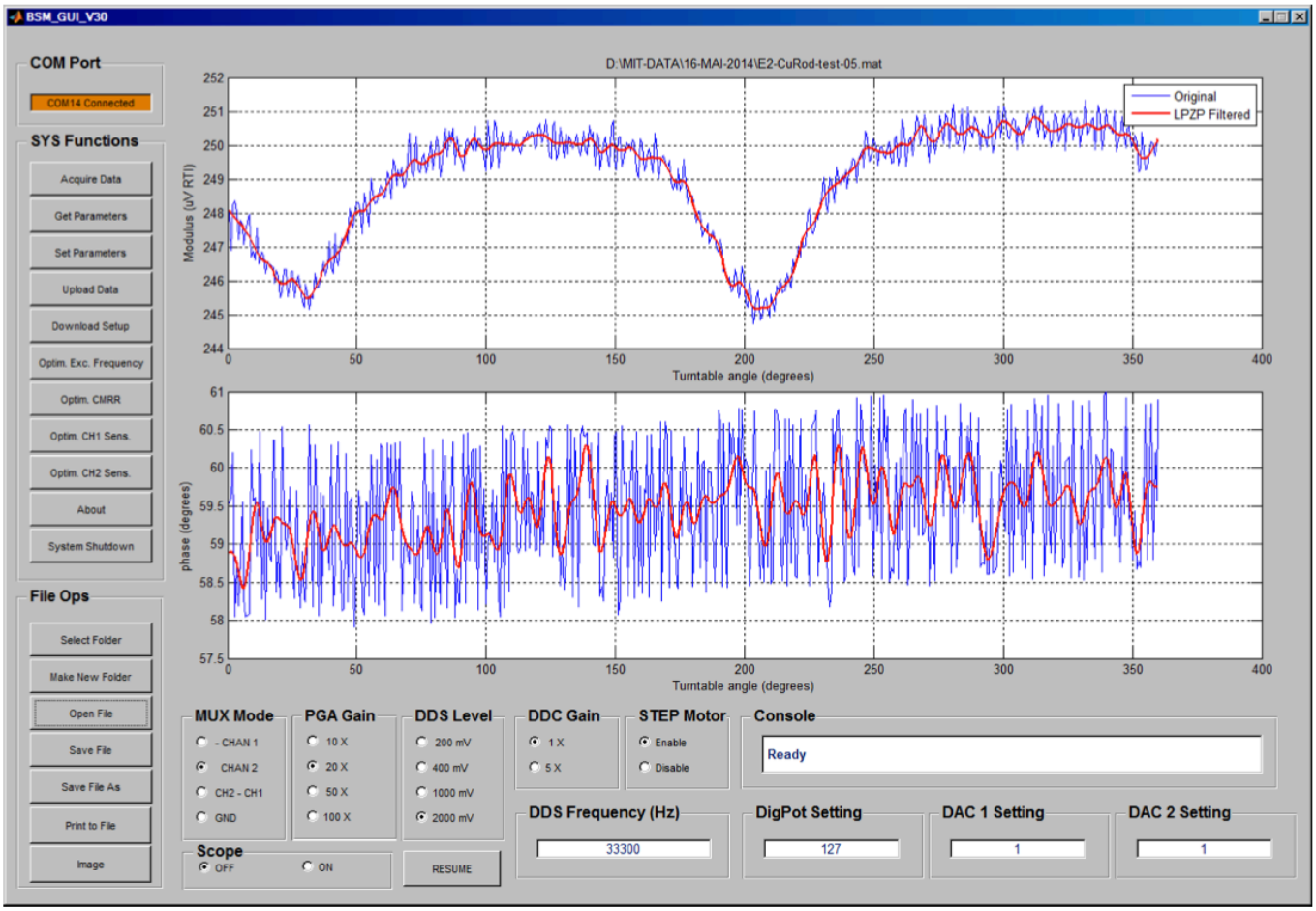

Figure 3-9 : Interface *Matlab* pour le contrôle du système de tomographie développé [9]

Par ailleurs, bien que le mode d'acquisition de données avec le moteur désactivé ne serve pas à la reconstruction d'images, il est utile pour évaluer la chaîne de conditionnement du signal en déterminant l'offset, le ratio signal sur bruit, la dérive du système, etc.

---

[9] (Guardo, 2014)

D'autre part, il est possible de réaliser plusieurs procédures d'optimisation avant de débuter l'acquisition de données. On peut notamment, en cliquant sur le bouton *Optim. Exc. Frequency*, optimiser la fréquence d'excitation. Le microcontrôleur fait alors l'acquisition de 511 valeurs du module de la tension mesurée en augmentant la fréquence par incréments de 50 Hz (Guardo, 2014). On cherche la fréquence pour laquelle l'amplitude du signal mesuré est la plus élevée. Cette optimisation sera différente selon que la bobine d'excitation est mise en circuit résonant RLC série ou si elle n'y est pas. Nous avons fait le choix dans notre montage de travailler toujours en mode résonant. La capacité et la résistance mises en série avec la bobine sont respectivement de 202 nF et 4,5 Ω. Une courbe similaire à celle de la Figure 3-10 est obtenue.

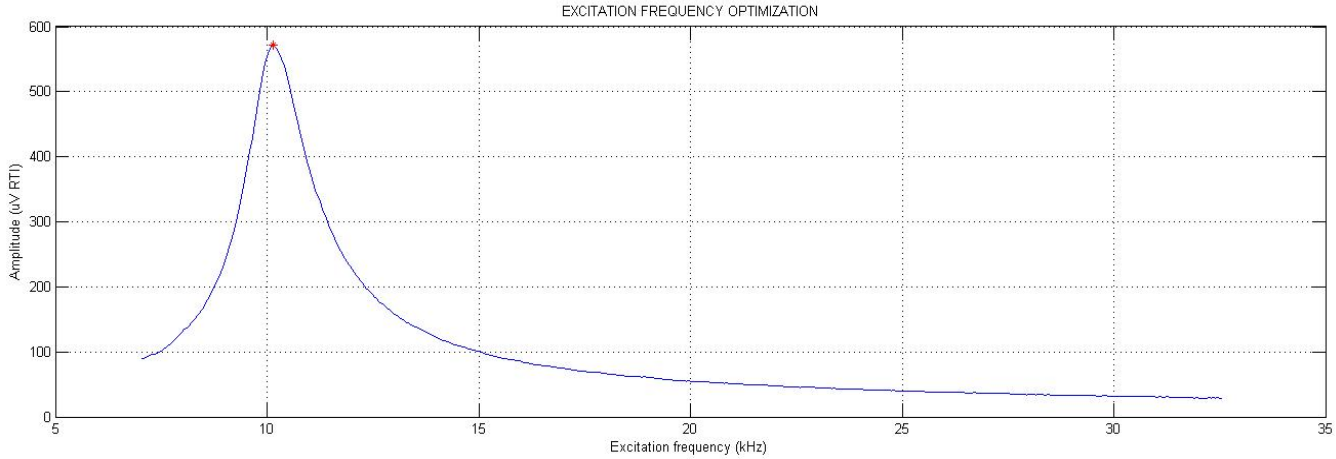

Figure 3-10 : Courbe typique de l'optimisation de la fréquence d'excitation

Une seconde optimisation que nous pouvons faire est celle de la sensibilité de chaque capteur GMI en cliquant sur *Optimize CH1 Sensitivity* ou *Optimize CH2 Sensitivity.* Ceci va permettre de se déplacer sur la courbe GMI du capteur pour se trouver dans une région où la pente est plus grande et où la sensibilité du fil est meilleure. En cliquant sur le bouton d'optimisation, un courant est appliqué dans la bobine et varie linéairement entre approximativement 0,5 et 20 mA. Le programme choisira le point milieu de la section de la courbe où la plage dynamique est la plus grande (Figure 3-11) (Guardo, 2014).

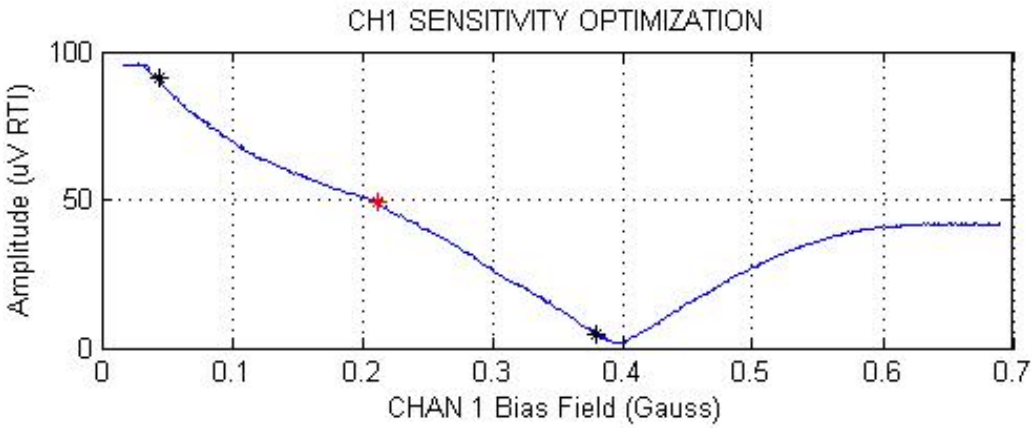

Figure 3-11 : Courbe typique de l'optimisation d'un capteur GMI

Finalement, une troisième optimisation est possible avec le système de tomographie développé. Il s'agit d'ajuster un potentiomètre digital de telle sorte qu'il y ait un rejet maximal du champ magnétique primaire mesuré par les détecteurs mis en mode gradiomètre. C'est ce qu'on appelle le mode de rejet commun. En cliquant sur *Optim. CMRR*, la résistance du potentiomètre varie entre des valeurs prédéfinies faisant ainsi modifier les gains des capteurs GMI. La valeur optimale sera celle pour laquelle la différence des signaux mesurés par les capteurs est minimale. Voici un exemple à la Figure 3-12**.**

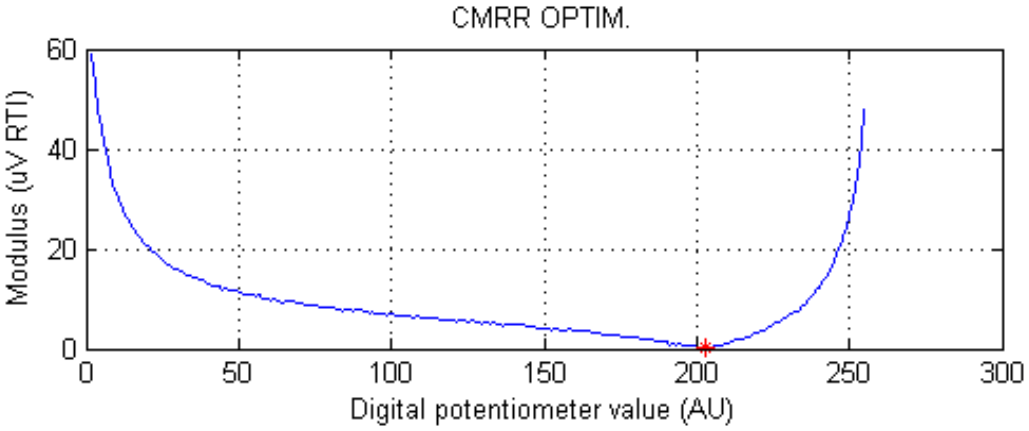

Figure 3-12 : Courbe typique de l'optimisation du mode de rejet commun [10]

[10] (Guardo, 2014)

3.1 Calibration des valeurs mesurées

Comme indiqué précédemment, les données générées par notre système de tomographie correspondent à la tension induite dans le capteur GMI par le champ mesuré. Il est bien sûr plus adéquat de connaître la grandeur de ce champ en unités magnétiques. Il faut alors avoir recours à une technique de calibration.

La technique de calibration développée par le professeur Guardo et qui est implémentée dans le code Matlab exploite le champ produit par les bobines de polarisation. Connaissant les paramètres géométriques de celles-ci et le courant qui y est injecté pour demeurer sur le point de polarisation de chaque capteur GMI malgré la perturbation causée par le champ induit, on est en mesure de calculer le champ magnétique produit par ces bobines à leur centre. On se sert de l'équation suivante :

$$B = \frac{\mu_0 \, \lambda \, I \, L}{2 \, S_{fil}} \ln \left\{ \frac{b + \sqrt{b^2 + \frac{L^2}{4}}}{g + \sqrt{g^2 + \frac{L^2}{4}}} \right\} \qquad (13)$$

L est la longueur de la bobine, g le rayon interne et b le rayon externe (Figure 3-13). S_{fil} est la section du fil et λ le facteur de remplissage des fils. En calculant le rapport entre l'aire d'un cercle de rayon r et l'aire d'un carré de côté r, on trouve que le facteur de remplissage est égal à $\pi/4$.

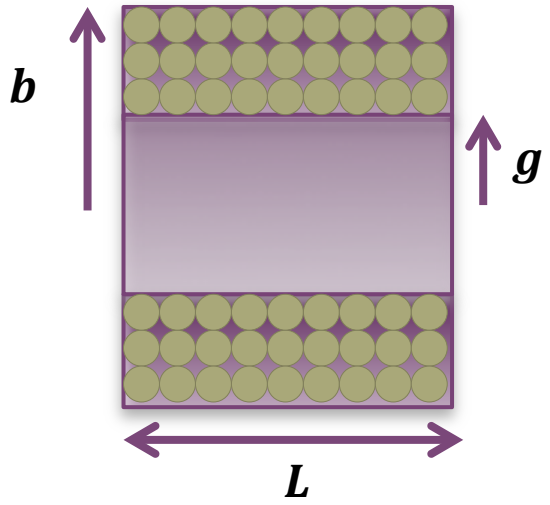

Figure 3-13 : Coupe transversale d'une bobine magnétique vide

La bobine de polarisation qui est principalement utilisée dans notre montage est décrite par les paramètres suivants :

$$\begin{cases} L = 0{,}03 \text{ m} \\ g = 0{,}0135 \text{ m} \\ b = 0{,}0162 \text{ m} \\ S_{fil} = 7{,}854 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \end{cases}$$

Cette méthode de calibration n'est cependant pas parvenue à donner des résultats cohérents[11]. Nous avons donc développé une autre technique qui exploite la similarité entre les courbes expérimentales du champ induit et les courbes simulées pour en faire ressortir un ratio de calibration.

3.1.1 Seconde méthode de calibration

La seconde méthode de calibration consiste à placer une bille de conductivité connue dans différentes positions du domaine, puis de faire l'acquisition des données et de calculer le rapport entre les valeurs simulées pour les mêmes positions exprimées en nT et les valeurs expérimentales exprimées en µV RTI. On calcule la moyenne de ces rapports et on obtient un ratio de calibration $^{\mathrm{nT}}/_{\mu\mathrm{V\ RTI}}$. Cette technique exige une correspondance suffisante entre les courbes simulées et les courbes expérimentales. On étudie au Chapitre 5 la similarité entre le champ magnétique mesuré et le champ magnétique calculé, ce qui permet d'obtenir un ratio de calibration de 3,77 $^{\mathrm{nT}}/_{\mu\mathrm{V}}$.

[11] Une façon de valider la justesse des valeurs retournées par le système de tomographie exprimées en unités magnétiques était de mesurer le champ magnétique d'excitation en plusieurs points sur un axe et de voir s'il décroît selon la puissance cubique.

CHAPITRE 4 RECONSTRUCTION D'IMAGES PAR RÉSEAUX DE NEURONES

4.1 Introduction

Il existe de nombreux problèmes dont la résolution avec des méthodes informatiques traditionnelles est très ardue, mais qui est pour notre cerveau assez simple. Nous n'avons qu'à penser à la reconnaissance de formes complexes ou au fait de devoir distinguer plusieurs objets différents mais tout de même similaires. Un bon exemple d'une forme complexe appréhendable par l'humain et non par les ordinateurs conventionnels est l'image du dalmatien présentée à la Figure 4-1. Prises individuellement, les tâches noires n'indiquent pas grand chose. Cependant, en considérant tous les éléments ensemble, on arrive à reconnaître un chien qui marche en reniflant le sol. On comprend très bien qu'il est difficile d'écrire un programme permettant de distinguer les tâches noires du chien des tâches noires de l'environnement. L'architecture de notre cerveau, bien différente de celle des ordinateurs, permet de comprendre l'image en quelques secondes (Freeman & Skapura, 1991).

Figure 4-1 : Illustration d'un dalmatien reniflant le sol [12]

[12] (Freeman & Skapura, 1991)

Ces facultés remarquables de l'humain sont issues des neurones, l'unité fonctionnelle de base du système nerveux. Il y a près de 100 milliards de neurones dans un cerveau (Nissen, 2005). Ces cellules ont deux propriétés physiologiques : l'excitabilité et la conductivité. Elles ressentent les stimulations auxquelles le corps est exposé puis les transforment en influx nerveux et induisent aussi des impulsions pour commander des opérations. La connexion entre deux neurones est appelée synapse. C'est à travers la synapse que l'influx nerveux passe. Il y a entre 1000 et 10 000 synapses par neurone (Villemin, 2015) ! Il est possible de modéliser de façon très simplifiée les neurones biologiques dans le but de reproduire certaines fonctions du cerveau humain. On appelle *réseau de neurones* un schéma de calcul inspiré du mode d'opération des neurones biologiques.

Les réseaux de neurones connaissent de nombreuses applications en statistiques et en intelligence artificielle. Ils sont particulièrement utiles pour faire des classifications (Réseau de neurones artificiels). On pense entre autres à la reconnaissance de lettres et de chiffres écrits à la main. Ils fonctionnent tellement bien que les banques les utilisent pour le traitement des chèques et la poste pour déterminer l'adresse du destinataire (Nielsen, 2014). C'est un processus d'apprentissage par l'expérience. Les réseaux de neurones sont décrits par deux aspects : la mémorisation et la généralisation. Ainsi, tous les exemples présentés au réseau sont assimilés sous forme d'une matrice de poids ajustée au fur et à mesure pour tenir compte de chaque nouveau cas. La généralisation est la faculté du réseau à pouvoir donner une réponse très proche de ce qui est attendu pour tout nouveau cas non traité lors de l'entrainement.

4.2 Considérations sur les réseaux de neurones

4.2.1 Structure du réseau

Le réseau se comporte telle une boîte noire, c'est-à-dire qu'en lui donnant une entrée $\boldsymbol{x}$, il renvoi une sortie y sans justification ni règle apparente (Figure 4-2). La structure du réseau de neurones est en premier lieu liée au nombre de couches qu'il contient. Par exemple, à la Figure 4-3, on présente un réseau à quatre couches. De façon générale, plus le phénomène modélisé est complexe, plus le nombre de couches doit être grand. L'expérimentation avec différents nombres de couches permet d'en déterminer le nombre optimal (Nissen, 2005). D'autre part, le nombre de

neurones pour chacune des couches est lié au nombre d'entrées du réseau qui correspond quant à lui au nombre de mesures effectuées en une acquisition complète. Finalement, on appelle synapse, la connexion entre deux neurones tel qu'on le voit à la Figure 4-2.

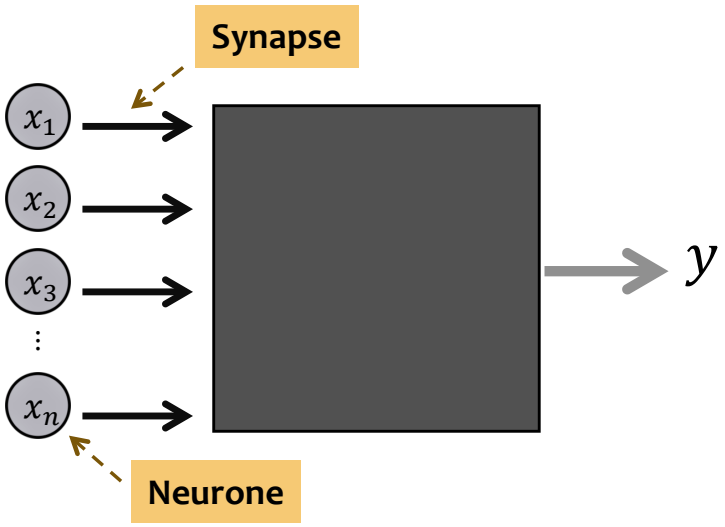

Figure 4-2 : Représentation figurée d'une couche d'un réseau de neurones

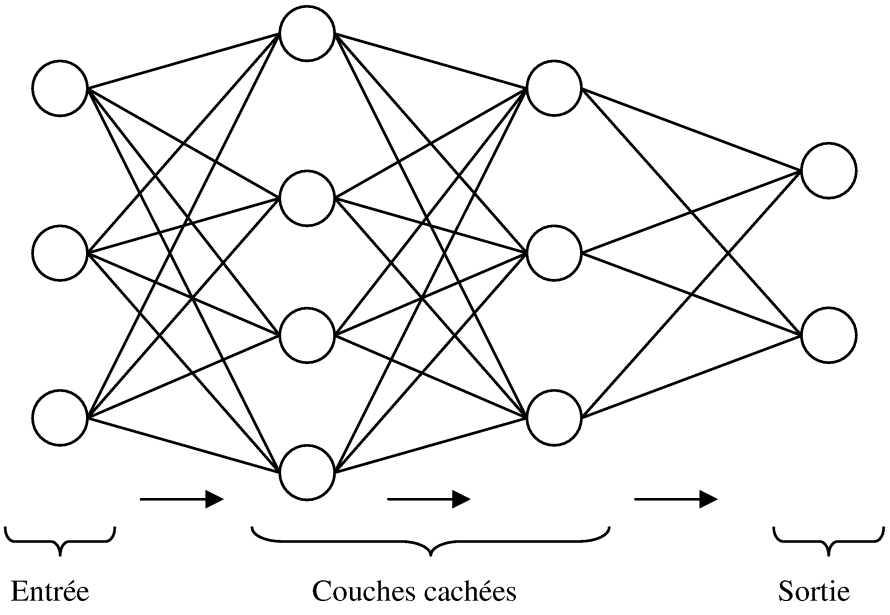

Figure 4-3 : Structure typique d'un réseau de neurones [13]

[13] (Delaunay)

De façon générale, les réseaux de neurones se différencient par les aspects suivants (Réseau de neurones artificiels) :

- la topologie des connexions entre les neurones
- la fonction d'agrégation utilisée (distance pseudo-euclidienne, somme pondérée, etc.)
- la fonction d'activation implémentée (linéaire, sigmoïde, tangente hyperbolique, etc.)
- l'algorithme d'apprentissage
- d'autres paramètres propres à certains types de réseaux de neurones

4.2.2 Fonction d'activation

Une fonction d'activation est une fonction qu'on applique à la sortie du réseau de neurones pour y introduire certaines propriétés désirées. Pour un problème physique non linéaire, par exemple, il est préférable d'utiliser lors du processus d'entrainement des fonctions non linéaires. On énumère au Tableau 4-1 les principales fonctions d'activation qui existent.

Tableau 4-1 : Fonctions d'activation typiques utilisées dans les réseaux de neurone [14]

Nom de la fonction	Relation d'entrée / sortie	Icône
Seuil	$a = 0$ si $n < 0$ $a = 1$ si $n \geq 0$	
seuil symétrique	$a = -1$ si $n < 0$ $a = 1$ si $n \geq 0$	
Linéaire	$a = n$	
Linéaire saturée	$a = 0$ si $n < 0$ $a = n$ si $0 \leq n \leq 1$ $a = 1$ si $n > 1$	
Linéaire saturée symétrique	$a = -1$ si $n < -1$ $a = n$ si $-1 \leq n \leq 1$ $a = 1$ si $n > 1$	
Linéaire positive	$a = 0$ si $n < 0$ $a = n$ si $n \geq 0$	
Sigmoïde	$a = \frac{1}{1 + e^{-n}}$	
Tangente hyperbolique	$a = \frac{e^{n} - e^{-n}}{e^{n} + e^{-n}}$	
Compétitive	$a = 1$ si n maximum $a = 0$ autrement	C

On voit qu'en général trois intervalles décrivent ces fonctions : en-dessous du seuil où le neurone est non-actif, au dessus du seuil où le neurone est actif et aux alentours du seuil où il y a une phase de transition.

[14] (Douak, 2008)

4.2.3 Entrainement du réseau

Dans un modèle de réseaux de neurones, on attribue un poids à chaque synapse. Le processus d'apprentissage (l'entrainement) consiste à trouver les poids représentant le mieux le phénomène à modéliser. Les coefficients synaptiques déterminent l'évolution du réseau. Un réseau bien entrainé acquiert une faculté de mémoire.

Il faut entraîner le réseau suffisamment longtemps pour qu'il soit généralisé, mais pas plus qu'il n'en faut, car il atteindra sinon ce qu'on appelle un surapprentissage. Les données fournies au réseau sont souvent des valeurs expérimentales bruitées ou des valeurs approximatives ; il est donc compréhensible que le réseau ne puisse répondre parfaitement à tous les exemples. Il faut par conséquent arrêter l'entrainement au bon moment. Une technique simple pour y arriver est de subdiviser le lot de données en deux sous-ensembles, un pour l'apprentissage et l'autre pour l'évaluation de l'apprentissage. Il faut continuer l'entrainement aussi longtemps que l'erreur sur le deuxième sous-ensemble diminue (Réseau de neurones artificiels).

4.2.4 Application à notre problème spécifique

Parmi les techniques de réseaux de neurones qui existent, nous avons privilégié la méthode Adaline (*Adaptive linear neuron*), puisque sa simplicité conceptuelle nous permet de l'implémenter dans un temps assez court tout en espérant des résultats conséquents. Aussi, on trouve en littérature que cette méthode a permis de reconstruire des images en tomographie par impédance électrique (Adler & Guardo, 1994), ce qui nous suggère qu'elle puisse bien s'appliquer à la tomographie par induction magnétique. L'algorithme Adaline est conçu pour trouver une matrice de poids optimale à partir du calcul itératif de l'erreur des moindres carrés. Il s'agit essentiellement d'un réseau à une couche dont la sortie est une somme pondérée du vecteur d'entrée. On présente ici le développement mathématique nous permettant d'implémenter un réseau Adaline à notre type de problème. Nous nous sommes inspirés du chapitre sur la méthode Adaline du livre *Neural Networks Algorithm, Applications, and Programming Techniques* écrit par James A. Freeman et David M. Skapura (Freeman & Skapura, 1991).

Nous présentons deux façons d'implémenter le réseau Adaline ; une première approche plus simple qui considère la sortie du réseau comme un scalaire représentant la position de la

bille et une seconde pour laquelle la sortie est un vecteur représentant une image de la densité de probabilité pour la position de la bille.

4.3 Première approche

Avec la première approche, on ne parle pas vraiment de reconstruction d'images, mais bien de localisation d'une bille conductrice. Voici à la Figure 4-4 la structure du réseau de neurones Adaline que nous avons implémenté. Il est à noter qu'il ne contient pas de couches cachées.

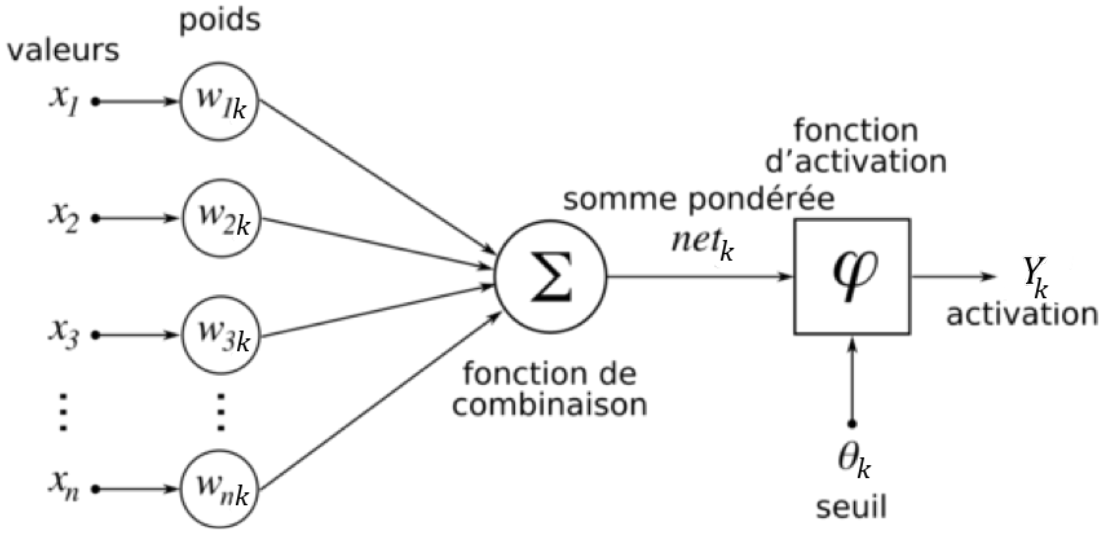

Figure 4-4 : Structure d'un réseau de neurones Adaline [15]

4.3.1 Définitions préliminaires

Soit le problème d'une bille disposée dans un domaine circulaire soumise à un champ magnétique produit par une bobine placée en $[0, -R]$ et dont le champ induit est mesuré par un détecteur placé en $[0, R]$ (Figure 2-1). Le vecteur d'entrée $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ correspond au vecteur de mesures associé à une position particulière de la bille désignée par k (identifiée

[15] (Réseau de neurones artificiels)

comme une configuration), n est le nombre de valeurs mesurées, une pour chaque position angulaire du plateau tournant ($n = 1214$) et Y_k est la sortie du réseau associée à la configuration k. Il y a en tout $N = 97$ configurations à une bille. Finalement, $\boldsymbol{w_k}$ est le vecteur de poids de n dimension associé à une configuration particulière.

Lorsqu'on donne un vecteur d'entrée au réseau de neurones, on lui associe aussi une sortie désirée ; c'est la valeur vers laquelle on veut que la sortie calculée par le réseau s'approche. Puisqu'on souhaite que le réseau nous retourne le numéro de position de la bille, on définit la sortie désirée d_k comme étant un scalaire entre 1 et 97, où $k = 1$ à 97.

Afin de générer une faculté de mémoire, il faut assigner un vecteur de poids à chacune des sorties désirées, puis ensuite lors de l'entrainement, selon la position à laquelle correspond l'entrée, ce sera seulement le vecteur de poids défini pour cette même position qui sera modifié. Nous avons ainsi en tout 97 vecteurs de poids. Ceux-ci sont rassemblés dans une matrice 97×1214 dont les éléments sont notés w_{kj}.

Si on utilise une fonction d'activation linéaire[16], calculer la sortie du réseau revient à faire la somme pondérée des composantes du vecteur d'entrée :

$$y_k = w_0 + \sum_{j=1}^{n} w_{kj} x_{kj} \qquad (14)$$

w_0 est un « bias weight » que l'on peut ajouter pour améliorer la convergence. Si on choisit de l'inclure dans l'entrainement, il faut alors ajouter aussi une entrée « bias » : $x_0 = 1$. Dans le cas où on omet le « bias weight » l'équation précédente se reformule en notation vectorielle comme :

$$y_k = \boldsymbol{w_k^t x_k} \qquad (15)$$

Il existe deux méthodes pour déterminer les poids optimaux : la méthode analytique et la méthode itérative. L'approche analytique est seulement envisageable pour résoudre un problème dont les vecteurs d'entrée sont de très petite dimension. Autrement, les calculs deviennent trop lourds. Présentons tout d'abord l'approche analytique.

---

[16] Pour la première approche, nous n'avons utilisé que la fonction linéaire pour le calcul de la sortie.

4.3.2 Méthode analytique

Il est nécessaire de définir initialement ce que l'on entend par poids optimaux. Soit d_k, la sortie désirée pour une configuration k. On considère les poids optimaux, les poids pour lesquels l'écart entre la sortie désirée et la sortie calculée par le réseau est minimal. On minimise cet écart en minimisant l'erreur des moindres carrés. Avec $\epsilon_k = d_k - y_k$, cette erreur s'exprime ainsi :

$$\langle \epsilon_k^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \epsilon_k^2 \qquad (16)$$

L'erreur des moindres carrés peut se réécrire ainsi :

$$\langle \epsilon_k^2 \rangle = \langle (d_k - \boldsymbol{w_k^t x_k})^2 \rangle = \langle d_k^2 \rangle + \boldsymbol{w_k^t} \langle \boldsymbol{x_k x_k^t} \rangle \boldsymbol{w_k} - 2 \langle d_k \boldsymbol{x_k^t} \rangle \boldsymbol{w_k} \qquad (17)$$

Le passage à cette dernière expression est possible sous l'hypothèse que les données d'entrainement sont statistiquement stationnaires dans le temps.

En définissant $\overleftrightarrow{R} = \langle \boldsymbol{x_k x_k^t} \rangle$, $\xi = \langle \epsilon_k^2 \rangle$ et $\boldsymbol{p} = \langle d_k \boldsymbol{x_k} \rangle$ on obtient :

$$\xi = \langle d_k^2 \rangle + \boldsymbol{w_k^t} \overleftrightarrow{R} \boldsymbol{w_k} - \boldsymbol{2 p^t w_k} \qquad (18)$$

$\overleftrightarrow{R}$ est appelée la matrice de corrélation d'entrée.

On voit bien dans cette expression la dépendance entre l'erreur et les poids.

Il faut dériver ξ par rapport à $\boldsymbol{w_k}$ pour trouver le vecteur de poids minimal :

$$\frac{\partial \xi(\boldsymbol{w_k})}{\partial \boldsymbol{w_k}} = 2 \overleftrightarrow{R} \boldsymbol{w_k} - 2 \boldsymbol{p} \qquad (19)$$

On égalise à 0 et on isole $\boldsymbol{w_k}$:

$$\boldsymbol{w_k^*} = \overleftrightarrow{R}^{\boldsymbol{-1}} \boldsymbol{p} \qquad (20)$$

Donc, si on connaît les vecteurs d'entrées $\boldsymbol{x_k}$ associés aux N configurations possibles, on peut calculer la matrice moyenne $\overleftrightarrow{R} = \langle \boldsymbol{x_k x_k^t} \rangle$ $(n \times n)$ ainsi que le vecteur moyen $\boldsymbol{p} = \langle d_k \boldsymbol{x_k} \rangle$ et en déduire $\boldsymbol{w_k^*}$, le vecteur de poids optimal associé à la configuration k. Il est à noter que cette méthode implique l'inversion d'une matrice $n \times n$.

4.3.3 Méthode itérative

Nous comprenons qu'il devient vite difficile d'utiliser l'approche analytique lorsqu'on augmente la dimension du vecteur d'entrée. On procède alors par une approche itérative. On initialise d'abord la matrice de poids à des valeurs aléatoires. Puis, à chaque itération on met à jour le vecteur de poids considéré avec :

$$\boldsymbol{w_k}(t+1) = \boldsymbol{w_k}(t) - \mu\nabla\xi\big(\boldsymbol{w_k}(t)\big) \qquad (21)$$

où $\nabla\xi$ est proportionnel à l'écart par rapport à la valeur attendue.

En utilisant $\epsilon_k^2(t)$ comme approximation à $\langle\epsilon_k^2\rangle$, on obtient une approximation à $\nabla\xi(t)$:

$$\nabla\xi(t) \equiv \nabla\epsilon_k^2(t) \approx \nabla\langle\epsilon_k^2\rangle = -2\epsilon_k(t)\boldsymbol{x_k} \qquad (22)$$

μ est un paramètre qui contrôle la vitesse de convergence et la stabilité du vecteur de poids vers la solution optimale. Il doit demeurer assez petit (de l'ordre du centième) car autrement les modifications apportées aux poids risquent d'être trop élevées et l'algorithme ne trouvera pas la solution ou tombera dessus par hasard (Freeman & Skapura, 1991).

En résumé les étapes qui doivent être réalisées à chaque itération sont les suivantes :

1) Donner un vecteur de mesures en entrée au réseau de neurones.
2) Calculer l'erreur : $\epsilon_k(t) = d_k - \boldsymbol{w_k^t}(t)\boldsymbol{x_k}$
3) Calculer le nouveau vecteur de poids relatif à la configuration qui est associée au vecteur d'entrée : $\boldsymbol{w_k}(t+1) = \boldsymbol{w_k}(t) + 2\mu\epsilon_k(t)\boldsymbol{x_k}$
4) Recommencer les étapes 1 à 3 avec chaque vecteur d'entrée du lot de données jusqu'à ce que l'erreur globale pour toutes les positions atteigne le seuil désiré.[17]

---

[17] Nous avons écrit un code qui produit le fichier de données servant à l'entrainement du réseau de neurones. Ça consiste en une boucle *for* qui génère à chaque itération une position aléatoire parmi les 97 positions possibles du domaine, puis qui calcule le champ ressenti par la bille ainsi que le champ induit par celle-ci qui est mesuré par le détecteur à chaque pas de rotation du plateau.

On obtient après avoir considéré le lot de données en entier un vecteur de poids optimal pour chaque configuration k $(k = 1 \text{ à } 97)$. On fait alors la concaténation des vecteurs calculés pour former la matrice de poids optimale.

4.3.4 Test du réseau

Lorsque le réseau est bien entrainé, on peut l'utiliser pour déterminer la position de la bille. Il suffit de faire le produit entre la matrice de poids et le vecteur de mesures de la position inconnue :

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{97} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{1-1} & \cdots & w_{1-n} \\ w_{2-1} & & w_{2-n} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{97-1} & \cdots & w_{97-n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad (23)$$

On calcule ensuite la différence entre le vecteur résultant $\boldsymbol{Y}$ et un vecteur construit des numéros 1 à 97. La bille sera à l'indice pour lequel la différence en valeur absolue est minimale.

4.3.5 Considérations pratiques

Il y a plusieurs questions que l'on doit se poser lorsqu'on essaye d'implémenter la technique Adaline :

1) Combien de vecteurs d'entrainement sont nécessaires pour résoudre le problème considéré ?
2) Comment génère t-on la sortie désirée pour chaque vecteur d'entrainement ?
3) Faut-il introduire un « bias weight » ?
4) Quelle est la valeur appropriée à donner à μ ?
5) Comment établir la condition d'arrêt de l'entrainement ?

La réponse à ces questions sera différente selon la nature du problème. D'abord, par rapport au nombre de vecteurs d'entrainement, il faut fixer un nombre initial puis l'ajuster par la suite selon la qualité des résultats obtenus. Plus le problème est complexe, plus il faut beaucoup

de vecteurs d'entrainement. Pour notre part, le choix de 15000 vecteurs fut adéquat (Tableau 4-2). Ce lot de données a été construit en générant à chaque fois aléatoirement une nouvelle position et en calculant le vecteur de mesures associé. Il n'y a donc pas exactement le même nombre de vecteurs de mesures pour chacune des 97 positions du domaine. Pour l'entrainement du réseau, on considère successivement tous les vecteurs, ce qui implique un nombre d'itérations accomplies de 15000. Pour ce qui est de la façon de générer la sortie désirée, il y a une multitude de façons de faire selon le problème en question. Dans notre cas, la sortie désirée est simplement le numéro de position de la bille allant de 1 à 97. Par ailleurs, l'ajout d'un « bias weight » est sujet à expérimentation, puisque certaines fois il permet d'améliorer la convergence alors que d'autres fois il n'est d'aucune utilité. Concernant le paramètre μ, il est conseillé de lui donner une valeur plus petite que 1, de l'ordre du centième. D'autre part, il s'avère que normaliser les vecteurs d'entrées servant à l'entrainement du réseau est un moyen simple d'améliorer la qualité des résultats. La condition d'arrêt est quant à elle choisie en fonction du seuil d'erreur que l'on juge tolérable en voyant la réponse du réseau de neurones. Dans notre cas, c'est lorsque l'écart entre la sortie désirée et la sortie du réseau est inférieure à 0,5 pour toutes les positions possibles. Ce seuil garantit que le réseau aura 100 % de succès pour localiser une bille avec un vecteur de mesures simulées. On présente au prochain tableau la corrélation entre le nombre de vecteurs d'essais utilisés pour l'entrainement et le nombre de positions dont l'erreur finale est inférieure à 1 ou inférieure à 0,5. On y associe aussi le pourcentage de succès du réseau avec des données simulées. D'autre part, on peut tracer un graphique de l'évolution de l'erreur pour chacune des positions et comparer les vitesses de convergence (Figure 4-5).

Tableau 4-2 : Comparaison entre le nombre de vecteurs d'essais et le nombre de configurations dont l'erreur est inférieure à 1 ou à 0,5.

# Vecteurs d'essai	**1000**	**3000**	**5000**	**7000**	**9000**	**11000**	**13000**	**15000**
$\boldsymbol{Nb < 1}$	4	31	83	88	93	97	97	97
$\boldsymbol{Nb < 0,5}$	1	11	68	84	90	95	97	97
% Succès	2,1	23,7	73,2	88,7	95,9	100	100	100

Réalisation de l'objectif 2 : La première étape fut de trouver de la littérature sur la méthode Adaline suffisamment compréhensive pour être adaptée à notre problème et être codée. Le livre de Freeman et Skapura a été d'une grande utilité étant donné qu'il présentait la théorie nécessaire pour comprendre les réseaux de neurones Adaline tout en fournissant des bouts de codes pour implémenter la technique. Nous avons dû initialement adapter ces codes écrits en *C* en langage *Matlab.* Puis, il fallait les compléter pour avoir un programme complet faisant l'entrainement du réseau et la localisation de la bille.

4.3.6 Exemple d'entrainement du système

Comme nous l'avons déjà mentionné, le réseau de neurones requiert un entrainement avec un lot de données suffisamment grand pour être généralisé. Malgré le fait que l'on prévoit dans notre montage deux détecteurs, il est amplement suffisant dans un problème à une bille de se contenter de la mesure faite par un seul détecteur pour entrainer le réseau.

Le problème direct est en deux parties. La première consiste à simuler l'induction électromagnétique d'une bille placée aléatoirement dans le domaine et la seconde à entraîner le réseau avec les données générées. Ainsi, dans la première partie du problème direct, on calcule le champ induit par une bille métallique qui est mesuré par un détecteur placé en $[0, R]$ et dont l'excitation est en $[0, -R]$ en considérant une rotation complète du plateau circulaire. On définit aussi le nombre de vecteurs d'essai que l'on veut produire ; 15000, tel que mentionné précédemment, s'est révélé être un bon nombre pour notre problème. Il est à noter toutefois que le nombre de vecteurs de mesures associé à chaque position n'est pas égal étant donné que dans la première partie du problème direct les positions sont générées aléatoirement.

Par ailleurs, le programme calcule les deux composantes du champ induit. Or, comme les détecteurs GMI ne sont sensibles qu'au champ venant parallèlement au fil ferromagnétique, il ne faut alors considérer qu'une seule des deux composantes. Notre choix s'est porté vers B_x pour deux raisons. La première est que le détecteur doit être orienté perpendiculairement à la ligne de champ de la source, ce qui est le cas en positionnant le détecteur de sorte à mesurer la composante B_x seulement. De plus, B_x s'avère être un meilleur choix par rapport à B_y puisque les courbes de cette composante du champ induit présentent une meilleure signature de chaque

position du domaine (Figure 2-6).

Dans la seconde partie du problème direct, on entraîne le réseau avec les données générées. On initialise d'abord les poids à des valeurs aléatoires et on donne à μ une valeur adéquate ; $0{,}05$ s'est en effet avéré être un bon choix. À l'aide d'une boucle *for*, on met à jour à chaque nouvelle itération le vecteur de poids associé au numéro de position relatif au vecteur de mesures. L'erreur calculée à chaque itération est préservée dans une matrice 97×15000 à la ligne correspondant au numéro de position de la bille et à la colonne associée à l'itération en question. Cela nous permet d'une part de visualiser l'évolution de l'erreur en fonction des itérations pour chaque position et d'autre part d'évaluer quantitativement la qualité de l'entrainement après avoir pris en compte les 15000 vecteurs de mesures. Voici à la Figure 4-5 l'évolution de l'erreur pour les positions $61, 68, 75, 82, 89$ et 96. Ces numéros ont été choisis de sorte qu'ils aient tous une position radiale et une position angulaire différente.

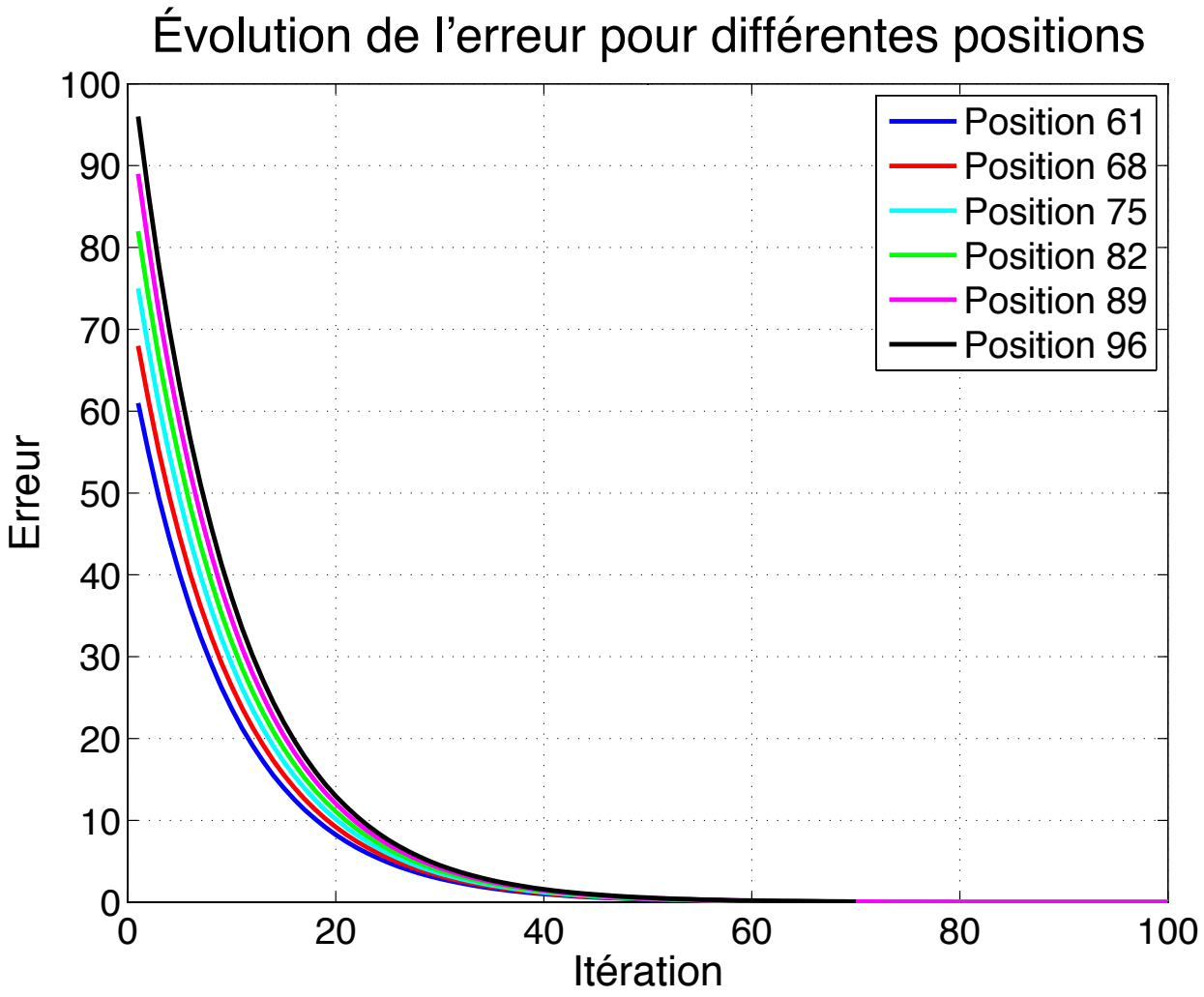

Figure 4-5 : Évolution de l'erreur pour différentes positions

On remarque deux choses. Premièrement que chaque courbe a comme valeur initiale le numéro de position à laquelle elle est associée et deuxièmement que les courbes d'erreur évoluent exactement avec la même tendance. Ceci est valable pour toutes les positions du domaine. Ainsi, on conclue que le réseau se généralise de façon égale, indépendamment du numéro de position. Il faut tout de même entraîner le réseau suffisamment longtemps pour que l'erreur atteinte pour chacune des positions soit en-dessous du seuil tolérable sachant que l'erreur initiale est différente. Par ailleurs, il ne faut pas confondre le numéro d'itération figurant dans ce graphique avec le numéro d'itération de l'entrainement du réseau. En effet, ici la numérotation est spécifique à chaque position. À titre d'illustration, sur 15 000 vecteurs de mesures, 139 sont relatifs à la

position 61 et 70 à la position 96. C'est bien pourquoi on constate que la courbe de l'évolution de l'erreur pour la position 96 ne continue pas après 70 itérations.[18]

On teste ensuite le réseau avec des vecteurs de mesures générés par simulation. On effectue le test pour les 97 positions possibles. On remarque qu'à chaque fois le réseau localise correctement la bille. Voici un exemple à la Figure 4-6 avec une bille placée à la position 5.

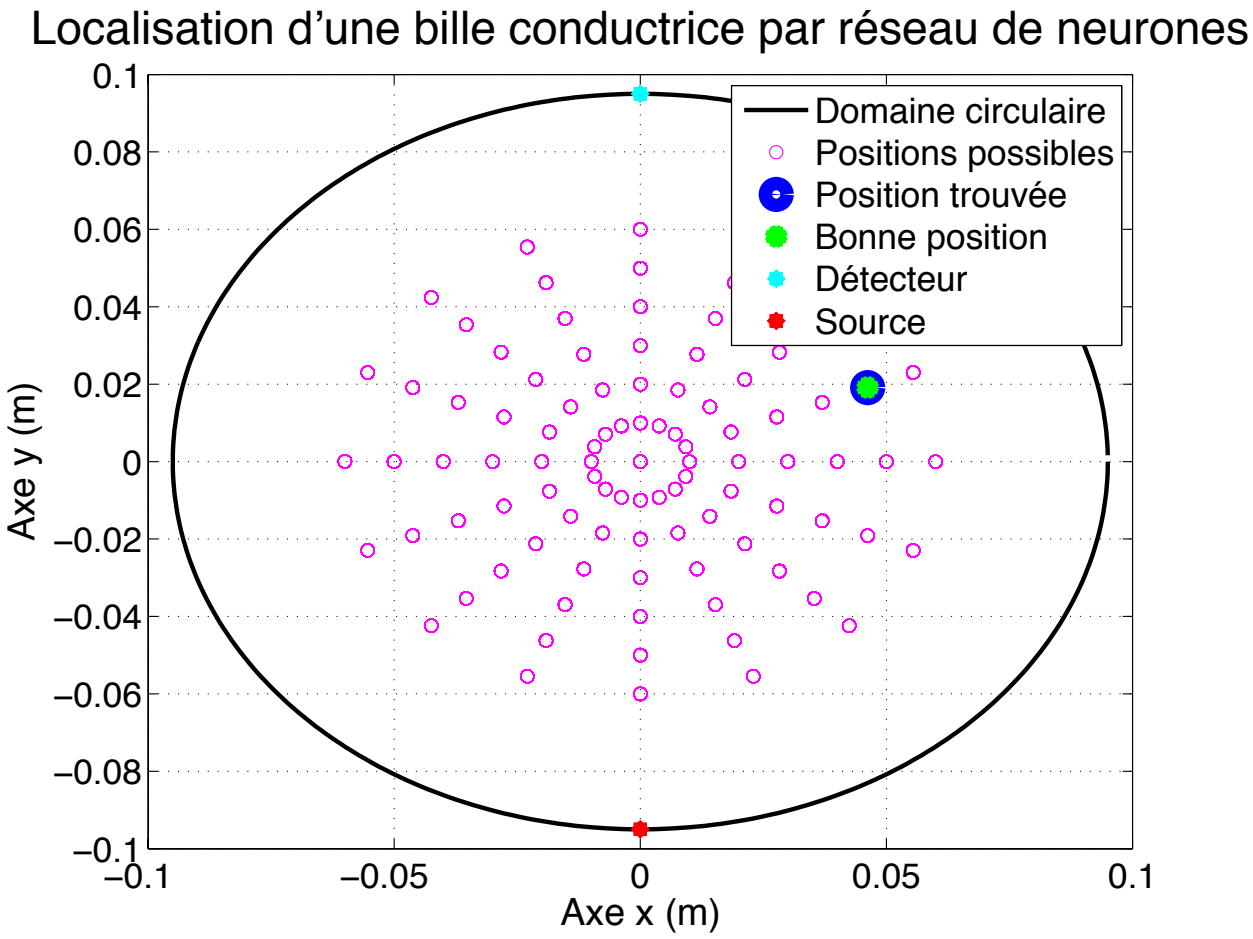

Figure 4-6 : Simulation de la localisation d'une bille conductrice par réseau de neurones

[18] Le réseau effectue 15000 itérations en tout, ce qui donne en moyenne environ 150 itérations par configuration.

4.4 Seconde approche

Décrivons maintenant la seconde approche. Nous n'allons mettre en évidence que les différences avec la première approche car les deux sont très similaires et il est inutile de refaire le développement en entier.

Le réseau de neurones a encore une fois la structure de celui de la Figure 4-4. Le vecteur d'entrée est comme pour la première approche un vecteur de 1214 valeurs de champ magnétique. La sortie désirée n'est toutefois plus un nombre allant de 1 à 97, mais plutôt un vecteur 1×100 dont chaque composante représente un pixel d'une image. L'élément non nul du vecteur est celui qui correspond au numéro de position de la bille.

D'autre part, étant donné la dimension du vecteur de sortie désirée, la matrice de poids doit contenir 100 lignes. Aussi, la façon de déterminer la matrice de poids optimale diffère légèrement par rapport à la première approche. À chaque itération de l'entrainement, ce n'est plus seulement le vecteur de poids associé au numéro de position de la bille qui est mis à jour, mais bien la matrice de poids en entier. Le calcul suivant est effectué :

$$\overleftrightarrow{w}(t+1) = \overleftrightarrow{w}(t) + \left({}^{\mu}/_{\|\boldsymbol{x_k}\|}\right) \boldsymbol{\epsilon_k^T}(t)\boldsymbol{x_k} \qquad (24)$$

où $\boldsymbol{\epsilon_k}(t) = \boldsymbol{d_k} - \overleftrightarrow{w}(t)\boldsymbol{x_k}$

Dans cette seconde approche, il s'est avéré que le recours aux fonctions d'activation permet d'améliorer parfois la qualité de l'entrainement. Ainsi la sortie sera obtenue en appliquant une des fonctions d'activation ϕ sur le résultat du produit entre la matrice de poids et le vecteur d'entrée :

$$y_k = \phi(y'_k) \qquad (25)$$

$$y'_k = \overleftrightarrow{w}\, \boldsymbol{x_k} \qquad (26)$$

Les quatre fonctions d'activation expérimentées sont la fonction sigmoïde, la fonction tangente hyperbolique, la fonction tangente hyperbolique modifiée et la fonction linéaire. Elles sont données dans cet ordre au Tableau 4-3.

Tableau 4-3 : Fonctions d'activation utilisées lors de l'entrainement

Fonction	Sigmoïde	Tangente hyperbolique	Tangente hyperbolique modifiée	Linéaire
Expression	$y = \frac{1}{1 + e^{-y'}}$	$y = \frac{\left(e^{y'} - e^{-y'}\right)}{\left(e^{y'} + e^{-y'}\right)}$	$y = \frac{(\tanh(y') + 1)}{2}$	$y = y'$

La sortie calculée y_k est un vecteur de 1×100 dont chaque élément est proportionnel à la probabilité de présence de la bille. L'erreur calculée à chaque itération est un vecteur de la même dimension.

Finalement, une autre différence entre les deux approches concerne le lot de données utilisé pour l'entrainement. Nous avons indiqué précédemment que 15000 vecteurs de mesures était un nombre adéquat pour un avoir un réseau qui ait $100\,\%$ de succès avec des données simulées. Comme ce lot de données est constitué d'un mélange non proportionné des vecteurs de mesures des 97 positions, nous avons voulu dans cette seconde approche faire un entrainement avec un nombre de vecteurs de mesures identique pour toutes les positions et dont l'entrainement ne peut avoir lieu une deuxième fois pour une même position avant de considérer toutes les autres.

Lorsque le réseau est entrainé, on peut l'utiliser pour localiser la bille conductrice en lui donnant en entrée le vecteur de mesures de la position inconnue. On obtient par exemple l'image de la Figure 4-7 pour une bille positionnée en 10 $\left(r = 4\text{ cm}\,;\ \phi = \frac{\pi}{4}\right)$.

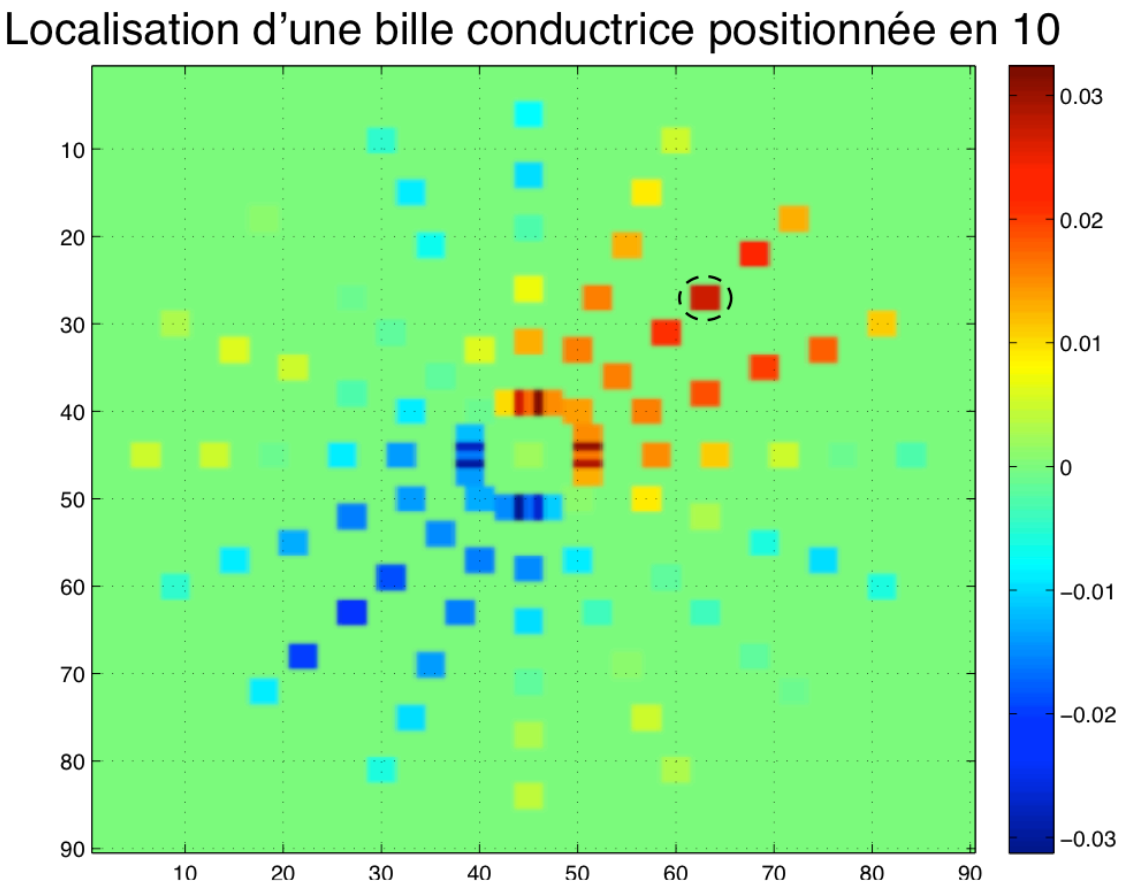

Figure 4-7 : Sortie du réseau pour une bille placée à la position 10

Cette image est une représentation en deux dimensions du vecteur de sortie calculé par le réseau. Pour chaque position du domaine, on affiche la valeur calculée allant d'environ $-0{,}03$ à $0{,}03$ pour cet exemple-ci. Plus la couleur du carreau tend vers le rouge, plus la valeur de la sortie est élevée, et plus la probabilité de présence de la bille est grande. Ici, par exemple, on trouve le maximum d'intensité à la position 10, ce qui représente un succès de localisation.

CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans ce chapitre, on évalue la possibilité d'utiliser les réseaux de neurones pour localiser une ou deux billes conductrices. On vérifie d'abord la similarité entre les champs mesurés expérimentalement et les champs calculés, puis on teste sur des données expérimentales les deux approches de réseaux de neurones développées. Les méthodes sont évaluées selon deux critères : le taux de succès donnant la bonne position et la distance euclidienne entre la vraie position et la position estimée. Cette distance s'exprime ainsi :

$$\Delta d = \sqrt{(\hat{x} - x_{vrai})^2 + (\hat{y} - y_{vrai})^2}$$

où (x_{vrai}, y_{vrai}) et $(\hat{x}, \hat{y})$ sont respectivement les coordonnées de la vraie position et de la position estimée.

Problème à une bille

5.1 Paramètres de l'expérience

La bille métallique utilisée lors des prises de mesures est la même que celle considérée pour les simulations, soit une sphère de laiton de 9,5 mm de rayon et de $1{,}6 \times 10^7\ \mathrm{S.m^{-1}}$ de conductivité nominale. Par ailleurs, la source et le détecteur ont été placés respectivement en $[0, -R]$ et $[0, R]$ (Figure 5-1). Le rayon du plateau est de 9,5 cm. Le détecteur a été orienté perpendiculairement à la ligne de champ de sorte à mesurer B_x seulement. Le moment de la bobine d'excitation était de $0{,}102\ \mathrm{Am^2}$ et la fréquence du champ primaire de 10 kHz. Pour que la carte électronique envoie un courant générant ce moment, il faut sélectionner sur l'interface graphique de la carte de contrôle 400 mV pour le *DDS Level*, 10 kHz pour la fréquence d'excitation, 10 × pour le *PGA Gain* et 1 × pour le *DDG Gain*.

5.2 Visualisation des champs obtenus expérimentalement

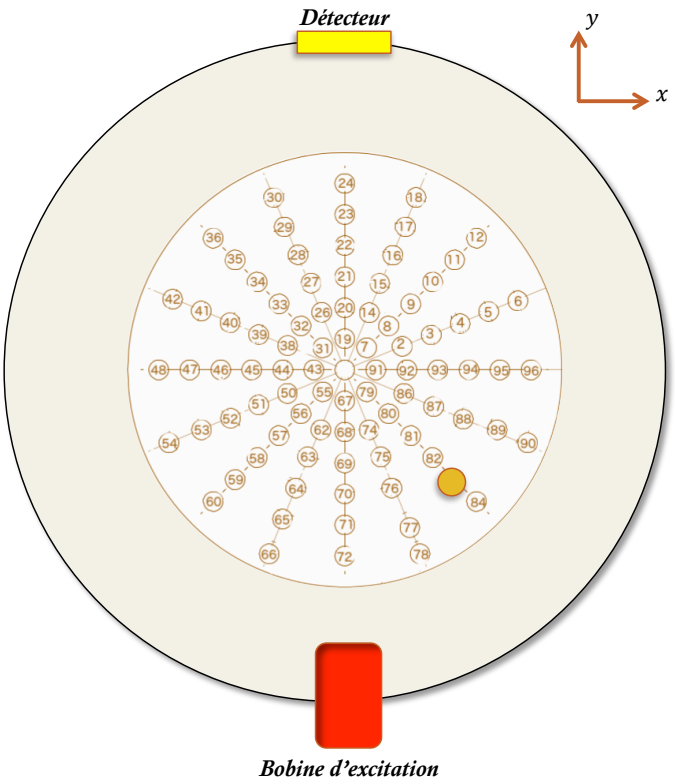

Figure 5-1 : Région d'intérêt avec une bille placée à la position 83

Soit une bille placée à la position 83 (Figure 5-1) dont les coordonnées sont $\left(r = 5\text{ cm}\,;\ \phi = \frac{7\pi}{4}\right)$. On présente à la Figure 5-2 le champ magnétique mesuré expérimentalement avec une bille située à cette position. Malgré que la carte électronique effectue déjà des filtrages analogiques et numériques, le signal mesuré demeure un peu bruité. On choisit alors de filtrer une fois de plus le signal avec un filtre digital *zero phase* fourni par Matlab. Ce filtre a l'avantage, contrairement à des filtres conventionnels, de ne pas créer de déphasage entre le signal filtré et le signal original.

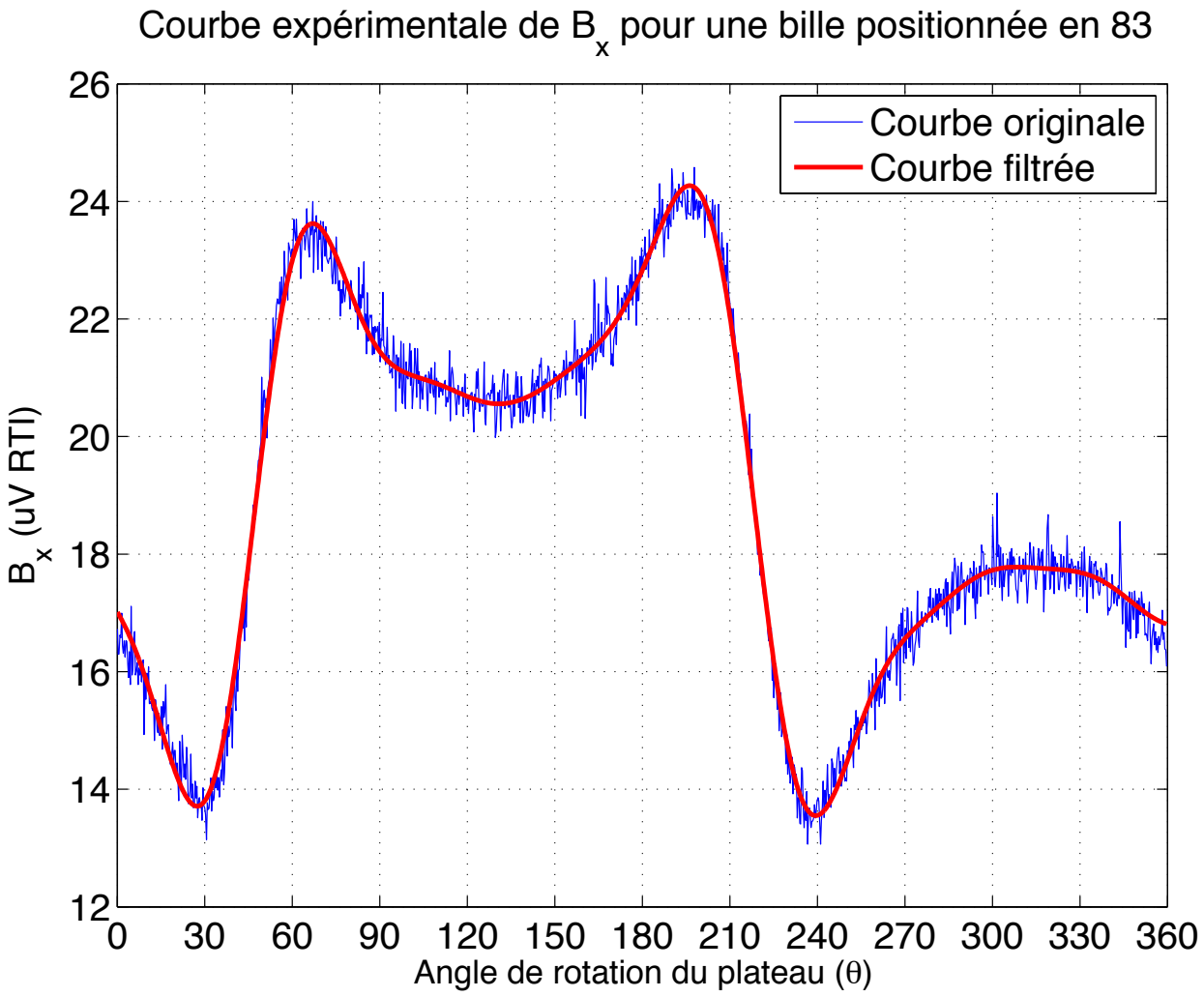

Figure 5-2 : Courbe expérimentale du champ induit pour une bille placée en 83

L'amplitude du signal mesuré s'exprime en μV.[19] L'équivalence en unités magnétiques est obtenue en multipliant par le ratio $^{nT}/_{\mu V}$ déterminé avec la technique de calibration choisie. Le détail du calcul est présenté à la Section 5.3 et le résultat obtenu est 3,77 $^{nT}/_{\mu V}$.

Il est à noter par ailleurs que le vecteur de mesures acquis comprend une petite composante du champ primaire malgré le fait que le détecteur ait été mis perpendiculairement à

[19] C'est la tension aux bornes du capteur GMI.

la ligne de champ. De façon pratique, il n'est pas vraiment possible d'avoir une orthogonalité parfaite entre le détecteur et la ligne de champ. Il y aura donc toujours une certaine présence du champ primaire dans les mesures. Pour ne garder que le champ induit par la bille, on soustrait la moyenne du signal au champ mesuré.

D'autre part, on parvient à avoir une appréciation de la qualité des mesures expérimentales en comparant le champ mesuré au champ calculé. Cette comparaison peut être établie en normalisant le vecteur expérimental et le vecteur simulé, puis en les superposant sur une même figure. Voici par exemple à la Figure 5-3 ce que l'on obtient avec bille placée à la position 83.

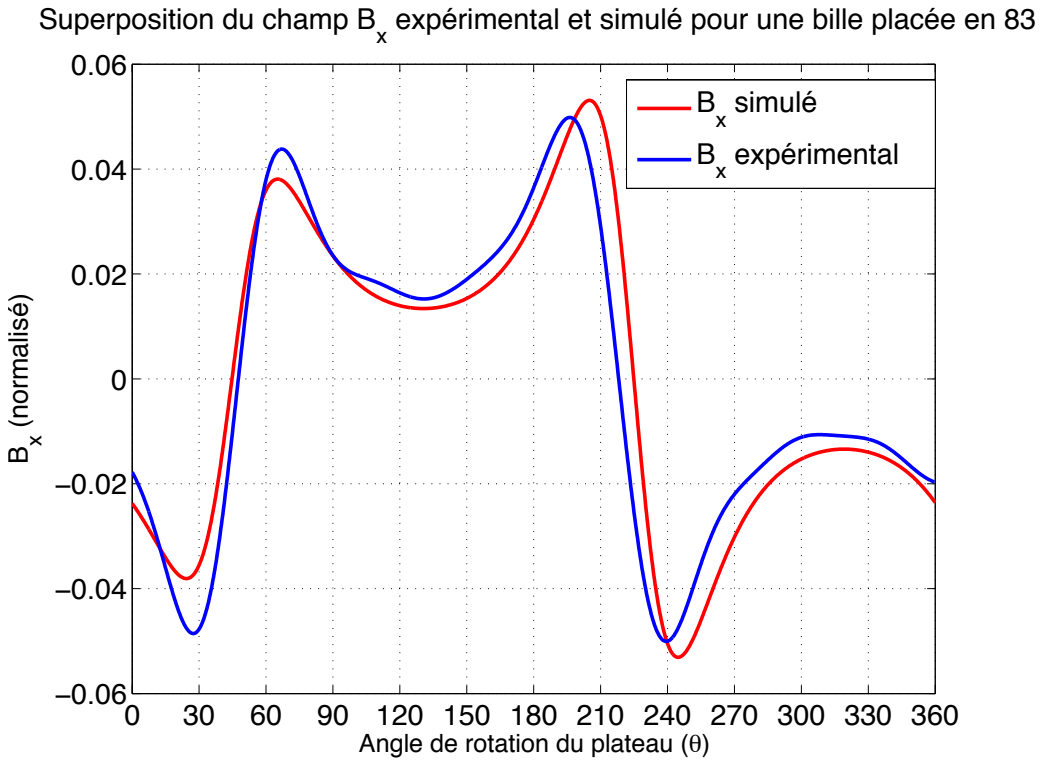

Figure 5-3 : Superposition du champ B_x expérimental et simulé pour une bille placée en 83

On voit que les deux courbes sont similaires. Comme le prédisait la simulation, le champ induit est plus grand lorsque la bille passe proche du détecteur par rapport à lorsqu'elle passe proche de la bobine d'excitation. On note aussi que le premier passage à zéro semble mieux correspondre que le deuxième où il y a un décalage de 7° entre la courbe expérimentale et la

courbe simulée. Nous avons pensé que cet écart résultait d'une imprécision dans le positionnement orthogonal du détecteur avec la ligne de champ et que par conséquent le champ induit mesuré ne correspondait plus tout-à-fait à la composante B_x calculée. Cependant, en optimisant davantage l'orthogonalité du détecteur, il n'a pas été possible d'éliminer le décalage. En fait, il est probable que le problème soit relatif au fait que les capteurs GMI ne sont pas des détecteurs ponctuels. La mesure du champ magnétique est différente de chaque côté du fil ferromagnétique. En effet, le rapport entre la longueur du fil et la circonférence du plateau circulaire est d'environ $1/60$, ce qui correspond par rapport à une rotation de $360°$ à $6°$ d'imprécision. C'est bien l'ordre de grandeur des décalages obtenus. Si nous avions pris en compte cette caractéristique des capteurs, il y aurait peut-être eu une meilleure correspondance entre les courbes expérimentales et les courbes simulées, particulièrement pour les passages à zéro. Par ailleurs, il est aussi possible que le décalage soit dû à l'approximation de la bobine d'excitation en tant que source dipolaire.

D'autre part, on souhaite voir si la superposition des champs induits par une bille placée aux différentes positions radiales d'un même rayon est semblable expérimentalement et théoriquement. On présente à la Figure 5-4 la superposition des courbes simulées et expérimentales de B_x pour les positions 74 à 78. La position radiale pour ces positions est respectivement $r = 2, 3, 4, 5, 6$ cm et la position azimutale $\phi = \frac{13\pi}{8}$ rad. Comme la moyenne des courbes de champ induit est théoriquement nulle, il faut soustraire aux signaux expérimentaux la composante du champ primaire mesurée au détecteur. On calcule simplement la moyenne du signal pour la déterminer.

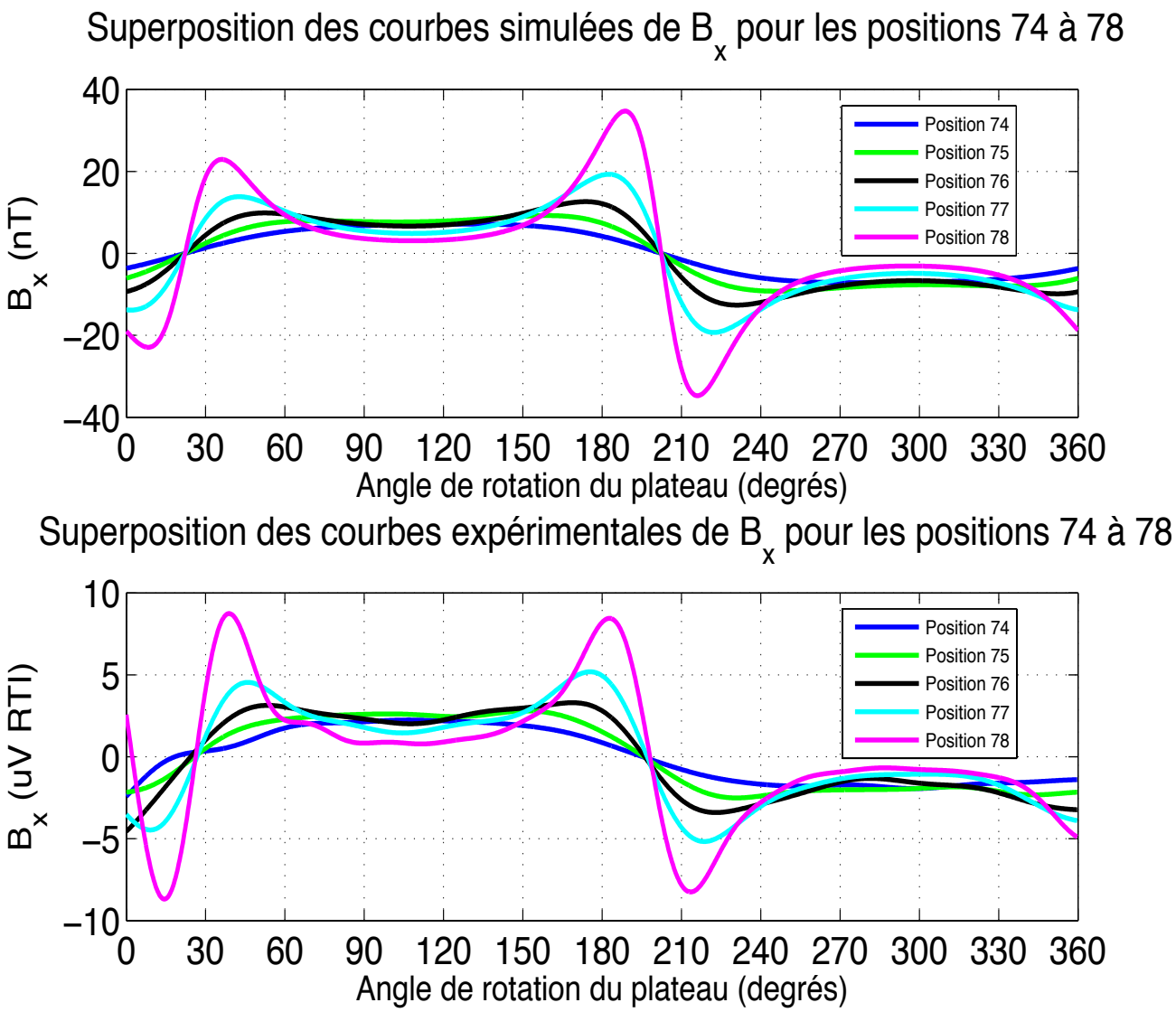

Figure 5-4 : Superposition des courbes simulées et expérimentales de B_x pour les positions 74 à 78

On constate bien la similitude des courbes. La correspondance est toutefois moins marquée pour la position 78. En effet, pour cette position, il y a une différence notable entre le premier lobe de la courbe simulée et le premier lobe de la courbe expérimentale. Comme c'est le lobe qui correspond au passage de la bille devant la bobine d'excitation, on pense que ce qui explique cette différence soit le fait que l'approximation dipolaire utilisée dans le modèle théorique n'est pas valide à proximité de la bobine. En effet, nous avons observé à la Figure 2-4

que le champ réel mesuré très proche de la bobine est bien plus élevé que le champ calculé avec le modèle théorique. La bille ressent donc un champ plus grand, ce qui implique que le champ induit mesuré au détecteur est plus élevé. Par ailleurs, nous avions pensé à une autre source d'erreur : l'effet de la proximité de la bille sur la fréquence de résonance de la bobine d'excitation. En effet, celle-ci a été calculée sans considérer la présence d'une bille métallique à proximité. Or, en théorie, la fréquence de résonance n'est pas exactement la même selon que la bille se trouve loin ou proche de la bobine étant donné l'induction mutuelle entre eux. Il s'avère toutefois que cet effet devrait plutôt faire diminuer la valeur du champ magnétique mesuré, car le fait que l'excitation demeure à la fréquence calculée préalablement, mais que la fréquence de résonance est différente, le signal généré n'est alors plus à son maximum d'intensité.

Ceci étant dit, la similarité des courbes demeure selon nous suffisante pour que le réseau de neurones parvienne à localiser une bille à partir de vecteurs expérimentaux alors que l'entrainement a été réalisé avec des données simulées.

5.3 Calibration des mesures

Comme nous l'avons indiqué au Chapitre 3, la technique de calibration exploitant les bobines de polarisation ne fonctionnait pas convenablement. Nous choisissons alors d'utiliser la technique de calibration exploitant la similarité entre les courbes expérimentales et les courbes simulées. Pour chaque position choisie, il s'agit de diviser le vecteur de champ magnétique simulé exprimé en nT par le vecteur de champ magnétique expérimental exprimé en µV RTI. On calcule la moyenne pour toutes les positions considérées et on obtient le ratio de calibration recherché. Il est à noter que sur les 97 positions théoriques du domaine, il n'y en a que 80 où il est possible de mettre une bille de 9,5 mm de rayon. Nous avons expérimenté le réseau de neurones sur la moitié de ces positions en considérant que c'est un nombre suffisant pour pouvoir tirer des conclusions. Le ratio a été calculé avec 31 des 40 positions pour ne pas tenir compte des

positions les plus éloignées du centre qui risquaient de fausser le facteur de conversion pour les raisons vues au début de ce chapitre. Le ratio ainsi obtenu est 3,77 $^{\mathrm{nT}}/_{\mu\mathrm{V}}$.[20]

5.4 Test de la première approche

Nous avons vu au Chapitre 4 qu'un réseau de neurones entraîné avec des données simulées réussit à localiser une bille dans n'importe quelle position lorsque le vecteur de mesures est lui aussi issu de la simulation. Voyons si ce réseau réussit tout aussi bien à retrouver la position de la bille en testant avec des données expérimentales.

Avec le même entrainement qui a permis d'avoir un taux de succès de 100 % en testant sur des données simulées, on obtient un taux de succès de 55 % $\left({}^{22}/_{40}\right)$ lorsqu'on teste sur des données expérimentales. La distance euclidienne moyenne entre la vraie position et la position estimée est alors de 1,77 cm.[21] On se rend compte que le réseau éprouve davantage de difficultés avec les positions les plus éloignées du centre telles que pour $72, 78, 84, 90$ et 96. La bonne position n'est choisit qu'en $5^e, 6^e$ ou 14e choix. Cependant, curieusement, pour d'autres positions qui sont aussi éloignées du centre, le réseau détermine la bonne position en 1er ou 2e choix. C'est le cas pour les positions $6, 12, 18$ et 24. Pourtant, lorsqu'on compare la superposition des courbes expérimentale et simulée pour ces deux groupes de positions, on ne parvient pas à remarquer de différence notable pouvant justifier les mauvais choix pour les positions suscitées. À cet effet, on illustre à la Figure 5-5 et à la Figure 5-6 la superposition des courbes expérimentales et simulées pour les positions 6 $\left(r = 6\text{ cm}\,;\ \phi = \frac{\pi}{8}\right)$ et 90 $\left(r = 6\text{ cm}\,;\ \phi = \frac{15\pi}{8}\right)$.

---

[20] Les rapports calculés demeurent dans un intervalle assez restreint (l'écart-type est de 0,0857), ce qui nous garantit que le ratio moyen puisse être affecté correctement à la majeure partie des positions.

[21] Il arrive que le réseau donne comme 1er choix la position 1. Or, comme celle-ci n'est pas possible expérimentalement, on n'en tient pas compte et on considère que le réseau localise proprement la bille s'il choisit la bonne position en second choix (le second choix est alors considéré comme un premier choix).

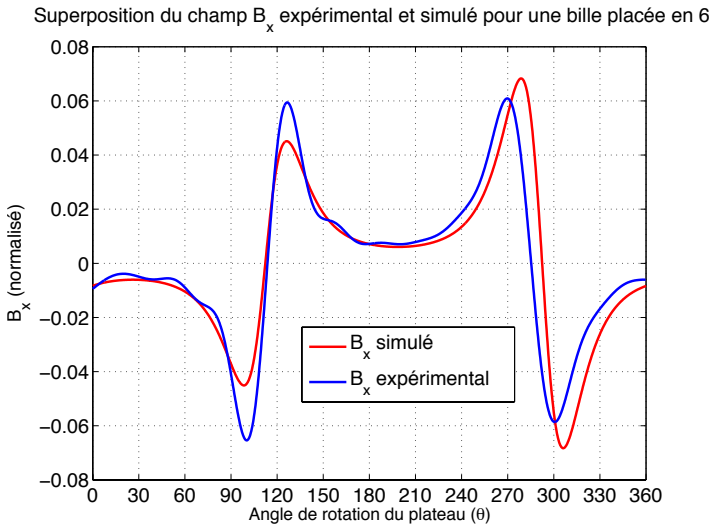

Figure 5-5 : Superposition du champ B_x expérimental et simulé pour une bille placée en 6

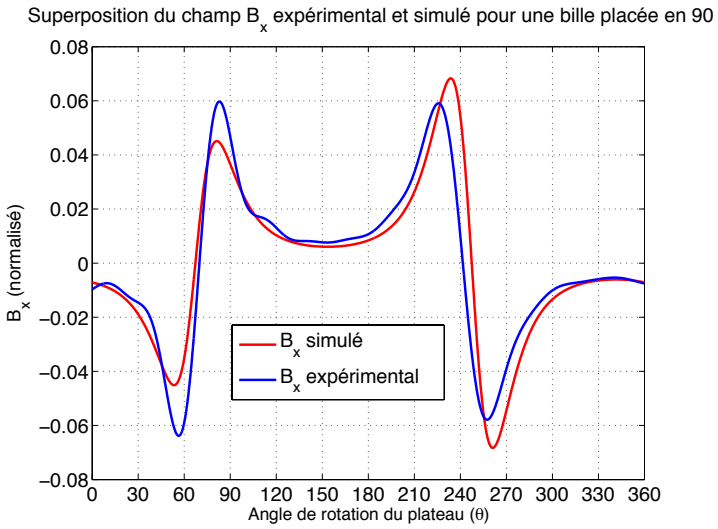

Figure 5-6 : Superposition du champ B_x expérimental et simulé pour une bille placée en 90

Ce résultat est contre-intuitif étant donné que notre système de mesures présente une symétrie de rotation, ce qui implique que les courbes de champs induits sont exactement les mêmes pour toutes les positions éloignées du centre, si ce n'est qu'elles diffèrent par une translation. On remarque qu'il y a une corrélation entre la grandeur du numéro de position et la qualité de la localisation. En effet, pour les numéros dont la valeur est petite, les bonnes positions sont déterminées en 1er ou 2e choix, mais pour les numéros dont la valeur est grande, la bonne position est choisie en $5^{e}, 6^{e}$ ou 14e choix. On comprend pourquoi il en est ainsi en regardant le graphique de l'évolution de l'erreur au cours du processus d'apprentissage pour différentes positions du plateau (Figure 4-5). L'erreur initiale a pour valeur le numéro de position de la bille. Plus le numéro est grand et plus il faut d'itérations pour atteindre un seuil d'erreur tolérable. En théorie, il suffirait d'entrainer suffisamment longtemps pour que l'erreur associée à chaque position devienne très faible, mais de façon pratique, nous ne sommes pas parvenus à obtenir mieux que les résultats présentés dans cette section. Néanmoins, nous n'avons pas voulu trop porter notre attention sur ce comportement du réseau de neurones, puisque nous nous sommes concentrés sur la seconde approche qui apparaissait avoir plus de potentiel pour la localisation de billes.

D'autre part, on suggère dans la littérature d'introduire du bruit dans les données d'entrainement afin de permettre au réseau de neurones de mieux tenir compte de la nature bruitée des mesures expérimentales. Ainsi, nous entrainons en premier lieu avec un bruit de distribution uniforme qui soit du même ordre de grandeur que le bruit expérimental (l'amplitude des fluctuations est d'environ 1 à 2 nT). Un profil type du signal simulé bruité est présenté à la Figure 5-7.

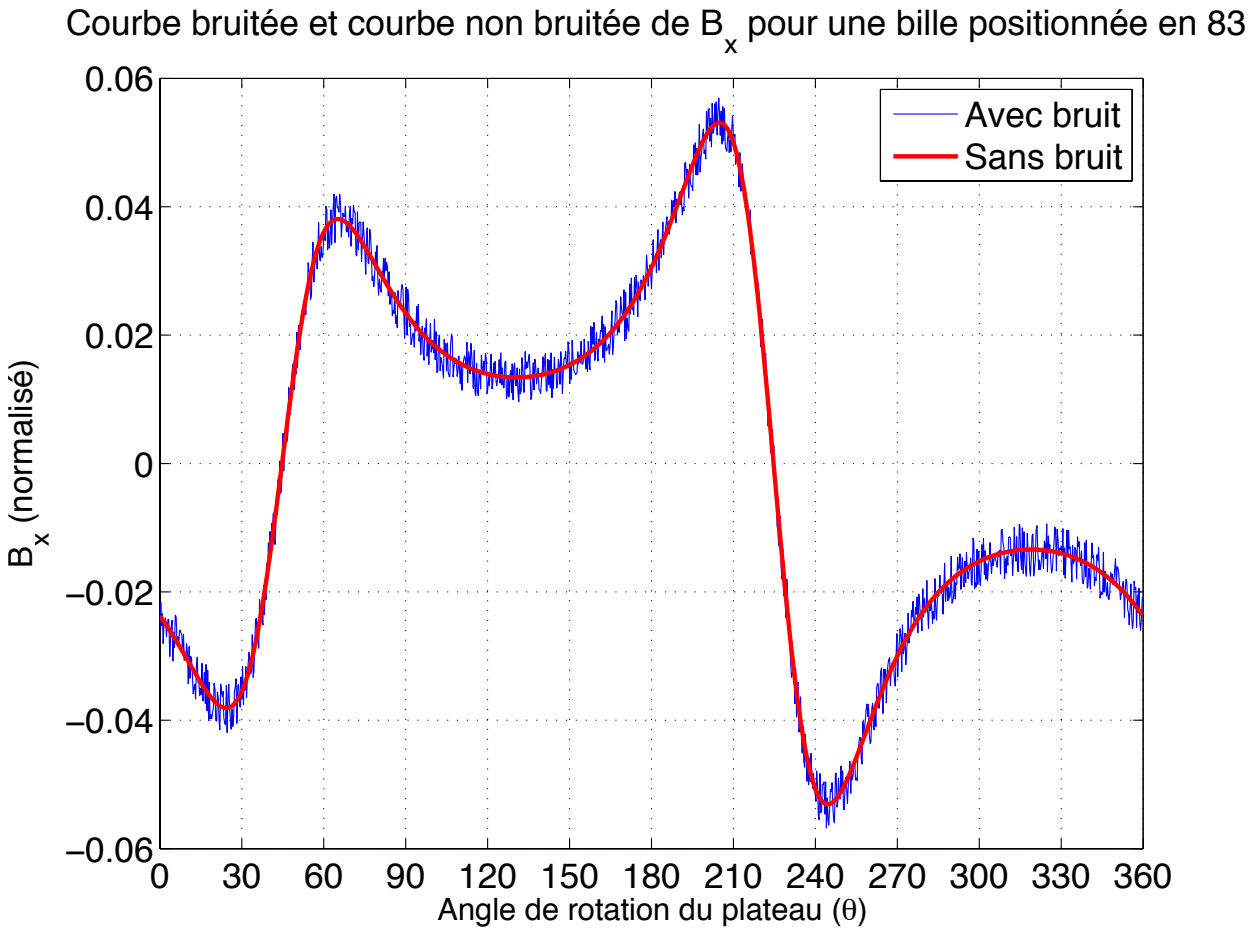

Figure 5-7 : Profil type du signal simulé bruité

On obtient donc en testant avec des données filtrées un taux de succès de 30 % et une distance euclidienne moyenne de 2,29 cm. Nous avons par ailleurs entrainé le réseau de neurones avec un bruit d'amplitude deux fois moins élevée et il s'avère que là aussi la localisation n'est pas

améliorée comparativement aux cas sans bruit. Le taux de succès est cette fois de 40 % et la distance euclidienne moyenne de 2,12 cm.

En somme, il s'avère que le mieux pour localiser une bille conductrice avec la technique des réseaux de neurones selon la première approche soit d'entrainer avec des données simulées non bruitées. Toutefois, comme on le verra plus loin, il est possible avec la seconde approche d'améliorer les performances du réseau en ajoutant du bruit durant le processus d'entrainement.

5.5 Test de la seconde approche

Nous souhaitons maintenant évaluer la capacité de la seconde approche à localiser des billes conductrices dans un domaine circulaire. Contrairement à la première approche qui se limitait au cas à une bille, cette seconde approche peut éventuellement permettre de déterminer la position de 2 billes ou plus étant donné que la sortie est un vecteur dont chaque composante, associée à un pixel, est proportionnelle à la probabilité de trouver la bille à ce pixel.

La première étape de cette section consiste à comparer les résultats de la localisation d'une bille obtenus par la seconde approche avec les résultats de la première approche. Pour une comparaison adéquate, on applique la méthode sur le même échantillon de 40 positions choisies pour la première approche. On évalue aussi le bénéfice d'introduire du bruit aux vecteurs issus de la simulation. On détermine par ailleurs l'avantage d'avoir recours à différentes fonctions d'activation ainsi que l'avantage d'entrainer le réseau de neurones avec des vecteurs de mesures mis à la puissance cubique.

On explorera ensuite différentes avenues permettant de mieux localiser une bille conductrice. Parmi celles-ci, il y a le fait d'entrainer avec des vecteurs de mesures expérimentaux plutôt que des vecteurs simulés, d'entrainer avec les vecteurs de phase mesurés, ainsi que d'entrainer avec un vecteur contenant de l'information sur le module du signal et sur la phase. On considère cette fois les 80 positions où il est possible de mettre une bille de 19 mm de diamètre.

Finalement, on étudie la possibilité d'appliquer la seconde approche à un problème à deux billes. On se met dans les conditions optimales déterminées pour un problème à une bille donnant

le meilleur taux de succès pour chaque cas de figure. Les tests sont faits en premier lieu sur des vecteurs de mesures expérimentaux de deux billes ne tenant pas en compte l'induction mutuelle des billes.[22] On identifie ensuite le cas de figure donnant le meilleur taux de succès et on l'évalue avec des vecteurs de mesures réels de deux billes.

5.5.1 Entrainement avec des données simulées

5.5.1.1 Comparaison avec la première approche

Afin de comparer la seconde approche à la première approche, il faut entrainer le réseau avec les données simulées associées aux 97 positions théoriques du domaine et tester celui-ci avec le même échantillon de vecteurs expérimentaux. Il est à noter toutefois qu'on ne s'est pas limité à utiliser la fonction d'activation linéaire comme c'était le cas avec la première approche, mais nous avons aussi évalué la qualité de la localisation avec les trois autres fonctions du Tableau 4-3. Par ailleurs, nous avons étudié le cas où l'entrainement est fait avec des données non bruitées et le cas où les données sont bruitées. Voici au Tableau 5-1 les meilleurs résultats obtenus. On donne le pourcentage de succès du réseau lorsqu'on teste sur des données simulées ainsi que lorsqu'on teste sur des données expérimentales. On note aussi la distance euclidienne moyenne calculée entre les positions obtenues et les vraies positions. La position obtenue est définie comme le pixel le plus probable du vecteur de sortie. On indique la fonction d'activation qui a permis d'obtenir ces résultats, le paramètre μ qui a été fixé et le nombre d'itérations nécessaire.

---

[22] On construit ces vecteurs en additionnant les vecteurs de mesures des deux positions respectives.

Tableau 5-1 : Entrainement avec des données simulées et test sur un échantillon de 40 positions

Entrainement	**Fonction activation**	$\boldsymbol{\mu}$	**Nb itérations**	**Test données simulées**	**Test données expérimentales**	$\overline{\boldsymbol{\Delta d}}$ **(cm)**
Sans bruit	Sigmoïde	65×10^{-3}	~ 50	27 %	33 %	1,26
Avec bruit	Sigmoïde	55×10^{-3}	~ 150	24 %	33 %	1,19

On remarque premièrement qu'en l'absence de bruit le taux de succès obtenu lorsqu'on teste sur des données simulées est nettement moins bon que le résultat de la première approche (27 % comparativement à 100 %). Malgré tout, le taux de succès avec des données expérimentales est très comparable : 33 % par rapport à 30 %. [23] Cependant, la distance euclidienne moyenne est très différente 2,81 cm comparativement à 1,26 cm. Par ailleurs, en présence de bruit, on obtient un taux de succès nettement meilleur avec la seconde approche : 33 % comparativement à 10 % ou 12,5 % associés à chaque amplitude de bruit. [24] La différence entre les distances euclidiennes moyennes est encore plus marquée : 1,19 cm en comparaison à 3,20 cm ou 3,08 cm ! En somme, il s'avère que la seconde approche est meilleure si on entraine le réseau avec des valeurs simulées.

5.5.1.2 Considération de toutes les positions du domaine

Pour tous les prochains résultats présentés dans ce chapitre, on a tenu compte du total des positions expérimentales, soit 80 positions. Afin de pouvoir comparer les cas de figure entre eux,

---

[23] Nous avions rapporté plus haut un taux de succès de 55 %. Or, dans le calcul de ce pourcentage, on considère que si le premier choix du réseau est la position 1 et le second choix est la bonne position, alors c'est un succès, car la position 1 n'est pas possible expérimentalement.

[24] Nous avions indiqué que le taux de succès était respectivement de 30 % et de 40 % selon les deux amplitudes de bruit considérées. L'origine de ces différences est la même que celle qui vient d'être donnée dans la note de bas de page 22.

il faut entrainer de nouveau le réseau de neurones avec des données simulées puis tester avec les 80 vecteurs expérimentaux. On évalue le cas sans bruit et le cas avec bruit. Les résultats figurent au Tableau 5-2.

Tableau 5-2 : Entrainement avec des données simulées et test sur un échantillon de 80 positions

Entrainement	**Fonction activation**	$\boldsymbol{\mu}$	**Nb itérations**	**Test données simulées**	**Test données expérimentales**	$\overline{\boldsymbol{\Delta d}}$ **(cm)**
Sans bruit	Sigmoïde	10×10^{-2}	~ 50	29 %	29 %	1,28
Avec bruit	Sigmoïde	20×10^{-2}	~ 50	28 %	29 %	1,51

Comme on pouvait s'y attendre, les taux de succès sont très proches des résultats obtenus avec l'échantillon de 40 positions. On note toutefois une augmentation de la moyenne des distances euclidiennes lorsque du bruit est ajouté à l'entrainement.

5.5.1.3 Entrainement avec des données simulées élevées à la puissance cubique

On a remarqué au cours des expérimentations qu'entrainer avec des valeurs de champ magnétique élevées à la puissance cubique permet au réseau de neurones de mieux apprendre les exemples qui lui sont donnés. En fait, en élevant au cube, il y a davantage de disparité entre les valeurs du vecteur, ce qui fait en sorte d'avoir pour chaque position une signature numérique plus unique. C'est ce que l'on constate en comparant les deux premières courbes de la Figure 5-8. On y présente aussi la courbe du champ élevé à la puissance cubique avec la présence bruit.

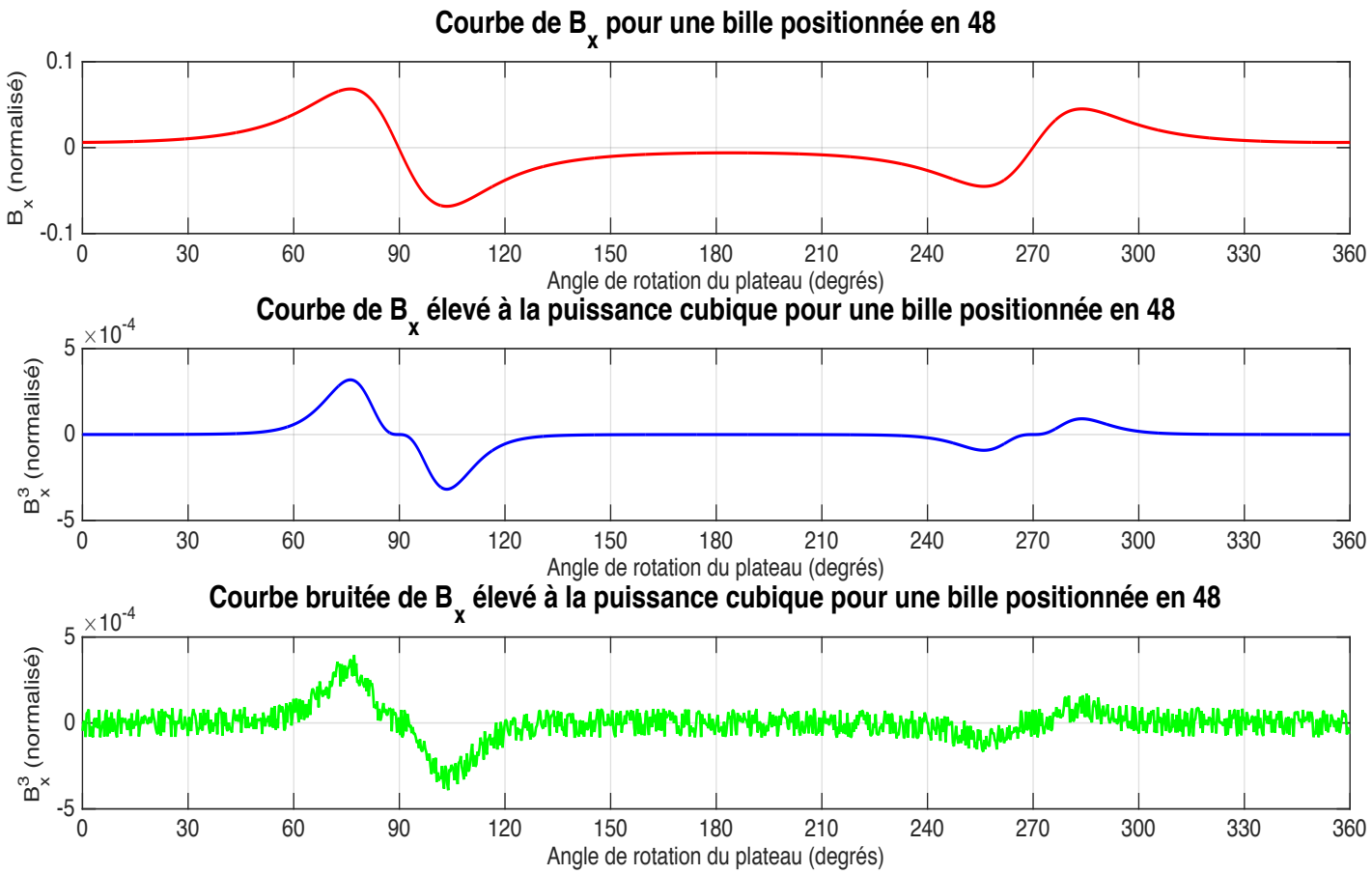

Figure 5-8 : Comparaison de la courbe de B_x et des courbes de B_x élevé à la puissance cubique sans bruit et avec bruit

Voici au Tableau 5-3 les résultats obtenus en entrainant avec des données simulées élevées à la puissance cubique.

Tableau 5-3 : Entrainement avec des données simulées élevées à la puissance cubique

Entrainement	**Fonction activation**	μ	**Nb itérations**	**Test données simulées**	**Test données expérimentales**	$\overline{\Delta d}$ **(cm)**
Sans bruit	tanh	70×10^{-4}	~ 50	61 %	49 %	1,24
Avec bruit	tanh	90×10^{-4}	~ 50	72 %	81 %	0,41

On remarque immédiatement l'amélioration des performances de localisation en élevant les vecteurs de mesures au cube. On constate d'ailleurs assez bien le bénéfice d'introduire du bruit lors du processus d'apprentissage. On est en effet passé d'un taux de succès de 29 % à 81 % et de 1,51 cm de distance euclidienne à 0,41 cm.

5.5.2 Entrainement avec des données expérimentales

Sachant que lors du processus d'apprentissage, le réseau cherche à tenir compte du mieux possible du lot de données qui lui est fourni, il est pertinent d'essayer d'entrainer le réseau avec les mêmes données expérimentales qui servent à le tester et de voir à quelle point la localisation de la bille est améliorée. En considérant les 80 vecteurs expérimentaux, on évalue le cas où ceux-ci sont élevés au cube et le cas où ils sont laissés tel quel. Les résultats sont présentés au Tableau 5-4. Ce tableau intègre aussi les résultats obtenus pour un entrainement avec la phase et pour un entrainement avec le module et la phase (abordés dans les prochaines sections).

Tableau 5-4 : Entrainement du réseau de neurones avec des vecteurs expérimentaux du module du signal, de la phase ainsi que de l'information combinée du module et de la phase.

Entrainement	**Fonction activation**	$\boldsymbol{\mu}$	**Nb itérations**	**Test données simulées**	**Test données expérimentales**	$\overline{\boldsymbol{\Delta d}}$ **(cm)**
Vecteurs expérimentaux originaux	tanh	60×10^{-2}	~ 3500	$---$	60 %	0,71
Vecteurs expérimentaux élevés à la puissance cubique	Linéaire	50×10^{-3}	~ 1000	$---$	100 %	0,013
Phase	Linéaire	15×10^{-2}	~ 5000	$---$	85 %	0,22
Module et phase	Linéaire	5×10^{-1}	~ 2000	$---$	100 %	0,013

Ce sont des résultats assez satisfaisants. Sans élever au cube, on est mesure d'avoir plus de 50 % de succès, alors qu'avec des données simulées on n'a pas dépassé 30 %. En élevant au cube, on arrive à obtenir 100 % de succès et une distance euclidienne moyenne aussi petite que 0,013 cm. Il faut malgré tout souligner que contrairement à l'entrainement avec des données simulées élevées au cube qui ne nécessitait qu'une cinquantaine d'itérations pour avoir un taux de succès de 49 % ou 81 %, ici c'est près de 1000 itérations qui sont requises pour atteindre les meilleures performances. Cependant, il est à noter que bien avant 1000 itérations, le réseau donnait déjà de bonnes performances, mais nous avons voulu continuer l'entrainement jusqu'à avoir le meilleur taux de succès.

5.5.3 Entrainement avec la phase

Il est aussi intéressant de voir si on peut exploiter l'information sur la phase pour entrainer le réseau de neurones et si les performances du réseau sont meilleures. Comme le modèle théorique présenté dans ce document ne permet pas de calculer la phase, nous avons entrainé le réseau avec la phase mesurée expérimentalement. Un taux de succès de 85 % ainsi qu'une distance euclidienne moyenne de 0,22 cm ont pu être obtenus (Tableau 5-4). Bien que le nombre d'itérations soit très grand, il y a malgré tout l'avantage de ne pas devoir élever les vecteurs d'entrée à la puissance cubique pour atteindre un taux de succès qui soit au-delà de 80 %. Ceci est un point important dont nous allons expliquer le bénéfice dans la section du problème à deux billes.

5.5.4 Entrainement avec le module et la phase

On a voulu aussi évaluer les performances du réseau de neurones en combinant l'information sur le module du signal et l'information sur la phase. Les vecteurs d'entrainement sont construits en mettant côte-à-côte les vecteurs du module du champ et les vecteurs de la phase. Cela permet de mieux distinguer deux positions voisines, car la *signature numérique* est davantage unique pour chaque position. La nouvelle matrice de poids a pour dimensions 100×2048. Les résultats obtenus sont aussi présentés au Tableau 5-4.

On obtient alors un taux de succès de $100\,\%$ après environ 2000 itérations, ce qui représente une convergence plus rapide par rapport au fait de considérer seulement l'information sur la phase. Par ailleurs, contrairement à l'entrainement avec les vecteurs du module du champ, les performances optimales atteintes ici n'ont pas exigé de mettre les vecteurs de mesures à la puissance cubique, ce qui constitue un point important pour le problème à deux billes.

Problème à deux billes

5.6 Paramètres de l'expérience

On considère maintenant le problème à deux billes. Les conditions expérimentales sont les mêmes que pour le cas à une bille (fréquence d'excitation, moment de la bobine, conductivité des billes, positionnement de la source et du détecteur, etc).

5.7 Visualisation des champs obtenus expérimentalement

Il est à noter que nous n'avons pas tenu compte de l'induction mutuelle des billes dans la modélisation du champ induit mesuré au détecteur. Voyons quel est l'impact d'une telle approximation en comparant la courbe simulée et la courbe expérimentale pour des billes positionnées en $12\ \left(r = 6\text{ cm}\ ;\ \phi = \frac{\pi}{4}\right)$ et $48\ (r = 6\text{ cm}\ ;\ \phi = \pi)$. On présente à la Figure 5-9 la superposition des champs exprimés en unités normalisées ainsi que la superposition des champs exprimés en nT. Le ratio de calibration a permis de convertir le signal mesuré expérimentalement en nT.

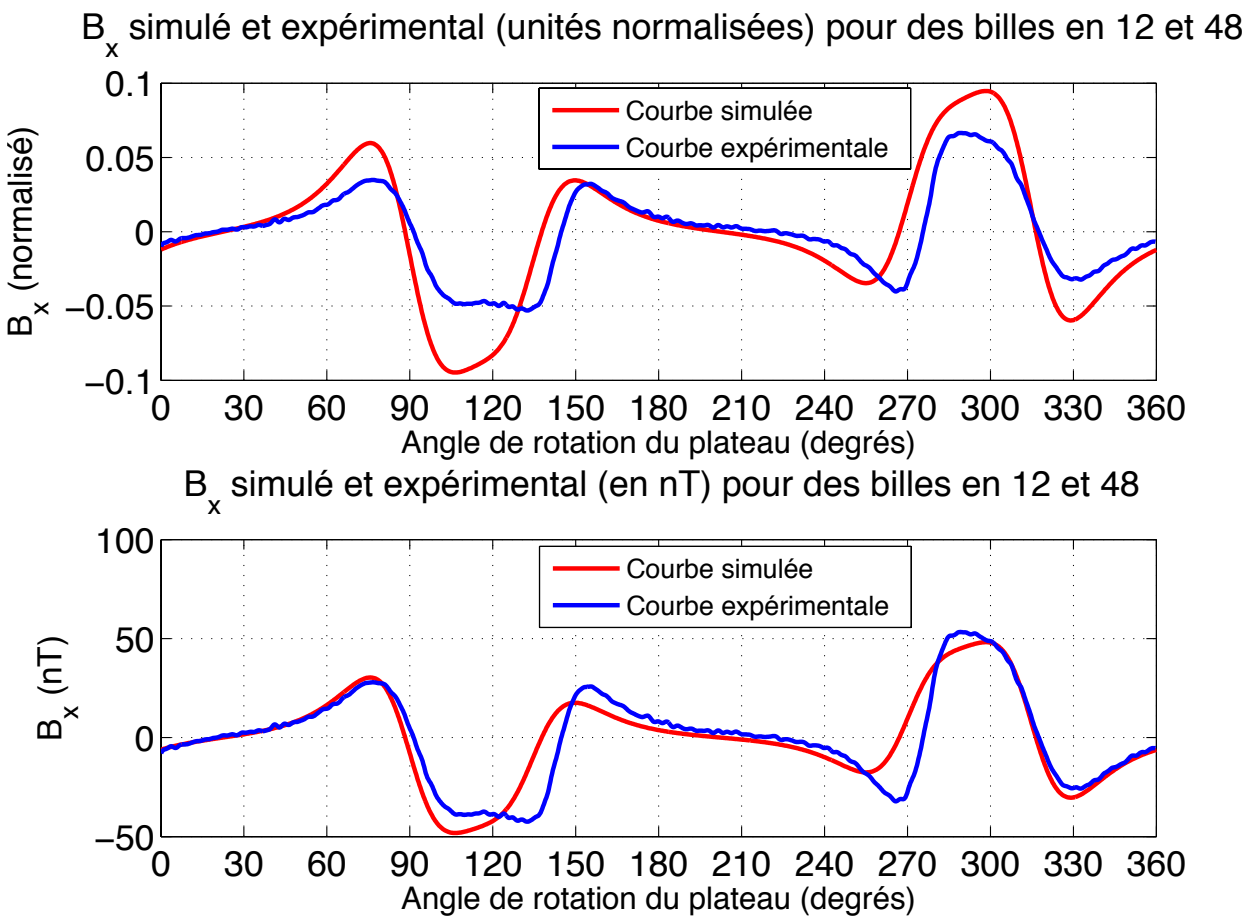

Figure 5-9 : Superposition de B_x simulé et expérimental pour deux billes placées en 12 et 48 exprimés respectivement en unités normalisées et en nT

On se rend compte que la similitude des courbes est meilleure dans le cas où on exprime le signal expérimental en nT. En fait, normaliser les vecteurs de mesures engendre une distorsion plus ou moins marquée des courbes de champ magnétique. Ainsi, le réseau de neurones risque d'avoir de la difficulté à localiser deux billes, puisqu'il est entraîné avec des valeurs normalisées. Par ailleurs, la similitude entre les courbes exprimées en nT nous permet de conclure qu'il est justifié d'approximer le champ produit par deux billes comme la superposition des champs produits par les billes prises individuellement.

5.8 Test de la méthode de réseau de neurones

Tel que mentionné précédemment, pour un problème à deux billes, il n'y a que la seconde approche de réseau de neurones qui puisse être utilisée pour localiser les billes. L'entrainement est réalisé avec les vecteurs expérimentaux associés aux 80 configurations d'une bille dans le domaine. Il n'est pas nécessaire d'entrainer avec des vecteurs de mesures relatifs à différents couples de positions, car comme première approximation, le champ mesuré avec la présence de deux billes peut être vu comme la superposition des champs induits par les billes prises individuellement. Autrement, nous aurions un lot de vecteurs d'entrainement bien plus grand (6320 vecteurs plus précisément), ce qui impliquerait un processus d'apprentissage beaucoup plus long.

La méthodologie proposée est la suivante. On reprend chacun des cas de figures décrits plus haut et on évalue leur performance dans un contexte à deux billes. Il faut d'abord se remettre dans les conditions optimales qui ont permis d'avoir les meilleurs résultats pour le problème à une bille, puis tester avec des vecteurs de deux billes. Ceux-ci sont en fait issus de l'addition de deux vecteurs expérimentaux d'une bille. On note les résultats obtenus, puis on entraîne davantage le réseau sans modifier le μ ou la fonction d'activation choisie jusqu'à atteindre le taux de succès maximal pour deux billes. On identifie les cas de figures donnant les meilleurs résultats et on teste les réseaux de neurones associés avec des vecteurs expérimentaux réels de deux billes. Les résultats sont présentés au Tableau 5-5.

Tableau 5-5 : Performances du réseau de neurones pour repérer deux billes

	Sans induction mutuelle					***Avec induction mutuelle***	
Entrainement	**Nb itérations initial**	**Taux de succès initial**	**Nb itérations final**	**Taux de succès optimal**	$\overline{\Delta d}$ **(cm)**	**Taux de succès**	$\overline{\Delta d}$ **(cm)**
Données simulées non bruitées	~ 50	2,4 %	~ 60	2,8 %	4,04	– –	– –
					4,14		
Données simulées bruitées	~ 50	2,8 %	~ 50	2,8 %	4,12	– –	– –
					4,27		
Données simulées non bruitées à la puissance cubique	~ 50	2,2 %	~ 50	2,2%	3,16	– –	– –
					3,14		
Données simulées bruitées à la puissance cubique	~ 50	4,3 %	~ 50	4,3 %	3,25	– –	– –
					3,36		
Données expérimentales	~ 3500	22 %	~ 3500	22 %	3,01	$^{0}/_{8}$	2,02
					3,36		2,67
Données expérimentales à la puissance cubique	~ 1000	8,3 %	~ 1000	8,3 %	3,51	$^{0}/_{8}$	3,45
					3,57		2,91
Phase expérimentale	~ 5000	38,6 %	~ 10 000	43,7 %	2,81	$^{0}/_{8}$	3,48
					3,03		3,25
Module et phase expérimentaux	~ 2000	75,7 %	~ 20 000	94,3 %	2,67	$^{1}/_{8}$	3,38
					2,69		3,89

On voit que les meilleures performances pour la localisation de deux billes sont obtenues avec le réseau de neurones entrainé avec la phase ou avec le réseau entrainé avec l'information combinée du module et de la phase. On arrive à avoir un taux de succès de plus de 90 % avec l'information combinée du module et de la phase. Toutefois, lorsqu'on teste le même réseau de neurones avec des vecteurs expérimentaux réels de deux billes, celles-ci ne sont localisées adéquatement qu'une fois sur huit. On se rend alors compte de l'impact de négliger l'induction mutuelle durant le processus d'entrainement. Par ailleurs, il est à noter que lorsqu'on entraine avec des données simulées, le taux de succès est au mieux de 4,3 %. Les distances euclidiennes entre les bonnes positions et les positions estimées sont d'ailleurs assez grandes. Notamment, plus de 4 cm pour les données qui ne sont pas élevées au cube. On note aussi que l'entrainement réalisé avec des données simulées ne nécessite qu'une cinquante d'itérations pour atteindre le taux de succès optimal. Très souvent, au-dessus de ce nombre d'itérations, les performances du réseau commencent à se détériorer. Avec des données expérimentales toutefois, ce n'est pas le cas ; on peut entrainer très longtemps et le réseau donne toujours mieux. La raison est simple : le réseau souhaite apprendre de façon parfaite le lot de données d'entrainement. Si on l'entraine avec des données simulées, mais qu'on le teste ensuite avec des données expérimentales, il est tout-à-fait logique que le réseau ne puisse être adapté parfaitement aux deux lots de données. Finalement, il est noter que globalement les distances euclidiennes sont assez grandes par rapport aux distances obtenues pour le cas à une bille. On présente à la Figure 5-10 l'image reconstruite du couple de positions 30 et 46 pour un entrainement réalisé avec des données simulées non bruitées. Le vecteur de test est la superposition du vecteur expérimental associé à chaque position (sans induction mutuelle).

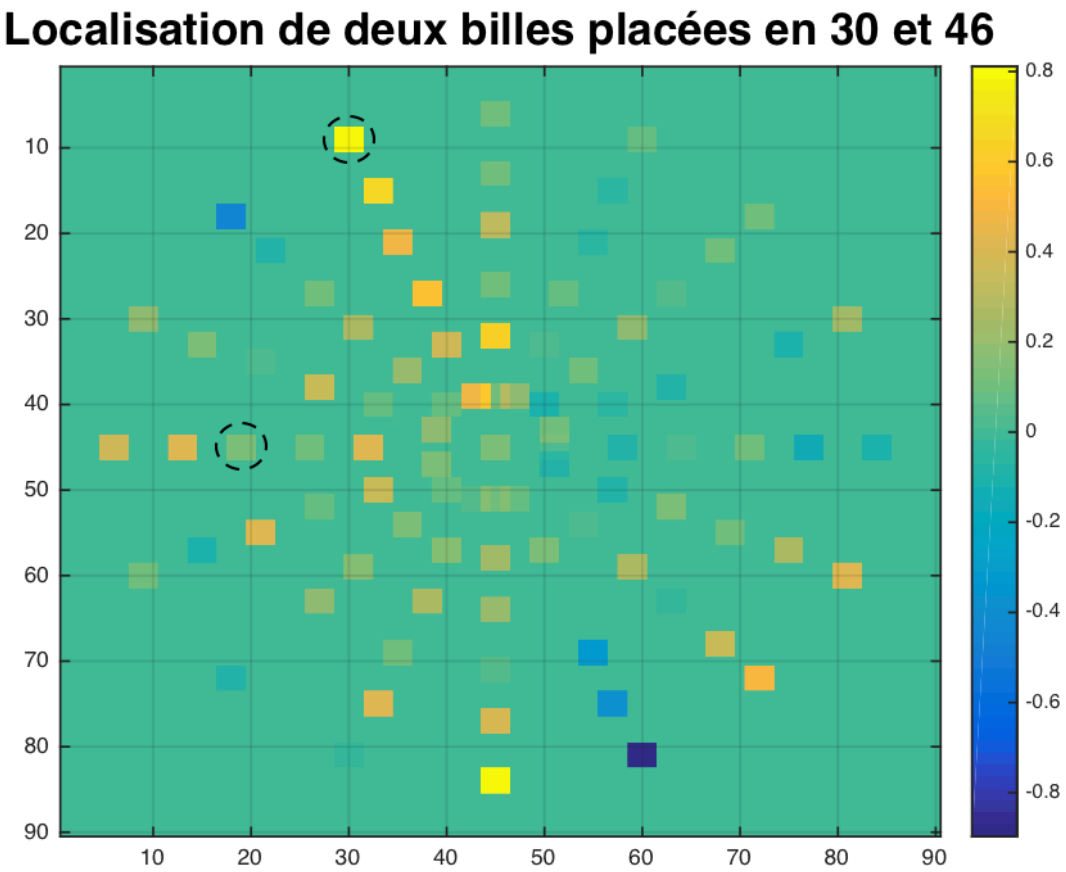

Figure 5-10 : Localisation de deux billes placées en 30 et 46 pour un entrainement réalisé avec des données simulées non bruitées

Le réseau parvient à localiser adéquatement la bille située en 30 mais la seconde, il la détermine en 72. La distance entre les positions 46 et 72 (7,21 cm) nous permet de comprendre pourquoi les distances euclidiennes moyennes sont aussi grandes. De plus, on voit dans cette figure que la probabilité que le réseau choisisse 46 comme seconde position est assez faible. Par ailleurs, nous avons voulu reconstruire l'image pour un autre couple de positions (22 et 86) dont le vecteur expérimental inclue l'induction mutuelle. Voici le résultat à la Figure 5-11.

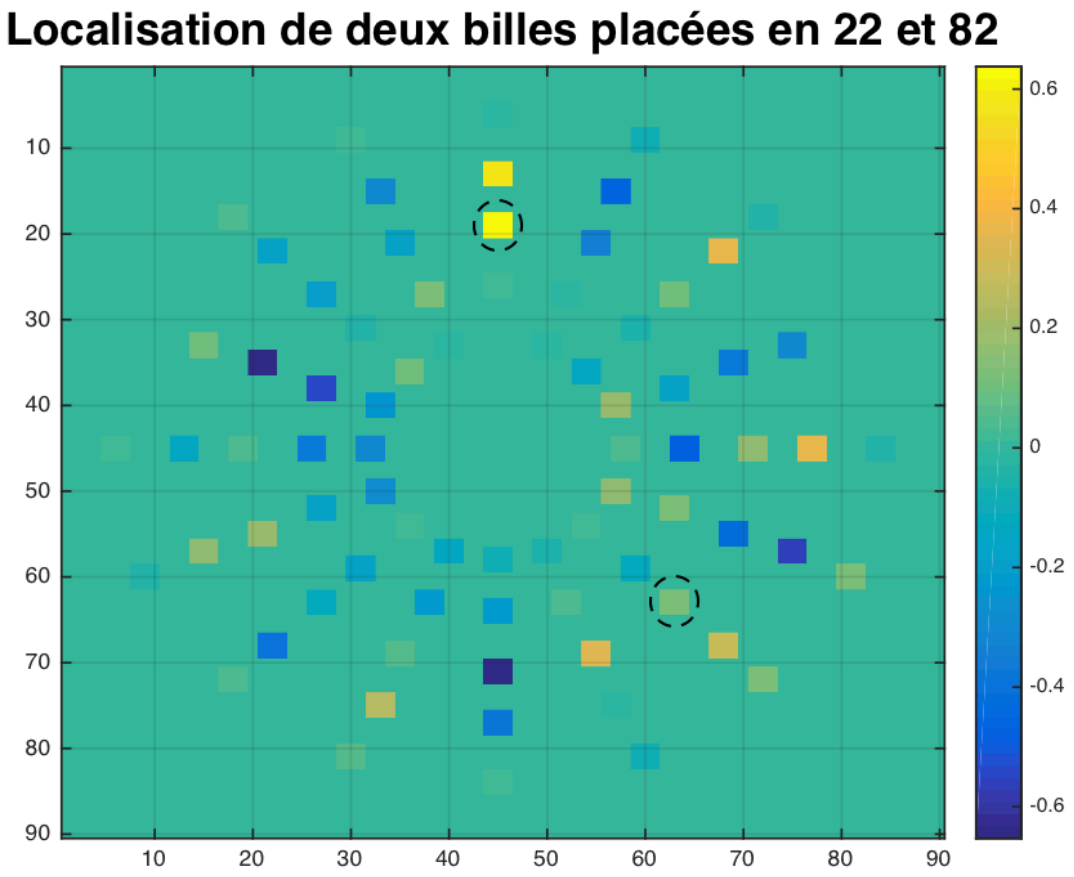

Figure 5-11 : Localisation de deux billes placées en 22 et 82 pour un entrainement réalisé avec des données expérimentales élevées à la puissance cubique

On remarque que le réseau localise adéquatement la bille en 22, mais se trompe pour la position 82. Pour celle-ci, la distance euclidienne entre la bonne position et la position trouvée est de 7,39 cm. On constate tout de même que le réseau détermine assez probable que la bille se situe en 83.

CONCLUSION

En somme, nous avons développé un montage expérimental du système de tomographie intégrant le magnétomètre, la bobine d'excitation, le contrôle des appareils et l'acquisition des données. Nous avons de plus développé une méthode de localisation de billes basée sur un réseau de neurones de type Adaline (*Adaptive linear neuron*). Nous avons présenté deux implémentations différentes de ce type de réseau : une première considérant la sortie du réseau comme un scalaire relatif au numéro de position de la bille et une seconde pour laquelle la sortie du réseau est un vecteur dont chaque élément est associé à un numéro de position avec une valeur proportionnelle à la probabilité de présence de la bille.

Nous estimons que ce projet de maîtrise a permis de démontrer la faisabilité d'utiliser des capteurs GMI pour la tomographie par induction magnétique, étant donné que nous sommes parvenus à mesurer des champs de l'ordre du nano Tesla, soit le même ordre de grandeur que le champ induit par une masse macroscopique d'environ $1\ \mathrm{S/m}$ de conductivité et d'une taille comparable à celle des poumons lorsqu'une densité de courant maximale de quelques $\mathrm{mA/cm^2}$ est appliquée à 50 kHz (Ménard, 2015). En outre, nous avons réussi à distinguer deux positions du domaine à partir d'une différence des champs induits de quelques nano Teslas. Nous sommes encore loin des limites en sensibilité des capteurs GMI, puisque leur niveau de bruit se situe en-dessous de $10\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 10 kHz. On peut donc espérer avoir un meilleur contraste en matière de conductivité par rapport à ce qui est obtenu avec les bobines de capture généralement utilisées dans les systèmes de TIM. De plus, en littérature, on considère que pour mesurer les changements physiologiques de la conductivité électrique des tissus, il faut que la résolution spatiale de l'image reconstruite soit de 10 % du diamètre de la région d'intérêt. Bien que nous avons omis une discussion sur la résolution dans ce travail, nous soutenons qu'un système de tomographie par induction magnétique utilisant des capteurs GMI comme détecteurs est une façon de répondre à l'exigence biomédicale en matière de résolution, étant donné que leur très petite taille confère la possibilité d'en mettre un grand nombre autour de la région d'intérêt, ce qui n'est pas possible avec les bobines magnétiques. Considérant cela et considérant le fait que plusieurs moyens d'amélioration des systèmes de TIM puissent être entrepris tel que nous l'avons relevé dans la revue de littérature, nous sommes confiants que de premières images concluantes de milieux

biologiques pourront être obtenues d'ici quelques années.

Par ailleurs, ce projet nous a permis de mettre en évidence la capacité de la méthode des réseaux de neurones à imager des billes conductrices. Nous avons considéré des billes de laiton de 9,5 mm de rayon et de $1{,}6 \times 10^{7}\ \mathrm{S.m^{-1}}$ de conductivité, une région d'intérêt de 19 cm de diamètre et un moment magnétique pour la bobine d'excitation de $0{,}102\ \mathrm{Am^2}$. Dans le cadre à une bille, nous obtenons d'excellentes performances de localisation (100 % de succès et une distance euclidienne entre la position estimée et la position réelle de 0,013 cm). Cependant, lorsqu'on considère deux billes, on obtient au mieux un taux de succès de 12,5 %, ce qui correspond à des distances euclidiennes de 3,38 cm et de 3,89 cm. Pour le cas à une bille, la seconde approche donne de meilleures performances comparativement à la première. À cet effet, nous avons identifié quatre cas de figures permettant d'avoir le meilleur taux de succès. D'abord, en entrainant avec des données simulées bruitées élevées à la puissance cubique, nous avons eu un taux de succès de 81 % et une distance euclidienne entre la bonne position et la position estimée de 0,41 cm. Puis, en entrainant avec des vecteurs expérimentaux élevés à la puissance cubique, nous avons eu 100 % de succès et une distance euclidienne de 0,013 cm. Aussi, en entrainant avec les vecteurs de la phase mesurée expérimentalement, nous avons réussi à avoir 85 % de succès et une distance euclidienne de 0,22 cm. Finalement, en entrainant avec l'information sur le module du signal et l'information sur la phase, nous avons eu 100 % de succès et une distance euclidienne de 0,013 cm. Ces résultats nous permettent d'établir le bénéfice d'introduire du bruit lorsqu'on entraine avec des valeurs simulées, l'avantage d'élever les vecteurs d'entrainement à la puissance cubique, la pertinence d'entrainer avec l'information sur la phase ainsi que le bénéfice de combiner l'information du module et de la phase du signal pour l'entrainement. Concernant le cas à deux billes, l'induction mutuelle des billes est trop importante pour pouvoir approximer le champ mesuré comme la superposition des champs induits par les billes. Nous aurions espéré qu'il soit suffisant d'entrainer le réseau de neurones avec des vecteurs de mesures associés à une bille afin que le réseau puisse être généralisé à plusieurs billes, car lorsqu'on teste avec des vecteurs expérimentaux n'incluant pas l'interaction mutuelle des billes, nous avons obtenu des taux de succès de 43,7 % et de 94,3 %, respectivement pour un entrainement avec la phase et un entrainement avec la phase et le module du signal. Nous pensons qu'avec un système expérimental comportant plus de sources et de

détecteurs dont on combinerait les mesures réalisées avec les différentes configurations sources-détecteurs, la localisation de plus d'une bille puisse être effectuée adéquatement. Ce serait aussi un moyen d'éliminer le système de rotation du plateau et d'avoir par conséquent une géométrie plus semblable aux géométries utilisées en imagerie médicale où les mesures contiennent moins de redondances (co-linéarités). Par ailleurs, dans le but de mieux localiser plusieurs billes, on peut envisager d'autres routines d'entrainement ou bien adapter une méthode de réseau de neurones plus complexe comme le réseau Perceptron multicouches ou le réseau de Hopfield. Un réseau Perceptron multicouches est un réseau composé de plusieurs couches qui s'adapte à un lot de données en déterminant les poids optimaux à l'aide d'un algorithme de rétropropagation, tandis qu'un réseau de Hopfield est une mémoire associative formée de neurones cherchant à atteindre un état stable en minimisant l'énergie du réseau. On peut d'ailleurs implémenter une certaine méthode de réseau de neurones pour le problème direct et une méthode de réseau de neurones différente pour résoudre le problème inverse. On peut aussi résoudre le problème direct avec la méthode des éléments finis et le problème inverse avec une technique de réseaux de neurones.

Concernant ce qui peut être réalisé à court terme, il serait pertinent d'utiliser une expression plus réaliste pour le champ produit par la bobine d'excitation. Ceci peut être fait notamment en formulant le champ comme un polynôme de Legendre contenant le terme de dipôle et des corrections. Aussi, il serait plus adéquat de ne pas considérer les détecteurs comme des éléments ponctuels, puisque les répercutions d'une telle approximation sont parfois non négligeables tel que nous l'avons vu avec les décalages d'environ 7° entre les courbes expérimentales et les courbes simulées. D'autre part, il serait intéressant de faire plusieurs expériences supplémentaires venant solidifier les conclusions de ce travail telles que tester des billes de différents diamètres, 1 mm à 4 cm par exemple, puis de voir l'effet sur le signal mesuré et l'impact sur la localisation des billes avec la méthode des réseaux de neurones. On pourrait de plus mieux caractériser l'influence du bruit ajouté durant le processus d'apprentissage en traçant des courbes du taux de succès d'une localisation adéquate de la bille en fonction du bruit ajouté. Il y a donc encore du travail à réaliser dans l'optique de renforcer notre compréhension du montage, de son potentiel et de ses limites.

Finalement, bien que nous n'avons pas réussi à localiser plus d'une bille de façon assez satisfaisante, le succès du réseau de neurones à déterminer la position d'une bille demeure une réalisation qui a des perspectives dans le domaine biomédical. Une application potentielle serait la localisation de fragments métalliques pour la chirurgie. On pourrait aussi envisager des applications dans un domaine différent comme en agroalimentaire où il faut localiser des morceaux métalliques à l'intérieur d'emballages de nourriture.

REFERENCES

Adler, A., & Guardo, R. (1994). A Neural Network Image Reconstruction Technique for Electrical Impedance Tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging , 13* (4), 594–600.

Al-Zeibak, S., & Saunders, N. H. (1993). A feasibility study of in vivo electromagnetic imaging. *Physics in Medicine and Biology , 38*, 151–160.

Arrouy, W. (2001). *Les réseaux de Neurones : Le Réseau de Hopfield*. From http://william.arrouy.free.fr/neural/neutm.html

Barba, P., Mognaschi, M., Palka, R., & Savini, A. (2009). Optimization of the MIT field exciter by a multiobjective design. *IEEE Transactions on Magnetics , 45*, 1530–1533.

Bevilacqua, A., Bollini, D., Campanini, R., & Lanconelli, N. (1998). A new approach to image reconstruction in positron emission tomography using artificial neural networks. *International Journal of Modern Physics , 9* (1), 71–85.

Chaudhary, S. S., Mishra, R. K., Swarup, A., & Thomas, J. M. (1984). Dielectric properties of normal and malignant human breast tissues at radiowave and microwave frequencies,. *Indian Journal of Biochemistry and Biophysics , 21*, 76–79.

Comtat, C., & Morel, C. (1995). Approximate reconstruction of PET data with a self organizing neural network. *IEEE Transactions on Neural Networks , 6*, 783–789.

Delaunay, D. (n.d.). Retrieved Juillet 2015 from Prépas Dupuy de Lôme: http://mp.cpgedupuydelome.fr/document.php?doc=Article%20-%20Les%20r%C3%A9seaux%20de%20neurones.txt

Denisov, I., Kulchin, Y., Panov, A., & Rybalchenko, N. (2005). Neural network methods of reconstruction tomography problem solutions. *Optical Memory & Neural Networks , 14* (1), 45–58.

Douak, F. (2008). Reconstruction des images compressées en utilisant les réseaux de neurones artificiels et la DCT. (Mémoire de maîtrise, Université de Batna, Batna, Algérie).

Dufay, B. (2006). Optimisation d'un magnétomètre à haute sensibilité à base de Magnéto-Impédance Géante. (Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC).

Dufay, B., Saez, S., Dolabdjian, C., Yelon, A., & Ménard, D. (2013). Characterization of an Optimized Off-Diagonal GMI-Based Magnetometer. *IEEE Sensors Journal , 13* (1), 379-388.

Freeman, J., & Skapura, D. (1991). *Neural Networks Algorithm, Applications, and Programming Techniques.* Addison-Wesley Publishing Company.

Gencer, N. G., Kuzuoglu, M., & Ider, Y. Z. (1994). Electrical impedance tomography using induced currents. *IEEE Transactions on Medical Imaging , 13* (2), 338-350.

Griffiths, H. (2001). Magnetic induction tomography . *Measurement science and technology , 12*, 1126–1131.

Griffiths, H. (2005). Magnetic induction tomography. In D. S. Holder, *Electrical Impedance Tomography Methods, History and Applications.* IOP Publishing Ltd .

Griffiths, Stewart, & Gough. (1999). Magnetic induction tomography : a measuring system for biological tissues. *Ann. NY Acad. Sci. , 873*, 335–345.

Guardo, R. (2011). Communication privée.

Guardo, R. (2014). *MIT-MK1 Magnetic Induction Tomograph Users Guide (Version 1.0).* École Polytechnique de Montréal.

Gursoy, D., Mamatjan, Y., Adler, A., & Scharfetter, H. (2011). Enhancing Impedance Imaging Through Multimodal Tomography. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering , 58* (11), 3215-3224.

Inverse Analaysis. (n.d.). From University of Waterloo, Mechanical and Mechatronics Engineering: http://www.kjdaun.uwaterloo.ca/research/inverse.html

Kerr, J., & Bartlet, E. (1995). Medical image processing utilizing neural networks trained on a massively parallel computer. *Computers in Biology and Medicine , 25*, 393–394.

Korjenevsky, A., Cherepenin, V., & Sapetsky, S. (2000). Magnetic induction tomography : experimental realisation. *Physiological Measurement , 21* (1), 89–94.

Korzeniowski, A. V. (2001). Solving inverse problems in electrical impedance and magnetic induction tomography by artificial neural networks. *Journal of Radioelectronics* (11).

Landau, L., & Lifshitz, E. M. (1960). Electrodynamics of continuous media. *8*, 193.

Landweber iteration. (n.d.). Retrieved 2015 from Wikipédia, l'encyclopédie libre: http://en.wikipedia.org/wiki/Landweber_iteration

Liu, Z., Xu, Z., & Luo, H. (2008). The Application of Magnetic Sensor in MIT. *Proceedings of World Automation Congress 2008*, (pp. 1–4). Waikoloa.

Marashdeh, Q., Warsito, W., Fan, L.-S., & Teixeira, F. L. (2006). A nonlinear image reconstruction technique for ECT using a combined neural network approach. *Measurement Science and Technology , 17*, 2097–2103.

Ménard, D. (2015). Communication privée.

Newell, J., Edic, P., Ren, X., Larson-Wiseman, J., & Danileiko, M. (1996). Assessment of acute pulmonary edema in dogs by Electrical Impedance Tomography. *IEEE Trans. Biomed. Eng. , 43* (2), 133-138.

Nielsen, M. (2014, Décembre). *Using neural nets to recognize handwritten digits*. From Neural Networks and Deep Learning: http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap1.html

Nissen, S. (2005). Création d'un réseau de neurones – c'est facile. *Software 2.0* (2), 14 à 20.

Palka, R., Gratkowski, S., Baniukiewicz, P., Komorowski, M., & Stawicki, K. (2008). Inverse Problems in Magnetic Induction Tomography of Low Conductivity Materials. *Studies in Computational Intelligence (SCI) , 119*, 163–170.

Palka, R., Gratkowski, S., Stawicki, K., & Baniukiewicz, P. (2009). The forward and inverse problems in magnetic induction tomography of low conductivity structures. *International Journal for Computer Aided Engineering and Software , 26* (8), 897-910.

Park, G. S., & Kim, D. S. (2005). Development of a magnetic inductance tomography system. *IEEE Transactions on Magnetics , 41*, 1932–1935.

Perceptron multicouche. (n.d.). Retrieved 2015 from Wikipédia, l'encyclopédie libre: http://fr.wikipedia.org/wiki/Perceptron_multicouche

Réseau de neurones artificiels. (n.d.). Retrieved 2015 from Wikipédia, l'encyclopédie libre : http://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9seau_de_neurones_artificiels

Rosell-Ferrer, J., Merwa, R., Brunner, P., & Scharfetter, H. (2006). A multifrequency magnetic induction tomography system using planar gradiometers : data collection and calibration. *Physiological Measurement , 27* (5).

Seddaoui, D. (2014). *Réponse magnétique d'un conducteur sphérique dans un champ magnétique uniforme variable.* École Polytechnique de Montréal.

Self-organizing map. (n.d.). Retrieved 2015 from Wikipédia, l'encyclopédie libre: http://en.wikipedia.org/wiki/Self-organizing_map

Soleimani, M., & Tamburrino, A. (2006). Shape Reconstruction in magnetic induction tomography using multifrequency data. *International Journal of Information and Systems Sciences , 2* (3), 343–353.

Soleimani, M., Lionheart, W. R., Peyton, A. J., Ma, X., & Higson, R. S. (2006). A Three-Dimensional Inverse Finite-Element Method Applied to Experimental Eddy-Current Imaging Data. *IEEE Transactions on magnetics , 42* (5), 1560-1567 .

Stawicki, K., Gratkowski, S., Komorowski, M., & Pietrusewicz, T. (2009). A new transducer for magnetic induction tomography. *IEEE Transactions on Magnetics , 45*, 1832–1835.

Tumanski, S. (2007). Induction coil sensors — A review. *Measurement Science and Technology , 18* (3), 31–46 .

Villemin, G. (2015, Février). *Neurone*. Retrieved Juin 2015 from http://villemin.gerard.free.fr/aScience/Biologie/Neurone.htm

Watson, S., Morris, A., Williams, R. J., Griffiths, H., & Gough, W. (2004). A primary field compensation scheme for planar array magnetic induction tomography. *Physiological Measurement , 25*, 271–279.

Watson, S., Williams, R. J., Gough, W., & Griffiths, H. (2008). A magnetic induction tomography system for samples with conductivities below 10 S m−1. *Measurement Science and Technology , 19*, 1-11.

Wei, H.-Y., & Soleimani, M. (2012). Four dimensional reconstruction using magnetic induction tomography : experimental study. *Progress In Electromagnetics Research , 129*, 17–32.

Yu, Z. Z., Peyton, A. J., & Beck, M. S. (1994). Electromagnetic tomography (EMT), Part I : Design of a sensor and a system with a parallel excitation field. *Proc. European Concerted Action in Process Tomography, Oporto, Portugal*, (pp. 147–54).

Zakaria, Z., Rahim, R., Mansor, M., Yaacob, S., Ayob, N., Muji, S., et al. (2012). Advancements in Transmitters and Sensors for Biological Tissue Imaging in Magnetic Induction Tomography. *Sensors* (12), 7126-7156.

ANNEXE A - DÉTERMINATION DU MOMENT DE LA BOBINE

On considère l'expression pour le champ axial produit par une bobine mince (Figure 5-12) :

$$B(x) = \frac{\mu_0 M}{2}[\cos\theta_1 - \cos\ \theta_2]$$

Ce qui est équivalent à :

$$B(x) = \frac{\mu_0 M}{2}\left[\frac{x+L}{\sqrt{c^2+(x+L)^2}} - \frac{x}{\sqrt{c^2+x^2}}\right] \qquad (A1)$$

où M est l'aimantation de la bobine comprenant l'effet du courant et du noyau ferromagnétique que l'on calcule avec :

$$M = {}^{m_s}/_{\pi c^2 L} \qquad (A2)$$

, m_s est le moment dipolaire équivalent de la bobine, c son rayon et L sa longueur.

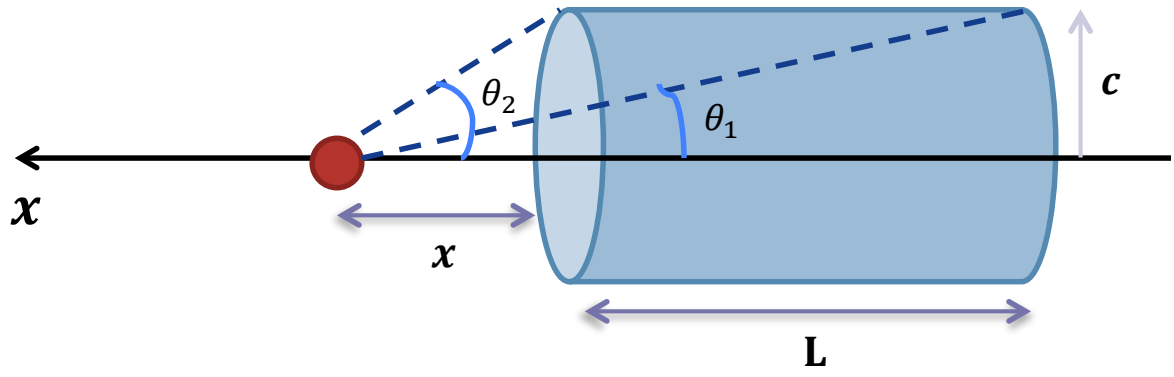

Figure 5-12 : Champ produit par un aimant sur un axe

Pour déterminer le moment de la bobine, nous avons pris des mesures du champ magnétique sur un axe telle que l'illustre la photo de la Figure 5-13.

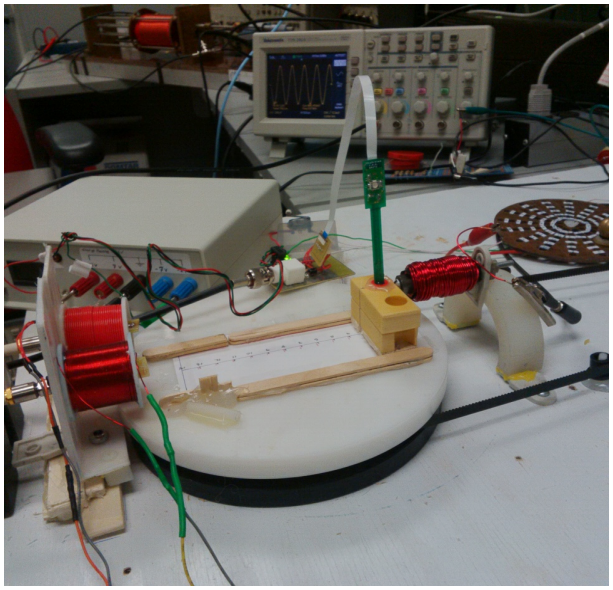

Figure 5-13 : Montage pour les mesures de champ magnétique

Nous avons pris des mesures à $10\,\mathrm{kHz}$ (fréquence de résonance de la bobine) et $12\,\mathrm{kHz}$[25]. Le ratio tension-champ du capteur magnétorésistif utilisé pour mesurer le champ magnétique est de $1000\,\mathrm{mV/mT}$. On présente au Tableau 5-6 les valeurs de tension mesurées par le capteur pour des distances entre le centre de la bobine et le capteur allant de $2\,\mathrm{cm}$ à $14\,\mathrm{cm}$. On donne aussi la correspondance en champ magnétique. Il est à noter que pour calculer les champs magnétiques, nous avons divisé la tension $pic - pic$ mesurée par 2 pour considérer des valeurs pics. Les courbes de champ magnétique en fonction de la distance pour chacune des fréquences sont tracées à la Figure 5-14 et à la Figure 5-15.

[25] Nous voulions choisir une fréquence qui ne soit pas trop éloignée de la fréquence de résonance de sorte que le signal ne soit pas trop faible.

Tableau 5-6 : Champ mesuré par le capteur magnétorésistif en fonction de la distance aux deux fréquences d'intérêt

	10 kHz		12 kHz	
Distance (cm)	**Voltage** pp (mV)	**B pic** (uT)	**Voltage** pp (mV)	**B pic** (uT)
2	1190	595	462	231
3	450	225	177	88,5
4	224	112	90	45
5	132	66	55	27,5
6	87	43,5	35,5	17,75
7	58,5	29,25	25,5	12,75
8	42,5	21,25	22	11
9	32	16	18	9
10	26,5	13,25	15	7,5
11	22	11	12	6
12	20	10	11	5,5
13	17	8,5	11	5,5
14	15	7,5	11	5,5

En combinant les équations $(A1)$ et $(A2)$, on est en mesure d'exprimer le moment magnétique équivalent de la bobine en fonction du champ magnétique mesuré sur l'axe :

$$m_s(x) = \frac{2\pi c^2 L B(x)}{\mu_0 \left[\frac{x+L}{\sqrt{c^2+(x+L)^2}} - \frac{x}{\sqrt{c^2+x^2}}\right]} \qquad (A3)$$

À partir de chaque valeur de champ magnétique mesurée sur l'axe, on calcule le moment induit associé. Théoriquement, le moment magnétique ne varie pas en fonction de la distance, mais expérimentalement il n'est constant que pour un certain intervalle de distance : 4 à 8 cm pour 10 kHz et 4 à 7 cm pour 12 kHz. On ne peut pas tenir compte du moment calculé très proche de la bobine étant donné que l'approximation dipolaire ne définit pas adéquatement le champ produit par une bobine magnétique très proche de celle-ci. On ne peut pas non plus se fier aux valeurs mesurées lorsqu'on se trouve loin de la bobine, puisque l'oscilloscope n'affiche plus le signal avec la même précision. En somme, on obtient $m_s = 0{,}102\ \mathrm{Am}^2$ à 10 kHz et $m_s = 0{,}042\ \mathrm{Am}^2$ à 12 kHz.

Comparaison avec le champ dipolaire

Par ailleurs, nous avons voulu évaluer la validité de l'approximation de la bobine en tant que source dipolaire. L'équation du champ produit par un dipôle de moment $\vec{m}_s$ et ressenti par un objet à une distance $\vec{r}_{so}$ est la suivante :

$$\vec{B}_s(\vec{r}_{so}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{m}_s \cdot \vec{r}_{so})\vec{r}_{so} - \vec{r}_{so}^{\,2}\vec{m}_s}{r_{so}^5}\right] \qquad (A4)$$

Avec les deux valeurs de moments calculées, on trace le champ produit par un dipôle en fonction de la distance à la Figure 5-14 et à la Figure 5-15 pour les deux fréquences concernées. On y superpose le champ mesuré expérimentalement.

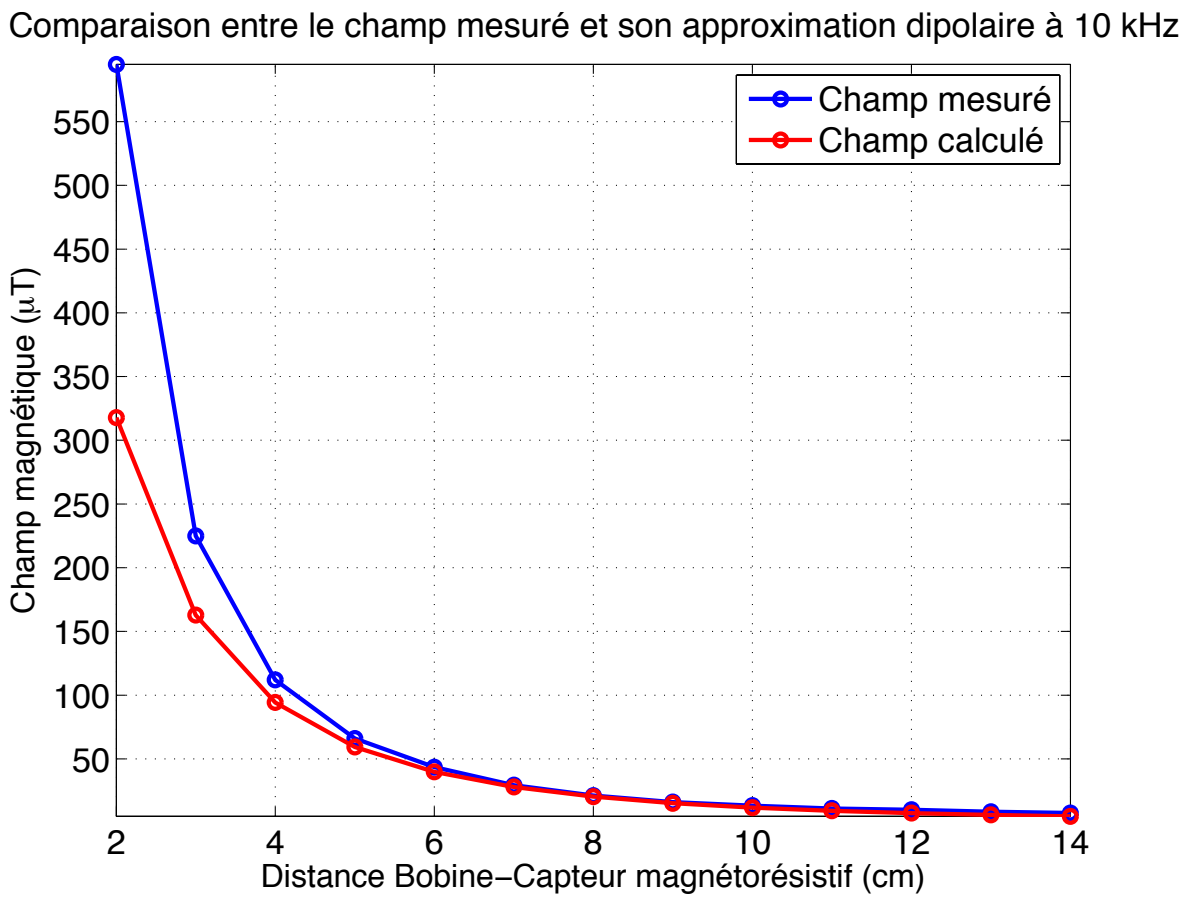

Figure 5-14 : Comparaison du champ magnétique expérimental et du champ calculé avec l'approximation dipolaire à 10 kHz

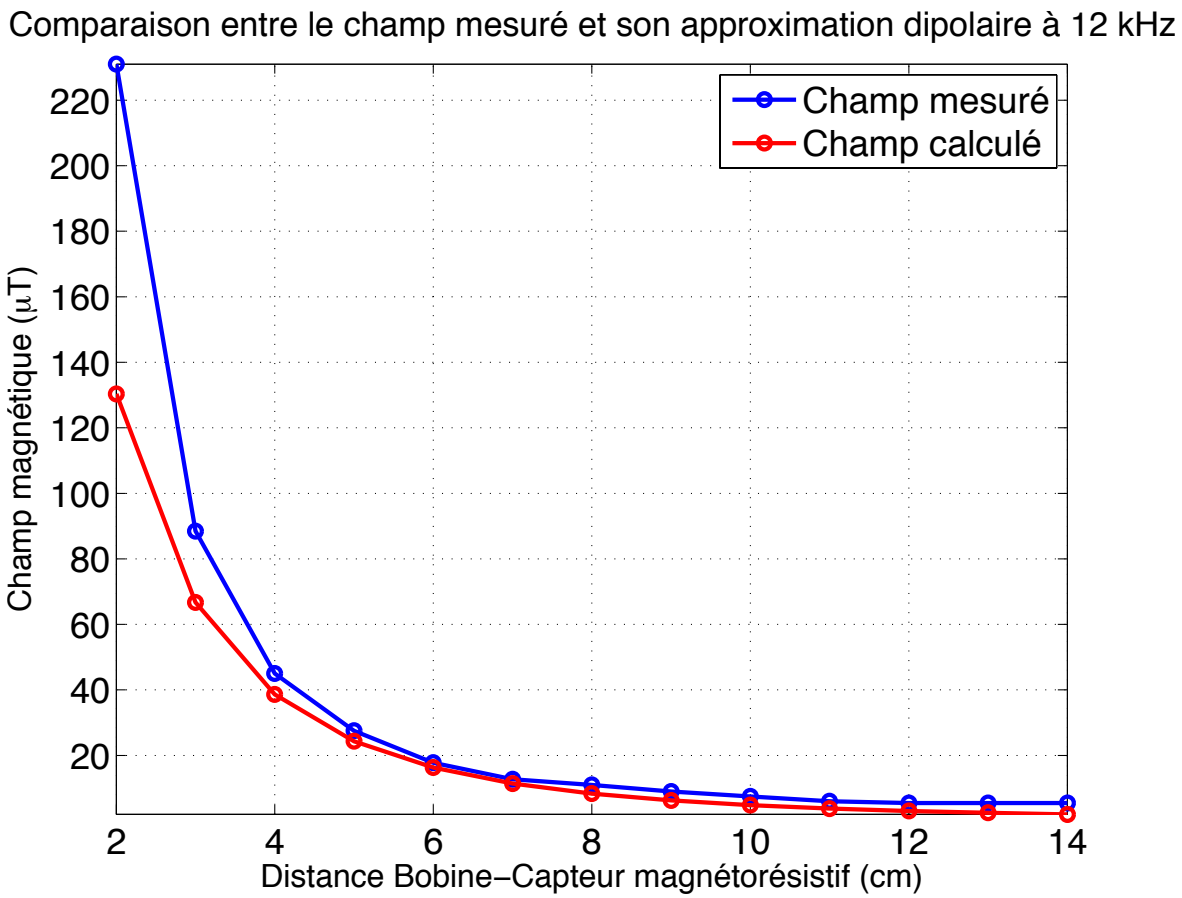

Figure 5-15 : Comparaison du champ magnétique expérimental et du champ calculé avec l'approximation dipolaire à 12 kHz

En comparant la courbe du champ mesuré expérimentalement et la courbe du champ dipolaire, on remarque que celles-ci concordent suffisamment pour nous donner confiance en l'approximation dipolaire dans le calcul des champs magnétiques servant à l'entrainement du réseau de neurones. Il faut noter toutefois qu'au voisinage de la bobine, à moins de 4 cm, l'erreur est supérieure à 10 %. L'approximation n'est pas très valide dans cette région étant donné que la source ne manifeste pas vraiment le comportement d'un dipôle magnétique à proximité.

ANNEXE B – DÉTERMINATION DU MOMENT INDUIT PAR UNE BILLE CONDUCTRICE

Ce développement mathématique est tiré de (Landau & Lifshitz, 1960) *et de* (Seddaoui, 2014)

On considère une sphère conductrice isotrope de rayon a et de conductivité σ soumise à un champ magnétique uniforme :

$$\vec{B}_a = \vec{B}_0 e^{-i\omega t} \qquad (B1)$$

Calcul du champ à l'intérieur de la sphère :

Soit $\vec{B}_i$, le champ à l'intérieur de la sphère qui satisfait les équations :

$$\Delta\vec{B}_i + k^2\vec{B}_i = \vec{0} \qquad (B2) \qquad\qquad div(\vec{B}_i) = 0 \qquad (B3)$$

Où k et δ sont donnés par : $\qquad k = \frac{1+i}{\delta} \quad$ et $\quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}$

Soit $\vec{A}$, le potentiel vecteur à l'intérieur de la sphère tel que :

$$\vec{B}_i = \overrightarrow{rot}(\vec{A}_i) \qquad (B4)$$

$\vec{A}$ satisfait l'équation :

$$\Delta\vec{A}_i + k^2\vec{A}_i = \vec{0} \qquad (B5)$$

$\vec{A}_i$ est un vecteur polaire étant donné que $\vec{B}_i$ est un vecteur axial.

On considère une fonction f de symétrie sphérique et de valeur finie au centre de la sphère $(r = 0)$ qui soit solution de :

$$\Delta f + k^2 f = 0 \qquad (B6)$$

La solution en coordonnées sphériques est de la forme :

$$f(r) = \left(\frac{1}{r}\right)\sin(kr) \qquad (B7)$$

Comme $\vec{A}$ doit dépendre linéairement du module de $\vec{B}_a$ et qu'il doit satisfaire $(B5)$, il a donc la forme suivante :

$$\vec{A} = \beta\overrightarrow{rot}(f\vec{B}_a) \qquad (B8)$$

où β est une constante.

En combinant les équations $(B4)$ et $(B8)$ et en supprimant la dérivée seconde de f avec l'équation $(B6)$, on obtient une nouvelle expression pour $\vec{B}_i$:

$$\vec{B}_i = \beta\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}(f\vec{B}_a)$$

$$\vec{B}_i = \beta\left(\frac{f'}{r} + k^2 f\right)\vec{B}_a - \beta\left(\frac{3f'}{r} + k^2 f\right)(\hat{n}\cdot\vec{B}_a)\hat{n} \qquad (B9)$$

où $\hat{n}$ est le vecteur unitaire radial.

Calcul du champ à l'extérieur de la sphère :

Considérons $\vec{B}_e$ le champ externe à la sphère satisfaisant les équations :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{B}_e) = \vec{0} \qquad (B10) \qquad \text{et} \qquad Div(\vec{B}_e) = 0 \qquad (B11)$$

La divergence du champ externe est considérée comme nulle étant donné que $\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ est négligeable.

L'équation $(B10)$ nous permet de poser :

$$\vec{B}_e = -\overrightarrow{grad}(\Phi) + \vec{B}_a \qquad (B12)$$

Il faut que Φ soit nul à l'infini et que :

$$\Delta\Phi = 0 \qquad (B13)$$

Puisque Φ dépend linéairement de $\vec{B}_a$, on a :

$$\Phi = -\eta\vec{B}_a\cdot\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (B14)$$

où η est la polarisabilité magnétique de la sphère.

En combinant $(B14)$ et $(B12)$, $\vec{B}_e$ se réexprime ainsi :

$$\vec{B}_e = \frac{\eta}{r^3}\left(3\left(\hat{n}\cdot\vec{B}_a\right)\hat{n} - \vec{B}_a\right) + \vec{B}_a \qquad (B15)$$

Considérons l'expression du champ magnétique produit à l'extérieur d'une sphère uniformément aimantée dans un champ uniforme :

$$\vec{B}_{sphère} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left(3(\hat{n}\cdot\vec{m})\hat{n} - \vec{m}\right) + \vec{B}_a \qquad (B16)$$

où $\vec{m}$ est le moment magnétique de la sphère.

On compare les équations $(B15)$ et $(B16)$, ce qui nous permet d'obtenir le moment magnétique d'une sphère conductrice :

$$\vec{m} = \frac{4\pi\eta\vec{B}_a}{\mu_0} \qquad (B17)$$

η se détermine avec la condition de continuité du champ à la surface de la sphère :

$$\vec{B}_i = \vec{B}_e \qquad (B18)$$

En combinant les équations $(B9)$ et $(B15)$ pour $r = a$, on obtient une expression pour η :

$$\eta = -\frac{3r^2}{2k^2}\frac{f'}{f} - \frac{r^3}{2}\bigg|_{r=a} \qquad (B19)$$

Ce qui se reformule ainsi :

$$\eta = \eta' + i\eta'' = -\frac{a^3}{2} + \frac{3a}{2k^2}\left(1 - ak\cot(ak)\right) \qquad (B20)$$

Avec η' et η'' respectivement :

$$\eta' = -\frac{a^3}{2}\left(1 - \frac{3\delta}{2a}\frac{\sinh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{2a}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{2a}{\delta}\right)}\right) \qquad (B21)$$

$$\eta'' = -\frac{3a\delta^2}{4}\left(1 - \frac{a}{\delta}\frac{\sinh\left(\frac{2a}{\delta}\right) + \sin\left(\frac{2a}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{2a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{2a}{\delta}\right)}\right) \qquad (B22)$$

ANNEXE C – LOCALISATION D'UNE BILLE PAR LA MÉTHODE DES ZÉROS ET DES PENTES

Nous avons réfléchi à une approche systématique pour la localisation d'une bille conductrice dans le domaine circulaire. Elle consiste à exploiter les caractéristiques des courbes de champ induit d'une bille ayant une conductivité de $1{,}6 \times 10^7\ \mathrm{S.m^{-1}}$ et un rayon de 9,5 mm pour une excitation à 10 kHz et un moment de la bobine d'excitation de $0{,}102\ \mathrm{Am^2}$. La bobine est placée en $[0, -R]$ (Figure 2-1). Un seul détecteur est requis pour cette approche et nous choisissons de le mettre en $[0, R]$ perpendiculaire au plateau de sorte à mesurer la composante B_x. On remarque en observant les courbes de la Figure 5-16 que modifier la position angulaire de la bille tout en gardant sa position radiale fixe ne fait que translater les lobes du champ d'un nombre de degrés égal à la distance angulaire entre les deux positions. Ici par exemple, le décalage entre les courbes est de 45 ° ce qui est en accordance avec les coordonnées des deux positions : $\left(r = 6\ ;\ \phi = \frac{3\pi}{4}\right)$ et $(r = 6\ ;\ \phi = \pi)$ respectivement pour 36 et 48.

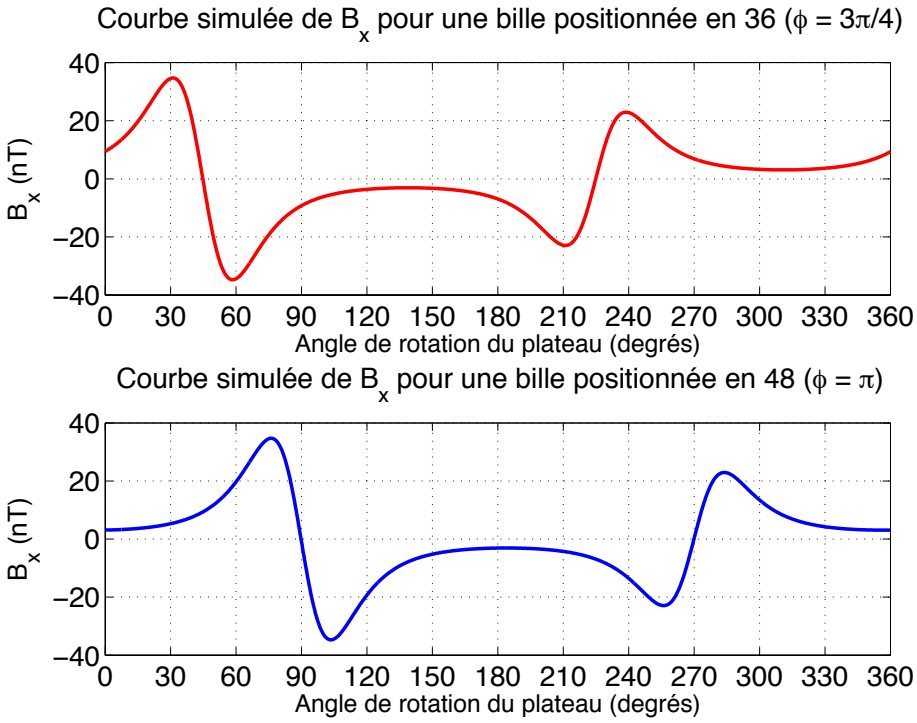

Figure 5-16 : Comparaison du champ induit par deux billes ayant la même position radiale et une position azimutale différente (36 et 48)

Sachant que la composante B_x du champ induit s'annule lorsque la bille s'aligne sur l'axe *bobine-détecteur*, il suffit de déterminer les zéros de B_x pour connaître la position angulaire de la bille.

Gardons maintenant la position angulaire fixe et varions la position radiale. Voici à la Figure 5-17, la superposition du champ induit (composante B_x) pour les positions 91 à 96 dont les positions radiales sont respectivement $r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ cm et la position azimutale $\phi = 0$ rad.

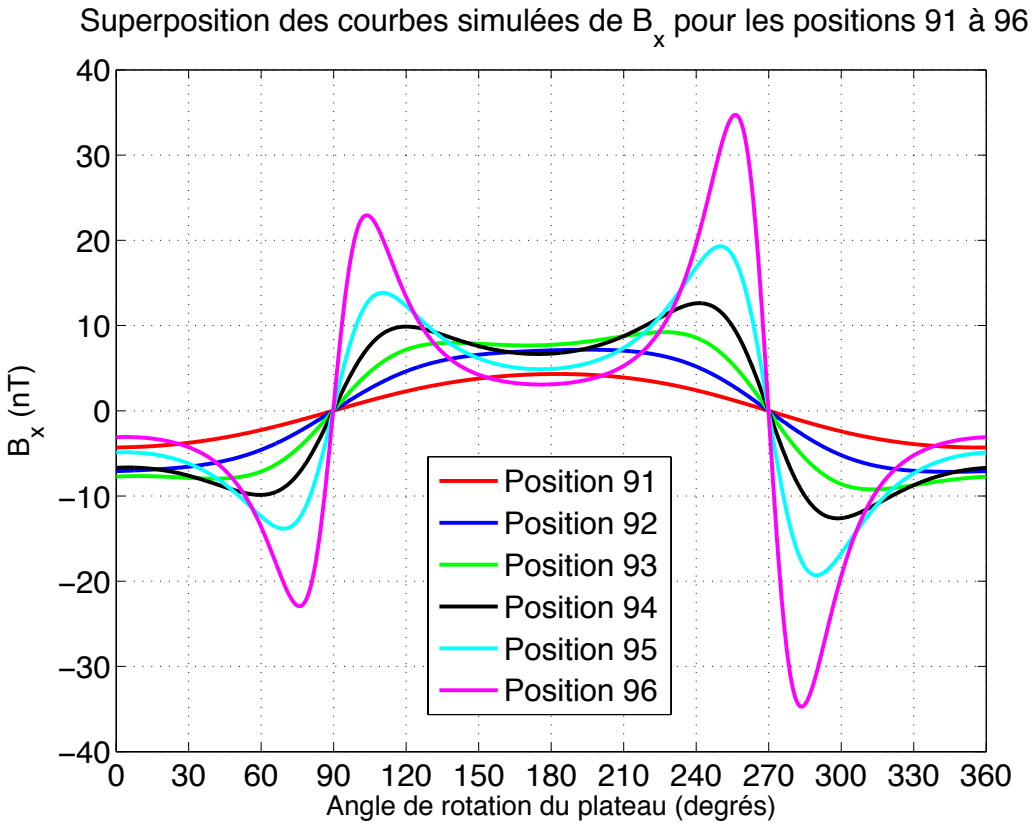

Figure 5-17 : Simulation des champs induits (B_x) pour une bille placée aux positions 91 à 96

On voit que les courbes s'annulent à $\theta = 90\,°$ et $\theta = 270\,°$. Comme le plateau effectue une rotation dans le sens horaire, on peut affirmer en voyant cette figure que la distance angulaire entre les positions 91 à 96 et la bobine d'excitation est de 90 °, ce qui nous indique que les billes

sont situées sur le demi axe 16.[26] Il est à noter par ailleurs que la composante x du champ induit est plus grande lorsque la bille se trouve près du détecteur par rapport à lorsqu'elle se trouve près de la bobine d'excitation. C'est en calculant les pentes des grands lobes des courbes qu'on arrive à déterminer la position radiale de la bille. En fait, on obtient par interpolation cubique une relation entre les positions radiales de la bille et les pentes des grands lobes des courbes. Le Tableau 5-7 présente les couples de valeurs considérés.

Tableau 5-7 : Pentes des grands lobes des courbes de B_x associées aux positions radiales

Positions radiales (cm)	**Pentes**
1	$-0{,}0494$
2	$-0{,}0964$
3	$-0{,}2139$
4	$-0{,}4412$
5	$-0{,}9787$
6	$-2{,}5180$

L'équation du troisième degré obtenue est :

$$r = 0{,}7206715 - 11{,}7778\, q - 9{,}990352\, q^2 - 2{,}440725\, q^3 \qquad (C1)$$

q est la pente de la courbe et r la position radiale. Ensuite, selon le numéro du demi axe déterminé préalablement, on obtient le numéro de position (p) de la bille :

$$p = r^* + 6(n_{axe} - 1) \qquad (C2)$$

[26] En considérant que le demi axe 1 est celui des positions 1 à 6 et que la numérotation des axes s'est faite dans le sens antihoraire.

n_{axe} est le numéro du demi axe et r^* est l'arrondi de r. Voici un exemple en prenant des valeurs de champ magnétique simulé.

Simulation

On génère avec Matlab une position aléatoire et le vecteur de mesures qui lui est associé. La courbe est présentée à la Figure 5-18.

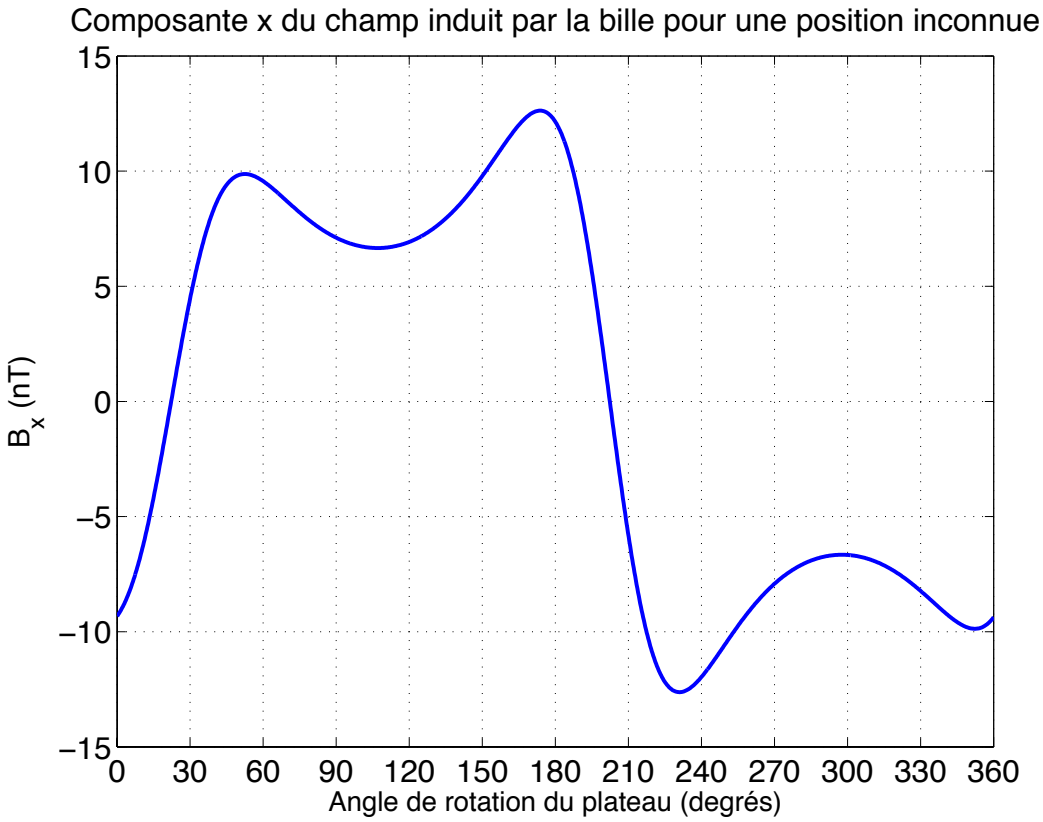

Figure 5-18 : Composante B_x du champ induit mesuré en fonction de l'angle de rotation pour une position inconnue

On trouve en appliquant la méthode décrite plus haut que la bille se situe au demi axe 13. C'est ce que nous confirme l'observation de la courbe, car on voit que le premier zéro se situe à environ 25° ce qui correspond bien à la distance angulaire entre le demi axe 13 et la bobine tandis que le second zéro se situe à environ 200 °, soit l'angle entre ce demi axe et le détecteur.

Le programme calcule par la suite la pente du grand lobe et obtient $-0{,}4412$, puis la position radiale associée associé et obtient $r^* = 4$. Finalement, en appliquant l'équation $(C2)$, le programme détermine que la bille se situe à la position 76 dont les coordonnées sont $\left(r = 4\,;\ \phi = \frac{13\pi}{8}\right)$ Voici l'image que retourne le programme après lui avoir donné un vecteur de mesures correspondant à la position 76 (Figure 5-19). On y illustre le plateau circulaire, les positions du domaine, la source, le détecteur, la position obtenue ainsi que la position qui devait être obtenue.

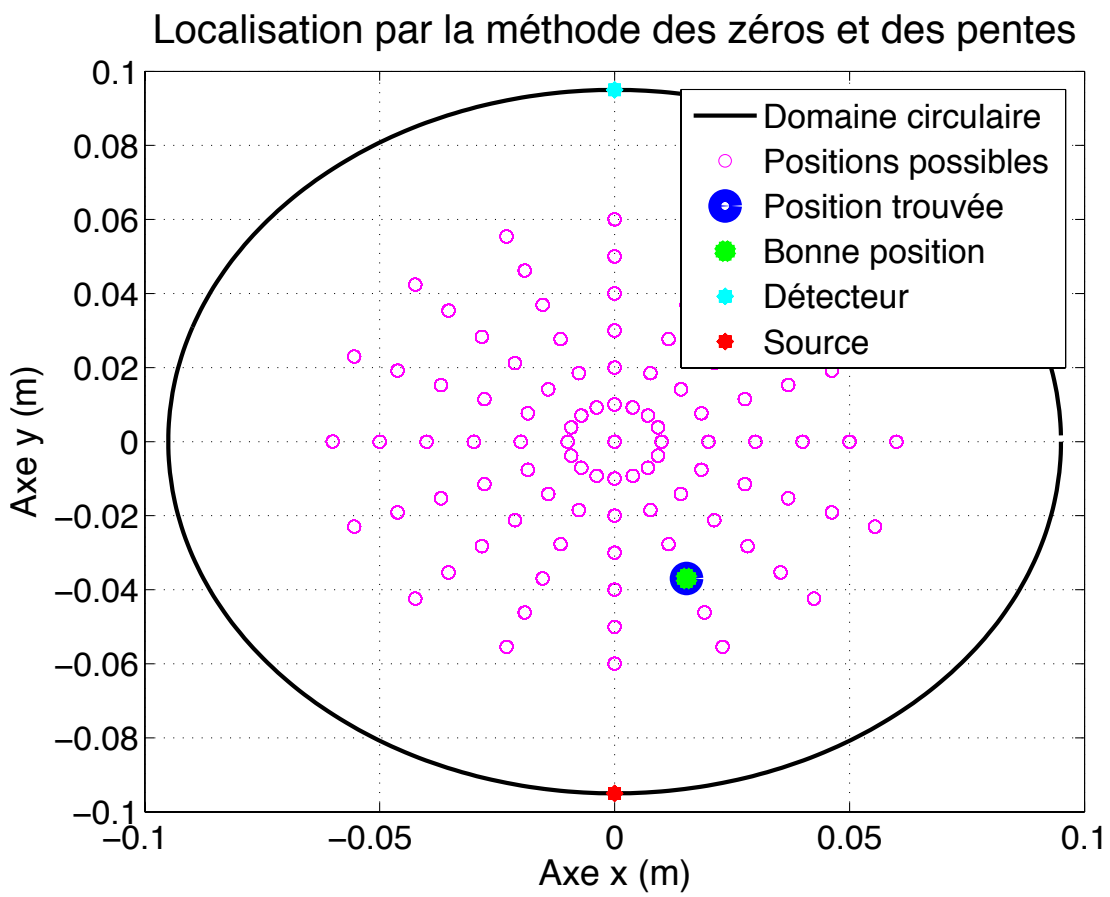

Figure 5-19 : Image de la localisation d'une bille avec la méthode des zéros et des pentes

Test de la méthode des zéros et des pentes

On souhaite désormais évaluer l'aptitude de la méthode des zéros et des pentes à retrouver la position d'une bille conductrice. On considère toujours une bille de 9,5 mm de rayon qui a une conductivité de $1{,}6 \times 10^{7}\ \mathrm{S.m^{-1}}$. Le champ magnétique d'excitation est à une fréquence de 10 kHz et le moment de la bobine est de $0{,}102\ \mathrm{Am^2}$. La bobine et le détecteur sont respectivement placés en $[0, -R]$ et $[0, R]$ (Figure 2-1).

Comme cette méthode a été développée en considérant les courbes de champ magnétique induit exprimées en nT et non en valeurs normalisées, il est nécessaire de multiplier les vecteurs expérimentaux par le ratio de calibration calculé au chapitre de résultats $\left(3{,}77\ {}^{\mathrm{nT}}/_{\mu\mathrm{V}}\right)$.

En testant tout d'abord la méthode avec des données filtrées, on parvient à obtenir un taux de succès de 70 % $\left({}^{28}/_{40}\right)$. L'échantillon expérimental est le même que celui avec lequel nous avons testé la première approche. Parmi les douze positions qui n'ont pas été localisées correctement, neuf sont les positions les plus éloignées du centre$(R = 6)$. On explique ces échecs de par le fait que pour ces positions les lobes des courbes de champ induit correspondant au passage de la bille devant le détecteur ont une amplitude moins élevée que celle des lobes associés au passage de la bille devant la bobine, alors que c'était une condition pour le fonctionnement de la méthode. On a mis en évidence ce fait au début du Chapitre 5.

Finalement, la grande limitation de cette méthode est qu'elle ne puisse pas être utilisée si la conductivité de la bille, sa taille, ou le moment de la bobine d'excitation sont différents. Nous avons essayé de développer cette méthode en considérant des courbes de champs magnétiques normalisés, mais ça n'a pas aboutit.