

**Titre:** Méthode inverse appliquée à l'interprétation de mesures de  
Title: contraintes au doorstopper modifié

**Auteur:** Caroline Vézina  
Author:

**Date:** 2014

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Vézina, C. (2014). Méthode inverse appliquée à l'interprétation de mesures de  
Citation: contraintes au doorstopper modifié [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1650/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1650/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Robert Corthésy, & Maria-Helena Leite  
Advisors:

**Programme:** Génie civil  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODE INVERSE APPLIQUÉE À L'INTERPRÉTATION DE MESURES  
DE CONTRAINTES AU *DOORSTOPPER* MODIFIÉ

CAROLINE VÉZINA

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CIVIL)

DÉCEMBRE 2014

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MÉTHODE INVERSE APPLIQUÉE À L'INTERPRÉTATION DE MESURES  
DE CONTRAINTES AU *DOORSTOPPER* MODIFIÉ

présenté par : VÉZINA Caroline

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. COURCELLES Benoît, Doct., président

Mme LEITE Maria Helena, Ph. D., membre et directrice de recherche

M. CORTHÉSY Robert, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. GILL Denis E., Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Je débute ce mémoire en remerciant mes directeurs de recherche. Tout d'abord, ma directrice de recherche, Maria Helena Leite qui m'a fait découvrir et transmis sa passion pour la géotechnique pour la première fois dans le cours d'*Excavations et travaux souterrains*. Elle fût très inspirante pour moi en tant que femme en génie. Ensuite, un merci spécial à Robert Corthésy, mon codirecteur de recherche, pour sa grande expertise dans le domaine de la mécanique des roches. Tous deux m'ont appuyé tout au long de mon projet, ils m'ont toujours donné de judicieux conseils et ont répondu à mes questions avec beaucoup de compréhension. Je les remercie également pour leur soutien financier tout au long de ma recherche.

Je remercie également ma grande sœur, Amélie Vézina, étudiante au doctorat en physiologie à l'UQAM, d'être un modèle pour moi. Elle fût un réel exemple d'étudiante rigoureuse à la maîtrise.

Un merci spécial à ma petite sœur, Isabelle Vézina, étudiante à l'UdeM en enseignement des sciences au secondaire pour être aussi un modèle pour moi, elle, étant toujours très studieuse, elle m'a souvent encouragé à persévérer.

Je remercie chaleureusement mes parents, Mariette Bergeron et Denis Vézina, qui m'ont toujours supporté dans tout ce que je fais depuis que je suis petite. Ils m'ont toujours encouragé à investir beaucoup d'heures dans mes études autant que dans le sport puisqu'ils m'ont appris que ces deux sphères d'activité sont aussi importantes les unes que les autres afin d'avoir un bon équilibre de vie. C'est grâce à eux si j'ai un bel avenir d'ingénieure devant moi.

Enfin, je remercie tous mes partenaires et amis de badminton, avec lesquels je partage ma grande passion, de m'avoir toujours encouragé et supporté. Eux-mêmes, connaissant ce que la conciliation du sport et des études implique, ils ont toujours été fiers de moi d'avoir accompli un tel exploit dans mes études tout en pratiquant un sport de haut niveau.

## RÉSUMÉ

Cette présente étude a comme objectif de développer et de mettre en œuvre une méthode novatrice d'interprétation pour le calcul du tenseur de contraintes dans les massifs rocheux ou en béton avec une cellule *Doorstopper* modifiée. Il existe actuellement plusieurs méthodes pour mesurer le tenseur de contraintes *in-situ*. Elles sont basées sur trois principes majeurs, le principe du rétablissement, le principe de fracturation et le principe de récupération. La cellule *Doorstopper* modifiée fonctionne selon le principe de récupération. Les méthodes d'interprétation existantes pour cette technique de mesure peuvent présenter certaines failles quant à la justesse et la précision des valeurs obtenues. Un des principaux objectifs de ce projet est donc de montrer que cette nouvelle méthode, appelée méthode inverse, est plus précise que les méthodes présentement utilisées, soit les méthodes conventionnelle et *Recovered to Peak strain Ratio* (RPR).

Lorsque les courbes de déformations récupérées obtenues sur le terrain présentent un bruit aléatoire dû à un ensemble de causes, les deux méthodes d'interprétation déjà connues peuvent mener à des erreurs significatives lorsque vient le temps de calculer le tenseur de contraintes *in-situ* puisque les valeurs utilisées lors des calculs prennent en compte seulement une ou deux valeurs obtenues sur la courbe des déformations récupérées. En effet, puisque les valeurs au pic peuvent être très aléatoires, il est difficile de les déterminer avec exactitude. C'est alors dans ce cas que peut apparaître une plus grande erreur sur les valeurs des composantes de contraintes. Afin d'atteindre l'objectif du projet, plusieurs étapes sont franchies au cours de cette recherche.

Premièrement, des équations de type rationnelles polynomiales de degré 4 permettant de prédire la déformation de la roche au point de mesure en fond de trou en fonction du rapport d'avancement du forage sont obtenues à partir des données de simulations numériques faites par Ouellet (2012). Ces relations permettent de simuler les courbes de déformation récupérées pour n'importe quel type de roche isotrope ou transversalement isotrope et de valider si la méthode inverse fonctionne. Ces courbes simulées ont deux fonctions dans ce projet. La première, qui est la principale, consiste à utiliser ces courbes directement dans la méthode inverse pour obtenir le tenseur de contrainte recherché. La deuxième utilité est de disposer d'un outil permettant de générer des données synthétiques qui sont ensuite utilisées pour étudier la performance de la méthode inverse lorsque du bruit ou des erreurs systématiques viennent affecter les courbes de

récupération. Ces données synthétiques sont préférées à des données réelles puisqu'elles sont liées à un état de contrainte connu et permettent alors une évaluation de la performance de la méthode inverse, ce qui serait impossible avec des données de terrain. À ces données synthétiques sont ajoutées des erreurs expérimentales dont il est possible de contrôler la grandeur et la distribution le long des courbes de récupération. Les résultats pour une dizaine de simulations pour différents cas de chargement montrent que les erreurs relatives calculées sur les composantes de contraintes sont plus faibles comparativement au bruit ajouté sur les déformations. Par exemple, l'erreur moyenne sur l'ensemble des composantes de contrainte pour un matériau isotrope est d'environ 4,1% pour un bruit maximal ajouté de 30% de la déformation récupérée principale majeure et de 6,9% pour un matériau transversalement lorsque le bruit ajouté maximal est de 20% de la déformation récupérée maximale majeure.

Puisque la méthode inverse est présentée comme une alternative aux méthodes conventionnelle ou RPR, la comparaison entre ces trois méthodes d'interprétation permet d'observer les performances relatives pour chacune de celles-ci et de déterminer la plus efficace et juste. En termes d'efficacité, en présence d'un matériau transversalement isotrope avec la plongée du plan d'isotropie,  $\delta$ , comprise entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , sans bruit ou erreur sur la courbe de récupération, la méthode inverse est la plus efficace puisqu'elle permet l'obtention des six composantes du tenseur de contraintes avec une extrême précision, et ce, en procédant à une seule mesure, dans un seul trou de forage. Des analyses de sensibilité permettent d'évaluer l'impact que peuvent avoir différentes erreurs expérimentales sur le calcul du tenseur de contraintes avec les trois méthodes d'interprétation évaluées.

Les résultats présentés dans cette recherche montrent que la méthode inverse est plus précise et efficace que les deux autres méthodes pour calculer le tenseur de contraintes, que la roche ait un comportement isotrope ou transversalement isotrope.

## ABSTRACT

The goal of this project is to develop a new interpretation method for stress tensor measurements in rock masses or concrete structures with a modified Doorstopper cell. Actually, a lot of methods exist to measure far field stresses. They are based on three major principles which are the principle of resettlement, the principle of fracturing and the principle of recovery. The modified Doorstopper utilizes the recovery principle. The existing methods of interpretation for stress tensor measurements can exhibit short comings as to the accuracy and precision of the obtained values. One of the objectives of this project is to demonstrate that this new method, called, inverse method, is more precise than the others actually used, which are the conventional and Recovered to Peak Ratio (RPR) method.

When the recovered strains curves are obtained on the field, they show a random distribution because of random errors. The two existing methods can bring some significant errors for the calculation of the in-situ stress tensor. One can explain this because there is only one or two points chosen on the curve. In fact, since the peak values can be different and random, it is difficult to determine the exact value at this point on the curve. It is then in this case that may appear greater error on the values of the stress components. To achieve the objective of the project, several steps have been completed during this research.

First, the rational polynomial equations of the 4<sup>th</sup> degree used to predict the deformation of the rock at the measuring downhole depending on the drilling progress report are obtained from the data of the numerical simulations (Ouellet, 2012). These relationships allow to simulate the deformation curves retrieved for any type of isotropic or transversely isotropic rock and validate if the inverse method works. These simulated curves have two functions in this project. The first, which is the main one, is to use these curves directly into the inverse method to obtain the stress tensor needed. The second purpose is to provide a tool to generate synthetic data which are then used to study the performance of the inverse method when noise or systematic errors are affecting the recovery curves. These synthetic data are preferred over real data because they are linked to a known state of stress and then allow an assessment of the performance of the inverse method, which would be impossible with field data. To these synthetic data, are added experimental error which it is possible to control the size and distribution along the recovery curves. The results for ten simulations for different load cases show that the relative errors

calculated on the stress components are lower compared to the noise added to the strain. For example, the average error over all the stress components for an isotropic material is about 4.1% for a maximum noise added of 30% of the main majored recovered deformation and 6.9% for a material transversely isotropic when the noise added is of a maximum of 20% of the main majored recovered deformation.

Since the inverse method is presented as an alternative to conventional or RPR methods, the comparison between these three methods of interpretation can reveal the relative performance for each method and determine which is the most effective and accurate. In terms of efficiency in the presence of a transversely isotropic material with a dipping of the normal to the isotropic plane,  $\delta$ , between  $0^\circ$  and  $90^\circ$ , without noise or error on the recovery curve, the inverse method is the most effective since it allows the calculation of the six components of the stress tensor with extreme precision, and that, in making a single measurement in a single borehole. Sensitivity analyzes allow the potential impact of various experimental errors in the calculation of the stress tensor with the three interpretation methods.

The results presented in this research show that the inverse method is more accurate and effective than the other two methods for the calculation of the stress tensor of a rock masse with a transversely isotropic or isotropic behavior.



## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
LISTE DES FIGURES.....	XIII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XIX
LISTE DES ANNEXES.....	XXII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Généralités.....	1
1.2 Objectif général du projet.....	2
1.3 Structure du document .....	2
CHAPITRE 2 LA TECHNIQUE DU <i>DOORSTOPPER</i> MODIFIÉ .....	3
2.1 Les contraintes <i>in-situ</i> .....	3
2.2 Les différentes techniques de mesure de contraintes .....	4
2.2.1 Le principe de rétablissement.....	4
2.2.2 Le principe de fracturation .....	5
2.2.3 Le principe de récupération.....	6
2.3 La technique du <i>Doorstopper</i> modifié .....	10
2.3.1 Le <i>Doorstopper</i> conventionnel.....	10
2.3.2 Le <i>Doorstopper</i> modifié.....	11
2.4 Méthodes d'interprétation associées à la technique du <i>Doorstopper</i> modifié .....	15
2.4.1 Méthode conventionnelle .....	15

2.4.2	Méthode RPR .....	23
2.4.3	Méthode Inverse .....	25
CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE .....		27
3.1	Objectifs spécifiques .....	27
3.2	Problème inverse .....	27
3.3	Simulations numériques de courbes de récupération associées à des chargements unitaires .....	28
3.4	Détermination des équations rationnelles polynomiales .....	30
3.4.1	Matériau isotrope .....	32
3.4.2	Matériau transversalement isotrope avec $\delta = 0^\circ$ .....	34
3.4.3	Matériau transversalement isotrope avec $\delta = 45^\circ$ .....	35
3.5	Obtention du tenseur de contraintes .....	35
3.5.1	Méthode des moindres carrés à l'aide du solveur de Microsoft Excel .....	37
3.5.2	Méthode de l'équation normale .....	38
3.5.3	Méthode de la décomposition QR .....	38
3.5.4	Méthode de la matrice pseudo-inverse et SVD .....	39
3.5.5	Résumé des méthodes .....	39
3.6	Ajout d'un bruit aléatoire .....	41
3.7	Influence de $\nu$ sur les courbes de récupération .....	43
3.8	Influence du module de Young et les courbes de récupération .....	47
3.8.1	Matériau isotrope .....	47
3.8.2	Matériau transversalement isotrope .....	48
3.9	Résumé des étapes de la méthode inverse .....	49
CHAPITRE 4 RÉSULTATS .....		50
4.1	Matériau isotrope .....	50

4.1.1	Ajout d'un bruit aléatoire sur les déformations récupérées.....	51
4.1.2	Comparaison des méthodes RPR et Inverse.....	68
4.1.3	Comparaison des méthodes Conventionnelle, RPR et Inverse .....	75
4.1.4	Analyses de sensibilité .....	76
4.2	Matériau transversalement isotrope .....	82
4.2.1	Ajout d'un bruit aléatoire sur les déformations.....	83
4.2.2	Comparaison des méthodes RPR et inverse.....	93
4.2.3	Comparaison des méthodes Conventionnelle, RPR et Inverse .....	98
4.2.4	Analyse des paramètres de déformabilité secondaires .....	99
CHAPITRE 5 DISCUSSION .....		108
5.1	Synthèse des résultats.....	108
5.1.1	Ajout d'un bruit aléatoire .....	108
5.1.2	Comparaison des trois méthodes d'interprétation.....	111
5.2	Limitation de l'étude .....	111
5.3	Recommandations .....	112
CONCLUSION .....		113
BIBLIOGRAPHIE .....		114
ANNEXES .....		117

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 : Valeur des pas d'avancement utilisés dans le présent projet .....	29
Tableau 3.2 : Comparaison des contraintes obtenues par différentes approches matricielles .....	40
Tableau 3.3 : Exemple de valeurs de coefficients de l'équation polynomiale pour chaque rapport d'avancement L/D .....	44
Tableau 4.1 : Validation de la méthode inverse pour un matériau isotrope.....	51
Tableau 4.2 : Valeurs du bruit ajouté pour chaque cas de chargement .....	52
Tableau 4.3 : Valeurs des contraintes moyennes pour dix essais.....	65
Tableau 4.4 : Erreurs moyennes (en valeurs positives ou négatives ( $\pm$ )) pour dix essais .....	65
Tableau 4.5 : Erreurs relatives moyennes pour dix essais.....	66
Tableau 4.6 : Facteurs de concentration de contraintes en fond de trou pour un matériau isotrope .....	66
Tableau 4.7 : Erreurs relatives moyennes pour dix essais lorsque $\nu = 0,40$ .....	67
Tableau 4.8 : Comparaison des méthodes RPR et Inverse pour des courbes de récupération non-entachées d'un bruit aléatoire et pour cinq coefficients de Poisson.....	68
Tableau 4.9 : Moyenne des valeurs de contraintes des deux méthodes .....	74
Tableau 4.10 : Erreurs moyennes (en valeurs positives ou négatives ( $\pm$ )) pour les méthodes RPR et Inverse .....	74
Tableau 4.11 : Moyenne des erreurs relatives pour les méthodes RPR et Inverse .....	74
Tableau 4.12 : Erreurs relatives moyennes pour dix simulations .....	76
Tableau 4.13 : Résultats obtenus pour un coefficient de Poisson, $\nu = 0,10$ .....	81
Tableau 4.14 : Résultats obtenus pour un coefficient de Poisson, $\nu = 0,30$ .....	82
Tableau 4.15 : Validation de la méthode inverse .....	83
Tableau 4.16 : Facteurs de concentration de contraintes en fond de trou pour $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$ .....	86
Tableau 4.17 : Erreurs relatives des composantes lorsque $E_1/E_2 = 1,25$ , $\nu = 0,20$ et $\delta = 45^\circ$ .....	87

Tableau 4.18 : Comparaison des erreurs relatives pour les cas isotrope et transversalement isotropes lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa.....	92
Tableau 4.19 : Comparaison des contraintes calculées avec les méthodes RPR et Inverse pour une courbe sans bruit lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$ MPa.....	94
Tableau 4.20 : Erreurs relatives moyennes pour dix simulations .....	98
Tableau 4.21 : Comparaison des valeurs de contraintes pour un rapport $E_1/E_2$ supposé unitaire	107
Tableau 5.1 : Erreurs relatives obtenues lorsque $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa.....	109
Tableau 5.2 : Erreurs relatives moyennes sur les composantes de contraintes pour toutes les combinaisons de paramètres analysées dans la présente étude .....	110
Tableau C.1 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 1,25$ avec bruit aléatoire .....	126
Tableau C.2 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 1,50$ avec bruit aléatoire .....	126
Tableau C.3 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 2,00$ avec bruit aléatoire .....	127
Tableau C.4 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 1,25$ sans bruit aléatoire.....	128
Tableau C.5 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 1,50$ sans bruit aléatoire.....	128
Tableau C.6 : Erreurs relatives sur les contraintes pour $E_1/E_2 = 2,00$ sans bruit aléatoire.....	128

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Cellule <i>Doorstopper</i> © (Roctest Ltée).....	10
Figure 2.2 : Montage de l'essai de compression biaxiale isotrope © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013).....	11
Figure 2.3 : Montage de l'essai de compression diamétrale © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013) .....	11
Figure 2.4 : Module acquiesiteur intelligent ouvert © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013).....	12
Figure 2.5 : Courbes de récupération, avec enregistrement des déformations, des invariants de déformation, de la température et de la jauge étalon © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)	13
Figure 2.6 : Cellule <i>Doorstopper</i> modifiée © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013).....	13
Figure 2.7 : Séquence des opérations de terrain pour le <i>Doorstopper</i> modifié © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013).....	14
Figure 2.8 : Matériau transversalement isotrope.....	20
Figure 2.9 : Définition du RPR sur la courbe de récupération © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013).....	23
Figure 3.1 : Courbes de déformations récupérées sous la jauge $\varepsilon_{0^\circ}$ (axe X) associées à des contraintes unitaires lorsque $E_1/E_2 = 2,00$ , $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,00$ .....	30
Figure 3.2 : Schéma représentatif du processus d'itération utilisé.....	37
Figure 3.3 : Courbes de déformations récupérées totales réelles et estimées sous les 4 jauges, associées au chargement $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa lorsque $E_1/E_2 = 2,00$ , $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$ .....	41
Figure 3.4 : Courbes de déformations récupérées totales réelles entachées d'un bruit aléatoire de 20% et estimées sous les 4 jauges, associées au chargement appliqué $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ lorsque $E = 30$ GPa et $\nu = 0,20$ .....	43
Figure 3.5 : Exemple de relations entre le coefficient de Poisson et les déformations sous la jauge $\varepsilon_{0^\circ}$ lorsque $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$ MPa .....	45

Figure 3.6 : (suite) Exemple de relations entre le coefficient de Poisson et les déformations sous la jauge $\varepsilon_0^\circ$ lorsque $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$ MPa.....	46
Figure 3.7 : Courbes de déformations récupérées totales pour $\nu = 0,00$ , $E_i = 30$ GPa et $E_f = 40$ GPa associées au chargement appliqué $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa. ....	47
Figure 3.8 : Courbes de déformations récupérées totales pour $\nu = 0,00$ , $E_{1i} = 36$ GPa, $E_{2i} = 24$ GPa, $E_{1f} = 45$ GPa et $E_{2f} = 30$ GPa associées au chargement appliqué $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ .....	48
Figure 4.1 : Courbes simulées par modélisation et courbes estimées pour un cas de chargement $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,10$ et $E = 30$ GPa.....	51
Figure 4.2 : Courbes de déformations estimées par modélisation et courbes de terrain simulées entachées d'un bruit aléatoire variant entre $\pm 20\%$ de la déformation principale majeure récupérée pour un cas de chargement $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa. ....	53
Figure 4.3 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xx}$ pour chaque intensité de bruit aléatoire, $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	54
Figure 4.4 : Erreurs relatives sur la composante $S_{yy}$ pour chaque intensité de bruit aléatoire $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	54
Figure 4.5 : Erreurs relatives sur la composante $S_{zz}$ pour chaque intensité de bruit aléatoire $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	55
Figure 4.6 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xy}$ pour chaque intensité de bruit aléatoire $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	55
Figure 4.7 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa et $\nu = 0,20$ .....	56
Figure 4.8 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais supplémentaires lorsque $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa et $\nu = 0,20$ .....	57
Figure 4.9 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour le total des 20 essais lorsque $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa et $\nu = 0,20$ .....	58

Figure 4.10 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xx}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	59
Figure 4.11 : Erreurs relatives sur la composante $S_{yy}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	59
Figure 4.12 : Erreurs relatives sur la composante $S_{zz}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	60
Figure 4.13 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xy}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa.....	60
Figure 4.14 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa .....	61
Figure 4.15 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xx}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa .....	62
Figure 4.16 : Erreurs relatives sur la composante $S_{yy}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa .....	62
Figure 4.17 : Erreurs relatives sur la composante $S_{zz}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa .....	63
Figure 4.18 : Erreurs relatives sur la composante $S_{xy}$ pour chaque pourcentage de bruit aléatoire $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa, $\nu = 0,20$ et $E = 30$ GPa .....	63
Figure 4.19 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa .....	64
Figure 4.20 : Comparaison des erreurs relatives sur chaque composante de contrainte entre les méthodes Inverse et RPR lorsque $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ et $\nu = 0,20$ .....	69
Figure 4.21 : Comparaison des erreurs relatives sur chaque composante de contrainte entre les méthodes Inverse et RPR lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa et $\nu = 0,20$ .....	71
Figure 4.22 : Comparaison des erreurs relatives sur la composante $S_{xy}$ entre les méthodes Inverse et RPR lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa et $\nu = 0,20$ .....	73



Figure 4.23 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de -10% sur le rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $E = 30$ GPa et $\nu = 0,20$ .....	77
Figure 4.24 : Erreurs relatives sur les contraintes dues à la diminution de 10% du rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa.....	78
Figure 4.25 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de 25% sur le rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $E = 30$ GPa et $\nu = 0,20$ .....	78
Figure 4.26 : Erreurs relatives sur les contraintes dues à l'augmentation de 25% du rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ .....	79
Figure 4.27 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de -33,33 % sur le rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa, $E = 30$ GPa et $\nu = 0,20$ .....	79
Figure 4.28 : Erreurs relatives dues à une diminution de 33% du rapport L/D pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa .....	80
Figure 4.29 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de $\pm 20\%$ de la déformation principale majeure pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, et $\nu = 0,20$ .....	85
Figure 4.30 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, $E_1/E_2 = 1,25$ , $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$ .....	87
Figure 4.31 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de $\pm 20\%$ de la déformation principale majeure pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, et $\nu = 0,20$ .....	88
Figure 4.32 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, $E_1/E_2 = 1,50$ , $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$ .....	89
Figure 4.33 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de $\pm 20\%$ de la déformation principale majeure pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, et $\nu = 0,20$ .....	90
Figure 4.34 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa, $E_1/E_2 = 2,00$ , $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$ .....	91

- Figure 4.35 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$ .....91
- Figure 4.36 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$ .....92
- Figure 4.37 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$  .....95
- Figure 4.38 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$  .....96
- Figure 4.39 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$  .....97
- Figure 4.40 : Comparaison entre les déformations récupérées avec les paramètres réels (principaux) tenant compte de la valeur de  $\delta = 45^\circ$  et les déformations estimées avec les paramètres secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$ . Cas  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = 0,30$ ,  $\nu_{xy} = 0,20$  .....101
- Figure 4.41 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = \{0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$  et  $\nu_{xy} = \{0,00, 0,07, 0,13, 0,20, 0,37\}$  .....101
- Figure 4.42 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{30, 20, 10, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = \{0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$  et  $\nu_{xy} = \{0,00, 0,07, 0,13, 0,20, 0,37\}$  .....102
- Figure 4.43 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 1,50$ ,  $E_x/E_y = 1,25$ .....103

Figure 4.44 : Erreurs relatives obtenues en comparant les vrais et les pseudos-paramètres de déformabilité lorsque $S = \{30, 20, 10, 10, 15, 10\}$ MPa, $E_1/E_2 = 1,50$ , $E_x/E_y = 1,25$ .....	104
Figure 4.45: Erreurs relatives pour $E_1/E_2 = 2,00$ lorsque les contraintes sont calculées avec l'hypothèse d'un matériau isotrope. ....	105
Figure 4.46: Erreurs relatives pour $E_1/E_2 = 1,50$ .....	106
Figure A.1 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa.....	117
Figure A.2 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa.....	118
Figure A.3 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa.....	119
Figure B.1 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa .....	120
Figure B.2 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa .....	121
Figure B.3 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa .....	122
Figure B.4 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa .....	123
Figure B.5 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$ MPa .....	124
Figure B.6 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$ MPa .....	125
Figure D.1 : Abaque reliant SR et RPR pour $E_1/E_2 = 1,00$ (isotrope) © (Ouellet, 2012) .....	129
Figure D.2 : Abaque reliant SR et RPR pour $E_1/E_2 = 2,00$ , $\delta = 0^\circ$ et $S_{xx}/S_{yy} = 1,00$ © (Ouellet, 2012).....	130
Figure D.3 : Abaque reliant SR et RPR pour $E_1/E_2 = 2,00$ , $\delta = 0^\circ$ et $S_{xx}/S_{yy} = 0,50$ © (Ouellet, 2012).....	131

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$\alpha$	Angle entre la jauge à $0^\circ$ et la jauge suivante
a, b, c, d, e, f, g, h, i	Paramètres de la courbe rationnelle polynomiale de degré 4
A, A <sub>x</sub> , A <sub>y</sub>	Facteurs de concentration de contraintes
[A]	Matrice des déformations associées à des chargements unitaires
[A] <sup>+</sup>	Matrice pseudo-inverse des déformations associées à des chargements unitaires
$\beta$	Angle entre la déformation sous la jauge $\varepsilon_{0^\circ}$ et la déformation dans la direction de $\varepsilon_1$
B, B <sub>x</sub> , B <sub>y</sub>	Facteurs de concentration de contraintes
[B]	Matrice égale à $[A]^T[A]$
{c}	Matrice égale à $[A]^T\{\varepsilon_{Tot}\}$
C, C <sub>x</sub> , C <sub>y</sub>	Facteurs de concentration de contraintes
C <sub>S</sub>	Courbe de récupération pour un chargement S
$\gamma_{xy}$	Déformation en cisaillement dans le plan XY
$\delta$	Plongée de la normale au plan d'isotropie
D	Facteur de concentration de contraintes
D	Diamètre de la carotte de roc
$\varepsilon_{xx}$ , $\varepsilon_{yy}$	Déformations sous les axes X et Y
$\varepsilon_{0^\circ}$ , $\varepsilon_{90^\circ}$ , $\varepsilon_{45^\circ}$ , $\varepsilon_{135^\circ}$	Déformations sous les jauges à $\theta^\circ$
$\varepsilon_1$ , $\varepsilon_3$	Déformations principales mineure et majeure
$\varepsilon_{0^\circ tot}$ , $\varepsilon_{90^\circ tot}$ , $\varepsilon_{45^\circ tot}$ , $\varepsilon_{135^\circ tot}$	Déformations totales sous les jauges à $\theta^\circ$
$\varepsilon_{0^\circ(Sij=1)}$ , $\varepsilon_{90^\circ(Sij=1)}$ , $\varepsilon_{45^\circ(Sij=1)}$ , $\varepsilon_{135^\circ(Sij=1)}$	Déformations sous les jauges à $\theta^\circ$ associées à une contrainte unitaire
$\varepsilon_i$	Déformation totale initiale

$\varepsilon_f$	Déformation totale finale
$\{\varepsilon_{Tot}\}$	Matrice des déformations totales pour chaque pas d'avancement
$E$	Module d'élasticité ou module de Young
$E_1$	Module de Young associé au plan d'isotropie
$E_2$	Module de Young associé à la normale au plan d'isotropie
$E$	Facteur de concentration de contraintes
$E_x, E_y$	Modules d'élasticité dans le plan du fond du trou
$E_1/E_2$	Rapport d'anisotropie
$E_r, E_{1r}, E_{2r}$	Modules de Young initials
$E_f, E_{1f}, E_{2f}$	Modules de Young finals
$F$	Facteur de concentration de contraintes
$G$	Facteur de concentration de contraintes
$G_{xy}$	Module de cisaillement dans le plan du fond du trou
$\theta$	Angle à laquelle la jauge est placée par rapport à l'axe X dans le sens trigonométrique
$\bar{I}$	Invariant moyen des déformations récupérées
$I_1$	Invariant des déformations au pic
$\lambda$	Paramètre utilisé pour l'essai de compression diamétrale
$l_{11}, l_{12}, l_{13}, l_{21}, l_{22}, l_{23}, l_{31}, l_{32}, l_{33}$	Cosinus directeurs des axes $X_i, Y_i, Z_i$
$L$	Longueur de prolongement du forage
$L/D$	Pas d'avancement du forage
$m, n, o, p$	Paramètres de l'équation polynomiale de degré 3
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\nu_{21}$	Coefficient de Poisson associé à une contrainte dans le plan d'isotropie et une déformation perpendiculaire à ce plan

$\nu_{xy}$	Coefficient de Poisson dans le plan du fond du trou
$\rho$	Direction de la normale au plan d'isotropie
P	Force appliquée pour les essais en laboratoire
[Q]	Matrice orthogonale et unitaire de la méthode de la décomposition QR
[R]	Matrice triangulaire de la méthode de la décomposition QR
RPR	<i>Recovered to Peak strain invariant Ratio</i>
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$	Composantes de contraintes en fond de trou
$S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}, S_{yx}, S_{zx}, S_{zy}$	Composantes du tenseur de contraintes
$\{S_{xx(i)}, S_{yy(i)}, S_{zz(i)}, S_{xy(i)}, S_{xz(i)}, S_{yz(i)}\}$	Composantes pour différent forage i
SR	<i>Stress ratio</i>
S	Cas de chargement
$\{S_{ij}\}$	Matrice des composantes in-situ recherchées
$\Delta S_{ij}$	Erreur absolue des composantes de contrainte
$\bar{S}$	moyenne des trois contraintes normales appliquées
$\phi$	angle entre n'importe quelle direction et le plan d'isotropie
$X_i, Y_i, Z_i$	Référentiel des axes pour chaque forage
X, Y, Z	Référentiel de base des axes pour chaque forage

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : Analyse du bruit aléatoire pour le cas isotrope.....	117
ANNEXE B : Comparaison des trois méthodes avec $S_{zz}$ posé.....	120
ANNEXE C : Variation des 6 composantes pour un matériau transversalement isotrope et $\delta = 45^\circ$ .....	126
ANNEXE D : Abaques reliant $SR$ et $RPR$ .....	129

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Généralités

Il est important d'avoir une bonne connaissance des contraintes *in-situ* présentes dans les massifs rocheux dans lesquels des excavations doivent être conçues ou encore dans les structures de béton afin de pouvoir évaluer correctement le facteur de sécurité associé à celles-ci. Ces contraintes sont à la base des calculs de facteurs de sécurité et la précision est primordiale afin d'assurer la sécurité des travailleurs et des équipements et la diminution des coûts reliés au soutènement. La connaissance de cet état de contrainte permet de trouver la géométrie et l'orientation idéale des excavations pour limiter la quantité de soutènement à mettre en place. Cela permet également de diminuer les risques d'instabilités le long de discontinuités géologiques ou de rupture de la roche intacte.

Plusieurs techniques existent afin de calculer ces contraintes *in-situ* (Amadei & Stephansson, 1997). Chacune de ces techniques est utilisée en fonction des besoins des différents projets et du contexte géomécanique dans lequel elles seront appliquées. Les techniques basées sur le principe de récupération consistent à créer un relâchement de contraintes à un certain endroit dans le massif et à mesurer les déformations engendrées par cette action. Le tenseur de contraintes naturelles est alors déduit à partir de ces déformations avec la loi de comportement de la roche et un modèle prenant en considération la géométrie du problème.

La technique du *Doorstopper* modifié (Gill, Corthesy, Ouellet, Dube, & Nguyen, 1987) fait partie des méthodes de *surcarottage* et elle est basée sur la mesure des déformations récupérées au centre du fond d'un trou de forage. Celle-ci est utilisée pour la présente étude puisqu'elle présente des avantages comparativement aux autres techniques. La longueur de la saignée par prolongement du forage est très courte, ce qui est nécessaire en présence du massif fracturé, la lecture des déformations se fait en continu, les effets de la température sont contrôlés et la cellule peut se coller à toute surface mouillée.

Afin de retrouver les contraintes naturelles, il existe actuellement deux méthodes d'interprétation des mesures associées à la cellule *Doorstopper* modifiée, la méthode conventionnelle (Leeman, 1969) et la méthode *Recovered to Peak strain invariant Ratio*, communément appelée la méthode RPR (Corthésy, R., Leite, He, & Gill, 1994), (Ouellet, 2012). Celles-ci utilisent, respectivement,



un et deux points par jauge sur la totalité de la courbe des déformations récupérées. Il y a donc un grand nombre de données qui n'est pas pris en compte lors du calcul du tenseur de contraintes.

## 1.2 Objectif général du projet

L'objectif de ce projet est de mettre au point une méthode de calcul du tenseur des contraintes naturelles avec la cellule *Doorstopper* modifiée, basée sur une nouvelle approche, celle du problème inverse (Corthésy, 2013). Contrairement aux méthodes actuelles, cette méthode est définie par le fait que les causes sont déterminées par les observations expérimentales des effets. Pour ce projet, les causes sont les contraintes naturelles et les effets sont les déformations de la roche au fond du trou de forage. De plus, cette méthode permet de prendre en considération tous les points de la courbe des déformations récupérées, ce qui doit, en principe, rendre l'estimation des contraintes moins sensible aux erreurs expérimentales.

## 1.3 Structure du document

Le chapitre 2 regroupe la description et l'état de l'art des différentes techniques de mesures de contraintes. Les principales techniques de mesures sont présentées afin d'introduire le *Doorstopper* modifié. Celui-ci est présenté en détaillant la procédure utilisée sur le terrain, ses avantages et inconvénients, les essais au laboratoire nécessaires suite aux procédures de terrain et un exemple de courbes obtenues. Les méthodes d'interprétation de mesures existantes associées à cette cellule sont également présentées pour les matériaux isotropes et transversalement isotropes.

Le chapitre 3 résume la méthodologie suivie afin de développer cette méthode novatrice. Chacune des étapes à suivre pour arriver à calculer un tenseur de contraintes avec la méthode inverse sont détaillées.

Les résultats obtenus suite aux différentes analyses sont présentés au chapitre 4. Plusieurs mesures simulées avec différents cas de chargement sont évaluées. De plus, une comparaison entre les trois méthodes d'interprétation est faite afin de trouver la plus efficace.

Le chapitre 5 présente une discussion comprenant la synthèse des résultats ainsi que les limitations du présent projet et quelques recommandations pour la suite des travaux.

## CHAPITRE 2 LA TECHNIQUE DU *DOORSTOPPER* MODIFIÉ

### 2.1 Les contraintes *in-situ*

Les contraintes *in-situ* sont présentes dans les massifs rocheux et elles proviennent de deux sources principales, la première étant la force gravitaire et la seconde étant l'effet des forces tectoniques. L'effet de l'accélération gravitationnelle s'amplifie avec la profondeur et avec l'augmentation du poids volumique de la roche. Les contraintes d'origine gravitaires peuvent agir verticalement et horizontalement. Les contraintes dues aux forces tectoniques s'ajoutent à celles-ci. L'intensité de ces contraintes varie selon différents paramètres tels que la lithologie et la topographie. D'autres paramètres tels que les discontinuités dans les massifs rocheux, la présence d'eau dans les fractures (Fairhurst, 1986), l'hétérogénéité (Dantu, 1958) et l'anisotropie de la roche (Savage, Amadei, & Swolfs, 1986) influencent la valeur des contraintes, et ce, d'une échelle microscopique à une échelle continentale.

Les ouvrages, notamment les excavations, modifient l'état de contraintes naturelles dans un volume de roche entourant l'excavation appelée zone d'influence (Brady & Brown, 2004; Hocking, 1976; Morrison, 1976). On parle alors de contraintes induites par l'ouvrage. Il est important, lors de la mesure de contraintes naturelles, de ne pas procéder à quoi dans cette zone d'influence afin de ne pas obtenir des valeurs modifiées par cette perturbation. On utilisera dans ce document le terme contraintes *in situ* pour référer à l'état de contraintes en place, qu'il soit d'origine naturelle ou qu'il ait été modifié par un ouvrage.

Le tenseur de contraintes n'est ni observable, ni matériel, seuls les effets sont mesurables. La présence d'un tenseur de contraintes cause des réactions importantes dans les massifs rocheux ou en béton. Ce tenseur comporte neuf composantes, dont trois normales et six de cisaillement. Au total, seules six composantes sont indépendantes puisque les composantes en cisaillement sont égales lorsqu'elles sont dans le même plan. La notation utilisée dans ce projet pour représenter le tenseur est la notation de Voigt (Jaeger, Cook, & Zimmerman, 2009) : la composante  $S_{ij}$  agit sur la face normale à l'axe  $i$  et parallèlement à l'axe  $j$ . Ainsi, les composantes du tenseur de contraintes sont données par  $\{S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}\}$  :

$$S = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

## 2.2 Les différentes techniques de mesure de contraintes

Actuellement, il existe dans la littérature des revues exhaustives sur l'ensemble des techniques de mesures de contraintes, comme par exemple, celle présentée par (Amadei & Stephansson, 1997). Dans ce qui suit, une brève revue des principales techniques de mesure de contraintes sera présentée afin de mieux situer la technique du *Doorstopper* modifié qui fait l'objet du présent projet.

Chacune des techniques a ses particularités et limitations en ce qui a trait, entre autres, à la fiabilité, à la précision et à la facilité de mise en œuvre. C'est la raison pour laquelle les avantages et inconvénients de chacun des principes seront mis en lumière. Les trois principes de mesures les plus populaires sont les principes de rétablissement, de fracturation et le principe de récupération.

### 2.2.1 Le principe de rétablissement

Le principe de rétablissement consiste à relâcher une contrainte principale lors d'une saignée. Cette saignée engendre des déplacements qui sont alors mesurés par des repères. L'utilisation d'un vérin plat est nécessaire afin de ramener les repères à leur position initiale. Plusieurs auteurs ont contribué au développement et à l'amélioration de cette technique (Bernede, 1974), (Rocha, Baptista Lopes, & Da Silva, 1966), (Pinto, 1984) et (Sousa, Martins, & Lamas, 1986). Sur le terrain, il s'agit de préparer une surface plane sur la paroi d'excavation où les mesures seront produites. L'orientation du plan principal selon lequel on veut mesurer l'intensité de la contrainte est alors identifiée. Des repères sont ensuite placés de part et d'autre de ce plan et la distance entre ceux-ci est mesurée. S'en suit le découpage d'une niche aux bonnes dimensions parallèle au plan principal dans laquelle un vérin plat est positionné de manière à ce qu'il soit confondu avec le plan principal. L'installation du vérin plat produit donc la saignée requise et la pression exercée par les plaques du vérin nécessaire à replacer le massif à son endroit initial est égale à la contrainte agissant normalement à la saignée (Tincelin, 1952).

Ce principe est peu utilisé puisqu'il présente plusieurs inconvénients. La localisation des points de mesure est limitée puisqu'elle se fait seulement au niveau des parois des excavations. De plus, Elles ne peuvent pas calculer des contraintes de tension et il faut connaître l'orientation des contraintes principales préalablement aux calculs. Ce principe est avantageux seulement pour les cas où les contraintes ont besoin d'être calculées dans un revêtement de béton ou de maçonnerie dans un puits, un tunnel ou une galerie.

### 2.2.2 Le principe de fracturation

Le principe de fracturation consiste à fracturer la roche et à retrouver la ou les composantes de contrainte ayant causée cette fracture en connaissant le critère de rupture au point de mesure. Une des techniques les plus utilisées suivant ce principe est la technique de la fracturation hydraulique (Fairhurst, 1986). Cependant, celle-ci est une technique hybride entre le principe de fracturation et le principe du rétablissement. Ce principe permet des mesures à de grandes profondeurs, mais il est beaucoup plus limité dans son application puisqu'il est fondé sur des hypothèses qui ne sont pas toujours applicables. Ces hypothèses sont que la contrainte verticale est la contrainte principale majeure, ce qui est rarement le cas dans le bouclier canadien, que le massif rocheux est peu fracturé et que la résistance en tension puisse être déterminée à l'échelle de la mesure. Finalement, un autre inconvénient à ce principe est que les équipements sont immenses et rares.

Une autre technique qui est utilisée selon le principe de la fracturation est la technique des *borehole breakouts*. Ce phénomène se traduit par une rupture des parois du forage sous forme d'écaillés. Ce phénomène se produit lorsque les contraintes sont très élevées. Il est supposé que l'écaillage se forme perpendiculairement au trou de forage et parallèlement à la contrainte principale mineure. Il est donc ensuite possible de calculer les contraintes avec une loi de comportement et un critère de rupture en considérant que la contrainte parallèle à l'axe du forage est principale et connue.

La troisième technique de fracturation est la technique de discage (tendance du massif à se fracturer en disques sous une forte contrainte). Il est possible d'utiliser les caractéristiques de ce phénomène pour retrouver les contraintes en place en créant un modèle numérique et en essayant de reproduire les fractures obtenues. Afin que cette méthode soit juste et précise, il faut avoir une bonne connaissance de la loi de comportement et du critère de rupture.

### 2.2.3 Le principe de récupération

Le principe de récupération est celui qui a le plus grand nombre de techniques et qui est le plus couramment utilisé. Il consiste à mesurer des déformations ou des déplacements et à retrouver les contraintes appliquées grâce aux relations contraintes-déformations des différents matériaux. Les techniques basées sur ce principe consistent à mesurer des déplacements ou des déformations autour ou au fond d'un forage, ces dernières étant causées par un relâchement total ou partiel des contraintes aux points de mesure. La carotte de roc instrumentée impliquée dans la mesure peut alors être récupérée pour être soumise à des essais de laboratoire afin de déterminer les paramètres de déformabilité de la roche. Les déformations sont alors transformées selon des modèles d'interprétation pour retrouver les contraintes inconnues.

Ce principe est à la base de trois méthodes principales techniques de mesure : la méthode de la variation du diamètre de forages (cellule USBM (Obert, Merrill, & Morgan, 1962)), la méthode de déformations à la paroi du forage (cellule du CSIR (Leeman, 1969), cellule CSIRO (Blackwood, 1976), *borehole slotter* (Bock & Foruria, 1983)) et la méthode de déformations en fond de trou (cellule *Doorstopper* (Leeman, 1969)). Chacune de ces méthodes a ses avantages et inconvénients qui font qu'une méthode sera plus utile qu'une autre selon le type de massif rocheux à évaluer.

#### 2.2.3.1 Méthode de mesure de la variation du diamètre du forage

La cellule la plus utilisée pour cette méthode de mesure est la cellule USBM. Cette méthode permet la détermination partielle du tenseur bidimensionnel de contrainte à partir d'un seul forage à la condition que la contrainte appliquée dans l'axe du forage soit connue au préalable. Elle a quelques avantages, mais il y a plusieurs inconvénients qui font en sorte que cette méthode est moins utilisée.

##### Avantages :

- la cellule USBM est réutilisable,
- elle ne nécessite aucun collage,
- elle peut être utilisée dans des forages en présence d'eau,
- elle permet la lecture des déformations en continu tout au long du surcarottage,

- elle permet de déterminer les paramètres de déformabilité de la roche lors d'essais en laboratoire suite aux manipulations sur le terrain,
- elle a fait ses preuves sur le marché.

Inconvénients :

- la cellule n'est pas collée, donc il y a un risque d'instabilité de celle-ci due aux vibrations engendrées par la foreuse,
- les capteurs peuvent être possiblement déplacés dans les roches tendres ou poreuses vu le poinçonnement des parois du fond du trou,
- les contraintes sont mesurées partiellement dans le plan perpendiculaire au forage si un seul trou est utilisé si la contrainte axiale est connue, sinon, trois trous sont nécessaires à la mesure de tenseur tridimensionnel,
- lors du forage, il est nécessaire d'utiliser deux calibres de taillants différents,
- la cellule est coûteuse et nécessite un entretien régulier,
- un étalonnage des capteurs est nécessaire entre chaque mesure,
- les mesures ne sont pas possibles dans des zones où les contraintes sont très élevées et où il peut se produire le phénomène de *discage*,
- la cellule ne comporte pas de système de compensation de dilatation ou de contraction suite à des changements thermiques,
- la sensibilité des capteurs est faible par rapport à d'autres types de cellule.

À la lumière des avantages et inconvénients présentés par cette cellule, la cellule USBM pourrait être utilisée dans des sondages humides ou inondés, à des profondeurs de 20 cm à des dizaines de mètres, dans des massifs moyennement fracturés avec un espacement moyen des discontinuités de 20 à 30 cm.

### **2.2.3.2 Méthode de déformations à la paroi du forage**

Les principaux instruments utilisés pour cette méthode sont la cellule CSIR et la cellule CSIRO. L'avantage le plus important de ces cellules est qu'il est possible de calculer le tenseur de contraintes complet en trois dimensions avec seulement un trou de forage. Ainsi, les coûts reliés

aux travaux sont diminués étant donné le faible nombre de trous à forer. Le tenseur est calculé dans un volume de roche restreint et est donc plus uniforme. À la lecture de ces avantages, il est facile de croire que cette méthode est la meilleure, mais certains inconvénients font en sorte que le choix de méthode est à bien considérer. Suite à l'analyse des avantages et des inconvénients, il s'en suit que le domaine d'application de cette méthode se limite aux massifs rocheux peu fracturés et secs.

Inconvénients :

- la longueur minimale de *surcarottage* est de 30 cm,
- les trous de forage doivent être secs,
- les cellules ne peuvent être réutilisées,
- deux diamètres de taillants sont nécessaires,
- certains problèmes de collage associés au fluage de la colle à des basses températures sont possibles pour la cellule CSIRO,
- il n'y a pas de système de compensation thermique sur la cellule CSIRO et il n'est pas au point sur la cellule CSIR.

### **2.2.3.3 Méthode de déformations en fond de trou**

Cette technique complète les deux autres puisqu'elle couvre des domaines d'application que les autres ne sont pas capables de combler. De plus, cette méthode a plus d'avantages que d'inconvénients. La cellule utilisée pour cette méthode est la cellule *Doorstopper* modifiée.

Avantages :

- la longueur de saignée requise est faible en comparaison des autres techniques. En théorie, quelques millimètres suffisent,
- les mesures sont possibles dans des zones où les contraintes sont très élevées et où il peut se produire le phénomène de *discage*,
- un seul calibre de taillant est nécessaire,
- des mesures peuvent être réalisées à de très courtes distances les unes des autres,
- elle permet la lecture des déformations en continu tout au long du *surcarottage*,

- elle peut être utilisée dans des forages en présence d'eau,
- la cellule comporte un capteur de température permettant des corrections pour les effets parasites d'origine thermique,
- elle permet de déterminer les paramètres de déformabilité de la roche lors d'essais en laboratoire suite aux manipulations sur le terrain,
- les modèles de calcul des contraintes peuvent prendre en compte l'anisotropie, l'hétérogénéité et la non-linéarité de la roche,
- elle a fait ses preuves sur le marché puisqu'elle est utilisée depuis 1967 dans des contextes géologiques très diversifiés et qu'elle continue d'être utilisée partout dans le monde.
- les équipements et l'expertise sont disponibles au Québec.

Inconvénients :

- trois mesures d'orientation différente sont nécessaires pour calculer le tenseur tridimensionnel pour la méthode conventionnelle d'interprétation,
- la cellule *Doorstopper* modifiée n'est pas réutilisable.

La mise en lumière des avantages et inconvénients de chacun des principes de techniques de mesure de contraintes a permis de mieux situer les raisons pour lesquelles le *Doorstopper* modifié est utilisé dans cette étude. Cette méthode de mesure de contraintes sera détaillée davantage à la prochaine section.



## 2.3 La technique du *Doorstopper* modifié

### 2.3.1 Le *Doorstopper* conventionnel

La cellule *Doorstopper* conventionnelle a été conçue en 1969 par le *Council of Scientific and Industrial Research* (CSIR) en Afrique du Sud (Leeman, 1969). Cette technique porte ce nom dû à la forme de la cellule utilisée, celle-ci ressemble à un butoir de porte.



Figure 2.1 : Cellule *Doorstopper* © (Roctest Ltée)

Cette cellule comporte trois jauges à fils résistants, à  $45^\circ$  les unes par rapport aux autres, servant à mesurer les déformations de la roche. Cette cellule se colle au fond d'un trou de forage de calibre NX, c'est-à-dire d'un diamètre extérieur de 75,7 mm et d'un diamètre de carotte de 54,7 mm. Le fond du trou est nettoyé et poli afin de sceller la cellule sur le roc avec une colle à prise rapide. Une première lecture des déformations se fait immédiatement après le collage et une seconde lecture s'effectue à la fin de la saignée. La différence entre ces lectures est établie pour ainsi avoir les déformations récupérées.

La carotte de roc est ensuite récupérée et rechargée en laboratoire selon deux essais afin d'établir les paramètres de déformabilité de la roche. Ces essais sont l'essai de compression biaxiale au cours duquel l'orientation de la déformation principale est déterminée et l'essai de compression diamétrale qui permet de trouver le coefficient de Poisson et le module d'élasticité, ou module de Young (Corthésy, 1982). Ces paramètres sont ensuite combinés au modèle d'interprétation conventionnel de la technique du *Doorstopper* afin de retrouver les contraintes *in-situ* recherchées.

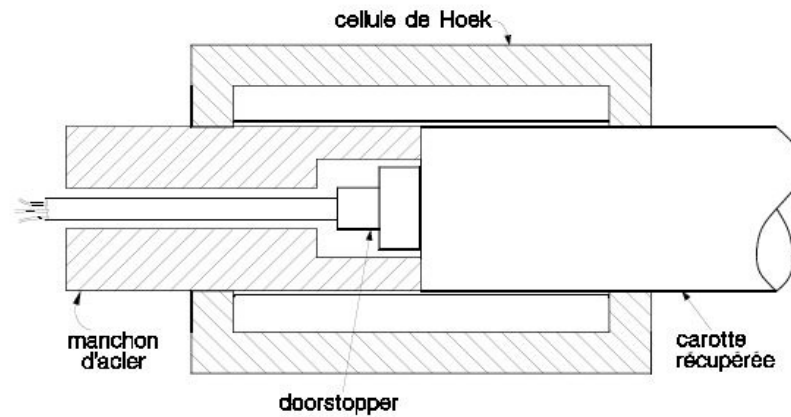


Figure 2.2 : Montage de l'essai de compression biaxiale isotrope © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

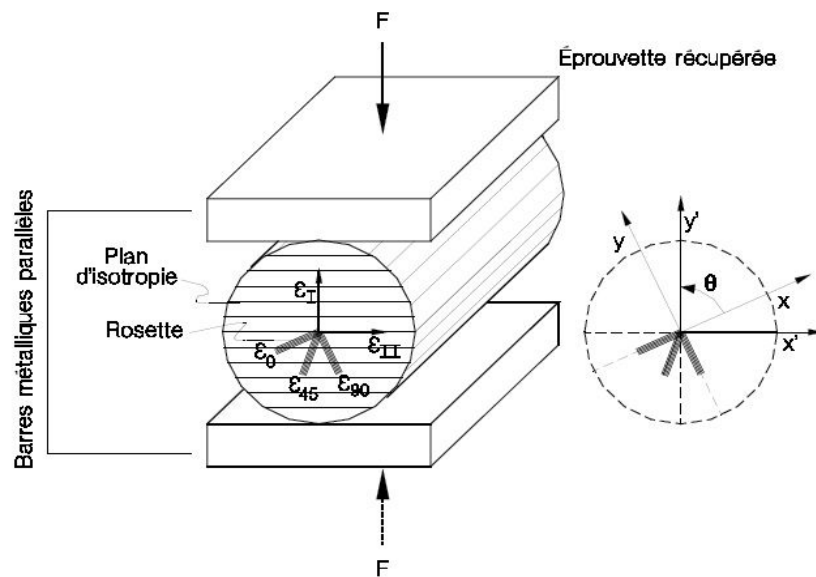


Figure 2.3 : Montage de l'essai de compression diamétrale © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

### 2.3.2 Le *Doorstopper* modifié

La cellule *Doorstopper* a été modifiée en 1987 à l'École Polytechnique de Montréal (Gill et al., 1987). Les modifications apportées sont l'ajout d'une quatrième jauge de mesure, l'enregistrement en continu des déformations, la mesure en continu de la température au fond du trou de forage et l'imperméabilisation de la cellule (Corthesy, Robert, Leite, Gill, & Gaudin, 2003).

À la cellule *Doorstopper* modifiée s'est ajoutée la capacité d'enregistrer automatiquement et en continu les déformations et la température, grâce à un système d'acquisition, le MAI, Module d'Acquisition Intelligent développé à Polytechnique en collaboration avec Hydro-Québec. Ce système est présenté à la figure 2.4. Ce module est autonome, programmable, étanche et fonctionne avec des piles, il ne nécessite aucun fil pendant le carottage de relâchement et il est réutilisable. Ce module comporte sept canaux de saisie. Quatre d'entre eux mesurent les déformations des quatre jauges, le cinquième mesure la température, le sixième est relié à une résistance étalon et le dernier canal est utilisé au laboratoire comme entrée analogique pour lire, par exemple, un capteur de pression. La figure 2.5 montre les courbes obtenues par le MAI.

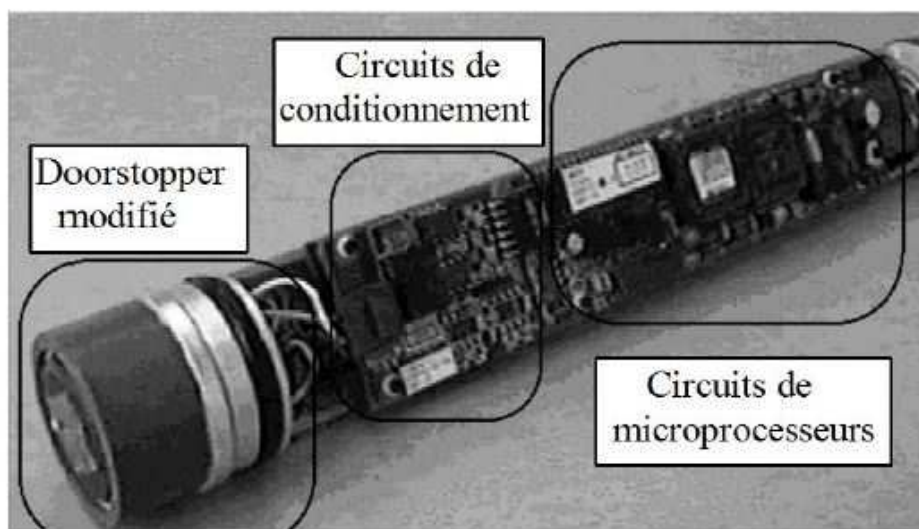


Figure 2.4 : Module acquisateur intelligent ouvert © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

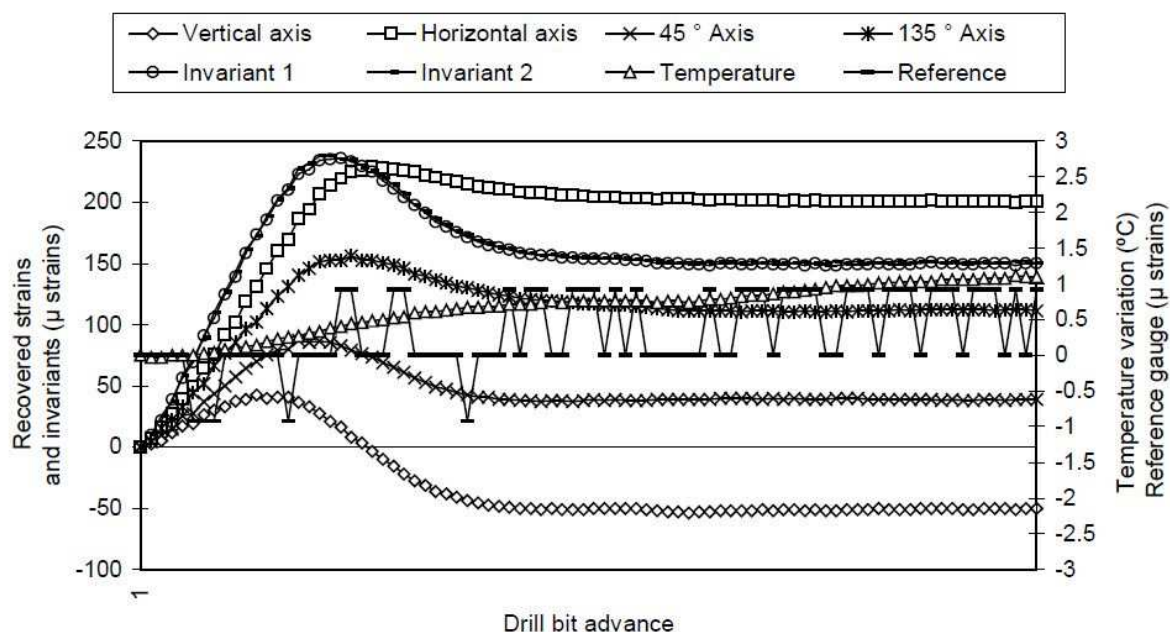


Figure 2.5 : Courbes de récupération, avec enregistrement des déformations, des invariants de déformation, de la température et de la jauge étalon © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

Afin de lire la température tout au long du forage, un thermistor est installé dans une niche à la surface de la cellule *Doorstopper*, à proximité des jauges de mesure de déformation.

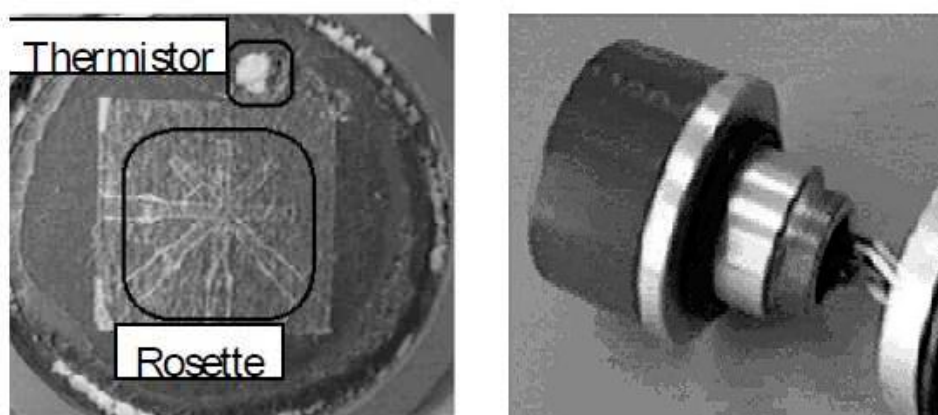


Figure 2.6 : Cellule *Doorstopper* modifiée © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

Enfin, un joint d'étanchéité torique permet d'isoler les composants électroniques de l'humidité et de l'eau afin de rendre la cellule fonctionnelle dans des trous inondés. La procédure sur le terrain illustrée à la figure 2.7 est sensiblement la même que pour la cellule *Doorstopper* conventionnelle.

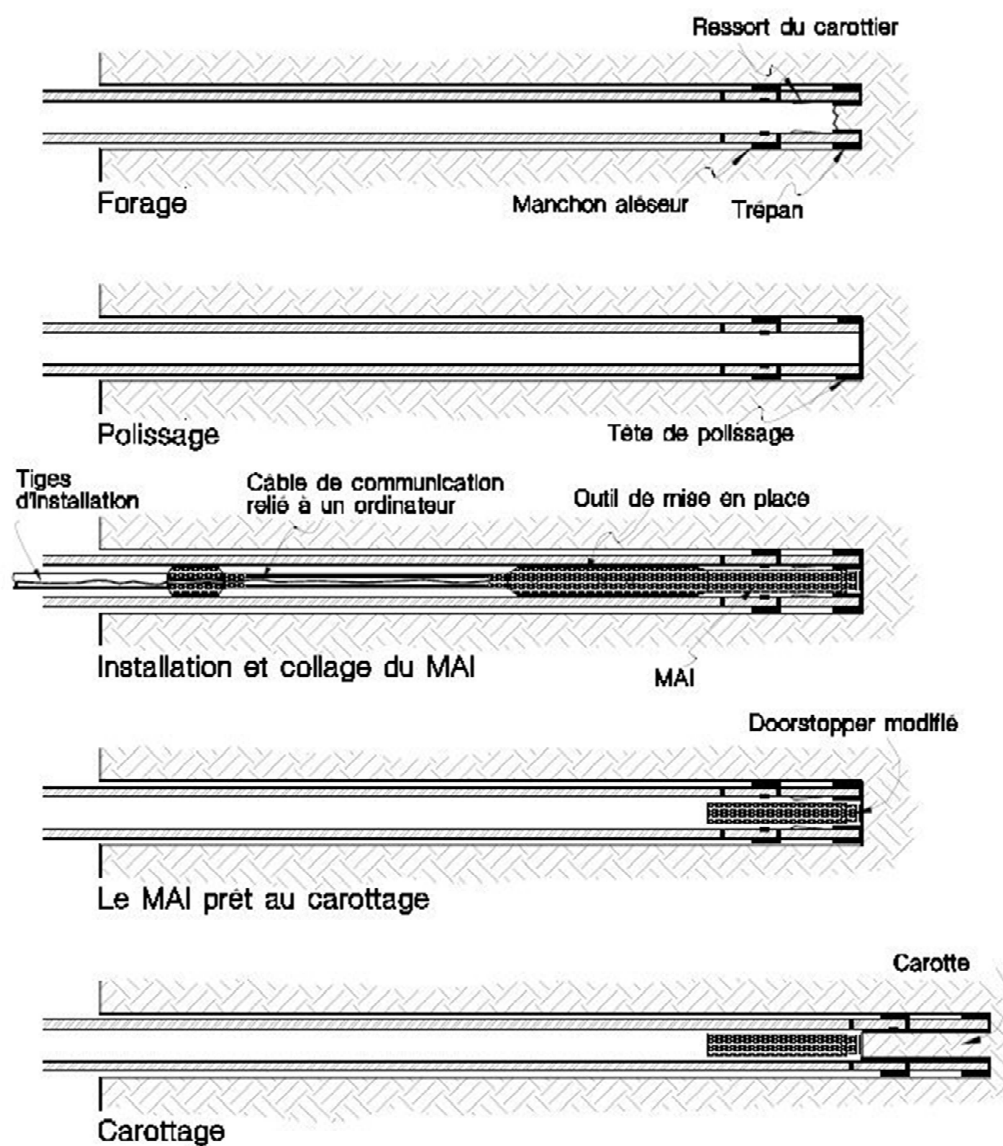


Figure 2.7 : Séquence des opérations de terrain pour le *Doorstopper* modifié © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

## 2.4 Méthodes d'interprétation associées à la technique du *Doorstopper* modifié

Il existe actuellement deux méthodes pour l'interprétation des mesures avec la technique du *Doorstopper* modifié. Il s'agit de la méthode conventionnelle et la méthode RPR. La première ne fait appel qu'aux déformations récupérées suite au relâchement complet des contraintes. La méthode RPR a été élaborée grâce à la possibilité d'avoir des courbes de récupération complètes avec la cellule *Doorstopper* modifiée. Puisque les déformations sont mesurées en continu avec cette méthode, la valeur du pic de déformations observé pendant le relâchement des contraintes permet d'obtenir une équation supplémentaire et donne un système d'équations déterminé à quatre équations et quatre inconnues. Ces deux méthodes sont détaillées dans les sections suivantes.

### 2.4.1 Méthode conventionnelle

La méthode conventionnelle a été établie lors de la création de la cellule *Doorstopper*. Cette méthode donne un système de trois équations et quatre inconnues pour chaque mesure, une mesure étant liée à l'information rendue disponible à partir d'un seul trou de forage. Afin de combler ce manque d'équations, il est nécessaire de procéder à deux autres forages dans des directions non parallèles au premier. Le deuxième forage permet donc d'obtenir deux équations supplémentaires et le troisième permet de trouver la dernière équation indépendante (Gray & Toews, 1967).

De plus, cinq hypothèses concernant le massif rocheux doivent être établies afin d'utiliser cette méthode : (Corthesy, R & Leite, M H, 2013)

- le massif rocheux est élastique, linéaire, homogène et isotrope ou transversalement isotrope (Ouellet, 2012);
- les mesures des déformations récupérées suite à la saignée sont ponctuelles;
- le tenseur de contraintes est constant à l'échelle de la portion du massif rocheux impliquée dans les mesures;
- les paramètres de déformabilité du massif rocheux impliqué dans les mesures sont connus;
- les facteurs de concentration de contraintes en fond de trou sont connus.

Les principales étapes nécessaires aux calculs du tenseur de contraintes par la méthode conventionnelle sont les suivantes :

- calcul des déformations en fond de trou à partir des déformations  $\varepsilon_{0^\circ}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ}$  et  $\varepsilon_{135^\circ}$  obtenues à la fin de la saignée qui permet le relâchement des contraintes;
- calcul des contraintes en fond de trou à partir des déformations en fond de trou et des relations contrainte-déformation au point de mesure;
- calcul des contraintes *in-situ* en faisant intervenir les facteurs de concentration des contraintes;
- calcul du tenseur de contraintes en combinant les composantes de contraintes obtenues dans trois trous non parallèles.

Dans les sections qui suivent, les équations associées à chacune de ces étapes sont présentées, d'abord pour un matériau isotrope et ensuite pour un matériau transversalement isotrope.

#### 2.4.1.1 Matériau isotrope

##### 2.4.1.1.1 Calcul des déformations en fond de trou

L'état de déformation en fond de trou est un tenseur bidimensionnel,  $\{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}\}$ , et celui-ci est nécessaire pour la suite des calculs. Ce tenseur est indépendant de la loi de comportement du massif rocheux. Il se calcule à partir des déformations  $\varepsilon_{0^\circ}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ}$  et  $\varepsilon_{135^\circ}$  obtenues à la fin de la saignée qui permet le relâchement des contraintes (Leeman, 1964). La notation utilisée veut que le plan XY soit le plan du fond du trou de forage et que l'axe Z soit parallèle à l'axe du trou. L'axe X est parallèle à la jauge  $0^\circ$  et les angles sont mesurés dans le sens trigonométrique.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0^\circ} \\ \varepsilon_{90^\circ} \\ \varepsilon_{45^\circ} \\ \varepsilon_{135^\circ} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

où  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $\gamma_{xy}$  sont les déformations en fond de trou.

##### 2.4.1.1.2 Calcul des contraintes en fond de trou

Cette étape consiste à calculer l'état de contraintes planes en fond de trou,  $\{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}$ , en utilisant les déformations calculées précédemment à l'équation (2.2). Selon la loi d'élasticité

linéaire isotrope, il est possible de déterminer les contraintes sous les jauges à partir des déformations obtenues dans le plan XY du fond du trou et de seulement deux paramètres de déformabilité, E, le module de Young et  $\nu$ , le coefficient de Poisson. Les paramètres de déformabilité peuvent être obtenus avec deux essais en laboratoire, l'essai de compression biaxiale isotrope et l'essai de compression diamétrale. Ces essais sont décrits brièvement à la section suivante. L'équation (2.3) est la loi d'élasticité linéaire isotrope (Chou, 1992).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

où  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  sont les composantes de contraintes en fond de trou.

#### 2.4.1.1.2.1 Détermination des paramètres de déformabilité

Les essais en laboratoire sont effectués directement sur les carottes récupérées sur le terrain, ayant subi le relâchement de contraintes *in-situ*. La cellule *Doorstopper* modifiée utilisée lors de la mesure *in-situ* reste collée sur la carotte de roc et les essais sont effectués avec cette même cellule (Corthésy, 1982).

Le premier essai à être effectué est l'essai de compression biaxiale isotrope. Il s'agit d'insérer la carotte de roc dans une cellule de type Hoek et d'appliquer une pression uniforme, P, sur la face courbe de l'échantillon, tel que présenté à la figure 2.2, et de mesurer les déformations sous les quatre jauges,  $\varepsilon_{0^\circ}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ}$  et  $\varepsilon_{135^\circ}$ . Le tenseur bidimensionnel de déformations dans le plan XY est ensuite obtenu avec l'équation (2.2). Il est alors possible de calculer les déformations principales,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$ , et leur orientation,  $\beta$  avec les équations (2.4) à (2.6) (Corthésy, 1982) (Yaméogo, Corthésy, & Leite, 2013).

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (2.4)$$

$$\tan(2\beta) = \frac{\gamma_{xy}}{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})} \quad (2.5)$$

$$E = 2P \left( \frac{1-\nu}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3} \right) \quad (2.6)$$

Le deuxième essai en laboratoire est l'essai de compression diamétrale, présenté à la figure 2.3. Pour cet essai, une nouvelle pression, F, est appliquée sur deux côtés de la carotte de roc,



diamétralement opposés. Comme pour le premier essai, les déformations engendrées par cette pression sont mesurées avec la même cellule *Doorstopper* (Corthésy, 1982). Cet essai permet d'avoir l'équation supplémentaire (2.7) afin de déterminer le coefficient de Poisson  $\nu$  et ensuite calculer le module d'élasticité  $E$ .

$$\nu = \frac{\lambda \varepsilon_3 + \varepsilon_1}{-\varepsilon_3 - \lambda \varepsilon_1} \quad (2.7)$$

$$\lambda = 3 \quad (2.8)$$

#### 2.4.1.1.3 Facteurs de concentration de contraintes

Une fois que les contraintes en fond de trou sont connues, il est possible de calculer les contraintes *in-situ* grâce à l'utilisation de facteurs de concentration de contraintes en fond de trou. Pour un matériau isotrope, seulement trois facteurs indépendants de concentration de contraintes sont nécessaires afin de faire le calcul. Considérant que l'axe du forage est parallèle à l'axe Z, on peut écrire les relations entre les contraintes en fond de trou et les contraintes *in-situ* de cette manière :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C & 0 & 0 & 0 \\ B & A & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Le facteur A relie deux contraintes, en fond de trou et *in-situ* de la même direction, le facteur B relie une contrainte en fond de trou à une contrainte *in-situ* orthogonale et le facteur C relie une contrainte en fond de trou à une contrainte *in-situ* parallèle à l'axe du forage. Les facteurs de concentration A, B, C et D varient en fonction du coefficient de Poisson. Rahn (1984) a établi des relations empiriques afin de calculer ces facteurs. Par contre, les facteurs utilisés dans le présent projet sont ceux qui ont été calculés dans le mémoire de maîtrise Ouellet (2012).

#### 2.4.1.1.4 Obtention du tenseur de contraintes *in-situ*

En inversant l'équation (2.9), on obtient le système d'équations à trois équations et quatre inconnues (2.10) :

$$\begin{cases} S_{xx} = \frac{A\sigma_{xx} - B\sigma_{yy} + C(B-A)S_{zz}}{A^2 - B^2} \\ S_{yy} = \frac{-B\sigma_{xx} + A\sigma_{yy} + C(B-A)S_{zz}}{A^2 - B^2} \\ S_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{D} \end{cases} \quad (2.10)$$

Il est donc nécessaire de procéder à deux autres forages afin d'avoir le tenseur de contraintes complet. La deuxième mesure permet d'obtenir un système à cinq équations et six inconnues et le troisième forage permettra, grâce à une redondance, de trouver la sixième inconnue et d'obtenir le tenseur complet.

Puisque les trois trous de forages ont des orientations différentes, il est important de ramener les valeurs des tenseurs de contraintes dans le même référentiel afin de réussir à faire les calculs. Prenons les axes  $Z_i$  des forages pour  $i = 1$  à 3 et  $\{X_i, Y_i, Z_i\}$  les axes du fond du trou. Ces référentiels sont fonction du référentiel de base  $\{X, Y, Z\}$  et des cosinus directeurs des axes  $X_i, Y_i$  et  $Z_i$ .

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Comme les référentiels  $X_i, Y_i$  et  $Z_i$  sont fonction du référentiel de base  $X, Y$  et  $Z$ , il en est de même pour les composantes du tenseur de contraintes.

$$\begin{pmatrix} S_{xx_i} \\ S_{yy_i} \\ S_{zz_i} \\ S_{xy_i} \\ S_{xz_i} \\ S_{yz_i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11}^2 & l_{12}^2 & l_{13}^2 & 2l_{11}l_{12} & 2l_{11}l_{13} & 2l_{12}l_{13} \\ l_{21}^2 & l_{22}^2 & l_{23}^2 & 2l_{21}l_{22} & 2l_{21}l_{23} & 2l_{22}l_{23} \\ l_{31}^2 & l_{32}^2 & l_{33}^2 & 2l_{31}l_{32} & 2l_{31}l_{33} & 2l_{32}l_{33} \\ l_{11}l_{21} & l_{12}l_{22} & l_{13}l_{23} & l_{11}l_{22} + l_{12}l_{21} & l_{11}l_{23} + l_{13}l_{21} & l_{12}l_{23} + l_{13}l_{22} \\ l_{21}l_{31} & l_{22}l_{32} & l_{23}l_{33} & l_{21}l_{32} + l_{22}l_{31} & l_{21}l_{33} + l_{23}l_{31} & l_{22}l_{33} + l_{23}l_{32} \\ l_{31}l_{11} & l_{32}l_{12} & l_{33}l_{13} & l_{31}l_{21} + l_{32}l_{12} & l_{31}l_{23} + l_{33}l_{12} & l_{32}l_{23} + l_{33}l_{13} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

#### 2.4.1.2 Matériau transversalement isotrope

La méthode conventionnelle est maintenant généralisée aux matériaux transversalement isotropes. Un matériau transversalement isotrope possède un plan d'isotropie dont la normale a une plongée  $\delta$  par rapport au plan  $XY$  du fond du trou et cinq paramètres de déformabilité indépendants. Ces cinq paramètres sont le module de Young,  $E_1$ , associé au plan d'isotropie, le module de Young,  $E_2$ , lié à la normale au plan d'isotropie, le module de cisaillement  $G_2$  dans les plans qui incluent la normale au plan d'isotropie, le coefficient de Poisson,  $\nu_1$ , suivant le plan

d'isotropie et le coefficient  $\nu_2$ , associé à un chargement dans le plan d'isotropie et une déformation normale à ce plan. La figure 2.8 aide à la compréhension des paramètres.

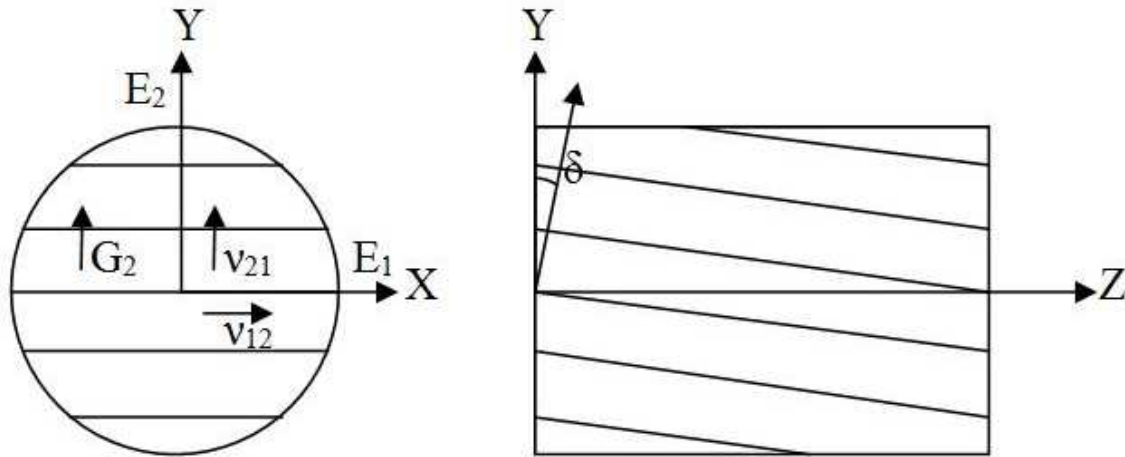


Figure 2.8 : Matériau transversalement isotrope

Les équations (2.13) et (2.14) (Batugin & Nirenburg, 1972) permettent de connaître les paramètres de déformabilité pour n'importe quelle autre direction qui forme un angle,  $\phi$ , avec le plan d'isotropie, ainsi que le module de cisaillement  $G_2$ .

$$E_\phi = \frac{E_1 E_2}{E_1 \sin^2 \phi + E_2 \cos^2 \phi} \quad (2.13)$$

$$\nu_{\phi, \phi+90^\circ} = \frac{\frac{E_2}{E_1} \nu_{12}}{\sin^2 \phi + \frac{E_2}{E_1} \cos^2 \phi} \quad (2.14)$$

$$G_2 = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2 + 2\nu_{12} E_2} \quad (2.15)$$

Les étapes de calculs sont les mêmes que pour un matériau isotrope. Cependant, quelques modifications doivent être apportées au calcul de l'état de contraintes en fond de trou ainsi qu'aux facteurs de concentration de contraintes en fond de trou. Ceci permet d'obtenir un nouveau système de trois équations et six inconnues.

#### 2.4.1.2.1 Calcul des contraintes en fond de trou

Les contraintes sont calculées à partir des déformations obtenues avec l'équation (2.2). La loi d'élasticité pour les matériaux transversalement isotropes est légèrement différente. Il s'agit d'un

cas particulier d'anisotropie et ce type de matériau contient au moins un axe de symétrie. Ici, le module de Young,  $E_i$ , agit parallèlement à l'axe  $i$ , le coefficient de Poisson,  $\nu_{ij}$ , est associé à une contrainte selon l'axe  $i$  et une déformation selon l'axe  $j$  et le module de cisaillement,  $G_{ij}$ , agit dans le plan  $ij$ .

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_x - E_y \nu_{xy}^2} \begin{bmatrix} E_x^2 & E_x E_y \nu_{xy} & 0 \\ E_x E_y \nu_{xy} & E_x E_y & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy}(E_x - E_y \nu_{xy}^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Les essais en laboratoire pour déterminer les paramètres de déformabilité sont les mêmes que pour un matériau isotrope, sauf pour l'essai de compression diamétrale qui requiert d'appliquer la force dans la direction de la déformation principale majeure obtenue au point de mesure suite à l'essai de compression biaxiale isotrope

L'angle  $\beta$  se calcule avec l'essai de compression biaxiale entre la déformation  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_1$ . L'orientation des déformations principales ainsi calculées correspond à l'orientation des axes principaux d'anisotropie. Les déformations principales sont :

$$\varepsilon_3 = P \left( \frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{21}}{E_2} \right) \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{P}{E_2} (1 - \nu_{21}) \quad (2.18)$$

L'essai de compression diamétrale permet d'écrire,

$$\nu_{21} = \frac{\lambda \varepsilon'_3 + \frac{E_2}{E_1} \varepsilon'_{t1}}{-\varepsilon'_{t3} - \lambda \varepsilon'_{t1}} \quad (2.19)$$

$$\lambda = 3 \left( \frac{E_2}{E_1} \right)^{-0,5146} \quad (2.20)$$

où  $\varepsilon'_1$  et  $\varepsilon'_3$  sont les déformations principales mesurées sous les jauges lors de l'essai de compression diamétrale avec application de la charge dans la direction normale à la trace du plan d'isotropie.

La résolution du système d'équations (2.17) à (2.20) requiert des itérations et permet d'obtenir les paramètres de déformabilité.

#### 2.4.1.2.2 Facteurs de concentration de contraintes

Lorsque le matériau est anisotrope, ou transversalement isotrope, le nombre de facteurs de concentration de contraintes est plus élevé que dans le cas isotrope. Ce nombre dépend de la valeur de la plongée de la normale au plan d'isotropie,  $\delta$ . Si elle est égale à  $0^\circ$ , c'est-à-dire que l'axe du forage est parallèle au plan d'isotropie, sept facteurs de concentration sont requis,  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $C_x$ ,  $C_y$  et  $D$ . Si la plongée se situe entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , il y a alors dix facteurs de concentration de contraintes,  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  et  $G$ . Ces facteurs ont été calculés par Rahn (1984) et réévalués dans le cadre d'une étude récente (Ouellet, 2012). L'équation (2.21) présente la relation entre les contraintes en fond de trou et les contraintes *in situ* pour une roche transversale isotrope. Pour un matériau orthotrope, pour lequel il n'y a aucun plan d'isotropie, il y a alors dix-huit facteurs de concentration de contraintes en fond de trou différents. Il est donc plus simple de considérer le matériau transversalement isotrope qui permet de traiter bon nombre de roches avec une assez bonne fidélité.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x & 0 & 0 & F \\ B_y & A_y & C_y & 0 & 0 & G \\ 0 & 0 & 0 & D & E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

#### 2.4.1.2.3 Obtention du tenseur de contraintes

Les équations pour l'obtention du tenseur de contraintes sont différentes pour l'isotropie transversale puisque les facteurs de concentration sont plus nombreux. La généralisation aux matériaux transversalement isotropes a permis de montrer comment les facteurs de concentration de contraintes en fond de trou sont utilisés en inversant l'équation (2.21).

$$\begin{cases} S_{xx} = \frac{A_y \sigma_{xx} - B_x \sigma_{yy} + S_{zz} (B_x C_y - A_y C_x) + S_{yz} (B_x G - A_y F)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{yy} = \frac{-B_y \sigma_{xx} + A_x \sigma_{yy} + S_{zz} (B_y C_x - A_x C_y) + S_{yz} (B_y F - A_x G)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{xy} = \frac{\sigma_{xy} - S_{xz} E}{D} \end{cases} \quad (2.22)$$

### 2.4.2 Méthode RPR

Une autre méthode a été proposée afin d'améliorer la précision et la fiabilité des calculs. Il s'agit de la méthode RPR (*Recovered to Peak Ratio*) (Corthésy et al., 1994) où seulement un forage supplémentaire est nécessaire afin de calculer le tenseur des contraintes complet. Cette méthode porte ce nom dû au rapport RPR, celui-ci correspond au rapport de l'invariant moyen de déformations récupérées sur l'invariant au pic de la courbe. La figure 2.8 aide à la compréhension du rapport RPR.

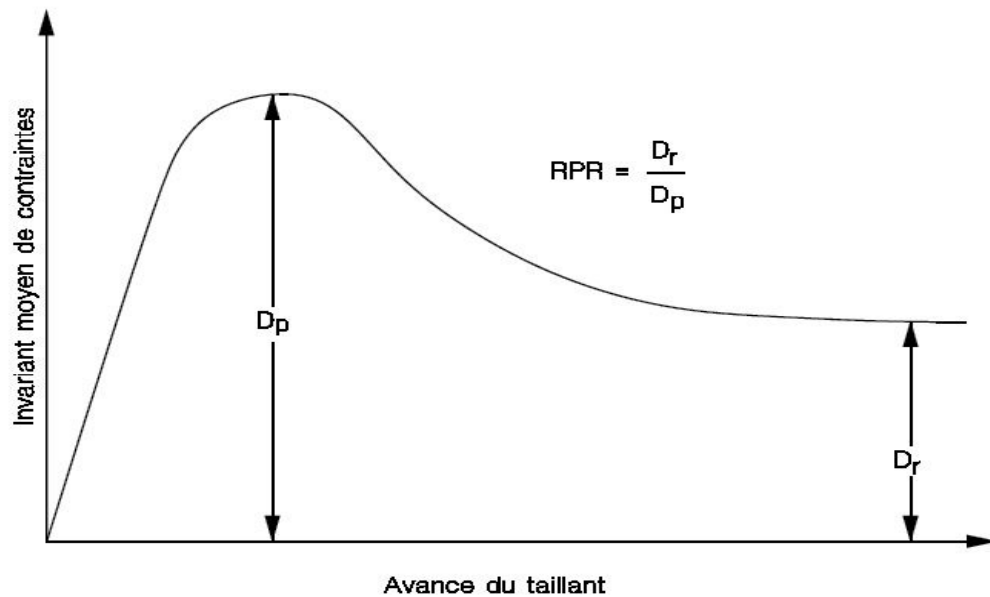


Figure 2.9 : Définition du RPR sur la courbe de récupération © (Corthésy, R. et Leite, M.H., 2013)

Les étapes de calcul sont les mêmes que pour la méthode conventionnelle, mais des calculs supplémentaires sont nécessaires afin d'obtenir une quatrième équation au système indéterminé.

#### 2.4.2.1 RPR pour un matériau isotrope

Le rapport RPR apporte une équation supplémentaire au système indéterminé de la méthode conventionnelle puisqu'il existe une relation entre celui-ci et les composantes normales des contraintes in-situ dans les directions X, Y et Z.

$$RPR = \frac{(I)_{\text{récupéré}}}{(I)_{\text{pic}}} \quad (2.23)$$

C'est un rapport de déformations lues sur la courbe. Afin de relier celui-ci avec les contraintes et ajouter une équation au système d'équations indéterminé, on prend en considération la relation entre le RPR, le coefficient de Poisson de la roche et le *Stress Ratio*, SR. Ces relations sont déterminées à partir d'abaques et celles-ci sont présentées à l'annexe D.

$$SR = \frac{2S_{zz}}{S_{xx} + S_{yy}} \quad (2.24)$$

Le système d'équations à résoudre est maintenant déterminé puisqu'il y a quatre équations pour quatre inconnues pour un matériau isotrope.

$$\begin{cases} S_{xx} = \frac{A\sigma_{xx} - B\sigma_{yy} + C(B-A)S_{zz}}{A^2 - B^2} \\ S_{yy} = \frac{-B\sigma_{xx} + A\sigma_{yy} + C(B-A)S_{zz}}{A^2 - B^2} \\ S_{zz} = f(RPR) = \frac{SR(S_{xx} + S_{yy})}{2} \\ S_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{A - B} \end{cases} \quad (2.25)$$

#### 2.4.2.2 RPR pour un matériau transversalement isotrope

Ces relations ont été élaborées par Ouellet (2012). La séquence de calculs pour un matériau transversalement isotrope est sensiblement la même que pour un matériau isotrope. Le RPR se calcule comme à l'équation (2.23), mais l'équation supplémentaire est différente. Elle est fonction du SR et des facteurs de concentration de contraintes.

$$S_{zz} = \frac{SR(\sigma_{xx}(A_y - B_y) + \sigma_{yy}(A_x - B_x) + S_{yz}(B_x G + B_y F - A_x G - A_y F))}{2(A_x A_y - B_x B_y) + SR(A_x C_y + A_y C_x - B_x C_y - B_y C_x)} \quad (2.26)$$

Le système d'équations à résoudre devient donc :

$$\begin{cases} S_{xx} = \frac{A_y \sigma_{xx} - B_x \sigma_{yy} + S_{zz}(B_x C_y - A_y C_x) + S_{yz}(B_x G - A_y F)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{yy} = \frac{-B_y \sigma_{xx} + A_x \sigma_{yy} + S_{zz}(B_y C_x - A_x C_y) + S_{yz}(B_y F - A_x G)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{zz} = \frac{SR(\sigma_{xx}(A_y - B_y) + \sigma_{yy}(A_x - B_x) + S_{yz}(B_x G + B_y F - A_x G - A_y F))}{2(A_x A_y - B_x B_y) + SR(A_x C_y + A_y C_x - B_x C_y - B_y C_x)} \\ S_{xy} = \frac{\sigma_{xy} - S_{xz} E}{D} \end{cases} \quad (2.27)$$

Comme pour le cas isotrope, les abaques reliant le RPR, SR et le coefficient de Poisson sont présentés à l'annexe D. De plus, pour les matériaux transversalement isotropes, les valeurs varient selon le rapport  $S_{xx}/S_{yy}$  et  $E_1/E_2$ .

### 2.4.3 Méthode Inverse

La méthode RPR a pu être développée grâce aux lectures en continu des déformations récupérées durant le forage de relâchement des contraintes possible avec la cellule *Doorstopper* modifiée. Comme il a été vu à la section précédente, la méthode RPR requiert l'utilisation de deux points sur la courbe comparativement à un seul pour la méthode conventionnelle, ce qui permet l'ajout d'une équation supplémentaire et permet de mesurer quatre composantes du tenseur de contrainte lorsqu'une seule mesure est faite, alors que dans cette situation, la méthode de calcul conventionnelle mènerait à une indétermination. La méthode RPR repose toutefois sur la mesure de l'invariant de déformation au pic qui est une valeur qui n'apparaît qu'une fois sur la courbe de récupération, contrairement à la déformation récupérée suite au relâchement complet des contraintes qui est lue de très nombreuses fois pendant une mesure. Pour cette dernière, il est alors possible d'en obtenir une bonne estimation. Si au moment du passage du pic, la courbe de récupération présente du bruit, la justesse de la méthode RPR sera alors affectée. La solution consiste alors à tenter d'utiliser la totalité de la courbe de récupération afin d'avoir un maximum de redondance sur le lien qui existe entre les contraintes *in situ* et les déformations en fond de trou pendant le forage de relâchement. Si, pour la méthode RPR, deux points sur la courbe permettent d'obtenir une équation supplémentaire, un très grand nombre de points (des centaines) devraient permettre l'obtention d'un système d'équations très largement sur-déterminé qui pourrait donner une grande robustesse à l'estimation du tenseur de contraintes *in situ* obtenu. Il serait même possible théoriquement, à la lumière de l'équation (2.27) qui fait appel à l'ensemble des composantes du tenseur de contraintes *in situ*, de toutes les déterminer à partir d'une seule mesure.

Une méthode de calcul qui permettrait de traiter la grande quantité d'informations disponibles sur l'ensemble d'une courbe de récupération serait la méthode inverse. Avec cette méthode, les causes d'un phénomène sont déterminées à partir des observations expérimentales de ses effets. Dans la présente étude, les observations expérimentales sont les courbes de déformations récupérées et la cause de ces déformations est le tenseur de contraintes *in-situ*.

Certains chercheurs (Fouial, Alheib, Baroudi, & Trentsaux, 1998) ont déjà expérimenté une méthode semblable pour la cellule triaxiale CSIR, en utilisant les données de la partie transitoire de la courbe des déformations récupérées. Les résultats se sont avérés concluants et d'autres



chercheurs ont produit un programme de contrôle de qualité des données pour cette méthode (Hakala, Hudson, & Christiansson, 2003), (Perman & Sjöberg, 2003). Cependant, jusqu'à maintenant, aucun chercheur n'a évalué cette méthode avec une cellule *Doorstopper* modifiée et encore moins inclus les effets de l'anisotropie.

## CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

Dans ce chapitre, les étapes de la méthodologie menant à l'atteinte des objectifs spécifiques et généraux du présent projet sont détaillées.

### 3.1 Objectifs spécifiques

En plus de l'objectif général du projet, quelques objectifs doivent être atteints pour réussir à appliquer cette méthode novatrice, qui est le problème inverse (Corthésy, 2013). Le premier est de déterminer les équations qui serviront à prédire les contraintes naturelles basées sur les déformations récupérées et ainsi créer une base de données pour tous types de roches. Le deuxième est de comparer la précision du calcul du tenseur des contraintes naturelles à celles associées aux méthodes conventionnelle et RPR. Le dernier objectif spécifique est d'évaluer l'impact de certains paramètres, tels que le coefficient de Poisson, le module de Young, le taux d'avancement et le diamètre du forage, sur les courbes de récupération et par conséquent sur le tenseur obtenu avec la méthode inverse.

### 3.2 Problème inverse

Tel que mentionné brièvement au chapitre précédent, la méthode inverse consiste à obtenir les composantes du tenseur de contraintes naturelles en utilisant la courbe des déformations récupérées et des contraintes unitaires. Pour parvenir à obtenir des résultats avec la méthode inverse, il est nécessaire de connaître le comportement du matériau afin de retrouver les composantes de contrainte.

La méthode d'interprétation de mesures de contraintes avec la technique du *Doorstopper* modifié par problème inverse implique les étapes suivantes :

- obtention des courbes de récupération sur le terrain;
- obtention des paramètres de déformabilité de la roche
- obtention des courbes de récupération correspondant à des chargements unitaires pour chaque composante du tenseur de contraintes par modélisation numérique en utilisant différents coefficients de Poisson et différents degrés d'anisotropie (rapports  $E_1/E_2$ ).
- obtention d'équations permettant de lisser les courbes de récupération;

- utilisation du principe de superposition pour obtenir les courbes de récupération correspondant à un tenseur quelconque;
- utiliser les moindres carrés pour trouver le tenseur de contrainte qui minimise l'écart entre les déformations mesurées et les déformations prédites.

Dans les sections qui suivent, ces différentes étapes seront présentées.

### 3.3 Simulations numériques de courbes de récupération associées à des chargements unitaires

La mise en œuvre de la détermination des composantes du tenseur de contraintes par la méthode inverse requiert l'utilisation du principe de superposition en utilisant des courbes de récupération correspondant à des chargements unitaires, une technique utilisée par Ouellet (2012) dans un but différent. En 2012, Amélie Ouellet, étudiante à la Maîtrise en Sciences Appliquées à l'École Polytechnique de Montréal, a publié un mémoire intitulé : *Interprétation de mesures de contraintes réalisées avec une cellule Doorstopper modifiée en milieu anisotrope*. L'objectif général de son mémoire était de généraliser les deux méthodes d'interprétation conventionnelle et RPR à des matériaux anisotropes. Afin d'atteindre l'objectif visé par son mémoire, un grand nombre d'analyses numériques simulant le relâchement des contraintes aurait été requis de façon à considérer plusieurs combinaisons de paramètres de déformabilité et plusieurs états de contraintes in situ différents. Afin de réduire le nombre d'analyses requises et puisque le comportement de la roche a été considéré élastique linéaire, Ouellet (2012) a utilisé une approche basée sur la superposition des effets de chargements unitaires. Les courbes de récupération ( $C_S$ ) pour un chargement  $S$  sont produites par combinaison linéaire des courbes de récupération pour les chargements unitaires, tel qu'indiqué à l'équation (3.1) où les composantes du tenseur  $S$  ( $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$ ,  $S_{zz}$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{xz}$ ,  $S_{yz}$ ) sont en MPa :

$$C_S = S_{XX}C_{\{1;0;0;0;0;0\}}MPa + S_{YY}C_{\{0;1;0;0;0;0\}}MPa + S_{ZZ}C_{\{0;0;1;0;0;0\}}MPa + S_{XY}C_{\{0;0;0;1;0;0\}}MPa + S_{XZ}C_{\{0;0;0;0;1;0\}}MPa + S_{YZ}C_{\{0;0;0;0;0;1\}}MPa \quad (3.1)$$

Ces courbes sont produites pour les 29 pas d'avancement énoncés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 : Valeur des pas d'avancement utilisés dans le présent projet

L (mm)	L/D	L (mm)	L/D
0	0	0	0
2	0,037	30	0,548
4	0,073	40	0,731
6	0,110	50	0,914
8	0,146	60	1,097
10	0,183	70	1,280
12	0,219	80	1,463
14	0,256	90	1,645
16	0,293	100	1,828
18	0,329	110	2,011
20	0,366	120	2,194
22	0,402	130	2,377
24	0,439	140	2,559
26	0,475	150	2,742
28	0,512	160	2,925

Même si l'objectif du présent projet est différent, ces simulations lui sont utiles et nécessaires puisque la méthode inverse requiert de pouvoir prédire les courbes de récupération pour différents matériaux anisotropes soumis à des états de contraintes unitaires.

Dans le but de simuler le relâchement des contraintes avec la technique du *Doorstopper* modifié dans un milieu transversalement isotrope, Ouellet (2012) a fait appel au logiciel COMSOL Multiphysics®. Le modèle utilisé consiste en un cube de 1000 mm de côté, au centre duquel un forage NX est simulé. Pour chaque ensemble de paramètres de déformabilité et d'orientation des plans d'isotropie, une contrainte unitaire est appliquée dans une seule direction à la fois, soit  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$ ,  $S_{zz}$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{xz}$  ou  $S_{yz}$ . Les courbes de déformations récupérées sont alors produites pour chacun des cas de chargement et pour les quatre jauges collées sur la cellule à 0°, 45°, 90° et 135° par rapport à l'axe X du fond du trou de forage. Par exemple, les cas de chargement  $S = \{1;0;0;0;0;0\}$  MPa,  $S = \{0;1;0;0;0;0\}$  MPa,  $S = \{0;0;1;0;0;0\}$  MPa,  $S = \{0;0;0;1;0;0\}$  MPa,  $S = \{0;0;0;0;1;0\}$  MPa et  $S = \{0;0;0;0;0;1\}$  MPa sont appliqués pour des roches ayant une isotropie transversale. Pour celles ayant un cas plus simple d'anisotropie, c'est-à-dire les roches isotropes, seulement les quatre premiers cas de chargement sont nécessaires pour l'expérience puisque les deux contraintes de cisaillement *in-situ* ayant une composante normale au plan du fond de trou

n'ont aucun effet sur les déformations en ce point. La figure 3.1 montre un exemple de courbes de déformations récupérées associées à des contraintes unitaires obtenues lors d'une simulation numérique. Dans cette figure,  $L$  est la longueur de prolongement du forage et  $D$ , le diamètre de la carotte.

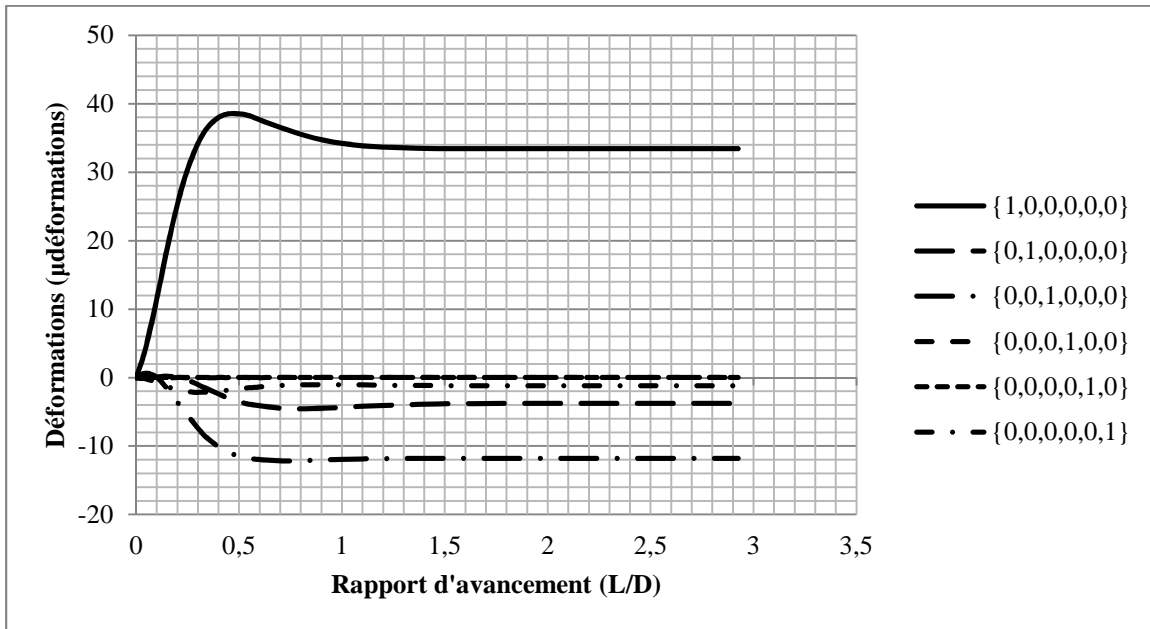


Figure 3.1 : Courbes de déformations récupérées sous la jauge  $\varepsilon_{0^\circ}$  (axe X) associées à des contraintes unitaires lorsque  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,00$

Un certain nombre de simulations ont été réalisées, chacune correspondant à une combinaison des paramètres suivants : le rapport d'anisotropie ( $E_1/E_2$ ), une valeur de le coefficient de Poisson ( $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ) et la plongée de la normale au plan d'isotropie ( $\delta$ ). Tel qu'indiqué à la section 2.4.1.2,  $E_1$  est le module d'élasticité suivant la normale au plan d'isotropie et  $E_2$  est celui qui est dans le plan d'isotropie. Les valeurs retenues pour les simulations sont les suivantes :  $E_1/E_2 = \{1,00; 1,25; 1,50; 2,00\}$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = \{0,00; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40\}$  et  $\delta = \{0; 21; 30; 38; 45; 60; 90\}^\circ$ .

### 3.4 Détermination des équations rationnelles polynomiales

Afin de pouvoir utiliser le principe de superposition, essentiel à la mise en œuvre de la méthode inverse, il est utile de trouver une équation qui sera en mesure de lisser chacune des courbes de récupération. Cette étape s'effectue à l'aide du logiciel TableCurve2D®. Celui-ci est alors

capable de trouver plusieurs équations lissant les courbes de récupération. Parmi le nombreux choix d'équations, celle qui est retenue et utilisée pour cette étude est l'équation (3.2), équation rationnelle polynomiale de degré 4, puisqu'elle est simple, les coefficients de corrélation sont très élevés et elle présente le meilleur lissage tout en conservant un nombre relativement faible de paramètres, soit neuf:

$$\varepsilon_{\theta^\circ}(s_{ij=1}) = \frac{a+c(L/D)+e(L/D)^2+g(L/D)^3+i(L/D)^4}{1+b(L/D)+d(L/D)^2+f(L/D)^3+h(L/D)^4} \quad (3.2)$$

où

a, b, c, d, e, f, g, h et i sont les paramètres obtenus par le logiciel TABLEcurve2D® ;

L est la longueur de surcarottage ;

D est le diamètre de la carotte de roc ;

$\varepsilon_{\theta^\circ}(s_{ij=1})$  est la déformation pour la jauge à  $\theta^\circ$  lorsque la contrainte unitaire est appliquée dans la direction de  $S_{ij}$ .

Une fois l'équation générale trouvée, il suffit de refaire le processus pour chaque composante et chaque jauge pour trouver les neuf paramètres « a » à « i » de chacune des différentes combinaisons de paramètres de déformabilité du matériau tel que vu à la section 3.3, une combinaison étant une certaine valeur de  $E_1/E_2$ , une certaine valeur de  $\nu$  et une certaine valeur de  $\delta$ . Étant donné qu'une cellule comporte quatre jauges de mesure, qu'il y a six composantes indépendantes dans le tenseur de contraintes et que l'étude est faite pour cinq coefficients de Poisson, cela fait 120 équations pour chaque combinaison de paramètres de déformabilité. Pour ce projet, seulement les angles  $\delta = 0^\circ$  et  $45^\circ$  sont étudiés, il y a donc, au total, sept combinaisons différentes de  $E_1/E_2$  et  $\delta$ . Il est donc nécessaire de trouver 840 équations polynomiales rationnelles de degré 4 afin de créer la base de données des équations. Cependant, selon les équations de déformations du matériau, il est facile de démontrer, d'après la loi de Hooke généralisée, que des déformations associées à un chargement unitaire selon des axes différents peuvent être égales entre elles, donc celles-ci auront exactement les mêmes neuf paramètres « a » à « i ». Cette démonstration est faite dans les sections 3.4.1 à 3.4.3 pour des matériaux isotrope,

transversalement isotrope avec  $\delta=0^\circ$  et transversalement isotrope avec  $\delta=45^\circ$ . On considère que la jauge  $0^\circ$  (jauge de référence pour les autres angles calculés dans le sens trigonométrique) coïncide avec l'axe X.

### 3.4.1 Matériau isotrope

De ce qui précède et sachant aussi qu'il y a seulement quatre facteurs de concentration de contraintes de fond de trou, A, B, C et D, qui rentrent en compte pour un matériau isotrope, en inversant l'équation (2.10), on arrive à l'équation (2.9) qui permet le calcul des contraintes en fond de trou en fonction des facteurs de concentration de contraintes et les contraintes *in-situ*. Les équations (3.3) à (3.6) permettent d'obtenir les déformations en fonction des contraintes en fond de trou pour chacune des jauges situées à un angle  $\theta$  de l'axe X.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{0^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{90^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})] \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\alpha \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{135^\circ} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\alpha \quad (3.6)$$

En remplaçant, dans les équations (3.3) à (3.6), les contraintes en fond de trou obtenues avec le système d'équations (2.9) ainsi que les contraintes unitaires appliquées dans chaque direction, il est possible de faire la démonstration suivante :

Lors de l'application du chargement unitaire dans la direction XX,  $S = \{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$  MPa, les valeurs des contraintes en fond de trou sont :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = A \\ \sigma_{yy} = B \\ \sigma_{xy} = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Lors de l'application du chargement unitaire dans la direction YY,  $S = \{0, 1, 0, 0, 0, 0\}$  MPa, les valeurs des contraintes en fond de trou sont :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = B \\ \sigma_{yy} = A \\ \sigma_{xy} = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Lors de l'application du chargement unitaire dans la direction ZZ,  $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$  MPa, les valeurs des contraintes en fond de trou sont :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = C \\ \sigma_{yy} = C \\ \sigma_{xy} = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Lors de l'application du chargement unitaire dans la direction XY,  $S = \{0, 0, 0, 1, 0, 0\}$  MPa, les valeurs des contraintes en fond de trou sont :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 0 \\ \sigma_{yy} = 0 \\ \sigma_{xy} = D \end{cases} \quad (3.10)$$

Il est donc possible d'affirmer que, pour une carotte de roc ayant subi les cas de chargement unitaire dans chaque direction à tour de rôle, certaines déformations sont les mêmes pour certaines directions. Les égalités suivantes sont obtenues :

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{xx}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{yy}=1)} \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{yy}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xx}=1)} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{xx}=1)} = \varepsilon_{45^\circ(S_{yy}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{yy}=1)} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{zz}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{zz}=1)} = \varepsilon_{45^\circ(S_{zz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{zz}=1)} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{xy}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xy}=1)} = 0 \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)} = -\varepsilon_{135^\circ(S_{xy}=1)} \quad (3.16)$$

De ce qui précède, il apparaît que sur une possibilité de 24 équations, la redondance démontrée ci-haut fait en sorte qu'il y a seulement cinq équations à trouver pour chaque coefficient de Poisson dans un cas isotrope. Ces cinq équations sont pour les déformations  $\varepsilon_{0^\circ(S_{xx}=1)}$ ,  $\varepsilon_{0^\circ(S_{yy}=1)}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)}$ ,  $\varepsilon_{0^\circ(S_{zz}=1)}$  et  $\varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)}$ . Il y a donc un total de vingt-cinq équations rationnelles polynomiales pour les cinq coefficients de Poisson, disponibles dans le mémoire (Ouellet, 2012), pour un matériau isotrope.



### 3.4.2 Matériau transversalement isotrope avec $\delta = 0^\circ$

Pour un matériau avec un plan d'isotropie transversale ayant un angle  $\delta = 0^\circ$  (plan d'isotropie parallèle à l'axe du sondage), il faut maintenant considérer sept facteurs de concentration de contraintes en fond de trou,  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, D$ . Les relations entre les contraintes *in-situ* et les contraintes en fond de trou sont alors les suivantes :

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \frac{A_y \sigma_{xx} - B_x \sigma_{yy} + S_{zz}(B_x C_y - A_y C_x)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{yy} &= \frac{-B_y \sigma_{xx} + A_x \sigma_{yy} + S_{zz}(B_y C_x - A_x C_y)}{A_x A_y - B_x B_y} \\ S_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{D} \end{aligned} \quad (3.17)$$

En utilisant les relations de contraintes-déformations (3.3) à (3.6) et les mêmes cas de chargement unitaire que pour le cas isotrope, il est possible de faire quelques manipulations algébriques. Suivant la même logique qu'à la section 3.4.1, il est possible d'affirmer que :

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{xx}=1)} \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{yy}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{yy}=1)} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{zz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{zz}=1)} \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)} = -\varepsilon_{135^\circ(S_{xy}=1)} \quad (3.21)$$

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{xy}=1)} = \varepsilon_{0^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{0^\circ(S_{yz}=1)} = 0 \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_{90^\circ(S_{xy}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{yz}=1)} = 0 \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{45^\circ(S_{yz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{yz}=1)} = 0 \quad (3.24)$$

De ce qui précède, il apparaît qu'il y a dix équations à trouver, sur une possibilité de vingt-quatre par coefficient de Poisson, pour le cas d'un matériau transversalement isotrope avec  $\delta=0^\circ$ . Cela porte donc le total à cent-cinquante équations rationnelles polynomiales de degré 4 à trouver, sur une possibilité de trois-cent-soixante, si on ne tient pas compte de la redondance mise en évidence aux équations (3.19) à (3.25). Ces dix équations sont celles pour les déformations  $\varepsilon_{0^\circ(S_{xx}=1)}$ ,  $\varepsilon_{0^\circ(S_{yy}=1)}$ ,  $\varepsilon_{0^\circ(S_{zz}=1)}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ(S_{xx}=1)}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ(S_{yy}=1)}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ(S_{zz}=1)}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ(S_{yy}=1)}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ(S_{zz}=1)}$  et  $\varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)}$ .

### 3.4.3 Matériau transversalement isotrope avec $\delta = 45^\circ$

Lorsque  $\delta = 45^\circ$ , trois facteurs de concentration de contraintes s'ajoutent à ceux présentés à l'équation (3.17), ce qui porte le nombre total de facteurs de concentration de contraintes à 10,  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, D, E, F$  et  $G$ . Cela ajoute des paramètres aux relations entre les contraintes *in-situ* et les contraintes en fond de trou tel que montré au système d'équations (2.21).

Encore une fois, suite à des manipulations algébriques, il est possible de montrer que certaines déformations sont égales entre elles lorsqu'elles proviennent d'un chargement unitaire. :

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{xx}=1)} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{yy}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{yy}=1)} \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)} = -\varepsilon_{135^\circ(S_{xy}=1)} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{xy}=1)} = \varepsilon_{0^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xy}=1)} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xz}=1)} = 0 \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{45^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{45^\circ(S_{yz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{xz}=1)} = \varepsilon_{135^\circ(S_{yz}=1)} = 0 \quad (3.30)$$

Enfin, pour le cas d'un matériau transversalement isotrope avec  $\delta = 45^\circ$ , dix-sept équations doivent être trouvées pour chaque coefficient de Poisson, pour un total de deux-cent-cinquante-cinq sur une possibilité de trois-cent-soixante équations. Ces déformations sont les suivantes :

$$\varepsilon_{0^\circ(S_{xx}=1)}, \varepsilon_{0^\circ(S_{yy}=1)}, \varepsilon_{0^\circ(S_{zz}=1)}, \varepsilon_{0^\circ(S_{yz}=1)}, \varepsilon_{90^\circ(S_{xx}=1)}, \varepsilon_{90^\circ(S_{yy}=1)}, \varepsilon_{90^\circ(S_{zz}=1)}, \varepsilon_{90^\circ(S_{yz}=1)}, \varepsilon_{45^\circ(S_{xx}=1)}, \varepsilon_{45^\circ(S_{yy}=1)}, \varepsilon_{45^\circ(S_{zz}=1)}, \varepsilon_{45^\circ(S_{yz}=1)}, \varepsilon_{45^\circ(S_{xy}=1)}, \varepsilon_{135^\circ(S_{zz}=1)}, \varepsilon_{135^\circ(S_{xz}=1)} \text{ et } \varepsilon_{135^\circ(S_{yz}=1)}.$$

## 3.5 Obtention du tenseur de contraintes

Une fois les équations polynomiales trouvées, il est possible d'utiliser le principe de superposition afin d'avoir les déformations totales pour chaque jauge à chaque pas d'avancement (i) du forage :

$$\varepsilon_{(i)0^\circ Tot} = \varepsilon_{0^\circ(S_{xx}=1)} S_{xx} + \varepsilon_{0^\circ(S_{yy}=1)} S_{yy} + \varepsilon_{0^\circ(S_{zz}=1)} S_{zz} + \varepsilon_{0^\circ(S_{xy}=1)} S_{xy} + \varepsilon_{0^\circ(S_{xz}=1)} S_{xz} + \varepsilon_{0^\circ(S_{yz}=1)} S_{yz} \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_{(i)90^\circ Tot} = \varepsilon_{90^\circ(S_{xx}=1)} S_{xx} + \varepsilon_{90^\circ(S_{yy}=1)} S_{yy} + \varepsilon_{90^\circ(S_{zz}=1)} S_{zz} + \varepsilon_{90^\circ(S_{xy}=1)} S_{xy} + \varepsilon_{90^\circ(S_{xz}=1)} S_{xz} + \varepsilon_{90^\circ(S_{yz}=1)} S_{yz} \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{(i)45^\circ Tot} = \varepsilon_{45^\circ (S_{xx}=1)} S_{xx} + \varepsilon_{45^\circ (S_{yy}=1)} S_{yy} + \varepsilon_{45^\circ (S_{zz}=1)} S_{zz} + \varepsilon_{45^\circ (S_{xy}=1)} S_{xy} + \varepsilon_{45^\circ (S_{xz}=1)} S_{xz} + \varepsilon_{45^\circ (S_{yz}=1)} S_{yz} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{(i)135^\circ Tot} = \varepsilon_{135^\circ (S_{xx}=1)} S_{xx} + \varepsilon_{135^\circ (S_{yy}=1)} S_{yy} + \varepsilon_{135^\circ (S_{zz}=1)} S_{zz} + \varepsilon_{135^\circ (S_{xy}=1)} S_{xy} + \varepsilon_{135^\circ (S_{xz}=1)} S_{xz} + \varepsilon_{135^\circ (S_{yz}=1)} S_{yz} \quad (3.34)$$

Les déformations prises en compte dans ces calculs sont les déformations calculées avec les nouvelles équations rationnelles polynomiales de degré 4 et les composantes de contraintes sont des valeurs unitaires. Pour chaque rapport d'avancement de la foreuse (L/D), il y a une matrice à résoudre et cette matrice fait partie d'un système d'équations surdéterminé, qui a plus de lignes que de colonnes. Pour chaque pas d'avancement (rapport L/D), la matrice suivante est obtenue :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{0^\circ Tot} \\ \varepsilon_{45^\circ Tot} \\ \varepsilon_{90^\circ Tot} \\ \varepsilon_{135^\circ Tot} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{0^\circ S_{xx}} & \varepsilon_{0^\circ S_{yy}} & \varepsilon_{0^\circ S_{zz}} & \varepsilon_{0^\circ S_{xy}} & \varepsilon_{0^\circ S_{xz}} & \varepsilon_{0^\circ S_{yz}} \\ \varepsilon_{45^\circ S_{xx}} & \varepsilon_{45^\circ S_{yy}} & \varepsilon_{45^\circ S_{zz}} & \varepsilon_{45^\circ S_{xy}} & \varepsilon_{45^\circ S_{xz}} & \varepsilon_{45^\circ S_{yz}} \\ \varepsilon_{90^\circ S_{xx}} & \varepsilon_{90^\circ S_{yy}} & \varepsilon_{90^\circ S_{zz}} & \varepsilon_{90^\circ S_{xy}} & \varepsilon_{90^\circ S_{xz}} & \varepsilon_{90^\circ S_{yz}} \\ \varepsilon_{135^\circ S_{xx}} & \varepsilon_{135^\circ S_{yy}} & \varepsilon_{135^\circ S_{zz}} & \varepsilon_{135^\circ S_{xy}} & \varepsilon_{135^\circ S_{xz}} & \varepsilon_{135^\circ S_{yz}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

En combinant tous les pas d'avancement, on obtient la matrice à résoudre qui est :

$$\{\varepsilon_{Tot}\} = [A]\{S_{ij}\} \quad (3.36)$$

$\{\varepsilon_{Tot}\}$  étant la matrice des déformations totales pour chaque pas d'avancement;

$[A]$  étant la matrice des déformations associées à des chargements unitaires;

$\{S_{ij}\}$  étant la matrice des contraintes in-situ recherchées

Quatre différentes approches matricielles peuvent être utilisées pour résoudre ce système surdéterminé et obtenir le tenseur de contraintes. Ces méthodes sont :

- les moindres carrés avec le solveur de Microsoft Excel;
- la méthode de l'équation normale;
- la méthode de la décomposition QR;
- la méthode de la matrice pseudo-inverse et SVD.

Les trois dernières méthodes sont des approches matricielles tirées du document de Volpi (2004).

Dans le cadre du présent travail, les courbes de terrain qui seront utilisées sont synthétiques, dans le sens où elles proviennent des simulations numériques. La raison de ce choix vient de ce que des données de terrain réelles sont obtenues sans que les contraintes réelles ne soient connues, ce

qui ne permettrait pas de valider le potentiel de la méthode proposée ou encore sa comparaison avec d'autres méthodes. Il est évident qu'avec cette façon de faire, nous nous attendons à ce que la méthode inverse donne la solution exacte au problème posé. Toutefois, comme il sera montré plus loin, des erreurs aléatoires ou systématiques seront ajoutées à ces courbes synthétiques afin de vérifier le potentiel de la méthode dans ce contexte et de la comparer aux autres méthodes de calcul lorsqu'elles sont utilisées avec les mêmes données.

### 3.5.1 Méthode des moindres carrés à l'aide du solveur de Microsoft Excel

Pour cette méthode, le solveur fait varier selon un algorithme basé sur la méthode du simplex, puisqu'il s'agit d'un problème linéaire, les six composantes du tenseur de contraintes en minimisant le carré des différences entre les déformations totales des courbes de récupération générées avec les nouvelles équations rationnelles polynomiales et les déformations totales obtenues des courbes de récupération de terrain. La figure 3.2 montre un exemple du processus utilisé dans le présent projet.

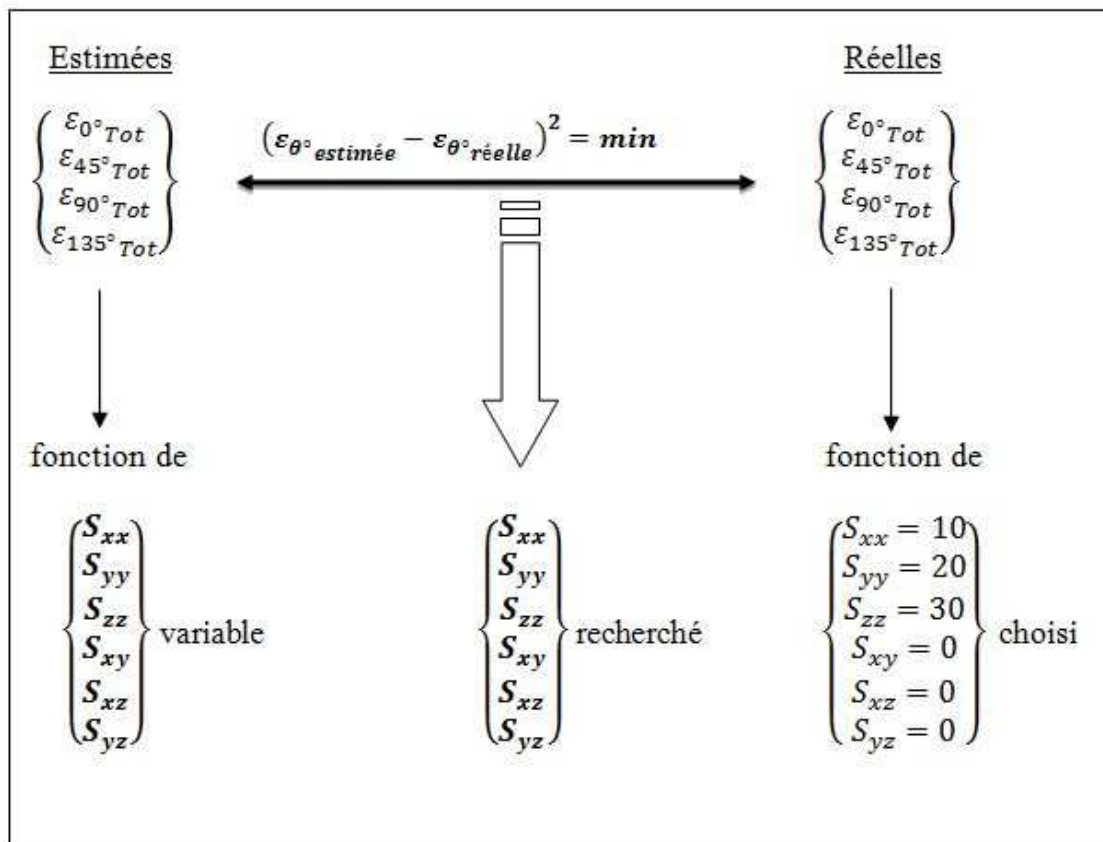


Figure 3.2 : Schéma représentatif du processus d'itération utilisé

Comme l'indique le schéma, le solveur de Microsoft Excel tente d'égaliser les déformations estimées avec les déformations réelles :

- les déformations réelles sont obtenues à partir des équations 3.31 à 3.34 avec un tenseur où les 6 composantes ont été fixées (pour simuler les résultats de terrain)
- les déformations estimées sont obtenues à partir des équations 3.31 à 3.34 avec un tenseur où les 6 composantes sont variables
- le solveur fait varier ces 6 composantes du tenseur jusqu'à ce que la somme du carré des différences soit minimisée.

On obtient alors le tenseur recherché.

### 3.5.2 Méthode de l'équation normale

Cette méthode consiste à transformer une matrice rectangulaire (système surdéterminé) en une matrice carrée.

$$[A]\{S_{ij}\} = \{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.37)$$

$$[A]^T[A]\{S_{ij}\} = [A]^T\{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.38)$$

$$\Rightarrow [B]\{S_{ij}\} = \{c\} \quad (3.39)$$

$$\therefore \{S_{ij}\} = [B]^{-1}\{c\} \quad (3.40)$$

### 3.5.3 Méthode de la décomposition QR

Celle-ci consiste à transformer la matrice rectangulaire en deux matrices, Q et R. Comme avec cette méthode la matrice R est triangulaire et la matrice Q est orthogonale et unitaire, l'inverse et la transposée de la matrice Q sont égales.

$$[A]\{S_{ij}\} = \{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.41)$$

$$\Rightarrow [Q][R]\{S_{ij}\} = \{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.42)$$

$$\Rightarrow [R]\{S_{ij}\} = [Q]^{-1}\{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.43)$$

$$\Rightarrow [R]\{S_{ij}\} = [Q]^T\{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.44)$$

$$\therefore \{S_{ij}\} = [R]^{-1}[Q]^T\{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.45)$$

### 3.5.4 Méthode de la matrice pseudo-inverse et SVD

Cette dernière méthode consiste à calculer la matrice pseudo-inverse de la matrice rectangulaire.

$$[A]\{S_{ij}\} = \{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.48)$$

$$[A]^+ = ([A]^T[A])^{-1}[A]^T \quad (3.49)$$

$$\Rightarrow \{S_{ij}\} = [A]^+\{\varepsilon_{Tot}\} \quad (3.50)$$

### 3.5.5 Résumé des méthodes

Quelques essais ont été faits afin de vérifier si les quatre méthodes de calcul donnent les mêmes résultats. Pour fins de calculs lors de cette vérification, chacune des déformations récupérées sur une courbe de terrain synthétique est entachée d'une erreur aléatoire, aussi appelée bruit aléatoire, qui consiste à ajouter selon une fonction de densité de probabilité équiprobable, des déformations aléatoires comprises entre -50  $\mu\text{def}$  et +50  $\mu\text{def}$ . Le tableau 3.2 montre les résultats de l'interprétation de telles courbes avec la méthode inverse pour un cas de roche isotrope.

Tableau 3.2 : Comparaison des contraintes obtenues par différentes approches matricielles

$\nu$	$S_{ij}$ (MPa)	Solveur	Équation normale	Décomposition QR	Pseudo inv A
0,00	$S_{xx}$	29,728	29,728	29,728	29,728
	$S_{yy}$	19,919	19,919	19,919	19,919
	$S_{zz}$	8,752	8,752	8,752	8,752
	$S_{xy}$	14,967	14,967	14,967	14,967
0,05	$S_{xx}$	29,683	29,683	29,683	29,683
	$S_{yy}$	19,866	19,866	19,866	19,866
	$S_{zz}$	8,722	8,722	8,722	8,722
	$S_{xy}$	14,969	14,969	14,969	14,969
0,10	$S_{xx}$	29,635	29,635	29,635	29,635
	$S_{yy}$	19,812	19,812	19,812	19,812
	$S_{zz}$	8,688	8,688	8,688	8,688
	$S_{xy}$	14,971	14,971	14,971	14,971
0,15	$S_{xx}$	29,585	29,585	29,585	29,585
	$S_{yy}$	19,756	19,756	19,756	19,756
	$S_{zz}$	8,652	8,652	8,652	8,652
	$S_{xy}$	14,972	14,972	14,972	14,972
0,20	$S_{xx}$	29,528	29,528	29,528	29,528
	$S_{yy}$	19,694	19,694	19,694	19,694
	$S_{zz}$	8,602	8,602	8,602	8,602
	$S_{xy}$	14,974	14,974	14,974	14,974
0,25	$S_{xx}$	29,467	29,467	29,467	29,467
	$S_{yy}$	19,628	19,628	19,628	19,628
	$S_{zz}$	8,547	8,547	8,547	8,547
	$S_{xy}$	14,976	14,976	14,976	14,976
0,30	$S_{xx}$	29,401	29,401	29,401	29,401
	$S_{yy}$	19,558	19,558	19,558	19,558
	$S_{zz}$	8,485	8,485	8,485	8,485
	$S_{xy}$	14,977	14,977	14,977	14,977
0,35	$S_{xx}$	29,325	29,325	29,325	29,325
	$S_{yy}$	19,480	19,480	19,480	19,480
	$S_{zz}$	8,409	8,409	8,409	8,409
	$S_{xy}$	14,979	14,979	14,979	14,979
0,40	$S_{xx}$	29,243	29,243	29,243	29,243
	$S_{yy}$	19,395	19,395	19,395	19,395
	$S_{zz}$	8,325	8,325	8,325	8,325
	$S_{xy}$	14,980	14,980	14,980	14,980
0,45	$S_{xx}$	29,146	29,146	29,146	29,146
	$S_{yy}$	19,297	19,297	19,297	19,297
	$S_{zz}$	8,218	8,218	8,218	8,218
	$S_{xy}$	14,982	14,982	14,982	14,982

Les quatre méthodes donnent des résultats identiques à la troisième décimale près pour les matériaux isotropes et transversalement isotropes, et ce pour n'importe quel coefficient de Poisson. Le Solveur Excel est alors considéré comme l'outil de calcul le plus efficace et facile d'utilisation puisque déjà inclus dans le logiciel Excel, ce qui n'est pas le cas des approches matricielles qui requiert de la programmation. C'est donc cet outil qui est utilisé pour tous les calculs du présent projet.

La figure 3.3 montre un exemple de la justesse des courbes de déformations récupérées de chacune des jauges pour un cas de chargement quelconque. Les courbes de déformations de terrain (sans bruit) et estimées se superposent parfaitement. Cet exemple est pour un cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa lorsque  $E_1/E_2 = 2,00$ ;  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$ .

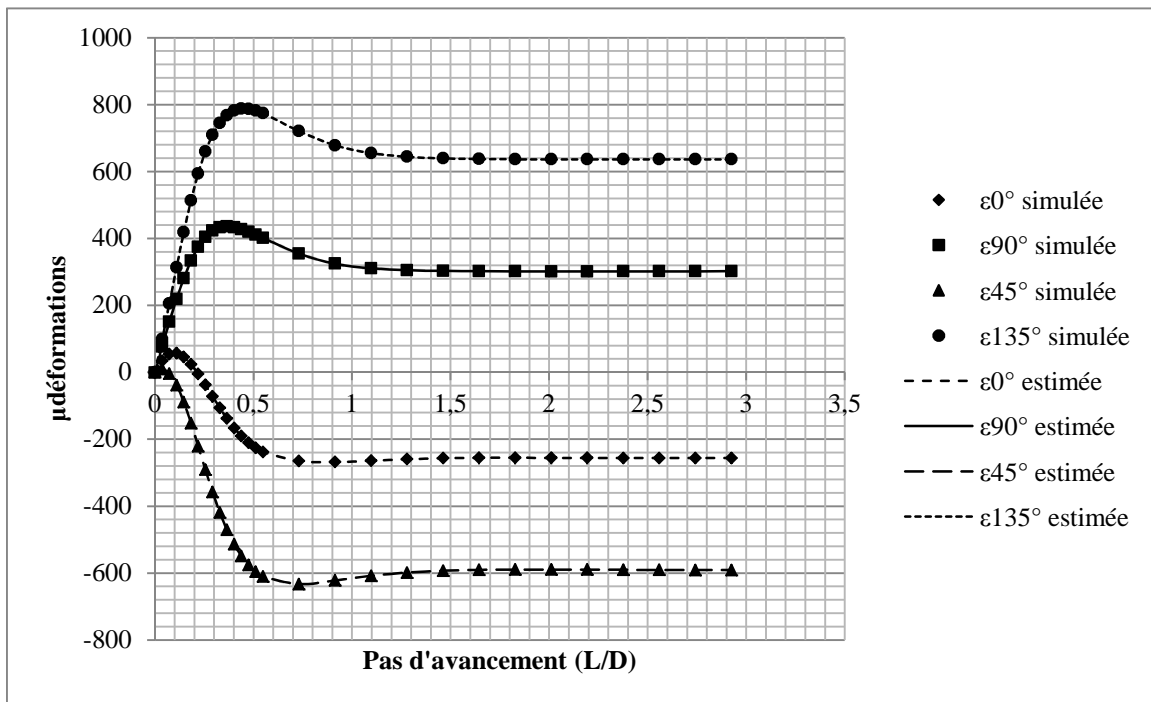


Figure 3.3 : Courbes de déformations récupérées totales réelles et estimées sous les 4 jauges, associées au chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa lorsque  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$

### 3.6 Ajout d'un bruit aléatoire

Maintenant qu'il a été montré que la méthode inverse fonctionne pour une courbe de récupération de terrain synthétique ne comportant aucun bruit ou erreur, l'étude de courbes entachées d'erreurs ou de bruit fait l'objet de la prochaine étape. En effet, lors d'investigations de sites, il



peut y avoir plusieurs facteurs qui influencent la prise de données, tels que des vibrations causées par la foreuse, une cellule mal collée, la présence d'eau, des problèmes de contacts électriques etc. Afin de représenter le mieux possible les impacts de ces erreurs sur les contraintes, chaque déformation est additionnée d'un bruit aléatoire, suivant une fonction de densité de probabilité équiprobable variant entre deux bornes représentant un certain pourcentage de la déformation récupérée principale majeure, donnée par :

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (3.49)$$

Pour le présent travail, des valeurs comprises entre  $\pm 5\%$ ,  $\pm 10\%$ ,  $\pm 15\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 25\%$  et  $\pm 30\%$  de la valeur calculée par l'équation (3.49) ont été choisies et additionnées aux valeurs de déformations récupérées. La figure 3.4 présente un exemple de courbes de récupérations entachées de bruit aléatoire. Ce choix de valeur de pourcentage a été fixé arbitrairement afin que ce soit la même comparaison qui soit faite pour tous les différents cas de chargement tout au long de l'étude. On notera sur cette figure la difficulté que représente le choix d'une valeur de déformation au pic.

La procédure d'interprétation est identique à celle déjà présentée. On obtient alors les contraintes in-situ par résolution du système d'équations surdéterminé par la méthode des moindres carrés. Les résultats obtenus sont présentés au chapitre 4.

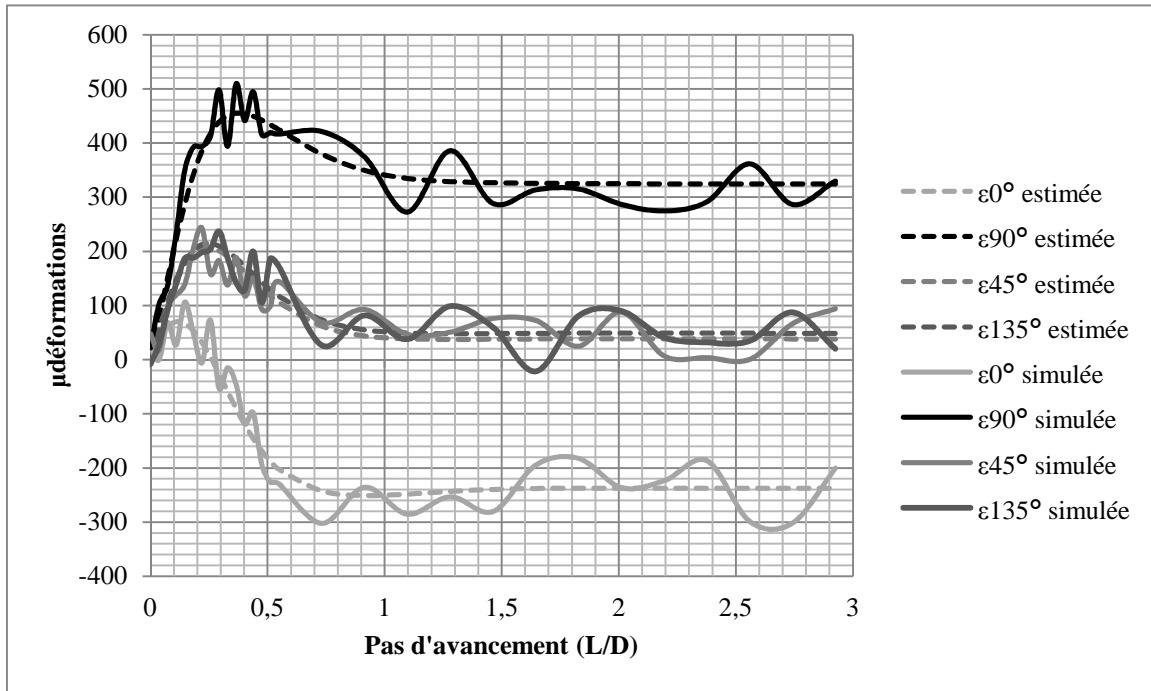


Figure 3.4 : Courbes de déformations récupérées totales réelles entachées d'un bruit aléatoire de 20% et estimées sous les 4 jauges, associées au chargement appliqué  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  lorsque  $E = 30$  GPa et  $\nu = 0,20$

### 3.7 Influence de $\nu$ sur les courbes de récupération

Les modèles numériques utilisés pour produire les courbes de récupération dans les travaux de Ouellet (2012) avaient comme coefficients de Poisson les valeurs suivantes,  $\nu = \{0,00; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40\}$ . Ces modèles simulaient le forage de relaxation en 29 étapes pendant lesquelles le rapport  $L/D$  passait de 0 à 1.65. Afin de pouvoir interpoler les courbes de récupération pour des valeurs intermédiaires de  $\nu$ , des régressions polynomiales de degré 3 ont été faites pour obtenir les déformations à chacun des pas d'avancement du forage,  $L_i$ , en fonction du coefficient de Poisson

$$\varepsilon_{(L_i/D)} = m\nu^3 + n\nu^2 + o\nu + pi \quad (3.50)$$

Les figures 3.5 et 3.6 montrent un exemple des corrélations qui existent entre le coefficient de Poisson et les déformations de la jauge à  $0^\circ$  pour le cas de chargement  $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$  MPa pour chaque pas d'avancement. On trouve alors 29 nouvelles équations pour évaluer les déformations comme si elles avaient été simulées numériquement pour n'importe quel coefficient de Poisson. Par exemple, si on veut calculer un cas où  $\nu = 0,27$ , on la remplace  $\nu$  dans chacune

des 29 équations par sa valeur et on obtient la courbe de récupération pour  $\nu = 0,27$ . Ensuite, on reprend le processus de lissage de courbes dans le logiciel TableCurve2D® afin de retrouver l'équation de la courbe des déformations récupérées ainsi obtenues. On peut ensuite calculer les contraintes pour une roche isotrope ayant un coefficient de 0,27 avec la méthode inverse. La procédure à adopter pour les matériaux anisotropes est plus complexe et sera faite dans le cadre d'une étude ultérieure.

Tableau 3.3 : Exemple de valeurs de coefficients de l'équation polynomiale pour chaque rapport d'avancement L/D

L/D	m	n	o	p	R <sup>2</sup>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
0,0366	2,77	-0,77	-2,93	0,67	1,00
0,0731	5,50	0,33	-6,78	0,65	1,00
0,1097	8,00	2,90	-10,88	0,06	1,00
0,1463	8,29	6,89	-14,94	-1,08	1,00
0,1828	9,02	10,94	-18,24	-2,41	1,00
0,2194	8,78	14,84	-21,01	-3,92	1,00
0,2559	8,82	18,40	-23,06	-5,27	1,00
0,2925	7,75	21,63	-24,34	-6,69	1,00
0,3291	6,54	24,33	-25,10	-8,04	1,00
0,3656	6,28	26,12	-25,57	-9,07	1,00
0,4022	4,44	27,99	-25,64	-10,02	1,00
0,4388	4,21	28,91	-25,44	-10,75	1,00
0,4753	3,85	29,44	-25,06	-11,36	1,00
0,5119	2,83	29,98	-24,71	-11,83	1,00
0,5484	3,20	29,97	-24,20	-12,15	1,00
0,7313	1,82	28,99	-22,01	-12,83	1,00
0,9141	2,68	27,37	-20,84	-12,75	1,00
1,0969	3,05	26,61	-20,46	-12,60	1,00
1,2797	3,24	26,35	-20,40	-12,50	1,00
1,4625	3,25	26,33	-20,42	-12,46	1,00
1,6453	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
1,8282	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,0110	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,1938	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,3766	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,5594	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,7422	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00
2,9250	3,25	26,34	-20,44	-12,45	1,00

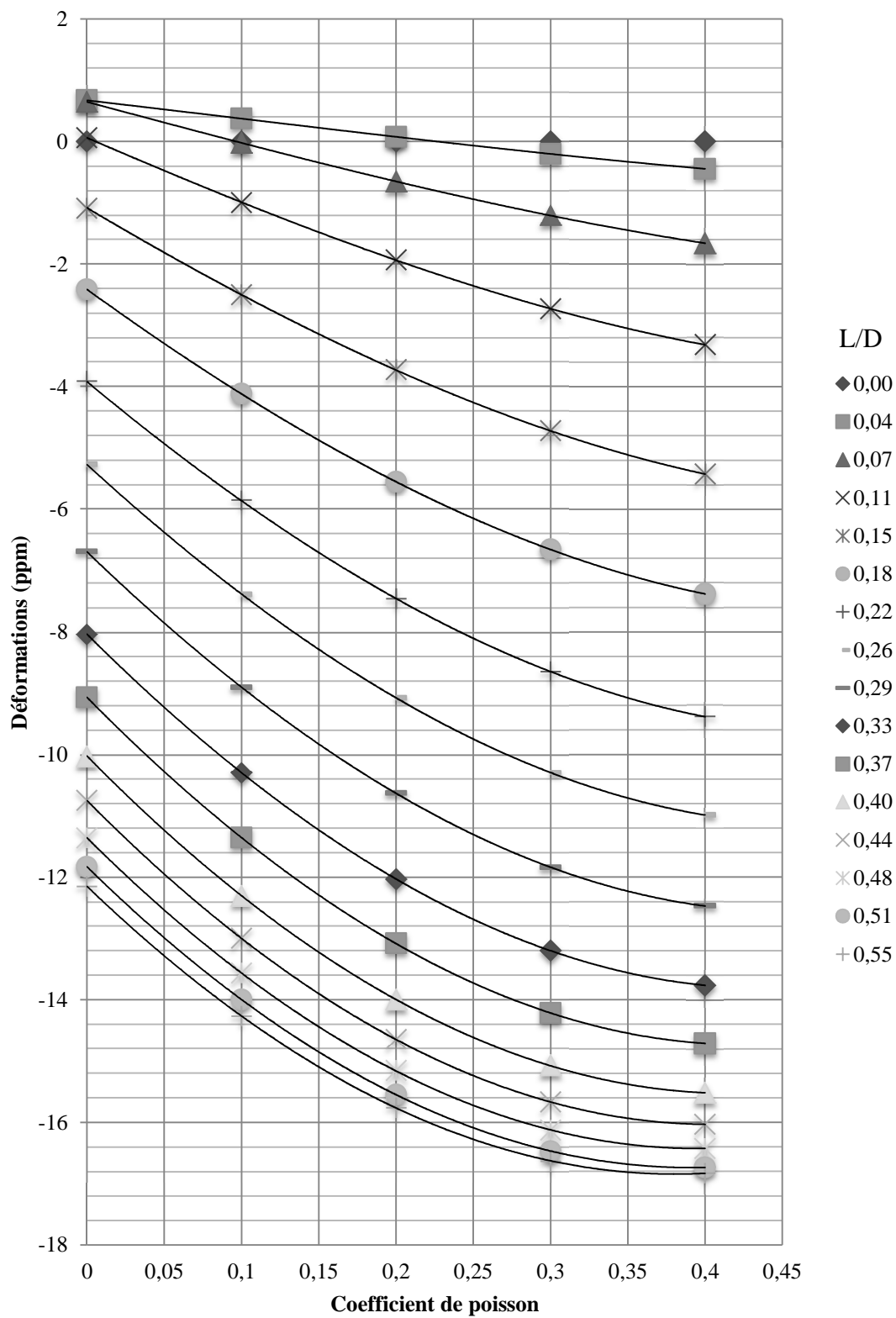


Figure 3.5 : Exemple de relations entre le coefficient de Poisson et les déformations sous la jauge  $\varepsilon_0$  lorsque  $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$  MPa

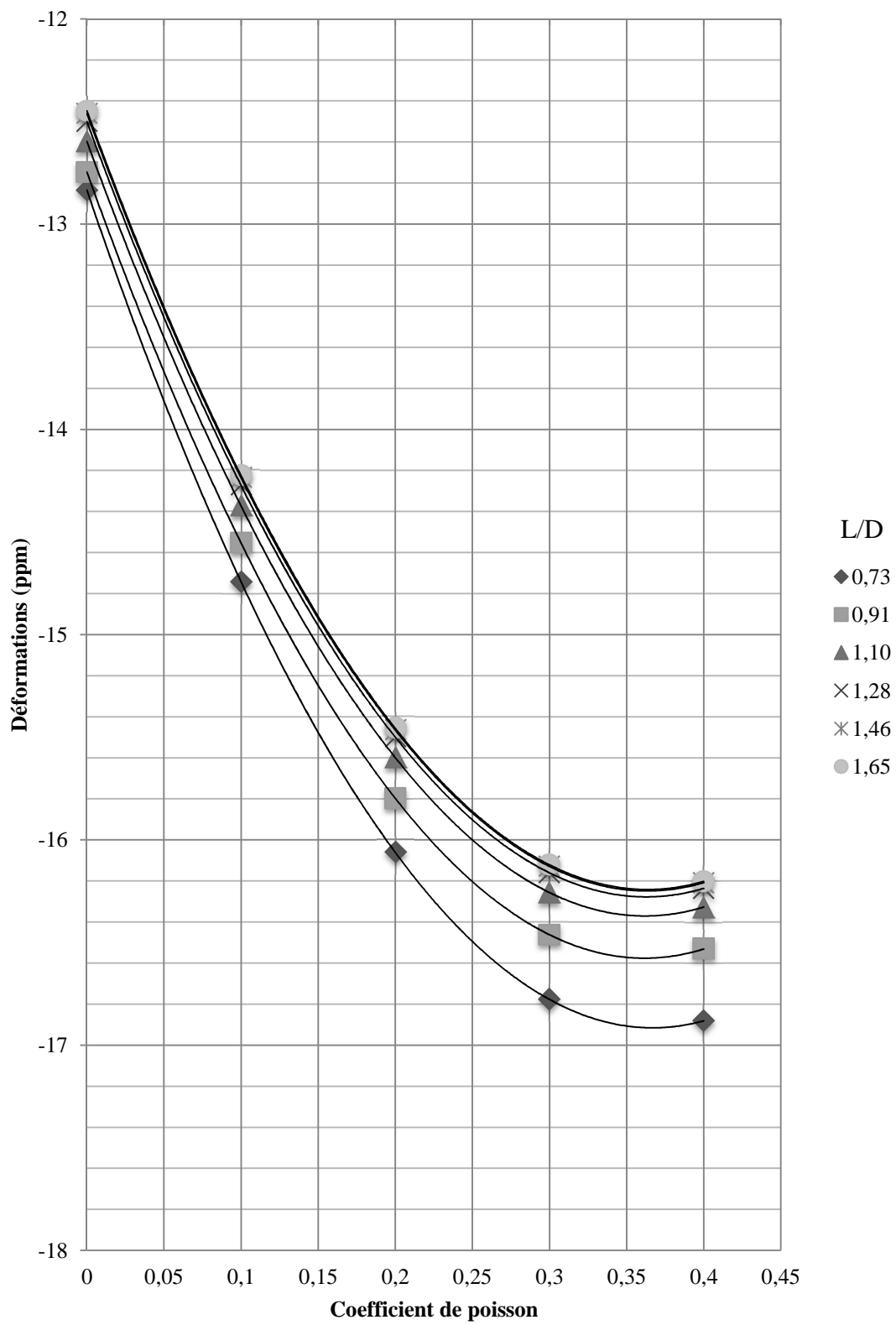


Figure 3.6 : (suite) Exemple de relations entre le coefficient de Poisson et les déformations sous la jauge  $\varepsilon_0^\circ$  lorsque  $S = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}$  MPa

## 3.8 Influence du module de Young et les courbes de récupération

### 3.8.1 Matériau isotrope

Afin de généraliser la méthode à des roches ayant un module de Young différent de celui utilisé dans le modèle numérique d'Ouellet (2012) qui était de 30,0 GPa, une approche très simple est utilisée. Puisque dans le cadre de ce projet, la roche est supposée linéaire, la loi de Hooke implique qu'il existe un lien inverse entre la grandeur du module de Young et les déformations.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.51)$$

Puisque l'hypothèse d'élasticité linéaire est respectée, on peut écrire cette équation :

$$\varepsilon_f E_f = \varepsilon_r E_r \quad (3.52)$$

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_r E_r}{E_f} \quad (3.53)$$

Le facteur de conversion devient alors  $E_r/E_f$ . Pour un matériau isotrope, il est alors très simple de connaître les déformations prévues pour un cas de chargement unitaire pour n'importe quel module de Young. Le graphique suivant montre un exemple de variation des déformations par un nouveau module de Young,  $E = 40$  GPa. Les paramètres utilisés pour le graphique sont  $\nu = 0,00$  et  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa.

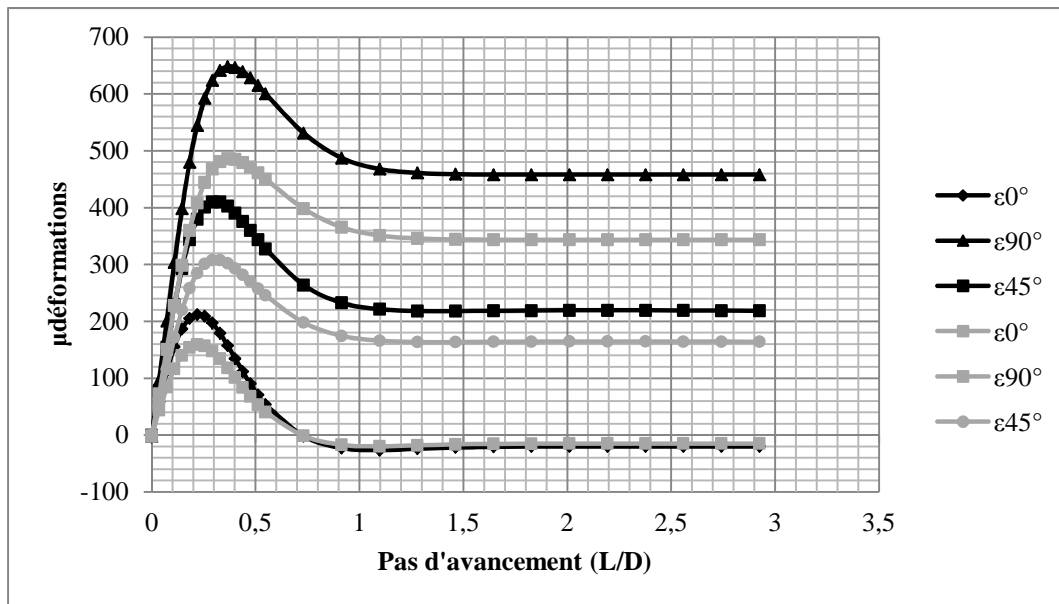


Figure 3.7 : Courbes de déformations récupérées totales pour  $\nu = 0,00$ ,  $E_i = 30$  GPa et  $E_f = 40$  GPa associées au chargement appliqué  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa.

### 3.8.2 Matériau transversalement isotrope

Pour les roches transversalement isotropes, l'approche est similaire. Toutefois, à cette étape du projet, seules les roches montrant un rapport d'anisotropie (défini par le rapport  $E_1/E_2$ ) ayant été modélisés par Ouellet (2012) permettent d'être traitées. La déformation unitaire de référence obtenue pour un rapport  $E_{1r}/E_{2r}$  donné pourra être transformée pour des valeurs de  $E_{1f}$  et  $E_{2f}$  différentes en autant que le même rapport  $E_1/E_2$  soit conservé. Le facteur de conversion pour les déformations pour passer des déformations de référence aux déformations finales sera alors égal au rapport  $E_{1r}/E_{1f} = E_{2r}/E_{2f}$ . On peut alors écrire,

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_r E_{1r}}{E_{1f}} = \frac{\varepsilon_r E_{2r}}{E_{2f}} \quad (3.54)$$

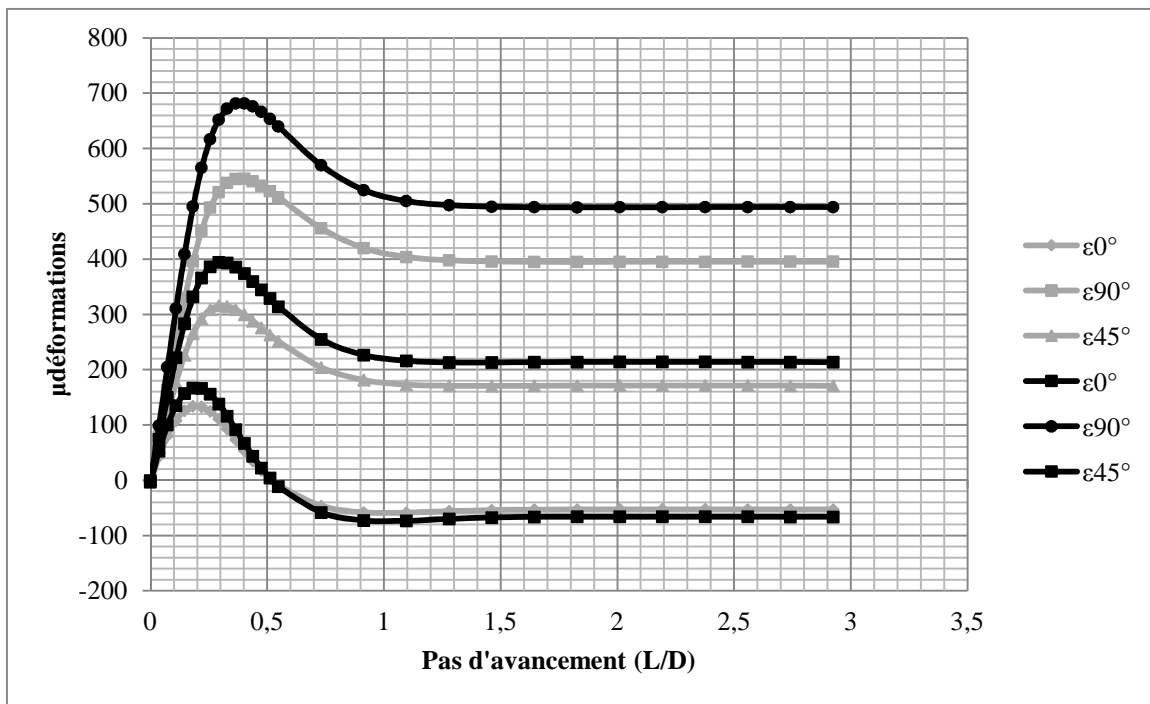


Figure 3.8 : Courbes de déformations récupérées totales pour  $\nu = 0,00$ ,  $E_{1i} = 36$  GPa,  $E_{2i} = 24$  GPa,  $E_{1f} = 45$  GPa et  $E_{2f} = 30$  GPa associées au chargement appliqué  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$

### 3.9 Résumé des étapes de la méthode inverse

Les lignes qui suivent résument les étapes à suivre lorsqu'on reçoit de nouvelles données obtenues par une cellule *Doorstopper* modifiée ainsi qu'une nouvelle carotte de roc ou de béton provenant du terrain.

- 1 - Procéder aux deux essais de laboratoire qui permettent d'obtenir les paramètres de déformabilité de la roche tels que le coefficient de Poisson, le module de Young, le rapport d'anisotropie et la direction du plan d'isotropie. Ceux-ci sont l'essai de compression biaxiale isotrope et l'essai de compression diamétrale décrits brièvement à la section 2.3.1.
- 2 – Une fois ces paramètres connus, la sélection des équations rationnelles polynomiales de degré 4 avec lesquelles les calculs vont se faire doit être effectuée dans la base de données.
- 3 – Si le coefficient de Poisson et le module de Young sont différents des valeurs de référence, les valeurs de déformations récupérées associées à des chargements unitaires doivent être ajustées en fonction de ces nouveaux paramètres.
- 4 – La somme des différences au carré entre les déformations obtenues suite à une mesure in situ et les déformations estimées à l'aide des équations (3.31) à (3.34) en fonction des composantes du tenseur de contrainte recherché est minimisée.



## CHAPITRE 4 RÉSULTATS

Les résultats découlant de la méthodologie proposée sont présentés dans cette section, premièrement dans le but de vérifier si la méthode inverse appliquée aux matériaux isotrope et transversalement isotrope est valable, et deuxièmement pour vérifier les impacts que peut avoir l'ajout d'un bruit aléatoire sur les courbes de récupération. La comparaison avec les deux méthodes d'interprétation des mesures de contraintes, conventionnelle et RPR, est présentée. De plus, des analyses de sensibilité sont réalisées afin d'évaluer l'effet des différentes sources d'erreur provenant des opérations sur le terrain ou en laboratoire. Ces analyses sont effectuées pour des valeurs erronées de l'avancement du forage, du coefficient de Poisson et du module de Young.

### 4.1 Matériau isotrope

En effectuant chacune des étapes pour la méthode inverse énoncées au chapitre 3, il est possible de vérifier si la méthode inverse est valide en utilisant des courbes de récupération synthétiques auxquelles aucune erreur n'est ajoutée. La méthode a ainsi été testée avec différents coefficients de Poisson et les valeurs de composantes de contraintes qui peuvent être calculées à partir d'une seule mesure ont été appliquées initialement pour chaque composante. Elles sont retrouvées à 3 décimales près. Le tableau 4.1 présente les résultats pour un cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa. Il est donc possible de confirmer que le processus inverse fonctionne et qu'il n'y a aucune erreur de calcul en cours d'analyse. Chacun des cas de chargement évalués dans les prochains paragraphes ont été choisis arbitrairement par l'auteure afin de considérer des valeurs de contraintes les plus réalistes possibles.

Tableau 4.1 : Validation de la méthode inverse pour un matériau isotrope

Tenseur de contraintes appliqué		
	Réelles	Estimées
$S_{xx}$	10,000	10,000
$S_{yy}$	20,000	20,000
$S_{zz}$	30,000	30,000
$S_{xy}$	0,000	0,000
$S_{xz}$	0,000	-
$S_{yz}$	0,000	-

La figure 4.1 montre que les courbes estimées avec les équations rationnelles polynomiales de degré 4 se superposent parfaitement avec les courbes calculées par simulation numérique.

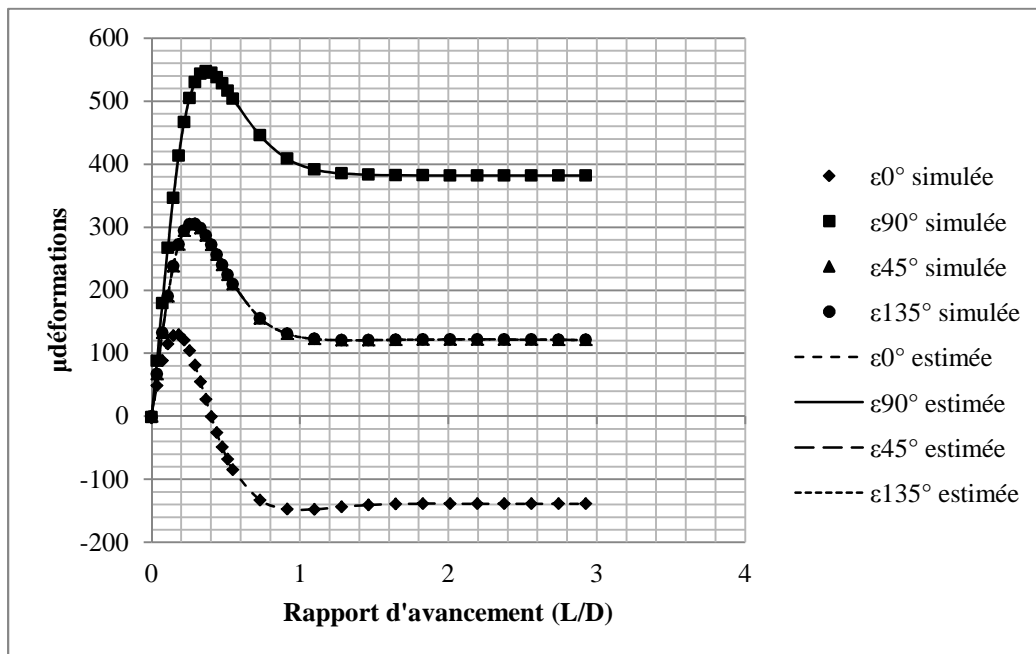


Figure 4.1 : Courbes simulées par modélisation et courbes estimées pour un cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,10$  et  $E = 30$  GPa

#### 4.1.1 Ajout d'un bruit aléatoire sur les déformations récupérées

Tel qu'expliqué dans la méthodologie de travail, les courbes de récupération sont entachées d'un bruit aléatoire afin de connaître les impacts sur le calcul des composantes de contrainte et aussi afin de mieux représenter des courbes obtenues sur le terrain. Le tableau 4.2 présente les

différents cas de chargements évalués ainsi que les intervalles de valeurs de bruit ajouté correspondant à chacun des pourcentages de la déformation principale majeure récupérée. Au total, deux cent quarante simulations sont calculées pour les trois cas de chargements différents. Ces analyses sont faites pour une roche isotrope ayant un coefficient de Poisson de 0,2, ainsi qu'un module de Young de 30 GPa. La figure 4.2 montre un exemple des courbes de récupération entachées d'un bruit aléatoire. Ce bruit est ajouté à chaque pas d'avancement pour chacune des quatre jauges de la cellule. L'intervalle de bruit ajouté est le même pour les quatre jauges de déformations. Le solveur Excel, par le biais des moindres carrés, essaie de retrouver les valeurs de chacune des composantes de contraintes en reproduisant la courbe le plus fidèlement possible en minimisant la différence entre les valeurs simulées (qui remplacent les données de terrain) et les valeurs estimées par la méthode inverse. Les résultats diffèrent selon les différentes contraintes appliquées initialement. Dans tous les cas, seules les composantes du tenseur ayant un effet sur les déformations en fond de trou sont appliquées, c'est pourquoi les composantes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  sont nulles, puisque sans effet.

Tableau 4.2 : Valeurs du bruit ajouté pour chaque cas de chargement

Chargement (MPa) $S_{xx}$ , $S_{yy}$ , $S_{zz}$ , $S_{xy}$	10, 20, 30, 0	15, 15, 10, 5	10, 10, 20,5
Nb. de simulations	20	10	10
% déf. princ. majeure réc.	Intervalle de bruit ajouté (+ udef)		
5	15.97	31.47	15.34
10	31.94	62.93	30.67
15	47.91	94.40	46.00
20	63.88	125.86	61.34
25	79.84	157.33	76.68
30	95.81	188.80	92.02

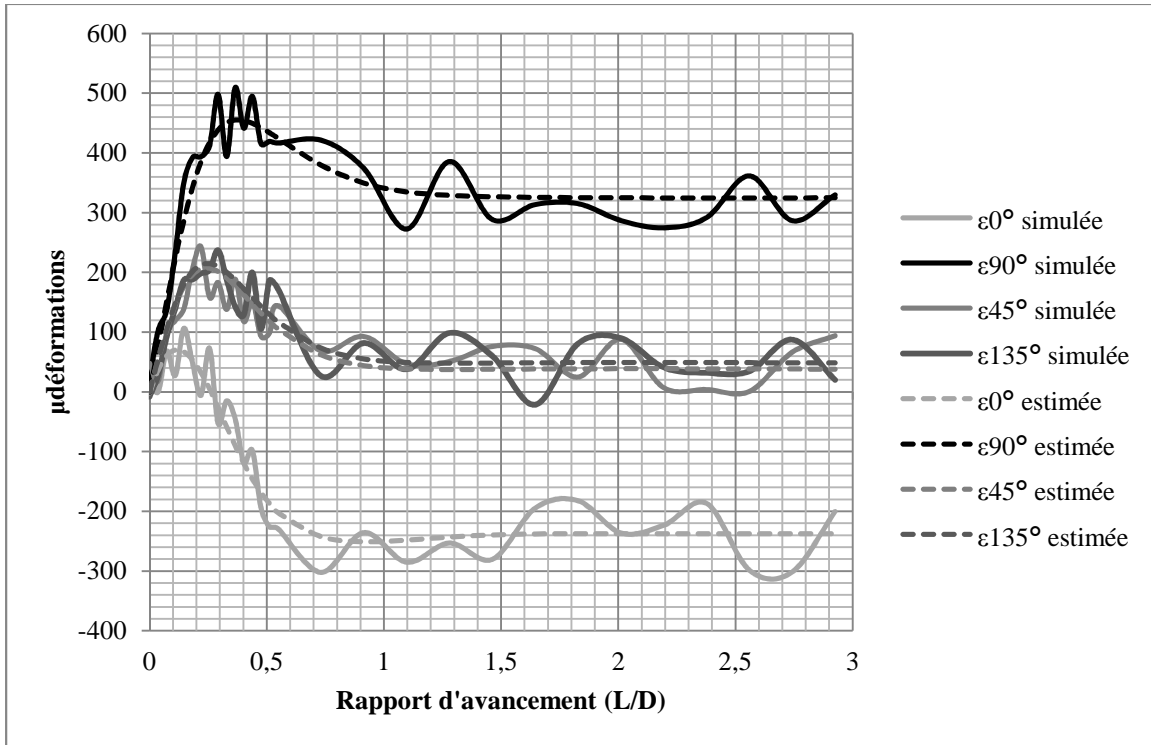


Figure 4.2 : Courbes de déformations estimées par modélisation et courbes de terrain simulées entachées d'un bruit aléatoire variant entre  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure récupérée pour un cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa.

#### 4.1.1.1 Cas de chargement $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa

Le premier cas de chargement appliqué, est simulé avec vingt séries de données aléatoires pour chaque intensité de bruit afin d'estimer, le plus précisément possible, la tendance que prennent les résultats obtenus. En premier lieu, dix essais sont réalisés et analysés. Les figures 4.3 à 4.6 présentent les erreurs relatives obtenues sur chacune des quatre composantes,  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$ ,  $S_{zz}$  et  $S_{xy}$ . Ces erreurs relatives sont calculées avec les équations (4.1) et (4.2). Elles peuvent donc être positives ou négatives par rapport à la valeur de la contrainte.

$$\frac{\Delta S_{ij}}{\bar{S}} = \frac{|S_{ij}(\text{calculé}) - S_{ij}(\text{appliqué})|}{\bar{S}} \quad (4.1)$$

$$\bar{S} = \frac{S_{xx}(\text{appliqué}) + S_{yy}(\text{appliqué}) + S_{zz}(\text{appliqué})}{3} \quad (4.2)$$

On remarque que les erreurs sont très variables d'une simulation à l'autre, peu importe la composante de contrainte ou l'intensité du bruit ajouté. Le détail des résultats présentés aux figures 4.3 à 4.6 est donné à l'annexe A.

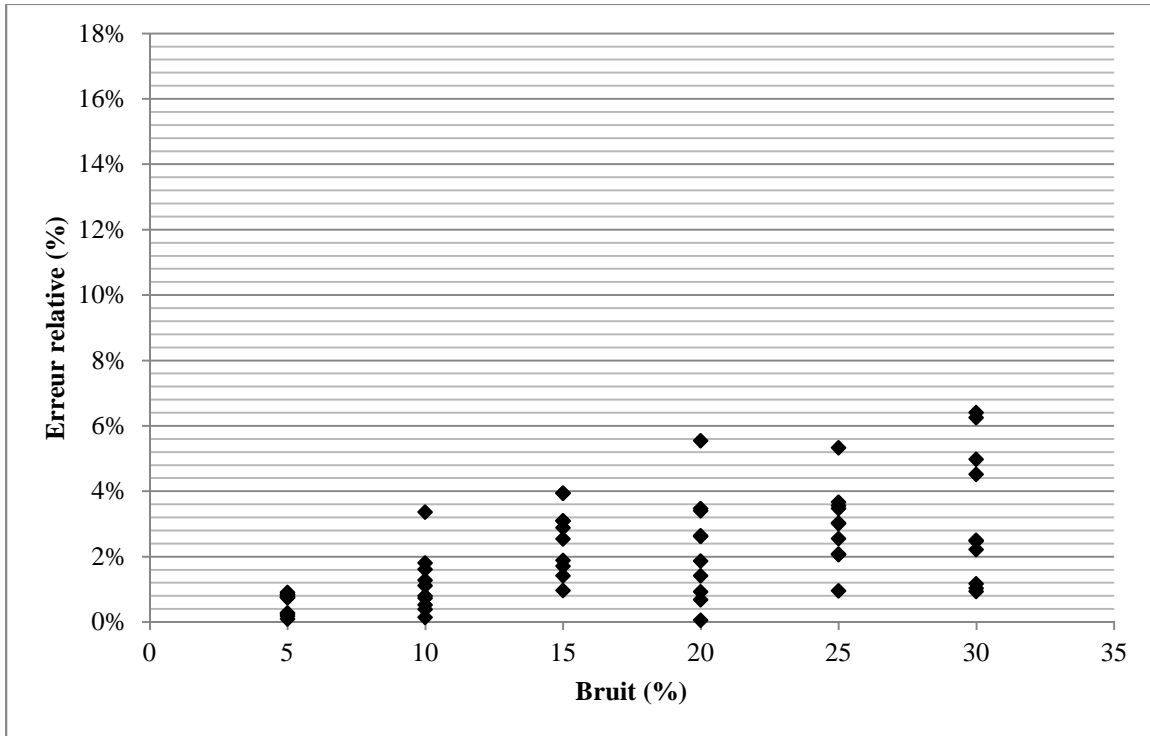


Figure 4.3 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xx}$  pour chaque intensité de bruit aléatoire,  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

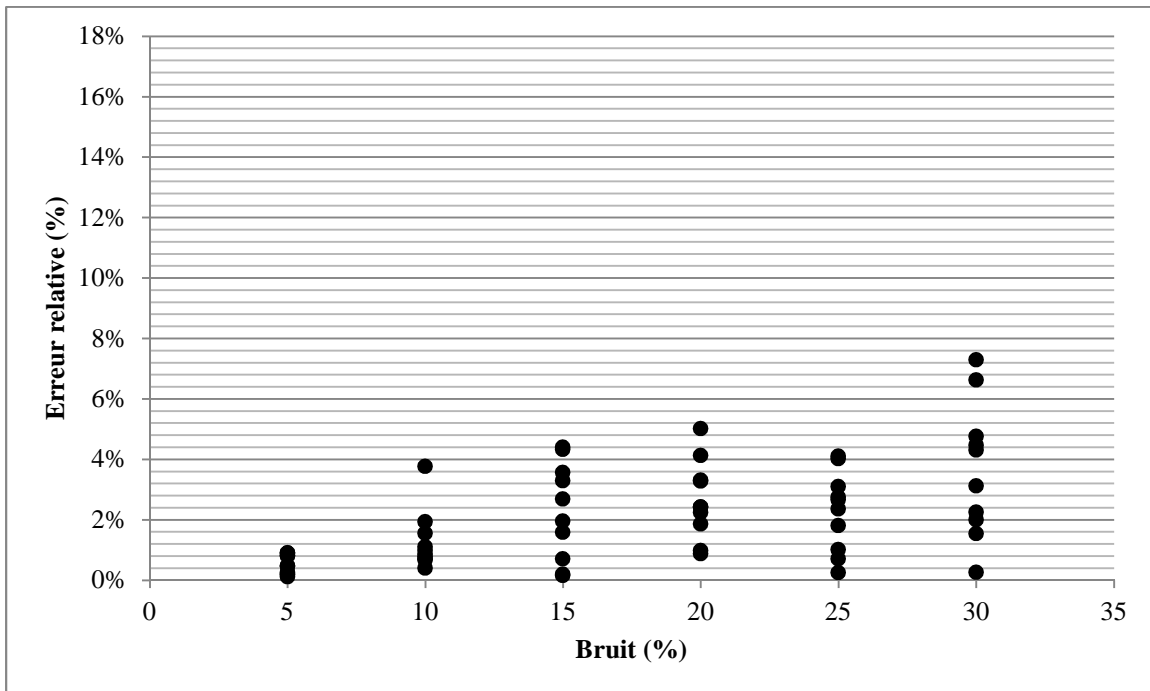


Figure 4.4 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{yy}$  pour chaque intensité de bruit aléatoire  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

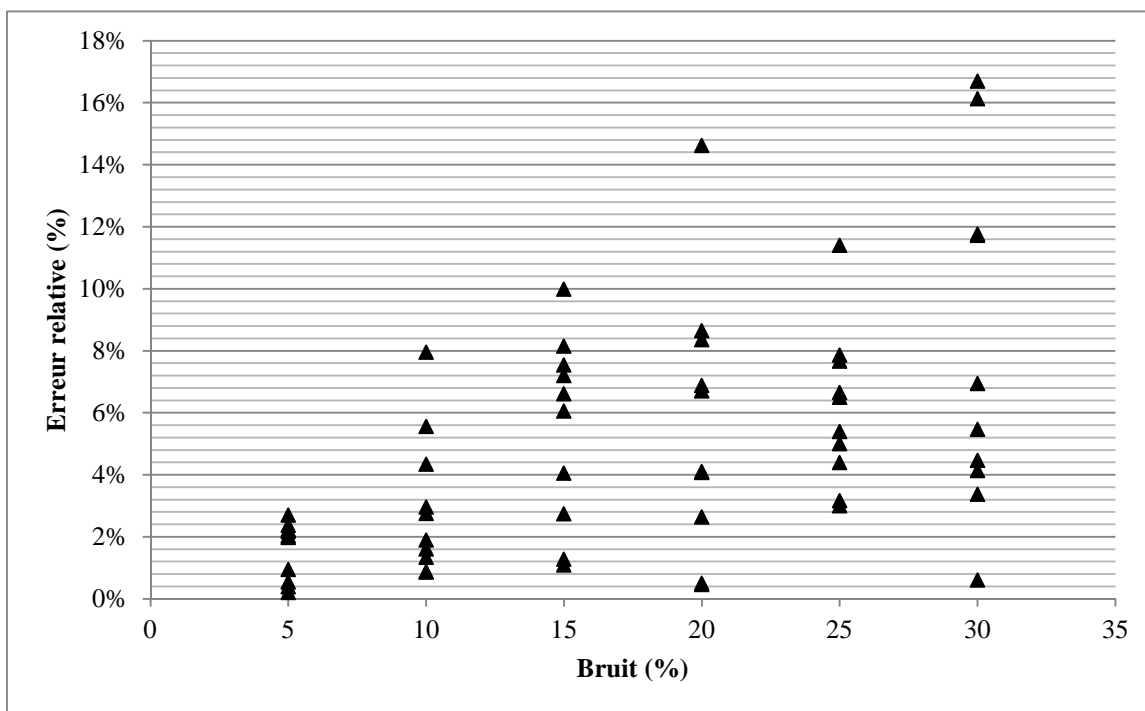


Figure 4.5 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{zz}$  pour chaque intensité de bruit aléatoire  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

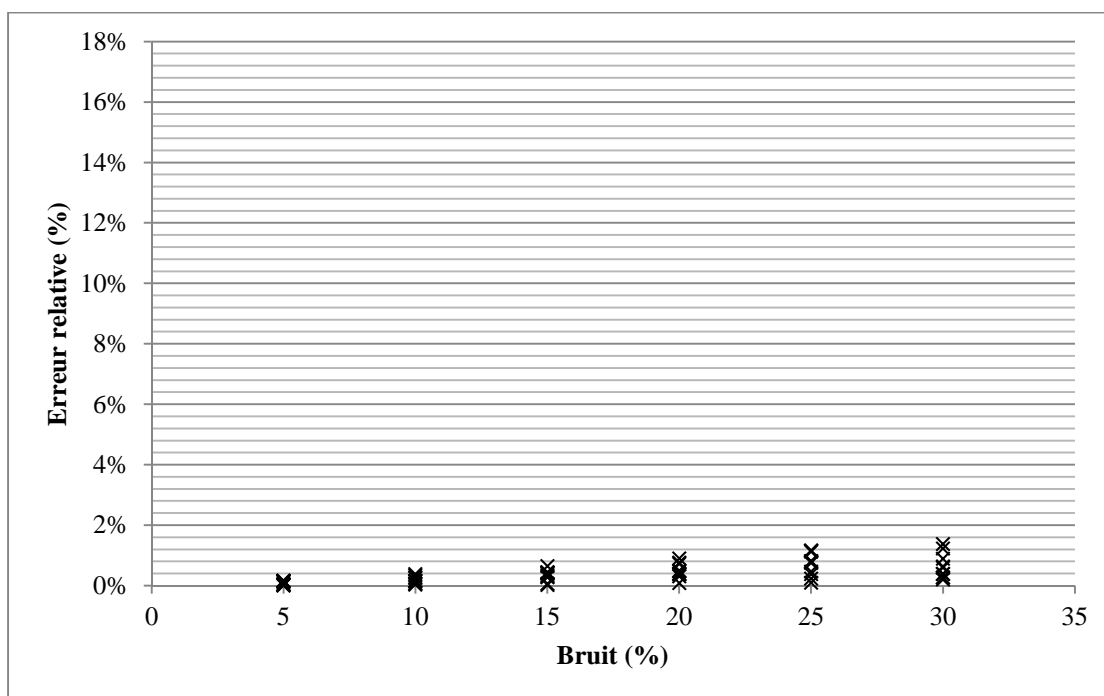


Figure 4.6 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xy}$  pour chaque intensité de bruit aléatoire  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

Les figures 4.3 à 4.6 montrent qu'en moyenne, plus l'intervalle de bruit ajouté augmente, plus l'erreur relative augmente, mais pour des cas pris individuellement, ce n'est pas toujours vrai. Cela dépend de la localisation des plus grandes valeurs de bruit sur la courbe. Par exemple, si une très grande erreur est ajoutée au pic de la courbe de récupération, cela affectera de façon plus importante la valeur des contraintes *in-situ* puisque cette valeur est la plus grande sur la courbe, c'est donc elle qui influence le plus grandement l'équation de la courbe.

Ensuite, la moyenne des erreurs relatives est calculée afin de voir si une certaine tendance s'établit avec l'augmentation du pourcentage de bruit ajouté. La figure 4.7 présente ces résultats. Les erreurs sur les composantes augmentent avec le pourcentage de bruit aléatoire ajouté et cette tendance n'est pas fortuite comme le montrent les coefficients de corrélation relativement élevés.

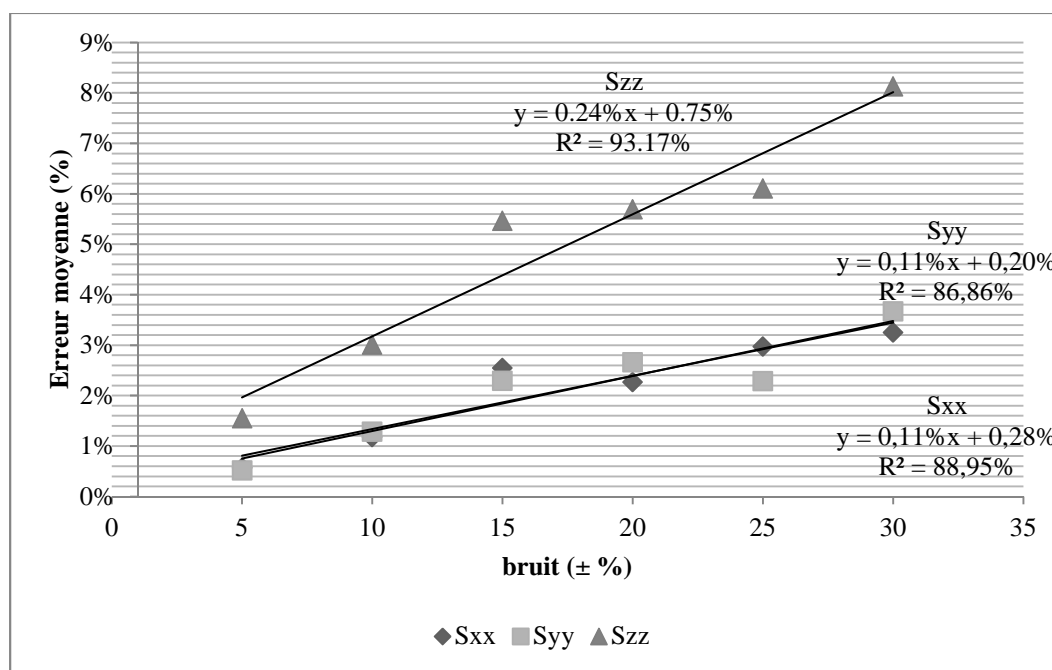


Figure 4.7 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa et  $\nu = 0.20$

Dans le but de valider les résultats obtenus précédemment, dix essais supplémentaires sont faits pour ce même cas de chargement et pour chacun des pourcentages de bruit aléatoire. Ces résultats sont présentés à la figure 4.8. Les valeurs des pentes des courbes de tendance pour chaque composante sont semblables à celles obtenues pour les dix premiers essais, mais on note une légère diminution des coefficients de corrélation. On remarque aussi que l'erreur moyenne

d'estimation de la composant  $S_{zz}$  est environ deux fois plus élevées que celle des composantes  $S_{xx}$  et  $S_{yy}$  qui elles sont à toutes fins pratiques égales. Ce point sera discuté ultérieurement.

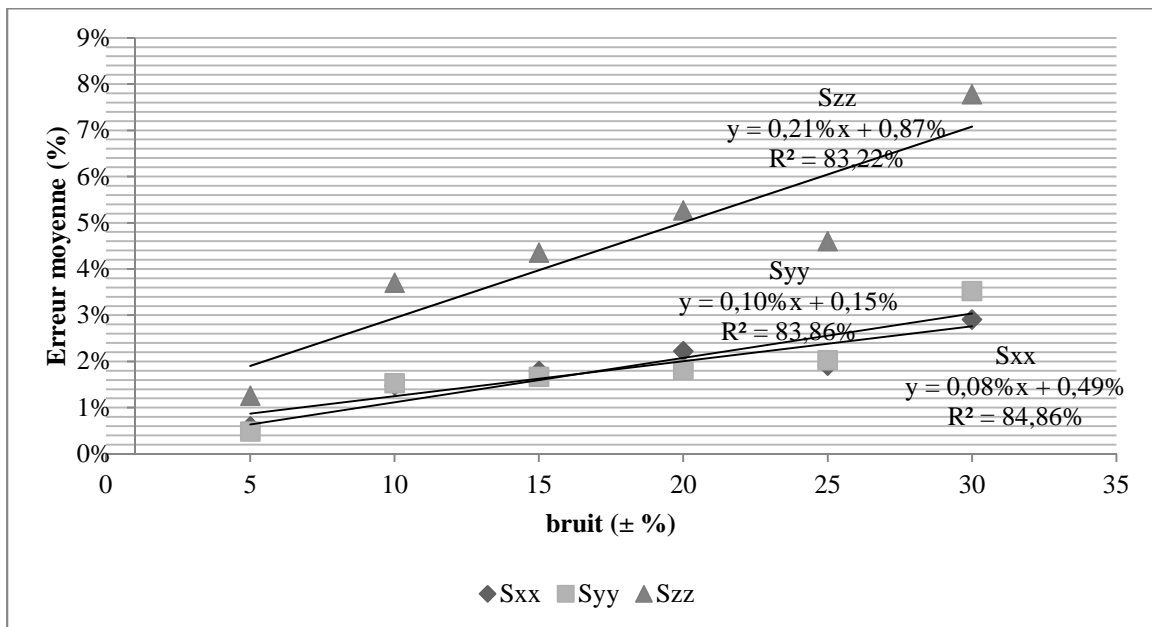


Figure 4.8 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais supplémentaires lorsque  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa et  $\nu = 0,20$

La figure 4.9 combine les résultats des vingt essais. On observe donc les pentes moyennes. Ces graphiques montrent qu'en moyenne, pour ce cas de chargement, l'erreur maximale sur les composantes est faible, c'est-à-dire de l'ordre de 7,6 %, et ce, pour des variations maximales de déformations de  $\pm 30\%$ .



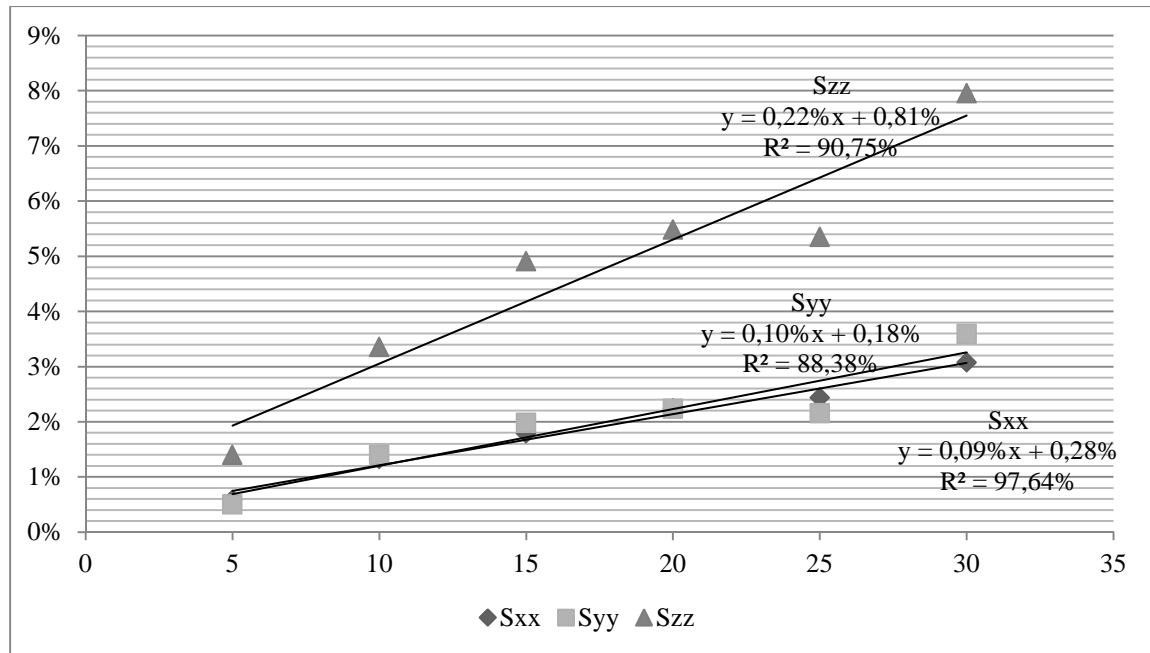


Figure 4.9 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour le total des 20 essais lorsque  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa et  $\nu = 0,20$

#### 4.1.1.2 Cas de chargement $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa

Un autre cas de chargement est évalué afin de comparer les résultats et de vérifier si la même tendance est mise en évidence pour un autre cas de chargement appliqué quelconque. Les figures 4.10 à 4.14 présentent les erreurs relatives calculées avec les équations (4.1) et (4.2) lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa.

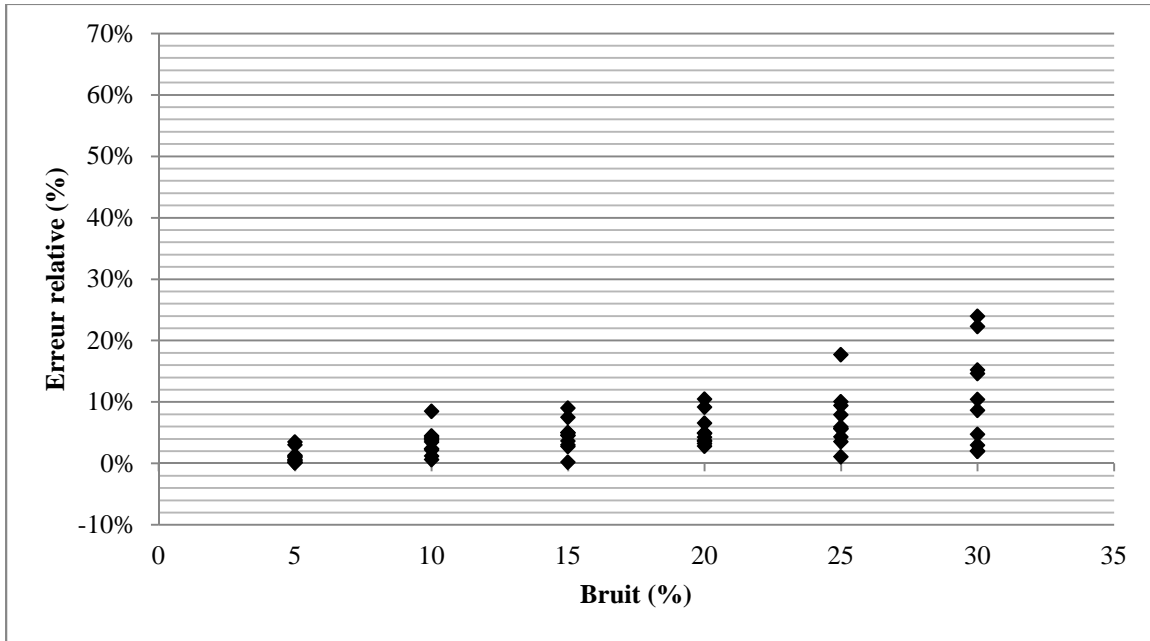


Figure 4.10 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xx}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

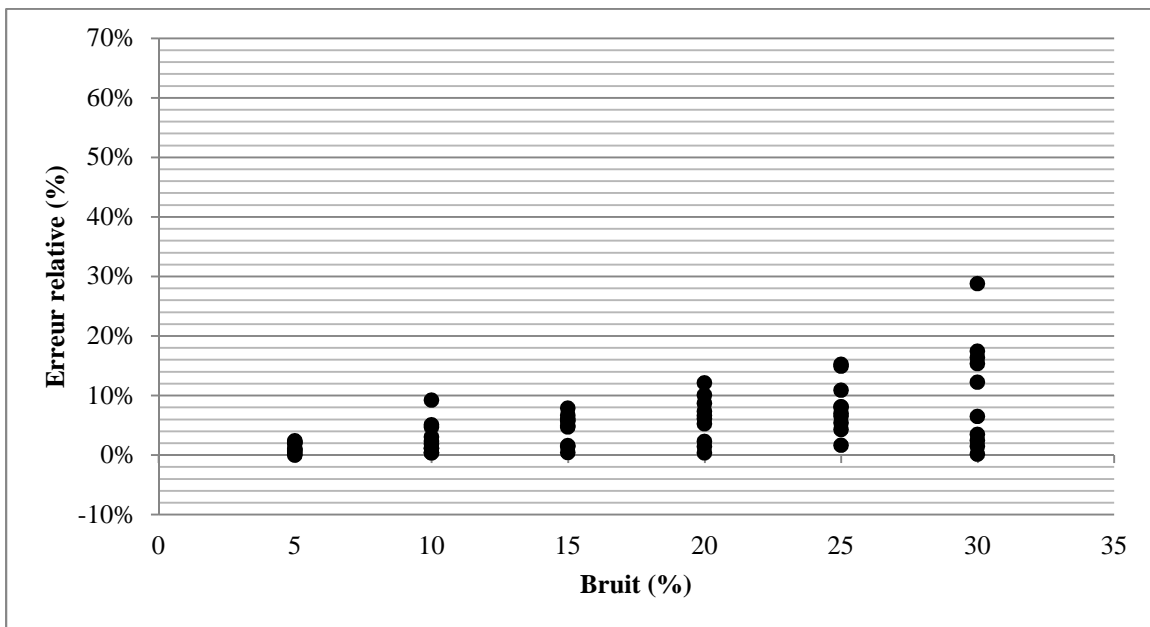


Figure 4.11 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{yy}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

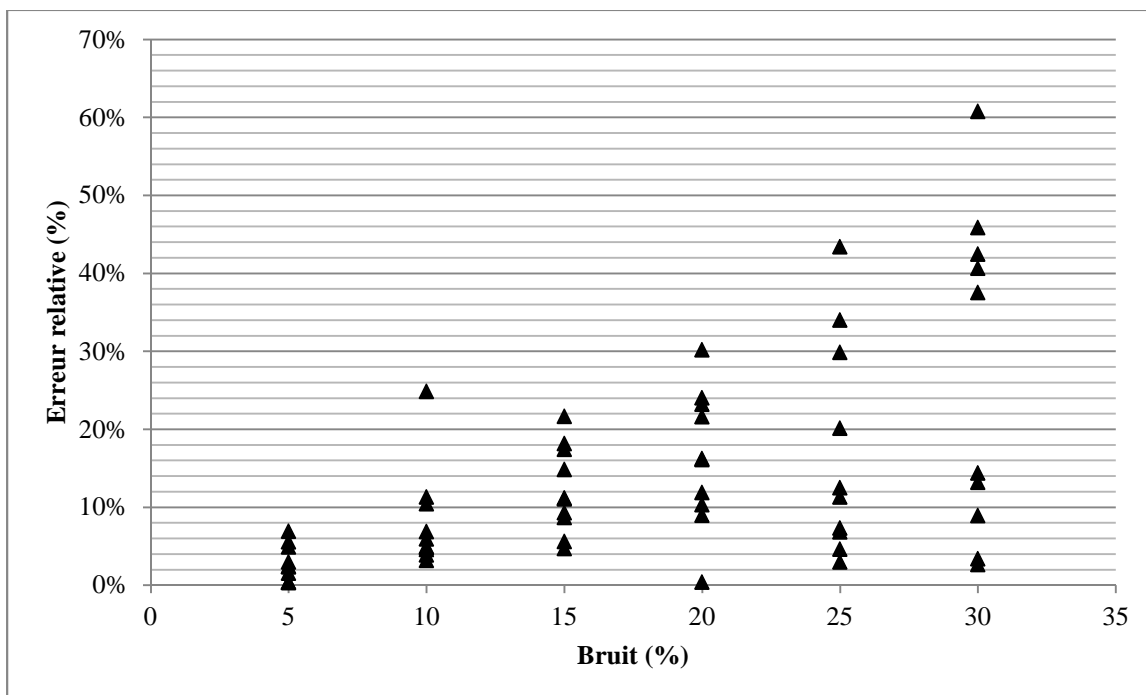


Figure 4.12 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{zz}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

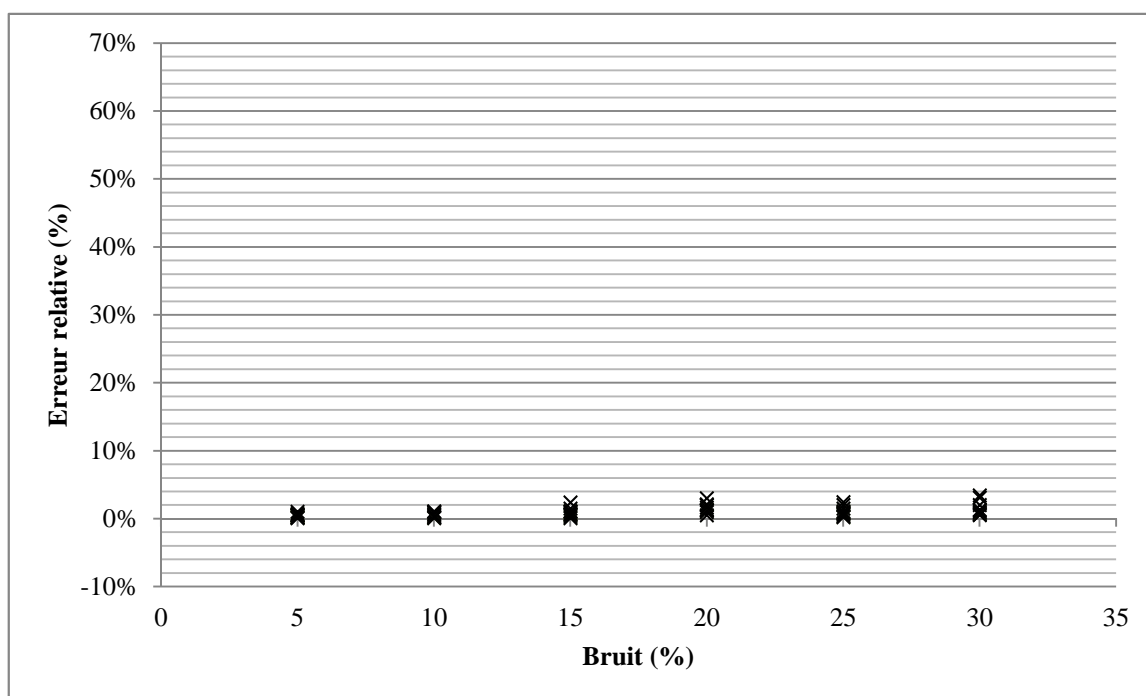


Figure 4.13 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xy}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

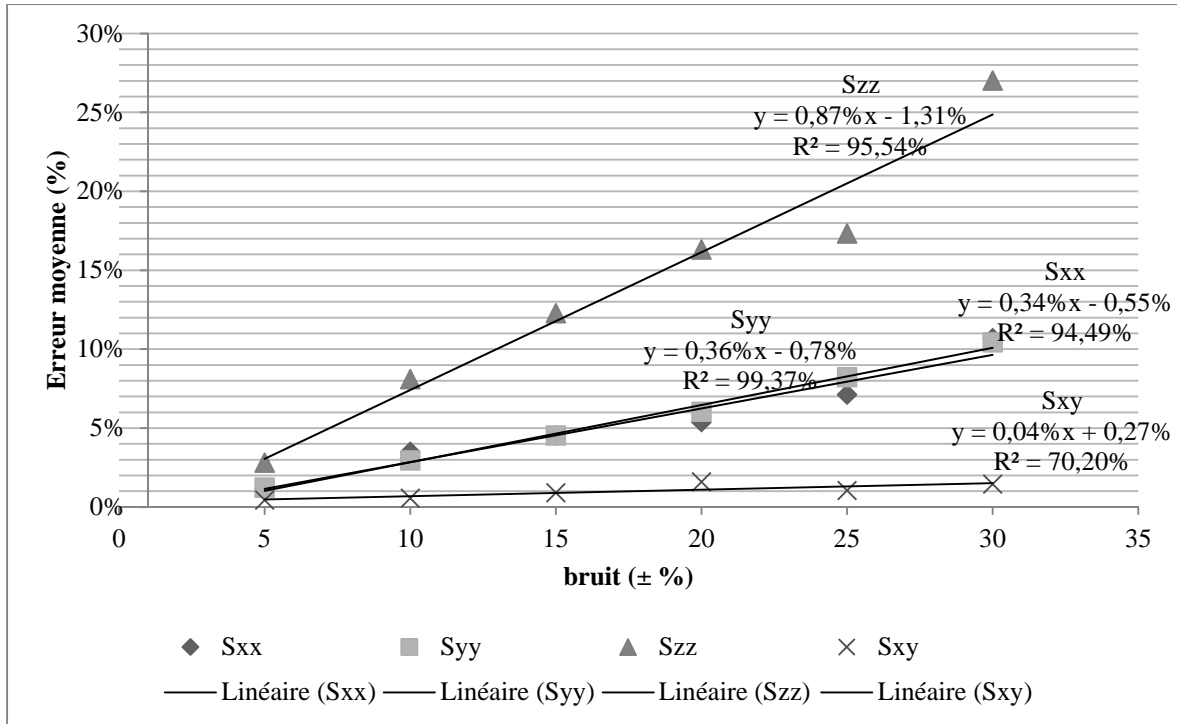


Figure 4.14 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa

La tendance est effectivement la même, c'est-à-dire que plus l'intervalle de bruit ajouté augmente, plus les erreurs moyennes sur les composantes de contraintes sont grandes. De plus, la pente de la courbe de tendance est plus abrupte puisque les erreurs relatives sont plus grandes pour ce cas de chargement. En moyenne, pour un bruit ajouté maximal de 30%, la plus grande erreur relative est de 26,5%.

#### 4.1.1.3 Cas de chargement $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa

L'analyse d'un troisième cas de chargement est nécessaire pour évaluer si les résultats obtenus précédemment sont cohérents et plausibles puisque jusqu'à maintenant, les erreurs relatives sur les composantes sont différentes d'un cas de chargement à l'autre.

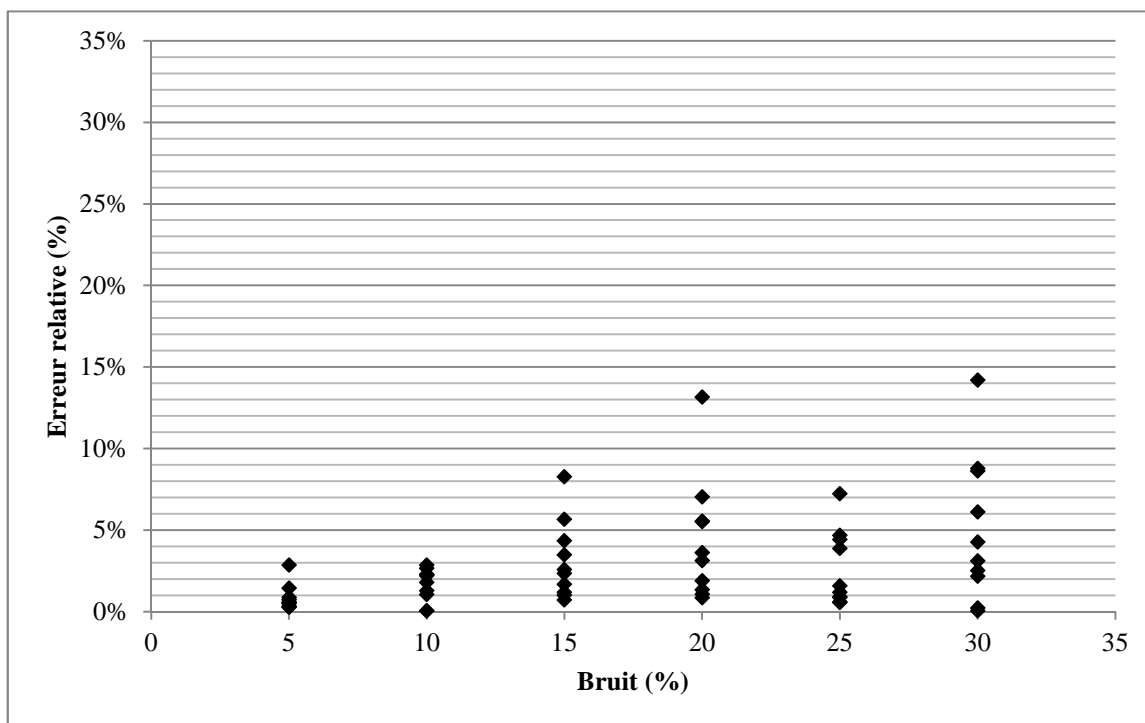


Figure 4.15 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xx}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

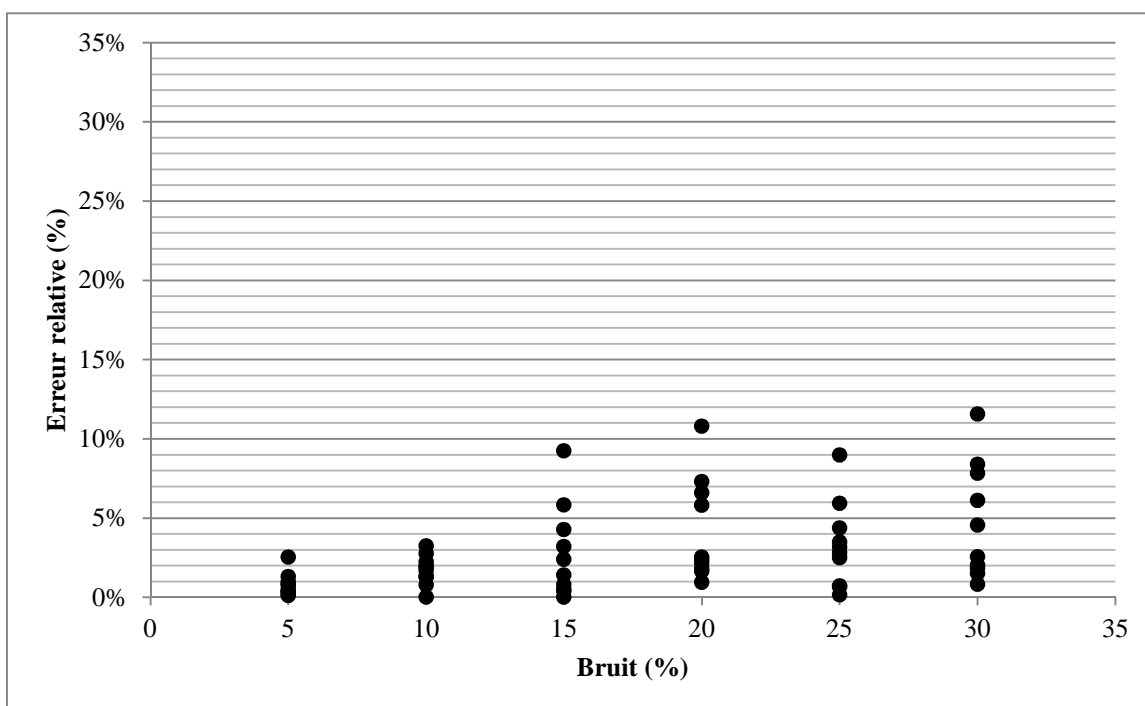


Figure 4.16 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{yy}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

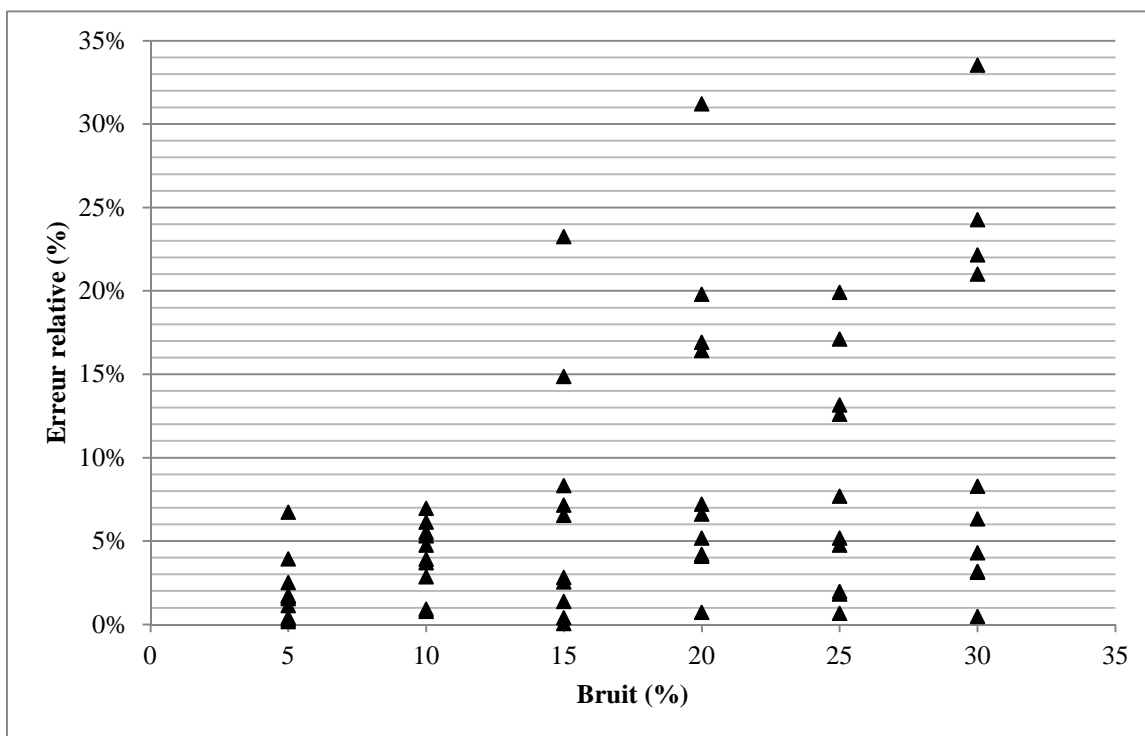


Figure 4.17 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{zz}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

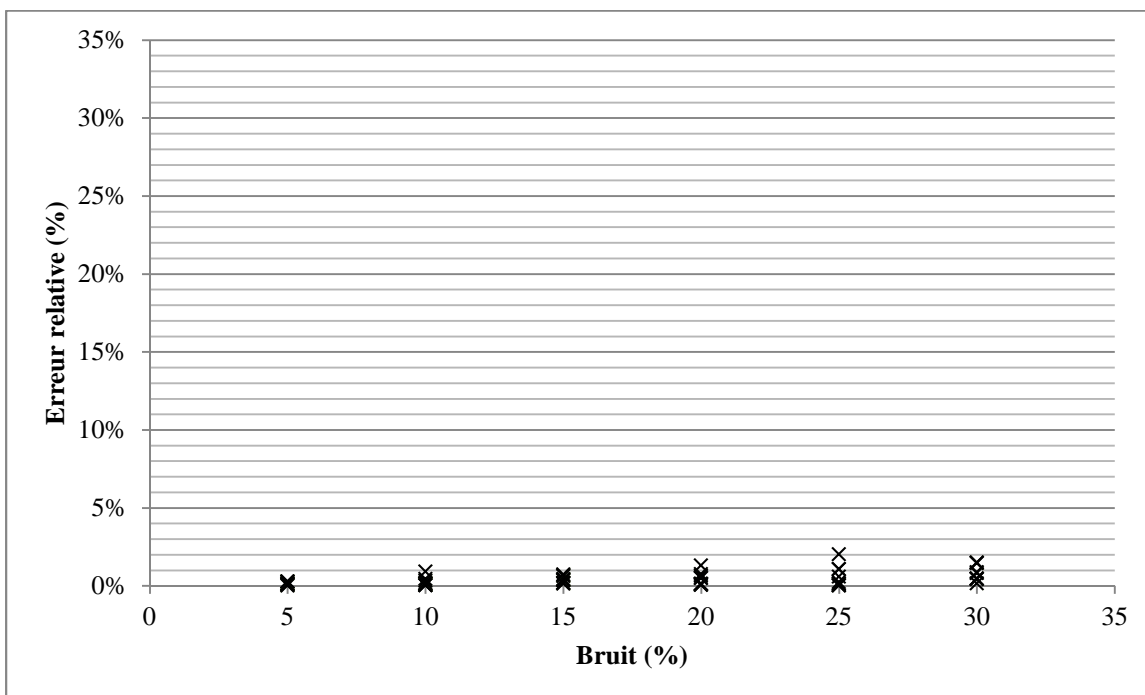


Figure 4.18 : Erreurs relatives sur la composante  $S_{xy}$  pour chaque pourcentage de bruit aléatoire  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa,  $\nu = 0,20$  et  $E = 30$  GPa

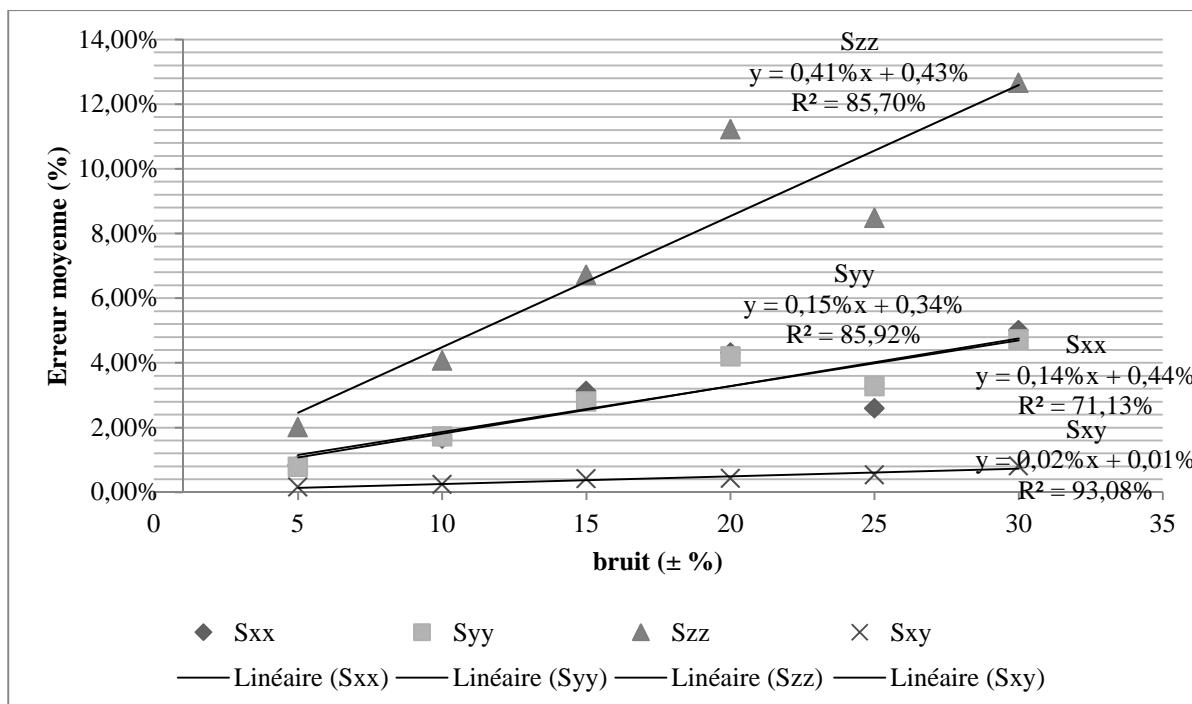


Figure 4.19 : Moyenne des erreurs relatives sur les trois contraintes normales pour 10 essais lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

La tendance est encore la même, c'est-à-dire que le pourcentage d'erreurs relatives augmente avec l'augmentation du bruit. Par contre, les valeurs des erreurs relatives sont plus faibles que le cas de chargement #2, mais plus élevées que celles au cas #1. Les erreurs relatives sur les composantes du tenseur de contraintes dépendent donc de l'intensité de celui-ci.

Les tableaux de comparaison 4.3 et 4.4 présentent la moyenne, pour dix essais, des valeurs absolues des composantes naturelles obtenues par la méthode inverse, ainsi que les erreurs relatives moyennes pour celles-ci.

Tableau 4.3 : Valeurs des contraintes moyennes pour dix essais

	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa				{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa				{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa			
Bruit (%)	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy
5	9,98	19,98	29,93	0,01	14,89	14,92	9,78	5,02	9,91	9,91	19,78	5,00
10	9,97	19,94	29,94	-0,01	15,22	15,16	10,58	4,97	9,99	9,95	20,03	4,98
15	9,82	19,87	29,61	0,03	14,63	14,68	9,13	5,03	9,87	9,85	19,58	5,03
20	9,79	19,77	29,40	0,01	14,59	14,62	8,89	4,89	10,06	10,10	20,16	4,99
25	9,95	20,05	30,04	-0,10	14,77	14,71	9,76	4,90	9,96	9,86	19,75	4,97
30	10,34	20,29	30,81	-0,07	15,44	15,18	10,93	5,03	10,17	10,20	20,55	5,06

Tableau 4.4 : Erreurs moyennes (en valeurs positives ou négatives ( $\pm$ )) pour dix essais

	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa				{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa				{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa			
Bruit (%)	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy
5	0,11	0,10	0,31	0,02	0,15	0,16	0,37	0,06	0,11	0,10	0,27	0,02
10	0,23	0,26	0,60	0,04	0,47	0,39	1,08	0,07	0,22	0,23	0,54	0,03
15	0,51	0,46	1,09	0,07	0,60	0,60	1,64	0,12	0,42	0,37	0,90	0,06
20	0,45	0,53	1,14	0,10	0,72	0,80	2,17	0,21	0,58	0,56	1,50	0,06
25	0,59	0,46	1,22	0,14	0,95	1,10	2,31	0,14	0,35	0,44	1,13	0,07
30	0,65	0,73	1,62	0,13	1,42	1,39	3,60	0,19	0,67	0,63	1,69	0,11



Tableau 4.5 : Erreurs relatives moyennes pour dix essais

$\nu = 0,2$	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa				{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa				{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa			
Bruit (%)	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy
5	0,6%	0,5%	1,5%	0,1%	1,2%	1,2%	2,8%	0,4%	0,8%	0,8%	2,0%	0,2%
10	1,2%	1,3%	3,0%	0,2%	3,5%	2,9%	8,1%	0,6%	1,7%	1,7%	4,1%	0,2%
15	2,5%	2,3%	5,5%	0,3%	4,5%	4,5%	12,3%	0,9%	3,1%	2,8%	6,7%	0,4%
20	2,3%	2,7%	5,7%	0,5%	5,4%	6,0%	16,3%	1,6%	4,3%	4,2%	11,2%	0,4%
25	3,0%	2,3%	6,1%	0,7%	7,1%	8,2%	17,3%	1,0%	2,6%	3,3%	8,5%	0,5%
30	3,2%	3,7%	8,1%	0,6%	10,7%	10,4%	27,0%	1,5%	5,0%	4,7%	12,7%	0,8%

En moyenne, les erreurs sont faibles comparativement au bruit aléatoire ajouté, mais cela est variable selon le cas de chargement appliqué. Le cas où les contraintes appliquées selon les axes X et Y sont plus grandes que celle suivant l'axe Z donne des plus grandes erreurs moyennes sur toutes les contraintes. Pour tous les cas de chargement, l'erreur est plus grande sur la composante Szz et toujours plus faible sur la composante Sxy. Les valeurs des erreurs relatives sur Sxx et Syy sont du même ordre de grandeur. Il est possible d'expliquer cela observant le lien qui existe entre les contraintes en fond de trou (donc les déformations en ce point) et les contraintes en place avec l'équation 2.10. Le tableau 4.6 présente les valeurs que prennent les facteurs de concentration de contrainte pour un matériau isotrope pour différents coefficients de Poisson.

Tableau 4.6 : Facteurs de concentration de contraintes en fond de trou pour un matériau isotrope

$\nu$	A	B	C	D
0,00	1,311	-0,125	-0,373	1,436
0,10	1,320	-0,101	-0,474	1,421
0,20	1,330	-0,071	-0,579	1,401
0,30	1,341	-0,034	-0,691	1,374
0,40	1,352	0,014	-0,810	1,338

Plus ces facteurs sont grands, plus l'effet des contraintes recherchées est important en fond de trou. Par exemple, pour un coefficient de Poisson de 0,20, l'effet de la contrainte Sxx est multiplié par un facteur de 1,330 en fond de trou dans la direction X, qui se traduit par des déformations relativement importantes associées à Sxx. De même, la composante de cisaillement Sxy est multipliée par un facteur de 1,401 en fond de trou, d'où des déformations importantes en

fond de trou liées à  $S_{xy}$  pour les jauges à  $45^\circ$  et  $135^\circ$ . Par contre, l'effet multiplicateur de  $S_{zz}$  n'est que de -0,579, soit environ deux fois moins que celui des autres composantes, ce qui fait que les déformations en fond de trou liées à  $S_{zz}$  ont moins de poids en fond de trou. Comme les erreurs aléatoires ajoutées sur les déformations sont indépendantes de la grandeur de la contrainte recherchée, l'effet du rapport bruit/signal est plus important pour certaines composantes de contrainte. Par conséquent, l'effet relatif du bruit devient plus important pour les composantes de déformation en fond de trou ayant un lien faible avec les composantes de contrainte *in-situ* recherchées. Afin de démontrer ceci, certains cas ont été repris, mais cette fois avec un coefficient de Poisson de 0,40 pour lequel le facteur C qui définit l'effet de  $S_{zz}$  sur les contraintes en fond de trou est égal à -0.810. Comme ce facteur est négatif, il a pour effet de diminuer les contraintes en fond de trou, donc les déformations en ce point, ce qui a pour effet d'augmenter le rapport bruit/signal et par conséquent les erreurs sur l'ensemble des composantes du tenseur.

Tableau 4.7 : Erreurs relatives moyennes pour dix essais lorsque  $\nu = 0,40$

$\nu = 0,4$	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa				{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa				{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa			
Bruit (%)	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$
5	1,1%	1,1%	1,9%	0,1%	0,7%	0,8%	1,2%	0,19%	1,8%	2,0%	3,5%	0,2%
10	1,7%	1,7%	3,0%	0,2%	3,7%	3,1%	6,5%	0,37%	3,0%	3,0%	5,4%	0,2%
15	3,4%	3,4%	7,0%	0,4%	6,7%	7,8%	14,0%	0,63%	4,2%	3,7%	8,1%	0,4%
20	4,2%	4,1%	7,6%	0,6%	9,8%	7,9%	15,7%	0,85%	3,6%	4,0%	7,1%	0,4%
25	4,1%	4,3%	8,1%	0,8%	10,9%	10,5%	20,0%	1,15%	6,8%	6,6%	13,9%	0,6%
30	6,7%	6,1%	12,3%	0,5%	14,9%	14,9%	28,8%	1,72%	7,8%	7,8%	14,5%	0,9%

Pour expliquer le fait que les erreurs sur les composantes de contrainte varient d'un cas à l'autre en fonction de la séquence de nombres aléatoires obtenus pour générer le bruit, il faut réaliser que les fonctions polynomiales rationnelles utilisées pour reproduire les courbes de récupération sont sensibles à la distribution des erreurs pour différentes valeurs de  $L/D$ . Il suffit que le hasard fasse que de plus grandes erreurs soient présentes en des points ayant un poids plus important sur la détermination des facteurs affectant la géométrie de la courbe pour que les erreurs sur l'estimation des contraintes deviennent plus importantes.

### 4.1.2 Comparaison des méthodes RPR et Inverse

Toujours pour un comportement de roche isotrope et dans le but de vérifier si la méthode inverse donne de meilleurs résultats que la méthode RPR, il suffit de calculer les composantes de contraintes avec les mêmes valeurs de déformations qui ont été utilisées lors de l'analyse du bruit aléatoire et de comparer les résultats entre les deux méthodes. On procède ainsi pour les trois mêmes états de contraintes afin de comparer les résultats obtenus.

Comme il a été mentionné précédemment, la méthode RPR requiert l'utilisation de seulement deux points sur la courbe de l'invariant moyen des déformations récupérées. Ces deux valeurs sont celle qui se retrouve au pic, c'est-à-dire l'invariant moyen maximal des déformations enregistrées lors de l'avancement de la foreuse et celle correspondant au plateau de l'invariant moyen des déformations récupérées. Pour celle-ci, c'est la moyenne qui est calculée entre toutes les valeurs qui se trouvent sur le plateau.

Le premier cas analysé en est un où aucun bruit n'a été ajouté. Les résultats obtenus sont présentés au tableau 4.8 pour un cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa.

Tableau 4.8 : Comparaison des méthodes RPR et Inverse pour des courbes de récupération non-entachées d'un bruit aléatoire et pour cinq coefficients de Poisson.

	RPR (MPa)				Inverse (MPa)			
v	Sxx	Syy	Szz	Sxy	Sxx	Syy	Szz	Sxy
0	14,936	14,936	9,855	5,006	15,000	15,000	10,000	5,000
0,1	14,981	14,981	9,975	5,008	15,000	15,000	10,000	5,000
0,2	14,951	14,951	9,929	5,010	15,000	15,000	10,000	5,000
0,3	14,847	14,847	9,739	5,009	15,000	15,000	10,000	5,000
0,4	14,859	14,859	9,799	5,010	15,000	15,000	10,000	5,000

Les deux méthodes donnent des valeurs comparables de contraintes, cependant, la justesse de la méthode inverse est plus grande que celle de la méthode RPR. Les cas suivants sont les mêmes qu'à la section 4.1.1, c'est-à-dire comportent 20% de bruit aléatoire ajouté.

#### 4.1.2.1 Cas de chargement $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$ MPa

La figure 4.20 présente les erreurs relatives sur chaque composante de contraintes selon les méthodes RPR et inverse pour 10 essais avec le premier cas de chargement appliqué.

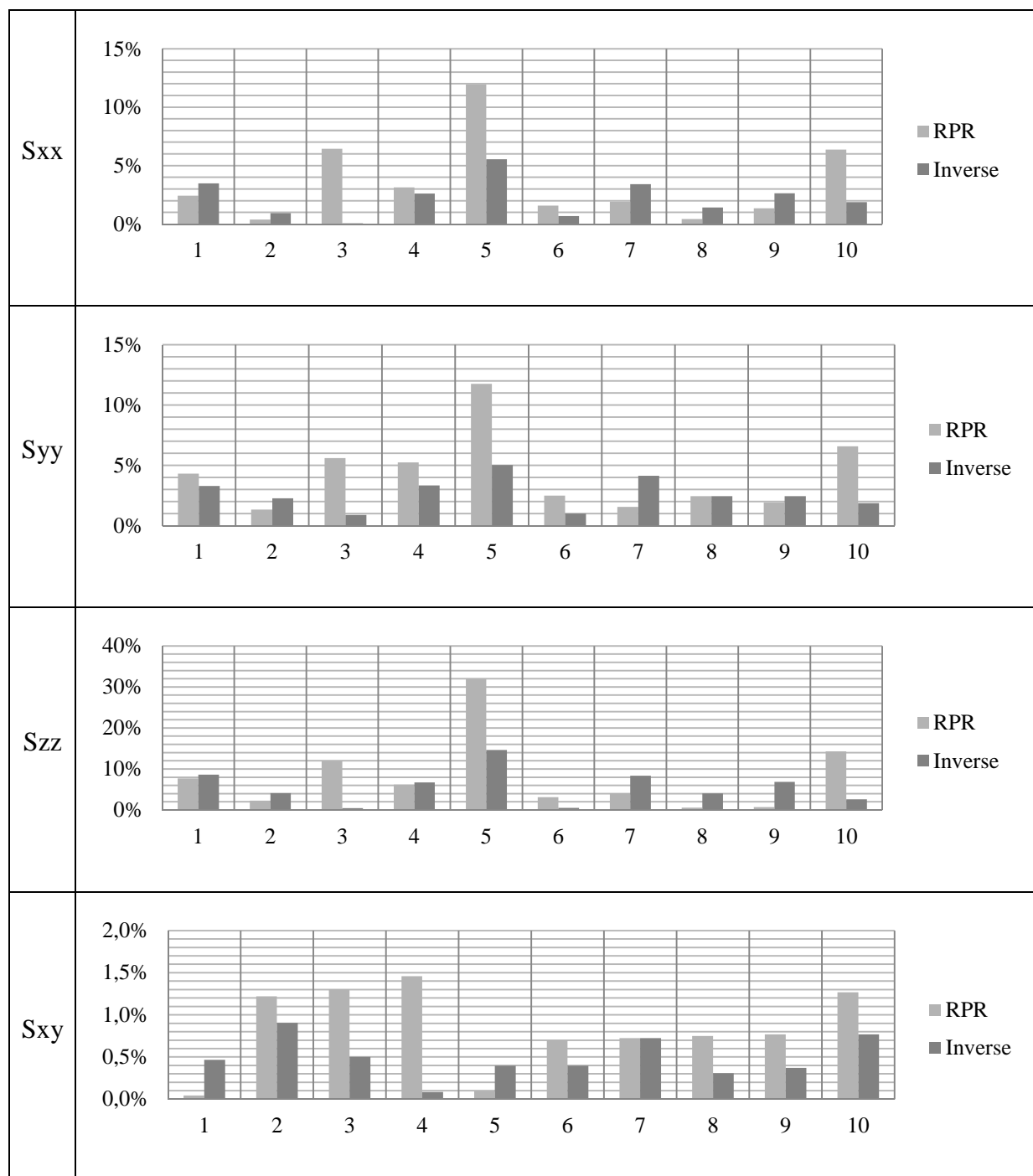


Figure 4.20 : Comparaison des erreurs relatives sur chaque composante de contrainte entre les méthodes Inverse et RPR lorsque  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  et  $\nu = 0,20$

À première vue, les erreurs relatives sont parfois plus grandes pour la méthode inverse, et d'autres fois plus grandes pour la méthode RPR. Par contre, au bout de dix simulations, la moyenne des erreurs est plus faible pour la méthode inverse. Cela s'explique par le fait que la méthode RPR prend en compte seulement deux valeurs sur la courbe de récupération, la valeur maximale au pic ainsi que la moyenne des valeurs au plateau. Les résultats peuvent alors être très variables. Si le hasard fait que la valeur au pic est entachée d'une erreur importante, cela aura des répercussions plus importantes sur la justesse de l'estimation des contraintes en place. Puisque l'ensemble des données de la courbe de récupération sont utilisées pour la méthode inverse, cela permet de minimiser l'effet des valeurs ponctuelles. Pour ce qui est de l'estimation de la valeur de déformation récupérée lue sur le plateau, l'influence du bruit est moins grande puisque le bruit moyen de plusieurs déformations prises sur ce plateau tendra vers zéro.

#### 4.1.2.2 Cas de chargement $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$ MPa

Un deuxième cas de chargement est analysé afin de vérifier si les résultats sont du même ordre de grandeur. La figure 4.21 montre les erreurs relatives obtenues en comparant les deux méthodes de calcul.

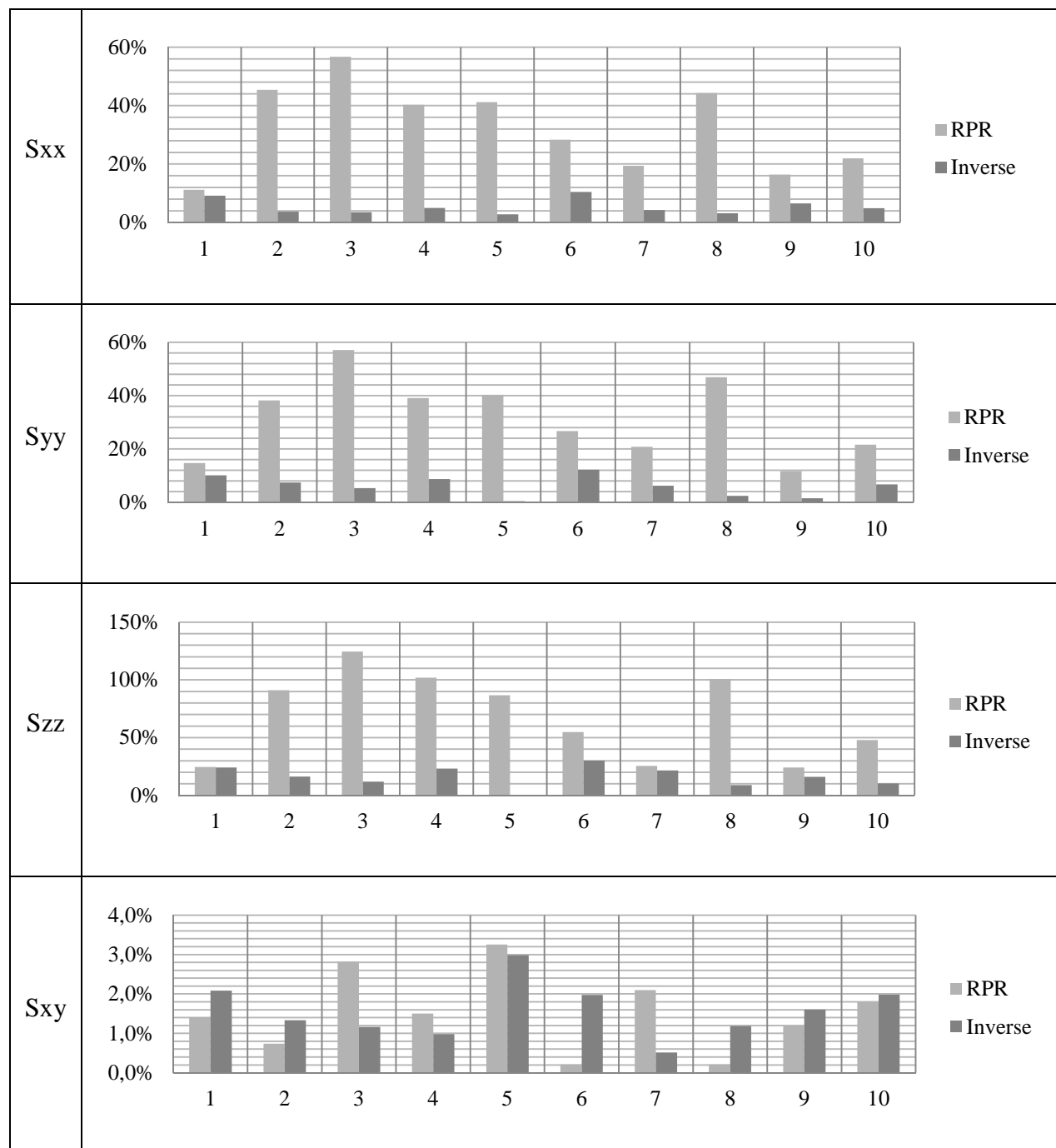


Figure 4.21 : Comparaison des erreurs relatives sur chaque composante de contrainte entre les méthodes Inverse et RPR lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa et  $\nu = 0,20$

Ce cas de chargement fait ressortir des erreurs beaucoup plus grandes pour la méthode RPR que pour la méthode inverse. En moyenne, pour dix essais, les valeurs d'erreurs sont aux alentours de 68,3% pour la méthode RPR et de 16,3% pour la méthode inverse.

#### 4.1.2.3 Cas de chargement $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$ MPa

Un troisième cas de chargement est évalué afin de valider les tendances des deux premiers cas. La figure 4.22 présente la comparaison entre les erreurs relatives obtenues avec les deux méthodes d'interprétation.

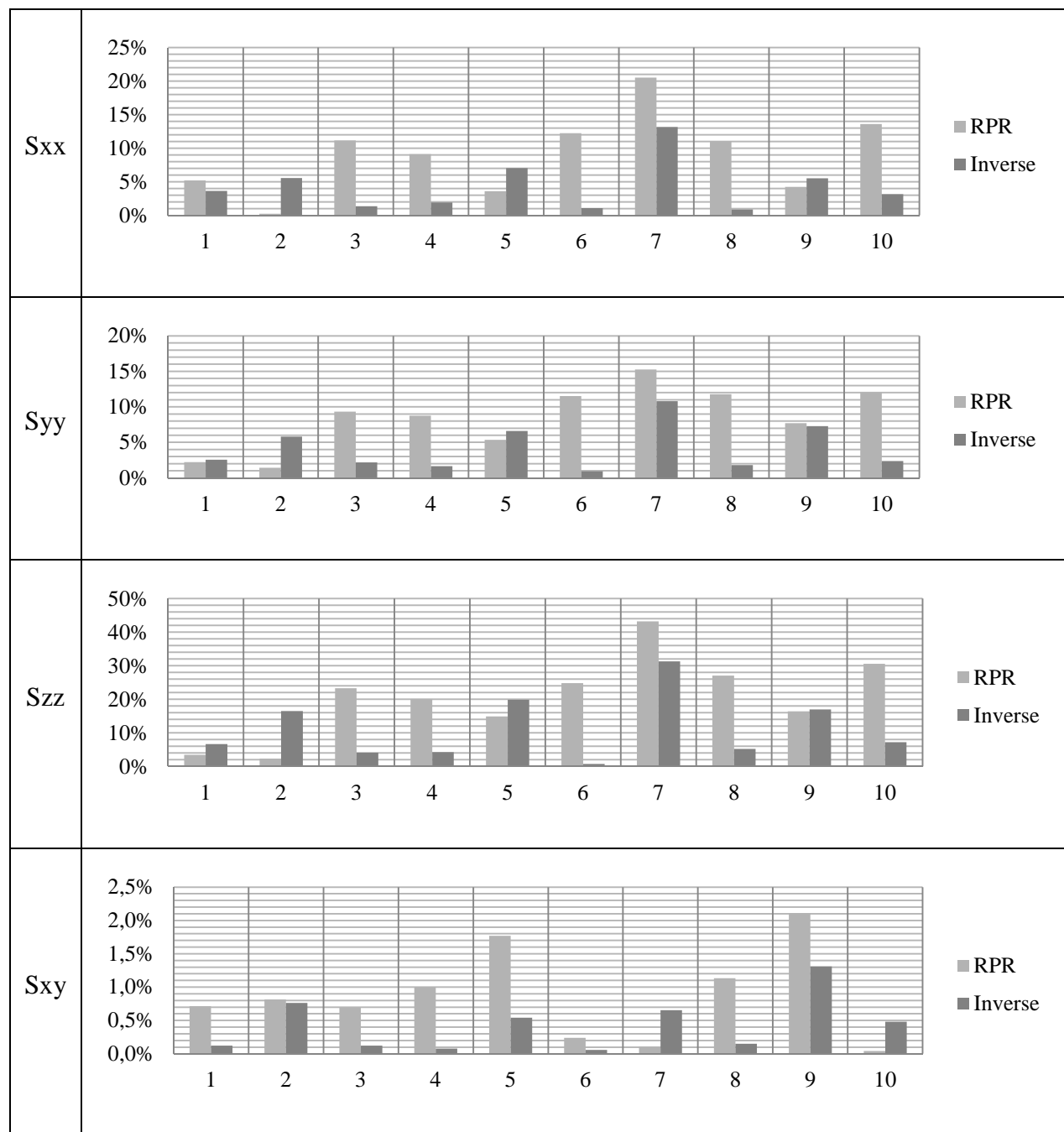


Figure 4.22 : Comparaison des erreurs relatives sur la composante Sxy entre les méthodes Inverse et RPR lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa et  $\nu = 0,20$



Les résultats pour ce cas de chargement sont semblables à ceux obtenus à la section 4.1.2.1. Quelques fois, c'est la méthode RPR qui est avantageuse et d'autres fois, c'est la méthode inverse qui l'est. Le tableau 4.9 résume les moyennes pour dix essais et, pour tous les essais et toutes les composantes, la méthode inverse est plus juste selon une moyenne de dix essais. Elle est également plus rapide en termes de calculs puisque les étapes sont très peu nombreuses. Cependant, afin de faire une telle affirmation, il est important de comprendre que cette méthode est plus rapide seulement si les équations rationnelles polynomiales sont déjà disponibles comme c'est le cas pour la présente étude.

Tableau 4.9 : Moyenne des valeurs de contraintes des deux méthodes

Contrainte	Chargement					
	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa		{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa		{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa	
	RPR	Inverse	RPR	Inverse	RPR	Inverse
Sxx	10,01	9,79	19,33	14,59	10,98	10,06
Syy	20,05	19,77	19,22	14,62	10,90	10,10
Szz	29,92	29,40	19,10	8,89	22,19	20,16
Sxy	0,17	0,01	4,88	4,89	5,04	4,99

Tableau 4.10 : Erreurs moyennes (en valeurs positives ou négatives ( $\pm$ )) pour les méthodes RPR et Inverse

Contrainte	Chargement					
	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa		{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa		{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa	
	RPR	Inverse	RPR	Inverse	RPR	Inverse
Sxx	0,72	0,45	4,33	0,72	1,21	0,58
Syy	0,86	0,53	4,22	0,80	1,14	0,56
Szz	1,66	1,14	9,10	2,17	2,74	1,50
Sxy	0,17	0,10	0,20	0,21	0,12	0,06

Tableau 4.11 : Moyenne des erreurs relatives pour les méthodes RPR et Inverse

Contrainte	Chargement					
	{10, 20, 30, 0, 0, 0} MPa		{15, 15, 10, 5, 0, 0} MPa		{10, 10, 20, 5, 0, 0} MPa	
	RPR	Inverse	RPR	Inverse	RPR	Inverse
Sxx	3,6%	2,3%	32,5%	5,4%	9,1%	4,3%
Syy	4,3%	2,7%	31,7%	6,0%	8,5%	4,2%
Szz	8,3%	5,7%	68,3%	16,3%	20,6%	11,2%
Sxy	0,8%	0,5%	1,5%	1,6%	0,9%	0,4%

### 4.1.3 Comparaison des méthodes Conventionnelle, RPR et Inverse

Il est plus difficile de faire une comparaison de la méthode inverse avec la méthode conventionnelle puisque pour cette dernière, une seule mesure mène à un système d'équations indéterminé (3 équations pour 4 inconnues). Il est tout de même possible de procéder à une comparaison en fixant une valeur de  $S_{zz}$  initialement. Pour que la comparaison tienne, le même avantage sera donné aux méthodes RPR et inverse, pour lesquelles  $S_{zz}$  sera fixé à la valeur appliquée et les composantes  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  et  $S_{xy}$  seront recherchées. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.11.

Tableau 4.12 : Erreurs relatives moyennes pour dix simulations

	Conventionnelle		
	{ 10, 20, 30, 0, 0, 0 } MPa	{ 15, 15, 10, 5, 0, 0 } MPa	{ 10, 10, 20, 5, 0, 0 } MPa
Sxx	0,80%	3,00%	1,50%
Syy	1,20%	2,80%	1,20%
Szz	0,00%	0,00%	0,00%
Sxy	0,80%	1,50%	0,90%
	RPR		
	{ 10, 20, 30, 0, 0, 0 } MPa	{ 15, 15, 10, 5, 0, 0 } MPa	{ 10, 10, 20, 5, 0, 0 } MPa
Sxx	0,80%	3,00%	1,50%
Syy	1,20%	2,80%	1,20%
Szz	0,00%	0,00%	0,00%
Sxy	0,80%	1,50%	0,90%
	Inverse		
	<b>{ 10, 20, 30, 0, 0, 0 } MPa</b>	<b>{ 15, 15, 10, 5, 0, 0 } MPa</b>	<b>{ 10, 10, 20, 5, 0, 0 } MPa</b>
<b>Sxx</b>	<b>0,40%</b>	<b>1,60%</b>	<b>0,70%</b>
<b>Syy</b>	<b>0,50%</b>	<b>1,80%</b>	<b>0,60%</b>
Szz	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Sxy</b>	<b>0,40%</b>	<b>1,30%</b>	<b>0,70%</b>

Selon ces résultats, il est possible de conclure que la méthode inverse donne en moyenne moins d'erreurs sur le calcul des composantes de contraintes, et ce, pour n'importe quel cas de chargement. Les résultats sont détaillés à l'annexe B.

#### 4.1.4 Analyses de sensibilité

Parfois, lors des procédures sur le terrain, il est possible que des erreurs de mesure se produisent. Afin de vérifier l'impact d'erreurs sur la mesure de certains paramètres sur le calcul du tenseur de contraintes, des analyses de sensibilité des résultats sont nécessaires. Les paramètres pouvant être erronés pour un matériau isotrope sont le coefficient de Poisson et l'avancement du forage. Les analyses suivantes montrent donc les résultats obtenus avec la méthode inverse sachant qu'une erreur s'est glissée pour un de ces deux paramètres.

Pour ce qui est de la valeur du module de Young, il est facile de connaître l'impact que pourrait avoir une fausse valeur de celui-ci puisque dans le cas d'un matériau isotrope, l'erreur sur les contraintes estimées sera directement proportionnelle à l'erreur sur ce paramètre.

#### 4.1.4.1 Influence du rapport L/D

Pour les méthodes conventionnelle et RPR, l'enregistrement de l'avancement de la foreuse en cours de mesure n'est pas requis, toutefois pour la méthode inverse, ce paramètre est nécessaire. L'objectif de l'analyse de l'effet d'une erreur systématique sur la mesure du rapport de la longueur d'avancement du forage sur le diamètre est de vérifier s'il est nécessaire de mesurer avec une grande précision l'avancement de la foreuse pendant une mesure sur le terrain. Pour ce faire, des courbes de récupération synthétiques comportant les bonnes valeurs de déformations (sans bruit), mais décalées par rapport à la mesure de l'avancement du forage de relâchement à laquelle elles correspondent en réalité sont utilisées. Il suffit de remplacer la valeur de L/D par une nouvelle valeur erronée obtenue en multipliant la valeur réelle par un facteur de pondération simulant une erreur systématique, telle que l'on aurait avec un appareil de mesure d'avancement mal calibré. Il est important de préciser que les erreurs ne sont pas aléatoires puisque s'il y avait une erreur sur l'avancement de la foreuse, ce serait une erreur constante. La figure 4.23 montre la translation de la courbe de récupération due à l'impact de la variation de cette valeur en diminuant la valeur initiale de 10%.

$$\left(\frac{L}{D}\right)' = 0,9 \left(\frac{L}{D}\right) \quad (4.3)$$

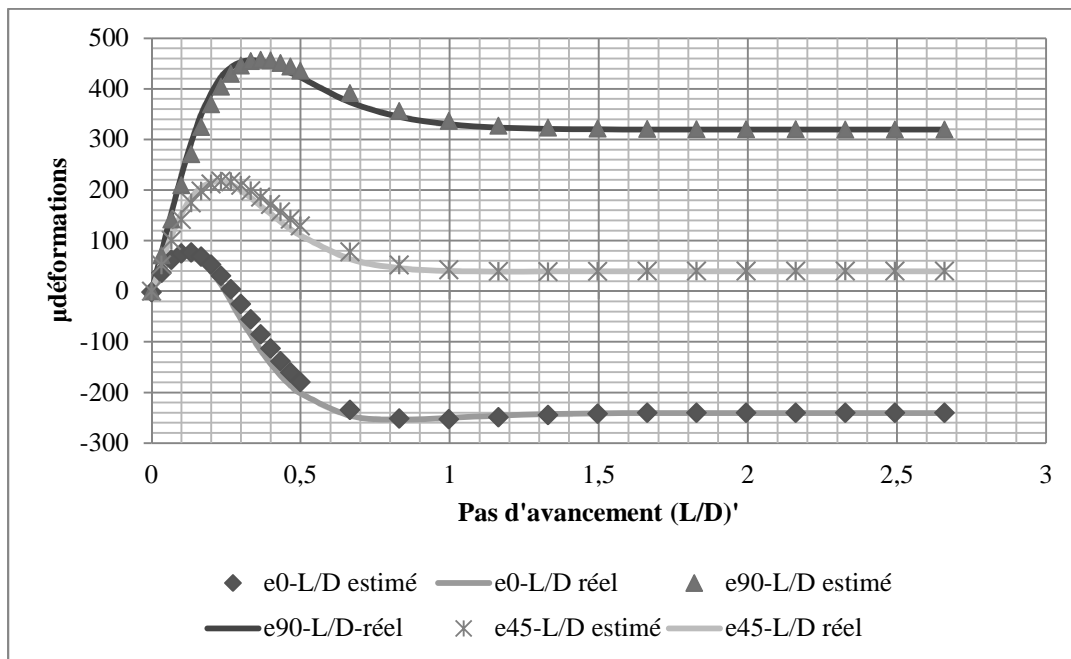


Figure 4.23 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de -10% sur le rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $E = 30$  GPa et  $\nu = 0,20$

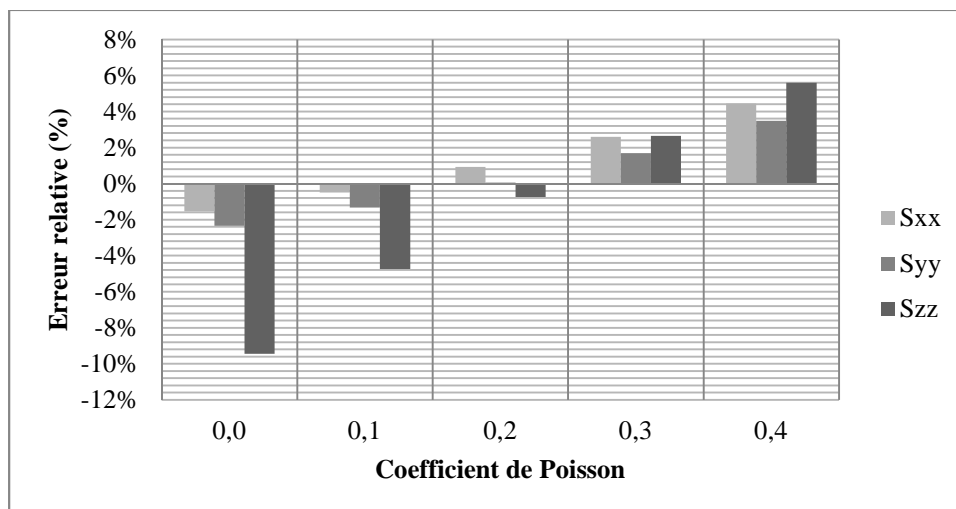


Figure 4.24 : Erreurs relatives sur les contraintes dues à la diminution de 10% du rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

Les figures 4.25 et 4.26 montrent les courbes de récupération et les erreurs sur l'estimation des contraintes pour un rapport L/D surestimés par un facteur de 25%.

$$\left(\frac{L}{D}\right)' = 1,25 \left(\frac{L}{D}\right) \quad (4.4)$$

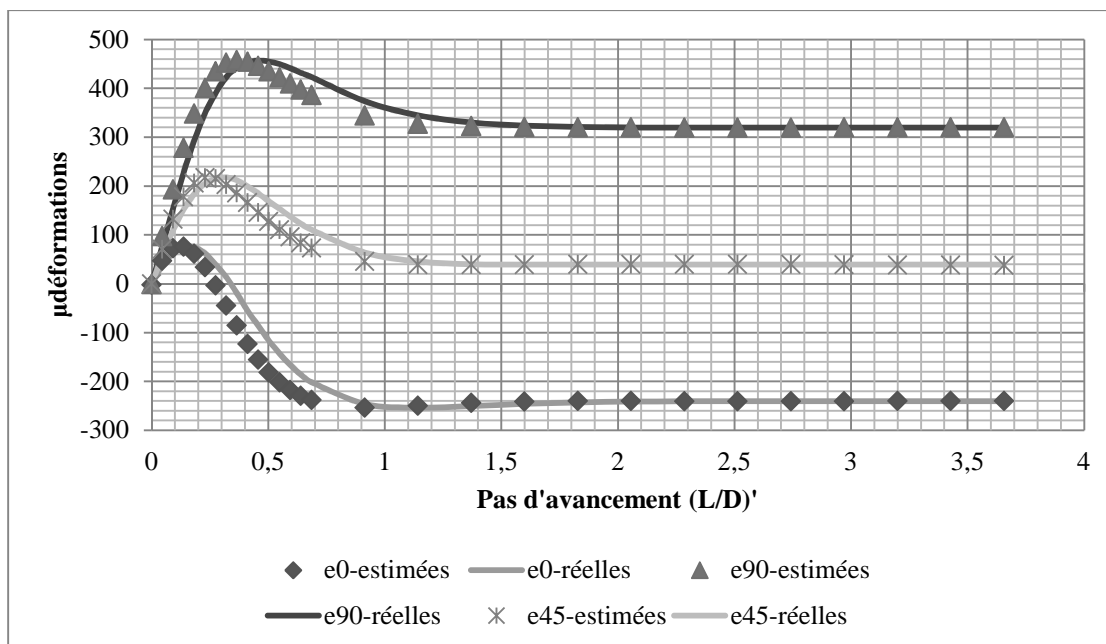


Figure 4.25 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de 25% sur le rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $E = 30$  GPa et  $\nu = 0,20$

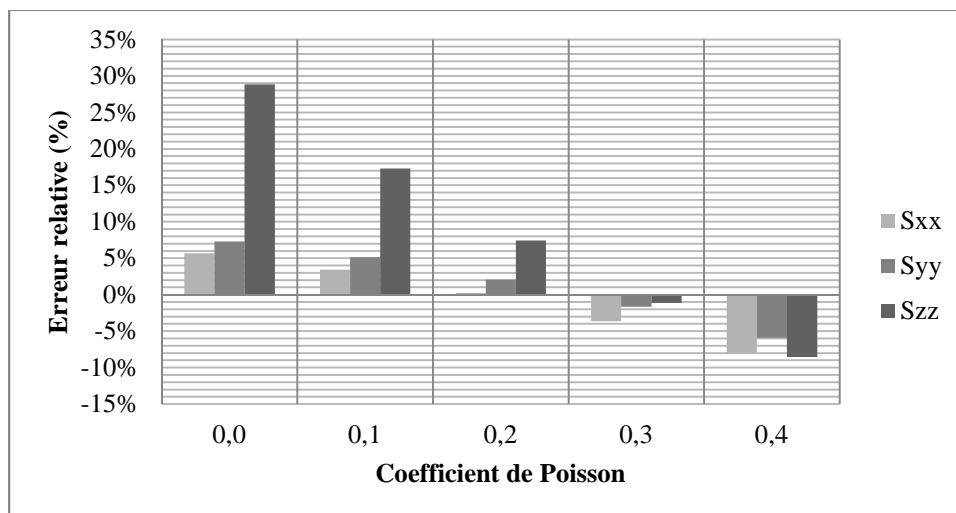


Figure 4.26 : Erreurs relatives sur les contraintes dues à l'augmentation de 25% du rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$

Un troisième cas est analysé afin de valider les résultats des deux premiers. Cette fois, le rapport L/D est diminué du tiers.

$$\left(\frac{L}{D}\right)' = \frac{2}{3} \left(\frac{L}{D}\right) \quad (4.5)$$

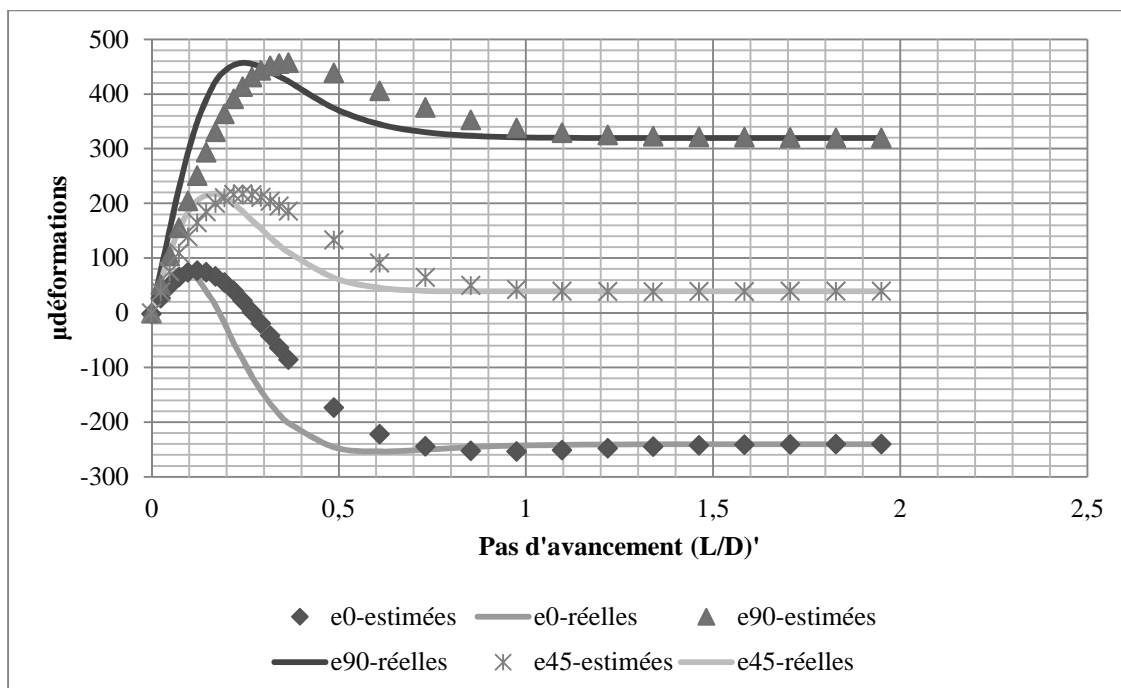


Figure 4.27 : Courbes de déformations récupérées comportant une erreur systématique de -33,33 % sur le rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa,  $E = 30$  GPa et  $\nu = 0,20$

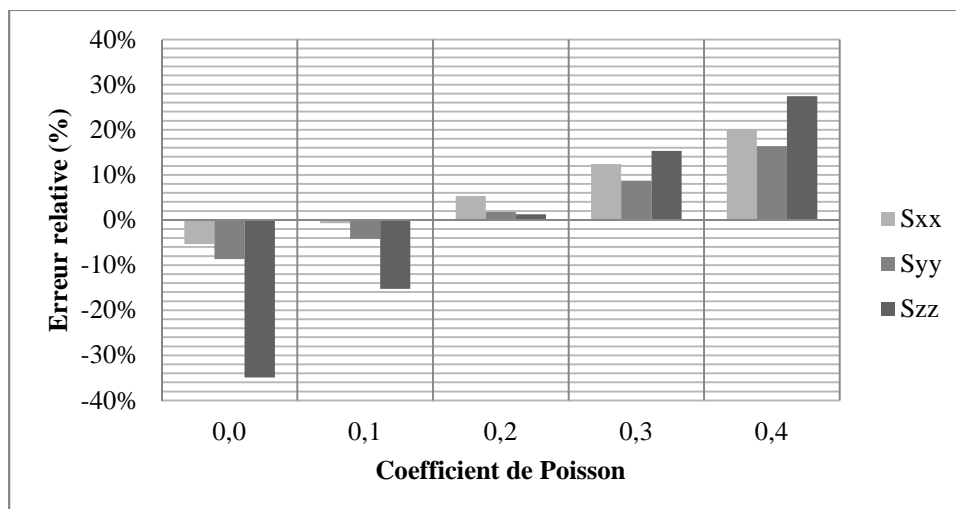


Figure 4.28 : Erreurs relatives dues à une diminution de 33% du rapport L/D pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

Les deux premiers cas montrent qu'une erreur sur l'avancement influence différemment les résultats selon la valeur du coefficient de Poisson et selon le fait que la valeur de L/D est surestimée ou sous-estimée. Si le rapport L/D diminue, les composantes de contraintes sont sous-estimées pour un coefficient de Poisson plus faible tandis qu'elles sont surévaluées pour un coefficient plus grand. Le phénomène contraire se produit lorsque le pas d'avancement est considéré plus grand que ce qu'il est en réalité. Par contre, lorsque le coefficient de Poisson se situe entre 0,2 et 0,3, c'est à ce moment que les erreurs sont les plus faibles. Comme il a été mentionné précédemment, les valeurs typiques de coefficient de Poisson de la roche se situent entre 0,15 et 0,40 avec une moyenne autour de 0,25, donc si les valeurs de pas d'avancement sont erronées, les valeurs de contraintes seront quand même acceptables. Par contre, si l'erreur sur l'avancement est encore plus grande ou encore plus petite, c'est important de vérifier l'impact que cela peut avoir. Le troisième cas présente justement ce phénomène. Pour un coefficient de 0,20, les erreurs relatives sont faibles, mais pour  $\nu = 0,30$ , elles commencent à être plus importantes. Il est donc recommandé de bien s'assurer de la justesse de la mesure de l'avancement du carottage de relaxation.

#### 4.1.4.2 Influence du coefficient de Poisson

Pour vérifier la sensibilité du calcul de contraintes lorsque l'estimation du coefficient de Poisson est erronée suite à son calcul à partir d'essais en laboratoire, des analyses sont faites avec une roche isotrope ayant un coefficient de Poisson de 0,20. Les coefficients de Poisson erronés sont

$\nu = 0,10$  et  $\nu = 0,30$ . Les calculs sont également faits selon différents cas de chargements en faisant augmenter graduellement la valeur de la composante  $S_{zz}$ . Les composantes et les erreurs sur celles-ci sont présentées aux tableaux 4.12 et 4.13. Le tableau 4.12 prend en considération un coefficient de Poisson,  $\nu = 0,10$ , alors que  $\nu = 0,30$  dans le tableau 4.13.

Tableau 4.13 : Résultats obtenus pour un coefficient de Poisson,  $\nu = 0,10$

<b><math>\nu = 0,10</math></b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Chargement appliqué (MPa)</b>							
$S_{xx}$	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
$S_{yy}$	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
$S_{zz}$	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	40,00
SR	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00
<b>Chargement estimé (MPa)</b>							
$S_{xx}$	9,15	8,82	8,49	8,17	7,84	7,52	6,87
$S_{yy}$	9,15	8,82	8,49	8,17	7,84	7,52	6,87
$S_{zz}$	5,41	9,99	14,57	19,15	23,74	28,32	37,48
SR	0,59	1,13	1,72	2,34	3,03	3,77	5,46
<b>Erreurs relatives</b>							
$S_{xx}$	-10,8%	-12,8%	-14,3%	-15,5%	-16,4%	-17,2%	-18,4%
$S_{yy}$	-10,8%	-12,8%	-14,3%	-15,5%	-16,4%	-17,2%	-18,4%
$S_{zz}$	5,2%	-0,1%	-4,1%	-7,1%	-9,6%	-11,6%	-14,7%
SR	18,3%	13,3%	14,4%	17,2%	21,1%	25,6%	36,5%



Tableau 4.14 : Résultats obtenus pour un coefficient de Poisson,  $\nu = 0,30$ 

$\nu = 0,30$	1	2	3	4	5	6	7
<b>Chargement appliqué</b>							
Sxx	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
Syy	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
Szz	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	40,00
SR	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00
<b>Chargement estimé</b>							
Sxx	10,99	11,38	11,76	12,14	12,52	12,90	13,66
Syy	10,99	11,38	11,76	12,14	12,52	12,90	13,66
Szz	4,71	10,24	15,76	21,29	26,81	32,34	43,39
SR	0,43	0,90	1,34	1,75	2,14	2,51	3,18
<b>Erreurs relatives</b>							
Sxx	12,6%	14,9%	16,7%	18,1%	19,2%	20,1%	21,5%
Syy	12,6%	14,9%	16,7%	18,1%	19,2%	20,1%	21,5%
Szz	-3,6%	2,6%	7,3%	10,9%	13,8%	16,2%	19,9%
SR	-14,2%	-10,0%	-10,6%	-12,3%	-14,3%	-16,4%	-20,6%

Ces résultats montrent que lorsque le coefficient de Poisson est sous-estimé par rapport à la réalité, les contraintes calculées sont sous-estimées également. Alors que les contraintes sont surestimées pour un coefficient de Poisson surestimé. Les résultats montrent aussi que plus le rapport des contraintes SR est grand, plus les erreurs sur les contraintes le sont aussi. Il est possible d'expliquer ce résultat avec les facteurs de concentration de contraintes en fond de trou. Effectivement, la plus grande valeur est celle du facteur A et celle-ci augmente avec l'augmentation du coefficient de Poisson. Il est donc logique pour un coefficient de Poisson plus grand, que les valeurs soient surestimées et sous-estimées pour un coefficient plus faible. Aussi, il est facile de voir que plus le rapport SR est grand, plus les erreurs sur les contraintes sont grandes.

## 4.2 Matériau transversalement isotrope

Dans la suite, la méthode inverse sera vérifiée pour les roches transversalement isotropes, puisque les méthodes d'interprétation conventionnelle ou RPR permettent de traiter ce type de comportement suite aux travaux d'Ouellet (2012) et qu'il serait souhaitable de pouvoir

généraliser la méthode inverse pour ce type de comportement observé pour la majorité des roches.

Tout d'abord, un cas où aucun bruit aléatoire n'est ajouté aux courbes de déformation simulées est traité afin de voir si les six composantes de contraintes sont obtenues sans erreur par la méthode inverse à partir d'une seule mesure. Le tableau 4.14 présente les résultats obtenus pour un cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E1/E2 = 1,50$ ,  $\delta=45^\circ$  et  $\nu = 0,20$ .

Tableau 4.15 : Validation de la méthode inverse

Tenseur de contraintes appliqué		
	Réelles (MPa)	Estimées (MPa)
$S_{xx}$	10	9,99
$S_{yy}$	20	19,98
$S_{zz}$	30	30,00
$S_{xy}$	10	10,00
$S_{xz}$	15	14,94
$S_{yz}$	10	9,89

Les valeurs obtenues avec la méthode inverse sont très précises et il est possible d'obtenir les six composantes de contrainte en une seule mesure. On remarque toutefois des légères différences pour les composantes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$ . L'explication sera donnée dans la suite. La prochaine étape consiste à valider la méthode inverse pour les roches anisotropes lorsque les courbes sont entachées d'un bruit aléatoire.

#### 4.2.1 Ajout d'un bruit aléatoire sur les déformations

Comme pour les roches isotropes, un bruit aléatoire, correspondant à un certain pourcentage de la valeur de la déformation principale majeure au plateau de la courbe de déformations, est ajouté à chacune des valeurs de déformation. La méthode inverse est ensuite utilisée pour essayer de retrouver les mêmes six contraintes qui sont appliquées initialement. Chacun des six cas d'isotropie transversale est calculé dix fois pour  $\nu = 0.20$  avec un bruit ajouté se trouvant dans l'intervalle de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure calculée avec l'équation (3.49).

#### 4.2.1.1 $E_1/E_2 = 1,25$

Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa :

Lorsque la plongée du plan d'isotropie est donnée par  $\delta = 0^\circ$ , il n'y a pas de lien entre les composantes de contrainte de cisaillement *in-situ* dans les plans XZ et YZ et les contraintes (et donc les déformations) en fond de trou puisque celles en fond de trou sont nulles. Par conséquent, les deux composantes en cisaillement suivant ces plans ne sont pas prises en compte lors des calculs. La figure 4.29 présente les erreurs relatives obtenues lorsque  $\delta = 0^\circ$  et  $\delta = 45^\circ$ . Lorsque  $\delta = 45^\circ$ , les composantes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  *in-situ* ont un impact sur les déformations en fond de trou, c'est donc la raison pour laquelle il est possible de calculer les six composantes du tenseur de contraintes.

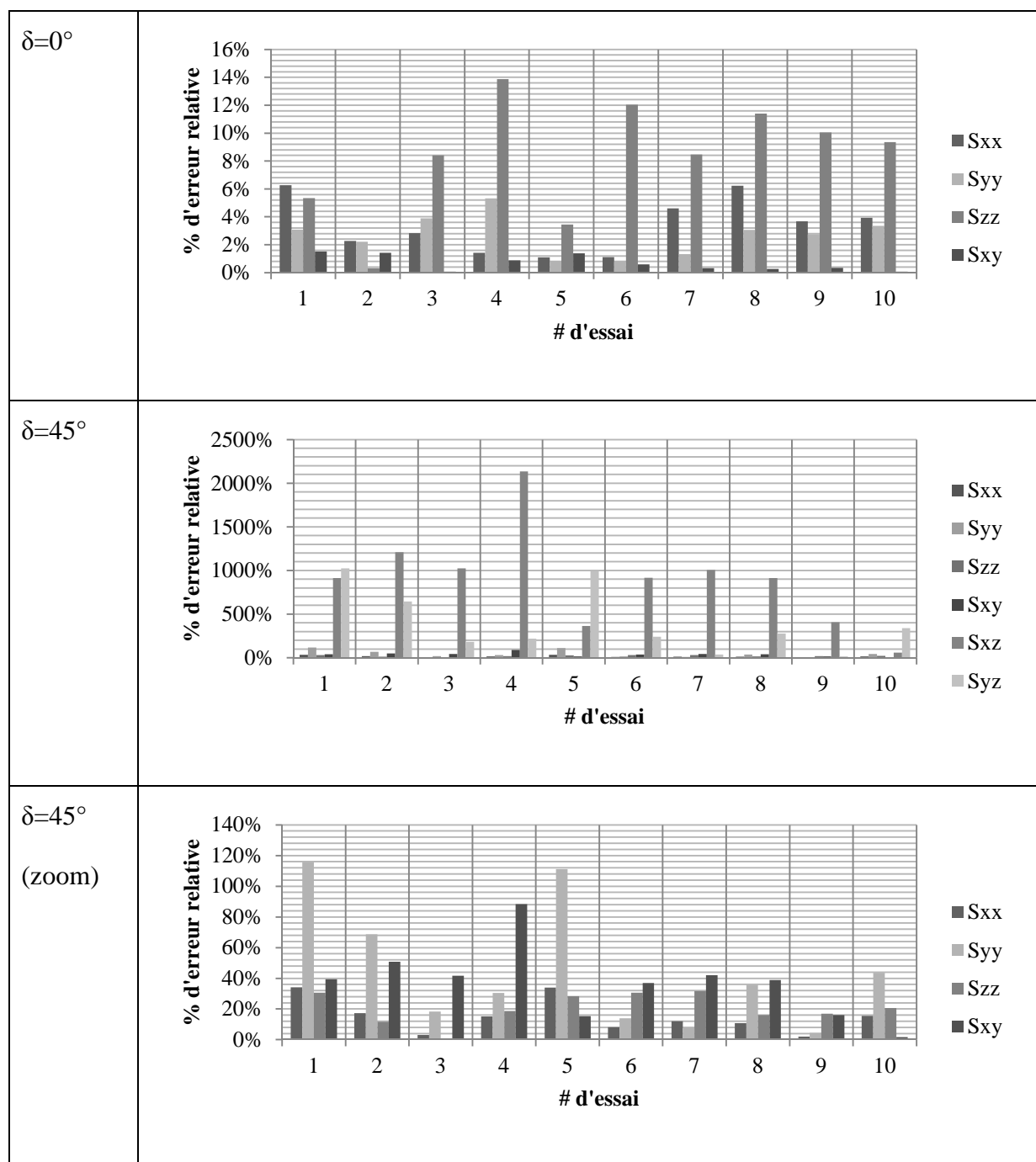


Figure 4.29 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa, et  $\nu = 0,20$

Les erreurs sont très différentes et variables pour un angle d'inclinaison de  $0^\circ$  par rapport à un angle de  $45^\circ$ . Ceci est dû à la présence du cisaillement dans les plans XZ et YZ *in-situ*. En effet, les facteurs de concentration de contraintes en fond de trou associés à ces deux composantes de

cisaillement, E, F et G, sont relativement faibles et sont les seuls permettant une estimation de  $S_{zx}$  et  $S_{zy}$ . Cela a pour effet de rendre les contraintes *in-situ* estimées plus sensibles au bruit ajouté sur les déformations. Le tableau 4.15 présente les valeurs de ces facteurs de concentration. Selon l'équation (2.21), les facteurs  $A_x$  et  $B_y$  agissent sur  $S_{xx}$ ,  $A_y$  et  $B_x$  combinés agissent sur  $S_{yy}$ ,  $C_x$  et  $C_y$  agissent sur  $S_{zz}$ , D agit sur  $S_{xy}$ , E agit sur  $S_{xz}$  et F et G agissent sur  $S_{yz}$ .

Tableau 4.16 : Facteurs de concentration de contraintes en fond de trou pour  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$

Facteurs de concentration de contraintes pour $\delta = 45^\circ$ et $\nu = 0,20$										
E1/E2	$A_x$	$A_y$	$B_x$	$B_y$	$C_x$	$C_y$	D	E	F	G
1,25	1,337	1,320	-0,080	-0,069	-0,603	-0,555	1,405	0,057	0,021	0,128
1,50	1,344	1,311	-0,088	-0,066	-0,622	-0,531	1,405	0,108	0,041	0,230
2,00	1,355	1,297	-0,101	-0,061	-0,655	-0,487	1,402	0,195	0,074	0,383

Plus précisément, voici un exemple où  $E1/E2 = 2,00$  et  $\delta = 45^\circ$ . Les contributions réelles de chacun des facteurs de concentration de contraintes sur les composantes sont les suivants:

$$S_{xx} : A_x + B_y = 1,294 \quad (4.6)$$

$$S_{yy} : A_y + B_x = 1,196 \quad (4.7)$$

$$S_{zz} : C_x + C_y = -1,142 \quad (4.8)$$

$$S_{xy} : D = 1,402 \quad (4.9)$$

$$S_{xz} : E = 0,195 \quad (4.10)$$

$$S_{yz} : F + G = 0,457 \quad (4.11)$$

Pour fins de comparaison, la valeur maximale  $D = 1,402$  est prise comme référence. Vérifions à quel pourcentage de la valeur maximale chaque valeur correspond afin de vérifier l'impact sur les composantes.

$$S_{xx} = 92\%, S_{yy} = 85\%, S_{zz} = -81\%, S_{xy} = 100\%, S_{xz} = 14\% \text{ et } S_{yz} = 33\%.$$

Puisque l'apport des facteurs de concentration de contraintes en fond de trou est faible pour  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$ , les erreurs sur ces composantes deviennent importantes pour des raisons déjà énoncées. Ces grandes erreurs ont alors des répercussions sur l'estimation des autres composantes du tenseur

puisque le solveur Excel essaye quand même de minimiser la somme des erreurs en ajustant les composantes de contrainte restantes. Le fait de ne pas inclure les composantes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  dans le calcul des moindres carrés minimise beaucoup le biais qu'elles peuvent introduire dans la solution par moindres carrés. Le tableau 4.16 montre que les erreurs relatives pour les contraintes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  varient entre 15% et 2134%, ce qui est énorme et très variable.

Tableau 4.17 : Erreurs relatives des composantes lorsque  $E_1/E_2 = 1,25$ ,  $\nu = 0,20$  et  $\delta = 45^\circ$

Tenseur appliqué (MPa)	Tenseur de contraintes	Erreur relative (%)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Moyenne	Écart-type
10	$S_{xx}$	34%	17%	3%	15%	34%	8%	12%	11%	2%	16%	15%	11%
20	$S_{yy}$	116%	69%	18%	31%	111%	14%	8%	36%	4%	44%	45%	41%
30	$S_{zz}$	31%	12%	0%	19%	28%	31%	32%	16%	17%	21%	21%	10%
10	$S_{xy}$	39%	51%	42%	88%	15%	37%	42%	39%	16%	2%	37%	24%
15	$S_{xz}$	914%	1211%	1026%	2134%	365%	915%	1005%	912%	406%	60%	895%	566%
10	$S_{yz}$	1023%	643%	183%	219%	993%	241%	36%	278%	15%	339%	397%	366%

Afin d'éviter ces trop grandes erreurs, la méthode inverse est recalculée pour la même combinaison de paramètres, mais cette fois, en faisant varier seulement les composantes  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$ ,  $S_{zz}$  et  $S_{xy}$  du tenseur dans le solveur, comme cela a été fait pour le cas isotrope pour lequel les composantes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  ne peuvent être déterminées avec une seule mesure. Les résultats sont plus concluants et se rapprochent de ceux obtenus lors de l'analyse avec  $\delta = 0^\circ$ . Ils sont présentés à la figure 4.30.

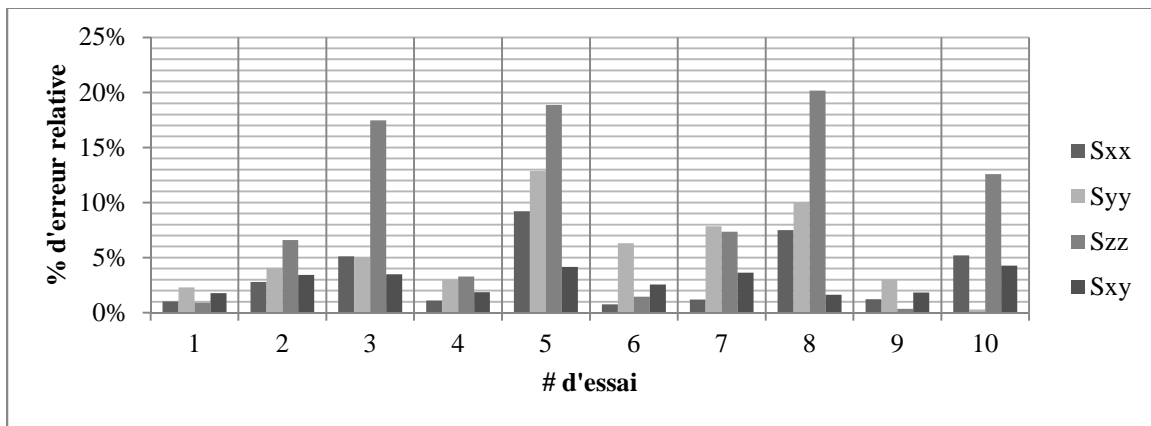


Figure 4.30 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 1,25$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$

#### 4.2.1.2 $E_1/E_2 = 1,50$

Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa :

À des fins comparatives, le rapport d'anisotropie  $E_1/E_2 = 1,50$  est évalué dans cette section pour  $\delta = 0^\circ$  et  $\delta = 45^\circ$ . Le bruit aléatoire ajouté se situe toujours dans l'intervalle de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure. La figure 4.31 présente ces résultats.

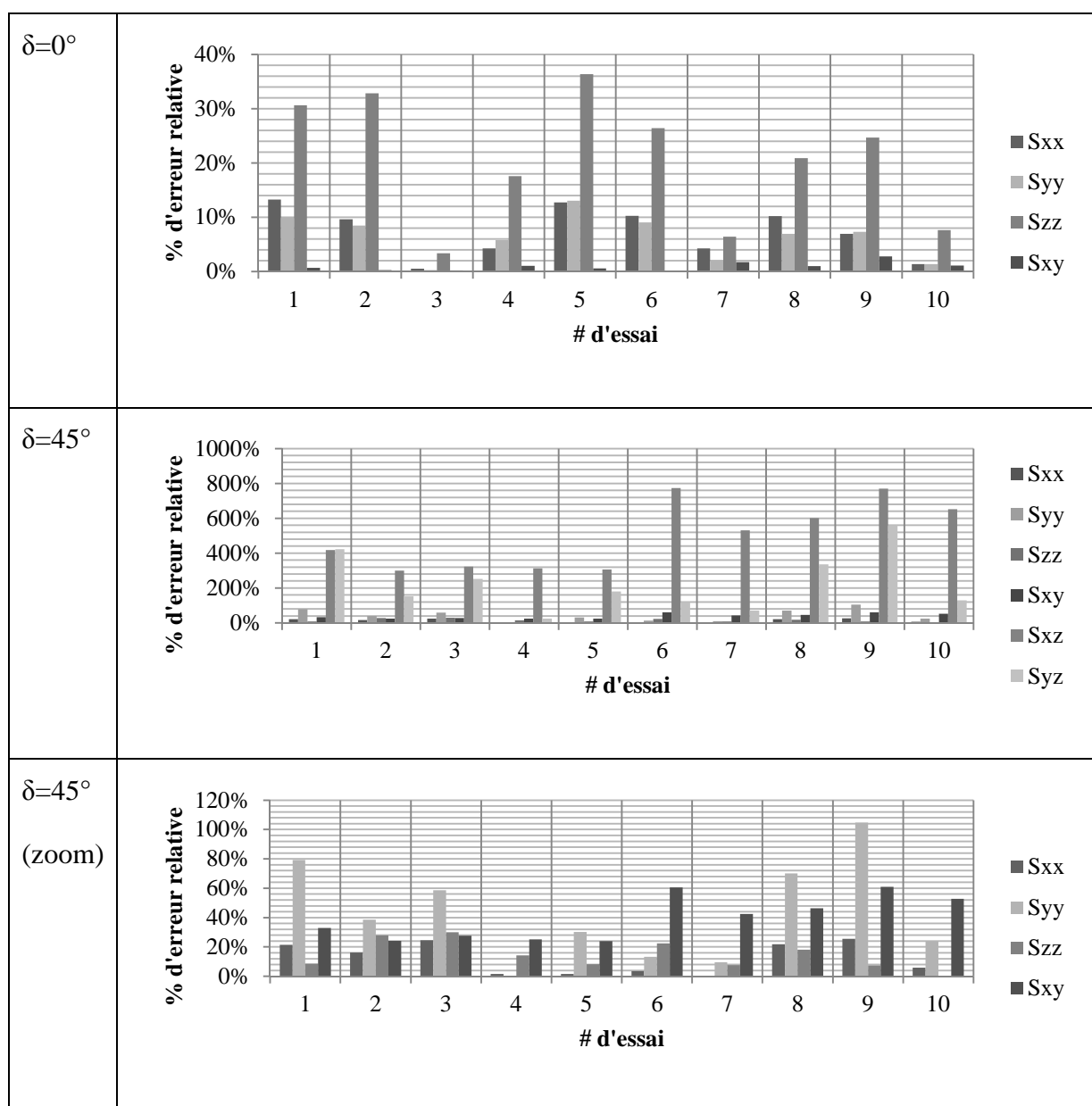


Figure 4.31 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa, et  $\nu = 0,20$

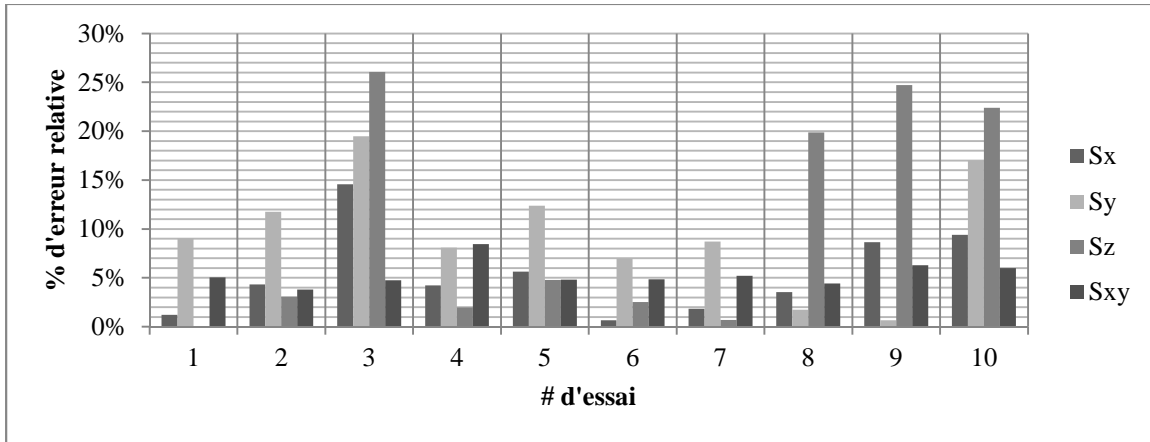


Figure 4.32 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 1,50$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$

#### 4.2.1.3 $E_1/E_2 = 2,00$

Un troisième rapport d'isotropie transversale,  $E_1/E_2 = 2,00$ , est pris en compte pour l'évaluation de la validité de la méthode inverse. Encore une fois, le bruit ajouté est compris dans l'intervalle de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure. Pour ce rapport d'isotropie transversale, le même cas de chargement est évalué en plus de deux autres cas pour  $\delta = 0^\circ$  :  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa et  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa.



Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa :

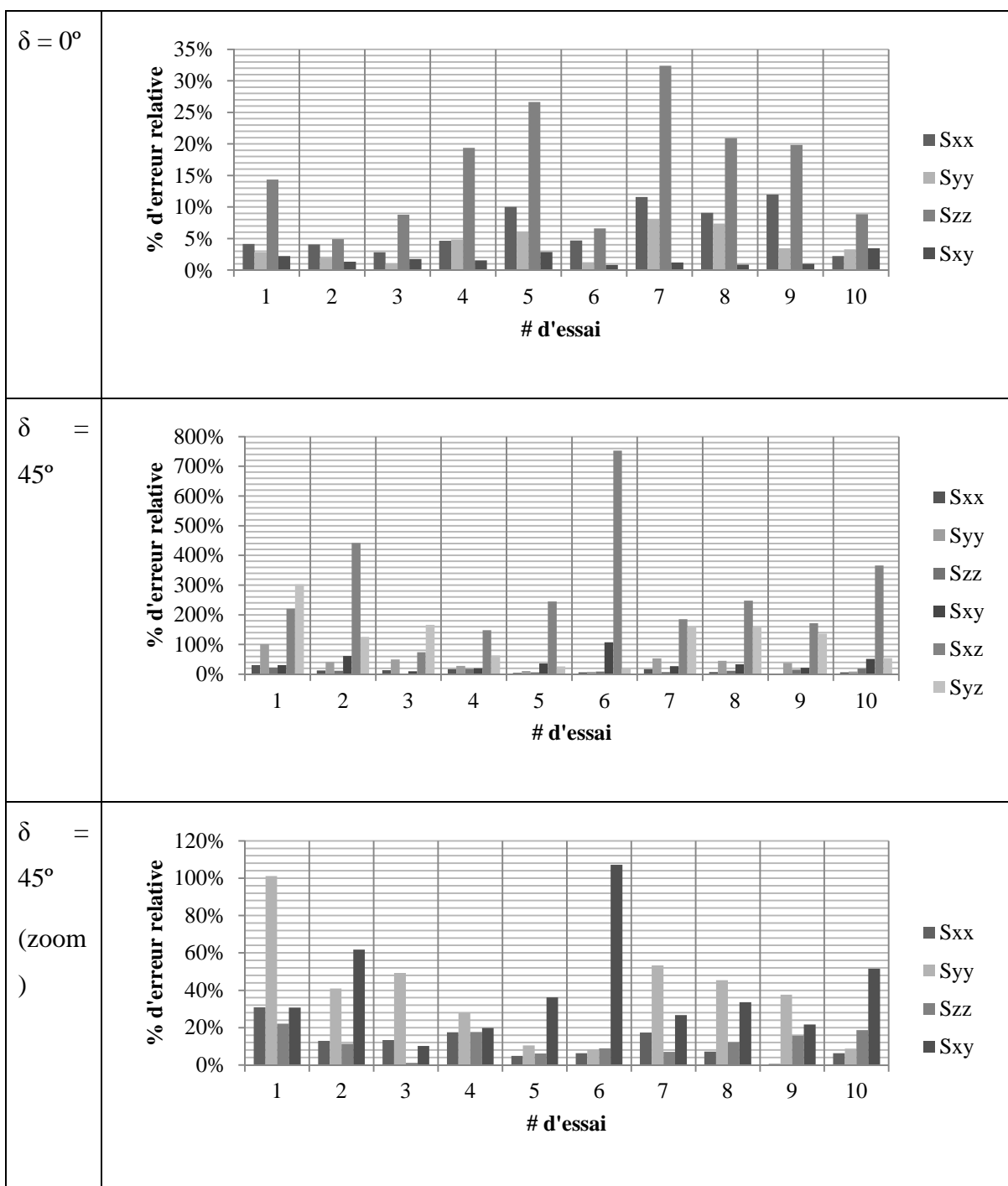


Figure 4.33 : Erreurs relatives sur les composantes de contraintes associées à des déformations entachées d'un bruit aléatoire de  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa, et  $\nu = 0,20$

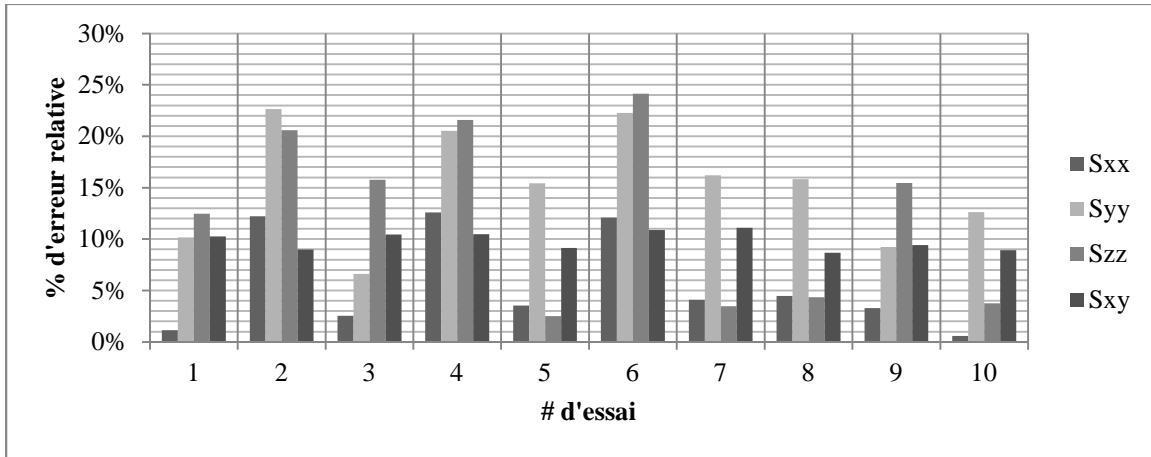


Figure 4.34 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$

Cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa :

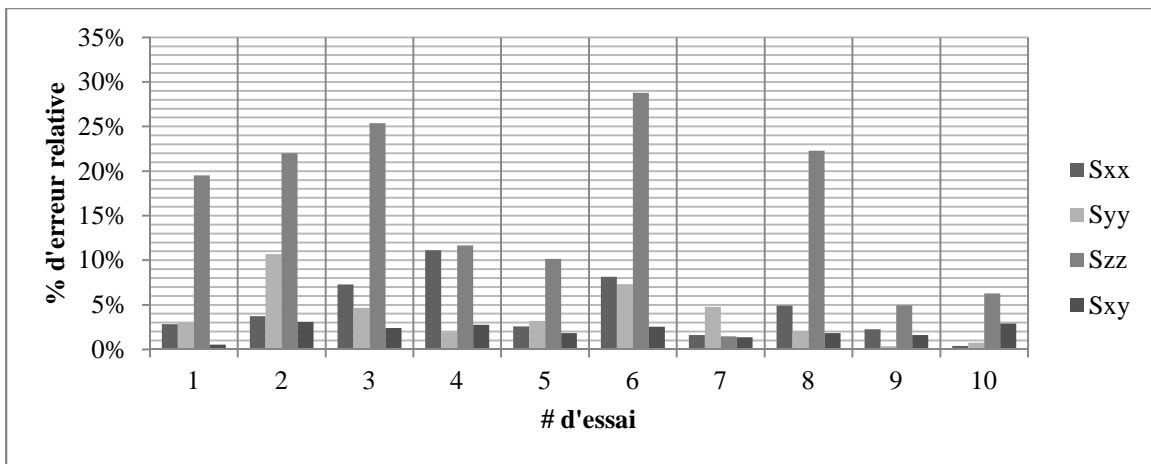


Figure 4.35 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$

Cas de chargement  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa :

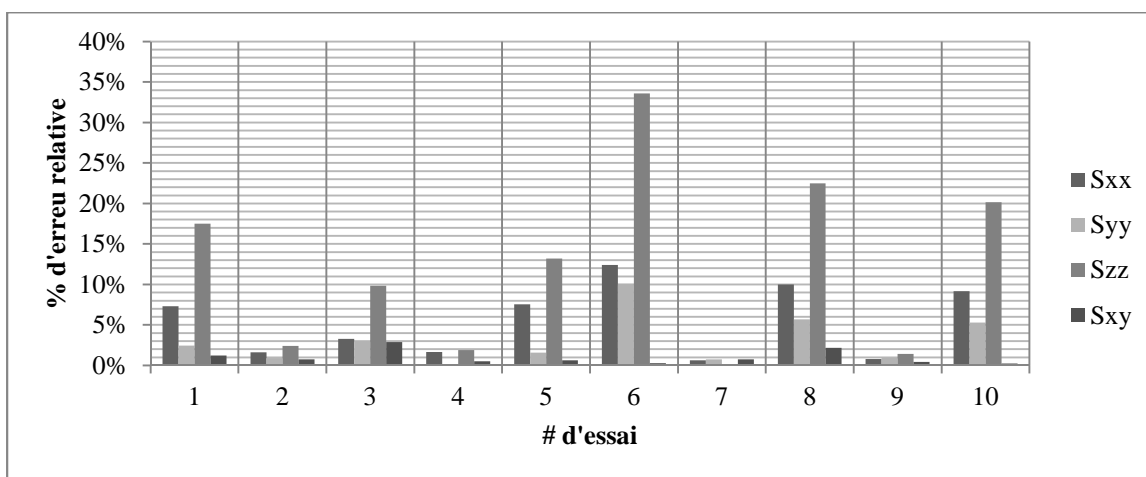


Figure 4.36 : Erreurs sur les contraintes associées à des déformations entachées d'erreurs aléatoires pour  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$

À la lumière de ces résultats, les erreurs relatives pour des matériaux transversalement isotropes sont plus grandes que pour des matériaux isotropes. Le tableau 4.17 montre comment évoluent les erreurs selon le rapport d'anisotropie. De plus, il est évident que pour  $\delta = 45^\circ$  et lorsque les courbes sont entachées d'un bruit aléatoire, il n'est pas possible de connaître avec une justesse acceptable le tenseur avec une seule mesure.

Le tableau 4.17 résume les erreurs moyennes pour dix essais lorsque  $\nu = 0,20$  pour le cas de chargement  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa et compare les erreurs pour tous les rapports d'anisotropie incluant le cas isotrope.

Tableau 4.18 : Comparaison des erreurs relatives pour les cas isotrope et transversalement isotropes lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

	$\delta = 0^\circ$				$\delta = 45^\circ$		
$E_1/E_2$	1,00	1,25	1,50	2,00	1,25	1,50	2,00
$S_{xx}$	2%	3%	7%	7%	5%	5%	6%
$S_{yy}$	3%	3%	6%	4%	0%	10%	15%
$S_{zz}$	6%	8%	21%	16%	13%	11%	12%
$S_{xy}$	0%	1%	1%	2%	4%	5%	10%

On peut constater que pour un matériau isotrope, les erreurs moyennes sur les composantes  $S_{xx}$  et  $S_{yy}$  sont approximativement les mêmes tandis qu'elles diffèrent lorsque le matériau est transversalement isotrope. Cela s'explique par le fait que les facteurs de concentration de contraintes en fond de trou pour calculer les composantes  $S_{xx}$  et  $S_{yy}$  sont les mêmes pour un matériau isotrope et ils sont issus d'une combinaison de deux paramètres ( $A_x$ ,  $B_y$  ou  $A_y$ ,  $B_x$ ) pour les matériaux transversalement isotropes.

#### 4.2.2 Comparaison des méthodes RPR et inverse

Les comparaisons entre les méthodes d'interprétation sont effectuées de la même façon que pour un matériau isotrope. Le bruit ajouté aux déformations pour les calculs de comparaison des méthodes est le même que lors de l'analyse de l'ajout du bruit aléatoire, c'est-à-dire un bruit se situant entre  $\pm 20\%$  de la déformation principale majeure. De plus, seul le cas où  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$  est évalué pour dix différents essais.

Pour le calcul utilisant la méthode RPR, une seule supposition est nécessaire et il s'agit du rapport  $S_{xx}/S_{yy}$  puisqu'il est obligatoire afin de calculer le rapport SR. Habituellement, ce calcul se fait par itération, mais puisque dans la présente analyse, les contraintes appliquées sont connues préalablement, la valeur est posée afin d'alléger les calculs. Des cas de chargements semblables à ceux utilisés pour le cas isotrope sont appliqués afin d'être en mesure de comparer le pourcentage d'erreur relative sur chacune des composantes de contrainte entre un cas isotrope et un cas transversalement isotrope.

La première étape lors de la comparaison entre les deux méthodes est de vérifier la différence entre les contraintes lorsque les courbes de récupération ne comportent aucun bruit. Le tableau 4.18 résume un exemple où les valeurs des contraintes sont obtenues pour les cinq coefficients de Poisson analysés.

Tableau 4.19 : Comparaison des contraintes calculées avec les méthodes RPR et Inverse pour une courbe sans bruit lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa

v	RPR				Inverse			
	$S_{xx}$ (MPa)	$S_{yy}$ (MPa)	$S_{zz}$ (MPa)	$S_{xy}$ (MPa)	$S_{xx}$ (MPa)	$S_{yy}$ (MPa)	$S_{zz}$ (MPa)	$S_{xy}$ (MPa)
0,00	9,995	9,985	19,991	4,993	10,000	10,000	20,000	5,000
0,10	9,927	9,945	19,846	4,996	10,000	10,000	20,000	5,000
0,20	9,944	9,961	19,921	4,996	10,000	10,000	20,000	5,000
0,30	10,000	10,003	20,023	4,997	10,000	10,000	20,000	5,000

On remarque immédiatement que la méthode inverse est plus précise pour calculer les contraintes, et ce, avec des courbes de récupération parfaitement lisses.

#### 4.2.2.1 Cas de chargement $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$ MPa

Le premier cas à être évalué est le cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa. La figure 4.37 montre les erreurs relatives obtenues lors de la comparaison.

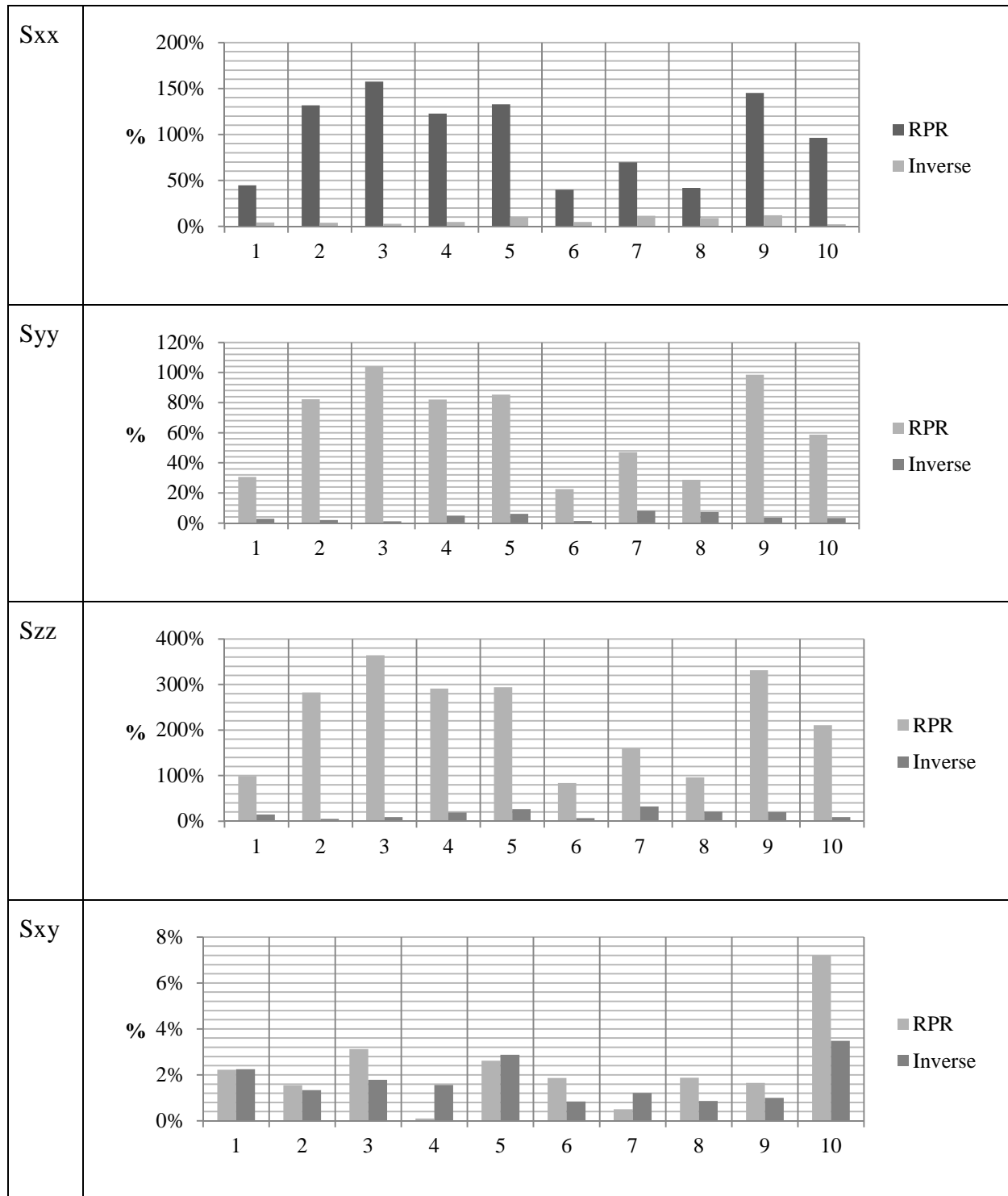


Figure 4.37 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$

#### 4.2.2.1 Cas de chargement $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$ MPa

Le deuxième cas présenté est pour un cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa.

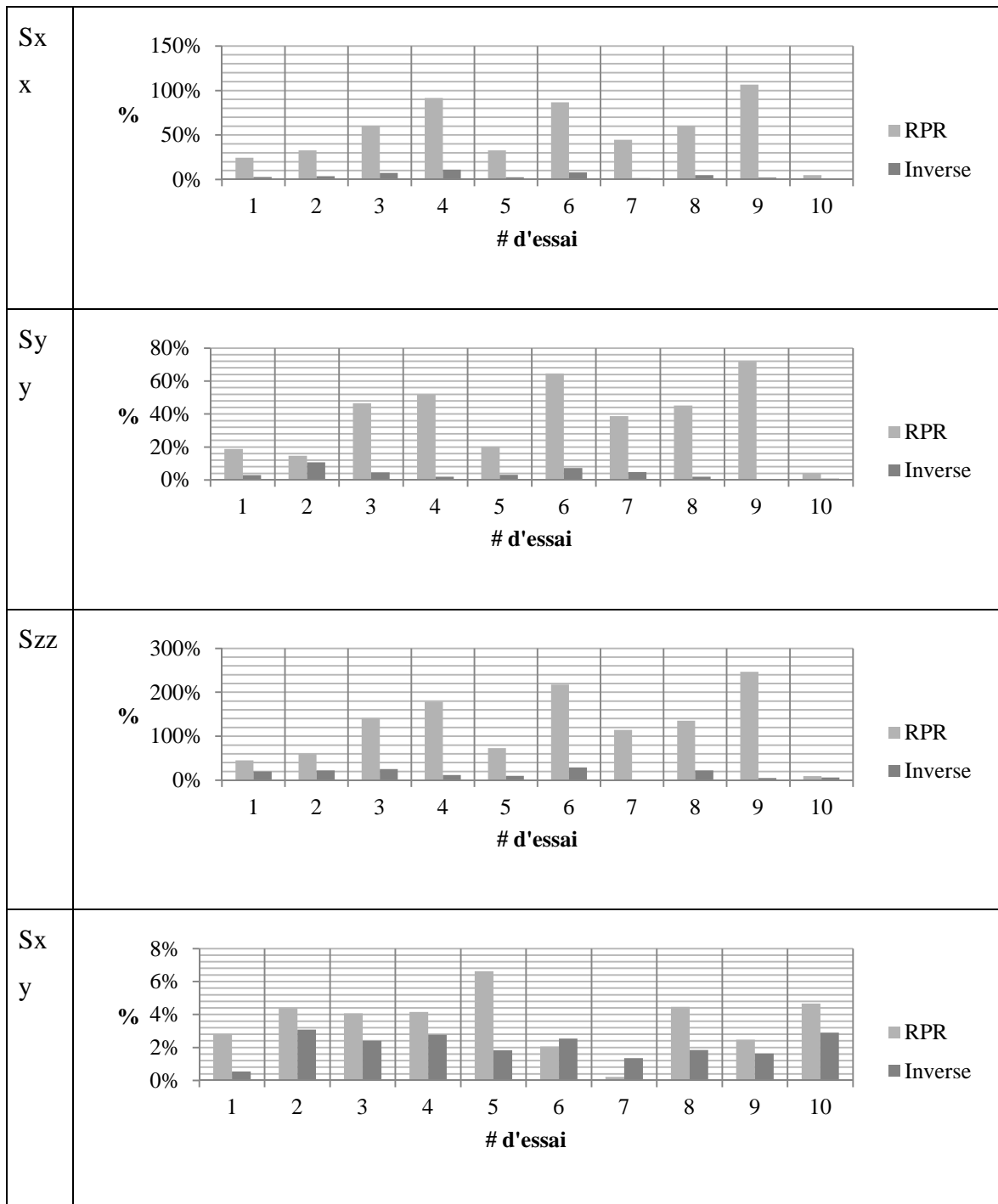


Figure 4.38 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$

#### 4.2.2.1 Cas de chargement $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$ MPa

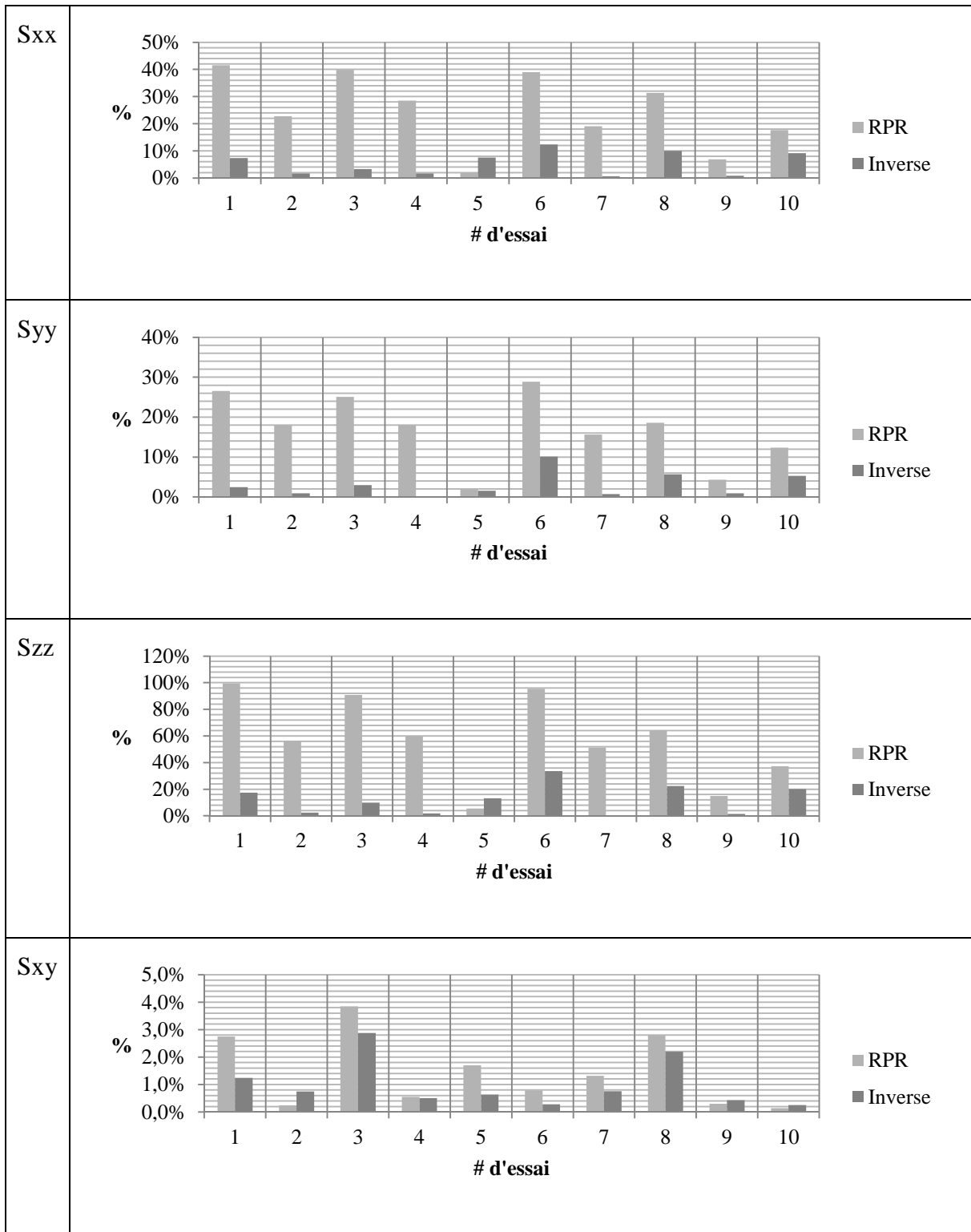


Figure 4.39 : Comparaisons des erreurs relatives obtenues avec les méthodes Inverse et RPR pour chaque composante de contraintes lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $\nu = 0,20$



Pour les roches transversalement isotropes, on peut voir que peu importe le cas de chargement, en présence de bruit, les erreurs sur les contraintes calculées avec la méthode RPR sont très grandes par rapport à celles calculées par la méthode inverse. Cela démontre que la méthode inverse développée pour cette étude est beaucoup plus juste pour un matériau transversalement isotrope, et ce, même s'il y a du bruit ajouté aléatoirement aux courbes de déformations récupérées.

### 4.2.3 Comparaison des méthodes Conventionnelle, RPR et Inverse

Comme pour le cas isotrope, afin de pouvoir faire la comparaison avec la méthode conventionnelle, il suffit de poser une valeur initiale de  $S_{zz}$ . Les résultats sont présentés au tableau 4.20.

Tableau 4.20 : Erreurs relatives moyennes pour dix simulations

	Conventionnelle		
	{10, 20, 30, 10, 15, 10}	{15, 15, 10, 5, 15, 10}	{10, 10, 20, 5, 15, 10}
$S_{xx}$	2,80%	5,40%	1,90%
$S_{yy}$	1,50%	3,40%	1,30%
$S_{zz}$	0,00%	0,00%	0,00%
$S_{xy}$	2,30%	3,60%	1,40%
	RPR		
	{10, 20, 30, 10, 15, 10}	{15, 15, 10, 5, 15, 10}	{10, 10, 20, 5, 15, 10}
$S_{xx}$	2,80%	5,40%	1,90%
$S_{yy}$	1,50%	3,40%	1,30%
$S_{zz}$	0,00%	0,00%	0,00%
$S_{xy}$	2,30%	3,60%	1,40%
	Inverse		
	{10, 20, 30, 10, 15, 10}	{15, 15, 10, 5, 15, 10}	{10, 10, 20, 5, 15, 10}
$S_{xx}$	2,20%	4,10%	1,10%
$S_{yy}$	1,10%	1,70%	0,70%
$S_{zz}$	0,00%	0,00%	0,00%
$S_{xy}$	1,20%	2,20%	1,10%

Encore une fois, les résultats sont concluants à ce qui a trait à la justesse du calcul des composantes de contraintes par la méthode inverse. Les résultats détaillés sont à l'annexe B.

#### 4.2.4 Analyse des paramètres de déformabilité secondaires

Lorsqu'une carotte de roc est soumise aux essais en laboratoire énoncés précédemment à la section 2.3.1, tels que l'essai de compression biaxiale et l'essai de compression diamétrale, il est impossible de déduire l'orientation exacte des plans d'isotropie lorsque ceux-ci ne sont pas visibles à l'œil nu. Il existe des méthodes pour le faire, mais celles-ci sont plus longues et dispendieuses Gonzaga, Leite, & Corthésy (2008) présentent une telle méthodologie. C'est la raison pour laquelle il faut supposer que l'angle  $\delta = 0^\circ$  quand il ne peut être mesuré. En faisant cette supposition, il faut considérer que les composantes de contraintes *in-situ*  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  sont nulles alors que ce n'est peut-être même pas le cas.

Si on suppose que  $\delta = 0^\circ$  mais qu'en réalité  $\delta \neq 0^\circ$ , nous allons quand même utiliser, pour la méthode inverse, les courbes de récupération produites pour le cas  $\delta = 0^\circ$  pour cette analyse. On va supposer, pour les besoins de l'analyse, que les paramètres de déformabilité obtenus des essais en laboratoire sont  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\nu$  et que ce sont des paramètres principaux, c'est-à-dire qu'ils sont ceux qui prévalent dans les directions des axes d'anisotropie. Or, si  $\delta \neq 0$ , les essais en laboratoire donnent des valeurs de paramètres de déformabilité qui sont ceux définis par les relations suivantes :

$$E_x = E_1 \quad (4.12)$$

$$E_y = \frac{E_1 E_2}{E_1 \sin^2(90-\delta) + E_2 \cos^2(90-\delta)} \quad (4.13)$$

$$\nu_{xy} = \nu \quad (4.14)$$

$$\nu_{yx} = \frac{\left(\frac{E_2}{E_1}\right)\nu}{\sin^2(90-\delta) + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)\cos^2(90-\delta)} \quad (4.15)$$

où  $E_x$ ,  $E_y$  et  $\nu_{yx}$  sont qualifiés de paramètres secondaires et  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\nu$  sont les paramètres principaux.

Si l'on connaît l'angle  $\delta$ , il est également possible de retrouver les paramètres principaux à partir des paramètres secondaires en faisant le chemin inverse.

$$E_1 = E_x \quad (4.16)$$

$$E_2 = \frac{E_x \sin^2(90-\delta)}{\frac{E_x}{E_y} - \cos^2(90-\delta)} \quad (4.17)$$

$$\nu = \nu_{yx} \left[ \frac{E_x}{E_y} \right] \quad (4.18)$$

Le problème lié à l'hypothèse voulant que  $\delta = 0^\circ$  est que les facteurs de concentration de contrainte sont liés à la valeur de cet angle. Par exemple, il a été démontré que quand  $\delta = 0^\circ$ , les composantes  $S_{zx}$  et  $S_{zy}$  du tenseur de contraintes *in-situ* n'ont aucun effet sur les contraintes en fond de trou alors que si  $\delta \neq 0^\circ$  elles en ont. L'objectif de ce qui suit est donc d'évaluer l'erreur causée par l'hypothèse voulant que  $\delta = 0^\circ$ , sur l'estimation des contraintes.

Le premier cas évalué est celui où les paramètres principaux donnent un rapport  $E_1/E_2 = 2,00$  et  $\delta = 45^\circ$ . Il est possible avec les équations 4.12 à 4.18 de calculer les paramètres de déformabilité secondaires de ce matériau. Les résultats obtenus montrent que pour ce cas, le rapport  $E_x/E_y = 1,5$ . Il s'agit alors de trouver les courbes de récupération correspondant à la situation où  $\delta = 0^\circ$  (puisque c'est l'hypothèse qui est faite) pour lesquelles nous avons  $E_1/E_2 = 1,50$ . Ces courbes sont disponibles à partir des analyses faites par Ouellet (2012). Le deuxième cas traité est celui où  $E_1/E_2 = 1,50$  et  $\delta = 45^\circ$ . Pour celui-ci, le rapport des paramètres secondaires  $E_x/E_y = 1,25$ . Des courbes de récupération avec  $\delta = 0^\circ$  et un rapport  $E_1/E_2 = 1,25$  sont aussi disponibles (Ouellet 2012). Il est aussi nécessaire de calculer les coefficients de Poisson secondaires. Par exemple, si l'on veut comparer la combinaison  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 45^\circ$  et  $\nu = 0,20$ , on calcule d'abord  $E_x/E_y$  et  $\nu_{yx}$  qui sont 1,5 et 0,13 respectivement. On peut donc comparer ce cas à  $E_1/E_2 = 1,5$  et  $\delta = 0^\circ$ , mais  $\nu = 0,13$  n'est pas disponible pour le moment dans la base de données alors la valeur est arrondie au dixième près. Il faut également faire la modification pour la grandeur relative des modules d'élasticité tel que décrit à la section 3.8.2. Les figures 4.40 à 4.44 présentent les résultats obtenus.

#### 4.2.4.1 $E_1/E_2 = 2,00$ et $\delta = 45^\circ$

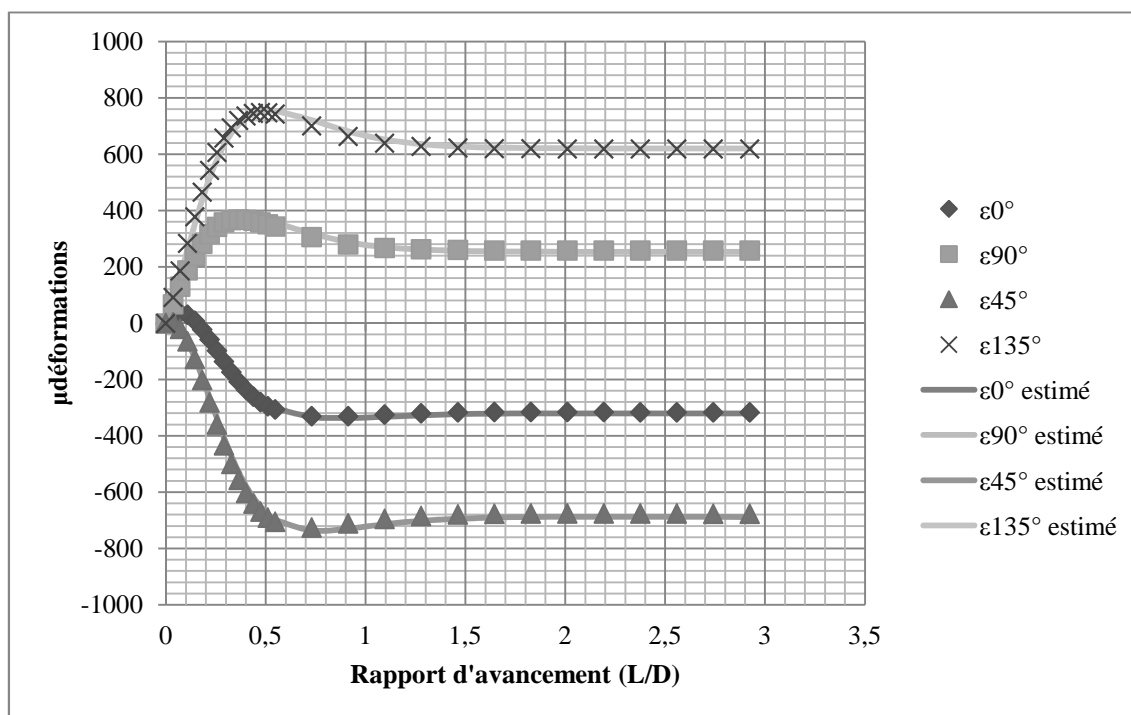


Figure 4.40 : Comparaison entre les déformations récupérées avec les paramètres réels (principaux) tenant compte de la valeur de  $\delta = 45^\circ$  et les déformations estimées avec les paramètres secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$ . Cas  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = 0,30$ ,  $\nu_{xy} = 0,20$

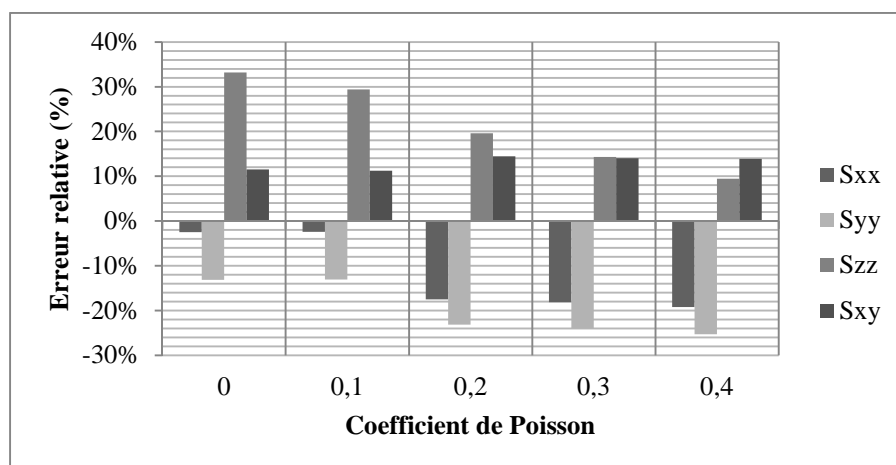


Figure 4.41 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = \{0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$  et  $\nu_{xy} = \{0,00, 0,07, 0,13, 0,20, 0,37\}$

Suite aux calculs et à l'observation des figures 4.40 à 4.44, les erreurs sont variables d'un cas à l'autre. Une part de l'erreur vient de l'utilisation de coefficients de Poisson approximatifs, à l'exception de ceux qui ont exactement la même valeur. De plus, il est, de toute manière, impossible de connaître les valeurs en  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  puisque les calculs sont faits avec  $\delta = 0^\circ$ .

Il est important de ne prendre en considération que les valeurs de  $\nu = 0,00$  et  $\nu = 0,30$  puisque pour ces cas les coefficients de Poisson secondaires sont exacts tandis que les autres ont été approximatifs étant donné que les déformations pour d'autres coefficients de Poisson intermédiaires ne sont pas disponibles pour cette étude. Les composantes  $S_{zz}$  et  $S_{xy}$  sont surestimées tandis que les contraintes  $S_{xx}$  et  $S_{yy}$  sont sous-estimées par rapport au vrai chargement appliqué. De plus, les erreurs varient entre 2% et 31%.

L'analyse est répétée avec un autre cas de chargement  $S = \{30, 20, 10, 10, 15, 10\}$  MPa, afin de voir si les erreurs sur les contraintes sont dans le même ordre de grandeur.

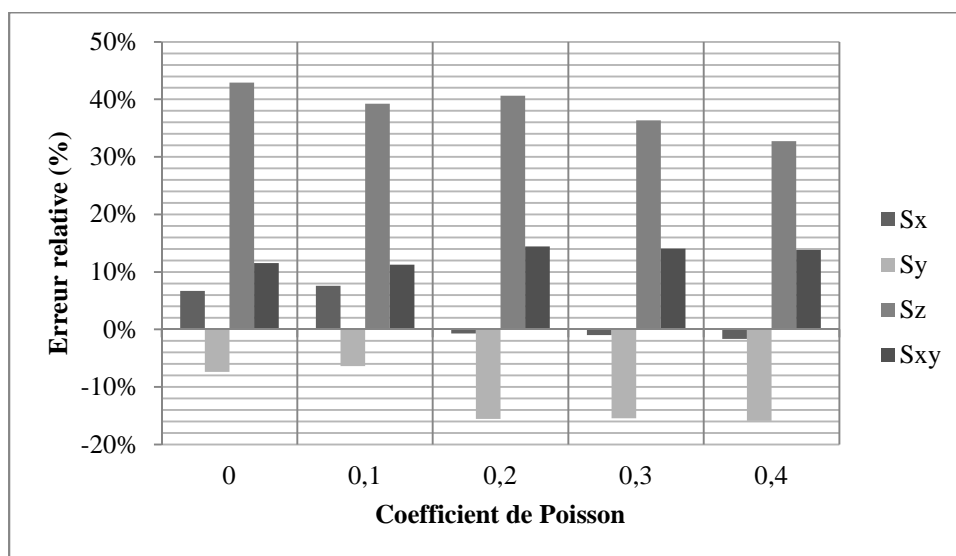


Figure 4.42 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{30, 20, 10, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $E_x/E_y = 1,50$ ,  $\nu = \{0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$  et  $\nu_{xy} = \{0,00, 0,07, 0,13, 0,20, 0,37\}$

Ces résultats montrent encore que les composantes  $S_{zz}$  et  $S_{xy}$  sont surestimées, mais cette fois, pour une valeur de  $S_{xx}$  plus grande que  $S_{zz}$ , les erreurs sont tout de même toujours plus grandes sur  $S_{zz}$  étant donné les valeurs des facteurs de concentration de contraintes en fond de trou. De plus, étant donné que  $E_1 = E_x$ , il y a moins d'erreur qui risque de se produire dans cet axe puisqu'il n'y a aucun changement pour celui-ci.

#### 4.2.4.2 $E_1/E_2 = 1,50$ et $\delta = 45^\circ$

Une autre combinaison de paramètres de déformabilité est évaluée afin de comparer les résultats et de tirer une conclusion sur l'effet de l'hypothèse voulant que  $\delta = 0^\circ$ . Cette fois le rapport de paramètres principaux  $E_1/E_2 = 1,50$ , toujours avec  $\delta = 45^\circ$  ce qui se traduit par un rapport  $E_x/E_y = 1,25$  si l'hypothèse de  $\delta = 0^\circ$  est retenue. Les coefficients de Poisson principaux et secondaires sont respectivement :  $\nu = \{0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40\}$  et  $\nu_{xy} = \{0,00, 0,08, 0,16, 0,24, 0,32\}$ .

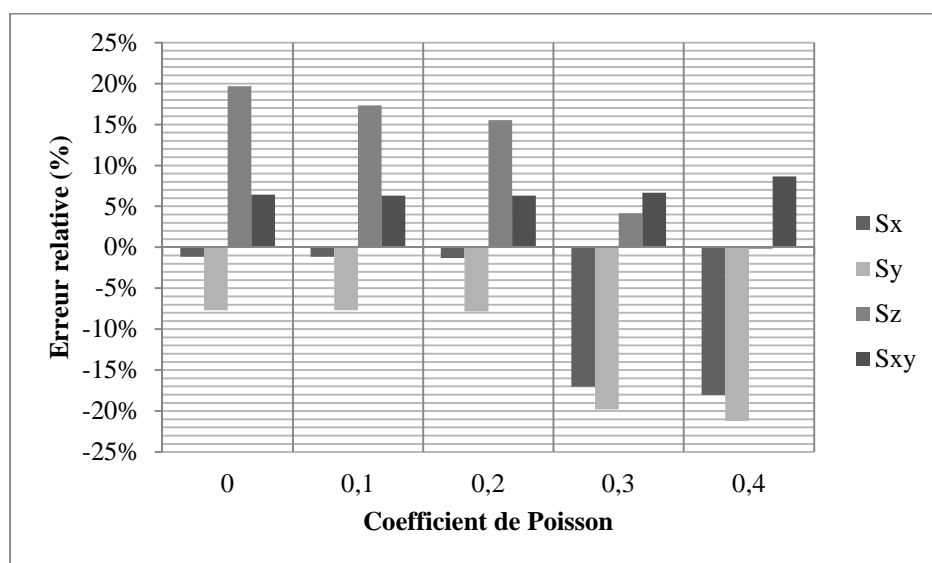


Figure 4.43 : Erreurs relatives obtenues sur les contraintes estimées à l'aide des paramètres de déformabilité secondaires supposant  $\delta = 0^\circ$  lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 1,50$ ,  $E_x/E_y = 1,25$

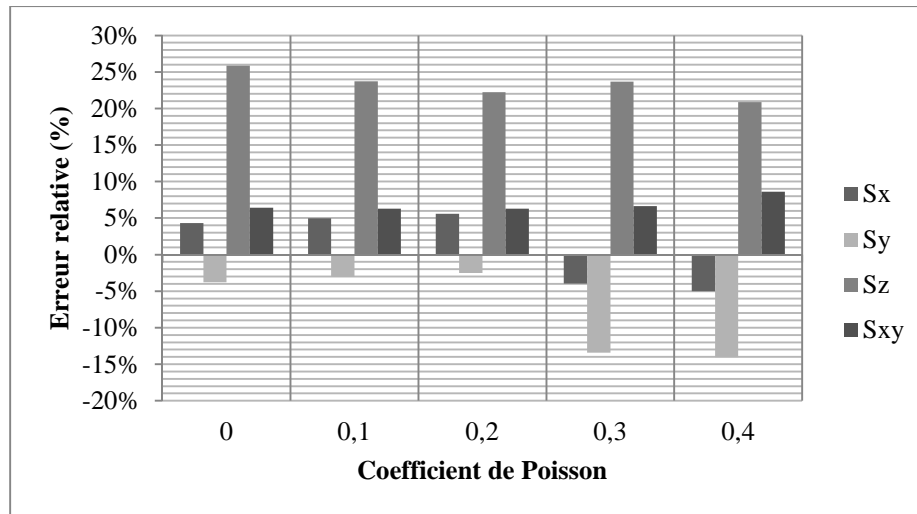


Figure 4.44 : Erreurs relatives obtenues en comparant les vrais et les pseudos-paramètres de déformabilité lorsque  $S = \{30, 20, 10, 10, 15, 10\}$  MPa,  $E_1/E_2 = 1,50$ ,  $E_x/E_y = 1,25$

Les résultats montrent la même tendance concernant les erreurs, mais elles sont légèrement inférieures pour le deuxième cas. On ne peut pas vraiment évaluer ces erreurs puisque les coefficients de Poisson secondaires sont tous ou presque tous dans un ordre de grandeur qui n'est pas disponible pour le présent projet étant donné que ces valeurs ne sont pas disponibles (Ouellet, 2012).

#### 4.2.4.3 Analyse du module de Young modifié pour un matériau isotrope

Sur le terrain, il est parfois difficile de dire si une roche est transversalement isotrope, donc les analyses suivantes sont faites dans le but de comparer une roche qui est en réalité anisotrope en prenant pour acquis qu'elle est isotrope. Pour ce faire, la moyenne des modules d'élasticité  $E_1$  et  $E_2$  d'un matériau transversalement isotrope est calculée afin d'en obtenir un seul pour les deux directions. Aussi, pour éviter toute approximation lors des calculs, seuls les coefficients de Poisson de 0,00 et 0,30 pour le cas où  $E_1/E_2 = 2$  sont évalués et seulement pour  $\nu = 0,00$  pour  $E_1/E_2 = 1,50$ .

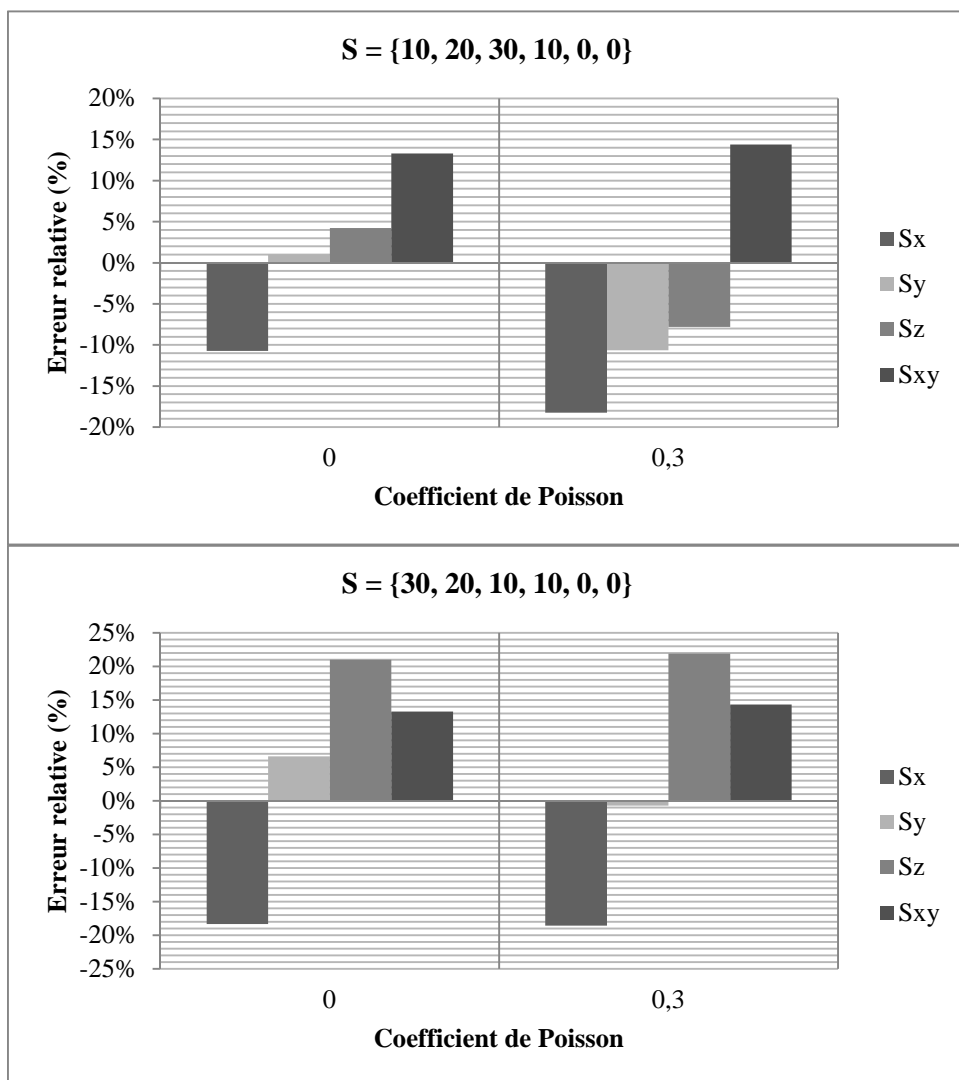


Figure 4.45: Erreurs relatives pour  $E_1/E_2 = 2,00$  lorsque les contraintes sont calculées avec l'hypothèse d'un matériau isotrope.



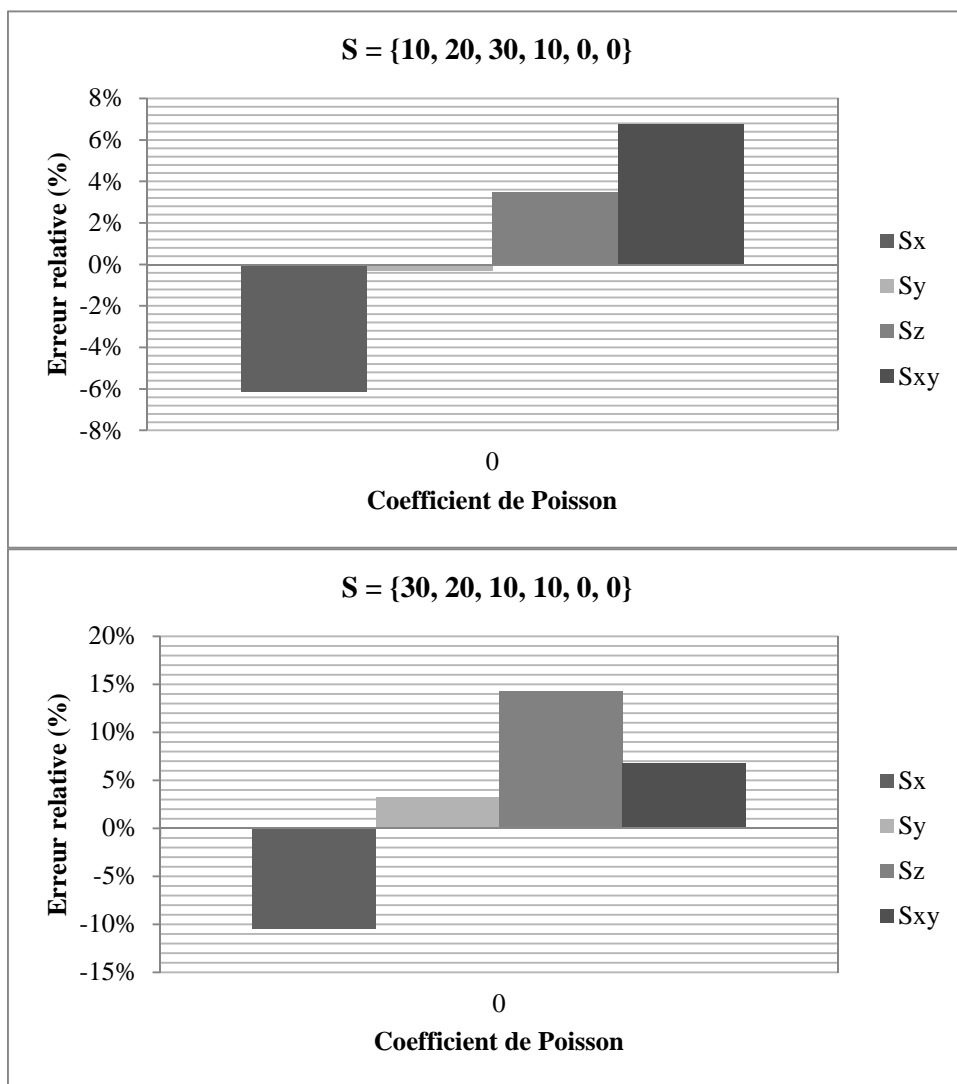


Figure 4.46: Erreurs relatives pour  $E_1/E_2 = 1,50$

Les erreurs sont de l'ordre d'environ 20 % au maximum, et ce, peu importe le rapport d'isotropie transversale. Celles obtenues pour un rapport de 1,50 sont légèrement plus faibles. Cela démontre que si le matériau présente des plans d'isotropie transversale et qu'il est considéré comme isotrope, les contraintes calculées avec la méthode inverse seraient tout de même acceptables. En comparant cette analyse avec la précédente, les erreurs sont plus faibles ici. Le tableau 4.21 fait la comparaison pour les rapports d'anisotropie  $E_1/E_2 = 1,50$  et  $E_1/E_2 = 2,00$ .

Tableau 4.21 : Comparaison des valeurs de contraintes pour un rapport  $E_1/E_2$  supposé unitaire

		Paramètres principaux $E_1/E_2 = 1,50$		Paramètres principaux $E_1/E_2 = 2,00$	
		Paramètres secondaires $E_x/E_y = 1,25$	Hypothèse d'isotropie $E_x/E_y = 1,00$	Paramètres secondaires $E_x/E_y = 1,50$	Hypothèse d'isotropie $E_x/E_y = 1,00$
v 0,00	Sxx (MPa)	9,77	8,77	9,50	7,85
	Syy (MPa)	18,46	19,93	17,37	20,20
	Szz (MPa)	33,94	30,70	36,64	30,85
	Sxy (MPa)	11,28	11,36	12,31	12,66
v 0,30	Sxx (MPa)	-	-	6,37	6,35
	Syy (MPa)	-	-	15,19	17,87
	Szz (MPa)	-	-	32,86	28,44
	Sxy (MPa)	-	-	12,81	12,88

## CHAPITRE 5    DISCUSSION

### 5.1 Synthèse des résultats

Une synthèse des résultats est présentée dans cette section afin de mettre en évidence les avantages et inconvénients de cette nouvelle méthode, appelée méthode inverse. Tout d'abord, les résultats pour l'ajout d'un bruit aléatoire sont rassemblés pour permettre de mieux visualiser l'ensemble de l'étude, ainsi que les résultats obtenus pour la comparaison des trois méthodes d'interprétation.

#### 5.1.1 Ajout d'un bruit aléatoire

Selon les résultats présentés au chapitre 4, il est possible d'affirmer que la méthode inverse développée précédemment et utilisée pour calculer le tenseur de contraintes fonctionne pour les matériaux isotropes et transversalement isotropes. En effet, lorsque les courbes de récupération obtenues sur le terrain ne présentent aucune erreur de mesure et que les paramètres de déformabilité et leurs orientations sont bien déterminés, la méthode inverse donne des erreurs relatives nulles sur chacune des composantes du tenseur, et ce, pour tous les rapports d'isotropie transversale.

Il est important de comprendre que lorsque le matériau est isotrope ou transversalement isotrope avec une plongée du plan d'isotropie  $\delta = 0^\circ$ , les contraintes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  ne peuvent pas être calculées puisqu'elles ont un effet nul dans le plan du fond de trou. Dans ce cas, il est nécessaire de procéder à un deuxième forage d'une orientation différente au premier afin de calculer le tenseur complet de contraintes. Tout comme avec la méthode RPR, il s'agit là d'un gain de temps et d'argent d'approximativement 33% puisqu'un troisième trou n'est pas requis, contrairement à la méthode conventionnelle. Un trou de forage incluant la main d'œuvre, la machinerie, la mobilisation de la machinerie, etc. coûte environ 17 000\$ alors que cela vaut environ 28 000\$ pour deux trous et environ 42 000\$ pour trois trous.

Lorsque le matériau est transversalement isotrope avec une plongée du plan d'isotropie comprise supérieure à  $0^\circ$  et inférieure à  $90^\circ$ , il est possible, en théorie, d'affirmer que la méthode inverse fonctionne et donne à partir d'une seule mesure, le tenseur de contrainte in situ complet. Si aucun bruit ou erreur de mesure ne vient perturber les courbes de récupération, les erreurs sur les

composantes du tenseur sont négligeables. Le tableau 5.1 présente les erreurs relatives obtenues pour cinq coefficients de Poisson et trois rapports d'anisotropie. L'erreur maximale est sur la contrainte  $S_{yz}$  et est égale à 1,92%, ce qui est très faible. Comme il a été mentionné précédemment, les erreurs sont toujours plus grandes sur les contraintes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  puisque l'effet de ces composantes sur les déformations récupérées en fond de trou est très faible.

Tableau 5.1 : Erreurs relatives obtenues lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa

		Erreur relative (%)						
		$\nu = 0$	$\nu = 0,1$	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,4$	Moyenne	Écart-type
$E_1/E_2 = 1,25$	$S_{xx}$	0,04%	0,03%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	0,02%
	$S_{yy}$	0,19%	0,14%	0,12%	0,00%	0,08%	0,11%	0,07%
	$S_{zz}$	0,02%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,01%
	$S_{xy}$	0,03%	0,05%	0,04%	0,01%	0,01%	0,03%	0,02%
	$S_{xz}$	0,79%	1,28%	0,91%	0,26%	0,18%	0,68%	0,46%
	$S_{yz}$	1,92%	1,35%	1,12%	0,00%	0,67%	1,01%	0,72%
$E_1/E_2 = 1,50$	$S_{xx}$	0,03%	0,04%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%
	$S_{yy}$	0,14%	0,16%	0,11%	0,10%	0,04%	0,11%	0,05%
	$S_{zz}$	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%
	$S_{xy}$	0,13%	0,06%	0,02%	0,13%	0,01%	0,07%	0,06%
	$S_{xz}$	1,69%	0,75%	0,30%	1,51%	0,10%	0,87%	0,71%
	$S_{yz}$	0,76%	0,87%	0,56%	0,50%	0,16%	0,57%	0,27%
$E_1/E_2 = 2,00$	$S_{xx}$	0,04%	0,04%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
	$S_{yy}$	0,16%	0,13%	0,07%	0,04%	0,02%	0,08%	0,06%
	$S_{zz}$	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
	$S_{xy}$	0,13%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,03%	0,05%
	$S_{xz}$	0,92%	0,12%	0,07%	0,05%	0,03%	0,24%	0,38%
	$S_{yz}$	0,52%	0,40%	0,21%	0,11%	0,06%	0,26%	0,19%

Par contre, lorsque ces courbes sont entachées d'un bruit quelconque sur les déformations, les erreurs sur les contraintes augmentent comparativement à des courbes parfaitement lisses. On remarque également que l'ajout d'un bruit aléatoire fait en sorte que les erreurs sur les composantes de contraintes  $S_{xz}$  et  $S_{yz}$  sont énormes, c'est-à-dire, d'un ordre de grandeur d'environ 1000%. C'est la raison pour laquelle il faut considérer que seules les trois composantes normales et la composante de cisaillement  $S_{xy}$  peuvent être raisonnablement et

pratiquement estimées avec l'approche inverse. Pour l'obtention du tenseur complet, il faut procéder à un deuxième forage dans une direction différente. Les erreurs relatives obtenues suite à cet ajout de bruit aléatoire sont d'un ordre de grandeur acceptable, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur d'environ 20% au maximum sur la composante  $S_{zz}$ . Les erreurs moyennes pour dix simulations de mesure en présence de bruit sont généralement plus faibles que le niveau de bruit relatif calculé sur les déformations. Le tableau 5.2 fait une synthèse des erreurs relatives obtenues pour tous les cas analysés lors de l'ajout d'un bruit aléatoire.

Tableau 5.2 : Erreurs relatives moyennes sur les composantes de contraintes pour toutes les combinaisons de paramètres analysées dans la présente étude

Erreurs relatives moyennes (%)														
Isotropie														
$E_1/E_2$	$\delta$ (°)	Bruit (%)	{ 10, 20, 30, 0, 0, 0 }				{ 15, 15, 10, 5, 0, 0 }				{ 10, 10, 20, 5, 0, 0 }			
			$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$
1	90	5	0,6%	0,5%	1,5%	0,1%	1,2%	1,2%	2,8%	0,4%	0,8%	0,8%	2,0%	0,2%
1	90	10	1,2%	1,3%	3,0%	0,2%	3,5%	2,9%	8,1%	0,6%	1,7%	1,7%	4,1%	0,2%
1	90	15	2,5%	2,3%	5,5%	0,3%	4,5%	4,5%	12,3%	0,9%	3,1%	2,8%	6,7%	0,4%
1	90	20	2,3%	2,7%	5,7%	0,5%	5,4%	6,0%	16,3%	1,6%	4,3%	4,2%	11,2%	0,4%
1	90	25	3,0%	2,3%	6,1%	0,7%	7,1%	8,2%	17,3%	1,0%	2,6%	3,3%	8,5%	0,5%
1	90	30	3,2%	3,7%	8,1%	0,6%	10,7%	10,4%	27,0%	1,5%	5,0%	4,7%	12,7%	0,8%
Isotropie transversale														
$E_1/E_2$	$\delta$ (°)	Bruit (%)	{ 10, 20, 30, 10, 15, 10 }				{ 15, 15, 10, 5, 15, 10 }				{ 10, 10, 20, 5, 15, 10 }			
			$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$	$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{zz}$	$S_{xy}$
1,25	0	20	3,3%	2,7%	8,3%	0,7%	-	-	-	-	-	-	-	-
1,25	45	20	3,5%	5,5%	8,9%	2,9%	-	-	-	-	-	-	-	-
1,50	0	20	7,3%	6,4%	20,7%	0,9%	-	-	-	-	-	-	-	-
1,50	45	20	5,4%	9,6%	10,6%	5,4%	-	-	-	-	-	-	-	-
2,00	0	20	6,5%	4,0%	16,3%	1,7%	4,5%	3,9%	15,2%	2,1%	5,4%	3,1%	12,3%	1,0%
2,00	45	20	5,7%	15,2%	12,4%	9,8%	-	-	-	-	-	-	-	-

À partir de ces tableaux, il est possible d'affirmer que cette méthode est efficace. On constate que l'erreur la plus grande est toujours sur la composante  $S_{zz}$  et elle est toujours environ égale à la valeur de bruit ajouté aux déformations, c'est-à-dire égale à un certain pourcentage de la valeur de la déformation récupérée principale majeure.

### 5.1.2 Comparaison des trois méthodes d'interprétation

Une étude comparative permet de déterminer laquelle des trois méthodes d'interprétation est la plus efficace ou la plus précise entre la méthode conventionnelle, RPR et inverse. Les résultats présentés aux sections 4.1.2 et 4.2.2 permettent de montrer qu'en moyenne, après dix essais, la méthode inverse est plus juste pour le calcul des composantes du tenseur de contraintes. Par contre, il est important de comprendre la nuance entre les courbes entachées d'erreurs aléatoires et celles qui sont parfaitement lisses. En effet, la présente étude a permis de réaliser que lorsqu'une courbe simulée numériquement ne comporte aucune oscillation aléatoire, les trois méthodes, conventionnelle, RPR et inverse, sont très justes pour calculer les contraintes, sauf que la méthode conventionnelle ne donne aucune information à partir d'une mesure unique et qu'elle requiert trois sondages pour estimer le tenseur de contrainte in situ complet. Cependant, lorsque ces mêmes courbes comportent du bruit, la méthode RPR devient très sensible aux erreurs ajoutées et les erreurs sur les contraintes calculées peuvent être très variables. C'est donc la raison pour laquelle la méthode inverse devient utile. En effet, les erreurs sont beaucoup plus faibles lorsque les composantes du tenseur de contraintes sont calculées avec cette méthode.

## 5.2 Limitation de l'étude

Les conclusions tirées des résultats obtenus dans la présente étude sont valables à l'intérieur du cadre défini pour le projet en ce qui concerne le choix des paramètres de déformabilité, des niveaux de bruits aléatoires et des chargements utilisés. Tout d'abord, tous les calculs de l'étude sont basés principalement sur une modélisation numérique faite par Ouellet (2012).

Afin de représenter le plus fidèlement possible la réalité, des erreurs aléatoires, appelées précédemment bruit aléatoire, ont été ajoutées aux valeurs de la modélisation. Ces pourcentages de valeurs ont été choisis arbitrairement et générés aléatoirement par une distribution équiprobable dans excel, afin de reproduire d'une façon parfois exagérée la grandeur que peuvent avoir les oscillations sur les courbes de déformation récupérées obtenues sur le terrain.

Le même raisonnement s'applique pour le choix des chargements appliqués. Les différentes combinaisons de composantes de contraintes ont été choisies arbitrairement par l'auteure afin de représenter des valeurs du tenseur de contraintes qu'il est possible de retrouver dans les massifs rocheux à des profondeurs où se situent beaucoup de mines souterraines. Les erreurs calculées le

sont donc par rapport à certains cas de chargement et elles peuvent varier si le chargement varie aussi.

Un autre aspect limitant du projet est que l'hétérogénéité à l'échelle de la carotte de roc ou à l'échelle du massif rocheux n'est pas prise en compte. Il est important de comprendre que l'hétérogénéité du massif peut avoir un effet sur les valeurs de contraintes du tenseur et sur les courbes de récupération, mais dans le présent projet, cet aspect est négligé. Toutefois, les travaux de Yaméogo et al. (2013) montrent que la technique du *Doorstopper* modifié associée à la détermination des propriétés de déformabilité avec les carottes de roche impliquées dans la mesure in situ, permet de bien tenir compte des effets de l'hétérogénéité en utilisant le concept d'anisotropie équivalente.

### 5.3 Recommandations

Pour la suite des travaux, afin de généraliser la méthode inverse, il faut qu'elle puisse être applicable à n'importe quelle combinaison de rapports  $E_1/E_2$ ,  $\nu$  et  $\delta$ . Pour ce faire, d'autres simulations numériques couvrant des valeurs plausibles de ces paramètres pourraient être effectuées et des interpolations pourraient être faites afin de pouvoir traiter tous les cas.

Afin d'approfondir cette nouvelle méthode, il serait souhaitable d'évaluer l'impact de différentes distributions de bruit aléatoire ou de différentes combinaisons de chargement sur la justesse d'estimation des contraintes.

Il est également recommandé de procéder à des simulations de mesures de contraintes en laboratoire sur des modèles physiques soumis à des contraintes connues initialement, afin de vérifier que la méthode inverse fonctionne aussi pour des cas où les déformations récupérées ne sont plus obtenues d'un modèle numérique, mais de manière expérimentale.

Aussi, comme cela peut se produire sur le terrain, il serait souhaitable d'analyser l'effet d'un surcarottage interrompu avant le relâchement complet des contraintes, comme par exemple suite à la rencontre d'une fracture. Lorsque cela se produit, la courbe de déformations récupérées n'est pas complète et atteint un plateau de déformations de façon brutale. Il serait souhaitable d'évaluer la méthode dans une telle situation.

## CONCLUSION

En conclusion, cette étude a permis de développer une méthode novatrice d'interprétation des contraintes *in-situ* avec une cellule *Doorstopper* modifiée. Chacun des objectifs spécifiques ont été atteints. En effet, des paramètres d'interpolation ont été obtenus qui permettent de calculer les courbes de récupération unitaires pour tous les types de roche isotropes ou transversalement isotropes qui ont un rapport d'anisotropie équivalent à ceux analysés dans ce mémoire. Ensuite, la comparaison de trois méthodes d'interprétation différentes a montré que la méthode inverse est plus précise que les deux autres approches existantes. Également, les impacts de certaines erreurs expérimentales ont été évalués dans le but de connaître leur influence sur la justesse d'estimation du tenseur de contraintes *in situ*. Il est important de se rappeler que cette étude a pu être réalisée grâce aux données de modélisation numérique du mémoire d'Ouellet (2012).

Cette nouvelle méthode a quelques avantages qui ne sont pas à négliger. Un avantage important est qu'il est possible d'obtenir, sous certaines conditions, le tenseur complet, c'est-à-dire les six composantes de contraintes, en procédant à une mesure unique dans un seul sondage. Pour cela, le matériau doit être transversalement isotrope, la plongée au plan d'isotropie doit être comprise entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  et la courbe des déformations récupérées doit comporter un minimum d'erreurs. Ceci est réaliste puisque la majorité des roches sont anisotropes et les technologies d'acquisition de données actuelles permettent de minimiser les erreurs de mesure. Il reste quand même que si les courbes obtenues sur le terrain comportent des erreurs, il est tout de même possible d'obtenir le tenseur de contraintes complet des mesures dans deux trous de forage, et ce, avec une meilleure précision que les méthodes conventionnelle et RPR.

Enfin, il a été montré que, dans les conditions analysées dans le cadre de cette étude, cette méthode est plus précise que les méthodes existantes (conventionnelle et RPR), mais il est important de comprendre que celles-ci peuvent tout de même être utilisées afin de faire une comparaison des valeurs obtenues et de s'assurer que ces valeurs sont réalistes et plausibles.



## BIBLIOGRAPHIE

- Amadei, B., & Stephansson, O. (1997). *Rock stress and its measurement* (1st<sup>e</sup> éd.). London, U.K.: Chapman & Hall.
- Batugin, S., & Nirenburg, R. (1972). Approximate relation between the elastic constants of anisotropic rocks and the anisotropy parameters. *Journal of Mining Science*, 8(1), 5-9.
- Bernede, J. (1974). Mesures des contraintes au vérin plat - Nouvelles possibilités News developments in the flat jack test Spannungsmessungen mit druckkissen-neue anwendungen. *Progres en mecanique des roches*, 2 433.
- Blackwood, R. (1976). *An instrument to measure the complete stress field in soft rock or coal in a single operation*. Communication présentée à Proc. Int. Symp. on Field Measurements in Rock Mechanics (vol. 1, p. 137-150).
- Bock, H., & Foruria, V. (1983). *A recoverable borehole slotting instrument for in situ stress measurements in rock not requiring overcoring*. Communication présentée à Proceedings of the International Symposium on Field Measurements in Geomechanics (vol. 1, p. 15-29).
- Brady, B. H. G., & Brown, E. T. (2004). *Rock Mechanics: For underground mining*: Springer Netherlands.
- Chou, P. C. (1992). *Elasticity: tensor, dyadic, and engineering approaches*: Courier Dover Publications.
- Cloix, R. (2010). *Influence de l'heterogeneite du massif rocheux sur le calcul des contraintes in situ*. (M.Sc.A., Ecole Polytechnique, Montreal (Canada), Ann Arbor). Accessible par Dissertations & Theses @ Ecole Polytechnique de Montreal; ProQuest Dissertations & Theses A&I; ProQuest Dissertations & Theses Full Text.
- Corthésy, R. (2013). Communication Personnelle
- Corthésy, R. (1982). *Développement d'une méthode analytique d'interprétation des mesures de pressions de terrains par la technique du "doorstopper" pour des roches anisotropes et non linéaires*. (École polytechnique de Montréal).
- Corthesy, R., & Gill, D. E. (1990). Integrated approach to rock stress measurement using the doorstopper cell. *Canadian Geotechnical Conference* 463-469.
- Corthesy, R., & Leite, M. H. (2013). *GML6002 - Mécanique des roches II*.
- Corthesy, R., Leite, M. H., Gill, D. E., & Gaudin, B. (2003). Stress measurements in soft rocks. *Engineering Geology*, 69(3-4), 381-397. doi: 10.1016/S0013-7952(03)00072-3
- Corthésy, R., Leite, M. H., He, G., & Gill, D. E. (1994). The RPR method for the doorstopper technique: Four or six stress components from one or two boreholes. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 31(5), 507-516. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(94\)90152-X](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(94)90152-X)
- Dantu, P. (1958). *Étude des contraintes dans les milieux hétérogenes: application au béton... Utilisation des réseaux pour l'étude des déformations*. : Institut technique du bâtiment et des travaux publics, Association française des ponts et charpentes.

- Fairhurst, C. (1986, 1–3 Sept 1986). *In-situ stress determination — an appraisal of its significance in rock mechanics*. Communication présentée à Proc International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurement, Stockholm (vol. 24, p. 3–17). doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(87\)90652-8](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(87)90652-8)
- Fouial, K., Alheib, M., Baroudi, H., & Trentaux, C. (1998). Improvement in the interpretation of stress measurements by use of the overcoring method: development of a new approach. *Engineering Geology*, 49(3-4), 239-252. doi: 10.1016/s0013-7952(97)00055-0
- Gill, D. E., Corthesy, R., Ouellet, J., Dube, P. B., & Nguyen, D. (1987). Improvements to standard doorstopper and Leeman cell stress measuring techniques. *Proceedings of the International Symposium on Field Measurements in Geomechanics*, 2, Vol. 1 75-83.
- Gonzaga, G., Leite, M., & Corthésy, R. (2008). Determination of anisotropic deformability parameters from a single standard rock specimen. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(8), 1420-1438.
- Gray, W. M., & Toews, N. A. (1967). *Analysis of Accuracy In the Determination of the Ground-stress Tensor By Means of Borehole Devices*.
- Hakala, M., Hudson, J. A., & Christiansson, R. (2003). Quality control of overcoring stress measurement data. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(7–8), 1141-1159. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.07.005>
- Hocking, G. (1976). Three-dimensional elastic stress distribution around the flat end of a cylindrical cavity. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 13(12), 331-337. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(76\)91059-7](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(76)91059-7)
- Jaeger, J. C., Cook, N. G. W., & Zimmerman, R. (2009). *Fundamentals of Rock Mechanics (4th Edition)*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-Blackwell.
- Leeman, E. (1964). *The measurement of stress in rock*: National Mechanical Engineering Research Institute.
- Leeman, E. (1969). The "doorstopper" and triaxial rock stress measuring instruments developed by the CSIR. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* 305-339.
- Morrison, R. G. K. (1976). *A Philosophy of Ground Control: A Bridge Between Theory and Practice*. Montréal McGill University: Department of Mining and Metallurgical Engineering, McGill University.
- Obert, L., Merrill, R. H., & Morgan, T. A. (1962). *Borehole deformation gage for determining the stress in mine rock* (Rapport n° BM-RI-5978 United States Tue Feb 12 15:59:30 EST 2008 Bureau of Mines, Washington, DC.TIC; EDB-77-097610English).
- Ouellet, A. C. (2012). *Interpretation de mesures de contraintes realisees avec une cellule doorstopper modifiee en milieu anisotrope*. (M.Sc.A., Ecole Polytechnique, Montreal (Canada), Ann Arbor). Accessible par ProQuest Dissertations & Theses Full Text.
- Perman, F., & Sjöberg, J. (2003). *Forsmark Site Investigation: Transient Strain Analysis of Overcoring Measurements in Boreholes DBT-1 and DBT-3: SKB*.
- Pinto, J. L. C.-G., J G. (1984). Determination of the state of stress of rock masses by the small flat jack (SFJ) method : Pinto, J L; Charrua-Graca, J G Proc 5th Congress of the

- International Society for Rock Mechanics, Melbourne, 10–15 April 1983V2, PF79–F83. Publ Rotterdam: A. A. Balkema, 1983. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 21(5), A189. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(84\)92911-5](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(84)92911-5)
- Rahn, W. (1984). Stress concentration factors for the interpretation of “doorstopper” stress measurements in anisotropic rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 21(6), 313-326. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(84\)90364-4](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(84)90364-4)
- Rocha, M., Baptista Lopes, J. J., & Da Silva, J. N. (1966). *A new technique for applying the method of the flat jack in the determination of stresses inside rock masses*. Communication présentée à 1st ISRM Congress.
- Savage, W. Z., Amadei, B. P., & Swolfs, H. S. (1986). *Influence of rock fabric on gravity-induced stresses* Communication présentée à Proc International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurement, Stockholm (vol. 24, p. 99–110). doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(87\)90649-8](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(87)90649-8)
- Sousa, L. R., Martins, C. S., & Lamas, L. N. (1986). Development of the techniques of measurement and interpretation of the state of stress in rock masses Application to Castelo do Bode tunnel. *I* 319.
- Sugawara, K., & Obara, Y. (1997). *Rock stress: proceedings of the International Symposium on Rock Stress, Kumamoto, Japan 7-10 October 1997*. Rotterdam: Balkema.
- Tincelin, M. (1952). Mesure des pressions de terrain dans les mines de fer de l'Est. *Ann. Inst. Tech. Batim. Trav. Publics*, 58 972-980.
- Volpi, L. (2004). Tutorial of Numerical Analysis for MATRIX. XLA: Matrices and Linear Algebra. *Foxes Team*.
- Yaméogo, S. T., Corthésy, R., & Leite, M. H. (2013). Influence of local heterogeneity on Doorstopper stress measurements. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 60(0), 288-300. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2013.01.001>

## ANNEXE A – Analyse du bruit aléatoire pour un matériau isotrope

Les graphiques présentés ici sont complémentaires à ceux qui se trouvent à la section 4.1.1. Ils présentent les pourcentages d'erreur relative sur les composantes du tenseur de contraintes pour chaque essai.

Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

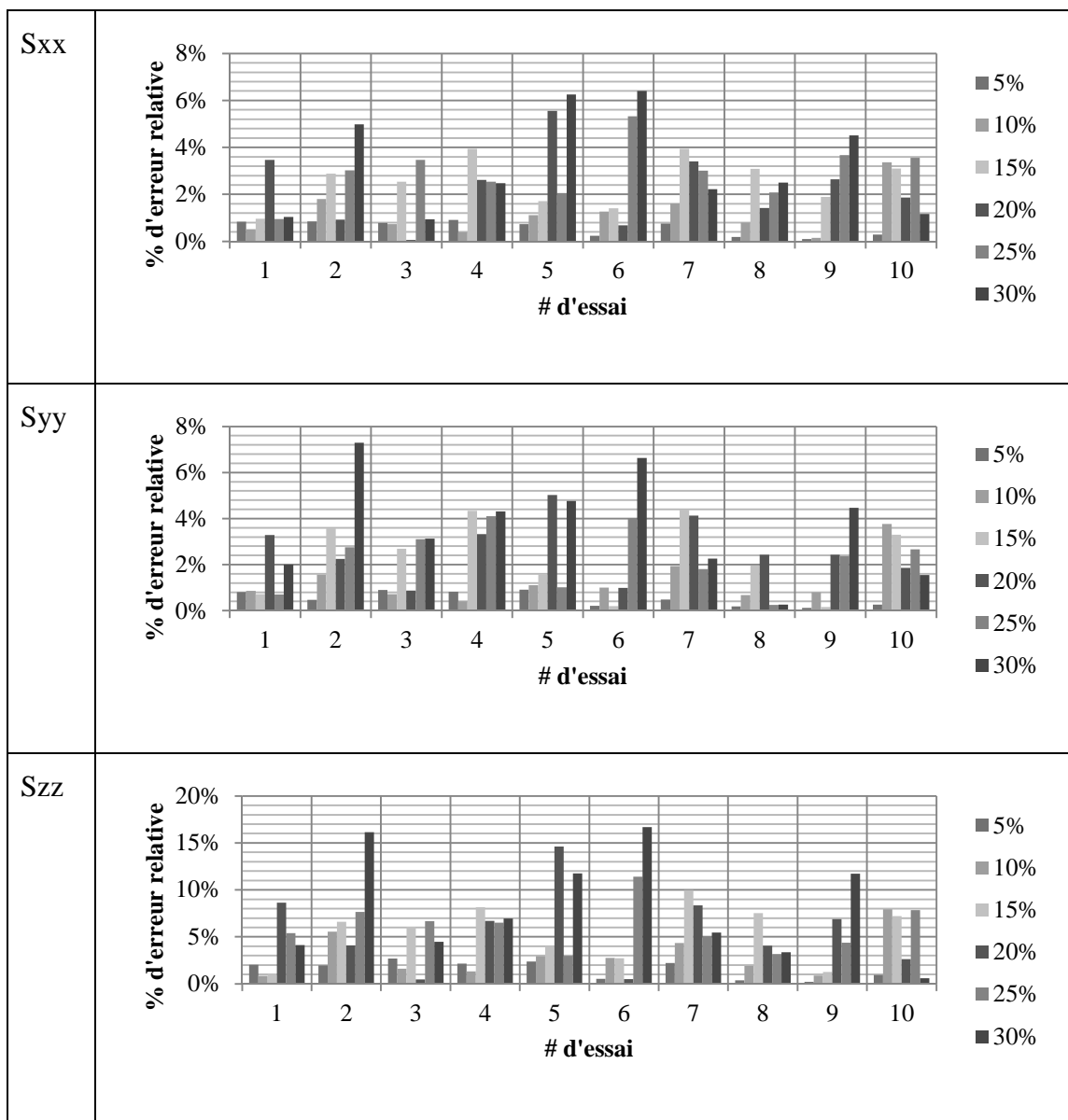


Figure A.1 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

Cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa

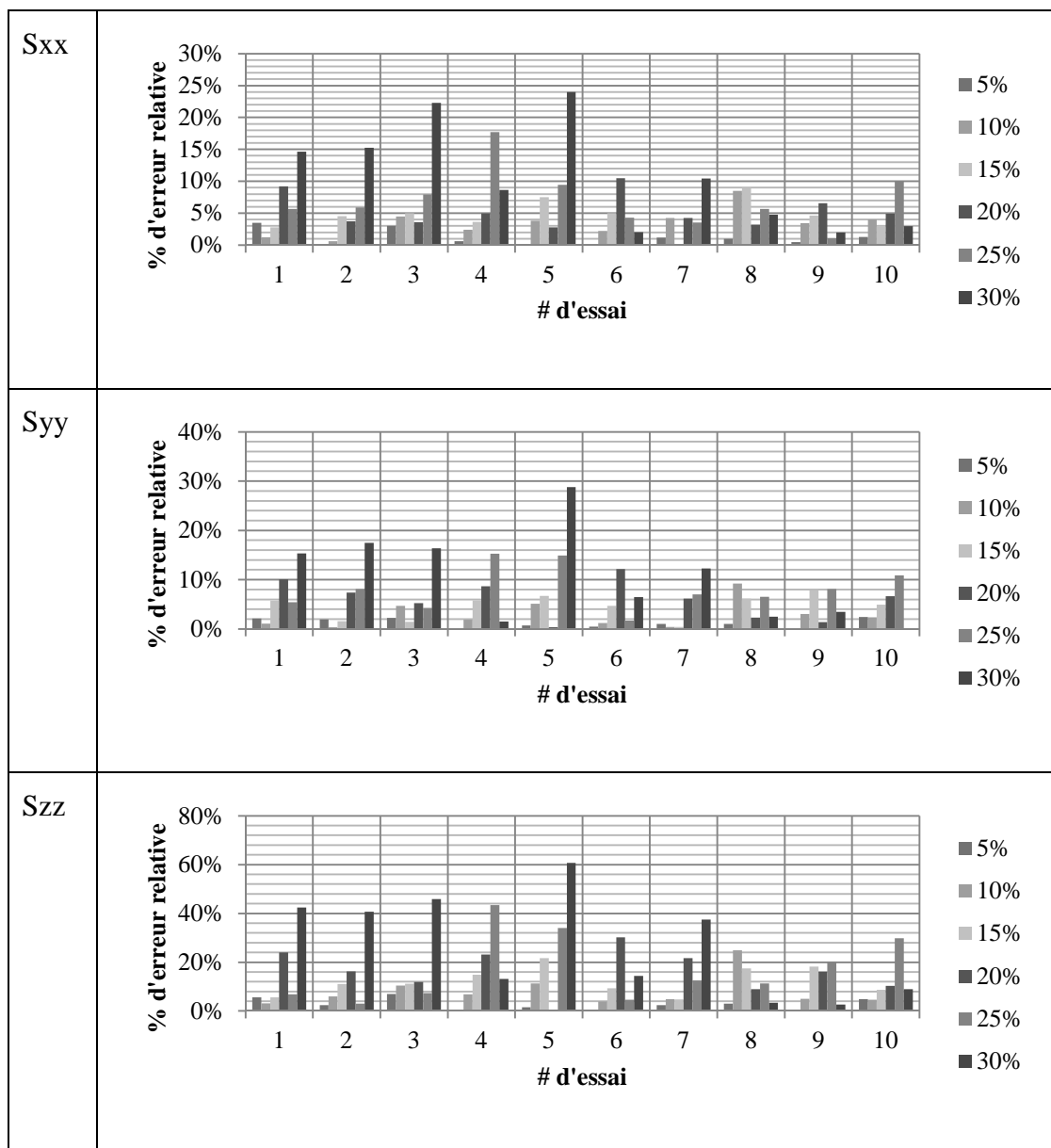


Figure A.2 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa

Cas de chargement  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

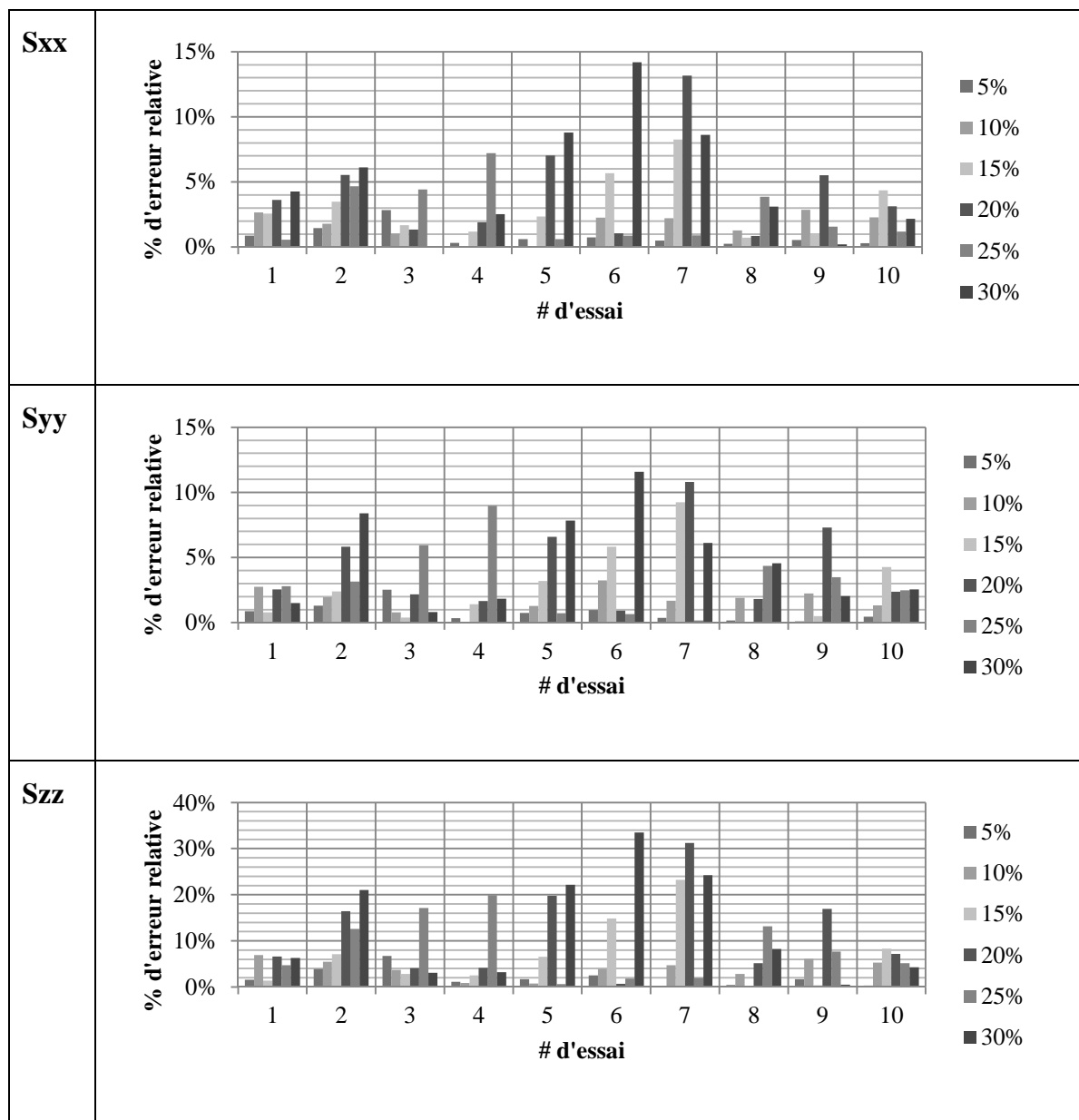


Figure A.3 : Erreurs sur les 3 composantes normales pour  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

## ANNEXE B – Comparaison des trois méthodes avec Szz posé

### Matériau isotrope

Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

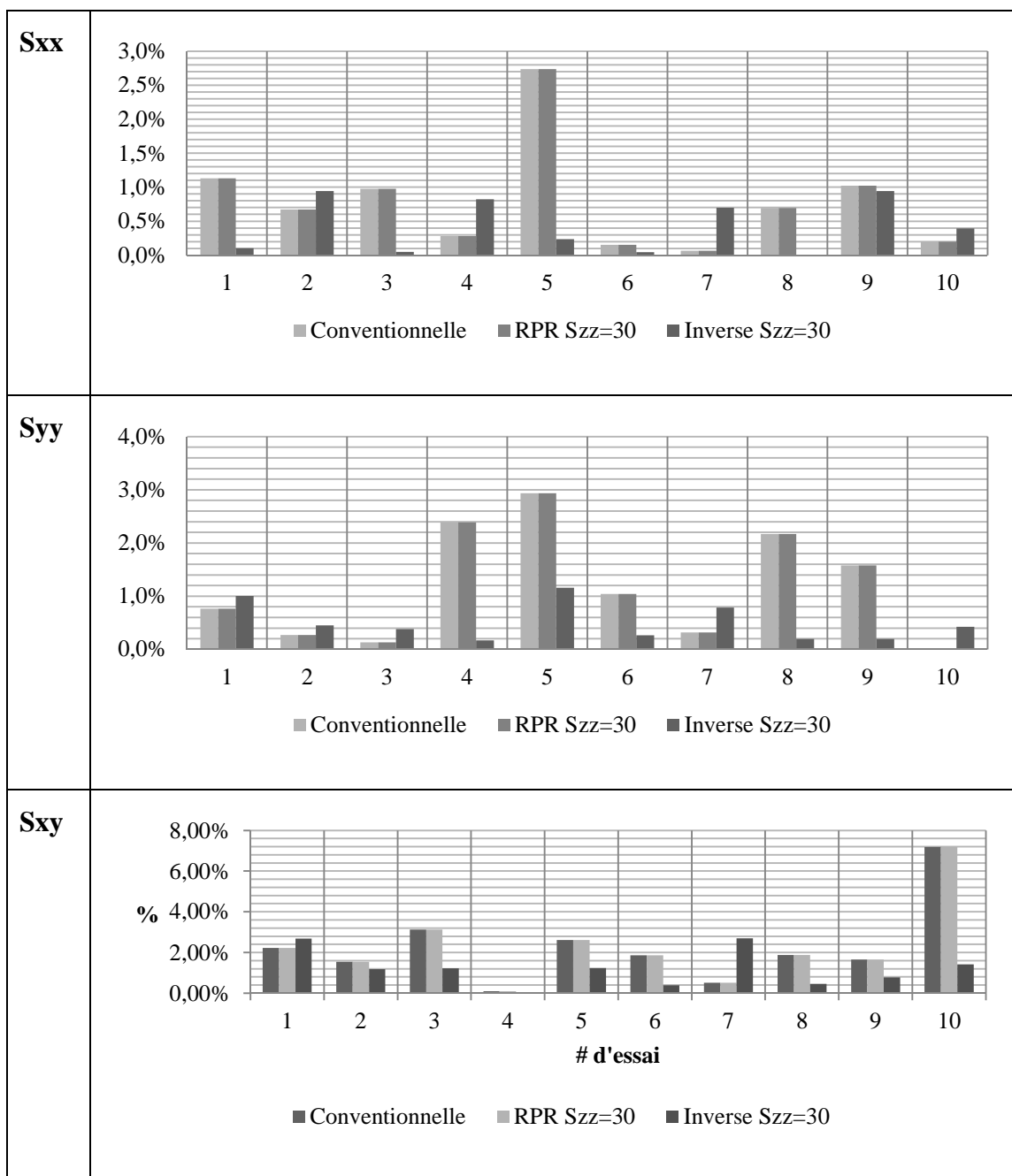


Figure B.1 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{10, 20, 30, 0, 0, 0\}$  MPa

Cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa

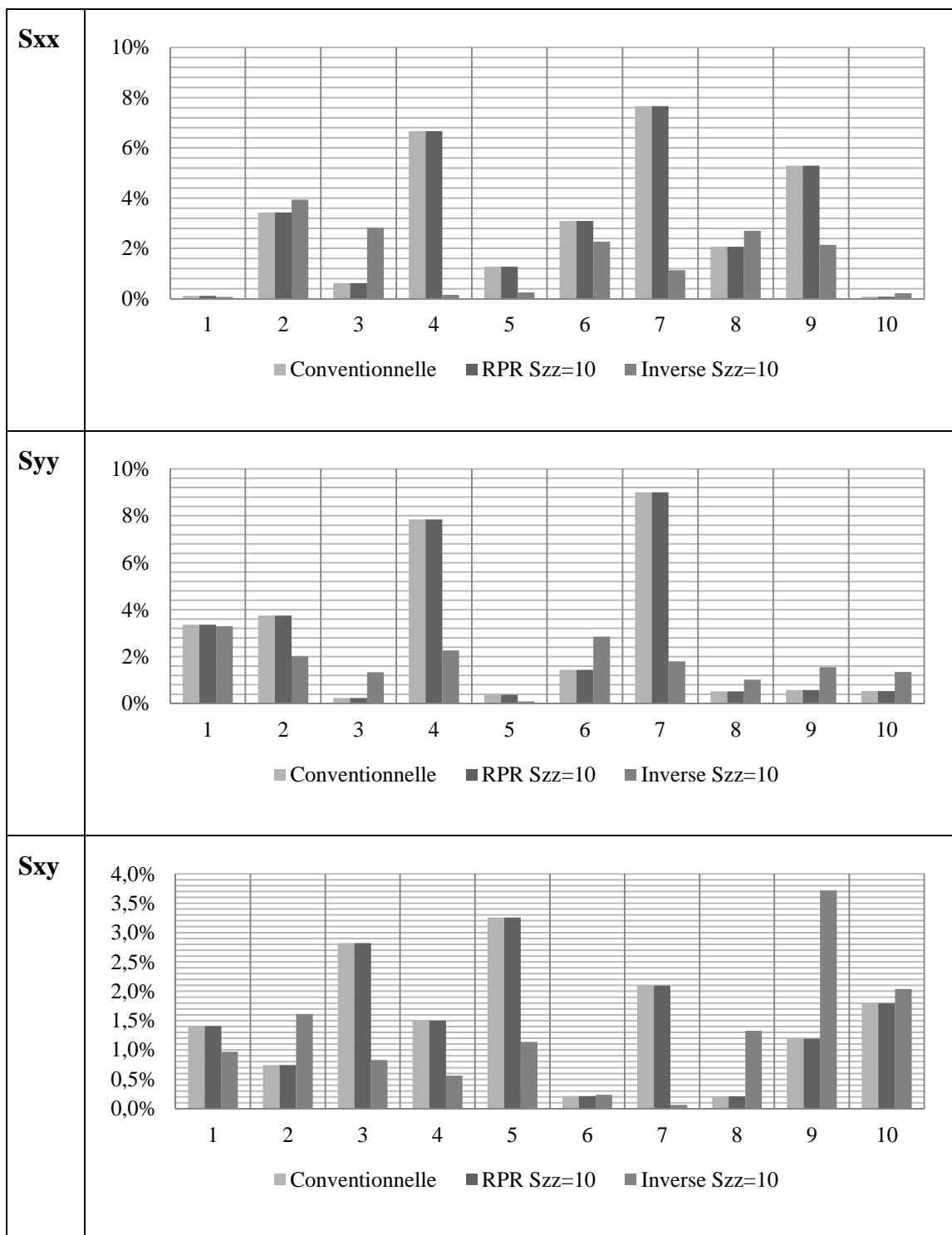


Figure B.2 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 0, 0\}$  MPa



Cas de chargement  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

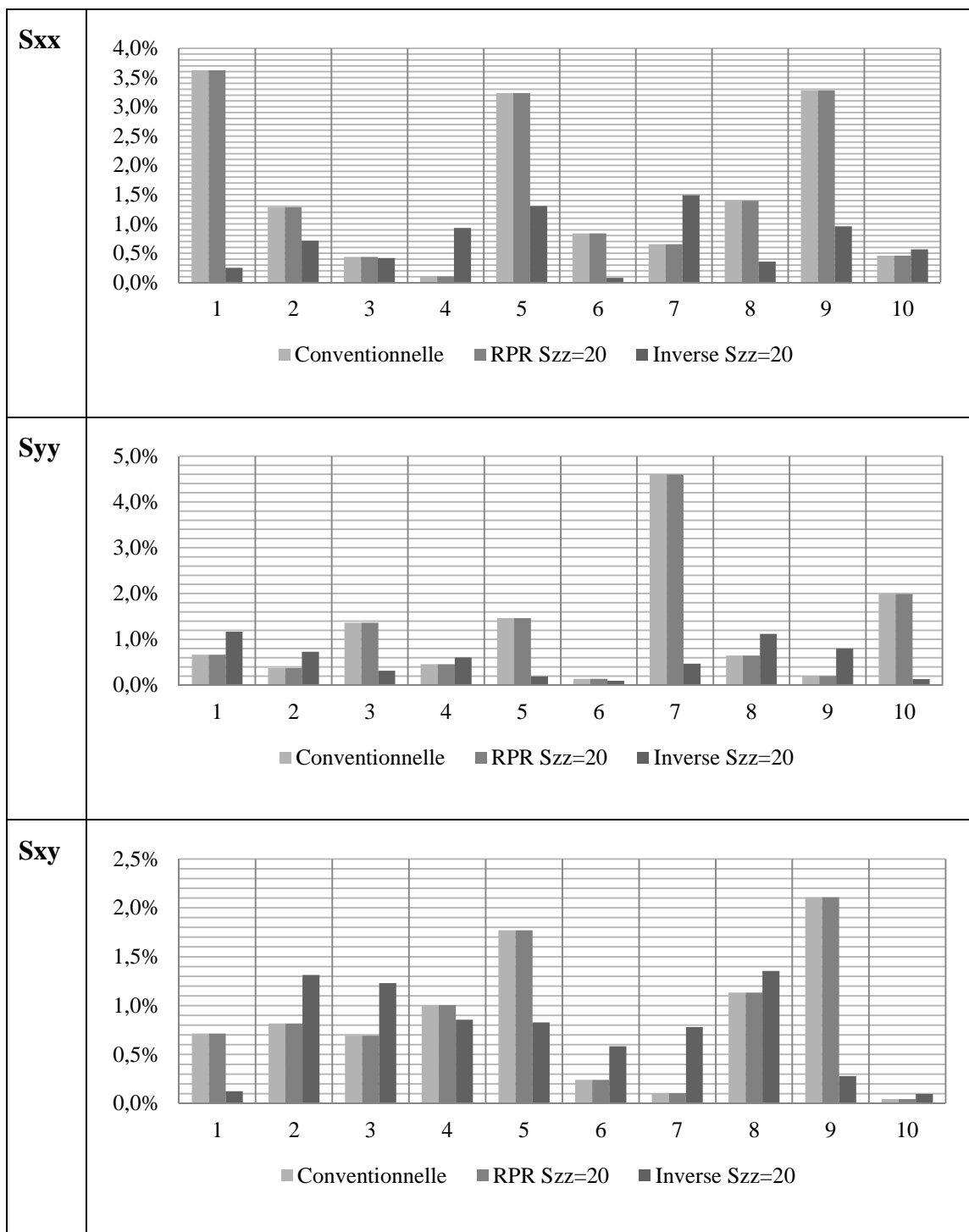


Figure B.3 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 0, 0\}$  MPa

### Matériau transversalement isotrope

Cas de chargement  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa

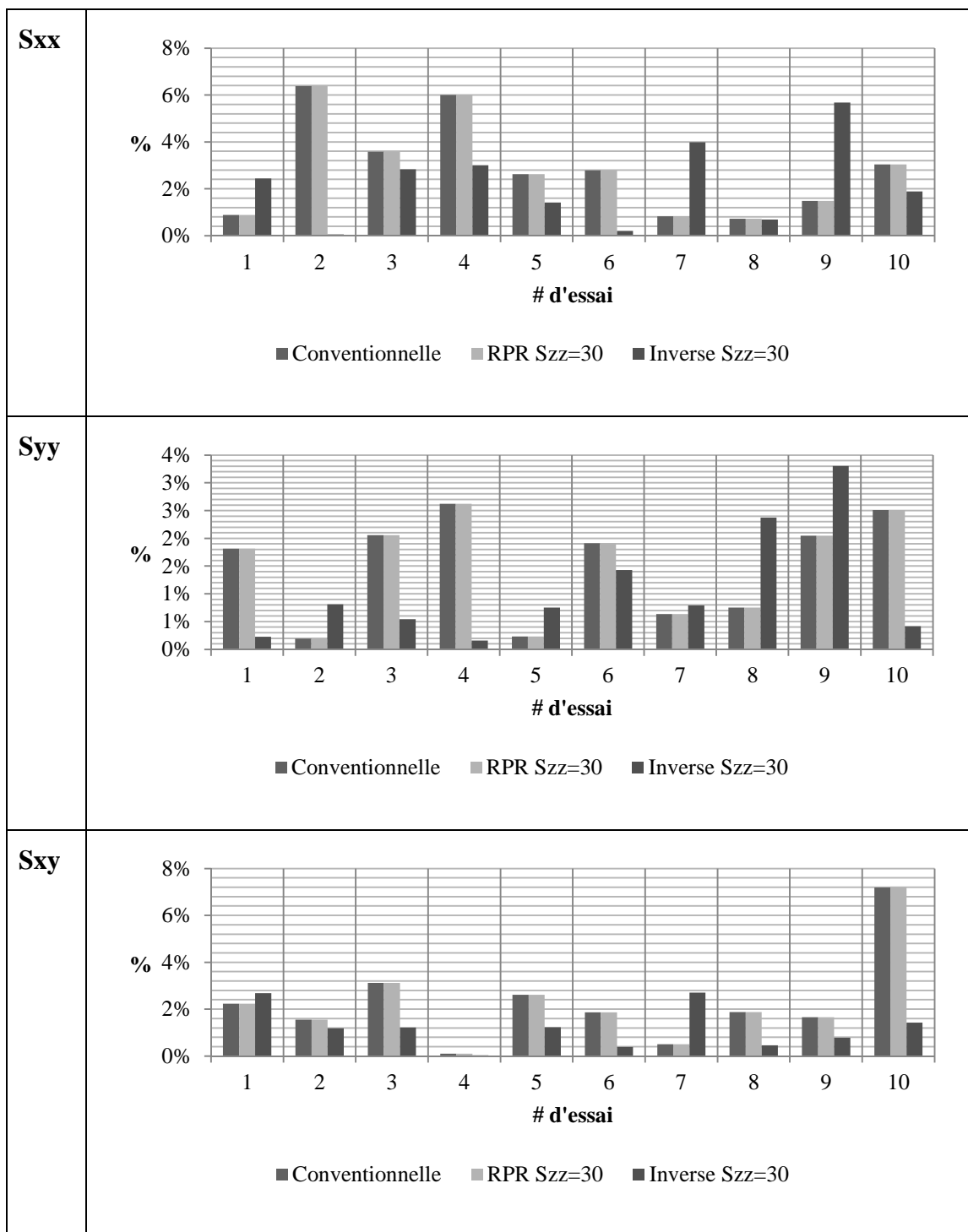


Figure B.4 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{10, 20, 30, 10, 15, 10\}$  MPa

Cas de chargement  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa

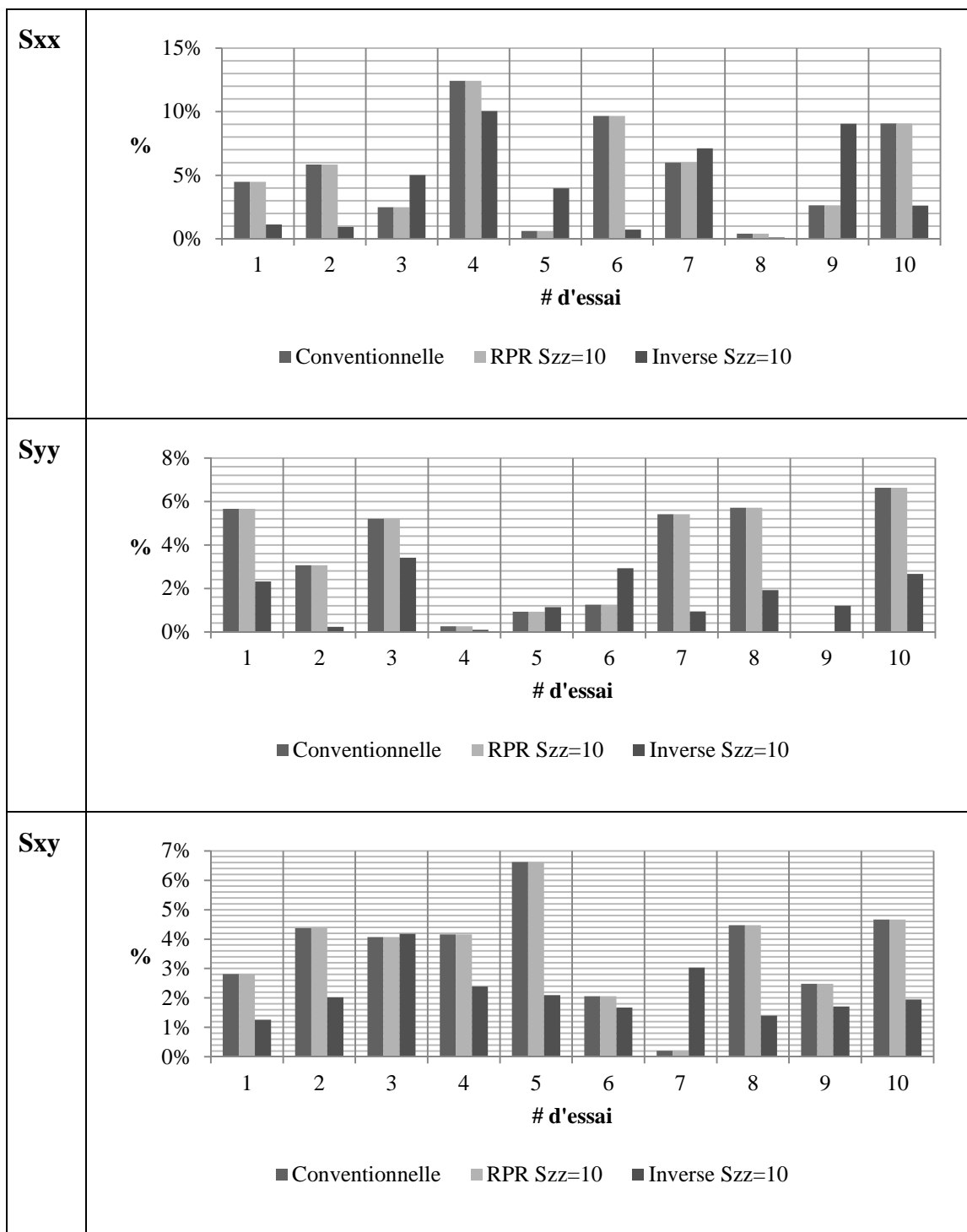


Figure B.5 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{15, 15, 10, 5, 15, 10\}$  MPa

Cas de chargement  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa

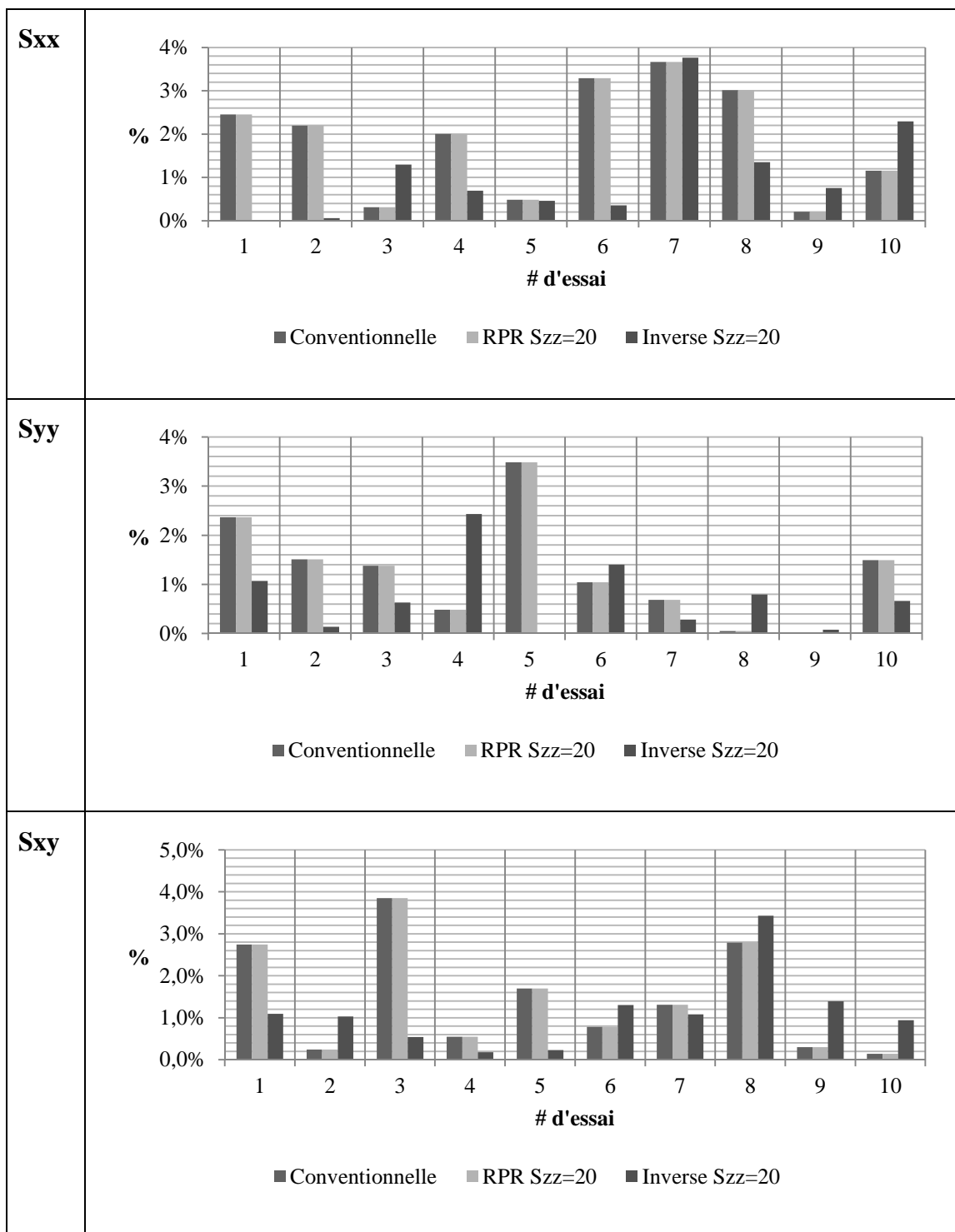


Figure B.6 : Comparaison des trois méthodes d'interprétation pour chaque composante lorsque  $S = \{10, 10, 20, 5, 15, 10\}$  MPa

## ANNEXE C – Variation des 6 composantes pour un matériau transversalement isotrope et un angle $\delta = 45^\circ$

### Avec bruit aléatoire

**E1/E2 = 1,25**

Tableau C.1 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 1,25$  avec bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliquées (MPa)		Erreur relative (%)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	34%	17%	3%	15%	34%	8%	12%	11%	2%	16%	15%	11%
Syy	20	116%	69%	18%	31%	111%	14%	8%	36%	4%	44%	45%	41%
Szz	30	31%	12%	0%	19%	28%	31%	32%	16%	17%	21%	21%	10%
Sxy	10	39%	51%	42%	88%	15%	37%	42%	39%	16%	2%	37%	24%
Sxz	15	914%	1211%	1026%	2134%	365%	915%	1005%	912%	406%	60%	895%	566%
Syz	10	1023%	643%	183%	219%	993%	241%	36%	278%	15%	339%	397%	366%

**E1/E2 = 1,50**

Tableau C.2 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 1,50$  avec bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliqué (MPa)		Erreur relative (%)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	21%	16%	25%	2%	2%	4%	0%	22%	25%	6%	12%	11%
Syy	20	79%	39%	59%	0%	30%	13%	10%	70%	105%	24%	43%	34%
Szz	30	9%	28%	30%	14%	8%	22%	8%	18%	7%	0%	14%	10%
Sxy	10	33%	24%	28%	25%	24%	61%	42%	46%	61%	53%	40%	15%
Sxz	15	419%	300%	323%	313%	307%	774%	531%	601%	770%	651%	499%	192%
Syz	10	423%	152%	252%	25%	181%	119%	71%	335%	561%	129%	225%	169%

**$E_1/E_2 = 2,00$**

Tableau C.3 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 2,00$  avec bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliqué (Mpa)		Erreur relative (%)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	31%	13%	13%	17%	5%	6%	17%	7%	1%	6%	12%	9%
Syy	20	101%	41%	49%	28%	10%	8%	53%	45%	38%	9%	38%	28%
Szz	30	22%	11%	1%	18%	6%	9%	7%	12%	16%	19%	12%	6%
Sxy	10	31%	62%	10%	20%	36%	107%	27%	34%	22%	52%	40%	28%
Sxz	15	220%	442%	74%	148%	245%	753%	186%	248%	172%	366%	285%	195%
Syz	10	303%	125%	166%	63%	26%	19%	160%	160%	136%	54%	121%	85%

**Sans bruit aléatoire****E1/E2 = 1,25**Tableau C.4 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 1,25$  sans bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliqué (Mpa)		Erreur relative (%)						
		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	0,04%	0,03%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	0,02%
Syy	20	0,19%	0,14%	0,12%	0,00%	0,08%	0,11%	0,07%
Szz	30	0,02%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,01%
Sxy	10	0,03%	0,05%	0,04%	0,01%	0,01%	0,03%	0,02%
Sxz	15	0,79%	1,28%	0,91%	0,26%	0,18%	0,68%	0,46%
Syz	10	1,92%	1,35%	1,12%	0,00%	0,67%	1,01%	0,72%

**E1/E2 = 1,50**Tableau C.5 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 1,50$  sans bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliqué (Mpa)		Erreur relative (%)						
		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	0,03%	0,04%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%
Syy	20	0,14%	0,16%	0,11%	0,10%	0,04%	0,11%	0,05%
Szz	30	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%
Sxy	10	0,13%	0,06%	0,02%	0,13%	0,01%	0,07%	0,06%
Sxz	15	1,69%	0,75%	0,30%	1,51%	0,10%	0,87%	0,71%
Syz	10	0,76%	0,87%	0,56%	0,50%	0,16%	0,57%	0,27%

**E1/E2 = 2,00**Tableau C.6 : Erreurs relatives sur les contraintes pour  $E_1/E_2 = 2,00$  sans bruit aléatoire

Tenseur de contraintes appliqué (Mpa)		Erreur relative (%)						
		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	Moyenne	Écart-type
Sxx	10	0,04%	0,04%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
Syy	20	0,16%	0,13%	0,07%	0,04%	0,02%	0,08%	0,06%
Szz	30	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Sxy	10	0,13%	0,02%	0,01%	0,01%	0,00%	0,03%	0,05%
Sxz	15	0,92%	0,12%	0,07%	0,05%	0,03%	0,24%	0,38%
Syz	10	0,52%	0,40%	0,21%	0,11%	0,06%	0,26%	0,19%

# ANNEXE D – Abaques reliant $SR$ et $RPR$

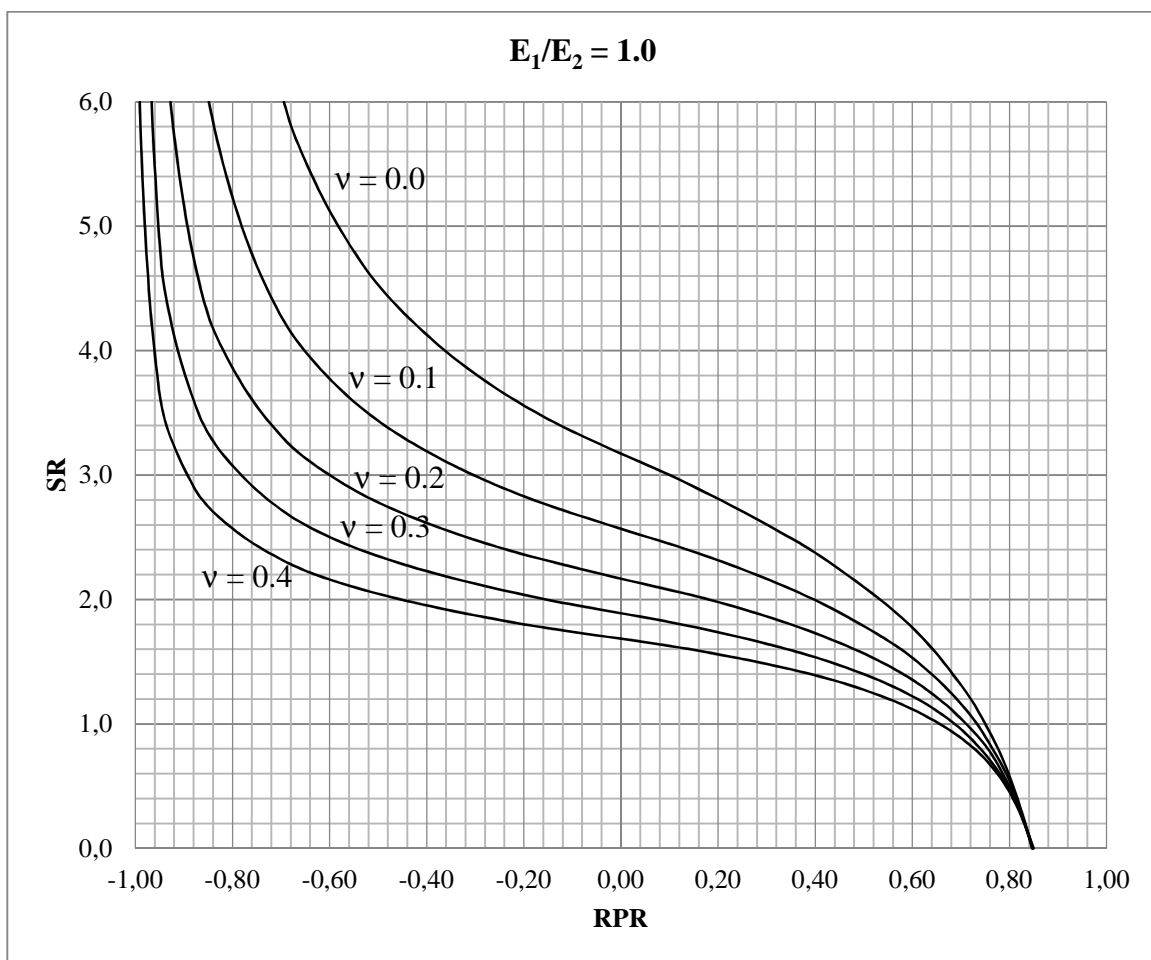


Figure D.1 : Abaque reliant  $SR$  et  $RPR$  pour  $E_1/E_2 = 1,00$  (isotrope) © (Ouellet, 2012)



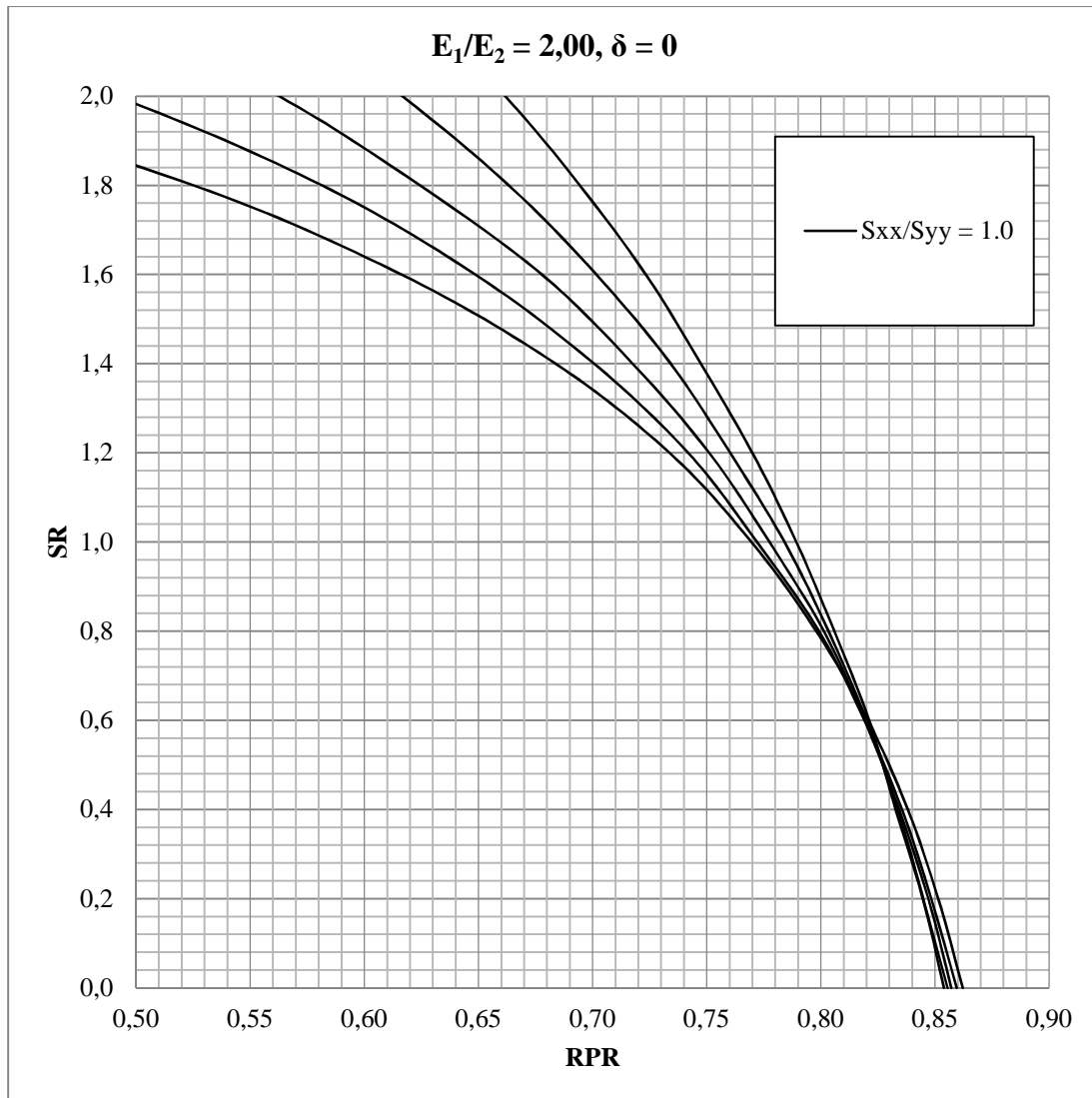


Figure D.2 : Abaque reliant SR et RPR pour  $E_1/E_2 = 2,00, \delta = 0^\circ$  et  $S_{xx}/S_{yy} = 1,00$  © (Ouellet, 2012)

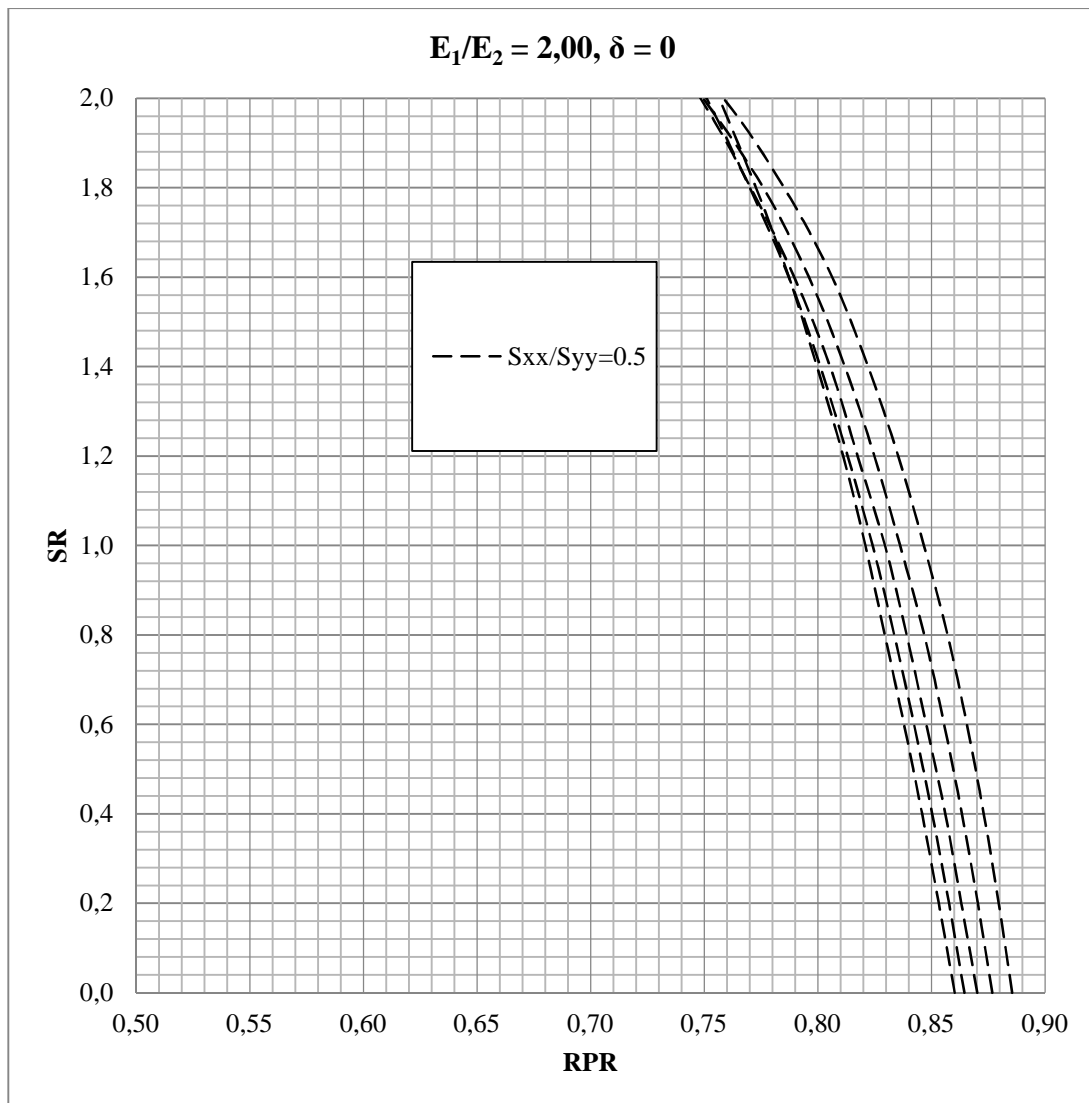


Figure D.3 : Abaque reliant  $SR$  et  $RPR$  pour  $E_1/E_2 = 2,00$ ,  $\delta = 0^\circ$  et  $S_{xx}/S_{yy} = 0,50$  © (Ouellet, 2012)