

**Titre:** Calcul de l'amortissement ajouté par l'eau sur une aube de turbine  
Title: hydroélectrique

**Auteur:** Jean-Philippe Gauthier  
Author:

**Date:** 2015

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Gauthier, J.-P. (2015). Calcul de l'amortissement ajouté par l'eau sur une aube de turbine hydroélectrique [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1872/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1872/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Frederick Gosselin, & Stéphane Étienne  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CALCUL DE L'AMORTISSEMENT AJOUTÉ PAR L'EAU SUR UNE AUBE DE  
TURBINE HYDROÉLECTRIQUE

JEAN-PHILIPPE GAUTHIER  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AOÛT 2015

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CALCUL DE L'AMORTISSEMENT AJOUTÉ PAR L'EAU SUR UNE AUBE DE  
TURBINE HYDROÉLECTRIQUE

présenté par : GAUTHIER Jean-Philippe

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MUREITHI Njuki, Ph. D., président

M. GOSSELIN Frédéric, Doctorat, membre et directeur de recherche

M. ÉTIENNE Stéphane, Doctorat, membre et codirecteur de recherche

M. GUIBAULT François, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement mon directeur Frédérick Gosselin. Sa manière d'aborder avec tant de simplicité des problèmes complexes m'a énormément inspiré tout au long de mon projet. Sa passion pour la recherche de même que son désir d'assurer la réussite de ses étudiants sont manifestes. J'ai développé une grande confiance envers Frédérick et je suis ravi d'avoir eu la chance de travailler avec lui.

Un gros merci à mon codirecteur Stéphane Étienne, qui a toujours su me motiver en soulignant les points forts de mon travail, mais aussi en me critiquant de manière extrêmement constructive. Les discussions que j'ai eues avec lui ont toujours été fortement intéressantes et je n'aurais certainement pas progressé autant sans son aide. J'ai eu beaucoup de plaisir à côtoyer Stéphane et Frédérick pendant les deux dernières années.

Sans les gens de l'IREQ, ce projet n'aurait pas pu avoir lieu. Merci à Anne-Marie Giroux pour son encadrement hors pair et son formidable dévouement. Tous les efforts que tu as investis pour que je mène à terme mon projet sont extrêmement appréciés. Merci également à Jean-François Morissette, Jonathan Nicolle et Samuel Cupillard pour leur soutien technique et scientifique. Vous m'avez été d'une aide inestimable, et ce, avec une disponibilité pratiquement illimitée. Un merci particulier à Robert Magnan qui m'a pris sous son aile lors de mon premier stage à l'été 2011. Tu as pris le temps de m'initier à l'analyse numérique alors que je n'y connaissais strictement rien et j'ai fini par y prendre goût. Merci aussi à Geneviève Gauthier, Paul Labbé et Maryse Page. C'est grâce à l'équipe du projet SAMH que je me suis senti comme chez moi à l'IREQ. Je tiens également à remercier Jean Leduc ainsi que Manon Vincent (bonne retraite!).

Je désire aussi remercier Bernd Nennemann et Christine Monette pour leur précieuse collaboration. Je vois mal comment j'aurais pu progresser efficacement sans les données qu'ils m'ont gracieusement fournies. Merci pour votre confiance et votre soutien.

Mes remerciements vont également au Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT) ainsi qu'au Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) pour leur soutien financier vivement apprécié.

Enfin, je veux remercier ma famille et mes amis d'avoir été constamment présents pour moi. Si j'en suis rendu ici aujourd'hui, c'est grâce à vous. Merci!

## RÉSUMÉ

Ce mémoire concerne le transfert d'énergie cinétique et potentielle d'une structure immergée vers le fluide qui s'écoule autour, ou encore l'amortissement ajouté par le fluide. L'objectif est de quantifier ce paramètre pour une aube de turbine hydroélectrique dans l'optique d'arriver à mieux estimer la durée de vie en fatigue de telles machines. Pour y arriver, une méthodologie basée sur des analyses modales et des simulations numériques des écoulements de fluide a été développée. Un mouvement oscillatoire de la structure est imposé lors de la simulation de l'écoulement, ce qui évite d'avoir recours à de coûteux calculs où le solide et le fluide sont couplés de manière bidirectionnelle. La méthode a été validée à l'aide d'un cas test fourni par ANDRITZ HYDRO, puis appliquée avec succès sur une aube de turbine à hélice appartenant à Hydro-Québec.

## ABSTRACT

This master's thesis considers kinetic and potential energy transfer from a submerged structure to the surrounding fluid flow, here referred as fluid added damping. The goal is to determine the value of this parameter for a hydroelectric turbine blade with the idea of getting better fatigue life estimates for such machines. In order to achieve this, a methodology based on modal analysis and numerical simulations of fluid flows has been developed. Prescribing an oscillatory motion of the structure in the flow simulation avoids the need for computationally intensive two-way fluid-structure coupling. This method has been validated using a test case from ANDRITZ HYDRO, then successfully applied to the blade of a propeller turbine owned by Hydro-Quebec.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	xi
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Mise en contexte . . . . .	1
1.1.1 Vieillessement et réfection des installations existantes . . . . .	1
1.1.2 Fluctuation de la production hydroélectrique . . . . .	2
1.1.3 Contraintes mécaniques . . . . .	3
1.1.4 Effet de l'amortissement . . . . .	4
1.2 Problématique . . . . .	5
1.3 Objectifs . . . . .	6
CHAPITRE 2 CADRE THÉORIQUE . . . . .	8
2.1 Survol de littérature - profil hydrodynamique . . . . .	8
2.2 Amortissement . . . . .	9
2.2.1 Modèles à un degré de liberté . . . . .	9
2.2.2 Taux d'amortissement et réponse libre . . . . .	11
2.2.3 Systèmes sous-amortis . . . . .	13
2.3 Interaction fluide-structure . . . . .	16
2.3.1 Nombres sans dimension . . . . .	17
2.3.2 Faibles vitesses réduites . . . . .	18
2.3.3 Fortes vitesses réduites . . . . .	23
2.3.4 Vitesses réduites moyennes . . . . .	24
2.3.5 Turbine hydraulique . . . . .	25

2.4	Modélisation découplée . . . . .	26
2.4.1	Solide . . . . .	26
2.4.2	Fluide . . . . .	29
2.5	Modélisation couplée . . . . .	32
2.5.1	Modèle couplé à un degré de liberté . . . . .	32
2.5.2	Fréquence naturelle du système . . . . .	34
CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE . . . . .		37
3.1	Analyses modales . . . . .	37
3.2	Représentation de la forme du mode . . . . .	39
3.2.1	Renormalisation . . . . .	40
3.2.2	Interpolation . . . . .	40
3.3	Dynamique des fluides stationnaire . . . . .	41
3.4	Dynamique des fluides instationnaire . . . . .	42
CHAPITRE 4 PROFIL PORTANT HYDRODYNAMIQUE . . . . .		47
4.1	Géométrie et caractéristiques du cas test . . . . .	47
4.2	Analyses modales . . . . .	49
4.3	Dynamique des fluides stationnaire . . . . .	52
4.3.1	Préparation du calcul . . . . .	52
4.3.2	Résultats . . . . .	54
4.4	Dynamique des fluides instationnaire . . . . .	56
4.4.1	Discrétisation temporelle . . . . .	56
4.4.2	Discrétisation spatiale . . . . .	60
4.4.3	Résultats . . . . .	62
CHAPITRE 5 AUBE DE TURBINE HYDROÉLECTRIQUE . . . . .		65
5.1	Géométrie et caractéristiques du cas . . . . .	65
5.2	Analyses modales . . . . .	67
5.3	Dynamique des fluides stationnaire . . . . .	72
5.3.1	Préparation du calcul . . . . .	72
5.3.2	Déformation statique . . . . .	76
5.3.3	Résultats . . . . .	78
5.4	Dynamique des fluides instationnaire . . . . .	79
5.4.1	Ajustement de la fréquence naturelle . . . . .	79
5.4.2	Discrétisation temporelle et amplitude du mouvement . . . . .	80
5.4.3	Discrétisation spatiale . . . . .	87



5.4.4 Conclusion . . . . .	88
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .	90
6.1 Synthèse et contributions . . . . .	90
6.2 Limitations et perspectives . . . . .	90
RÉFÉRENCES . . . . .	93
ANNEXES . . . . .	97

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Valeurs approximatives des différents paramètres importants relativement à l'interaction fluide-structure pour une turbine hydroélectrique appartenant à Hydro-Québec. . . . .	25
Tableau 3.1	Structure d'un fichier texte exporté de Workbench contenant la composante du déplacement dans la direction $x$ pour un mode calculé sur un maillage de $N$ noeuds. . . . .	40
Tableau 4.1	Nombres adimensionnels liés à interaction fluide-structure pour le profil hydrodynamique portant. . . . .	48
Tableau 4.2	Convergence de la fréquence naturelle du premier mode du profil hydrodynamique en fonction de la taille du maillage. . . . .	51
Tableau 4.3	Résultats des analyses modales pour la moitié du profil hydrodynamique.	52
Tableau 4.4	Taille des maillages utilisés pour les simulations de l'écoulement fluide autour du profil hydrodynamique. . . . .	53
Tableau 4.5	Influence de la vitesse moyenne de l'écoulement sur la rigidité ajoutée et la fréquence naturelle du profil hydrodynamique. . . . .	55
Tableau 4.6	Fréquences et nombres de Strouhal associés aux détachements de tourbillons en aval du profil hydrodynamique pour les simulations effectuées avec $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ . . . . .	58
Tableau 4.7	Extrapolation du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur le profil hydrodynamique pour un pas de temps nul. . . . .	60
Tableau 4.8	Impact de la discrétisation spatiale sur le calcul du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur le profil hydrodynamique. L'extrapolation pour un maillage infiniment raffiné ( $\Delta x \rightarrow 0$ ) est effectuée avec la méthode de Celik et al. (2008). . . . .	61
Tableau 5.1	Nombres adimensionnels liés à interaction fluide-structure pour la turbine hydroélectrique à hélice. . . . .	67
Tableau 5.2	Convergence de la fréquence naturelle des trois premiers modes d'indice harmonique nul de la turbine à hélice en fonction de la taille du maillage.	69
Tableau 5.3	Taille des maillages utilisés pour les analyses modales de la turbine à hélice. . . . .	69
Tableau 5.4	Résultats des analyses modales pour un secteur de la turbine à hélice.	72

Tableau 5.5	Convergence du déplacement statique maximal sur l'aube de la turbine à hélice sous l'effet de l'écoulement en fonction de la taille du maillage de la structure. . . . .	77
Tableau 5.6	Rigidité ajoutée et fréquence naturelle de l'aube de la turbine à hélice.	79
Tableau 5.7	Ajustement de la fréquence naturelle de l'aube de la turbine à hélice soumise à l'écoulement d'eau. . . . .	80
Tableau 5.8	Analyse par FFT de l'évolution temporelle de la force modale générée par l'écoulement sur l'aube de la turbine à hélice pour les simulations avec $\Delta t = \Delta t_1$ . . . . .	82
Tableau 5.9	Impact de la discrétisation temporelle sur le calcul du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur l'aube de turbine à hélice. . . . .	85
Tableau 5.10	Impact de la discrétisation temporelle sur la valeur ajustée de la masse ajoutée par le fluide sur l'aube de turbine à hélice. Pour ne pas encombrer le tableau, le symbole $M$ est exceptionnellement utilisé ici à la place de $M_{F,ajustée}$ . . . . .	85
Tableau 5.11	Impact de la discrétisation spatiale sur le calcul du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur l'aube de turbine à hélice. . . . .	87

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Schéma d'un système à un degré de liberté $x$ avec une masse $m$ , une rigidité linéaire $k$ , un coefficient d'amortissement linéaire $c$ et un chargement externe $F$ . . . . .	10
Figure 2.2	Réponse libre d'un système masse-ressort-amortisseur soumis à des conditions initiales de déplacement non nul et de vitesse nulle pour $\zeta = 0$ ( - - - ) et $\zeta \neq 0$ ( — ) : (a) $\zeta = 0.15$ ; (b) $\zeta = -0.05$ ; (c) $\zeta = 1.1$ ; (d) $\zeta = -1.1$ . . . . .	12
Figure 2.3	Méthode du décrément logarithmique : points sélectionnés sur la courbe de réponse d'un système sous-amorti pour le calcul du taux d'amortissement. . . . .	14
Figure 2.4	Structure élancée de corde $c$ vibrant à la fréquence $f_S$ dans un écoulement de fluide dont la vitesse moyenne est $U$ . . . . .	17
Figure 2.5	Échelles de temps solide et fluide pour de faibles vitesses réduites. Figure inspirée de de Langre (2002). . . . .	19
Figure 2.6	Cylindre circulaire de rayon $R$ se déplaçant dans un fluide au repos de densité $\rho_F$ avec une vitesse $V$ et une accélération $\dot{V}$ dans la direction $x$ . . . . .	20
Figure 2.7	Échelles de temps solide et fluide pour de fortes vitesses réduites. Figure inspirée de de Langre (2002). . . . .	23
Figure 2.8	Échelles de temps solide et fluide pour des vitesses réduites de l'ordre de l'unité. Figure inspirée de de Langre (2002). . . . .	24
Figure 3.1	Schématization d'une analyse modale couplée structure-acoustique effectuée avec ANSYS Workbench : entrants, sortants et applications en jeu. . . . .	38
Figure 4.1	Schématization du profil portant hydrodynamique et du montage expérimental. Figure tirée de Coutu et al. (2012). . . . .	48
Figure 4.2	Maillage «Grossier» utilisé pour les analyses modales du profil portant hydrodynamique : (a) structure seule (foncée); (b) structure (foncée) et fluide (pâle). . . . .	50
Figure 4.3	Forme du premier mode du profil hydrodynamique dans l'eau avec coloration de l'amplitude normalisée du déplacement; bleu ( $\ \varphi\  = 0$ ) au rouge ( $\ \varphi\  = 1$ ). . . . .	51

Figure 4.4	Domaine pour la simulation de l'écoulement fluide autour du profil hydrodynamique et conditions limites : (a) entrée; (b) sortie; (c) profil hydrodynamique; (d) symétrie. Les trois autres frontières planes ( $+y$ , $-y$ et $-z$ ) sont des parois solides. . . . .	54
Figure 4.5	Impact de l'amplitude du déplacement imposé sur la force modale générée par le fluide sur le profil hydrodynamique pour différentes valeurs de $U_{moy}$ : 1 m/s ( $\square$ ); 4 m/s ( $\triangle$ ); 8 m/s ( $\nabla$ ); 12 m/s ( $+$ ); 16 m/s ( $\diamond$ ). . .	55
Figure 4.6	Évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement autour du profil hydrodynamique avec $U_{moy} = 12$ m/s et $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ . Seules les trois dernières périodes simulées sont affichées. . . .	57
Figure 4.7	Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation exprimé en termes de périodes entières d'oscillation du profil pour différentes vitesses d'écoulement avec $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ : 1 m/s ( $\square$ ); 4 m/s ( $\triangle$ ); 8 m/s ( $\nabla$ ); 12 m/s ( $+$ ); 16 m/s ( $\diamond$ ). La référence $\zeta_{ref}$ est la valeur de $\zeta$ calculée à partir du signal entier (dix périodes). . . . .	59
Figure 4.8	Impact de la discrétisation spatiale sur les détachements tourbillonnaires pour le cas $U_{moy} = 4$ m/s : (a) évolution de $F_{fluide}$ dans le domaine temporel; (b) amplitude de $F_{fluide}$ dans le domaine fréquentiel.	62
Figure 4.9	Taux d'amortissement ajouté par l'eau sur le profil hydrodynamique pour différentes vitesses d'écoulement. Comparaison des résultats expérimentaux ( $*$ ) et numériques : pas de temps $\Delta t_1$ (symboles vides); extrapolations linéaires pour un pas de temps nul (symboles pleins). En (a), simulations avec le maillage $\Delta x_1$ ( $\circ$ , $\bullet$ ). En (b), agrandissement autour de $U_{moy} = 4$ m/s et ajout des simulations avec les maillages $\Delta x_2$ ( $\triangleleft$ , $\blacktriangleleft$ ) et $\Delta x_{1/2}$ ( $\triangleright$ , $\blacktriangleright$ ). . . . .	64
Figure 5.1	Modèle géométrique de la roue de turbine à hélice considérée. . . . .	66
Figure 5.2	Maillage «Grossier» utilisé pour les analyses modales de la turbine à hélice. . . . .	68
Figure 5.3	Forme du premier mode à indice harmonique nul de la turbine à hélice dans l'eau avec coloration de l'amplitude normalisée du déplacement; bleu ( $\ \varphi\  = 0$ ) au rouge ( $\ \varphi\  = 1$ ). . . . .	70
Figure 5.4	Exemple d'évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement dans la turbine à hélice lorsque le mode est importé à l'aide de fichiers textes et de <i>Fonctions Utilisateur</i> . . . . .	71

Figure 5.5	Schématisation du distributeur, de la roue et de l'aspirateur d'un groupe turbine-alternateur. Pour ne pas encombrer la vue, certaines frontières ne sont pas illustrées et une moitié du distributeur, dont seules les directrices et avant-directrices sont visibles, est cachée. En (a), agrandissement dans la zone du distributeur et de la roue. En (b), vue globale.	73
Figure 5.6	Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine du distributeur. . . . .	74
Figure 5.7	Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine de la roue. . . . .	75
Figure 5.8	Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine de l'aspirateur. Toutes les frontières non identifiées correspondent à des parois solides. . . . .	75
Figure 5.9	Impact de l'amplitude du déplacement imposé sur la force modale générée par le fluide sur l'aube de la turbine à hélice. . . . .	78
Figure 5.10	Évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement dans la turbine à hélice avec $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ : $h_0 = 3$ mm ( — ); $h_0 = 1$ mm ( - - - ); $h_0 = 0.1$ mm ( — ); $h_0 = 0.01$ mm ( - - - ). Seules les huit dernières périodes simulées sont affichées. . . . .	81
Figure 5.11	Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation exprimé en termes de périodes entières d'oscillation de l'aube pour différentes amplitudes dynamiques avec $\Delta t = \Delta t_1$ : 0.01 mm (□); 0.1 mm (△); 1 mm (▽); 3 mm (◇). . . . .	83
Figure 5.12	Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation jusqu'à 100 périodes d'oscillation de l'aube pour différentes amplitudes dynamiques avec $\Delta t = \Delta t_1$ : 0.01 mm (□); 0.1 mm (△); 1 mm (▽); 3 mm (◇). . . . .	84
Figure 5.13	Incertitude relative au nombre de périodes utilisées pour calculer $\zeta$ . Bornes supérieures $\zeta^+$ (symboles vides) et inférieures $\zeta^-$ (symboles pleins) pour différentes valeurs de $h_0$ : 0.01 mm (□, ■); 0.1 mm (△, ▲); 1 mm (▽, ▼); 3 mm (◇, ◆). . . . .	86
Figure A.1	Maillage du profil : vue normale au plan de symétrie. . . . .	97
Figure A.2	Maillage du profil : vue normale à l'entrée du domaine. . . . .	97
Figure A.3	Maillage du profil : vue normale au plan de symétrie (agrandissement). . . . .	98
Figure B.1	Maillage du distributeur : vue de dessus d'un secteur cyclique de $15^\circ$ . . . . .	99
Figure B.2	Maillage du distributeur : avant-directrice et directrice. . . . .	100
Figure B.3	Maillage de la paroi de l'aube. . . . .	101

Figure B.4	Maillage de l'aspirateur. . . . .	102
Figure C.1	Coloration du champ de déplacement dans la turbine à hélice du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale) : (a) déplacement total du mode; (b) déplacement statique total; (c) composante radiale du mode; (d) composante radiale du déplacement statique. . . . .	103
Figure C.2	Coloration du champ de déplacement dans la turbine à hélice du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale) : (a) composante angulaire du mode; (b) composante angulaire du déplacement statique.; (c) composante axiale du mode; (d) composante axiale du déplacement statique. . . . .	104
Figure D.1	Isosurfaces $Q$ -criterion = 0.001 dans la roue de la turbine à hélice pour différents instants : (a) $t = 1.3889$ s; (b) $t = 1.4444$ s; (c) $t = 1.5000$ s; (d) $t = 1.5556$ s. . . . .	105
Figure D.2	Isosurfaces $Q$ -criterion = 0.001 dans la roue de la turbine à hélice pour différents instants : (a) $t = 1.6111$ s; (b) $t = 1.6667$ s; (c) $t = 1.7222$ s; (d) $t = 1.7778$ s. . . . .	106

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	Maillage utilisé pour les simulations de l'écoulement autour du profil hydrodynamique . . . . .	97
Annexe B	Maillage utilisé pour les simulations de l'écoulement dans la turbine à hélice . . . . .	99
Annexe C	Comparaison du déplacement statique et de la forme du mode étudié de la turbine à hélice . . . . .	103
Annexe D	Détachement de tourbillons dans la turbine à hélice . . . . .	105



## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Avec ses milliers de lacs et de rivières, la province de Québec se classe parmi les régions les plus riches en eau du monde. Son vaste potentiel hydroélectrique s’est révélé naturellement au début du  $xx^e$  siècle avec l’avènement de l’électricité comme source d’énergie résidentielle et industrielle. Aujourd’hui, autour de 99% de la production d’électricité du Québec provient de turbines hydrauliques (HEC Montréal, 2015). Plusieurs de ces ouvrages sont en opération depuis plusieurs décennies et pourtant, la physique qui gouverne leur fonctionnement demeure extrêmement difficile à modéliser. Un groupe turbine-alternateur est régi simultanément par un ensemble de phénomènes électromagnétiques, mécaniques, hydrauliques et thermiques, pour ne nommer que les principaux. L’importance du couplage entre ces disciplines constitue actuellement la prémisse de plusieurs projets de recherche.

Le présent mémoire aborde un problème d’interaction fluide-structure, soit le couplage entre la mécanique structurelle de la roue hydraulique et la dynamique de l’écoulement d’eau autour de celle-ci. Plus précisément, le phénomène étudié consiste en l’échange d’énergie cinétique et potentielle entre le solide et le fluide, auquel on fait parfois référence avec l’expression *amortissement ajouté par le fluide* dans la communauté scientifique.

### 1.1 Mise en contexte

Dans le monde des turbines hydrauliques, l’amortissement ajouté par l’eau n’a pas ou a reçu très peu d’attention de la part des chercheurs jusqu’à relativement récemment (Coutu et al., 2012; Seeley et al., 2012). L’information sur ce phénomène est généralement tirée de mesures de jauges de contraintes sur des modèles expérimentaux (Hübner et al., 2010). Cette situation pourrait entre autres être due à la capacité de calcul informatique nécessaire pour effectuer des analyses multi-physiques pertinentes dans des machines aussi complexes. De plus, historiquement, les intérêts de recherche portaient surtout sur la puissance et le rendement des turbines. Aujourd’hui, la durée de vie des roues hydrauliques est un sujet d’importance croissante dans l’industrie. L’amortissement ajouté est un paramètre pouvant avoir un impact significatif à ce niveau.

#### 1.1.1 Vieillesse et réfection des installations existantes

Les roues de turbines hydroélectriques sont des structures massives, généralement en acier inoxydable, conçues pour survivre à des chargements mécaniques intenses pendant plusieurs

dizaines d'années. Cependant, comme toute pièce métallique sous contrainte, elles sont sujettes à l'endommagement par fatigue au fil du temps. La fatigue est essentiellement caractérisée par deux mécanismes principaux, soit l'amorçage et la propagation de fissures. L'action combinée de ces mécanismes peut ultimement mener à la rupture de la pièce. Dépendamment de la trajectoire de la fissure, il est possible qu'un morceau de la structure soit entièrement rompu.

Dans le cas d'une aube de turbine, ce genre de défaillance est catastrophique. La pièce éjectée devient un dangereux projectile pouvant abîmer à son tour d'autres parties de la roue. De plus, le profil hydrodynamique de l'aube endommagée est perdu, ce qui peut causer une perte de rendement et contribuer à augmenter le déséquilibre circonférentiel de l'écoulement dans la roue. Selon la gravité de la situation, un arrêt complet du groupe turbine-alternateur peut être requis promptement afin d'effectuer les réparations nécessaires. Une telle intervention requiert beaucoup de temps et est excessivement coûteuse à cause du manque à gagner associé à l'arrêt de la production d'électricité.

Actuellement, les besoins en entretien sont croissants dans le parc de machines hydroélectriques du Québec. Effectivement, celui-ci comporte une forte proportion de roues relativement âgées, qui requièrent d'être inspectées de plus en plus fréquemment. D'un autre côté, la production en électricité doit toujours répondre à la demande. Il est ainsi impensable de mettre un grand nombre de turbines à l'arrêt simultanément, d'autant plus qu'il faut également tenir compte d'autres facteurs comme la main d'oeuvre disponible. Dans un tel contexte, établir un échéancier d'entretien intelligent devient un véritable casse-tête. Il faut nécessairement prioriser les machines les plus à risque : un modèle permettant de bien estimer la durée de vie résiduelle des roues serait un excellent outil en ce sens.

### **1.1.2 Fluctuation de la production hydroélectrique**

À l'époque actuelle, il est impossible d'emmagasiner des quantités significatives d'énergie électrique pour un usage futur à l'échelle des réseaux de distribution résidentiels et industriels. Par conséquent, l'électricité produite doit être à chaque instant équivalente à l'électricité consommée sur un réseau donné. Ainsi, lorsque les quelques millions de travailleurs du Québec rentrent à la maison en début de soirée et activent le four et le chauffage, des groupes à ce moment-là arrêtés sont démarrés pour produire le supplément de puissance nécessaire. Lorsque les gens se couchent et éteignent la majorité de leurs appareils électriques, la demande baisse et des groupes sont arrêtés pour diminuer la production. La puissance électrique est ainsi soumise à différents cycles, dont la période peut être aussi petite qu'une journée ou beaucoup plus grande, au gré des saisons par exemple.

Historiquement, la puissance installée au Québec a toujours été presque entièrement de source hydraulique. C'est encore le cas aujourd'hui, mais des sources alternatives, en particulier l'énergie éolienne, commencent à prendre des proportions appréciables. Contrairement à une turbine hydroélectrique, il n'est pas possible de contrôler précisément le débit passant dans une éolienne. La puissance générée par une telle machine est dépendante de l'intensité du vent à l'endroit où elle se trouve. Lorsque le vent tombe ou devient trop fort, l'utilisation des éoliennes devient problématique.

Cette production fluctuante d'électricité d'origine éolienne doit être compensée en variant inversement la production hydroélectrique, ce qui a pour effet d'augmenter le nombre d'arrêts et de démarrages des groupes turbines-alternateurs. En combinant cette variation de production aux aléas de la demande, les changements de régime d'opération que doivent subir les turbines hydrauliques deviennent plus fréquents. Ces changements peuvent impacter négativement la durée de vie des roues de deux manières. Tout d'abord, le passage d'un régime vers un autre risque de causer des phénomènes transitoires dans l'écoulement d'eau qui peuvent potentiellement engendrer des contraintes élevées sur la structure. Aussi, lorsque la puissance d'une turbine est fortement diminuée, le débit d'eau s'écarte du point de conception optimal de la roue et l'écoulement peut devenir chaotique, ce qui se traduit également par de fortes contraintes mécaniques sur la structure.

Enfin, l'ouverture des marchés de l'électricité a un effet similaire sur la production d'hydroélectricité. Lorsque les prix augmentent, le Québec a tout intérêt à vendre de l'énergie à l'Ontario et aux États-Unis. Or, cette énergie vendue représente un surplus de production qui nécessite des arrêts et démarrages supplémentaires de groupes hydrauliques.

### 1.1.3 Contraintes mécaniques

Comme mentionné précédemment, la durée de vie en fatigue d'une pièce ou d'une structure est étroitement liée à l'amorçage et à la propagation de fissures à l'intérieur de celle-ci. Chacun de ces deux mécanismes constitue un champ d'étude à part entière faisant intervenir des phénomènes non linéaires à l'échelle cristallographique dans le matériau. Or, plusieurs modèles proposés s'appuient sur le comportement macroscopique d'une pièce pour estimer sa durée de vie. Dans le cas d'une structure conçue pour se déformer très faiblement, comme c'est généralement le cas en ingénierie, il est commun d'utiliser les contraintes mécaniques comme paramètres d'entrée principaux dans ces modèles. La loi de Paris (Paris et al., 1961) ainsi que la relation de Goodman (1899) sont des exemples bien connus de tels modèles. Pour obtenir une estimation réaliste de la vie d'une pièce, il faut donc être en mesure de calculer correctement les contraintes que celle-ci subit.

### 1.1.4 Effet de l'amortissement

La fatigue est un phénomène dynamique : elle est due à la variation cyclique des contraintes mécaniques dans le temps. Ces fluctuations sont induites par des chargements externes appliqués sur la structure. Dans le cas d'une turbine hydraulique, la roue peut être excitée par l'écoulement d'eau par divers mécanismes tels que la torche, des détachements de tourbillons ou des perturbations liées à l'interaction rotor-stator (Nennemann et al., 2005; Seidel et al., 2012). Ces trois cas particuliers présentent chacun une fréquence unique et bien définie et peuvent potentiellement causer la résonance de la roue si cette dernière possède une fréquence naturelle voisine. En théorie, un système avec amortissement nul qui entre en résonance se met à vibrer avec une amplitude de déformation indéfiniment croissante. En réalité, tout système exhibe une certaine forme d'amortissement qui limite l'amplitude que les déformations peuvent atteindre en dissipant l'énergie accumulée par résonance.

Par surcroît, selon la théorie de l'élasticité linéaire, l'amplitude des contraintes mécaniques dans un solide continu est proportionnelle à l'amplitude des déformations. L'amortissement d'un système peut donc également être interprété comme une limite sur l'amplitude des contraintes. Conséquemment, bien quantifier l'amortissement d'une structure est essentiel pour bien estimer sa durée de vie en fatigue. Évidemment, une structure dont l'amortissement serait très faible pourrait vibrer avec une amplitude croissante jusqu'à l'atteinte de la contrainte ultime du matériau et se rompre de manière ductile et non par fatigue.

Dans un solide continu, l'amortissement est principalement attribuable à la dissipation d'énergie cinétique sous forme de chaleur par thermoélasticité ainsi que divers phénomènes à l'échelle de la microstructure des pièces. Pour un assemblage, une forme d'amortissement supplémentaire est engendrée par la friction au niveau des contacts entre les différentes pièces (de Silva, 2000). D'autre part, lorsqu'un fluide s'écoule autour d'une structure qui vibre, un échange d'énergie a lieu entre les milieux solide et fluide. Lorsque l'énergie circule du solide vers le fluide, l'effet sur le comportement vibratoire de la structure est stabilisant ; c'est l'*amortissement ajouté par le fluide*. Il est important de noter que le transfert énergétique peut s'effectuer dans le sens inverse et alimenter le mouvement vibratoire de la structure, dans lequel cas il est question d'amortissement négatif. Toutes ces formes d'amortissement se superposent pour définir le comportement de la structure, mais la littérature semble montrer que la contribution du fluide est la plus significative pour les turbines hydrauliques (Coutu et al., 2012; Seeley et al., 2012; Hübner et al., 2010; Dompierre and Sabourin, 2010). Son importance en lien avec la durée de vie s'impose donc naturellement.

## 1.2 Problématique

La difficulté dans la détermination de l'amortissement ajouté par l'eau réside dans la nature multi-physique du problème. La présence du fluide lourd modifie considérablement le comportement dynamique de la structure. Un des effets parmi les plus notables est sans doute la réduction des fréquences naturelles de cette dernière. Ceci se produit car la structure immergée doit accélérer, en plus de sa propre masse, une portion du fluide qui l'entoure lorsqu'elle se met en mouvement. Cette inertie supplémentaire, la *masse ajoutée par le fluide*, peut être estimée à l'aide d'analyses modales couplées solide-acoustique (Liang et al., 2007). Dans ce genre d'étude, le fluide est considéré parfait et au repos, ce qui permet de le modéliser en tant qu'onde acoustique. En réalité, la masse ajoutée peut dépendre de plusieurs facteurs, dont l'écoulement fluide et la cinématique de la structure, mais dans le cas d'une turbine hydraulique, l'hypothèse acoustique a pu être validée à l'aide de résultats expérimentaux (Rodriguez et al., 2006; Graf and Chen, 2010).

D'un autre côté, l'amortissement ajouté est une quantité qui dépend fortement du régime de l'écoulement du fluide. Une étude expérimentale menée par ANDRITZ HYDRO, où un profil portant hydrodynamique vibrant est soumis à un écoulement d'eau, montre une croissance linéaire du taux d'amortissement ajouté en fonction de la vitesse moyenne du fluide (Coutu et al., 2012; Seeley et al., 2012). Dans cette situation, l'écoulement non nul doit nécessairement être pris en compte. Mis à part cette expérience d'ANDRITZ, la littérature concernant l'amortissement fluide dans les turbines hydrauliques est rare. Le domaine connexe des turbomachines aérodynamiques révèle néanmoins certains papiers intéressants (Vasanthakumar, 2011, par exemple). En cours de projet, deux documents suggérant des méthodes analytiques et numériques pour calculer l'amortissement ajouté sur le profil hydrodynamique de ANDRITZ HYDRO ont été publiés.

Le premier est le mémoire de Liaghat (2014) où la méthodologie utilisée consiste à effectuer des simulations numériques couplées bidirectionnelles. Ces simulations font simultanément appel à deux codes de calcul, un pour le domaine solide et un pour le domaine fluide. À l'interface entre les deux domaines, le couplage est assuré par l'échange bilatéral d'information, soit les déplacements structuraux et le chargement généré par l'écoulement. L'avantage de cette stratégie est qu'elle repose sur relativement peu d'hypothèses de modélisation. Par conséquent, elle permet en théorie de représenter très fidèlement la réalité. Par contre, elle présente plusieurs inconvénients de taille. Tout d'abord, ce genre de simulation requiert exceptionnellement beaucoup de temps, même sur des serveurs de calcul haute performance. Ensuite, les analyses bidirectionnelles génèrent de grandes quantités d'information brute, qui peut devenir difficile à interpréter et à traiter en bout de ligne. Comparativement, une so-

lution moins symbiotique permet d'identifier plus aisément les paramètres cruciaux et par conséquent de mieux comprendre la physique du problème. D'un point de vue numérique, il est actuellement très difficile de mener de telles simulations à terme pour une turbine hydroélectrique complète (Schmucker et al., 2010).

Le second document est un article du fabricant de turbines ANDRITZ HYDRO lui-même (Monette et al., 2014), dans lequel trois approches différentes sont proposées. Celles-ci possèdent néanmoins deux particularités communes intéressantes : la réponse de la structure est régie par la méthode de superposition modale et aucun échange bidirectionnel entre deux codes de calcul n'est requis. Le couplage entre le fluide et la structure est plutôt assuré par des paramètres modaux, soit la forme d'un des modes propres de la structure immergée et la fréquence associée. Les trois approches permettent de fidèlement reproduire les résultats expérimentaux pour le profil hydrodynamique, mais aucune application sur une turbine hydraulique réelle n'est disponible publiquement. La complexité de la géométrie d'une telle machine ainsi que de l'écoulement qui la traverse pourrait partiellement expliquer cette absence de résultats.

### 1.3 Objectifs

L'objectif principal de ce travail est de développer une méthodologie permettant de calculer l'amortissement ajouté par l'eau sur une aube de turbine hydraulique en fonctionnement. Cette méthodologie devra être simple et efficace, de manière à minimiser les temps de calcul requis et à faciliter la compréhension des différents mécanismes physiques entrant en jeu. Trois objectifs spécifiques sont définis.

Le premier objectif spécifique consiste à formuler la méthodologie en tant que telle en effectuant les développements mathématiques pertinents et en ciblant tous les outils et logiciels nécessaires à son application.

Le deuxième objectif spécifique consiste à valider la méthodologie développée précédemment en l'appliquant à un cas test pour lequel des résultats expérimentaux sont disponibles, soit le profil portant hydrodynamique de ANDRITZ HYDRO.

Le troisième et dernier objectif spécifique consiste à utiliser la méthodologie validée pour calculer l'amortissement ajouté sur une aube de turbine hydroélectrique réelle. Cette étape inclut également la réalisation d'une étude de sensibilité sur les différents paramètres physiques et numérique d'intérêt du modèle.

La suite du présent mémoire est subdivisée en cinq sections. Tout d'abord, le chapitre 2 présente le cadre théorique du projet : des notions d'amortissement et d'interaction fluide-

structure pertinentes, de même que les équations utilisées pour modéliser les domaines solide et fluide ainsi que leur couplage s’y retrouvent. Dans le chapitre 3, la méthodologie est disséquée et exposée étape par étape, de façon à ce que le lecteur puisse la reproduire et l’utiliser aisément. Ensuite, au chapitre 4, la méthode est appliquée avec succès à un cas de validation. Le chapitre 5 expose subséquemment les résultats obtenus lors de l’implémentation de la méthodologie à une roue de turbine hydraulique. Enfin, la conclusion présentée au chapitre 6 offre une vue d’ensemble sur les contributions apportées par ce travail ainsi que ses limites, puis suggère quelques perspectives pour des efforts de recherche futurs.

## CHAPITRE 2 CADRE THÉORIQUE

L'objet du présent chapitre est de mettre en évidence les différentes théories sur lesquelles se base la méthodologie développée pour le calcul de l'amortissement ajouté. Premièrement, un bref survol des travaux existants sur le profil hydrodynamique de ANDRITZ HYDRO est effectué. Deuxièmement, la notion d'amortissement au sens large est abordée : modélisation, stabilité et méthodes de calcul. Troisièmement, une classification des phénomènes d'interaction fluide-structure est présentée. Le cas traité, une aube de turbine hydraulique, est situé par rapport à cette taxinomie. Quatrièmement, les équations utilisées pour la modélisation des domaines solide et fluide, respectivement la théorie de l'élasticité linéaire et les équations de Navier-Stokes, sont formulées. Les méthodes utilisées pour les résoudre sont également décrites. Finalement, les développements mathématiques requis pour coupler les deux domaines et calculer l'amortissement ajouté par le fluide sont explicités.

### 2.1 Survol de littérature - profil hydrodynamique

La littérature scientifique concernant l'amortissement dû à l'écoulement d'eau autour de structures telles que des turbines hydroélectriques est plutôt rare. L'importance de l'expérience d'ANDRITZ portant sur une géométrie simplifiée de profil hydrodynamique réside autant dans son caractère innovateur que dans les travaux subséquents qu'elle a engendrés.

Pour déterminer de manière expérimentale l'amortissement ajouté, ANDRITZ HYDRO a conçu et fabriqué un banc d'essai permettant de faire circuler un écoulement d'eau autour d'une structure profilée en acier (un schéma du montage est présenté plus tard à la figure 4.1). Des actuateurs piézoélectriques apposés sur le profil permettent de faire vibrer ce dernier selon un de ses modes propres. Le taux d'amortissement ajouté, attribuable au transfert d'énergie cinétique de la structure vers l'écoulement d'eau, est directement relié à l'amplitude des vibrations, qui est mesurée à l'aide d'un vibromètre laser. Pour le mode fondamental du profil hydrodynamique, similaire à celui d'une poutre encastrée à ses deux extrémités, cette expérience a révélé une croissance linéaire du taux d'amortissement ajouté avec la vitesse de l'eau, passant d'environ 0 à 20 % pour des écoulements de 0 à 20 m/s. Puisque le taux d'amortissement calculé selon cette méthode est déduit à partir de l'amplitude mesurée des vibrations, celui-ci inclut nécessairement les mécanismes d'amortissement interne du matériau. Or, selon ANDRITZ, le taux d'amortissement associé à ces mécanismes reste négligeable relativement au taux d'amortissement total, qui représente ainsi presque uniquement l'impact du fluide. Cette étude expérimentale est abordée de manière plus détaillée au chapitre



4.

Pour reproduire numériquement ces résultats, Liaghat (2014) a choisi d'utiliser des simulations couplées de manière bidirectionnelle en interaction fluide-structure. D'un côté, la structure est discrétisée à l'aide d'éléments finis en élasticité linéaire alors que de l'autre, l'écoulement fluide est modélisé par la méthode des volumes finis en URANS. À chaque instant, la position déformée de la structure est envoyée au solveur fluide et les chargements générés par l'écoulement sont transmis au solveur structurel. Le taux d'amortissement ajouté est calculé à partir du taux de diminution de l'amplitude de vibration du profil suite à une excitation impulsionnelle. Toutefois, la présence de divers phénomènes tels que des détachements de tourbillons et l'existence de plusieurs fréquences dans la réponse structurelle complexifient l'analyse. Effectivement, une difficulté inhérente à cette méthode consiste à trouver une forme d'impulsion permettant d'exciter uniquement le mode d'intérêt. La densité du maillage et la taille du pas d'intégration en temps semblent avoir une grande influence sur la solution, ce qui se traduit par des coûts de calcul assez élevés. Somme toute, les simulations numériques permettant de retrouver les valeurs expérimentales d'ANDRITZ.

La méthodologie dont il est question dans le présent travail repose plutôt sur une approche essentiellement découplée où la vibration de la structure est imposée dans une simulation de l'écoulement fluide. Cette particularité permet de l'appliquer relativement aisément à une géométrie complexe telle qu'une turbine hydraulique. L'amortissement induit par le fluide est alors calculé à partir du travail effectué par l'écoulement sur la structure<sup>1</sup>. Une telle approche a été appliquée au cas du profil hydrodynamique avec succès par ANDRITZ (Monette et al., 2014). Les bases de cette méthode sont développées dans les pages suivantes.

## 2.2 Amortissement

### 2.2.1 Modèles à un degré de liberté

Généralement, les modèles d'amortissement sont classés en fonction du type de système mécanique étudié : système à un degré de liberté, système à plusieurs degrés de liberté et système continu. Naturellement, les modèles d'amortissement à un seul degré de liberté sont les plus simples à implémenter. Dans le présent travail, l'approche modale choisie pour modéliser la réponse de la structure, détaillée plus bas, permet de tirer avantage de cette simplicité malgré la nature continue de la physique qui gouverne le corps solide.

En mécanique, le système masse-ressort-amortisseur est probablement le système à un degré

---

1. Selon cette convention, ce travail est négatif puisque l'énergie cinétique est transférée de la structure vers le fluide dans le cas d'un phénomène amortissant.

de liberté le plus commun. Une masse ponctuelle libre de bouger dans une seule direction est fixée aux deux autres composantes disposées en parallèle, tel qu'illustré à la figure 2.1. Le ressort et l'amortisseur exercent respectivement des forces  $-kx$  et  $-c\dot{x}$  sur la masse  $m$ , où la rigidité  $k$  et le coefficient d'amortissement  $c$  sont constants. Ces comportements linéaires correspondent à ceux d'un ressort hélicoïdal standard et d'un amortisseur visqueux.

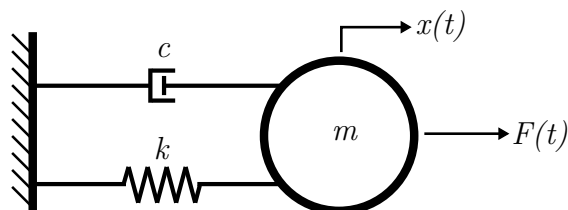


Figure 2.1 Schéma d'un système à un degré de liberté  $x$  avec une masse  $m$ , une rigidité linéaire  $k$ , un coefficient d'amortissement linéaire  $c$  et un chargement externe  $F$ .

Le principal intérêt d'utiliser des modèles linéaires pour la rigidité et l'amortissement est de pouvoir décrire le mouvement de la masse à l'aide d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants. La solution analytique d'une telle équation est extrêmement facile à obtenir et à traiter. Cependant, l'amortissement en général n'est pas nécessairement visqueux. Par exemple, lorsqu'un corps solide glisse sur une paroi, celui-ci perd de l'énergie et subit donc une forme d'amortissement due au frottement. Cette force de frottement est opposée au mouvement et peut s'exprimer par :

$$F_{\text{frottement}} = -\mu N \operatorname{sgn}(\dot{x}), \quad (2.1)$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement dynamique et  $N$  la force normale entre le corps et la paroi. Pour une force normale donnée, cette force d'amortissement a toujours la même amplitude, mais son sens d'application peut changer, ce qui complexifie la solution de l'équation du mouvement. De façon similaire, une voiture circulant sur l'autoroute subira une force aérodynamique approximativement proportionnelle au carré de sa vitesse; son équation du mouvement contient donc nécessairement un terme non linéaire. Plusieurs autres phénomènes d'amortissement complexes sont décrits dans la littérature (de Silva, 2000; Adhikari, 2000), mais leur étude détaillée n'est pas pertinente ici. Visant plutôt la simplicité et l'efficacité, le modèle d'amortissement linéaire visqueux a été jugé le plus intéressant dans le cadre du présent mémoire.

### 2.2.2 Taux d'amortissement et réponse libre

Dans le cas particulier du système masse-ressort-amortisseur linéaire, l'équation du mouvement est donnée par :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t). \quad (2.2)$$

Comme il ne possède qu'un degré de liberté, ce système mécanique ne possède qu'une seule fréquence naturelle angulaire, donnée par  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ . Le taux d'amortissement est un nombre adimensionnel généralement défini comme  $\zeta = c/2m\omega_n$ . En introduisant  $\zeta$  dans l'équation (2.2) et après quelques manipulations, celle-ci peut être réécrite :

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f(t), \quad (2.3)$$

où  $f(t) = F(t)/m$  est la force externe par unité de masse. En injectant une solution de la forme  $x(t) = x_0e^{\lambda t}$  dans la forme homogène de l'équation (2.3), il est possible de faire apparaître l'équation caractéristique du système masse-ressort-amortisseur :

$$\begin{aligned} x_0e^{\lambda t}(\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2) &= 0, \\ \lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Puisque la rigidité  $k$  d'un ressort est nécessairement réelle et positive, la fréquence naturelle  $\omega_n$  l'est également et la solution de (2.4) peut être simplifiée à l'expression suivante :

$$\lambda_{1,2} = \omega_n \left( -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right). \quad (2.5)$$

Ainsi, dépendamment du taux d'amortissement  $\zeta$ , les valeurs propres  $\lambda$  peuvent être purement réelles, purement imaginaires ou complexes. Le comportement vibratoire du système masse-ressort-amortisseur est étroitement lié à la nature de  $\lambda$ . Rappelant la convention retenue pour la forme de la solution, soit  $x(t) = x_0e^{\lambda t}$ , il est possible de distinguer les trois comportements suivants :

1. Pour  $\zeta = 0$ , les valeurs propres  $\lambda$  sont purement imaginaires et la réponse du système est une oscillation sinusoïdale.
2. Pour  $|\zeta| \geq 1$ , les valeurs propres  $\lambda$  sont purement réelles et l'amplitude de la réponse croît ou décroît de manière exponentielle, dépendamment du signe de  $\zeta$ .
3. Pour  $0 < |\zeta| < 1$ , la réponse du système est une combinaison des deux effets précédents.

Ces différents comportements sont tracés à la figure 2.2.

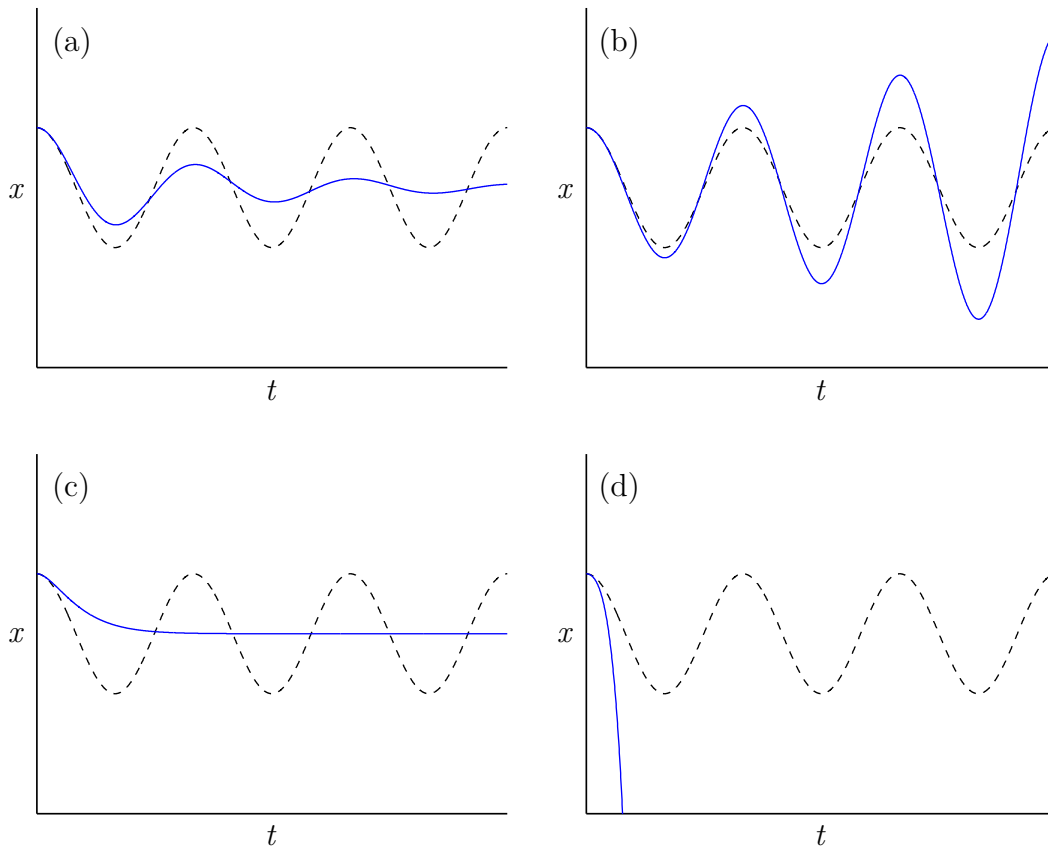


Figure 2.2 Réponse libre d'un système masse-ressort-amortisseur soumis à des conditions initiales de déplacement non nul et de vitesse nulle pour  $\zeta = 0$  (---) et  $\zeta \neq 0$  (—) : (a)  $\zeta = 0.15$ ; (b)  $\zeta = -0.05$ ; (c)  $\zeta = 1.1$ ; (d)  $\zeta = -1.1$ .

En règle générale, un amortisseur est un appareil qui permet uniquement de dissiper l'énergie emmagasinée dans un système vibrant et qui est par conséquent associé à un taux d'amortissement  $\zeta$  positif. Néanmoins, divers phénomènes peuvent injecter de l'énergie dans un système et générer de l'amortissement négatif. C'est notamment le cas du flottement aérodynamique, où l'écoulement d'air autour d'une aile d'avion (ou de toute autre structure portante) excite cette dernière et peut la conduire jusqu'à la rupture (Fung, 1955). Un exemple percutant de défaillance catastrophique causée par le flottement est l'effondrement du pont de Tacoma en 1940 (Billah and Scanlan, 1991).

Dans le cas d'une turbine hydraulique, l'écoulement peut agir en tant qu'excitateur : détachements de tourbillons, interaction rotor-stator, torche de charge partielle ou de pleine charge, etc. Ces excitations ne sont généralement pas interprétées comme de l'amortissement

négatif, mais plutôt comme des chargements externes sur la structure, puisqu'elles sont relativement indépendantes de son comportement vibratoire. L'idée derrière le présent travail est de quantifier le comportement amortisseur (positif) de l'écoulement afin d'évaluer à quel point l'énergie accumulée due à ces diverses excitations est dissipée. Comme toute machine tournante, les mesures expérimentales effectués sur des turbines hydrauliques révèlent clairement un comportement oscillatoire de la structure. Par conséquent, le cas (a) de la figure 2.2, soit le régime sous-amorti où  $0 < \zeta < 1$ , correspond au problème traité.

### 2.2.3 Systèmes sous-amortis

Pour mesurer ou calculer l'amortissement dans un système sous-amorti vibrant librement, la méthode du décrément logarithmique est généralement utilisée. Si le système est excité par un chargement harmonique à fréquence unique, le taux d'amortissement peut être estimé par une méthode énergétique.

#### Décrément logarithmique

Dans le régime sous-amorti, la réponse libre d'un système masse-ressort-amortisseur est donnée par :

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi), \quad (2.6)$$

où  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ . L'amplitude  $A$  et la phase  $\phi$  sont déterminées par les conditions initiales. Selon ce résultat, le taux d'amortissement influence la fréquence des vibrations et le taux auquel l'amplitude de celles-ci diminue. Il est possible de tirer avantage de cette observation pour calculer l'amortissement d'un système dont la réponse libre est connue sur une certaine période de temps. Un premier sommet sur la courbe est choisi à l'instant  $t_1$ ; le déplacement à cet instant est :

$$x_1 = Ae^{-\zeta\omega_n t_1} \sin(\omega_d t_1 + \phi). \quad (2.7)$$

Un deuxième sommet sur la courbe est choisi à l'instant  $t_2$ . Ce sommet se trouvera nécessairement un nombre entier de périodes  $N$  plus loin que  $t_1$ , d'où  $t_2 = t_1 + 2\pi N/\omega_d$  :

$$\begin{aligned} x_2 &= Ae^{-\zeta\omega_n t_2} \sin(\omega_d t_2 + \phi), \\ x_2 &= Ae^{-\zeta\omega_n \left(t_1 + \frac{2\pi N}{\omega_d}\right)} \sin\left(\omega_d \left(t_1 + \frac{2\pi N}{\omega_d}\right) + \phi\right), \\ x_2 &= Ae^{-\zeta\omega_n t_1} e^{\frac{-2\pi N\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \sin(\omega_d t_1 + 2\pi N + \phi). \end{aligned} \quad (2.8)$$

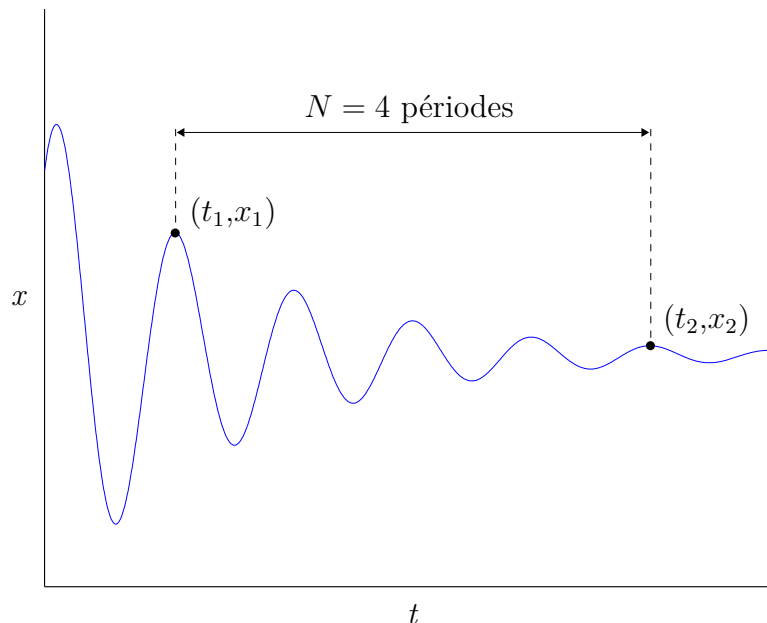


Figure 2.3 Méthode du décrement logarithmique : points sélectionnés sur la courbe de réponse d'un système sous-amorti pour le calcul du taux d'amortissement.

La combinaison des expressions (2.7) et (2.8) permet de faire apparaître la quantité  $\delta$ , qui porte le nom de décrement logarithmique et à partir de laquelle il est possible de calculer le taux d'amortissement  $\zeta$  du système sous-amorti :

$$\delta = \frac{1}{N} \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{N} \ln \frac{x(t)}{x(t + \frac{2\pi N}{\omega_d})} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2\pi}{\delta})^2}}. \quad (2.9)$$

Cette méthode est efficace pour déterminer le taux d'amortissement d'un système mécanique instrumenté avec des accéléromètres ou des jauges de contraintes. Il suffit de donner une impulsion au système et d'enregistrer le signal de la réponse. Elle peut être utilisée de la même manière pour calculer l'amortissement ajouté par un fluide à partir de résultats de simulations couplées bidirectionnelles.

### Méthode énergétique

Lorsqu'une structure pouvant être modélisée comme un système à un degré de liberté subit une excitation harmonique, il devient intéressant de considérer sa réponse forcée plutôt que sa réponse libre, qui disparaît avec le temps dû à l'amortissement. En restreignant le terme

forçant  $F(t)$  de l'équation (2.2) à une excitation harmonique d'amplitude  $f_0$  et de fréquence  $\omega$ , cette dernière devient :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) = F_0 \sin(\omega t). \quad (2.10)$$

Dans une telle situation, la structure vibre à la fréquence du forçage avec un décalage  $\phi$ . La solution de l'équation est alors de la forme  $x(t) = x_0 \sin(\omega t + \phi)$ . Comme déjà mentionné, l'amortissement peut être interprété comme un échange d'énergie entre la structure et son milieu. La puissance instantanée du travail effectué sur le système par les forces externes y est donc étroitement lié :

$$\dot{W}(t) = F(t) \cdot \dot{x}. \quad (2.11)$$

Le cas particulier où la structure est excitée à sa fréquence naturelle est d'intérêt pour le calcul du taux d'amortissement. En substituant  $\omega = \omega_n$  et en utilisant l'égalité (2.10) pour remplacer le forçage dans l'équation (2.11), puis en intégrant sur une période d'oscillation, l'expression du travail effectué pendant un cycle apparaît :

$$W_{cycle} = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} \dot{W}(t) dt = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} (m\ddot{x} + c\dot{x} + kx) \cdot \dot{x} dt. \quad (2.12)$$

Dans un mouvement harmonique simple, l'accélération et le déplacement sont orthogonaux à la vitesse. Le résultat de l'intégration sur une période entière des termes  $m\ddot{x}\dot{x}$  et  $kx\dot{x}$  est donc nul. Physiquement, ceci signifie que les termes d'inertie et de rigidité sont conservatifs. Le travail effectué pour un cycle revient donc à :

$$W_{cycle} = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} c\dot{x}^2 dt = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} cx_0^2 \omega_n^2 \cos^2(\omega_n t + \phi) dt = \pi cx_0^2 \omega_n. \quad (2.13)$$

D'un autre côté, un mouvement harmonique simple est caractérisé par une quantité d'énergie interne constante : la somme des énergies cinétique et potentielle ne varie pas dans le temps, d'où le caractère conservatif des termes inertiel et rigide. Autrement dit, à chaque instant, toute l'énergie injectée dans le système par la force externe est évacuée par l'amortissement. L'énergie emmagasinée est nécessairement équivalente à l'énergie potentielle au moment où le déplacement est maximal et la masse immobile :

$$E_{sys} = \frac{1}{2} kx_0^2. \quad (2.14)$$

En combinant les expressions (2.13) et (2.14), puis en substituant  $c = 2\zeta m\omega_n$  et  $k = m\omega_n^2$ , la relation suivante apparaît :

$$\frac{W_{cycle}}{E_{sys}} = 4\pi\zeta. \quad (2.15)$$

La méthode énergétique consiste donc à imposer un chargement harmonique connu et à mesurer la réponse du système pour ensuite calculer le travail effectué. Par contre, la réponse à un tel chargement est également harmonique et le déphasage entre le déplacement et le forçage est constant. Conséquemment, imposer un déplacement harmonique au système afin de mesurer les forces induites revient exactement au même que l'inverse. Par analogie, si une masse générant une force gravitationnelle  $F_g$  est suspendue à un ressort et que le déplacement mesuré est  $x_g$ , alors un humain voulant étirer le ressort jusqu'à la position  $x_g$  devra nécessairement appliquer une force  $F_g$  sur celui-ci. Ce résultat peut sembler trivial, mais dans le cadre des interactions fluide-structure, il permet une simplification majeure du modèle. Effectivement, si le déplacement d'une structure est connu a priori, l'équation régissant la mécanique du solide disparaît et le problème devient purement fluide. La méthodologie développée pour le calcul de l'amortissement ajouté sur une aube de turbine hydraulique est basée sur cette observation.

### 2.3 Interaction fluide-structure

Le domaine de l'interaction fluide-structure est un champ d'étude large qui couvre une gamme étendue de phénomènes ayant certaines caractéristiques en commun, mais possédant chacun leurs particularités. Il n'existe pas de taxinomie absolue et définitive permettant de trier parfaitement l'ensemble de ces phénomènes, mais quelques auteurs proposent des systèmes reposant sur différents critères. Par exemple, la classification de Blevins (1990) est basée sur la nature de l'écoulement fluide, qui peut être stationnaire ou instationnaire. Une autre approche est celle de Naudascher and Rockwell (1994), qui consiste à classer les phénomènes d'interaction fluide-structure en fonction du type d'excitation subie par le système : par instabilité, due au mouvement ou externe. De son côté, de Langre (2002) suggère plutôt une classification principalement fondée sur un nombre adimensionnel, la vitesse réduite  $U_R$ , qui correspond au rapport entre les échelles de temps du solide et du fluide. Il inclut également une catégorie distincte pour les régimes où le forçage est dû à l'écoulement (vortex et turbulence). Son approche est abordée ci-dessous afin de positionner le calcul de l'amortissement ajouté sur une aube de turbine par rapport aux autres problèmes d'interaction fluide-structure et de faire apparaître les hypothèses de modélisation pertinentes dans un tel cas.



### 2.3.1 Nombres sans dimension

Trois nombres adimensionnels sélectionnés tels que définis par de Langre sont introduits ici : la vitesse réduite  $U_R$ , le déplacement réduit  $\mathcal{D}$  et le nombre de masse  $\mathcal{M}$ .

**La vitesse réduite**  $U_R$  est définie comme le rapport entre l'échelle de temps du solide  $T_S$  et celle du fluide  $T_F$  :

$$U_R = \frac{T_S}{T_F}. \quad (2.16)$$

Le choix des échelles de temps peut varier afin de tenir compte des phénomènes principaux présents dans le problème étudié. Dans le cas d'une structure élancée soumise à un écoulement, tel qu'une turbine hydraulique, l'échelle de temps pertinente pour le fluide correspond au temps mis par une particule de fluide pour passer du bord d'attaque au bord de fuite de la structure. L'échelle de temps du solide est alors l'inverse de la fréquence du mouvement de la structure  $f_S$ . À l'aide de ces définitions, l'équation (2.16) peut être réécrite :

$$U_R = \frac{U}{cf_S}, \quad (2.17)$$

où  $U$  est la vitesse moyenne du fluide et  $c$  la corde de la structure. Une vitesse réduite faible signifie que les phénomènes structurels se produisent plus rapidement dans le temps que les phénomènes de l'écoulement alors qu'une vitesse réduite élevée implique le contraire. Dans le cas où  $U_R = \mathcal{O}(1)$ , les domaines solide et fluide évoluent environ à la même vitesse.

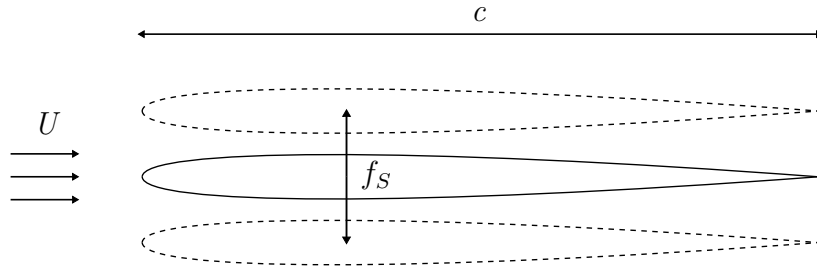


Figure 2.4 Structure élancée de corde  $c$  vibrant à la fréquence  $f_S$  dans un écoulement de fluide dont la vitesse moyenne est  $U$ .

**Le déplacement réduit**  $\mathcal{D}$  correspond au rapport entre un déplacement  $x_0$  et une longueur  $L$  caractéristiques de la structure :

$$\mathcal{D} = \frac{x_0}{L}. \quad (2.18)$$

Le déplacement caractéristique  $x_0$  pourrait être défini comme la valeur maximale de la norme ou encore d'une composante du champ de déplacements de la structure. Plus le nombre  $\mathcal{D}$  est élevé, plus la structure subit de grandes déformations qui font apparaître des effets non linéaires. En revanche, si  $\mathcal{D}$  est très faible, cela signifie que l'hypothèse des petits déplacements est justifiable pour modéliser le comportement de la structure.

**Le nombre de masse**  $\mathcal{M}$  est le rapport des masses volumiques fluide  $\rho_F$  et solide  $\rho_S$  :

$$\mathcal{M} = \frac{\rho_F}{\rho_S}. \quad (2.19)$$

Une valeur élevée de  $\mathcal{M}$  correspond donc à un fluide lourd relativement au solide qu'il baigne. La réduction des fréquences naturelles d'une structure immergée due au phénomène de masse ajoutée par le fluide est étroitement liée à la valeur de ce paramètre : plus  $\mathcal{M}$  est grand, plus la diminution de fréquence est marquée. Dans le cas de simulations couplées bidirectionnelles, un fort nombre de masse peut se traduire par des instabilités numériques ou des problèmes de convergence de la solution (Idelsohn et al., 2009).

**Le nombre de Reynolds**  $Re$  correspond au rapport entre les forces inertielles et visqueuses dans un écoulement fluide :

$$Re = \frac{\rho_F U c}{\mu}, \quad (2.20)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide. Une valeur élevée de  $Re$  correspond à un écoulement régi principalement par des forces inertielles qui ont tendance à générer des structures tourbillonnaires chaotiques : il s'agit d'un écoulement turbulent. Dans le cas contraire où  $Re$  est faible, les forces visqueuses prévalent et l'écoulement est lisse et organisé, c'est-à-dire laminaire.

### 2.3.2 Faibles vitesses réduites

Lorsque  $U_R \ll 1$ , l'échelle de temps du solide est beaucoup plus petite que celle du fluide. Dans le temps requis pour que le solide passe par une succession d'états différents, le fluide n'a pratiquement pas évolué, comme le montre la figure 2.5.

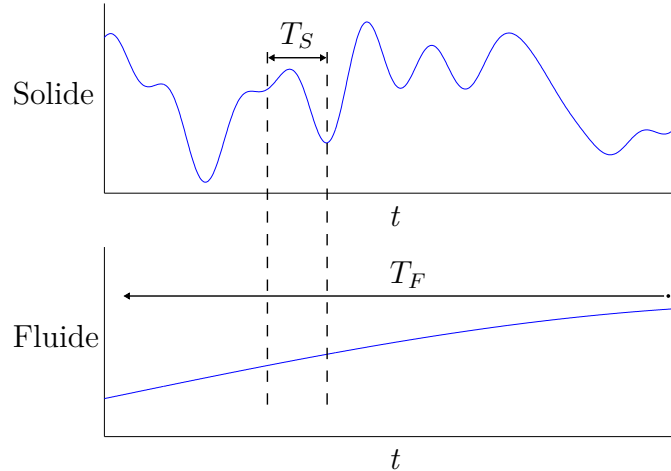


Figure 2.5 Échelles de temps solide et fluide pour de faibles vitesses réduites. Figure inspirée de de Langre (2002).

Dans cette situation, le fluide peut être considéré immobile par rapport au solide. Cette hypothèse est davantage réaliste si la vitesse réduite est fortement inférieure au nombre de déplacement :

$$U_R \ll \mathcal{D}. \quad (2.21)$$

En utilisant (2.17) et (2.18) et en choisissant la même longueur caractéristique pour  $\mathcal{D}$  que pour  $U_R$ , soit la corde  $c$  pour une structure élancée, la condition (2.21) peut être réécrite comme suit :

$$U \ll x_0 f_S. \quad (2.22)$$

Cette relation implique effectivement que la vitesse du fluide est négligeable par rapport à celle du solide, donnée par  $x_0 f_S$ . L'hypothèse de fluide au repos permet d'expliquer simplement le phénomène de masse ajoutée par le fluide. Il est toutefois à noter que ce phénomène se manifeste peu importe la vitesse réduite du système. Pour l'illustrer, il convient d'utiliser l'exemple d'un cylindre circulaire 2D accélérant dans un fluide au repos.

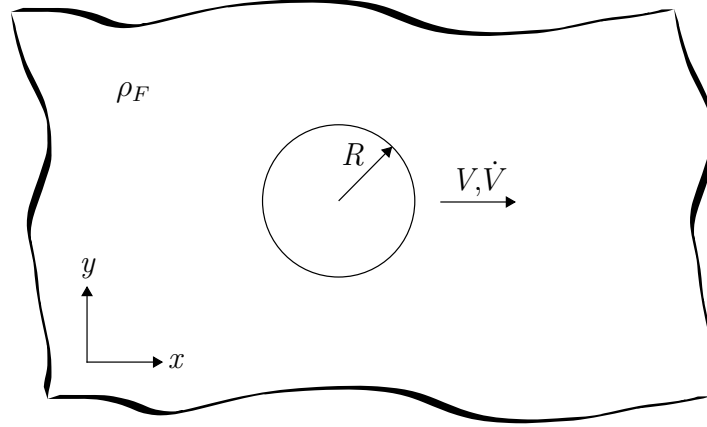


Figure 2.6 Cylindre circulaire de rayon  $R$  se déplaçant dans un fluide au repos de densité  $\rho_F$  avec une vitesse  $V$  et une accélération  $\dot{V}$  dans la direction  $x$ .

Supposant un écoulement irrotationnel et une viscosité du fluide négligeable, la solution de ce problème peut être obtenue par la théorie des écoulements potentiels (White, 2011). Dans un système de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  dont l'origine est située au centre du cylindre, la pression dans le fluide est alors donnée par :

$$P(r, \theta) = \rho_F \left( \frac{R^2}{r} \dot{V} \cos \theta - \frac{1}{2} \frac{R^4}{r^4} U^2 \right). \quad (2.23)$$

Les forces par unité de longueur du cylindre dans les directions  $x$  et  $y$  sont obtenues en intégrant les projections appropriées de la pression sur la paroi du cylindre :

$$f_x = \int_0^{2\pi} -P(R, \theta) \cos \theta \cdot R d\theta = -\pi \rho_F R^2 \dot{V}, \quad (2.24a)$$

$$f_y = \int_0^{2\pi} -P(R, \theta) \sin \theta \cdot R d\theta = 0. \quad (2.24b)$$

Naturellement, la force dans la direction  $y$  est nulle en raison de la symétrie du problème. Dans la direction  $x$ , c'est-à-dire la direction du mouvement, la force sur le cylindre est proportionnelle à son accélération  $\dot{V}$ . Par analogie avec la deuxième loi de Newton, ce coefficient de proportionnalité porte le nom de *masse ajoutée par le fluide*. Ainsi, la masse ajoutée par unité de longueur d'un cylindre immergé dans un fluide de densité  $\rho_F$  est donnée par :

$$m_{F,cylindre} = \pi \rho_F R^2. \quad (2.25)$$

La masse ajoutée peut être interprétée comme la quantité de fluide que le corps solide doit

mettre en mouvement en plus de sa propre masse lorsqu'il accélère. Le résultat précédent est intéressant dans le sens où celle-ci ne dépend que de la densité du fluide et de la géométrie du solide ( $R$ ). En réalité, la direction du mouvement d'un objet relativement à son orientation influence également la masse ajoutée. Toujours selon la théorie des écoulements potentiels 2D, une plaque plane infiniment mince de demi-longueur  $l$  se déplaçant parallèlement à elle n'accélère aucune particule de fluide et a ainsi une masse ajoutée nulle. Cependant, si elle se déplace perpendiculairement à elle-même, elle accélère la même quantité de fluide que celle entraînée par un cylindre dans lequel elle s'inscrit, soit  $m_{F,plaque} = \pi\rho_F l^2$ . La masse ajoutée d'une plaque plane est donc fonction son angle par rapport à son vecteur vitesse, en plus de la densité du fluide et de sa géométrie. Ceci n'est pas visible dans (2.25) car toutes les directions possibles pour le mouvement d'un cylindre 2D sont équivalentes. Des valeurs de masse ajoutée issues de la théorie potentielle pour diverses géométries simples sont répertoriées dans la littérature (voir Naudascher and Rockwell, 1994, par exemple).

Il est possible de généraliser ce concept pour des structures flexibles, qu'elles soient 2D ou 3D. L'approche généralement préconisée est de déterminer la masse ajoutée pour un mode vibratoire à la fois, ce qui en fait correspond exactement au développement présenté ci-dessus, où le mode considéré est un mode rigide de translation pure. Lorsque la géométrie d'un problème devient très complexe, comme dans le cas d'une turbine hydraulique, les équations régissant le comportement du fluide doivent être discrétisées. Pour un fluide incompressible, l'équation de Laplace (sur laquelle la théorie potentielle est basée) peut être résolue par la méthode des éléments de frontière, alors que pour un fluide compressible, l'équation de Helmholtz peut être résolue à l'aide d'éléments finis de type acoustique. En couplant un de ces modèles fluides à des éléments finis structurels représentant la structure, il est possible d'effectuer des analyses modales numériques à partir desquelles les fréquences naturelles de la structure immergée sont obtenues. La masse ajoutée propre à chaque mode  $M_{F,i}$  est alors déduite par comparaison des fréquences de la structure baignant dans le fluide immobile et dans le vide :

$$f_{vide,i} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{S,i}}{M_{S,i}}}, \quad (2.26)$$

$$f_{fluide,i} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{S,i}}{M_{S,i} + M_{F,i}}}, \quad (2.27)$$

où  $K_{S,i}$  et  $M_{S,i}$  sont respectivement la rigidité et la masse modales du mode vibratoire  $i$ , des paramètres qui dépendent uniquement des propriétés du corps solide. La méthode de l'analyse modale couplée structure-acoustique a été appliquée sur un modèle réduit de turbine hydraulique et validée à l'aide de résultats expérimentaux (Rodriguez et al., 2006; Liang et al.,

2007; Graf and Chen, 2010). Ces études montrent que la réduction de fréquence, ou encore la masse ajoutée dépend surtout de la forme des modes, mais que celle-ci est sensiblement la même dans l'air ou dans l'eau pour un mode donné. Il est intéressant de noter leurs analyses modales numériques équivalentes aux expérimentations avec la turbine en air ont en réalité été effectuées dans le vide, c'est-à-dire sans fluide modélisé autour de la structure. Cette approximation est valide car le nombre de masse  $\mathcal{M}$  pour un corps métallique vibrant dans l'air est très faible : dans (2.27), le terme  $M_{F,i}$  devient alors négligeable devant  $M_{S,i}$  et la fréquence de la structure immergée devient équivalente à celle de la structure dans le vide.

Enfin, il est important de noter que toutes les approches décrites ci-dessus sont basées sur l'hypothèse d'un fluide parfait. En réalité, il se forme derrière un corps soumis à un écoulement un sillage dont les caractéristiques dépendent entre autres de la viscosité du fluide et qui joue un rôle dans la masse ajoutée (Sarpkaya and Isaacson, 1981; Fackrell, 2011).

### 2.3.3 Fortes vitesses réduites

Inversement, lorsque  $U_R \gg 1$ , c'est le solide qui évolue beaucoup plus lentement que le fluide, comme le montre la figure 2.7.

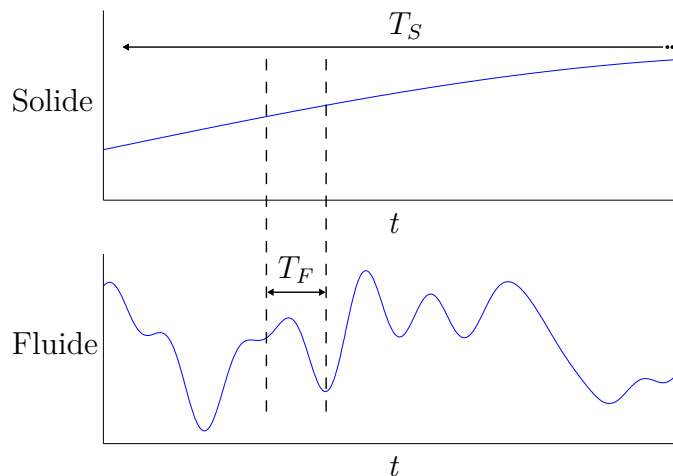


Figure 2.7 Échelles de temps solide et fluide pour de fortes vitesses réduites. Figure inspirée de de Langre (2002).

De la même manière que pour les faibles vitesses réduites, il est plus pertinent de s'attarder aux vitesses caractéristiques du solide et du fluide, respectivement  $x_0 f_S$  et  $U$ . Ici, le cas d'intérêt est celui où la vitesse du fluide est fortement supérieure à celle du solide, ou encore une vitesse réduite fortement supérieure au nombre de déplacement :

$$U \gg x_0 f_S \quad \Leftrightarrow \quad U_R \gg \mathcal{D}. \quad (2.28)$$

Cette condition permet l'hypothèse d'un corps solide immobile face à l'évolution du fluide dans le temps. Autrement dit, la vitesse et l'accélération du solide sont si faibles face à celles du fluide qu'elles peuvent être négligées. L'évolution temporelle du fluide est alors représentée comme une succession d'états correspondant aux différents écoulements stationnaires existant pour chaque position occupée par le corps solide. Si l'état du fluide peut être représenté par la force qu'il exerce sur le solide, alors cette force ne dépend que de la position et de l'orientation de ce dernier : il s'agit de l'approximation quasi-statique. En aérodynamique, cette approche permet d'expliquer des instabilités aéroélastiques telles que la divergence (instabilité statique) et le flottement (instabilité dynamique) d'une aile d'avion (Fung, 1955).

### 2.3.4 Vitesses réduites moyennes

Dans le cas où  $U_R = \mathcal{O}(1)$ , le solide et le fluide évoluent à peu près à la même vitesse. Le couplage est fort puisque tous les phénomènes se produisent sur une échelle de temps similaire, ce qui favorise l'interaction entre les deux domaines.

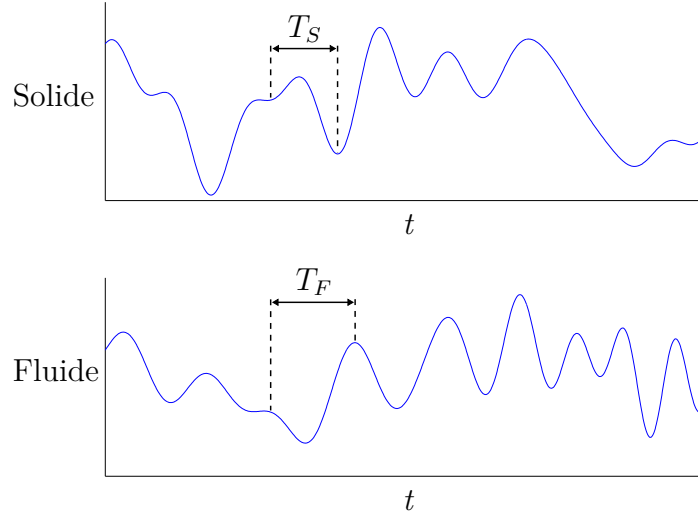


Figure 2.8 Échelles de temps solide et fluide pour des vitesses réduites de l'ordre de l'unité. Figure inspirée de de Langre (2002).

L'approche pseudo-statique permet de traiter certains problèmes où la vitesse réduite est près de l'unité. Celle-ci repose sur l'hypothèse que les fluctuations de l'écoulement sont beaucoup plus rapides que la variation de vitesse du solide :

$$\frac{\partial U}{\partial t} \gg \frac{\partial V_{solide}}{\partial t}. \quad (2.29)$$

En choisissant les échelles de temps appropriées pour chaque domaine, soit  $T_F = c/U$  et  $T_S = 1/f_S$  et comme  $V_{solide} \approx x_0 f_S$ , la condition (2.29) peut être approximée à l'ordre de grandeur près par :

$$\frac{U}{c/U} \gg \frac{x_0 f_S}{1/f_S}, \quad (2.30)$$

ou encore, après réorganisation :

$$U_R^2 \gg \mathcal{D}. \quad (2.31)$$

Contrairement à la condition (2.28), qui permet l'hypothèse d'un solide au repos, c'est-à-dire dont la vitesse est nulle, l'approche pseudo-statique considère un solide avec une accélération



nulle, c'est-à-dire dont la vitesse est constante. La force exercée par le fluide sur le solide devient alors dépendante de la vitesse de ce dernier, en plus de sa position. Le terme *pseudo* dans pseudo-statique fait référence à l'apparence d'un équilibre dynamique (vitesse non nulle mais constante) de la cinématique du solide face à l'échelle de temps fluide, comparativement au terme *quasi* de l'approximation quasi-statique où il y a plutôt apparence d'équilibre statique. Pour capter l'amortissement ajouté par le fluide, un modèle pseudo-statique est minimale-ment nécessaire puisque, comme montré à la section 2.2.3, ce sont les termes proportionnels à la vitesse qui sont responsables des échanges d'énergie, puisqu'ils sont non conservatifs.

### 2.3.5 Turbine hydraulique

Pour bien comprendre les motivations derrière la méthodologie décrite et appliquée dans ce mémoire, il est important de situer la turbine hydraulique en opération dans le spectre des différents phénomènes d'interaction fluide-structure. Le tableau 2.1 illustre les caractéristiques de la turbine sur laquelle la méthodologie de calcul de l'amortissement ajouté a été appliquée. La valeur tabulée pour le déplacement caractéristique est tirée de données expérimentales.

Tableau 2.1 Valeurs approximatives des différents paramètres importants relativement à l'interaction fluide-structure pour une turbine hydroélectrique appartenant à Hydro-Québec.

Symbole	Paramètre	Ordre de grandeur
$U$	Vitesse moyenne de l'écoulement	$10^1$ m/s
$\rho_F$	Densité du fluide	$10^3$ kg/m <sup>3</sup>
$\rho_S$	Densité du solide	$10^4$ kg/m <sup>3</sup>
$c$	Corde de l'aube	$10^0$ m
$x_0$	Déplacement caractéristique	$10^{-4}$ m
$f_S$	Fréquence de la structure	$10^0$ Hz

La vitesse réduite, le nombre de déplacement ainsi que le nombre de masse associés à ces valeurs possèdent les ordres de grandeur suivants :

$$U_R = \frac{U}{cf_S} = \mathcal{O}(10^0) \quad , \quad \mathcal{D} = \frac{x_0}{c} = \mathcal{O}(10^{-4}) \quad , \quad \mathcal{M} = \frac{\rho_F}{\rho_S} = \mathcal{O}(10^{-1}).$$

Ainsi, pour la turbine hydraulique dont il est question dans ce mémoire, la condition (2.31) est respectée et l'approche pseudo-statique est en théorie applicable. Cependant, le nombre de masse  $\mathcal{M}$  est relativement élevé et par conséquent la masse ajoutée par le fluide devient

significative. Autrement dit, la force générée par le fluide contient un terme proportionnel à l'accélération du solide qui est non négligeable. Ceci ne correspond plus à l'approximation pseudo-statique ; un tel problème doit nécessairement faire appel à une modélisation instationnaire.

## 2.4 Modélisation découplée

La théorie de l'élasticité linéaire, utilisée pour décrire le comportement du solide, ainsi que les équations de Navier-Stokes, régissant l'écoulement du fluide, sont brièvement présentées ici. Les approches employées pour résoudre ces systèmes d'équations sont respectivement les méthodes d'éléments finis et de volumes finis.

### 2.4.1 Solide

Lorsque le nombre de déplacement d'une structure est faible, les déformations qu'elle subit sont très petites par rapport à ses dimensions caractéristiques. Dans une telle situation, les contraintes mécaniques internes dans le matériau sont directement proportionnelles aux déformations, ce qui correspond à la théorie de l'élasticité linéaire. Selon cette théorie, le comportement élastique d'une structure peut être décrit par trois séries d'équations (Bazergui et al., 2002). Premièrement, les équations d'équilibre sont données par :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + g_x = \rho_S \ddot{u}, \quad (2.32a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + g_y = \rho_S \ddot{v}, \quad (2.32b)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + g_z = \rho_S \ddot{w}, \quad (2.32c)$$

où  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$  sont les contraintes normales,  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ,  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$  les contraintes de cisaillement,  $g_x$ ,  $g_y$ ,  $g_z$  les composantes d'une force volumique,  $\rho_S$  la densité du solide et enfin  $u$ ,  $v$ ,  $w$  les composantes du déplacement dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Deuxièmement, les équations de compatibilité géométrique (relations déformations-déplacements) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad , \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2.33)$$

où  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{zz}$  sont les déformations normales et  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yx}$ ,  $\gamma_{xy}$  les déformations de cisaillement. Comme dans le cas des contraintes, ces dernières sont symétriques :  $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$ ,  $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$  et

$\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ . Enfin, en négligeant les effets de dilatation thermique, les équations constitutives (relations contraintes-déformations) d'un matériau isotropique se simplifient à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix},$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [D] \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.34)$$

En pratique, la solution exacte du système d'équations (2.32), (2.33) et (2.34) est souvent impossible à déterminer. Pour une géométrie tridimensionnelle complexe, il est commun de l'approximer à l'aide de la méthode des éléments finis, basée sur la discrétisation du solide en un maillage d'éléments volumiques. La solution sur la totalité du domaine solide est alors exprimée en fonction de la solution ponctuelle aux noeuds du maillage, par interpolation à l'aide de fonctions de formes (Zienkiewicz et al., 2013). Ainsi, si le vecteur  $\mathbf{d}$  contient les trois composantes  $u_i$ ,  $v_i$  et  $w_i$  du déplacement pour chaque noeud  $i$ , le champ de déplacement en tout point est donné par :

$$\mathbf{r} = \{N\}^T \{d\}, \quad (2.35)$$

où  $\mathbf{r} = [u \ v \ w]$ ,  $\{N\}$  contient les fonctions de forme et  $\{d\}$  est la solution du problème d'éléments finis. Il est possible d'exprimer le champ de déformation en fonction des mêmes degrés de liberté en faisant apparaître  $\{B\}$ , obtenu par dérivation spatiale de  $\{N\}$  suivant (2.33) :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \{B\}^T \{d\}. \quad (2.36)$$

Le principe du travail virtuel est couramment utilisé pour faire le pont entre ce modèle de solution et le système d'équations (2.32). Ce principe stipule que le travail effectué par l'ensemble des forces externes pour un déplacement virtuel arbitraire doit être à chaque instant égal à l'énergie élastique interne associée à la déformation virtuelle correspondante. Soient un déplacement virtuel arbitraire et la déformation virtuelle associée :

$$\delta \mathbf{r} = \{N\}^T \{\delta d\}, \quad (2.37)$$

$$\delta \boldsymbol{\epsilon} = \{B\}^T \{\delta d\}. \quad (2.38)$$

Si un chargement surfacique  $P$  est appliqué sur la paroi entière du corps solide, le principe du travail virtuel donne :

$$\underbrace{\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} \, dV}_{\text{travail virtuel interne}} = \underbrace{\int_{\Omega} \delta \mathbf{r}^T (-\rho \ddot{\mathbf{r}}) \, dV + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{r}^T P \, dS}_{\text{travail virtuel externe}}, \quad (2.39)$$

où  $\Omega$  est le volume du solide et  $\Gamma$  sa frontière surfacique. En utilisant les définitions (2.35) à (2.38), l'équation (2.39) peut être réorganisée sous la forme suivante :

$$\{\delta d\}^T \left( \left[ \int_{\Omega} \{N\} \rho_S \{N\}^T \, dV \right] \{\ddot{d}\} + \left[ \int_{\Omega} \{B\} [D] \{B\}^T \, dV \right] \{d\} - \left[ \int_{\Gamma} \{N\} P \, dS \right] \right) = 0. \quad (2.40)$$

Pour que (2.40) soit vérifiée pour un déplacement virtuel arbitraire non nul, l'intérieur de la parenthèse doit nécessairement s'annuler. L'équation du mouvement discrétisée apparaît alors sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} [M] \{\ddot{d}\} + [K] \{d\} &= \{F\}, \\ \text{avec} \\ [M] &= \int_{\Omega} \{N\} \rho_S \{N\}^T \, dV, \\ [K] &= \int_{\Omega} \{B\} [D] \{B\}^T \, dV, \\ \{F\} &= \int_{\Gamma} \{N\} P \, dS, \end{aligned} \quad (2.41)$$

où  $[M]$  est la matrice de masse globale,  $[K]$  la matrice de rigidité globale et  $\{F\}$  le vecteur de charges. En plus de chargements surfaciques, ce dernier pourrait inclure des forces ponctuelles et volumiques ainsi que l'énergie de déformation due à la dilatation thermique. Le système (2.41) est composé uniquement d'équations différentielles ordinaires et linéaires dont les coefficients sont constants. Par conséquent, sa solution peut être obtenue facilement à l'aide d'opérations matricielles et d'intégrations numériques en temps, d'où la puissance de la méthode des éléments finis.

Pour le cas particulier où  $\{F\} = 0$ , le système devient homogène et un problème de valeurs propres apparaît. L'équation caractéristique est obtenue avec une solution de la forme  $\{d\} = \{d_0\} e^{i\omega_n t}$  :

$$\det([K] - \omega_n^2 [M]) = 0. \quad (2.42)$$

Cette équation possède autant de solutions que le système possède de degrés de liberté et elle

constitue la base de l'analyse modale par la méthode des éléments finis. Une fois les valeurs propres connues, il est possible de calculer pour chacune d'entre elles un vecteur propre dont la norme est indéfinie, mais qui spécifie les relations entre chaque degré de liberté du système. D'un point de vue mécanique, chaque couple valeur-vecteur propre définit un mode propre de la structure : la valeur propre correspond à la fréquence naturelle du mode alors que le vecteur propre correspond à sa forme, c'est-à-dire le champ de déplacements associé. Pour un solide ne présentant aucune forme d'amortissement, les modes propres sont tous orthogonaux, ou linéairements indépendants, et la réponse à une excitation externe quelconque peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^{N_{DDL}} A_k \sin(\omega_k t + \phi_k) \cdot \boldsymbol{\varphi}_k, \quad (2.43)$$

où  $N_{DDL}$  est le nombre de degrés de liberté du système alors que  $\omega_k$  et  $\boldsymbol{\varphi}_k$  sont la fréquence et la forme du mode  $k$ . Les amplitudes  $A_k$  et les phases  $\phi_k$  sont à priori inconnues ; elles doivent être déterminées et dépendent évidemment du chargement externe imposé. Cette approche est connue sous le nom de superposition modale. En pratique, une approximation par troncature de la série (2.43) est souvent suffisamment précise. Le nombre de termes à retenir peut varier d'une application à l'autre.

## 2.4.2 Fluide

Dans une turbine hydroélectrique, certaines hypothèses peuvent être faites quant à l'écoulement fluide : puisqu'il s'agit d'eau, le fluide est considéré newtonien, incompressible et visqueux. De plus, les changements de température de l'eau au cours de son passage dans la roue sont faibles et peuvent être négligés. En décrivant le mouvement d'une particule fluide à l'aide de la description eulérienne, l'écoulement peut être modélisé par les équations de continuité et de quantité de mouvement de Navier-Stokes (White, 2011) :

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_F \mathbf{U}) = 0, \quad (2.44)$$

$$\rho_F \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{f}, \quad (2.45)$$

où  $\rho_F$  est la densité du fluide,  $\mathbf{U} = [U_x \ U_y \ U_z]^T$  est le champ de vitesse de l'écoulement,  $P$  la pression,  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide et  $\mathbf{f}$  un chargement volumique, comme la gravité par exemple. Ces équations sont non linéaires et sauf pour quelques cas laminaires très simples, elles ne possèdent pas de solution analytique. Or, dans le cas d'un écoulement turbulent, comme c'est le cas dans une turbine hydraulique, le champ de vitesse présente deux échelles de temps fortement différentes : une échelle de temps lente associée au comportement

moyen de l'écoulement et une échelle de temps rapide associée à la turbulence. Le très faible pas de temps requis pour capter la turbulence rend la simulation numérique directe (DNS pour *direct numerical simulation* en anglais) prohibitivement coûteuse. Une approche couramment utilisée pour résoudre numériquement le système consiste à décomposer le champ de vitesse en ses composantes moyenne  $\bar{\mathbf{U}}$  et fluctuante  $\mathbf{U}^*$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{U}^*, \\ &\text{avec} \\ \bar{\mathbf{U}} &= \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{U} \, dt, \end{aligned} \tag{2.46}$$

où  $\Delta t$  est significativement plus grand que l'échelle de temps de la turbulence, mais plus petit que l'échelle de temps de l'écoulement moyen. L'avantage de cette approche est qu'elle permet d'obtenir une nouvelle forme des équations de Navier-Stokes, gouvernée seulement par l'échelle de temps de l'écoulement moyen, nommée RANS, pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes* en anglais. L'inconvénient est l'apparition de nouvelles inconnues liées aux composantes fluctuantes du champ de vitesse. Le système d'équations RANS comporte donc plus d'inconnues que d'équations. Sa fermeture est assurée à l'aide de modèles de turbulence afin de pouvoir le résoudre par des méthodes numériques. Ces modèles sont relativement nombreux et leur étude dépasse le spectre du présent travail, où seul le modèle  $k - \epsilon$  (Launder and Sharma, 1974) a été utilisé. Celui-ci introduit deux nouvelles équations dans le système, soit une pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  et une autre pour la dissipation turbulente  $\epsilon$ , liée à la taille des phénomènes turbulents. Elles ne sont pas présentées ici par souci de simplicité.

Pour résoudre ce système moyenné RANS constitué de 6 équations (continuité, quantité de mouvement  $x$ ,  $y$  et  $z$ , quantités turbulentes  $k$  et  $\epsilon$ ), la méthode des volumes finis est généralement utilisée. Celle-ci requiert, de façon similaire à la méthode des éléments finis, la discrétisation du domaine fluide en un maillage de cellules. En intégrant par exemple l'équation de continuité (2.44) sur la cellule  $i$  de volume  $V_i(t)$ , l'équation intégrale suivante apparaît :

$$\int_{V_i(t)} \frac{\partial \rho_F}{\partial t} \, dV + \int_{V_i(t)} \nabla \cdot (\rho_F \mathbf{U}) \, dV = 0. \tag{2.47}$$

Suivant la méthode proposée dans ce document, il faut considérer un maillage mobile pour le domaine fluide, car celui-ci doit nécessairement suivre le mouvement de la structure, d'où la dépendance au temps du volume  $V_i(t)$  des cellules. Le premier terme de (2.47) peut être modifié avec la règle d'intégration de Leibniz, alors que le théorème de la divergence peut

être appliqué au second pour obtenir :

$$\left[ \frac{d}{dt} \int_{V_i(t)} \rho_F dV + \oint_{S_i(t)} \rho_F \dot{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{n} dS \right] + \oint_{S_i(t)} \rho_F \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (2.48)$$

où  $S_i(t)$  est la frontière surfacique de la cellule alors que  $\dot{\mathbf{W}}$  et  $\mathbf{n}$  sont respectivement la vitesse et le vecteur normal unitaire de cette frontière. Pour un fluide incompressible, la densité  $\rho_F$  est constante et elle peut donc être retirée de l'équation de continuité. Ce genre de manipulation peut être appliqué aux équations de quantité de mouvement et de turbulence pour transformer tous les termes comportant un opérateur de divergence ou de gradient en intégrales surfaciques. Différents schémas numériques ont été développés pour définir le flux sur chaque frontière à partir de l'information sur l'écoulement contenue dans les cellules adjacentes. En appliquant ces schémas sur l'ensemble des cellules du maillage, le flux à chacune des frontières peut être retrouvé et les intégrales surfaciques évaluées. Les dérivées temporelles sont évaluées à l'aide de schémas d'intégration numériques pour faire avancer la solution dans le temps. La méthode des volumes finis appliquée aux équations RANS est présentée en détails dans plusieurs ouvrages (voir par exemple Blazek, 2001; Toro, 2009).

Enfin, la possibilité d'un maillage mobile introduit trois nouvelles inconnues dans le système, soit les trois composantes du champ de vitesse du maillage  $\dot{\mathbf{W}}$ . Dans un calcul fluide-structure, ce champ de vitesse est relié au mouvement de la structure à l'interface entre le fluide et le solide. Par compatibilité géométrique, le déplacement du maillage fluide doit être le même que celui de la structure à cette interface. Or, l'amplitude de ces déplacements est souvent supérieure à la taille des cellules aux frontières du maillage fluide. Le déplacement des noeuds doit donc être réparti dans le domaine fluide en entier pour conserver une bonne qualité de maillage. Parmi les différentes méthodes existantes pour effectuer cette opération, la plus populaire est sans doute d'utiliser l'équation de diffusion pour décrire le déplacement des noeuds du maillage  $\mathbf{W}$  :

$$\nabla \cdot (\Gamma_{maillage} \nabla \mathbf{W}) = 0, \quad (2.49)$$

où  $\Gamma_{maillage}$  est un paramètre qui peut s'interpréter comme une rigidité du maillage, variable dans l'espace, qui permet de contrôler le déplacement relatif entre les noeuds dans certaines régions du maillage. Par exemple, il est désirable de définir une forte rigidité de maillage près des parois solides pour conserver l'orthogonalité des cellules adjacentes, qui permet une meilleure modélisation des couches limites de l'écoulement. À chaque pas de temps, la solution de l'équation (2.49) est calculée puis dérivée par rapport au temps pour obtenir le champ de vitesse du maillage  $\dot{\mathbf{W}}$  nécessaire à la résolution subséquente du système RANS.

## 2.5 Modélisation couplée

À la section 2.4, les équations et les méthodes de résolution utilisées pour décrire les comportements du solide et du fluide ont été présentées, mais aucun modèle expliquant l'échange d'information entre les deux domaines n'a été abordé. C'est précisément le but de la section courante, qui expose comment le couplage fluide-structure a été effectué pour développer une méthodologie de calcul de l'amortissement ajouté par le fluide.

### 2.5.1 Modèle couplé à un degré de liberté

Si toute forme d'amortissement structurel est négligée et qu'aucun chargement externe n'est appliqué, les seules forces volumiques agissant sur un volume de contrôle infinitésimal de la structure sont les forces d'inertie et de rigidité interne :

$$\mathbf{F}_{inertie} = \rho_S \ddot{\mathbf{r}}, \quad (2.50)$$

$$\mathbf{F}_{rigidité} = k_r \mathbf{r}, \quad (2.51)$$

où  $k_r$  est la rigidité scalaire par unité de volume associée au déplacement  $\mathbf{r}$  du volume de contrôle. Les forces élastiques dans un solide tridimensionnel ne peuvent généralement pas être décrites à l'aide d'un coefficient scalaire (voir l'équation (2.34)), mais lorsqu'un seul mode est excité, c'est le cas. Pour tenir compte d'un éventuel chargement surfacique  $\boldsymbol{\tau}$  appliqué sur la frontière du corps solide par l'écoulement fluide, il convient d'introduire le déplacement virtuel  $\delta \mathbf{r}$  et d'appliquer le principe du travail virtuel :

$$\underbrace{\int_{\Omega} (k_r \mathbf{r}) \delta \mathbf{r} \, dV}_{\text{travail virtuel interne}} = \underbrace{\int_{\Omega} (-\rho_S \ddot{\mathbf{r}}) \delta \mathbf{r} \, dV + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \delta \mathbf{r} \, dS}_{\text{travail virtuel externe}}. \quad (2.52)$$

La méthode énergétique du calcul de l'amortissement, telle que décrite à la section 2.2.3, n'est applicable qu'à un système mécanique à un seul degré de liberté vibrant à sa fréquence naturelle. Il est possible de modéliser un système complexe de cette manière en utilisant le principe de superposition modale. Effectivement, comme l'illustre l'équation (2.43), la réponse d'une structure solide à un forçage quelconque peut toujours s'exprimer comme la somme des modes propres excités par le forçage en question. Dans le cas où ce forçage n'excite qu'un seul mode, la structure vibre uniquement selon ce mode, à la fréquence naturelle associée



(qui est alors la fréquence du forçage) et la réponse s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(x, y, z, t) &= h(t) \cdot \boldsymbol{\varphi}(x, y, z), \\ &\text{avec} \\ h(t) &= A \sin(\omega_n t + \phi), \end{aligned} \quad (2.53)$$

ce qui équivaut effectivement à la réponse harmonique d'un système à un degré de liberté à sa fréquence naturelle. Partant de la prémisse que ce genre de mouvement est également possible pour un système couplé fluide-structure, l'équation du mouvement (2.52) peut être réorganisée comme suit :

$$\left[ \left( \int_{\Omega} \rho_S \boldsymbol{\varphi}^2 dV \right) \ddot{h} + \left( \int_{\Omega} k_r \boldsymbol{\varphi}^2 dV \right) h \right] \delta h = \left[ \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\varphi} dS \right] \delta h. \quad (2.54)$$

Pour un déplacement virtuel arbitraire non nul :

$$M_S \ddot{h} + K_S h = F_{fluide}, \quad (2.55)$$

où

$$M_S = \int_{\Omega} \rho_S \boldsymbol{\varphi}^2 dV, \quad (2.56)$$

$$K_S = \int_{\Omega} k_r \boldsymbol{\varphi}^2 dV, \quad (2.57)$$

$$F_{fluide} = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\varphi} dS. \quad (2.58)$$

Les paramètres  $M_S$  et  $K_S$  ci-dessus sont respectivement la masse et la rigidité modales structurelles du système couplé. Il existe une valeur unique des ces paramètres pour chacun des modes  $\boldsymbol{\varphi}$  du système. Le paramètre  $F_{fluide}$  est la force modale générée par le fluide sur la structure. Cette valeur dépend du mode étudié, mais aussi de l'écoulement par l'entremise de  $\boldsymbol{\tau}$ , qui varie dans le temps pour un écoulement instationnaire. Pour calculer l'amortissement, il est possible d'évaluer le travail effectué pendant une période d'oscillation par la force modale :

$$W_{cycle} = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} F_{fluide} \dot{h} dt. \quad (2.59)$$

L'historique temporel de la force modale peut être déterminé en effectuant des simulations numériques transitoires de l'écoulement autour de la structure vibrante, dont le déplacement est imposé à tout instant selon l'équation (2.53). Pour effectuer ce calcul, il faut cependant

connaître au préalable la fréquence  $\omega_n$  et la forme  $\varphi$  du mode vibratoire étudié pour la structure soumise à l'écoulement fluide.

### 2.5.2 Fréquence naturelle du système

La forme des modes d'une structure métallique dans le vide (ou dans l'air) et dans l'eau sont généralement très similaires, mais la masse ajoutée due à la forte densité du fluide relativement au solide se traduit par une importante baisse des fréquences naturelles. Cette diminution peut être quantifiée en ajoutant des éléments de type acoustique à un modèle d'éléments finis élastiques structurels pour tenir compte de la présence du fluide entourant la structure. Supposant un fluide légèrement compressible, non visqueux et au repos, son champ de pression peut être décrit par l'équation de Helmholtz pour la propagation sans perte des ondes<sup>2</sup> :

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (2.60)$$

où  $c$  est la vitesse du son dans le fluide. La forme faible de cette équation peut être obtenue par la méthode de Galerkin (Bathe, 1996) en la multipliant par une variation virtuelle de la pression  $\delta P$  et en intégrant sur le volume du fluide  $V$  :

$$\int_V \frac{1}{c^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} dV + \int_V \nabla \delta P \cdot \nabla P dV - \int_S \delta P \nabla P \cdot \mathbf{n} dS = 0. \quad (2.61)$$

La frontière  $S$  correspond à l'interface fluide-solide. Par compatibilité géométrique, les composantes normales à la frontière des déplacements du solide et du fluide doivent être les mêmes. La quantité de mouvement dans la direction normale est donc conservée :

$$\nabla P \cdot \mathbf{n} = -\rho_F \mathbf{n} \cdot \ddot{\mathbf{r}}. \quad (2.62)$$

La pression peut être interpolée sur tout le domaine fluide de la même manière que le champ de déplacement  $\mathbf{r}$  est interpolé sur le domaine solide :

$$P = \{N_P\}^T \{d_P\}. \quad (2.63)$$

Ici,  $\{d_P\}$  contient la pression à chaque noeud du maillage fluide et  $\{N_P\}$  est le vecteur contenant les fonctions d'interpolation. Pour une variation de pression virtuelle arbitraire et non nulle, la substitution de (2.35), (2.62) et (2.63) dans (2.61) fait apparaître la forme

---

2. L'eau est généralement considérée incompressible et l'équation de Laplace est suffisante pour modéliser ce fluide, tel qu'expliqué à la section 2.3.2. Or, le logiciel retenu ici pour effectuer les analyses numériques utilise l'équation de Helmholtz qui n'est de toute façon que plus générale.

discrète de l'équation de Helmholtz :

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{c^2} \int_V \{N_P\} \{N_P\}^T dV \right) \{\ddot{d}_P\} + \left( \int_V [\nabla N_P]^T [\nabla N_P] dV \right) \{d_P\} \\ + \left( \rho_F \int_S \{N_P\} \{n\}^T \{N\}^T dS \right) \{\ddot{d}\} = 0. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Par souci de simplicité, cette équation peut être réécrite :

$$[M_A] \{\ddot{d}_P\} + [K_A] \{d_P\} + \rho_F [R]^T \{\ddot{d}\} = 0,$$

avec

$$\begin{aligned} [M_A] &= \frac{1}{c^2} \int_V \{N_P\} \{N_P\}^T dV, \\ [K_A] &= \int_V [\nabla N_P]^T [\nabla N_P] dV, \\ [R]^T &= \int_S \{N_P\} \{n\}^T \{N\}^T dS, \end{aligned} \quad (2.65)$$

où  $M_A$  et  $K_A$  sont des matrices pouvant être interprétées respectivement comme l'inertie et la rigidité sur la pression acoustique dans le fluide. Le terme de couplage  $\rho_F [R]^T \{\ddot{d}\}$  correspond à l'impact du mouvement de la structure sur ce champ de pression. Or, pour que le couplage structurel-acoustique soit bidirectionnel, le chargement en pression doit également être appliqué sur la structure. Ainsi, en substituant l'expression (2.63) dans (2.41) et puisque la pression agit normalement aux parois, l'équation du mouvement de la structure devient :

$$[M] \{\ddot{d}\} + [K] \{d\} = \left( \int_{\Gamma} \{N\} \{N_P\}^T \{n\} dS \right) \{d_P\}, \quad (2.66)$$

ou encore :

$$[M] \{\ddot{d}\} + [K] \{d\} - [R] \{d_P\} = 0. \quad (2.67)$$

L'équation de pression acoustique (2.65) et l'équation de la dynamique structurelle (2.67) font partie du même système et peuvent être combinées comme suit :

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ \rho_F [R]^T & [M_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}\} \\ \{\ddot{d}_P\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & -[R] \\ [0] & [K_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\} \\ \{d_P\} \end{Bmatrix} = 0. \quad (2.68)$$

Comme la forme homogène de l'équation purement structurelle (2.41), le système ci-dessus est un problème de valeurs propres. Son équation caractéristique possède la même forme que

(2.42) et la solution de celle-ci permet d'obtenir les fréquences naturelles  $\omega_n$  et modes propres  $\varphi$ , cette fois-ci, du système couplé structure-acoustique. Il est important de rappeler que cette modélisation part de la prémisse que le fluide est au repos. Elle permet donc uniquement de capter les phénomènes de masse ajoutée par le fluide et de radiation acoustique. Les fréquences naturelles calculées avec cette méthode s'expriment donc sous la forme (2.27).

Or, pour une turbine hydroélectrique en opération, l'hypothèse du fluide au repos est carrément fautive et un phénomène autre que la masse ajoutée peut avoir un impact sur les fréquences naturelles. Effectivement, l'écoulement peut générer une force sur la structure proportionnelle au déplacement de celle-ci. Par analogie, la portance générée par l'écoulement autour d'un profil aérodynamique est directement proportionnelle à son angle d'attaque (jusqu'à l'apparition du décrochage). Ce phénomène peut être interprété comme une rigidité ajoutée par le fluide  $K_F$  et influence donc les fréquences naturelles du système couplé fluide-structure avec un écoulement non nul, de telle sorte que :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_S + K_F}{M_S + M_F}}. \quad (2.69)$$

Théoriquement, cette rigidité ajoutée peut également influencer la forme des modes propres. Cependant, le présent travail semble montrer que celle-ci est plutôt faible dans le cas d'une turbine hydroélectrique en opération. Ce point sera détaillé à la section 5.3.3. Pour cette raison et n'ayant pas de moyen simple pour l'évaluer, l'impact de  $K_F$  sur la forme des modes du système est ici négligé.

## CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

Dans la section qui suit, une méthodologie permettant d'évaluer l'amortissement ajouté par un écoulement fluide autour d'une structure vibrante est présentée. Étape par étape, les calculs requis sont détaillés en prenant soin d'indiquer les différents logiciels utilisés. Dans l'ordre, trois types de simulations numériques sont requises : analyses modales, dynamique des fluides stationnaire et dynamique des fluides instationnaire.

### 3.1 Analyses modales

Pour effectuer des analyses modales par la méthode des éléments finis, la plateforme ANSYS Workbench version 15.0 est utilisée. Celle-ci fait appel au solveur ANSYS Mechanical APDL tout en offrant à l'utilisateur une interface graphique moderne pour la préparation des simulations. Par défaut, l'interface Workbench ne permet pas d'accéder aux capacités acoustiques du solveur APDL. Heureusement, l'installation de l'extension *ACT Acoustics*, disponible dans la section réservée aux clients du site Web d'ANSYS, permet d'ajouter cette fonctionnalité et de rendre possible l'analyse modale d'un système couplé structure-acoustique tel que décrit à la section 2.5.2.

La démarche pour préparer et résoudre un tel système avec Workbench requiert l'utilisation des applications intégrées Design Modeler, pour la modélisation géométrique et Mechanical, pour la modélisation par éléments finis. Elle est résumée à la figure 3.1. Les quelques remarques et précisions suivantes reflètent les choix de modélisation retenus pour le présent travail :

1. Pour assurer une excellente conformité géométrique à l'interface fluide-solide, le domaine fluide est d'abord modélisé plein, c'est-à-dire sans retirer le volume correspondant à la structure, puis cette opération booléenne est effectuée à même Design Modeler ;
2. Selon la terminologie employée dans Workbench, les deux «corps» (solide et fluide) sont combinés en une seule «pièce». Mechanical génère alors un maillage unique pour le domaine de calcul entier avec des noeuds partagés à l'interface, ce qui permet d'éviter l'interpolation de la solution à cet endroit, qui peut être une source d'erreurs ;
3. Les fonctions d'interpolation utilisées sont quadratiques, tant pour le champ de déplacement de la structure que le champ de pression dans le fluide.

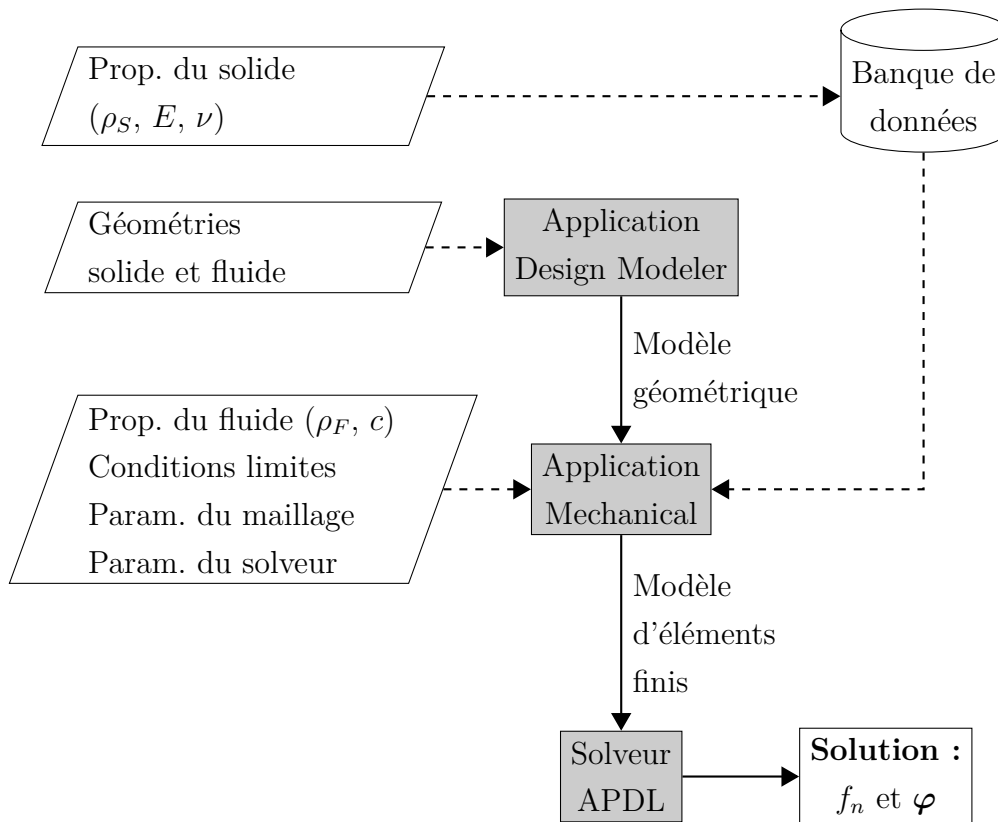


Figure 3.1 Schématisation d'une analyse modale couplée structure-acoustique effectuée avec ANSYS Workbench : entrants, sortants et applications en jeu.

Le couplage structure-acoustique est défini dans l'application Mechanical en utilisant les outils supplémentaires apportés par l'extension *ACT Acoustics*. Ceux-ci permettent de spécifier que le «corps» fluide est un domaine acoustique et de définir ses propriétés (densité et vitesse du son), ainsi que d'identifier les surfaces du modèle géométrique qui correspondent à l'interface fluide-solide. Les autres frontières du domaine fluide sont automatiquement définies comme des parois solides où les ondes de pression sont réfléchies. La géométrie du volume fluide doit donc être représentative de la réalité pour obtenir des résultats valables. Pour le calcul de l'amortissement, des analyses modales de la structure seule sont également requises. Il est possible de simplement désactiver le «corps» fluide dans Mechanical pour les effectuer.

Les résultats de ces deux calculs comprennent le mode propre<sup>1</sup> de la structure dans le vide et son mode propre dans un fluide au repos. Or, il a déjà été mentionné que ceux-ci sont très similaires. Cette observation justifie **l'hypothèse simplificatrice selon laquelle le mode**

1. Pour simplifier l'écriture, il est admis que les paramètres du solveur numérique ont été réglés pour obtenir un seul mode propre, ce qui est cohérent avec le modèle à un degré de liberté présenté.

**de la structure dans le vide est identique au mode de la structure immergée**, ce dernier dénoté par  $\varphi$ . Selon cette hypothèse, la masse et la rigidité modales structurelles (expressions (2.56) et (2.57)) sont identiques, peu importe que la structure soit modélisée seule ou couplée avec le fluide.

À partir de ce raisonnement, la masse modale structurelle  $M_S$  peut être calculée à l'aide d'une simple intégration numérique, connaissant  $\varphi$  sous la forme d'un champ vectoriel discret emmagasiné aux noeuds du maillage utilisé pour les analyses modales. Les outils de post-traitement du logiciel ANSYS CFD-Post rendent l'évaluation de cette intégrale très facile. La rigidité modale structurelle  $K_S$  est plus difficile à déterminer car la rigidité scalaire  $k_r$  introduite à la section 2.5.1 est inconnue. Par contre, puisque la fréquence naturelle de la structure dans le vide  $f_{vide}$  est connue grâce à une analyse modale et que  $M_S$  a déjà été calculée, la rigidité modale structurelle peut simplement être obtenue en réorganisant (2.26) :

$$K_S = M_S \omega_{vide}^2, \quad (3.1)$$

où  $\omega_{vide} = 2\pi f_{vide}$  est la fréquence naturelle angulaire de la structure dans le vide. Enfin, la masse modale ajoutée par le fluide peut être évaluée de manière similaire à partir de l'expression (2.27) :

$$M_F = \frac{K_S}{\omega_{fluide}^2} - M_S. \quad (3.2)$$

En résumé, les analyses modales de la structure dans le vide et immergée dans un fluide au repos permettent de déterminer la forme du mode  $\varphi$ , la masse modale structurelle  $M_S$ , la rigidité modale structurelle  $K_S$  ainsi que la masse modale ajoutée par le fluide  $M_F$ . Pour déterminer la fréquence naturelle de la structure soumise à l'écoulement, il reste à calculer la rigidité modale ajoutée par le fluide  $K_F$ .

### 3.2 Représentation de la forme du mode

La fréquence naturelle du système est une valeur scalaire unique et son transfert d'un code de calcul à un autre ne pose aucun problème. Cependant, la forme du mode est un champ vectoriel défini de manière discrète aux noeuds d'un maillage structurel qui doit être interpolé sur les noeuds d'un maillage fluide. Effectivement, chaque type de simulation (analyse modale et dynamique des fluides) requiert un maillage avec ses propres particularités, rendant trop complexe l'obtention de maillages conformes noeud à noeud à l'interface. La section suivante résume l'approche utilisée pour le transfert de la forme du mode vers le solveur fluide, en l'occurrence ANSYS CFX.

### 3.2.1 Renormalisation

Un rappel doit être fait concernant le champ  $\varphi$  obtenu par analyse modale : seule la forme du mode, c'est-à-dire les relations entre le déplacement de chacun des noeuds du maillage est valide. L'amplitude absolue du déplacement donnée par ANSYS n'est pas physique et elle est normalisée à l'interne par le logiciel d'une manière ou d'une autre. Par convention pour le présent travail, il a été choisi de renormaliser cette amplitude de manière à ce que la norme maximale du déplacement sur la structure soit égale à l'unité<sup>2</sup>. Ce changement n'est pas essentiel, mais il rend l'expression de la réponse de la structure (2.53) plus naturelle, puisque la valeur de la coordonnée généralisée  $h(t)$  devient alors l'amplitude du déplacement total.

### 3.2.2 Interpolation

La forme du mode obtenue avec Workbench peut être exportée dans un fichier texte contenant la position de chaque noeud du maillage et une des trois composantes du champ de déplacement tel qu'illustré au tableau 3.1. Le mode complet peut donc être représenté par trois fichiers textes, soit un pour chaque composante du déplacement.

Tableau 3.1 Structure d'un fichier texte exporté de Workbench contenant la composante du déplacement dans la direction  $x$  pour un mode calculé sur un maillage de  $N$  noeuds.

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$u_1$
$x_2$	$y_2$	$z_2$	$u_2$
$x_3$	$y_3$	$z_3$	$u_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x_N$	$y_N$	$z_N$	$u_N$

Deux options s'offrent à l'utilisateur pour transférer cette information dans CFX. La première, la plus simple, consiste à importer chacun des trois fichiers textes directement dans CFX sous la forme d'une *Fonction Utilisateur* (ou *User Function* en anglais). En utilisant cette méthode, le fichier texte est copié dans la définition du problème de simulation de l'écoulement fluide et le solveur CFX interpole de façon interne cette base de données pour définir le champ de déplacement modal sur les noeuds du maillage fluide. La valeur d'une *Fonction Utilisateur* à un noeud du maillage fluide est la moyenne pondérée par la distance des trois points du

2. La même normalisation du mode doit être utilisée pour tous les calculs effectués. Cette opération doit donc être effectuée avant le calcul de  $M_S$  par intégration numérique.



fichier texte les plus rapprochés (ANSYS, Inc., 2014). Cette approche est simple et directe, mais a été problématique pour le cas de la turbine hydroélectrique. Des problèmes au niveau de l'interpolation sont suspectés (voir la section 5.2).

Observant cette difficulté, l'idée de définir une expression analytique continue pour représenter le mode est apparue naturellement. Pour y arriver, la fonction  $fit()$  de MATLAB (The MathWorks, Inc., 2013), qui permet d'obtenir une expression de régression pour un nuage de points par la méthode des moindres carrés, a été considérée. Cependant, cet outil est limité à deux variables indépendantes, alors que le problème à traiter en comporte trois, soit les composantes des positions des noeuds dans l'espace. Pour remédier à ce problème, une particularité géométrique commune aux deux cas traités, soit un profil hydrodynamique et une aube de turbine hydraulique à hélices, a été exploitée. Ces structures possèdent toutes deux une forme élancée comparable à une surface épaisse, ce qui permet de représenter approximativement leur géométrie à l'aide de seulement deux coordonnées spatiales. La fonction  $fit()$  peut donc être utilisée afin d'approximer le mode de la manière suivante :

$$\varphi_x(x, y, z) \approx f(X_1, X_2), \quad (3.3)$$

$$\varphi_y(x, y, z) \approx g(X_1, X_2), \quad (3.4)$$

$$\varphi_z(x, y, z) \approx h(X_1, X_2), \quad (3.5)$$

où  $X_1$  et  $X_2$  sont les deux coordonnées parmi  $x$ ,  $y$  et  $z$  qui permettent d'obtenir les meilleures corrélations ; elles ne sont pas nécessairement les mêmes pour chaque composante du mode. Les fonctions analytiques continues  $f$ ,  $g$  et  $h$  peuvent alors être définies directement dans CFX sous la forme d'une *Expression*. Cette méthode permet d'enrayer tout problème lié à l'interpolation en acceptant le compromis de l'erreur inhérente à la régression du nuage de points. La difficulté consiste à trouver des modèles (polynômes, exponentielles, fonctions trigonométriques, etc.) pour  $f$ ,  $g$  et  $h$  permettant de bien capter la forme du mode.

### 3.3 Dynamique des fluides stationnaire

Le transfert de la forme du mode vers CFX étant maintenant assuré, il ne reste qu'un paramètre à évaluer pour déterminer la fréquence naturelle de la structure dans l'écoulement, soit la rigidité modale ajoutée par le fluide  $K_F$ . Supposant qu'une solution d'écoulement fluide stationnaire existe pour chaque petite valeur d'amplitude  $h$  constante, le développement de Taylor au premier ordre de la force modale stationnaire générée par le fluide sur la structure

autour de  $h = 0$  s'écrit :

$$F_{fluide}(h) = F_{fluide}(0) + \left[ \frac{\partial F_{fluide}}{\partial h} \right]_{h=0} \cdot h. \quad (3.6)$$

En renommant les constantes pour faire apparaître l'élément d'intérêt, c'est-à-dire la rigidité ajoutée, cette expression devient :

$$F_{fluide}(h) = F_{stat} - K_F h, \quad (3.7)$$

où  $F_{stat}$  est la force modale générée par le fluide sur la structure non déformée. Selon ce simple résultat, la rigidité ajoutée  $K_F$  peut être déterminée en effectuant des simulations stationnaires de l'écoulement, où la structure est déformée statiquement à différentes amplitudes  $h$ . Deux simulations sont minimalement requises pour tracer la droite (3.7), mais il est plus prudent d'en effectuer plus pour confirmer que la troncature de la série de Taylor au premier ordre est valide, c'est-à-dire que la rigidité ajoutée est constante. Il faut toutefois noter que ce modèle très simplifié est une approximation de la réalité, car un écoulement stationnaire est impossible, surtout dans une turbine hydraulique. Effectivement, la turbulence est nécessairement instationnaire et des phénomènes macroscopiques tels que des détachements de tourbillons sont pratiquement toujours présents dans le sillage d'une telle structure. Somme toute, cette approche permet d'obtenir une approximation moyennée de la rigidité ajoutée.

### 3.4 Dynamique des fluides instationnaire

La particularité de la méthodologie proposée réside dans le fait que le mouvement de la structure est imposé et que par conséquent, le coûteux couplage bidirectionnel fluide-solide n'est pas requis. Connaissant maintenant la rigidité modale ajoutée par le fluide, la fréquence naturelle du système couplé peut être calculée selon l'expression (2.69). Un seul détail reste à régler avant de pouvoir mener une simulation numérique transitoire de l'écoulement où le déplacement  $\mathbf{r}$  de la paroi correspondant à la structure est imposé suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(x, y, z, t) &= h(t) \cdot \boldsymbol{\varphi}(x, y, z), \\ &\text{avec} \\ h(t) &= h_0 \sin(\omega_n t). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Effectivement, il reste à choisir l'amplitude du déplacement à imposer à la structure, qui devrait être représentative de la réalité. Or, cette amplitude dépend en réalité des forces appliquées sur la structure et de l'amortissement, deux quantités à priori inconnues et que

l'on cherche en fait à quantifier par cette simulation numérique. Le problème est circulaire et ne peut être résolu avec la méthodologie proposée. Par contre, puisque l'hypothèse des petits déplacements  $\mathcal{D} \ll 1$  est considérée à priori valide, l'amplitude du déplacement  $h_0$  ne devrait pas avoir d'influence sur les résultats. Pour confirmer ceci, il est possible d'effectuer des simulations transitoires pour plusieurs amplitudes de déplacement afin de pouvoir observer la sensibilité du taux d'amortissement ajouté par le fluide à ce paramètre.

Le résultat d'intérêt issu de ces simulations transitoires est l'historique temporel de la force modale générée par le fluide sur la structure tel que défini par l'expression (2.58). Il suffit d'intégrer numériquement la puissance qu'elle génère selon l'expression (2.59) pour obtenir le travail effectué par le fluide sur la structure pendant un cycle, soit  $W_{cycle}$ . L'énergie emmagasinée dans le système peut être calculée avec une version modifiée de (2.14), permettant de tenir compte de la rigidité ajoutée :

$$E_{sys} = \frac{1}{2}(K_S + K_F) h_0^2. \quad (3.9)$$

Enfinement, le taux d'amortissement ajouté par le fluide est obtenu en substituant  $W_{cycle}$  et  $E_{sys}$  dans l'expression (2.15) :

$$\zeta = \frac{W_{cycle}}{4\pi E_{sys}}. \quad (3.10)$$

### Considérations supplémentaires

Jusqu'ici, aucun modèle pour représenter l'historique temporel de la force modale  $F_{fluide}$  n'a été introduit. En combinant les termes statiques de l'expression (3.7) avec les termes dynamiques d'amortissement ajouté et de masse ajoutée, il est possible d'écrire :

$$F_{fluide}(t) = -M_F \ddot{h} - C_F \dot{h} - K_F h + F_{stat} + F_{dyn}(t), \quad (3.11)$$

où  $F_{dyn}(t)$  représente une éventuelle composante de la force modale générée par le fluide sur la structure qui n'est pas reliée au mouvement de la structure, c'est-à-dire qui n'est pas en phase avec  $h$ ,  $\dot{h}$  ou  $\ddot{h}$ . Elle pourrait être due, par exemple, à des détachements de tourbillons. La substitution de la forme (3.11) dans (2.59) donne :

$$W_{cycle} = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_n}} \left[ -\cancel{M_F} \ddot{h} - C_F \dot{h} - \cancel{K_F} h + \cancel{F_{stat}} + F_{dyn}(t) \right] \cdot \dot{h} dt. \quad (3.12)$$

La force constante  $F_{stat}$  ne génère aucun travail net sur une période, tout comme les termes de masse et de rigidité ajoutées (voir section 2.2.3). Seuls deux termes contribuent au travail, soit le terme d'amortissement linéaire visqueux ajouté par le fluide  $-C_F \dot{h}$  et le terme

associé aux forces indépendantes du mouvement de la structure  $F_{dyn}(t)$ . Ce second terme pose problème car il n'est pas constant, c'est-à-dire que la valeur obtenue en l'intégrant sur une période d'oscillation  $2\pi/\omega_n$  peut varier dépendamment des bornes d'intégration choisies. Autrement dit,  $W_{cycle} = W_{cycle}(t)$  lorsque  $F_{dyn}(t) \neq 0$ , ce qui va à l'encontre des hypothèses permettant d'aboutir à l'expression (3.10) pour le calcul du taux d'amortissement. Heureusement, l'impact de ce terme sur le travail net s'estompe avec le temps et il peut être négligé si  $W_{cycle}$  est calculé comme le travail net moyen sur un grand nombre de périodes d'oscillation. Tout d'abord, le travail d'amortissement linéaire moyen généré par  $-C_F \dot{h}$  est toujours le même peu importe le nombre de périodes entières  $N$  utilisées :

$$\overline{W}_{cycle, C_F} = \frac{1}{N} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi N}{\omega_n}} -C_F \dot{h}^2 dt = -\pi C_F h_0^2 \omega_n. \quad (3.13)$$

Le signe négatif du travail ci-dessus indique donc que la force due au fluide sur la structure retire de l'énergie à cette dernière, ce qui ne va toutefois pas à l'encontre du résultat (2.13). Effectivement, dans ce cas, le travail calculé est positif car la force externe excite le système masse-ressort-amortisseur. Dans la méthodologie pour le calcul de l'amortissement, ce travail positif est toujours sous-entendu : il peut être interprété comme la force permettant d'imposer le déplacement harmonique à la structure. Pour évaluer le travail moyen dû au terme  $F_{dyn}(t)$ , celui-ci peut être représenté sous la forme d'une série de Fourier :

$$F_{dyn}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i \sin(\omega_i t + \phi_i), \quad (3.14)$$

où  $\omega_i \neq \omega_n \forall i$  puisque  $F_{dyn}(t)$  représente la composante de la force indépendante du mouvement de la structure. Le travail moyen pour un cycle effectué par  $F_{dyn}(t)$  peut alors être calculé comme la somme des travaux effectués par chacune de ses composantes fréquentielles. Pour un nombre de cycles très grand, voire infini, ceux-ci sont données par :

$$\overline{W}_{cycle, i} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi N}{\omega_n}} F_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \cdot \dot{h} dt \right]. \quad (3.15)$$

En substituant  $\dot{h} = h_0 \omega_n \cos(\omega_n t)$  obtenu par dérivation de (3.8) et après manipulations, cette expression peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\overline{W}_{cycle, i} = \frac{F_i h_0}{2} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \cdot \mathcal{F}(N) \right], \quad (3.16)$$

où  $\mathcal{F}(N)$  contient uniquement des termes constants face à  $N$  ou des termes de la forme  $\sin(AN + B)$  qui sont bornés par rapport à  $N$ . Par conséquent, la limite tend vers zéro, d'où

$W_{cycle,i} = 0$ . Le travail net total effectué par  $F_{dyn}(t)$ , soit  $\sum_{i=1}^{\infty} W_{cycle,i}$  est donc également nécessairement nul pour un grand nombre de périodes d'oscillation. Le nombre de périodes requises pour que cette quantité devienne suffisamment petite peut être déterminé en calculant  $W_{cycle}$  à partir d'un nombre croissant de périodes. Lorsque le travail se stabilise à une valeur constante, la composante due à  $F_{dyn}(t)$  a disparu et il ne reste que celle associée à l'amortissement linéaire  $C_F$ .

Finalement, un dernier paramètre peut nécessiter un ajustement : la masse modale ajoutée par le fluide. En effet, la valeur de  $M_F$  utilisée jusqu'à présent provient d'une analyse modale couplée structure-acoustique, qui repose sur l'hypothèse fautive d'un fluide immobile. Il s'agit généralement d'une valeur acceptable, mais elle peut être raffinée à l'aide des résultats des simulations de l'écoulement en régime instationnaire. En projetant la  $F_{fluide}(t)$  sur la coordonnée  $h$  de la même manière qu'elle est projetée sur la vitesse  $\dot{h}$  pour le calcul de  $W_{cycle}$ , il est possible de définir la quantité suivante :

$$\bar{\Phi}_{cycle} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi N}{\omega_n}} \left[ -M_F \ddot{h} - \cancel{C_F} \dot{h} - K_F h + \cancel{F_{stat}} + \cancel{F_{dyn}(t)} \right] \cdot h \, dt \right]. \quad (3.17)$$

Le choix de  $h$  pour la projection permet d'obtenir des termes de masse et de rigidité non nuls, alors que le terme d'amortissement disparaît. La contribution de la constante  $F_{stat}$  intégrée sur un nombre entier de périodes  $N$  s'annule toujours alors que celle de  $F_{dyn}(t)$  tend vers zéro comme pour  $W_{cycle,i}$ . L'intégrale (3.17) peut alors se simplifier à :

$$\bar{\Phi}_{cycle} = \frac{\pi h_0^2}{\omega_n} (\omega_n^2 M_F - K_F). \quad (3.18)$$

Connaissant la valeur de  $\bar{\Phi}_{cycle}$  par intégration numérique de  $F_{fluide}(t)$  et supposant que la valeur de  $K_F$  obtenue par la simulation stationnaire de l'écoulement est bonne, il est possible de recalculer une valeur ajustée de  $M_F$  à partir de la relation (3.18) :

$$M_{F,ajustée} = \frac{\bar{\Phi}_{cycle}}{\pi h_0^2 \omega_n} + \frac{K_F}{\omega_n^2}. \quad (3.19)$$

Si  $M_{F,ajustée}$  est égale à la valeur de  $M_F$  obtenue par analyse modale, alors la fréquence naturelle utilisée pour les simulations transitoires était valide et la démarche de calcul de l'amortissement est terminée. Cependant, si  $M_{F,ajustée}$  est différente, l'approximation acoustique n'était peut-être pas valide et l'écoulement non nul semble avoir une influence sur la masse ajoutée. Pour tenir compte de cet effet, l'utilisateur peut lancer une nouvelle simulation

transitoire de l'écoulement avec une fréquence naturelle ajustée donnée par :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_S + K_F}{M_S + M_{F,ajustée}}}. \quad (3.20)$$

Cette procédure peut être répétée de manière itérative jusqu'à ce que la valeur de  $M_{F,ajustée}$  se stabilise à la précision désirée.

## CHAPITRE 4 PROFIL PORTANT HYDRODYNAMIQUE

Le cas utilisé pour développer et valider la méthodologie présentée précédemment a été imaginé par le fabricant de turbines hydrauliques ANDRITZ HYDRO (Coutu et al., 2012; Seeley et al., 2012; Monette et al., 2014). Il consiste en un profil<sup>1</sup> portant hydrodynamique en acier installé dans un canal hydraulique où un écoulement d'eau est induit avec un débit contrôlé. Le profil a été conçu pour présenter des caractéristiques mécaniques similaires à celles d'une aube de turbine hydroélectriques. Un mode du profil immergé est excité à l'aide d'actuateurs piézoélectriques minces apposés sur sa surface et l'amplitude de la réponse est déterminée grâce à un vibromètre laser. Le taux d'amortissement du système est ensuite déterminé à partir de cette amplitude selon un modèle à un degré de liberté soumis à une excitation harmonique. Il est observé que l'amortissement ajouté par l'eau est directement proportionnel à la vitesse moyenne de l'écoulement. Il s'agit d'un cas test intéressant par sa simplicité géométrique, mais où la physique en jeu reste suffisamment complexe et présente des phénomènes similaires à ceux observés dans une turbine hydraulique en opération. Dans le présent chapitre, la méthodologie de calcul de l'amortissement ajouté est appliquée à ce cas et les résultats numériques sont comparés à ceux des essais expérimentaux.

### 4.1 Géométrie et caractéristiques du cas test

La section transversale du profil et le montage expérimental sont schématisés à la figure 4.1. Le profil est machiné à partir d'une plaque en acier pour obtenir des blocs de montage massifs permettant l'encastrement à ses deux extrémités. L'écoulement d'eau est horizontal et la hauteur du canal est la même que celle des blocs de montage. La vitesse moyenne considérée pour l'écoulement est définie comme le débit volumique d'eau divisé par l'aire de la section rectangulaire du canal (sans correction pour l'obstruction due au profil). Seul le premier mode vibratoire du système est ici considéré, c'est-à-dire celui dont les fréquences naturelles associées dans l'air et dans l'eau sont les plus faibles. Ces fréquences, telles que mesurées expérimentalement par ANDRITZ HYDRO, sont respectivement 226 Hz et 74.9 Hz.

---

1. Plusieurs profils ont été fabriqués et testés par ANDRITZ HYDRO, mais un seul est considéré dans ce chapitre, soit celui portant la dénomination H0.

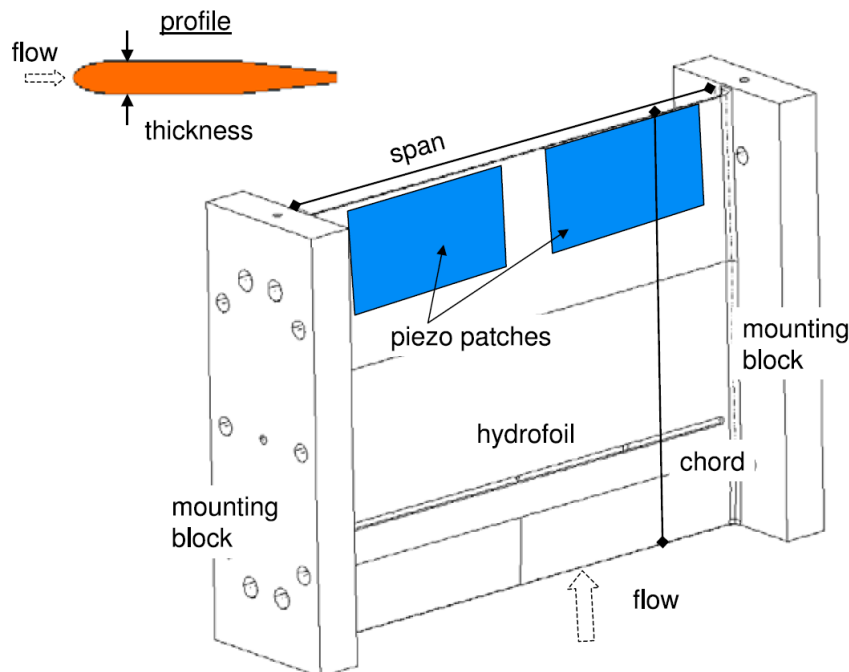


Figure 4.1 Schématisation du profil portant hydrodynamique et du montage expérimental. Figure tirée de Coutu et al. (2012).

La corde du profil s'impose naturellement comme longueur de référence et les essais expérimentaux montrent une amplitude de réponse d'environ 0.05 mm. Les vitesses d'écoulement considérées vont de 1 m/s jusqu'à 20 m/s. Les nombres adimensionnels propres à ce problème d'interaction fluide-structure, regroupés dans le tableau 4.1, dressent un portrait similaire à celui d'une turbine hydroélectrique, c'est-à-dire un couplage relativement fort caractérisé par un effet de masse ajoutée important et de faibles déplacements structuraux. De plus, la valeur élevée du nombre de Reynolds suggère un écoulement turbulent autour du profil.

Tableau 4.1 Nombres adimensionnels liés à interaction fluide-structure pour le profil hydrodynamique portant.

Symbole	Paramètre	Valeur approximative
$U_R$	Vitesse réduite	$\mathcal{O}(1)$
$\mathcal{D}$	Nombre de déplacement	$1.0 \times 10^{-4}$
$\mathcal{M}$	Nombre de masse	0.13
$Re$	Nombre de Reynolds	quelques millions



## 4.2 Analyses modales

Le premier mode de la structure présente un plan de symétrie transversal à sa mi-envergure. Cette particularité avantageuse permet de réduire la taille du problème d'éléments finis à résoudre en ne modélisant qu'une moitié de la structure et du domaine fluide. La demi géométrie du profil a été reconstruite dans le logiciel CATIA V5R20 à partir de sa section transversale fournie par ANDRITZ HYDRO sous la forme d'un fichier IGES. Celle-ci a ensuite été importée directement dans l'application Design Modeler de Workbench, où un prisme rectangulaire représentant le demi volume d'eau dans le canal hydraulique a été ajouté. Le modèle d'éléments finis développé à la section 2.5.2 implique que les frontières normales à la direction de l'écoulement de ce volume fluide soient considérées comme des parois solides où les ondes de pression peuvent réfléchir. Pour bien représenter la réalité, où le canal hydraulique est beaucoup plus long que la corde du profil, la longueur du volume fluide (dimension dans le sens de l'écoulement) a été augmentée itérativement jusqu'à ce que la fréquence naturelle du premier mode se stabilise au 4e chiffre significatif. Ceci a permis de limiter la taille du maillage tout en évitant le faux effet de proche paroi engendré par la taille finie du domaine fluide.

Des éléments tétraédriques de type SOLID187 et FLUID221 (ANSYS, Inc., 2014) sont respectivement utilisés pour discrétiser la structure et le fluide. Ces éléments possèdent 10 noeuds et leurs fonctions d'interpolation sont quadratiques. La figure 4.2 illustre le premier maillage utilisé pour effectuer les analyses modales. Trois autres maillages successivement plus denses ont été utilisés pour valider la convergence des résultats obtenus. Une condition limite de déplacement nul a été appliquée sur la face  $-z$  du bloc de montage, alors que des conditions de symétrie ont été définies sur les faces  $+z$  du profil et du volume de fluide.

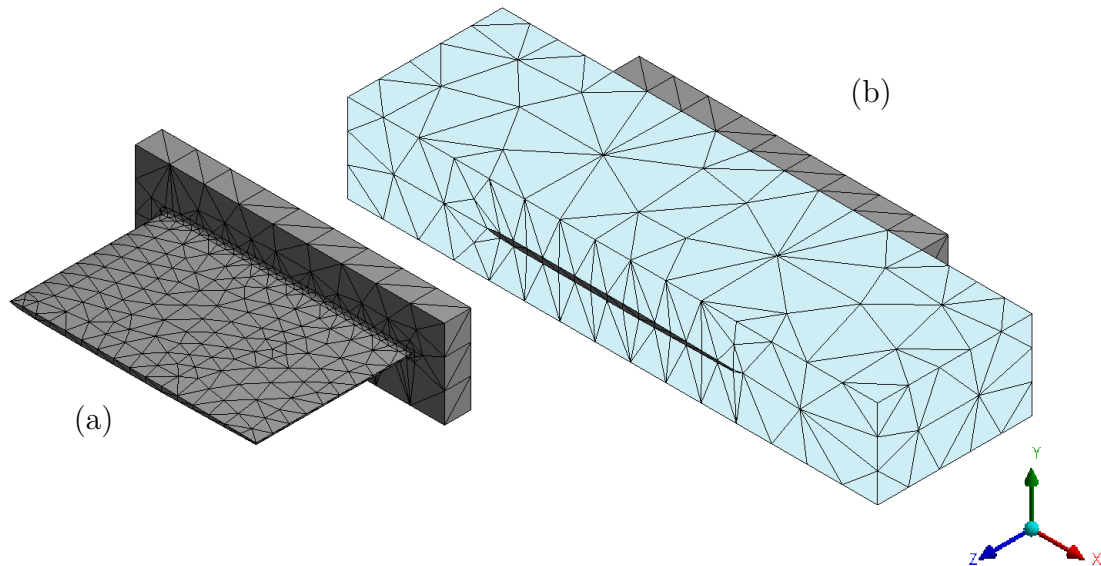


Figure 4.2 Maillage «Grossier» utilisé pour les analyses modales du profil portant hydrodynamique : (a) structure seule (fouée); (b) structure (fouée) et fluide (pâle).

Les résultats de l'étude de convergence de maillage sur la fréquence du premier mode, dans le vide ( $f_{vide}$ ) et dans l'eau ( $f_{eau}$ ), sont regroupés dans le tableau 4.2. Une convergence monotone des fréquences est observée avec le raffinement du maillage, et la différence entre les valeurs obtenues pour les maillages «Fin» et «Très fin» est inférieure à 0.3%. Le maillage «Très fin» offre donc une solution très similaire au maillage «Fin», mais à un coût de calcul beaucoup plus élevé. Pour cette raison le maillage «Fin» est jugé satisfaisant et il est retenu pour la suite des démarches. L'écart entre les valeurs expérimentale et numérique peut être défini par :

$$\text{écart} = \left| \frac{\text{valeur num.} - \text{valeur exp.}}{\text{valeur exp.}} \right| \cdot 100\%. \quad (4.1)$$

Pour le maillage retenu, ces écarts valent respectivement 2.2% et 2.9% pour  $f_{vide}$  et  $f_{eau}$ . Des écarts similaires sont observés par Liang et al. (2007) pour les fréquences d'un modèle réduit de turbine hydraulique.

Tableau 4.2 Convergence de la fréquence naturelle du premier mode du profil hydrodynamique en fonction de la taille du maillage.

Maillage	Nombre de noeuds pour la structure	Nombre de noeuds pour le fluide	$f_{vide}$ (Hz)	$f_{eau}$ (Hz)
Grossier	3 705	5 024	227.8	75.83
Moyen	11 380	16 109	221.8	73.28
Fin	45 891	63 576	221.0	72.74
Très fin	190 894	250 255	220.8	72.55

La forme du mode du profil est illustrée à la figure 4.3. Le déplacement est virtuellement nul en tout point des blocs de montage puisqu'ils sont très massifs et partiellement affectés d'une condition limite d'encastrement. Seule la portion profilée de la géométrie est utilisée pour transférer le mode vers CFX pour la simulation de l'écoulement. Ici, la méthode des fichiers textes importés dans CFX sous la forme de *Fonctions Utilisateur* décrite à la section 3.2.2 est utilisée avec succès.

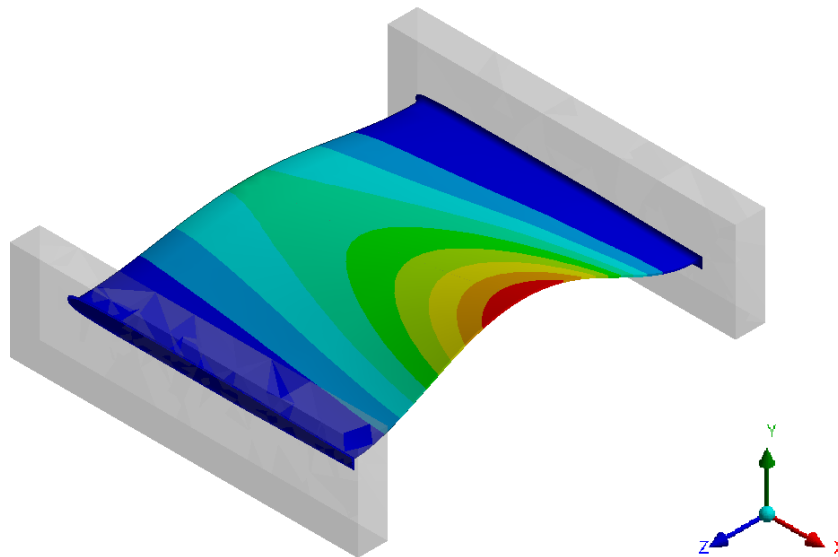


Figure 4.3 Forme du premier mode du profil hydrodynamique dans l'eau avec coloration de l'amplitude normalisée du déplacement ; bleu ( $\|\varphi\| = 0$ ) au rouge ( $\|\varphi\| = 1$ ).

La masse modale structurelle est calculée selon (2.56) à l'aide des outils d'intégration numérique disponibles dans CFD-Post, puis la rigidité modale structurelle et une première

approximation de la masse modale ajoutée par le fluide sont calculées à partir de (3.1) et (3.2). Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.3 pour la géométrie utilisée dans les simulations, c'est-à-dire les moitiés symétriques du profil et du volume d'eau.

Tableau 4.3 Résultats des analyses modales pour la moitié du profil hydrodynamique.

Symbole	Paramètre modal	Valeur
$M_F/M_S$	Ratio de masse	8.23
$K_S$	Rigidité structurelle	396 kN/m

Il est intéressant de noter que le ratio des masses modales ajoutée et structurelle est très élevé, ce qui est cohérent avec la diminution drastique de la fréquence du premier mode lorsque le profil est immergé dans l'eau.

### 4.3 Dynamique des fluides stationnaire

Pour couvrir la plage des résultats expérimentaux disponibles, la méthodologie de calcul de l'amortissement est appliquée pour cinq valeurs différentes de la vitesse moyenne de l'écoulement  $U_{moy}$ , soit 1, 4, 8, 12 et 16 m/s. Pour fermer le système d'équations RANS, le modèle de turbulence  $k - \epsilon$  standard avec loi de paroi *Scalable*, tel qu'implémenté dans CFX est choisi. Les paramètres sélectionnés pour les analyses stationnaires sont les suivants : schéma d'advection *High Resolution*, turbulence modélisée au premier ordre et critère de convergence : résidus maximums abaissés à  $5 \times 10^{-5}$  sur la continuité et les trois composantes du champ de vitesse.

#### 4.3.1 Préparation du calcul

Le modèle géométrique, tout comme les maillages utilisés pour effectuer les simulations numériques de l'écoulement fluide, diffèrent de ceux utilisés pour les analyses modales. Les congés d'arêtes présents dans le modèle structurel-acoustique au niveau de la jonction entre le profil et les blocs de montage sont délaissés pour la dynamique des fluides numérique. Si la présence des congés est importante en analyse de structure car elle influence fortement les contraintes dans le matériau, l'impact sur l'écoulement du fluide reste mineur. Cette simplification permet de générer beaucoup plus facilement un maillage de cellules hexaédriques pour le domaine fluide. La longueur de ce domaine fluide a également été augmentée en aval du profil afin de l'éloigner de la condition limite en sortie et de capter une plus grande portion

du sillage qu'il génère dans l'écoulement. Les maillages pour la simulation de l'écoulement sont produits à l'aide de la version 15.0 du logiciel ICEM CFD. Tout comme pour les analyses modales, seule une moitié symétrique du domaine est modélisée. Pour chaque vitesse d'écoulement simulée, un maillage a été généré de telle sorte que la hauteur adimensionnelle  $y^+$  des cellules adjacentes aux parois soient comprises entre 20 et 40<sup>2</sup>. Le tableau 4.4 recense le nombre de cellules pour chaque maillage préparé. Le maillage utilisé pour  $U_{moy} = 1$  m/s et  $U_{moy} = 4$  m/s est illustré à l'annexe A.

Tableau 4.4 Taille des maillages utilisés pour les simulations de l'écoulement fluide autour du profil hydrodynamique.

$U_{moy}$ simulée (m/s)	Nombre de cellules
1	197 600
4	197 600
8	219 500
12	230 900
16	242 300

Pour chacune des cinq vitesses moyennes d'écoulement, des simulations stationnaires sont menées pour les amplitudes de déplacement statique  $h$  suivantes : 0%, 25%, 50%, 75% et 100% de 0.05 mm, qui correspond approximativement à l'amplitude mesurée expérimentalement par ANDRITZ HYDRO. La figure 4.4 illustre le domaine de calcul et les conditions limites du problème. À l'entrée, le champ de vitesse est imposé tel que  $U_x = U_{moy}$  et  $U_y = U_z = 0$  m/s avec une intensité de turbulence égale à 1%. Une condition de pression nulle est imposée à la sortie. Un déplacement statique selon la forme du mode, soit  $\mathbf{r} = h \cdot \boldsymbol{\varphi}$  est imposé aux noeuds correspondant à la paroi du profil hydrodynamique. Un déplacement nul est imposé sur les noeuds de l'entrée, de la sortie, et des deux faces normales à l'axe  $y$  des parois solides. Le déplacement des noeuds sur la face symétrique et la paroi solide normale à l'axe  $z$  est laissé libre pour ne pas entrer en contradiction avec le déplacement imposé au profil. Puisqu'il s'agit de simulations stationnaires, ce déplacement est instantané et appliqué dès la première itération du calcul.

---

2. Le paramètre  $y^+$  n'est pas abordé en détails dans le présent travail. Il définit la hauteur de la première cellule à la paroi relativement à l'épaisseur de la couche limite. La validité de la loi de paroi utilisée repose sur sa valeur. Pour plus de détails, voir ANSYS, Inc. (2014).

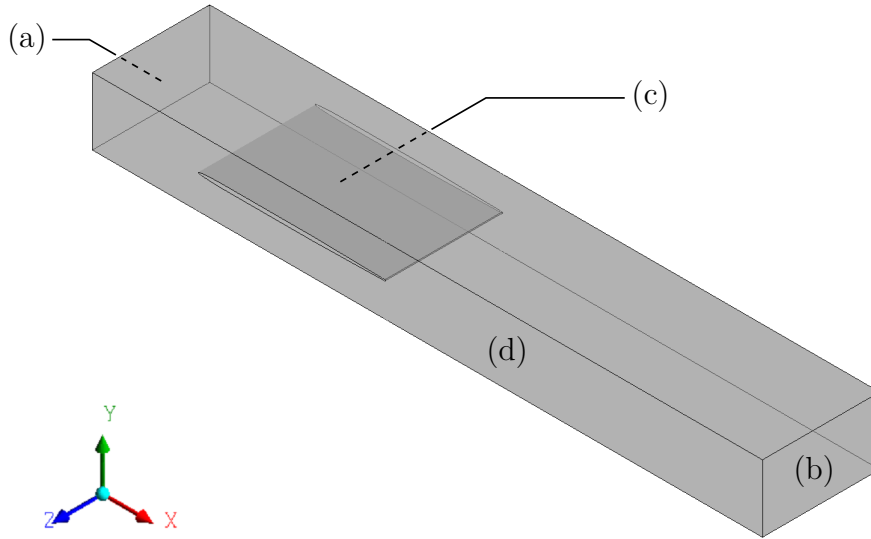


Figure 4.4 Domaine pour la simulation de l'écoulement fluide autour du profil hydrodynamique et conditions limites : (a) entrée; (b) sortie; (c) profil hydrodynamique; (d) symétrie. Les trois autres frontières planes ( $+y$ ,  $-y$  et  $-z$ ) sont des parois solides.

### 4.3.2 Résultats

Pour chaque vitesse d'écoulement simulée, la force modale statique générée par le fluide sur la structure est tracée en fonction de l'amplitude du déplacement imposé à la figure 4.5. Il est intéressant de noter que pour toutes les vitesses d'écoulement  $U_{moy}$ , la force modale est nulle lorsque la structure n'est pas déformée. Dans cette situation, le profil peut être assimilé à un profil d'aile avec angle d'attaque nul qui ne génère aucune portance, mais qui subit une force de traînée dans le sens de l'écoulement, soit  $x$  dans le cas présent. Or, la forme du premier mode du profil est pratiquement unidirectionnelle dans la direction  $y$ , c'est-à-dire que les composantes  $x$  et  $z$  de son champ de déplacement  $\varphi$  sont presque nulles. Par conséquent, le chargement fluide  $\tau$  est approximativement orthogonal à  $\varphi$  et la force modale est nulle. Lorsque  $h \neq 0$ , la géométrie du profil change et des efforts dans la direction  $y$  apparaissent, ce qui se traduit par une force modale non nulle. Comme prévu, le comportement observé est linéaire et la rigidité modale ajoutée par le fluide  $K_F$  correspond à la pente  $-\frac{\partial}{\partial h}(F_{fluide})$ . Celle-ci est obtenue ici par régression à l'aide de la méthode des moindres carrés. Pour chaque vitesse d'écoulement simulée, le tableau 4.5 présente la valeur associée de  $K_F$  ainsi que la fréquence naturelle calculée selon l'expression (2.69).

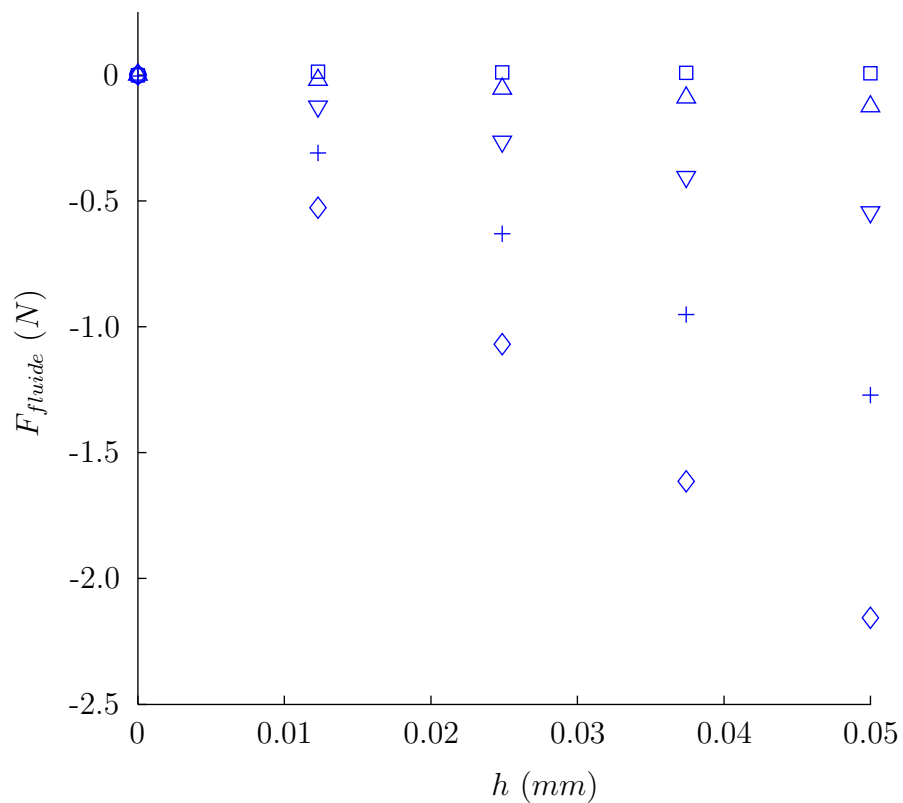


Figure 4.5 Impact de l'amplitude du déplacement imposé sur la force modale générée par le fluide sur le profil hydrodynamique pour différentes valeurs de  $U_{moy}$  : 1 m/s (□) ; 4 m/s (△) ; 8 m/s (▽) ; 12 m/s (+) ; 16 m/s (◇).

Tableau 4.5 Influence de la vitesse moyenne de l'écoulement sur la rigidité ajoutée et la fréquence naturelle du profil hydrodynamique.

$U_{moy}$ simulée (m/s)	$K_F$ (kN/m)	$f_n$ (Hz)
1	0.176	72.8
4	2.79	73.0
8	11.1	73.8
12	25.5	75.0
16	43.2	76.6

Relativement à la vitesse de l'écoulement, la rigidité ajoutée croît de manière quadratique, passant de 0.04% à 11% de la rigidité structurelle pour  $U_{moy}$  qui augmente de 1 m/s à 16 m/s. Cette rigidité est attribuable à l'apparition d'une cambrure dans le profil déformé, qui se met alors à générer de la portance. L'effet sur la fréquence naturelle n'est plus négligeable pour des vitesses élevées du fluide.

#### 4.4 Dynamique des fluides instationnaire

Les simulations de l'écoulement fluide en régime instationnaire sont menées avec les mêmes paramètres qu'en régime stationnaire pour la turbulence et la discrétisation spatiale : modèle  $k-\epsilon$  standard avec loi de paroi *Scalable*, schéma d'advection *High Resolution* et discrétisation de la turbulence au premier ordre. Pour la discrétisation temporelle, un schéma d'intégration implicite arrière du deuxième ordre est utilisé. Le critère de convergence de la solution à chaque pas de temps requiert toujours l'abaissement des résidus maximums sous  $5 \cdot 10^{-5}$  sur la continuité et les trois composantes du champ de vitesse.

##### 4.4.1 Discrétisation temporelle

Pour chacune des vitesses d'écoulement, trois simulations sont effectuées avec un pas d'intégration temporelle successivement raffiné. Les valeurs des pas de temps utilisés sont  $\Delta t_1 = \frac{1}{200f_n}$ ,  $\Delta t_{1/2} = \frac{1}{400f_n}$  et  $\Delta t_{1/4} = \frac{1}{800f_n}$  secondes, de manière à obtenir 200, 400 et 800 instants discrets à chaque période d'oscillation du profil hydrodynamique. Les conditions limites appliquées sur le modèle sont les mêmes que pour les simulations stationnaires, à l'exception du champ de déplacement imposé sur le profil qui oscille dans le temps selon l'expression (3.8). Pour rester cohérent avec les données expérimentales, l'amplitude du mouvement est fixée à  $h_0 = 0.05$  mm. Enfin, dix périodes d'oscillation à la fréquence naturelle sont simulées pour chacun de cas dans l'espace paramétrique  $(U_{moy}, \Delta t)$ . Dans tous les cas, sauf pour  $U_{moy} = 1$  m/s, l'évolution temporelle de la force modale générée par l'eau sur le profil hydrodynamique révèle deux fréquences extrêmement nettes (voir la figure 4.6).



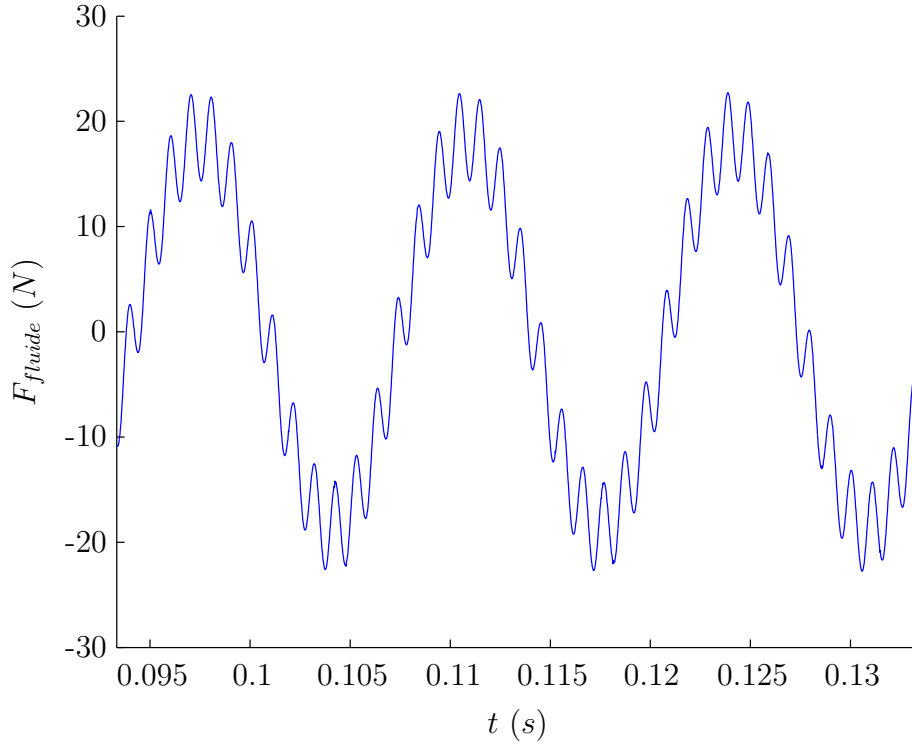


Figure 4.6 Évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement autour du profil hydrodynamique avec  $U_{moy} = 12 \text{ m/s}$  et  $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ . Seules les trois dernières périodes simulées sont affichées.

Une analyse FFT (*Fast Fourier Transform*) de ce signal révèle que la fréquence principale correspond bien à celle du mouvement imposé, alors que la fréquence secondaire, soit  $f_s$ , est plus élevée et croît avec la vitesse de l'écoulement. Cette fréquence élevée est due à des détachements tourbillonnaires au bord de fuite du profil hydrodynamique. Cette interprétation peut être corroborée en introduisant le nombre de Strouhal, qui met en relation la fréquence des détachement de tourbillons en aval d'un corps avec la vitesse moyenne de l'écoulement :

$$St = \frac{f_s b}{U_{moy}} \quad (4.2)$$

où  $b$  est l'épaisseur du bord de fuite du corps, dans le cas présent le profil hydrodynamique avec  $b \approx 2 \text{ mm}$ . Pour une plage relativement restreinte de vitesses d'écoulement,  $St$  ne varie pas beaucoup et est généralement de l'ordre de  $0.15 - 0.30$  (Ausoni et al., 2006). Le tableau 4.6 montre que les fréquences secondaires observées sur  $F_{fluide}$  sont cohérentes avec ce

comportement.

Tableau 4.6 Fréquences et nombres de Strouhal associés aux détachements de tourbillons en aval du profil hydrodynamique pour les simulations effectuées avec  $\Delta t = \Delta t_{1/4}$ .

$U_{moy}$ simulée (m/s)	$f_s$ (Hz)	$St$ (-)
1	–	–
4	320	0.160
8	630	0.158
12	940	0.157
16	1240	0.155

L'impact de ces détachements de tourbillons sur la valeur calculée du taux d'amortissement peut être atténué en simulant un nombre suffisamment élevé de périodes d'oscillations ; le travail moyen qu'ils effectuent sur le profil devient alors nul (voir la section 3.4). La figure 4.7 montre que dans le cas du profil hydrodynamique, dix périodes sont suffisantes pour que le taux d'amortissement converge vers une valeur constante. Effectivement, lorsque le travail moyen pour un cycle  $\overline{W}_{cycle}$  est calculé à partir de l'évolution temporelle de  $F_{fluide}$  sur huit périodes ou plus, le taux d'amortissement se stabilise à  $\pm 1\%$  de sa valeur calculée à l'aide des dix périodes. Si le cas où  $U_{moy} = 1$  m/s est omis, le nombre de période requis tombe à 4. Ce dernier cas est le seul où une fréquence secondaire correspondant à des détachements de tourbillons n'est pas observée, mais c'est également celui où la convergence relativement au nombre de périodes simulées est la plus lente. Or, la tendance observée au tableau 4.6 suggère que pour  $U_{moy} = 1$  m/s, le nombre de Strouhal devrait se situer autour de  $St = 0.16$ , ce qui correspond à des détachements tourbillonnaires à la fréquence  $f_s = 80$  Hz. La fréquence naturelle du profil étant proche de cette valeur, ceci pourrait expliquer pourquoi aucune fréquence secondaire n'est clairement visible par FFT pour ce cas. De plus, l'interaction entre les tourbillons et le mouvement de la structure pourrait être la cause de la convergence lente observée à la figure 4.7. Au final, cette figure permet de valider que les fréquences autres que celle du mouvement imposé n'ont pas d'impact significatif pour la détermination du taux d'amortissement associé à un mode vibratoire.

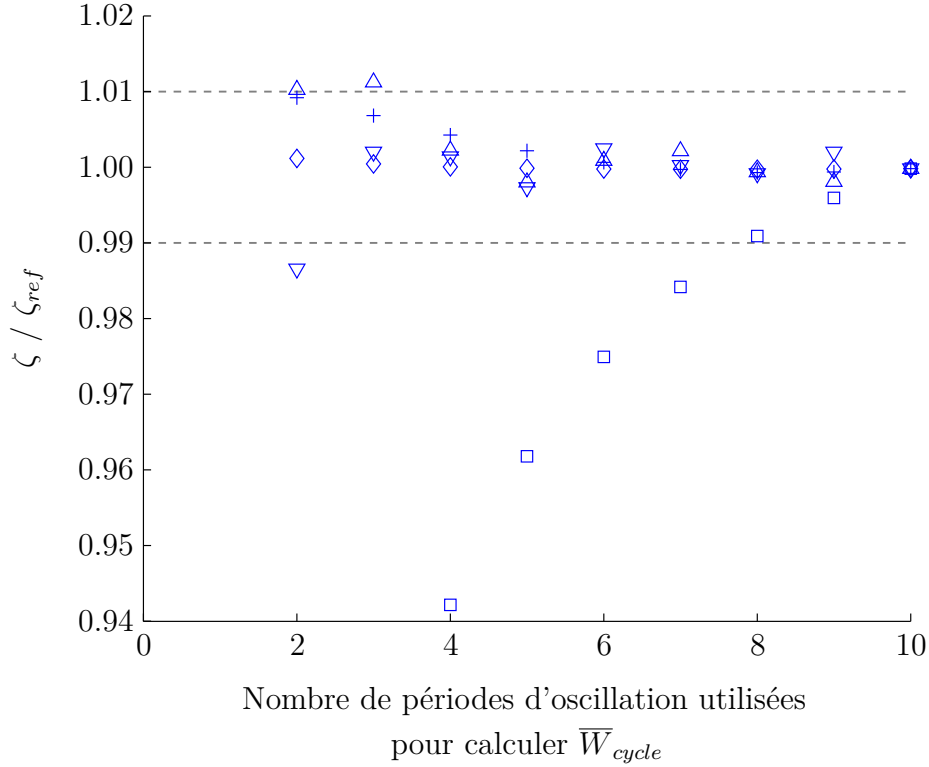


Figure 4.7 Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation exprimé en termes de périodes entières d'oscillation du profil pour différentes vitesses d'écoulement avec  $\Delta t = \Delta t_{1/4}$  : 1 m/s (□) ; 4 m/s (△) ; 8 m/s (▽) ; 12 m/s (+) ; 16 m/s (◇). La référence  $\zeta_{ref}$  est la valeur de  $\zeta$  calculée à partir du signal entier (dix périodes).

En ce qui concerne la masse ajoutée, l'utilisation de trois périodes d'oscillation est suffisante pour que sa valeur ajustée calculée selon l'expression (3.19) se stabilise à  $\pm 0.1\%$  de sa valeur finale calculée à l'aide des dix périodes. Pour toutes les vitesses d'écoulement simulées, la valeur finale du ratio de masse  $M_F/M_S$  est comprise entre 8.06 et 8.15. L'écart maximal entre ces valeurs et celle obtenue par analyse modale, soit  $M_F/M_S = 8.23$  est donc d'environ 2%, ce qui se traduit par une variation sur les fréquences naturelles d'au plus 0.7%. Cette variation n'est pas jugée suffisamment importante pour nécessiter une deuxième série de calculs avec fréquences ajustées.

Pour chaque vitesse d'écoulement simulée, la convergence de la valeur du taux d'amortissement  $\zeta$  relativement à la taille du pas de temps est très lente et semble linéaire. En théorie, le schéma d'intégration en temps utilisé est d'ordre deux et la convergence devrait être quadratique. Cependant, les maillages utilisés sont relativement grossiers et le couplage entre les

erreurs de discrétisation spatiale et temporelle pourrait expliquer ce comportement linéaire. Le tableau 4.7 présente les valeurs du taux d'amortissement calculé pour tous les cas simulés, ainsi que des extrapolations pour un pas de temps nul par régression linéaire et selon la méthode de Celik et al. (2008), appliquée sur le pas de temps plutôt que la taille caractéristique du maillage.

Tableau 4.7 Extrapolation du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur le profil hydrodynamique pour un pas de temps nul.

$U_{moy}$ simulée (m/s)	$\zeta$				
	$\Delta t_1$	$\Delta t_{1/2}$	$\Delta t_{1/4}$	$\Delta t \rightarrow 0$ linéaire	$\Delta t \rightarrow 0$ Celik et al.
1	0.0143	0.0108	0.0090	0.0072	0.0070
4	0.0617	0.0578	0.0554	0.0534	0.0512
8	0.1194	0.1155	0.1137	0.1117	0.1121
12	0.1747	0.1705	0.1687	0.1666	0.1674
16	0.2265	0.2231	0.2210	0.2193	0.2177

Ces valeurs montrent que plus la vitesse de l'écoulement est élevée, moins la taille du pas de temps influence la valeur du taux d'amortissement calculé. En effet, pour  $U_{moy} = 1$  m/s, la valeur extrapolée de  $\zeta$  correspond à environ 50% de celle obtenue avec  $\Delta t_1$ , alors que pour  $U_{moy} = 16$  m/s, ce pourcentage tombe autour de 95%.

#### 4.4.2 Discrétisation spatiale

Pour  $U_{moy} = 4$  m/s, des résultats de simulations sur deux autres maillages permettent d'évaluer l'impact de la discrétisation spatiale sur la solution. Un des maillages est huit fois plus grossier que le maillage initial alors que l'autre est huit fois plus raffiné; ceux-ci possèdent respectivement 24 986 et 1 573 600 cellules. Les résultats obtenus avec ces maillages sont détaillés dans le tableau 4.8 en utilisant les symboles  $\Delta x_2$ ,  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_{1/2}$ , pour les désigner du plus grossier au plus fin.

Tableau 4.8 Impact de la discrétisation spatiale sur le calcul du taux d’amortissement ajouté par le fluide sur le profil hydrodynamique. L’extrapolation pour un maillage infiniment raffiné ( $\Delta x \rightarrow 0$ ) est effectuée avec la méthode de Celik et al. (2008).

Densité du maillage	$\zeta$				
	$\Delta t_1$	$\Delta t_{1/2}$	$\Delta t_{1/4}$	$\Delta t \rightarrow 0$ linéaire	$\Delta t \rightarrow 0$ Celik et al.
$\Delta x_2$	0.0670	0.0645	0.0610	0.0598	0.0520
$\Delta x_1$	0.0617	0.0578	0.0554	0.0534	0.0512
$\Delta x_{1/2}$	0.0590	0.0553	0.0535	0.0516	0.0519
$\Delta x \rightarrow 0$	0.0561	0.0536	0.0525	—	—

Cette étude de convergence fait ressortir plusieurs points intéressants. Tout d’abord, l’écart entre les solutions obtenues pour les maillages  $\Delta x_2$  et  $\Delta x_1$  est de l’ordre de 10%, alors que la comparaison des maillages  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_{1/2}$  révèle plutôt un écart d’approximativement 4%. Compte tenu du fait que le nombre de cellules est multiplié par un facteur huit à chaque raffinement, la précision gagnée en passant du maillage  $\Delta x_1$  au maillage  $\Delta x_{1/2}$  est assez faible par rapport à l’augmentation du coût de calcul. Par comparaison, les simulations à  $\Delta t_{1/4}$  pour les maillages  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_{1/2}$  ont respectivement nécessité 336 processeurs · heures et 2000 processeurs · heures. Un autre point intéressant en lien avec la densité du maillage est la présence ou non de la fréquence associée aux détachements de tourbillons dans l’évolution temporelle de  $F_{fluide}$ . Pour la simulation ( $U_{moy} = 4 \text{ m/s}$ ,  $\Delta t_{1/4}$ ,  $\Delta x_1$ ), cette fréquence est invisible dans le domaine temporel et à peine perceptible dans le domaine fréquentiel. Or, pour le maillage raffiné, elle devient clairement visible dans le domaine temporel alors qu’elle disparaît complètement des résultats pour le maillage grossier (voir figure 4.8). La valeur elle-même de la fréquence est également fortement affectée par la densité du maillage.

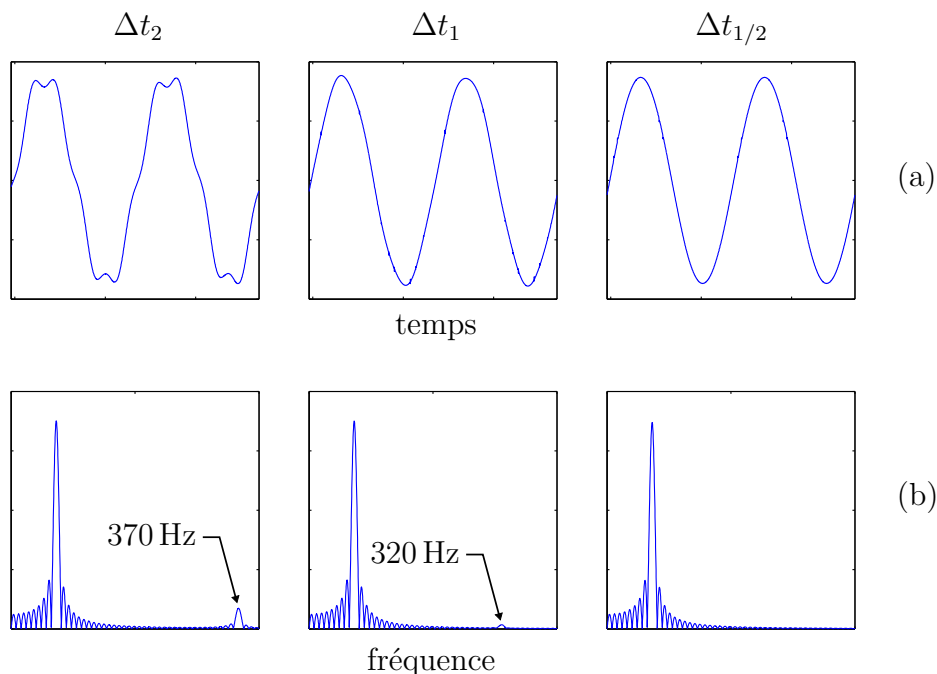


Figure 4.8 Impact de la discrétisation spatiale sur les détachements tourbillonnaires pour le cas  $U_{moy} = 4 \text{ m/s}$  : (a) évolution de  $F_{fluide}$  dans le domaine temporel; (b) amplitude de  $F_{fluide}$  dans le domaine fréquentiel.

### 4.4.3 Résultats

Les résultats numériques pour le taux d'amortissement ajouté par le fluide sont tracés sur le même graphique que les résultats expérimentaux de ANDRITZ HYDRO à la figure 4.9. La tendance linéairement croissante du taux d'amortissement avec la vitesse de l'écoulement est bien reproduite, mais les résultats expérimentaux sont surestimés d'environ 28% par les simulations numériques. Cet écart est basé sur les pentes  $d\zeta/dU$  des droites de régression passant par l'origine pour la série de résultats expérimentaux et les extrapolations linéaires pour un pas de temps nul. Il s'agit d'une erreur substantielle, mais qui reste toute de même acceptable pour la validation de la méthodologie de calcul développée. La cause de cette surestimation des résultats expérimentaux reste inconnue, mais plusieurs facteurs pourraient potentiellement l'expliquer. Tout d'abord, la différence entre les fréquences naturelles obtenues numériquement (72.74 Hz) et expérimentalement (74.9 Hz) est d'environ 3%. Cet écart est relativement faible, mais demeure assez élevé pour suggérer une possible disparité entre les géométries numérique et réelle, d'autant plus que le tableau 4.2 montre que la convergence en espace des résultats d'analyses modales est atteinte. Par exemple, une rainure pratiquée dans

le profil afin de permettre le passage des câbles d'instrumentation n'a pas été incluse dans le modèle numérique. Aussi, la présence des actuateurs piézoélectriques, si minces soient-ils, a pu influencer l'écoulement dans le montage expérimental. Il n'est également pas impossible que quelques modes aient été excités simultanément par ces actuateurs, de manière à ce que le mouvement subi par la structure réelle ne corresponde pas exactement à celui imposé numériquement. Enfin, la méthodologie de calcul repose sur l'hypothèse que l'écoulement du fluide n'influence pas la forme du mode de la structure. En réalité, l'écoulement pourrait modifier la forme du mode de manière à ce que la structure s'oppose moins au mouvement du fluide. Ceci aurait pour conséquence de minimiser les efforts et donc l'échange d'énergie à l'interface fluide-structure, expliquant pourquoi l'amortissement mesuré expérimentalement est plus faible.

D'un autre côté, les travaux de Liaghat (2014) permettent d'obtenir un écart inférieur sur la pente moyenne  $d\zeta/dU$ , soit environ 12%. Par contre, l'incertitude sur cette pente demeure élevée puisque la corrélation linéaire de ses résultats n'est pas parfaite, c'est-à-dire que ceux-ci sont dispersés. En découvrant la cause de la surestimation des résultats expérimentaux, la méthodologie présentée ici pourrait reproduire de manière extrêmement fidèle les valeurs mesurées par ANDRITZ. Cette conclusion semble moins évidente à tirer lorsque l'amortissement est déterminé à l'aide de simulations bidirectionnelles.

Finalement, il apparaît plutôt clair que les simulations effectuées ne sont pas parfaitement convergées en termes de discrétisation spatiale et temporelle. Les tableaux 4.7 et 4.8 montrent que le raffinement du maillage et du pas d'intégration en temps abaissent la valeur du taux d'amortissement calculé, ce qui diminue l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux. Cependant, la figure 4.9 montre que cette diminution de l'erreur n'est pas si significative relativement à la norme de l'erreur elle-même, particulièrement lorsque la vitesse de l'écoulement est élevée.

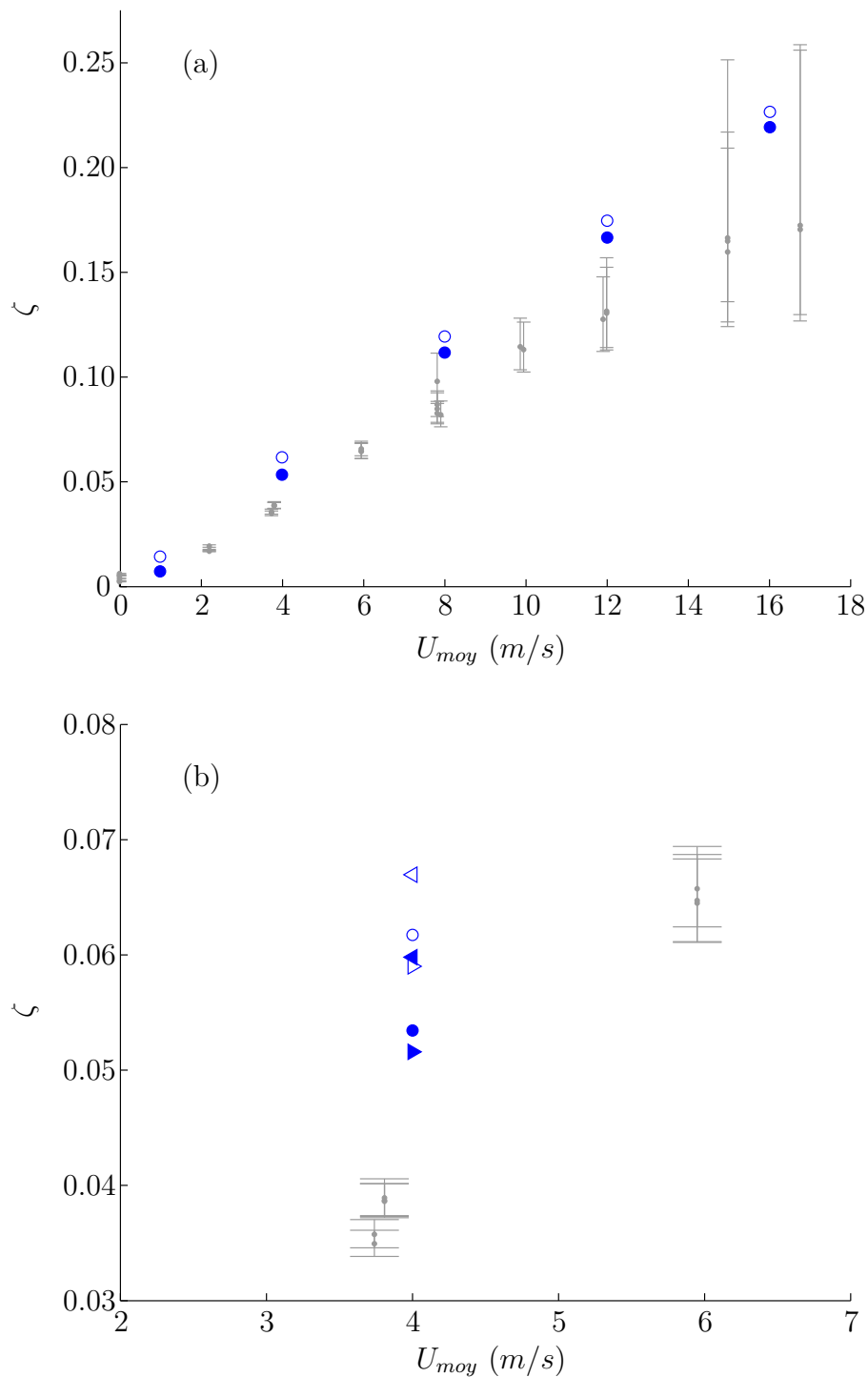


Figure 4.9 Taux d'amortissement ajouté par l'eau sur le profil hydrodynamique pour différentes vitesses d'écoulement. Comparaison des résultats expérimentaux ( $\bullet$ ) et numériques : pas de temps  $\Delta t_1$  (symboles vides) ; extrapolations linéaires pour un pas de temps nul (symboles pleins). En (a), simulations avec le maillage  $\Delta x_1$  ( $\circ$ ,  $\bullet$ ). En (b), agrandissement autour de  $U_{moy} = 4$  m/s et ajout des simulations avec les maillages  $\Delta x_2$  ( $\triangleleft$ ,  $\blacktriangleleft$ ) et  $\Delta x_{1/2}$  ( $\triangleright$ ,  $\blacktriangleright$ ).



## CHAPITRE 5 AUBE DE TURBINE HYDROÉLECTRIQUE

La méthodologie de calcul de l'amortissement ajouté est appliquée sur une turbine réelle opérée par Hydro-Québec. Il s'agit d'une turbine à hélice qui est actuellement installée en centrale et utilisée par la société d'État pour la production d'hydroélectricité. Une importante banque de données expérimentales sur ce groupe est disponible grâce à une campagne de mesures menée récemment. Évidemment, ces mesures brutes ne sont pas utilisables directement pour la détermination de l'amortissement associé à un mode de vibration particulier. En effet, contrairement au profil hydrodynamique de ANDRITZ HYDRO où des actuateurs piézoélectriques permettaient d'exciter précisément un seul mode, l'excitation de la structure provient principalement de l'écoulement dans le cas présent. Par contre, ces mesures permettent d'observer certaines fréquences dans la réponse de la structure et par conséquent de choisir un mode pertinent, c'est-à-dire qui est susceptible d'être excité en réalité, pour le calcul de l'amortissement ajouté. Les détails de la méthodologie de calcul appliquée sur la turbine hydraulique choisie sont présentés dans ce dernier chapitre.

### 5.1 Géométrie et caractéristiques du cas

Une turbine hydroélectrique à hélice, comme son nom l'évoque, ressemble fortement à une hélice utilisée pour la propulsion d'un véhicule marin. La différence majeure entre les deux est que la première extrait de l'énergie cinétique de l'eau pour transformer celle-ci en électricité alors que la seconde introduit de l'énergie cinétique dans l'eau pour générer du mouvement. La roue de turbine à hélice étudiée ici est illustrée à la figure 5.1. Elle est constituée d'acier inoxydable, elle comporte six aubes et comme la majorité des groupes turbines-alternateurs hydroélectriques, il s'agit d'une turbomachine à axe vertical, direction ici représentée par l'axe  $z$ . L'eau s'écoule globalement dans le sens  $-z$  qui correspond également au sens de rotation de la roue suivant la règle de la main droite. Le point d'opération considéré est la pleine charge où le groupe turbine-alternateur atteint sa puissance maximale. Dans cette situation, celui-ci génère autour de 70 MW d'électricité et le débit massique d'eau qui passe au travers de sa roue est de l'ordre de  $4 \times 10^5$  kg/s. La pleine charge est un régime d'opération où l'écoulement fluide est relativement bien ordonné et peu chaotique. Pour une première application de la méthode sur une turbine réelle, ce choix s'impose naturellement.

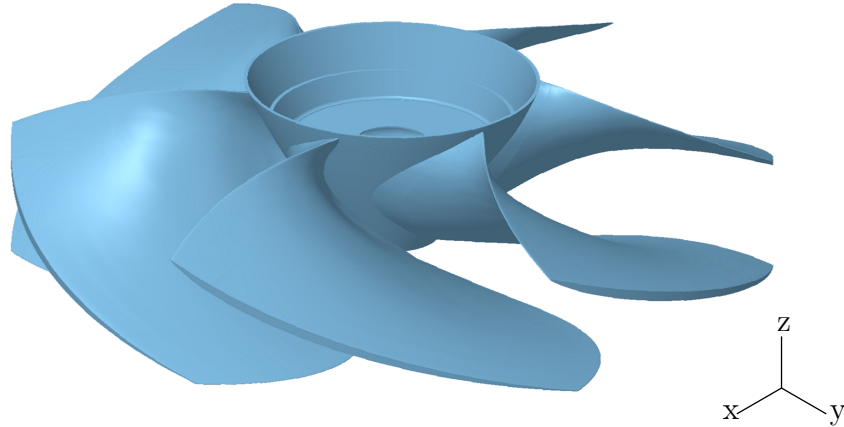


Figure 5.1 Modèle géométrique de la roue de turbine à hélice considérée.

Autour de la partie tournante illustrée ci-dessus se trouve un carter cylindrique immobile (non montré) qui porte le terme de manteau. Le jeu entre les bouts des aubes (extrémités radiales) et ce manteau n'est que de quelques millimètres. Une caractéristique géométrique présente sur chaque aube de la turbine réelle a été retirée pour les analyses numériques : la lèvre anticavitation. Elle est rarement incluse dans les simulations de l'écoulement car elle complexifie fortement l'obtention d'un maillage structuré et son influence sur le comportement de l'écoulement est mineure. Par souci de cohérence en interaction fluide-structure, elle est également négligée pour les analyses modales<sup>1</sup>.

La corde des aubes varie avec l'envergure, mais elle est en moyenne comparable au rayon de la roue d'approximativement 3 m. La vitesse moyenne de l'écoulement, calculée à partir de l'aire circulaire basée sur le diamètre de la roue, de la densité de l'eau et du débit massique est  $U_{moy} \approx 14$  m/s. Les mesures expérimentales révèlent des amplitudes de déplacement dynamique de quelques dizaines de micromètres, arrondies ici de manière conservatrice à 0.1 mm. Avec ces valeurs et considérant une fréquence naturelle fondamentale de l'ordre de 10 Hz (voir la section 5.2), les estimations de nombres adimensionnels présentées à la section 2.3.5 peuvent être ajustées (voir le tableau 5.1). Les ordres de grandeur de ces nombres restent les mêmes et décrivent toujours un couplage fort avec un important effet de masse ajoutée ainsi que de faibles déplacements de la structure. Ainsi, l'approche quasi-statique n'est pas applicable, mais les effets non linéaires relativement au déplacement de la structure sont négligeables. Enfin, la très grande valeur du nombre de Reynolds permet de déduire que l'écoulement dans la turbine est indéniablement turbulent.

---

1. Des analyses modales préliminaires dans le vide ont de toute façon montré que l'impact de la lèvre anticavitation sur les premières fréquences naturelles était inférieur à 5%.

Tableau 5.1 Nombres adimensionnels liés à interaction fluide-structure pour la turbine hydroélectrique à hélice.

Symbole	Paramètre	Valeur approximative
$U_R$	Vitesse réduite	0.47
$\mathcal{D}$	Nombre de déplacement	$3.3 \times 10^{-5}$
$\mathcal{M}$	Nombre de masse	0.13
$Re$	Nombre de Reynolds	$4.2 \times 10^7$

## 5.2 Analyses modales

Une turbine à hélice, comme toutes les machines tournantes, présente une symétrie dite cyclique. Autrement dit, la géométrie entière de la turbine peut être obtenue par répétition circulaire d'un secteur de base autour de l'axe de la machine. Dans le cas présent, ce secteur de base correspond à une aube attachée à un sixième du moyeu ( $60^\circ$ ). Tout comme la symétrie transversale du profil hydrodynamique de ANDRITZ HYDRO, cette particularité permet de réduire considérablement la taille du problème d'éléments finis à résoudre. Le modèle géométrique utilisé, comprenant les domaines solide et fluide, a été produit à l'aide de plusieurs outils. La géométrie numérique de l'aube correspond à la géométrie réelle d'une des six aubes de la roue, mesurée en centrale par télémétrie. Le nuage de points ainsi obtenu est utilisé pour générer un modèle surfacique. La surface externe du moyeu est également obtenue de cette façon, de façon à assurer une intersection précise avec le modèle de l'aube. La géométrie complète du moyeu ( $360^\circ$ ) est complétée à partir de dessins techniques fournis par Hydro-Québec. Le logiciel CATIA V5R20 est utilisé pour générer un seul modèle solide à partir de l'aube et du moyeu complet. Le domaine fluide complet ( $360^\circ$ ) est entièrement modélisé à partir de dessins techniques. La même surface de coupe est utilisée pour extraire un secteur de  $60^\circ$  des domaines solide et fluide.

Les éléments tétraédriques de type SOLID187 et FLUID221 (ANSYS, Inc., 2014) sont à nouveau utilisés pour la discrétisation de la structure et du fluide. Des difficultés au niveau du maillage apparaissent lorsque le très mince jeu d'aube est inclus dans le modèle géométrique. Celui-ci est donc négligé en diminuant le rayon du manteau pour qu'il corresponde exactement à celui de la roue. Supposant que la forme du mode ne soit pas affectée, la contribution du jeu d'aube sur la masse ajoutée pourra être récupérée selon la démarche présentée à la section 3.4. Effectivement, le jeu d'aube ne sera pas négligé dans les simulations de l'écoulement.

En tout, cinq maillages sont utilisés pour vérifier la convergence des fréquences calculées en fonction de la discrétisation spatiale. Le maillage structural le plus grossier est présenté à la figure 5.2. Une condition de déplacement nul est appliquée sur les noeuds de la face normale à l'axe  $z$  identifiée avec une couleur pâle, alors qu'une condition de symétrie cyclique est appliquée sur les faces internes du moyeu apparues lors de la découpe du secteur de  $60^\circ$ .

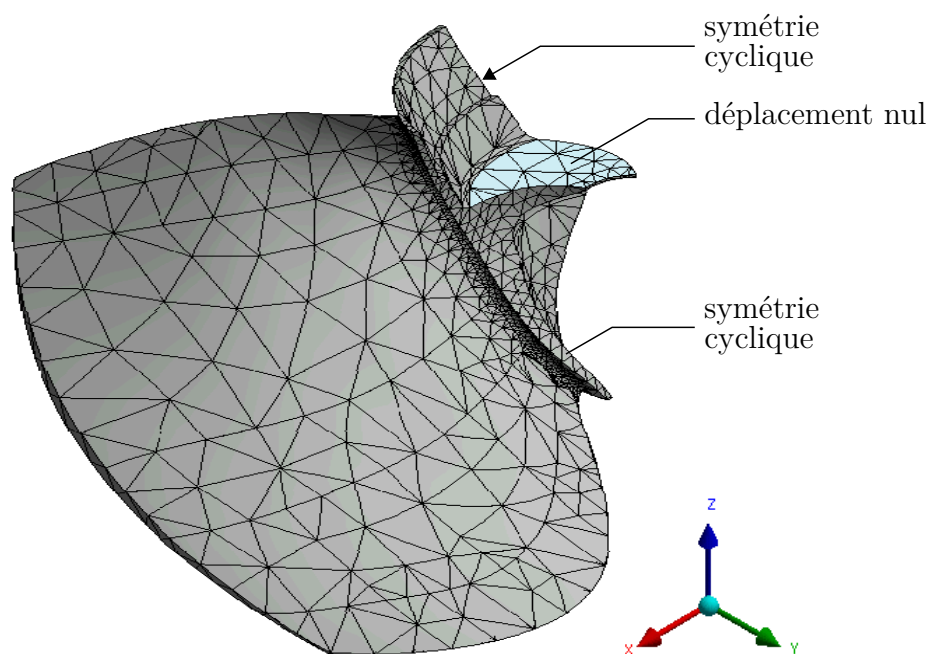


Figure 5.2 Maillage «Grossier» utilisé pour les analyses modales de la turbine à hélice.

Dans le cadre de l'analyse modale d'une roue de turbine, le concept des indices harmoniques est important. Grossièrement, ceux-ci permettent de classer les différents modes en fonction de la différence de phase entre le mouvement de chacune des aubes. Ici, seuls les modes possédant un indice harmonique nul sont considérés, c'est-à-dire ceux où toutes les aubes vibrent de manière synchronisée. Les fréquences des trois premiers modes d'indice harmonique nul, dans le vide ( $f_{i,vide}$ ) et dans l'eau ( $f_{i,eau}$ ), sont données dans le tableau 5.2 pour les cinq maillages utilisés. Une excellente convergence des fréquences avec le raffinement de la discrétisation spatiale peut y être observée. Les tailles de maillages sont répertoriées dans le tableau 5.3. Pour la suite des analyses, le maillage «Extra fin» est considéré. Malgré sa taille imposante, le nombre de noeuds sur la surface de l'aube n'est pas exagérément élevé et le transfert du mode vers CFX demeure gérable.

Tableau 5.2 Convergence de la fréquence naturelle des trois premiers modes d'indice harmonique nul de la turbine à hélice en fonction de la taille du maillage.

Maillage	$f_{1,vide}$ (Hz)	$f_{1,eau}$ (Hz)	$f_{2,vide}$ (Hz)	$f_{2,eau}$ (Hz)	$f_{3,vide}$ (Hz)	$f_{3,eau}$ (Hz)
Grossier	22.41	10.50	63.58	36.49	76.21	39.27
Moyen	22.29	10.44	62.09	35.52	74.59	38.57
Fin	22.25	10.40	61.77	35.07	74.02	38.23
Très fin	22.23	10.38	61.56	34.84	73.69	38.05
Extra fin	22.22	10.37	61.45	34.66	73.48	37.92

Tableau 5.3 Taille des maillages utilisés pour les analyses modales de la turbine à hélice.

Maillage	Nombre de noeuds pour la structure	Nombre de noeuds pour le fluide
Grossier	16 905	48 747
Moyen	33 101	95 148
Fin	54 324	166 324
Très fin	79 012	254 158
Extra fin	112 426	368 240

Le premier mode est retenu pour l'application de la méthodologie de calcul de l'amortissement pour deux raisons. Premièrement, il s'agit du mode avec la plus faible fréquence, ce qui permet l'utilisation d'un pas de temps plus grossier pour les simulations instationnaires de l'écoulement fluide. Deuxièmement, les données expérimentales révèlent un phénomène affectant des jauges de contraintes à une fréquence de 12.63 Hz qui pourrait potentiellement exciter le premier mode dont la fréquence est d'environ 10 Hz, ce qui justifie l'importance de connaître l'amortissement associé à ce mode. Celui-ci correspond à une combinaison de torsion et principalement de flexion de l'aube (voir la figure 5.3).

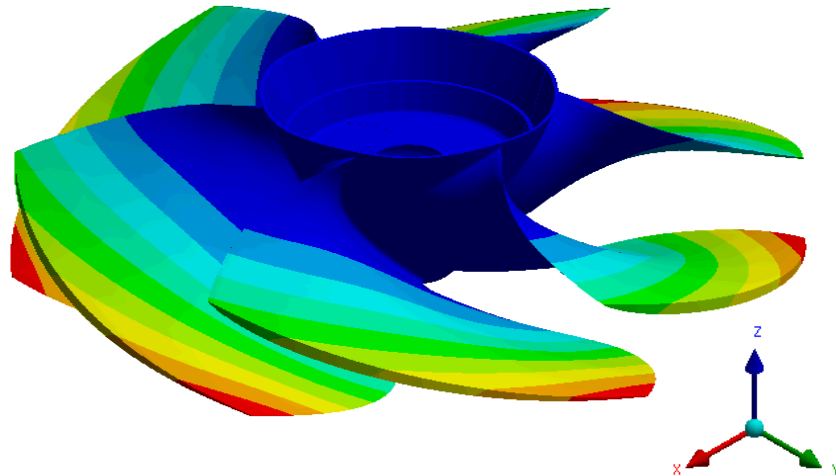


Figure 5.3 Forme du premier mode à indice harmonique nul de la turbine à hélice dans l'eau avec coloration de l'amplitude normalisée du déplacement ; bleu ( $\|\varphi\| = 0$ ) au rouge ( $\|\varphi\| = 1$ ).

Tout comme pour les blocs de montage du profil hydrodynamique, le déplacement est pratiquement nul en tout point du moyeu et seul le champ de déplacement sur l'aube de la turbine est pertinent. Toutefois, le transfert du mode vers CFX à l'aide de fichiers textes et de *Fonctions Utilisateur* n'a pas fonctionné correctement pour la turbine à hélice. Effectivement, lorsque cette méthode est utilisée, l'historique temporel de la force modale obtenue grâce aux simulations de l'écoulement en régime instationnaire est parsemé de sauts, ou impulsions qui sont visiblement des aberrations numériques (voir la figure 5.4). Il est spéculé que l'interpolation de la forme du mode sur le maillage utilisé dans CFX à partir du champ de déplacement discret défini aux noeuds du maillage de la structure soit une cause possible de ces aberrations. Dans le cas du profil hydrodynamique, les deux types de maillage ont été générés à partir d'un modèle géométrique commun<sup>2</sup>. Ce n'est pas parfaitement le cas pour la turbine hydraulique, et ce, pour différentes raisons liées à sa complexité géométrique et aux difficultés inhérentes de modélisation. Dans ce travail, une approche alternative est utilisée pour contourner le problème.

---

2. La seule exception réside dans le retrait des congés pour la simulation de l'écoulement fluide.

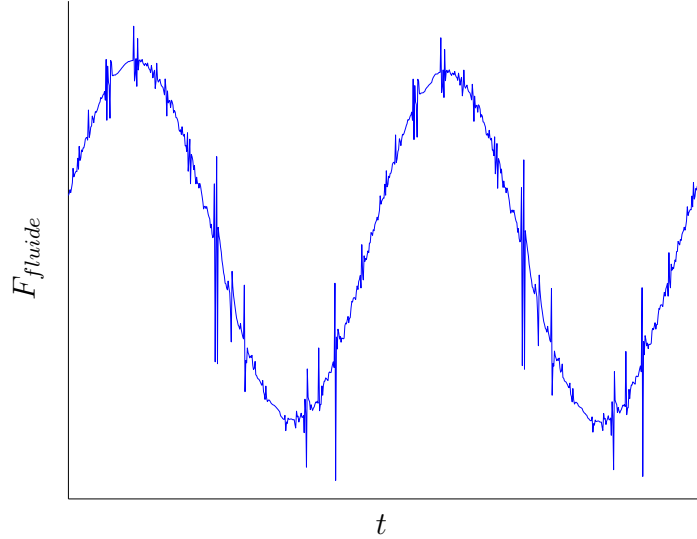


Figure 5.4 Exemple d'évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement dans la turbine à hélice lorsque le mode est importé à l'aide de fichiers textes et de *Fonctions Utilisateur*.

Comme décrit à la section 3.2.2, l'utilisation de fonctions analytiques de régression définies à l'aide d'*Expressions* dans CFX permet d'enrayer ce problème. Pour représenter la forme du mode retenu, des polynômes du troisième degré s'avèrent satisfaisants. Pour chacune des composantes du champ de déplacement, le coefficient de détermination  $R^2$  le plus élevé est obtenu avec la combinaison des variables indépendantes  $x$  et  $y$ . Le modèle de régression choisi possède alors la forme suivante :

$$\varphi_x \approx \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^{3-i} A_{ij} x^i y^j, \quad (5.1)$$

$$\varphi_y \approx \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^{3-i} B_{ij} x^i y^j, \quad (5.2)$$

$$\varphi_z \approx \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^{3-i} C_{ij} x^i y^j. \quad (5.3)$$

Ce modèle comporte un total de 30 coefficients ( $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  et  $C_{ij}$ ) qui sont déterminés par la méthode linéaire des moindres carrés en utilisant la fonction *fit()* du logiciel MATLAB. Les coefficients de détermination pour les composantes  $x$ ,  $y$  et  $z$  de la forme du mode ainsi régressée sont  $R_x^2 = 0.984$ ,  $R_y^2 = 0.998$  et  $R_z^2 = 0.999$ . Finalement, les paramètres modaux déduits des résultats des analyses modales sont donnés dans le tableau 5.4. Il est important de

préciser que ces quantités sont valables pour un secteur d'un sixième de la roue comportant une seule aube.

Tableau 5.4 Résultats des analyses modales pour un secteur de la turbine à hélice.

Symbole	Paramètre modal	Valeur
$M_S$	Masse structurelle	792.6 kg
$K_S$	Rigidité structurelle	15.44 MN/m
$M_F$	Masse ajoutée	2845 kg

### 5.3 Dynamique des fluides stationnaire

Pour les simulations de l'écoulement dans la turbine, le modèle de  $k - \epsilon$  standard avec loi de paroi *Scalable* est à nouveau utilisé. Le schéma d'advection sélectionné est un mélange entre des schémas du premier et du deuxième ordre, avec le paramètre *Specified Blend Factor* défini à  $\beta = 0.75$ . La turbulence est cependant modélisée au premier ordre et le critère de convergence de la solution est le suivant : résidus maximums abaissés à  $5 \times 10^{-5}$  sur la continuité et les trois composantes du champ de vitesse.

#### 5.3.1 Préparation du calcul

La géométrie utilisée pour la simulation de l'écoulement fluide diffère en deux points principaux de celle discrétisée pour les analyses modales : ici, le jeu de quelques millimètres entre le manteau et le bout de l'aube est bien modélisé, mais le congé d'arête à la jonction entre l'aube et le moyeu est retiré. Cette géométrie est maillée à l'aide du logiciel ICFM CFD. Pour limiter la taille du problème de volumes finis tout en restant dans le domaine de validité du modèle de turbulence utilisé, un maillage a été généré de manière à ce que la hauteur adimensionnelle  $y+$  des cellules adjacentes aux parois soit comprise entre environ 30 et 300. Pour les simulations en régime stationnaire, le domaine de calcul inclut trois sous-domaines distincts, schématisés à la figure 5.5 :

1. le distributeur, une partie fixe comportant des aubes avant-directrices immobiles et des directrices amovibles permettant de contrôler le débit d'eau et d'aligner l'écoulement ;
2. la roue elle-même, une partie tournante ;
3. l'aspirateur, une partie fixe consistant en un canal divergent servant à augmenter la pression dans l'écoulement à la sortie de la roue.



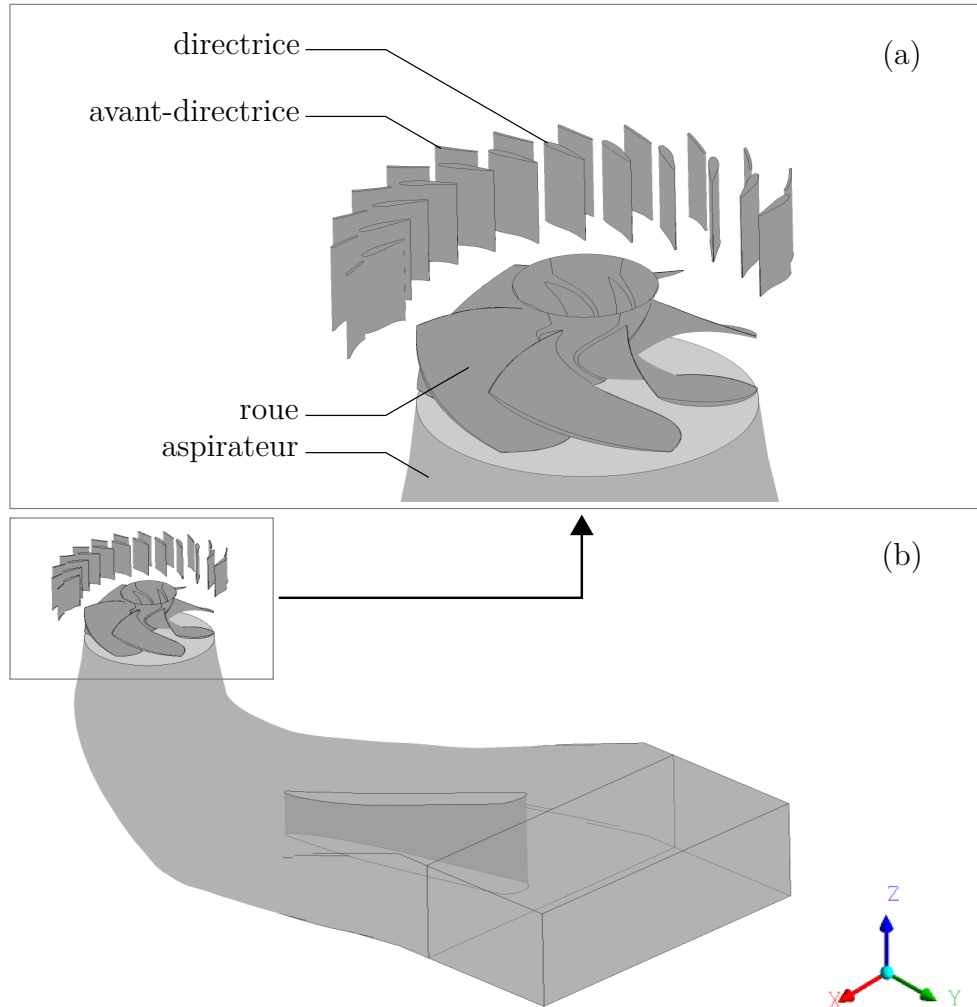


Figure 5.5 Schématisation du distributeur, de la roue et de l'aspirateur d'un groupe turbine-alternateur. Pour ne pas encombrer la vue, certaines frontières ne sont pas illustrées et une moitié du distributeur, dont seules les directrices et avant-directrices sont visibles, est cachée. En (a), agrandissement dans la zone du distributeur et de la roue. En (b), vue globale.

Le distributeur présente une symétrie cyclique tout comme la roue, mais le nombre de directrices est généralement plus élevé que le nombre d'aube sur cette dernière. Par conséquent, l'amplitude angulaire d'un secteur de distributeur comportant une directrice est plus faible que celle d'un secteur de roue. De plus, puisque la roue se trouve dans un repère tournant alors que le distributeur est dans un repère fixe, une interface est requise entre ces deux régions. Si les amplitudes angulaires des deux secteurs ne sont pas identiques, un facteur d'échelle doit être appliqué sur les champs de la solution d'un bord de l'interface à l'autre. Cette manipulation artificielle de l'écoulement est à éviter si possible. Or, le groupe turbine-

alternateur sélectionné pour ce travail possède 24 directrices. Cette particularité est intéressante dans le sens où le distributeur peut alors être modélisé par symétrie cyclique à l'aide d'un secteur de  $60^\circ$  comportant quatre directrices. Ceci multiplie la taille du maillage du distributeur par quatre, mais permet d'éviter d'avoir recours à un facteur d'échelle à l'interface distributeur-roue. D'un autre côté, cette opération est nécessaire à l'interface roue-aspirateur, car l'aspirateur ne présente pas de symétrie cyclique. Le domaine de calcul retenu ainsi que les conditions aux frontières appropriées pour la simulation de l'écoulement stationnaire dans la turbine sont illustrés aux figures 5.6, 5.7 et 5.8.

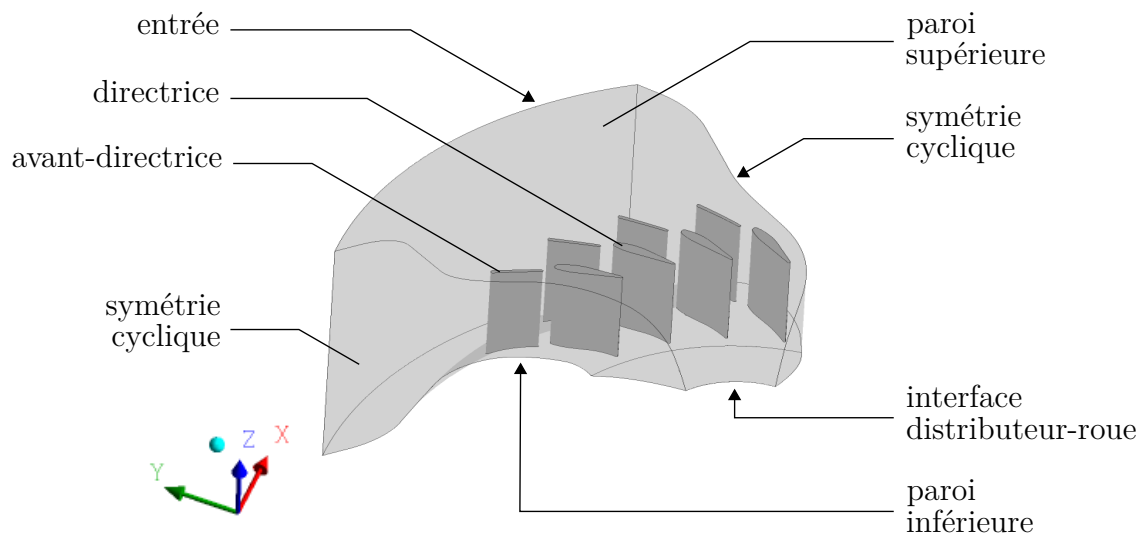


Figure 5.6 Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine du distributeur.

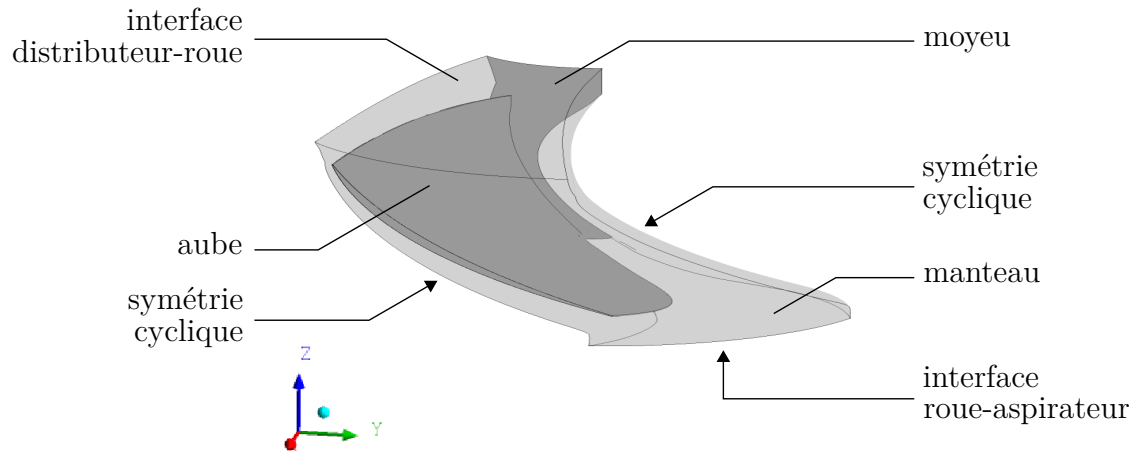


Figure 5.7 Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine de la roue.

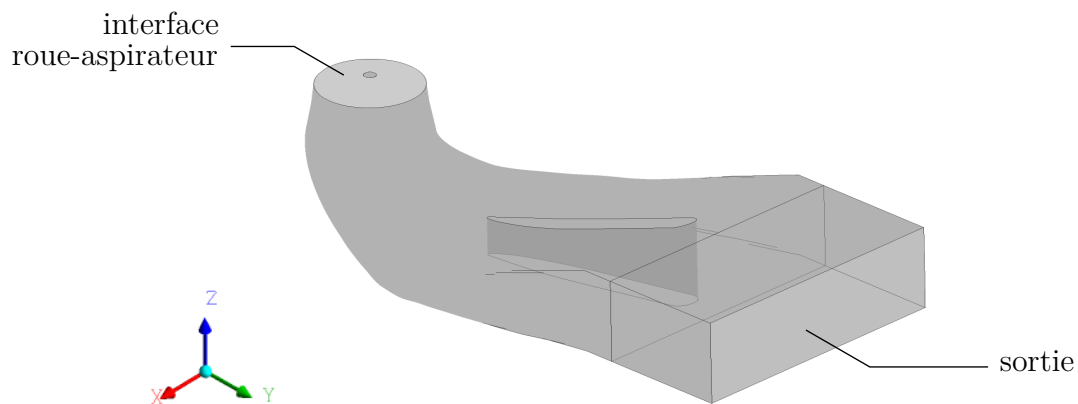


Figure 5.8 Simulation de l'écoulement dans la turbine : frontières pour le sous-domaine de l'aspirateur. Toutes les frontières non identifiées correspondent à des parois solides.

Les maillages du distributeur, de la roue et de l'aspirateur comportent 1 397 676, 1 805 699 et 832 720 cellules respectivement, pour un total d'un peu plus de quatre millions de cellules dans le domaine de calcul entier. Ceux-ci sont illustrés à l'annexe B. À l'entrée du domaine, l'orientation de l'écoulement (constante en composantes cylindriques) est imposée alors que la condition limite à la sortie est une ouverture à pression moyenne nulle. Les interfaces distributeur-roue et roue-aspirateur sont de type *Stage*. Avec ce type d'interface, l'information sur les variables de l'écoulement est transmise d'une sous-domaine à l'autre sous forme de

moyennes circonférentielles. Dans le repère tournant du sous-domaine de la roue, l'aube et le moyeu sont immobiles alors la paroi correspondant au manteau est perçue en rotation à la vitesse angulaire de la roue, mais dans le sens inverse. Le déplacement du maillage est nul en tout point des deux sous-domaines fixes, soit le distributeur et l'aspirateur. Dans la roue, l'aube est déformée statiquement selon le champ de déplacement  $\mathbf{r} = h \cdot \boldsymbol{\varphi}$ , c'est-à-dire la forme du mode avec une amplitude  $h$ . Le déplacement à la jonction entre l'aube et le moyeu est très faible, mais pas exactement nul. Pour éviter une contradiction au niveau des noeuds partagés entre ces deux frontières, le déplacement du maillage est laissé libre sur le moyeu. Le déplacement des noeuds du manteau est fixé à zéro dans la direction radiale, mais laissé libre dans les directions axiale et circonférentielle, dans le but de conserver la qualité des éléments dans le jeu d'aube.

### 5.3.2 Déformation statique

Une première simulation de l'écoulement en régime stationnaire avec l'aube non déformée ( $h = 0$ ) révèle déjà un comportement plus complexe que pour le profil hydrodynamique. En effet, la force modale exercée par le fluide sur l'aube n'est pas nulle dans ce cas. Si cette force est suffisamment grande, elle peut engendrer une déformation statique de l'aube de sorte que la géométrie de celle-ci au repos n'est pas la même qu'en opération. Pour évaluer l'importance de ce phénomène, une analyse structurelle statique de l'aube est menée en couplage unidirectionnel avec l'écoulement fluide. Ceci consiste à projeter le champ de pression obtenu par la simulation stationnaire de l'écoulement sur la structure discrétisée par éléments finis pour calculer le déplacement qui en résulte. Contrairement au couplage bidirectionnel, où la déformation de la structure est prise en compte dans la simulation de l'écoulement, ce genre de calcul est simple et rapide, d'autant plus qu'il s'agit d'une analyse statique, ou stationnaire. Dans le cas présent, le couplage bidirectionnel n'est pas nécessaire, car le déplacement de la structure influence très faiblement l'écoulement. Ce point est abordé à la section 5.3.3. Le tableau 5.5 donne les amplitudes maximales du déplacement  $\|\mathbf{r}\|_{max}$  sur l'aube obtenues par couplage unidirectionnel avec les mêmes densités de maillage de la roue que pour les analyses modales.

Tableau 5.5 Convergence du déplacement statique maximal sur l’aube de la turbine à hélice sous l’effet de l’écoulement en fonction de la taille du maillage de la structure.

Maillage	$\ \mathbf{r}\ _{max}$ (mm)
Grossier	15.3
Moyen	16.0
Fin	16.2
Très fin	16.6
Extra fin	16.8

Ainsi, l’aube de la turbine à hélice subit une déformation statique qui correspond à un nouveau point d’équilibre en opération, différent de celui au repos. L’amplitude de ce déplacement est relativement élevée, particulièrement lorsque comparée avec la taille du jeu d’aube, qui ne fait que quelques millimètres. Par conséquent, il devient important de tenir compte de la nouvelle position d’équilibre pour les simulations instationnaires et le calcul de l’amortissement. En théorie, les contraintes engendrées par ces déformations pourraient également avoir un effet rigidifiant sur la structure et ainsi augmenter ses fréquences naturelles. Toutefois, des analyses modales de l’aube dans le vide incluant cette précontrainte ne montrent aucune différence significative. Le même comportement est présumé pour les fréquences de l’aube dans l’eau. Enfin, une autre particularité fort intéressante du cas étudié est révélée par l’analyse structurelle : le champ de déplacement associé à l’écoulement du fluide est fortement similaire au champ de déplacement du mode étudié (voir l’annexe C). Il est possible d’en tirer avantage pour définir la nouvelle position d’équilibre dans les simulations de l’écoulement en régime instationnaire en imposant sur l’aube un déplacement de la forme :

$$\mathbf{r} = [h_{stat} + h_0 \sin(\omega_n t)] \cdot \boldsymbol{\varphi}, \quad (5.4)$$

où  $h_{stat}$  est le déplacement statique associé à l’écoulement moyen et  $h_0$  l’amplitude dynamique du mouvement oscillatoire. Dans l’éventualité où le mode et le champ de déplacement statique ne seraient pas similaires, il serait également possible d’introduire ce dernier dans CFX de la même manière que le mode (par fichiers textes ou expressions analytiques de régression) et d’utiliser la superposition des deux champs pour imposer le mouvement à l’aube.

### 5.3.3 Résultats

La convention choisie pour le mode est telle qu'une valeur positive de la coordonnée  $h$  provoque un déplacement du bout de l'aube dans la direction  $+z$ . Or, le déplacement statique  $h_{stat}$  décrit à la section précédente est plutôt dans le sens inverse et correspond à une valeur négative de  $h$ . Celle-ci est arrondie à  $h_{stat} = -17$  mm. Pour déterminer la rigidité ajoutée sur l'aube autour de ses points d'équilibre, au repos et en opération, des simulations stationnaires sont effectuées pour les valeurs de  $h$  suivantes :  $-20$  mm,  $-17$  mm,  $-15$  mm,  $-10$  mm,  $-5$  mm,  $0$  mm et  $5$  mm. Les résultats sont tracés à la figure 5.9.

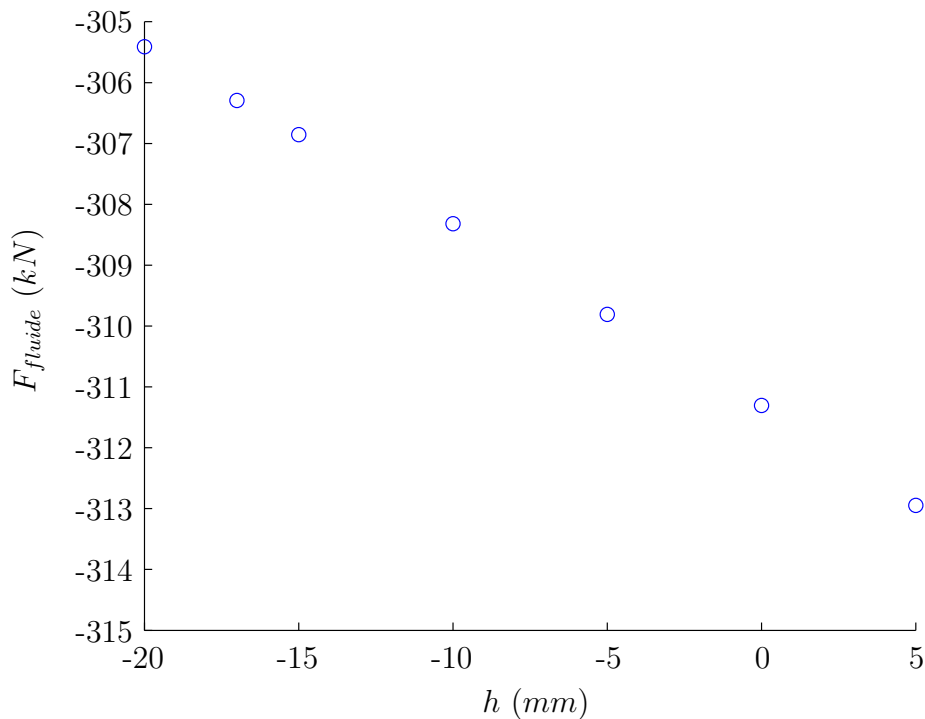


Figure 5.9 Impact de l'amplitude du déplacement imposé sur la force modale générée par le fluide sur l'aube de la turbine à hélice.

Le comportement est linéaire tel qu'attendu et la rigidité modale ajoutée par l'écoulement est donc constante pour les amplitudes de déplacement considérées. Sa valeur est la pente de la droite passant par les points ci-haut. La fréquence naturelle du mode étudié et  $K_F$  sont données dans le tableau 5.6. Il est intéressant de noter que la rigidité ajoutée par l'écoulement est de l'ordre de 2% de la rigidité structurelle. Autrement dit, la capacité du fluide à minimiser les déformations qu'il induit lui-même sur la structure est très faible relativement à la

capacité de la structure elle-même. La rigidité ajoutée a donc très peu d'influence sur l'amplitude du déplacement statique induit sur l'aube. De plus, entre  $h = 0$  mm et  $h = -17$  mm, la force modale ne varie que d'environ 1.6%, ce qui signifie que le mouvement de la structure ne modifie presque pas l'écoulement du fluide. À la lumière de ces deux observations, il est possible de confirmer que l'approche unidirectionnelle pour la détermination de la déformation statique est suffisante pour la turbine à hélice.

Tableau 5.6 Rigidité ajoutée et fréquence naturelle de l'aube de la turbine à hélice.

$K_F$	$f_n$
(kN/m)	(Hz)
299	10.5

## 5.4 Dynamique des fluides instationnaire

Les paramètres pour la simulation de l'écoulement en régime instationnaire sont les mêmes que pour les simulations en régime stationnaire : modèle de turbulence  $k - \epsilon$  standard avec loi de paroi *Scalable, Specified Blend Factor* valant  $\beta = 0.75$  pour le schéma d'advection, discrétisation spatiale des quantités turbulentes au premier ordre et critère de convergence sur les résidus maximums à  $5 \times 10^{-5}$  pour la continuité et les composantes du champ de vitesse. Comme pour le profil hydrodynamique, le schéma d'intégration en temps est implicite arrière du deuxième ordre.

Pour réduire la taille du problème de volumes finis, seul le sous-domaine de la roue est modélisé. La densité du maillage diminue à 1 805 699 cellules, soit moins de la moitié de celui utilisé pour les simulations en régime stationnaire. La condition limite appliquée à l'entrée de la roue est le profil de vitesse discret correspondant à la solution en régime stationnaire à l'interface distributeur-roue. Pour la sortie de la roue, le profil de pression statique à l'interface roue-aspirateur est utilisé. Puisque le mouvement oscillatoire de l'aube est imposé autour de sa position d'équilibre, la solution stationnaire pour  $h = h_{stat} = -17$  mm, est utilisée pour extraire ces profils.

### 5.4.1 Ajustement de la fréquence naturelle

Une première série de simulations instationnaires où le mouvement est imposé selon l'expression (5.4) avec  $h_{stat} = -17$  mm et  $h_0 = 1$  mm est menée. Le pas d'intégration en temps utilisé

est  $\Delta t_1 = \frac{1}{100f_n}$  secondes, ce qui correspond à un pas de temps non dimensionnel d'environ  $4.4 \times 10^{-3}$ . Vingt périodes d'oscillation sont simulées et la masse ajoutée ajustée est calculée selon la démarche proposée à la section 3.4 à l'aide de la totalité de ces 20 périodes. Pour une fréquence arrondie à la première décimale, deux itérations sont suffisantes pour obtenir une convergence de la fréquence naturelle, tel que montré dans le tableau 5.7. La décroissance de  $M_F$  de l'itération 1 à 2 ainsi que la croissance de cette valeur de l'itération 2 à 3 suggèrent que la fréquence naturelle se situe quelque part entre 10.75 Hz et 10.80 Hz. Ainsi, pour la suite des analyses, la fréquence du mouvement imposée à l'aube est de 10.8 Hz.

Tableau 5.7 Ajustement de la fréquence naturelle de l'aube de la turbine à hélice soumise à l'écoulement d'eau.

$f_n$ simulée (Hz)	$M_F$ ajustée (kg)	$f_n$ ajustée (Hz)	Écart sur $f_n$
–	2845	–	–
10.5	2707	10.68	+1.9%
10.7	2640	10.78	+0.96%
10.8	2651	10.76	–0.16%

#### 5.4.2 Discrétisation temporelle et amplitude du mouvement

Considérant la fréquence naturelle ajustée, des simulations sont effectuées pour quatre amplitudes de vibration, soit  $h_0 = 0.01$  mm,  $h_0 = 0.1$  mm,  $h_0 = 1$  mm et  $h_0 = 3$  mm. Cette plage couvre l'ordre de grandeur du déplacement de l'aube mesuré lors des essais expérimentaux de quelques dizaines de micromètres et augmente jusqu'à une amplitude qui serait probablement considérée très dangereuse pour la turbine réelle. Pour chacune des ces amplitudes, les trois pas de temps suivants sont utilisés :  $\Delta t_1 = \frac{1}{100f_n}$ ,  $\Delta t_{1/2} = \frac{1}{200f_n}$  et  $\Delta t_{1/4} = \frac{1}{400f_n}$  secondes. Un pas de temps non dimensionnel peut être défini à partir de la vitesse moyenne  $U_{moy}$  et de la corde  $c$  de l'aube :

$$\Delta t^* = \frac{U_{moy} \Delta t}{c}. \quad (5.5)$$

Les pas de temps physiques correspondent alors à des pas de temps non dimensionnels  $\Delta t_1^* = 4.4 \times 10^{-3}$ ,  $\Delta t_{1/2}^* = 2.2 \times 10^{-3}$  et  $\Delta t_{1/4}^* = 1.1 \times 10^{-3}$ . Initialement, 20 périodes d'oscillation sont simulées pour chaque cas ( $h_0$ ,  $\Delta t$ ). La figure 5.10 illustre la forme du signal  $F_{fluide}(t)$  obtenu pour les différentes amplitudes de vibration.



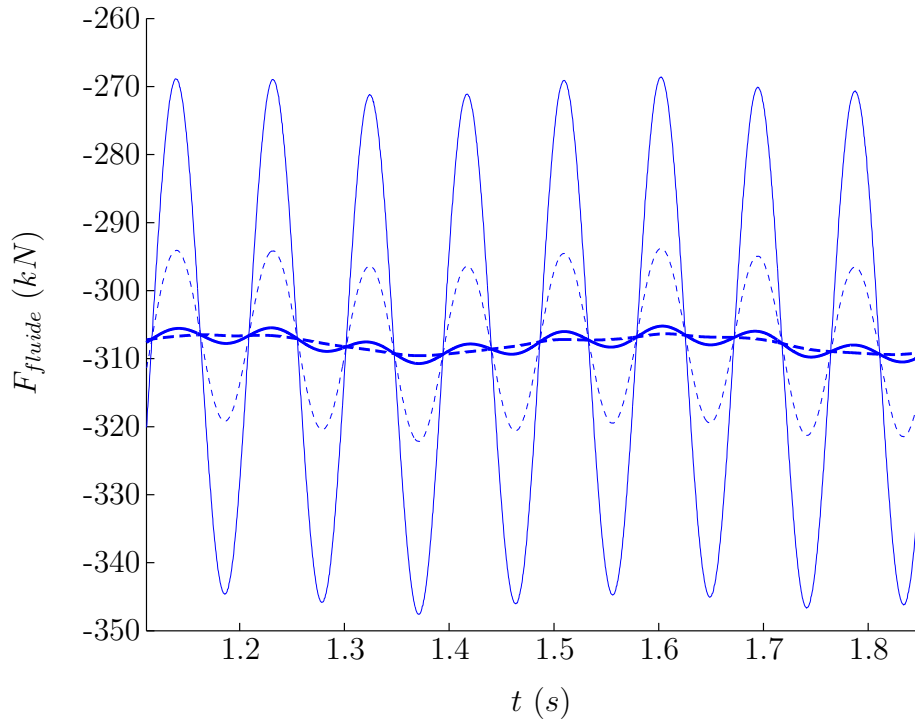


Figure 5.10 Évolution temporelle de la force modale pour la simulation de l'écoulement dans la turbine à hélice avec  $\Delta t = \Delta t_{1/4}$  :  $h_0 = 3$  mm ( — );  $h_0 = 1$  mm ( - - - );  $h_0 = 0.1$  mm ( ——— );  $h_0 = 0.01$  mm ( - . - . ). Seules les huit dernières périodes simulées sont affichées.

Pour chaque amplitude  $h_0$  simulée, deux fréquences sont visibles sur le graphique ci-dessus : la fréquence  $f_n = 10.8$  Hz correspondant au mouvement imposé de l'aube ainsi qu'un phénomène secondaire de fréquence  $f_s$  plus faible et dont l'amplitude est relativement basse. Cependant, pour le cas  $h_0 = 0.01$  mm, l'amplitude du phénomène de faible fréquence devient plus grande que celle de la force associée au mouvement de l'aube, de telle sorte que cette dernière devient très difficilement perceptible dans le signal. Des analyses par FFT des signaux de  $F_{fluide}(t)$  montrent également que la fréquence de ce phénomène n'est pas significativement affectée par  $h_0$  (voir le tableau 5.8), mais que son amplitude varie linéairement avec  $h_0$ .

Tableau 5.8 Analyse par FFT de l'évolution temporelle de la force modale générée par l'écoulement sur l'aube de la turbine à hélice pour les simulations avec  $\Delta t = \Delta t_1$ .

$h_0$ (mm)	$f_n$ (Hz)	Amplitude liée à $f_n$ (kN)	$f_s$ (Hz)	Amplitude liée à $f_s$ (kN)
0.01	10.8	0.187	2.34	1.51
0.1	10.8	1.34	2.34	1.55
1	10.8	12.8	2.29	1.91
3	10.8	38.1	2.26	2.72

Une nouvelle simulation instationnaire où le profil est immobile ( $h_0 = 0$  mm) et avec  $\Delta t = \Delta t_1$  montre que le phénomène secondaire n'est pas lié à la vibration du profil, car celui-ci demeure présent. La fréquence est alors de 2.31 Hz et l'amplitude de 1.25 kN. La visualisation des structures tourbillonnaires dans l'écoulement à l'aide d'isosurfaces du critère *Q-criterion* dans CFD-Post (ANSYS, Inc., 2014) révèle qu'il s'agit en fait de détachement de tourbillons au bord d'attaque de l'aube près du moyeu. Une série de figures montre le détachement d'un de ces tourbillons à l'annexe D. Pour que leur impact sur le taux d'amortissement calculé à l'aide du signal  $F_{fluide}(t)$  devienne négligeable, un grand nombre de détachements doit avoir eu lieu (voir la section 3.4). Or, contrairement au profil hydrodynamique, la fréquence des détachements tourbillonnaires dans la turbine à hélice est inférieure à celle du mouvement imposé à la structure. Ainsi, pour qu'un grand nombre de tourbillons soit produit, un nombre encore plus grand d'oscillations de l'aube doit être simulé, ce qui augmente considérablement le coût des analyses numériques. La figure 5.11 montre que la simulation de vingt oscillations n'est pas suffisante pour les plus faibles valeurs simulées de  $h_0$ .

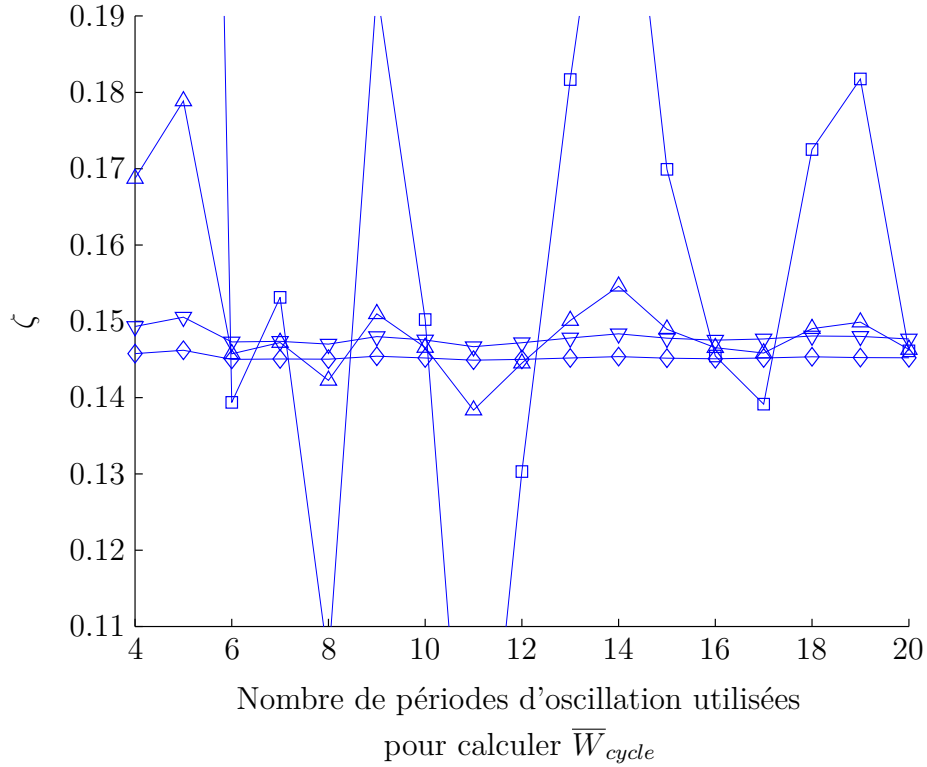


Figure 5.11 Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation exprimé en termes de périodes entières d'oscillation de l'aube pour différentes amplitudes dynamiques avec  $\Delta t = \Delta t_1$  : 0.01 mm ( $\square$ ) ; 0.1 mm ( $\triangle$ ) ; 1 mm ( $\nabla$ ) ; 3 mm ( $\diamond$ ).

En effet, pour  $h_0 = 0.1$  mm et particulièrement pour  $h_0 = 0.01$  mm, le taux d'amortissement calculé dépend fortement du nombre de périodes utilisées pour moyenner  $W_{cycle}$ . D'un autre côté, pour les deux plus grandes valeurs de  $h_0$ , le taux d'amortissement est plutôt stable peu importe le nombre de périodes utilisées. Pour évaluer à quel point le taux d'amortissement est convergé, une valeur de référence  $\zeta_{20}$  (différente pour chaque amplitude) correspondant à la valeur de  $\zeta$  calculée à partir des 20 périodes est introduite. Pour  $\zeta$  calculé à partir d'un nombre de périodes supérieur ou égal à 10, l'écart maximal par rapport à  $\zeta_{20}$ , soit  $\Delta\zeta_{[10-20]}$ , est respectivement de 55%, 5.7%, 0.68% et 0.22% pour les amplitudes dynamiques 0.01 mm, 0.1 mm, 1 mm et 3 mm. Pour la masse ajoutée ajustée selon l'expression (3.19), les écarts  $\Delta M_{F,ajustée,[10-20]}$ , calculés de la même manière que  $\Delta\zeta_{[10-20]}$  valent respectivement 50%, 7.1%, 0.78% et 0.30%. L'écart de 55% sur  $\zeta$  peut s'expliquer par l'amplitude relative des forces associées aux tourbillons et au mouvement de l'aube (voir le tableau 5.8). Par exemple, pour  $h_0 = 3$  mm, l'amplitude de la force liée aux tourbillons vaut 7% de l'amplitude

liée au mouvement de l'aube, alors que pour  $h_0 = 0.01$  mm, cette proportion augmente à environ 800%. Sans même considérer la notion de moyennage sur plusieurs périodes, le «bruit» causé par les tourbillons lors du calcul de  $\overline{W}_{cycle}$  est proportionnellement beaucoup plus élevé pour de faibles valeurs de  $h_0$ . Puisque le moyennage permet d'évacuer ce «bruit» graduellement, plus de périodes sont alors nécessaires lorsque l'amplitude de mouvement est faible. Pour valider cette hypothèse, les simulations avec  $\Delta t = \Delta t_1$  sont redémarrées et poursuivies jusqu'à 100 périodes. Les résultats de ces analyses sont illustrés à la figure 5.12.

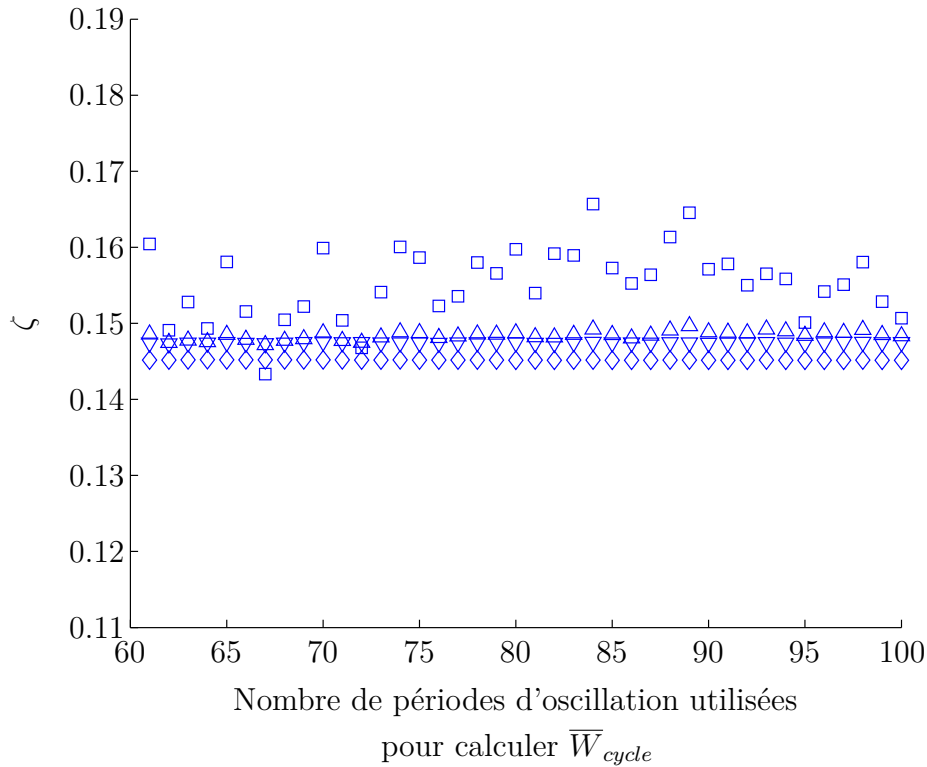


Figure 5.12 Convergence du taux d'amortissement en fonction du temps de simulation jusqu'à 100 périodes d'oscillation de l'aube pour différentes amplitudes dynamiques avec  $\Delta t = \Delta t_1$  : 0.01 mm ( $\square$ ) ; 0.1 mm ( $\triangle$ ) ; 1 mm ( $\nabla$ ) ; 3 mm ( $\diamond$ ).

Le comportement observé correspond partiellement à ce qui était attendu. La variation de  $\zeta$  en fonction du nombre de périodes utilisées est atténuée, mais pour la plus petite amplitude dynamique, la valeur n'est pas stabilisée et rien n'indique que la poursuite du calcul au-delà de 100 périodes puisse régler le problème. Une nouvelle référence  $\zeta_{100}$  est définie comme la valeur de  $\zeta$  calculée à partir de 100 périodes. Pour  $\zeta$  calculé à partir d'un nombre de périodes supérieur ou égal à 60, l'écart maximal par rapport à  $\zeta_{100}$ , soit  $\Delta\zeta_{[60-100]}$ , diminue

respectivement à 10%, 0.90%, 0.13% et 0.058% pour les amplitudes 0.01 mm, 0.1 mm, 1 mm et 3 mm. Similairement, les valeurs de  $\Delta M_{F,ajustée,[60-100]}$  tombent respectivement à 15%, 1.0%, 0.15% et 0.021%. Une vue d'ensemble des meilleurs résultats disponibles pour chaque pas de temps utilisé est donnée dans les tableaux 5.9 et 5.10. Pour  $\Delta t_{1/2}$  et  $\Delta t_{1/4}$ , seules vingt périodes sont disponibles. Ce nombre est tout de même suffisant pour limiter la variation du taux d'amortissement à 1% sur les dix dernières périodes pour  $h_0 = 1$  mm et  $h_0 = 3$  mm.

Tableau 5.9 Impact de la discrétisation temporelle sur le calcul du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur l'aube de turbine à hélice.

$h_0$ (mm)	$\Delta t_1$		$\Delta t_{1/2}$		$\Delta t_{1/4}$	
	$\zeta_{100}$	$\Delta\zeta_{[60-100]}$	$\zeta_{20}$	$\Delta\zeta_{[10-20]}$	$\zeta_{20}$	$\Delta\zeta_{[10-20]}$
0.01	0.1507	10%	0.1493	64%	0.1305	73%
0.1	0.1483	0.9%	0.1429	6.1%	0.1380	7.0%
1	0.1475	0.13%	0.1403	0.82%	0.1354	0.77%
3	0.1451	0.058%	0.1393	0.20%	0.1358	0.21%

Tableau 5.10 Impact de la discrétisation temporelle sur la valeur ajustée de la masse ajoutée par le fluide sur l'aube de turbine à hélice. Pour ne pas encombrer le tableau, le symbole  $M$  est exceptionnellement utilisé ici à la place de  $M_{F,ajustée}$ .

$h_0$ (mm)	$\Delta t_1$		$\Delta t_{1/2}$		$\Delta t_{1/4}$	
	$M_{100}$	$\Delta M_{[60-100]}$	$M_{20}$	$\Delta M_{[10-20]}$	$M_{20}$	$\Delta M_{[10-20]}$
0.01	2624	15%	3992	48%	3895	47%
0.1	2659	1.0%	2791	7.0%	2786	6.5%
1	2640	0.15%	2656	0.75%	2658	0.67%
3	2636	0.021%	2646	0.29%	2649	0.25%

Le dernier tableau confirme que l'ajustement de la fréquence naturelle effectué à la section 5.4.1 est valable, du moins pour les deux amplitudes dynamiques les plus élevées. Des bornes supérieure et inférieure sur le taux d'amortissement, définies par  $\zeta^\pm = \zeta_{20} \pm \Delta\zeta_{[10-20]}$  (ou  $\zeta^\pm = \zeta_{100} \pm \Delta\zeta_{[60-100]}$ , selon le cas) sont définies et tracées à la figure 5.13 pour chaque

valeur de  $h_0$ . Les résultats obtenus avec  $h_0 = 0.01$  mm ne permettent pas de déterminer avec confiance la valeur du taux d'amortissement ajouté par l'écoulement pour le mode vibratoire étudié, puisque la plage de valeurs possibles reste fortement étendue. La simulation d'un grand nombre de périodes permet toutefois de restreindre considérablement cette plage. Pour  $h_0 = 0.1$  mm, les conclusions à tirer sont similaires, mais la valeur de  $\zeta$  est bornée plus précisément. D'un autre côté, les résultats des simulations avec des amplitudes dynamiques de 1 mm et 3 mm sont beaucoup plus concluants. L'incertitude liée au nombre de périodes utilisées pour le calcul de  $\zeta$  est négligeable pour  $h_0 = 3$  mm et tolérable pour  $h_0 = 1$  mm. Les tendances observées portent à croire que la simulation de 100 périodes pour  $\Delta t_{1/2}$  et  $\Delta t_{1/4}$  permettrait d'enrayer cette incertitude pour  $h_0 = 1$  mm également. Pour ces deux amplitudes dynamiques, la relation  $\zeta - \Delta t$  est presque linéaire et en utilisant les valeurs de référence du tableau 5.9, une extrapolation linéaire pour un pas de temps nul donne un taux d'amortissement d'environ 0.132 dans les deux cas.

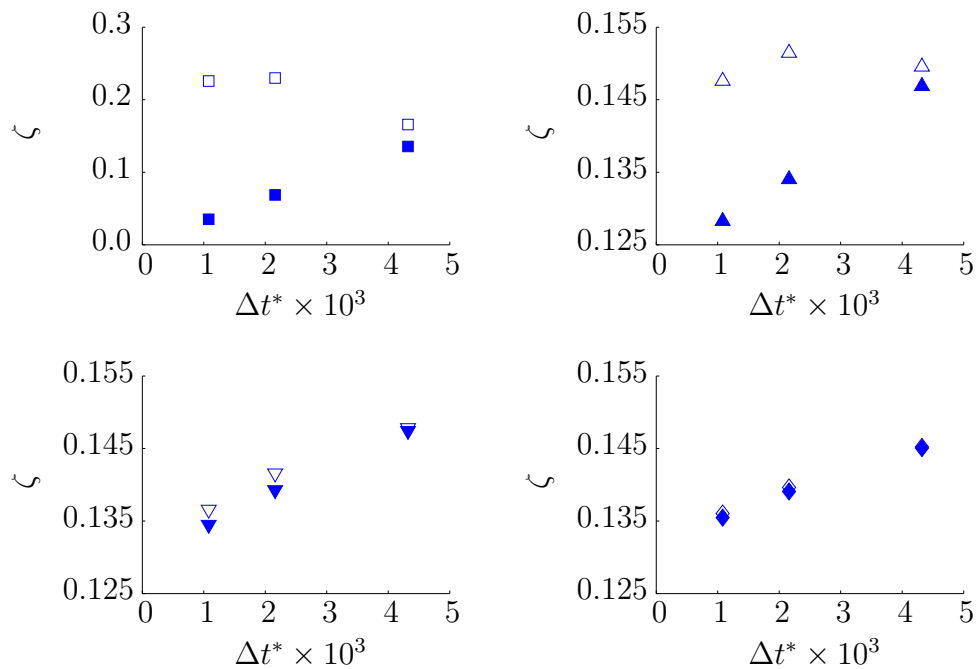


Figure 5.13 Incertitude relative au nombre de périodes utilisées pour calculer  $\zeta$ . Bornes supérieures  $\zeta^+$  (symboles vides) et inférieures  $\zeta^-$  (symboles pleins) pour différentes valeurs de  $h_0$  : 0.01 mm ( $\square$ ,  $\blacksquare$ ); 0.1 mm ( $\triangle$ ,  $\blacktriangle$ ); 1 mm ( $\nabla$ ,  $\blacktriangledown$ ); 3 mm ( $\diamond$ ,  $\blacklozenge$ ).

### 5.4.3 Discrétisation spatiale

Pour évaluer l'influence de la discrétisation spatiale sur le taux d'amortissement calculé, deux maillages plus grossiers que celui utilisé initialement sont générés. Idéalement, des maillages plus fins sont souhaitables, mais toutes les tentatives de raffinement se sont soldées par un échec. Effectivement, l'algorithme de déformation du maillage n'arrive pas à gérer les très petites cellules se trouvant dans le jeu d'aube, qui s'inversent inévitablement dès les premiers pas de temps simulés pour chaque maillage plus dense testé. Les deux nouveaux maillages possèdent 824 936 et 1 322 920 cellules, soit environ les trois quarts et la moitié du nombre de cellules du maillage initial. Ceux-ci portent respectivement les dénominations «grossier» et «moyen». Des simulations sont menées avec ces deux maillages pour les pas de temps  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_{1/2}$  et  $\Delta t_{1/4}$ , mais seulement pour l'amplitude dynamique de 3 mm puisque c'est pour cette valeur de  $h_0$  que la convergence du taux d'amortissement est la meilleure. Vingt périodes d'oscillation de l'aube sont simulées et les résultats sont donnés dans le tableau 5.11.

Tableau 5.11 Impact de la discrétisation spatiale sur le calcul du taux d'amortissement ajouté par le fluide sur l'aube de turbine à hélice.

Taille du maillage	$\Delta t_1$		$\Delta t_{1/2}$		$\Delta t_{1/4}$	
	$\zeta_{20}$	$\Delta\zeta_{[10-20]}$	$\zeta_{20}$	$\Delta\zeta_{[10-20]}$	$\zeta_{20}$	$\Delta\zeta_{[10-20]}$
Grossier	0.1458	0.043%	0.1392	0.047%	0.1356	0.068%
Moyen	0.1408	0.16%	0.1354	0.17%	0.1319	0.22%
Initial	0.1452	0.22%	0.1393	0.20%	0.1358	0.21%

Cette étude sur la discrétisation spatiale n'est pas concluante, mais compte tenu de la densité similaire des maillages (le plus fin ne possède que deux fois plus de cellules que le plus grossier), ce n'est pas extrêmement surprenant. Contrairement au pas de temps qui est successivement divisé par deux, la taille caractéristique du maillage est seulement divisée par environ 1.14 en passant du maillage grossier au maillage moyen et par environ 1.10 en passant du maillage moyen au maillage initial. Cette mince variation n'est peut-être pas suffisante pour observer un changement appréciable dans la solution. Néanmoins, il est rassurant de voir que la valeur du taux d'amortissement ne semble pas fortement dépendante de la densité du maillage utilisé. Il est également intéressant de noter que le fait de doubler le nombre de cellules du maillage se traduit par une augmentation substantielle de la dispersion des valeurs de  $\zeta$  calculées à partir de différents nombres de périodes, estimée par  $\Delta\zeta_{[10-20]}$ . Même si pour  $h_0 = 3$  mm, celle-ci reste faible peu importe le maillage et le pas de temps utilisés, il n'est pas improbable que

la même tendance soit observable pour les autres valeurs d'amplitude dynamiques. Si c'est le cas, le maillage «grossier» pourrait être utilisé pour atténuer la très forte dispersion des résultats pour  $h_0 = 0.01$  mm ou encore diminuer les coûts de calcul en réduisant le nombre de périodes simulées. Il faudrait par contre évaluer l'ampleur de ce bénéfice comparativement à l'erreur engendrée par un maillage plus grossier, qui n'est pas nécessairement toujours aussi faible que le laissent croire les résultats ci-dessus. En effet, la similarité presque étrange entre les résultats obtenus avec les maillages «grossier» et «initial» n'est peut-être qu'un heureux (ou malheureux) hasard.

#### 5.4.4 Conclusion

Au final, quatre paramètres principaux influençant la valeur calculée de l'amortissement ajouté par l'écoulement d'eau autour d'une aube de turbine à hélice ont été étudiés. La diminution du pas de temps se traduit par une diminution de cette valeur, alors que l'impact de la discrétisation spatiale n'est pas déterminée avec confiance. L'amplitude dynamique du mouvement imposé à l'aube ne semble pas avoir une forte influence, mais son augmentation semble produire une légère diminution de l'amortissement. Aussi, plus le nombre de périodes d'oscillation simulées est élevé, plus l'incertitude sur  $\zeta$  est faible pour la simulation d'un point de l'espace paramétrique ( $h_0$ ,  $\Delta t$ , taille du maillage). La vibration des structures présentant une symétrie cyclique fait intervenir le concept d'indice harmonique. Dans le cas d'une turbine hydraulique, ceci peut s'interpréter comme la différence de phase entre chacune de ses aubes vibrantes. Dans le présent travail, seul un mode à indice harmonique nul où toutes les aubes vibrent en phase a été étudié. Dans ce cas particulier, la symétrie cyclique du problème demeure et l'amortissement ajouté par l'écoulement d'eau est le même pour chaque aube. Pour un mode d'indice harmonique non nul, la symétrie cyclique de la forme du mode est perdue et chacune des aubes de la turbine possède des voisins qui vibrent avec un certain déphasage dans le temps. Chaque aube peut alors subir un écoulement différent et donc un taux d'amortissement différent des autres. Puisque la turbine à hélice considérée ne comporte que six aubes, l'espacement angulaire entre chacune de celles-ci est élevé ; ce phénomène n'a donc probablement pas beaucoup d'importance. Effectivement, l'amplitude de déformation subie par une aube en vibration n'est probablement pas assez grande pour influencer de manière non négligeable l'écoulement autour des aubes voisines. Par contre, pour une turbine de type Francis, qui peut facilement compter jusqu'à quinze aubes, cette hypothèse est beaucoup plus difficile à défendre. Néanmoins, il serait tout de même intéressant de vérifier l'impact de différents indices harmoniques sur la valeur calculée du taux d'amortissement pour la turbine à hélice lors de travaux futurs.



En conclusion, aucune valeur précise du taux d'amortissement pour le cas étudié ne peut être donnée, mais à la lumière des analyses effectuées dans ce chapitre, la probabilité que celle-ci soit comprise à l'intérieur de l'intervalle  $0.125 \leq \zeta \leq 0.155$  est assez élevée. Pour des besoins de conception en ingénierie, ceci pourrait constituer une approximation raisonnable.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

### 6.1 Synthèse et contributions

En somme, cette étude a porté sur le développement, la validation et l'application d'une méthodologie permettant le calcul de l'amortissement ajouté par l'écoulement d'eau circulant autour d'une aube de turbine hydroélectrique à l'aide de simulations numériques. Cette méthodologie possède la particularité avantageuse de ne pas recourir à des simulations en interaction fluide-structure couplées de manière bidirectionnelle. Dans le contexte actuel où les turbines hydroélectriques du Québec sont amenées à subir des arrêts et démarrages de plus en plus fréquents, l'évaluation précise des contraintes mécaniques, dont l'amortissement est un paramètre clé, devient essentielle pour une estimation juste de la durée de vie en fatigue. L'importance de l'amortissement ajouté réside dans le fait qu'il est significativement plus élevé que l'amortissement interne structurel pour une aube de turbine.

L'analyse de nombres sans dimension a permis d'identifier les caractéristiques du phénomène d'interaction fluide-structure traité : il s'agit d'un problème fortement couplé où l'inertie ajoutée par le fluide sur la structure est très élevée, mais qui présente de faibles déplacements structurels. En tirant avantage de cette dernière particularité et en utilisant une approche basée sur la décomposition modale, il a été possible de montrer que le phénomène d'amortissement ajouté sur une aube de turbine peut être modélisé linéairement. Autrement dit, l'aube immergée est comparable à un système masse-ressort-amortisseur visqueux. La méthodologie proposée décompose le problème de façon claire et concise, ce qui rend la compréhension de la physique en jeu plus naturelle et l'analyse des résultats plus simple que dans le cas de simulations couplées bidirectionnelles. Elle est également générale et s'applique en théorie à un système fluide-structure de géométrie quelconque.

La validation a été effectuée à l'aide d'un cas test conçu par le fabricant de turbines ANDRITZ HYDRO. Les résultats expérimentaux pour l'amortissement induit par l'écoulement autour d'un profil portant hydrodynamique ont été reproduits numériquement. La méthodologie a finalement été appliquée avec succès pour une aube de turbine à hélice, permettant d'obtenir une précision qui serait certainement acceptable pour des besoins de conception en ingénierie.

### 6.2 Limitations et perspectives

Une première incertitude relativement à la méthode proposée réside dans l'application de celle-ci uniquement pour une turbine hydroélectrique fonctionnant à pleine charge, où l'écou-

lement est généralement assez bien aligné avec les aubes de la turbine. En revanche, le fonctionnement à faible charge ainsi que les démarrages et arrêts sont des situations où l'écoulement exhibe un comportement plus chaotique beaucoup plus susceptible d'exciter dangereusement les aubes. L'amortissement ajouté peut alors potentiellement jouer un rôle critique, mais le modèle d'amortissement visqueux linéaire sur lequel est basée la méthodologie n'est peut-être pas tout à fait valide dans ces conditions. Le cas échéant, il pourrait être intéressant de considérer des modèles d'amortissement non linéaires.

L'approche utilisée est pratique dans le sens où elle permet de décomposer un problème complexe pour traiter un mode à la fois. Or, une turbine hydraulique en opération subit l'effet d'une panoplie de chargements qui excitent une grande quantité de modes simultanément. Dans ce travail, l'amortissement ajouté propre à un mode est considéré comme indépendant des autres modes, mais ce genre de couplage n'est pas impossible en réalité. L'application de la méthodologie en imposant le mouvement de la structure selon une combinaison linéaire de deux modes plutôt qu'un mode unique serait pertinente en ce sens.

Si le recours à des simulations bidirectionnelles a pu être évité, l'échange d'information assurant le couplage entre les domaines solide et fluide ne devient pas pour autant trivial. Les différentes philosophies et méthodes employées pour la modélisation géométrique et la génération de maillages pour le solide et le fluide font en sorte que ceux-ci présentent des discordances à leur interface commune qui rendent l'échange de données difficile. Dans le cas présent, l'importation de la forme du mode obtenue par analyse modale dans le code retenu pour la simulation de l'écoulement a nécessité l'utilisation d'un logiciel tiers. En effet, le champ de déplacements discret a dû être converti en fonctions de régression continues pour obtenir des résultats satisfaisants avec le code fluide. Cette solution de contournement a bien fonctionné pour une aube de turbine à hélice, car il s'agit malgré tout d'une géométrie relativement simple comparable à une surface épaisse. Cependant, une représentation analytique risque d'être beaucoup plus ardue à définir pour un mode d'une turbine Francis, par exemple, où les aubes sont encastrées à leurs deux extrémités. Il y a donc place à l'amélioration au niveau de l'échange d'information entre le solide et le fluide.

Enfin, la méthodologie pour le calcul de l'amortissement s'inscrit bien dans une démarche visant à déterminer la réponse d'une structure soumise à un écoulement grâce au principe de superposition modale, implémenté dans la majorité des codes d'éléments finis. Notamment, le module d'analyse harmonique inclus dans ANSYS offre cette option et permet de spécifier un taux d'amortissement constant pour la simulation. En ayant la possibilité de spécifier un taux d'amortissement distinct pour chaque mode utilisé, l'amortissement ajouté par le fluide pourrait être pris en compte dans un simple calcul structurel. Il serait alors au préalable

nécessaire d'appliquer la méthodologie pour chacun des modes contribuant significativement à la réponse de la structure.

## RÉFÉRENCES

- S. Adhikari, “Damping models for structural vibration”, Ph.D. thesis, University of Cambridge, September 2000.
- ANSYS, Inc., *ANSYS 15.0 Documentation*, 2014.
- P. Ausoni, M. Farhat, Y. A. Bouziad, J.-L. Kueny, et F. Avellan, “Kármán vortex shedding in the wake of a 2D hydrofoil : Measurements and numerical simulation”, dans *Proceedings of IAHR Int. Meeting of WG on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, 2006.
- K. Bathe, *Finite Elements Procedures*. Upper Saddle River, NJ, USA : Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1996.
- A. Bazergui, T. Bui-Quoc, A. Biron, G. McIntyre, et C. Laberge, *Résistance des matériaux*, 3e éd. Montréal, QC, Canada H3C 3A7 : Presses Internationales Polytechnique, 2002.
- K. Y. Billah et R. Scanlan, “Resonance, tacoma narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks”, *American Journal of Physics*, vol. 59, no. 2, 1991.
- J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics : Principles and Applications*. Kidlington, Oxford, UK : Elsevier Science Ltd., 2001.
- R. Blevins, *Flow-Induced Vibrations*. New York, NY, USA : Van Nostrand Reinhold, 1990.
- I. Celik, U. Ghia, P. Roache, C. Freitas, H. Coleman, et P. Raad, “Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications”, *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 130, no. 7, 2008.
- A. Coutu, C. Seeley, C. Monette, B. Nennemann, et H. Marmont, “Damping measurements in flowing water”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 15, no. 6, 2012.
- E. de Langre, *Fluides et Solides*. 91128 Palaiseau, France : Éditions de l’École polytechnique, 2002.
- C. de Silva, *Vibration : Fundamentals and Practice*. Boca Raton, FL, USA : CRC Press LLC, 2000, ch. Chapter 7. Damping.

F. Dompierre et M. Sabourin, “Determination of turbine runner dynamic behaviour under operating condition by a two-way staggered fluid-structure interaction method”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 12, no. 1, 2010.

S. Fackrell, “Study of the added mass of cylinders and spheres”, Ph.D. thesis, University of Windsor, 2011.

Y. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. New York, NY, USA : John Wiley & Sons, Inc., 1955, ch. Chapter 5. Flutter Phenomenom.

J. Goodman, *Mechanics Applied to Engineering*. London, England : Longmans, Green & Co., 1899.

B. Graf et L. Chen, “Correlation of acoustic fluid-structural interaction method for modal analysis with experimental results of a hydraulic prototype turbine runner in water”, dans *Proceedings of ISMA2010-USD2010*, 2010.

B. Hübner, U. Seidel, et S. Roth, “Application of fluid-structure coupling to predict the dynamic behavior of turbine components”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 12, no. 1, 2010.

HEC Montréal, “Chaire de gestion du secteur de l’énergie - État de l’énergie au Québec”, <http://energie.hec.ca/publications/etat-de-lenergie-au-quebec/>, 2015, accédé le 22 juillet 2015.

S. Idelsohn, F. D. Pin, R. Rossi, et E. Oñate, “Fluid–structure interaction problems with strong added-mass effect”, *Internation Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 80, no. 10, pp. 1261–1294, 2009.

B. Launder et B. Sharma, “Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk”, *Letters in Heat and Mass Transfer*, vol. 1, no. 2, pp. 131–138, 1974.

T. Liaghat, “Two-way fluid-structure coupling in vibration and damping analysis of an oscillating airfoil”, M.Sc.A. thesis, École Polytechnique de Montréal, April 2014.

Q. Liang, C. Rodriguez, E. Eguasquiza, X. Escaler, M. Farhat, et F. Avellan, “Numerical simulation of fluid added mass effect on a francis turbine runner”, *Computers and fluids*, vol. 36, no. 6, pp. 1106–1118, 2007.

C. Monette, B. Nennemann, C. Seeley, A. Coutu, et H. Marmont, “Hydro-dynamic damping theory in flowing water”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 22, no. 3, 2014.

E. Naudascher et D. Rockwell, *Flow-Induced Vibrations : An Engineering Guide*. Mineola, NY, USA : Dover Publications, 1994.

B. Nennemann, T. Vu, et M. Farhat, “CFD prediction of unsteady wicket gate-runner interaction in Francis turbines : A new standard hydraulic design procedure”, dans *Proceedings of HYDRO 2005 International Conference and Exhibition*, 2005.

P. Paris, M. Gomez, et W. Anderson, “A rational analytic theory of fatigue”, *The Trend in Engineering*, vol. 13, pp. 9–14, 1961.

C. Rodriguez, E. Egusquiza, X. Escaler, Q. Liang, et F. Avellan, “Experimental investigation of added mass effects on a francis turbine runner in still water”, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 22, no. 5, pp. 699–712, 2006.

T. Sarpkaya et M. Isaacson, *Mechanics of wave forces on offshore structures*. New York, NY, USA : Van Nostrand Reinhold, 1981.

H. Schmucker, F. Flemming, et S. Coulson, “Two-way coupled fluid structure interaction simulation of a propeller turbine”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 12, no. 1, 2010.

C. Seeley, A. Coutu, C. Monette, B. Nennemann, et H. Marmont, “Characterization of hydrofoil damping due to fluid–structure interaction using piezocomposite actuators”, *Smart Materials and Structures*, vol. 21, no. 3, 2012.

U. Seidel, B. Hübner, J. Löfflad, et P. Faigle, “Evaluation of rsi-induced stresses in francis runners”, *IOP Conf. Series : Earth and Environmental Science*, vol. 15, no. 5, 2012.

The MathWorks, Inc., *MATLAB R2013b Documentation*, 2013.

E. Toro, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics : A Practical Introduction*, 3e éd. Berlin, Germany : Springer, 2009.

P. Vasanthakumar, “Computation of aerodynamic damping for flutter analysis of a transonic fan”, dans *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011*, 2011.

F. White, *Fluid Mechanics*, 7e éd. New York, NY, USA : McGraw-Hill, 2011.

O. Zienkiewicz, R. Taylor, et J. Zhu, *The finite element method : its basis and fundamentals*.  
Oxford, UK : Butterworth-Heinemann, 2013.



## ANNEXE A Maillage utilisé pour les simulations de l'écoulement autour du profil hydrodynamique

Les trois figures ci-dessous montrent le maillage initial ( $\Delta x_1$ ) pour  $U_{moy} = 1$  m/s et  $U_{moy} = 4$  m/s.

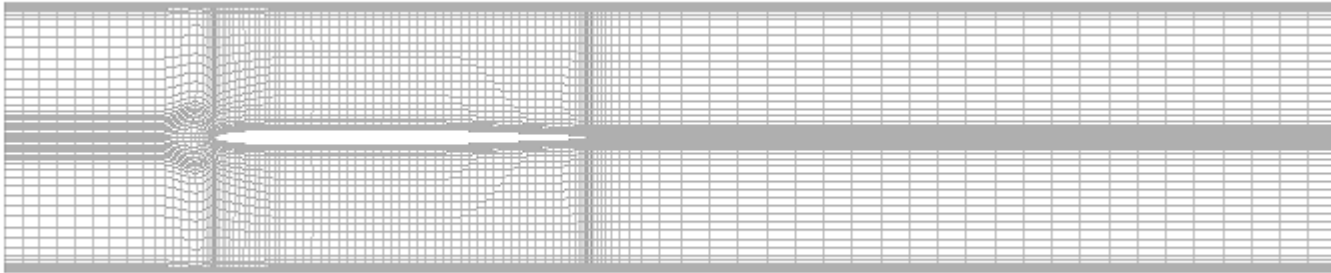


Figure A.1 Maillage du profil : vue normale au plan de symétrie.

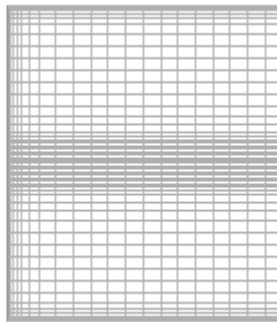


Figure A.2 Maillage du profil : vue normale à l'entrée du domaine.

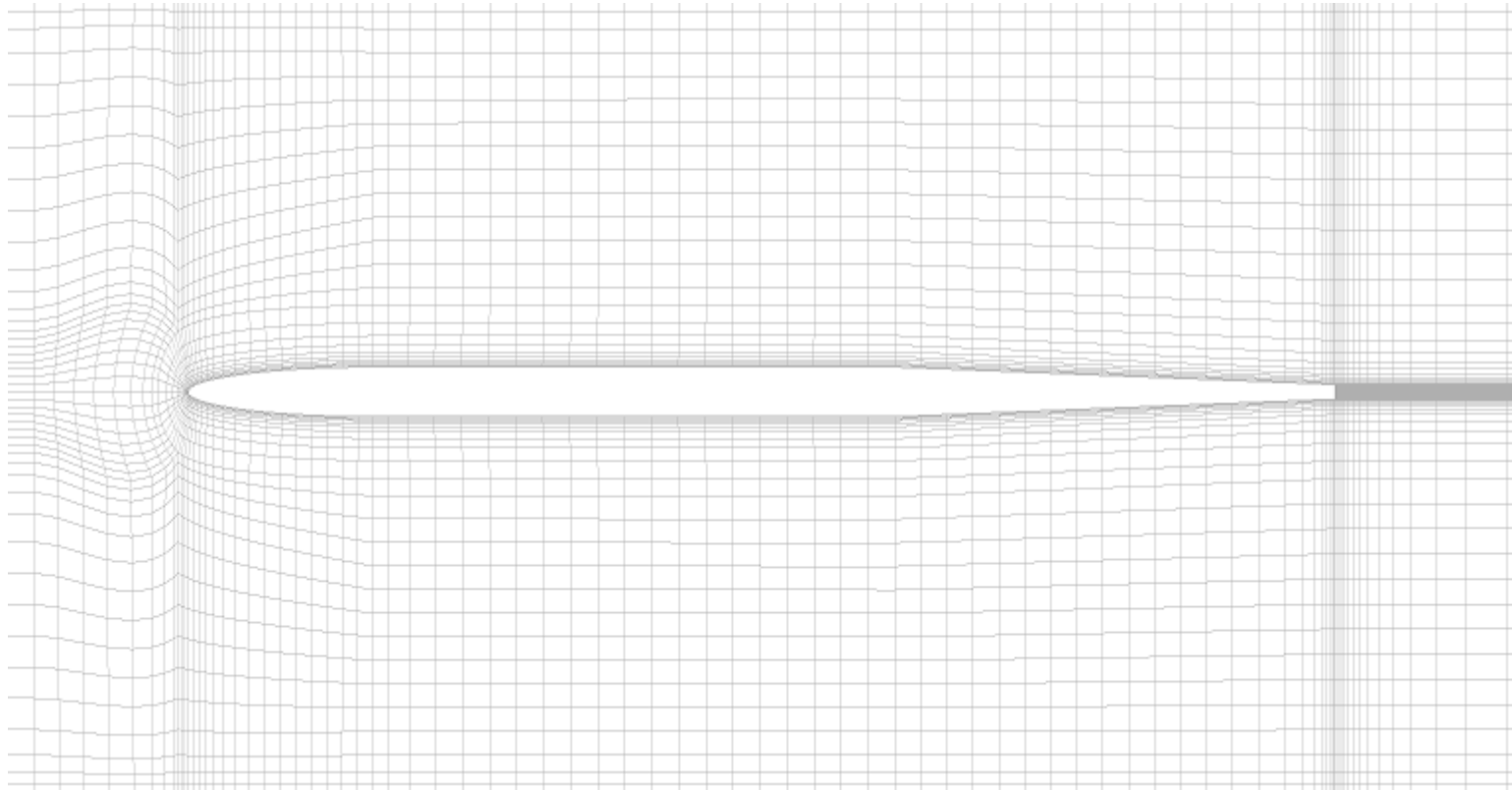


Figure A.3 Maillage du profil : vue normale au plan de symétrie (agrandissement).

## ANNEXE B Maillage utilisé pour les simulations de l'écoulement dans la turbine à hélice

Les quatre figures ci-dessous montrent le maillage le plus fin utilisé.

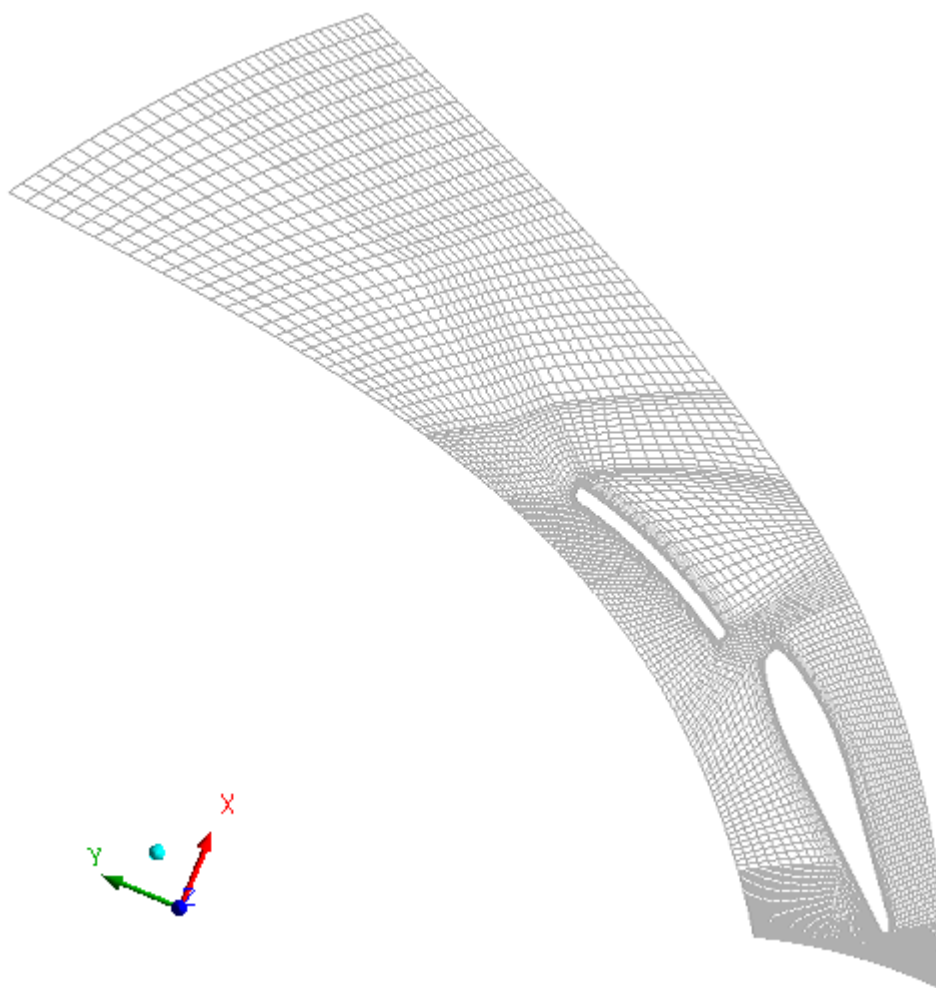


Figure B.1 Maillage du distributeur : vue de dessus d'un secteur cyclique de 15°.

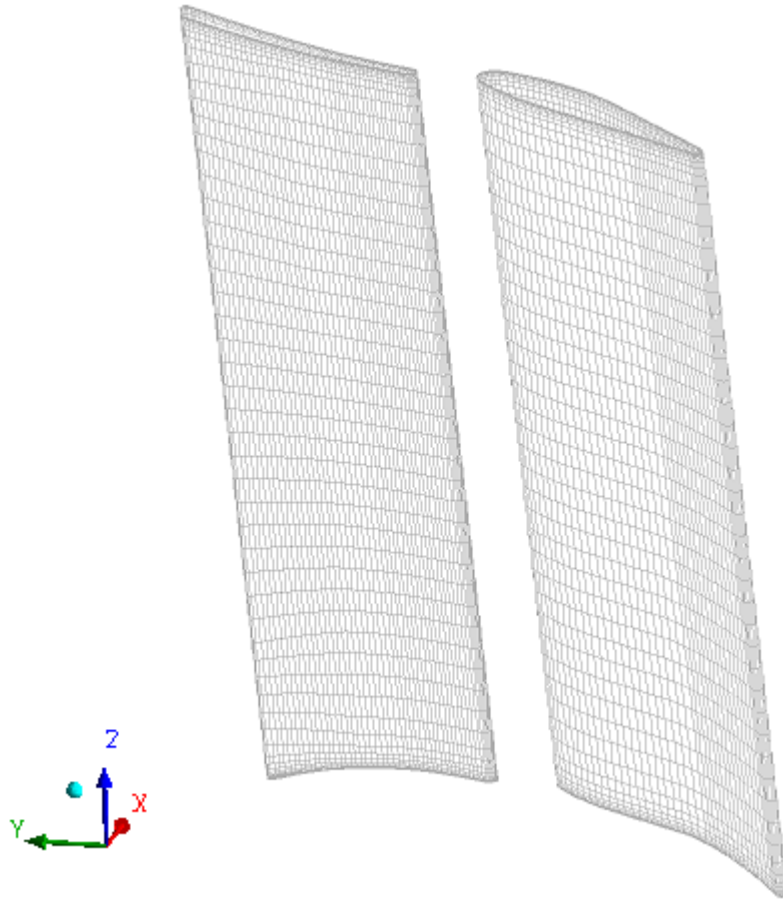


Figure B.2 Maillage du distributeur : avant-directrice et directrice.

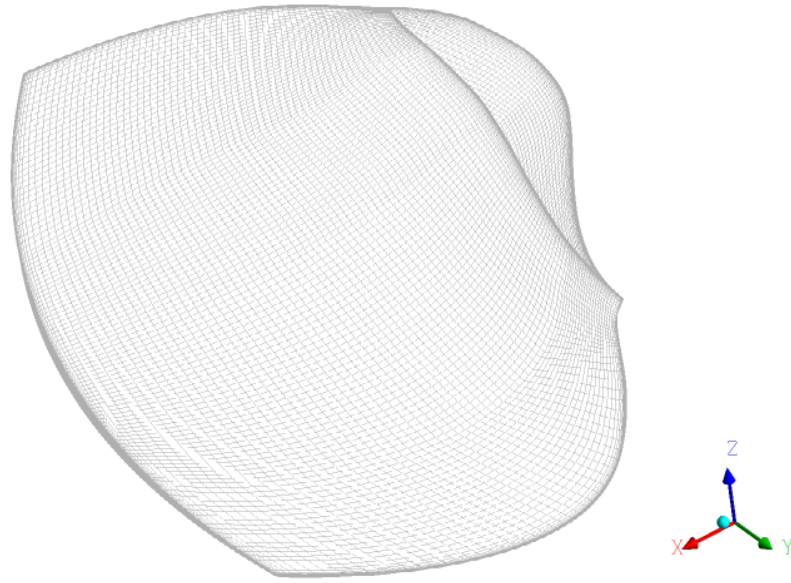


Figure B.3 Maillage de la paroi de l'aube.

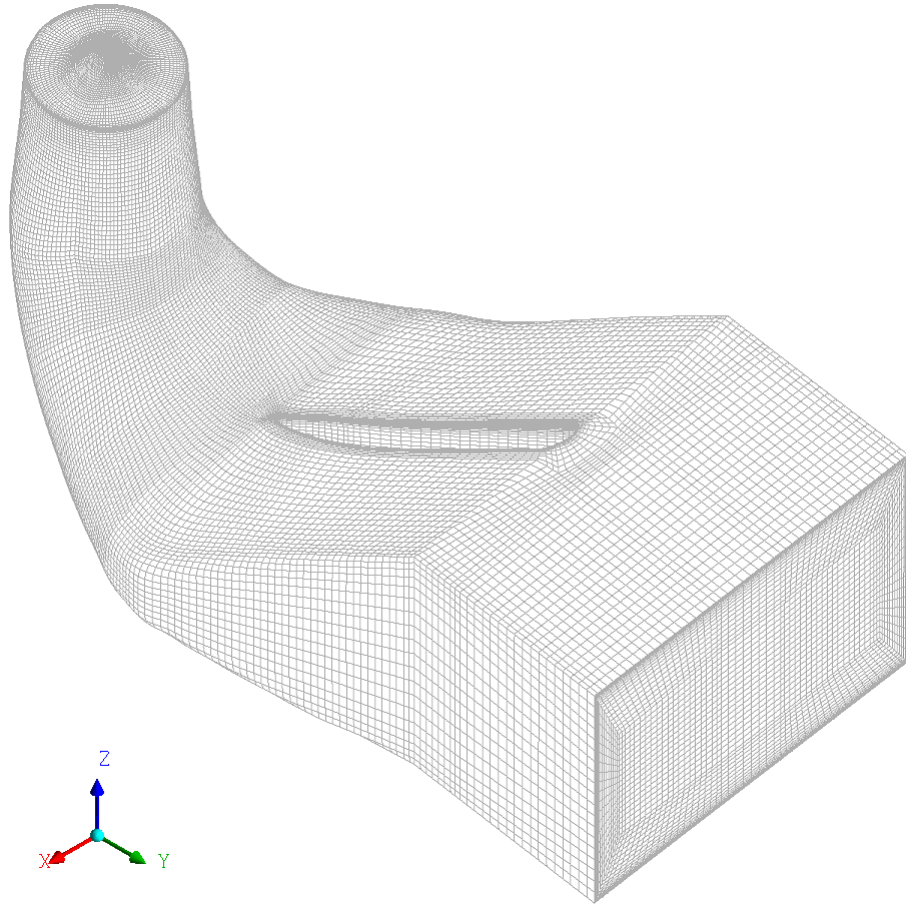


Figure B.4 Maillage de l'aspirateur.

ANNEXE C Comparaison du déplacement statique et de la forme du mode  
étudié de la turbine à hélice

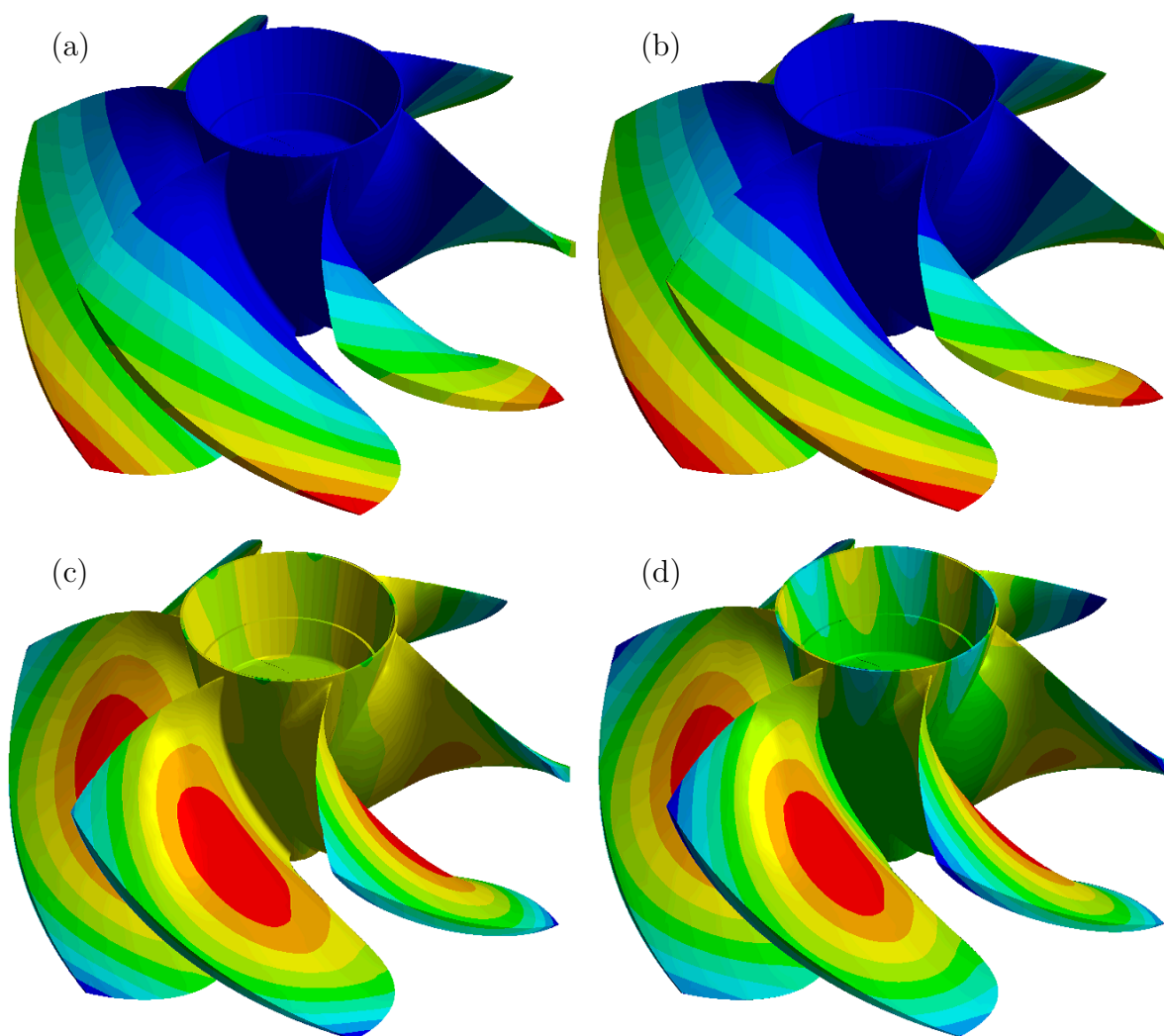


Figure C.1 Coloration du champ de déplacement dans la turbine à hélice du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale) : (a) déplacement total du mode ; (b) déplacement statique total ; (c) composante radiale du mode ; (d) composante radiale du déplacement statique.

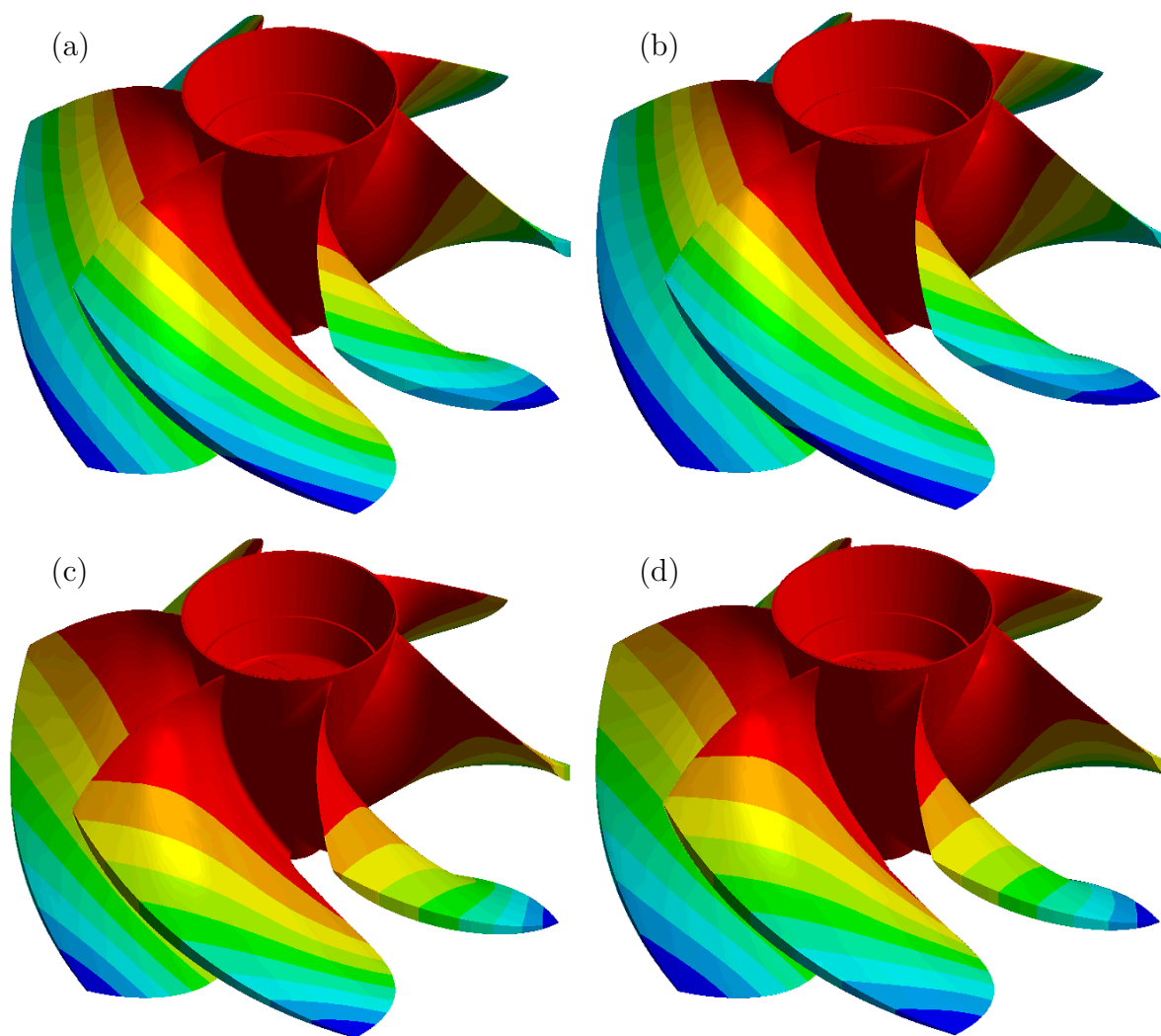


Figure C.2 Coloration du champ de déplacement dans la turbine à hélice du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale) : (a) composante angulaire du mode ; (b) composante angulaire du déplacement statique. ; (c) composante axiale du mode ; (d) composante axiale du déplacement statique.



## ANNEXE D Détachement de tourbillons dans la turbine   helice

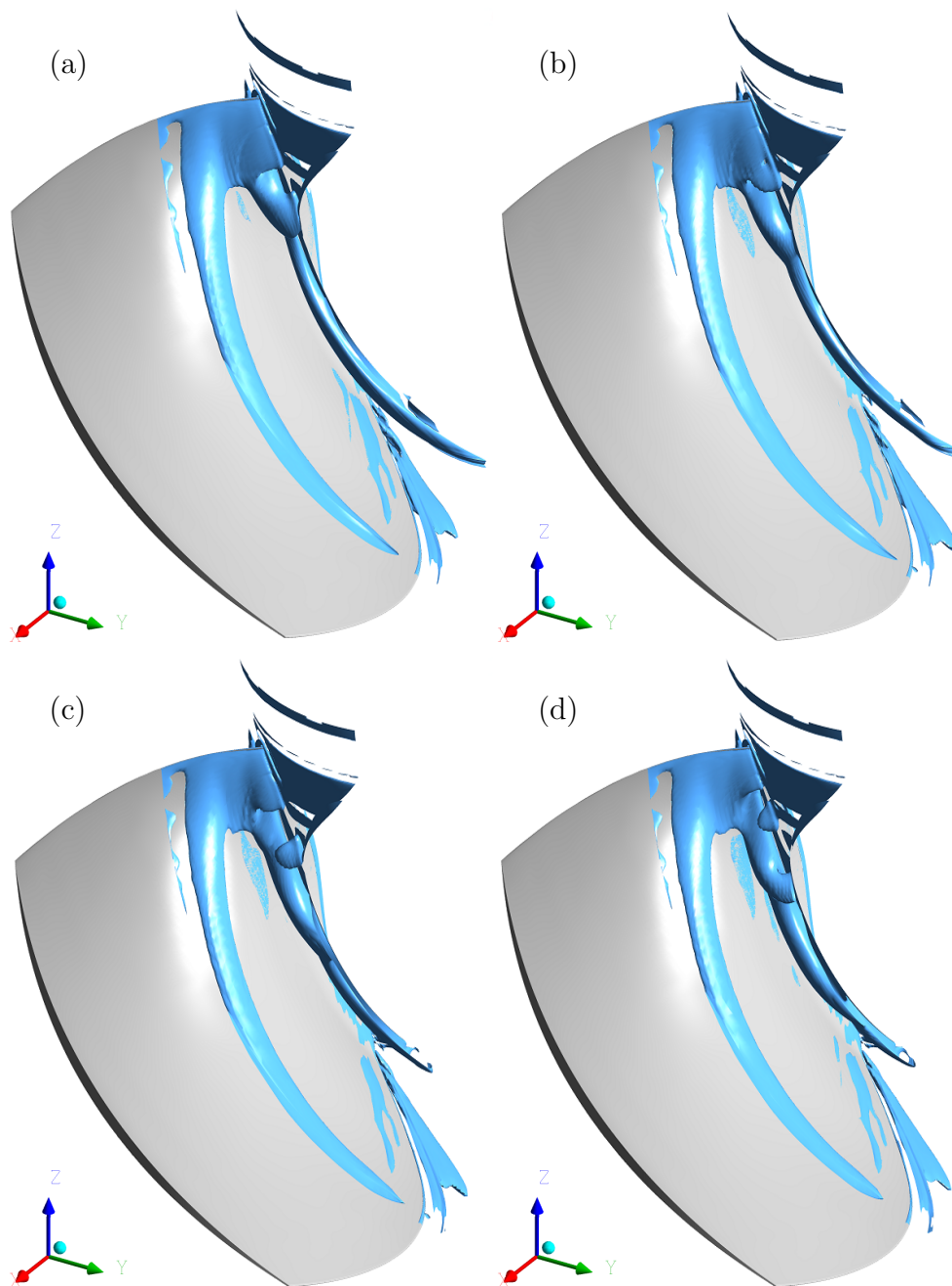


Figure D.1 Isosurfaces  $Q$ -criterion = 0.001 dans la roue de la turbine   helice pour différents instants : (a)  $t = 1.3889$  s ; (b)  $t = 1.4444$  s ; (c)  $t = 1.5000$  s ; (d)  $t = 1.5556$  s.

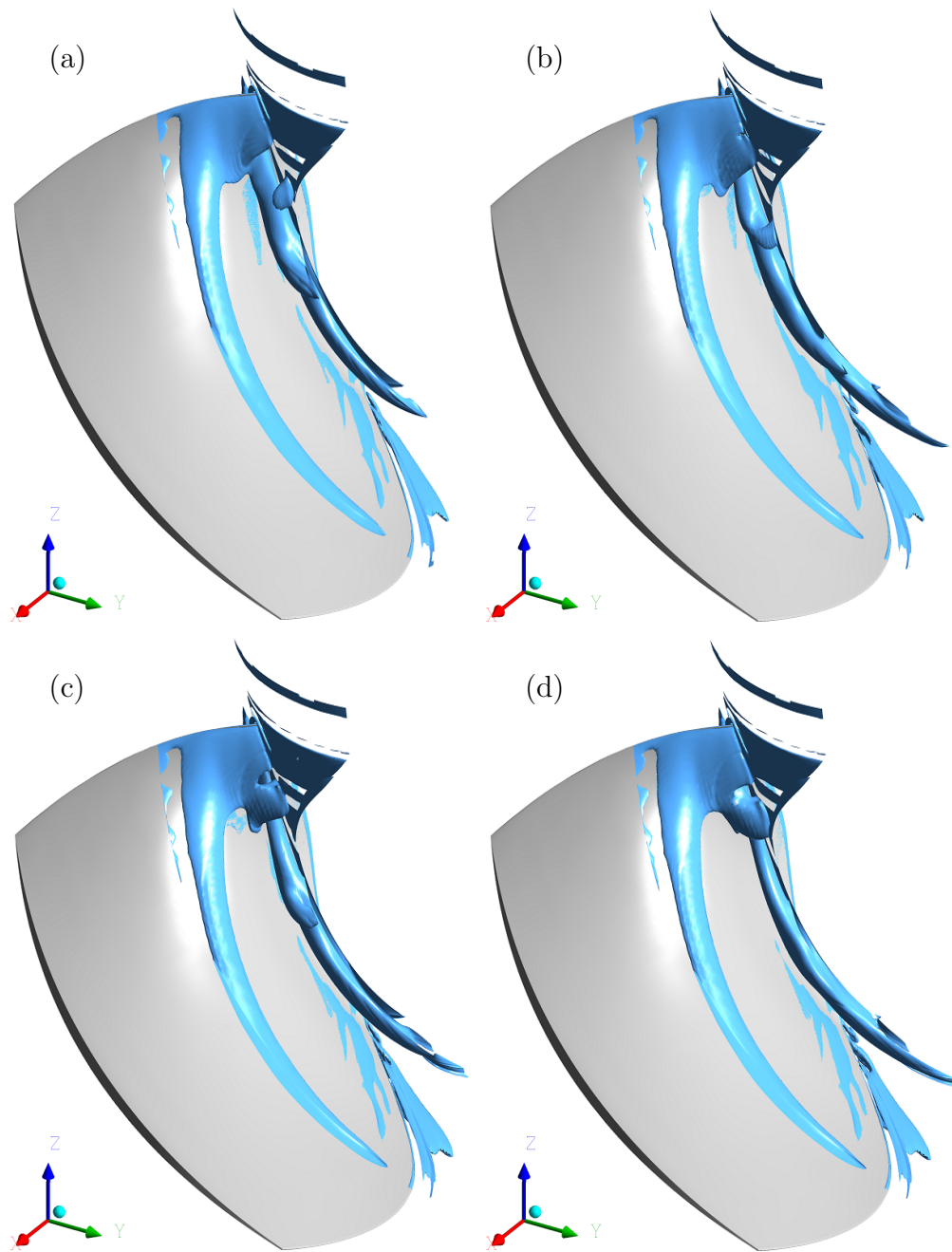


Figure D.2 Isosurfaces  $Q$ -criterion = 0.001 dans la roue de la turbine à hélice pour différents instants : (a)  $t = 1.6111$  s; (b)  $t = 1.6667$  s; (c)  $t = 1.7222$  s; (d)  $t = 1.7778$  s.