

**Titre:** Analyse du comportement sismique des bâtiments de faible  
Title: hauteur en acier avec diaphragmes flexibles au toit

**Auteur:** Simon Trudel Languedoc  
Author:

**Date:** 2014

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Trudel Languedoc, S. (2014). Analyse du comportement sismique des bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragmes flexibles au toit [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/1667/>

## Document en libre accès dans PolyPublie Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1667/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Robert Tremblay, & Colin Rogers  
Advisors:

**Programme:** Génie civil  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE DU COMPORTEMENT SISMIQUE DES BÂTIMENTS DE FAIBLE  
HAUTEUR EN ACIER AVEC DIAPHRAGMES FLEXIBLES AU TOIT

SIMON TRUDEL LANGUEDOC

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CIVIL)  
DÉCEMBRE 2014

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ANALYSE DU COMPORTEMENT SISMIQUE DES BÂTIMENTS DE FAIBLE  
HAUTEUR EN ACIER AVEC DIAPHRAGMES FLEXIBLES AU TOIT

présenté par : TRUDEL LANGUEDOC Simon

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. LÉGER Pierre, Ph. D., président

M. TREMBLAY Robert, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. ROGERS Colin, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. LAMARCHE Charles-Philippe, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

L'écriture de ce mémoire fût pour moi une expérience très enrichissante, ponctuée de hauts et de bas. Cette aventure n'aurait jamais été possible sans le soutien constant des gens qui m'entourent. Je voudrais d'abord remercier mes superviseurs, Prof. Colin A. Rogers et Prof. Robert Tremblay, pour le support technique et moral tout au long du projet. La confiance que vous avez en moi fût particulièrement utile dans les derniers moments de la rédaction. Je ne vous remercierai jamais assez.

Je voudrais remercier Kishor Shrestha pour le soutien technique au logiciel OpenSees et Morteza Dehghani pour m'avoir fourni les données historiques ajustées pour les analyses temporelles. Je tiens aussi à souligner la contribution de l'équipe de l'Université de Sherbrooke pour leur aide lors d'essais réalisés durant le projet. Je suis également reconnaissant du support financier de la part du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada et de la Fondation pour la formation en charpente d'acier qui m'ont permis de réaliser ce projet.

Finalement, je désire remercier mes parents et amis pour leur support inconditionnel. Votre présence m'a donné l'énergie nécessaire pour continuer tout au long de ma maîtrise. Merci!

## RÉSUMÉ

Les bâtiments d'un étage avec diaphragme flexible au toit sont un type de bâtiment que l'on retrouve fréquemment au Canada. On utilise ce type de bâtiment comme édifice industriel, commercial ou récréatif. Le toit est fait de feuilles de tablier métallique supportées par des poutrelles ajourées et/ou des poutres en acier et qui forment un diaphragme. Ces diaphragmes sont relativement flexibles et subissent des déformations de cisaillement et de flexion dans leur plan. Au Canada, la conception sismique de ces bâtiments est généralement réalisée à l'aide de la méthode des forces statiques équivalentes (MFSÉ).

Le Code National du Bâtiment 2010 (CNBC 2010) propose des équations empiriques, basées sur la hauteur du bâtiment, pour le calcul de la période fondamentale. Or, lorsqu'on tient compte de la flexibilité des diaphragmes de toit, la période fondamentale allonge. De plus, lorsqu'on réalise une analyse dynamique, la distribution des efforts de cisaillement dans le diaphragme dévie de la variation linéaire supposée dans le dimensionnement. La méthode actuelle de conception n'est donc pas adaptée à la réalité des bâtiments d'un étage avec un diaphragme flexible au toit. Les changements apportés à la conception sismique dans le CNBC et la norme CAN/CSA-S16 (2009) ont augmenté considérablement les efforts à utiliser au moment de la conception. Il est donc nécessaire d'améliorer notre connaissance du comportement dynamique des bâtiments en acier d'un étage avec diaphragme de toit flexible.

À l'aide de l'analogie à une poutre profonde, des analyses modales, spectrales (SPEC), temporelles linéaires (TL) et non-linéaires (TNL) ont été réalisées. Les analyses modales ont permis de fournir une méthode de calcul pour la période du 1<sup>er</sup> et du 3<sup>e</sup> mode. Les analyses temporelles non-linéaires ont été réalisées pour 3 types de système de reprise des charges sismiques (SFRS) : des contreventements concentriques (CBF) de construction conventionnelle (Type CC) et à ductilité modérée (Type MD) ainsi que des contreventements excentriques (EBF) ductiles (Type D). Ces analyses ont permis de quantifier pour un large éventail de paramètres : le déplacement latéral total à mi-portée, le déplacement du diaphragme, la ductilité développée par le SFRS, le cisaillement du diaphragme aux extrémités, le cisaillement au quart de la portée et le moment de flexion à mi portée. Les résultats ont montré que le déplacement latéral total à mi-portée est bien estimé par la méthode proposée du CNBC dans la majorité des cas. La demande en ductilité obtenue est beaucoup plus élevée pour les diaphragmes plus flexibles. La demande

en ductilité obtenue est également très élevée pour les bâtiments avec une période très courte. Quant au cisaillement et au moment de flexion dans le diaphragme, ceux-ci sont grandement amplifiés lors des analyses TNL pour les diaphragmes plus flexibles et les systèmes plus ductiles. Finalement, les résultats obtenus ont été utilisés afin de proposer une méthode de calcul simple pour la distribution du cisaillement dans le diaphragme.

## ABSTRACT

Low-rise buildings with flexible steel roof deck diaphragm are commonly found in Canada. This type of buildings is used as an industrial, commercial or recreational building. The roof is made of steel deck sheets supported by open web trusses and/or steel beams and forms a diaphragm to resist lateral loads. These diaphragms are relatively flexible and are subjected to shear deformation and bending in their plane. In Canada, the seismic design of these buildings is usually performed using the equivalent static force method.

The National Building Code of Canada 2010 (NBCC 2010) provides empirical equations, based on building height, for the calculation of the fundamental period. However, when taking into account the flexibility of the roof diaphragm, the fundamental period lengthens. Furthermore, when performing a dynamic analysis, the distribution of shear stresses in the diaphragm deflects from the assumed linear variation in dimensioning. The current design method is not adapted to the reality of low-rise buildings with flexible steel roof deck diaphragm. Changes in seismic design in the NBCC and CAN/CSA-S16 (2009) substantially increased the design effort. It is therefore necessary to improve our understanding of the dynamic behaviour of low-rise buildings with flexible steel roof deck diaphragm.

Using the deep beam analogy, modal analysis, spectral analysis and linear and nonlinear time history analyses were performed. Modal analysis provided a method for calculating the period of the 1<sup>st</sup> and 3<sup>rd</sup> mode. Non-linear time history analysis was performed for three SFRS types: CBF Type CC, CBF Type MD and EBF Type D. These analysis for a wide range of parameters were used to quantify: the total displacement at the diaphragm mid-span, the mid-span deformation of the diaphragm, the ductility demand on the SFRS, the shear force at both ends and quarter span of the diaphragm and the bending moment at the diaphragm mid-span. Results have shown that the total lateral displacement at midspan is well estimated by NBCC method in most of the cases. Ductility demand is much higher than expected for flexible diaphragms. Buildings with very short periods also presented higher ductility demand. For non-linear time history analysis, shear force and bending moment in the diaphragm are significantly greater for flexible diaphragm and more ductile SFRS. Finally, the results were used to propose a simple method to calculate the shear distribution in the diaphragm.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	X
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES SIGLES ET DES ABRÉVIATIONS.....	XVI
LISTE DES ANNEXES.....	XVIII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION .....	1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs .....	3
1.3 Méthodologie .....	3
1.4 Organisation du mémoire .....	4
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE.....	5
2.1 Normes existantes .....	5
2.1.1 Code National du Bâtiment Canadien 2010 (CNBC 2010) .....	5
2.1.2 Norme CAN/CSA-S16 (2009) .....	7
2.1.3 Steel Deck Institute (SDI) .....	8
2.1.4 Institut canadien de la tôle d'acier pour le bâtiment (ICTAB).....	10
2.1.5 American Society of Civil Engineering (ASCE 41-06) .....	11
2.2 Propriétés dynamiques des diaphragmes et de la poutre profonde .....	12
2.3 Recherches antérieures .....	15
2.3.1 Tremblay et Stiemer (1996) .....	15

2.3.2	Medhekar et Kennedy (1997).....	16
2.3.3	Tremblay et al. (2000).....	16
2.3.4	Humar et Popovski (2012) .....	17
2.3.5	Celebi (1989).....	18
2.3.6	Lamarche (2005) .....	18
2.3.7	Mastrogiuseppe (2006).....	19
2.3.8	Franquet (2009) et Massarelli (2010) .....	19
2.3.9	Proulx et al. (2012).....	20
	CHAPITRE 3 ANALYSES MODALES .....	21
3.1	Modèle et paramètres considérés .....	21
3.1.1	Matériaux .....	22
3.1.2	Dimensions.....	22
3.1.3	Propriétés de la section de la poutre.....	23
3.1.4	Éléments .....	24
3.2	Caractérisation du 1 <sup>er</sup> mode.....	26
3.2.1	Période $T_1$ et déformée modale du 1 <sup>er</sup> mode .....	26
3.2.2	Pourcentage de masse participative du 1 <sup>er</sup> mode.....	31
3.2.3	Efforts de cisaillement du 1 <sup>er</sup> mode.....	32
3.3	Caractérisation du 3 <sup>e</sup> mode.....	35
3.3.1	Période $T_3$ et déformée modale du 3 <sup>e</sup> mode .....	35
3.3.2	Pourcentage de masse participative du 3 <sup>e</sup> mode.....	39
3.3.3	Effort de cisaillement du 3 <sup>e</sup> mode .....	40
3.4	Exemple d'utilisation pratique .....	43
3.5	Utilisation de la poutre de Timoshenko .....	44

3.5.1	Solution généralisée d'Aristizabla-Ochoa (2004) .....	45
3.5.2	Analyse de l'erreur .....	47
CHAPITRE 4 ANALYSES SPECTRALES ET TEMPORELLES.....		49
4.1	Choix des sites et enregistrements sismiques.....	49
4.2	Caractéristiques des bâtiments à l'étude .....	51
4.3	Modèle OpenSees.....	57
4.3.1	Diaphragme .....	58
4.3.2	Contreventements concentriques (CBFs).....	58
4.3.3	Contreventements excentriques ductiles (EBF) .....	62
4.4	Résultats des analyses .....	66
4.4.1	Résultats des analyses spectrales (SPEC) .....	67
4.4.2	Résultats des analyses temporelles linéaires (TL).....	73
4.4.3	Résultats des analyses temporelles non-linéaires (TNL) .....	78
4.4.4	Analyse des résultats .....	110
4.4.5	Conception basée sur les analyses TNL .....	117
4.5	Méthode de calcul proposée pour le cisaillement dans le diaphragme .....	117
4.5.1	Principes et équations .....	117
4.5.2	Exemples de calcul .....	122
CHAPITRE 5 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS .....		127
RÉFÉRENCES .....		130
ANNEXES .....		132

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Périodes et déplacements du modèle SAP2000 en fonction du nombre d'élément ...	25
Tableau 3.2 Pente pour différentes valeurs de $\Delta_F/\Delta_S$ .....	29
Tableau 4.1 Propriétés des bâtiments pour les 15 cas considérés .....	54
Tableau 4.2 Propriétés modales des bâtiments pour les 15 cas considérés .....	54
Tableau 4.3 Accélérations spectrales des bâtiments pour les 15 cas considérés .....	55
Tableau 4.4 Charges sismiques de conception $V_f$ pour Montréal .....	56
Tableau 4.5 Charges sismiques de conception $V_f$ pour Vancouver .....	57

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Bâtiment d'un étage typique .....	1
Figure 2.1 Géométrie du diaphragme.....	9
Figure 2.2 Déplacements du diaphragme.....	10
Figure 2.3 Distribution possible du cisaillement dans un diaphragme flexible .....	12
Figure 2.4 Modes de vibration du bâtiment. ....	14
Figure 3.1 Modèle structural .....	22
Figure 3.2 Déplacement sous une charge uniformément répartie.....	27
Figure 3.3 Régression linéaire de la fonction $\Phi_1$ .....	29
Figure 3.4 Validation des hypothèses pour la déformée et la période .....	30
Figure 3.5 Variation de $\%M_1$ en fonction de $T_1$ .....	31
Figure 3.6 Pourcentage de masse participative en fonction de $\Delta_D/\Delta_B$ .....	32
Figure 3.7 Distribution du cisaillement pour le 1 <sup>er</sup> mode pour différents ratio $\Delta_D/\Delta_B$ .....	33
Figure 3.8 Variation du paramètre $\lambda_1$ en fonction de $\Delta_D/\Delta_B$ .....	34
Figure 3.9 Variation de $\lambda_1\%M_1$ en fonction de $\Delta_D/\Delta_B$ .....	35
Figure 3.10 Déformée du 3 <sup>e</sup> mode pour différentes valeurs de $\Delta_D/\Delta_B$ et $\Delta_F/\Delta_S$ .....	36
Figure 3.11 Variation de $T_3/T_1$ en fonction de $T_1$ .....	37
Figure 3.12 $T_3/T_1$ en fonction de $\Delta_D/\Delta_B$ pour différentes valeurs de $\Delta_F/\Delta_S$ .....	38
Figure 3.13 Variation de $K_{TOT}$ en fonction de $\Delta_D/\Delta_B$ .....	39
Figure 3.14 Pourcentage de masse participative totale du 1 <sup>er</sup> et du 3 <sup>e</sup> mode en fonction de la flexibilité du diaphragme .....	40
Figure 3.15 Distribution du cisaillement du 3 <sup>e</sup> mode.....	41
Figure 3.16 Paramètre $\lambda_3$ en fonction de l'inverse du ratio $\Delta_B/\Delta_B$ .....	42
Figure 3.17 $\lambda_3\%M_3$ en fonction de $\Delta_B/\Delta_B$ .....	43

Figure 3.18 Comparaison de la poutre de Timoshenko et des analyses SAP2000 .....	47
Figure 3.19 Erreur de $T_3/T_1$ .....	48
Figure 4.1 Comparaison des spectres des séismes avec le spectre de calcul du CNBC 2010 .....	51
Figure 4.2 Caractéristiques des bâtiments.....	53
Figure 4.3 Modèle structural des analyses OpenSees (n = 4 est illustré; n = 20 a été utilisé dans les analyses).....	57
Figure 4.4 Géométrie d'un contreventement concentrique .....	59
Figure 4.5 Courbe contrainte-déformation de l'élément « <i>hysteretic</i> » .....	60
Figure 4.6 Comportement du matériau « <i>hysteretic</i> » calibré pour les CBFs .....	61
Figure 4.7 Géométrie d'un contreventement excentrique (EBF).....	62
Figure 4.8 Courbe contrainte-déformation du matériau <i>Steel02</i> .....	62
Figure 4.9 Comportement du matériau <i>Steel02</i> pour les EBFs .....	66
Figure 4.10 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie C à Montréal .....	67
Figure 4.11 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie E à Montréal.....	68
Figure 4.12 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie C à Vancouver.....	69
Figure 4.13 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie E à Vancouver.....	70
Figure 4.14 Rapports des analyses SPEC et STAT pour $Q_{L/4}$ pour les différentes villes et catégories de sol .....	71
Figure 4.15 Rapports des analyses SPEC et STAT pour $M_{L/2}$ pour différentes villes et catégories de sol .....	72
Figure 4.16 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie C à Montréal .....	73

Figure 4.17 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie E à Montréal.....	74
Figure 4.18 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie C à Vancouver.....	75
Figure 4.19 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie E à Vancouver.....	76
Figure 4.20 Rapports entre les spectres des séismes et le spectre de calcul du CNBC 2010.....	77
Figure 4.21 Historiques du cas #8 avec un CBF Type CC pour le séisme NGA 975.....	80
Figure 4.22 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un CBF Type CC ( $R_d = 1.5$ ) sous le séisme NGA 975.....	81
Figure 4.23 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un CBF Type CC ( $R_d=1.5$ ), cas #8 pour un site de catégorie C à Vancouver.....	82
Figure 4.24 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie C à Montréal .....	83
Figure 4.25 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie E à Montréal .....	84
Figure 4.26 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie C à Vancouver .....	85
Figure 4.27 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie E à Vancouver .....	86
Figure 4.28 Variation du rapport $Q_{L/4} / (V_u/4)$ pour un CBF de Type CC ( $R_d = 1.5$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	88
Figure 4.29 Variation du rapport $M_{L/2} / (V_u L/8)$ pour un CBF de Type CC ( $R_d = 1.5$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	89
Figure 4.30 Historiques du cas #8 avec un CBF Type MD pour le séisme NGA 975.....	90
Figure 4.31 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un CBF Type MD ( $R_d = 3.0$ ) sous le séisme NGA 975 .....	91

Figure 4.32 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un CBF Type MD ( $R_d=3.0$ ) sur un sol de catégorie C à Vancouver (cas #8) .....	92
Figure 4.33 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie C à Montréal .....	93
Figure 4.34 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie E à Montréal.....	94
Figure 4.35 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie C à Vancouver.....	95
Figure 4.36 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie E à Vancouver.....	96
Figure 4.37 Demande en ductilité pour un CBF Type MD ( $R_d=3.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver .....	97
Figure 4.38 Courbe d'hystérésis du cas #6 pour un CBF Type MD ( $R_d = 3.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver (Séisme : WNA no.223 M7.5e1-13X) .....	97
Figure 4.39 Variation du rapport $Q_{L/4} / (V_u/4)$ pour un CBF de Type MD ( $R_d = 3.0$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	99
Figure 4.40 Variation du rapport $M_{L/2} / (V_uL/8)$ pour un CBF de Type MD ( $R_d = 3.0$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	99
Figure 4.41 Historiques du cas #8 avec un EBF ( $R_d = 4.0$ ) pour le séisme NGA 975 .....	101
Figure 4.42 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un EBF ( $R_d = 4.0$ ) sous le séisme NGA 975....	102
Figure 4.43 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un EBF Type D ( $R_d=4.0$ ), sur un sol de catégorie C à Vancouver (cas #8) .....	103
Figure 4.44 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie C à Montréal.....	104
Figure 4.45 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie E à Montréal .....	105

Figure 4.46 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie C à Vancouver .....	106
Figure 4.47 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie E à Vancouver .....	107
Figure 4.48 Courbe d'hystérésis du cas #11 pour un EBF Type D ( $R_d = 4.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver (Séisme : WNA no.223 M7.5e1-13X) .....	109
Figure 4.49 Variation du rapport $Q_{L/4} / (V_u/4)$ pour un EBF de Type D ( $R_d = 4.0$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	110
Figure 4.50 Variation du rapport $M_{L/2} / (V_u L/8)$ pour un EBF de Type D ( $R_d = 4.0$ ) et différentes villes et catégories de sol.....	110
Figure 4.51 Variation des analyses TNL pour les 15 cas et les 3 différents systèmes.....	113
Figure 4.52 Analyse FFT .....	114
Figure 4.53 Analyse FFT total, élastique et plastique.....	116
Figure 4.54 Prédiction du cisaillement $Q_{L/4}$ sans facteur d'amplification en fonction des résultats des analyses TNL pour les 2 types de CBF .....	121
Figure 4.55 Prédiction du cisaillement $Q_{L/4}$ avec facteur d'amplification en fonction des résultats des analyses TNL pour les 2 types de CBF .....	122
Figure 4.56 Distribution du cisaillement selon les analyses TNL et la méthode proposée pour un CBF de Type CC sur un sol de catégorie C à Montréal .....	124
Figure 4.57 – Distribution du cisaillement selon les analyses TNL et la méthode proposée pour un CBF de Type MD sur un sol de catégorie C à Vancouver .....	126

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$A_s$	Aire de cisaillement
ASCE	Société américaine d'ingénierie civile
$b$	Largeur du toit du bâtiment
CBF	Contreventement concentrique
CNBC	Code National du Bâtiment Canadien
$E$	Module d'élasticité
EBF	Contreventement excentrique
$g$	Accélération gravitationnelle
$G'$	Rigidité du diaphragme
$I$	Inertie du bâtiment ou de la poutre
$I_E$	Facteur d'importance
$K_B$	Rigidité latérale du contreventement
$K_D$	Rigidité latérale du diaphragme
$K_{TOT}$	Rigidité totale du système
$L$	Longueur du toit du bâtiment
MFSÉ	Méthode des forces statiques équivalentes
$M_{L/2}$	Effort de flexion à mi-portée
MTL	Ville de Montréal
$M_v$	Facteur pour les modes supérieurs
$Q_{END}$	Cisaillement des contreventements
$Q_{END,1}$	Cisaillement des contreventements provenant du 1 <sup>er</sup> mode de vibration
$Q_{END,3}$	Cisaillement des contreventements provenant du 3 <sup>e</sup> mode de vibration
$Q_{L/4}$	Cisaillement au quart de la portée
$Q_{L/4,1}$	Cisaillement au quart de la portée provenant du 1 <sup>er</sup> mode de vibration
$Q_{L/4,3}$	Cisaillement au quart de la portée provenant du 3 <sup>e</sup> mode de vibration
$Q_{MAX,3}$	Cisaillement maximum du diaphragme provenant du 3e mode vibration
$R_d$	Facteur de réduction de ductilité
$R_o$	Facteur de réduction de surrésistance

SFRS	Système de reprise de charges sismiques.
SPEC	Analyse spectrale
$S(T_1)$	Accélération spectrale pour le 1 <sup>er</sup> mode de vibration
$S(T_3)$	Accélération spectrale pour le 3 <sup>e</sup> mode de vibration
$T_1$	Période de vibration du 1 <sup>er</sup> mode de vibration
$T_3$	Période de vibration du 3 <sup>e</sup> mode de vibration
$T_B$	Période de vibration du système de contreventement
TL	Analyse temporelle linéaire
TNL	Analyse temporelle non-linéaire
$V_f$	Résistance pondérée au cisaillement
$V_u$	Résistance ultime au cisaillement
$V_y$	Résistance au cisaillement à la plastification
W	Poids sismique du bâtiment
w	Poids sismique réparti du bâtiment
VAN	Ville de Vancouver
%M <sub>1</sub>	Pourcentage de masse participative du 1 <sup>er</sup> mode de vibration
%M <sub>3</sub>	Pourcentage de masse participative du 3 <sup>e</sup> mode de vibration
$\Delta$	Déplacement latéral total du bâtiment
$\Delta_B$	Déplacement latéral des contreventements
$\Delta_D$	Déplacement latéral du diaphragme
$\Delta_F$	Déplacement $\square$ latéral en flexion du diaphragme
$\Delta_S$	Déplacement $\square$ latéral de cisaillement du diaphragme
$\phi_1$	Déformée modale approximative
$\Phi_1$	Fonction linéaire
$\lambda_1$	Ratio entre $Q_{L/4,1}$ et $Q_{END,1}$
$\lambda_3$	Ratio entre $Q_{MAX,3}$ et $Q_{END,3}$
$\mu$	Demande en ductilité

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A – Enregistrements choisis pour les analyses temporelles.....	132
Annexe B – Article de conférence NCEE 2014.....	136

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Problématique

Les bâtiments d'un étage avec diaphragme flexible au toit sont des bâtiments que l'on retrouve fréquemment au Canada (figure 1.1). On utilise ce type de bâtiment comme édifice industriel, commercial ou récréatif. Les dimensions peuvent varier grandement, allant d'une surface de quelques centaines de mètres carrés ( $m^2$ ) à plusieurs milliers de  $m^2$ , pouvant être 2.5 fois plus long que large et ayant des hauteurs variant de 4 mètres (m) à 12 m. Le toit est fait de feuilles de tablier métallique supportées par des poutrelles ajourées et/ou poutres en acier. Les feuilles de tablier sont assemblées les unes aux autres ainsi qu'aux éléments porteurs pour former un diaphragme horizontal pouvant résister à l'effort de cisaillement et au moment de flexion occasionnés par les charges latérales appliquées au bâtiment. Ces diaphragmes sont relativement flexibles et subissent des déformations de cisaillement et de flexion dans leur plan. Au Canada, la conception sismique de ces bâtiments est généralement réalisée à l'aide de la méthode des forces statiques équivalentes (MFSÉ).

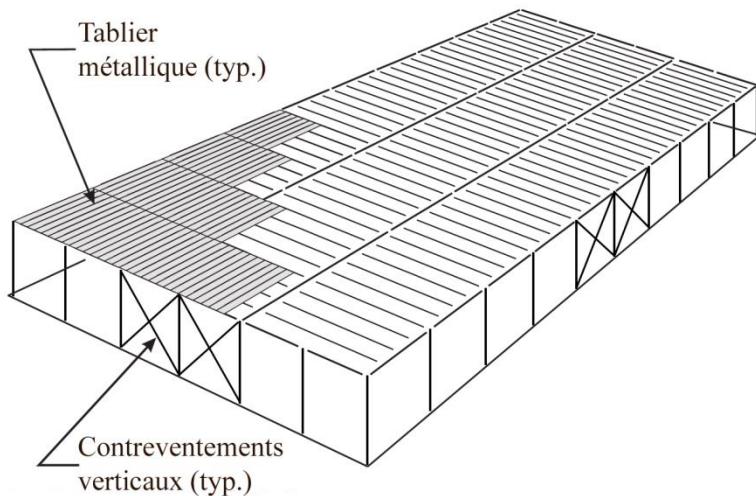


Figure 1.1 Bâtiment d'un étage typique

Depuis 2009, la norme CAN/CSA-S16 (2009) exige explicitement que les systèmes de reprise des charges latérales pour lesquels un comportement ductile est requis fassent l'objet

d'une conception par capacité. Cette méthode consiste à insérer dans le système un élément « faible » qui pourra dissiper l'énergie par déformation plastique, sans qu'il n'y ait rupture. Dans le cas des bâtiments d'un étage en acier avec un diaphragme flexible au toit, on utilise couramment des contreventements concentriques comme élément vertical assurant le transfert aux fondations des forces latérales apportées par le diaphragme. Dans le calcul par capacité, on considère que l'effort maximum dans le diaphragme de toit est limité par la résistance probable des diagonales de contreventement. On suppose ensuite une variation linéaire de l'effort de cisaillement sur la portée du diaphragme.

Pour tous les types de bâtiments, la charge sismique utilisée pour la conception des contreventements est déterminée essentiellement par l'accélération spectrale, la masse sismique et le type de système de reprise des charges latérales. L'accélération spectrale est fonction de la période fondamentale de la structure,  $T_a$ . Pour cette période, le Code National du Bâtiment 2010 (CNBC 2010) propose des équations empiriques qui ont été développées en considérant que les diaphragmes aux étages sont parfaitement rigides et que la masse est distribuée uniformément sur tous les étages. Or, lorsqu'on tient compte de la flexibilité des diaphragmes de toit, la période fondamentale allonge considérablement (Tremblay et Stiemer 1996; Tremblay, Rogers et Nedisan 2002; Tremblay et al. 2008) . Dans un bâtiment de plusieurs étages, les étages inférieurs faits d'une dalle de béton ont une rigidité et une masse bien supérieure à celle du toit. La flexibilité du diaphragme de toit a donc peu d'influence sur les propriétés dynamiques et le comportement sismique du bâtiment. Par contre, c'est tout le contraire pour un bâtiment d'un étage. Puisque la majorité de la masse est située au niveau du toit, la flexibilité du diaphragme de toit influence significativement la période de la structure. Elle affecte aussi l'amplitude du moment fléchissant dans le diaphragme de toit de même que la ductilité imposée aux contreventements. Également, la distribution des efforts de cisaillement dans le diaphragme dévie de la variation linéaire supposée dans le dimensionnement. La méthode actuelle de conception n'est donc pas adaptée à la réalité des bâtiments d'un étage avec un diaphragme flexible au toit. Les changements apportés à la conception sismique dans le CNBC et la norme CAN/CSA-S16 (2009) ont augmenté considérablement les efforts à utiliser au moment de la conception. Par exemple, la résistance probable doit maintenant être calculée en utilisant  $R_y F_y$  supérieur ou égal à 460 MPa pour les HSS (précédemment 385 MPa dans la norme CAN/CSA-S16 (2001)) générant ainsi des efforts de conception plus grands pour le diaphragme. Dans

plusieurs cas, il est maintenant difficile d'arriver à une solution économique ou tout simplement de spécifier un diaphragme avec une résistance suffisante lorsqu'on ne considère pas la flexibilité du diaphragme. De plus, comme mentionné précédemment, il s'agit d'un type de bâtiment particulièrement présent au Canada. C'est la raison pour laquelle il est impératif de mieux comprendre leur comportement dynamique lors de séismes.

## 1.2 Objectifs

L'objectif de la recherche est d'obtenir une meilleure compréhension du comportement sismique inélastique des bâtiments avec diaphragme flexible au toit. Pour y arriver, il faut d'abord identifier les paramètres contrôlant le comportement dynamique du bâtiment. Entre autres, on doit définir et quantifier l'influence de la flexibilité du toit sur les périodes et modes de vibration de la structure. On doit ensuite évaluer l'effet de la plastification du système de reprise des charges latérales sur les déformations et les efforts du diaphragme flexible. L'objectif final est de proposer des lignes directrices et des formules simples afin d'aider les ingénieurs à évaluer les efforts engendrés dans le diaphragme de toit lors d'un séisme en considérant le comportement inélastique du système.

## 1.3 Méthodologie

Pour commencer, la revue de littérature met l'emphase sur les méthodes de conception sismique au Canada, le comportement dynamique et sismique des structures de bâtiments avec diaphragme de toit flexible et les études antérieures sur les propriétés dynamiques des poutres et des diaphragmes se déformant en cisaillement.

Il est ensuite nécessaire de développer les équations permettant de déterminer la période des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes de vibration des bâtiments avec diaphragme de toit flexible. Une analyse paramétrique adimensionnelle permet ensuite de quantifier les efforts et observer l'influence des différents paramètres régissant le comportement dynamique élastique des structures de bâtiments avec diaphragme de toit flexible.

Des analyses dynamiques non-linéaires à l'aide de signaux de séismes historiques et artificiels permettront finalement de quantifier les efforts et visualiser le comportement dynamique et sismique des structures de bâtiments avec diaphragme de toit flexible.

## 1.4 Organisation du mémoire

Ce mémoire est divisé en 5 chapitres. Le premier chapitre est le présent chapitre d'introduction. Le chapitre 2 présente la revue de la littérature. Le chapitre 3 est constitué de l'analyse modale approfondie des bâtiments avec diaphragme de toit flexible. On y dérive les différentes équations afin d'obtenir une bonne approximation des périodes  $T_1$  et  $T_3$  ainsi que de la déformée du 1<sup>er</sup> et du 3<sup>e</sup> mode du système. Le chapitre 4 présente les résultats de l'étude paramétrique marquée par la modélisation du comportement plastique des contreventements. On y présente les résultats des analyses spectrales et temporelles. On propose également une méthode pour estimer les efforts dans le diaphragme afin d'améliorer leur conception. On résume dans le dernier chapitre les principales conclusions de l'étude.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

### 2.1 Normes existantes

#### 2.1.1 Code National du Bâtiment Canadien 2010 (CNBC 2010)

Depuis 2005, le CNBC utilise des spectres d'accélération à aléa uniforme afin de déterminer l'effort sismique à utiliser pour la conception. Les valeurs d'accélération spectrale pour plusieurs villes sont répertoriées dans l'Annexe C du CNBC. Le spectre est défini à partir de valeurs d'accélération spectrale, avec un amortissement de 5%, spécifiées pour une probabilité d'occurrence de 2% au 50 ans pour des périodes de 0.2, 0.5 1.0 et 2.0 secondes (s), soit  $S_a(0.2)$ ,  $S_a(0.5)$ ,  $S_a(1.0)$  et  $S_a(2.0)$ .

Afin de considérer le type de sol sous la structure, les valeurs d'accélération doivent être modifiées par les facteurs  $F_a$  et  $F_v$  selon l'article 4.1.8.4 du CNBC 2010. Les catégories de sol sont classées de A à F. La catégorie A étant pour les sols de qualité supérieure. La catégorie C est la catégorie de référence pour laquelle les facteurs  $F_a$  et  $F_v$  sont égaux à 1.0. Le facteur  $F_a$  est déterminé en fonction de l'accélération spectrale  $S_a(0.2)$  tandis que  $F_v$  est déterminé en fonction de l'accélération spectrale  $S_a(1.0)$ . On obtient ainsi les valeurs d'accélération de calcul  $S(0.2)$ ,  $S(0.5)$ ,  $S(1.0)$  et  $S(2.0)$  de la façon suivante :

$$S(0.2) = F_a S_a(0.2)$$

$$S(0.5) = \text{minimum} [F_v S_a(0.5) ; F_a S_a(0.2)]$$

$$S(1.0) = F_v S_a(1.0)$$

$$S(2.0) = F_v S_a(2.0)$$

Le spectre de calcul permet de calculer la force sismique minimum de conception,  $V$ , avec l'équation suivante :

$$V = \frac{S(T_a) M_v I_E W}{R_d R_o} \leq \frac{2/3 S(0.2) M_v I_E W}{R_d R_o} \quad (2.1)$$

La valeur  $S(T_a)$  est l'accélération spectrale correspondant à la période fondamentale. Il est nécessaire de faire une interpolation linéaire lorsque la période fondamentale  $T_a$  se situe entre les

périodes pour lesquelles les valeurs d'accélération spectrale sont fournies. Dans le cas des contreventements concentriques en acier, le code prescrit une équation pour le calcul de la période  $T_a$ , où  $h_n$  est la hauteur du bâtiment en mètre :

$$T_a = 0.025 h_n \quad (2.2)$$

Il est cependant possible d'utiliser la période fondamentale de la structure,  $T_1$ , telle qu'obtenue avec une analyse dynamique à partir d'un modèle numérique. Cependant, la période que l'on peut utiliser ne peut pas dépasser 2 fois la valeur obtenue avec l'équation 2.2. Il est important de souligner que cette équation a été développée pour des bâtiments multi-étages avec des diaphragmes rigides à tous les planchers. La flexibilité du diaphragme n'est donc pas prise en compte dans cette équation.

$M_v$  est un facteur d'amplification pour tenir compte de la contribution des modes supérieurs de vibration sur la force  $V$ . Ce facteur est égal à 1.0 pour une période inférieure ou égale à 1.0 s. Lorsque  $S_a(0.2)/S_a(2.0) > 8.0$ , le paramètre  $M_v$  est égal à 1.5 pour une période supérieure ou égale à 2.0 s pour les contreventements en treillis, ce qui est le cas pour la ville de Montréal. Pour une période entre 1.0 et 2.0 s, on doit interpoler linéairement le produit  $S(T_a)M_v$ .

$I_E$  est le facteur d'importance. Ce facteur prend une valeur de 0.8 à 1.5 selon l'importance du bâtiment. Par exemple, les bâtiments nécessaires à la protection civile tels que les hôpitaux et casernes de pompier auront un facteur  $I_E$  égale à 1.5. Pour la majorité des bâtiments à l'étude ici, ce facteur serait égal à 1.0.

$W$  est le poids sismique du bâtiment. Cette valeur doit inclure la charge morte ainsi que 25% de la charge de neige.

$R_d$  et  $R_o$  sont les facteurs de réduction pour la ductilité et la surrésistance, respectivement. Lors d'une conception par capacité, on considère qu'un élément du système de reprise des charges latérales sera spécialement conçu pour dissiper l'énergie du séisme par des déformations plastiques sans atteindre la rupture. Lorsque  $R_d$  est élevé, on anticipe une dissipation efficace de l'énergie par le système de résistance aux forces sismiques (SRFS). Le facteur  $R_o$  permet de tenir compte de la résistance en réserve dans la structure lorsque la conception satisfait les exigences pour le type de SFRS. Dans le cas des bâtiments de faible hauteur en acier, le système de reprise

des charges latérales est généralement un contreventement concentrique. Pour ce système, le facteur  $R_o$  est égal à 1.3 et le facteur  $R_d$  dépend de la catégorie du contreventement : 1.5 pour un contreventement de construction conventionnelle (Type CC), 2.0 pour un contreventement à ductilité limitée (Type LD) et 3.0 pour un contreventement à ductilité modérée (Type MD). Les différentes exigences selon le type de contreventement en acier sont disponibles dans la norme CSA-S16.

Dans le CNBC, les effets des séismes sur la structure peuvent être obtenus à partir d'une méthode d'analyse statique ou dynamique. Dans l'analyse statique, on applique la force  $V$  sous forme d'une force statique équivalente. La méthode peut être utilisée lorsque l'on satisfait l'une ou l'autre des trois conditions suivantes :

- La valeur de  $I_{EF_a}S_a(0.2)$  est inférieure à 0.35;
- La structure est régulière, sa hauteur est inférieure à 60 m et la période fondamentale  $T_a$  est inférieure à 2.0 s dans les deux directions orthogonales;
- La structure présente des irrégularités de type 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 8 (voir tableau 4.1.8.6 du CNBC 2010), sa hauteur est inférieure à 20 m et la période fondamentale  $T_a$  est inférieure à 0.5 s dans les deux directions orthogonales.

Dans les autres cas, on doit utiliser la méthode dynamique. Les bâtiments d'un seul étage en acier sont généralement réguliers et ont habituellement une hauteur inférieure aux limites permettant l'utilisation de la méthode statique. Cette méthode, plus simple, est par conséquent la plus fréquemment utilisée.

## 2.1.2 Norme CAN/CSA-S16 (2009)

L'article 27 de la norme CAN/CSA-S16 (2009) donne les critères à respecter afin que le SFRS en acier dissipe l'énergie par plastification. Dans le cas des contreventements concentriques en acier (articles 27.5), l'énergie est dissipée par la plastification de la membrure diagonale. Il existe des règles de conception pour trois types de contreventement concentrique :

- Type MD (ductilité modérée,  $R_d = 3.0$ ,  $R_o = 1.3$ )
- Type LD (ductilité limitée,  $R_d = 2.0$ ,  $R_o = 1.$ )

- Type CC (construction conventionnelle,  $R_d = 1.5$ ,  $R_o = 1.3$ )

Les efforts dans les colonnes, les poutres, les connexions du cadre et le diaphragme doivent être déterminés en utilisant la résistance probable de la diagonale en tension et en compression :

$$T_u = A_g R_y F_y \quad (2.3)$$

$$C_u = 1.2 C_r / \phi \quad (2.4)$$

$$C'_u = \min(0.2 A_g R_y F_y; C_r / \phi) \quad (2.5)$$

où  $C_r$  est calculé avec  $R_y F_y \geq 460$  MPa (sections HSS); 385 MPa (autres sections)

Toutefois, les efforts ne doivent pas dépasser les efforts correspondant à  $R_d R_o = 1.3$  (article 27.1.2).

### 2.1.3 Steel Deck Institute (SDI)

Luttrell (2004) dans le manuel du SDI présente une méthode pour l'évaluation de la rigidité et la résistance des diaphragmes. La méthode SDI est basée sur plusieurs analyses et essais. Cette méthode permet de calculer la résistance et la rigidité d'une feuille de tablier métallique selon les fixations utilisées. La résistance du diaphragme est la plus petite valeur entre quatre états limites :

- La résistance des fixations aux extrémités du diaphragme;
- La résistance des fixations intérieures du diaphragme;
- La résistance des fixations aux coins du diaphragme;
- Le flambement local du tablier métallique.

Afin de déterminer la rigidité en cisaillement, la relation entre la force  $P$  et le déplacement  $\Delta$  du diaphragme, tel que présenté sur la figure 2.1, est analysée. On définit alors le paramètre  $G'$  selon l'équation suivante :

$$G' = \frac{P a / \ell}{\Delta_s + \Delta_d + \Delta_c} \quad (2.6)$$

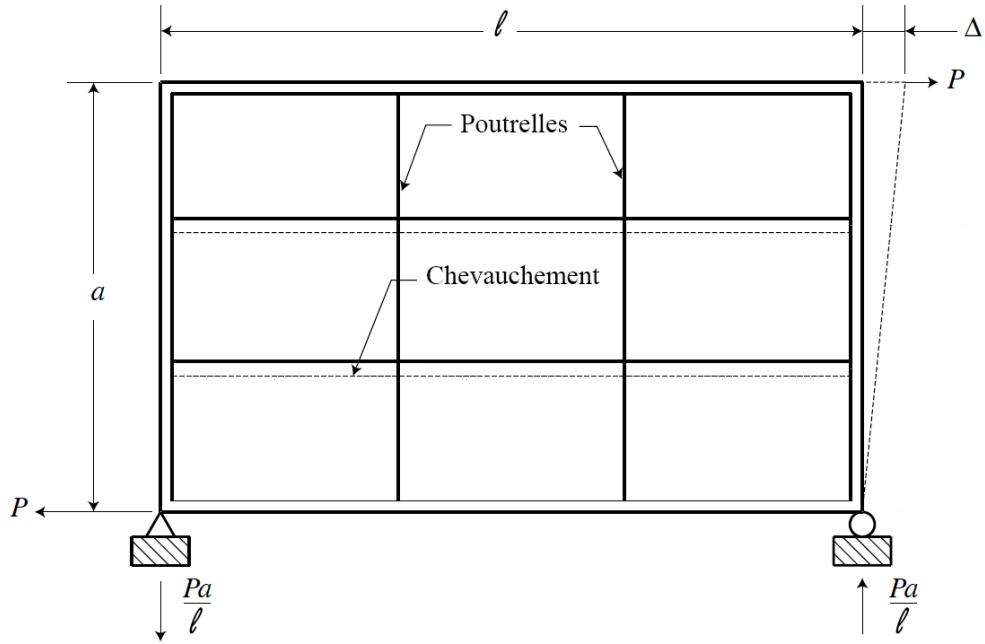


Figure 2.1 Géométrie du diaphragme (Luttrell 2004)

Dans l'équation 2.6,  $a$  est la largeur du diaphragme,  $\ell$  la longueur du diaphragme,  $\Delta_s$  la contribution des déformations en cisaillement,  $\Delta_d$  les déformations dues au gauchissement du tablier métallique et  $\Delta_c$  les déformations provenant des chevauchements.

Afin de calculer le déplacement à mi-porté dans le plan sous une charge uniformément distribuée ( $\Delta_d$ ), la méthode utilise l'analogie d'une poutre profonde (figure 2.2). Les déformations en flexion ( $\Delta_f$ ) et en cisaillement ( $\Delta_s$ ) à mi-porté sont calculées à l'aide des équations suivantes :

$$\Delta_d = \Delta_f + \Delta_s \quad (2.7)$$

$$\Delta_f = \frac{5 w L^4}{384 EI} \quad \Delta_s = \frac{w L^2}{8 G' b} \quad (2.8)$$

où l'inertie ( $I = Ab^2$ ) est déterminée par l'aire des poutres de rive du diaphragme dans la direction perpendiculaire à la charge, le module d'élasticité de l'acier ( $E$ ) est égal à 200 et  $b$  et  $L$  sont respectivement la largeur et la longueur du diaphragme.

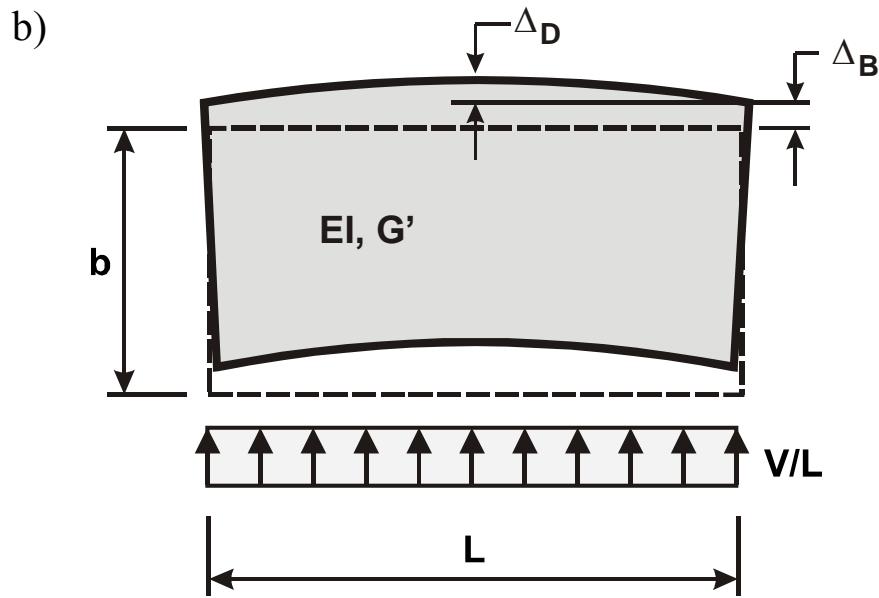


Figure 2.2 Déplacements du diaphragme

Dans la présente étude, on ajoute le déplacement des contreventement aux déplacements du diaphragme afin d'obtenir le déplacement total du bâtiment.

$$\Delta = \Delta_B + \Delta_D \quad (2.9)$$

$$\Delta_B = \frac{wL}{K_B} \quad (2.10)$$

où  $K_B$  est la rigidité des contreventements.

#### 2.1.4 Institut canadien de la tôle d'acier pour le bâtiment (ICTAB)

La ICTAB (2006) présente la méthode SDI ainsi que la méthode Tri-Services. La méthode Tri-Services est constituée de formules empiriques basées sur plusieurs essais. Cette méthode est valide seulement pour les tabliers métalliques fixés à l'aide de soudures et par sertissage. Le choix du tablier et des connections est basé sur 3 états limites, soit la rupture en cisaillement de la feuille de tablier métallique, la rupture des soudures aux extrémités des panneaux et la rupture des connexions aux chevauchements des panneaux.

Cette méthode utilise un facteur de flexibilité du diaphragme,  $F$ . Ce paramètre considère les déformations en cisaillement de la feuille de tablier métallique, le gauchissement de la section du tablier ainsi que les déformations en cisaillement de la connexion soudée. Tout comme la méthode SDI, la méthode Tri-Services utilise l'analogie à la poutre profonde afin de calculer les déplacements.

$$\Delta_D = \Delta_F + \Delta_S = \frac{5 wL^4}{384 EI} + \frac{wL^2 F}{2 \times 10^6} \quad (2.11)$$

### 2.1.5 American Society of Civil Engineering (ASCE 41-06)

La norme américaine ASCE 41-06 traite de la réhabilitation sismique des bâtiments. Elle explique le processus et les différentes méthodes d'analyse à utiliser dans le but d'améliorer la performance sismique d'un bâtiment existant. La norme propose, entre autres, une méthode de classification des diaphragmes et une procédure d'analyse pour le comportement sismique des bâtiments avec un diaphragme de toit flexible incluant une approximation de la période tenant compte de la flexibilité du diaphragme.

Un diaphragme est considéré flexible lorsque la déformation maximale du diaphragme est supérieure à 2 fois le déplacement inter-étage des contreventements ( $\Delta_D > 2\Delta_B$ ). À l'opposé, un diaphragme est considéré rigide lorsque la déformation maximale du diaphragme est inférieure à la moitié du déplacement inter-étage des contreventements ( $\Delta_D < \Delta_B/2$ ). Pour toutes autres valeurs intermédiaires, le diaphragme est qualifié de « raide ».

La période des bâtiments d'un étage avec diaphragme de toit flexible est approximée par l'équation suivante où les déplacements sont en pouce :

$$T_1 = (0.1\Delta_B + 0.078\Delta_D)^{0.5} \quad (2.12)$$

L'effort de cisaillement dans le diaphragme est obtenu en appliquant une force linéaire  $f_d$  représentant la distribution approximative de la force d'inertie (figure 2.2) :

$$f_d = \frac{1.5F_d}{L_d} \left[ 1 - \left( \frac{2x}{L_d} \right)^2 \right] \quad (2.13)$$

où  $F_d$  = la force de cisaillement de l'étage (=  $F_x$  du CNBC)

$x$  = la distance à partir du centre du diaphragme flexible

$L_d$  = la distance entre les points de supports latéraux du diaphragme

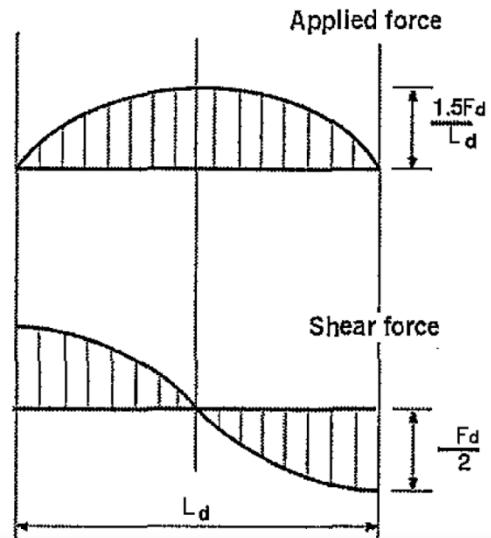


Figure 2.3 Distribution possible du cisaillement dans un diaphragme flexible (ASCE 41-06)

## 2.2 Propriétés dynamiques des diaphragmes et de la poutre profonde

Plusieurs paramètres influencent le comportement sismique du diaphragme de toit. La flexibilité du toit, le principal paramètre étudié, se définit comme le ratio entre le déplacement latéral du toit  $\Delta_D$  et le déplacement latéral des contreventements  $\Delta_B$ . Plus  $\Delta_D/\Delta_B$  est élevé, plus le diaphragme est flexible. À l'inverse, une valeur  $\Delta_D/\Delta_B = 0$  représente un diaphragme rigide.

Le diaphragme se déforme en partie en flexion ( $\Delta_F$ ) et en cisaillement ( $\Delta_S$ ). Le rapport des déformations  $\Delta_F/\Delta_S$  est également un paramètre étudié pour le comportement dynamique des diaphragmes.

La période fondamentale  $T_1$  est un paramètre déterminant dans le comportement sismique du bâtiment. La période du 1<sup>er</sup> mode influence l'effort transmis par le séisme. Afin de mieux comparer les résultats des différentes analyses, la période  $T_1$  est contrôlée afin que l'effort transmis à la structure soit le même d'une analyse à l'autre.

Pour les différentes analyses effectuées dans le cadre de cette recherche, nous utilisons l'analogie de la poutre profonde telle qu'utilisée par différentes recherches antérieures et dans les différents codes. On remarque que  $G'b$  à l'équation 2.8 remplace la valeur  $GA_s$  utilisée normalement dans l'équation des déplacements en cisaillement à mi-portée.  $G$  est le module de cisaillement de l'acier et  $A_s$  l'aire de cisaillement de la poutre. Les contreventements représentés par des ressorts de rigidité  $K_B$  ont un comportement élastique ou inélastique selon l'analyse effectuée. Le diaphragme demeure élastique tel que supposé lors de la conception. Bien que l'analogie à une poutre profonde soit utilisée afin d'analyser le comportement des structures à l'étude, nous ferons toujours référence aux composantes structurales, soit le diaphragme et les contreventements, afin d'éviter toute confusion.

Dans son livre, Chopra (2006) dérive les équations du comportement dynamique d'une poutre simplement appuyée se déformant en flexion seulement. La déformée se résume à une courbe sinusoïdale (figure 2.3) et la fréquence de vibration  $\omega$  à une fonction de la longueur, de la masse et de la rigidité en flexion :

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \sin(\pi x/L) & \omega_1 &= \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \\
 \phi_2 &= \sin(2\pi x/L) & \omega_2 &= \frac{4\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \\
 \phi_3 &= \sin(3\pi x/L) & \omega_3 &= \frac{9\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

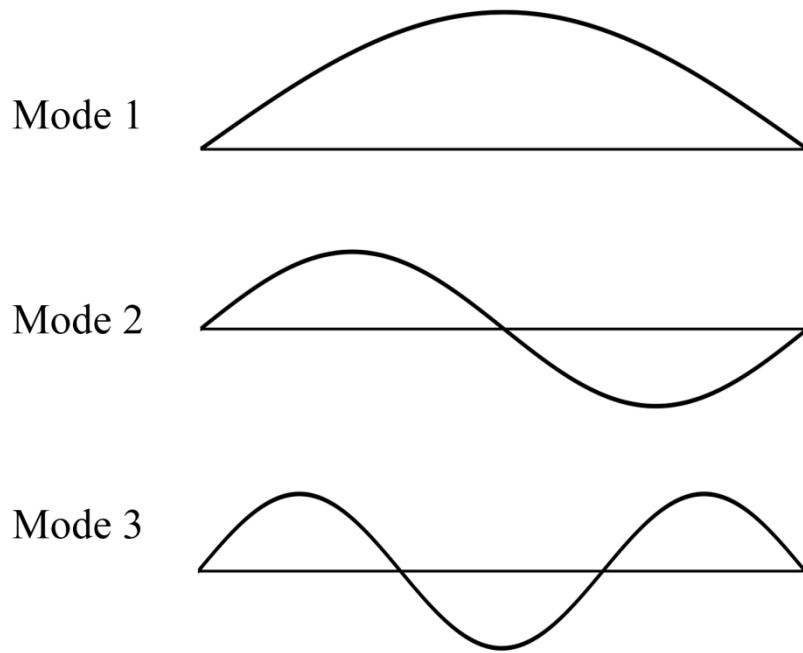


Figure 2.4 Modes de vibration du bâtiment.

Comme les déformations en cisaillement sont importantes dans le diaphragme, on ne peut pas les négliger. La poutre de Timoshenko, qui considère les déformations en cisaillement et l'inertie rotationnelle, est la méthode appropriée pour l'analyse d'une poutre profonde. Aristizabal-Ochoa (2004) a proposé une solution aux conditions frontières généralisées permettant, à l'aide de paramètres adimensionnels, de calculer la déformée et les périodes de vibration. La méthode simplifie le problème à obtenir les valeurs de fréquence pour lesquelles le déterminant d'un système d'équation est nul. D'autre part, seulement le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> mode sont nécessaires afin de décrire le comportement sismique des bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragme de toit flexible.

Comme on peut le voir sur la figure 2.3, un comportement différent aux extrémités est requis pour que le 2<sup>e</sup> mode soit sollicité. Les tolérances de fabrication et la possibilité que les contreventements soient fabriqués avec de l'acier provenant de lots différents permettent que l'aire de la section et la limite élastique  $F_y$  soient différentes pour chacun des contreventements. À cause de ces propriétés légèrement différentes pour chacun contreventements, ceux-ci peuvent plastifier à des moments différents causant ainsi une concentration des efforts dans un contreventement. Cela pourrait aussi être causé par une excentricité de la masse. Le

comportement étant légèrement asymétrique, le 2<sup>e</sup> mode pourrait donc contribuer même si la sollicitation sismique est la même pour tous les contreventements. Afin de simplifier les analyses et l'étude du comportement sismique, on fait l'hypothèse que la sollicitation sismique a la même amplitude dans la même direction aux deux extrémités du bâtiment et que le comportement inélastique des contreventements est identique, éliminant ainsi la participation du 2<sup>e</sup> mode. Cette conclusion est vraie pour tous les modes pairs.

Aussi, il n'est pas nécessaire d'étudier les modes supérieurs au 3<sup>e</sup> mode, car toujours plus de 90% de la masse est sollicitée par le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> mode comme le démontrera les analyses. La limite de 90% de masse participant au comportement dynamique est fixée par la méthode dynamique du CNBC 2010.

## 2.3 Recherches antérieures

### 2.3.1 Tremblay et Stiemer (1996)

Tremblay et Stiemer (1996) ont soulevé que les formules empiriques du CNBC faisaient l'hypothèse d'un diaphragme infiniment rigide et, par le fait même, ne représentaient pas le cas d'un bâtiment d'un seul étage avec un diaphragme flexible au toit. À l'aide de modèles numériques considérant la flexibilité du diaphragme de toit, ils ont montré que les périodes étaient plus longues qu'avec la proposition du CNBC 1990, recommandant ainsi d'élaborer des formules plus appropriées pour ce type de bâtiment. Ils ont soulevé également qu'il y a une amplification des déformations latérales du diaphragme et du moment fléchissant à mi-portée. Ils ont observé une amplification du cisaillement près des appuis ainsi qu'une augmentation de la ductilité imposée aux contreventements. Dans ces analyses, on considérait le comportement inélastique des contreventements tandis que le comportement du diaphragme de toit demeurait élastique. Cette façon de faire concorde avec les hypothèses faites lors de la conception de la structure.

### 2.3.2 Medhekar et Kennedy (1997)

Medhekar et Kennedy (1997) ont procédé à des analyses numériques de bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragme de toit flexible. Les résultats concordent avec les résultats obtenus par Tremblay et Stiemer (1996). Leurs résultats montrent que la période obtenue avec l'équation 2.2 est largement plus courte que les périodes obtenues des analyses. Les chercheurs ont souligné que la distribution du cisaillement dans le diaphragme ne varie pas linéairement comme on l'assume généralement lors de la conception. Également, les diaphragmes de bâtiments situés dans certaines zones sismiques ont subi des déformations plastiques. Afin d'assurer le comportement élastique des diaphragmes, ils suggèrent d'utiliser une conception par capacité basée sur la résistance des contreventements afin de concevoir le diaphragme.

Ils ont également investigué la contribution des éléments non structuraux comme le revêtement extérieur. Les résultats d'essais in-situ de vibrations ambiantes montrent une contribution importante de ces derniers, générant une mesure de période plus courte que les modèles numériques, mais toujours supérieure à celle obtenue par l'équation du CNBC (équation 2.2). Selon eux, la faible amplitude des déplacements lors de ces essais de vibrations ambiantes serait à l'origine d'une rigidité supplémentaire qui ne serait pas disponible lors des grands déplacements engendrés pendant un séisme. Des essais de vibration forcée seraient plus appropriés pour mesurer la période des bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragme de toit flexible.

### 2.3.3 Tremblay et al. (2000)

Tremblay et al. (2000) ont utilisé l'équation 2.13 adaptée d'une équation de Medhekar et Kennedy (1997) pour évaluer la période fondamentale d'un bâtiment d'un étage en considérant la flexibilité du diaphragme. Une série d'essais effectués sur des spécimens à échelle réduite de bâtiments de faible hauteur en acier a permis de valider cette approximation de la période fondamentale. De plus, la rigidité des contreventements  $K_B$  correspondait aux prédictions. Toutefois, les valeurs de rigidité du diaphragme composé de feuilles métalliques étaient différentes de celles calculées avec la méthode SDI. Les essais ont aussi permis de confirmer

l'amplification des déformations et du cisaillement dans le diaphragme. Finalement, un amortissement du 1<sup>er</sup> mode variant de 3.1% à 4.3% a été mesuré, soit un amortissement légèrement inférieur au 5% du spectre de calcul.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(K_B + K_D) W}{K_B K_D g}} \quad , \text{ avec } K_D = \frac{\pi}{\frac{L^3}{\pi^2 EI} + \frac{L}{G'b}} \quad (2.13)$$

### 2.3.4 Humar et Popovski (2012)

Humar et Popovski (2012) ont réalisé une étude semblable à celle présentée dans ce mémoire, les deux études étant réalisées parallèlement. Le modèle d'Humar et Popovski utilisait aussi l'analogie des poutres profondes. Les contreventements avaient un comportement non-linéaire tandis que le diaphragme restait élastique tel que supposé lors de la conception de ces bâtiments. Le comportement non-linéaire des contreventements y était représenté par un ressort bilinéaire avec différents paramètres de rigidité post-plastification. Les propriétés du modèle ont été déterminées selon les bâtiments étudiés par Tremblay et Stiemer (1996). Quatre valeurs de rigidité de diaphragme avaient été retenues pour l'étude, soit un diaphragme très flexible, un diaphragme correspondant à la limite d'un diaphragme flexible selon l'ASCE 41-06, un diaphragme correspondant à la limite d'un diaphragme rigide selon l'ASCE 41-06 et un diaphragme très rigide. Les auteurs ont obtenu une amplification du moment fléchissant, une amplification de la ductilité imposée aux contreventements et un effort de cisaillement déviant d'une distribution linéaire. Ils en ont conclu que la méthode proposée par l'ASCE 41-06 pour évaluer l'effort de cisaillement et le moment fléchissant était inadéquate. D'autre part, ils ont noté une ductilité plus grande que la valeur de conception  $R_y$  ( $R_d$  dans la norme canadienne). Afin d'obtenir la valeur de ductilité désirée, ils ont suggéré de multiplier  $R_y$  par  $\kappa$ , un facteur qui est fonction de la ductilité visée et du rapport entre la déformation du diaphragme à sa mi-longueur et le déplacement des contreventements :

$$R_y = \kappa\mu \quad (2.14)$$

$$\kappa = -0.355r + 1.178 \quad (2.15)$$

$$1 \geq \kappa \geq 0.45 \text{ pour } \mu = 3$$

$$1 \geq \kappa \geq 0.36 \text{ pour } \mu = 4$$

Dans ces équations,  $r$  est le rapport entre la déformation du diaphragme à sa mi-longueur et le déplacement des contreventements (*drift ratio*) et  $\mu$  est la ductilité permise pour les contreventements. Par exemple, pour un facteur  $r = 2.0$  et une ductilité de 4.0, on obtient  $\kappa = 0.468$ , ce qui donne  $R_y = 1.87$ .

### 2.3.5 Celebi (1989)

Plusieurs essais ont déjà été réalisés afin de valider ou approfondir notre connaissance du comportement sismique des bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragme de toit flexible. Celebi (1989) a utilisé des enregistrements d'accélération du gymnase d'un collège à Saratoga, Californie durant le séisme de Morgan Hill en 1984 afin d'étudier le comportement des diaphragmes flexibles. Il souligne que malgré la faible intensité du séisme, les périodes de vibration mesurées étaient influencées par la flexibilité du diaphragme.

### 2.3.6 Lamarche (2005)

Lamarche (2005) a réalisé plusieurs essais in-situ de vibrations ambiantes. Les résultats ont clairement montré que plus la portée perpendiculaire à la direction d'excitation était élevée, plus la période de vibration augmentait. Les diaphragmes plus longs étant généralement plus flexibles, cela montre encore une fois l'influence de la flexibilité du diaphragme sur la période. Lamarche a ensuite proposé 10 régressions non-linéaires dérivées de l'équation de Medhekar (1997) afin d'évaluer la période en fonction de la longueur du diaphragme.

### **2.3.7 Mastrogiuseppe (2006)**

L'objectif de Mastrogiuseppe était d'évaluer l'influence des composantes non-structurales du toit sur les propriétés dynamiques de diaphragme de toit de bâtiments d'un étage (Mastrogiuseppe, 2006; Mastrogiuseppe et al., 2008). Des essais en laboratoire ont permis d'évaluer les caractéristiques des différents matériaux. Les panneaux de gypses sont les éléments non-structuraux participant le plus à la rigidité du diaphragme. Les analyses par éléments finis ont montré que la rigidité des panneaux de gypse demeurait constante peu importe l'épaisseur des feuilles de tablier métallique et le patron de connexion. Par conséquent, le pourcentage de participation à la rigidité totale diminue lorsque la rigidité du tablier métallique seul augmente. L'étude a aussi montré que les composantes n'ont structurales du toit n'avait aucun effet sur la période fondamentale de vibration.

### **2.3.8 Franquet (2009) et Massarelli (2010)**

Franquet (2009) a procédé à des essais au laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal sur un diaphragme de toit flexible de 21 m de longueur et 7.31 m de largeur. Il a observé entre autres que la période s'allongeait lorsque le niveau d'excitation augmentait. Il remettait ainsi en question l'utilisation pratique des conclusions de Lamarche (2005) obtenues lors d'essais de vibration ambiante caractérisés par des mouvements de faible amplitude. Il a aussi souligné que la méthode SDI pour le calcul de rigidité du diaphragme surestime généralement la rigidité du diaphragme. Également, les différents systèmes d'attaches subissaient une perte de résistance suivant l'obtention de la charge maximale. Toutefois, les tabliers métalliques plus minces (Type 22, 0.76 mm) étaient capables de maintenir un comportement légèrement ductile. Massarelli (2010) a réalisé des essais supplémentaires s'ajoutant à ceux de Franquet (2009) sur le même montage. Les essais ont montré que l'orientation des feuilles de tablier métallique influençait la rigidité et le comportement du diaphragme. Ce paramètre n'est toutefois pas considéré par la méthode SDI.

### 2.3.9 Proulx et al. (2012)

Proulx et al. (2012) ont procédé à des essais sur un bâtiment en construction situé à Montréal. Trois types d'essais ont été réalisés : essais de vibrations ambiantes, de vibrations forcées et de relâchement. Les résultats corroboraient les essais en laboratoire par Franquet (2010), c'est-à-dire que la période du bâtiment s'allongeait lorsque le niveau d'excitation augmentait. Également, les périodes mesurées étaient plus longues que celles calculées selon la formule empirique du CNBC. Les équipements mécaniques, considérés dans la formule empirique, n'étaient pas présents lors des essais. L'écart entre la période mesurée et la période calculée pourrait alors être encore plus important que le montre les résultats.

## CHAPITRE 3 ANALYSES MODALES

Il est essentiel de connaitre les propriétés des différents modes de vibration d'une structure pour évaluer correctement l'effet des séismes sur cette structure. Pour y parvenir, nous avons effectué une analyse modale de bâtiments avec diaphragme de toit flexible. L'analyse modale étudie l'influence de la flexibilité du diaphragme ( $\Delta_D/\Delta_B$ ) et du ratio des déformations en flexion et des déformations en cisaillement dans le diaphragme ( $\Delta_F/\Delta_S$ ) pour chacun des modes sur les paramètres suivants :

- la période;
- le pourcentage de masse participative;
- la déformée;
- la distribution du cisaillement.

### 3.1 Modèle et paramètres considérés

On présente dans cette section la modélisation du diaphragme qui a été retenue pour l'étude des propriétés modales (figure 3.1). Les diaphragmes ont une rigidité en flexion ( $EI$ ) et en cisaillement ( $G'b = GA_s$ ) constantes sur toute la portée. La masse est également constante, représentant la distribution du poids sismique de la structure. On suppose aussi que la structure est symétrique. Ainsi, les contreventements se séparent la rigidité latérale totale du système, soit  $K_B/2$  chacun.

On définit à la section 2.8 le paramètre de flexibilité du diaphragme,  $\Delta_D/\Delta_B$ . Dans les analyses modales,  $\Delta_D/\Delta_B$  varie entre 0 et 10 afin de couvrir les diaphragmes rigides jusqu'aux diaphragmes flexibles. Le second paramètre, le ratio  $\Delta_F/\Delta_S$ , varie entre 0.2 et 100 représentant respectivement un diaphragme se déformant principalement en cisaillement et un diaphragme se déformant principalement en flexion. Les paramètres  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  sont adimensionnels. Les résultats des analyses sont donc applicables à toutes les dimensions de diaphragmes. Quelques

valeurs de période  $T_1$  seront également étudiées afin de démontrer que la période  $T_1$  n'a aucune influence sur les autres paramètres de l'analyse modale.

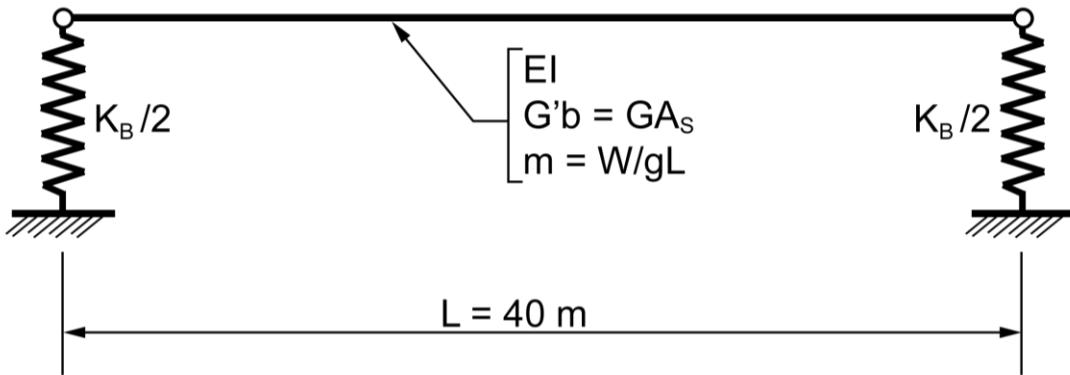


Figure 3.1 Modèle structural

### 3.1.1 Matériaux

Tous les éléments de la structure sont en acier. Les propriétés de l'acier sont : un poids volumique de  $7.7 \times 10^{-8} \text{ kN/mm}^3$ , un module d'élasticité ( $E$ ) de 200 GPa et un coefficient de poisson ( $\nu$ ) de 0.3.

### 3.1.2 Dimensions

Bien que les paramètres  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  soient adimensionnels, il est nécessaire de poser une longueur et un poids sismique afin de pouvoir calculer les propriétés de la poutre équivalente. Pour les modèles, une longueur de poutre ( $L$ ) de 40 mètres et un poids sismique total ( $W$ ) de 2000 kN ont été choisis. Ces valeurs sont représentatives des bâtiments d'un seul étage avec diaphragme de toit flexible, permettant d'obtenir des valeurs réalistes pour les propriétés de la poutre ( $A_s, I$ ).

### 3.1.3 Propriétés de la section de la poutre

Afin de modéliser la section de la poutre équivalente, on utilise une section de type « général » permettant aux propriétés de la poutre de ne pas être reliées à sa géométrie. Les propriétés sont calculées afin d'obtenir les valeurs des rapports  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  choisis pour l'analyse. À partir des équations 2.7 à 2.10, on obtient la rigidité en flexion,  $EI$ , et la rigidité en cisaillement,  $G'b$ , requises pour obtenir les rapports  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  voulus :

$$EI = \frac{5 K_B L^3}{384 (\Delta_D/\Delta_B)} \left(1 + \frac{1}{(\Delta_F/\Delta_S)}\right) \quad (3.1)$$

$$G'b = \frac{48 EI}{5 L^2} (\Delta_F/\Delta_S) \quad (3.2)$$

L'inertie  $I$  est obtenue en divisant l'équation 3.1 par la valeur de  $E = 200$  GPa. La rigidité en cisaillement  $G A_S$  de la poutre équivalente correspond à la rigidité  $G'b$  du diaphragme de toit. On divise donc la valeur de  $G'b$  de l'équation 3.2 par  $G = 77$  GPa pour obtenir l'aire de cisaillement ( $A_S$ ) de la poutre équivalente à utiliser dans le modèle d'analyse. La rigidité des ressorts aux extrémités du diaphragme est quant à elle est définie par la rigidité latérale totale des deux contreventements du système ( $K_B$ ). Cette dernière est obtenue à partir de la valeur souhaitée pour la période du mode fondamental de la structure  $T_1$ . Pour ce faire, on détermine la période de la structure en supposant un diaphragme de toit infiniment rigide,  $T_B$ . La relation entre  $T_B$  et  $T_1$  est donnée par :

$$T_B = \frac{T_1}{\sqrt{(1 + 0.76 \Delta_D/\Delta_B)}} \quad (3.3)$$

Cette relation est obtenue à partir de l'équation approximative suggérée dans la norme ASCE 41-06 pour le calcul de la période d'un bâtiment d'un seul étage avec diaphragme de toit flexible (équation 2.12). La dérivation de cette équation est présentée à la section 3.2 traitant des caractéristiques du 1<sup>er</sup> mode. Une fois  $T_B$  déterminée, on peut calculer  $K_B$  :

$$K_B = 4\pi^2 \frac{g}{wL T_B^2} \quad (3.4)$$

où  $wL$  représente le poids sismique total (W).

L'équation 3.4 est obtenue en isolant  $K_B$  de l'équation définissant la période pour un système à un degré de liberté :

$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{wL}{g K_B}} \quad (3.5)$$

L'aire de cisaillement ( $A_S$ ) est une fraction de l'aire de la section en fonction de la forme de celle-ci. Il est possible de trouver les valeurs pour différentes géométries dans la littérature. Comme on utilise une section générale qui n'a pas de dimensions précises, il est nécessaire de poser une valeur d'aire de section (A). Par simplicité, dans le modèle d'analyse, on a posé l'aire de la section de la poutre (A) égale à l'aire de cisaillement ( $A_S$ ). Comme l'aire de la section (A) est utilisée pour calculer le poids et la masse linéaire de la poutre, il est devenu nécessaire d'appliquer un facteur à la masse de la section pour obtenir le poids sismique total  $W = 2000$  kN dans le modèle. Ce facteur est :

$$\text{Facteur masse} = \frac{2000 \text{ kN}}{40\,000 \text{ mm} \times A \text{ mm}^2} \cdot \frac{1}{7.7 \times 10^{-8} \text{ kN/mm}} \quad (3.6)$$

### 3.1.4 Éléments

La poutre est modélisée avec des éléments de type «*frame*». On assigne donc à ces éléments les propriétés de la section de la poutre déterminée précédemment. La précision de l'analyse dépend du nombre d'éléments. Pour déterminer le nombre d'éléments, on a donc procédé à une étude de convergence. Le tableau 3.1 montre les périodes et les déplacements pour le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> mode en fonction du nombre d'éléments utilisés. Les propriétés du cas présenté sont : une inertie (I) de  $3.17 \times 10^{10} \text{ mm}^4$ , une aire de cisaillement ( $A_S$ ) de  $247 \text{ mm}^2$  et une rigidité totale des deux ressorts ( $K_B$ ) de  $5.070 \text{ kN/mm}$  ( $= 2 \times 2.535 \text{ kN/mm}$ ). On peut observer qu'avec un seul élément,  $T_1$  est de 1.26 s. Cette valeur correspond à la valeur d'un système SDOF obtenue à l'aide de l'équation 3.5 :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g(K_B)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{9810(2 \times 2.535)}} = 1.26 \text{ s}$$

Cela se produit car le logiciel d'analyse (SAP2000) utilise des masses concentrées aux nœuds. Dans le cas particulier d'un seul élément, la masse est donc directement appliquée sur les ressorts et la flexibilité de l'élément n'intervient pas. Lorsque l'on utilise deux éléments ou plus, la période augmente rapidement en raison de la flexibilité du toit qui est mieux représentée.

Tableau 3.1 Périodes et déplacements du modèle SAP2000 en fonction du nombre d'éléments

Nombre d'élément	T <sub>1</sub> (s)	T <sub>3</sub> (s)	Δ <sub>1</sub> (mm)	Δ <sub>3</sub> (mm)
1	1.260	-	1.340	-
2	1.989	0.771	3.039	0.763
10	1.986	0.586	2.842	2.790
20	1.986	0.581	2.837	2.772
50	1.986	0.580	2.835	2.767
100	1.986	0.580	2.835	2.767

En examinant les valeurs du tableau, on se rend compte que dix éléments seraient suffisants afin de caractériser adéquatement le 1<sup>er</sup> mode, les déplacements et la période variant de façon négligeable par la suite. Le nombre d'éléments nécessaire augmente cependant à 50 pour bien évaluer les propriétés et le comportement du 3<sup>e</sup> mode. Toutefois, pour ce modèle simple, on a noté que le temps de calcul est négligeable (< 1 seconde). Donc, pour plus de précision, la décision a été prise de modéliser la poutre avec un total de 100 éléments pour toutes les analyses modales.

Finalement, le modèle utilisé était limité à 2 degrés de liberté, la translation selon l'axe Y et la rotation autour de l'axe Z. L'analyse effectuée par SAP2000 était une analyse modale par la résolution du problème de vecteur propre.

## 3.2 Caractérisation du 1<sup>er</sup> mode

### 3.2.1 Période $T_1$ et déformée modale du 1<sup>er</sup> mode

Dans le CNBC 2010, le calcul de la force sismique est basé sur la période  $T_a$  qui représente la période du 1<sup>er</sup> mode de vibration  $T_1$ . Lors de la conception, il est donc essentiel d'avoir une bonne approximation de  $T_1$ . L'objectif est donc de développer une équation permettant d'approximer  $T_1$  à partir des ratios  $\Delta_B/\Delta_D$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  que le concepteur peut facilement déterminer à l'aide d'une analyse statique sous une charge latérale uniforme (équations 2.7 à 2.10).

Dans ce qui suit, on a utilisé la méthode de Rayleigh afin d'obtenir une valeur approchée de la période  $T_1$ . La méthode de Rayleigh permet d'obtenir une approximation de la période d'un système à partir d'une déformée approximative. On utilise ici la déformée sous une charge uniformément répartie correspondant au poids sismique  $w = W/L$  (kN/mm) comme déformée approximative. Cette hypothèse implique que toute la masse du toit est accélérée dans la même direction. Les déformations en flexion et en cisaillement en tout point du diaphragme peuvent alors être obtenues avec :

$$\begin{aligned}\Delta_F(x) &= \frac{wx}{24EI} \left[ L^3 - 2Lx^2 + x^3 \right] = \frac{wL^4}{24EI} \left[ (x/L) - 2(x/L)^3 + (x/L)^4 \right] \\ \Delta_S(x) &= \frac{w}{2G'b} \left[ Lx - x^2 \right] = \frac{wL^2}{2G'b} \left[ (x/L) - (x/L)^2 \right]\end{aligned}\tag{3.7}$$

Les déplacements sont présentés sur la figure 3.2 après normalisation par rapport au déplacement maximum à mi portée.

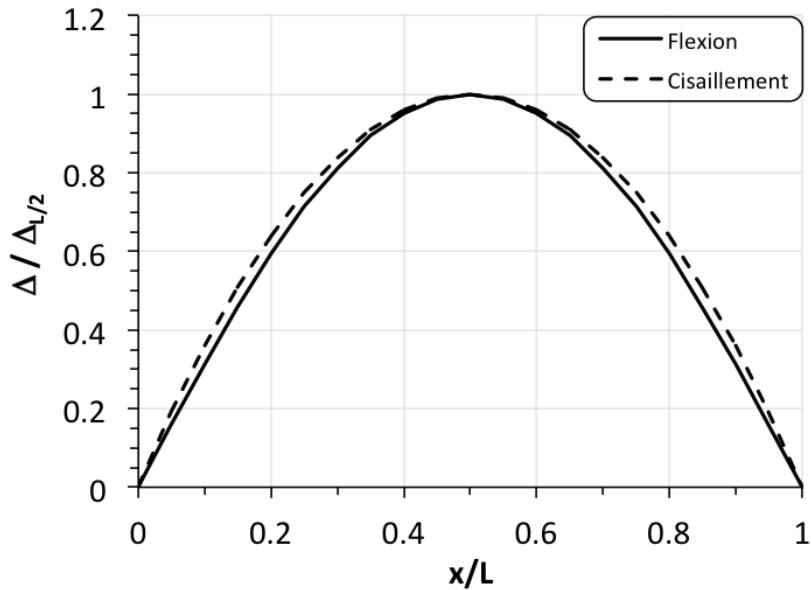


Figure 3.2 Déplacement sous une charge uniformément répartie

La déformée approximative totale  $\Delta$  est obtenue en faisant la somme des déplacements aux appuis  $\Delta_B$  (équation 2.10) et de la déformation totale du diaphragme ( $\Delta_F + \Delta_S$ ) :

$$\Delta(x) = \frac{wL}{K_B} + \frac{wL^4}{24 EI} [(x/L) - 2(x/L)^3 + (x/L)^4] + \frac{wL^2}{2 G'b} [(x/L) - (x/L)^2] \quad (3.8)$$

Connaissant l'équation de la déformée approximative, on peut maintenant utiliser la méthode de Rayleigh.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\int [\phi_1(x)]^2 dx}{g \int w \phi_1(x) dx}} \quad (3.9)$$

Dans l'équation 3.9, la fonction  $\phi_1(x)$  est la déformée approximative de l'équation 3.8. En insérant l'équation 3.8 dans l'équation 3.9, on obtient :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{wL}{g K_B} \left[ \begin{array}{l} [37.79 (\Delta_F/\Delta_S)^2 + 77.71 (\Delta_F/\Delta_S) + 40] (\Delta_D/\Delta_B)^2 + \\ 2[48 (\Delta_F/\Delta_S)^2 + 98 (\Delta_F/\Delta_S) + 50] (\Delta_D/\Delta_B) + \\ 75 [(\Delta_F/\Delta_S) + 1]^2 \end{array} \right]}{[48 (\Delta_F/\Delta_S)^2 + 98 (\Delta_F/\Delta_S) + 50] (\Delta_D/\Delta_B) + \\ 75 [(\Delta_F/\Delta_S) + 1]^2}} \quad (3.10)$$

Cette équation permet d'obtenir une approximation de la période  $T_1$ , mais elle est trop complexe pour une application en pratique. On peut cependant simplifier cette expression à une simple équation linéaire sans altérer la qualité de la prédiction.

On note d'abord que le premier terme sous la racine carrée est celui que l'on retrouve dans l'équation 3.5 pour le calcul de la période d'un système à un degré de liberté, ou encore l'équation s'appliquant à un diaphragme de toit infiniment rigide,  $T_B$ . Puis, le terme entre crochets, que l'on nomme  $\Phi_1$ , correspond à l'effet de la flexibilité du diaphragme sur la période du système. Ainsi, l'équation 3.10 peut être réécrite sous la forme suivante :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{wL}{g K_B} \Phi_1} \quad (3.11)$$

La figure 3.3 illustre  $\Phi_1$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  pour différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$ . On constate que  $\Phi_1$  varie linéairement en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  pour tous les rapports  $\Delta_F/\Delta_S$  considérés.

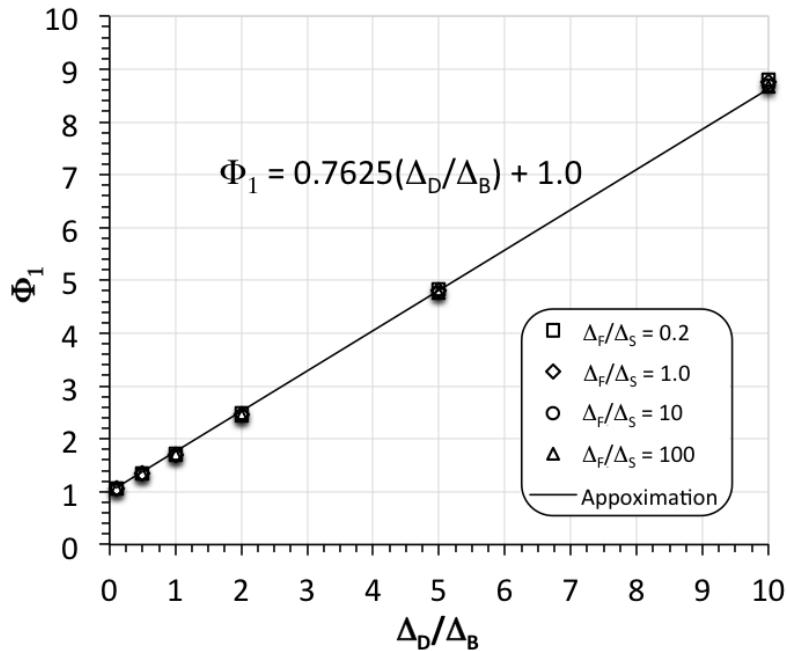


Figure 3.3 Régression linéaire de la fonction  $\Phi_1$

L'ordonnée à l'origine est égale à 1.0. Ainsi, lorsque  $\Delta_D/\Delta_B$  est égal à 0, on obtient l'équation 3.5 pour un diaphragme infiniment rigide. Différentes valeurs de pente ont été calculées pour les différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$  considérées. Celles-ci sont présentées au tableau 3.2. La pente varie entre 0.76 et 0.78.

Tableau 3.2 Pente pour différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$

$\Delta_F/\Delta_S$	pente
0	0.7782
0.2	0.7754
1.0	0.7701
10	0.7638
100	0.7625

La valeur minimale de 0.76 a été choisie, car celle-ci minimise la période  $T_1$ . Dans un objectif de conception, il est conservateur de minimiser la période, car, lors de l'analyse spectrale, l'accélération obtenue à partir du spectre de calcul sera plus élevée. Une accélération élevée génère des efforts plus importants. On obtient finalement l'équation 3.12 pour calculer la période  $T_1$  qui est semblable à l'équation que l'on retrouve dans la norme ASCE 41-06 où une pente plus élevée de 0.78 a été retenue. Dans cette analyse, on néglige l'influence possible des effets P-delta sur la structure puisque les charges gravitaires sur le toit ne sont pas significatives.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{wL}{g K_B} (1 + 0.76 \Delta_D/\Delta_B)} \quad (3.12)$$

On peut voir à la figure 3.4a que la déformée en flexion sous une charge uniformément distribuée se superpose à la déformée d'un 1<sup>er</sup> mode obtenu de SAP2000. La figure 3.4b montre l'excellente corrélation entre la solution proposée à l'équation 3.12 et des périodes obtenues à l'aide du logiciel d'analyse pour des valeurs de  $T_1$  entre 0.25 et 2.00 s,  $\Delta_D/\Delta_B$  entre 0 et 10,  $\Delta_F/\Delta_S$  entre 0.2 et 100, une masse uniformément distribuée et la section de la poutre équivalente calculée selon les équations 3.1 à 3.6.

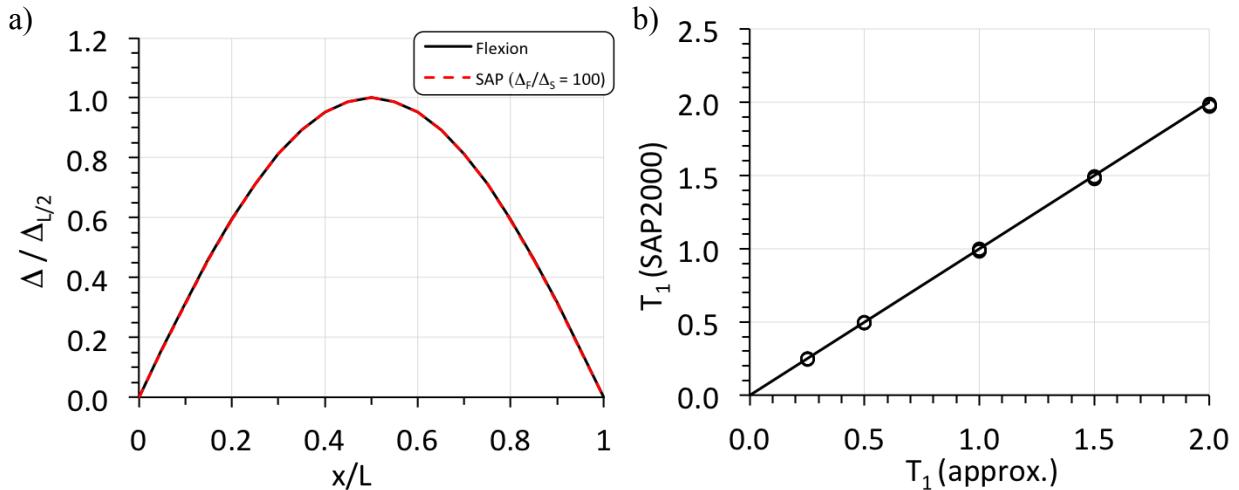


Figure 3.4 Validation des hypothèses pour la déformée et la période : a) Déformée du 1<sup>er</sup> mode du modèle SAP2000 en comparaison avec la déformée en flexion d'une poutre; b) Période  $T_1$  calculée avec la formule approximative en comparaison avec la période  $T_1$  obtenue du modèle SAP2000

En résumé, l'équation 3.12 permet d'obtenir la période fondamentale  $T_1$  en connaissant seulement la masse sismique, la rigidité latérale des contreventements  $K_B$ , et le ratio des déplacements  $\Delta_D/\Delta_B$  obtenu à l'aide d'équations simples et la géométrie du bâtiment. Le rapport  $\Delta_D/\Delta_B$  n'a pas d'influence significative sur la période  $T_1$ .

### 3.2.2 Pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> mode

On examine maintenant l'influence des ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  sur le pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> mode, paramètre que l'on notera  $\%M_1$ . D'abord, il est important de souligner que la période n'a aucune influence sur le  $\%M_1$ . Les graphiques de la figure 3.5 montrent que le pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> mode reste constant pour toutes les périodes lorsque les ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  sont constants. La période  $T_1$  n'a alors aucune influence sur le 1<sup>er</sup> mode de vibration. D'autre part, les valeurs pour les 4 ratios  $\Delta_F/\Delta_S$  sont superposées sur la figure 3.5b. Donc, le ratio  $\Delta_F/\Delta_S$  n'influence pas le  $\%M_1$ , comme c'était le cas pour l'approximation de la période  $T_1$ . Le pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> mode dépend seulement de la flexibilité du diaphragme,  $\Delta_D/\Delta_B$ .

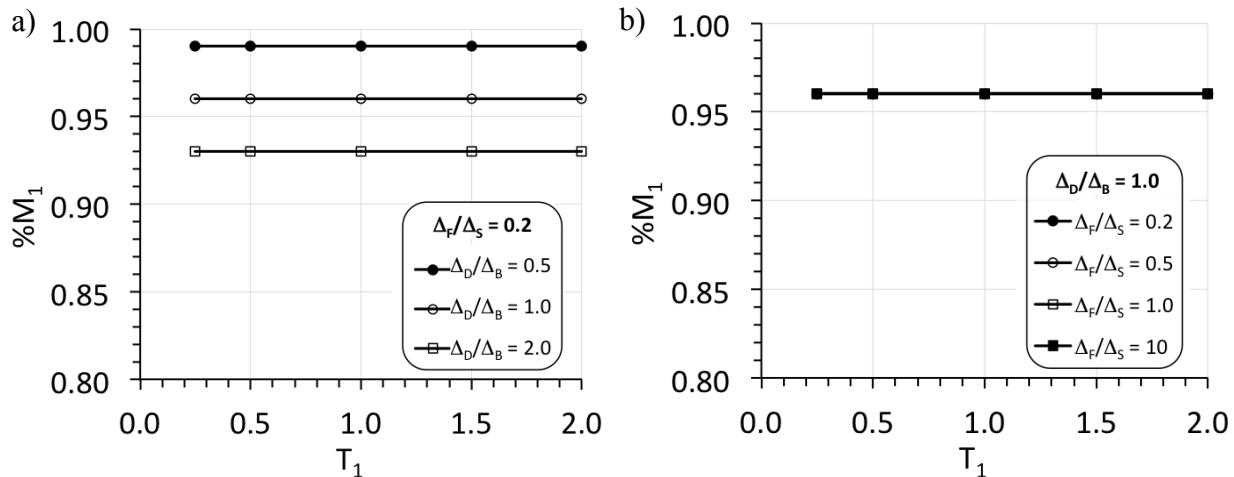


Figure 3.5 Variation de  $\%M_1$  en fonction de  $T_1$  : a) pour  $\Delta_D/\Delta_B$ ; b) pour  $\Delta_F/\Delta_S$

Sachant que  $T_1$  n'affecte pas  $\%M_1$ , on a tracé la variation du pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> mode en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  sur la figure 3.6a en posant  $T_1 = 2.00$  secondes.

On remarque que le  $\%M_1$  diminue lorsque la flexibilité du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_B$  augmente. À l'opposé, le pourcentage de masse participative du 3<sup>e</sup> mode (que l'on note  $\%M_3$ ), augmente avec la flexibilité du diaphragme sur la figure 3.6b. Contrairement au 1<sup>er</sup> mode,  $\Delta_F/\Delta_S$  influence le 3<sup>e</sup> mode.

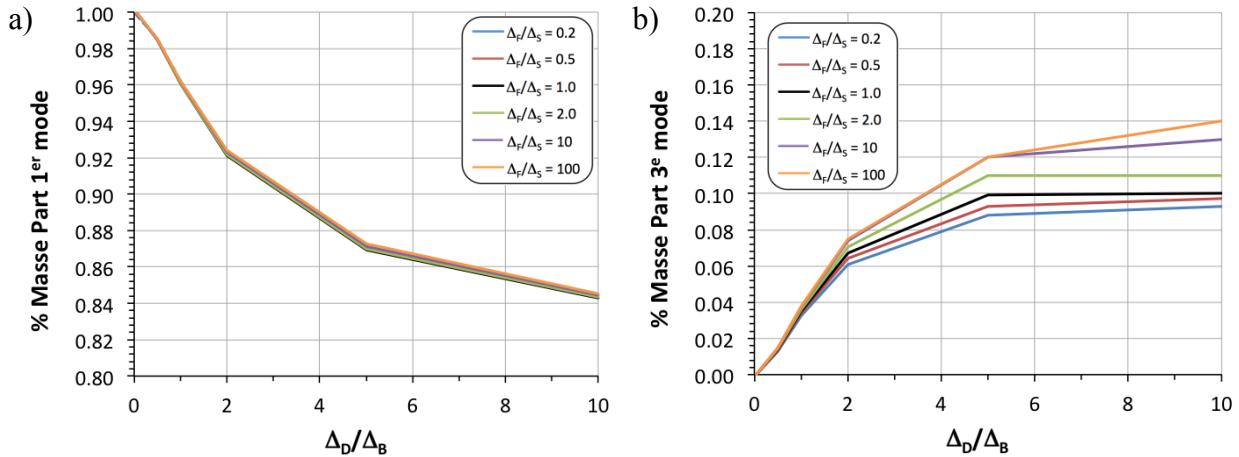


Figure 3.6 Pourcentage de masse participative en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  : a) 1<sup>er</sup> mode; b) 3<sup>e</sup> mode

### 3.2.3 Efforts de cisaillement du 1<sup>er</sup> mode.

Il est possible de déterminer à partir d'une analyse spectrale l'effort de cisaillement maximum aux appuis qui est engendré par le 1<sup>er</sup> mode de vibration. Lors d'une analyse spectrale, l'effort de cisaillement total d'un contreventement est obtenu selon la méthode SRSS pour un nombre « n » de modes influençant le comportement :

$$Q_{\text{END}} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \sqrt{\sum_n [\%M_n S(T_n)]^2} \quad (3.13)$$

où W est le poids sismique au toit, g est l'accélération gravitationnelle,  $\%M_n$  est le pourcentage de masse participative pour le mode n, et  $S(T_n)$  est l'accélération spectrale pour le mode n correspondant à la période  $T_n$  de ce mode. On note  $Q_{\text{END},1}$  le cisaillement au niveau du contreventement basé sur le 1<sup>er</sup> mode.

$$Q_{\text{END},1} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \%M_1 S(T_1) \quad (3.14)$$

Il est aussi nécessaire de connaître la variation du cisaillement le long de la portée du diaphragme. Dans une analyse statique, on considère que cette variation est linéaire. À l'aide de l'analyse modale, on obtient la distribution du cisaillement montrée à la figure 3.7 pour différents ratios  $\Delta_D/\Delta_B$ .

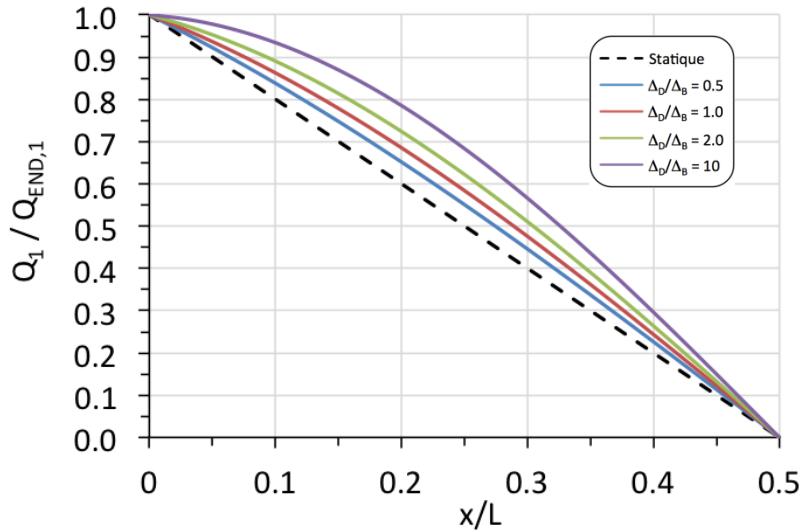


Figure 3.7 Distribution du cisaillement pour le 1<sup>er</sup> mode pour différents ratio  $\Delta_D/\Delta_B$

Le cisaillement au quart de la portée ( $Q_{L/4,1}$ ) a été choisi pour caractériser la distribution du cisaillement. Ce point permet de bien apprécier l'écart entre la distribution du cisaillement du cas statique et des cas dynamiques. On définit  $\lambda_1$  comme le ratio de  $Q_{L/4,1}$  et  $Q_{\text{END},1}$ .

$$\lambda_1 = \frac{Q_{L/4,1}}{Q_{\text{END},1}} \rightarrow Q_{L/4,1} = \lambda_1 Q_{\text{END},1} \quad (3.15)$$

En combinant les équations 3.14 et 3.15, on obtient :

$$Q_{L/4,1} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \lambda_1 \%M_1 S(T_1) \quad (3.16)$$

La relation entre le paramètre  $\lambda_1$  et la flexibilité du diaphragme est tracée sur la figure 3.8. On remarque que le cisaillement  $Q_{L/4,1}$  est peu influencé par  $\Delta_F/\Delta_S$ , car toutes les courbes sont superposées. Ceci est cohérent avec l'effet négligeable de  $\Delta_F/\Delta_S$  sur la période  $T_1$  et sur le pourcentage de masse participative  $\%M_1$ . On constate que pour un diaphragme très rigide,  $\lambda_1$  tend vers 0.5, ce qui correspond à la distribution statique de la figure 3.7. De plus, pour les diaphragmes les plus flexibles, l'effort ne dépassera jamais 70% de l'effort  $Q_{END,1}$ .

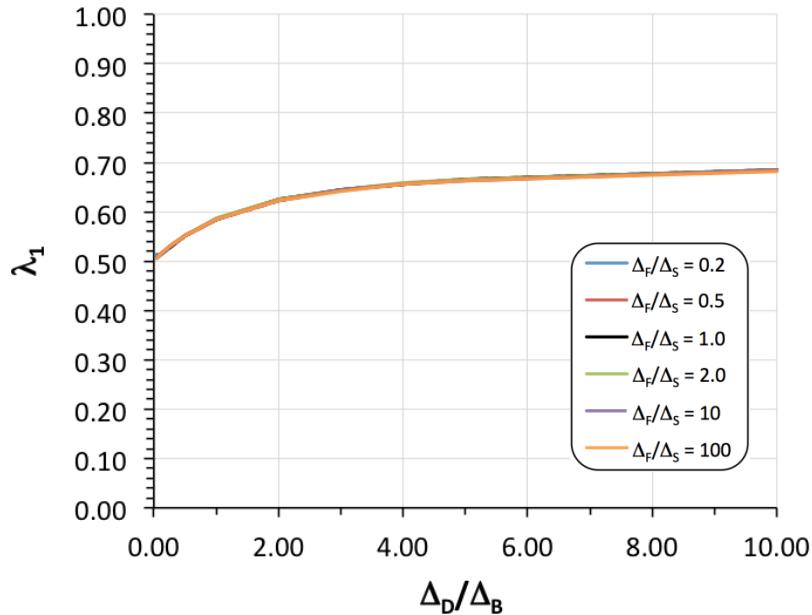


Figure 3.8 Variation du paramètre  $\lambda_1$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$

Le paramètre  $\lambda_1$  augmente en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  tandis  $\%M_1$  diminue. Ces deux paramètres sont les seuls dans l'équation 3.16 variant en fonction de la flexibilité du diaphragme ( $\Delta_D/\Delta_B$ ). Afin de représenter l'effet combiné de  $\lambda_1$  et  $\%M_1$  sur le cisaillement  $Q_{L/4,1}$ , on présente la variation du produit des deux paramètres en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  à la figure 3.9. Lorsque le diaphragme est plus flexible,  $\lambda_1\%M_1$  ne dépassera jamais 0.6. Donc, pour une analyse spectrale, l'effort de cisaillement  $Q_{L/4,1}$  ne devrait jamais dépasser 60% de l'effort induit par l'accélération spectrale  $WS(T_1) / 2g$ .

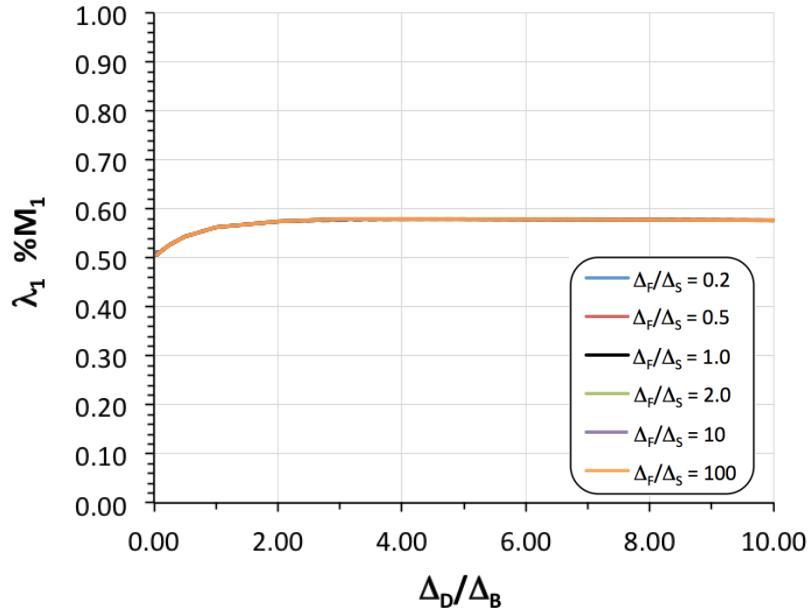


Figure 3.9 Variation de  $\lambda_1 \% M_1$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$

### 3.3 Caractérisation du 3<sup>e</sup> mode

#### 3.3.1 Période T<sub>3</sub> et déformée modale du 3<sup>e</sup> mode

L'analyse du comportement du 3<sup>e</sup> mode a été réalisée avec les résultats des modèles numériques utilisés pour le 1<sup>er</sup> mode. Le 3<sup>e</sup> mode est un mode symétrique dont la déformée est influencée par les ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  comme montré à la figure 3.10. Le déplacement des contreventements est plus grand que le déplacement à mi portée du diaphragme dans le cas des diaphragmes se déformant davantage en flexion. Lorsque  $\Delta_F/\Delta_S$  s'approche de zéro, on remarque que le déplacement des contreventements devient plus petit ou égal au déplacement à mi portée.

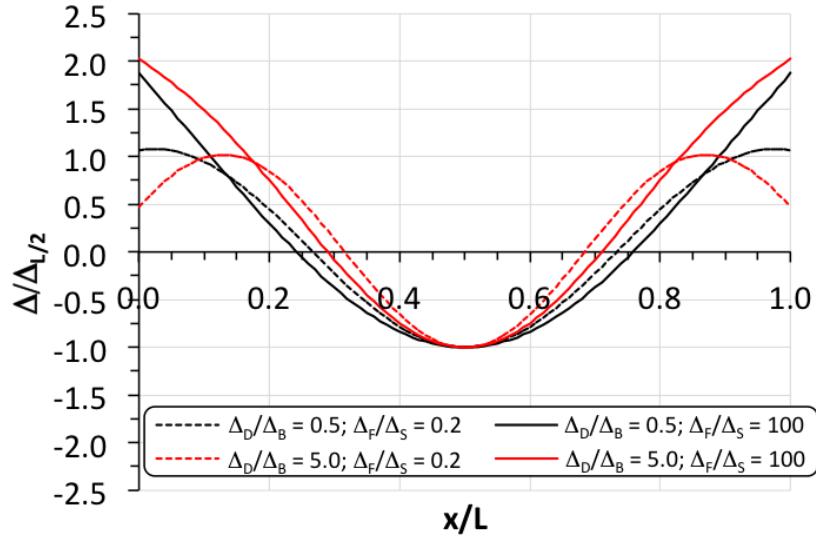


Figure 3.10 Déformée du 3<sup>e</sup> mode pour différentes valeurs de  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$

Dans la section précédente, on a démontré qu'il est possible d'obtenir une excellente approximation de la période  $T_1$  lorsque l'on connaît le ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  (équation 3.12). À l'aide des résultats des analyses modales, il est possible d'exprimer la période  $T_3$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$ . Afin d'éliminer l'influence de la période du 1<sup>er</sup> mode, on utilise le ratio  $T_3/T_1$ . Sur la figure 3.11, on observe que ce rapport n'est pas influencé par la période  $T_1$ . Le ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  influence la période du 3<sup>e</sup> mode représenté par le ratio  $T_3/T_1$  et, contrairement au 1<sup>er</sup> mode, le ratio  $\Delta_F/\Delta_S$  a une influence sur  $T_3$ .

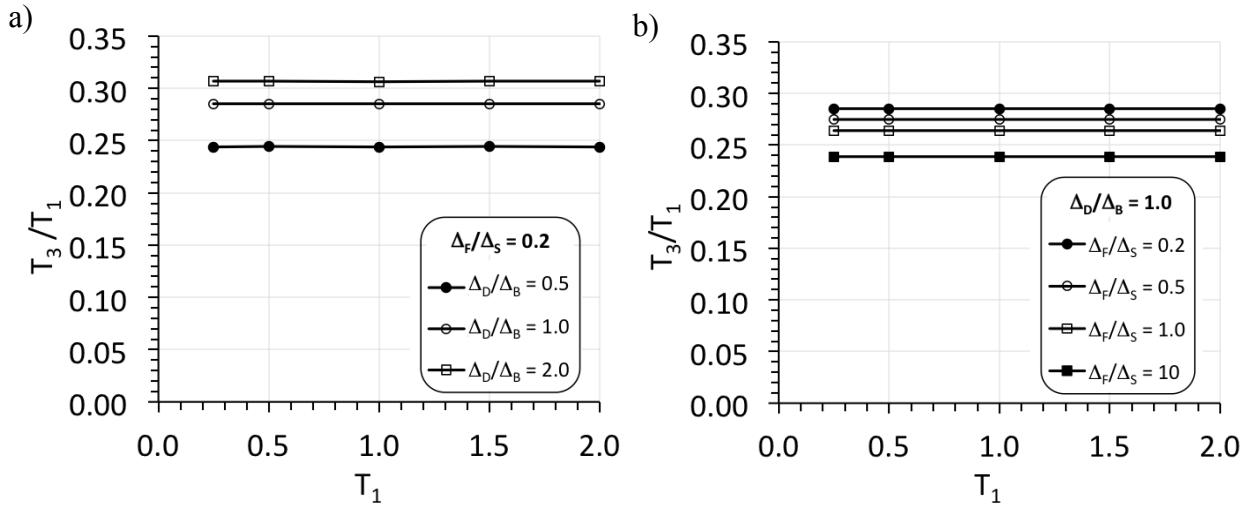


Figure 3.11 Variation de  $T_3/T_1$  en fonction de  $T_1$  : a) Pour différentes valeurs de  $\Delta_D/\Delta_B$ ; b) Pour différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$

La figure 3.12 présente la variation du ratio de  $T_3/T_1$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$ . La période  $T_3$  s'allonge rapidement lorsque  $\Delta_D/\Delta_B$  est inférieur à 1.0 pour ensuite se stabiliser. L'influence du ratio  $\Delta_F/\Delta_S$  est négligeable lorsque le diaphragme est plus rigide, soit un ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  inférieur à 0.5. L'influence de  $\Delta_F/\Delta_S$  augmente lorsque la flexibilité du diaphragme augmente comme le montre l'écart grandissant entre les lignes de différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$ .

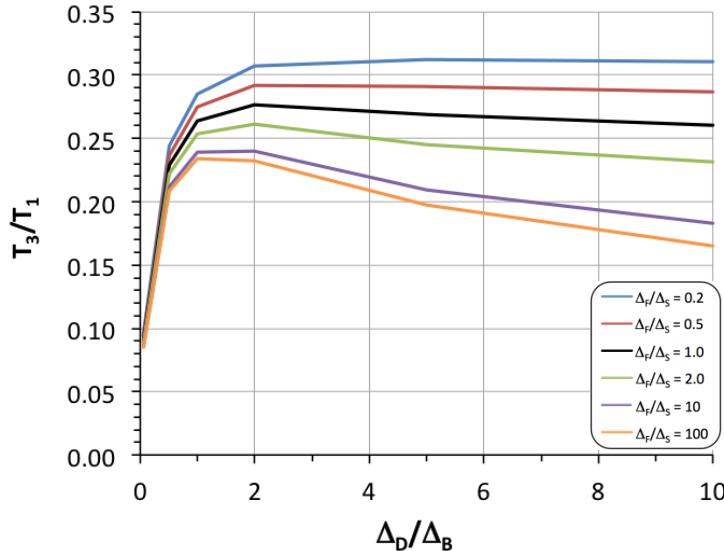


Figure 3.12  $T_3/T_1$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$  pour différentes valeurs de  $\Delta_F/\Delta_S$

On peut expliquer le comportement du ratio  $T_3/T_1$  en simplifiant d'avantage le problème. En effet, on peut comparer le diaphragme de toit et ses contreventements à un système à deux ressorts en série où  $K_D$  est la rigidité du diaphragme,  $K_B$  est la rigidité totale des contreventements et  $K_{TOT}$  est la rigidité totale du système définie selon l'équation suivante :

$$\frac{1}{K_{TOT}} = \frac{1}{K_D} + \frac{1}{K_B} \rightarrow K_{TOT} = \frac{K_D K_B}{K_D + K_B} \quad (3.17)$$

On utilise le ratio  $K_B/K_D$  afin de déterminer la rigidité relative entre le diaphragme et les contreventements. À l'inverse des déplacements, ce ratio est faible lorsque le diaphragme est rigide et est élevé lorsque le diaphragme est flexible. En posant ce ratio égal à une constante «  $c$  », on obtient :

$$c = K_B/K_D \rightarrow K_D = \frac{K_B}{c} \quad (3.18)$$

En substituant  $K_D$  dans l'équation 3.17, on obtient :

$$K_{TOT} = \frac{K_B^2}{c(K_B/c + K_B)} = \frac{K_B}{c + 1} = \frac{K_B}{K_B/K_D + 1} \quad (3.19)$$

À titre d'exemple, on calcule des valeurs de  $K_B$  pour différents ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et pour une même période  $T_1$  (2.00 s) à l'aide des équations 3.1 à 3.5. Ensuite, on calcule avec l'équation 3.19 les valeurs de  $K_{TOT}$  que l'on trace sur la figure 3.13 en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$ . La rigidité totale du système composé du contreventement et du diaphragme diminue rapidement correspondant à l'augmentation de  $T_3/T_1$ .

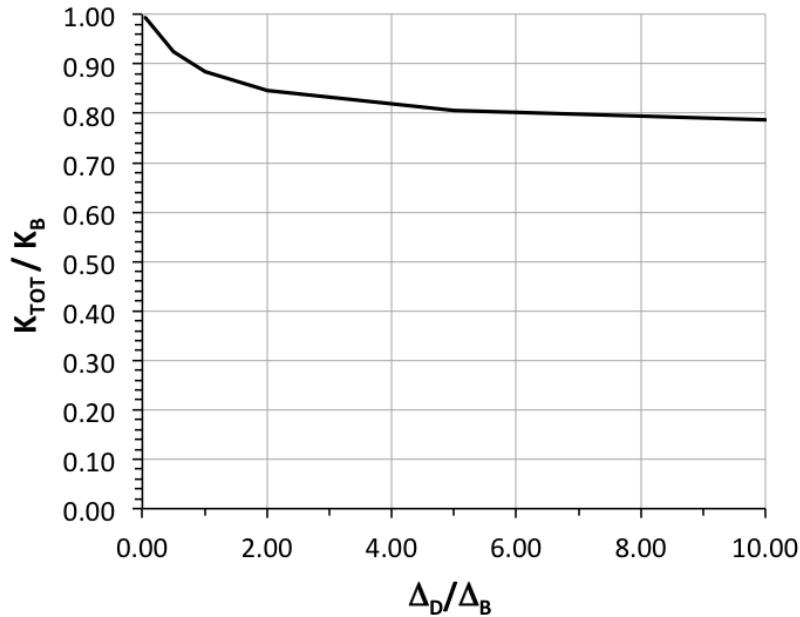


Figure 3.13 Variation de  $K_{TOT}$  en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$

### 3.3.2 Pourcentage de masse participative du 3<sup>e</sup> mode

Le pourcentage de masse participative du 3<sup>e</sup> mode (%M<sub>3</sub>) augmente avec la flexibilité du diaphragme (figure 3.6b). Le rapport  $\Delta_F/\Delta_S$  influence très peu %M<sub>3</sub> lorsque le diaphragme est rigide. Pour le cas le plus flexible, le %M<sub>3</sub> varie de 9% à 14% selon la valeur du paramètre  $\Delta_F/\Delta_S$ .

En faisant la somme du pourcentage de masse participative du 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> mode, on remarque sur la figure 3.14 que, pour toutes les valeurs de  $\Delta_D/\Delta_B$  inférieures à 2.0, 100% de la masse sismique est considérée. Le pourcentage cumulatif de masse participative diminue à 95% lorsque les déformations de cisaillement dans le diaphragme sont plus importantes. Cependant, cette

valeur est suffisamment élevée afin de négliger les modes supérieurs au 3<sup>e</sup> mode afin de caractériser le comportement des bâtiments avec diaphragme de toit flexible.

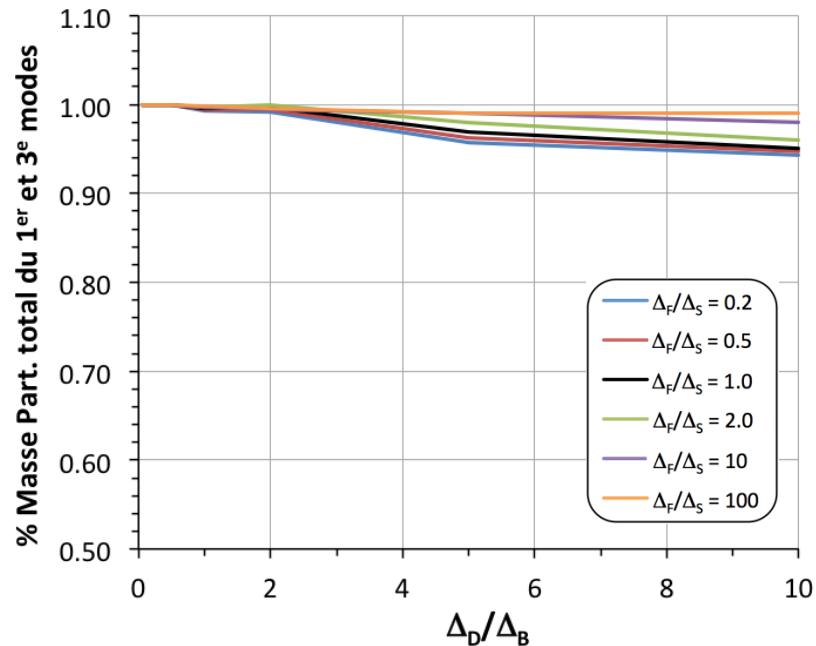


Figure 3.14 Pourcentage de masse participative totale du 1<sup>er</sup> et du 3<sup>e</sup> mode en fonction de la flexibilité du diaphragme

### 3.3.3 Effort de cisaillement du 3<sup>e</sup> mode

On s'intéresse finalement au cisaillement du 3<sup>e</sup> mode. La distribution générale du cisaillement correspond à la courbe illustrée à la figure 3.15.

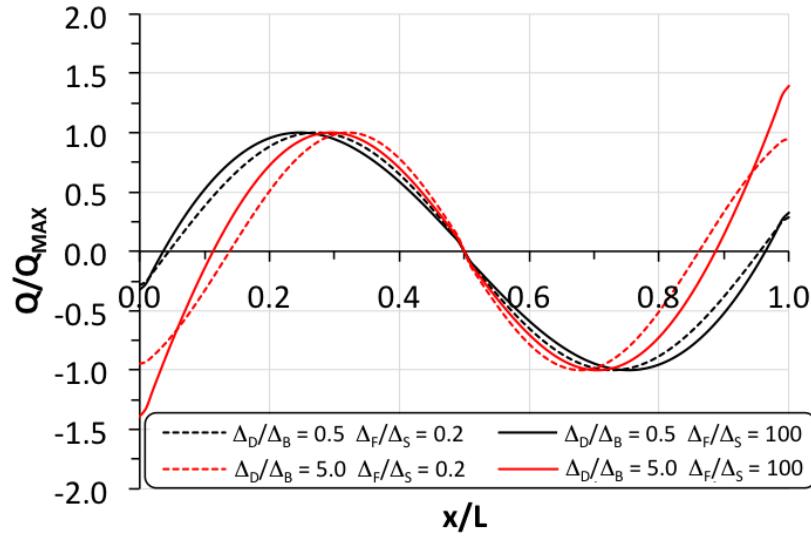


Figure 3.15 Distribution du cisaillement du 3<sup>e</sup> mode

Le cisaillement des contreventements,  $Q_{END,3}$  est calculé selon l'équation 3.14 en utilisant le pourcentage de masse (%M<sub>3</sub>) et l'accélération spectrale du 3<sup>e</sup> mode (S(T<sub>3</sub>)). On calcule le cisaillement maximum du 3<sup>e</sup> mode dans le diaphragme,  $Q_{MAX,3}$ , selon l'équation :

$$Q_{MAX,3} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \lambda_3 \%M_3 S(T_3) \quad (3.20)$$

La position de l'effort maximum de cisaillement du diaphragme se situe entre 0.20L et 0.30L dépendamment des valeurs des ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$ . On peut alors supposer que  $Q_{MAX,3}$  est situé environ au même endroit que  $Q_{L/4,1}$ .

Le paramètre  $\lambda_3$  est défini comme le ratio entre le cisaillement maximum du diaphragme et le cisaillement des contreventements du 3<sup>e</sup> mode. On obtient l'équation suivante :

$$\lambda_3 = \frac{Q_{MAX,3}}{Q_{END,3}} \rightarrow Q_{MAX,3} = \lambda_3 Q_{END,3} \quad (3.21)$$

La figure 3.16 montre que  $\lambda_3$  varie linéairement en fonction de l'inverse de  $\Delta_D/\Delta_B$  et que la pente varie légèrement selon le ratio  $\Delta_F/\Delta_S$ .

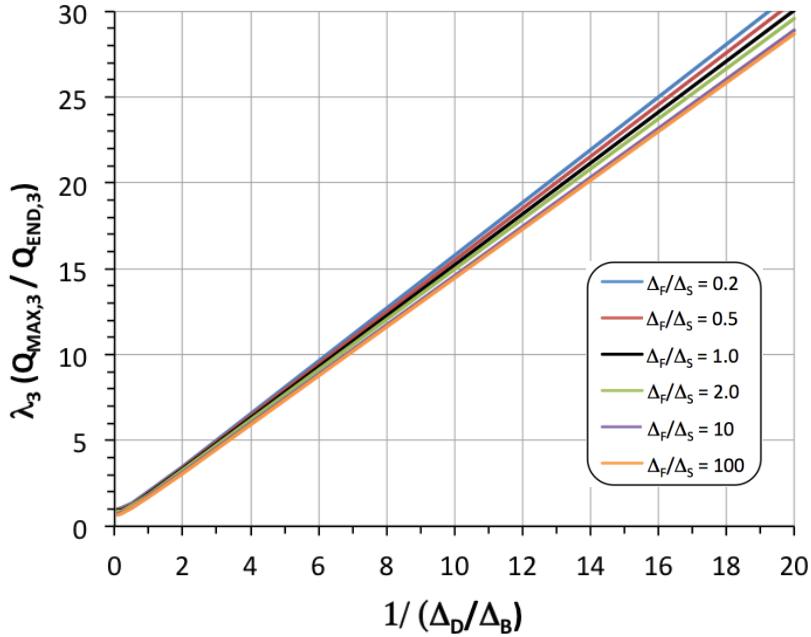


Figure 3.16 Paramètre  $\lambda_3$  en fonction de l'inverse du ratio  $\Delta_B/\Delta_B$

Sur la figure 3.16, contrairement aux graphiques présentés précédemment, les valeurs de diaphragmes flexibles se situent au début de l'axe des abscisses, soit lorsque  $1/(\Delta_D/\Delta_B)$  s'approche de 0. Ce graphique montre que le cisaillement dans le diaphragme est plus important que celui des contreventements lorsque le diaphragme est rigide puisque  $\lambda_3$  est plus élevé. Toutefois, lorsque le diaphragme est rigide, le pourcentage de masse participative  $\%M_3$  tend vers zéro. En multipliant  $\lambda_3$  avec  $\%M_3$  on obtient la figure 3.17. Finalement, on peut conclure que le cisaillement  $Q_{L/4,3}$  provenant du 3<sup>e</sup> mode augmente lorsque le diaphragme est flexible et que l'influence de  $\Delta_F/\Delta_S$  est négligeable. Pour une analyse spectrale,  $Q_{L/4,3}$  est au maximum 10% de l'effort généré par la force sismique  $WS(T_3)/2g$ .

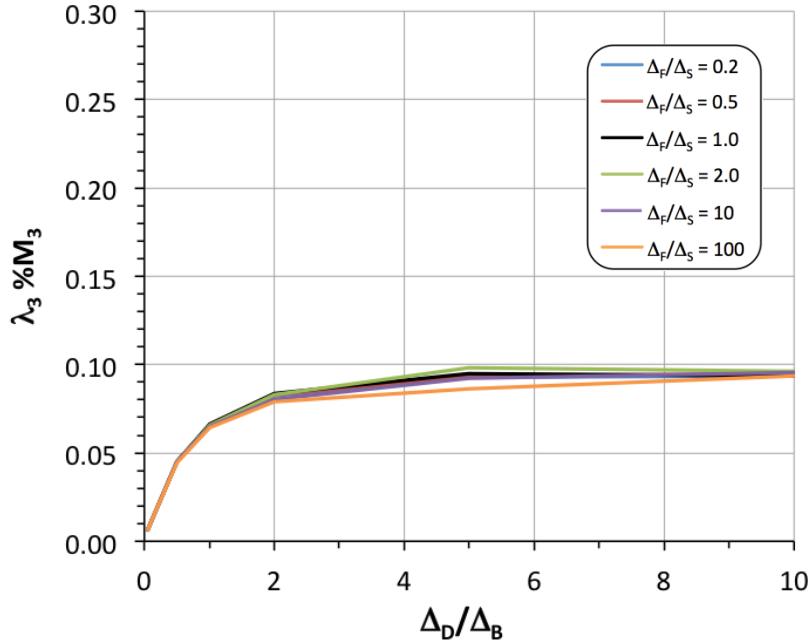


Figure 3.17  $\lambda_3 \%M_3$  en fonction de  $\Delta_B/\Delta_B$

### 3.4 Exemple d'utilisation pratique

En utilisant les analyses du 1<sup>er</sup> et du 3<sup>e</sup> mode, il est possible d'évaluer avec une précision acceptable la valeur du cisaillement dans les contreventements et le diaphragme. Par exemple, pour un bâtiment situé à Montréal sur un sol de classe C, un poids sismique de 2000 kN, un ratio  $\Delta_D/\Delta_B = 2.0$ , un ratio  $\Delta_F/\Delta_S = 0.2$  et une période  $T_1 = 1.0$  s. Selon les équations 3.13, 3.16 et 3.20, on obtient :

$$Q_{END} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \sqrt{[\%M_1 S(T_1)]^2 + [\%M_3 S(T_3)]^2} \quad (3.22)$$

$$Q_{L/4} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \sqrt{[\lambda_1 \%M_1 S(T_1)]^2 + [\lambda_3 \%M_3 S(T_3)]^2} \quad (3.23)$$

Avec la figure 3.6, on obtient que  $\%M_1 = 0.93$  et  $\%M_3 = 0.06$ . Selon la figure 3.12,  $T_3 = 0.31T_1 = 0.31$  s. Selon les spectres de calcul du CNBC 2010, on trouve que  $S(T_1) = 0.14g$  et  $S(T_3) = 0.56g$ . Les valeurs de  $\lambda_1 \%M_1 = 0.58$  et  $\lambda_3 \%M_3 = 0.10$  sont obtenues des figures 3.9 et

3.17 respectivement. On calcule ensuite les valeurs de  $Q_{END}$  et  $Q_{L/4}$  avec les équations 3.22 et 3.23 :

$$Q_{END} = \frac{2000}{2} \sqrt{[(0.92)(0.14)]^2 + [(0.06)(0.56)]^2} = 133 \text{ kN} \quad [136 \text{ kN}] \quad (3.24)$$

$$Q_{L/4} = \frac{2000}{2} \sqrt{[(0.58)(0.14)]^2 + [(0.10)(0.56)]^2} = 99 \text{ kN} \quad [92 \text{ kN}] \quad (3.25)$$

Dans les équations 3.24 et 3.25, les valeurs entre crochets du côté droit de l'équation correspondent aux valeurs obtenues avec une analyse spectrale réalisée par le logiciel d'analyse. La différence entre les valeurs est très acceptable puisque l'erreur est inférieure à 10%. La différence est légèrement plus marquée pour les valeurs de  $Q_{L/4}$ . Cette différence s'explique puisqu'on a supposé que la valeur maximale de l'effort de cisaillement du 3<sup>e</sup> mode était située approximativement à  $L/4$  alors que l'effort maximum peut se situer entre 0.20L et 0.30L. Cette façon de procéder maximise alors l'effort  $Q_{L/4}$ .

On note également que le 3<sup>e</sup> mode a une influence négligeable sur le cisaillement  $Q_{END}$  même si le diaphragme est flexible. En effet, en considérant le 1<sup>er</sup> mode seulement, on obtient un cisaillement  $Q_{END} = 129$  kN, soit seulement 5% inférieur à la valeur obtenue de l'analyse numérique. Le facteur  $M_V$  pour les modes supérieurs pourrait donc être égal à 1.0 pour les bâtiments de faible hauteur avec diaphragme de toit flexible.

Comme les graphiques utilisés pour l'approximation sont fonction de paramètres obtenus facilement par une analyse statique, il est possible d'utiliser ces graphiques simples ou encore il serait possible de trouver des courbes de tendance afin de réaliser une approximation réaliste de la distribution du cisaillement. Toutefois, cette méthode ne considère pas le comportement non-linéaire créé par la plastification des contreventements. Les effets de la plastification des contreventements sont évalués et analysés au chapitre suivant.

### 3.5 Utilisation de la poutre de Timoshenko

Au début du projet, il était prévu d'utiliser la solution généralisée de la poutre de Timoshenko proposée par Aristizabal-Ochoa (2004) afin de réaliser les analyses modales. Cette

solution permettait d'utiliser une feuille de calcul Excel et facilitait l'analyse d'une grande quantité de paramètres. Lors de la validation de la feuille Excel, certains écarts sont apparus entre les deux méthodes. L'erreur sur la déformée et la période du 1<sup>er</sup> mode était négligeable. Toutefois, les résultats du 3<sup>e</sup> mode étaient problématiques.

### 3.5.1 Solution généralisée d'Aristizabla-Ochoa (2004)

La méthode d'Aristizabal-Ochoa (2004) provient de la résolution de l'équation différentielle de la poutre de Timoshenko. L'équation différentielle de la poutre de Timoshenko est :

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left( \bar{m} r^2 + \bar{m} \frac{EI}{GA_s} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \bar{m}^2 \frac{r^2}{GA_s} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (3.26)$$

La déformée est définie par l'équation :

$$y = C_1 \sin(\alpha \bar{x}) + C_2 \cos(\alpha \bar{x}) + C_3 \sinh(\beta \bar{x}) + C_4 \cosh(\beta \bar{x}) \quad (3.27)$$

Quant à la rotation, elle est définie par l'équation :

$$\psi = \lambda [C_1 \cos(\alpha \bar{x}) - C_2 \sin(\alpha \bar{x})] + \delta [C_3 \cosh(\beta \bar{x}) + C_4 \sinh(\beta \bar{x})] \quad (3.28)$$

Le problème est résolu à l'aide de plusieurs paramètres adimensionnels. Pour le cas d'une poutre simplement appuyée sur des ressorts, les paramètres suivants sont obtenus :

$$b^2 = \frac{m\omega^2 L^4}{EI} \quad (\text{paramètre de fréquence}) \quad (3.29)$$

$$s^2 = \frac{EI}{GA_s L^2} \quad (\text{paramètre de rigidité flexion/cisaillement}) \quad (3.30)$$

$$R^2 = \frac{r^2}{L^2} \quad (\text{paramètre d'élancement}) \quad (3.31)$$

$$T_{a,b} = \frac{K_b/2}{GA_s/L} \quad (\text{indice des contreventements}) \quad (3.32)$$

La résolution de l'équation différentielle génère les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $\delta$ :

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2s^2 + b^2R^2) + \sqrt{1 - 16(b^4s^2R^2 + b^2)}} \quad (3.33)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{-2(b^2s^2 + b^2R^2) + \sqrt{1 - 16(b^4s^2R^2 + b^2)}} \quad (3.34)$$

$$\lambda = \alpha - \frac{b^2s^2}{\alpha} \quad (3.35)$$

$$\delta = \beta + \frac{b^2s^2}{\alpha} \quad (3.36)$$

À partir des équations 3.27 et 3.28, on peut obtenir 4 équations homogènes en fonction de la fréquence de vibration,  $\omega$ , et des constantes  $C_1$  à  $C_4$ . Ce système d'équations peut être réduit à 2 équations. En posant le déterminant du système égal à 0 et en calculant tous les paramètres (équations 3.29 à 3.36), on obtient l'équation caractéristique à partir de laquelle les fréquences sont obtenues :

$$\det \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = D_{11}D_{22} - D_{21}D_{11} = 0 \quad (3.37)$$

où

$$\begin{aligned} D_{11} &= \alpha \cos \alpha - \lambda \cos \alpha + T_b \sin \alpha + P_3 [\beta \cosh \beta - \delta \cosh \beta + T_b \sinh \beta] \\ D_{12} &= -\alpha \sin \alpha - \lambda \sin \alpha + T_b \cos \alpha + P_4 [\beta \cosh \beta - \delta \cosh \beta + T_b \sinh \beta] \\ &\quad + P_2 [\beta \sinh \beta - \delta \sinh \beta + T_b \cosh \beta] \\ D_{21} &= -\lambda \alpha \sin \alpha + P_3 [\delta \beta \sinh \beta] \\ D_{22} &= -\lambda \alpha \cos \alpha + P_4 [\delta \beta \sinh \beta] + P_2 [\delta \beta \cosh \beta] \end{aligned} \quad (3.38)$$

et

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{\lambda \alpha}{\beta \delta} \\ P_3 &= \frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta} \\ P_4 &= \frac{-T_a}{\delta - \beta} \left( 1 + \frac{\lambda \alpha}{\beta \delta} \right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Il est finalement possible de calculer les valeurs des 4 constantes ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$ ) pour obtenir la déformée des différents modes. Les constantes  $C_1$  à  $C_4$  sont calculées avec les équations suivantes :

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = -C_1 \frac{D_{11}}{D_{12}}$$

$$C_3 = C_1 \left[ P_3 - P_4 \frac{D_{11}}{D_{12}} \right] \quad (3.40)$$

$$C_4 = -C_1 \left[ P_2 \frac{D_{11}}{D_{12}} \right]$$

### 3.5.2 Analyse de l'erreur

Après avoir refait toutes les analyses avec le logiciel SAP2000. Il a été possible de quantifier l'erreur sur la période  $T_3$ . On peut observer sur la figure 3.18 que l'erreur semble faible lorsque les déformations sont principalement en cisaillement ( $\Delta_f/\Delta_s = 0.2$  et  $\Delta_f/\Delta_s = 0.5$ ). On peut faire la même observation lorsqu'il y a seulement des déformations en flexion ( $\Delta_f/\Delta_s = 100$ ).

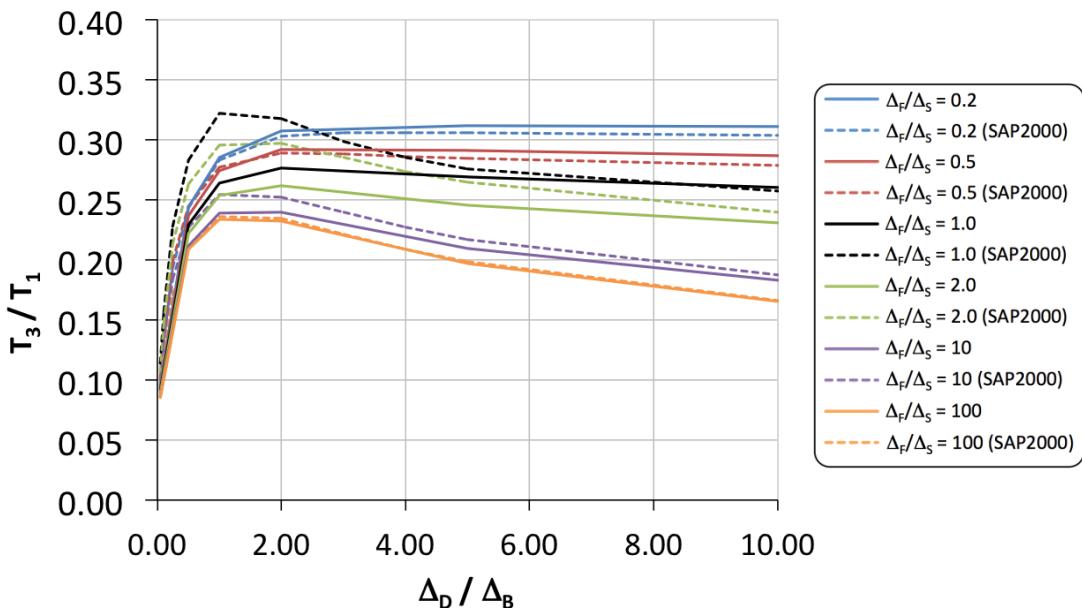


Figure 3.18 Comparaison de la poutre de Timoshenko et des analyses SAP2000

On définit l'erreur comme :

$$\text{Erreur} = \frac{(T_3/T_1)_{\text{ANALYTIQUE}} - (T_3/T_1)_{\text{SAP}}}{(T_3/T_1)_{\text{SAP}}} \quad (3.41)$$

La figure 3.19 montre l'erreur sur la période selon les deux paramètres étudiés. Sur le graphique 3.19a, on peut voir que l'erreur maximale pour  $T_3/T_1$  se produit lorsque  $\Delta_F/\Delta_S = 1.0$ . Sur le graphique 3.19b, l'erreur est maximale lors que  $\Delta_D/\Delta_B$  tend vers 0. L'erreur sur la période étant trop importante, on a préféré l'utilisation d'un logiciel d'analyse plutôt que cette méthode analytique.

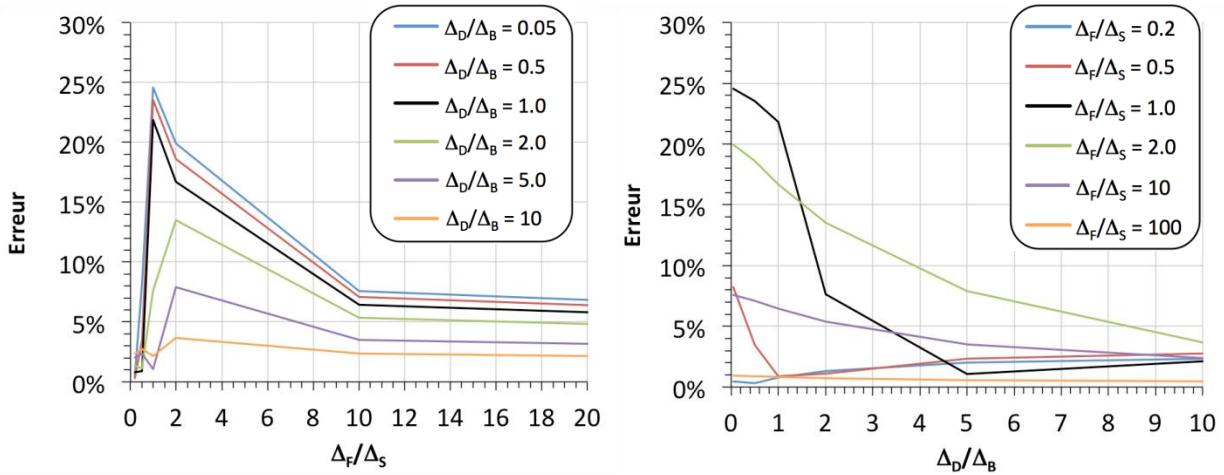


Figure 3.19 Erreur de  $T_3/T_1$  : a) en fonction de  $\Delta_F/\Delta_S$  b) en fonction de  $\Delta_D/\Delta_B$

## CHAPITRE 4 ANALYSES SPECTRALE ET TEMPORELLES

Afin de mieux comprendre le comportement dynamique des bâtiments avec diaphragme flexible en acier au toit, nous étudions dans ce chapitre l'influence des paramètres importants,  $T_1$ ,  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$ , sur les déformations et efforts pour un ensemble de bâtiments à l'aide d'une analyse spectrale et d'analyses temporelles linéaires. Des analyses dynamiques non linéaires temporelles sont ensuite réalisées pour évaluer les effets de la plastification des contreventements verticaux situés aux extrémités des bâtiments. Les structures sont conçues de façon à ce que les déformations plastiques soient concentrées dans les contreventements et que le diaphragme de toit demeure élastique. Les résultats des analyses spectrales et temporelles permettent de valider les hypothèses adoptées dans les normes. Sur la base des analyses réalisées dans ce chapitre et des analyses modales du chapitre 3, nous proposons également une méthode simple afin d'obtenir une approximation satisfaisante de la distribution du cisaillement dans le diaphragme.

Les analyses spectrales ont été réalisées avec le même modèle SAP2000 que pour les analyses modales du chapitre 3. Pour les analyses temporelles, on a choisi le modèle de la poutre équivalente utilisé précédemment, mais les analyses ont été effectuées avec le logiciel OpenSees afin de pouvoir représenter le comportement non-linéaire des contreventements. Le logiciel OpenSees est utilisé conjointement avec le logiciel Matlab afin de gérer la grande quantité de résultats produits. Matlab est également employé afin d'automatiser les centaines d'analyses effectuées.

Ce chapitre présente d'abord les paramètres de l'étude, soit le choix des séismes, des paramètres géométriques et du système de reprise des charges latérales. Suivront les paramètres pertinents du modèle OpenSees, comme la calibration des éléments non-linéaires représentant les contreventements. Finalement, on présente les résultats des différentes analyses et la méthode proposée pour prédire les efforts de cisaillement dans le diaphragme.

### 4.1 Choix des sites et enregistrements sismiques

Quatre sites ont été considérés dans cette étude : sites de catégories C et E localisés à Montréal, Québec, et à Vancouver, Colombie-Britannique. La catégorie de sol C a été choisie

puisque il s'agit du sol de référence du CNBC. Également, un sol de catégorie E a été choisi puisque beaucoup de bâtiments à l'étude sont construits dans des quartiers industriels où l'on trouve fréquemment cette catégorie de sol.

Les bâtiments étudiés ont été conçus pour les données sismiques spécifiques à ces sites (Tableau 4.1) puis soumis à 4 groupes de 20 enregistrements sismiques représentatifs de chaque site. Les valeurs de référence du spectre de calcul du CNBC (S) sont données au Tableau 4.1 pour les 4 sites. Pour les sites de catégories C, les facteurs de fondation  $F_a = F_v = 1.0$ . Pour les sites de catégories E,  $F_a = 1.23$  et  $F_v = 1.06$  pour Montréal. Pour Vancouver, on a utilisé  $F_a = 0.95$  et  $F_v = 1.84$ .

Tableau 4.1 Données sismiques pour les 4 sites étudiés

T (s)	Montréal Site C	Montréal Site E	Vancouver Site C	Vancouver Site E
0.2	0.64	0.788	0.94	0.891
0.5	0.31	0.639	0.64	0.891
1.0	0.14	0.288	0.33	0.607
2.0	0.048	0.099	0.17	0.313

Les ensembles de séismes et les facteurs d'ajustement ont été préparés par M. Dehghani<sup>1</sup> en utilisant plusieurs bases de données contenant des enregistrements réels et simulés. Ce candidat au PhD a développé un outil pour la sélection et l'ajustement des secousses sismiques. Pour ce projet, l'ajustement a été effectué en suivant l'approche « Least moving average » (Dehghani et Tremblay 2014). Les enregistrements retenus et les facteurs d'ajustements choisis sont donnés à l'annexe 1. Les spectres de chaque groupe de 20 enregistrements sont présentés à la figure 4.1. Dans tous les cas, on note que le spectre moyen se rapproche du spectre de calcul du CNBC 2010. Dans ce chapitre, on retiendra la moyenne des résultats obtenus pour les 20 analyses comme niveau de sollicitation sismique à considérer pour la conception.

---

<sup>1</sup> Dehghani, M. 2012, Communication personnelle.

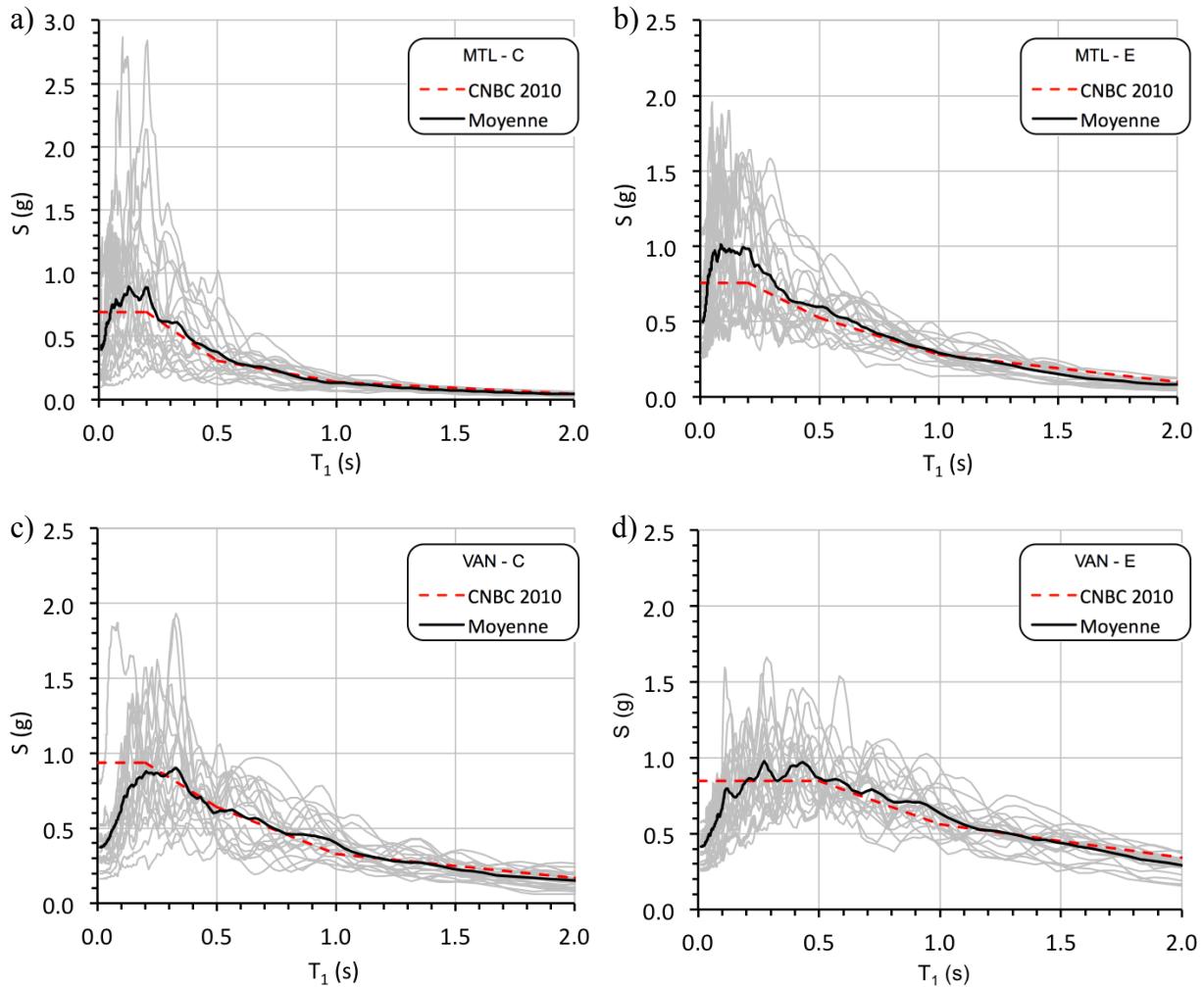


Figure 4.1 Comparaison des spectres des séismes avec le spectre de calcul du CNBC 2010 :  
a)Montréal – site catégorie C; b)Montréal – site catégorie E; c)Vancouver – site catégorie C;  
d)Vancouver – site catégorie E

## 4.2 Caractéristiques des bâtiments à l'étude

Des valeurs pour  $T_1$ ,  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  susceptibles d'être rencontrées en pratique ont été sélectionnées afin de réduire le nombre d'analyse à effectuer. Pour y parvenir, un ensemble de bâtiments a été conçu<sup>2</sup> selon la norme canadienne pour un emplacement de classe C situé dans

<sup>2</sup> Tremblay, R. 2012, Communication personnelle.

deux différents villes : Vancouver, Colombie-Britannique, et Montréal, Québec. Les bâtiments ont une surface de toit qui varie entre 500 et 4500 m<sup>2</sup>. Le rapport entre la longueur et la largeur varie de 1.0 à 2.5. La hauteur des bâtiments varie entre 4.2 m et 12.6 m. La figure 4.1a montre que la période  $T_1$  des bâtiments varie généralement entre 0.3 et 2.0 secondes. La période augmente généralement avec la longueur du diaphragme (L) et la hauteur du bâtiment ( $h_n$ ) mais, pour des dimensions données, la période peut varier sur une grande plage. Sur la figure 4.1b, il n'y a pas de relation claire entre les ratios  $\Delta_D/\Delta_B$ ,  $\Delta_F/\Delta_S$  et la période du bâtiment. Donc, toutes les combinaisons de ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  sont possibles pour toutes les périodes. Le ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  varie entre 0 et 2.0, avec une moyenne de 0.57, alors que  $\Delta_F/\Delta_S$  varie entre 0 et 0.9, avec une moyenne de 0.19.

Quinze cas basés sur l'ensemble de ces bâtiments ont été retenus. Cinq valeurs de  $T_1$  ont été choisies, soit : 0.25, 0.5, 1.0, 1.5 et 2.0. Trois valeurs de  $\Delta_D/\Delta_B$  représentant la flexibilité du diaphragme ont été retenues, soit : 0.5, 1.0 et 2.0. L'analyse modale ayant montré que l'influence du paramètre  $\Delta_F/\Delta_S$  est limitée; une valeur proche de la moyenne a alors été utilisée, soit  $\Delta_F/\Delta_S = 0.2$ .

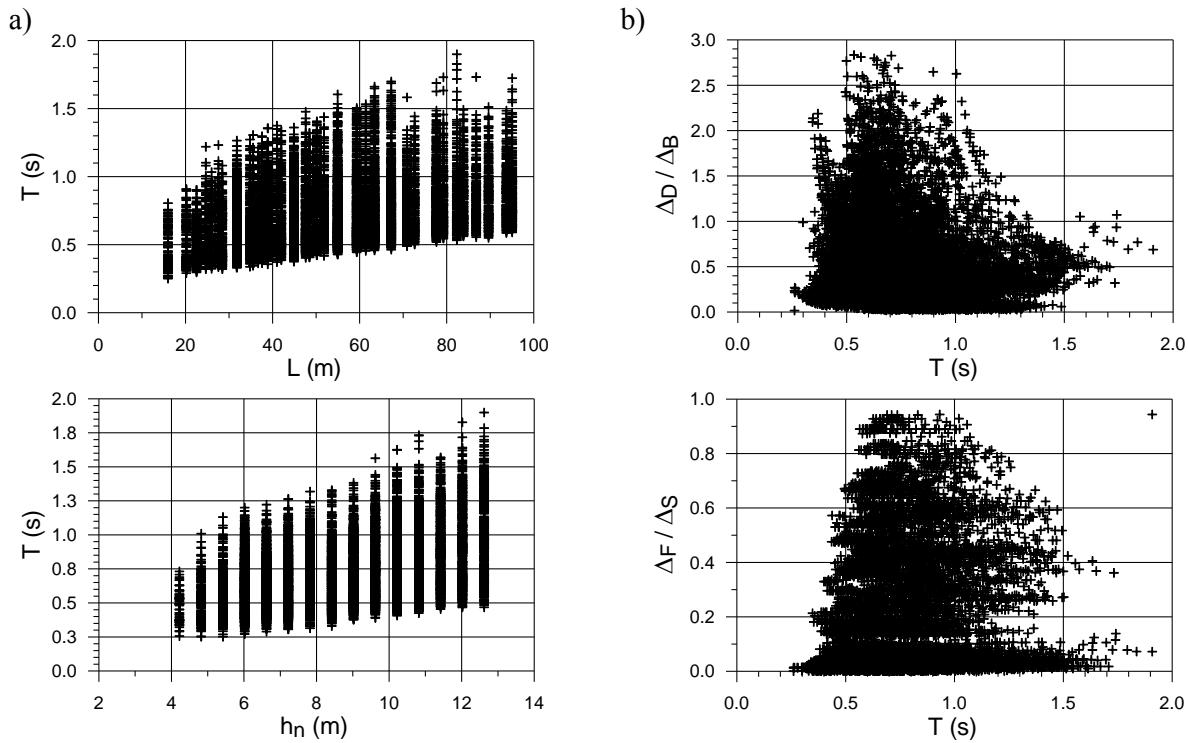


Figure 4.2 Caractéristiques des bâtiments : a) Période  $T_1$  en fonction de la longueur et de la hauteur des bâtiments b) Flexibilité du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_B$  et ratio des déformations  $\Delta_F/\Delta_S$  en fonction de la période (Tremblay, R. 2012, Communication personnelle)

Afin de modéliser le bâtiment, des valeurs arbitraires ont été choisies pour la longueur du diaphragme ( $L = 40$  mètres) et le poids sismique ( $W = 2000$  kN), comme pour le modèle des analyses modales du chapitre 3. Les autres caractéristiques de la structure ont été déterminées à partir de ces valeurs. Ainsi, pour chacune des combinaisons de la période  $T_1$  et de la flexibilité du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$ , on obtient les valeurs de  $EI$  et  $G'b$  à l'aide des équations 3.1 et 3.2, respectivement. Quant à la rigidité latérale du système ( $K_B$ ), elle est obtenue à l'aide des équations 3.3 et 3.4. Les tableaux 4.1 à 4.3 présentent les propriétés des modèles utilisées pour les 15 cas considérés.

Tableau 4.1 Propriétés des bâtiments pour les 15 cas considérés

#	T <sub>1</sub> (s)	( $\Delta_D/\Delta_B$ )	( $\Delta_F/\Delta_S$ )	T <sub>B</sub> (s)	K <sub>B</sub> (kN/mm)	EI ( $10^{12}$ kNm <sup>2</sup> )	I ( $10^9$ mm <sup>4</sup> )	G'b (GA <sub>s</sub> ) ( $10^3$ kN)	A <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )
1	0.25	0.5	0.2	0.21	177.7	1777.1	8885.7	2132.6	27723.3
2	0.50	0.5	0.2	0.43	44.4	444.3	2221.4	533.1	6930.8
3	1.00	0.5	0.2	0.85	11.1	111.1	555.4	133.3	1732.7
4	1.50	0.5	0.2	1.28	4.9	49.4	246.8	59.2	770.1
5	2.00	0.5	0.2	1.70	2.8	27.8	138.8	33.3	433.2
6	0.25	1.0	0.2	0.19	226.6	1133.2	5666.2	1359.9	17678.6
7	0.50	1.0	0.2	0.38	56.7	283.3	1416.6	340.0	4419.7
8	1.00	1.0	0.2	0.75	14.2	70.8	354.1	85.0	1104.9
9	1.50	1.0	0.2	1.13	6.3	31.5	157.4	37.8	491.1
10	2.00	1.0	0.2	1.51	3.5	17.7	88.5	21.2	276.2
11	0.25	2.0	0.2	0.16	324.5	811.3	4056.5	973.6	12656.3
12	0.50	2.0	0.2	0.31	81.1	202.8	1014.1	243.4	3164.1
13	1.00	2.0	0.2	0.63	20.3	50.7	253.5	60.8	791.0
14	1.50	2.0	0.2	0.94	9.0	22.5	112.7	27.0	351.6
15	2.00	2.0	0.2	1.26	5.1	12.7	63.4	15.2	197.8

Tableau 4.2 Propriétés modales des bâtiments pour les 15 cas considérés

#	T <sub>1</sub> (s)	T <sub>3</sub> (s)	T <sub>3</sub> /T <sub>1</sub>	%M <sub>1</sub>	%M <sub>3</sub>
1	0.25	0.06	0.24	0.99	0.013
2	0.50	0.12	0.24	0.99	0.013
3	1.00	0.24	0.24	0.99	0.013
4	1.50	0.36	0.24	0.99	0.013
5	2.00	0.48	0.24	0.99	0.013
6	0.25	0.07	0.28	0.96	0.033
7	0.50	0.14	0.28	0.96	0.033
8	1.00	0.28	0.28	0.96	0.033
9	1.50	0.42	0.28	0.96	0.033
10	2.00	0.56	0.28	0.96	0.033
11	0.25	0.08	0.31	0.93	0.061
12	0.50	0.15	0.31	0.93	0.061
13	1.00	0.31	0.31	0.93	0.061
14	1.50	0.46	0.31	0.93	0.061
15	2.00	0.61	0.31	0.93	0.061

Tableau 4.3 Accélérations spectrales des bâtiments pour les 15 cas considérés

#	Montréal – Site C			Montréal – Site E			Vancouver – Site C			Vancouver – Site E		
	S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>3</sub> )	S(T <sub>3</sub> )/S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>3</sub> )	S(T <sub>3</sub> )/S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>3</sub> )	S(T <sub>3</sub> )/S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>1</sub> )	S(T <sub>3</sub> )	S(T <sub>3</sub> )/S(T <sub>1</sub> )
1	0.63	0.69	1.10	0.72	0.76	1.05	0.89	0.94	1.06	0.85	0.85	1.00
2	0.31	0.69	2.23	0.53	0.76	1.44	0.64	0.94	1.47	0.85	0.85	1.00
3	0.14	0.64	4.55	0.28	0.73	2.60	0.33	0.90	2.72	0.56	0.85	1.51
4	0.09	0.48	5.16	0.19	0.63	3.33	0.25	0.78	3.11	0.45	0.85	1.88
5	0.05	0.33	6.91	0.10	0.54	5.36	0.17	0.66	3.87	0.34	0.85	2.49
6	0.63	0.69	1.10	0.72	0.76	1.05	0.89	0.94	1.06	0.85	0.85	1.00
7	0.31	0.69	2.23	0.53	0.76	1.44	0.64	0.94	1.47	0.85	0.85	1.00
8	0.14	0.59	4.19	0.28	0.70	2.48	0.33	0.86	2.60	0.56	0.85	1.51
9	0.09	0.41	4.33	0.19	0.59	3.08	0.25	0.72	2.87	0.45	0.85	1.88
10	0.05	0.29	6.00	0.10	0.50	4.91	0.17	0.60	3.53	0.34	0.81	2.38
11	0.63	0.69	1.10	0.72	0.76	1.05	0.89	0.94	1.06	0.85	0.85	1.00
12	0.31	0.69	2.23	0.53	0.76	1.44	0.64	0.94	1.47	0.85	0.85	1.00
13	0.14	0.56	3.97	0.28	0.68	2.42	0.33	0.83	2.53	0.56	0.85	1.51
14	0.09	0.36	3.86	0.19	0.56	2.94	0.25	0.68	2.73	0.45	0.85	1.88
15	0.05	0.27	5.67	0.10	0.47	4.69	0.17	0.57	3.36	0.34	0.78	2.30

Pour évaluer l'effet du comportement non linéaire des contreventements sur le comportement de l'ouvrage, nous avons considéré 3 types de contreventements différents : un contreventement concentrique de construction conventionnel (Type CC,  $R_d = 1.5$ ), un contreventement concentrique à ductilité modérée (Type MD,  $R_d = 3.0$ ) et un contreventement excentrique ductile (Type D,  $R_d = 4.0$ ). Les deux premiers représentent un contreventement concentrique offrant un comportement hystérotique pincé. Ces deux systèmes permettent de couvrir l'ensemble des systèmes de contreventement concentrique décrits dans le CNBC 2010. Une configuration en X avec diagonales conçues pour la compression (contreventement de type tension-compression) a été retenue, car ce système est couramment utilisé pour les bâtiments d'un seul étage.

Le troisième système offre une boucle d'hystérosis complète et stable avec une capacité de dissipation d'énergie supérieure à celle des contreventements concentriques. Un contreventement excentrique ductile (EBF) avec  $R_d = 4.0$  a été retenu pour cette étude mais ce système est aussi représentatif d'un contreventement avec diagonales confinées ductiles.

La résistance pondérée du système est déterminée conformément au Code National du Bâtiment 2010 pour un bâtiment d'importance normale ( $I_E = 1.0$ ). La charge sismique de conception  $V_f$  est déterminée selon :

$$V_f = \frac{S(T) W}{R_d R_o} \leq \frac{2/3 S(0.2) W}{R_d R_o} \quad (4.1)$$

Les valeurs de  $S(T)$  pour les 4 sites sont présentées au Tableau 4.3. Le second terme dans cette équation représente une limite supérieure à la résistance sismique, telle que permis dans le CNBC pour les structures avec un facteur  $R_d$  égal ou supérieur à 1.5. Cette limite s'applique aux bâtiments ayant une courte période. On obtient donc une valeur de  $V_f$  différente pour chacune des combinaisons des 5 périodes choisies, des 4 spectres de calcul (4 sites) et des 3 systèmes de contreventements. Les propriétés des bâtiments sont données aux Tableaux 4.4 et 4.5. Dans les tableaux, on indique les structures pour lesquelles la limite supérieure de l'équation 4.1 a contrôlé la valeur de  $V_f$ .

Tableau 4.4 Charges sismiques de conception  $V_f$  pour Montréal

T <sub>1</sub> (s)	Montréal - site C			Montréal - site E		
	CBF ( $R_d=1.5$ ) (kN)	CBF ( $R_d=3.0$ ) (kN)	EBF ( $R_d=4.0$ ) (kN)	CBF ( $R_d=1.5$ ) (kN)	CBF ( $R_d=3.0$ ) (kN)	EBF ( $R_d=4.0$ ) (kN)
0.25	460*	230*	153*	506*	253*	169*
0.50	310	155	103	506*	253*	169*
1.00	140	70	47	280	140	93
1.50	94	47	31	190	95	63
2.00	48	24	16	101	50	34

\* :  $V_f$  contrôlée par limite supérieure

Tableau 4.5 Charges sismiques de conception  $V_f$  pour Vancouver

T <sub>1</sub>	Vancouver - site C			Vancouver - site E		
	CBF (R <sub>d</sub> =1.5)	CBF (R <sub>d</sub> =3.0)	EBF (R <sub>d</sub> =4.0)	CBF (R <sub>d</sub> =1.5)	CBF (R <sub>d</sub> =3.0)	EBF (R <sub>d</sub> =4.0)
(s)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
0.25	627*	313*	209*	564*	282*	198*
0.50	627*	313*	209*	564*	282*	198*
1.00	330	165	110	561	281	198*
1.50	250	125	83	451	225	153
2.00	170	85	57	340	170	104

\* :  $V_f$  contrôlée par limite supérieure

### 4.3 Modèle OpenSees

Les propriétés de la poutre du modèle OpenSees sont déterminées en suivant la même méthode que pour l'analyse modale. Le modèle diffère au niveau de la modélisation de la rigidité en cisaillement du diaphragme ( $G'b$ ) et des contreventements verticaux. Dans les deux cas, on a utilisé des ressorts de longueur nulle, tel qu'illustré à la figure 4.3 et décrit plus bas.

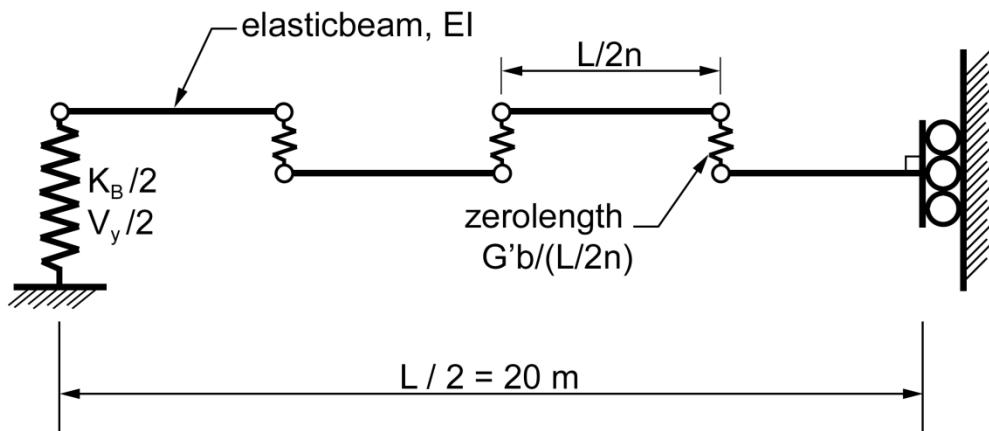


Figure 4.3 Modèle structural des analyses OpenSees ( $n = 4$  est illustré;  $n = 20$  a été utilisé dans les analyses)

### 4.3.1 Diaphragme

Étant donné la symétrie du système et afin de réduire le temps de calcul, seulement la moitié de la structure est modélisée. Cette étape n'était pas nécessaire sur SAP2000 étant donnée la rapidité de calcul pour une analyse modale. Dans ce modèle, cette condition de symétrie est obtenue en bloquant la rotation dans le plan du diaphragme pour le nœud situé au centre de la structure, comme montré sur la figure 4.3. Le déplacement horizontal est cependant libre. Le contreventement à l'extrémité du modèle est modélisé par un ressort avec un matériau non-linéaire imitant le comportement hystérétique des contreventements verticaux. La modélisation de chacun des contreventements est discutée plus bas.

La demi-longueur du diaphragme est divisée en 20 éléments de type poutre « *elasticbeam* ». Pour ces éléments, on a spécifié un matériau élastique et une rigidité en flexion EI. La rigidité en cisaillement ne pouvant pas être considérée par ce type d'élément, tous les nœuds intermédiaires du diaphragme ont été doublés et les nœuds de chaque paire ont été reliés entre eux par un élément de type « *zerolength* » dont le comportement est également élastique. Ce dernier est défini avec un matériau ayant une rigidité en cisaillement  $G'b/[L/2 n]$  où n est le nombre d'éléments, soit 20 éléments. À noter qu'il est important, dans le logiciel OpenSees, de spécifier la considération de l'amortissement pour les éléments « *zerolength* », car celui-ci ne l'est pas par défaut.

### 4.3.2 Contreventements concentriques (CBFs)

La géométrie des deux contreventements concentriques (CBFs) étudiés est illustrée à la figure 4.4.

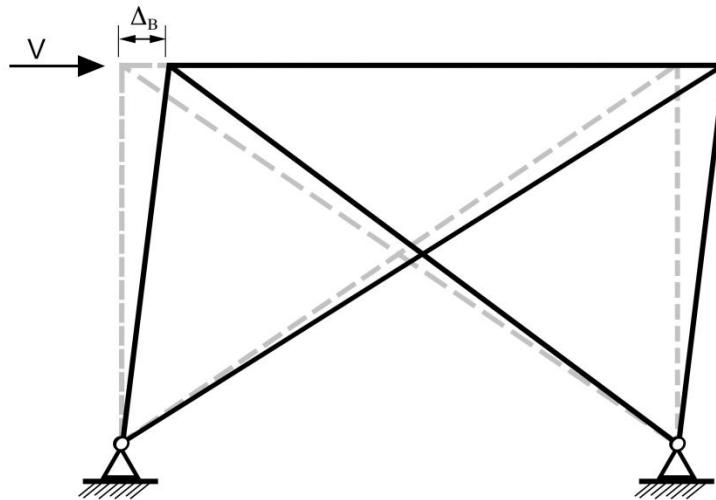


Figure 4.4 Géométrie d'un contreventement concentrique

Comme on veut évaluer le comportement probable du système, on multiplie  $V_f$  par le facteur de sur-résistance  $R_o$  du système ( $R_o = 1.3$  pour les CBFs). On multiplie également par un facteur 1.2 afin de tenir compte de la sur-résistance probable des contreventements en compression, tel qu'indiqué dans la norme CSA S16-09.

$$V_y = 1.3 \times 1.2 \times V_f = 1.56 V_f \quad (4.2)$$

Les systèmes de contreventements concentriques sont modélisés à l'aide d'éléments « *zerolength* » auxquels on assigne le matériau « *hysteretic* » permettant de modéliser le comportement inélastique des contreventements. Comme montré à la figure 4.5, ce matériau permet de déterminer une enveloppe contrainte-déformation (force-déplacement) en trois points. Il permet aussi d'imposer des paramètres d'endommagement et de pincement (*pinching*) (non montrés).

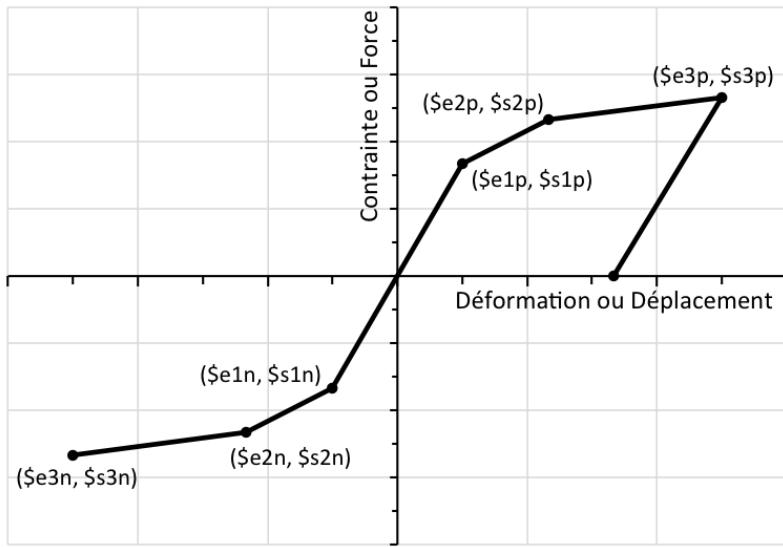


Figure 4.5 Courbe contrainte-déformation de l'élément « *hysteretic* »

Pour les contreventements concentriques, le comportement du matériau a été calibré avec les résultats d'essais réalisés par Archambault et al. (1995) sur des contreventements concentriques. Les différents spécimens de contreventements étaient installés dans un cadre de 4.9 m de largeur et 3.7 m de hauteur. Le spécimen X6C, un HSS 64 x 64 x 4.8, avec élancement  $KL/r = 90$  a été choisi, puisqu'il est représentatif des contreventements en X avec diagonales élancées que l'on retrouve couramment dans les bâtiments à l'étude.

Les paramètres du matériau « *hysteretic* » sont décrits ici en se référant à la figure 4.2. La valeur de  $\$e1p$  correspond au déplacement lorsque le contreventement atteint la résistance  $V_y$ , soit au moment où l'effort dans les diagonales comprimées atteint la résistance probable des diagonales en compression. Le paramètre  $\$s1p$  est alors égal à la force de plastification du système,  $V_y$  et  $\$e1p = V_y/K_B$ . Les résultats des essais sur les contreventements avec diagonales élancées ont révélé une sur-résistance d'environ 25% après le flambement des diagonales comprimées, lorsque le spécimen atteint une ductilité d'environ 4.0. La valeur de  $\$e2p$  a donc été posée à  $4.0 V_y/K_B$  et celle du paramètre  $\$s2p$  à  $1.25V_y$ . Le troisième point de l'enveloppe a été placé très loin sur l'abscisse. Le déplacement choisi correspond à une ductilité de 70 afin de pouvoir modéliser la perte de résistance linéaire observée sur le spécimen X-6 lorsque soumis à de grandes déformations inélastiques. La valeur de  $\$e3p$  a donc été fixée à  $70 V_y/K_B$  et le paramètre  $\$s3p$  est posé égal à 10%  $V_y$ . On note que la ductilité de 70 ne correspond pas à la

ductilité réelle mesurée des contreventements. Cette valeur a été choisie arbitrairement et la paire (\$s3p, \$e3p) a été établie pour reproduire le taux de dégradation post-pic de la résistance qui a été observé dans les essais.

Pour le pincement, on a spécifié des valeurs égales à 0.7 et 0.5 aux paramètres *pinchx* et *pinchy* du matériau « *hysteretic* » qui permettent de considérer le pincement lors du chargement et lors du renversement du chargement, respectivement. Dans le modèle utilisé, les paramètres d'endommagement disponibles dans le matériau « *hysteretic* » ont été posés égaux à 0.001 pour le dommage dû à la ductilité) et à 0.025 pour le dommage dû à l'énergie. Le paramètre *bêta*, puissance utilisée pour déterminer la rigidité dégradée de déchargement basé sur la ductilité, a été posé égal à 0.35. La figure 4.6 montre la très bonne correspondance entre la courbe cisaillement inter-étage-déplacement latéral obtenue de l'essai X-6 et celle prédite par le matériau « *hysteretic* » calibré.

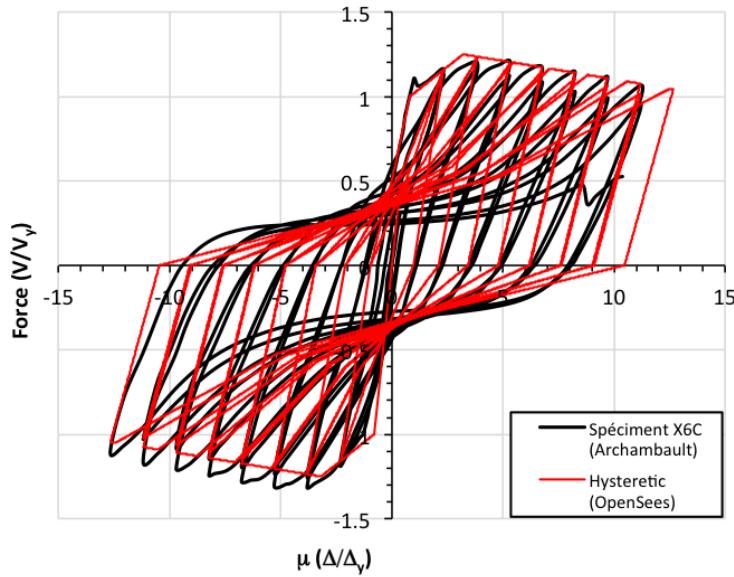


Figure 4.6 Comportement du matériau « *hysteretic* » calibré pour les CBFs

### 4.3.3 Contreventement excentrique ductile (EBF)

La géométrie du contreventement excentrique ductile (EBF) retenu est illustrée à la figure 4.7.

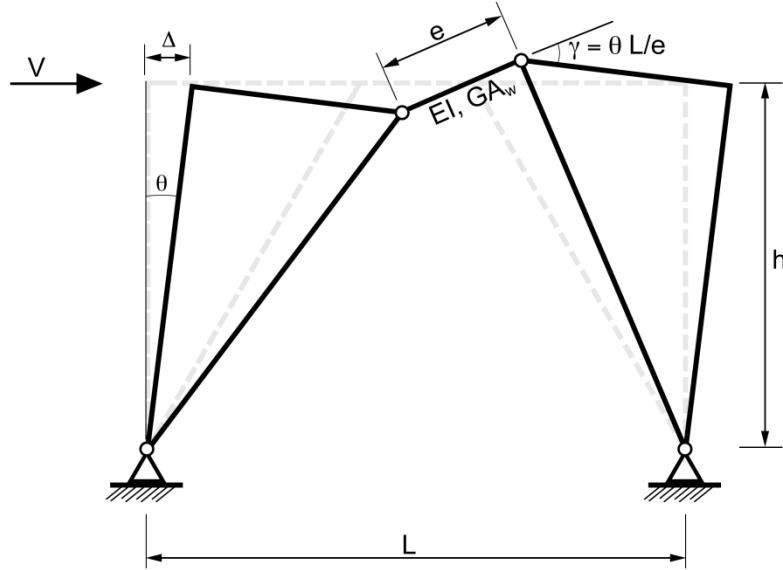


Figure 4.7 Géométrie d'un contreventement excentrique (EBF)

Le comportement en régimes élastique et inélastique du contreventement excentrique de la figure 4.7 a été aussi reproduit avec un élément de type « *zerolength* ». Pour ce faire, on a utilisé le matériau *Steel02* ayant plusieurs paramètres:  $F_y$ ,  $E$ ,  $b$ ,  $R_0$ ,  $cR1$ ,  $cR2$ ,  $a1$ ,  $a2$ ,  $a3$ ,  $a4$ .

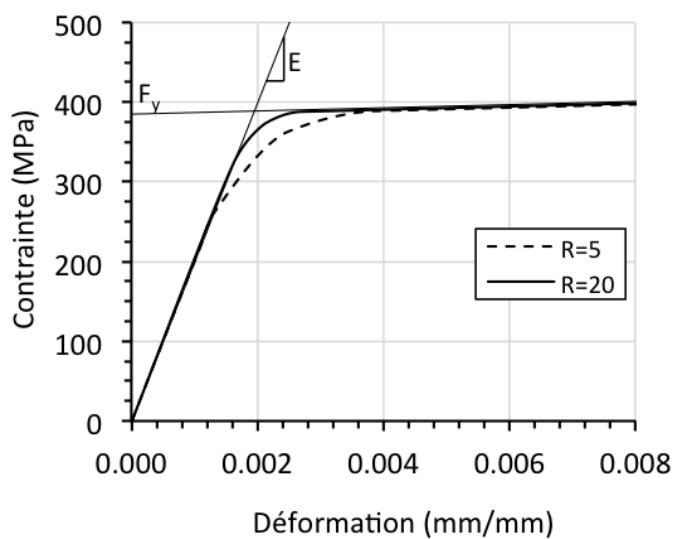


Figure 4.8 Courbe contrainte-déformation du matériau *Steel02*

Ces paramètres représentent les propriétés d'un matériau. Pour l'acier,  $F_y$  est la limite élastique de l'acier,  $E$  est le module d'élasticité,  $b$  est le ratio entre la rigidité post-plastification et de la rigidité initiale. Le paramètre  $R0$  contrôle la transition entre le comportement élastique et inélastique lors du premier chargement,  $cR1$  influence la courbe à l'inversement du chargement (déchargement) et  $cR2$  agit sur la charge maximale atteinte pour les chargements subséquents. Les paramètres  $a1$  à  $a4$  influencent l'écrouissage isotrope. Dans notre étude, le matériau représente les propriétés de l'ensemble du contreventement. Ainsi,  $F_y$  correspond à la résistance  $V_y$  du contreventement et  $E$  correspond à la rigidité  $K_B$ . La valeur de  $V_y$  est définie plus bas. La rigidité latérale du cadre  $K_B$  est donnée au tableau 4.1. Les autres paramètres définissent le comportement inélastique du contreventement. Comme le comportement inélastique du contreventement est gouverné par celui du lien ductile, on peut adopter les paramètres qui ont été proposés pour décrire le comportement inélastique des liens ductiles de contreventements EBFs. Tremblay<sup>3</sup> a proposé les paramètres  $b$ ,  $R0$ ,  $cR1$ ,  $cR2$ ,  $a1$ ,  $a2$ ,  $a3$  et  $a4$  pour représenter le comportement des liens ductiles des EBFs :

$$b = 0.003$$

$$R0 = 22$$

$$cR1 = 0.925$$

$$cR2 = 0.15$$

$$a1 = a3 = 0.12$$

$$a2 = a4 = 10$$

Ces valeurs ont été obtenues par comparaison avec les résultats d'essais cycliques réalisés sur des liens ductiles se plastifiant en cisaillement (Okazaki et Engelhardt 2007). Cependant, on doit faire une transposition entre les déformations du lien ductile et le déplacement latéral du cadre. Cette relation est établie dans ce qui suit en se référant à la figure 4.7.

Comme le matériau représente le comportement du lien ductile uniquement, on utilise la géométrie du cadre pour définir la rigidité latérale du cadre après sa plastification ( $K_{B,y}$ ). La somme des moments permet d'obtenir :

---

<sup>3</sup> Tremblay, R., 2012, Communication personnelle.

$$V_L = \frac{Vh}{L} \quad (4.3)$$

où  $V_L$  est l'effort de cisaillement dans le lien ductile. Géométriquement, la rotation plastique,  $\gamma$ , du lien ductile en fonction du déplacement latéral est définie par :

$$\gamma = \frac{\Delta L}{h e} \quad (4.4)$$

On considère que la rigidité en cisaillement du lien ductile après la plastification est 0.3% de la rigidité initiale, soit la valeur spécifiée pour le paramètre  $b$  du matériau *Steel02* :

$$\frac{V_L}{\gamma} = 0.003 G A_w \quad (4.5)$$

En remplaçant  $V_L$  et  $\gamma$  par les équations 4.3 et 4.4, respectivement, dans l'équation 4.5, on obtient :

$$\frac{Vh}{L} = 0.003 G A_w \frac{\Delta L}{h e} \quad (4.6)$$

On isole ensuite le ratio  $V/\Delta$  qui correspond à la rigidité du contreventement après la plastification ( $K_{B,y}$ ) :

$$K_{B,y} = \frac{V}{\Delta} = 0.003 G A_w \frac{L^2}{h^2 e} \quad (4.7)$$

On peut exprimer l'aire cisaillée  $A_w$  à partir de l'effort de conception sismique  $V_f$  :

$$V_f \frac{h}{L} = \phi 0.55 A_w F_y \rightarrow A_w = \frac{V_f}{\phi 0.55 F_y} \frac{h}{L} \quad (4.8)$$

L'effort  $V_f$  peut être lié à l'effort  $V_y$  qui correspond à la plastification du lien ductile en prenant en considération trois facteurs contribuant à la sur-résistance du lien ductile (Mitchell et al. 2003) :

$$V_y = R_{size} R_\phi R_{yield} V_f = 1.05 \times 1.11 \times 1.10 V_f = 1.28 V_f \cong 1.3 V_f \quad (4.9)$$

On note que la valeur de  $V_y$  n'inclut pas l'écrouissage (facteur  $R_{sh}$ ), car celui-ci est pris en considération dans le modèle numérique. En utilisant  $V_y = 1.3 V_f$  dans l'équation 4.8 et en remplaçant  $A_w$  de l'équation 4.8 dans l'équation 4.7, on obtient :

$$K_{B,y} = V_y \left( \frac{0.003 G}{1.3 \phi 0.55 F_y} \frac{L}{h_e} \right) \quad (4.10)$$

Lorsque  $\phi = 0.9$  ;  $G = 77$  GPa;  $F_y = 345$  MPa;  $L/e = 10$ ;  $h = 7000$ , on obtient l'équation 4.11. La hauteur choisie ( $h$ ) correspond à la hauteur moyenne des bâtiments d'un étage utilisés pour définir les paramètres étudiés.

$$K_{B,y} = 0.00148 V_y \approx 0.0015 V_y \quad (4.11)$$

Il est maintenant possible d'établir la relation entre le comportement du lien et celui du cadre au niveau de l'écrouissage cinématique. Comme le paramètre  $b$  du matériel *Steel02* d'OpenSees est le ratio de la rigidité post-plastification sur la rigidité initiale, on obtient :

$$b = \frac{K_{B,y}}{K_B} = 0.0015 \frac{V_y}{K_B} \quad (4.12)$$

Une valeur différente de  $b$  doit donc être générée pour chaque bâtiment en fonction des paramètres  $K_B$  et  $V_y$ . Les paramètres d'écrouissage isotrope du matériau *Steel02* n'ont pas besoin d'être modifiés puisqu'ils s'appliquent aux déformations normalisées par rapport à la déformation à la plastification. Ce rapport demeure le même pour les déformations du lien ductile et du cadre EBF. La figure 4.9 montre l'hystérésis obtenue avec l'élément de type ressort et le matériau « *hysteretic* » pour un EBF avec une rigidité  $K_B = 22.21$  kN/mm et une résistance  $V_y = 136$  kN.

On note que l'utilisation du matériau *Steel02* ne permet pas de représenter la dégradation du lien ductile. L'écrouissage permet alors à la résistance d'augmenter sans limite lorsque le lien subit de grandes déformations plastiques. On doit tenir compte de cette limite de la modélisation.

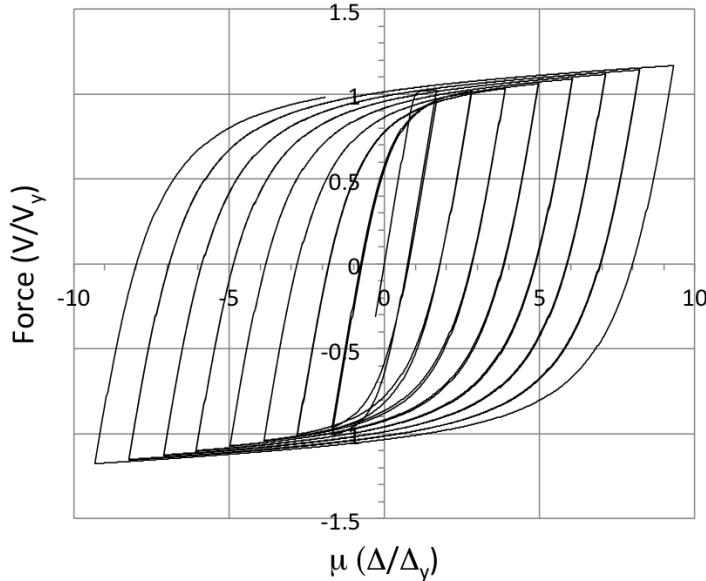


Figure 4.9 Comportement du matériau *Steel02* pour les EBFs

#### 4.4 Résultats des analyses

Les paramètres étant définis, on a procédé aux analyses. Les analyses temporelles linéaires et non linéaires permettent de comparer numériquement la validité des méthodes d'analyse statique et dynamique (analyse spectrale) proposées par le CNBC 2010.

On examinera les déplacements de la structure et, dans le cas des analyses non linéaires, la ductilité imposée aux contreventements verticaux. Comme pour les analyses modales du chapitre 3, les efforts considérés sont l'effort de tranchant aux extrémités du diaphragme de toit ( $Q_{END}$ ), l'effort tranchant au quart de la portée du diaphragme de toit ( $Q_{L/4}$ ). On rajoute à cette liste le moment à mi-portée du diaphragme de toit ( $M_{L/2}$ ).

#### 4.4.1 Résultat des analyses spectrales (SPEC)

Les analyses spectrales ont été réalisées à l'aide des spectres de calcul prescrits par le CNBC 2010. Les analyses spectrales utilisent l'accélération spectrale et le pourcentage de masse participative associés à chacun des modes pour calculer la déformée et les efforts. Seulement le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> mode sont considérés puisque ceux-ci sont suffisants pour décrire le comportement des bâtiments à l'étude tel que montré au chapitre 3. Les déplacements et les efforts obtenus pour chacun des modes sont ensuite combinés par la méthode SRSS (de l'anglais : Square Root Sum of Square). Aucun paramètre  $R_d R_o$  n'est spécifié pour les analyses spectrales, de sorte que le cisaillement  $V_f$  des analyses spectrales est égal à  $V_e = S(T_1) \times W$ . Les résultats des analyses spectrales pour l'ensemble des paramètres des bâtiments sont comparés à ceux obtenus d'une analyse statique (STAT) sous une charge distribuée  $V_e/L$ . Les résultats des analyses spectrales sont présentés sur les figures 4.10 à 4.13.

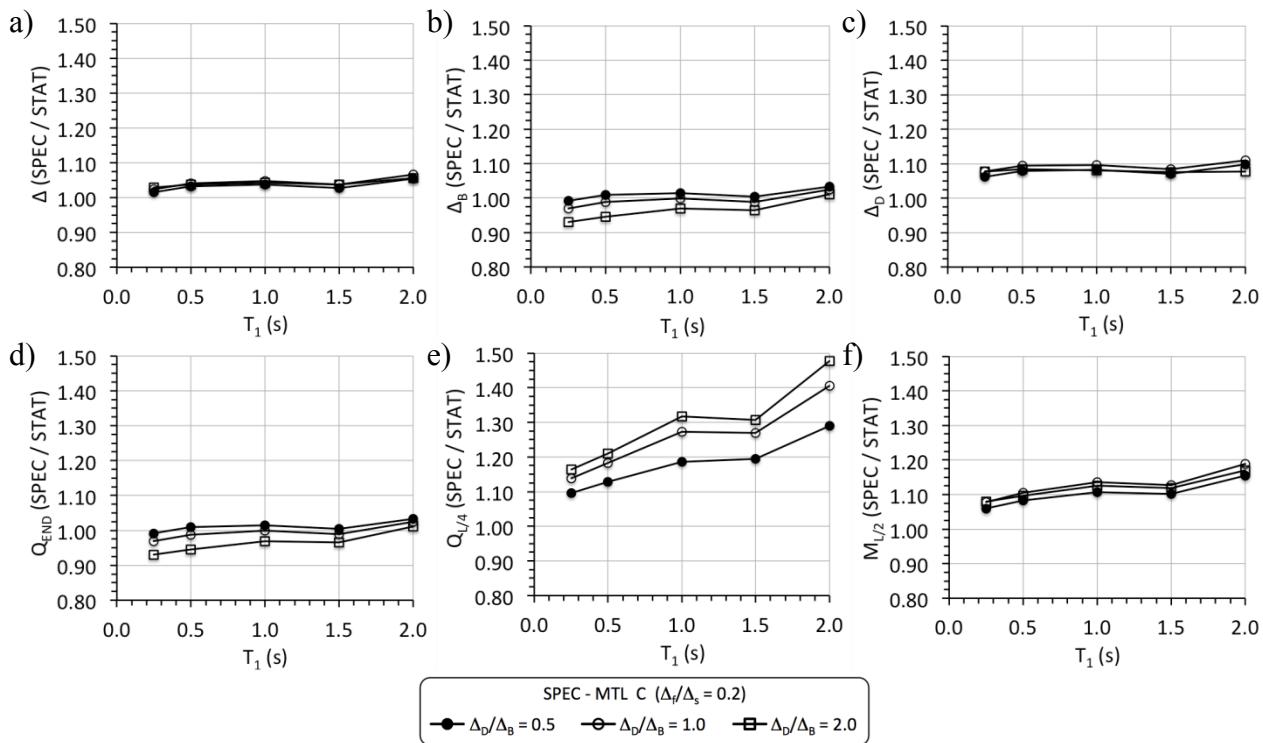


Figure 4.10 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie C à Montréal : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

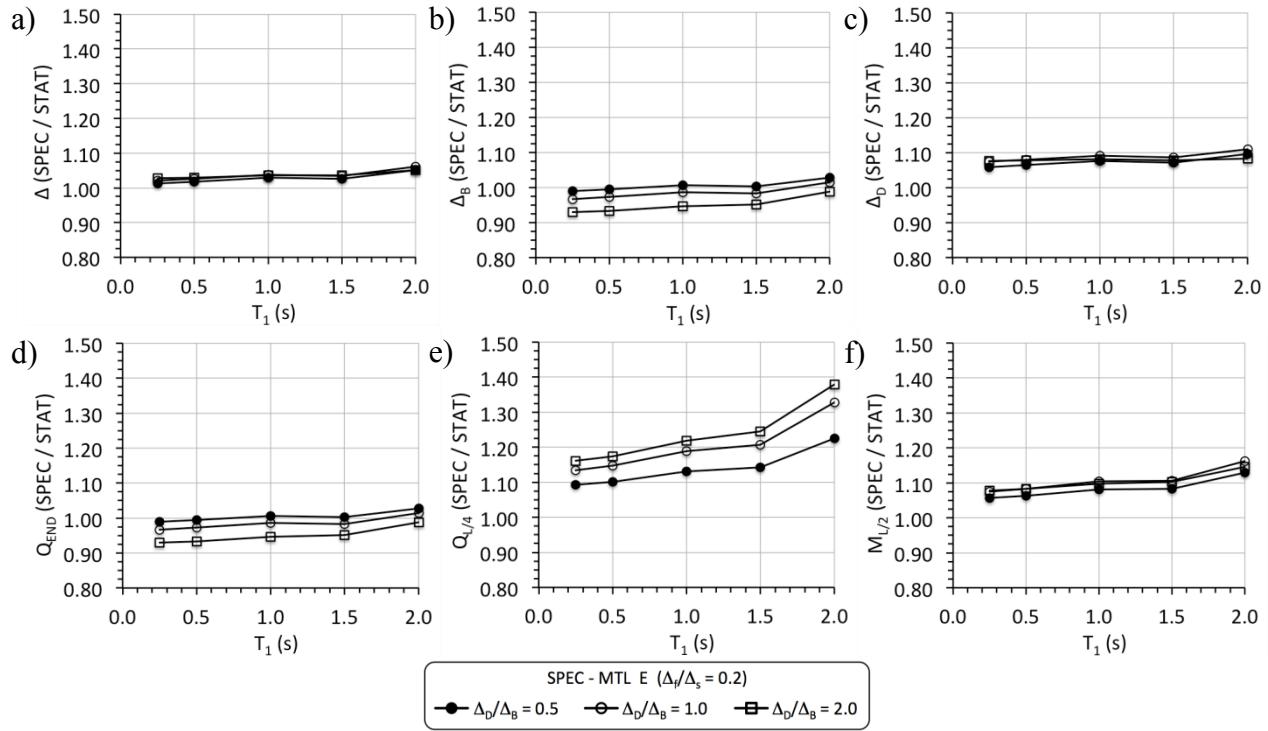


Figure 4.11 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie E à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

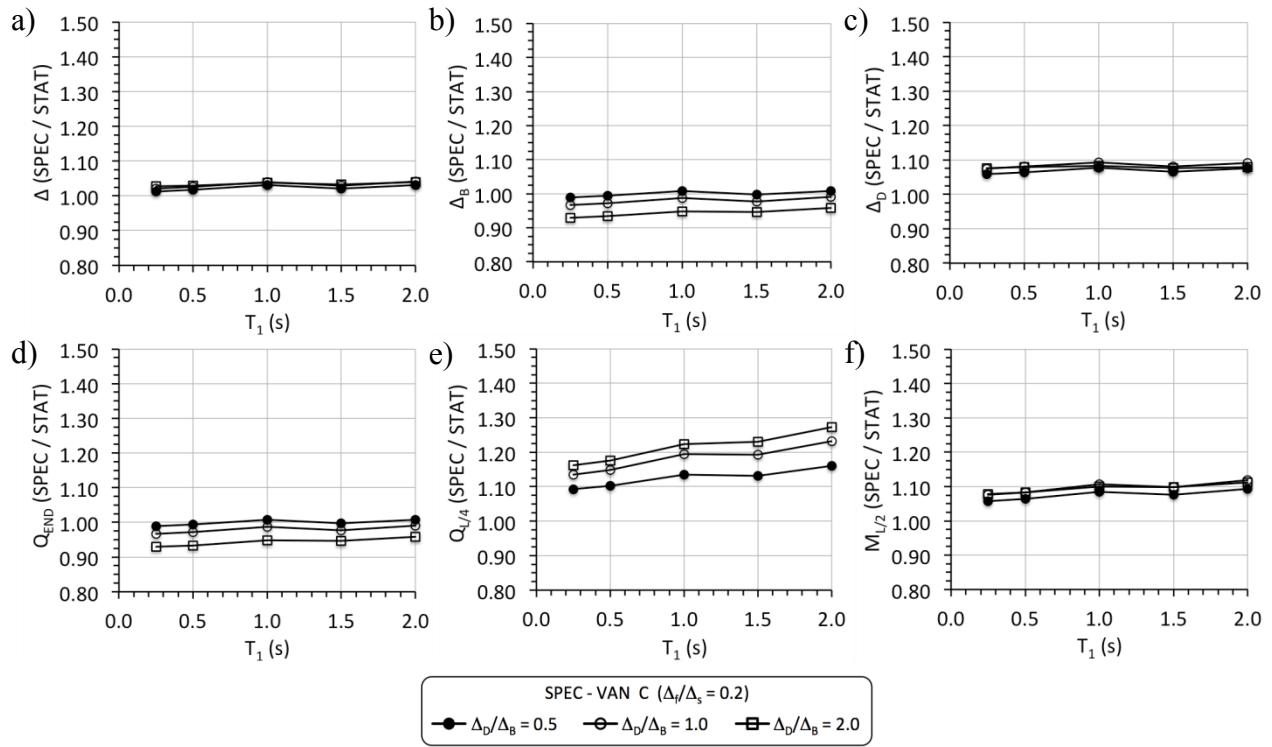


Figure 4.12 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie C à Vancouver : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$  ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

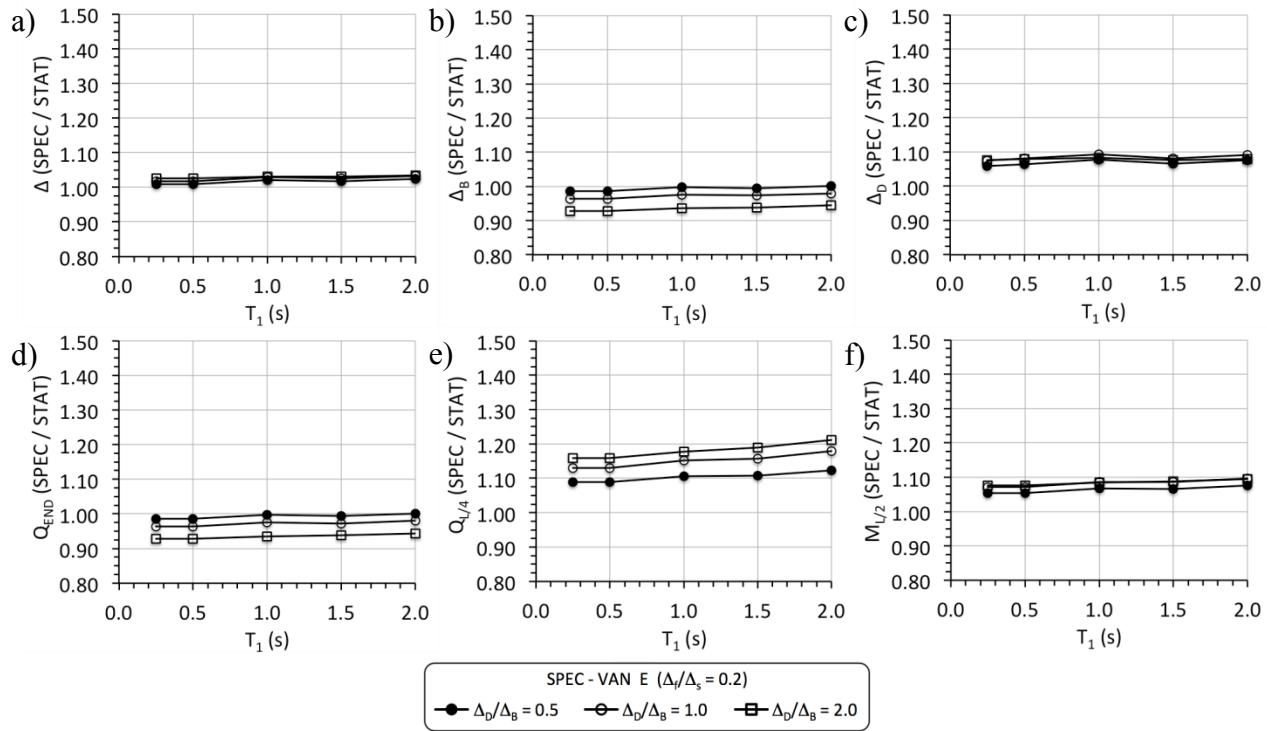


Figure 4.13 Rapports des déplacements et des efforts obtenus lors des analyses spectrales et statiques pour un site de catégorie E à Vancouver : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

Les figures 4.10a à 4.13a montrent que le déplacement latéral total à mi-portée ( $\Delta$ ) selon une analyse spectrale est entre 1% et 7% plus élevé (4% en moyenne) plus élevé que les valeurs de l'analyse statique, les valeurs les plus grandes étant pour les sites de Montréal. Également, on observe que la flexibilité du diaphragme et la période n'ont pas d'influence sur le rapport des déplacements totaux. On peut donc conclure que ces déplacements sont dominés par le premier mode de vibration puisque la charge  $V_f$  dans l'analyse statique ne dépend que de  $T_1$ , ou de  $S(T_1)$ . On remarque sur les figures 4.10b à 4.13b que les déplacements des contreventements ( $\Delta_B$ ) prédits par la méthode statique sont surestimés pour les diaphragmes plus flexibles. Cette surestimation ne dépend cependant pas de la période  $T_1$  ou du site. Quant à la déformation du diaphragme ( $\Delta_D$ ), la valeur obtenue de l'analyse spectrale est environ 8% à 10% plus élevée que celle déterminée avec la méthode statique. Ce pourcentage ne varie pas selon la flexibilité du diaphragme ni selon le site. Il augmente légèrement avec la période  $T_1$ .

Aux figures 4.10d à 4.13d, le cisaillement aux contreventements ( $Q_{END}$ ) lors des analyses spectrales et correspond à celui de l'analyse statiques pour les bâtiments avec diaphragmes plus rigides puisque le rapport s'approche de 1.0. La méthode statique est conservatrice lorsque la flexibilité du diaphragme augmente. Ces observations sont valables pour toutes les périodes et tous les site. À l'opposé, les figures 4.10e à 4.13e montrent que l'effort de cisaillement au quart de la portée de l'analyse spectrale ( $Q_{L/4}$ ) est toujours plus élevé qu'avec une analyse statique. On constate, dans tous les cas, que le rapport des valeurs de  $Q_{L/4}$  SPEC et STAT est plus élevé pour les périodes plus longues et pour les diaphragmes plus flexibles. L'effet est aussi beaucoup plus prononcé pour les deux sites à Montréal. Ces résultats concordent avec les observations faites lors de l'analyse modale du chapitre 3 où, sur la figure 3.7, le cisaillement du diaphragme à L/4 pour le 1<sup>er</sup> mode ( $Q_{L/4,1}$ ) seulement était plus élevé par rapport à une distribution linéaire.

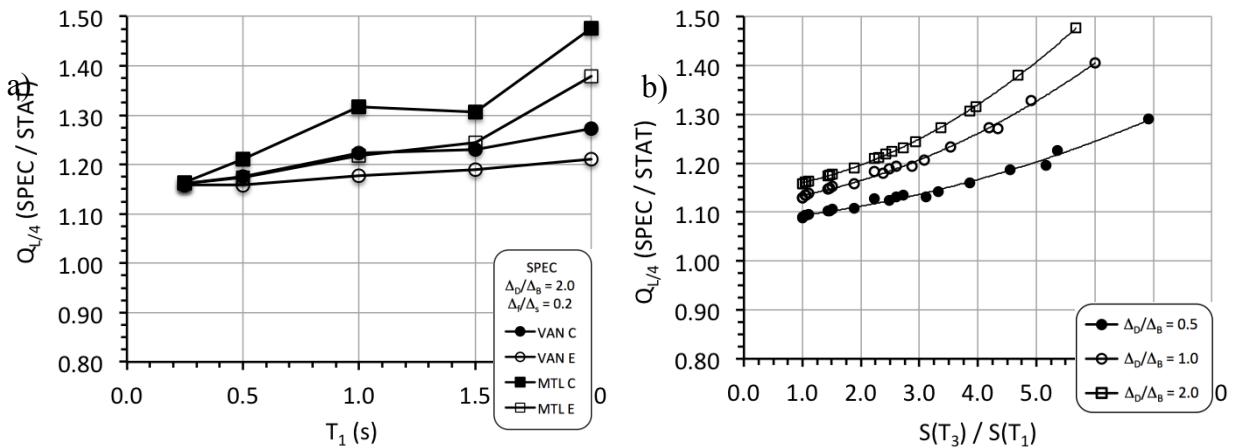


Figure 4.14 Rapports des analyses SPEC et STAT pour  $Q_{L/4}$  pour les différentes villes et catégories de sol : a)  $Q_{L/4}$  en fonction de la période  $T_1$  b)  $Q_{L/4}$  en fonction du rapport  $S(T_3)/S(T_1)$

Comme mentionné, l'amplification de  $Q_{L/4}$  par rapport à l'analyse statique varie également en fonction du lieu et de la catégorie de sol. Cette influence est illustrée sur la Figure 4.14a. Toutefois, comme le site et le type de sols influencent seulement le spectre de calcul du CNBC utilisé dans l'analyse spectrale, on peut examiner l'effet de ces deux paramètres (site et sol) en utilisant les valeurs spectrales qui ont un impact sur l'analyse spectrale, soient  $S(T_1)$  et  $S(T_3)$ . La figure 4.14b montre la variation de  $Q_{L/4}$  en fonction du rapport  $S(T_3)/S(T_1)$  pour toutes les villes et catégories de sol confondues. On remarque que  $Q_{L/4}$  varie en fait selon le rapport d'accélération spectrale entre le 3<sup>e</sup> mode et le 1<sup>er</sup> mode. Plus important, pour une rigidité de

diaphragme donnée, l'amplification suit exactement la même tendance en fonction du rapport  $S(T_3)/S(T_1)$ , peu importe le lieu ou la catégorie de sol. Plus  $S(T_3)$  est élevé par rapport à  $S(T_1)$ , plus la différence entre le cisaillement au quart de la portée des analyses spectrales et statiques est importante. On note également trois tendances distinctes selon la rigidité du diaphragme,  $\Delta_D/\Delta_B$ . Un diaphragme plus flexible donne lieu à une amplification plus importante. Cela indique que les deux paramètres,  $S(T_3)/S(T_1)$  et  $\Delta_D/\Delta_B$  sont nécessaires pour caractériser  $Q_{L/4}$ .

Les figures 4.10f à 4.13f montrent que le moment à mi portée,  $M_{L/2}$  est également amplifié par rapport à l'analyse statique. La flexibilité du diaphragme, le lieu et la catégorie de sol ont aussi la même influence que pour le cisaillement, mais celle-ci est moins marquée. En effet, la figure 4.15a montre que l'amplification de  $M_{L/2}$  est presque identique pour les 4 différents sites. Comme pour le cisaillement  $Q_{L/4}$ , l'amplification de  $M_{L/2}$  suit une même tendance par rapport au ratio  $S(T_3)/S(T_1)$ , peu importe le lieu et la catégorie de sol (Figure 4.15b). Cette fois, la flexibilité du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_B$  a moins d'influence puisque les courbes obtenues pour les trois différentes flexibilités de diaphragme sont presque superposées.

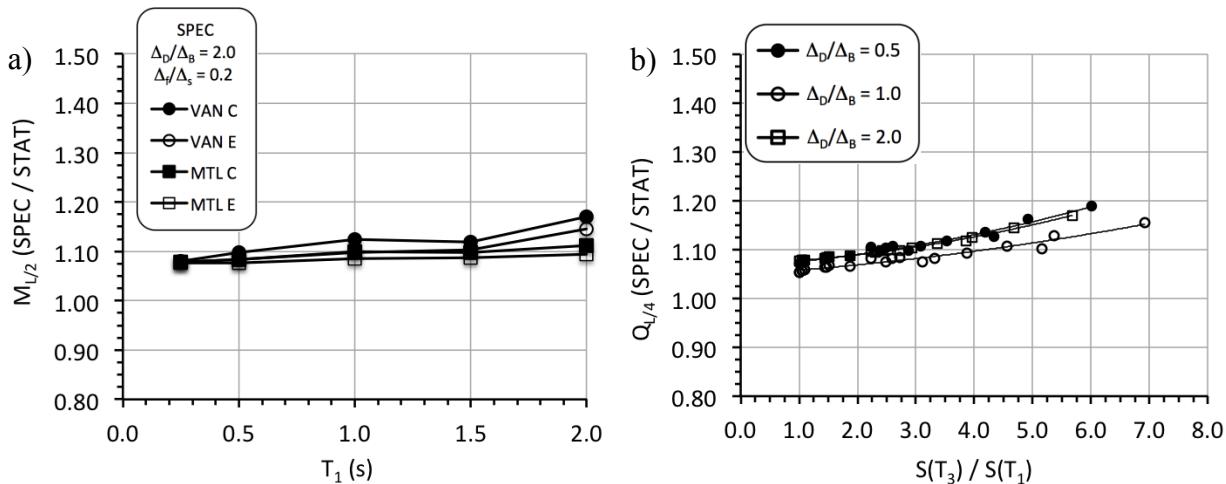


Figure 4.15 Rapports des analyses SPEC et STAT pour  $M_{L/2}$  pour différentes villes et catégories de sol : a)  $M_{L/2}$  en fonction de la  $T_1$  b)  $M_{L/2}$  en fonction de  $S(T_3)/S(T_1)$

#### 4.4.2 Résultats des analyses temporelles linéaires (TL)

Pour les analyses temporelles, on utilise les ensembles d'enregistrements sismiques présentés précédemment. Un amortissement de Rayleigh de 5% dans les 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes a été utilisé. Ici, les déplacements et les efforts des analyses TL sont obtenus directement des analyses. Aucun facteur  $R_d R_o$  n'est spécifié. Les déplacements et les efforts des analyses STAT sont les mêmes que dans la section précédente, soit une sollicitation  $V_e = S(T_1) \times W$  distribué sur la portée du diaphragme. Les résultats sont présentés aux figures 4.16 à 4.19.

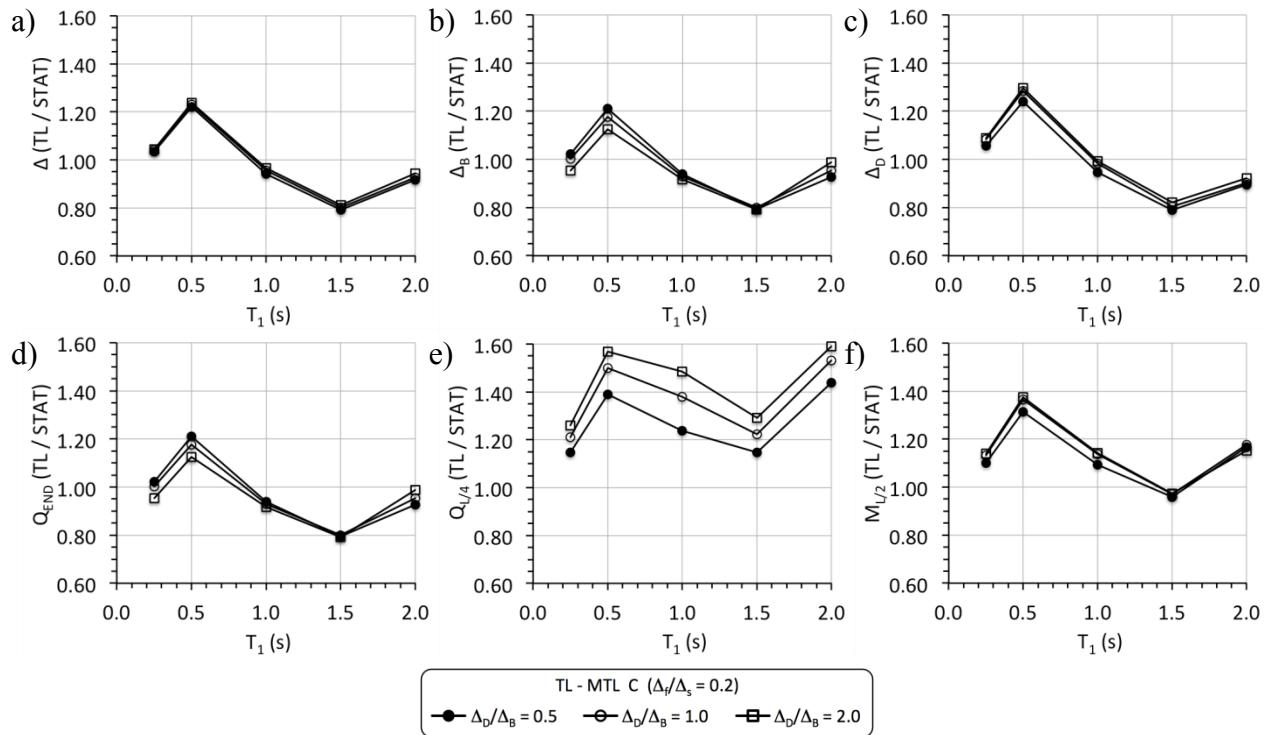


Figure 4.16 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie C à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

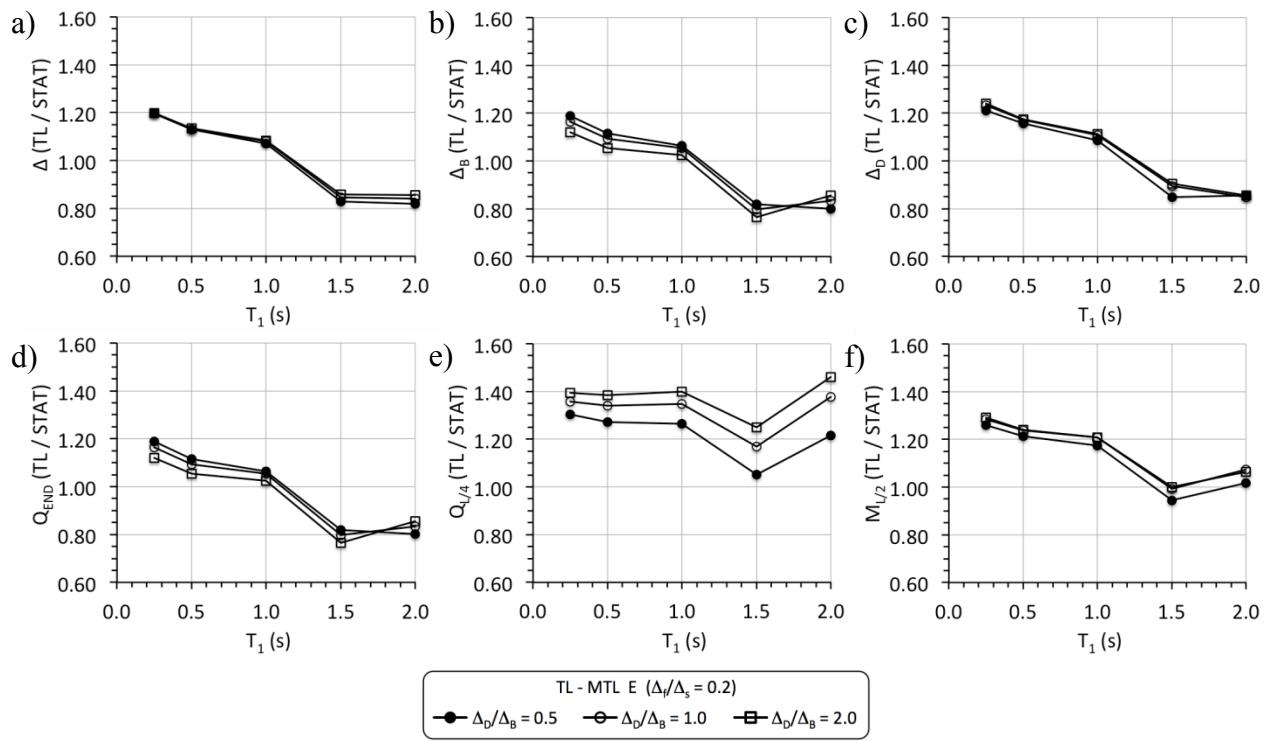


Figure 4.17 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie E à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

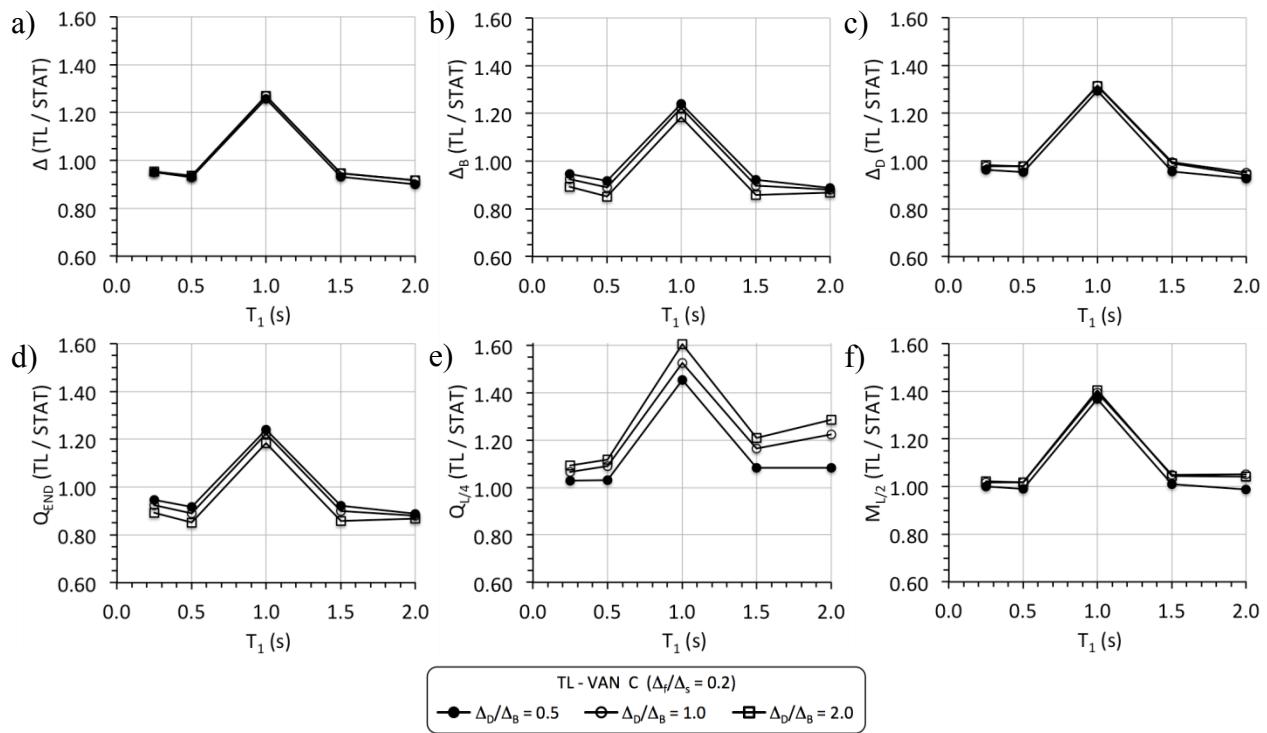


Figure 4.18 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie C à Vancouver : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

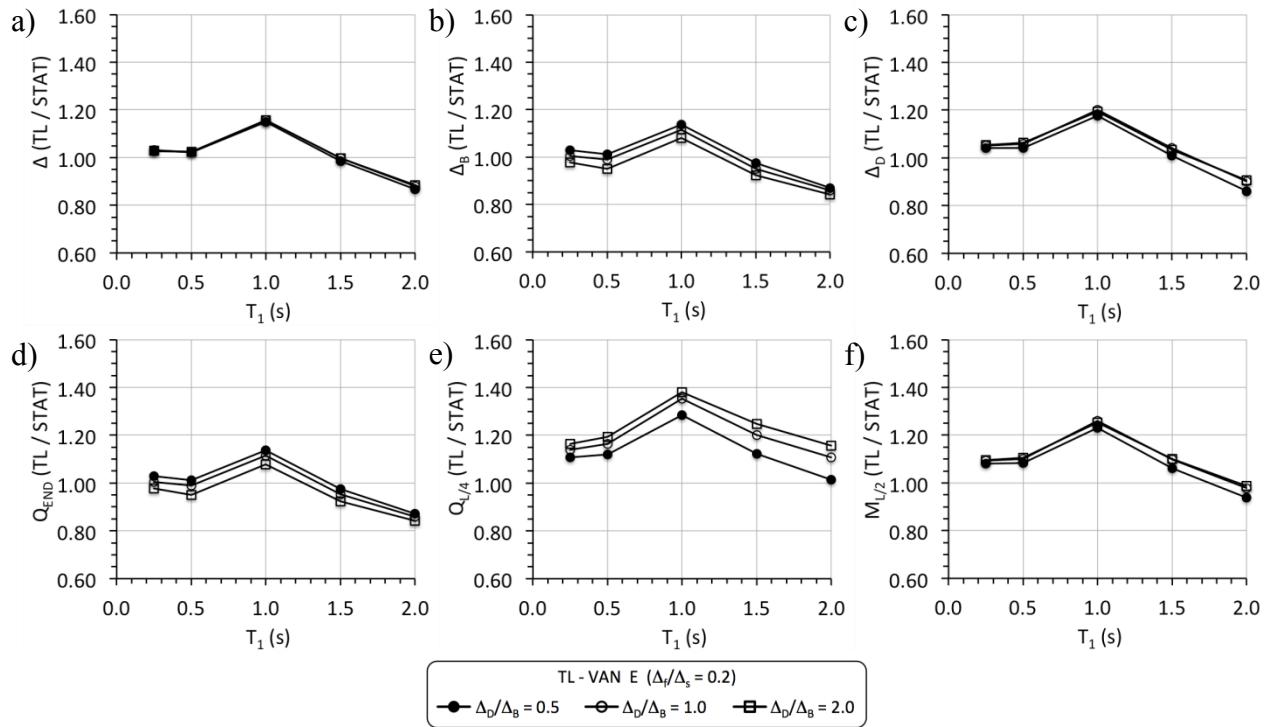


Figure 4.19 Rapports des déplacements et des efforts lors d'analyses temporelles linéaires et statiques pour un site de catégorie E à Vancouver : a) Déplacement total à L/2; b) Déplacement des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

Les résultats montrent que le choix et l'ajustement des enregistrements sismiques est très important pour les analyses temporelles. On remarque que les graphiques a) à f) pour un emplacement donné semblent tous présenter une même tendance. Par exemple, pour un sol de catégorie C à Vancouver (figure 4.18), tous les graphiques ont un pic pour  $T_1 = 1.0$  s. Cela est dû à l'écart entre le spectre des séismes utilisés et le spectre de calcul. On présente à la figure 4.20 le rapport entre les deux spectres. Sur la figure 4.20c, on note un rapport moyen de 1.20, ce qui correspond approximativement au rapport entre les résultats des analyses TL et SPEC pour  $T_1 = 1.0$  s sur les figures 4.18 et 4.12. L'amplification de  $Q_{L/4}$  et  $M_{L/2}$  par rapport aux valeurs de l'analyse statique semble être affectée davantage par la différence entre les spectres. On observe des tendances similaires pour les autres sites. Par exemple, pour les deux types de sol à Montréal, les amplifications sont plus marquées pour les courtes périodes et moins marquées pour les longues périodes, ce qui correspond aux différences entre les spectres des séismes et celui du

CNBC. Donc, les analyses temporelles linéaires montrent que les résultats des analyses temporelles, linéaires et non linéaires peuvent dévier des prédictions basées sur le spectre de calcul du CNBC si les spectres des enregistrements sismiques ne correspondent pas bien à toutes les périodes d'intérêt.

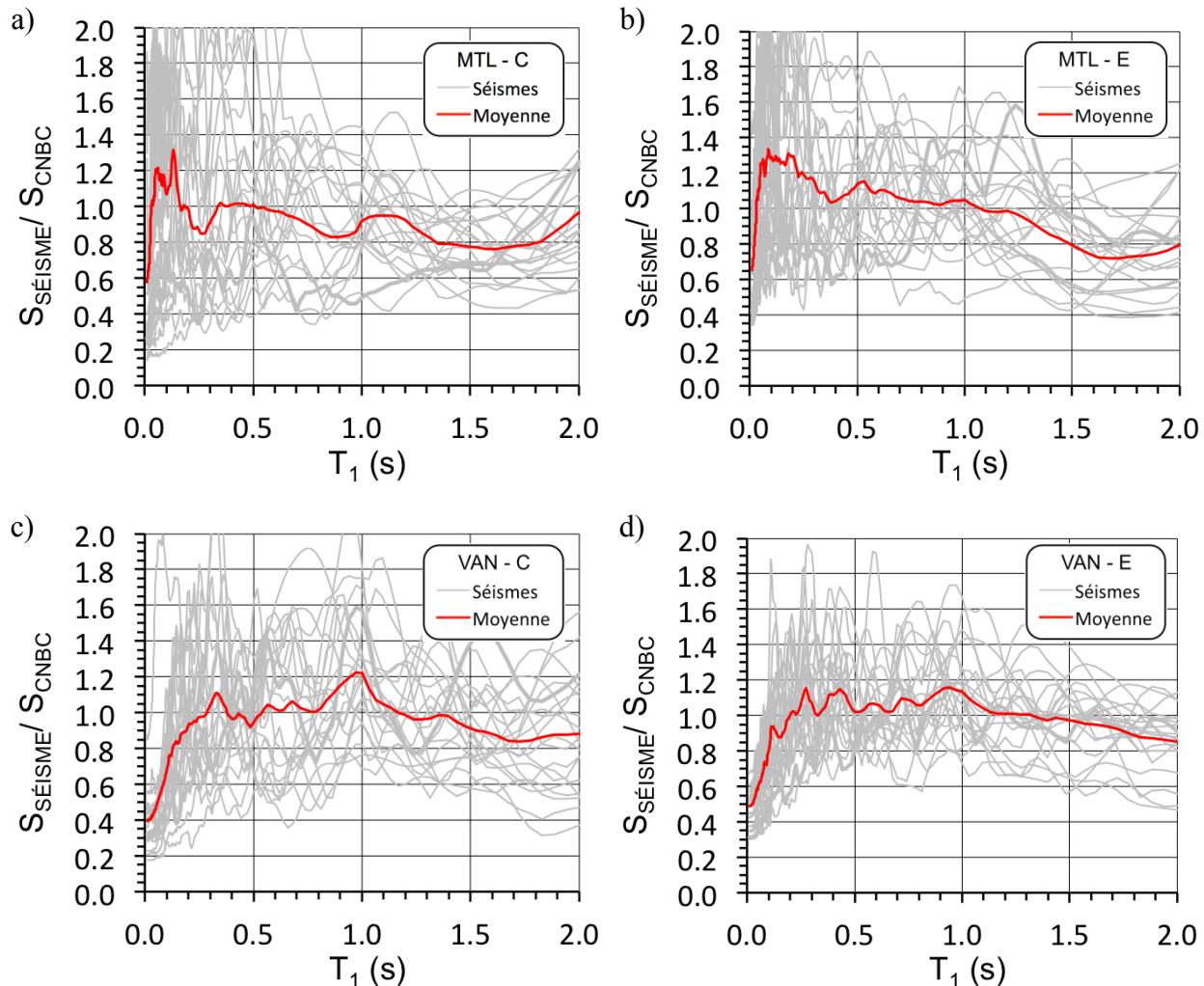


Figure 4.20 Rapports entre les spectres des séismes et le spectre de calcul du CNBC 2010 : a) Montréal – site catégorie C; b) Montréal – site catégorie E; c) Vancouver – site catégorie C; et d) Vancouver – site catégorie E

#### 4.4.3 Résultats des analyses temporelles non-linéaires (TNL)

Les analyses TNLs permettent d'évaluer si le comportement non-linéaire du bâtiment correspond aux hypothèses de départ. Pour ces analyses on utilise le modèle OpenSees avec les éléments non-linéaires qui ont été présentés à la section 4.2 comme contreventements. Ces éléments non-linéaires permettent de reproduire le comportement hystérotique des 3 types de contreventement considérés, soient 2 contreventements concentriques (CBFs) de Type CC ( $R_d = 1.5$ ) et de Type MD ( $R_d = 3.0$ ) et un contreventement excentrique ductile (EBF,  $R_d = 4.0$ ). Le diaphragme conserve un comportement linéaire, ce qui correspond au comportement assumé lors de la conception.

Comme les contreventements peuvent plastifier, on ne compare pas les déplacements des contreventements avec les déplacements de l'analyse statique. On calcule plutôt la ductilité,  $\mu = \Delta_B / \Delta_{B,y}$  qui est imposée aux contreventements. Dans le calcul de  $\mu$ ,  $\Delta_B$  est le déplacement horizontal maximum subi par le contreventement durant un enregistrement sismique et  $\Delta_{B,y}$  est le déplacement au point de plastification du système de contreventement, soit lorsque le cisaillement atteint  $V_y$  :  $\Delta_{B,y} = V_y / K_B$ .  $V_y$  est défini aux équations 4.2 et 4.9 pour les CBFs et les EBFs, respectivement. Selon le principe des déplacements égaux (*equal displacement principle*, Chopra), on anticipe que la ductilité  $\mu$  sera égale au facteur de ductilité  $R_d$  pour le SRFS choisi. On s'attend donc à ce que la valeur de  $\mu$  dans les analyses TNL s'approche de  $R_d$ . On compare aussi les déplacements totaux à la valeur qui est prescrite par le CNBC 2010, soit la valeur du déplacement de l'analyse spectrale multipliée par  $R_d R_o$ .

La déformation en plan du diaphragme est comparée à la déformation que subit le diaphragme lorsque soumis à une charge uniformément distribuée égale à  $V_u / L$ , où  $V_u$  est la résistance ultime des contreventements. Pour les CBFs, on a posé  $V_u$  égal à 1.25  $V_y$ , tel que défini lors de la calibration des paramètres du matériau « *hysteretic* » à la section 4.3.2. Pour les contreventements EBFs, on pose  $V_u = 1.3 V_y$ , ce qui correspond au niveau d'écrouissage qui est anticipé et pris en considération dans la norme CSA S16-09 pour le calcul de la résistance probable des segments ductiles. Ce niveau d'écrouissage est aussi cohérent avec les paramètres d'écrouissage spécifié pour le matériau *Steel02* utilisé dans les analyses, paramètres qui avaient été établis à partir de résultats d'essais cycliques sur liens ductiles. De la même façon, le cisaillement  $Q_{END}$  est comparé à  $V_u / 2$ . Le cisaillement du diaphragme  $Q_{L/4}$  est comparé  $V_u / 4$ .

représentant une distribution linéaire du cisaillement. Le moment de flexion est aussi comparé au moment produit par la charge uniforme  $V_u/L$  ( $= V_u L/8$ )

Un amortissement de Rayleigh de 4% pour le 1<sup>er</sup> mode seulement a été choisi en se basant sur les résultats obtenus par Tremblay et al. (2000).

#### 4.4.3.1 Résultats pour les CBFs de construction conventionnelle (Type CC, $R_d = 1.5$ )

Dans cette section, on examine les résultats des analyses pour les contreventements de construction conventionnelle ( $R_d = 1.5$ ). Le comportement typique d'un contreventement de construction conventionnelle est représenté à la figure 4.21 par le cas 8, soit  $T_1 = 1.0s$ ;  $\Delta_D/\Delta_B = 1.0$ ,  $V_y = 1.56V_f = 515$  kN (258 kN/CBF) L'enregistrement choisi fait partie de l'ensemble des séismes représentant un site de catégorie C à Vancouver :

# NGA :	975	Azimuth :	170°
Nom :	Northridge-01 (1994)	PGA :	0.09 g
Magnitude :	6.7	PGV :	4.9 m/s
Station :	Glendora – N Oakbank	$V_s$ :	446 m/s
Facteur d'ajustement :			5.539

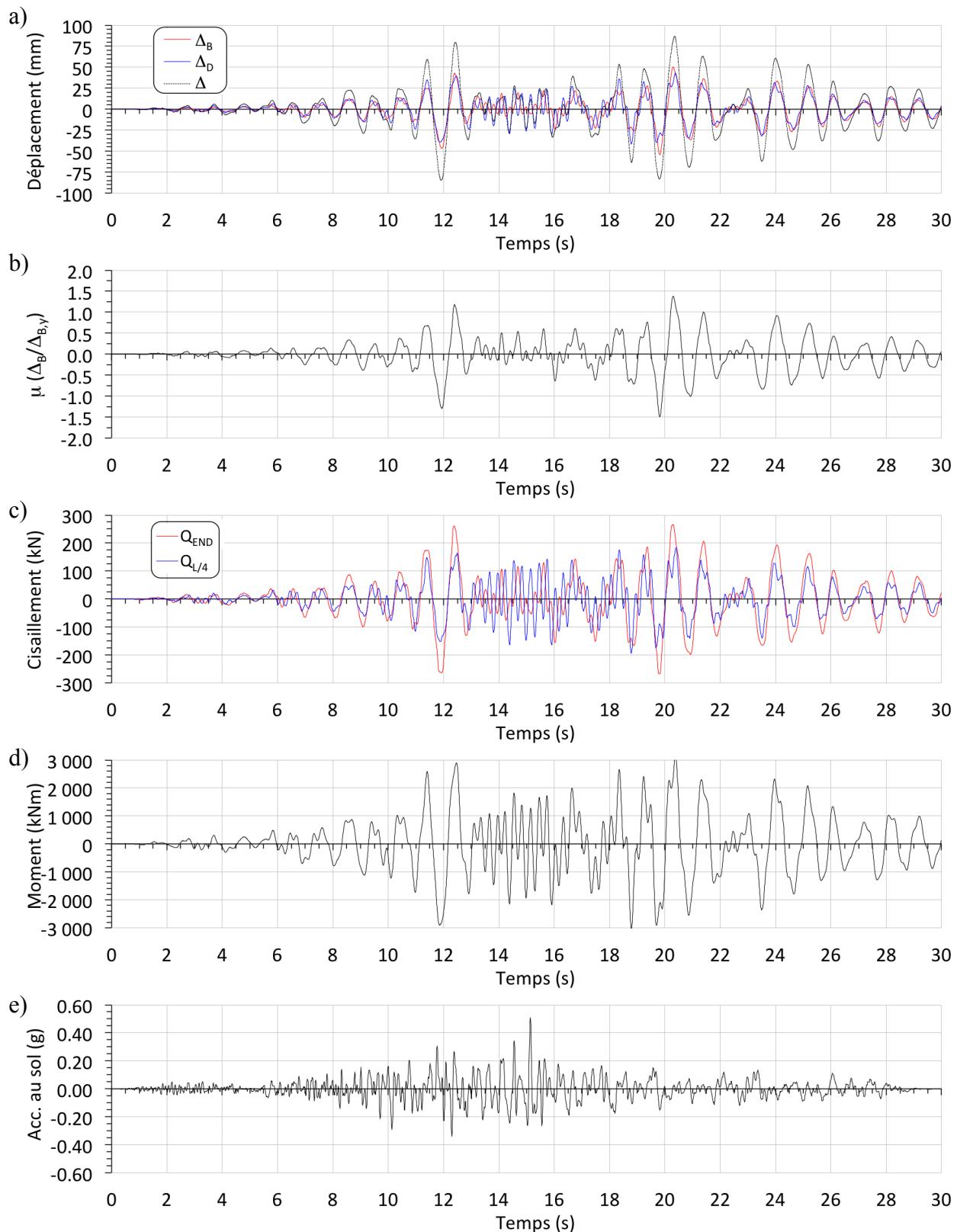


Figure 4.21 Historiques du cas #8 avec un CBF Type CC pour le séisme NGA 975 : a) Déplacements; b) Ductilité; c) Cisaillement; d) Moment de flexion; et e) Accélération au sol

La figure 4.21a montre que les déplacements des contreventements et du diaphragme s'additionnent bien pour obtenir le déplacement total. Dans ce cas (#8) particulier, on remarque que les déplacements des contreventements et du diaphragme sont comparables, ce qui correspond bien à la valeur de  $\Delta_D/\Delta_B = 1.0$ , pour cette structure. Sauf dans l'intervalle 13-18 s, les trois déplacements sont généralement en phase et varient de façon harmonique à une période s'approchant de la période  $T_1$ . On note cependant que les déformations du diaphragme sont affectées par les modes supérieurs de vibration. Dans l'intervalle 13-18 s, qui suit une première partie plastification des contreventements et qui correspond aux mouvements forts du sol, les déplacements sont plus faibles et se produisent de façon plus erratique et à une fréquence plus élevée. Les valeurs de ductilité de la figure 4.21b montrent que la première plastification des CBFs a lieu à 12 s et que la ductilité atteint une valeur maximale de 1.5, soit la valeur de conception, à 20 s. La courbe d'hystérésis de la figure 4.22 montre bien la légère plastification du CBF.

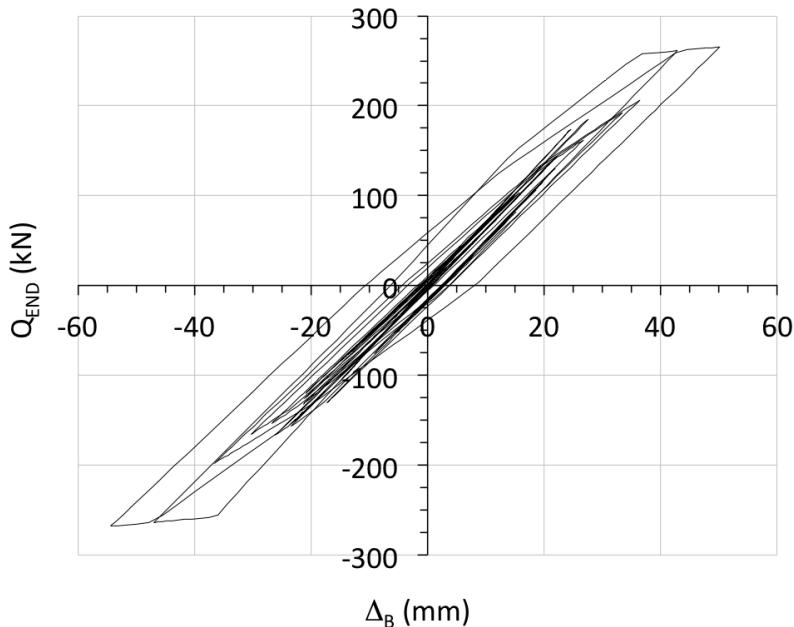


Figure 4.22 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un CBF Type CC ( $R_d = 1.5$ ) sous le séisme NGA

On peut voir à la figure 4.21c que le cisaillement dans le diaphragme ( $Q_{L/4}$ ) dépasse le cisaillement dans les contreventements ( $Q_{END}$ ) à la suite de la première plastification (à 12s)

jusqu'à environ 18 s. On note aussi que le cisaillement  $Q_{L/4}$  varie à une fréquence plus élevée que le cisaillement  $Q_{END}$ . Cependant, durant la période 12-18 s, les valeurs de  $Q_{L/4}$  ne sont pas les valeurs maximales observées. La figure 4.23 montre la distribution du cisaillement pour l'ensemble de séismes pour un sol de catégorie C à Vancouver. On remarque que le cisaillement dans le diaphragme excède la valeur prédictive par une distribution linéaire. Ce résultat est cohérent avec les observations faites lors des essais en laboratoire par Franquet (2009) et Massarelli (2010). On voit que pour certains séismes le cisaillement dans le diaphragme dépasse le cisaillement maximum atteint dans les CBFs.

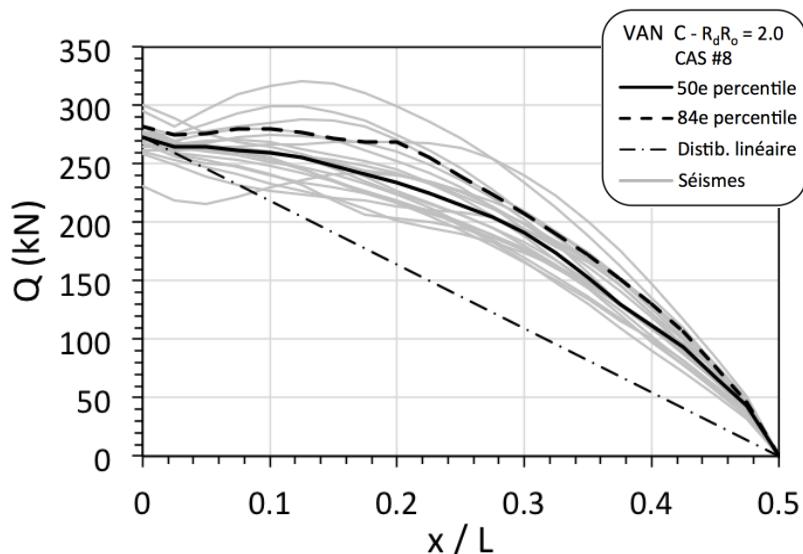


Figure 4.23 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un CBF Type CC ( $R_d=1.5$ ), cas #8 pour un site de catégorie C à Vancouver

Le moment de flexion à mi portée du diaphragme à la figure 4.21d suit la même tendance que le cisaillement au quart de la portée du diaphragme ( $Q_{L/4}$ ).

Les valeurs médianes des résultats de toutes les analyses TNL pour les CBFs de construction conventionnelle ( $R_d = 1.5$ ) sont présentées aux figures 4.24 à 4.27.

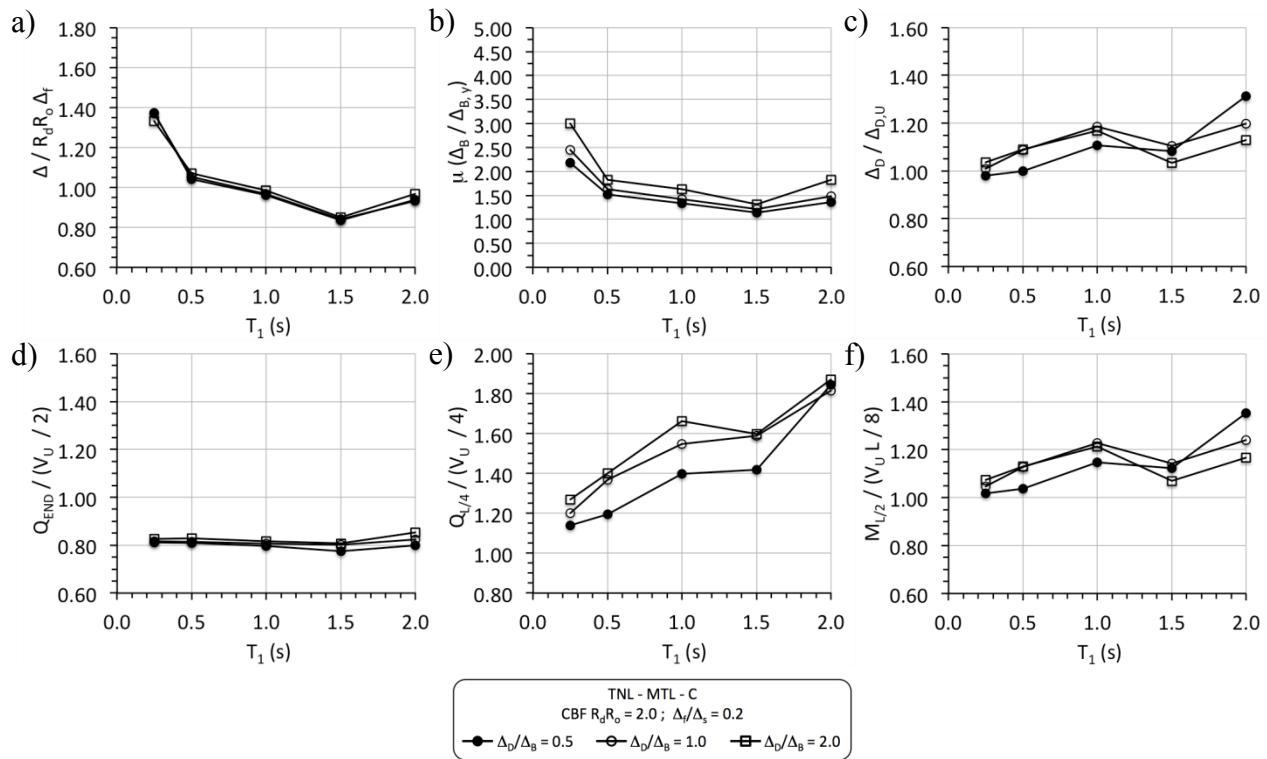


Figure 4.24 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie C à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

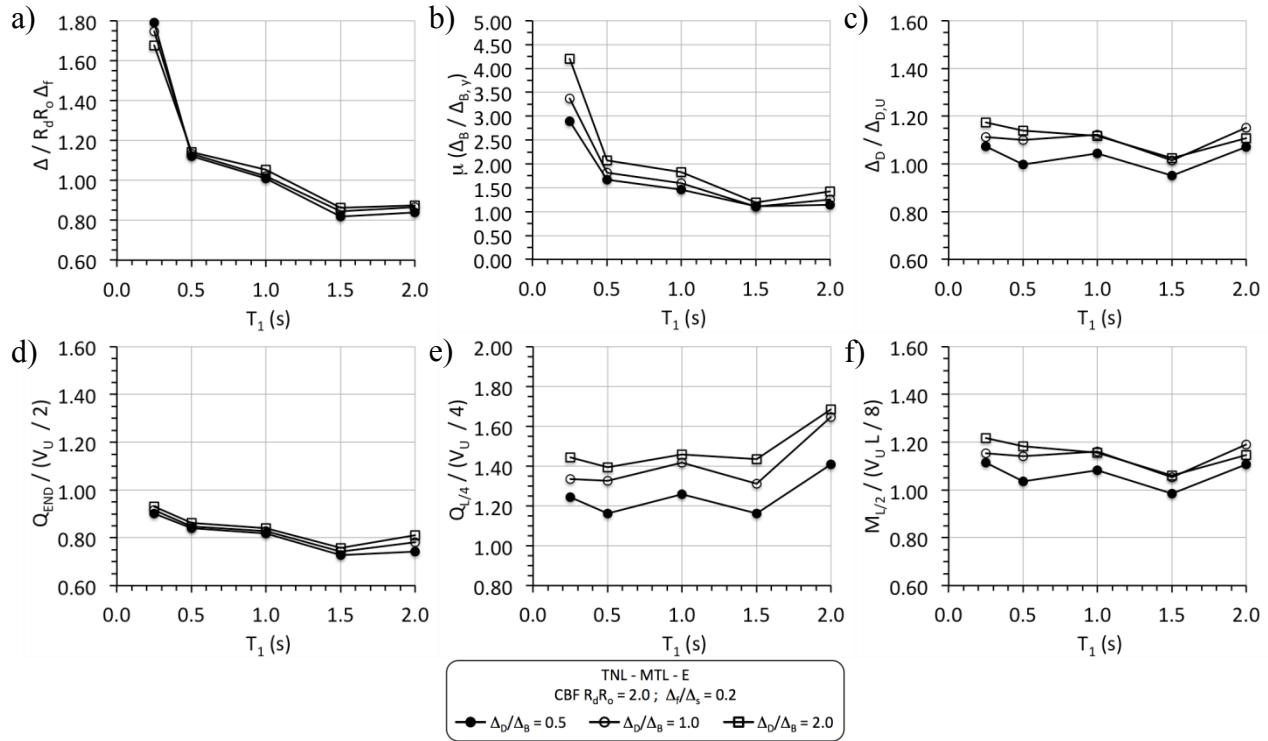


Figure 4.25 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie E à Montréal : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

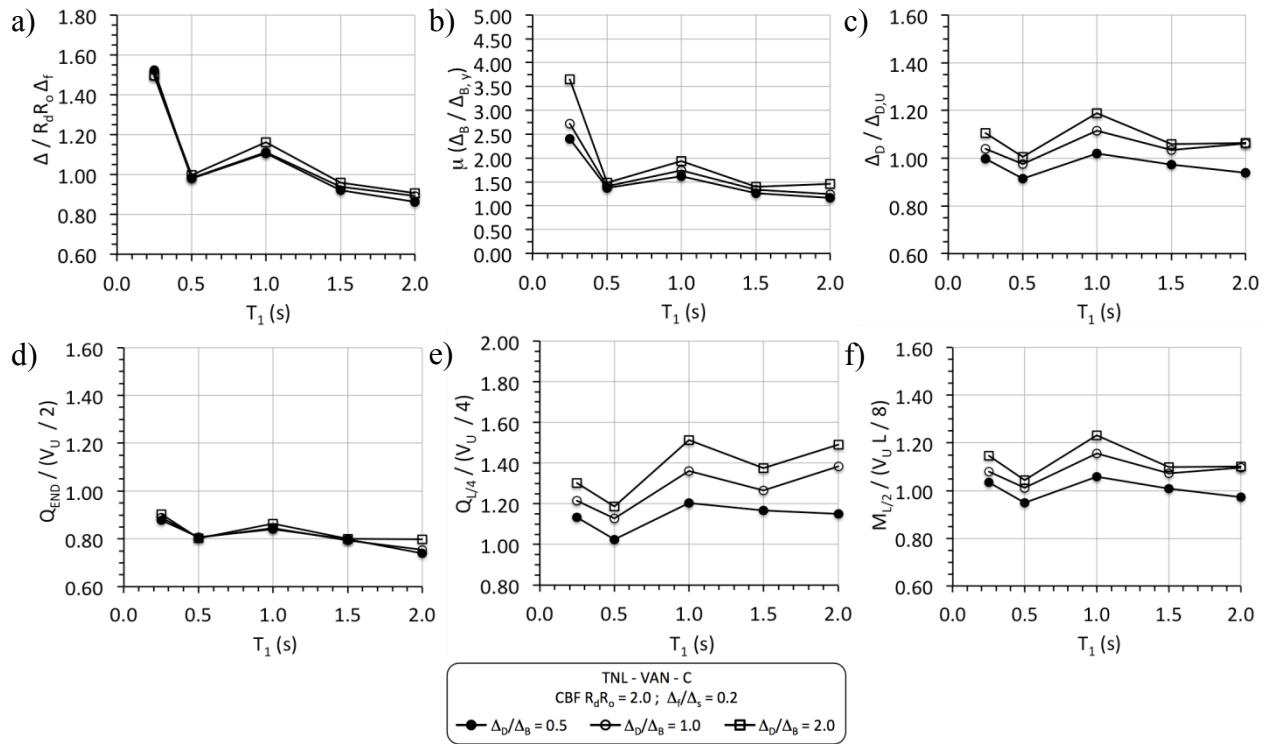


Figure 4.26 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie C à Vancouver : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

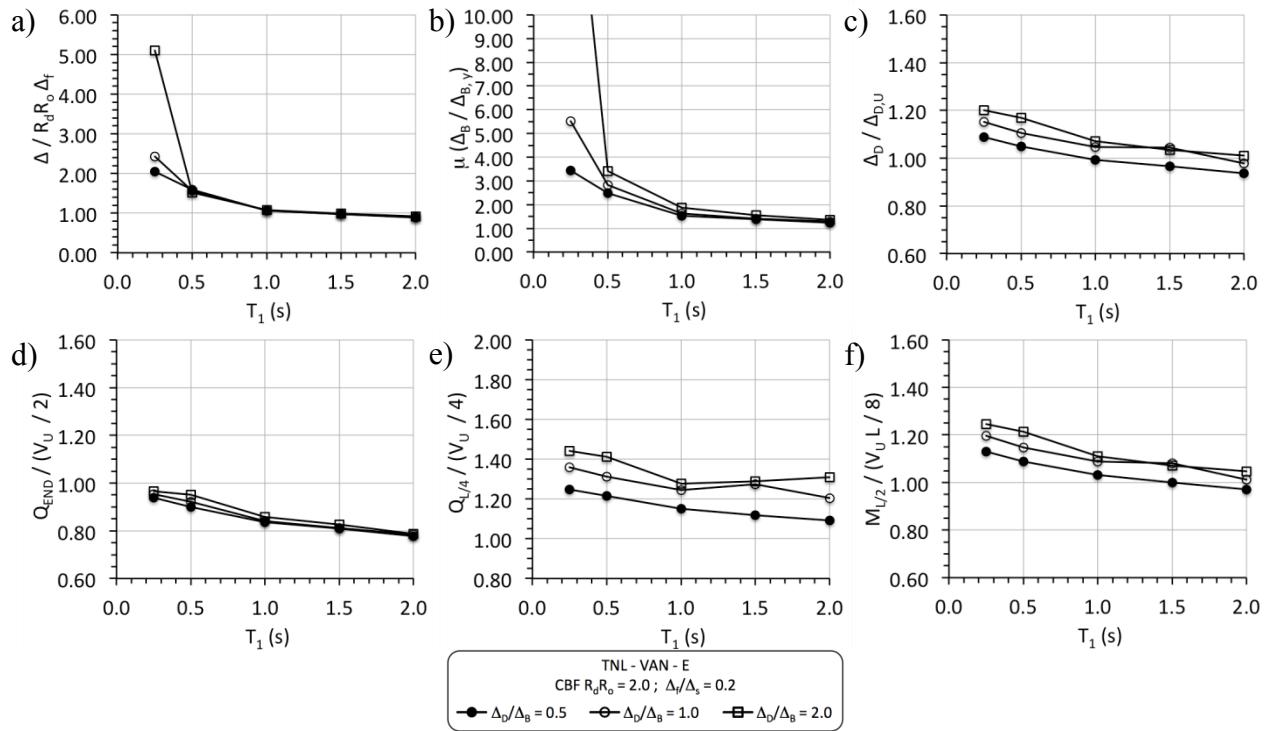


Figure 4.27 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type CC sur un site de catégorie E à Vancouver : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

On remarque que l'écart entre le spectre des séismes et le spectre de calcul observé dans les analyses TL est toujours visible pour tous les emplacements. Par exemple, le pic à  $T_1 = 1.0$  s pour un sol de catégorie C à Vancouver sur la figure 4.26 correspond à celui observé à la figure 4.18.

Sur les figures 4.24a à 4.27a, on présente le rapport entre les déplacements des analyses TNL et les déplacements calculés selon le CNBC. Les valeurs, étant près de 1.0 dans la majorité des cas, montrent que l'approximation proposée dans le CNBC est généralement satisfaisante, peu importe la flexibilité du diaphragme. La méthode semble ne plus être valable lorsque  $T_1$  est inférieur à 0.5 s. Il s'agit des structures pour lesquelles la limite supérieure gouvernait la charge sismique de conception  $V_f$  de l'équation 4.1, comme montré au tableau 4.4. Pour ces structures, le déplacement médian pouvant être entre 1.35 et 5.0 fois plus élevé que prédit. Les sous-

estimations étant plus importantes à Vancouver et, pour les deux sites, pour les structures construites sur un sol de catégorie E.

On observe aux figures 4.24b à 4.27b que, pour toutes les périodes, à l'exception des très courtes périodes ( $T_1 = 0.25$  s) et de  $T_1 = 0.5$  s pour le site de catégorie E à Vancouver, la ductilité se situe entre 1.0 et 2.0, peu importe la flexibilité du diaphragme, soit près de la valeur de  $R_d = 1.5$  pour ces CBFs. La méthode de conception donne donc une évaluation réaliste de la ductilité pour la majorité des systèmes peu ductiles. Les contreventements des structures avec des diaphragmes plus flexibles ont une ductilité légèrement plus élevée que ceux des bâtiments avec des diaphragmes rigides.

Le rapport de la déformation latérale du diaphragme ( $\Delta_D$ ) de l'analyse TNL et d'une charge distribuée égale à  $V_u/L$  ( $\Delta_{D,U}$ ) est entre 1.0 et 1.2 sur les figures 4.24c à 4.27c. Des valeurs plus élevées sont atteintes pour les diaphragmes plus flexibles.

La ductilité dépasse toujours 1.0 dans le cas des CBFs Type CC. Le cisaillement  $Q_{END}$  devrait donc toujours être légèrement supérieur à  $V_y$  ( $0.8V_u$ ). Les figures 4.24d à 4.27d valident cette hypothèse.

Sur les figures 4.24d à 4.27d, on compare les valeurs de  $Q_{L/4}$  des analyses TNL aux valeurs obtenues sous une charge statique uniforme  $V_u/L$ , en supposant une variation linéaire sur la mi portée du diaphragme. Les rapports sont considérablement élevés certains atteignant même 180% pour les périodes plus longues. Tout comme les analyses spectrales, l'amplification de  $Q_{L/4}$  est plus importante pour les diaphragmes plus flexibles et les périodes plus longues.

La figure 4.28a montre la variation de  $Q_{L/4}$  en fonction de la période  $T_1$  pour le cas  $\Delta_D/\Delta_B = 1.0$  pour tous les lieux et catégories de sol. L'emplacement a un impact sur  $Q_{L/4}$  sans toutefois qu'il y ait de tendance claire. Pour le sol de catégorie E à Montréal, le cisaillement augmente avec la période  $T_1$ . Comme pour l'analyse spectrale, la figure 4.28b montre le rapport de  $Q_{L/4}$  en fonction du rapport des accélérations spectrales du 3<sup>e</sup> et du 1<sup>er</sup> mode du spectre de calcul. Comme c'était le cas sur la figure 4.14b pour les analyses spectrales, on remarque une tendance ascendante très nette du rapport  $Q_{L/4}/(V_u/4)$  lorsque le rapport  $S(T_3)/S(T_1)$  augmente. L'amplification est plus importante pour les diaphragmes plus flexibles.

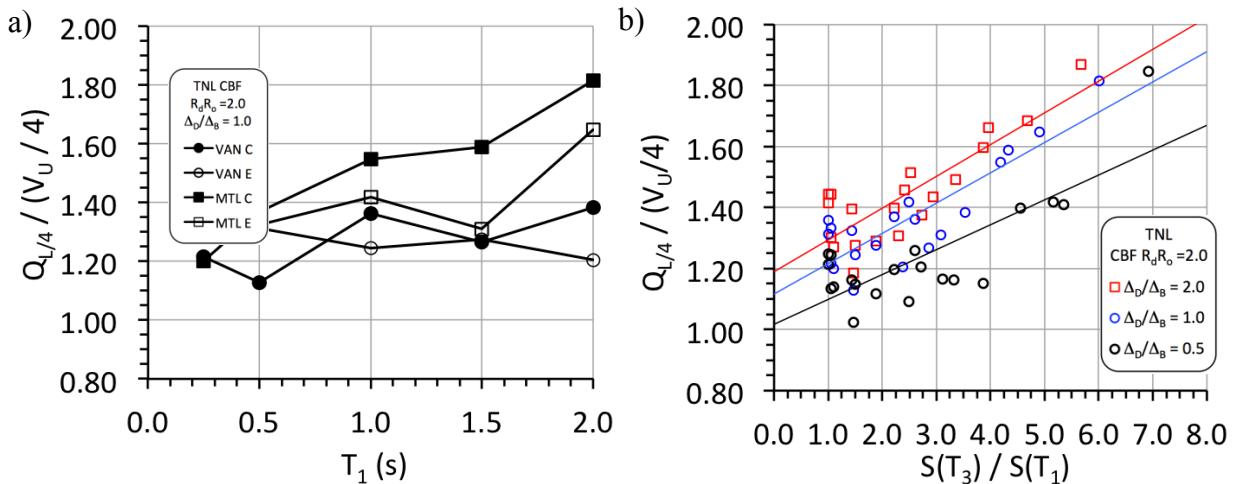


Figure 4.28 Variation du rapport  $Q_{L/4} / (V_u/4)$  pour un CBF de Type CC ( $R_d = 1.5$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$ ; b) en fonction de  $S(T_3) / S(T_1)$

Les figures 4.24f à 4.27f montrent qu'il y a également une augmentation du moment de flexion à mi portée ( $M_{L/2}$ ). Le moment au centre est au maximum 25% plus élevé que le moment calculé selon une analyse statique sous une charge distribuée égale à  $V_u/L$ . La figure 4.29 montre le rapport de  $M_{L/2}$  entre l'analyse TNL et l'ultime pour les différents emplacements. À la figure 4.29a, les rapports de  $M_{L/2}$  varient très peu selon l'emplacement ou la période  $T_1$ . À la figure 4.29b, le moment  $M_{L/2}$  est beaucoup moins sensible au rapport des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$  que ne l'était  $Q_{L/4}$  à la figure 4.23. La figure permet de voir que l'amplification du moment est plus importante pour les diaphragmes plus flexibles.

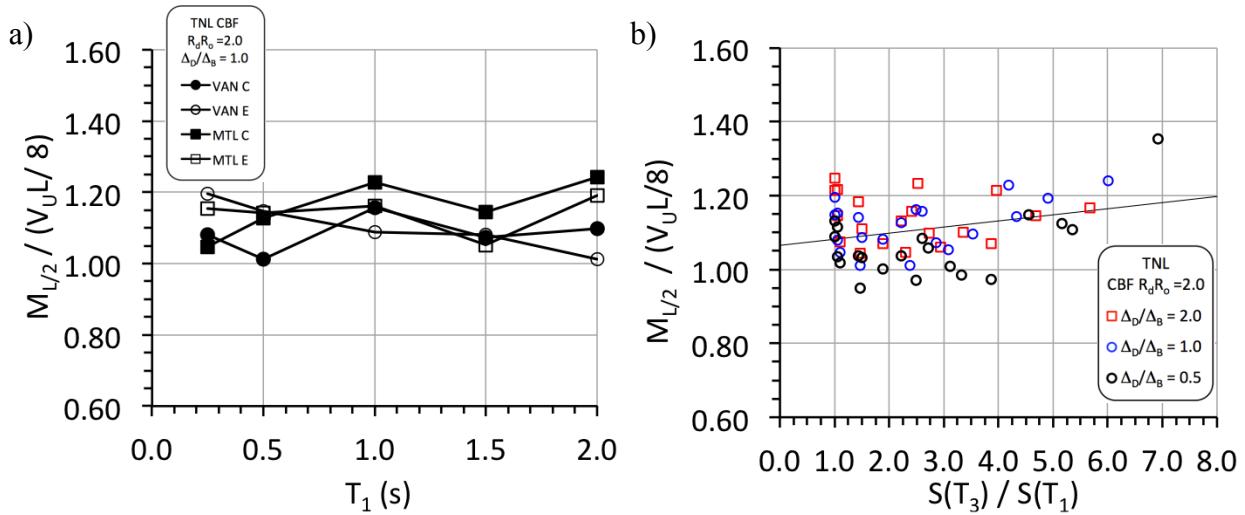


Figure 4.29 Variation du rapport  $M_{L/2} / (V_u L/8)$  pour un CBF de Type CC ( $R_d = 1.5$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$  b) en fonction de  $S(T_3) / S(T_1)$

#### 4.4.3.2 Résultats pour les CBFs à ductilité modérée (Type MD, $R_d = 3.0$ )

Dans cette section, on examine les résultats des analyses pour les contreventements de Type MD ( $R_d = 3.0$ ). Le comportement typique d'un contreventement à ductilité modérée est représenté à la figure 4.30 pour le même cas que la section précédente, soit le cas #8. Pour ce système, la valeur de  $V_f$  est égale à 165 kN. Donc  $V_y = 1.56V_f = 257$  kN (129 kN/CBF). L'enregistrement choisi est le même que dans la section précédente et fait partie de l'ensemble des séismes représentant un site de catégorie C à Vancouver.

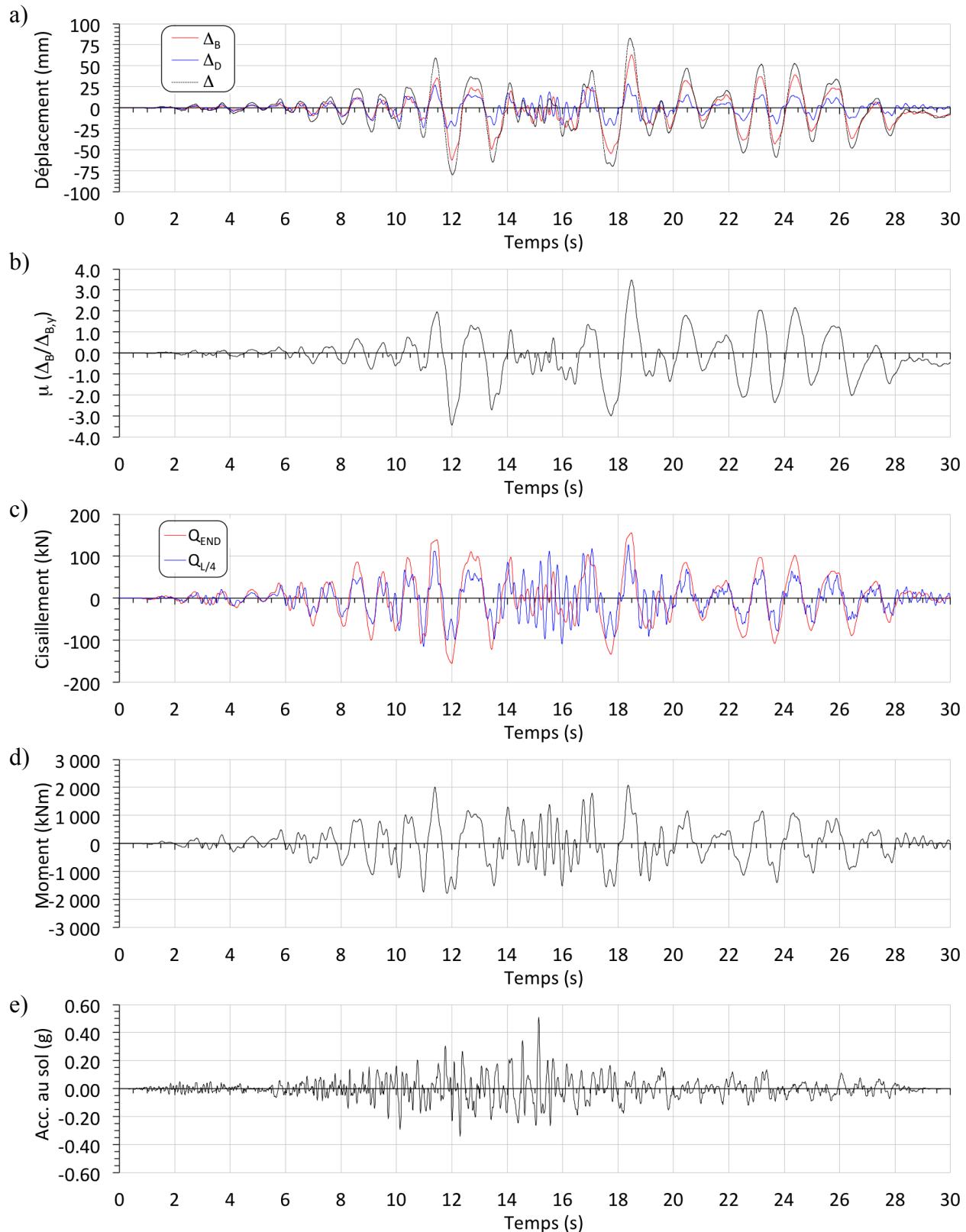


Figure 4.30 Historiques du cas #8 avec un CBF Type MD pour le séisme NGA 975 : a) Déplacements; b) Ductilité; c) Cisaillement; d) Moment de flexion; et e) Accélération au sol

Sur la figure 4.30a, les déplacements suivent une tendance généralement similaire à ceux du CBF de Type CC. Puisque le paramètre  $\Delta_D/\Delta_B$  est égal 1.0 pour la structure étudiée, les déplacements des contreventements et du diaphragme sont pratiquement. Cependant, cette égalité est observée seulement jusqu'à la plastification des contreventements vers 12 s. Par la suite, le déplacement des contreventements est beaucoup plus élevé que celui du diaphragme.

Les valeurs de ductilité de la figure 4.30b montrent que la première plastification des CBFs de type MD a lieu vers 12 s, comme pour les CBFs de type CC. La ductilité maximale est égale à 3.5, ce qui est légèrement supérieur à la valeur de conception de 3.0. La courbe d'hystérésis de la figure 4.31 montre la plastification prononcée du CBF, de même que le pincement de l'hystérésis.

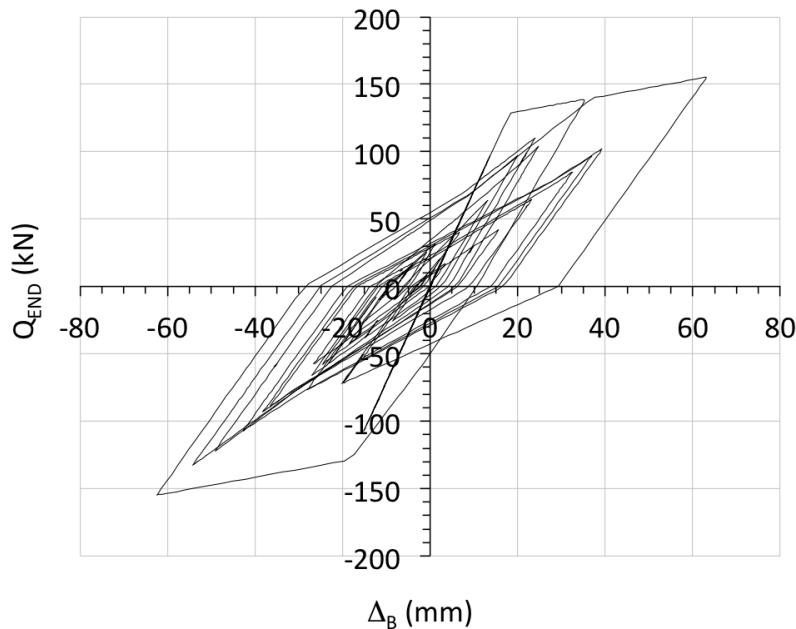


Figure 4.31 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un CBF Type MD ( $R_d = 3.0$ ) sous le séisme NGA

975

On peut voir à la figure 4.30c que le cisaillement dans le diaphragme ( $Q_{L/4}$ ) ne dépasse jamais le cisaillement maximal dans les contreventements ( $Q_{END}$ ). Dans l'intervalle 14-18 s, à la suite de la première plastification dans les contreventements, le cisaillement dans le diaphragme dépasse  $Q_{END}$  et la variation de  $Q_{L/4}$  est encore cette fois à une fréquence plus élevée que  $Q_{END}$  ou  $\Delta$ . Cependant, comme c'était aussi le cas pour le CBF de Type CC, les valeurs de  $Q_{L/4}$  ne sont

pas les valeurs maximales dans cet intervalle de temps pour le cas particulier de cet enregistrement. La figure 4.32 montre la distribution du cisaillement pour le cas #8 avec un CBF Type MD pour l'ensemble de séismes pour un sol de catégorie C à Vancouver. Pour plusieurs séismes, le cisaillement dans le diaphragme dépasse le cisaillement  $V_u$  des CBFs.

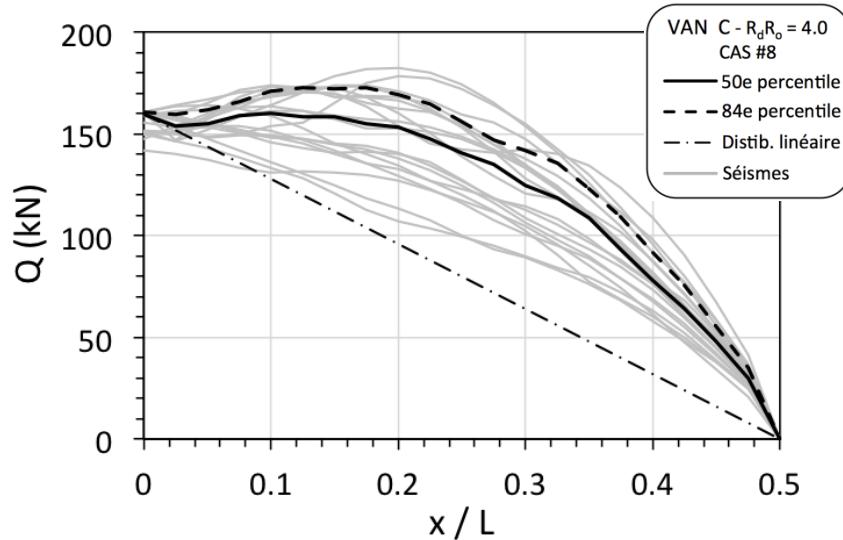


Figure 4.32 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un CBF Type MD ( $R_d=3.0$ ) sur un sol de catégorie C à Vancouver (cas #8)

Le moment de flexion à mi portée du diaphragme à la figure 4.30d suit la même tendance que le cisaillement au quart de la portée du diaphragme ( $Q_{L/4}$ ).

Les résultats (valeurs médianes) de toutes les analyses TNL pour les CBFs à ductilité modérée ( $R_d = 3.0$ ) sont présentés aux figures 4.33 à 4.36.

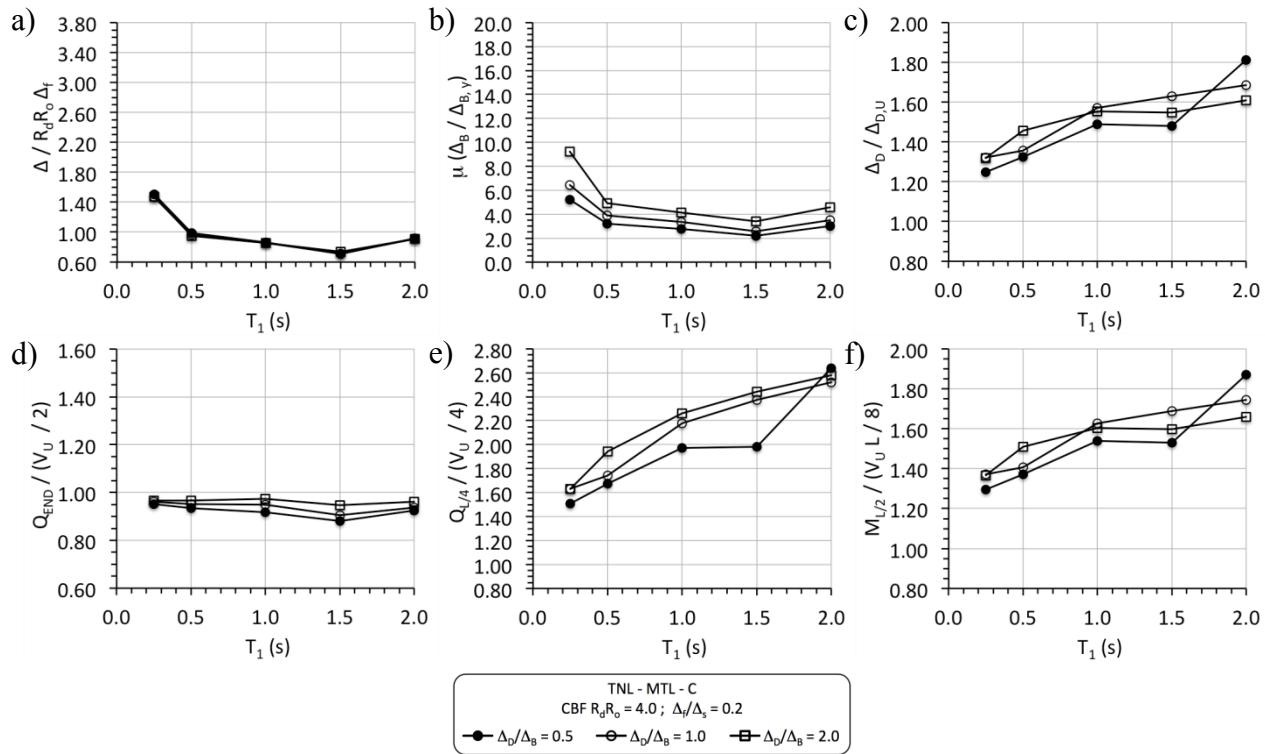


Figure 4.33 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie C à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

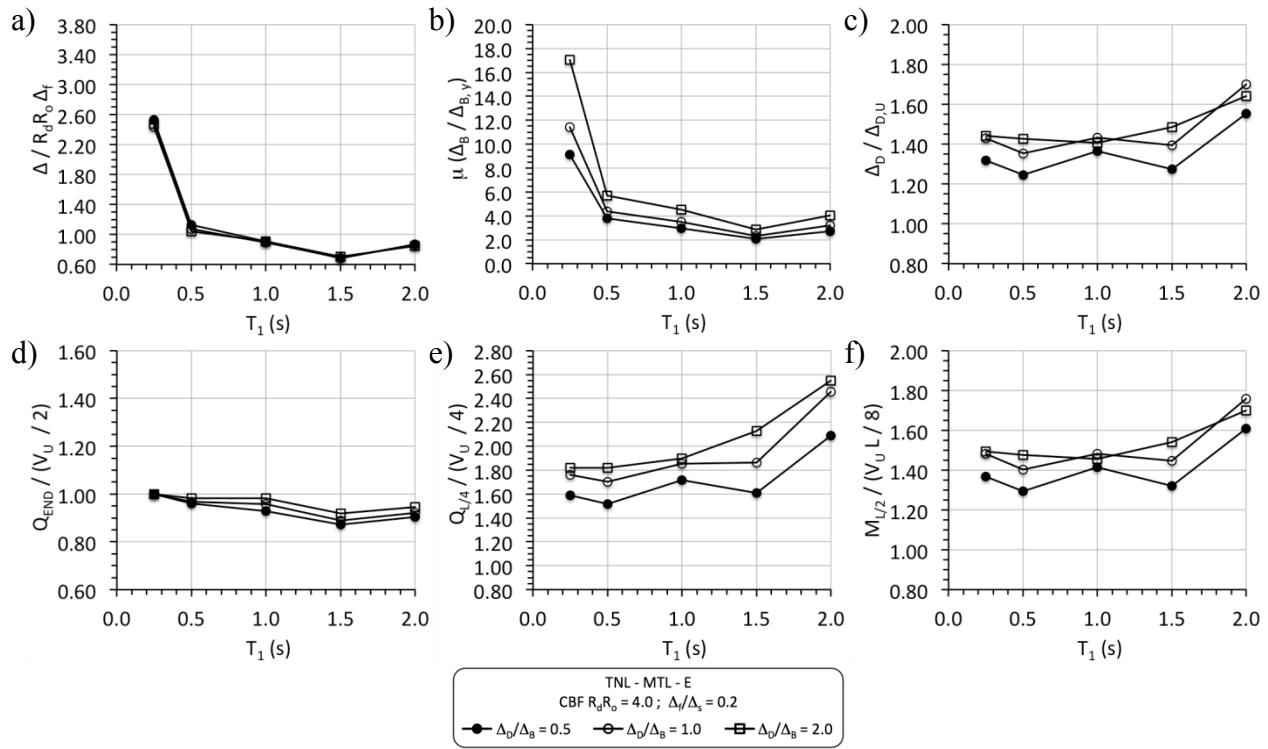


Figure 4.34 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie E à Montréal : a) Déplacement total à L/2; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

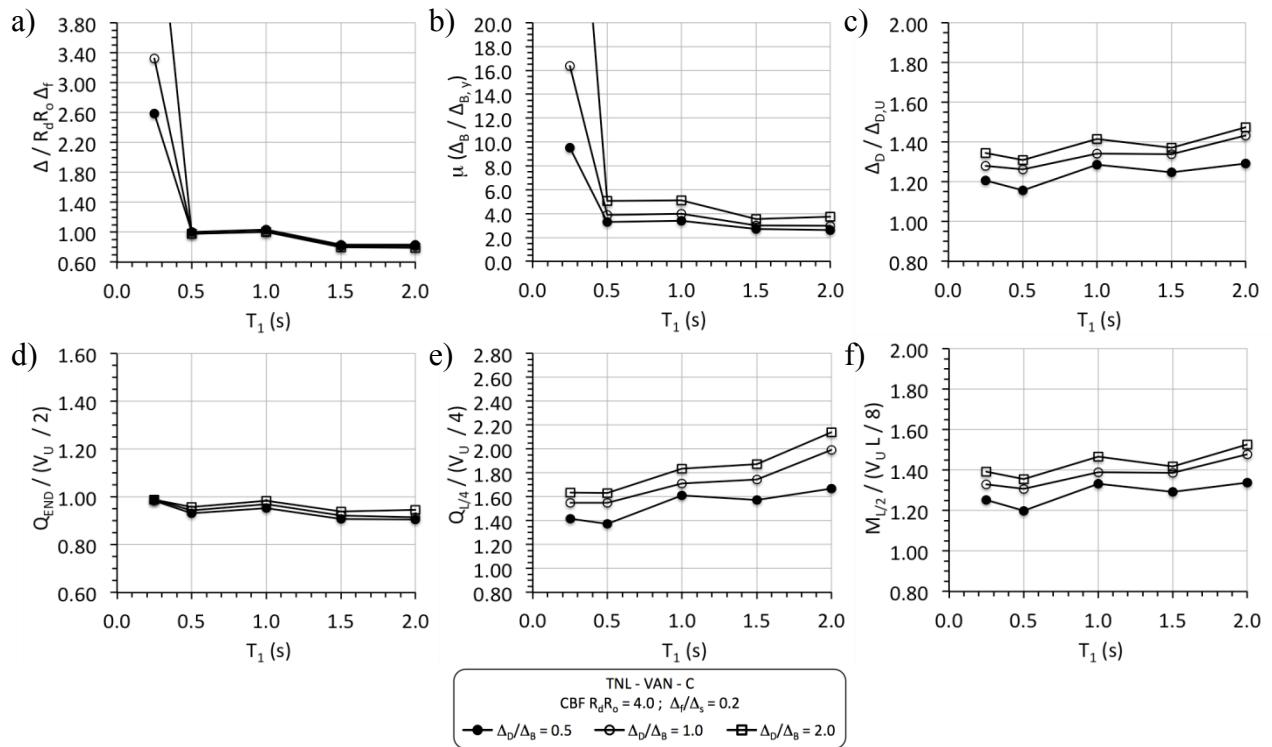


Figure 4.35 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie C à Vancouver : a) Déplacement total à L/2; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

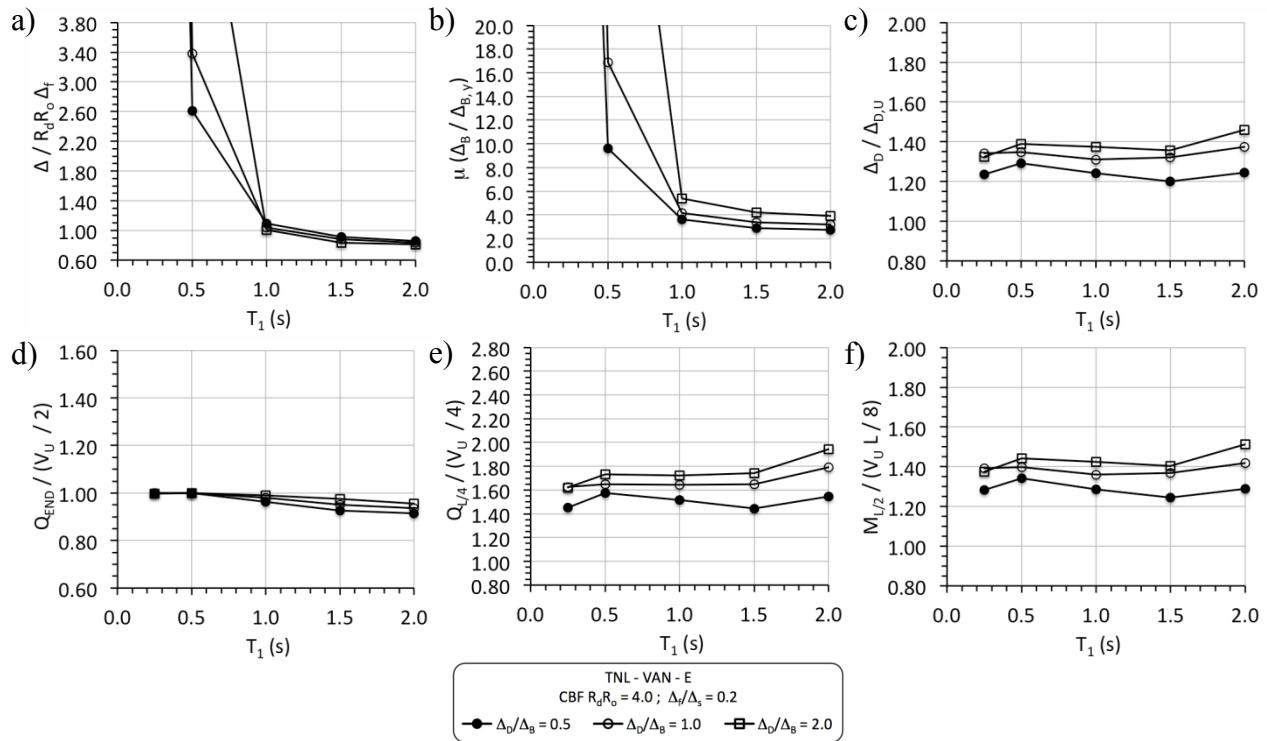


Figure 4.36 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un CBF Type MD sur un site de catégorie E à Vancouver : a) Déplacement total à L/2; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à L/2; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à L/4 ; et f) Moment de flexion à L/2

Aux figures 4.33a à 4.36a, le rapport entre le déplacement latéral total à mi portée ( $\Delta$ ) et l'approximation des déplacements du CNBC montre que la méthode est satisfaisante lorsque la période  $T_1$  est supérieure ou égale à 0.5 s, à l'exception du site de catégorie E à Vancouver où la méthode du CNBC ne fonctionne pas non plus pour une période  $T_1 = 0.5$  s. (figure 4.36a). Comme pour les CBF de Type CC, l'erreur pour les bâtiments de courtes périodes est plus grande pour un sol de catégorie E et pour le site de Vancouver. Elle est par contre plus grande que pour les CBFs de Type CC et, pour Vancouver, augmente pour les diaphragmes plus flexibles. La ductilité imposée aux contreventements, illustrée aux figures 4.33b à 4.36b, est très élevée pour les périodes très courtes. Tous les cas de ductilité élevée correspondent à ceux pour lesquels la limite supérieure pour le calcul de  $V_f$  contrôle. Sur la figure 4.36b, le graphique est tronqué puisque les valeurs pour  $T_1 = 0.25$  sont extrêmement élevées. La figure 4.37 permet de voir toutes les valeurs de ductilité pour le sol de catégorie E à Vancouver.

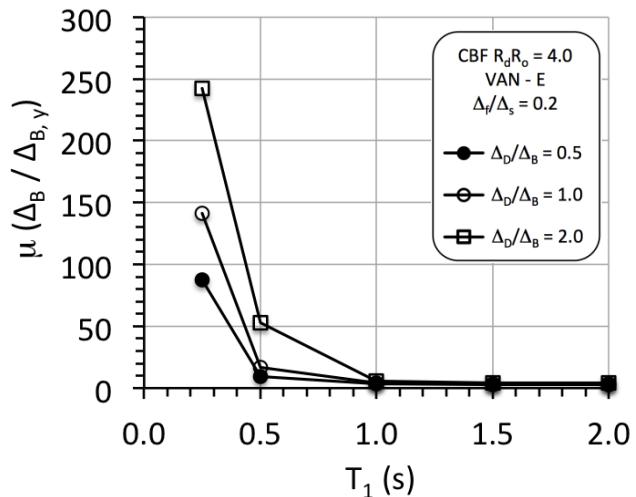


Figure 4.37 Demande en ductilité pour un CBF Type MD ( $R_d=3.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver

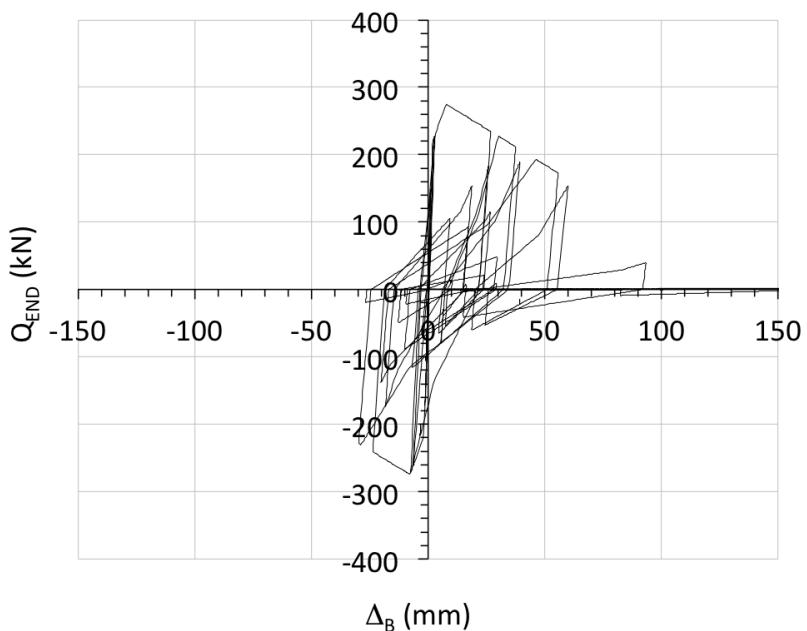


Figure 4.38 Courbe d'hystérésis du cas #6 pour un CBF Type MD ( $R_d = 3.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver (Séisme : WNA no.223 M7.5e1-13X)

La figure 4.38 montre l'hystérésis pour le cas #6, soit  $T_1 = 0.25$  s et  $\Delta_D/\Delta_B = 1.0$ , pour un séisme représentant un sol de catégorie E à Vancouver, soit un des cas pour lesquels une ductilité

élevée a été observée. On remarque que la résistance du contreventement diminue grandement après que  $V_u$  a été atteint, ce qui a contribué aux grands déplacements qui ont été obtenus. Dans ce cas particulier, le déplacement latéral est tel que la résistance du contreventement a été réduite à zéro, signifiant la rupture du contreventement. Pour les cas où la période  $T_1$  est égale ou supérieure à 0.5 s, la ductilité varie entre 3.0 et 6.0, ce qui s'approche de la valeur de conception pour les CBF de Type MD ( $R_d = 3.0$ ), mais demeure toujours supérieure à  $R_d$ . Les valeurs les plus élevées sont associées aux structures avec diaphragmes plus flexibles.

Sur les figures 4.33c à 4.36c, le ratio des déformations du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_{D,U}$  varie entre 1.18 et 1.8, ce qui est plus élevé que pour les structures avec un CBF Type CC (figures 4.24c à 4.27c). Cependant, comme pour les CBF de type CC, le rapport est plus élevé pour les structures avec diaphragmes plus flexibles. Pour les structures localisées à Montréal, les déformations du diaphragme de l'analyse TNL sont relativement plus importantes lorsque la période  $T_1$  est plus longue, une tendance qui est beaucoup moins marquée pour les bâtiments situés à Vancouver.

Sur les figures 4.33d à 4.36d, on note que l'effort de cisaillement dans les contreventements  $Q_{END}$  atteint  $V_u/2$  pour les structures soumises à des ductilités élevées. On remarque que pour les périodes  $T_1$  supérieures à 0.25 s, le ratio s'approche de 1.0, sans toutefois l'atteindre.

Les résultats pour le rapport  $Q_{L/4}/(V_u/4)$  (figure 4.33d à 4.36d) et le rapport  $M_{L/2}/(V_u L/8)$  (figure 4.33e à 4.36e) sont plus élevés, mais suivent la même tendance que pour le système moins ductile (CBF de Type CC). Les figures 4.39 et 4.40 comparent les rapports des efforts  $Q_{L/4}$  et  $M_{L/2}$  pour les différents emplacements étudiés. On observe aux figures 4.39a et 4.40a que l'amplification des efforts  $Q_{L/4}$  et  $M_{L/2}$  dépend de l'emplacement du bâtiment, l'amplification étant généralement plus importante pour les deux sites à Montréal. Pour ces CBFs de type MD, l'amplification est généralement plus importante pour une période  $T_1$  plus longue, ce qui était moins perceptible pour les CBFs de Type CC. Sur les figures 4.39b et 4.40b on note une forte corrélation entre l'amplification des efforts et le rapport des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$ . Dans le cas de  $Q_{L/4}$ , on distingue aussi 3 droites dont la pente est fonction de la flexibilité du diaphragme  $\Delta_D/\Delta_B$ . Pour l'effort  $M_{L/2}$ , l'influence du ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  est moins marquée et une seule droite permet de reproduire la tendance obtenue pour les trois rigidités de diaphragme. La variation de  $M_{L/2}$  avec ce rapport est nettement plus importante que pour les CBFs de Type CC.

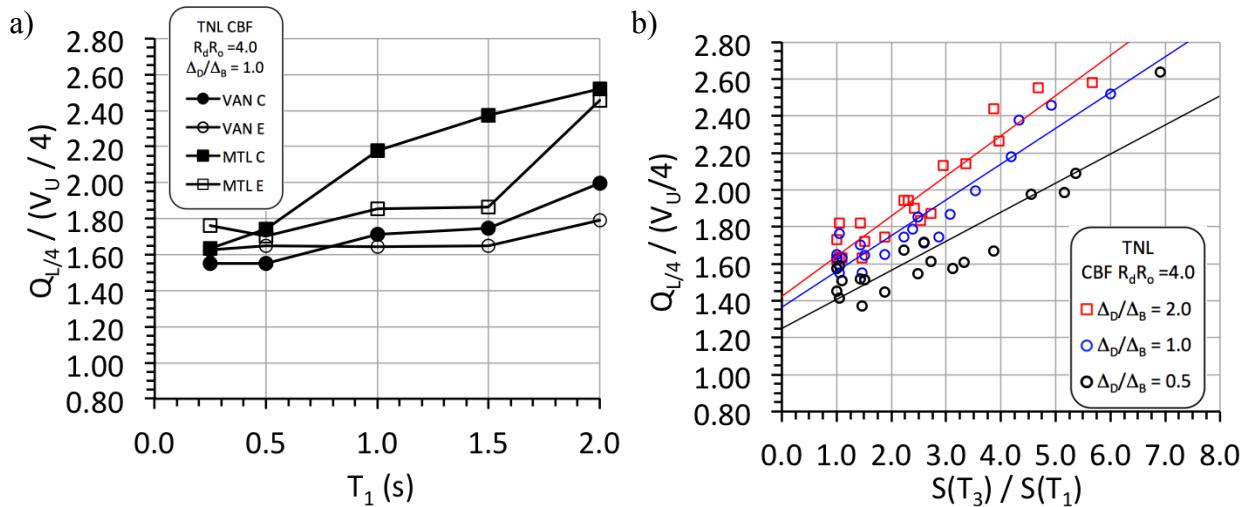


Figure 4.39 Variation du rapport  $Q_{L/4} / (V_u/4)$  pour un CBF de Type MD ( $R_d = 3.0$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$  b) en fonction de  $S(T_3)/S(T_1)$

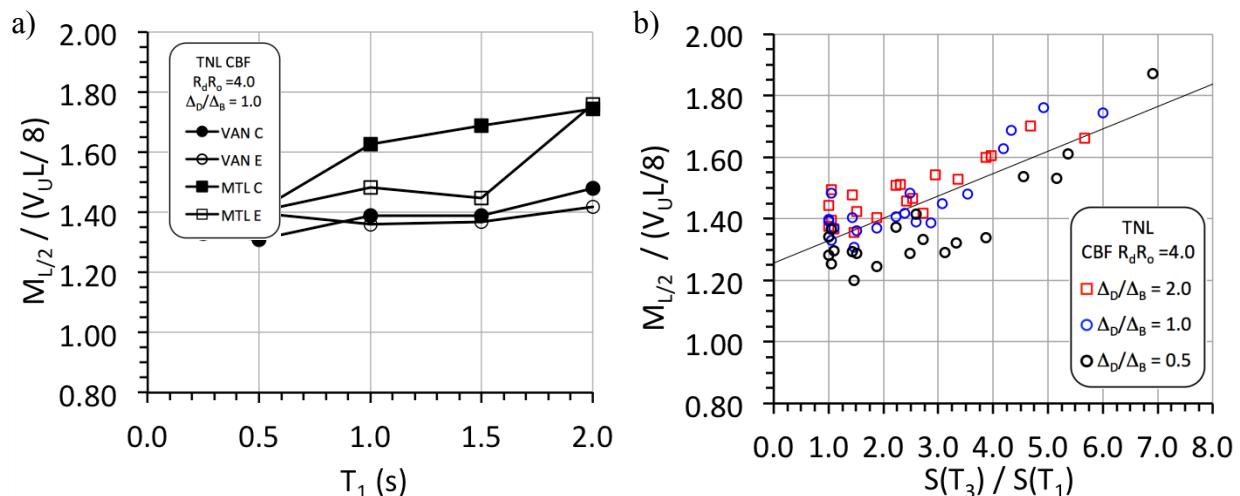


Figure 4.40 Variation du rapport  $M_{L/2} / (V_u L/8)$  pour un CBF de Type MD ( $R_d = 3.0$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$  b) en fonction de  $S(T_3)/S(T_1)$

#### 4.4.3.3 Résultats pour les EBFs (Type D, $R_d = 4$ )

Le comportement typique d'un contreventement excentrique est représenté à la figure 4.41 pour le même cas que dans les sections précédentes, soit le cas 8. Pour ce système, la valeur de  $V_f$  est égale à 110 kN. Donc  $V_y = 1.3V_f = 143$  kN (72 kN/EBF). L'enregistrement choisi est le même que dans les sections précédentes et fait partie de l'ensemble des séismes représentant un site de catégorie C à Vancouver.

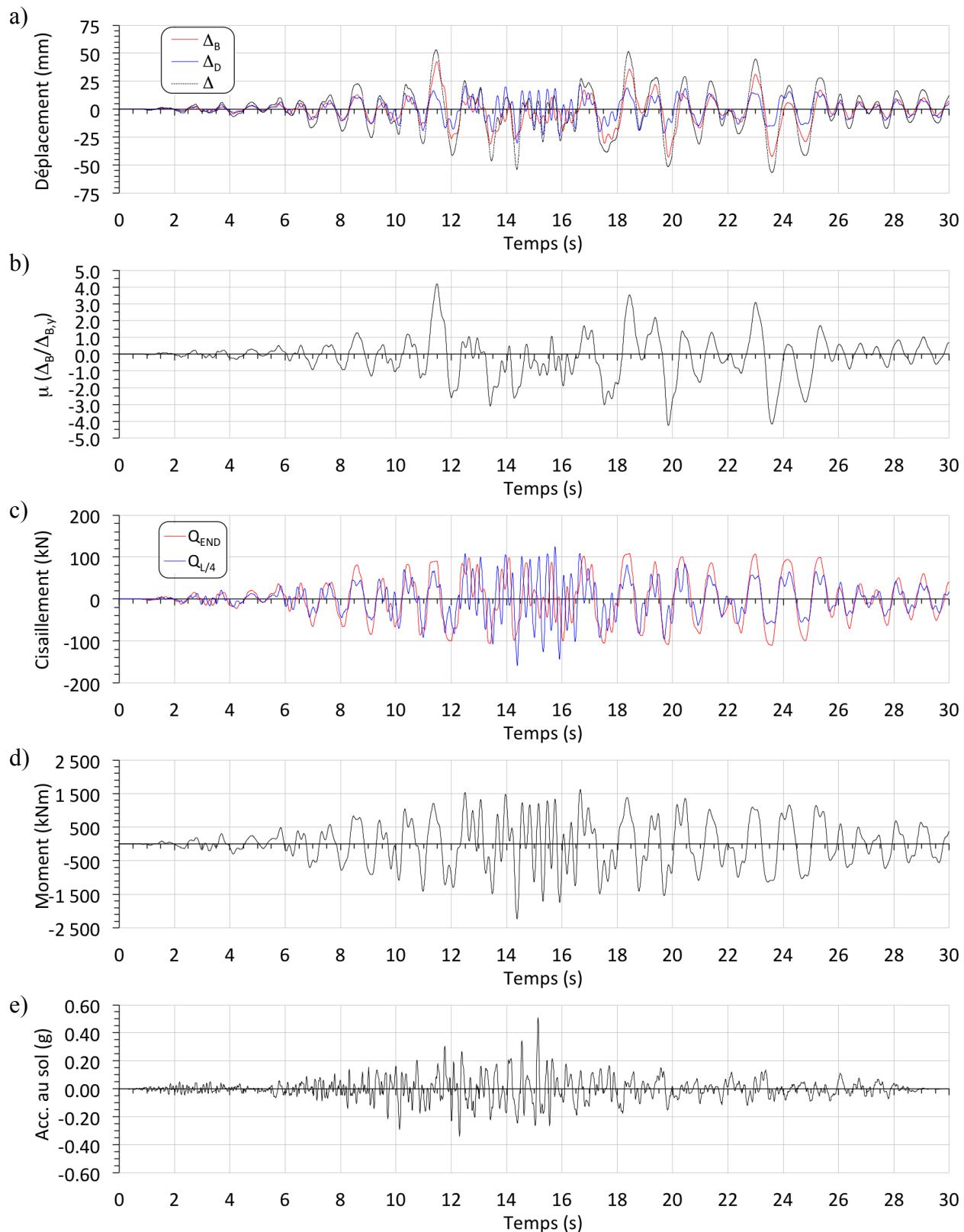


Figure 4.41 Historiques du cas #8 avec un EBF ( $R_d = 4.0$ ) pour le séisme NGA 975 : a) Déplacements; b) Ductilité; c) Cisaillement; d) Moment de flexion; et e) Accélération au sol

La figure 4.41a montre les déplacements du bâtiment. On observe que le déplacement des contreventements ( $\Delta_B$ ) surpassé largement le déplacement du diaphragme dans les cycles de grande amplitude, lorsqu'il y a plastification des contreventements ( $\mu > 1$  sur figure 4.41b). Sur cette figure, la ductilité maximum atteinte dépasse légèrement la valeur de conception de 4.0. Sur la figure 4.41c, on remarque que les pics du cisaillement  $Q_{END}$  sont tronqués lorsque le contreventement se plastifie, par exemple dans les cycles à 11.5 s et 18 s. L'hystérésis du contreventement à la figure 4.42 montre le comportement stable et sans pincement des EBFs. Pour cet exemple, la résistance maximum atteinte par le contreventement (110 kN) correspond à 1.54  $V_y$ , ce qui est légèrement supérieur à la valeur supposée pour  $V_u$  (1.3  $V_y$ ). Des valeurs plus élevées ont été observées pour des bâtiments à plus courte période, tel que discuté plus bas.

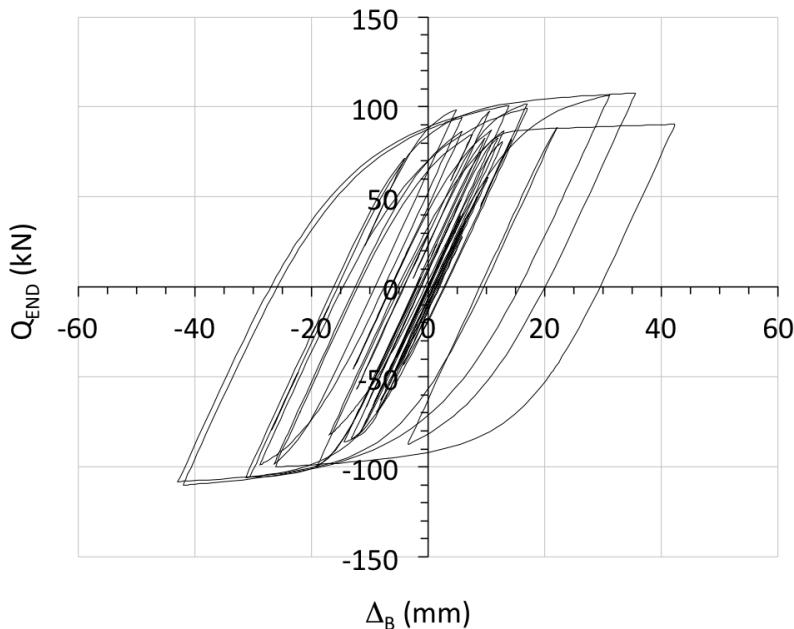


Figure 4.42 Courbe d'hystérésis du cas #8 avec un EBF ( $R_d = 4.0$ ) sous le séisme NGA 975

Sur la figure 4.41c, le cisaillement  $Q_{L/4}$  maximum dépasse la valeur maximale de  $Q_{END}$ . Pour le séisme considéré pour illustrer l'historique du comportement des différents systèmes, il s'agit du premier système pour lequel le cisaillement en portée du diaphragme est plus élevé que celui s'exerçant près des contreventements. Toutefois, on a vu que ce phénomène se produisait pour plusieurs autres séismes pour les systèmes CBF Types CC et MD. Sur la figure 4.43, on note cependant que pour le 50<sup>e</sup> percentile, le cisaillement en portée du diaphragme pour les EBFs

dépasse le cisaillement à l'appui, ce qui n'était pas le cas pour les CBFs. Le cisaillement  $Q_{L/4}$  s'éloigne aussi de façon plus marquée de la variation linéaire obtenue d'un calcul statique. Pour ce contreventement, le cisaillement  $Q_{END}$  médian est égal à 116 kN, soit 1.62  $V_y$  ou 1.25  $V_u$ .

À la figure 4.41d, le moment de flexion à mi portée présente la même variation que  $Q_{L/4}$ . L'ensemble des résultats médians des analyses TNL des EBFs pour les différents emplacements est présenté aux figures 4.44 à 4.47.

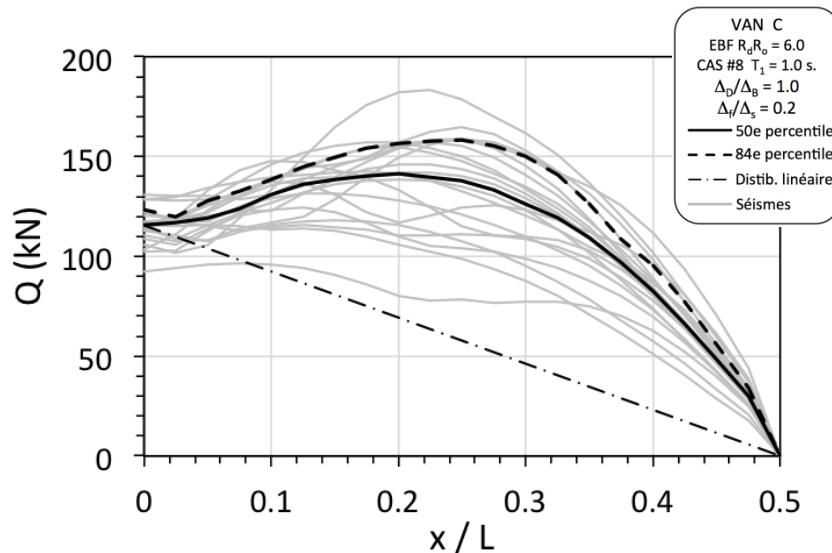


Figure 4.43 Distribution du cisaillement de l'analyse TNL pour un EBF Type D ( $R_d=4.0$ ), sur un sol de catégorie C à Vancouver (cas #8)

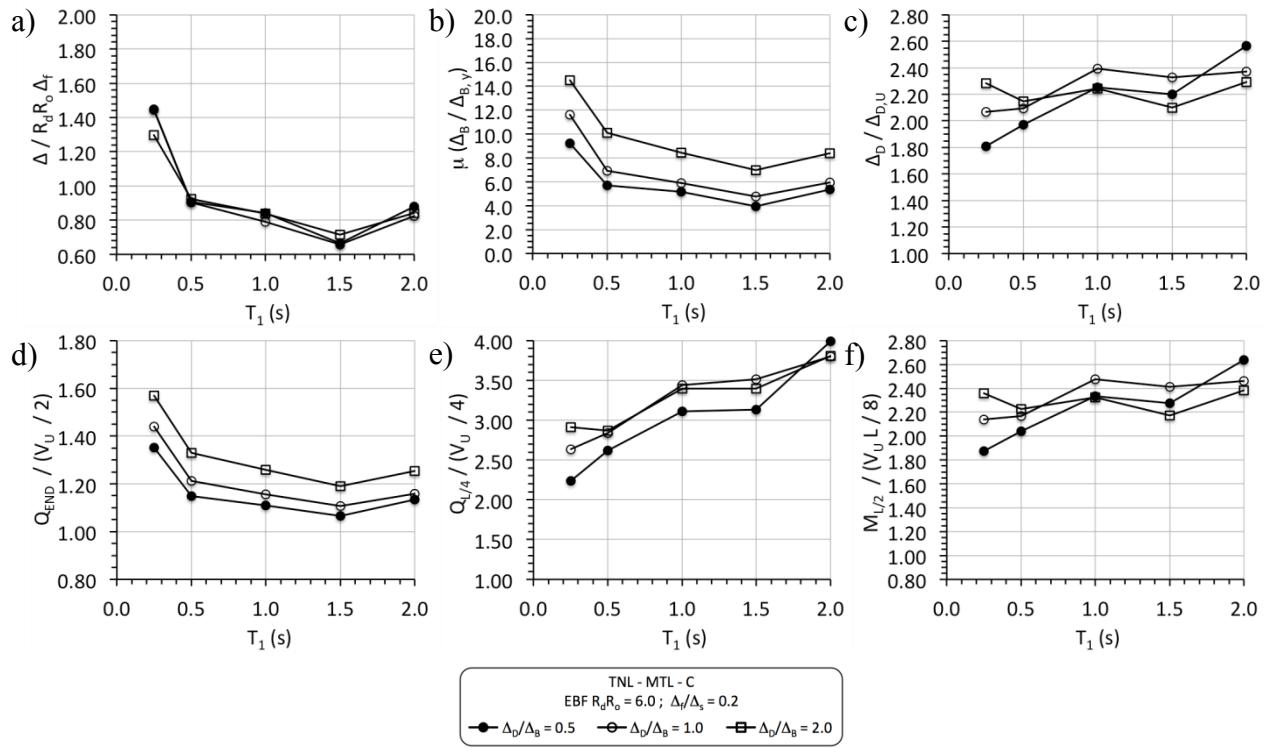


Figure 4.44 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie C à Montréal : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

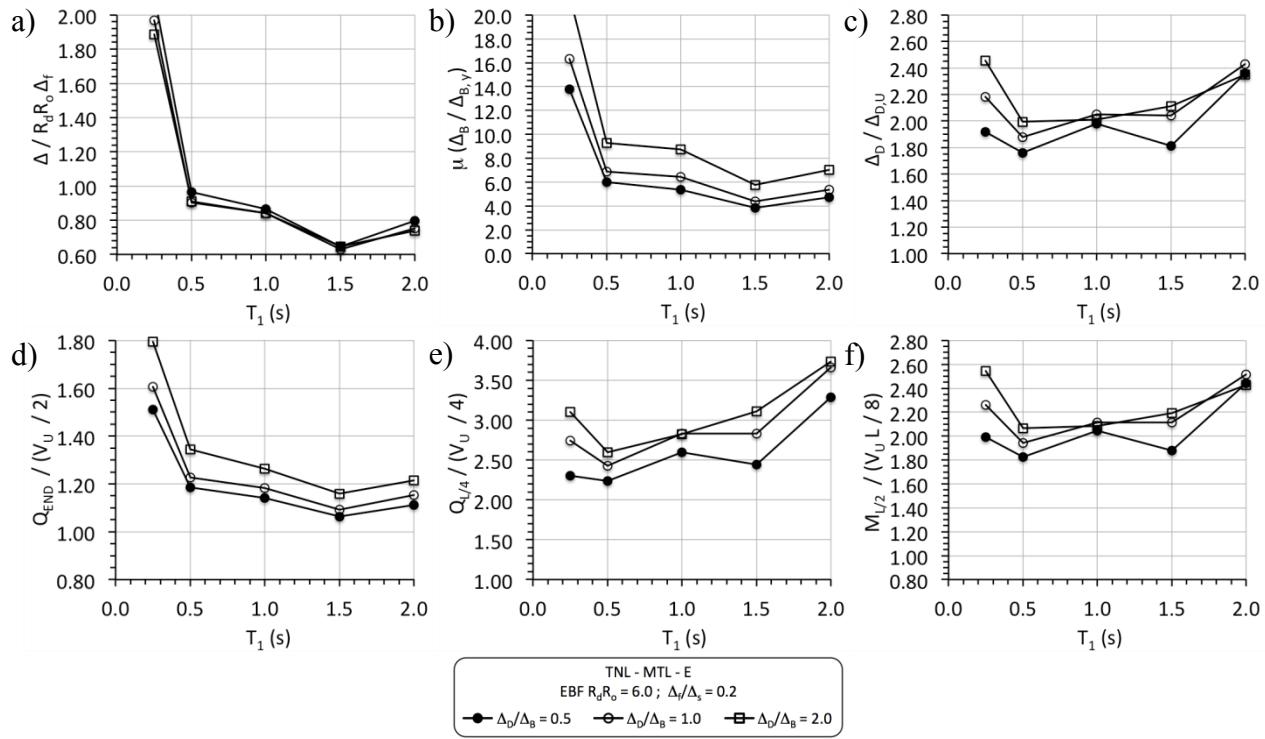


Figure 4.45 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie E à Montréal : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$  ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

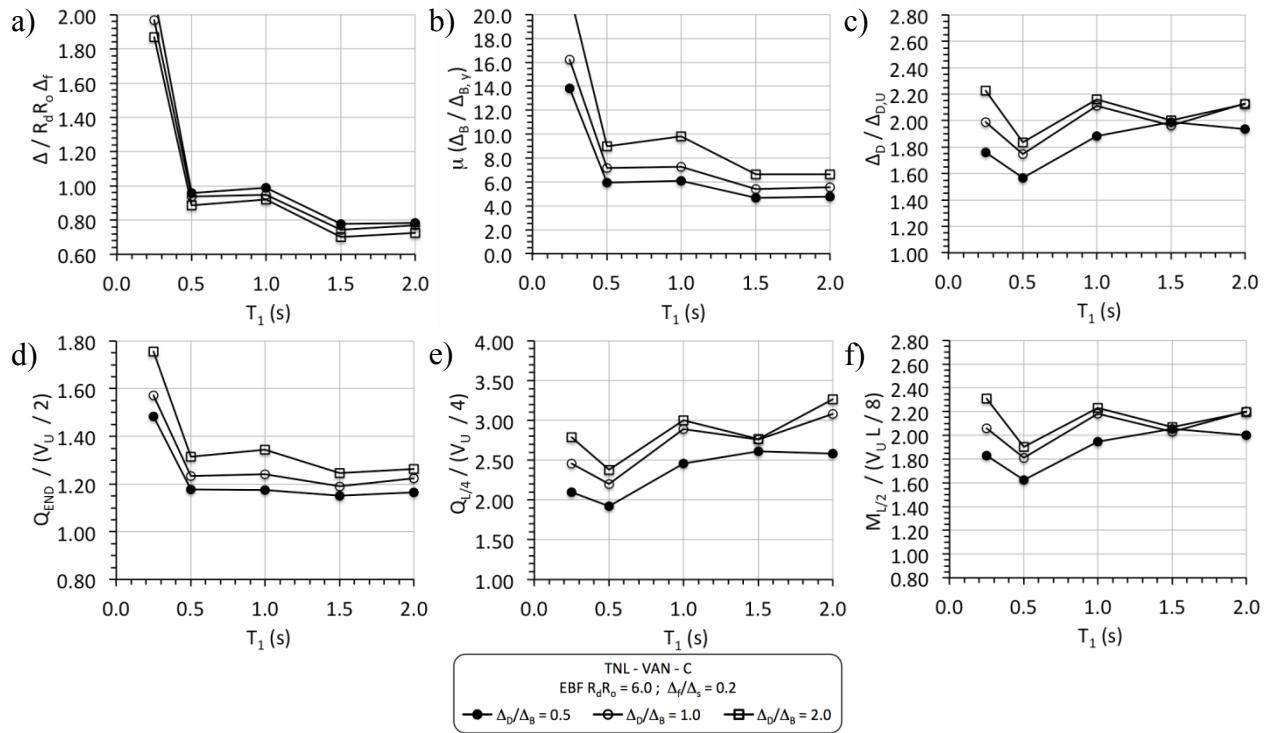


Figure 4.46 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie C à Vancouver : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$ ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

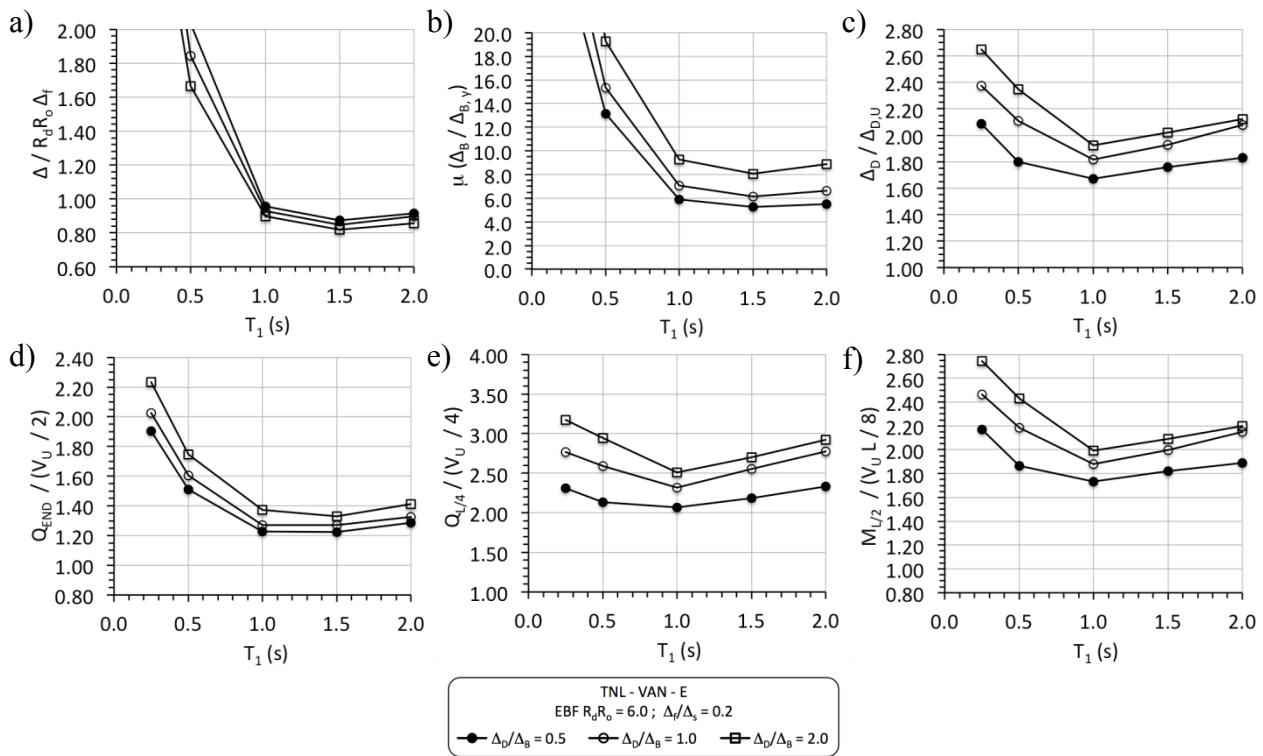


Figure 4.47 Résultats des déplacements et des efforts lors d'analyses TNL pour un EBF sur un site de catégorie E à Vancouver : a) Déplacement total à  $L/2$ ; b) Ductilité des contreventements; c) Déplacement du diaphragme à  $L/2$ ; d) Cisaillement aux contreventements; e) Cisaillement à  $L/4$  ; et f) Moment de flexion à  $L/2$

Comme pour les systèmes précédents, il est possible de voir aux figures 4.44a à 4.47a que la méthode du CNBC 2010 utilisée pour estimer le déplacement latéral total ( $\Delta$ ) est valide pour tous les bâtiments avec EBFs, sauf lorsque la période  $T_1$  est inférieure ou égale à 1.0 s pour un sol de catégorie E à Vancouver et 0.5 s pour les autres sites. Comme précédemment, ces cas correspondent à ceux pour lesquels  $V_f$  a été gouvernée par la limite supérieure. Les tendances sont les mêmes que pour les CBFs de Type MD sauf que la sous-estimation pour les structures à courte période est plus importante pour les bâtiments avec un diaphragme plus rigide.

On constate sur les figures 4.44b à 4.47b que la ductilité est toujours supérieure à 4.0, même pour les bâtiments avec diaphragmes plus rigides. On remarque également que la ductilité augmente avec la flexibilité du diaphragme. Le rapport des déformations à mi-portée du diaphragme aux figures 4.44c à 4.47c montre que la déformation du diaphragme des analyses TNL est de 1.6 à 2.6 fois plus élevée que celle obtenue d'une analyse statique sous une charge

uniforme  $V_u/L$ . Comme dans les cas précédents, l'amplification pour les bâtiments à Montréal est généralement plus importante lorsque la période  $T_1$  est plus longue. On note cependant que les déformations du diaphragme sont aussi plus importantes pour les structures à courte période, ce qui est probablement le fait d'une force horizontale trop importante sur le diaphragme résultant de la résistance atteinte par les contreventements. Tel que discuté plus bas, ces points ne sont probablement pas représentatifs de la réalité et ne devraient pas être considérés dans l'évaluation du comportement des structures EBFs.

Le cisaillement  $Q_{END}$  près des contreventements dépasse  $V_u$  dans tous les cas. Aux figures 4.44d à 4.47d, on observe que les valeurs sont 1.2 à 2.2 fois plus élevées que  $V_u$ . Les valeurs les plus élevées étant associées aux périodes courtes. Ces valeurs élevées sont occasionnées par l'écrouissage du matériau *Steel02*. La figure 4.48 présente l'hystérésis pour le cas #11 ( $T_1 = 0.25$  s,  $\Delta_D/\Delta_B = 2.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver. La valeur de la résistance  $V_y/2 = 129$  kN. Pour le séisme illustré, l'effort maximal  $Q_{END}$  atteint 450 kN, soit 3.50  $V_y$  ou 2.69  $V_u$ . On remarque que le modèle OpenSes surestime l'écrouissage lorsque le contreventement subi de grandes déformations plastiques. En réalité, l'écrouissage du matériau est limité et on ne peut pas obtenir des valeurs aussi élevées de  $V_u$ . Une modélisation différente pour ce type de système aurait été nécessaire afin de représenter la rupture des contreventements. Tous les résultats associés à des valeurs de  $V_u$  très grandes ne sont donc pas représentatifs de la réalité et signifient que le lien ductile a probablement atteint la rupture. Ces résultats ne peuvent pas être utilisés pour caractériser le cisaillement dans le diaphragme.

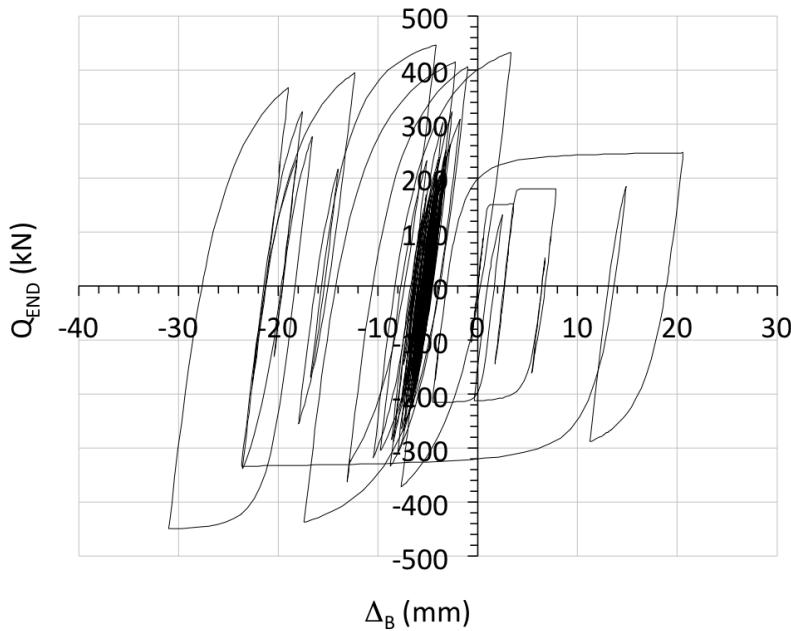


Figure 4.48 Courbe d'hystérésis du cas #11 pour un EBF Type D ( $R_d = 4.0$ ) pour un sol de catégorie E à Vancouver (Séisme : WNA no.223 M7.5e1-13X)

L'amplification de cisaillement  $Q_{L/4}$  aux figures 4.44e à 4.47e et du moment aux figures 4.44f à 4.47f est nettement plus marquée que pour les deux systèmes CBFs précédents. Cela en partie dû aux cisaillements  $Q_{END}$  très élevé obtenu par le modèle tel que discuté ci-dessus. On remarque toutefois les mêmes tendances que pour les deux types de CBFs. Les figures 4.49a et 4.50a montre les résultats obtenus pour toutes les catégories de sol et lieux étudiés. On remarque encore une fois que l'amplification des deux efforts dépend de l'emplacement. Sur les figures 4.49b et 4.50b, on note encore une fois, l'excellente corrélation entre le rapport des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$  et les efforts. On remarque quelques valeurs plus élevées et à l'écart lorsque  $S(T_3)/S(T_1) = 1.0$ . Ces valeurs correspondent aux cas avec des périodes  $T_1$  très courtes dont la conception est contrôlée par la limite supérieur de  $V_f$ . Pour l'effort  $Q_{L/4}$ , contrairement aux CBFs, on peut difficilement distinguer 3 droites identifiant les 3 flexibilités de diaphragmes. Quant au moment de flexion  $M_{L/2}$ , la flexibilité du diaphragme a peu d'influence sur l'amplification de l'effort permettant ainsi de le représenter par une seule droite, comme pour les CBFs.

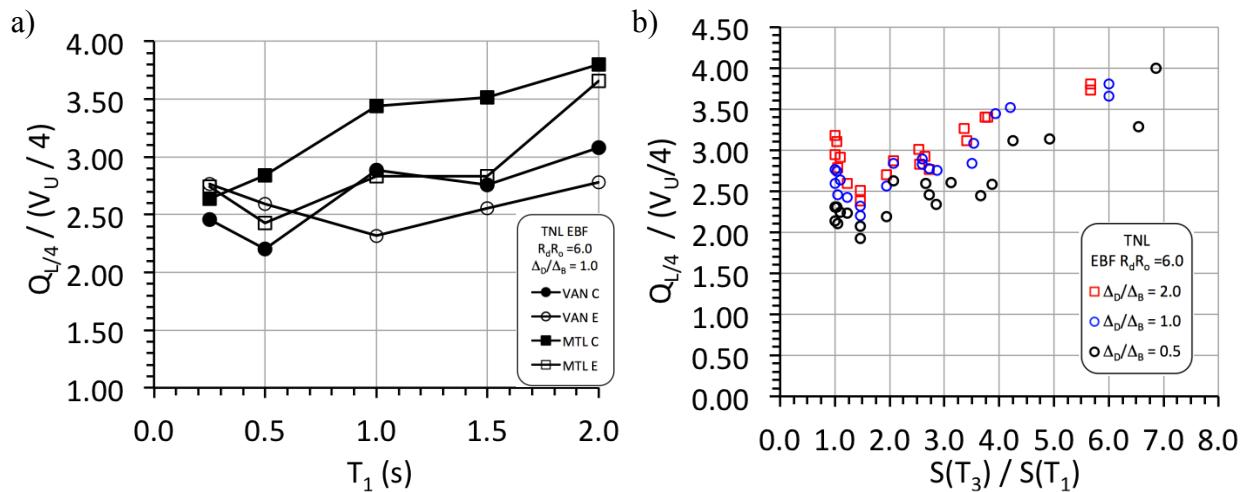


Figure 4.49 Variation du rapport  $Q_{L/4} / (V_u/4)$  pour un EBF de Type D ( $R_d = 4.0$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$  b) en fonction de  $S(T_3)/S(T_1)$

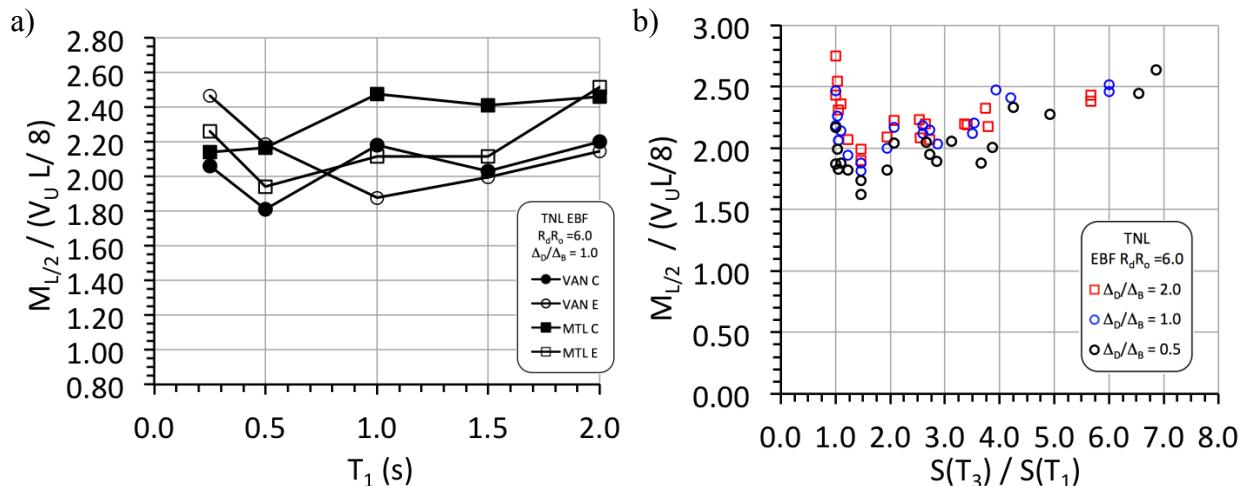


Figure 4.50 Variation du rapport  $M_{L/2} / (V_u L/8)$  pour un EBF de Type D ( $R_d = 4.0$ ) et différentes villes et catégories de sol : a) en fonction de la  $T_1$  b) en fonction de  $S(T_3)/S(T_1)$

#### 4.4.4 Analyses des résultats

Suite à l'analyse des 3 systèmes, on peut tirer les conclusions suivantes :

1. Le méthode prescrite par le CNBC 2010 pour prédire le déplacement latéral total des bâtiments en acier avec diaphragme de toit flexible, incluant les déformations inélastiques

dans les contreventements, est appropriée pour les périodes  $T_1$  égales ou supérieures à 0.5 s, à l'exception des structures sur un sol de catégorie E à Vancouver où la méthode n'est validée que pour les périodes supérieures ou égales à 1.0 s. Pour les autres périodes (plus courtes), les déplacements prédits par le CNBC sont inférieurs à ceux obtenus des analyses TNL. L'erreur étant généralement plus importante pour le site de Vancouver, pour un sol de catégorie E et pour les structures plus ductiles ( $R_d = 3.0$  ou  $4.0$  vs  $R_d = 1.5$ ).

2. Pour les mêmes bâtiments avec une courte période, on note aussi une ductilité beaucoup plus élevée que le facteur  $R_d$  utilisé dans la conception. La différence augmente pour les systèmes plus ductiles et lorsque la flexibilité du diaphragme augmente. Pour les CBFs de Type MD, les déformations inélastiques importantes peuvent conduire à la ruine complète du contreventement du SRFS. Une cause possible de cette ductilité excessive est que le diaphragme de toit demeure élastique et que toutes les déformations inélastiques sont concentrées dans les contreventements. Cette situation pourrait être corrigée par l'utilisation d'un facteur  $R_d$  plus faible, comme suggéré par Humar et Popovski (2012). Une autre cause possible est que la limite supérieure sur  $V_f$  qui est permise dans le CNBC pour les structures à courte période. Cette limite a gouverné la conception des structures pour lesquelles on a observé un déplacement latéral total et une ductilité qui excédaient les prédictions. Pour les structures ayant une période plus longue, la ductilité imposée aux contreventements s'approche de la valeur du facteur  $R_d$ .
3. La déformation du diaphragme est plus élevée que celle prédictive sous une charge uniforme  $V_u/L$ . L'amplification dynamique varie entre 1.0 et 2.6 et elle augmente avec la ductilité du système de contreventement et la flexibilité du diaphragme. Cette amplification est attribuable au fait que la distribution dynamique de la force latérale ne correspond pas à la distribution uniforme assumée pour le calcul de  $\Delta_{D,U}$ .
4. Le cisaillement des contreventements ( $Q_{END}$ ) dépasse légèrement  $V_y$  pour les systèmes moins ductiles étudiés (CBF Type CC) et atteint la valeur maximale  $V_u$  dans les autres cas. Pour les contreventements EBF, on atteint des valeurs supérieures à  $V_u$ , probablement en raison des hypothèses qui ont été adoptées pour créer les modèles

OpenSees. Les valeurs obtenues pour les périodes courtes et certaines périodes longues sont donc peu représentatives de la réalité.

5. Le cisaillement au quart de la portée du diaphragme ( $Q_{L/4}$ ) est beaucoup plus élevé que ce qui est prévu avec une variation linéaire utilisée présentement par les ingénieurs lors de la conception. Cette amplification augmente également en fonction de la flexibilité du diaphragme et de la ductilité du système de contreventement. Pour les systèmes plus ductiles, le cisaillement  $Q_{L/4}$  peut même dépasser le cisaillement aux extrémités  $Q_{END}$ . Les analyses ont montré que le ratio des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$  permet de bien caractériser la tendance de cette amplification. La figure 4.51a illustre ces tendances du rapport  $Q_{L/4}/(V_u/4)$  pour tous les cas et tous les systèmes étudiés. Sur les figures, on a aussi placé la prévision obtenue de l'accélération spectrale. On note que l'influence de la flexibilité du diaphragme n'est pas visible à cette échelle. Toutefois, on a remarqué que la flexibilité du diaphragme influence moins les systèmes plus ductiles. On remarque également que l'amplification de  $Q_{L/4}$  augmente plus rapidement en fonction du rapport des accélérations spectrales pour les systèmes plus ductiles.
6. Le moment à mi-portée  $M_{L/2}$  montre la même tendance que le cisaillement  $Q_{L/4}$ , soit une augmentation par rapport aux analyses statiques en fonction de la flexibilité du diaphragme et de la ductilité du système. L'influence de la flexibilité du diaphragme semble toutefois moins importante pour ce paramètre. La figure 4.51b montre que pour le système le moins ductile, l'amplification est très semblable à celle d'une analyse spectrale.

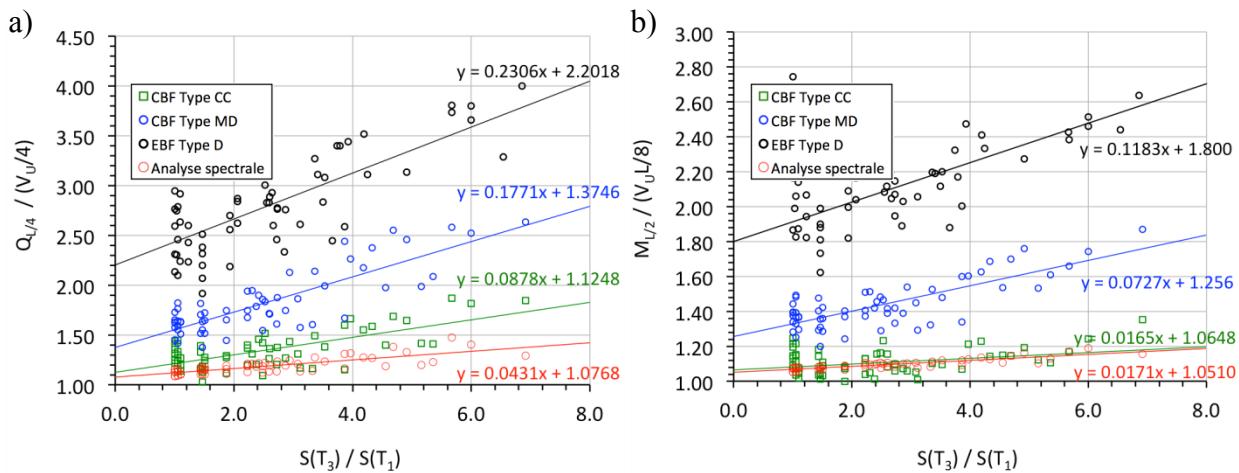


Figure 4.51 Variation des analyses TNL pour les 15 cas et les 3 différents systèmes : a) du cisaillement  $Q_{L/4}$ ; b) du moment de flexion  $M_{L/2}$

En utilisant les résultats des analyses modales du chapitre 3, on peut mieux comprendre l'amplification du cisaillement  $Q_{L/4}$ . On a noté dans les analyses modales que le cisaillement  $Q_{END}$  est déterminé principalement par la contribution du 1<sup>er</sup> mode. Comme le cisaillement  $Q_{END}$  est limité par la résistance des contreventements  $V_u$ , la participation du 1<sup>er</sup> mode au comportement du diaphragme est aussi contrainte par la plastification des contreventements. Quant au 3<sup>e</sup> mode, celui-ci affecte en majorité le diaphragme et son amplitude n'est pas limitée de façon aussi marquée par la plastification des contreventements.

Pour illustrer ce phénomène, on poursuit l'analyse du cas #8 avec un système EBF pour le séisme #975 pour un sol de catégorie C à Vancouver. Les propriétés du système sont présentées aux tableaux 4.1 et 4.2 et les résultats pour ce cas sont disponibles à la figure 4.41. On présente, à la figure 4.52, les magnitudes normalisées par rapport à la magnitude maximale obtenue d'une analyse dans le domaine des fréquences (analyse FFT). Le signal utilisé est l'accélération horizontale à différents points de la portée du diaphragme ainsi que le signal des efforts  $Q_{END}$ ,  $Q_{L/4}$  et  $M_{L/2}$ .

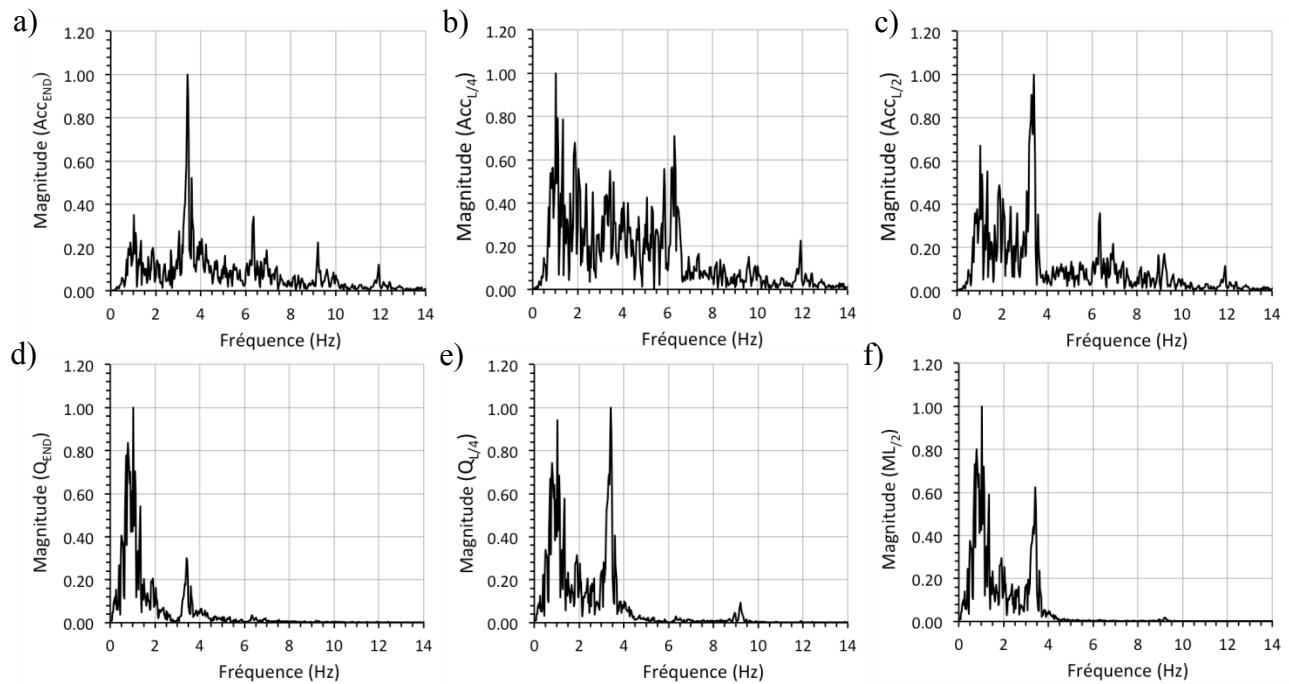


Figure 4.52 Analyse FFT de : a) Accélération à l'appuis; b) Accélération à L/4; c) Accélération à L/2; d) Cisaillement à l'appuis; e) Cisaillement à L/4; f) Moment à L/2

On observe sur tous les graphiques de la figure 4.52 un 1<sup>er</sup> pic à une fréquence de 1.0 Hz, soit la fréquence qui correspond à la période  $T_1 = 1.0$  s. À l'exception de la figure 4.52b, on remarque aussi un second pic à la fréquence 3.5 Hz, ce qui correspond à  $T_3 = 0.28$  s. La différence de magnitude entre les pics reflète la participation relative du 1<sup>er</sup> mode et du 3<sup>e</sup> mode à l'accélération ou à l'effort. Aux figures 4.52a et 4.52c, on note que l'accélération à l'appui et à mi-portée est dominée par le 3<sup>e</sup> mode. À la figure 4.52b, on distingue difficilement le pic du 3<sup>e</sup> mode à 3.5 Hz. On identifie plutôt un pic à 6.2 Hz (0.16 s), ce qui correspond au 5<sup>e</sup> mode de cette structure. La magnitude est faible pour le 3<sup>e</sup> mode, car le déplacement du diaphragme dans ce mode à L/4 s'approche de zéro (figure 3.10). À l'opposé, la majorité du cisaillement aux contreventements provient du 1<sup>er</sup> mode sur la figure 4.52d comme l'analyse modale du chapitre 3 l'a démontré. On note à la figure 4.52e que le cisaillement  $Q_{L/4}$  a une forte contribution des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes, la contribution de ce dernier mode étant la plus élevée. On montre à la figure 4.52f que le moment de flexion à mi-portée provient principalement de la contribution du 1<sup>er</sup> mode, mais que le mode 3 contribue également de façon significative.

Maintenant, les analyses FFT sont reprises pour l'accélération à mi-portée ( $Acc_{L/2}$ ) et les efforts  $Q_{END}$ ,  $Q_{L/4}$  et  $M_{L/2}$  en considérant séparément les signaux selon que le comportement de la structure soit élastique ou plastique. Pour cette structure, la première plastification a lieu à 8.5 s, comme l'illustre les données historiques de la figure 4.41b. Dans la figure 4.53, on présente 3 analyses FFT pour chaque paramètre : le 1<sup>er</sup> graphique montre l'analyse du signal total (mêmes graphiques que ceux montrés à la figure 4.52), le 2<sup>e</sup> graphique montre l'analyse FTT du signal de 0 à 8.5 s et le 3<sup>e</sup> graphique montre l'analyse FTT du signal de 8.5 s à la fin.

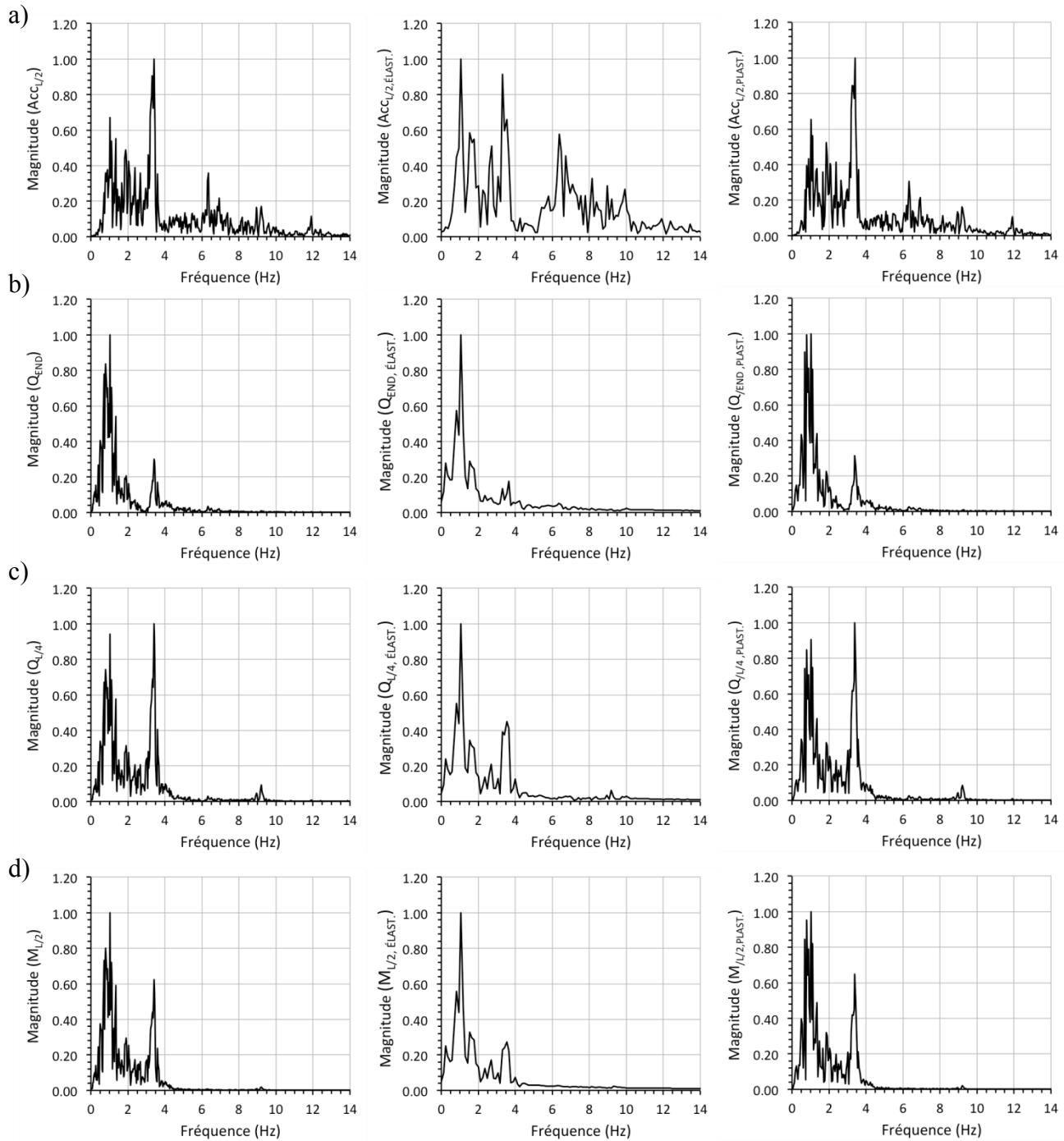


Figure 4.53 Analyse FFT total, élastique et plastique de : a) Accélération à L/2; b) Q<sub>END</sub>; c) Q<sub>L/4</sub>; d) M<sub>L/2</sub>

On remarque que la contribution du 1<sup>er</sup> mode apporte toujours la plus forte contribution avant la plastification du système de contreventement. Par la suite, la contribution du 3<sup>e</sup> mode dépasse celle du 1<sup>er</sup> mode à l'exception du cisaillement  $Q_{END}$  et du moment  $M_{L/2}$  sur les figures 4.53b et 4.53d respectivement. Dans le cas du cisaillement  $Q_{END}$ , cela se produit parce que le 3<sup>e</sup> mode ne participe presque pas (ou peu) au cisaillement à l'appui comme les analyses modales du chapitre 3 l'ont révélé. Le fait que le 3<sup>e</sup> mode domine le cisaillement en portée du diaphragme lors du comportement inélastique de la structure a été considéré dans la méthode de conception proposée dans à la section 4.5.

#### 4.4.5 Conception basée sur les analyses TNL

En cours de projet, avant le développement de la méthode de conception proposée à la section 4.5, nous avons réalisé un exemple portant sur un bâtiment dimensionné en trois étapes (ou itérations). À chaque étape, nous utilisions une méthode d'analyse différente, en commençant par une analyse statique simple, suivie d'une analyse spectrale et finalement d'une analyse TNL. Entre chaque itération, la conception du diaphragme était ajustée afin de tenir compte des efforts obtenus par l'analyse utilisée. Cet exemple a permis de constater que la méthode d'analyse utilisée (et le comportement de la structure) avait un effet important sur les déformations et efforts affectant la conception de la structure. Cet exemple a fait l'objet d'un article présenté dans le cadre de la 10<sup>e</sup> Conférence Nationale sur le génie parasismique aux États-Unis (NCEE). L'article (en anglais) est inclus comme complément d'information à l'annexe B de ce mémoire.

### 4.5 Méthode de calcul proposée pour le cisaillement dans le diaphragme

#### 4.5.1 Principes et équations

Le cisaillement induit par un séisme dans le diaphragme de toit est affecté par le comportement dynamique inélastique de la structure. Pour la conception du diaphragme, on propose de déterminer les valeurs du cisaillement aux extrémités ( $Q_{END}$ ) et en porté ( $Q_{L/4}$ ) qui sont utilisées ensuite dans une équation permettant de calculer le cisaillement en tous points du diaphragme.

Les analyses TNL ont démontré que le cisaillement aux extrémités du diaphragme  $Q_{END}$ , près des contreventements, était limité par la capacité des contreventements. Plus précisément, les analyses ont montré que pour les systèmes moins ductiles (CBF Type CC,  $R_d = 1.5$ ), le cisaillement aux extrémités dépasse légèrement, mais demeure, proche de  $V_y$ . Pour les systèmes ductiles (CBF Type MD,  $R_d = 3.0$ ; EBF Type D,  $R_d = 4.0$ ), le cisaillement aux extrémités atteint toujours le cisaillement ultime  $V_u$ . Pour les contreventements EBFs, on a obtenu des valeurs dépassant  $V_u$  mais cela était en partie dû au modèle d'analyse qui surestimait l'écrouissage de liens ductiles. Pour ces contreventements, on propose de retenir  $V_u = 1.3 V_y$ , comme cela est prescrit dans la norme CSA S16 pour le calcul par capacité. On obtient donc :

$$Q_{END} = V_y/2 \text{ si } R_d = 1.5$$

$$Q_{END} = V_u/2 \text{ si } R_d > 1.5 \quad (4.13)$$

Pour le cisaillement au quart de la portée du diaphragme ( $Q_{L/4}$ ), on a noté à la figure 4.53c qu'après la plastification du SFRS,  $Q_{L/4}$  est influencé par les 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes de vibration de la structure. Le calcul de  $Q_{L/4}$  requiert donc de connaître les propriétés modales de la structure. Pour ce faire, on doit d'abord déterminer les propriétés suivantes du bâtiment :  $\Delta_D/\Delta_B$ ,  $\Delta_F/\Delta_S$ ,  $T_1$  et  $T_3$ . Les deux premiers paramètres sont obtenus à partir des équations 2.7, 2.8 et 2.10 :

$$\Delta_F/\Delta_S = \frac{5 L^2 G' b}{48 EI} \quad (4.14)$$

$$\Delta_D/\Delta_B = \frac{5 K_B L^3}{384 EI} + \frac{K_B L}{8 G' b} \quad (4.15)$$

où

- $L$  et  $b$  sont respectivement la longueur et la largeur (profondeur) du diaphragme;
- $G'$  est la rigidité en cisaillement du diaphragme;
- $E$  est le module d'élasticité de l'acier ( $= 200$  GPa);
- $I$  est le moment d'inertie du diaphragme, tel que déterminé par l'aire des poutres de rives du diaphragme ( $A$ ) et la profondeur du diaphragme :  $I = Ab^2/2$ ;
- $K_B$  est la rigidité totale des deux contreventements ( $K_B/2$  pour chaque contreventement).

Au 3<sup>e</sup> chapitre, on a montré qu'il est possible d'évaluer la période du 1<sup>er</sup> mode avec l'équation 3.12. On évalue ensuite la période du 3<sup>e</sup> mode à l'aide de la figure 3.11.

Comme la réponse dans le premier mode est limitée par la résistance des contreventements, on considère alors la contribution inélastique du 1<sup>er</sup> mode. Cet effet est moindre pour la contribution du 3<sup>e</sup> mode et on considère alors la contribution élastique du 3<sup>e</sup> mode. Au chapitre 3, on a déterminé la valeur du cisaillement à  $L/4$  pour le 1<sup>er</sup> mode et le 3<sup>e</sup> mode, telle que basée sur le cisaillement aux extrémités ( $Q_{END}$ ). Pour la contribution du 1<sup>er</sup> mode, on fait l'hypothèse que la contribution du 1<sup>er</sup> mode correspond à la résistance des contreventements, soit la valeur de  $Q_{END}$  établie précédemment. On utilise la figure 3.8 pour obtenir la valeur de  $\lambda_1$ . Pour la contribution du 3<sup>e</sup> mode, on utilise la figure 3.17 pour obtenir le paramètre  $\lambda_3\%M_3$ . La contribution des deux modes pour le cisaillement à  $L/4$  est alors obtenue des équations suivantes :

$$Q_{L/4,1} = \lambda_1 Q_{END} \quad (4.16)$$

$$Q_{L/4,3} = \lambda_3\%M_3 S(T_3)W/2 \quad (4.17)$$

Dans l'équation 4.16,  $Q_{END}$  est obtenu de l'équation 4.13. Dans l'équation 4.17,  $S(T_3)$  est obtenu avec l'accélération du spectre de calcul du CNBC 2010 à la période  $T_3$  et  $W$ , le poids sismique du bâtiment. La contribution des deux modes est ensuite combinée avec la méthode SRSS selon l'équation 4.18. La méthode SRSS est appropriée pour les bâtiments étudiés puisque les périodes  $T_1$  et  $T_3$  ne sont pas rapprochées, la période  $T_3$  étant toujours inférieure ou égale à  $0.31T_1$  selon la figure 3.12.

$$Q_{L/4} = \sqrt{Q_{L/4,1}^2 + Q_{L/4,3}^2} \quad (4.18)$$

Une fois la valeur de  $Q_{L/4}$  déterminée, sur la base des observations des résultats des analyses TNL, on peut obtenir la distribution du cisaillement dans le diaphragme en utilisant une équation du 3<sup>e</sup> degré passant par les 3 points suivants :  $(0, Q_{END})$ ,  $(0.3L, Q_{L/4})$  et  $(0.5L, 0)$  et dont la dérivée (pente) à  $x/L = 0$  est nulle. Tel qu'observé au chapitre 3, le cisaillement associé au mode 3 peut être maximum dans l'intervalle  $x = 0.2-0.3 L$ , selon les propriétés de la structure. La position maximale ( $0.3L$ ) a été retenue pour le point intermédiaire, car elle permet de mieux reproduire la distribution du cisaillement observée dans les analyses. L'équation qui est proposée est :

$$Q(x/L) = Q_{END}(36(x/L)^3 - 22(x/L)^2 + 1.0) - Q_{L/4}(56(x/L)^3 - 28(x/L)^2) \quad (4.19)$$

En utilisant cette méthode, le cisaillement au quart de la portée a été calculé pour l'ensemble des cas étudiés. La figure 4.54 montre la bonne tendance de l'effort  $Q_{L/4}$  obtenue par la méthode proposée. Toutefois, la prédition sous-estime l'effort pour l'ensemble des cas traités. En effet, les points sont situés sous la ligne ayant une pente 1:1.

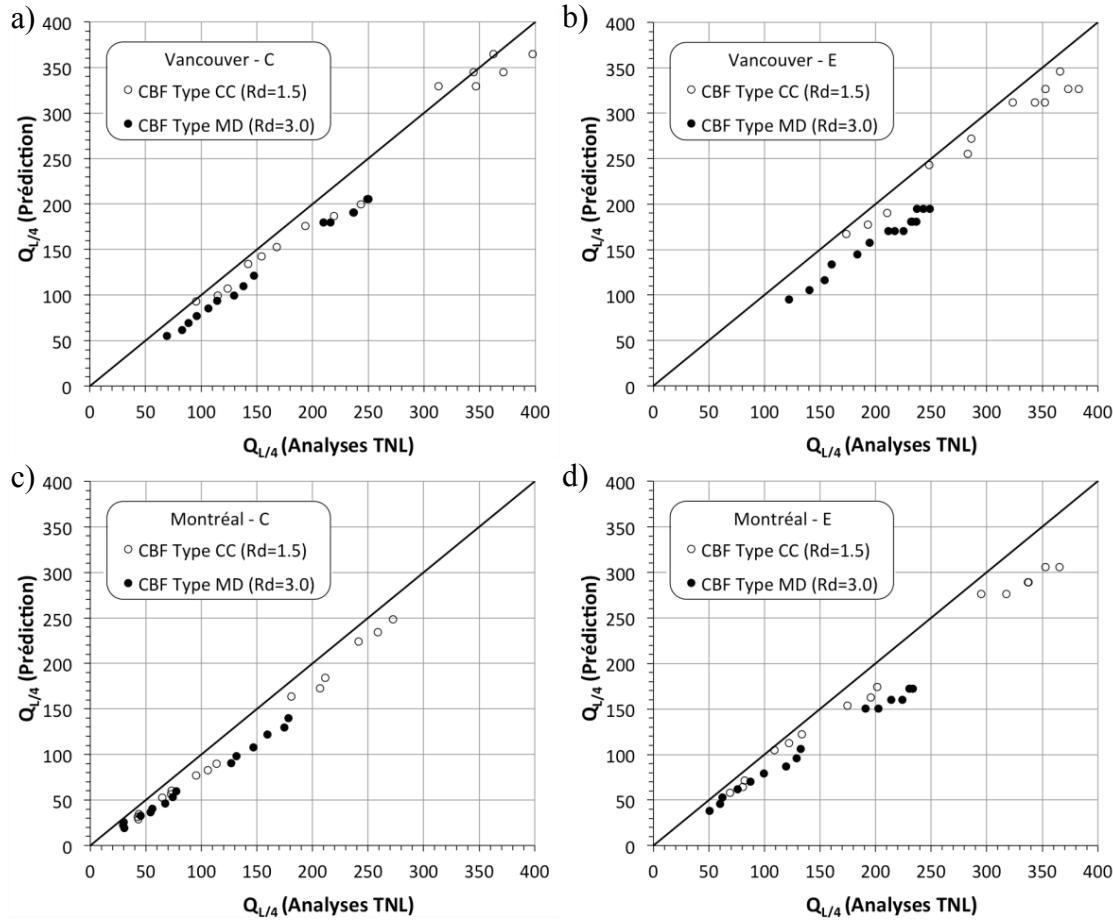


Figure 4.54 Prédiction du cisaillement  $Q_{L/4}$  sans facteur d'amplification en fonction des résultats des analyses TNL pour les 2 types de CBF : a) Sol de catégorie C à Vancouver; b) Sol de catégorie E à Vancouver; c) Sol de catégorie C à Montréal; d) Sol de catégorie E à Montréal

Il est possible de corriger cette erreur en amplifiant la contribution du 3<sup>e</sup> mode. Un facteur multiplicateur de 2.0 a été retenu et est appliqué à l'équation 4.17 pour représenter l'amplification supplémentaire observée dans les analyses non linéaires. L'équation 4.17 devient alors :

$$Q_{L/4,3} = \lambda_3 \% M_3 S(T_3) W \quad (4.20)$$

Cette amplification peut être attribuée au fait que lorsque les contreventements plastifient, le diaphragme agit comme une poutre libre-libre tel que souligné par Humar et Popovski (2012). Une plus grande partie du cisaillement est alors transférée au diaphragme. Ou encore, la

contribution du 3<sup>e</sup> mode est calculée en utilisant un spectre avec un amortissement de 5% alors que celui utilisé dans les analyses était inférieur. La figure 4.55 montre la bonne prédition de l'effort de cisaillement au quart de la portée en utilisant l'équation 4.20 au lieu de l'équation 4.17.

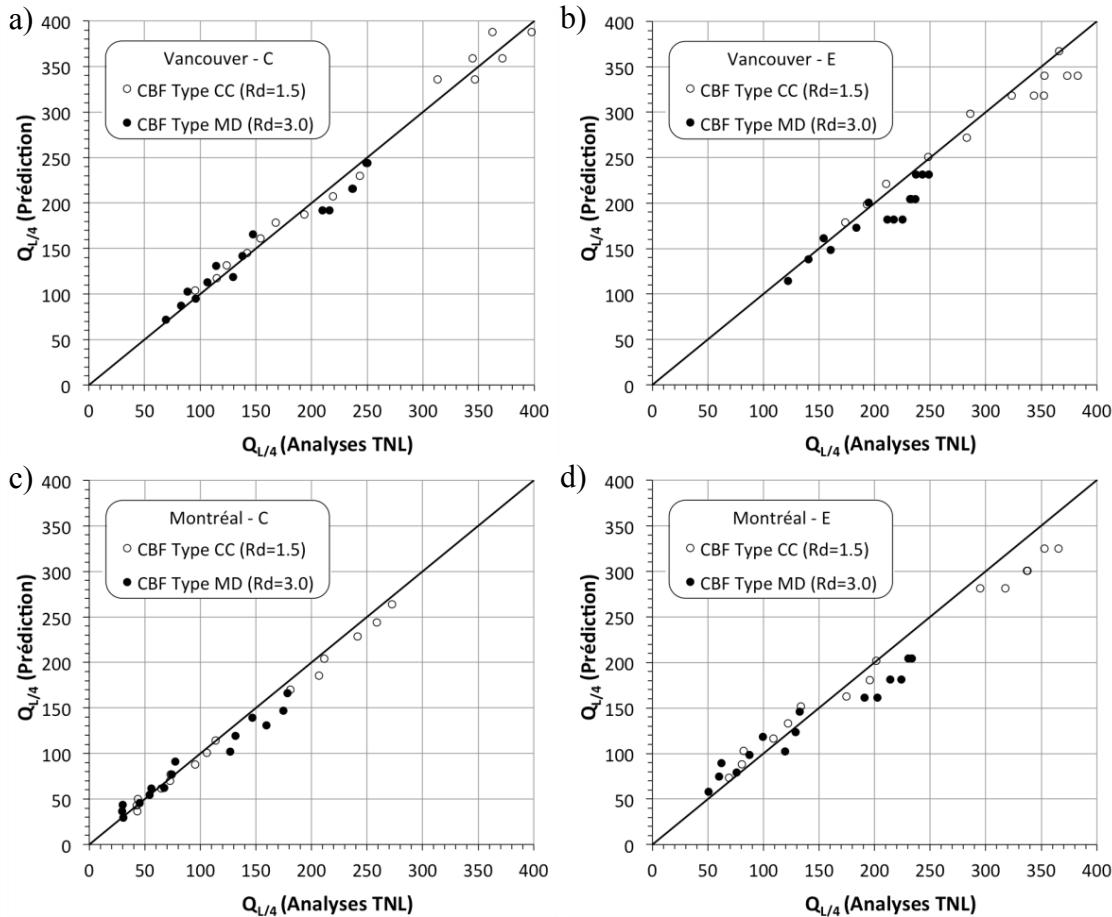


Figure 4.55 Prédiction du cisaillement  $Q_{L/4}$  avec facteur d'amplification en fonction des résultats des analyses TNL pour les 2 types de CBF : a) Sol de catégorie C à Vancouver; b) Sol de catégorie E à Vancouver; c) Sol de catégorie C à Montréal; d) Sol de catégorie E à Montréal

## 4.5.2 Exemples de calcul

### 4.5.2.1 CBF de Type CC pour un sol de catégorie C à Montréal

Pour illustrer, on utilise un exemple correspondant au cas #13 (même exemple qu'à la fin du chapitre 3). On suppose que le bâtiment est situé à Montréal sur un sol de catégorie C, que le poids sismique  $W = 2000$  kN, que la longueur  $L = 40$  m et que la largeur  $b = 20$  m. Un CBF de

Type CC est choisi comme SRFS ( $R_d R_o = 1.5 \times 1.3 = 1.95$ ). La rigidité latérale de chaque contreventement est de  $10.15 \text{ kN/mm}$  ( $K_B = 20.3 \text{ kN/mm}$ ) et les rigidités du diaphragme sont :  $EI = 50 \times 10^{12} \text{ kNm}^2$  et  $G' = 3.04 \text{ kN/mm}$  ( $G'b = 60.8 \times 10^3 \text{ kN}$ ). Pour débuter, on calcule les ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  :

$$\Delta_F/\Delta_S = \frac{5 L^2 G'b}{48 EI} = \frac{5 (40000)^2 (60.8 \times 10^3)}{48 (50 \times 10^{12})} = 0.2 \quad (4.21)$$

$$\Delta_D/\Delta_B = \frac{5 K_B L^3}{384 EI} + \frac{K_B L}{8 G'b} = \frac{5 (20.3)(40000)^3}{384 (50 \times 10^{12})} + \frac{(20.3)(40000)}{8 (60.8 \times 10^3)} = 2.0 \quad (4.22)$$

On peut ensuite calculer  $T_1$  avec l'équation 3.12 :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{9810(20.3)}} (1 + 0.76 \times 2.0) = 1.0 \text{ s} \quad (4.23)$$

La période  $T_3 = 0.31 \text{ s}$  est obtenue de la figure 3.11. Avec le spectre de calcul du CNBC, on obtient les accélérations spectrales  $S(T_1) = 0.14 \text{ g}$ ;  $S(T_3) = 0.56 \text{ g}$ . On utilise l'équation 4.1 afin de trouver la valeur de  $V_f$  :

$$V_f = \frac{S(T_1) W}{R_d R_o} = \frac{0.14 \cdot 2000}{1.95} = 144 \text{ kN} \quad (4.24)$$

On calcule ensuite l'effort  $Q_{END}$  à l'extrémité du diaphragme. Selon l'équation 4.13,  $Q_{END} = V_y/2$  puisque  $R_d = 1.5$ .

$$Q_{END} = V_y/2 = 1.2 \times 1.3 (144/2) = 112 \text{ kN} \quad (4.25)$$

Pour déterminer  $Q_{L/4}$ , il est nécessaire de trouver les contributions des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes. Pour  $\Delta_D/\Delta_B = 2.0$ , la figure 3.8 donne  $\lambda_1 = 0.62$  et la figure 3.17 donne  $\lambda_3 \% M_3 = 0.08$ . Avec les équations 4.16, 4.18 et 4.20 :

$$Q_{L/4,1} = \lambda_1 Q_{END} = 0.62 (112) = 69.5 \text{ kN} \quad (4.26)$$

$$Q_{L/4,3} = \lambda_3 \% M_3 S(T_3) W = 0.08 (0.56) (2000) = 89.6 \text{ kN} \quad (4.27)$$

$$Q_{L/4} = \sqrt{69.5^2 + 89.6^2} = 113 \text{ kN} \quad (4.28)$$

On utilise ensuite l'équation 4.19 pour tracer la variation du cisaillement sur la demi-longueur du diaphragme. On compare à la figure 4.56 la valeur du cisaillement qui est proposée aux résultats des analyses TNL.

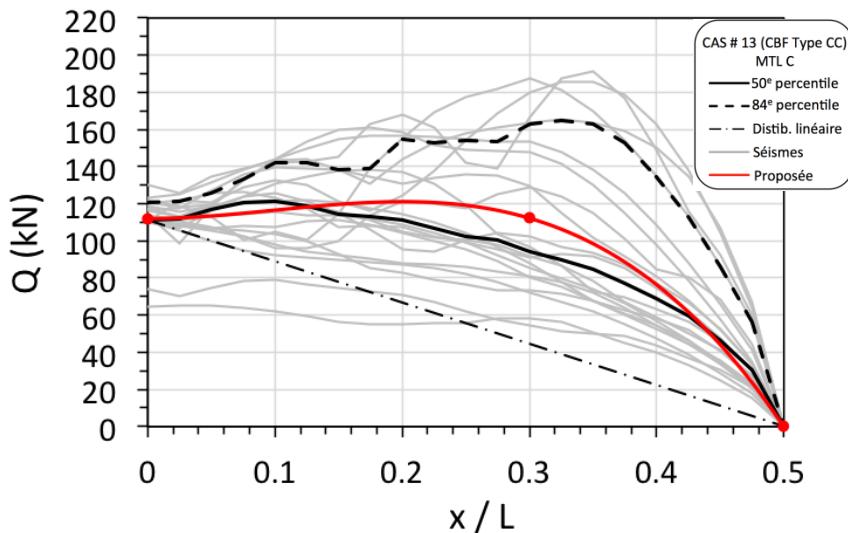


Figure 4.56 Distribution du cisaillement selon les analyses TNL et la méthode proposée pour un CBF de Type CC sur un sol de catégorie C à Montréal.

#### 4.5.2.2 CBF de Type MD pour un sol de catégorie C à Vancouver

Cet autre exemple a pour but de montrer que la méthode fonctionne également pour les systèmes plus ductiles. On reprend le cas #8 sur un sol de catégorie C situé à Vancouver qui a été utilisé dans les résultats du chapitre 4. On suppose que le SFRS choisi est un CBF de Type MD ( $R_d R_o = 3.0 \times 1.3 = 3.9$ ). On définit les propriétés géométriques suivantes pour le bâtiment :

$$W = 2000 \text{ kN};$$

$$L = 40 \text{ m};$$

$$b = 20 \text{ m};$$

$$K_B = 14.2 \text{ kN/mm} (2 \times 7.1 \text{ kN/mm});$$

$$EI = 70.8 \times 10^{12} \text{ kNmm}^2;$$

$$G' = 4.25 \text{ kN/mm} \quad (G'b = 85.0 \times 10^3 \text{ kN}).$$

La procédure est la même que dans l'exemple précédent. On calcule d'abord les ratios  $\Delta_D/\Delta_B$  et  $\Delta_F/\Delta_S$  :

$$\Delta_F/\Delta_S = \frac{5 L^2 G' b}{48 EI} = \frac{5 (40000)^2 (85.0 \times 10^3)}{48 (70.8 \times 10^{12})} = 0.2 \quad (4.29)$$

$$\Delta_D/\Delta_B = \frac{5 K_B L^3}{384 EI} + \frac{K_B L}{8 G' b} = \frac{5 (14.2) (40000)^3}{384 (70.8 \times 10^{12})} + \frac{(14.2) (40000)}{8 (85.0 \times 10^3)} = 1.0 \quad (4.30)$$

L'équation 3.12 permet ensuite de calculer  $T_1$ .

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{9810(14.2)}} (1 + 0.76 \times 1.0) = 1.0 \text{ s} \quad (4.31)$$

On obtient la période  $T_3 = 0.28 \text{ s}$  de la figure 3.11. Connaissant la période du 1<sup>er</sup> mode et du 3<sup>e</sup> mode, on calcule les accélérations spectrales selon le CNBC, soit  $S(T_1) = 0.33 \text{ g}$ ;  $S(T_3) = 0.86 \text{ g}$ .

On obtient ensuite  $V_f$  de l'équation 4.1 :

$$V_f = \frac{S(T_1) W}{R_d R_o} = \frac{0.33 \cdot 2000}{3.9} = 169 \text{ kN} \quad (4.32)$$

On peut ensuite calculer le cisaillement  $Q_{END}$  à l'extrémité du diaphragme. Selon l'équation 4.13,  $Q_{END} = V_u/2$  puisque  $R_d > 1.5$  :

$$Q_{END} = V_u/2 = 1.2 \times 1.3 \times 1.25 (169/2) = 165 \text{ kN} \quad (4.33)$$

Ensuite, on obtient le cisaillement  $Q_{L/4}$  en calculant la contribution du 1<sup>er</sup> mode et du 3<sup>e</sup> mode de vibration. On trouve que  $\lambda_1 = 0.58$  à la figure 3.8 et que  $\lambda_3 \% M_3 = 0.06$  à la figure 3.17 pour  $\Delta_D/\Delta_B = 1.0$ . Avec les équations 4.16, 4.18 et 4.20 :

$$Q_{L/4,1} = \lambda_1 Q_{END} = 0.58 (165) = 95.7 \text{ kN} \quad (4.34)$$

$$Q_{L/4,3} = \lambda_3 \% M_3 S(T_3)W = 0.06(0.86)(2000) = 103.2 \text{ kN} \quad (4.35)$$

$$Q_{L/4} = \sqrt{95.7^2 + 103.2^2} = 141 \text{ kN} \quad (4.36)$$

L'équation 4.19 permet finalement de tracer la distribution du cisaillement illustrée sur la figure 4.57.

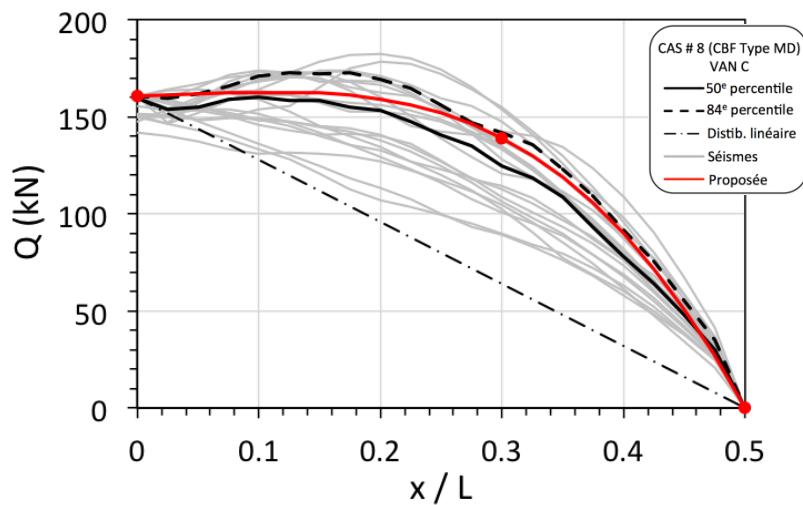


Figure 4.57 – Distribution du cisaillement selon les analyses TNL et la méthode proposée pour un CBF de Type MD sur un sol de catégorie C à Vancouver.

## CHAPITRE 5 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

### Résumé

Dans ce mémoire, on a abordé la problématique du comportement sismique des bâtiments de faible hauteur en acier avec diaphragme de toit flexible. Peu de règles de conception permettent de bien évaluer le comportement sismique en tenant compte de la flexibilité du diaphragme. Plusieurs études ont soulevé la nécessité de pouvoir mieux approximer la période fondamentale et tenir compte du comportement non-linéaire lors de l'évaluation des efforts dans le diaphragme. Dans le cadre de ce projet, on a réalisé des analyses modales et spectrales ainsi que des analyses dynamiques temporelles linéaires et non-linéaires afin de mieux comprendre le comportement des bâtiments à l'étude et de proposer une méthode pour prédire les efforts de cisaillement dans le diaphragme.

Au chapitre 3, on a caractérisé les propriétés des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes de vibration des structures étudiées en tenant compte de l'influence de la flexibilité du diaphragme ( $\Delta_D/\Delta_B$ ) et du ratio des déformations en flexion par rapport aux déformations de cisaillement ( $\Delta_F/\Delta_S$ ). On a montré qu'il est possible à l'aide d'une équation simple d'obtenir une approximation satisfaisante de la période fondamentale  $T_1$  en tenant compte de la flexibilité du diaphragme. Le même processus a été réalisé pour la période du 3<sup>e</sup> mode,  $T_3$ , ce qui a permis de proposer un graphique permettant d'obtenir une approximation de la période  $T_3$ . Pour les 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes, un graphique a aussi été proposé afin de pouvoir évaluer les paramètres  $\lambda_1$  et  $\lambda_3$  utilisés pour déterminer le cisaillement au quart de la portée du diaphragme de toit.

Au chapitre 4, on a présenté les analyses spectrales et les analyses dynamiques temporelles linéaires et non-linéaires pour un ensemble de bâtiments ayant 5 différentes périodes  $T_1$  (0.25 à 2.0 s), trois niveaux de flexibilité du diaphragme ( $\Delta_D/\Delta_B = 0.5, 1.0$  et  $2.0$ ) et 3 systèmes de contreventement (CBF de Type CC, CBF de Type MD et EBF de Type D). On a aussi considéré 2 sites (Montréal, QC, et Vancouver, C-B) de même que deux catégories de sol (C et E) pour chaque site. Ces analyses sont permis de constater que :

- La méthode du CNBC 2010 pour le calcul du déplacement latéral total à mi-portée est satisfaisante sauf pour les structures ayant une courte période  $T_1$  (0.25 s et, pour Vancouver sol E, 0.5 s). Pour ces structures, les déplacements totaux et la ductilité

imposée aux contreventements dépassent les prédictions. Ce problème est en partie causé par la limite supérieure permise dans le CNBC pour les structures à courte période. La flexibilité du diaphragme contribue également à ces déformations excessives.

- La déformation du diaphragme à mi-portée est plus importante que celle prédicta par une analyse statique sous une charge latérale uniforme correspondant à la résistance des contreventements. Cette observation est cohérente avec les résultats d'essais effectués en laboratoire.
- L'effort de cisaillement aux extrémités du diaphragme ( $Q_{END}$ ) atteint et dépasse légèrement la valeur de  $V_y$  des contreventements CBF de Type CC et la valeur de  $V_u$  pour les autres systèmes plus ductiles.
- Le cisaillement au quart de la portée du diaphragme ( $Q_{L/4}$ ) est beaucoup plus important que celui prédict par une analyse statique sous une charge latérale uniforme correspondant à la résistance des contreventements. Cette observation est cohérente avec les résultats d'essais effectués en laboratoire. L'augmentation varie selon le site et la catégorie de sol. Elle est aussi plus importante pour les systèmes plus ductiles et lorsque le diaphragme est plus flexible. Lorsque l'effort  $Q_{L/4}$  est tracé en fonction du ratio des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$ , l'influence de la catégorie de sol et du lieu est éliminée. L'effort  $Q_{L/4}$  dépend alors seulement de ce ratio, de la flexibilité du diaphragme et de la ductilité du SRFS.
- Le moment de flexion à mi portée du diaphragme est plus important que celui prédict par une analyse statique sous une charge latérale uniforme correspondant à la résistance des contreventements.. Cette amplification est également plus importante lorsque le système est plus ductile. Le rapport des accélérations spectrales  $S(T_3)/S(T_1)$  permet aussi d'éliminer l'influence de la catégorie de sol et du lieu.

Des analyses dans le domaine des fréquences (analyses FFT) ont montré que, suite à la plastification des contreventements, la contribution du 3<sup>e</sup> mode de vibration aux déplacements et au cisaillement du diaphragme augmente considérablement.

Une méthode de calcul simple a été proposée pour prédire la valeur du cisaillement le long de la portée du diaphragme de toit. La méthode est basée sur la combinaison des

contributions des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> modes de vibration, la première étant bornée par le comportement inélastique des contreventements alors que la seconde est basée sur un comportement élastique est amplifiée pour tenir compte du comportement sismique inélastique observé dans les analyses.

## Recommandations pour études futures

Des études additionnelles pourraient être conduites pour compléter le travail effectué dans ce projet. En particulier, on suggère de :

- Examiner la conception des bâtiments avec périodes courtes pour éviter les déformations et niveaux de ductilité excessifs. L'adéquation de la limite supérieure permise par le CNBC sur la charge de conception sismique devrait être étudiée. On pourrait examiner la possibilité d'utiliser des spectres inélastiques, tel que proposé par Chopra et Goel (1999), ou le facteur de correction proposé par Humar et Popovski (2012).
- Examiner la possibilité de proposer une distribution du cisaillement avec une valeur de cisaillement minimum au centre de la portée du diaphragme. Cela permettrait de tenir compte des effets de la torsion accidentelle, de la variation de  $V_y$  entre les contreventements ou d'autres facteurs pouvant générer un effort de cisaillement au centre de la portée du diaphragme.
- Proposer une méthode similaire à celle proposée pour le calcul du cisaillement pour prédire le moment de flexion.
- Valider la méthode de calcul proposée au moyen d'analyses avec des modèles 3D de bâtiments.
- Valider la méthode de calcul proposée pour des bâtiments ayant une rigidité  $G'$  variable ou des contreventements intermédiaires le long de la portée du diaphragme.

## RÉFÉRENCES

- Archambault, M. H., Filiatrault, A., & Tremblay, R. (1995). *Étude du comportement séismique des contreventements ductiles en X avec profiles tubulaires en acier*. École Polytechnique de Montréal.
- Aristizabal-Ochoa, J. Dario. (2004). Timoshenko Beam-Column with Generalized End Conditions and Nonclassical Modes of Vibration of Shear Beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(10), 1151-1159.
- ASCE (2006). Seismic Rehabilitation of Existing Buildings, ASCE/SEI 41-06, American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia.
- Celebi, M., Bongiovanni, G., Safak, E., & Brady, A.G. (1989). Seismic Response of a Large-Span Roof Diaphragm. *Earthquake Spectra*, 5(2), 337-350.
- Chopra, A. K. . (2006). *Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering* (3e ed.). Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
- CNRC (2010). Code national du Bâtiment - Canada, 14e éd., Conseil national de recherches Canada, Ottawa, ON, Canada.
- CSA (2001). Design of Steel Structures, CSA-S16-01, Canadian Standards Association, Toronto, ON.
- CSA (2009). Design of Steel Structures, CSA-S16-09, Canadian Standards Association, Toronto, ON.
- Dehghani, M., & Tremblay, R. (2014). Robust Period-Independent Ground Motion Selection and Scaling for Effective Seismic Design and Assessment. *Journal of Earthquake Engineering*, (soumis).
- Franquet, John-Edward. (2009). *Seismic Design Repair and Retrofit Strategies for Steel Roof Deck Diaphragms*. (M. Sc. A), McGill University.
- Humar, J., & Popovski, M. (2013). Seismic Response of Single-Storey Buildings with Flexible Diaphragms. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 40(9), 875-886.
- ICTAB (2006). Design of Steel Deck Diaphragms, CSSBI B13-06, Institut canadien de la tôle d'acier pour le bâtiment, Toronto, ON.
- Lamarche, C.-P. (2005). *Étude expérimentale du comportement dynamique des bâtiments de faible hauteur en acier*. (M. Sc. A), Université de Sherbrooke.
- Lamarche, Charles-Philippe, Proulx, Jean, & Paultre, Patrick. (2004). *An Experimental Investigation of the Dynamic Characteristics of Low-Rise Steel Structures*. Paper presented at the 5th Structural Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Saskatoon, SK.
- Luttrell, L. D. (2004). *Diaphragm Design Manual* (3e ed.). Fox River Grove, Ill.: Steel Deck Institute.
- Massarelli, R. (2010). *Dynamic Behaviour and Inelastic Performance of Steel Roof Deck Diaphragms*. (M. Sc. A), McGill University.

- Mastrogiossepe, S. (2006). *Numerical Linear Elastic Investigation of Steel Roof Deck Diaphragm Behaviour Accounting for the Contribution of Nonstructural Components*. (M. Eng), McGill University, Montréal, Qc, Canada.
- Mastrogiossepe, S., Rogers, C. A., Tremblay, R., & Nedisan, C. D. (2008). Influence of Nonstructural Components on Roof Diaphragm Stiffness and Fundamental Periods of Single-storey Steel Buildings. *Journal of Constructional Steel Research*, 64(2), 214-227. doi: Doi 10.1016/J.Jcsr.2007.06.003
- Medhekar, Manoj S., & Kennedy, D.J. Laurie. (1997). *Seismic Evaluation of Steel Buildings with Concentrically Braced Frames*. University of Alberta, Structural Engineering Report 219.
- Mitchell, D., Tremblay, R., Karacabeyli, E., Paultre, P., Saatcioglu, M., & Anderson, D. L. (2003). Seismic Force Modification Factors for the Proposed 2005 Edition of the National Building Code of Canada. *Journal of Civil Engineering*, 30(2), 308-327.
- Okazaki, T., & Engelhardt, M. D. . (2007). Cyclic Loading Behavior of EBF Links Constructed of ASTM A992 Steel. *Journal of Constructional Steel Research*, 63(6), 751-765.
- Proulx, J., Boulanger, B., Lamarche, C. P., Paultre, P., Bakhti, F., Tremblay, R., . . . Rogers, C. A. (2012). Field Measurements and Numerical Predictions of the Dynamic Properties of a Low-Rise Steel Building with a Flexible Steel Roof Deck Diaphragm. *Stessa 2012: Proceedings of the 7th International Conference on Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas*, 439-445.
- Tremblay, R., Belair, T., & Filiatrault, A. (2000). *Experimental Behaviour of Low-Rise Steel Buildings with Flexible Roof Diaphragms*. Paper presented at the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand.
- Tremblay, R., Nedisan, C.D., C.-P., Lamarche, & Rogers, C.A. . (2008). *Periods of Vibration of a Low-Rise Building with a Flexible Steel Roof Deck Diaphragm*. Paper presented at the 5th International Conference on Thin-Walled Structures, Brisbane, Australia, 615-622.
- Tremblay, R., Rogers, C.A., & Nedisan, C. (2002). *Use of Uniform Hazard Spectrum and Computed Period in the Seismic Design of Single-Story Steel Structures*. Paper presented at the 7th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Boston, USA, Paper No. 195.
- Tremblay, R., & Stiemer, S. F. (1996). Seismic Behavior of Single-Storey Steel Structures with a Flexible Roof Diaphragm. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 23(1), 49-62.
- Trudel-Languedoc, S., Tremblay, R., & Rogers, C. A. (2014). *Dynamic Seismic Response and Design of Single Storey Structures with Flexible Steel Roof Deck Diaphragm*. Paper presented at the 10th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Anchorage, Alaska.

## ANNEXE A – Enregistrements choisis pour les analyses temporelles

Tableau A.1 Enregistrements pour Montréal, sol catégorie C

#	Nom	Année	M	Station	Azimut	V <sub>S30</sub>	PGA	PGV	Facteur
						(m/s)	(g)	(m/s)	
Base de données McGuire									
37	Mammoth Lakes	1980	6.0	Convict Creek	A-CVK180	338.5	0.40	17.8	1.181
50	N. Palm Springs	1986	6.0	Cabazon	CAB270	345.4	0.41	18.6	1.200
64	Whittier Narrows	1987	6.0	Pasadena - CIT Calif B	A-CCB360	370.8	0.48	20.6	0.738
75	Loma Prieta	1989	6.9	Saratoga - Aloha Ave	STG000	370.8	0.93	62.2	0.173
75	Loma Prieta	1989	6.9	Saratoga - Aloha Ave	STG090	370.8	0.67	53.8	0.223
93	Northridge	1994	6.7	Arleta - Nordhoff Fire	ARL090	297.7	0.55	45.6	0.275
97	Northridge	1994	6.7	Glendale - Las Palmas	GLP177	446.0	0.77	20.9	1.154
99	Northridge	1994	6.7	LA - N Westmoreland	WST000	315.1	0.85	37.6	0.594
99	Northridge	1994	6.7	LA - N Westmoreland	WST270	315.1	0.61	37.7	0.455
12 5	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.6	TCU060	TCU060-W	272.6	0.19	24.7	0.500
Enregistrements simulés, ENA Atkinson									
34	M6.0c1	-	6.0	-	RND-04-X	-	0.43	15.35	0.948
42	M6.0c1	-	6.0	-	RND-12-X	-	0.44	17.43	1.070
42	M6.0c1	-	6.0	-	RND-12-Y	-	0.83	23.79	1.153
54	M6.0c2	-	6.0	-	RND-09-Y	-	0.23	7.13	1.916
58	M6.0c2	-	6.0	-	RND-13-X	-	0.24	8.27	1.783
15 6	M7.0c1	-	7.0	-	RND-06-Y	-	0.59	22.48	0.576
15 7	M7.0c1	-	7.0	-	RND-07-X	-	0.65	40.60	0.347
16 0	M7.0c1	-	7.0	-	RND-10-Y	-	0.57	33.80	0.397
16 7	M7.0c2	-	7.0	-	RND-02-Y	-	0.15	11.02	1.193
16 9	M7.0c2	-	7.0	-	RND-04-X	-	0.13	11.68	1.645

Tableau A.2 Enregistrements pour Montréal, sol catégorie E

Montréal - sol catégorie E						
Enregistrements simulés, ENA Atkinson						
#	Nom	M	Azimut	PGA (g)	PGV (m/s)	Facteur
94	M6.0e1	6.0	RND-04-X	0.37	20.08	1.319
97	M6.0e1	6.0	RND-07-X	0.45	24.41	1.554
98	M6.0e1	6.0	RND-08-X	0.53	20.67	1.304
100	M6.0e1	6.0	RND-10-X	0.41	22.58	1.507
100	M6.0e1	6.0	RND-10-Y	0.50	19.57	1.269
102	M6.0e1	6.0	RND-12-Y	0.77	29.08	1.381
111	M6.0e2	6.0	RND-06-Y	0.54	18.77	1.428
113	M6.0e2	6.0	RND-08-X	0.31	11.88	1.943
114	M6.0e2	6.0	RND-09-X	0.31	18.91	1.531
114	M6.0e2	6.0	RND-09-Y	0.38	15.81	1.530
211	M7.0e1	7.0	RND-01-X	0.64	61.85	0.506
212	M7.0e1	7.0	RND-02-X	0.72	68.89	0.484
214	M7.0e1	7.0	RND-04-X	0.88	67.08	0.368
217	M7.0e1	7.0	RND-07-Y	0.44	32.62	0.879
219	M7.0e1	7.0	RND-09-X	0.50	41.14	0.543
220	M7.0e1	7.0	RND-10-Y	0.53	49.37	0.549
227	M7.0e2	7.0	RND-02-Y	0.27	26.67	0.951
229	M7.0e2	7.0	RND-04-Y	0.23	17.68	1.282
232	M7.0e2	7.0	RND-07-X	0.23	17.59	1.336
237	M7.0e2	7.0	RND-12-Y	0.17	14.69	1.565

Tableau A.3 Enregistrements pour Vancouver, sol catégorie C

Vancouver - sol catégorie C									
Base de données NGA									
#	Nom	Année	M	Station	Azimut	V <sub>S30</sub> (m/s)	PGA (g)	PGV (m/s)	Facteur
83	San Fernando	1971	6.6	Puddingstone Dam (Abutment)	PUD055	597.1	0.07	4.0	7.067
746	Loma Prieta	1989	6.9	Bear Valley #5, Callens Ranch	BVC310	391.0	0.07	10.0	3.662
751	Loma Prieta	1989	6.9	Calaveras Reservoir	CLR090	513.7	0.07	8.8	4.078
762	Loma Prieta	1989	6.9	Fremont - Mission San Jose	FRE000	367.6	0.12	11.5	3.114
807	Loma Prieta	1989	6.9	Sunol - Forest Fire Station	SUF090	400.6	0.08	9.0	4.581
825	Cape Mendocino	1992	7.0	Cape Mendocino	CPM090	513.7	1.04	41.3	0.757
828	Cape Mendocino	1992	7.0	Petrolia	PET000	712.8	0.59	48.3	0.667
975	Northridge-01	1994	6.7	Glendora - N Oakbank	OAK170	446.0	0.09	4.9	5.549
1022	Northridge-01	1994	6.7	Lake Hughes #4B - Camp Mend	L4B000	554.0	0.04	3.2	11.259
1065	Northridge-01	1994	6.7	Rolling Hills Est- Rancho Vista	RHE360	376.1	0.11	5.8	4.041
1193	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.6	CHY024	CHY024-E	427.7	0.28	52.9	0.703
1304	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.6	HWA059	HWA059-N	473.9	0.12	12.0	2.355
1507	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.6	TCU071	TCU071-E	624.9	0.57	44.5	0.651
1512	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.2	TCU078	TCU078-E	443.0	0.44	39.3	0.757
1551	Chi-Chi, Taiwan	1999	7.6	TCU138	TCU138-N	652.9	0.22	40.9	0.731
1614	Duzce, Turkey	1999	7.1	Lamont 1061	1061-E	481.0	0.13	13.7	2.765
1618	Duzce, Turkey	1999	7.1	Lamont 531	531-E	659.6	0.12	14.1	2.447
1768	Hector Mine	1999	7.1	Barstow	23559090	370.8	0.06	7.8	3.595
3451	Chi-Chi, Taiwan-06	1999	6.3	TCU040	TCU040-E	362.0	0.05	5.4	5.667
3451	Chi-Chi, Taiwan-06	1999	6.3	TCU040	TCU040-N	362.0	0.06	4.6	6.702

Tableau A.4 Enregistrements pour Vancouver, sol catégorie E

Vancouver - sol catégorie E						
Enregistrements simulés, ENA Atkinson						
#	Nom	M	Azimut	PGA (g)	PGV (m/s)	Facteur
116	M6.5e2	6.5	RND-11-X	0.33	35.52	1.752
118	M6.5e2	6.5	RND-13-Y	0.39	39.87	1.323
211	M7.5e1	7.5	RND-01-X	0.79	131.01	0.611
214	M7.5e1	7.5	RND-04-X	0.45	77.25	0.978
214	M7.5e1	7.5	RND-04-Y	0.57	94.68	0.868
215	M7.5e1	7.5	RND-05-X	0.49	52.02	0.952
215	M7.5e1	7.5	RND-05-Y	0.49	88.3	0.918
218	M7.5e1	7.5	RND-08-X	0.49	74.88	0.894
221	M7.5e1	7.5	RND-11-X	0.52	59.47	0.865
223	M7.5e1	7.5	RND-13-X	0.4	61.96	1.148
225	M7.5e1	7.5	RND-15-Y	0.49	63.08	1.044
229	M7.5e2	7.5	RND-04-Y	0.19	45.59	1.633
233	M7.5e2	7.5	RND-08-X	0.18	38.13	1.645
233	M7.5e2	7.5	RND-08-Y	0.16	39.38	2.313
234	M7.5e2	7.5	RND-09-X	0.22	44.77	1.631
234	M7.5e2	7.5	RND-09-Y	0.24	47.56	1.596
235	M7.5e2	7.5	RND-10-X	0.17	41.6	1.749
235	M7.5e2	7.5	RND-10-Y	0.2	33.17	2.081
238	M7.5e2	7.5	RND-13-Y	0.11	27.94	2.282
240	M7.5e2	7.5	RND-15-Y	0.13	30.38	1.893

## ANNEXE B – Article de conférence NCEE 2014

L’article suivant est un complément d’information à ce mémoire. Il présente un exemple de conception d’un bâtiment de faible hauteur en acier avec diaphragme flexible à l’aide des analyses présentées dans le mémoire. Le bâtiment fictif de 76 mètres de longueur et 45.6 mètres de largeur est situé Vancouver sur un sol de catégorie C à un contreventement concentrique à ductilité modérée (CBF Type MD,  $R_d = 3.0$ ). On commence par y rappeler les propriétés dynamiques de la structure tel que présenté dans le chapitre 3 de ce mémoire.

On poursuit ensuite avec la conception du bâtiment qui a été réalisée en trois itérations. La 1<sup>ère</sup> conception a été réalisée selon la MFSÉ en respectant les limites imposées par le CNBC. La 2<sup>e</sup> itération a été conçue avec une analyse spectrale et la 3<sup>e</sup> itération a été réalisée à l’aide d’une analyse temporelle non-linéaire. Dans tous les cas, la conception considérait les contreventements et le patron d’attache obtenus de l’itération précédente.

Les résultats montrent qu’en procédant à l’analyse spectrale, il est possible de concevoir le diaphragme avec une résistance 20% plus faible que la résistance requise par la MFSÉ. L’analyse non-linéaire montre que la résistance au cisaillement du diaphragme près des extrémités doit être maintenue sur plus du tiers de la portée avant de pouvoir utiliser un clouage moins résistant.

En conclusion, les résultats confirment la validité du calcul du déplacement latéral total du toit proposé par le CNBC. On souligne également l’amplification importante du cisaillement dans le diaphragme observé lors de l’analyse non-linéaire.



# DYNAMIC SEISMIC RESPONSE AND DESIGN OF SINGLE-STORY STRUCTURES WITH FLEXIBLE STEEL ROOF DECK DIAPHRAGMS

S. Trudel-Languedoc<sup>1</sup>, R. Tremblay<sup>2</sup> and C.A. Rogers<sup>3</sup>

## ABSTRACT

The influence of the flexibility of the roof diaphragm on the dynamic seismic response of single-storey steel framed buildings with metal roof deck diaphragms is examined. Modal properties relevant to seismic design are defined as a function of the ratio between diaphragm deformations and bracing bent lateral deflections and the type of diaphragm deformation (flexure or shear). The seismic dynamic response of a rectangular building is studied with focus on diaphragm shear forces and bracing bent deformations. Compared to the static force method, response spectrum dynamic analysis leads to a reduced design base shear; however, relatively higher diaphragm shears are obtained along the diaphragm span. Nonlinear response history analysis shows greater shear amplifications in the diaphragm. This response is related to the ratio between the spectral ordinates at the first and third modes. The drift demand as predicted by current code provisions is adequate; however, bracing bent deformations must be determined with consideration that the roof diaphragm is designed to behave essentially elastically.

---

<sup>1</sup>Graduate student, <sup>2</sup>Professor, Dept. of Civil Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montreal, Montreal, QC Canada H3C 3A7

<sup>3</sup>Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, McGill University, Montreal, QC, Canada H3A 0C3



## Dynamic seismic response and design of single-storey structures with flexible steel roof deck diaphragms

S. Trudel-Languedoc<sup>1</sup>, R. Tremblay<sup>2</sup> and C.A. Rogers<sup>3</sup>

The influence of the flexibility of the roof diaphragm on the dynamic seismic response of single-storey steel framed buildings with metal roof deck diaphragms is examined. Modal properties relevant to seismic design are defined as a function of the ratio between diaphragm deformations and bracing bent lateral deflections and the type of diaphragm deformation (flexure or shear). The seismic dynamic response of a rectangular building is studied with focus on diaphragm shear forces and bracing bent deformations. Compared to the static force method, response spectrum dynamic analysis leads to a reduced design base shear; however, relatively higher diaphragm shears are obtained along the diaphragm span. Nonlinear response history analysis shows greater shear amplifications in the diaphragm. This response is related to the ratio between the spectral ordinates at the first and third modes. The drift demand as predicted by current code provisions is adequate; however, bracing bent deformations must be determined with consideration that the roof diaphragm is designed to behave essentially elastically.

Single-storey steel buildings are extensively used in North America for light industrial, recreational and commercial applications. In these structures, corrugated steel roof deck panels form a diaphragm that transfers lateral loads to the vertical bracing elements (Fig. 1a.). The roof diaphragm resists in-plane shear forces and bending moments, which causes horizontal in-plane deformations  $\Delta_D$  of the diaphragm that add to the drift deflection of the vertical bracing,  $\Delta_B$  (Fig. 1b). In current codes, the equivalent static force procedure is generally used for the design of this type of structure where the design seismic loads essentially depend on the seismic weight, the structure fundamental period of vibration and the ductility of the vertical bracing system.

Past numerical and experimental studies revealed that in-plane flexibility of the diaphragm elongates the building fundamental period [1]. As shown in Fig. 1c, the amplitude and distribution of in-plane diaphragm shears and bending moments as well as the peak seismic lateral deflection of the structure are also influenced by the diaphragm dynamic response [1-5]. Moreover, the ductility demand on the vertical bracing is also impacted by the flexibility of the roof diaphragm [1, 6-8]. These aspects have yet to be incorporated in design.

<sup>1</sup>Graduate student, <sup>2</sup>Professor, Dept. of Civil Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montreal, Montreal, QC Canada H3C 3A7

<sup>3</sup>Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, McGill University, Montreal, QC, Canada H3A 0C3

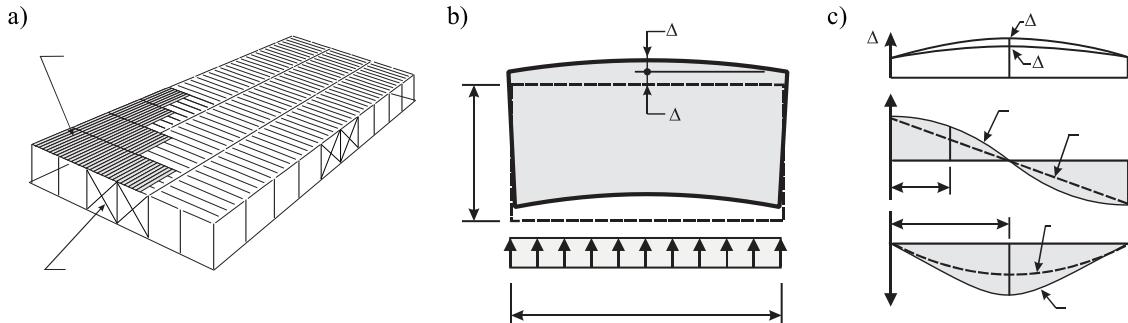


Figure 1. a) Typical single-storey steel building; b) Plan view showing lateral deformation under lateral loading; c) Dynamic amplification of in-plane diaphragm deformation, shear and moment.

This paper presents the dynamic properties that are relevant for the seismic design of single-storey rectangular buildings with flexible roof diaphragms. A building example is then used to examine the various roof diaphragm designs that are obtained when adopting static and dynamic methods of analysis in design. The design is then verified and modified further based on the building behaviour as predicted using nonlinear response history analyses. The study focuses on the diaphragm shear force demand on the deformation demand on the vertical bracing system. In this example, steel concentrically braced frames (CBFs) are used for the vertical bracing and the design is performed in accordance with Canadian codes [9, 10]. Similar results would be expected if another vertical framing system or code were considered.

The lateral load resisting system of a rectangular building with flexible roof diaphragm and bracing bents located along the perimeter walls can be analyzed using three-dimensional finite element model as shown in Fig. 2a. However, a simplified model with an elastic beam representing the roof diaphragm supported on flexible supports representing the vertical bracing (Fig. 2b) may be used when examining the response of a symmetrical rectangular building. The beam, having a length equal to the diaphragm span,  $L$ , is assigned the flexural ( $EI$ ) and shear ( $GA_s = G'b$ ) in-plane stiffness properties of the diaphragm. The seismic weight  $W$  of the roof (including snow) and top half of the walls is assumed to be uniformly distributed over the roof area, leading to a uniformly distributed mass  $m$ .

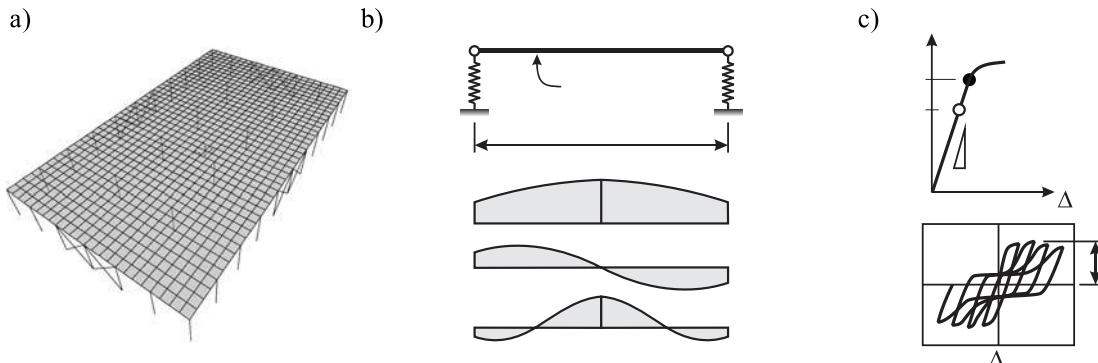


Figure 2. a) Three-dimensional model; b) Beam analogy with mode shapes; c) Lateral strength and inelastic response of the vertical bracing system.

The vertical bracing has a total lateral stiffness  $K_B$  and strength  $V_y$ . The shapes of the first three vibration modes of this system are also shown in Fig. 2b. Mode 2 is not excited by ground motions acting simultaneously at both ends of the structure and is therefore omitted in seismic design. The hysteretic response of the vertical bracing system is schematically illustrated in Fig. 2c. In Canada, capacity design must be applied such that the inelastic deformations concentrate in the vertical bracing system and the diaphragm responds essentially elastically [9, 10].

The building fundamental period can be estimated with the Rayleigh-Ritz method using the deflected shape  $\Delta(x)$  of the structure under a uniformly distributed load  $w = W/L$ :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\int w [\Delta x]^2 dx}{g \int w \Delta x dx}} \quad (1)$$

$$\text{with } \Delta x = \Delta_B + \frac{16\Delta_F}{5} \left[ x L - 2x L^3 + x L^4 \right] + 4\Delta_S \left[ x L - x L^2 \right] \quad (2)$$

In the expression for  $\Delta(x)$ ,  $\Delta_B$  is the lateral deflection of the vertical bracing bent, and  $\Delta_F$  and  $\Delta_S$  are the maximum flexural and shear deformations of the roof diaphragm at mid-span:

$$\Delta_B = \frac{wL}{K_B} \quad \Delta_F = \frac{5wL^4}{384EI} \quad \Delta_S = \frac{wL^2}{8G b} \quad (3)$$

The total roof deformation  $\Delta_D$  at  $L/2$  in Fig. 1b is:  $\Delta_D = \Delta_F + \Delta_S$ . The above flexural and shear diaphragm deflections assume uniform diaphragm properties over the span  $L$ ; the influence of varying properties is discussed later. In Fig. 3a, the normalized contribution of the flexural and shear diaphragm deformations to  $\Delta(x)$  are compared. Both deflection profiles are similar and, for simplification, the diaphragm deflection can be defined using only one profile. If flexural deformation is adopted, the deflected shape of the diaphragm is given by:

$$\Delta x = \Delta_B + \frac{16\Delta_F}{5} \left( \frac{EI}{EI_e} \right) \left[ x L - 2x L^3 + x L^4 \right] \quad (4)$$

where  $EI_e$  is the diaphragm equivalent flexural stiffness determined such that the ratio  $\Delta_D/\Delta_B$  for the structure is kept unchanged:

$$\frac{\Delta_D}{\Delta_B} = \frac{5wL^4}{384EI_e} \frac{K_B}{wL} = \frac{5K_B L^3}{384EI_e} \Rightarrow EI_e = \frac{5K_B L^3}{384(\Delta_D/\Delta_B)} \quad (5)$$

Using the above equations, one can find that:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\left\{ \frac{W}{g K_B} \right\} \Phi} \text{, with } \Phi = \frac{1 + (32/25)(\Delta_D/\Delta_B) + 0.504(\Delta_D/\Delta_B)^2}{1 + (16/25)(\Delta_D/\Delta_B)} \quad (6)$$

In Eq. 6, the term  $W/(g K_B)$  is used to determine the period of a single-storey building with a rigid roof diaphragm and  $\Phi$  is a modifier that accounts for the in-plane flexibility of the roof diaphragm. The parameter  $\Phi$  is plotted as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$  in Fig. 3b (case  $\Delta_S = 0$ ). The variation is nearly linear and can be represented by the linear fit  $\Phi = 1 + \alpha(\Delta_D/\Delta_B)$ , with  $\alpha = 0.76$ , which leads to the approximate period expression found in design codes and guidelines [11]:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\left\{ \frac{W}{g K_B} \right\} \{1 + 0.76(\Delta_D/\Delta_B)\}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g} (\Delta_B + 0.76\Delta_D)} \quad (7)$$

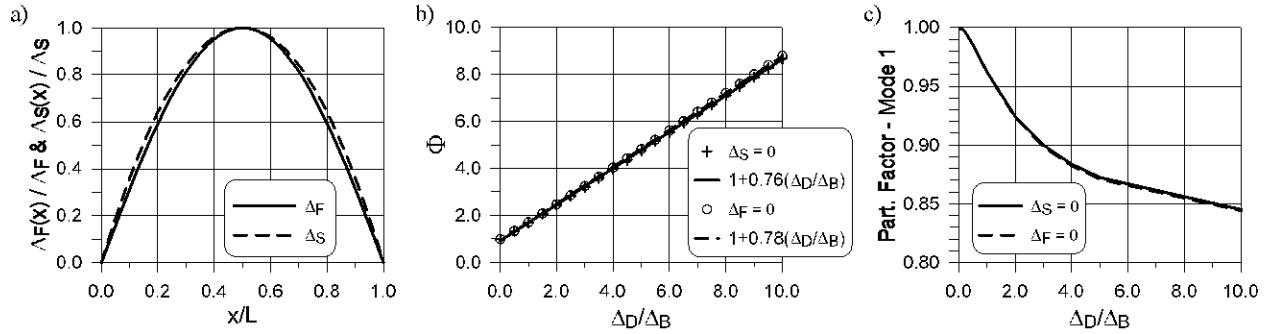


Figure 3. First mode properties: a) Normalized flexural and shear diaphragm deformation profiles under uniformly distributed lateral loading; b) Variation of  $\Phi$  as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$ ; c) Variation of the participation factor for vibration mode 1 as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$ .

If the diaphragm deformation were defined using both flexural and shear deformations, as described by Eq. 2, the same result (Eq. 6) would be obtained except that  $\Phi$  would be given by:

$$\Phi = \frac{\left[ 37.79(\Delta_F/\Delta_S)^2 + 77.71(\Delta_F/\Delta_S) + 40 \right] (\Delta_D/\Delta_B)^2 + \dots}{\left[ 48(\Delta_F/\Delta_S)^2 + 98(\Delta_F/\Delta_S) + 50 \right] (\Delta_D/\Delta_B) + 75[(\Delta_F/\Delta_S) + 1]^2} \quad (8)$$

The parameter  $\Phi$  from Eq. 8 also varies nearly linearly as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$ , regardless of the  $\Delta_F/\Delta_S$  ratio. The extreme case where shear deformations control ( $\Delta_F = 0$ ) is also plotted in Fig. 3b. For this case, the best linear fit is obtained with  $\alpha = 0.78$ . Intermediate values of  $\alpha$  between 0.76 and 0.78 are required for intermediate values of  $\Delta_F/\Delta_S$ . Hence, using  $\alpha = 0.76$  would give a conservative period estimate for seismic design purposes.

The participation factor for vibration mode 1 can be obtained assuming a first mode shape defined by Eq. 2 and normalized with respect to the mass [12]. In Fig. 3c, the participation

factor is plotted as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$  for the two extreme cases of  $\Delta_F/\Delta_S$ . As shown, more than 90% of the total structure mass is mobilized in the first mode for  $\Delta_D/\Delta_B$  up to 3.0, regardless of the  $\Delta_F/\Delta_S$  ratio. According to current building codes, only the first mode would need to be considered in the seismic design of these structures.

### Third Mode Properties

An exact (closed form) solution for the period in mode 3 can be obtained assuming flexural diaphragm deformations ( $\Delta_S = 0$ ) [12]. For this mode, however, the influence of shear deformations (or  $\Delta_F/\Delta_S$ ) is more pronounced than for the fundamental mode and the results obtained assuming flexural deformations would not be sufficiently accurate for the common case where shear deformations govern the diaphragm response. A parametric study was therefore conducted in which the periods and participation factors were determined for various values of  $\Delta_D/\Delta_B$  and  $\Delta_F/\Delta_S$ . In Fig. 4a, the period in the third mode, as normalized with respect to  $T_1$ , is given as a function of these two parameters. The period  $T_3$  increases rapidly with respect to  $T_1$  for  $\Delta_D/\Delta_B$  less than approximately 1.0. The ratio  $T_3/T_1$  then stabilizes and even reduces for large  $\Delta_F/\Delta_S$  values. The mode 3 period steadily increases when the contribution of shear deformations to diaphragm in-plane deflections is increased. For flexible diaphragms governed by shear response, i.e., when  $\Delta_F/\Delta_S$  is less than 0.5,  $T_3$  can be taken equal to approximately 0.3  $T_1$ .

The participation factor for mode 3 is given in Fig. 4b. This participation factor also increases with the flexibility of the roof diaphragm and this increase is more important for diaphragms that respond in flexure. For  $\Delta_D/\Delta_B$  less than 2.0, the participation factor in mode 3 is less than 8%, which is relatively small.

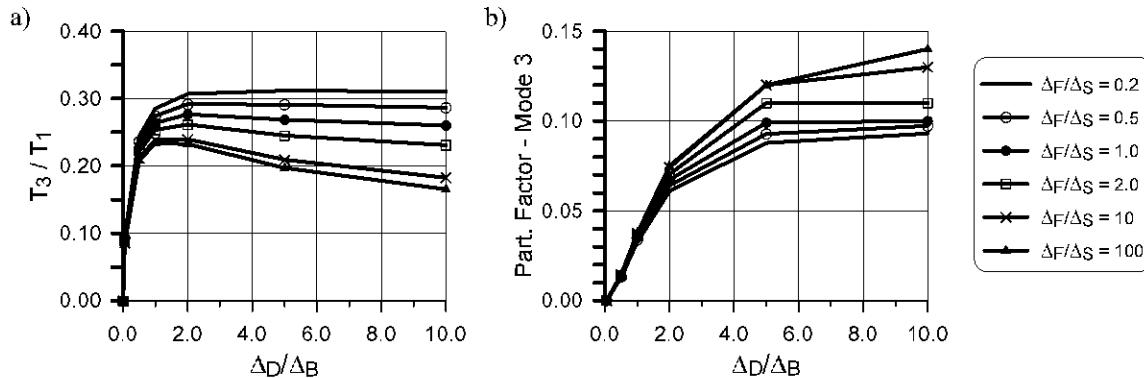


Figure 4. Third mode properties: a) Variation of  $T_3/T_1$  as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$ ; c) Variation of the participation factor for mode 3 as a function of  $\Delta_D/\Delta_B$ .

### Building Example

#### Building Design

The structure studied (Fig. 5a) is laterally braced by Type MD (moderately ductile) tension-only X-bracing located in each of the perimeter walls. This braced frame structure classifies for ductility- and overstrength-related seismic force modification factors  $R_d = 3.0$  and  $R_o = 1.3$  according to the NBCC [10]. The structure is located on a class C site in Vancouver, British

Columbia, and the design spectrum,  $S$ , is given in Fig. 5b. The roof dead load and roof snow load are respectively equal to 1.10 and 1.64 kPa. The weight of the wall cladding is 0.5 kPa. In the N-S direction, the resulting total seismic weight at the roof level is 5484 kN. The roof diaphragm is made from 914 mm wide x 38 mm deep Canam P3615 deck panels oriented parallel to the long (76 m) walls and supported on steel roof joists uniformly spaced 1.9 m apart. Sidelap and frame fasteners are respectively Hilti #12 self-tapping screws Hilti X-EDN19 power actuated fasteners.

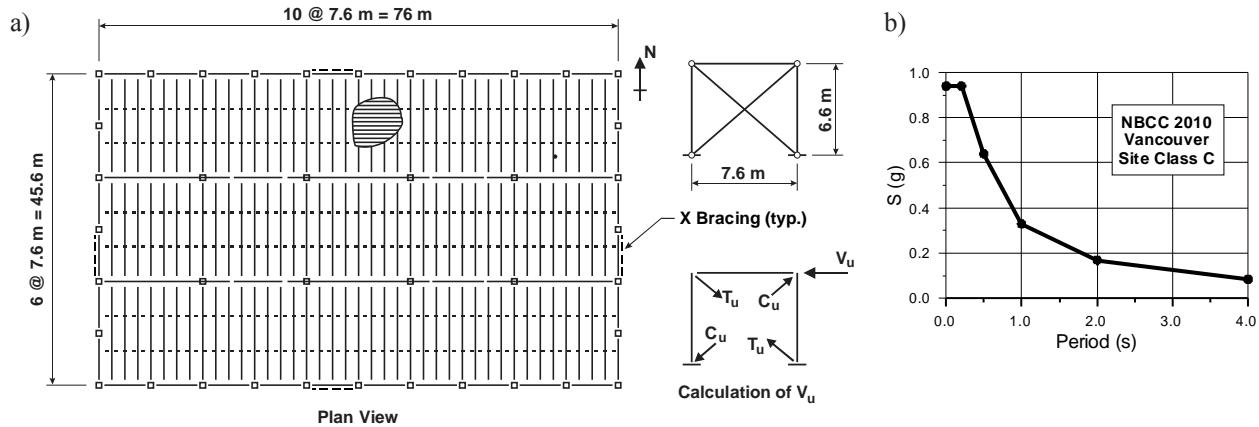


Figure 5. a) Building studied; b) Design Spectrum for Vancouver BC.

### Equivalent Static Force Procedure

The structure is studied in its N-S direction and seismic design is initiated using the equivalent static force procedure. For the 2015 edition of NBCC, it is proposed that the fundamental period of single-storey buildings with flexible roof diaphragms be taken equal to  $T_a = 0.035h_n + 0.004L$ , where  $h_n$  is the building height and  $L$  is the diaphragm span. For the structure studied,  $T_a = 0.535$  s. Alternatively, the period obtained from dynamic analysis can be used, except that  $T_a$  must not exceed 1.5 times the value from the empirical expression. Herein, it is assumed that the computed period will exceed  $1.5 \times 0.535 = 0.80$  s, as will be verified later, and  $T_a = 0.80$  s is adopted for design. With this period,  $S = 0.452$  (Fig. 5b) and the design factored base shear  $V_f = 636$  kN ( $= 0.12 W$ ). Each braced frame is designed to resist 55% of  $V_f$ , the additional 10% being considered for accidental eccentricity effects. The selected braces and columns are ASTM A500, grade C, HSS 76x76x6.4 and HSS 178x178x6.4, respectively, which gives  $K_B = 32$  kN/mm.

The probable shear resistance of each vertical braced frame  $V_u = 648$  kN, as obtained from the brace probable resistances in tension,  $T_u$ , and compression,  $C_u$  (see Fig. 5a). For HSS members,  $T_u$  and  $C_u$  are calculated using resistance factors equal to 1.0 and a probable yield stress  $R_y F_y = 460$  MPa, as specified in [9]. The resistance  $V_u$  dictates the design factored shear in the roof diaphragm:  $S_f = 648$  kN/45.6 m = 14.2 kN/m. This shear can be resisted using 0.76 mm thick deck panels with a 914/7 frame fastener pattern and sidelap fasteners spaced 146 mm o/c. From the SDI design method [14], the factored shear resistance,  $S_r$ , is 14.5 kN/m and  $G' = 17.5$  kN/mm. Assuming a linear variation of the shear force along the diaphragm span, the fastener arrangement is tailored to match the shear demand, which results in lower shear stiffness towards the center of the roof. This design is illustrated in Fig. 6a (Design 1). The larger fastener spacing

in the central region of the diaphragm is sufficient to resist the shear expected next to the 76 m long exterior walls for earthquake actions in the longitudinal direction.

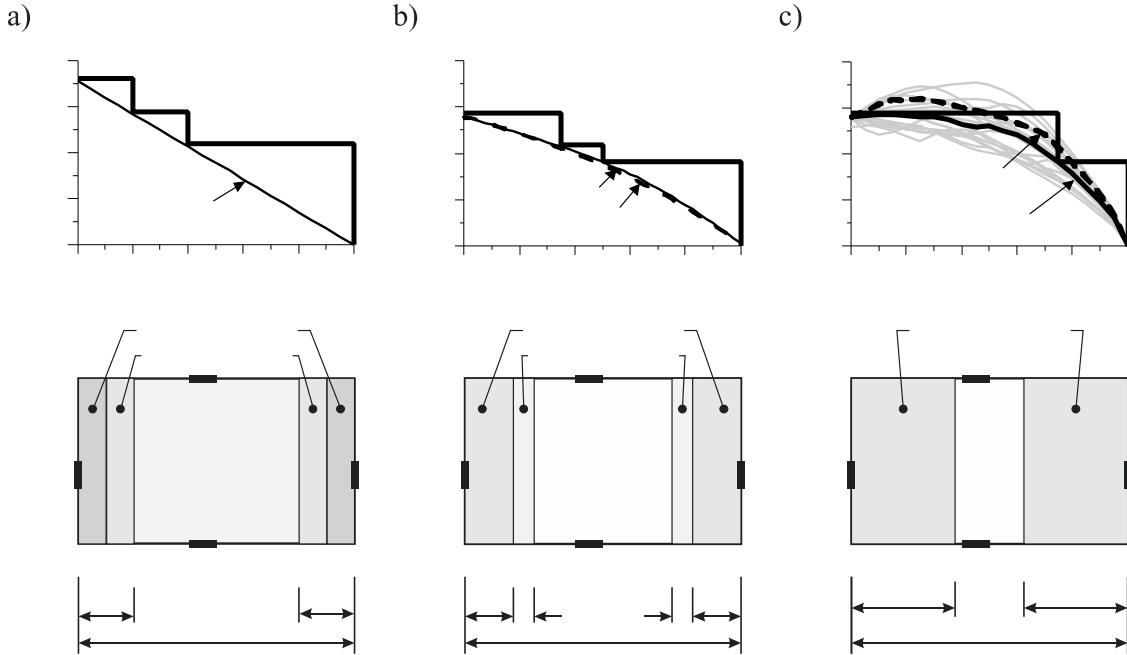


Figure 6 Design results.

Under the seismic load 636 kN, the deflection of the bracing bent is 19.9 mm. If the roof diaphragm was infinitely rigid ( $\Delta_D/\Delta_B = 0$ ), the structure period  $T_1$  from Eq. 7 would be equal to 0.83 s. The perimeter beams on the E-W walls have a cross-sectional area of  $8140 \text{ mm}^2$ , which gives a diaphragm flexural stiffness  $EI = 1693 \times 10^{12} \text{ kN-mm}^2$ . Using Eq. 3, one can predict roof in-plane deformations  $\Delta_F = 2.1 \text{ mm}$  and  $\Delta_S = 7.6 \text{ mm}$  assuming a uniform diaphragm design with  $G' = 17.5 \text{ kN/mm}$  and a seismic load uniformly distributed over  $L = 76 \text{ m}$ . For this case,  $\Delta_F/\Delta_S = 0.28$  &  $\Delta_D/\Delta_B = 0.49$  and Eq. 7 gives a period  $T_1$  equal to 0.97 s. For the varying diaphragm design of Fig. 6a,  $\Delta_S$  increases to 21.0 mm, which results in  $\Delta_F/\Delta_S = 0.10$  &  $\Delta_D/\Delta_B = 1.16$ . In this case, Eq. 7 predicts  $T_1 = 1.14 \text{ s}$ . Using the beam model shown in Fig. 3b with  $G'$  changing along the span, the computed periods  $T_1$  and  $T_3$  from dynamic analysis are respectively equal to 1.11 s and 0.37 s. The first mode period estimate from Eq. 7 (1.14 s) is close to that value, even if  $G'$  is not uniform. The ratio  $T_3/T_1 = 0.37/1.11 = 0.33$  also agrees well with the value predicted in Fig. 4a for  $\Delta_D/\Delta_B = 1.16$  &  $\Delta_F/\Delta_S = 0.10$ . In the NBCC, the anticipated drifts including inelastic effects are obtained by multiplying the deflections for elastic analysis ( $= 19.9 + 2.1 + 21.0 = 43.0 \text{ mm}$ ) by  $R_d R_o$  ( $= 3.9$ ), giving 168 mm at  $L/2$ , which equals the code limit of 2.5%  $h_n$ . Also, the computed period  $T_1$  exceeds  $T_a = 0.80 \text{ s}$  initially assumed. The design is therefore satisfactory.

Design 1 is verified using the response spectrum analysis (RSA) method. The base shear from dynamic analysis ( $= 416 \text{ kN}$ ) is less than 0.8 V from static analysis ( $= 509 \text{ kN}$ ). According to the

NBCC, RSA results must then be scaled by the ratio  $509/416 = 1.22$ . The resulting force demand on the braced frame is reduced and smaller bracing members (HSS 76x76x4.8) are used, which results in a reduced  $K_B = 25.41 \text{ kN/mm}$  &  $V_u / \text{frame} = 507 \text{ kN}$ . The factored shear demand at the diaphragm ends also diminish:  $507 \text{ kN}/45.6 \text{ m} = 11.1 \text{ kN/m}$ . Diaphragm shears from RSA are then linearly scaled such that the unit shears at the diaphragm ends become  $11.1 \text{ kN/m}$ , and the diaphragm design is modified to develop the so-adjusted shear demands. The resulting Design 2 is shown in Fig. 6b. The reduction in base shear to 80% of the static value led to a much more flexible roof diaphragm near the building ends, but the reduction is nullified along the diaphragm span due to dynamic amplification revealed by RSA. For instance, at  $x = 0.25L$ , the shear demand from RSA is 1.30 times larger than the value that would be obtained assuming a straight line shear variation, which leads to an increase of 2% compared to the shear from static analysis.

Using the beam model of Fig. 3b, the periods for Design 2 are  $T_1 = 1.28 \text{ s}$  &  $T_3 = 0.39 \text{ s}$ , slightly longer than the Design 1 periods. For Design 2,  $\Delta_D/\Delta_B = 1.23$  &  $\Delta_F/\Delta_S = 0.075$ . With these values, Eq. 7 predicts  $T_1 = 1.30 \text{ s}$  &  $T_3 \approx 0.3 \text{ s}$  ( $T_1 = 0.39 \text{ s}$  (Fig. 4a)). These two values are in good agreement with those obtained by analysis. Because the structure properties changed from Design 1 to Design 2, RSA was redone using Design 2 properties. Due to the longer periods, the base shear from analysis reduced from 416 to 385 kN; this change had no effect on design as all results had to be scaled up to the same reference value corresponding to 80% of the static base shear (509 kN). The braced frames and end diaphragm shears then remained unchanged. Shear distribution in the diaphragm was slightly affected due to the change in dynamic properties; however, the change was not sufficient to justify a modification to the diaphragm design (Fig. 6b). Hence Design 2 is considered adequate for strength. In the NBCC structure deflections obtained from response spectrum analysis need not be scaled with respect to the static base shear. From the analysis of Design 2,  $\Delta_B = 15.1 \text{ mm}$ , the diaphragm deformation at  $L/2$  is  $20.8 \text{ mm}$  and the total horizontal deflection is  $35.9 \text{ mm}$ . According to NBCC, the total drift at the building mid-length including inelastic effects is therefore  $3.9 \times 35.9 = 140 \text{ mm}$ , which is equal to  $2.1\% h_n$ .

Due to the strength hierarchy implemented in design, yielding under a strong earthquake will concentrate in the bracing bents while the diaphragm will remain essentially elastic. At the expected total lateral deflection of 140 mm, the braced frames will likely develop their probable lateral resistances  $V_u = 507 \text{ kN}$  and the diaphragm deformation can be estimated as  $20.8 \text{ mm} \times (2 \times 507)/385 = 55 \text{ mm}$  (385 kN is the base shear from RSA). The remaining building lateral deformation,  $140 - 55 = 85 \text{ mm} = 1.29\% h_n$ , will therefore have to be accommodated by the bracing bents. This deformation demand is 45% larger than the value that would be predicted by multiplying the braced frame elastic deformation of 15.1 mm by  $R_d R_o$  ( $= 59 \text{ mm}$ ), as this is generally done for structures with rigid diaphragms.

Using the beam model of Fig. 3a, nonlinear response history analysis (NLRHA) of Design 2 was performed to verify the diaphragm shear force and bracing bent deformation demands predicted by elastic dynamic (response spectrum) analysis. The analyses were performed using an ensemble of 20 ground motion records from past earthquakes scaled to match the site design spectrum (Fig. 7a). Elastic beam response was modelled but the pinched hysteretic behaviour of

Fig. 2c was applied for the braced frames [6]. A total elastic stiffness  $K_B = 25.41$  kN/mm and a total lateral resistance  $V_u = 1014$  kN ( $= 2 \times 507$ ) were specified for the two braced frames acting in the N-S direction. Tension-only bracing with slender braces as used in this design exhibit limited overstrength from redistribution of brace forces in the post-buckling range, and the frame yield strength  $V_y$  was set equal to  $V_u$ .

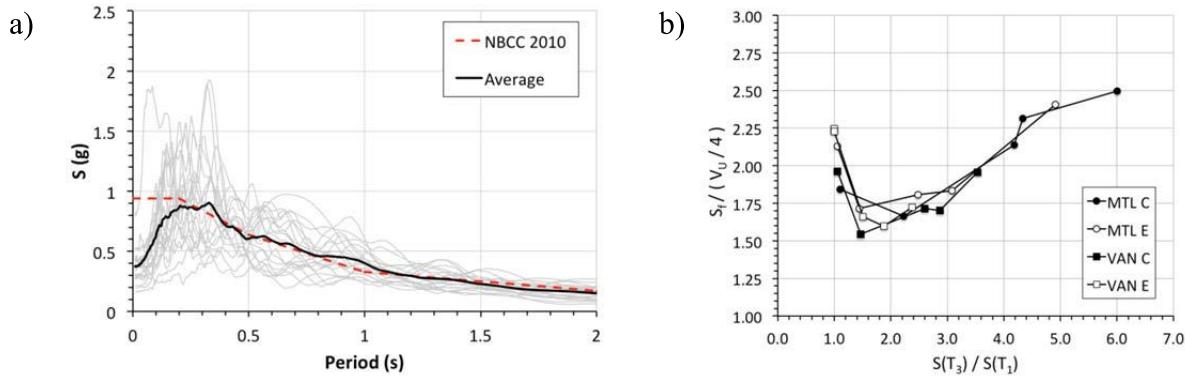


Figure 7 a) Acceleration spectra of the scaled ground motions; b) Influence of  $S(T_3)/S(T_1)$  on the shear demand at  $x = 0.25L$ .

The shear demand envelop from each ground motion is plotted in Fig. 6c. The 50<sup>th</sup> and 84<sup>th</sup> percentile values are also shown. Shears at diaphragm ends are controlled by the capacity of the braced frames. Along the diaphragm span, however, the demand exceeds the values predicted by the RSA method. Design 3 illustrated in the figure is proposed to resist the 50<sup>th</sup> percentile shear demand. As shown, the strong diaphragm design is required over a much larger portion of the roof. This modification had very small impact on the diaphragm stiffness and no further analysis was necessary to characterize the structure response. Similar amplification of diaphragm shears was also observed for other buildings studied in this project that are located at different sites and have other periods,  $\Delta_D/\Delta_B$  and  $\Delta_F/\Delta_S$  ratios. As shown in Fig. 7b, the results indicate a clear correlation between the shear demand and the ratio  $S(T_3)/S(T_1)$ . This behaviour is attributed to the fact that the forces from first mode response are bounded by the capacity of the bracing bents whereas the response in mode 3 essentially develops within the elastic diaphragm. Hence, even if mode 3 participation factor from elastic modal analysis is small, the response in that mode may contribute significantly to the diaphragm response when the vertical bracing responds in the nonlinear range, and this behaviour must be considered in design.

The 50<sup>th</sup> and 84<sup>th</sup> percentile values of the peak total building drifts at the diaphragm mid-span are equal to 123 and 152 mm, respectively. This demand is consistent with the prediction based on the NBCC (140 mm). The corresponding deflections for the bracing bents are equal to 70 mm and 105 mm, which in agreement with the 85 mm value obtained when considering the differences between the bracing bent (inelastic) and diaphragm (elastic) responses.

The dynamic properties in vibration modes 1 and 3 have been examined for regular single-storey steel-framed buildings with flexible roof diaphragms. These properties depend on the diaphragm

to vertical lateral deformations. For mode 3, the properties also depend on the ratio between diaphragm flexural and shear deformations. The impact of the analysis method on the seismic design was investigated for a building example. The use of the RSA method resulted in a lighter design compared to the static force procedure, mainly because the structure had a long fundamental period, and thus benefited from scaling of the dynamic analysis results to a reduced value. However, RSA predicted relatively higher shears within the diaphragm span. Nonlinear response history analyses revealed that the shear demand is magnified further for structures responding in the nonlinear range to earthquakes. The analyses confirmed the code predictions for the total roof drifts including inelasticity effects. Bracing bent deformations must however be determined assuming that the roof diaphragm remains elastic.

### Acknowledgments

Funding is provided by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada.

### References

1. Tremblay, R. and Stiemer, S.F. Seismic Behavior of Single-Storey Steel Structures with Flexible Diaphragm. *Can. J. of Civ. Eng.* 1996; **23** (1); 49-62.
2. Medhekar, M.S., and Kennedy, D.J.L. Seismic evaluation of single-storey steel buildings. *Can. J. Civ. Eng.*, 1999; **26** (4); 379-394.
3. Kim, S.-C., White, D. W. Nonlinear analysis of a one-story low-rise masonry building with a flexible diaphragm subjected to seismic excitation. *Engineering Structures* 2004; **26** (14); 2053-2067.
4. Tremblay, R. and Rogers, C. Impact of Capacity Design Provisions and Period Limitations on the Seismic Design of Low-Rise Steel Buildings. *Int. J. of Steel Structures* 2005; **5** (1); 1-22.
5. Tremblay, R., Bérard, T., and Filiatrault, A. Experimental Behaviour of Low-Rise Steel Buildings with Flexible Roof Diaphragms. *Proc. 12<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Eng.*, Auckland, NZ; 2000; Paper No. 2567.
6. Adebar, P., Guan, Z., and Elwood, K. Displacement-based design of concrete tilt-up frames accounting for flexible diaphragms. *Proc. 13<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Eng.*, Canadian Association for Earthquake Eng., Vancouver, BC; 2004; Paper No. 1054.
7. Trudel-Languedoc, S., Tremblay, R., Shresta, K., and Rogers, C. Seismic Force and ductility demand on the braced bents of single-storey buildings with flexible roof deck diaphragms. *Proc. 15<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Eng.*, Lisbon, Portugal; 2012; Paper No. 5294.
8. Humar, J., and Popovski, M. Seismic Response of Single-Storey Buildings with Flexible Roof Diaphragms, *Can. J. of Civ. Eng.* 2013; **40** (9); 875-886.
9. CSA. *Design of steel structures, CSA S16-09*. Canadian Standards Association, Mississauga, ON. 2009.
10. NRCC. *National Building Code of Canada, 13<sup>th</sup> ed.* National Research Council of Canada, Ottawa, ON. 2010.
11. ASCE. *Seismic Rehabilitation of Existing Buildings, ASCE Standard ASCE/SEI 41-06*. American Society for Civil Engineers, Reston, VI. 2006.
12. Chopra, A.K. *Dynamics of Structures, 4<sup>th</sup> ed.* Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2011.
13. Tremblay, R. and Rogers, C.A. Seismic design of low-rise steel buildings with flexible steel roof deck diaphragms – a Canadian perspective. *Steel Construction* 2011, 4 (4): 242-250.
14. Luttrell, D. *Diaphragm Design Manual, 3<sup>rd</sup> ed., includes Appendix VI Addendum, Nov. 2006*. Publication No. DDM03, Steel Deck Institute, Fox River Grove, IL. 2004.