UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MESURE ET MODÉLISATION DE LA MAGNÉTOIMPÉDANCE NON LINÉAIRE DANS LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

DJAMEL SEDDAOUI
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph. D)
(GÉNIE PHYSIQUE)
SEPTEMBRE 2009

© Djamel Seddaoui, 2009.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

MESURE ET MODÉLISATION DE LA MAGNÉTOIMPÉDANCE NON LINÉAIRE DANS LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

Présentée par : SEDDAOUI, Djamel

En vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. MASUT Remo A., Ph.D., président

M. YELON Arthur, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MÉNARD David, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. COCHRANE Robert W., Ph.D., membre

M. VALENZUELA-MONJARAS Raul Alejandro, Ph.D., membre

Dédicace

À Yasmina et Aline

À ma mère et à la mémoire de mon père

"Dans le domaine de la science, le hasard ne favorise
que les esprits qui ont été préparés. "

Louis Pasteur

Remerciement

Mes plus sincères remerciements vont à mes codirecteurs de recherche, les professeurs Arthur Yelon et David Ménard qui m'ont offert l'opportunité de réaliser cette thèse en m'accueillant au sein de leur équipe et en me procurant le soutien financier. Ils ont su me guider et m'encourager tout au long de ce travail.

Que le Dr. Luiz Melo trouve ici toute ma gratitude pour sa disponibilité à m'offrir son aide et pour tous ses précieux conseils. Merci également à la Dr. Fanny Béron pour toutes les discussions quotidiennes qui nous ont permis d'éclaircir, mutuellement, nos idées. Je tiens aussi à remercier tous les étudiants du Pr. David Ménard à commencer par Louis-Philippe Carignan qui n'a jamais refusé une demande d'aide de ma part. Merci à Christian Lacroix, Gabriel Monette, Vincent Boucher, Élise Adams, Salah Hadj-Messaoud et Seyyed-Nima Nateghi pour toutes les connaissances que nous avons partagées ensemble.

Je ne peux passer sous silence l'aide précieuse que m'a apportée Grazyna Rudkowska qui m'a initié à l'expérimentation de la magnétoimpédance et qui répondait toujours présente pour la moindre sollicitation de ma part. Les nombreuses discussions que j'ai entretenues avec le Dr. Bijan Movaghar m'ont été d'une grande aide. Je tiens également à souligner la générosité du Dr. Alain Rochefort qui n'a pas hésité à mettre à ma disposition son équipement de calcul.

Mes remerciements vont aussi à Sébastien Saez, Christophe Dolabdjian, Olivier Maréchal et Basile Dufay membres de l'équipe Électronique du GREYC à l'université de Caen pour l'accueil qu'ils m'ont réservé durant mon séjour en France et pour le plaisir que me procure leur compagnie.

Je me dois également de mentionner que ce travail a été financé par le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et Génie (CRSNG) ainsi que par CSI Inc. (Custom Security Industries Inc.).

En fin, ce travail serait certainement différent sans le soutien inconditionnel de mon épouse Yasmina Bouaziz et les inspirations que me procure mon adorable fille Aline Seddaoui.

Résumé

La magnétoimpédance géante (MIG) est la variation, sous l'influence d'un champ magnétique statique, de la tension aux bornes d'un conducteur ferromagnétique doux traversé par un courant sinusoïdal. Lorsque l'amplitude du courant est relativement faible, typiquement inférieure à 1 mA pour un fil de quelques dizaines de micromètres de diamètre, la réponse en tension est aussi sinusoïdale. La MIG est dite linéaire. À plus fort courant, des distorsions se superposent à la réponse sinusoïdale. Le phénomène est alors appelé MIG non linéaire.

Malgré le fait que la majorité des mesures expérimentales rapportées dans la littérature soient faites en régime non linéaire, les modèles théoriques développés pour expliquer les résultats observés utilisent souvent l'approximation linéaire. Pour cette raison, nous entreprenons, par le biais de cette thèse, d'offrir une meilleure compréhension de la MIG dans son régime non linéaire, en effectuant une étude expérimentale suivie d'une modélisation du signal réponse ainsi que de ses différentes harmoniques.

Tout d'abord, une série de mesures à différentes amplitudes et fréquences du courant à été effectuée sur des microfils MXT libres ou soumis à des contraintes de tension et de torsion. Cette étude a révélé un caractère diversifié et instable des harmoniques d'ordre pair en fonction de tous les paramètres de mesure contrairement aux harmoniques d'ordres impairs dont la variation est régulière. La sensibilité de la tension au champ magnétique a aussi été optimisée par rapport à sa valeur obtenue dans le régime linéaire.

Les résultats des mesures ont été expliqués d'une manière qualitative grâce au modèle dit "quasi-statique" basé sur la minimisation de l'énergie libre du système. L'échantillon est considéré comme étant parfaitement cylindrique de structure

magnétique composée d'un noyau aimanté de façon homogène dans la direction axiale entouré d'une coquille aimantée dans la direction hélicoïdale. L'utilisation de l'astroïde de renversement de l'aimantation de Stoner-Wohlfarth a aussi été d'une grande utilité du point de vue pédagogique.

La plus importante partie de ce travail de thèse a été consacrée au développement du modèle dynamique capable de prendre en considération l'effet de la fréquence et l'effet de peau qui faisaient défaut au modèle quasi-statique. Le modèle dynamique est axé sur la résolution simultanée de l'équation du mouvement de l'aimantation de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) et des équations de Maxwell. La nature non linéaire de l'équation de LLG rend impossible la résolution analytique de ce système d'équation ce qui nous a conduit à nous orienter vers la résolution numérique.

L'application du modèle dynamique pour le cas d'un microfil idéalement homogène, dont les spins de surface son libres, nous a permis d'explorer le comportement de l'aimantation à l'intérieur du microfil en régime linéaire et non linéaire. La présence d'un vortex dans l'axe du microfil et la propagation d'ondes solitaires de l'aimantation de la surface vers l'axe du microfil en sont des exemples. La résonance ferromagnétique a aussi été simulée. Nous avons notamment mis l'accent sur l'effet de l'échange-conductivité sur la fréquence de résonance dans la région des faibles champs. Dans cette région, des comportements chaotiques de l'aimantation ont aussi étés obtenues pour des courants de grandes amplitudes et de fréquences intermédiaires (légèrement au dessus de la fréquence de résonance).

Le fait que le calcul surestime la réponse en tension des microfils MXT nous a conduis à reconsidérer la structure magnétique du microfil idéal en lui ajoutant une couche superficielle dure. L'ordre de grandeur du signal de la deuxième harmonique suggère la division en domaines magnétiques de cette couche dure. Avec cette nouvelle structure, l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant, et ce pour différentes amplitudes et fréquences de courant.

Abstract

Giant magnetoimpedance (GMI) is a change in the voltage across a soft ferromagnetic conductor carrying sinusoidal current due to a change in applied magnetic field along the current axis. When the current amplitude is relatively low, typically below 1 mA for a wire of a few tens of micrometers, the voltage is sinusoidal. GMI is then linear. At higher current, distortions appear in the voltage response, leading the GMI to be non-linear.

Despite the fact that most GMI experimental measurements reported in the literature were performed in the non-linear regime, the theoretical models developed in order to explain the observations generally use the linear approximation. For this reason, we felt the necessity of providing better comprehension of GMI in the non-linear regime by performing an experimental study, and modeling the response signal and its harmonics.

First, a series of measurements at different current amplitudes and frequencies were performed on MXT microwires, both stress free and submitted to tensile or torsional stress. This study reveals that the even harmonics are unstable and change drastically when the experimental parameters are varied, whereas the odd harmonics are quite regular. We were also able to optimize the field sensitivity of the voltage, in comparison with its value in the linear regime.

The experimental results could be qualitatively explained using the so called quasi-static model, based on the minimisation of the free energy of the system. The sample was assumed to be perfectly cylindrical with a magnetic structure consisting of a homogeneous inner core with axial easy axis surrounded by a shell with helical easy axis. The use of the Stoner-Wohlfarth astroid of critical switching fields was pedagogically very useful.

The major effort in this study was devoted to the development of a dynamic model, able to take into account the frequency and the skin effects, lacking in the quasi-static model. The dynamic model was based on the simultaneous resolution of the Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation and Maxwell's equations. The non linearity of the LLG equation renders analytic solution of this system impossible. Thus, we solved it numerically.

The application of the dynamic model to a homogeneous, ideal, microwire with free surface spins allows us to explore the behavior of the magnetization within the wire in the linear and non-linear regimes. The observation of a vortex at the wire axis, and of solitary-wave-like propagation of the magnetization from the surface to the wire axis are examples of the results. Ferromagnetic resonance (FMR) was also simulated. We have investigated the influence of the exchange-conductivity effect upon the resonance frequency in the low field region. In this region, chaotic behavior of the magnetization is predicted at high current amplitudes at intermediate frequencies (beyond the resonance frequency).

The fact that the calculation overestimates the voltage response of the MXT microwires led us to reconsider the magnetic structure of the ideal wire, adding a magnetically hard shell in its surface. The order of magnitude of the second harmonic signal suggests that the hard shell is divided into domains. Using this novel magnetic structure, the agreement between the model and the experiment is satisfactory for a range of amplitudes and frequencies of the current.

Table des matières

Dédicace…….……...….. iii

Remerciements……..iv

Résumé……..……... vi

Abstract……..…….....viii

Table des matières……...……..... x

Liste des annexes……...……..……...xiv

Liste des tableaux....……... xv

Liste des figures……...…….. xvi

Liste des acronymes…… xix

Liste des symboles……..xx

Introduction……..……..…….. 1

Chapitre 1 : Fondements de la magnétoimpédance géante…...…….. 5

1.1 Introduction……..… 5

1.2 Considérations préliminaires sur les microfils……...…...…. 8

1.2.1 Concernant la forme et les dimensions du conducteur…….…….. 8

1.2.2 Concernant la structure magnétique du conducteur……...…...… 8

1.3 Origine des non linéarités de la MIG……. 9

1.4 Équations de base de la MIG…….……..… 11

1.4.1 Expression de la tension……..…..... 11

1.4.2 Équation de Landau-Lifshitz-Gilbert…….……... 14

1.4.3 Équations de Maxwell……..…… 16

1.5 Champ effectif……..……... 17

1.5.1 Les champs macroscopiques…… 18

1.5.2 Les champs microscopiques…….…… 21

1.6 Conditions aux frontières….……... 24

1.6.1 Sur l'aimantation…….. 24

1.6.2 Sur le champ dynamique……. 26

1.7 Sommaire..……...……... 28

Chapitre 2 : Expérimentation…….…..… 30

2.1 Introduction……..……. 30

2.2 Procédure expérimentale…….……. 31

2.3 Résultats sur le signal total…….……..... 34

2.3.1 Effet du courant sur le signal total……. 35

2.3.2 Effet de la fréquence sur le signal total…….. 38

2.3.3 Effet des contraintes mécaniques sur le signal total……. 40

2.3.4 Sensibilité au champ magnétique du signal total……... 44

2.4 Résultats sur la 2ème harmonique……... 48

2.4.1 Effet du courant sur la 2ème harmonique…… 49

2.4.2 Effet de la fréquence sur la 2ème harmonique……..... 52

2.4.3 Effet des contraintes mécaniques sur la 2ème harmonique…… 55

2.5 Autres harmoniques…….…….. 59

2.6 Sommaire..……..…… 61

Chapitre 3 : Modèle quasi-statique…….....64

3.1 Introduction……..……..64

3.2 Formalismes du modèle……. 65

3.2.1 Recherche de l'équilibre du système…….....65

3.2.2 Structure magnétique noyau-coquille……. 68

3.2.3 Expression de la tension et de ses harmoniques…… 69

3.3 Représentation par l'astroïde de renversement de l'aimantation..... 71

3.4 Résultats du calcul et comparaison sommaire avec l'expérience…… 75

3.4.1 Résultats sur le signal fondamental…… 76

3.4.2 Résultats sur la deuxième harmonique……... 81

3.4.3 Effet de la tension mécanique…….. 86

3.5 Sommaire..…….. 88

Chapitre 4 : Le modèle dynamique.……... 89

4.1 Introduction……... 89

4.2 Méthode du calcul dynamique…… 90

4.2.1 Discrétisation du conducteur……... 90

4.2.2 Rappel des équations intervenant dans le calcul……..... 91

4.2.3 Procédure de calcul……..... 92

4.2.4 Conditions initiales……..... 95

4.2.5 Propriétés magnétiques homogènes avec spins de surface libres 96

4.2.6 Validation de la méthode en régime linéaire……..... 98

4.3 Application à un microfil idéal……. 100

4.3.1 Effet du courant…….. 104

4.3.2 Effet du champ magnétique statique…… 108

4.3.3 Effet de la fréquence……..... 112

4.3.4 Le comportement hystérétique de l'aimantation……. 114

4.4 Application à haute fréquence…….. 115

4.4.1 Résonance ferromagnétique…….. 115

4.4.2 Mode de résonance uniforme……..... 117

4.5 Le comportement chaotique……..... 122

4.6 Sommaire…..…… 131

Chapitre 5 : Application du modèle à des fils inhomogènes..... 134

5.1 Introduction : Échec du modèle de la structure magnétique homogène à spins de surface libres……... 134

5.2 Structure magnétique à couche superficielle dure……..…….. 136

5.2.1 Expériences en accord avec la structure à couche dure…..…..... 137

5.2.2 Effet de la couche dure mono-domaine sur le signal total…..... 139

5.2.3 Effet de la couche dure mono-domaine sur le comportement de l'aimantation…… 142

5.2.4 Échec du modèle muni de la structure à couche dure mono-domaine dans la reproduction du signal V_{2f} ……. 145

5.3 Structure à couche superficielle dure bi-domaine……...….. 146

5.3.1 Effet de la division en domaine de la couche dure sur le signal V_{2f}..... 147

5.3.2 Influence du champ dynamique axial en présence de la couche dure bi-domaine……..... 150

5.4 Sommaire..…… 153

Conclusions……..... 154

Référence……. 160

Annexes…… 165

Liste des annexes

Annexe I : Expression du champ électrique axial à l'intérieur du conducteur cylindrique……... 165

Annexe II : Expression du champ et de l'angle d'anisotropie totale……..... 167

Annexe III : Astroïde de renversement de l'aimantation de Stoner-Wohlfarth……... 169

Annexe IV : Résolution numérique des équations de Maxwell..... 175

Annexe V : Application de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4…….. 178

Annexe VI : Code du modèle dynamique …….....180

Liste des tableaux

3.1 : Paramètres utilisés dans le calcul quasi-statique……..... 76

4.1 : Paramètres utilisés dans le calcul dynamique……..…..… 101

Liste des figures

1.1 Réponse en tension en fonction du temps dans les régimes linéaire et non linéaire…7
1.2 Cycle d'hystérésis circonférentiel en régime linéaire et non linéaire…….10
1.3 Profile radial du champ électrique axial à basse et haute fréquence……..13

2.1 Schéma représentant le porte échantillon……...32
2.2 Schéma du montage utilisé pour la mesure de la magnétoimpédance……...33
2.3 Courbe de magnétoimpédance à 0.5mA, 10 MHz…….35
2.4 Effet de l'amplitude du courant sur la courbe de magnétoimpédance…….……..37
2.5 Effet de la fréquence sur la courbe de la magnétoimpédance……..…..39
2.6 Effet de la tension mécanique sur la courbe de la magnétoimpédance….. ……..….41
2.7 Effet de la tension mécanique sur la courbe de la magnétoimpédance ...……..42
2.8 Effet de la tension combinée à la torsion sur la courbe de la magnétoimpédance.....43
2.9 Sensibilité en fonction du champ …...……...45
2.10 Sensibilité en fonction de la fréquence ……..…….47
2.11 Sensibilité pour différentes tensions mécaniques.....….48
2.12 Effet du courant sur la deuxième harmonique……..……...……50
2.13 Hauteurs et positions des pics de la deuxième harmonique en fonction de l'amplitude du courant……51
2.14 Effet de la fréquence sur le signal deuxième harmonique……. ……..54
2.15 Effet de la tension mécanique sur la deuxième harmonique…… ……...56
2.16 Deuxième harmonique sous tension mécanique à différents courants.....……...57
2.17 Effet de la torsion sur la deuxième harmonique……..……..…58
2.18 Effet de la torsion combinée à la tension sur la deuxième harmonique.…….....58
2.19 Dépendance en champ des harmoniques impaires.……..60
2.20 Dépendance en champ des harmoniques paires……...61
2.21 Phases des comportements du signal total et de la deuxième harmonique…..……62

3.1 Système de coordonnées cylindriques……66
3.2 Courbe d'hysteresis résultant de la minimisation de l'énergie libre……..67
3.3 Schéma de la structure magnétique noyau-coquille……...……69
3.4 Astroïde de renversement de l'aimantation..……..73
3.5 Dépendance en champ de l'impédance fondamentale calculée dans le régime linéaire……...……...……..77
3.6 Dépendance en champ de l'impédance fondamentale calculée pour différents courants..…...……...……...78
3.7 Astroïde de renversement de l'aimantation pour différents courants…….80
3.8 Dépendance en champ de la deuxième harmonique à différents courants……..…82
3.9 Configurations de l'astroïde correspondants aux pics de la deuxième harmonique..84
3.10 Seconde harmoniques expérimentale à six pics……...…85
3.11 Effet de la tension sur la deuxième harmonique……..87

4.1 Diagramme de la méthode utilisée dans le calcul dynamique……94
4.2 Orientation de l'aimantation statique en fonction du champ appliqué……...97
4.3 Comparaison des résultats du calcul dynamique avec les résultats analytiques……99
4.4 Variation temporelle du profil radial de l'aimantation en régime non linéaire.....102
4.5 Variation temporelle du profil radial du champ circonférentiel….…….....103
4.6 Effet du courant sur la variation du profil radial de l'aimantation……...105
4.7 Effet du rayon sur le comportement de l'aimantation……..106
4.8 Dépendance en champ de l'impédance et de la deuxième harmonique calculées...107
4.9 Effet du champ appliqué sur la variation du profil radial de l'aimantation……..110
4.10 Effet du courant sur la variation du profil radial du champ électrique axial……..111
4.11 Effet de la fréquence sur la variation du profil radial de l'aimantation……...…...113
4.12 Effet de la fréquence sur la courbe de la magnétoimpédance……..……...…...114
4.13 courbes typiques de la résonance ferromagnétique……...…..116
4.14 Conditions de résonance à faible champ……...…….118
4.15 Effet du champ hf sur la fréquence de résonance dans la condition du

faible champ interne……..……...120
4.16 Comportement chaotique et bifurcation en fonction du champ…….123
4.17 Tension aux bornes du microfil lors de la transition vers le chaos……124
4.18 Profil radial de l'aimantation dans le cas du chaos……127
4.19 Comportement chaotique et bifurcation en fonction de la fréquence…….128
4.20 Condition d'apparition du chaos pour différentes amplitudes du courant…….130

5.1 Comparaison du signal total calculé avec l'expérience……....135
5.2 Schéma de structure magnétique à surface dure mono-domaine……..…136
5.3 courbes d'hysteresis axiales mesurée……...138
5.4 Image d'un microfil soumis à une attaque chimique……139
5.5 Effet de l'épaisseur de la couche dure sur le signal total…….140
5.6 Confrontation avec l'expérience du signal total d'un microfil à surface dure pour 5 et 10mA a 1 MHz…..…….……141
5.7 Confrontation avec l'expérience du signal total d'un microfil à surface dure pour 5 mA à 10 MHz……142
5.8 Profil radial de l'aimantation dans le cas de la structure à surface dure……..144
5.9 Confrontation avec l'expérience de la deuxième harmonique calculée avec la structure à surface dure mono-domaine..……..…145
5.10 Schéma de structure magnétique à surface dure bi-domaine…….147
5.11 Effet de la division en domaine de la surface dure sur les composantes de la deuxième harmonique……..148
5.12 Effet de la division en domaine de la surface dure sur la deuxième harmonique…….……..149
5.13 Effet du champ dynamique axial sur la courbe de la magnétoimpédance…….151
5.14 Profil radial du champ dynamique axial selon le domaine de la surface dure...…152

Liste des acronymes

Acronyme	Signification
AC	Valeur variable (*Alternating Current*)
DC	Valeur continue (*Direct Current*)
LL	Landau-Lifshitz (équation de)
MIG ou GMI	Magnétoimpédance géante (*Giant Magnetoimpedance*)
MIGNL	Magnétoimpédance non linéaire
MXT	Compagnie de fabrication des microfils (Melt Extraction Technology)
PE, *PI*	Pics extérieurs et intérieurs de la forme à quatre pics de la dépendance en champ de la deuxième harmonique
RFM	Résonance ferromagnétique
RMS	Valeur efficace (*Root Mean Square*)
VSM	Magnétomètre à échantillon vibrant (*Vibrating Sample Magnetometer*)

Liste des symboles

Symbole	Signification
α	Coefficient d'amortissement de Gilbert
α_φ , α_r , α_z	Cosinus directeurs du vecteur aimantation
γ	Rapport gyromagnétique
Δr	Incrément de discrétisation du rayon du conducteur cylindrique
Δt	Incrément de discrétisation du temps
δ	Épaisseur de peau
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
ε, ε_0	Permittivité électrique du conducteur et du vide
η	Variation du flux magnétique par période de courant
λ_s	Magnétostriction
μ , μ_0	Perméabilité magnétique du conducteur et du vide
ξ	Torsion exercée sur le conducteur
σ	Conductivité du conducteur
σ'	Tension exercée sur le conducteur
Φ	Flux magnétique circonférentiel
χ	Susceptibilité magnétique
Ψ	Angle d'anisotropie intrinsèque
ψ_{ani}	Angle d'anisotropie totale
ψ_{me}	Angle d'anisotropie magnétoélastique
ω	Fréquence angulaire du courant
A	Constante d'échange
a	Rayon du conducteur
$\boldsymbol{B}$	Induction magnétique
B_φ	Composante circonférentielle de l'induction magnétique
$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$	Courant de déplacement
D1, D2	Portions du conducteur dont la surface est composée d'un domaine donné
$d_{éch}$	Distance d'échange

Symbole	Signification
$\boldsymbol{E}$	Champ électrique
e	Charge de l'électron
E_φ	Composante circonférentielle du champ électrique
$E_{\varphi a}$	Valeur de E_φ à la surface du conducteur
E_z	Composante axiale du champ électrique
E_{za}	Valeur de E_z à la surface du conducteur
f	Fréquence du courant
f_r	Fréquence de résonance
f_{r0}	Fréquence de résonance en absence de l'interaction d'échange
G	Module de cisaillement
g	Facteur de Landé
H_0 ou H_z	Champ magnétique appliqué
H_φ	Champ magnétique circonférentiel
$H_{\varphi 0}$	Amplitude de H_φ
H_a	Champ d'anisotropie intrinsèque
H_{ani}	Champ d'anisotropie totale
H_d	Champ magnétique de démagnétisation
$H_{éch}$	Champ d'échange
$H_{éch}^{surface}$	Champ d'échange à la surface du conducteur
H_{eff}	Champ effectif
$\boldsymbol{h}_{eff}$	Composante dynamique de H_{eff}
$\boldsymbol{H}_{eff0}$	Composante statique de H_{eff}
H_k	Amplitude de H_a
H_{me}	Amplitude du champ d'anisotropie magnétoélastique
H_{pic}	Champ magnétique correspondant au pic de la magnétoimpédance
$H_{tension}$	Champ d'anisotropie due à la contrainte de tension
$H_{torsion}$	Champ d'anisotropie due à la contrainte de torsion

Symbole	Signification
$\boldsymbol{H}_{tot}$	Champ magnétique totale vu par l'astroïde de renversement de l'aimantation
$H_{//}$	Composante de $\boldsymbol{H}_{tot}$ parallèle à la direction facile
$H_{\perp}$	Composante de $\boldsymbol{H}_{tot}$ perpendiculaire à la direction facile
$I(t)$	Courant sinusoïdal traversant le conducteur
I_0	Amplitude de $I(t)$
I_c	Courant correspondant à la convolution des deux pics de la courbe MIG
I_s	Courant limite entre le régime linéaire et non linéaire
I_{Zmax}	Courant correspondant à la plus grande magnétoimpédance
K_ξ	Constante d'anisotropie uniaxiale due à la torsion
K_σ	Constante d'anisotropie uniaxiale due à la tension
K_u	Constante d'anisotropie uniaxiale intrinsèque
l	Longueur du conducteur
l_1, l_2	Longueurs des domaines D1 et D2
$\boldsymbol{M}$	Vecteur aimantation
$\boldsymbol{m}$	Composante dynamique de $\boldsymbol{M}$
$\boldsymbol{M}_0$	Composante statique de $\boldsymbol{M}$
M_φ	Composante circonférentielle de $\boldsymbol{M}$
m_e	Masse de l'électron
M_r	Composante radiale de $\boldsymbol{M}$
M_z	Composante axiale de $\boldsymbol{M}$
M_s	Aimantation à saturation
N	Nombre de points de collocation du rayon du conducteur
$\hat{n}_\xi$	Vecteur unitaire dans la direction facile de l'anisotropie due à la torsion
$\hat{n}_\sigma$	Vecteur unitaire dans la direction facile de l'anisotropie due à la tension
$\hat{n}_k$	Vecteur unitaire dans la direction facile de l'anisotropie intrinsèque
R	Partie réelle de l'impédance
r	Position radiale

Symbole	Signification
R_{DC}	Résistance du conducteur en régime continu
S	Sensibilité de la tension aux bornes du conducteur au champ magnétique
T	Période du courant
t	Variable temps
U	Densité d'énergie magnétique
U_a	Densité d'énergie due à l'anisotropie
$U_{éch}$	Densité d'énergie d'échange
$V(t)$	Tension aux bornes du conducteur
V_{D1}, V_{D2}	Tension aux bornes du domaine D1 et D2
V_{nf}	Harmonique d'ordre n de V
X	Partie complexe de l'impédance (réactance)
Z	Impédance
Z_{1f}	Rapport de V_{1f} sur I_0

Introduction

"To be conscious that you are ignorant is
a great step to knowledge."
Benjamin Disraeli

La magnétoimpédance est la variation de l'impédance d'un conducteur ferromagnétique lorsqu'un champ magnétique axial lui est appliqué. Bien que l'effet soit connu depuis plusieurs décennies,[1] ce n'est qu'à partir de 1994 que le phénomène a commencé à prendre de l'intérêt chez la communauté scientifique après que des variations d'impédance relativement élevées soient observées.[2-6] On donna alors au phénomène le nom de la magnétoimpédance géante (MIG) par analogie à la magnétorésistance géante. Ce soudain progrès est essentiellement dû à la douceur magnétique des échantillons jusque-là inégalée et l'intérêt que lui porte la communauté scientifique est motivé par la nouveauté et la complexité du phénomène d'une part, et les possibilités d'applications dans le domaine de la technologie[7,8] comme le développement des senseurs magnétiques de haute performance d'autre part. Plusieurs travaux aussi bien expérimentaux[2-6] que théoriques[9-13] ont été menés pour comprendre ce nouveau phénomène et pour améliorer sa sensibilité au champ magnétique extérieur.

Les études expérimentales ont été menées sur des échantillons de différentes compositions et de différentes formes. Les matériaux amorphes à base de cobalt ou de fer ont été les plus utilisés et sous différentes formes : ruban, fils ou tube, nus ou couvert de verre. Les matériaux cristallins sous forme de mono ou multicouches planes ou cylindriques ont aussi connu leur part d'intérêt. Les particularités communes de tous ces échantillons sont leur grande douceur magnétique et leur faible épaisseur ou diamètre souvent de l'ordre du micron ou moins.

Du point de vue théorique, ce phénomène a été attribué à la variation avec le champ de la perméabilité magnétique transversale. Différents modèles ont été développés dans le but d'expliquer ce phénomène. Les premiers étaient de nature quasi-statique destinés à reproduire qualitativement les observations.[9-13] Ceux-ci sont basés essentiellement sur l'un ou l'autre des deux aspects suivants : la rotation de l'aimantation[12,14] suivant le modèle de Stoner-Wohlfarth[15] et les mouvements des parois de domaines magnétiques.[9] Par la suite, après que l'équivalence entre la modélisation de la MIG et celle de la résonance ferromagnétique (RFM) ait été démontrée par A. Yelon et al.,[16] les modèles électromagnétiques[17,18] s'inspirant des calculs de la RFM dans les métaux[19,20] ont fait leur apparition. Ces derniers sont basés sur la résolution simultanée des équations de Maxwell et de l'équation du mouvement de l'aimantation (souvent de Landau-Lifshitz-Gilbert). Ainsi, les effets de peau et d'échange-conductivité ont été pris en compte et les résultats des observations ont été approchés d'une façon plus précise sous condition d'une restriction au régime linéaire c'est-à-dire que l'amplitude du courant sinusoïdal est assez faible pour que la réponse en tension soit aussi sinusoïdale ($V \propto I$). À plus fort courant, des distorsions apparaissent dans la réponse en tension, le régime est alors dit "non linéaire".

Bien que la plupart des mesures expérimentales soient effectuées en régime non linéaire, il n'existe pas de modèle électromagnétique complet capable de prendre en compte la composante non linéaire de la MIG. Cette carence d'attention pour la MIG non linéaire (MIGNL) est due à la prédominance de la composante linéaire aggravée par la complexité des effets non linéaires. Seuls quelques modèles quasi-statiques ont été dédiés à ce régime[12,21]. Eason et Lee[22] ont récemment développé un modèle numérique puissant mais, malencontreusement, celui-ci n'est adapté qu'au cas de la magnétoinductance à cause du fait que l'effet de peau ne soit pas pris en compte dans l'expression de la réponse en tension.

Pour toutes ces raisons, nous consacrons cette thèse à l'étude de la MIG dans son régime non linéaire. Un traitement détaillé de la MIGNL aussi bien du point de vue

théorique qu'expérimental y est effectué. L'objectif visé est d'offrir une bonne compréhension des effets non linéaires de la MIG ce qui nous permettra, non seulement, de l'optimiser pour des applications dans le domaine des senseurs magnétiques mais aussi d'en faire un bon outil de caractérisation des conducteurs magnétiques de faible dimension.

Au début des années 2000, Gomez-Polo et al.[23,24] ont introduit l'analyse de Fourier dans le traitement du signal de la MIG. Ainsi, les non linéarités peuvent être quantifiées à travers les différentes harmoniques d'ordre supérieur. La seconde harmonique, en tant que la plus dominante des harmoniques d'ordre pair, joue un rôle important dans la compréhension de la MIGNL grâce à sa nature délicate et instable qui permet de déceler un bon nombre de caractéristiques de l'échantillon inaccessibles en régime linéaire.

Le premier chapitre est consacré à la description des bases de la magnétoimpédance et à la définition de toute entité y intervenant. Tous les résultats des mesures expérimentales concernant notamment le signal total et la deuxième harmonique sont groupés et discutés dans le deuxième chapitre. Une explication qualitative de ces résultats est donnée dans le troisième chapitre grâce à un calcul quasi-statique basé sur la minimisation de l'énergie magnétique selon le modèle de Stoner-Wohlfarth. Nous nous somme aidés, pour une meilleure compréhension, de l'astroïde de renversement de l'aimantation[25].

Dans le quatrième chapitre, le modèle dynamique, nettement plus développé que le modèle quasi-statique, est exposé. Des résultats sur un microfil idéal y sont détaillés. Le caractère raffiné de ce modèle nous permet d'aller explorer la réponse du microfil dans tout son volume et dans toutes les conditions expérimentales possibles. Un comportement chaotique est traité dans la dernière section du chapitre IV. Quant au cinquième chapitre, celui-ci est consacré à la confrontation avec l'expérience et à la recherche de la structure magnétique des microfils MXT. En modélisant la MIG d'un

microfil dont la structure magnétique est homogène et dont les spins de surface sont libres, Ménard et al.[17] ont obtenu une bonne concordance avec l'expérience pour des champs relativement forts à haute fréquence. À faible champ, lorsque le microfil n'est pas saturé, l'impédance est surestimée par le calcul.[26] Pour réduire cet écart, Melo et al. ont introduit la condition de spins de surface bloqués[27] suivie de l'adoption de la structure dite noyau-coquille.[28] Ceci a conduit à un accord assez satisfaisant entre le modèle et l'expérience en régime linéaire. Dans le cas d'un régime non linéaire, cela n'est pas suffisant. Dans ce travail, nous proposons une structure à couche superficielle bi-domaine d'une grande anisotropie. Nous discuterons des effets de la présence d'une telle couche sur le signal GMI ainsi que sur sa deuxième harmonique.

Chapitre 1 : Fondements de la magnétoimpédance géante

"Ce n'est pas communiquer que communiquer
seulement ce qui est clair."
Emile-Auguste Chartier, dit **Alain**

1.1 Introduction

Lorsqu'un courant I traverse un échantillon conducteur, un champ magnétique transversal H se crée à l'intérieur et à l'extérieur de celui-ci en obéissant au théorème d'Ampère. Dans le cas d'un matériau magnétique, cela engendrerait dans l'échantillon une importante induction magnétique $\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$ où μ est le tenseur de perméabilité magnétique de l'échantillon. En régime variable, la variation de $\boldsymbol{B}$ dans la direction transversale va générer, à son tour, un champ électrique longitudinal qui s'ajoute au champ initial $\boldsymbol{E}$ (avec lequel le courant est engendré) et fait croître la valeur de la tension V et donc de l'impédance (cas linéaire):

$$Z = V/I \tag{1.1}$$

Cette croissance de V est d'autant plus grande que la fréquence du courant est élevée.

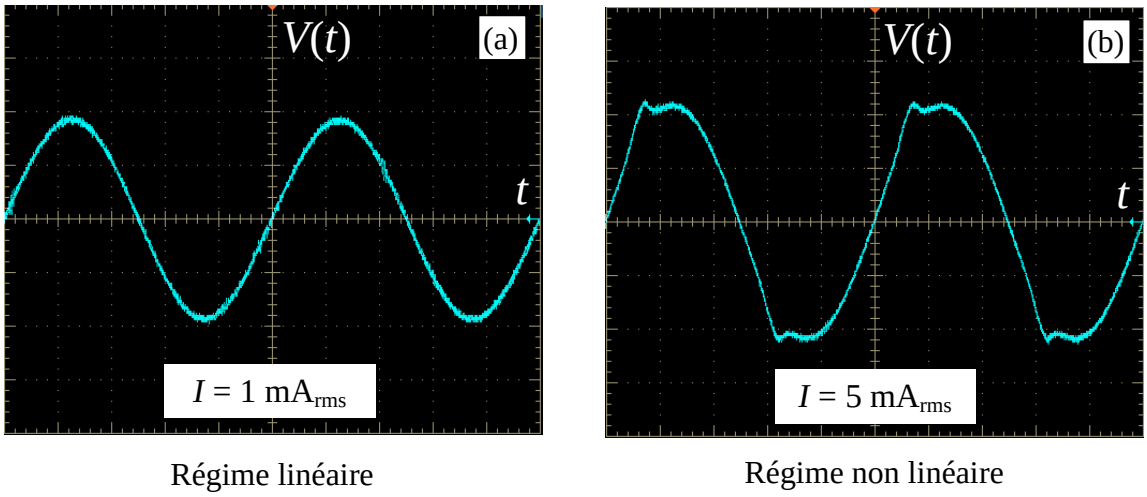
Si le conducteur est magnétiquement anisotrope, l'impédance serait dépendante, par l'intermédiaire du tenseur μ, de tout champ magnétique appliqué à l'échantillon qu'il soit statique ou dynamique. Ce phénomène est connu sous le nom de la

magnétoinductance où l'impédance peut s'exprimer par une partie réelle quasiment constante (résistance R) et une partie imaginaire X, appelée réactance :

$$Z = R + iX \tag{1.2}$$

La réactance est dépendante du champ extérieur et de la fréquence du courant.[29] Le terme magnétoimpédance géante (MIG) est utilisé lorsque, à hautes fréquences (de l'ordre du kilohertz et plus), une importante variation temporelle de l'induction transversale fait apparaître un effet supplémentaire qui est l'effet de peau. Le courant ne circulant que dans la région de la surface, voit la section du conducteur se réduire à un anneau d'épaisseur de l'ordre de l'épaisseur de peau et l'impédance est, de ce fait, augmentée. On peut donc considérer que la magnétoimpédance est une combinaison de deux phénomènes interdépendant qui sont l'effet de peau et l'effet d'induction magnétique. Ces deux effets sont tout deux dépendants du champ magnétique statique appliqué.

Généralement, il est sous-entendu, en parlant de la magnétoimpédance, que la réponse en tension est linéaire, à un déphasage près, avec le courant sinusoïdal et ce, quelque soit le champ statique appliqué. En fait, cela n'est vrai que pour un courant d'amplitude assez faible pour que le champ magnétique transversal engendré soit négligeable devant le champ d'anisotropie du conducteur. La figure 1.1 montre la réponse en tension, obtenue sur oscilloscope, en fonction du temps pour des courants de fréquence de 200 kHz et d'amplitudes de 1 et 5 mA_{rms}. On constate que pour 5 mA_{rms}, des distorsions apparaissent dans la réponse en tension sinusoïdale ce qui donne naissance à des harmoniques d'ordre supérieur. Il s'agit de la MIG non linéaire (MIGNL) bien que le mot "impédance" perd sa signification ici. En ce qui nous concerne, nos résultats en régime non linéaire seront exprimés en terme de tension aux bornes de l'échantillon tout en indiquant la valeur de l'amplitude du courant puisque la connaissance de cette dernière est nécessaire en MIGNL contrairement à la MIG linéaire.



Régime linéaire Régime non linéaire

Figure 1.1 : Réponse en tension en fonction du temps, en absence du champ appliqué, d'un microfil magnétique à base de cobalt pour un courant de fréquence 200 kHz et d'amplitude (a) 1 mA_{rms} et (b) 5 mA_{rms}.. Les échelles verticales des deux figures sont différentes.

Le principal défi de ce travail de thèse est de développer un modèle capable d'expliquer d'une façon quantitative ce comportement non linéaire non seulement pour une meilleure compréhension du phénomène mais aussi pour explorer et prédire d'autres comportements difficilement accessible à l'expérience.

Pour commencer, nous discuterons, dans ce chapitre, de l'origine du comportement non linéaire et des difficultés de traitement que cela engendre que ce soit dans les équations de mouvement de l'aimantation ou dans les équations électrodynamiques. Mais, auparavant, nous commencerons par poser quelques considérations préliminaires concernant la forme et la structure magnétique du conducteur. Ces hypothèses sont destinées à rendre les calculs moins lourds. La section 1.5 traitera en détail toutes les contributions au champ effectif perçu par l'aimantation. Les conditions frontières imposées à l'aimantation et aux champs magnétiques et électriques seront discutées dans la section 1.6.

1.2 Considérations préliminaires sur les microfils

Avant d'aborder le traitement théorique du phénomène très complexe qu'est la MIG sur les microfils, il serait utile de poser quelques simplifications et hypothèses de départ afin de réduire quelque peu la difficulté du problème sans pour autant en perdre de sa généralité.

1.2.1 Concernant la forme et les dimensions du conducteur

Pour commencer, on considérera la forme géométrique de l'échantillon comme étant parfaitement cylindrique et de composition homogène. En outre, le très faible rapport diamètre/longueur du microfil (~ 10^{-3}) permet de négliger les effets de bords ainsi que le champ de désaimantation axial. Dans la gamme de fréquences utilisées dans ce travail (entre 100 kHz et 10 MHz), la longueur d'onde électromagnétique générée le long du microfil est assez grande par rapport à la longueur de l'échantillon (~ 3 cm) pour considérer nulles toutes les variations longitudinales des champs électrique et magnétique.

1.2.2 Concernant la structure magnétique du conducteur

Quant à la structure magnétique des microfils, celle-ci n'est pas encore déterminée de manière précise et formelle. Une structure en domaine dite en bambou a été observée à la surface de certains microfils à base de cobalt dont la magnétostriction est négative.[30-32] L'intérieur des microfils n'est encore inexploré que par des méthodes destructives pouvant influencer les mesures telles qu'un polissage[33-35] ou par des modèles théoriques avec confrontation indirecte avec l'expérience.[21,28] Le cas des microfils ultra-doux comme ceux que nous utilisons est encore plus délicat car leurs

structures en domaine dépendent fortement de leurs imperfections causant ainsi des disparités assez importantes dans leurs structures magnétiques.

Dans le chapitre 3 concernant les calculs quasi-statiques, nous considèrerons la structure magnétique dite noyau-coquille[36] (core-shell) qui est constitué d'un noyau cylindrique aimanté dans la direction axiale entouré d'une coquille à aimantation hélicoïdale ou circonférentielle. Dans le cas du calcul dynamique, détaillé dans le chapitre 4, la structure magnétique n'est pas imposée, elle est plutôt déterminée par le calcul lui-même.

Quelle que soit le modèle utilisé, la symétrie cylindrique est imposée à cette structure. Ceci implique que les champs électromagnétiques et l'aimantation écrits en coordonnées cylindriques ne dépendent que de leur position radiale c'est-à-dire :

$$\frac{\partial X_i}{\partial \varphi} = \frac{\partial X_i}{\partial z} = 0 \quad (i = r,\varphi,z) \tag{1.3}$$

où X peut représenter l'aimantation M, le champ électrique E ou le champ magnétique H. Le problème est ainsi réduit à une dimension. La symétrie impose aussi à l'aimantation de l'axe du microfil (r = 0) de s'orienter dans la direction axiale puisque aucune autre configuration ne peut être envisagée sans que la symétrie ne soit brisée.

1.3 Origine des non linéarités de la MIG

Dans la figure 1.1b, la distorsion est sous forme de pics superposés au signal sinusoïdal. Ces distorsions proviennent du comportement non linéaire du flux magnétique circonférentielle Φ_φ vis-à-vis du champ magnétique d'excitation H lorsque celui-ci est assez élevé pour être comparable au champ d'anisotropie. Sur la figure 1.2, nous avons schématisé les variations typiques de Φ_φ en fonction du champ circonférentiel H_φ correspondant à deux amplitudes du courant dans un fil

ferromagnétique. On distingue la différence dans la réponse des deux régimes. Les pics de la figure 1.1b sont donc générés par la forte variation du flux quand H_φ traverse la région du champ coercitif H_c.

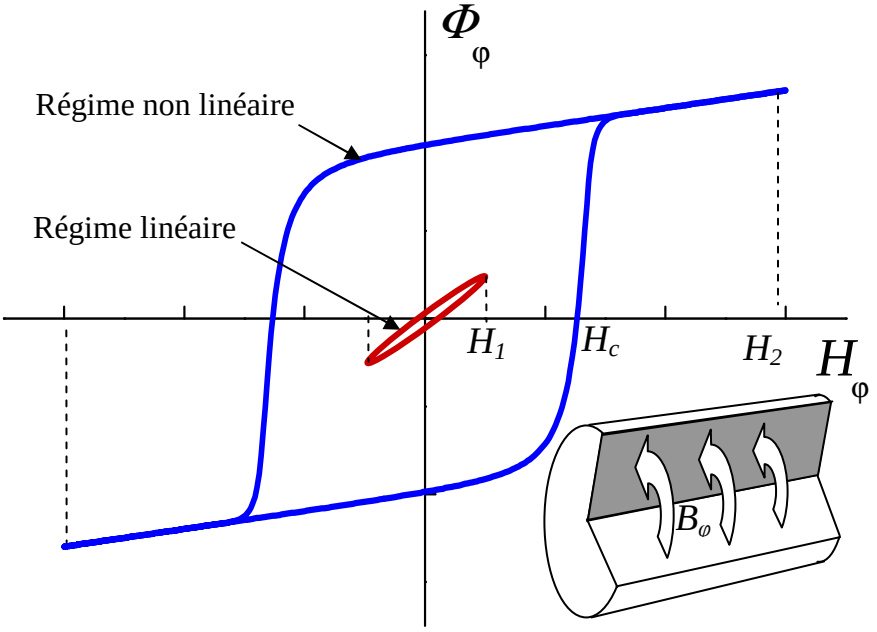


Figure 1.2 : Courbes d'hysteresis décrite par le flux magnétique circonférentielle pour une période de variation du courant dans les deux régimes. Φ_φ est l'induction circonférentielle B_φ traversant la surface normale à la direction circonférentielle (représentée en gris sur le schéma ci-dessus).

Pour atteindre le régime non linéaire, il suffit d'augmenter l'amplitude du courant pour une fréquence donnée. Pour un courant assez fort pour causer des renversements de l'aimantation (courbe non linéaire de la figure 1.2), le régime est clairement non linéaire. Mais le passage d'un régime linéaire à un régime non linéaire, ou vis versa, se fait d'une manière graduelle. De ce fait, la frontière entre les deux régimes n'est pas tout à fait précise. Celle-ci dépend de l'écart à la linéarité qu'on peut tolérer. Une estimation raisonnable serait de considérer que le régime non linéaire est

atteint lorsque l'amplitude de la plus haute harmonique d'ordre supérieur de la réponse en tension du conducteur est de l'ordre de 1% de l'amplitude du signal fondamental.

Dans un signal tel que celui de la figure 1.1b, par exemple, l'amplitude de la troisième harmonique V_{3f} (qui constitue la plus importante des harmoniques d'ordre supérieur) est environ 10 fois plus faible que le signal fondamental. Cet exemple donne une idée sur la relation entre les amplitudes relatives des harmoniques et la déformation du signal total : même dans un signal franchement perturbé, le signal fondamental reste prépondérant (~ 95 % de la valeur efficace du signal total) car les distorsions sont aussi périodiques de la même périodicité que le courant et contribuent, de ce fait, au signal fondamental plus qu'elles ne contribuent aux autres harmoniques. Ceci explique, en quelque sorte, l'utilisation abusive du concept d'impédance dans un contexte non linéaire.

Pour les microfils magnétiques dont nous disposons, fabriqués à base de cobalt par extraction de matière en fusion,[37] de diamètre d'environ 30 µm, le courant critique I_c séparant les deux régimes, à champ appliqué nul et pour une fréquence de 1 MHz, se situe à quelques dixièmes de milliampères même si, à cette valeur de courant, la réponse semble être sinusoïdale. À cause du fait que H_φ diminue avec le diamètre du conducteur (théorème d'Ampère) et H_k "apparent" augmente avec la fréquence, la valeur de I_c augmente avec le diamètre et aussi avec la fréquence (plus de courant pour garder le rapport H_φ / H_k constant).

1.4 Équations de base de la MIG

1.4.1 Expression de la tension

La tension aux bornes d'un microfil est donnée par la circulation du champ électrique le long de sa surface latérale ce qui donne :

$$V(t) = lE_z(r = a, t)\,, \tag{1.4}$$

l étant la longueur du fil et E_z la composante axiale du champ électrique.

L'expression du champ électrique axial en un point de coordonnée radiale $r \leq a$ est donnée, pour l'instant t, par l'équation de Maxwell-Faraday combinée avec la loi d'Ohm:

$$E_z(r,t) = \frac{R_{DC} I(t)}{l} + \int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t} dr' - \frac{2}{a^2} \int_0^a r' \int_0^{r'} \frac{\partial B_\varphi(r'',t)}{\partial t} dr'\, dr'' \tag{1.5}$$

où B_φ est la composante circonférentielle (azimutale) de l'induction magnétique, R_{DC} est la résistance dc du microfil et $I(t) = I_0 \sin \omega t$ est le courant sinusoïdal de fréquence angulaire ω et d'amplitude I_0. La démarche menant à cette expression est détaillée dans l'annexe I et dans la référence.[38]

Le deuxième terme du membre de droite de l'expression de E_z correspond à la contribution de l'induction (effet d'induction) qui n'est rien d'autre que la variation temporelle du flux magnétique transversal. Cette contribution qui sera désignée ici par le nom "terme d'induction" est nulle sur l'axe du fil, $r = 0$, et généralement maximale à la surface, $r = a$. Le profil radial de E_z est entièrement dicté par le profil de ce terme étant donné que les deux autres sont indépendant de r. Quant au troisième terme, qu'on appellera "terme d'effet de peau", celui-ci provient du fait que le courant soit imposé au microfil (par le circuit externe).

La figure 1.3 illustre la contribution de chacun des trois termes de l'expression de E_z. Sans le troisième terme (comme c'est le cas en magnétoinductance), le terme d'induction entraînerait une augmentation du courant puisque ce dernier est proportionnel au flux de E_z à travers la section du microfil. Le terme d'effet de peau, sert alors à baisser d'une façon homogène le champ E_z de sorte à ramener le courant total à celui imposé. Lorsque la variation temporelle de l'induction est grande, par exemple à

haute fréquence, ce terme tend à s'annuler avec le premier terme ce qui réduit la densité de courrant dans la région centrale du fil. L'effet de peau est donc pris en compte dans l'expression de E_z grâce à ce terme. La réduction "homogène" de E_z a aussi pour conséquence de modifier le terme d'induction. En effet, une plus faible densité de courant induirait moins de champ circonférentiel et donc moins d'induction. Le terme d'effet de peau et le terme d'induction sont donc interdépendants.

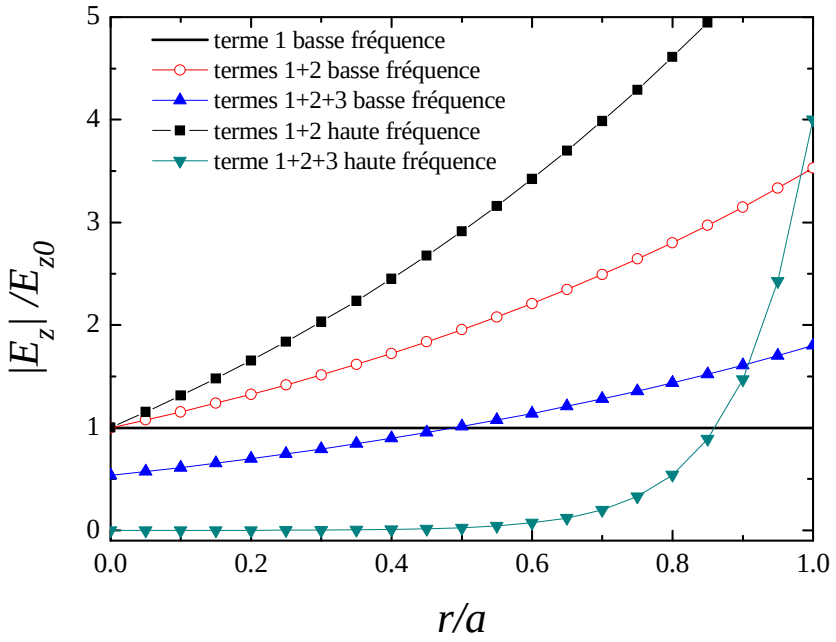


Figure 1.3 : Profile radial du champ électrique axial normalisé $|E_z| / E_{z0}$ pour différentes contributions à basse et haute fréquence. $E_{z0} = R_{DC} I_0 / l$ est le champ électrique axial correspondant à la limite continue $\omega = 0$ du courant.

L'équation 1.5, qui semble trop simpliste pour une description d'un phénomène ardu qu'est la MIG, dissimule, en réalité, toute sa complexité dans les deux derniers termes. En effet, un calcul rigoureux de la dérivée temporelle de l'induction et de sa distribution radiale doit passer par la résolution simultanée des équations de Maxwell combinées à la loi d'Ohm et d'une équation décrivant le mouvement de rotation de

l'aimantation dans un champ magnétique effectif comme l'équation de Bloch-Blömbergen[39] (BB) ou l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert[40,41] (LLG). Les équations de Maxwell servent à déterminer la valeur du champ magnétique dynamique en tout point de l'échantillon $\boldsymbol{H}_{\varphi}(r,t)$.

La résolution des équations de Maxwell requière la connaissance de la variation de l'aimantation locale $\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{M}(r,t)$ solution de l'équation de LLG ou de BB qui, à leur tour, nécessite l'implication du champ $\boldsymbol{H}_{\varphi}(r,t)$ et ainsi de suite. En régime linéaire (faible champ d'excitation), ce système d'équations peut se résoudre de façon analytique jusqu'à des étapes avancées du traitement au moyen d'une linéarisation de l'équation de LLG. La solution est alors une superposition de plusieurs modes de propagation généralement en nombre de quatre paires.[19] En régime non linéaire, cependant, seul un traitement numérique n'est envisageable jusqu'à présent.

1.4.2 Équation de Landau-Lifshitz-Gilbert

La présence d'un champ magnétique effectif $\boldsymbol{H}_{eff}$ provoque un mouvement de précession de l'aimantation autour de celui-ci, accompagné d'une relaxation plus ou moins lente vers sa direction. Gilbert a proposé l'équation suivante pour décrire ce comportement[40]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -\mu_0 |\gamma| \left(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}\right) + \frac{\alpha}{M_s}\left(\boldsymbol{M} \times \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}\right) \tag{1.6}$$

où α est le coefficient d'amortissement (sans dimension) et $|\gamma| = \frac{g|e|}{2m_e}$ est le rapport gyromagnétique, e et m_e sont la charge et la masse de l'électron et g est le facteur de Landé (ou facteur g). Le premier terme du membre de droite de cette équation

correspond à une précession, de fréquence $f = \frac{\mu_0 |\gamma|}{2\pi} H_{eff}$, conservant l'angle entre le champ $\boldsymbol{H}_{eff}$ et l'aimantation $\boldsymbol{M}$. Quant au deuxième terme, celui-ci est introduit pour décrire le mouvement de relaxation vers la direction du champ.

Dans la limite des faibles amortissements ($\alpha^2 << 1$), l'équation (1.6) peut se réécrire sous la forme proposée par Landau et Lifshitz[41] (LL):

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -\mu_0 |\gamma| \left(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}\right) - \frac{\mu_0 \alpha |\gamma|}{M_s} \left(\boldsymbol{M} \times (\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff})\right) \tag{1.7}$$

Les équations (1.6) et (1.7) conservent, toutes deux, le module du vecteur aimantation quelque soit la direction et l'intensité du champ appliqué. Toutefois, celles-ci divergent dans la description du comportement de l'aimantation quand l'amortissement est important. En faisant tendre α vers l'infini, l'équation de LL décrit une précipitation de l'aimantation vers la direction de $\boldsymbol{H}_{eff}$ alors que l'équation de Gilbert décrit un ralentissement de la précession jusqu'à l'immobilisation de l'aimantation sans s'aligner avec $\boldsymbol{H}_{eff}$. Dans notre cas, le coefficient d'amortissement est négligeable ce qui rend les deux équations équivalentes.

En séparant l'aimantation $\boldsymbol{M}(t)$ en parties statiques $\boldsymbol{M}_0$ et dynamiques $\boldsymbol{m}(t)$ ($\boldsymbol{M}(t) = \boldsymbol{M}_0 + \boldsymbol{m}(t)$) et en faisant de même pour le champ effectif ($\boldsymbol{H}_{eff}(t) = \boldsymbol{H}_{eff\,0} + \boldsymbol{h}_{eff}(t)$), il est parfois utile de linéariser l'équation de LL en négligeant le terme comprenant $\boldsymbol{m}(t) \times \boldsymbol{h}_{eff}(t)$ dans le développement de produit vectoriel $\left(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}\right)$ des équations (1.6) et (1.7) :

$$\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff} = \left(\boldsymbol{M}_0 \times \boldsymbol{H}_{eff\,0}\right) + \left(\boldsymbol{M}_0 \times \boldsymbol{h}_{eff}(t)\right) + \left(\boldsymbol{m}(t) \times \boldsymbol{H}_{eff\,0}\right) + \left(\boldsymbol{m}(t) \times \boldsymbol{h}_{eff}(t)\right). \tag{1.8}$$

Cette approximation n'a aucune conséquence notable sur les résultats du traitement de la MIG linéaire où les composantes dynamiques sont négligeables devant les composantes statiques respectives. La linéarisation permet d'alléger les équations et

rend possible la résolution analytique. Dans le régime non linéaire, par contre, cette approximation n'est pas permise. La composante non linéaire du comportement du système doit, justement, découler de cette équation puisque c'est dans le mouvement de l'aimantation que les non linéarités prennent naissance. De ce fait, seule la résolution numérique n'est possible.

1.4.3 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont incontournables pour une étude rigoureuse de la MIG. Leur combinaison avec la loi d'Ohm ($\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$ où $\boldsymbol{J}$ est la densité de courant, σ est la conductivité électrique) et l'expression de l'induction $B = \mu_0 (H + M)$ donne :

$$\nabla^2 H - \nabla(\nabla . H) = \mu_0 \sigma \frac{\partial (H + M)}{\partial t} . \tag{1.9}$$

Dans cette équation, la densité de courant de déplacement $\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$ est négligée devant la densité de courant $\boldsymbol{J}$ (ici, pour une fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ de 1 MHz, $\left|\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right| = \frac{\omega \varepsilon}{\sigma} |\boldsymbol{J}| \approx 10^{-10} |\boldsymbol{J}|$ où ε est la permittivité du milieu proche de celle du vide).[42]

La décomposition de l'équation (1.9) suivant les coordonnées cylindriques nous amène aux équations aux dérivées partielles suivantes:

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H_\varphi - \sigma \mu_o \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \sigma \mu_o \frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \tag{1.10-a}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \sigma \mu_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} \tag{1.10-b}$$

où les indices z et φ indiquent respectivement les composantes axiale et circonférentielle.

Pour un milieu magnétique linéaire, homogène et isotrope, $M = \chi H$ (où χ est la susceptibilité magnétique), l'équation (1.9) devient une équation d'Helmholtz et est analytiquement résoluble. Sa solution est alors la même que celle d'un conducteur non magnétique à condition de remplacer la perméabilité du vide μ_0 par celle du matériau $\mu = \mu_0(1+\chi)$. Toute la difficulté du problème reviendrait alors à la détermination de μ en fonction du champ statique. Dans le cas d'un milieu magnétique non linéaire, la notion de perméabilité magnétique n'est pas tout à fait appropriée. Les Éqs. (1.9) et (1.10) ne sont plus linéaires ce qui rend leur résolution analytique très difficile voire impossible. Le recours au calcul numérique est alors incontournable.

1.5 Champ effectif

La connaissance du champ magnétique effectif $\boldsymbol{H}_{eff}$ qui agit sur l'aimantation est indispensable pour pouvoir décrire d'une façon assez précise le mouvement de cette dernière. À l'intérieur du matériau, ce champ est une résultante de plusieurs champs appartenant à deux catégories: les champs microscopiques qui ne dépendent que des propriétés magnétiques locales et les champs macroscopiques qui dépendent du comportement de l'ensemble de l'échantillon.

Dans notre microfil ferromagnétique, l'ensemble des champs macroscopiques contribuant au champ effectif est composé du champ statique appliqué $\boldsymbol{H}_0$, du champ dynamique circonférentiel $\boldsymbol{H}_\varphi$ créé par le courant, du champ dynamique axial $\boldsymbol{H}_z$ engendré par la variation temporelle de la composante axiale de l'aimantation $\frac{\partial}{\partial t} M_z$ et du champ de démagnétisation $\boldsymbol{H}_d$ relié à la forme de l'échantillon. L'ensemble des champs microscopiques est composé de champs fictifs qui sont : le champ d'anisotropie

uniaxiale $\boldsymbol{H}_a$, le champ d'échange $\boldsymbol{H}_{éch}$ et le champ d'anisotropie magnétoélastique $\boldsymbol{H}_{me}$. Nous avons donc:

$$\boldsymbol{H}_{eff} = \boldsymbol{H}_0 + \boldsymbol{H}_\varphi + \boldsymbol{H}_z + \boldsymbol{H}_a + \boldsymbol{H}_{ech} + \boldsymbol{H}_d + \boldsymbol{H}_{me} \tag{1.11}$$

Le champ effectif tend à orienter l'aimantation dans sa direction en tout point de l'échantillon. Dans le chapitre 3, nous considérerons que l'aimantation est constamment dans sa position d'équilibre c'est-à-dire orientée dans la direction de H_{eff}. Cette approximation dite "quasi-statique" est valable dans le cas des basses fréquences (typiquement jusqu'à quelques centaines de kilohertz). À haute fréquence, les variations de H_{eff} sont trop rapide pour que l'aimantation puisse le suivre ce qui explique la nécessité d'un calcul dynamique basé sur une équation de mouvement de l'aimantation qui tient compte du retard de $\boldsymbol{M}$ par rapport à $\boldsymbol{H}_{eff}$.

1.5.1 Les champs macroscopiques

Le champ appliqué

On entend par le champ appliqué le champ statique ou quasi-statique supposé homogène dans lequel est baigné l'échantillon. En général, un tel champ est généré par des bobines d'Helmholtz alimentées par un courant continu. Mais dans le cas d'un échantillon filiforme à faibles dimensions, une longue bobine qui le contiendrait dans son axe est largement suffisante. Ce champ est orienté dans la direction axiale du microfil. La contribution du champ magnétique terrestre ne doit cependant pas être négligée puisque sa valeur est du même ordre de grandeur que celles des champs considérés en GMI (de l'ordre de l'Oersted, 1 Oe = $10^3/4\pi$ A/m). Généralement, le système microfil+bobine est positionné de telle façon à ce que le champ terrestre soit dans la direction perpendiculaire à l'axe du fil. Ainsi, son influence sur les mesures est négligeable à cause de l'effet de démagnétisation.

Le champ dynamique circonférentiel

La circulation d'un courant sinusoïdal $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ dans l'échantillon produit un champ magnétique circonférentiel dont la valeur à la surface est donnée par le théorème d'Ampère:

$$H_\varphi(r = a, t) = \frac{I_0}{2\pi a} \sin(\omega t) \tag{1.12}$$

Bien que cette valeur du champ soit bien connue à la surface, il est cependant difficile de déterminer sa distribution à l'intérieur du fil. En effet, la fréquence, la conduction électrique, la perméabilité magnétique et le rayon du fil sont tous des éléments qui influencent cette distribution. C'est au moyen de l'équation (1.10-a) que ce champ est déterminé. Dans le cas d'un courant de très faible amplitude (typiquement <1mA), c'est-à-dire dans un régime linéaire, le champ dynamique circonférentiel $H_\varphi(r,t)$ peut s'écrire sous la forme $H_{\varphi 0}(r) \sin \omega t$ où $H_{\varphi 0}(r)$ est l'amplitude des oscillations dont la variation radiale prend la forme de la fonction de Bessel. En régime non linéaire, la solution est plus complexe à cause des irrégularités dans le temps et dans l'espace de la perméabilité magnétique. Par conséquent, les variables r et t ne sont plus facilement séparables d'où la complexité voire l'impossibilité d'une résolution analytique des équations qui régissent la création et la variation des champs dynamiques en régime non linéaire.

Le champ dynamique axial

Contrairement au champ dynamique circonférentiel qui est directement engendré par le courant, le champ dynamique axial lui doit son existence à la variation de la composante axiale de l'aimantation lors de sa rotation. Selon les équations de Maxwell, la variation de l'induction magnétique axiale engendre un champ électrique

circonférentiel dont la variation temporelle crée à son tour un champ magnétique axial. Ce champ s'obtient en résolvant l'équation 1.10-b connaissant $\frac{\partial M_z}{\partial t}(r,t)$. En régime linéaire, ce champ est relativement faible à cause du faible angle de rotation de $\boldsymbol{M}$ (faibles variations de $\boldsymbol{H}_{eff}$). Son influence sur l'aimantation peut être négligée par rapport à l'influence de $H_\varphi(r,t)$. En régime non linéaire, par contre, nous verrons (dans le chapitre 5) que ce champ est suffisamment grand pour modifier l'allure de la courbe de la MIG dans la région des faibles champs où le fil n'est pas saturé.

Le champ de désaimantation

Le champ de désaimantation est induit par des charges magnétiques (non compensées) de volume et de surface liées à la distribution de l'aimantation dans l'échantillon. La condition de symétrie cylindrique fait que seules les charges magnétique de surface peuvent engendrer un champ de désaimantation axial mais la forme très allongée des microfils permet la négligence de ce dernier. En effet, le rapport de leur diamètre sur leur longueur étant très faible (de l'ordre de 10^{-3}), le champ de désaimantation moyen à la section centrale du microfil est de l'ordre du A/m ce qui est effectivement négligeable. Ce champ ne sera donc pas pris en considération dans nos calculs. Cependant, malgré qu'il soit faible sur presque toute la longueur du microfil, ce champ peut atteindre des valeurs très importante au niveau des bords (extrémités) ce qui peut engendrer la division en domaines magnétiques de l'échantillon dont les parois se créent sur les bords, se propagent et se répartissent sur toute la longueur du fil. La présence d'un tel champ au niveau des bords peut affecter les résultats des mesures pour des microfils de faibles longueurs. Dans le cas des microfils de quelques centimètres de longueur comme ceux que nous utilisons dans cette étude, ces effets sont négligeables et ne sont donc pas pris en compte dans le calcul.

Le seul champ de désaimantation qui intervient dans nos calculs sur la MIG se trouve sur la direction radiale pour laquelle la dimension du fil est la plus faible. À partir

de l'équation de Maxwell $div\vec{B} = 0$ écrite en coordonnées cylindriques, le champ de désaimantation est donné par :

$$\boldsymbol{H}_d = -M_r \hat{r} \tag{1.13}$$

où M_r est la composante radiale de l'aimantation.

La présence de $\boldsymbol{H}_d$ avec une valeur aussi grande a pour conséquence de maintenir l'aimantation quasiment dans le plan φ-z ce qui gêne considérablement son mouvement de précession et accélère sa relaxation.

1.5.2 Les champs microscopiques

Le champ d'anisotropie intrinsèque

L'anisotropie magnétique est causée par la préférence qu'ont les moments de spin à s'orienter dans une direction dite facile (ou de facile aimantation), plutôt que dans une autre, dite difficile (ou de difficile aimantation). L'anisotropie magnétique est, généralement, liée à la structure cristalline de l'échantillon ou à sa forme. Elle tient son origine des interactions des spins électroniques avec le champ cristallin du matériau ou des champs de démagnétisation (anisotropie de forme) discutés dans la section précédente.

Dans le cas de nos microfils amorphes, la seule anisotropie qui subsiste est provoquée par les contraintes mécaniques qui se sont créées durant la solidification rapide dans le processus de fabrication. La faiblesse de ce type d'anisotropie d'origine magnétoélastique, fait des microfils amorphes utilisés ici des matériaux magnétiques extrêmement doux (faciles à aimanter).

La densité d'énergie liée à l'anisotropie magnétique est minimale lorsque l'aimantation s'oriente dans la direction facile (direction d'équilibre stable) et maximale

dans la direction difficile. En se limitant au premier ordre en $(\boldsymbol{M}.\hat{n}_k)^2$ (les termes en $(\boldsymbol{M}.\hat{n}_k)^4$ et plus sont négligés), la densité d'énergie d'une anisotropie uniaxiale s'écrit :

$$U_a = \frac{-K_u}{M_s^2}\left(\boldsymbol{M}.\hat{n}_k\right)^2 \tag{1.14}$$

où M_s est la valeur de l'aimantation à saturation, K_u est la constante d'anisotropie uniaxiale, $\boldsymbol{M}$ le vecteur aimantation et $\hat{n}_k$ le vecteur unitaire de la direction facile. Le champ effectif d'anisotropie $\boldsymbol{H}_a$ est déduit de l'équation (1.14) par dérivation sur l'aimantation en posant $H_k = 2K_u / \mu_0 M_s$:

$$\boldsymbol{H}_a = -\mu_0^{-1}.\frac{\partial U_a}{\partial \boldsymbol{M}} = \frac{H_k}{M_s}(\boldsymbol{M}.\hat{n}_k)\,\hat{n}_k\,.$$

(1.15)

Le champ $\boldsymbol{H}_a$ est donc toujours dans la direction facile et proportionnel à la composante de l'aimantation dans cette direction. Ce champ est responsable des sauts d'aimantation qui constituent la majeure partie des non linéarités observées en MIG (à l'origine du comportement hystérétique de l'aimantation).

Le champ d'anisotropie magnétoélastique induit par des contraintes extérieures

L'application d'une contrainte mécanique a pour effet d'engendrer une anisotropie supplémentaire qui s'ajoute à l'anisotropie intrinsèque bien que les microfils à base de cobalt ont un très faible coefficient de magnétostriction (λ_s~-10^{-7}). Le champ de cette anisotropie magnétoélastique est donné par :

$$\boldsymbol{H}_{tension} = \frac{2K_\sigma}{\mu_0 M_s^2}(\boldsymbol{M}.\hat{n}_\sigma)\,\hat{n}_\sigma \tag{1.16}$$

lorsqu'il s'agit d'une contrainte de tension et :

$$\boldsymbol{H}_{torsion} = \frac{2K_{\xi}}{\mu_0 M_s^2}(\boldsymbol{M}.\hat{n}_{\xi})\,\hat{n}_{\xi} \tag{1.17}$$

lorsqu'il s'agit d'une torsion. Dans les équations (1.16) et (1.17), $\hat{n}_{\sigma}$ et $\hat{n}_{\xi}$ sont les vecteurs unitaires des axes faciles des anisotropies induites par les contraintes de tension σ' et de torsion ξ. $K_{\sigma} = \frac{3}{2}\lambda_s\sigma'$ et $K_{\xi} = \frac{3}{2}r\lambda_s\xi G$ sont les constantes d'anisotropie correspondants où G est le module de cisaillement et r est la position radiale. Dans le cas de nos microfils de magnétostriction λ_s négative, $\hat{n}_{\sigma}$ est orienté dans la direction circonférentielle alors qu'il serait orienté dans l'axe du microfil si λ_s était positive. Quant à $\hat{n}_{\xi}$, celui-ci fait un angle de ± π/4 selon le signe de λ_s. Notons que, dans le cas idéal, le module de $\boldsymbol{H}_{torsion}$ est proportionnel à r (position radiale) et que $\boldsymbol{H}_{tension}$ est homogène dans tout le volume du microfil. En réalité, ces deux champs ont des distributions spatiales plus complexes[43] et difficiles à déterminer. Les champs donnés en (1.16) et (1.17) sont utilisés à défaut de connaître leurs distributions réelles.

Le champ d'échange

Dans la limite d'un milieu continu, la densité d'énergie d'échange s'écrit[44]:

$$U_{éch} = A\left[\sum_i (\nabla\alpha_i)^2\right], \tag{1.18}$$

où les α_i sont les cosinus directeurs du vecteur aimantation et A est la constante d'échange. En tenant compte des hypothèses mentionnées dans la section 1.2, l'équation (1.18) devient en coordonnées cylindriques :

$$U_{éch} = A\left[\left(\frac{\partial\alpha_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_{\varphi}}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha_z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\alpha_r^2 + \alpha_{\varphi}^2\right)\right]. \tag{1.19}$$

Le champ effectif d'échange est donné par la dérivation de l'équation (1.19) par rapport à l'aimantation :

$$\boldsymbol{H}_{éch} = -\mu_0^{-1} \frac{\partial U_{èch}}{\partial \boldsymbol{M}} = \frac{2A}{\mu_0 M_s^2} (\nabla^2 \boldsymbol{M}) . \tag{1.20}$$

La portée de l'interaction d'échange entre les spins se caractérise par une distance dite d'échange donnée par :

$$d_{éch} = \left(\frac{2A}{\mu_0 M_s^2} \right)^{1/2} . \tag{1.21}$$

Pour nos microfils, cette distance est d'environ une dizaine de nanomètres.

1.6 Conditions aux frontières

1.6.1 Sur l'aimantation

Le problème de l'adoption de la condition à la surface sur l'aimantation dans le cas des matériaux ferromagnétiques de faibles dimensions n'est pas un problème simple. Dans la littérature, le choix des hypothèses sur les spins de surface s'étend de la condition de spins libres, proposée par Ament et Rado,[45] jusqu'à celle des spins bloqués, introduite par Kittel,[46] en passant par les cas intermédiaires.[47,48] Melo et al.[27] ont montré que la condition frontière influence fortement les résultats des calculs MIG. La substitution de la condition des spins libres par celle des spins bloqués réduirait jusqu'à un facteur 2 le signal MIG en régime linéaire.

La condition des spins bloqués suggère la présence d'une forte anisotropie de surface ayant pour effet de bloquer les spins situés à la surface dans la direction normale à celle-ci. Cette condition a été utile pour expliquer les modes stationnaires observés en

RFM sur des couches minces. Ce blocage pourrait avoir plusieurs origines comme la présence d'une couche superficielle antiferromagnétique, la cristallisation ou l'oxydation de la surface, etc. En ce qui nous concerne, nous adopterons plutôt la condition des spins libres qui considère que les spins de la surface ne sont soumis à aucune contrainte liée à la présence de la surface. Le champ effectif vu par ceux-ci est le même que celui vu par les spins situés en profondeur à l'exception de la contribution du champ d'échange. Puisque les spins de surface n'on pas de voisins adjacents sur le coté extérieur, les termes constituant le champ d'échange qui s'annulent par symétrie à l'intérieur de l'échantillon, ne sont plus compensés à la surface. L'expression du champ d'échange à la surface $H_{éch}^{surface}$ peut s'obtenir en exploitant le fait qu'à tout instant, la somme des moments de torsion exercés par le champ d'échange sur les spins de l'échantillon est nulle :

$$\int_v \left(M \times H_{éch}\right) dv = 0 \,, \tag{1.22}$$

v étant le volume total du microfil. En effet, en tenant compte de la symétrie cylindrique du microfil, l'intégration par parties de l'équation (1.22) donne :

$$H_{éch}^{surface} = \left(\frac{\partial M_{\varphi,r}}{\partial r} + \frac{M_{\varphi,r}}{r} \right)\Bigg|_{r=a} = 0 \,. \tag{1.23}$$

Cette équation signifie que l'aimantation de la couche superficielle décrit une variation radiale de manière à ce que le champ d'échange soit constamment nul, c'est-à-dire que l'aimantation de la surface est en tout temps orientée dans la direction du champ d'échange.

Pour un fil de grand diamètre, le terme $\frac{M_{\varphi,r}}{r}$ de l'équation (1.23) devient négligeable. On retrouve ainsi la condition bien connue relative aux couches minces.[45]

1.6.2 Sur le champ dynamique

Les résolutions des équations électromagnétiques du deuxième degré (1.10) nécessitent chacune la satisfaction de deux conditions aux limites. Ceci nous amène à un total de quatre conditions. Les deux première sont fournies par la continuité des champs circonférentiels magnétique H_φ et électrique $E_\varphi = -\sigma^{-1}\frac{\partial H_z}{\partial r}$ sur l'axe d'un fil de symétrie cylindrique soient:

$$H_\varphi(r=0,t)=0 \tag{1.24}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial r}(r=0,t)=0 \tag{1.25}$$

Quant à la troisième condition, celle-ci est liée au fait que le courant sinusoïdal traversant le microfil soit imposé par le circuit. Selon le théorème d'Ampère, la valeur à la surface du champ H_φ est, par conséquent, bien déterminée :

$$H_\varphi(r=a,t)=\frac{I\ (t)}{2\pi a} \tag{1.26}$$

Quant à la valeur du champ H_z à la surface, celle-ci s'ajuste en faveur d'une radiation d'onde électromagnétique se propageant à l'extérieur du microfil. Chaque harmonique est couplée à une onde électromagnétique de même fréquence. Les variations radiales des amplitudes des champs à l'extérieur de l'échantillon (dans l'air) sont décrites par une combinaison linéaire des fonctions de Hankel.[49] À l'interface métal/air, les amplitudes des champs électriques et magnétiques de chaque onde (harmonique) sont soumises à la relation suivante[26,50] :

$$\mu_0 H_{\varphi a} H_{za} = \varepsilon_0 E_{\varphi a} E_{za}\,, \tag{1.27}$$

où l'indice a indique la valeur à la surface ($r = a$).

Grâce à cette équation, nous allons montrer que la valeur de H_z à la surface est pratiquement nulle : si l'on considère que l'impédance Z du microfil est de l'ordre d'une centaine de Ohms, alors l'ordre de grandeur du rapport $\frac{E_{za}}{H_{\varphi a}} = \frac{2\pi a}{l} Z$ est de 1Ω. Quand au champ électrique circonférentiel $E_{\varphi a}$, celui-ci se déduit des équations de Maxwell, et son expression est :

$$E_{\varphi a} = -\frac{1}{a}\int_0^a r \frac{\partial B_z}{\partial t} dr \,, \tag{1.28}$$

où B_z est la composante axiale de l'induction. Si on considère qu'à une fréquence donnée, tous les spins du microfil varient d'une façon cohérente d'une direction circonférentielle à l'autre sous l'action du courant en restant constamment dans le plan φ-z, alors :

$$E_{\varphi a} \approx \frac{1}{2} a \mu_0 \omega M_s \tag{1.29}$$

Cette situation ne peut se présenter qu'avec des courants d'amplitude relativement grande et de basse fréquence. Nous allons voir dans le chapitre 4, que pour une fréquence de 1 MHz, il faut un courant d'environ 15 mA pour pouvoir renverser la totalité des spins d'un microfil de 30 μm de diamètre et de champ d'anisotropie de 0.5 Oe. À plus haute fréquence, un courant plus grand est requis. Sachant qu'il n'est pas possible augmenter indéfiniment le courant, et que quelques dizaines de milliampères pour un microfil de 35 μm est une limite très raisonnable, d'une part, à cause de la puissance limitée du générateur et, d'autre part, par souci de ne pas altérer les propriétés magnétiques intrinsèque de l'échantillon, $E_{\varphi a}$ ne peut pas dépasser une valeur maximale d'environ 100 V/m correspondant à une fréquence située entre 1 et 10 MHz. Ceci nous amène à estimer l'ordre de grandeur du champ H_{za} à 10^{-3} A/m. Cette valeur négligeable constitue la quatrième et dernière condition frontière:

$$H_{za} \approx 0 \tag{1.30}$$

1.7 Sommaire

Ce premier chapitre constitue un préambule à la partie théorique du travail effectué dans le cadre de cette thèse. Après avoir établi le contexte de validité de notre modèle où la symétrie cylindrique est imposée comme condition principale, nous avons présenté l'origine des non-linéarités de la MIG. Tout au long de ce chapitre, les différences entre les deux régimes ont été discutées pour chaque partie du problème traité en mettant l'accent sur les difficultés supplémentaires engendrées par la présence des non linéarités.

Dans la section 1.4, nous avons énuméré les équations qui sont à la base de l'étude du comportement de la magnétoimpédance. Tout d'abord, l'expression de la tension aux bornes du microfil, déduite de l'équation de Maxwell-Faraday, met en évidence le rôle de l'induction circonférentielle par son intensité et son profil radial dans le phénomène de la MIG. On distingue dans cette équation, les contributions des deux effets interdépendants impliqués dans le phénomène de la MIG soient l'effet d'induction et l'effet de peau. Les équations de Landau-Lifshitz et de Gilbert décrivant les mouvements de l'aimantation ont été discutées. Dans le type de matériaux que nous étudions ici, ces deux équations sont, pour ainsi dire, équivalentes puisque le coefficient d'amortissement est de très faible valeur ($\alpha << 1$). La composante non linéaire du comportement de l'aimantation vis-à-vis du champ magnétique effectif doit ressortir de ces équations.

Les composantes du champ effectif sont à considérer avec beaucoup de soin vu la nature très sensible du problème notamment le champ d'anisotropie intrinsèque ou induite qui est à l'origine non seulement des non linéarités mais aussi de l'existence même du phénomène de la MIG. Les équations de Maxwell donnant le profil radial du

champ magnétique dynamique sont aussi discutées. Ces équations se résolvent numériquement à cause du comportement non linéaire de $M(H)$. La moitié des conditions aux limites, indispensables pour leur résolution, sont déduites de la symétrie cylindrique du problème. Quant à l'autre moitié, elles sont déduites des conditions de propagation d'ondes électromagnétiques et du théorème d'Ampère.

Dans les chapitres 3 et 4, nous nous baserons sur le présent formalisme pour construire nos deux modèles quasi-statique et dynamique pour pouvoir donner une explication qualitative ou quantitative des résultats observés présentés et discutés au chapitre 2.

Chapitre 2 : Expérimentation

"En science, on trouve d'abord et on cherche ensuite. Il n'y a pas de fait en soi mais des faits observés."

Imre Lakatos

2.1 Introduction

La mesure expérimentale de la magnétoimpédance dans son régime non linéaire constitue une composante très importante dans ce travail de thèse puisque c'est bien celle-ci qui fournit la matière première au traitement théorique de ce phénomène, y compris sa modélisation. Il faut dire que les microfils étudiés ici ont des caractéristiques très peu commune car en plus d'être d'une extrême douceur magnétique, ils présentent la particularité de générer des harmoniques, dans leur réponse en tension, variant d'une façon très irrégulière avec le champ magnétique. Plusieurs études expérimentales concernant ces harmoniques ont été rapportées dans la littérature durant la dernière décennie[51-54] mais rares sont celles qui ont présenté des résultats semblables aux nôtres notamment concernant le comportement de la deuxième harmonique vis-à-vis du champ appliqué. Il est possible que cela soit dû à la bonne résolution de nos mesures contrairement à la majorité des mesures rapportées dans la littérature. Il est donc important d'effectuer nos propres mesures pour, d'une part, observer, sous différents angles, le phénomène de la magnétoimpédance et, d'autre part, explorer nos propres microfils et déterminer leurs propriétés magnétiques et électriques.

Dans ce chapitre, nous tenterons de cerner, de façon aussi détaillée que possible, le comportement global, vis-à-vis du champ magnétique, de l'impédance et de ses harmoniques sous différentes conditions de courant (amplitude et fréquence) et de contraintes mécaniques (tension et torsion). Il sera d'abord question d'une description détaillée de la procédure avec laquelle les mesures ont été effectuées. Puis, les comportements sous différents paramètres de mesures du signal total et de sa deuxième harmonique seront détaillés à tour de rôle. Finalement, une généralisation aux autres harmoniques sera discutée.

2.2 Procédure expérimentale

Les échantillons utilisés pour les mesures de la magnétoimpédance sont des microfils magnétiques amorphes de composition $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$ (% poids) fabriqués par extraction de métal en fusion par la compagnie MXT de Montréal. Leurs diamètres varient de 30 à 40 μm. Pour effectuer ces mesures, un segment de microfil de longueur d'environ 25 mm est disposé sur un porte-échantillon de fabrication artisanale tel que schématisé sur la figure 2.1. Sur ce porte-échantillon, l'une des deux extrémités du microfil est à un connecteur susceptible de se mouvoir longitudinalement au gré de la tension mécanique exercée par des poids suspendus qui lui sont reliés par un fil textile. L'équivalence tension/poids est d'environ 10 MPa par gramme suspendu. Quant à l'autre extrémité de l'échantillon, celle-ci est reliée à un connecteur susceptible de tourner sur son axe de façon à exercer une torsion sur l'échantillon. Une rotation d'un angle π engendrerait une torsion d'environ 7 ^{o}/mm.

Le porte-échantillon est ensuite inséré dans une longue bobine de sorte à ce que le microfil soit positionné au milieu de son axe. Cette bobine de dimensions beaucoup plus grandes que celles de l'échantillon, alimentée par un générateur de courant continu (Keithley 2400) produit sur ce dernier un champ axial statique uniforme variant de -58 à +58 Oe. Il est important de bien disposer l'échantillon sur l'axe de la bobine pour éviter

les gradients du champ statique. À cause de la grande sensibilité des microfils au faibles champ magnétiques, il est aussi nécessaire de tenir compte du champ magnétique terrestre lors de la mesure soit en orientant la bobine dans la direction perpendiculaire à celui-ci ou bien soustraire sa composante suivant l'axe du microfil dans le traitement des résultats. Quant à la composante perpendiculaire du champ terrestre, celle-ci n'a pas d'effet notable sur les mesures à cause des effets démagnétisants.

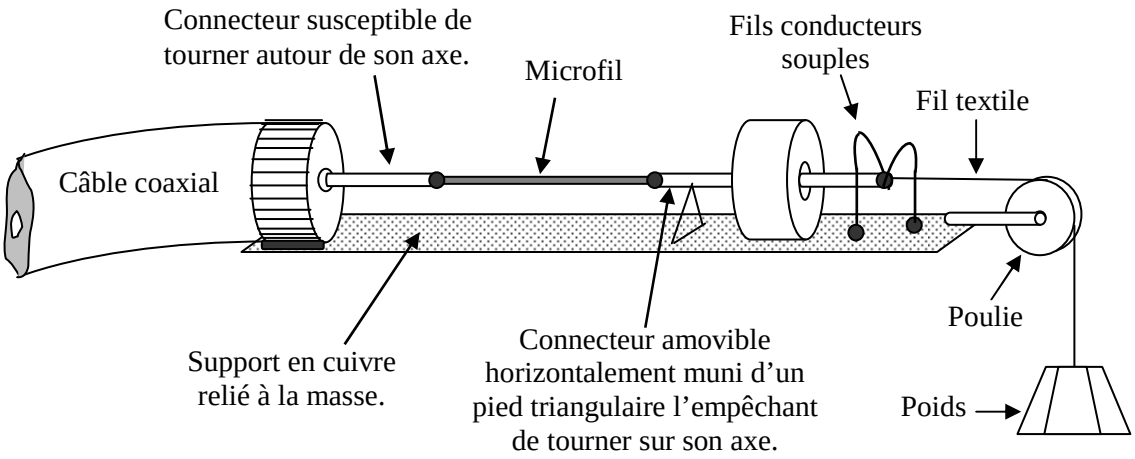


Figure 2.1 : Schéma représentant le porte-échantillon utilisé pour les mesures de l'impédance des microfils sous contraintes de tension et/ou de torsion.

Pour l'alimenter avec un courant sinusoïdal, l'échantillon est connecté avec une résistance *R* en série à un générateur de fonction de marque Agilent 33250A. Un schéma du montage est présenté dans la figure 2.2. La valeur de la résistance *R* doit être assez grande afin d'éviter les distorsions du courant quand le régime non linéaire est atteint. En effet, une grande résistance augmente la composante linéaire de la résistance de charge ($R + Z_{\text{échantillon}}$) vue par le générateur ce qui réduit sa sensibilité aux perturbations non linéaires. D'un autre coté, *R* doit être assez faible pour permettre la circulation d'un courant pouvant aller jusqu'à une quinzaine de milliampères, sachant que le générateur

est limité à une tension crête de 10V. Pour un microfil de résistance en régime continu R_{DC} d'environ 50 Ω, le compromis serait une valeur de R d'environ 500 Ω. Avec cette valeur, la perturbation du courant est telle que sa deuxième harmonique (qui constitue la plus importante des harmoniques d'ordre supérieur) est d'environ 1% de la valeur du courant fondamental ce qui est bien négligeable. Le problème de la limitation de l'amplitude du courant aurait pu être évité si le générateur de tension pouvait être remplacé par une source de courant ac capable d'atteindre des fréquences de quelques dizaines de MHz, mais malheureusement, à notre connaissance, cet instrument est inexistant.

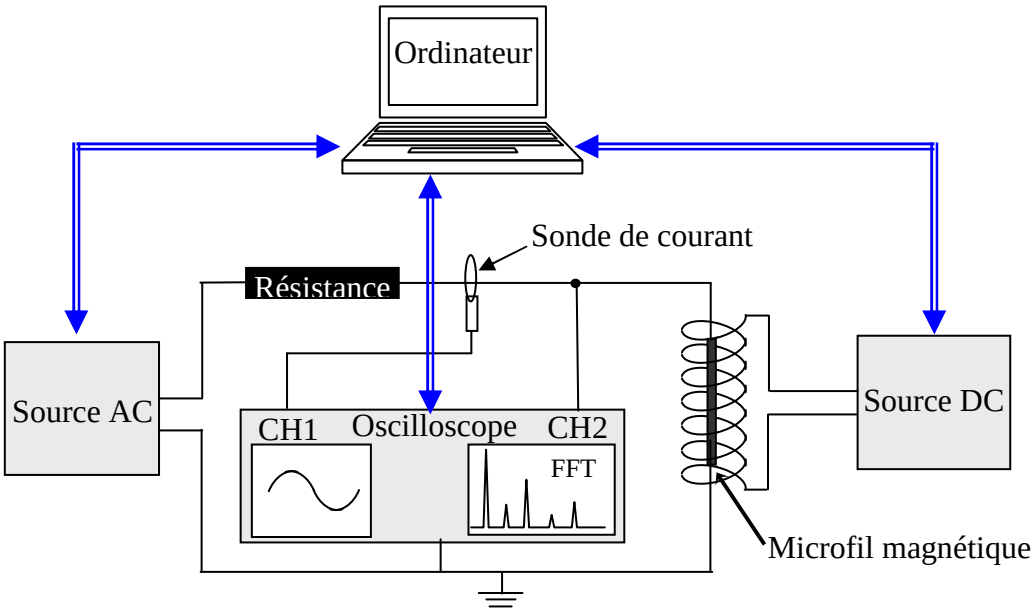


Figure 2.2 : Schéma du montage permettant la mesure de l'impédance du microfil magnétique dans le régime non linéaire.

La valeur efficace du courant du circuit est mesurée à l'aide d'une sonde de courant reliée à un oscilloscope de marque Tektronix TDS5032B. L'amplitude du signal de sortie du générateur est ensuite réajustée de sorte à ramener l'amplitude du courant à la valeur désirée car les mesures sont faites à valeur efficace du courant constante.

L'oscilloscope recueille le signal de la tension aux bornes du microfil puis extrait ces différentes harmoniques au moyen d'une analyse de Fourier. Les amplitudes de ces harmoniques sont, ensuite, tracées en fonction du champ magnétique appliqué par la bobine sur l'échantillon. La totalité des séquences de mesure sont directement contrôlées par ordinateur. Toutes les mesures d'amplitude de courant et de tension y compris celles de ses harmoniques sont exprimées en valeur efficace dans la suite de ce chapitre sans qu'il n'en soit explicitement fait mention.

La gamme de fréquence utilisée dans les mesures s'étend d'une centaine de kHz jusqu'à quelques dizaines de MHz. La limite inférieure de 100 kHz est imposée par la contribution à l'effet MIG des mouvements des parois de domaines. Au-delà de cette limite, l'inertie des parois de domaines réduit considérablement leur mouvement et leur contribution à la perméabilité magnétique devient très faible comparativement à celle engendrée par la rotation de l'aimantation.[11] Quant à la limite supérieure, celle-ci dépend de la puissance du générateur utilisé car, à mesure que la fréquence augmente, le régime non linaire requière un courant de plus en plus fort. En plus de la limitation de la puissance du générateur, il n'est pas recommandé d'utiliser des forts courants en raison du risque de détérioration des propriétés magnétiques du microfil. Un courant d'une quinzaine de milliampères représente une limite raisonnable compte tenu du temps relativement long de chaque mesure.

2.3 Résultats sur le signal total

En régime linéaire, la dépendance typique de la valeur efficace de la tension $V(t)$ en fonction du champ statique pour des microfils à base de cobalt présente deux maxima disposés symétriquement par rapport à l'origine des champs. Les positions de ces maxima correspondent à la valeur du champ d'anisotropie de l'échantillon. À plus haut champ, V tend asymptotiquement vers $R_{DC}.I$. Un exemple de ce comportement est montré sur la figure 2.3 pour un fil de 25 mm traversé par un courant de 0.5 mA et de

fréquence 10MHz. les deux courbes sont obtenues par balayage du champ dans le sens positif puis négatif. Une légère hystérésis apparaît dans la région des champs faibles. En particulier, l'écart de $V(H_0 = 0)$ pour les deux sens du balayage du champ rend compte de l'instabilité de la structure magnétique à faible champ.

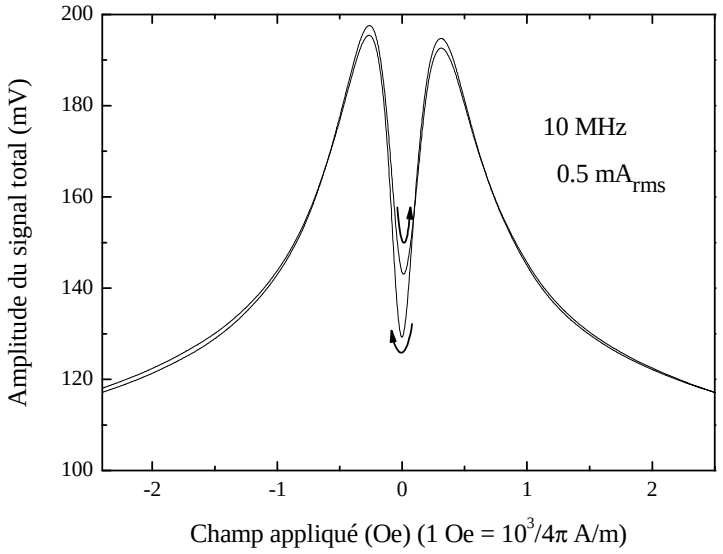


Figure 2.3 : Tension aux bornes du microfil en fonction du champ statique appliqué dans le régime linéaire. Le courant ac utilisé est de 10 MHz de fréquence et 0.5 mA d'amplitude.

2.3.1 Effet du courant sur le signal total

À très faible courant (~ 0.1 mA) l'impédance $Z(H_0)=V(H_0)/I$ reste insensible à une variation de l'amplitude du courant, le système est encore dans le régime linéaire. Une augmentation du courant, à partir de $I = I_s \approx 0.5$ mA pour une fréquence de 1 MHz, conduit à un comportement non linéaire.

Un exemple de l'effet du courant sur la réponse des microfils est montré dans la figure 2.4. Le courant I_s délimitant les deux régimes n'est pas défini d'une manière précise car le système entre dans le régime non linéaire d'une façon graduelle. Cette

valeur limite dépend en fait de l'ampleur de la distorsion que l'on peut tolérer dans le régime linéaire.

Lorsque le système entre dans le régime non linéaire, la courbe de la magnétoimpédance $Z(H_0)$ commence à augmenter d'une façon globale jusqu'à atteindre un maximum pour une certaine valeur du courant I_{Zmax} puis commence à diminuer d'une façon monotone. Les sommets de ses pics se déplacent d'abord légèrement vers des champs plus forts puis, à une valeur du courant $I > I_{Zmax}$, reviennent vers les champs plus faibles jusqu'à convolution des deux pics à $H_0 = 0$. On référera au courant correspondant à cette convolution (disparition du minimum entre les deux sommets) par I_c. La figure 2.4-a montre un exemple de la variation avec le courant de la courbe de la magnétoimpédance $Z(H)$ à une fréquence constante de 1 MHz. Le champ est balayé dans le sens positif. Sur la figure 2.4-b, montrant la hauteur et la position des pics caractéristiques de la MIG en fonction du courant, on constate que le courant I_s limitant les deux régimes est au dessous de la gamme montrée puisqu'à 1 mA la hauteur et la position des pics varient déjà. La valeur de I_c est supérieure à 13 mA et celle de I_{Zmax} est de 2 mA. Au-delà de I_{Zmax}, le système commence peu à peu à se saturer et l'impédance décroit asymptotiquement vers R_{DC}.

La saturation observée de Z est en fait prévisible puisque le flux magnétique circonférentiel ne peut augmenter indéfiniment. I_{Zmax} correspond à l'amplitude du courant pour laquelle la réponse en tension $V(t)$ voit apparaître des pics périodiques qui se superposent au signal sinusoïdal (voir figure 1.1-b). Ces pics indiquent que le courant est assez fort pour provoquer des renversements irréversibles de l'aimantation à chaque demi-période. À faible champ appliqué, l'aimantation varie quasiment d'une direction facile à l'autre. Un surplus de courant par rapport à I_{Zmax} n'aura donc pas d'effet notable sur le comportement de l'aimantation et l'impédance ne fera que diminuer.

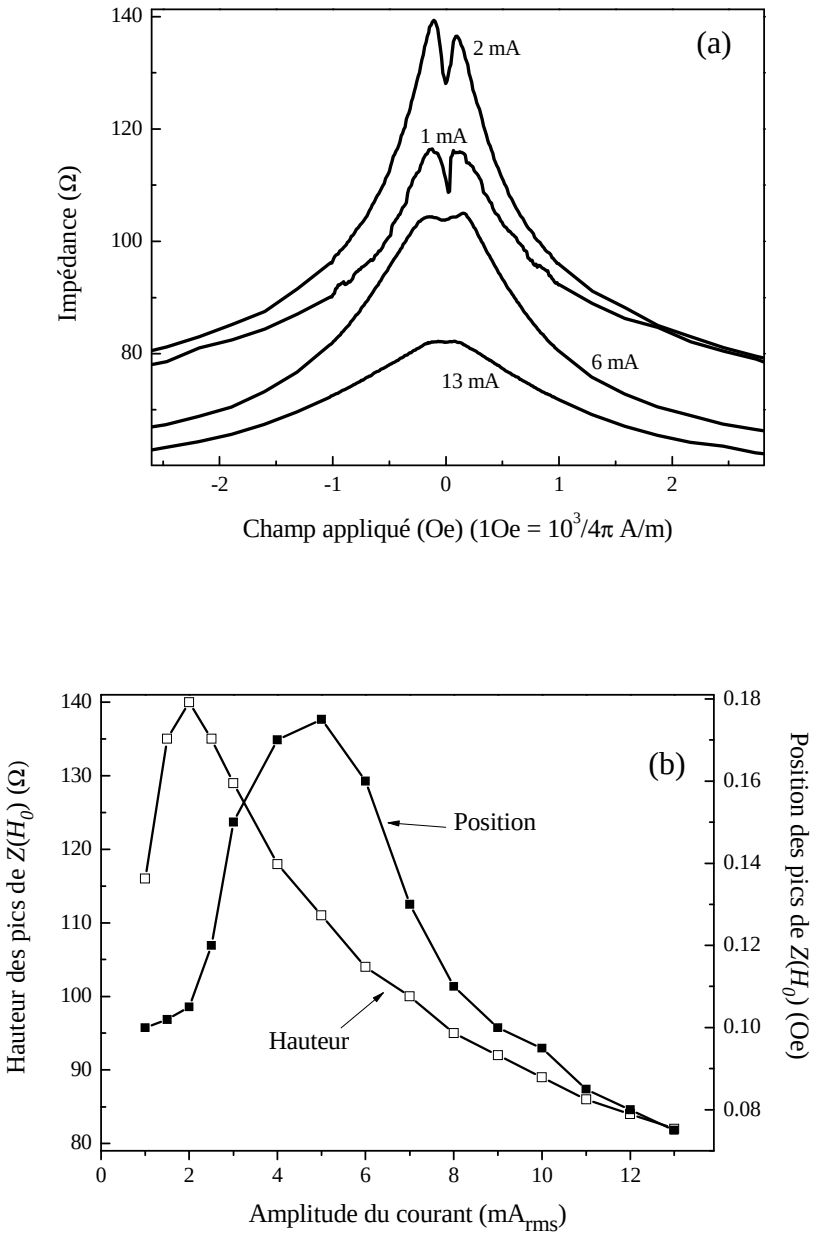


Figure 2.4 : (a) Courbes de magnétoimpédance $Z(H_0)$ à différentes amplitudes de courant de fréquence 1 MHz. Le champ est balayé dans le sens positif. (b) Hauteurs et positions des pics caractéristiques de $Z(H_0)$ en fonction de l'amplitude du courant.

2.3.2 Effet de la fréquence sur le signal total

Le comportement de la courbe caractéristique *V(H)* vis-à-vis de la fréquence en régime non linéaire, à courant constant, n'est pas différent de celui observé en régime linéaire c'est-à-dire une augmentation globale accompagnée d'un déplacement des pics vers les champs plus forts et une saturation de plus en plus lente dans la région des forts champs. Un exemple est donné dans la figure 2.5-a montrant l'évolution avec la fréquence de la courbe de dépendance en champ du signal total pour un courant d'amplitude 5mA. À 200 kHz, le courant I_c est déjà dépassé car la courbe présente un seul pic. À plus haute fréquence, le pic se scinde en deux, ce qui est expliqué par une croissance de I_c avec la fréquence. Quant à la valeur de I_{Zmax}, celle-ci reste quasiment stable (2 mA) jusqu'à une fréquence dépassant le mégahertz puis commence à se déplacer vers les valeurs plus hautes comme le montre les positions des maxima des courbes de la figure 2.5-b. Comme dans le cas de la dépendance en courant, on assiste à une tendance à la saturation avec la fréquence de l'impédance. Cette saturation provient du fait que l'inertie de l'aimantation l'empêche de suivre le régime, de plus en plus fort, qui lui est imposé. Ceci explique aussi le déplacement de I_{Zmax} vers des valeurs supérieures.

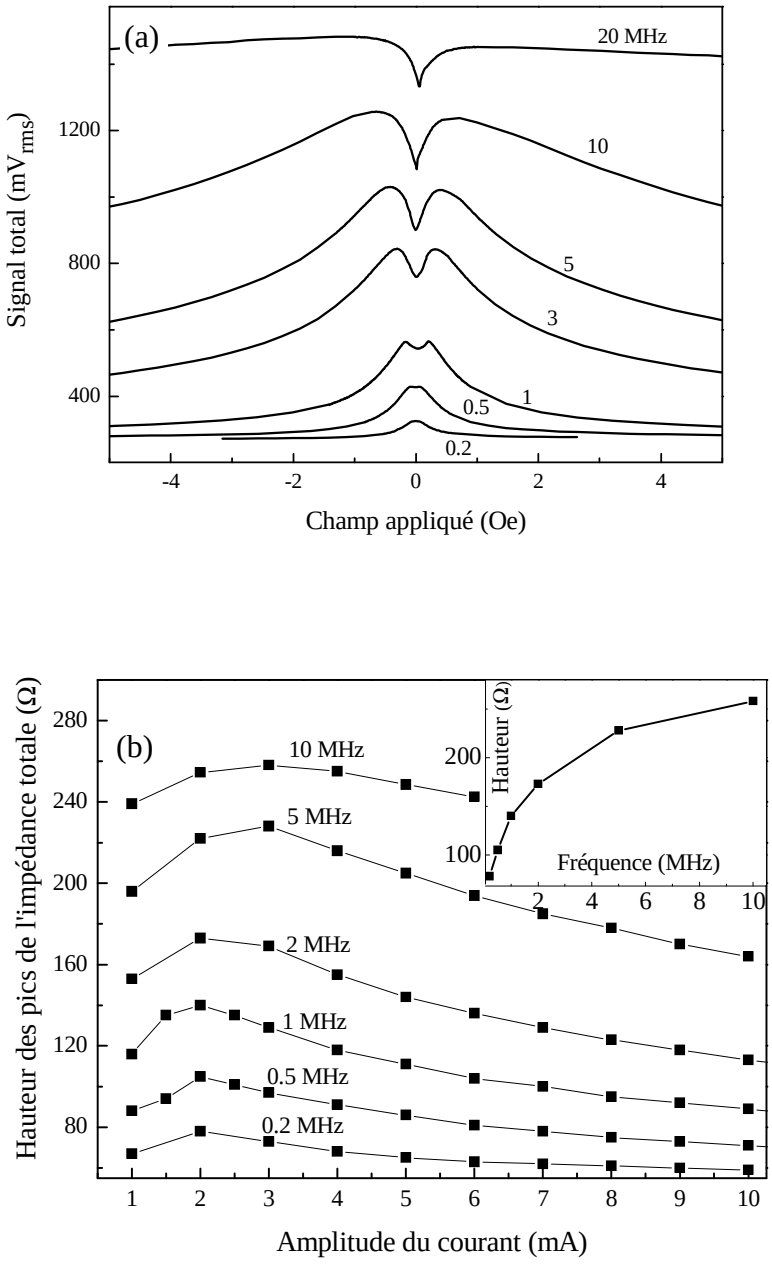


Figure 2.5 : (a) Courbes de dépendance en champ du signal total pour un courant de 5 mA à différentes fréquences. (b) Hauteur des pics caractéristiques de la magnétoimpédance en fonction de l'amplitude du courant à différentes fréquences. La hauteur des sommets de ces courbes est tracée en fonction de la fréquence sur la figure interne de (b).

2.3.3 Effet des contraintes mécaniques sur le signal total

Le faible diamètre de nos microfils fait qu'une suspension d'une masse aussi petite que 1g engendre une tension d'environ 10 MPa. Cette tension influe sur la magnétoimpédance malgré la faible magnétostriction (de l'ordre de 10^{-7}) des microfils. La figure 2.6-a montre l'évolution de la courbe de la magnétoimpédance avec la tension mécanique σ' pour un courant de 3 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. L'application de la tension a pour effet d'écarter les pics de la MIG sans changement notable de leur hauteur. Entre les pics, le creux s'approfondi jusqu'à atteindre la valeur limite $R_{DC}.I$ qui est d'environ 130 mV pour cet exemple. Le déplacement des pics avec σ' est lié à la croissance du champ d'anisotropie d'origine magnétoélastique.

La valeur du déplacement de ces pics est tracé dans la figure 2.6-b en fonction de σ' pour des courants de 3, 5 et 8 mA. Sur cette figure, on constate que la sensibilité de l'impédance à la tension diminue avec l'amplitude du courant ce qui est bien prévisible car les champs circonférentielles forts produits par le courant rendent l'aimantation moins sensible aux variations du champ d'anisotropie.

L'application d'une torsion se fait par rotation d'une des deux extrémités du microfil de longueur 25 mm autour de l'axe. L'effet de la torsion ξ sur le signal total se résume en une forte dégradation de celui-ci comme montré sur la figure 2.7. Comme dans le cas de la tension, l'influence de la torsion n'est pas proportionnelle à son intensité. À mesure que ξ augmente, une diminution relativement lente est observée d'abord les sommets de la courbe suivie d'un affaissement très marqué de tout le signal. Les signaux à faibles courants sont plus facilement affectés que les signaux à fort courant qui demandent une torsion plus forte pour suivre le même comportement.

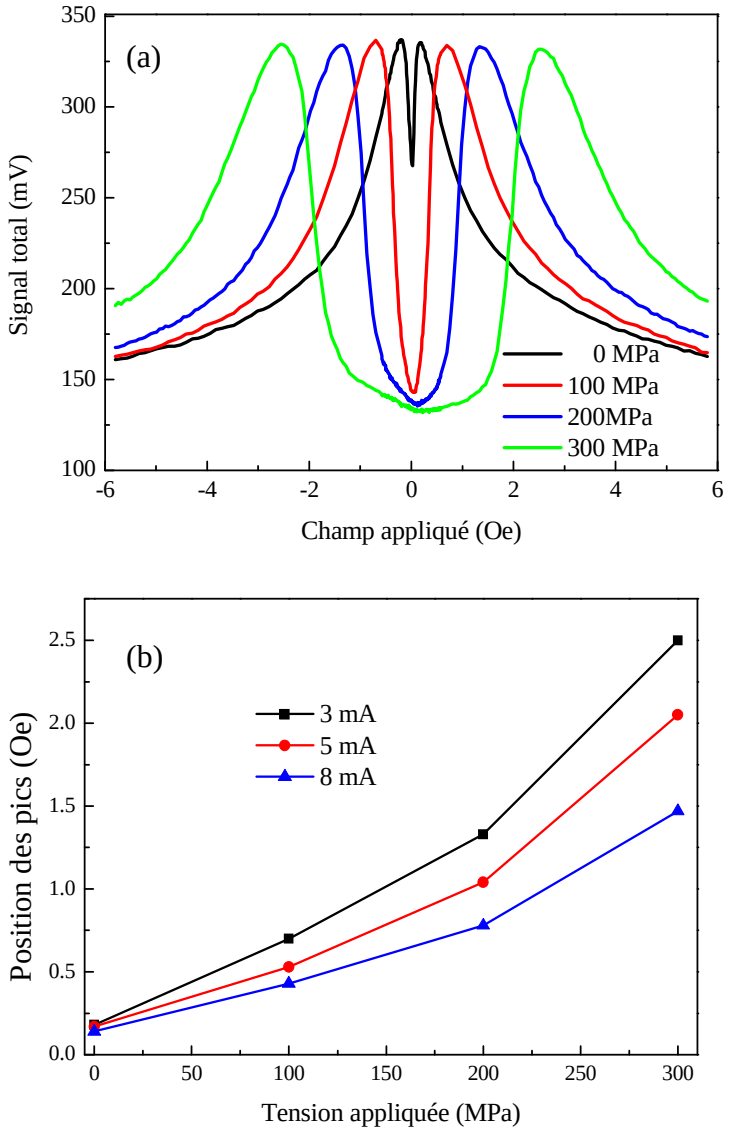


Figure 2.6 : (a) Dépendance en champ du signal total d'un microfil soumis à différentes tensions mécaniques. Le courant est de 3 mA d'amplitude et 1MHz de fréquence. (b) Positions des pics de $V(H_0)$ en fonction de la tension pour 1 MHz de fréquence et différentes valeurs du courant.

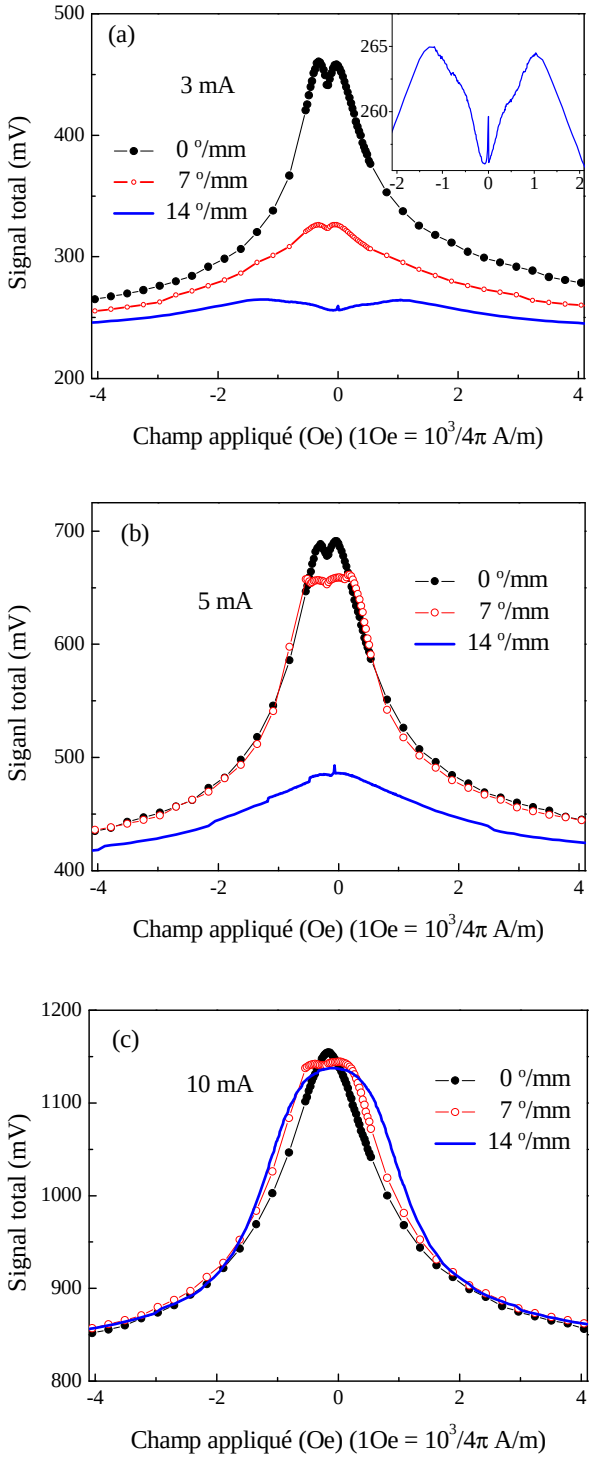


Figure 2.7 : courbes de magnétoimpédance obtenues sur un échantillon de 25 mm de longueur soumis à des torsions de 0, 7 °/mm et 14 °/mm. Le courant utilisé est de 1 MHz de fréquence et d'amplitude (a) 3 mA, (b) 5 mA et (c) 10 mA. La figure interne dans (a) montre un agrandissement de la courbe correspondant à la torsion 14 °/mm.

La figure interne de la figure 2.7-a montre un agrandissement dans la région des faibles champs du signal correspondant à un courant de 3 mA et une torsion de 14 ^{o}/mm. Sur cette figure, on peut constater le déplacement des sommets vers les champs plus fort et la présence d'un troisième pic très étroit situé à droite mais très proche de l'origine des champs, le balayage de H_0 étant effectué dans le sens positif. Cette structure à trois pics est plus clairement observable lorsque la contrainte de tension est associée à celle de la torsion comme le montre la figure 2.8. Cette figure présente les courbes de magnétoimpédance associées à différents courants obtenues sur un microfil soumis à la fois à une torsion de 14 ^{o}/mm et une tension de 200 MPa. Le troisième pic est particulièrement apparent sur les courbes de 6 et 7 mA. Sa position se déplace lentement vers l'origine des champs à mesure que le courant augmente. Il est, par ailleurs, intéressant de constater qu'ici, I_{Zmax} est de 9 mA. Cette valeur est au moins le quadruple de celle obtenue pour la même fréquence, 1 MHz, en absence de contraintes.

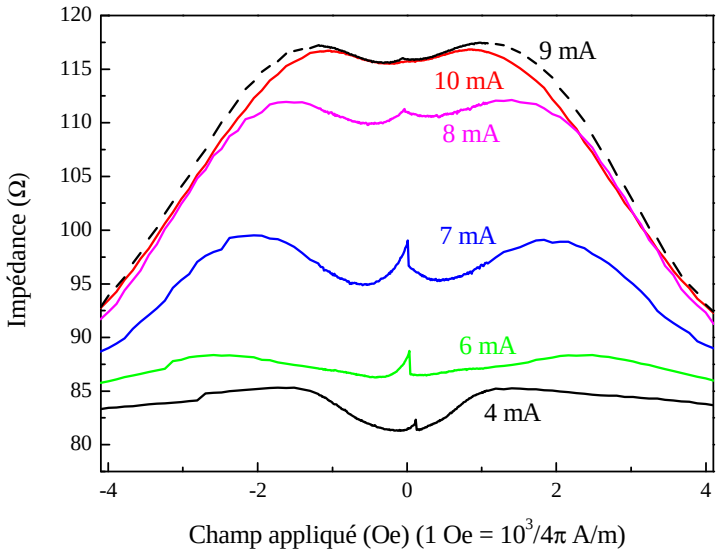


Figure 2.8 : dépendance en champ de l'impédance d'un microfil soumis à une tension de 200 MPa et une torsion de 14 ^{o}/mm. les différentes courbes correspondent à différentes amplitudes de courant de fréquence 1MHz.

2.3.4 Sensibilité au champ magnétique du signal total

Un aspect très important d'une étude de la magnétoimpédance est la possibilité de son application dans le domaine des senseurs magnétiques. Il est donc pertinent d'explorer la variation de la sensibilité du signal au champ magnétique en fonction des différents paramètres de mesure contrôlables en vue d'une optimisation.

Depuis sa découverte, la sensibilité au champ de la MIG a toujours été associée à la variation relative de l'impédance $\Delta Z/Z$ ou $(\Delta Z/Z)/H_0$ par analogie à la magnétorésistance géante utilisant le rapport $\Delta R/R$ Cependant, notre groupe a montré[55] que ce paramètre ne constitue pas la figure de mérite appropriée de la sensibilité de la MIG. L'exemple de la deuxième harmonique en fourni une preuve. En effet, le rapport ΔV_{2f} $/V_{2f}$ sensé représenter la sensibilité de la deuxième harmonique[56] a vite été abandonné à cause du fait que ce signal pouvait atteindre la valeur nulle ce qui donnerait un rapport infini. Nous définissons donc la sensibilité de la magnétoimpédance d'un microfil au champ magnétique appliqué comme étant la variation de la tension aux bornes de celui-ci par unité de champ magnétique.[55] Comme la tension V est proportionnelle à la longueur du microfil, il est plus significatif de considérer le microfil de longueur unité. La sensibilité $S(H_0)$ est donc définie par l'expression :

$$S(H_0) = \frac{1}{\mu_0 l}\left|\frac{\partial V}{\partial H_0}\right| \tag{2.1}$$

et s'exprime en volt par Tesla par mètre de fil.

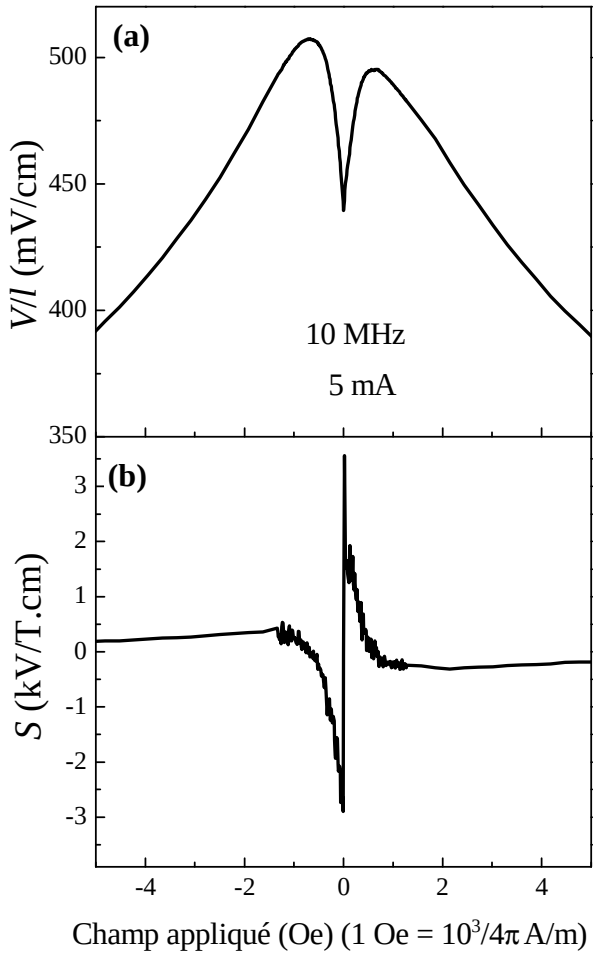


Figure 2.9 : (a) Signal total par centimètre de longueur du microfil et sensibilité (b) en fonction du champ appliqué pour un courant de 10 MHz de fréquence et 5 mA d'amplitude. Ici, $\frac{\partial V}{\partial H_0}$ est utilisé sans valeur absolue dans l'expression (2.1) de $S(H_0)$ afin de distinguer entre les deux maxima de la sensibilité.

La figure 2.9 montre la variation de $V(H_0)$ et de $S(H_0)$ en fonction du champ statique balayé dans le sens positif pour un courant de 5 mA d'amplitude et 10 MHz de fréquence. La courbe de $S(H_0)$ nous permet de repérer la valeur du champ pour lequel la sensibilité est la plus élevée afin de le choisir comme point de fonctionnement du microfil en tant que senseur magnétique. Au point de fonctionnement, une fluctuation du champ statique ΔH_0 se traduit par une fluctuation de la tension aux bornes du senseur $\delta V = lS\mu_0 \delta H_0$ (S étant la valeur maximale de $S(H_0)$). La portion du champ qui offre la meilleure sensibilité se trouve entre les deux pics de la courbe de la magnétoimpédance. Cependant, cette zone est souvent hystérétique. Bien que le champ correspondant au maximum positif de la courbe $S(H_0)$ semble être le meilleur candidat comme point de fonctionnement, nous préférons l'éviter à cause du risque d'instabilité du système à cet endroit. En effet, lorsque H_0 varie en s'éloignant de la zone des champs faibles, il peut se produire (généralement à la sortie de la zone hystérétique) un saut d'impédance irréversible qui cause une surestimation de la sensibilité. À cause de cela, nous préférons prendre comme point de fonctionnement la position du pic de gauche et comme sensibilité optimale S sa hauteur.

Il est évident que $S(H_0)$ dépend de tous les paramètres de mesure comme l'amplitude et la fréquence du courant et les contraintes mécaniques. L'optimisation de la sensibilité au champ magnétique consiste à déterminer le jeu de ces paramètres qui donne la sensibilité la plus élevée. Pour un courant d'amplitude donnée, la sensibilité S augmente avec la fréquence jusqu'à une valeur maximal pour ensuite commencer à diminuer. Ce maximum augmente en hauteur et en position avec l'amplitude du courant. Ce comportement est illustré sur la figure 2.10 montrant les variations de S en fonction de la fréquence pour des courants de 5 et 10 mA d'amplitude. De façon générale, un plus fort courant offre une meilleure sensibilité. Cependant, un fort courant risque éventuellement d'affecter les propriétés magnétiques de l'échantillon (échauffement par effet Joule). Nous pensons que pour les microfils utilisés ici (d'environ 30 μm de diamètre), une valeur de 10 mA est un bon compromis compte tenu de la grande fiabilité

qu'un senseur devrait offrir. Cette valeur de courant, dont la densité moyenne est d'environ 14 μA/ μm^2, n'engendre quasiment pas d'échauffement du microfil.[57]

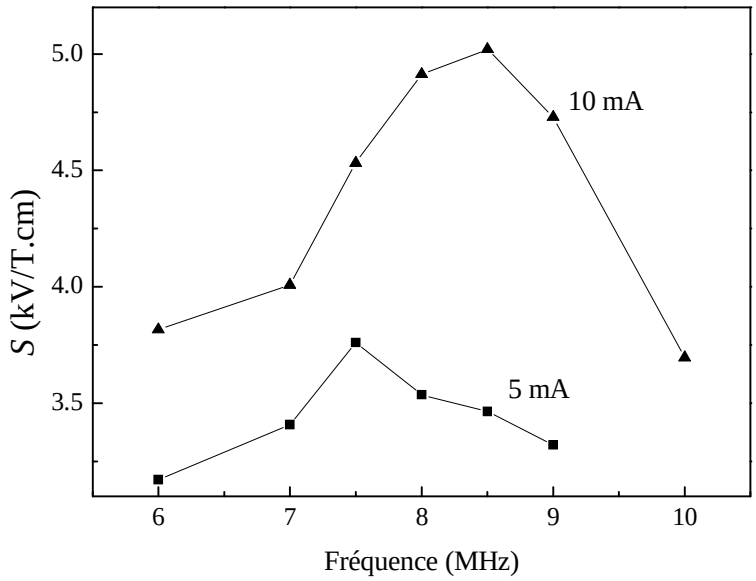


Figure 2.10 : Sensibilité en fonction de la fréquence du courant d'amplitude 5 et 10 mA.

Nous avons vu dans la section 2.3 que l'application d'une torsion mécanique altère le signal de la MIG. Ceci est aussi accompagné d'une diminution de la sensibilité du microfil. Par contre, une tension mécanique σ' a pour effet d'approfondir le creux entre les deux pics de la courbe GMI ce qui peut aider à améliorer la sensibilité *S* malgré que les pics s'écartent avec σ'. La figure 2.11 montre la variation de *S* en fonction de la fréquence pour un courant de 10 mA à différentes valeurs de σ'. La sensibilité maximale que nous obtenons avec cet échantillon est de 6.8 kV/T.cm correspondant à un courant de 10 mA d'amplitude et 11 MHz de fréquence et une tension mécanique de 100 MPa. Cette valeur de *S* est nettement plus élevée comparativement à sa valeur qui ne dépasse pas 1 kV/T.cm en régime linéaire.[57,58] Il est important de souligner que ces valeurs peuvent varier d'un microfil à un autre sans toutefois être trop différents et que le

microfil utilisé ici n'a fait l'objet d'aucun traitement préalable. Un recuit par courant continu de forte intensité pendant une durée judicieusement choisie pourrait en effet améliorer sa sensibilité.[57,58]

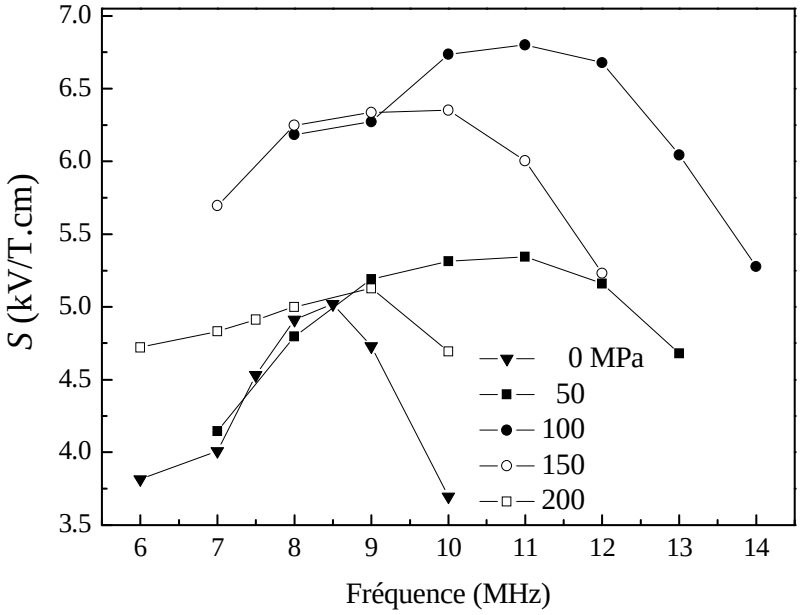


Figure 2.11 : Sensibilité en fonction de la fréquence pour un microfil soumis à différentes valeurs de tension mécanique. L'amplitude du courant est 10 mA.

2.4 Résultats sur la 2ème harmonique

Du point de vue de l'intensité, le signal de la 2ème harmonique est très faible (généralement ne dépassant pas la centaine de millivolts). Mais sa sensibilité au champ magnétique statique est comparable avec celle du signal total bien que dans toutes les mesures que nous avons effectuées, en aucune fois la sensibilité de V_{2f} n'a dépassé celle du signal fondamental ni celle du signal total. Toutefois, la mesure de V_{2f} est très utile car elle comporte de l'information supplémentaire concernant les propriétés magnétiques de l'échantillon. Le modèle que nous avons développé dans le cadre de cette thèse et qui sera détaillé dans le chapitre 4 sera très utile pour l'interprétation de cette information.

De plus, il permettra d'établir des conditions pour lesquelles la sensibilité du signal V_{2f} sera optimale, dépassant même celle du signal fondamental.

Le comportement de la deuxième harmonique vis-à-vis du champ magnétique est très diversifié. Celui-ci dépend beaucoup des paramètres utilisés lors de la mesure comme le courant, la fréquence, la tension et la torsion mécaniques et varie d'une façon significative d'un microfil à l'autre. Ces disparités s'expliquent par le fait que ce signal est sensible aux moindres détails de la structure magnétique de l'échantillon dont la reproductibilité n'est pas assurée par le processus de fabrication de ses microfils. De plus, comme nous le verrons au chapitre 5, le signal V_{2f} est très dépendant de la structure en domaine de l'échantillon. La variance des diamètres des échantillons est aussi un facteur accentuant. Il est donc très difficile de prévoir les résultats des mesures faites sur un échantillon donné. Malgré cela, nous avons pu établir un comportement global de $V_{2f}(H)$, observé sur la majeure partie des microfils étudiés, en fonction des paramètres de mesure.

2.4.1 Effet du courant sur la 2ème harmonique

L'évolution du signal V_{2f} avec l'amplitude du courant est assez complexe. À mesure que le système entre dans le régime non linéaire par augmentation de l'amplitude du courant, pour une fréquence donnée, $V_{2f}(H)$ commence à émerger du bruit de mesure avec une allure comportant trois sommets : un pic central entouré de deux bosses dont les sommets son positionnés symétriquement par rapport à l'origine des champs. Un exemple est montré sur la figure 2.12-a pour des courants allant de 0.1 à 1 mA, le champ étant balayé dans le sens positif. Le signal $V_{2f}(H)$ est montré sur une échelle logarithmique. Dans cette gamme de courant, l'intensité du signal croit rapidement avec I sans que la forme de sa dépendance en champ n'évolue. En passant de 0.1 mA à 0.5 mA, le signal est multiplié par un facteur 30 environ. À 0.1 mA, les hauteurs des deux bosses sont différentes. Mais lorsque le courant augmente pour atteindre 1 mA, celles-ci

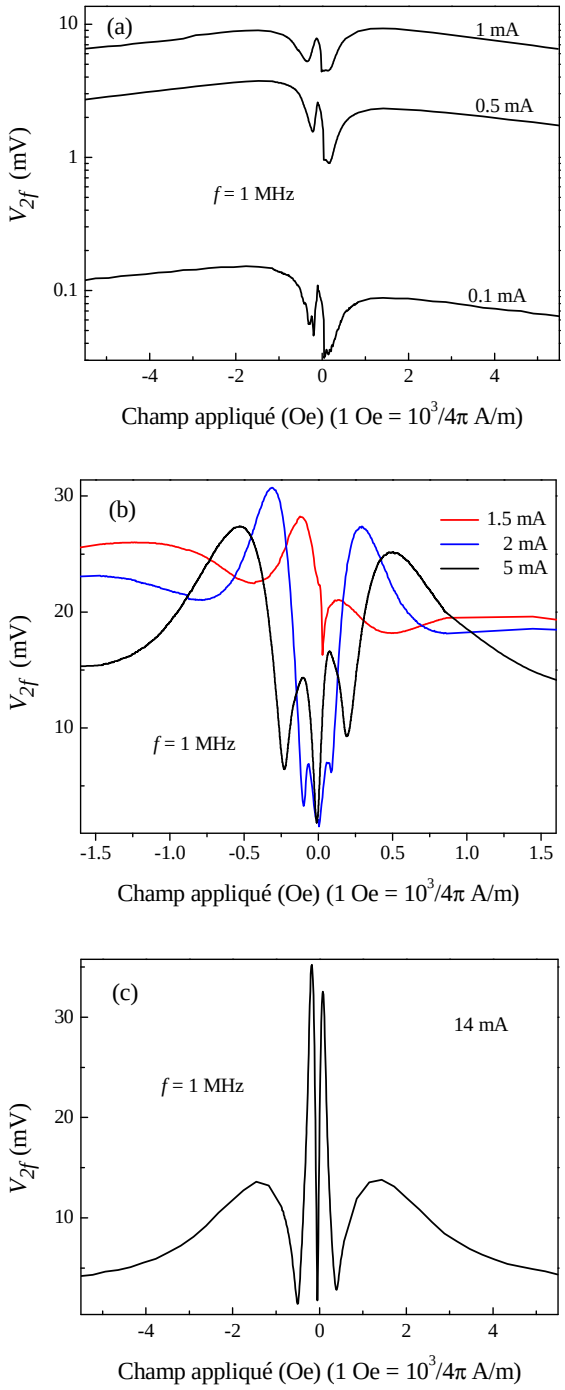


Figure 2.12 : Dépendance en champ de la deuxième harmonique pour une fréquence de 1 MHz à différentes amplitudes du courant (a) 0.1 à 1 mA, (b) 1.5 à 5 mA et (c) 14 mA. Notons que dans (a) l'échelle de V_{2f} est logarithmique.

s'uniformisent. Bien que leurs sommets soient situés à environ 2 Oe, les deux bosses s'étendent sur une zone de champ atteignant plusieurs dizaines d'Œrsteds. Ceci nous amène à penser que l'apparition de ces bosses est liée à la saturation lente à haut champ des microfils utilisés ici dont l'origine est possiblement la présence d'une couche superficielle magnétiquement durs (voir chapitre 5).

Au-delà de 1 mA, à mesure que le courant augment, un autre pic fait son apparition (courbe correspondant à 1.5 mA de la figure 2.12-b). Les sommets des deux bosses commencent alors à diminuer jusqu'à disparaître en se déplaçant vers les champs plus forts. Quant aux deux pics intérieurs, ceux-ci s'écartent pour devenir des pics extérieurs (*PE*) et laissent apparaitre deux autres pics au centre que l'on appellera pics intérieurs (*PI*) (courbe de 5 mA de la figure 2.12-b). Le signal V_{2f} affiche alors une forme à quatre pics. La valeur maximale des *PE* est atteinte lorsque $I = I_{Zmax}$ qui est de 2 mA dans cet exemple.

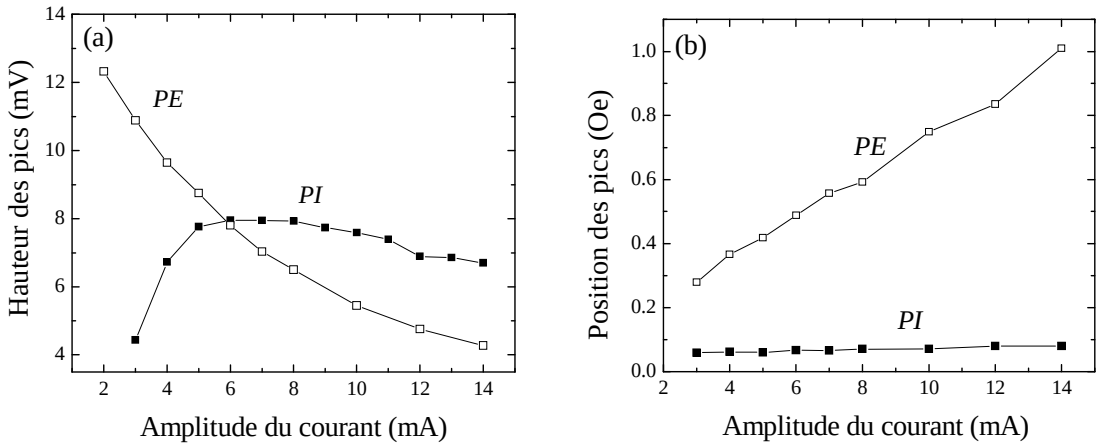


Figure 2.13 : Hauteur (a) et position (b) des pics intérieurs et extérieurs de la dépendance en champ de la deuxième harmonique à fréquence 200 kHz. Ces mesures sont faites sur un autre microfil que celles de la figure 2.12.

À partir de cette configuration, la hauteur des *PI* augmente avec le courant pour atteindre une valeur maximale lorsque $I = I_c$ puis diminuer par la suite. Leurs positions, par contre restent quasiment indépendantes de *I*. Quant aux *PE*, ceux-ci se déplacent vers les champs plus forts tout en perdant d'intensité de façon monotone. La figure 2.13 montre la variation des hauteurs et des positions des deux paires de pics en fonction de l'amplitude du courant. Il arrive, parfois, qu'une troisième paire de pics de très faible intensité apparaisse entre les *PI* mais disparaît rapidement avec l'intensité du courant.

Le courant pour lequel les *PE* atteignent leur hauteur maximale et à partir duquel les *PI* commencent à apparaître est le courant I_{Zmax} qui correspond à un maximum de l'impédance. Il est difficile de donner une estimation précise des valeurs du courant pour lesquelles ces transitions dans la forme de $V_{2f}(H)$ se produisent car celles-ci varient d'un échantillon à l'autre. Mais d'une façon générale, la structure à quatre pics est obtenue à partir d'un courant se situant entre 2 et 4 mA à faible fréquence (< ~1 MHz).

2.4.2 Effet de la fréquence sur la 2ème harmonique

La variation de la deuxième harmonique avec la fréquence *f* est soumise à une compétition entre deux effets : la dépendance à la variation temporelle du flux transversal qui conduit à une croissance du signal total et de toutes ses harmoniques avec *f*, et le retour vers le régime linéaire qui cause une décroissance de toutes les harmoniques d'ordre supérieur. Dans la région des faibles fréquences (< 1 MHz), c'est la croissance du flux transversal qui est prépondérant. Celle-ci a pour effet d'accroitre uniformément le signal V_{2f} sans varier la forme de sa dépendance en champ. Dans la région des hautes fréquences (>10 MHz), c'est le retour vers le régime linéaire qui prédomine. Cela est dû au fait que les mouvements de l'aimantation, à cause de son inertie, deviennent de plus en plus réguliers et dépourvus de variations abruptes qui

engendrent des harmoniques d'ordre supérieur dans le signal (la courbe d'hystérésis circonférentielle prend de plus en plus la forme elliptique.[59] Le retour au régime linéaire par augmentation de la fréquence a le même effet sur la courbe de dépendance en champ du signal V_{2f} que celui de la diminution du courant. Sachant que les matériaux plus durs ont une plus faible réponse, le signal fondamental ainsi que toutes ses harmoniques diminuent avec la fréquence car l'effet de peau favorise la contribution de la surface à haute fréquence. Ceci peut aussi provoquer une extension de la courbe de la magnétoimpédance sur l'axe des champs et contribuer à sa saturation avec la fréquence discutée dans la section 2.3.2.

De ce fait, la variation de l'amplitude du signal V_{2f} en fonction de la fréquence comporte une phase de croissance suivie d'une phase de décroissance. C'est dans la gamme de fréquence 1 - 10 MHz que le maximum de V_{2f} est atteint et que sa variation de dépendance en champ $V_{2f}(H_0)$ subit les plus importantes mutations.

Pour illustrer l'effet de la fréquence à bas régime (< 1 MHz), les courbes de dépendance en champ du rapport signal V_{2f} par la fréquence, correspondant à 200 et 500 kHz, sont tracées sur la figure 2.14-a pour un courant de 5 mA. Les deux courbes, de formes à quatre pics, sont assez semblables. Ceci montre qu'effectivement, le signal V_{2f} croît quasiment linéairement avec la fréquence. À 1MHz, cette croissance linéaire commence déjà à diminuer. La figure 2.14-b montre la hauteur moyenne des deux *PI* en fonction de la fréquence pour un courant de 5 mA. La décroissance observée à partir d'environ 2 MHz indique que le retour vers le régime linéaire devient prépondérant.

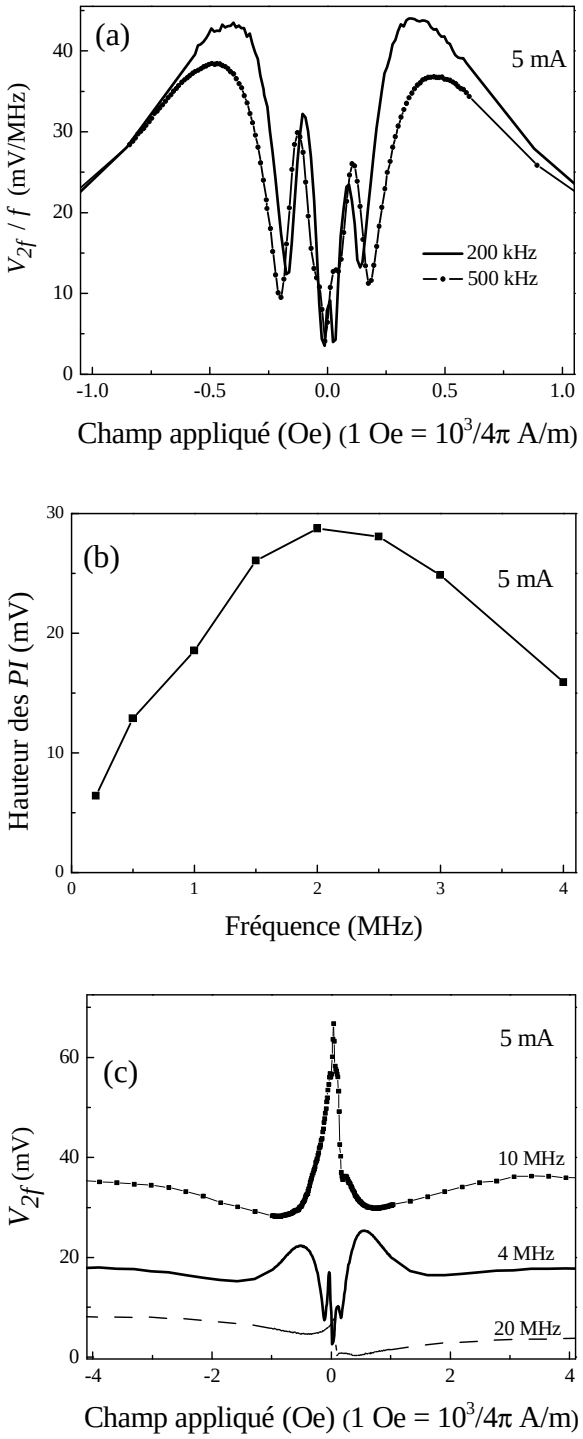


Figure 2.14 : (a) Dépendance en champ du rapport de la deuxième harmonique par la fréquence à 200 et 500 kHz de fréquence. (b) Hauteur moyenne des *PI* en fonction de la fréquence. (c) Dépendance en champ de la deuxième harmonique à des fréquences 4, 10 et 20 MHz. Dans les trois figures, l'amplitude du courant est de 5 mA.

L'effet du retour vers le régime linéaire (par augmentation de la fréquence) sur la forme à quatre pics consiste à réduire les *PI* jusqu'à la disparition et à croitre les *PE* tout en se rapprochant les uns des autres jusqu'à convolution. À la convolution, le signal V_{2f} atteint sa valeur maximale. Le pic résultant formera, avec une paire de bosses de très faible courbure émergeant graduellement d'un coté et de l'autre, la courbe à trois pics qui diminue avec la fréquence (figure 2.14-c) jusqu'à la disparition de la totalité du signal V_{2f}. Le régime linéaire est alors atteint. Ce comportement avec la fréquence est similaire à celui engendré par le retour au régime linéaire en diminuant le courant.

2.4.3 Effet des contraintes mécaniques sur la 2ème harmonique

L'application de la tension mécanique sur le microfil a un effet sur le signal V_{2f} et sur sa dépendance en champ très irrégulier et très changeant d'un microfil à un autre. D'une manière générale, lorsque le courant est assez important ($> \sim I_c$) et la fréquence est relativement faible, le signal V_{2f} , dont la dépendance en champ comporte quatre pics, subit un affaissement assez brutal jusqu'à disparition (figure 2.15-a) en gardant la même forme de dépendance en champ. Si, par contre, le courant est relativement faible ($< \sim I_c$), la forme de la courbe $V_{2f}(H_0)$ subit une mutation semblable à celle engendrée par la diminution du courant c'est-à-dire un retour vers la forme à trois pics (figure 2.15-b). À plus haute fréquence, ce processus de retour vers la forme à trois pics par effet de la tension devient plus rapide car l'augmentation de la fréquence en elle même mène vers le régime linéaire. Les courbes correspondant aux courant forts ($>I_c$) enregistrent une assez forte croissance du pic central lorsque la forme à trois pics est atteinte (courbes de 11 et 13 mA de la figure 2.16).

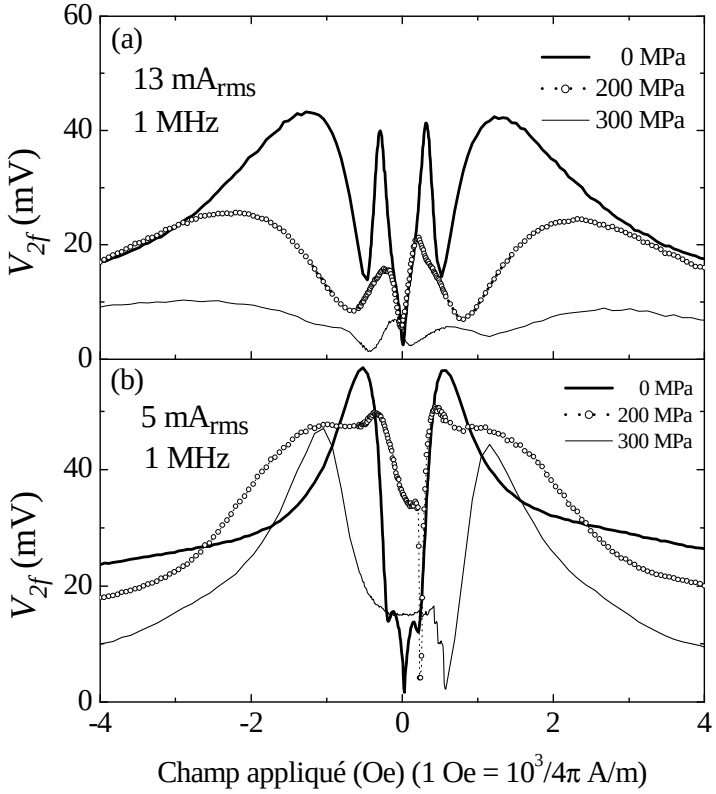


Figure 2.15 : dépendance en champ de la deuxième harmonique d'un microfil soumis à des contraintes de tensions de 0, 200 et 300 MPa. Le courant ac est de fréquence 1 MHz et d'amplitude (a) 13 mA et (b) 5 mA.

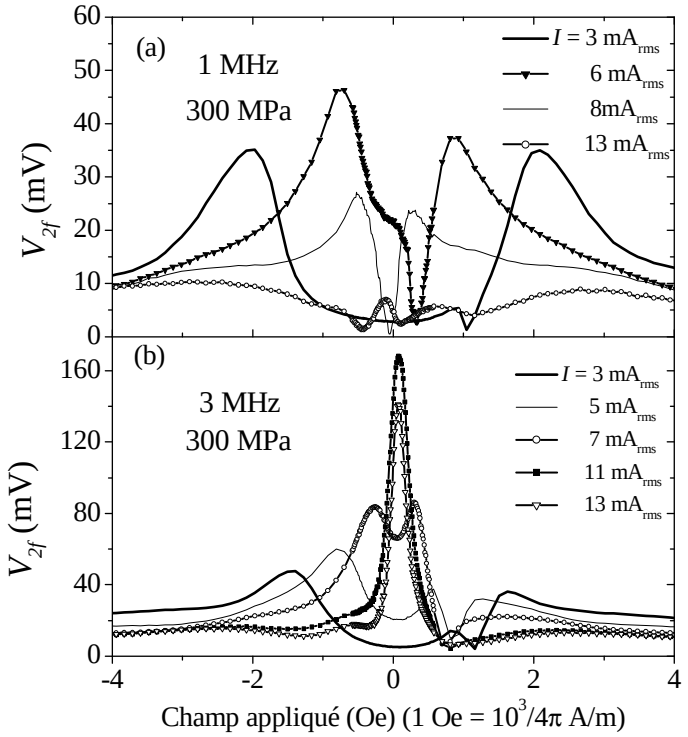


Figure 2.16 : Dépendance en champ de la deuxième harmonique pour des courants de différentes amplitudes et de fréquence (a) 1MHz et (b) 3 MHz. L'échantillon est soumis à une tension d'environ 300 MPa.

Le signal V_{2f} est aussi très sensible à la contrainte de torsion ξ qui peut s'exercer sur le microfil. En effet, comme le montre l'exemple de la figure 2.17, ξ engendre une importante croissance du signal V_{2f}. La variation de V_{2f} en fonction de la torsion possède un maximum qui dépend de l'amplitude du courant. À 5mA, par exemple (figure 2.17-a), le signal V_{2f} atteint son maximum lorsque ξ avoisine 7 ^{o}/mm alors qu'à 10 mA, cette valeur est d'environ 14 ^{o}/mm ou plus. Quant à la variation de la forme de la courbe $V_{2f}-H_0$ avec la torsion, celle-ci suit quasiment le même cheminement que lorsque le courant est abaissé c'est-à-dire un retour vers la forme à trois pics accompagné d'une expansion sur l'axe des champs. Le fait de combiner une tension à la torsion déjà existante n'a pas d'effet notable sur le comportement de du signal V_{2f} à part un élargissement de sa courbe de dépendance en champ (figure 2.18).

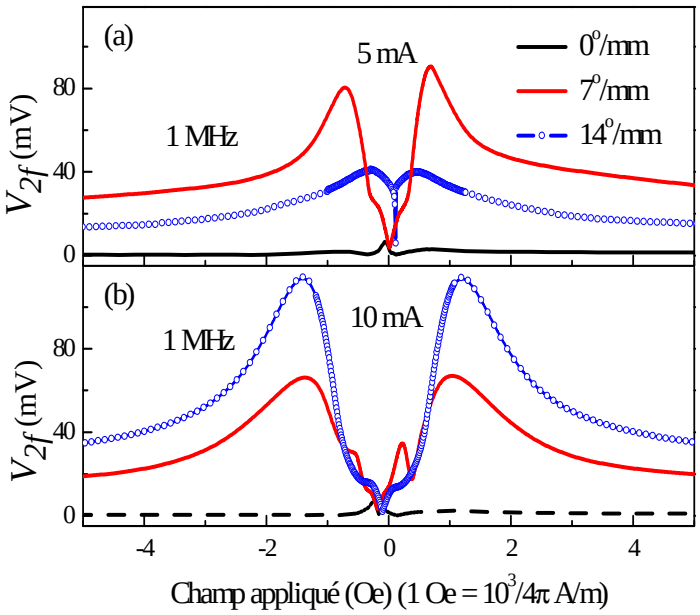


Figure 2.17 : Courbes de dépendance en champ de la deuxième harmonique d'un microfil soumis à différentes valeurs de torsion. Le courant est de 1MHz de fréquence et (a) 5 mA et (b) 10 mA d'amplitude.

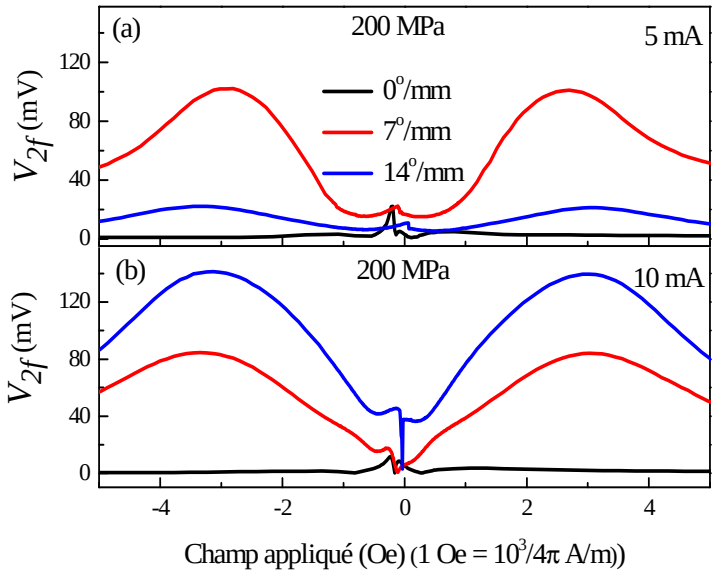


Figure 2.18 : Courbes de dépendance en champ de la deuxième harmonique d'un microfil soumis à différentes valeurs de torsion combinées à une tension de 200 MPa. Le courant est de 1 MHz de fréquence et (a) 5 mA et (b) 10 mA d'amplitude.

2.5 Autres harmoniques

Selon leur comportement vis-à-vis du champ statique et de tous les autres paramètres expérimentaux, les harmoniques de la tension V_{nf} (n étant l'ordre de l'harmonique) se divisent en deux catégories : les harmoniques d'ordres impairs incluant le signal fondamental et les harmoniques d'ordres pairs dont le signal V_{2f} fait partie. Les harmoniques d'ordres impairs apparaissent dès que le régime non linéaire est atteint, elles sont reliées à l'écart par rapport à une ellipse de la courbe d'hystérésis circonférentielle M_φ–H_φ. Quant aux harmoniques d'ordres pairs, celle-ci sont plutôt reliées à l'asymétrie de la courbe M_φ–H_φ par rapport à l'origine ($M_\varphi = 0$, $H_\varphi = 0$), [51,60,61] indépendamment de sa forme. De ce fait, toutes les harmoniques d'un même groupe ont globalement une même dépendance en champ avec, néanmoins, des amplitudes de plus en plus atténuées à mesure que n croît. L'apparition des harmoniques d'ordres pairs tout comme la présence de l'asymétrie de la courbe M_φ–H_φ est soumise à certaines conditions que l'on discutera dans la section 3.3 du chapitre 3. La différence de leurs origines explique aussi le fait que les harmoniques d'ordres pairs sont plus faibles en amplitude que les harmoniques d'ordres impairs pour des faibles n.

Les courbes de V_{3f} correspondant à différentes amplitudes de courant, de fréquence 1 MHz, sont tracées sur la figure 2.19-a. Dans la gamme de courant utilisé pour les mesures, le signal V_{3f} est en constante croissance avec le courant contrairement à celui du signal V_{2f} qui atteint une valeur maximale. Bien que légèrement perturbé par l'apparition d'un pic dans la région des très faibles champs pour des courants intermédiaires, la forme à deux pics est semblable à celle du signal fondamental. Celle-ci est accompagnée d'une paire de bosses qui apparaissent clairement d'un coté et de l'autre de la courbe. Comme dans le cas de V_{2f}, ces bosses se déplacent vers les champs plus forts lorsque le courant augmente. Pour les harmoniques de plus grand ordre n, la paire de bosses ainsi que le pic central deviennent plus imposant relativement à l'allure générale de la courbe (figure 2.19-b).

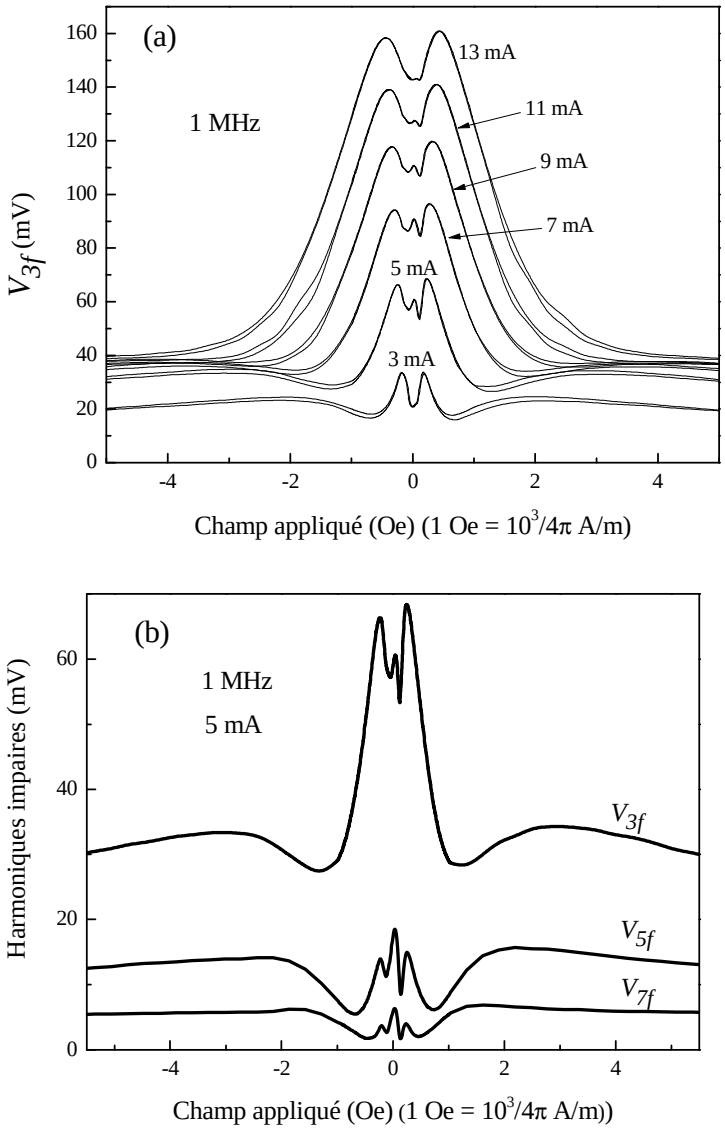


Figure 2.19 : Courbes de dépendance en champ, à 1 MHz, de (a) la troisième harmonique à différentes amplitudes de courant et (b) la troisième, cinquième et septième harmoniques pour un courant de 5 mA.

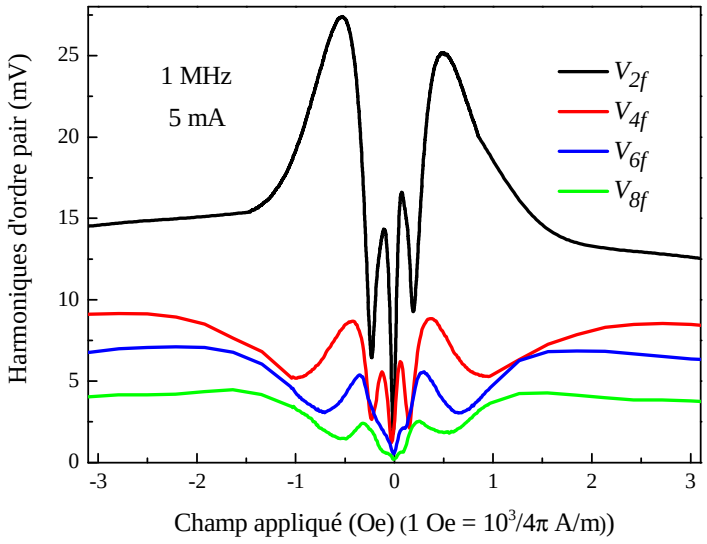


Figure 2.20 : Courbes de dépendance en champ des quatre premières harmoniques d'ordres pairs obtenues avec un courant d'amplitude 5 mA et de fréquence 1 MHz.

Les dépendances en champ des harmoniques d'ordres pairs affichent la même forme à quatre pics que celle de V_{2f} comme montré sur la figure 2.20. Leur atténuation avec n est relativement faible. Une paire de bosses apparait sur les cotés des courbes et devient prépondérante. La mutation de la forme de dépendance en champ de ces harmoniques est aussi semblable à celle de V_{2f}.

2.6 Sommaire

Le caractère non linéaire de la magnétoimpédance fait augmenter considérablement le degré de complexité de son étude expérimentale en introduisant deux dimensions supplémentaires à savoir la dépendance en courant et la génération des harmoniques. D'autre part, le courant offrant le meilleur effet de magnétoimpédance se trouve bien dans la gamme correspondant au régime non linéaire. Par conséquent, la dépendance en courant combinée à un choix judicieux des paramètres de mesures tels

que la fréquence et la tension mécanique offre la possibilité d'accroitre la sensibilité des microfils au champ magnétique.

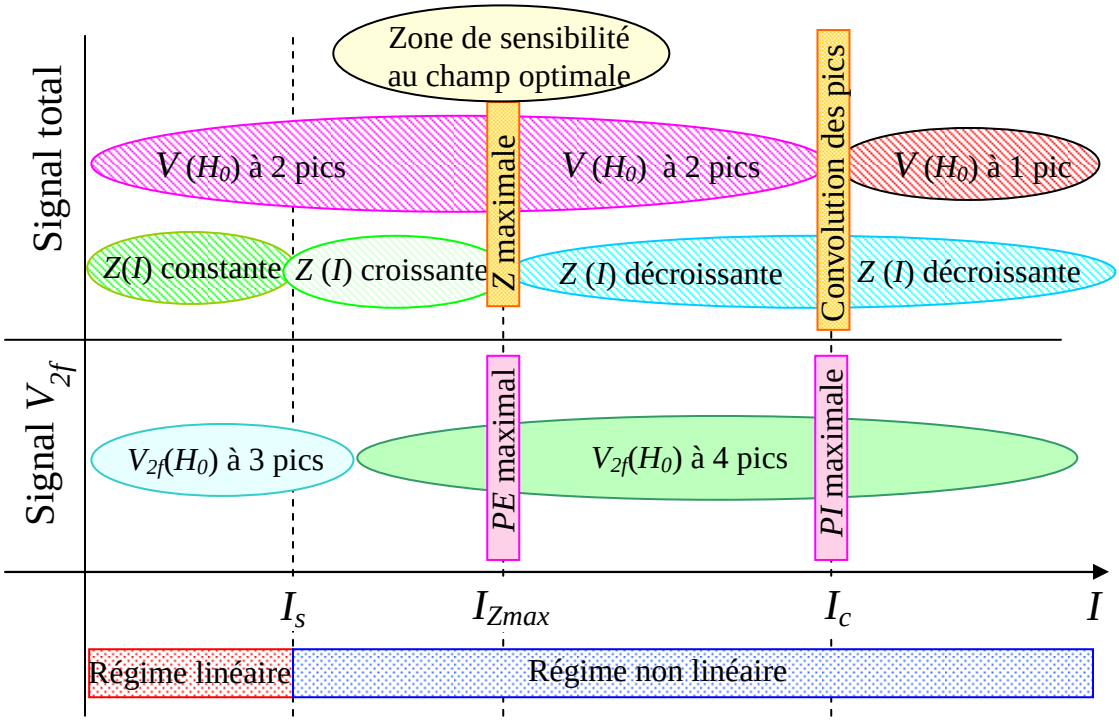


Figure 2.21 : Différentes phases des comportements du signal total et de la deuxième harmonique en fonction du champ et du courant.

Nous remarquons aussi, aux termes de cette étude expérimentale, la nature particulièrement complexe et instable du comportement des harmoniques d'ordres pairs. Ces dernières exhibent une dépendance en champ de différentes formes qui commencent par la forme à trois pics, à faible courant, pour finir par la forme à quatre pics, à haut courant, en passant par d'autres formes tout aussi complexes les unes que les autres. Par chance, leurs variations avec les autres paramètres tels que la fréquence et les contraintes mécaniques ne font que reproduire, dans le sens contraire, ce même cheminement mais avec des proportions différentes. D'autre part, ce caractère irrégulier et intrigant de ces

harmoniques les rend particulièrement intéressantes du point de vue théorique puisque toutes ces formes de dépendance en champ offrent une information supplémentaire dont il serait bien utile d'en saisir le sens si on veut comprendre d'une manière exhaustive la magnétoimpédance non linéaire. Le comportement général du signal total et de la deuxième harmonique en fonction du courant est résumé sur la figure 2.21.

Dans le chapitre 3, nous donnerons une explication qualitative du comportement du signal fondamental et de la deuxième harmonique à l'aide d'un modèle quasi-statique et en nous aidons de la représentation par l'astroïde de renversement de l'aimantation[62,63] que l'on définira. Une confrontation plus rigoureuse entre l'expérience et la théorie fera l'objet du chapitre 5 grâce au modèle dynamique qui sera exposé dans le chapitre 4.

Chapitre 3 : Modèle quasi-statique

"D'ailleurs, ce qui nous rend ces solutions périodiques si précieuses, c'est qu'elles sont, pour ainsi dire, la seule brèche par où nous puissions essayer de pénétrer dans une place jusqu'ici réputée inabordable."

Henri Poincaré

3.1 Introduction

D'un point de vue pédagogique, avant de procéder à une étude plus rigoureuse du phénomène de la magnétoimpédance non linéaire dans les conducteurs cylindriques, il est utile d'effectuer une analyse qualitative sur le comportement global de celle-ci. Pour ce faire, nous présentons, dans ce chapitre, le modèle dit quasi-statique qui constitue une approche simplifiée du problème à traiter mais qui fait ressortir les points saillants du phénomène. L'objectif principal de ce modèle est d'apporter une vue d'ensemble sur le phénomène de la MIGNL et aussi d'attribuer une interprétation physique des diverses observations concernant le signal total et ses harmoniques décrites dans le chapitre précédent. Dans cette tâche, ce modèle sera soutenu par la représentation de l'astroïde de renversement de l'aimantation qui se révèle un moyen très simple et pratique pour expliquer des comportements assez complexes en apparence.

3.2 Formalismes du modèle

3.2.1 Recherche de l'équilibre du système

Dans le modèle quasi-statique, on considère que l'aimantation se trouve, à tout instant, dans sa configuration d'équilibre. Ceci dit, il est aisé de déterminer la direction du vecteur ***M*** (dont le module est considéré invariable) par la minimisation de la densité d'énergie libre donnée par :

$$U(\theta) = \frac{\mu_0}{2} M_s H_{ani} \sin^2(\theta - \psi_{ani}) - \mu_0 M_s H_\varphi \cos\theta - \mu_0 M_s H_0 \sin\theta \qquad (3.1)$$

où θ est l'angle que fait l'aimantation avec la direction circonférentielle $\hat{\varphi}$, H_0 est le champ statique appliqué et $H_\varphi = H_{\varphi 0} \sin(\omega t)$ est le champ circonférentiel engendré par le courant sinusoïdal de fréquence $\omega/2\pi$. H_{ani} est le module du champ d'anisotropie uniaxiale dont l'axe facile, de vecteur unitaire $\hat{n}_k$, est défini par l'angle ψ_{ani} par rapport à $\hat{\varphi}$ (voir figure 3.1). Le premier terme du membre de droite de (3.1) est la contribution de l'anisotropie uniaxiale alors que les deux derniers termes représentent l'énergie de Zeeman engendrée par les champs H_φ et H_0.

Afin de ne pas alourdir les équations et de faciliter l'usage de la représentation par l'astroïde de renversement de l'aimantation qui sera discutée plus bas, les anisotropies uniaxiales intrinsèque et magnétoélastique sont regroupées, dans l'équation (3.1), en une seule anisotropie définie par le couple (H_{ani}, ψ_{ani}). Si une contrainte mécanique est exercée sur l'échantillon, celle-ci va générer une anisotropie (H_{me}, ψ_{me}) d'origine magnétoélastique qui s'ajoute à l'anisotropie intrinsèque (H_k, ψ) de l'échantillon. L'angle et l'amplitude du champ d'anisotropie totale s'écrivent alors :

$$\psi_{ani} = \frac{1}{2} arctg\left(\frac{H_k \sin(2\psi) + H_{me} \sin(2\psi_{me})}{H_k \cos(2\psi) + H_{me} \cos(2\psi_{me})} \right), \qquad (3.2)$$

$$H_{ani} = \frac{H_k \cos(2\psi) + H_{me} \cos(2\psi_{me})}{\cos(2\psi_{ani})} . \tag{3.3}$$

Les équations (3.2) et (3.3) s'obtiennent facilement en posant que la somme des contributions à la densité d'énergie des deux anisotropies (H_k, ψ) et (H_{me}, ψ_{me}) est la même que la contribution de l'anisotropie totale (H_{ani}, ψ_{ani}). Cette procédure est détaillée en annexe II. Sauf dans la section 3.4.3 qui traite de l'effet de la tension mécanique sur les résultats du calcul, l'anisotropie magnétoélastique induite (H_{me}, ψ_{me}) est considérée nulle dans la suite de ce chapitre. Le couple (H_k, ψ) est alors utilisé au lieu de (H_{ani}, ψ_{ani}).

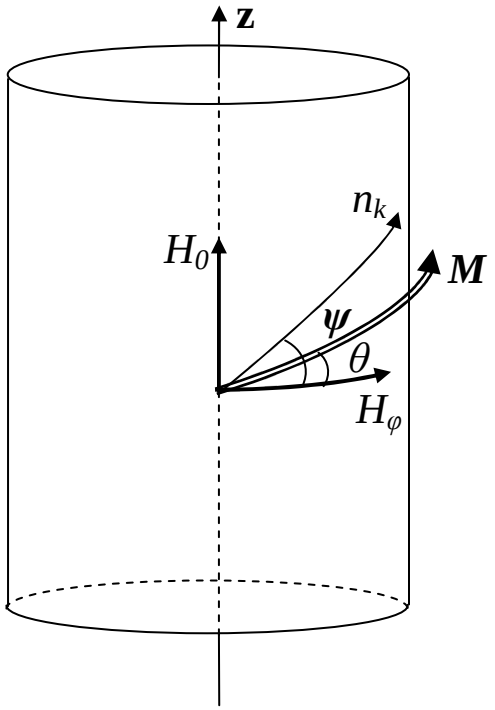


Figure 3.1 : Champ magnétique, aimantation et axe facile dans le système de coordonnées cylindriques.

À cause du champ de désaimantation $\boldsymbol{H}_d = -(\boldsymbol{M} \cdot \hat{r})\hat{r}$ (non explicité dans l'équation 3.1) qui l'empêche d'acquérir une composante radiale, l'aimantation $\boldsymbol{M}$ est contrainte à rester dans le plan $\hat{\varphi} - \hat{z}$. L'état d'équilibre du système est, par conséquent,

entièrement déterminé par la seule variable θ. Lorsque le système évolue, la variable temps intervient implicitement par l'intermédiaire de H_φ.

La condition d'équilibre:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \theta}(\theta = \theta_0) = 0 \\ \dfrac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}(\theta = \theta_0) > 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

n'a, cependant, pas de solution analytique sauf au moyen d'une approximation préalable qui réduit la généralité du calcul comme l'approximation des faibles H_φ (régime linéaire)[64] par exemple. Mais dans notre cas, ce champ est du même ordre de grandeur que H_k. En fait, aucun paramètre intervenant dans l'équation 3.1 ne peut être négligé par rapport à un autre. Un traitement numérique est par conséquent la seule approche possible. Numériquement, les états d'équilibre s'obtiennent facilement par une recherche systématique de la valeur minimale de U en variant θ (tous les autres paramètres étant constants).

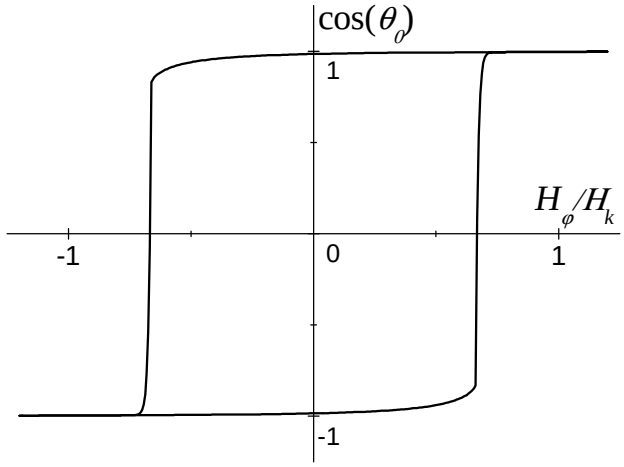


Figure 3.2 : Composante circonférentielle de l'aimantation normalisée solution de la minimisation de la densité d'énergie en fonction du champ circonférentiel normalisé. Ici, H_0 est nul et ψ = 10°

L'ensemble des valeurs de $\cos\theta_0$ (où θ_0 est la valeur de θ à l'équilibre) lorsque H_φ effectue un balayage en aller et retour de $-H_{\varphi 0}$ à $+H_{\varphi 0}$ est tracé sur la figure 3.2. Ici, l'angle ψ est de 10^0, $H_{\varphi 0} = 1.2\ H_k$ et H_0 est nul. On remarque que la valeur de M_s n'a aucun effet sur le résultat. La courbe de la figure 3.2 représente le cycle d'hystérésis que décrit la composante circonférentielle de l'aimantation normalisée M_φ / M_s en fonction du champ H_φ dans la limite quasi-statique. Ce calcul nous permet d'obtenir la variation temporelle de M_φ / M_s connaissant celle de H_φ dans la limite quasi-statique.

L'équation (3.1) menant à l'équilibre énergétique est une équation locale (pas de dépendance spatiale). Le principal obstacle à son adoption au cas des microfils cylindriques réside dans le fait que le champ H_φ, généré par le courant, est dépendant de la position radiale. Ceci engendrerait une variation radiale de θ_0 qui, à son tour, donnerait naissance à un champ d'échange compliquant ainsi la procédure de calcul. Pour contourner ce problème, nous devons au préalable définir une structure magnétique appropriée du microfil. Il ne s'agit pas, ici, de déterminer avec précision les propriétés magnétiques réelles du microfil mais plutôt de s'y rapprocher tant que possible sans pour cela en perdre de la simplicité du modèle.

3.2.2 Structure magnétique noyau-coquille

Considérons la structure noyau-coquille (en anglais core-shell) qui, au repos, est constituée de deux domaines (figure 3.3) : un noyau cylindrique d'aimantation axiale entouré d'une coquille aimanté dans la direction hélicoïdale faisant un angle ψ avec la circonférentielle. Introduit par Humphrey et al.,[36] ce modèle de structure s'est avéré pratique dans le traitement de la MIG linéaire des microfils.[28,65] Le fait que le noyau se situe au centre du fil (H_φ est faible dans cette région) et que son aimantation soit axiale fait que celui-ci ne contribue pas (du moins très faiblement) au signal des harmoniques d'ordre supérieur. La coquille est donc la principale génératrice des distorsions de $V(t)$.

En adoptant cette structure, il est maintenant possible de contourner le problème de la variation spatiale de H_φ de l'une des deux façons suivante : soit en considérant que la coquille est tellement mince (<< a) que le champ H_φ est pratiquement homogène dans tout son volume ou alors en supposant que l'aimantation de la coquille reste en tout temps homogène, à cause d'une forte interaction d'échange, de manière à n'être sensible qu'à une valeur moyenne de H_φ. Ces deux approximations ne se contredisent pas et peuvent, par conséquent, être complémentaires.

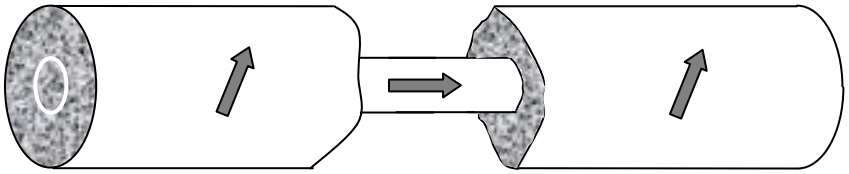


Figure 3.3 : Schéma de la structure magnétique noyau-coquille

Ces approximations qui simplifient grandement le problème à traiter semblent quelque peu grossières. Nous verrons dans le chapitre 4, qui concerne le calcul dynamique sur les microfils idéaux, qu'à basse fréquence et pour la gamme usuelle du courant, seule une couche superficielle quasi homogène participe au signal de la MIG. Ceci justifie donc le choix de ces approximations.

3.2.3 Expression de la tension et de ses harmoniques

Avec les considérations faites ci-dessus et en admettant qu'à l'intérieur de l'échantillon $B_\varphi \approx \mu_0 M_\varphi$, la tension aux bornes du microfil donnée par les équations (1.4) et (1.5) du chapitre 1 devient :

$$V(t) = R_{DC} I(t) + \frac{\mu_0 l(a^3 - b^3)}{3a^2} \frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \tag{3.5}$$

où b est le rayon intérieur de la coquille.

Dans cette équation, le deuxième terme du membre de droite diffère d'un facteur multiplicateur de celui mentionné dans une de nos publications.[62] La cause à cela est que dans cette référence, $V(t)$ est déduite de l'expression de la magnétoinductance plutôt que de celle de la magnétoimpédance. Ceci est justifié par le fait que le modèle quasi-statique ne s'applique qu'à faible fréquence. Les deux facteurs sont néanmoins différents lorsque l'épaisseur de la croute (a - b) est assez grande. Mais cela n'altère pas les résultats des calculs de la référence[62] puisque ceux-ci sont donnés en unité arbitraire.

En multipliant l'expression (3.5) de V(t) par $\sin n\omega t$ ou par $\cos n\omega t$ et en intégrant sur une période entière T, on déduit les harmoniques V_{nf} d'ordre n de la tension $V(t)$:

$$V_{nf} = \vartheta \sqrt{\alpha_n^2 + \left(\frac{R_{DC} I_0 \delta_{1n}}{\eta} + \beta_n \right)^2} \ , \tag{3.6}$$

où $$\alpha_n = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \cos(n\omega t)\, dt \ , \tag{3.7a}$$

$$\beta_n = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \sin(n\omega t)\, dt \ , \tag{3.7b}$$

et $$\vartheta = \frac{\mu_0 l(a^3 - b^3)}{3a^2} \ . \tag{3.7c}$$

δ_{1n} représente le symbole de Kronecker et $T = 2\pi / \omega$ est la période du courant.

En admettant que M_φ est périodique de période T, les équations (3.7) deviennent après intégration par partie:

$$\alpha_n = \frac{2n\omega}{T}\int_0^T M_\varphi \sin(n\omega t)\, dt\,, \tag{3.8a}$$

$$\beta_n = -\frac{2n\omega}{T}\int_0^T M_\varphi \cos(n\omega t)\, dt\,. \tag{3.8b}$$

Pour que la méthode soit complète, il suffit de remplacer dans ces dernières équations la composante circonférentielle de l'aimantation $M_\varphi(t)$ par $M_s \cos\theta$ obtenue, pour chaque instant t, par minimisation de U (équation 3.1 où $H_\varphi = H_{\varphi 0}\sin(\omega t)$).

Si on considère que la densité du courant est homogène dans tout le volume de l'échantillon, la valeur moyenne de H_φ dans la coquille s'obtient facilement par un calcul simple. Celle-ci s'écrit en fonction du courant $I(t)$:

$$\overline{H}_\varphi(t) = \frac{1}{3\pi a}\frac{1-\tau^3}{1-\tau^2}\, I(t)\,, \tag{3.9}$$

où $\tau = b/a$.

À titre d'exemple, pour un microfil de 15 μm de rayon ayant une coquille d'épaisseur d'environ le tiers de son rayon, le champ moyen est d'environ 0.1 Oe (1Oe = $10^3/4\pi$ A/m) pour chaque mA de courant.

3.3 Représentation par l'astroïde de renversement de l'aimantation

Il a été établi que les harmoniques impaires apparaissent à chaque fois que le régime non linéaire est atteint par le système. Les harmoniques paires, par contre, n'apparaissent que si la courbe d'hystérésis circonférentielle est asymétrique par rapport à l'origine des l'axes (M_φ = 0, H_φ = 0).[51,60,61] Cette asymétrie peut être aussi bien en coercivité (décalage horizontal de la partie irréversible) qu'en rémanence (décalage vertical de la partie irréversible). Grâce à ce lien, il est possible d'obtenir une

interprétation sommaire des formes des courbes des harmoniques paires en fonction du champ statique en utilisant une représentation basée sur l'astroïde de renversement de l'aimantation de Stoner-Wohlfarth.[25] L'astroïde, tracé dans l'espace des champs, d'axes principaux $\boldsymbol{H}_{//}$ et $\boldsymbol{H}_{\perp}$ (respectivement axe parallèle et perpendiculaire à la direction facile aimantation), indique l'ensemble des points pour lesquels a lieu le renversement de l'aimantation (voir Annexe III). Ces renversements sont la cause de la majeure partie des non linéarités de la réponse MIG. La variation de M_{φ} lors des renversements influe sur l'amplitude des harmoniques d'ordres impairs et l'asymétrie de leur génération par rapport à H_{φ} influe sur les harmoniques d'ordres pairs. Connaissant les positions des renversements de l'aimantation dans l'espace des champs et les variations ΔM_{φ} que ceux-ci engendre, il est possible d'interpréter les variations des harmoniques en fonction des paramètres de mesure.

Lorsque l'axe facile de l'anisotropie uniaxiale fait un angle ψ différent de 0° et de 90° avec l'axe circonférentiel (anisotropie hélicoïdale), les axes principaux de l'astroïde se trouvent décalés d'un même angle ψ par rapport aux axes $\hat{\varphi}$ et $\hat{z}$ du microfil comme schématisé dans la figure 3.4. Dans cette figure, la double flèche en trait gras, de longueur $2H_{\varphi 0}$, correspond à la trajectoire balayée par le champ circonférentiel sinusoïdal H_{φ}. Elle correspond aussi au champ total appliqué $\boldsymbol{H}_{tot} = \boldsymbol{H}_{\varphi} + \boldsymbol{H}_{0}$ pour un champ statique axial $\boldsymbol{H}_{0}$ nul. Lorsqu'un champ $\boldsymbol{H}_{0}$ est appliqué, la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ subit une translation dans la direction $\hat{z}$ mais en gardant la même forme. Les points d'intersection de la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ avec l'astroïde indiquent donc les positions des renversements de l'aimantation dans la courbe d'hystérésis M_{φ}–H_{φ} et son point d'intersection avec l'axe $\hat{z}$ correspond à l'origine des champs H_{φ}. Cependant, pour que des renversements périodiques de l'aimantation se produisent, il est nécessaire que la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ traverse de part et d'autre l'astroïde faute de quoi l'aimantation restera piégée dans un seul état d'équilibre (voir courbe bleu dans les figures 3.4c et d).

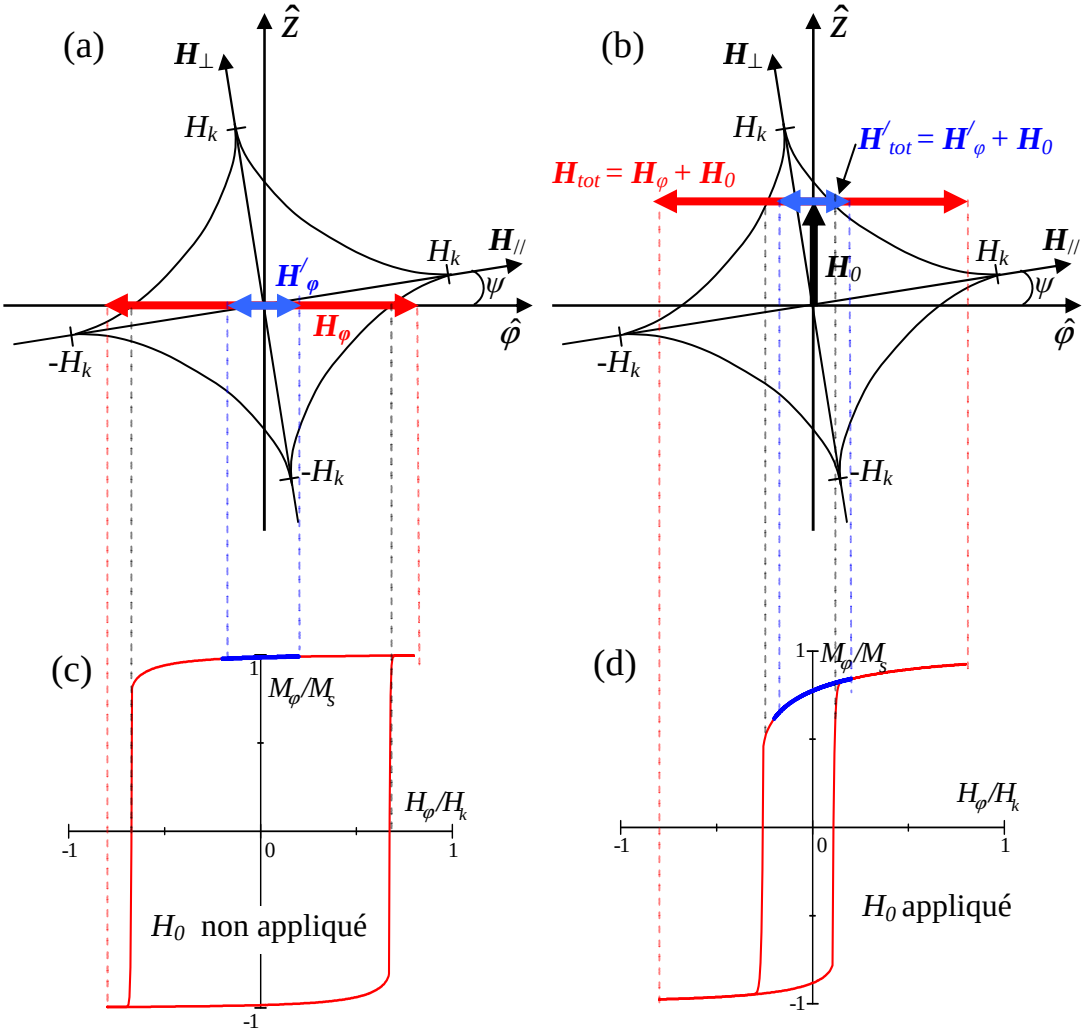


Figure 3.4 : (a) et (b) : Astroïde de renversement de l'aimantation d'équation $H_{//}^{2/3} + H_\perp^{2/3} = H_k^{2/3}$ et son orientation par rapport aux axes de l'échantillon cylindrique dans le cas d'une anisotropie hélicoïdale. Deux différentes amplitudes de H_φ sont représentées (flèches bleu et rouge) en (a) absence et (b) en présence d'un champ appliqué $\boldsymbol{H_0}$. (c) et (d) : Courbes d'hystérésis circonférentielles correspondant aux deux amplitudes de H_φ (c) en absence et (d) en présence du champ appliqué $\boldsymbol{H_0}$. Les sauts de l'aimantation traduits par des variations abruptes de M_φ / M_s dans les figures (c) et (d) correspondent aux intersections du champ total avec l'astroïde dans les figures (a) et (b) respectivement.

Lorsque H_φ est assez faible pour que $\boldsymbol{H}_{tot}$ ne puisse traverser l'astroïde de part et d'autre (comme dans le cas de $\boldsymbol{H}'_\varphi$ représenté en bleu dans les figures 3.4a et b), l'aimantation reste piégée dans les voisinages d'une seule direction facile. La courbe M_φ–H_φ (courbes bleues des figures 3.4c et d) est alors contenue dans une seule branche de la courbe d'hystérésis circonférentielle majeure (courbes rouges). Dans ces conditions, la courbe M_φ–H_φ est asymétrique ce qui conduit à la génération d'harmoniques d'ordres pairs.

On remarque que dans la figure 3.4c, la courbe de M_φ /M_s pour H_φ faible devant H_k (courbe bleue) peut aussi se trouver sur la branche inférieure de la courbe d'hystérésis majeure dépendamment de la configuration initiale de l'aimantation. Dans le cas de la figure 3.4d, par contre, seule une branche (la branche supérieur dans cet exemple) est accessible puisque la courbe bleu n'est pas entièrement contenue dans la partie hystérétique à cause du fait que l'astroïde est traversé par $\boldsymbol{H}_{tot}$ sur un coté.

Si le champ H_φ est assez fort pour que l'astroïde soit traversé de par et d'autre par $\boldsymbol{H}_{tot}$, il n'y a d'asymétrie de la courbe M_φ–H_φ que si l'anisotropie est hélicoïdale. Dans le cas d'une anisotropie circonférentielle (ψ = 0) ou axiale ($\psi = 90^o$), les axes de l'astroïde se confondent avec ceux du microfil et la symétrie reste conservée quelque soit la valeur du champ H_0 ce qui entraîne l'absence des harmoniques paires. Il existe toutefois plusieurs façons d'exciter les harmoniques paires même dans ces conditions. Il suffit, par exemple, d'ajouter au courant sinusoïdal une composante dc qui ferait décaler la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ sur l'axe $\hat{\varphi}$ et, de ce fait, la symétrie est brisée. Un autre moyen consiste à superposer au champ statique H_0 une composante ac de même fréquence que le courant.[66] De cette manière, la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ dans l'espace des champs devient, de façon générale, elliptique au lieu de décrire un segment de droite parallèle à l'axe $\hat{\varphi}$. Ceci brise la symétrie du cycle M_φ–H_φ du moment où $\boldsymbol{H}_{tot}$ dans sa variation périodique, ne croise pas l'astroïde de la même façon à l'aller qu'au retour.

Il est important de rappeler que la représentation par l'astroïde ne fait pas partie de la méthode de calcul. Elle sert uniquement à donner une interprétation simplifiée des résultats du calcul puisqu'elle ne prend en compte que l'asymétrie de coercivité même si cette dernière est à l'origine de presque la totalité du signal V_{2f}.

Dans ce qui suit, nous ne nous intéresserons qu'au signal fondamental V_{1f} et à la seconde harmonique V_{2f}. Le comportement de chacune de ces deux harmoniques peut se généraliser, dans l'ensemble, aux autres harmoniques de même parité.

3.4 Résultats du calcul et comparaison sommaire avec l'expérience

Le fait d'avoir introduit, dans ce modèle, la structure à deux domaines homogènes noyau-coquille dont l'épaisseur de la coquille est choisie de façon arbitraire rend ce modèle quelque peu superficiel. On ne s'attend pas à ce que les résultats obtenus sur des microfils réels soient correctement reproduits. Néanmoins, ce modèle, appuyé par la représentation par l'astroïde, représente un moyen très efficace d'explication qualitative du comportement général des harmoniques V_{nf} vis-à-vis non seulement du champ magnétique statique mais aussi de certains paramètres comme l'amplitude du courant et les contraintes mécaniques.

Les paramètres intervenant dans les calculs dont les résultats sont présentés dans cette section (sauf si une autre valeur est indiquée) sont regroupés dans le tableau 3.1. Mis à part *b*, tous les autres paramètres sont représentatifs d'un microfil typique utilisés dans l'étude de la MIG.

Tableau 3.1 : Paramètres utilisés dans le calcul quasi-statique

f	H_k	ψ	$2a$	$2b$	M_s	σ	l	λ_s
1 MHz	40 A/m	10°	30 µm	25 µm	660 kA/m	$8\text{x}10^5$ $(\Omega\text{m})^{-1}$	25 mm	-10^{-7}

Pour qu'une comparaison modèle-expérience soit significative, la fréquence doit être assez faible pour pouvoir supposer que le système est en tout instant en équilibre et assez élevée pour négliger la contribution au signal des mouvements de parois de domaines. Un compromis entre ces deux contraintes serait une fréquence qui se situerait entre ~0.2 et ~1 MHz. à l'intérieur de cette gamme, le comportement qualitatif du signal (y compris toutes ses harmoniques) que ce soit vis-à-vis du champ appliqué, du courant ou même des contraintes mécaniques reste quasiment invariable (voir chapitre 2). Du point de vue du modèle, la fréquence n'est qu'un simple facteur multiplicateur pour l'ensemble des harmoniques (à cause de la présence du terme $R_{DC}I$ dans l'expression de $V(t)$, l'effet de la fréquence sur le signal fondamental est légèrement différent, mais pas de façon significative, de celui d'un facteur multiplicateur). La comparaison entre le modèle et l'expérience ne se fera pas sur des résultats obtenus pour une fréquence donnée mais plutôt sur le comportement général du signal dans cette gamme de fréquence.

3.4.1 Résultats sur le signal fondamental

La figure 3.5 présente la courbe de variation de V_{1f} en fonction du champ statique H_0 calculée pour un courant d'amplitude I_0 = 0.5 mA correspondant à une amplitude de $\overline{H}_\varphi$ d'environ 5 A/m soit 0.12 H_k. H_0 est balayé dans les deux sens. L'allure typique de la magnétoimpédance est bien reproduite. Les deux pics se situent, en effet, au voisinage

du champ d'anisotropie (H_{pic} = 0.6 Oe ≈ 48 A/m). Comme dans le cas d'une courbe expérimentale, une légère hysteresis apparaît dans la région des champs faibles. La variation relative du signal $100\times\left(V_{1f}(H_{pic})-V_{1f}(H_{sat})\right)/V_{1f}(H_{sat})$ (où H_{sat} est le champ de saturation) est d'environ 120% ce qui est du même ordre de grandeur des valeurs mesurées pour la même fréquence. Il est cependant inutile de pousser plus loin la comparaison à cause du fait que la valeur de *b* est prise d'une façon arbitraire. Par un choix judicieux des paramètres de calcul, il est possible de reproduire avec une assez bonne précision une courbe expérimentale, mais cela n'apportera aucune signification supplémentaire car il suffirait de varier un seul des paramètres contrôlables pour que les deux courbes divergent.

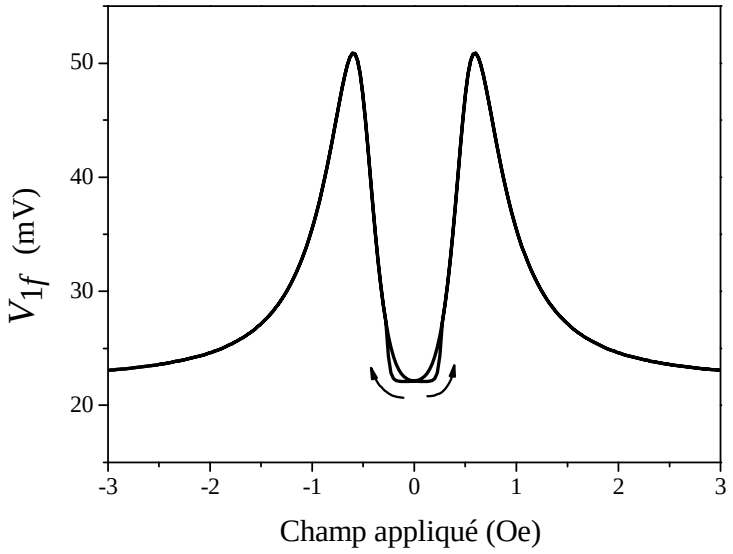


Figure 3.5 : Signal fondamental calculé en fonction du champ statique H_0 obtenue pour un courant de 0.5 mA. Le champ est balayé dans les deux sens.

La variation de l'impédance fondamentale $Z_{1f} = V_{1f} / I_0$ en fonction de H_0 est tracée sur la figure 3.6 pour différentes valeurs de I_0. On peut estimer le courant seuil du régime non linéaire, I_s, à environ 0.5 mA car les courbes correspondant à un courant

plus faible (non montrées ici) sont pratiquement identique à celle de I_s. Dans le régime non linéaire, à mesure que le courant augmente en amplitude, les pics subissent un déplacement vers les champs plus faibles jusqu'à convolution à $H_0 = 0$. Le courant I_c pour lequel la convolution à lieu est d'environ 4 mA. Quant à la hauteur des pics, celle-ci subit une croissance jusqu'à $I_0 = I_{Zmax} \approx 1$ mA puis commence à décroitre asymptotiquement vers $R_{DC} \sim 45\ \Omega$.

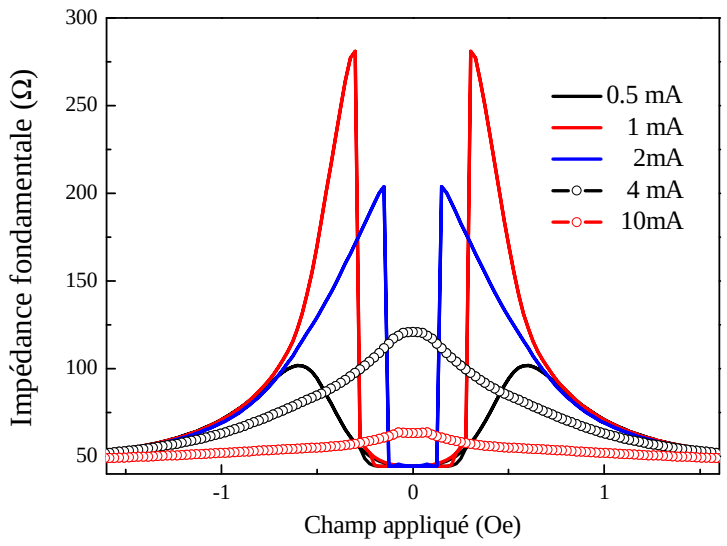


Figure 3.6 : Impédance fondamentale $Z_{1f} = V_{1f} / I_0$ calculée en fonction du champ statique H_0 pour différentes valeurs du courant. Le champ est balayé dans les deux sens.

Ce comportement du signal fondamental avec le courant est bien vérifié expérimentalement (voir la section 2.3.1 du chapitre 2) bien que l'allure des courbes soit différent. Les variations abruptes de Z_{1f} sont dues à l'apparition ou la disparition soudaine des renversements cohérents périodiques de l'aimantation. Dans un microfil réel, ces sauts, s'ils ont lieu, ne se font pas d'une manière cohérente à cause de la variation spatiale du champ et des propriétés magnétiques du milieu. Par conséquent, les

courbes réelles de la magnétoimpédance sont plus lisses. Par contre, dans le cas des microtubes magnétiques de faible épaisseur entourant un noyau non magnétique par exemple, ce modèle est beaucoup mieux adapté. Des variations abruptes de l'impédance sont bien observées sur ce genre d'échantillon comme les microtubes électro-déposés.[67] Nous verrons dans le chapitre 4, que les variations abruptes de V_{1f} ne sont pas dues à la simplicité du modèle mais plutôt à la structure magnétique de l'échantillon.

Les positions des variations abruptes de Z_{1f} pour différents courants s'expliquent facilement en utilisant l'astroïde de renversement de l'aimantation : à faible amplitude du champ circonférentiel $H_{\varphi 0}$ (faible courant) et faible H_0, l'astroïde est trop large pour être traversé de part et d'autre par H_{tot}. L'aimantation est donc prisonnière dans un seul état d'équilibre ce qui explique la faible valeur de Z_{1f} dans cette région de H_0 (voir équations 3.6 et 3.7). Lorsque H_0 augmente, la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ se déplace vers la pointe de l'astroïde jusqu'à ce qu'une région assez étroite pour être entièrement traversée soit atteinte (voir figure 3.7a). L'aimantation commence alors à subir des renversements engendrant une croissance abrupte de Z_{1f}. À plus grande amplitude $H_{\varphi 0}$, l'astroïde est traversé plus tôt (figure 3.7b) ce qui se traduit par un déplacement du pic de la courbe vers les champs plus faibles réduisant ainsi la largeur du creux qui existe entre eux. Ce creux disparaît et les deux pics se confondent lorsque $H_{\varphi 0}$ devient assez grand pour que l'astroïde soit entièrement traversé par H_{tot} même à H_0 nul (figure 3.7c). La condition pour que les deux pics se joignent est $H_{\varphi 0} > H_k.\cos\psi$ (dans le cas des microfils à anisotropie axiale, $\psi = \pi/2$, cette valeur critique de $H_{\varphi 0}$ est nulle ce qui explique la présence d'un seul pic dans leur courbe de magnétoimpédance).

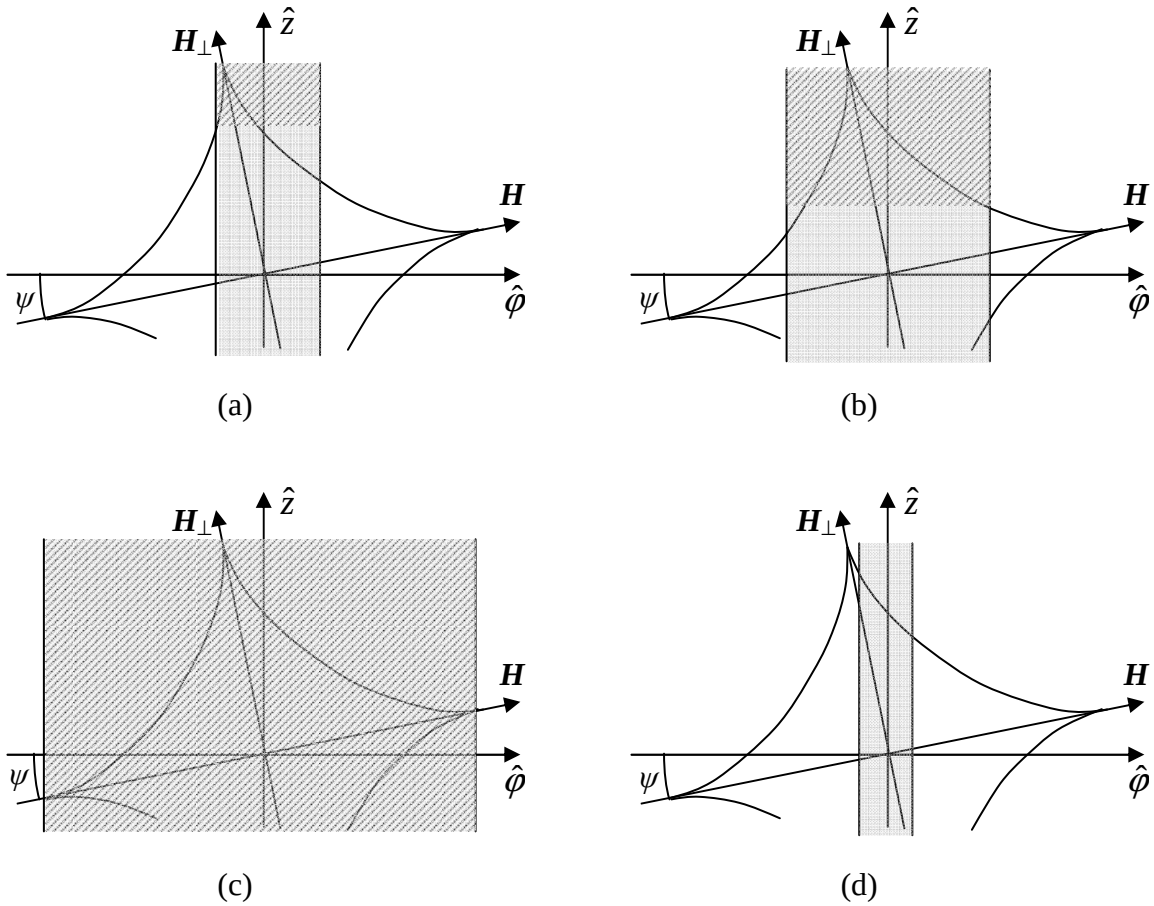


Figure 3.7 : Astroïde de renversement de l'aimantation pour différentes valeur de $H_{\varphi 0}$. (a) et (b) $H_k \sin\psi < H_{\varphi 0} < H_k \cos\psi$, (c) $H_{\varphi 0} > H_k \cos\psi$ et (d) $H_{\varphi 0} < H_k \sin\psi$. Les surfaces grises indiquent les zones de champ accessibles à $\boldsymbol{H}_{tot}$ lorsque H_φ oscille (balayage horizontal) et H_0 varie (balayage vertical). Les surfaces hachurées sont les zones dans lesquelles les renversements de l'aimantation ont lieu lors de l'oscillation de H_φ.

L'absence de variation abrupte de Z_{1f} pour I_0 = 0.5 mA est due au fait que $H_{\varphi 0}$ est assez faible pour que l'astroïde ne soit entièrement traversé à aucun endroit (figure 3.7d). Lorsque la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ se rapproche de la pointe de l'astroïde, celle-ci est déjà assez loin de l'axe Z (axe de translation de $\boldsymbol{H}_{tot}$). Avec un simple calcul géométrique, on déduit que $H_k.\sin\psi$ est la valeur critique de $H_{\varphi 0}$ au dessous de laquelle cette situation se présente.

3.4.2 Résultats sur la deuxième harmonique

La figure 3.8 montre l'amplitude du signal V_{2f} calculé en fonction du champ appliqué pour différentes valeurs du courant comprise entre 0.1 mA et 10 mA. Le champ est balayé dans le sens positif. À 0.1mA, le régime est encore linéaire. Le signal commence à apparaître lorsque le courant avoisine 0.5 mA puis augmente très rapidement avec le courant pour atteindre sa valeur maximale à 1mA (correspond aussi à I_{Zmax}). Jusqu'à cette valeur du courant, la courbe V_{2f} –H_0 présente deux pics symétrique de forme et de position comparables à celles du signal fondamental. En augmentant d'avantage le courant, ces sommets diminuent en intensité tout en se déplaçant lentement vers les champs plus forts et laissent place à des pics supplémentaires qui apparaissent dans la région centrale pour former une structure à cinq puis à six pics.

À plus fort courant, les quatre pics du milieu fusionnent deux par deux pour former une paire de pics intérieurs (*PI*) dont l'intensité augmente avec le courant jusqu'à I = 4mA puis commencent à diminuer lentement vers zéro. Quant aux deux pics extérieurs (*PE*), ceux-ci continuent à diminuer et à se déplacer vers l'extérieur.

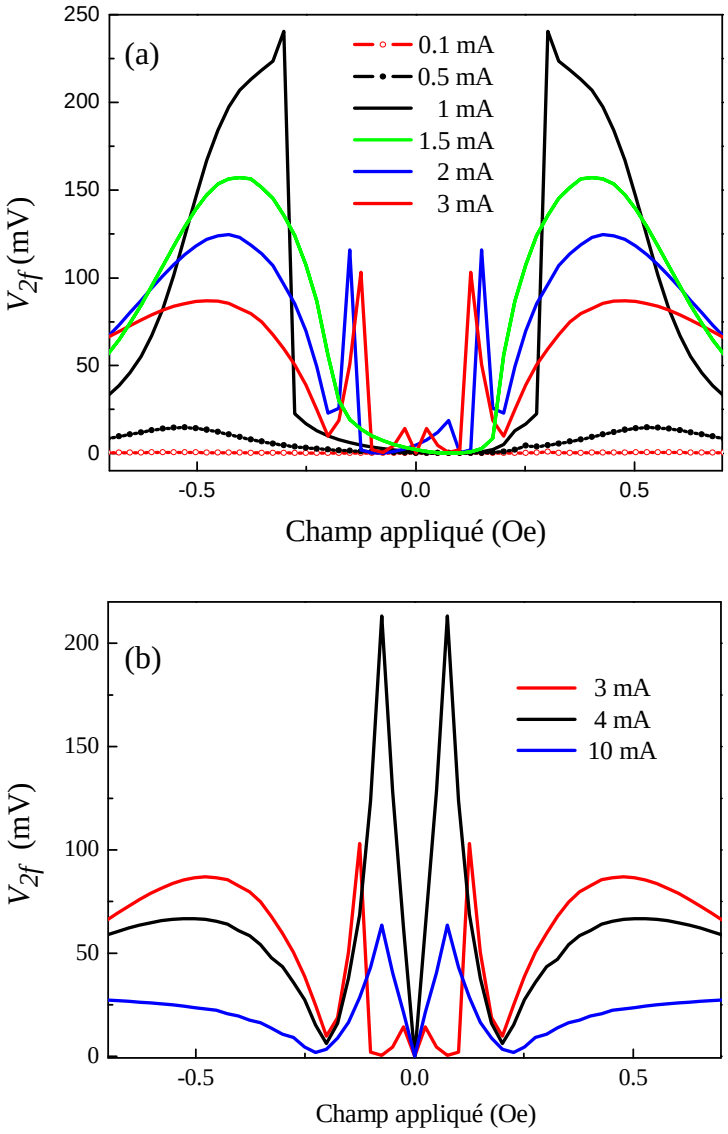


Figure 3.8 : Amplitude du signal de la deuxième harmonique calculée en fonction du champ appliqué pour différents courants allant (a) de 0.1 à 3 mA et (b) de 3 à 10 mA.

L'interprétation avec l'astroïde donnée ci-haut concernant le comportement de V_{1f} à faible courant (<1 mA) est aussi valable pour V_{2f}. Quant à la forme à quatre pics de la courbe V_{2f}–H_0, celle-ci apparaît lorsque le courant est assez fort pour que l'astroïde soit traversé de part et d'autre par $\boldsymbol{H}_{tot}$. Dans ce cas, la condition $H_{\varphi 0} > H_k \cos\psi$ est vérifiée (figure 3.7c). En l'absence du champ statique H_0, la trajectoire de $\boldsymbol{H}_{tot}$ intercepte l'astroïde de façon symétrique (configuration A dans la figure 3.9a); les harmoniques d'ordre pair sont alors nulles. L'application d'un champ H_0 a pour effet de briser cette symétrie et de faire apparaître le signal V_{2f}. Lorsque $H_0 = H_k \sin\psi$, le champ $\boldsymbol{H}_{tot}$ passe par une pointe de l'astroïde (configuration B) ce qui donne lieu à un maximum d'asymétrie. La valeur de V_{2f} atteint alors le sommet du pic intérieur.

En augmentant légèrement H_0, une "pseudo" symétrie de coercivité est retrouvée (configuration C). Le signal V_{2f} décroît alors et atteint un minimum sans qu'il ne soit tout-à-fait nul à cause d'une asymétrie de rémanence qui subsiste. Pour un champ H_0 encore plus grand, un retour de l'asymétrie de coercivité fait croître la valeur de V_{2f} jusqu'à atteindre le sommet du pic extérieur (configuration D). À partir de cette région de H_0, la partie irréversible de la courbe d'hysteresis M_φ–H_φ disparait et laisse place à la partie réversible qui ne contient pas de renversements d'aimantation. Le signal décroit alors avec H_0 jusqu'à s'annuler à la saturation. La forme à six pics de la courbe de V_{2f} correspond au cas où $H_{\varphi 0}$ est légèrement inférieur à $H_k \cos\psi$, c'est-à-dire assez grand pour traverser l'astroïde à $H_0 = 0$ mais pas à $H_0 = H_k \sin\psi$ (au niveau de la pointe de l'astroïde). Sur la figure 3.9b, les renversements de l'aimantation s'arrêtent brusquement au passage de $\boldsymbol{H}_{tot}$ entre les configurations A et B. Une chute brusque de V_{2f} divise alors chaque PI en deux : PI_1 et PI_2 .

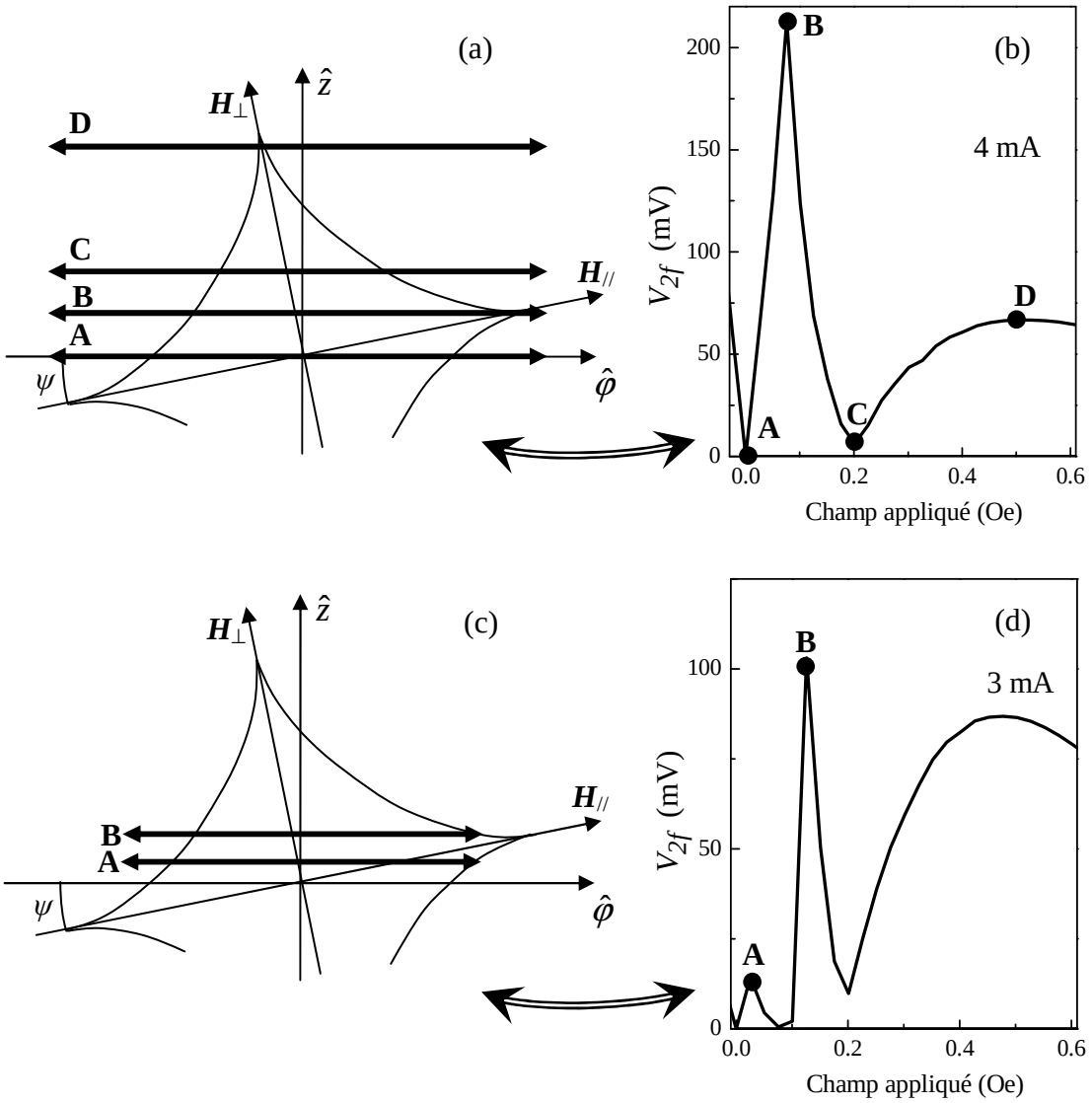


Figure 3.9 : Courbes de V_{2f} –H_0 et configurations de $\boldsymbol{H}_{tot}$ sur l'astroïde de renversement de l'aimantation correspondant à ces extrema pour une forme à quatre pics (a), (b) et à six pics (c) et (d).

La forme à six pics n'est pas clairement observée expérimentalement sur les microfils. La raison la plus probable à cela est qu'à cause des dispersions dans les propriétés magnétiques des microfils, des distributions spatiales des champs et des conditions de surface, les PI_2 se confondent avec les *PE* puis, en augmentant le courant, avec les PI_1. La figure 3.10 montre l'évolution avec le courant de V_{2f} mesurée sur un microfil MXT, dans la région des faibles champs pour une fréquence de 1 MHz. On distingue bien trois paires de pics dans la courbe correspondant à 8 mA. En diminuant le courant vers 6 mA, les PI_2 devraient se décaler légèrement vers l'extérieur et les *PE* vers l'intérieur ce qui engendrerait une convolution. Si, par contre, le courant est augmenté vers 10 mA, les PI_2 augmenterait en amplitude et fusionnerait avec les PI_1 ce qui est bien le cas ici.

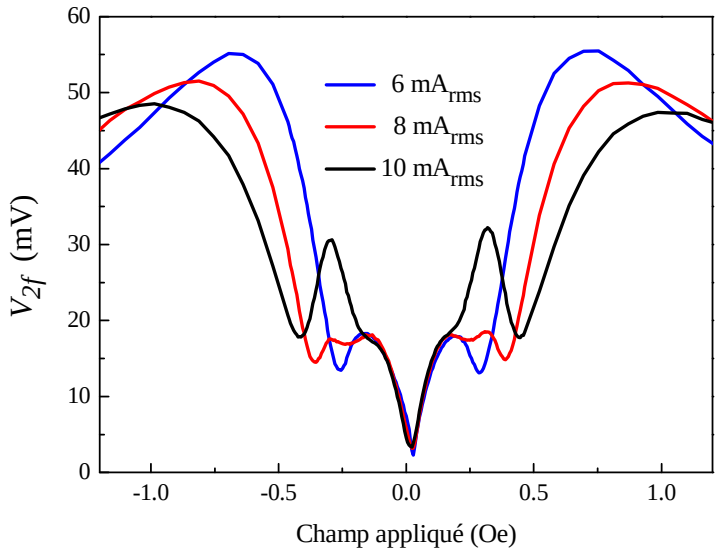


Figure 3.10 : Seconde harmonique (mesurée) en fonction du champ statique appliqué pour un courant de fréquence 1MHz et d'amplitudes 6, 8 et 10 mA.

Les résultats de calcul de V_{1f} et V_{2f} montrent que le modèle reproduit d'une façon satisfaisante les résultats observés. Les formes des courbes de V_{2f} et du signal total (très similaire à V_{1f}) ainsi que leurs évolutions avec le courant sont bien reproduites. Par contre, l'effet du courant est quelque peu surestimé dans le calcul en comparaison avec les résultats des mesures discutés dans le chapitre précédent. La valeur de I_c qui devrait avoisiner 10 mA, selon l'expérience, n'est que de 4mA. Le courant I_{Zmax} est de 1 mA alors que sa valeur expérimental est estimée autour de 2 mA. Dans les deux cas, un facteur d'environ deux relie la valeur expérimentale et la valeur calculée. Un choix judicieux des paramètres *a* et *b* ferait coïncider les deux résultats. Quant au fait que l'amplitude des harmoniques soit exagérément élevée comparativement à l'expérience, nous verrons dans le chapitre 4 que ceci peut s'expliquer par la présence d'une couche magnétiquement dure à la surface des microfils réels.

3.4.3 Effet de la tension mécanique

Une tension mécanique σ' appliquée sur l'échantillon a pour effet d'augmenter la valeur du champ d'anisotropie H_{ani} et donc, de diminuer le rapport H_φ / H_{ani}. Ainsi, cette tension engendrerait le même effet sur la courbe de la magnétoimpédance qu'une diminution de l'amplitude du courant. Cet effet est aussi accompagné d'une expansion sur l'axe de H_0. La figure 3.11 montre la courbe de V_{1f} et V_{2f} en fonction de H_0 pour un courant de 10 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence et pour différentes valeurs de σ'. On remarque que le pic de V_{1f} à $\sigma' = 0$ augmente en hauteur puis se scinde en deux à mesure que σ' augmente. Quant à la courbe de V_{2f}, celle-ci présente les mêmes formes que lorsque le courant diminue c'est-à-dire une structure à quatre, six, cinq et finalement à deux pics. Pour un angle ψ plus élevé, la structure à trois pics est aussi obtenue.

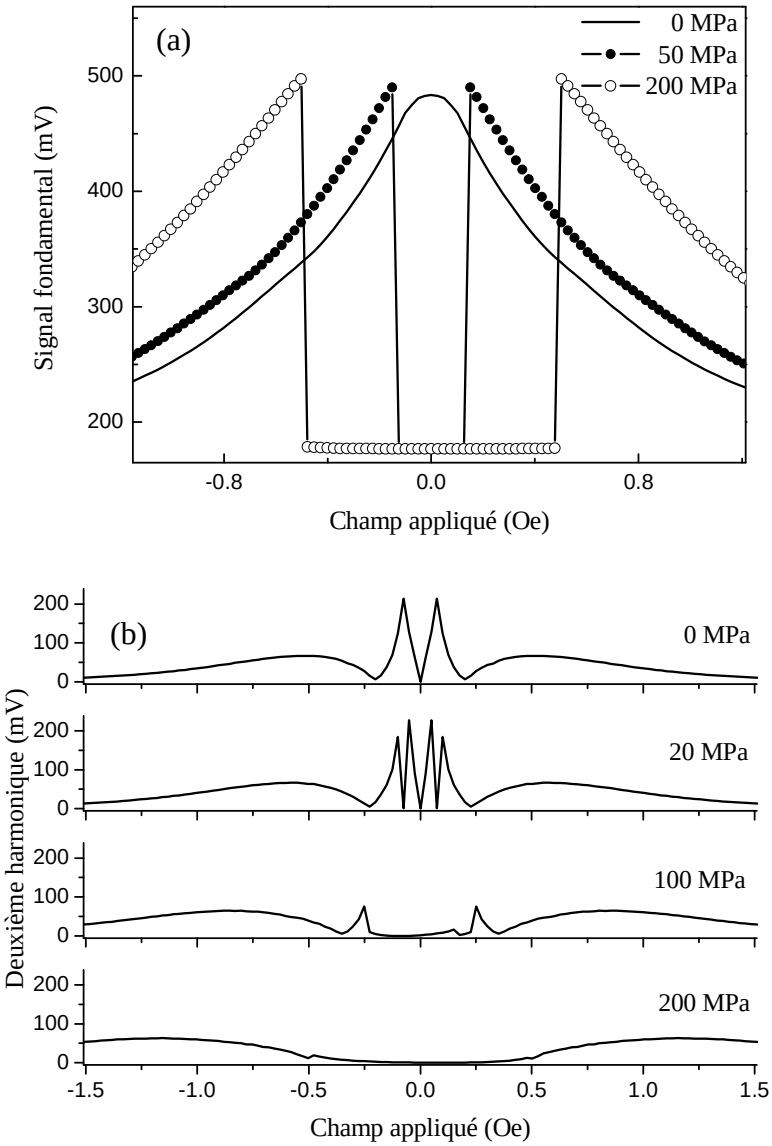


Figure 3.11 : Courbes de dépendance en champ à différentes valeurs de σ' (a) du signal fondamental et (b) de la deuxième harmonique. Le courant est de 10 mA de diamètre et 1 MHz de fréquence.

Dans la représentation par l'astroïde, la présence de σ' agit sur la taille et l'orientation de l'astroïde lui-même. En effet, l'anisotropie vue par l'aimantation n'est plus définie par le couple (H_k, ψ) mais plutôt par (H_{ani}, ψ_{ani}). L'astroïde qui en résulte sera donc plus grand et son angle d'orientation par rapport aux axes principaux du cylindre sera plus faible. Il en résulte que le rapport $H_{\varphi 0}$ sur la taille de l'astroïde diminue avec σ' de la même façon que lorsque le courant diminue à la différence que l'angle d'anisotropie reste constant dans ce dernier cas. L'extension des courbes des deux signaux sur l'axe des champs est donc expliquée qualitativement par la croissance de la taille de l'astroïde.

3.5 Sommaire

Malgré sa simplicité, le modèle quasi-statique s'est avéré d'une grande capacité à reproduire qualitativement le comportement observé de l'impédance et de ses harmoniques. Les effets du courant et de la tension mécanique sur celles-ci sont interprétés en termes de rapport entre le champ circonférentiel et le champ d'anisotropie. Une attention particulière à été accordée à la reproduction de la structure de la courbe de la seconde harmonique qui varie d'une manière irrégulière avec l'amplitude du courant. Les différentes structures de V_{2f} ainsi que celle de V_{1f} ont été expliquées à l'aide de l'astroïde de renversement de l'aimantation.

Cependant, le principal handicap de ce modèle réside dans la non prise en compte de l'effet de la fréquence et sa limitation aux basses fréquences. Pour parer à ce problème, entre autres, le modèle dynamique, plus développé et plus rigoureux, est présenté dans le chapitre 4.

Chapitre 4 : Le modèle dynamique

"L'art d'interroger est bien plus l'art des maîtres que des disciples. Il faut avoir déjà beaucoup appris de choses pour savoir demander ce qu'on ne sait pas."

Jean-Jacques Rousseau

4.1 Introduction

Pour prendre en considération, d'une manière convenable, l'effet de la fréquence dans le calcul de la magnétoimpédance, il est nécessaire de résoudre simultanément les équations de Maxwell avec une équation de mouvement de l'aimantation. Pour cette dernière, notre choix s'est porté sur l'équation de Landau-Lifshitz bien que l'équation de Gilbert est tout aussi valable. La faible valeur de la constante d'amortissement que nous utilisons dans le calcul fait que le choix de l'une ou de l'autre des deux équations n'a aucun effet significatif sur les résultats. Cette procédure nous permettra de tenir compte de l'inertie que peut manifester l'aimantation par rapport au champ d'excitation à haute fréquence et aussi d'inclure l'effet d'échange-conductivité qui joue un rôle important dans le domaine des fréquences utilisées ici.[26] De plus, le fait que ce modèle soit numérique lui procure l'avantage d'être libre de toute approximation pouvant limiter son domaine d'applicabilité et ce, tant que la symétrie cylindrique est respectée.

Dans ce chapitre, nous commencerons par exposer, dans la section 4.2, la méthode utilisée pour le calcul dynamique et nous validerons notre modèle en confrontant nos résultats avec ceux d'un modèle linéaire analytique utilisant les mêmes

paramètres. Dans la section 4.3, le modèle sera appliqué à l'étude du comportement d'un conducteur magnétique idéal en régime non linéaire. Par la suite, la généralité de ce modèle nous permet d'aller explorer, dans la section 4.4, le domaine des excitations à hautes puissance. La section 4.5 sera consacrée au comportement chaotique dans un microfil idéal. La confrontation du modèle avec l'expérience sera traitée dans le chapitre suivant.

4.2 Méthode du calcul dynamique

4.2.1 Discrétisation du conducteur

La symétrie cylindrique associée à la forme et aux propriétés électriques et magnétiques du conducteur s'étend aussi sur son aimantation instantanée et sur tous les champs électriques et magnétiques à l'intérieur du conducteur dont les dimensions sont négligeables devant la longueur d'onde de propagation des champs. Ce comportement symétrique réduit la dimension du problème à la seule direction radiale.

Pour tenir compte des variations radiales des entités impliquées dans le calcul, le rayon du conducteur est discrétisé en $N+2$ points nodaux équidistants de coordonnée radiale r_i (i=0…N+1 étant le numéro du point : $r_0 = 0$ et $r_{N+1} = a$). Sur chacun de ces points et à chaque instant t, le vecteur aimantation $\boldsymbol{M}(r_i,t)$, le champ magnétique effectif $\boldsymbol{H}_{eff}(r_i,t)$, le champ électrique $\boldsymbol{E}(r_i,t)$ ainsi que la dérivée temporelle de l'aimantation $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,t)$ sont déterminés. La continuité des trois composantes de l'aimantation entre chaque paire de points voisins est obtenue par interpolation par des polynômes de degré trois impliquant deux points de chaque coté de l'intervalle considéré (un total de quatre points pour chaque interpolation). Cette interpolation est effectuée afin de calculer les dérivées radiales première et seconde de l'aimantation intervenant dans le calcul du champ d'échange $\boldsymbol{H}_{éch}$.

Le nombre N doit être assez grand pour éviter des fortes variations de l'aimantation et des champs entre points voisins. Par conséquent, la distance entre deux points successifs Δr doit être assez faible devant une épaisseur de paroi de domaine qui pourrait éventuellement se créer parallèlement à la surface latérale du conducteur. À haute fréquence, il est aussi important de s'assurer que la valeur de Δr soit faible devant l'épaisseur de peau. D'un autre coté, si Δr est trop petite, cela engendrerait des temps de calculs exorbitants. Pour vérifier que le nombre de points utilisés dans un calcul donné est suffisant, il suffit d'effectuer un deuxième calcul avec un nombre N plus élevé et de s'assurer que les deux calculs aboutissent au même résultat à une précision près. Généralement, pour un microfil de 15 μm de rayon, une centaine de points est suffisante tant que la fréquence ne dépasse pas la centaine de MHz.

4.2.2 Rappel des équations intervenant dans le calcul

Avant de commencer la description de la méthode utilisée dans le calcul, il est utile de rappeler les principales équations sur lesquelles celui-ci se base. Ces équations sont décrites en détail dans le chapitre 1 et sont :

L'équation de Landan-Lifshitz (voir l'éq. 1.7)

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -\mu_0 \gamma \left(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}\right) - \frac{\mu_0 \gamma \alpha}{M_s}\left(\boldsymbol{M} \times (\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff})\right) \tag{4.1}$$

Les équations de Maxwell (voir les éqs. 1.10)

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H_\varphi - \sigma\mu_o \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \sigma\mu_o \frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \tag{4.2-a}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \sigma\mu_0 \frac{\partial M_z}{\partial t} \tag{4.2-b}$$

L'expression du champ effectif (voir l'éq. 1.11)

$$\boldsymbol{H}_{eff} = \boldsymbol{H}_0 + \boldsymbol{H}_{\varphi} + \boldsymbol{H}_z + \boldsymbol{H}_a + \boldsymbol{H}_{éch} + \boldsymbol{H}_d + \boldsymbol{H}_{me} \tag{4.3}$$

Et l'expression du champ électrique axial en fonction de la coordonnée radiale (voir l'éq. 1.5)

$$E_z(r,t) = \frac{R_{DC} I(t)}{l} + \int_0^r \frac{\partial B_{\varphi}(r',t)}{\partial t} dr' - \frac{2}{a^2} \int_0^a r' \int_0^{r'} \frac{\partial B_{\varphi}(r'',t)}{\partial t} dr' \, dr'' . \tag{4.4}$$

Les équations 4.1 et 4.3 se calculent directement et ne nécessite aucune astuce ou méthode de résolution. Les intégrales de l'équation 4.4 sont calculées après interpolation par polynôme d'ordre trois. Quant aux équations 4.2, celles-ci sont résolues avec la méthode des différences finies décrite en annexe IV.

4.2.3 Procédure de calcul

À première vue, l'interdépendance entre la variation de l'aimantation et le profil radial du champ magnétique dynamique ($\boldsymbol{H} = H_{\varphi}\hat{\varphi} + H_z\hat{z}$) semble nécessiter une résolution par itération. Fort heureusement, il existe un moyen d'éviter cette procédure itérative très couteuse en temps de calcul. En effet, à cause de son inertie, le temps de réponse de l'aimantation (de l'ordre de la nanoseconde) est très grand devant celui du champ dynamique. En choisissant une très faible incrémentation de temps Δt (de l'ordre de la picoseconde ou moins), il est légitime de considérer que la variation temporelle de l'aimantation $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(r,t)$ acquise à l'instant t sera conservée jusqu'à l'instant $t + \Delta t$. Ceci revient à considérer que durant ce laps de temps, l'aimantation reste insensible aux variations du champ magnétique ce qui signifie que l'interdépendance entre la variation de l'aimantation et le champ dynamique est rompue à très petite échelle de temps.

La méthode de calcul utilisée dans ce modèle est illustrée par le diagramme de la figure 4.1. Connaissant l'aimantation $\boldsymbol{M}(r_i,t)$ et sa dérivée temporelle $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,t)$ en chaque point i (i = 0 … N+1) à l'instant t, le profil radial du champ dynamique est obtenu grâce à la résolution des équations de Maxwell (4.2) où la valeur du courant $I(t)$ intervient dans la condition à la surface de H_φ. La connaissance du champ dynamique nous permet de calculer le champ effectif $\boldsymbol{H}_{eff}(r_i,t)$, les autres champs intervenant dans $\boldsymbol{H}_{eff}(r_i,t)$ (équation 4.3) étant facilement évaluables. Connaissant $\boldsymbol{H}_{eff}(r_i,t)$ et $\boldsymbol{M}(r_i,t)$, la résolution de l'équation de LL (4.1) nous permet d'obtenir $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,t)$ qui sera considérée constante jusqu'à l'instant $t+\Delta t$ exclusivement. Cette dérivée est aussi utilisée dans la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre (RK4) pour déterminer l'aimantation $\boldsymbol{M}(r_i, t+\Delta t)$ à l'instant $t+\Delta t$ à partir de $\boldsymbol{M}(r_i,t)$. Cette dernière étape est détaillée en annexe V. À ce stade, le système a franchi un pas dans le temps en passant de l'instant t à l'instant $t+\Delta t$. La même procédure, à commencer par la résolution des équations de Maxwell en utilisant les valeurs de $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,t+\Delta t)$ et du courant $I(t + \Delta t)$, sera répétée pour passer à l'instant $t+2\Delta t$ et ainsi de suite. Pour s'assurer que l'évolution dans le temps de l'aimantation se fait de façon convenable, les trois composantes de l'aimantation sont déterminées indépendamment les unes des autres et à chaque incrément de temps franchi, la conservation du module de l'aimantation est vérifiée. De cette façon, une évolution erronée de l'une ou de plusieurs de ces composantes sera aussitôt décelée. Si ce cas se présente, cela signifierait que la valeur choisie de Δt est trop grande, la réduction de celle-ci suffirait à régler le problème.

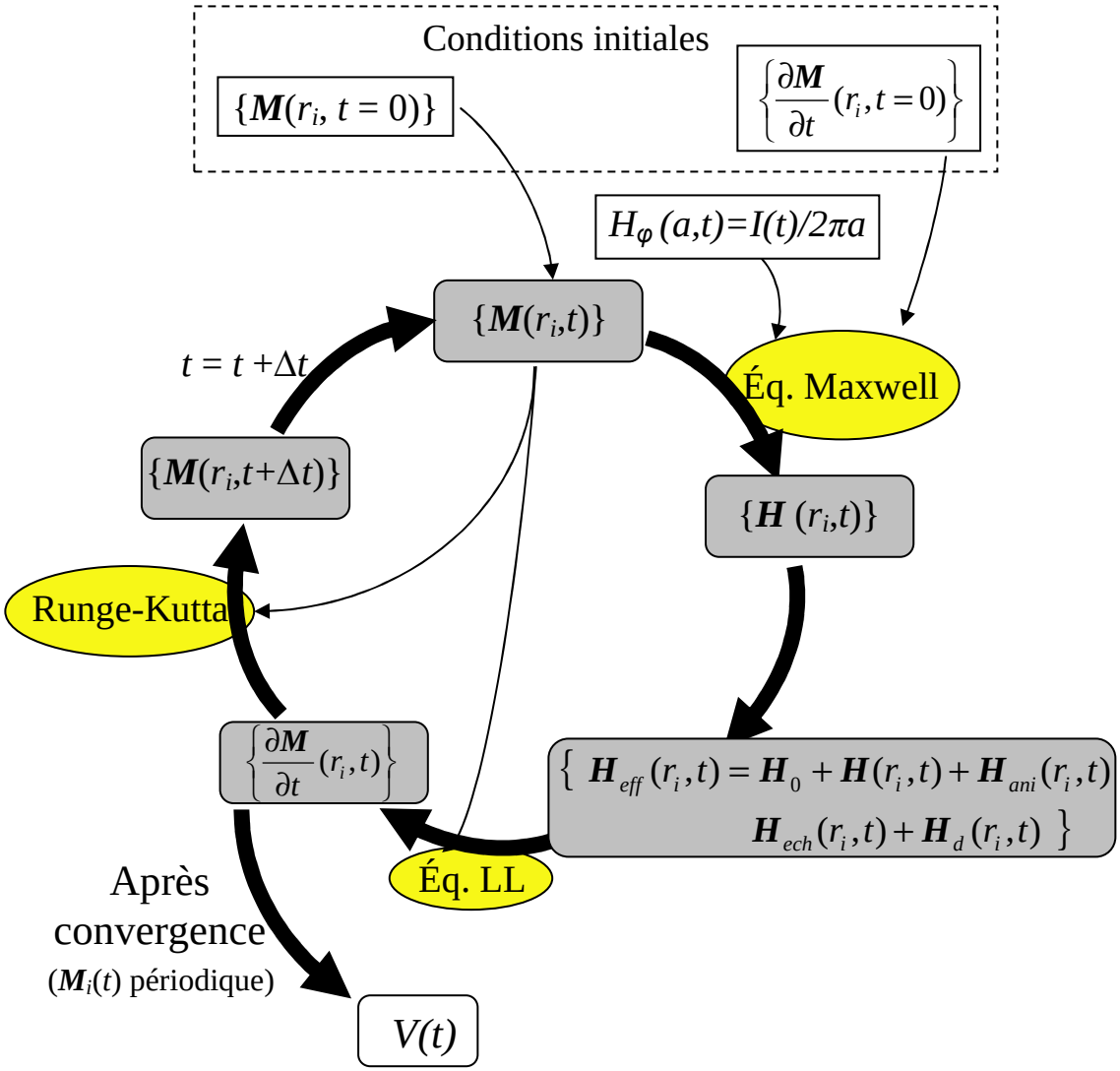


Figure 4.1 : Diagramme de la méthode utilisée dans le calcul dynamique pour une valeur donnée de H_0.

Puisque le système évolue dans le temps en réponse au courant AC de période T, celui-ci converge vers un comportement périodique de même périodicité T. Du point de vue du calcul, la convergence est atteinte lorsque la condition suivante est vérifiée:

$$\frac{1}{M_s}\sum_i\left[\left|\boldsymbol{M}(r_i,nT)-\boldsymbol{M}(r_i,(n+1)T)\right|+T\left|\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,nT)-\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,(n+1)T)\right|\right]\leq\varsigma \quad (4.5)$$

où n est le nombre de périodes effectuées pour atteindre la convergence et ς est la précision tolérée (une valeur de 10^{-3} est généralement suffisante en régime non linéaire). Lorsque la convergence est atteinte, une période supplémentaire est simulée pour la collecte des résultats notamment la tension $V(t)=l.E_z(a,t)$ ainsi que ses harmoniques.

Il existe, cependant, des situations particulières, généralement pour des courants de grande amplitude et de haute fréquence, pour lesquelles les conditions de convergence (4.5) ne peuvent être satisfaites et ce quelque soit n. Ces cas feront l'objet de la section 4.5.

4.2.4 Conditions initiales

La procédure de calcul décrite ci-haut se fait pour un champ statique H_0 donné. Pour pouvoir recueillir assez de points pour compléter une courbe de la magnétoimpédance, il est nécessaire d'effectuer plusieurs calculs successifs en variant à chaque fois la valeur de H_0. Pour chaque calcul, l'instant initial t = 0 correspond au moment où le courant sinusoïdal $I=I_0\sin\omega t$ commence à être appliqué. À cet instant, le courant est encore nul et l'aimantation du conducteur est dans sa configuration initiale complètement définie par $\boldsymbol{M}(r_i,t=0)$ et $\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial t}(r_i,t=0)$.

Pour la première valeur de H_0, la configuration initiale peut être choisie d'une façon arbitraire sans être forcément une configuration d'équilibre statique car celle-ci n'aura aucun effet (après quelques périodes du courant) sur la réponse du système. Il se peut que le système exhibe un comportement hystérétique pour cette valeur de H_0 si celui-ci se trouve dans la région des faibles champs ($H_0<H_k$). Dans ce cas, le calcul aura

deux façons possibles de converger correspondant aux deux branches du comportement hystérétique. La configuration initiale détermine alors, lequel des deux chemins le calcul prendra. Pour orienter le calcul vers une convergence préférentielle, le meilleur choix de configuration initiale est celle d'un échantillon saturé et au repos. Selon que la saturation soit parallèle ou antiparallèle au champ statique conduit vers l'une ou l'autre des deux convergences possibles.

Lorsque le calcul concernant la valeur initiale de H_0 converge, sa configuration finale va servir de configuration initiale au calcul suivant et ainsi de suite. Ainsi, le système demeure sur le même état lorsque H_0 se trouve dans une éventuelle zone d'hystérésis. De plus, cette continuité de configuration permet un gain considérable de temps de calcul consacré à la recherche de la convergence notamment lorsque les valeurs successives de H_0 sont rapprochées.

4.2.5 Propriétés magnétiques homogènes avec spins de surface libres

Le modèle dynamique convient à tout type de conducteur tant que la forme et les propriétés électriques et magnétiques de celui-ci présentent une symétrie cylindrique. Les films minces peuvent aussi être traités puisque, à cause de l'effet de peau, ceux-ci peuvent être assimilés à des conducteurs cylindriques de très grand rayon ($a >> \delta$).[17] Pour tenter de reproduire correctement, avec le modèle, les résultats observés sur un échantillon réel, il est nécessaire de définir, au préalable, les propriétés magnétiques de celui-ci. Cependant, cette tâche se révèle très difficile voire même impossible à effectuer notamment lorsque l'échantillon en question est magnétiquement doux tels les microfils étudiés ici. Cette douceur rend leur comportement particulièrement sensible aux moindres dispersions de leurs propriétés magnétiques.

Dans le but de se défaire des effets liés à la complexité des propriétés magnétiques des échantillons réels, nous traiterons dans ce chapitre le cas d'un microfil

idéalement homogène. Ceci nous permet, d'une part, de nous focaliser sur l'effet des paramètres contrôlables par l'expérience sur la réponse dynamique du conducteur et, d'autre part, d'économiser sur le temps de calcul. L'effet de la structure magnétique et la confrontation avec l'expérience seront traités dans le chapitre 5.

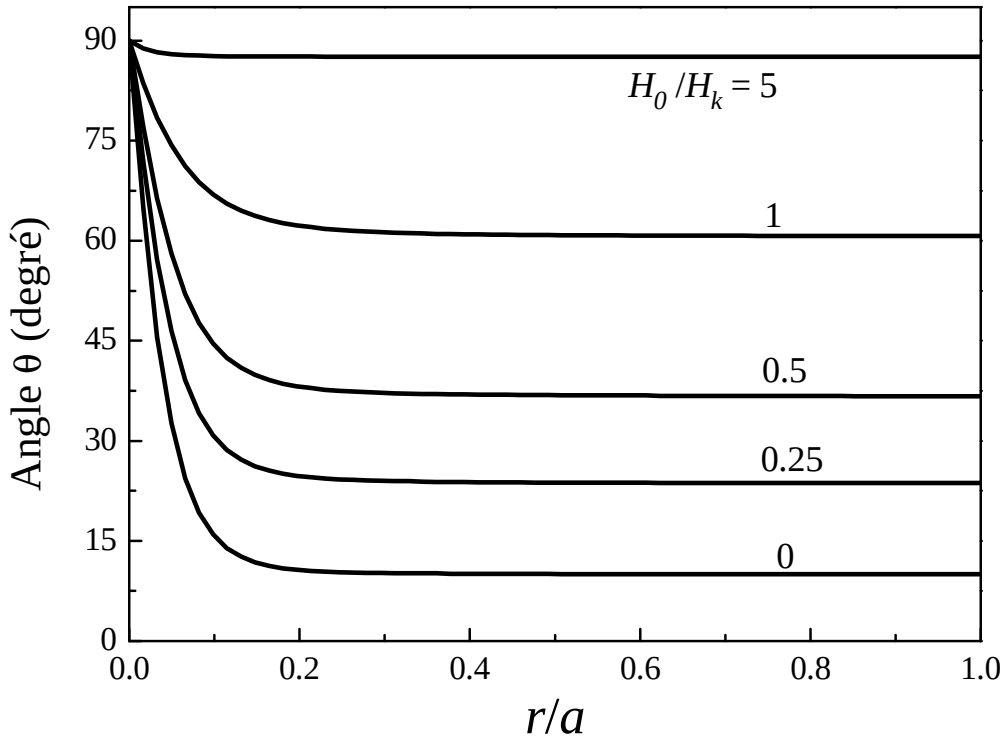


Figure 4.2 : Dépendance radiale de l'angle θ d'orientation de l'aimantation statique par rapport à la direction circonférentielle calculée pour de différentes valeurs de H_0. L'angle d'anisotropie ψ est de 10°.

On considère donc, pour la suite de ce chapitre, une anisotropie homogène d'axe facile faisant un angle ψ avec la direction circonférentielle. Les spins sont considérés libres à la surface (voir les conditions de spins de surface libres dans la section 1.6.1 du chapitre 1). La symétrie cylindrique impose à l'aimantation de l'axe de s'orienter dans la

direction axiale. Dans le cas où $\psi \neq \pi/2$, ceci conduit à la formation d'un vortex dans l'axe de la structure magnétique du microfil comme montré sur la figure 4.2.

La figure 4.2 montre la configuration, au repos, de l'aimantation à travers la dépendance radiale de l'angle θ que celle-ci fait avec la direction circonférentielle. À cause de la présence d'un très grand champ de démagnétisation radial qui oblige l'aimantation statique à rester dans le plan $\hat{\varphi} - \hat{z}$ (voir figure 3.1), la structure magnétique de l'échantillon est entièrement définie par l'angle θ. Cette configuration est calculée pour $\psi = 10^{o}$ et $a = 15$ µm à différents valeurs du champ statique H_0 rapporté au champ d'anisotropie H_k. L'état du repos est obtenu en simulant un courant AC d'amplitude nulle. À l'exception de la région du vortex, l'aimantation reste homogène dans tout le volume de l'échantillon et s'aligne graduellement avec H_0 à mesure que celui-ci augmente. Le champ $H_0 = H_k$ ne sature pas l'échantillon, il faut appliquer des champs plus importants ($H_0 \sim 5H_k$) pour atteindre la saturation. En fait, il est facile de vérifier, en déterminant l'état d'équilibre de l'aimantation par minimisation de l'énergie libre, que le champ de saturation est dépendant de l'angle ψ. Pour $\psi = 0$ ou $\pi/2$ (anisotropie circonférentielle ou axiale), la saturation a lieu à $H_0 = H_k$. Dans le cas d'une anisotropie hélicoïdale, le champ de saturation est plus élevé. Sa valeur maximale est atteinte pour $\psi \approx 45^{o}$.

4.2.6 Validation de la méthode en régime linéaire

Pour valider la procédure de calcul de ce modèle, nous avons effectué une comparaison, sous conditions identiques, de nos résultats avec ceux d'un modèle analytique élaboré par L. Melo.[27] Ce modèle de référence étant incompatible avec le régime non linéaire, la comparaison est limitée au régime linéaire.

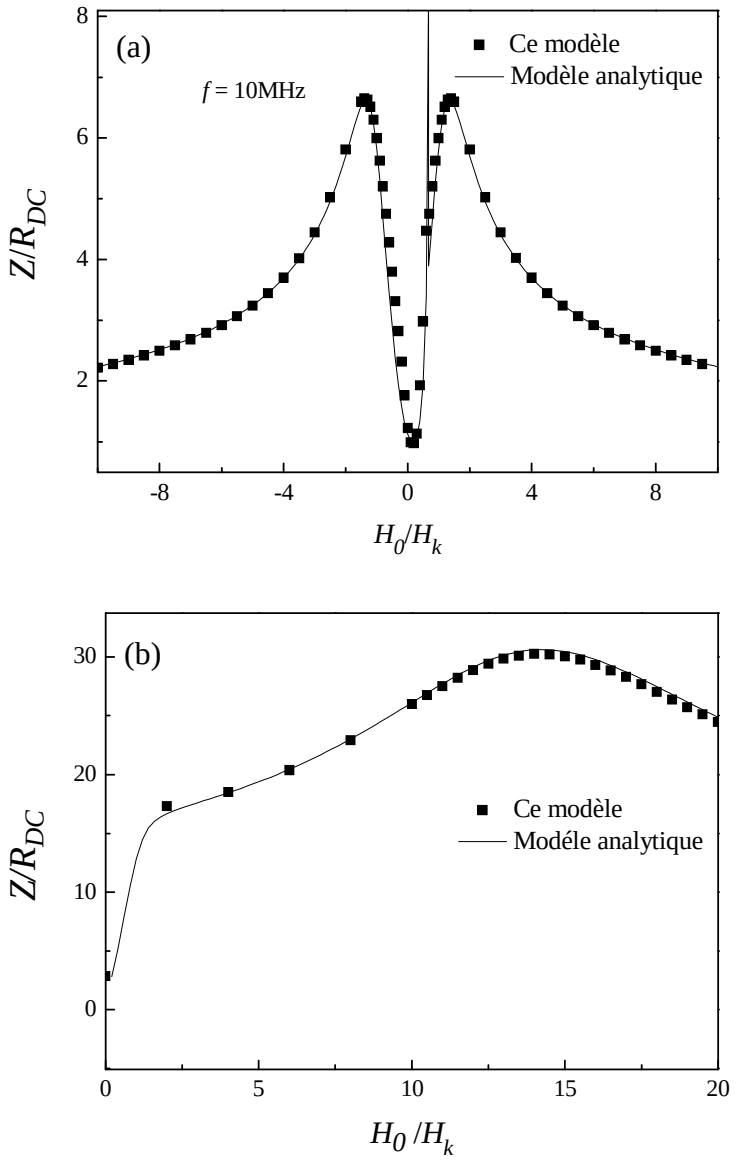


Figure 4.3 : Impédance relative Z/R_{DC} en fonction du champ appliqué normalisé H_0/H_k : comparaison entre le modèle numérique et le modèle analytique linéaire pour deux différentes fréquences (a) 10 MHz et (b) 1 GHz. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux donnés dans le tableau 4.1 à part que $\psi = 10^o$, $a = 17.5\ \mu$m et $H_k = 80$ A/m (en régime linéaire, comme il est le cas ici, la valeur de H_k n'a aucun effet sur la dépendance de Z en fonction de H_0/H_k .

La figure 4.3 montre un exemple de résultats de la confrontation entre les deux modèles pour deux différentes fréquences 10 MHz et 1 GHz. Dans le calcul numérique, l'amplitude du courant est de 100 μA. Dans les deux modèles, l'anisotropie homogène et la condition des spins de surface libres sont utilisées. Mis à part une différence très minime liée au choix de la précision de convergence, les résultats des deux modèles sont bien concordants. Cet accord constitue une validation du modèle numérique dans le régime linéaire et offre une garantie assez solide à son adoption dans le régime non-linéaire.

4.3 Application à un microfil idéal

Cette section est consacrée à la présentation des résultats du calcul dynamique sur un microfil de propriétés magnétiques homogènes et de spins de surface libres. Les valeurs des paramètres utilisés dans la suite de ce chapitre, sauf indiqué, sont regroupées dans le tableau 4.1. Les amplitudes du courant AC ainsi que les réponses en tension que ce soit le signal total ou ses harmoniques sont données en valeur efficace sans qu'il n'en soit fait mention explicitement.

L'apogée du régime non linéaire est atteint lorsque le courant AC est assez important pour provoquer un renversement de l'aimantation dans le conducteur ferromagnétique. Expérimentalement, ceci se traduit par la présence des pics, bien distincts, qui se superposent à la réponse en tension linéaire de l'échantillon (voir figure 1.1). Grâce au modèle dynamique, nous avons maintenant une meilleure vision sur ce qui se produit à l'intérieur du microfil. La figure 4.4 montre la variation du profil radial de la composante circonférentielle de l'aimantation normalisée M_φ /M_s en fonction du temps pendant une période complète de courant. Ici, le champ H_0 est nul et le courant est de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. On constate sur cette figure que, pour ce jeu de paramètres, seule la région de la surface, de profondeur d'environ le tiers du rayon, est concernée par les renversements quasi-cohérents de l'aimantation (zone

dynamique) alors que dans la région centrale, l'aimantation reste pratiquement invariable dans sa configuration statique (zone statique). La délimitation entre les deux zones est assez nette. Ici, la valeur de M_φ / M_s de la zone statique est négative. Cela est dû au choix de la configuration initiale. Un choix différent de la configuration initiale peut mener à une valeur positive de M_φ / M_s dans la zone statique. Ce comportement sera traité dans la section 4.3.4.

Tableau 4.1 : Paramètres utilisés dans le calcul dynamique.

Longueur du fil	l	25 mm
Diamètre du microfil	$2a$	30 µm
Conductivité électrique	σ	8×10^5 $(\Omega m)^{-1}$
Champ d'anisotropie	H_k	40 A/m
Angle d'anisotropie	ψ	1°
Aimantation à saturation	M_s	660 kA/m
Constante d'échange	A	10^{-11} J/m
Rapport gyromagnétique	$\gamma/2\pi$	28 GHz/T
Coefficient d'amortissement	α	10^{-2}

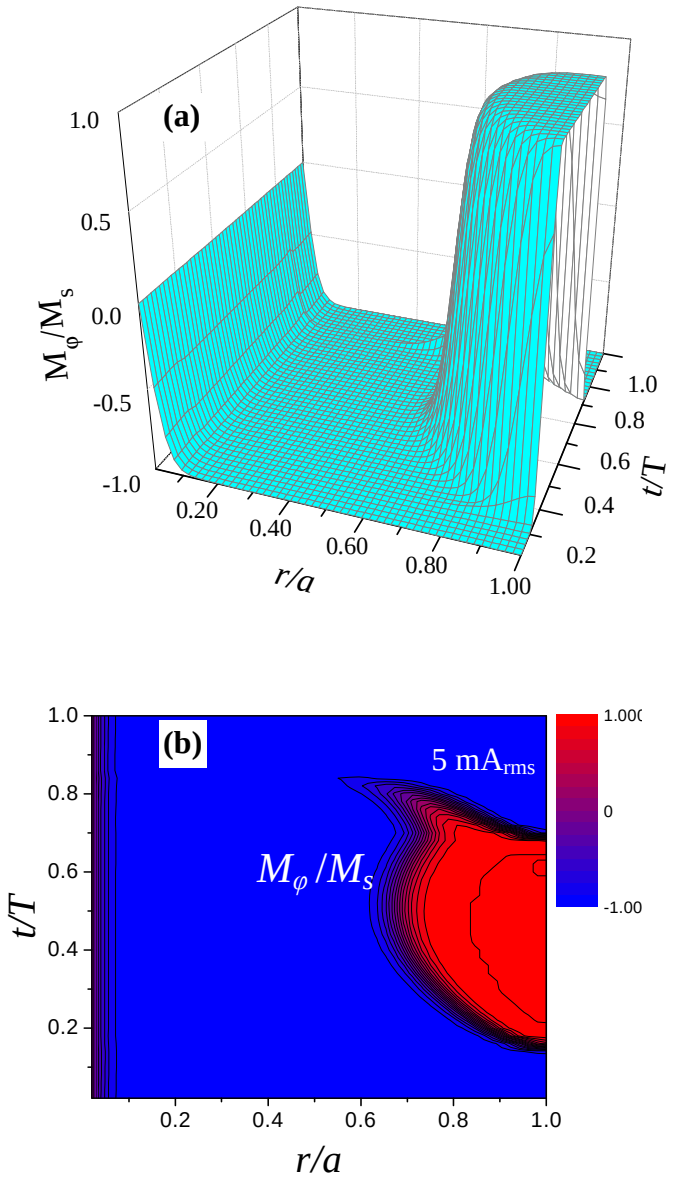


Figure 4.4 : Variation de l'aimantation circonférentielle normalisée M_φ/M_s calculée en fonction du temps t/T (T = 1µs) et de sa position radiale r/a (a = 17.5 µm). L'amplitude du courant est de 5 mA et le champ appliqué H_0 est nul. (a) courbe à trois dimensions et (b) courbe en contour.

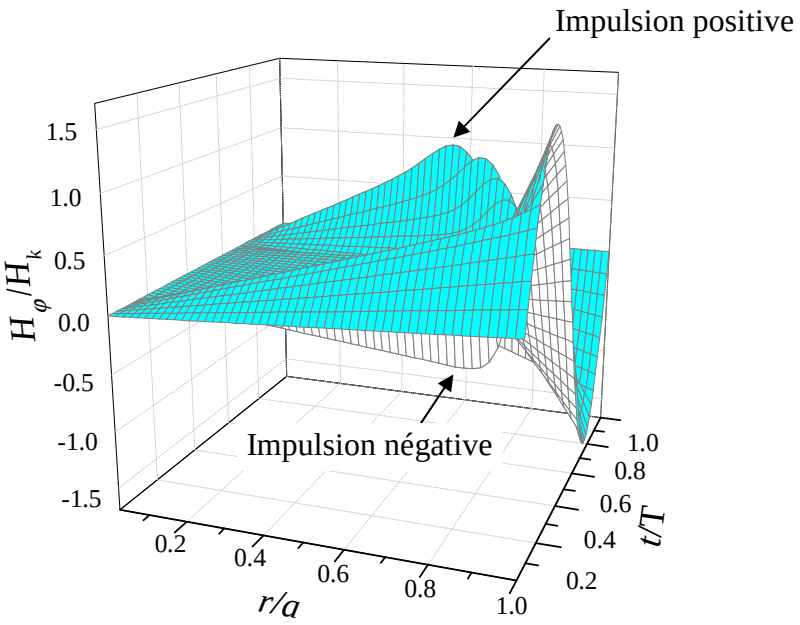


Figure 4.5 : Profil radial du champ dynamique circonférentiel rapporté à H_k en fonction du temps. Les paramètres de calcul sont les mêmes que ceux de la figure 4.4.

Une propagation fortement atténuée du mouvement de l'aimantation vers la zone statique est caractérisée par la présence d'un appendice sur la figure 4.4-b. Cet appendice est provoqué par une impulsion, dans cette région du conducteur, du champ circonférentiel H_φ en réaction à la variation brusque de l'aimantation dans la zone dynamique. Cette impulsion de H_φ est référée par "impulsion positive" dans la figure 4.5 montrant la variation radiale et temporelle de H_φ /H_k pour les mêmes paramètres que ceux de la figure 4.4. Quant à "l'impulsion négative", celle-ci s'oppose au renversement de l'aimantation (de la direction $-\hat{\varphi}$ vers la direction $+\hat{\varphi}$) freinant ainsi l'expansion de la zone dynamique.

4.3.1 Effet du courant

Pour qu'un renversement de l'aimantation se produise à $H_0 = 0$, le courant doit avoir dépassé, en amplitude crête, une valeur limite qui est de $2\pi a H_k \cos\psi$ (voir la représentation par l'astroïde de renversement de la figure 3.7-c). Cette valeur limite diminue lorsque H_0 augmente dans la zone des champs faibles. À partir de cette limite, une zone dynamique est créée à la surface de l'échantillon et augmente en profondeur à mesure que le courant augmente en amplitude. Ce comportement est illustré sur la figure 4.6 où est tracée la dépendance temporelle du profil radial de M_φ / M_s pour différentes amplitudes de courant de fréquence $f = 1$ MHz à champ appliqué nul.

On observe, sur cette figure, une croissance avec le courant de l'appendice caractéristique de la propagation atténuée dans la zone statique. Lorsque cette propagation subsiste jusqu'au début de la prochaine période du courant, celle-ci subit une régénération et parvient à atteindre l'axe du microfil. Ceci conduit à un comportement de l'aimantation similaire à une propagation d'onde solitaire (figure 4.6-d et e) dont la vitesse varie, au cours d'une même période T, selon que le courant $I(t)$, durant son alternance, lui est favorable ou défavorable. La propagation d'une onde solitaire peut durer jusqu'à plusieurs périodes de courant notamment à haute fréquence. À plus fort courant, l'expansion spatiale des renversements quasi-cohérents est telle que tout le volume du conducteur est affecté (figure 4.6-f).

On remarque que les figures 4.4-b et 4.6-d, retracées sur la figure 4.7 afin de faciliter la comparaison, montrent des comportements différents de l'aimantation bien que le courant soit le même dans les deux cas. Cette différence rend bien compte de la dépendance de l'effet du courant en fonction du rayon de l'échantillon. La valeur de a pour laquelle la figure 4.4 est obtenue est de 17.5 μm alors que, dans le cas de la figure 4.6, celle-ci n'est que de 15 μm. L'amplitude du courant a plus d'effet lorsque l'échantillon est de faible diamètre.

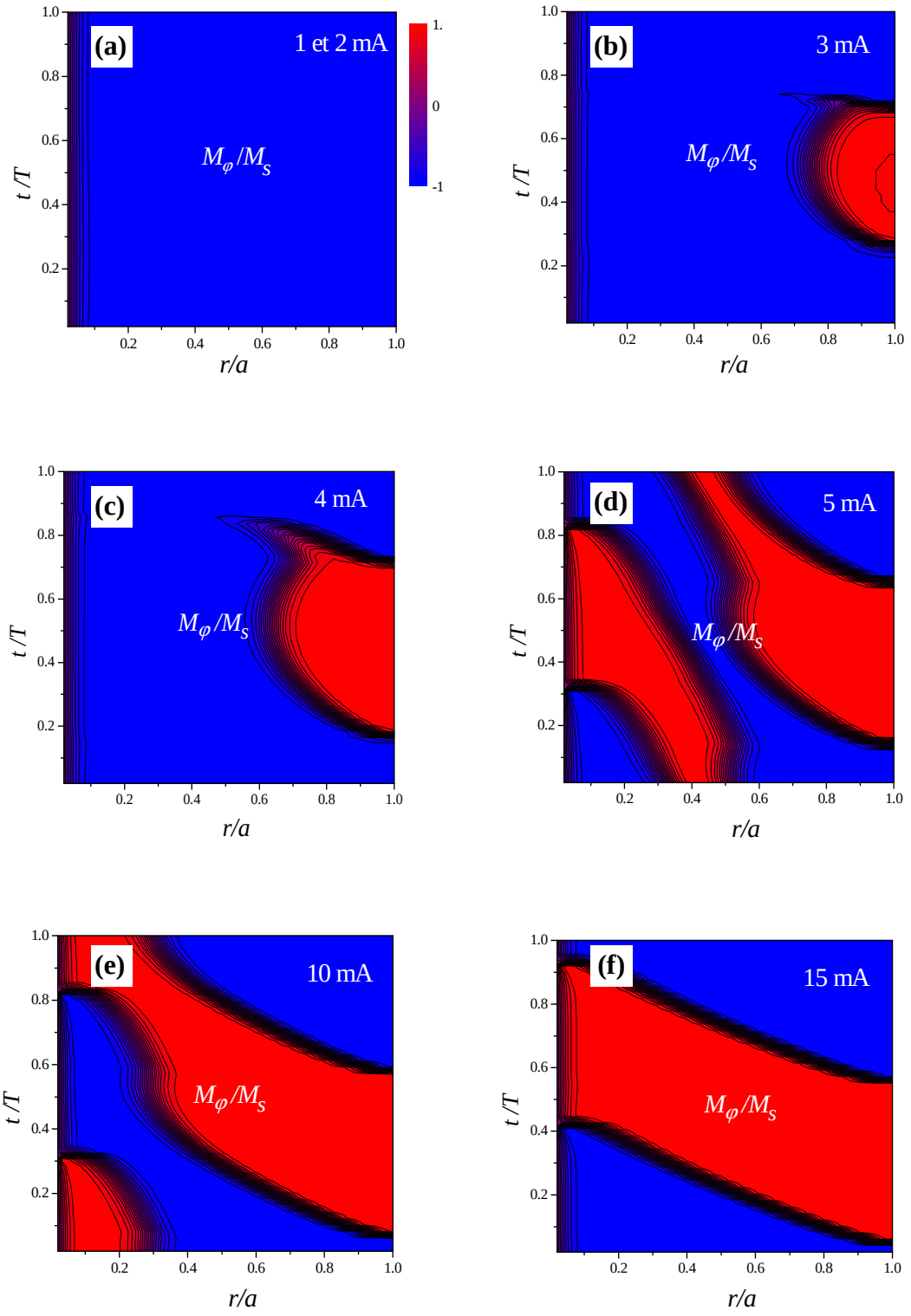


Figure 4.6: Variation temporelle du profil radial de M_φ /M_s calculé pour différentes amplitudes de courant de 1 MHz de fréquence. Ici, H_0 = 0 et a = 15 µm.

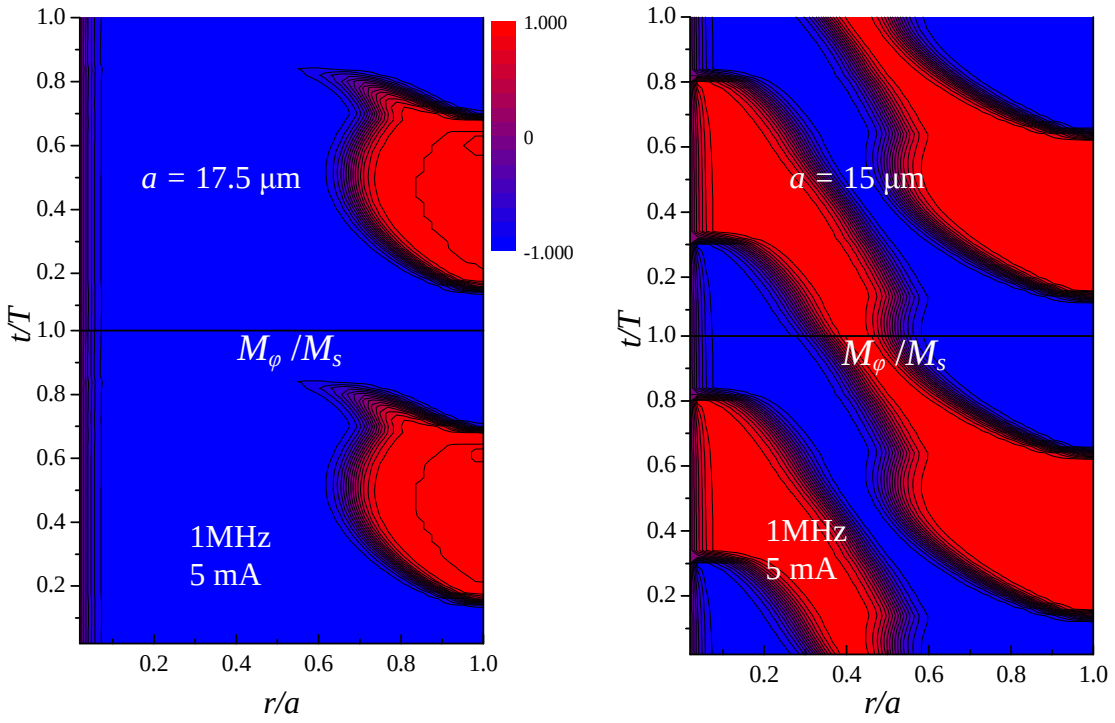


Figure 4.7: Calcul de la variation temporelle, sur deux périodes *T*, du profil radial de M_φ / M_s pour un courant de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. Le champ H_0 est nul. Le diamètre du microfil est de (a) 35 µm et (b) 30 µm. Ces figures sont montrées sur une seule période *T* dans (a) la figure 4.4-b et (b) la figure 4.6-d.

La courbe de "magnétoimpédance" $Z(H_0) = \frac{|V(H_0)|}{I_0}$ est tracée sur la figure 4.8 pour un courant de 1 MHz de fréquence et de différentes valeurs d'amplitude. La variation de la courbe de magnétoimpédance avec l'amplitude du courant est semblable à celle obtenue avec le modèle quasi-statique (voir le comportement de Z_{1f} (H_0) dans la figure 3.6). Bien que l'angle ψ soit différent, cela n'affecte pas l'allure des courbes). Cette ressemblance témoigne de l'efficacité du modèle quasi-statique dans le traitement qualitatif de la magnétoimpédance d'un conducteur magnétique idéal compte tenu de sa simplicité et de son temps de calcul insignifiant.

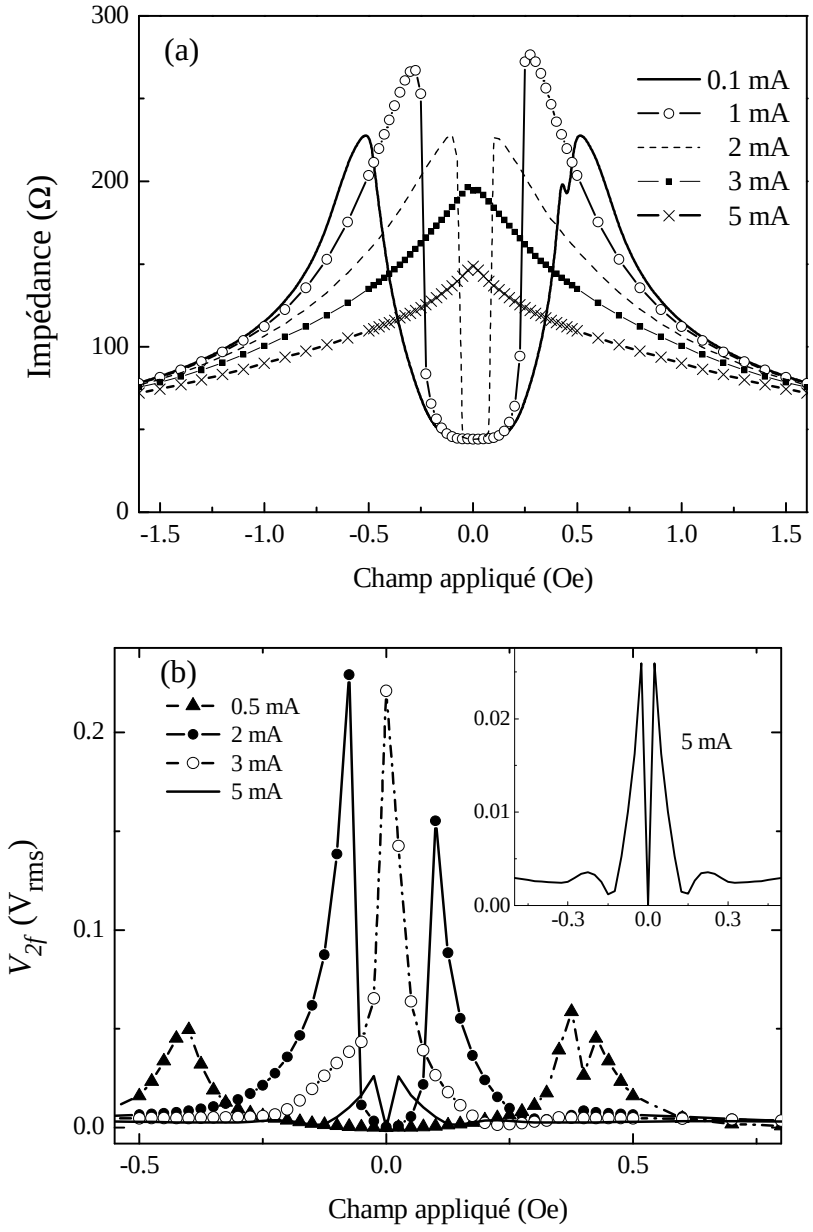


Figure 4.8 : Dépendance en champ (a) de l'impédance et (b) du signal de la deuxième harmonique V_{2f} pour des courants de 1 MHz de fréquence de différentes amplitudes. La figure interne de (b) montre un agrandissement de la courbe de V_{2f} correspondant à 5 mA.

D'un autre point de vue, les résultats du calcul dynamique se révèlent décevants vu le caractère raffiné de ce modèle. Malgré l'accord qualitatif sur l'évolution du comportement du système en fonction des différents paramètres contrôlables (fréquence, amplitude du courant et champ appliqué), les courants critiques (I_s, I_c et I_{Zmax}) et les amplitudes des réponses (signal total et harmoniques) ne correspondent pas à ceux observés. Nous nous attendions aussi à des courbes de magnétoimpédance dans le régime non linéaire beaucoup moins abruptes. En fait, le problème ne réside pas dans la méthode de calcul en elle même, mais plutôt dans le choix des propriétés magnétiques sur lesquelles le calcul est basé. Le chapitre 5 sera justement consacré à la recherche des paramètres magnétiques pour lesquels la concordance entre la théorie et l'expérience est optimisée.

Comme dans le cas du calcul quasi-statique, l'amplitude de V_{2f} est exagérément élevée comparativement à l'expérience. Sa courbe de dépendance en champ subit une multitude de mutations lorsque l'amplitude du courant varie. Comme montré dans l'exemple de la figure 4.8-b, celle-ci varie de la forme à trois pics, à faible courant, jusqu'à la forme à quatre pics, à fort courant, en passant par une série de changements. Ces formes sont, tout de même, différentes de celles obtenues par le calcul quasi-statique mis à part pour des courants forts. La principale raison à cette différence est la grande sensibilité de la deuxième harmonique aux propriétés magnétique de l'échantillon. Sensibilité qui s'affaiblit à mesure que le courant augmente.

4.3.2 Effet du champ magnétique statique

Les comportements de l'aimantation en fonction du temps montrés depuis le début de la section 4.3, ont été obtenus pour un champ H_0 nul. Lorsque ce dernier est appliqué, cela à pour effet d'élargir la zone dynamique au détriment de la zone statique tout en rendant plus graduelle la frontière entre les deux zones. Le caractère abrupt des

renversements de l'aimantation dans le temps sont aussi progressivement réduits lorsque H_0 augmente.

La figure 4.9 montre la variation du profil radial de M_φ /M_s en fonction du temps normalisé pour différentes valeurs de H_0. Pour H_0 = 0, le courant, qui est de 1 mA, n'est pas suffisant pour que les renversements de l'aimantation se produisent. Dans ce cas, l'impédance est relativement faible comme le montre la courbe de $Z(H_0)$ correspondant à 1 mA dans la figure 4.8. Pour cette valeur de courant, les pics de la magnétoimpédance se situent à $H_0 = H_{pic} \approx \pm$ 0.3 Oe c'est-à-dire à H_0 = 0.6 H_k. Ceux-ci correspondent à un maximum de variations de l'aimantation circonférentielle (figure 4.9-b). À partir de cette valeur de H_0, les variations de l'aimantation commencent à diminuer tout en subissant un retour progressif vers un comportement linéaire (figure 4.9-c et d).

En régime linéaire, l'effet de peau est invariablement lié à l'effet d'induction. Ceci se traduit par la présence de la perméabilité magnétique dans l'expression de l'épaisseur de peau δ. Les pics de la courbe de magnétoimpédance, situés à $H_0 = H_{pic} \approx \pm H_k$, sont donc dus à un maximum de variation de l'induction transversale accentués par un maximum d'effet de peau (δ minimale). En régime non linéaire, par contre, ces deux effets sont découplés à cause du comportement irrégulier de l'aimantation. Il faut souligner qu'en régime non linéaire, l'appellation « effet de peau » n'est pas tout à fait appropriée car la variation de la densité de courant $J_z(r,t) = \sigma E_z(r,t)$ est aussi irrégulière que ce soit dans le temps ou dans l'espace. Dans ce cas, nous faisons une estimation de l'effet de peau à travers la valeur efficace de J_z (ou de E_z) au lieu de son amplitude.

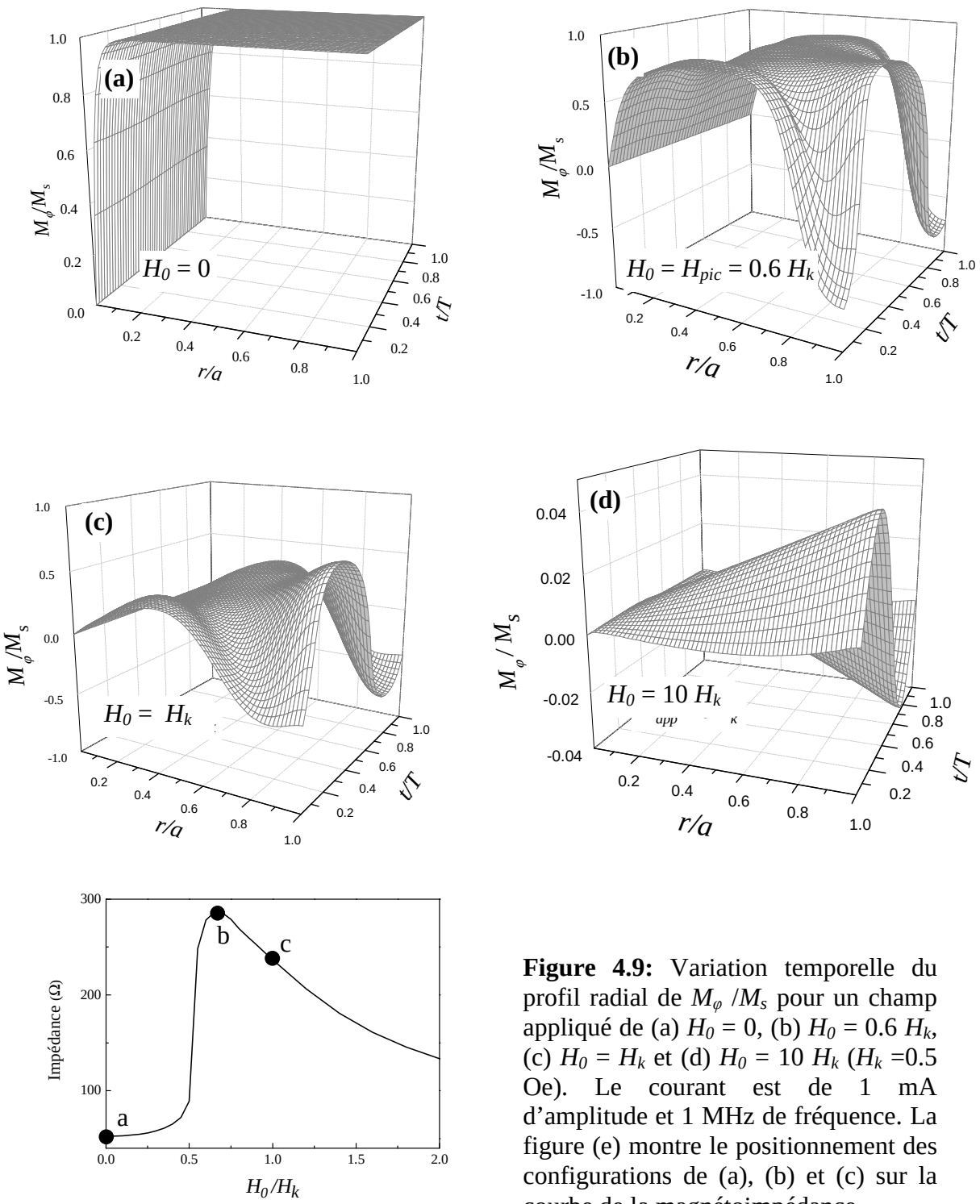


Figure 4.9: Variation temporelle du profil radial de M_φ /M_s pour un champ appliqué de (a) H_0 = 0, (b) H_0 = 0.6 H_k, (c) H_0 = H_k et (d) H_0 = 10 H_k (H_k =0.5 Oe). Le courant est de 1 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. La figure (e) montre le positionnement des configurations de (a), (b) et (c) sur la courbe de la magnétoimpédance.

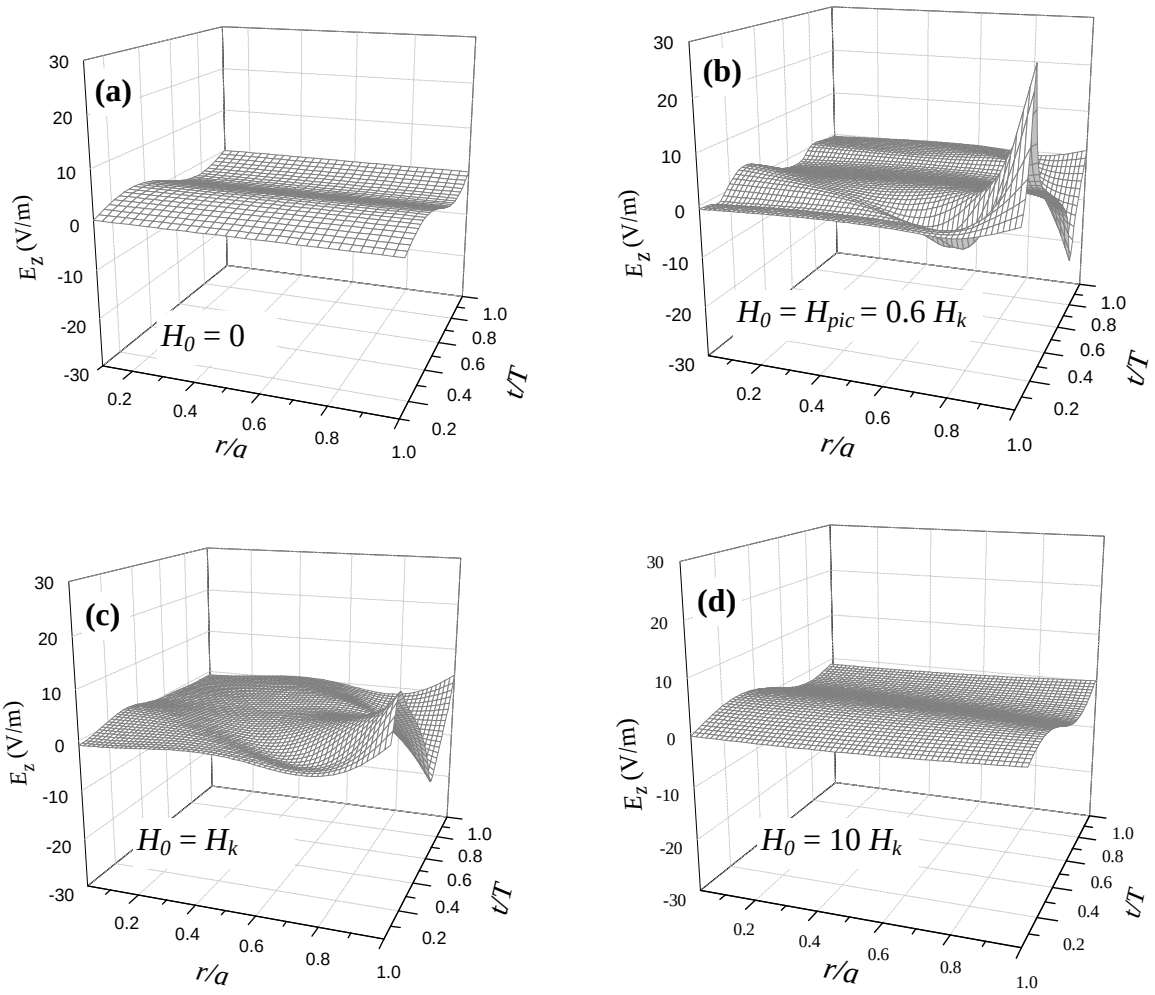


Figure 4.10: Variation temporelle du profil radial de E_z pour un courant de 1 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. Le champ appliqué est de (a) $H_0 = 0$, (b) $H_0 = 0.6\ H_k$, (c) $H_0 = H_k$ et (d) $H_0 = 10\ H_k$ (H_k =0.5 Oe).

La figure 4.10 montre la dépendance en temps du profil radial de $E_z(r, t)$ pour les mêmes valeurs de H_0, I et f que celles de la figure 4.9. Sur cette figure, on constate que $E_z(r = 0, t)$, sur l'axe du conducteur, est plus faible pour $H_0 = H_k$ plutôt que pour $H_0 = H_{pic} = 0.6\ H_k$ ce qui signifie que l'effet de peau est plus important à $H_0 = H_k$. En fait, c'est à cette valeur de H_0 que l'effet de peau est maximal et ce, quelque soit l'amplitude du courant. En régime non linéaire, les pics de la courbe de magnétoimpédance sont donc causés par l'effet d'induction plutôt que par l'effet de peau.

4.3.3 Effet de la fréquence

La fréquence f a un effet sur le comportement de l'aimantation qui est contraire à celui du courant. Lorsque f augmente, la zone dynamique diminue jusqu'à disparaître. Un exemple de ce comportement est donné dans la figure 4.11 montrant le profil radial de M_φ / M_s en fonction du temps, à champ appliqué nul, correspondant à des fréquences de 1, 5, 10 et 20 MHz d'un courant de 5 mA.

Le rétrécissement de la zone dynamique avec la fréquence est dû à une combinaison de l'effet de peau et de la limitation des mouvements de l'aimantation à cause de son inertie. C'est ce comportement avec la fréquence qui fait défaut dans le calcul quasi-statique. Sur la figure 4.11, l'aimantation ne parvient pas à effectuer des renversements complets lorsque la fréquence dépasse la valeur approximative de 10 MHz. Ceci se répercute sur la courbe de la magnétoimpédance en comportant deux pics au lieu d'un seul contrairement aux cas de 1 MHz comme montré sur la figure 4.12 pour le même courant. La disparition des variations abruptes de $Z(H_0)$ et le retour vers la réponse linéaire en sont aussi des conséquences.

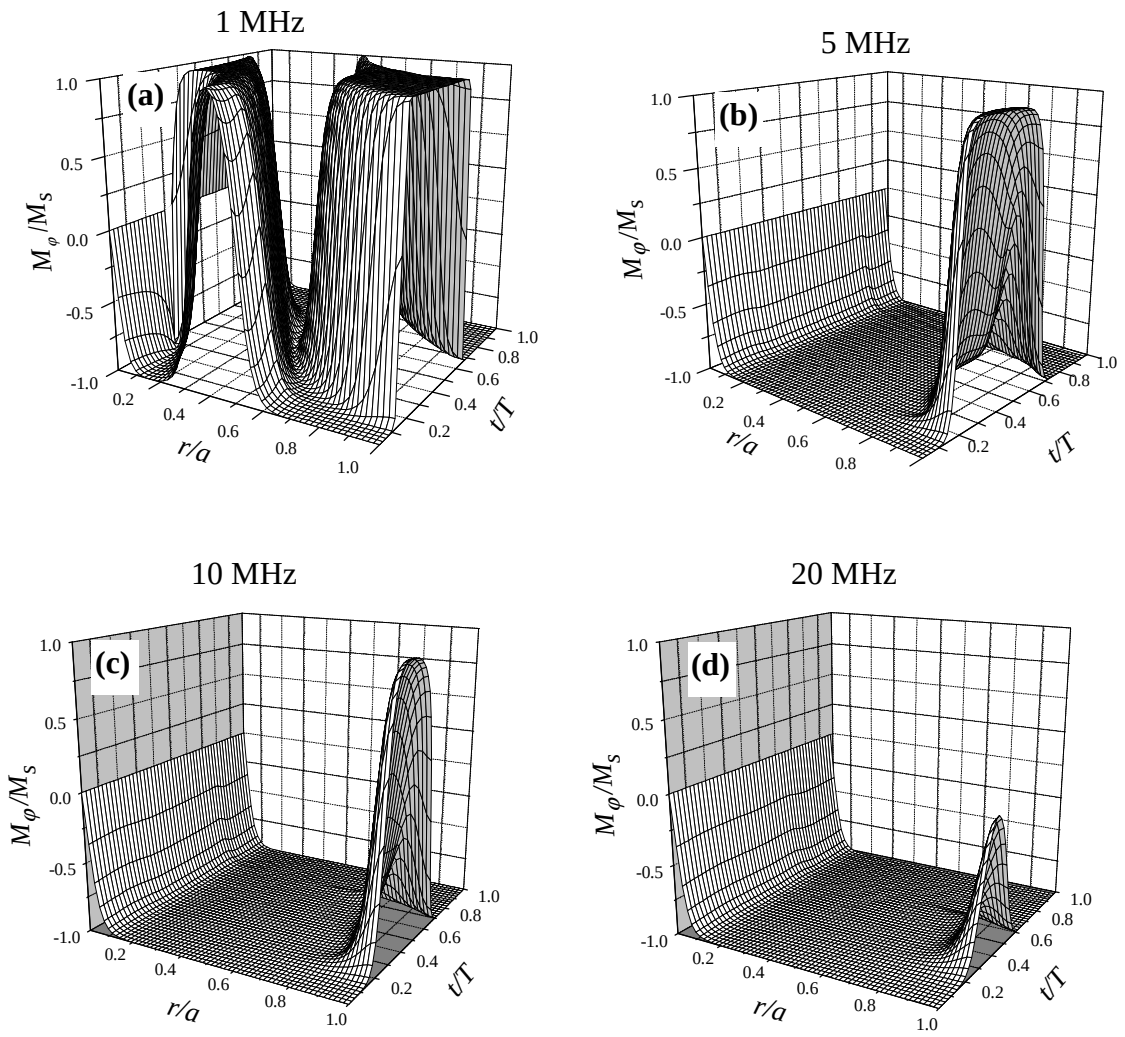


Figure 4.11: Variation temporelle du profil radial de M_φ /M_s, à champ nul, pour un courant de 5 mA d'amplitude. La fréquence du courant est de (a) f = 1 MHz, (b) f = 5 MHz, (c) f = 10 MHz et (d) f = 20 MHz.

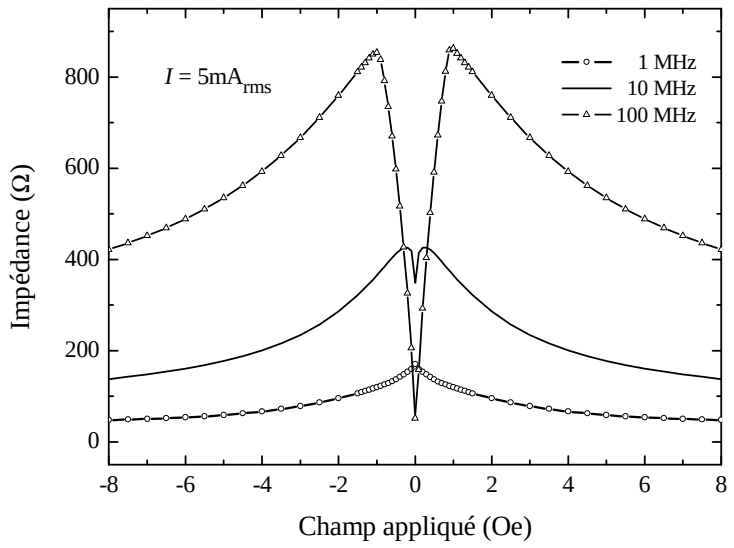


Figure 4.12 : Courbes de magnétoimpédance pour un courant de 5 mA à différentes fréquences.

4.3.4 Le comportement hystérétique de l'aimantation

En comparant les figures 4.4 et 4.9, on s'aperçoit que les valeurs de M_φ/M_s dans la zone statique sont de signes opposés. Cette différence provient du caractère hystérétique de l'aimantation à faible champ et faible courant. Les deux figures représentent donc les deux comportements possibles de l'aimantation dans la région des faibles champs. Comme mentionné dans la section 4.2.4, l'obtention de l'une ou l'autre de ces deux états dépend du choix de la configuration initiale associée à la même valeur du champ appliqué (ici H_0 = 0). En augmentant I_0, la profondeur de la zone dynamique augmente. Lorsque la totalité du volume du conducteur est concerné par le renversement de l'aimantation (zone dynamique), que ce soit par une propagation d'ondes solitaires ou par un renversement quasi-cohérent, le comportement hystérétique de l'impédance dans la région des faibles champs disparaît.

Pour un échantillon idéal, le courant à partir duquel une zone dynamique commence à se créer à H_0 = 0, correspond au courant I_c (courant de convolution des deux pics de la courbe de magnétoimpédance). À partir de ce courant, le caractère hystérétique du comportement de l'aimantation ne se reflète pas sur la magnétoimpédance alors que pour $I<I_c$, l'asymétrie, aussi faible soit elle, de la courbe de magnétoimpédance témoigne de son hystérésis. Le signal de la deuxième harmonique, par contre, est sensible à l'hysteresis du comportement de l'aimantation même pour $I>I_c$. En effet, la présence de la zone statique induit une asymétrie sur la variation de l'aimantation circonférentielle de la zone dynamique. Cette influence ne se traduit pas par une hystérésis du signal V_{2f} mais par sa valeur non nulle à H_0 = 0 (voir la courbe correspondant à I = 3 mA dans la figure 4.8-b). Dès que le courant est assez fort pour que la zone dynamique occupe tout le volume du conducteur, V_{2f} s'annule à H_0 = 0.

4.4 Application à haute fréquence

4.4.1 Résonance ferromagnétique

Le modèle dynamique, incluant l'effet de la fréquence, nous permet d'aller explorer la réponse du système à des fréquences tellement élevées que leur accessibilité à l'expérience nécessite des dispositifs spécialement conçus. À partir d'une certaine fréquence, typiquement de quelques centaines de mégahertz, l'impédance due à la résonance ferromagnétique (RFM) devient prépondérante.[68]

La résonance ferromagnétique a lieu lorsque le champ magnétique hf engendré par le courant se couple avec le mouvement de précession des moments de spin autour du champ effectif. À cause de la forte perméabilité magnétique qui en résulte, ce couplage est confiné à la surface du conducteur par effet de peau ce qui engendre une importante croissance de l'impédance.

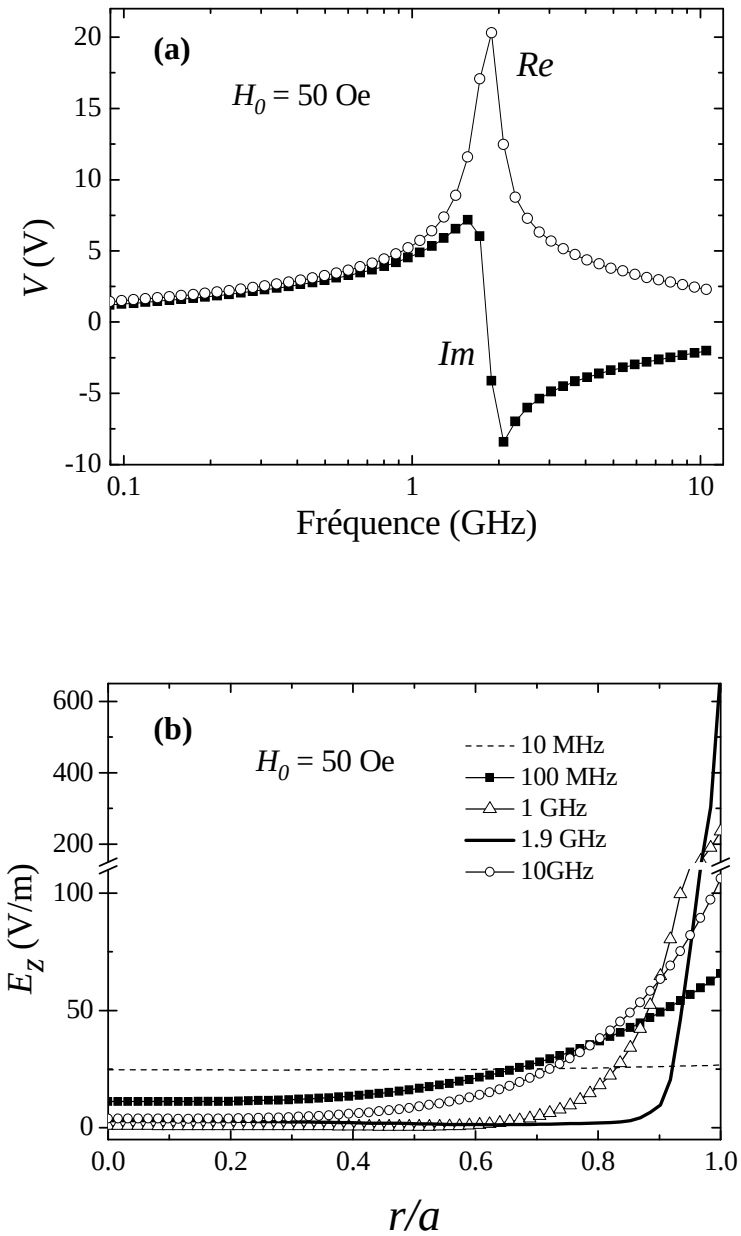


Figure 4.13 : (a) Parties réelle et imaginaire de la tension aux bornes du microfil en fonction de la fréquence. (b) distribution radiale de l'amplitude du champ électrique axial E_z pour différentes fréquences pour un champ appliqué H_0 = 50 Oe (1 Oe = $10^3/4\pi$ A/m). Bien que l'amplitude du courant soit de 10 mA, le régime est linéaire.

La figure 4.13-a montre les partie réelle R et imaginaire X de l'impédance en fonction de la fréquence pour un courant de 10 mA. Le champ H_0 est ici fixé à 50 Oe. Ces courbes où la variation de R comporte un pic coïncidant avec une valeur nulle de X sont caractéristiques d'une absorption RFM. À ce maximum d'impédance correspond une épaisseur de peau minimale comme montré sur la figure 4.13-b et sa position correspond bien à la fréquence de résonance de Kittel[69] pour une couche mince aimantée par H_0 dans son plan:

$$f_r \approx (\mu_0 \gamma / 2\pi)(M_s H_0)^{1/2}. \tag{4.6}$$

4.4.2 Mode de résonance uniforme

La figure 4.14 montre les dépendances en champ de la fréquence de résonance f_r calculée avec et sans la prise en compte de l'effet d'échange-conductivité pour un courant de 1mA. Pour fin de comparaison, nous avons tracé les courbes analytiques[18] de $f_r(H_0)$ d'une couche mince (ou d'un ruban), en négligeant l'échange, pour deux différents angles d'anisotropie par rapport à la direction transversale $\psi = 0^o$ et $\psi = 1^o$. À champ fort, les quatre courbes sont confondues ce qui montre que f_r obéit bien à la formule de Kittel[69] et confirme l'applicabilité du modèle dynamique au cas de la RFM. Dans la région des faibles champs, par contre, la fréquence de résonance est sensiblement supérieure à sa valeur analytique. Cette différence est engendrée par l'effet d'échange-conductivité puisque les résultats du calcul excluant cet effet coïncident avec leurs valeurs analytiques (courbe de $\psi = 1^o$). Pour annuler l'effet d'échange-conductivité, il suffit de considérer la constante d'échange comme étant nulle $A = 0$. Ainsi, chaque spin subit une précession autour du champ effectif indépendamment de ses voisins.

Bien que le champ dynamique ne soit pas uniforme dans le conducteur à cause de l'effet de peau, la fréquence de résonance est la même pour tous les spins en précession

tant que le système reste dans son régime linéaire. La fréquence de résonance est donc identique à celle du mode uniforme dans les isolants. Ce mode peut facilement être obtenu par un modèle basé sur la simple résolution de l'équation de L.L.G. Les équations de Maxwell n'interviennent qu'indirectement dans la prise en compte du champ de désaimantation perpendiculaire à la surface.

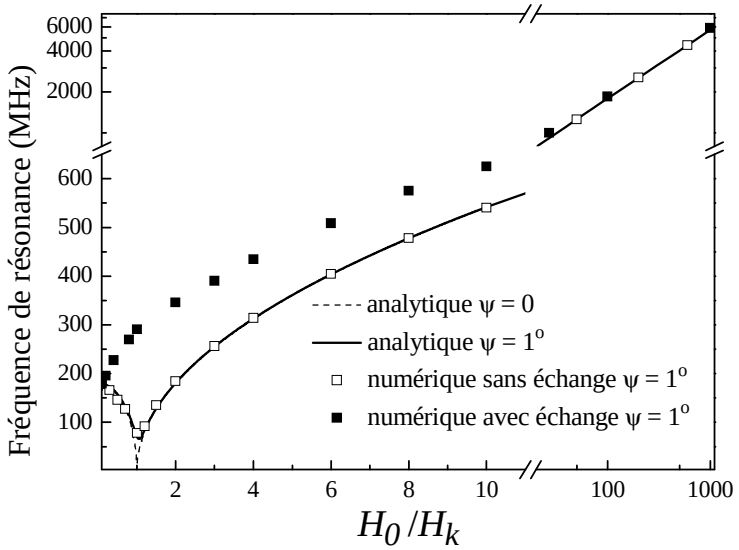


Figure 4.14 : Fréquence de résonance calculée en fonction du champ appliqué. La région des forts champs et hautes fréquences (en haut à droite) est montrée sur une échelle logarithmique.

Il a été montré,[18] qu'avec une anisotropie parfaitement transversale, la fréquence de résonance s'annule à $H_0 = H_k$. Cependant, comme montré sur les courbes analytiques de la figure 4.14, une variation de ψ aussi faible que 1° engendrerait la disparition de la résonance pour des faibles fréquences (ici f < ~60 MHz). Ceci est une des raisons évoquée (autre que l'influence de l'effet d'échange-conductivité) pour expliquer l'absence de la résonance à faibles fréquences dans les mesures expérimentales puisque les échantillons réels comportent tous des dispersions dans la direction d'anisotropie.

Cependant, même pour $\psi = 0$, il existe un autre facteur empêchant la résonance de se produire à faible fréquence qui ne peut pas être expliqué par le modèle analytique linéaire. En effet, lorsque $H_0 = H_k$, le champ effectif interne est très faible et la fréquence f_r varie donc très sensiblement avec le moindre écart à la linéarité.

La figure 4.15-a montre la variation avec la fréquence des parties réelle R et imaginaire X de l'impédance relative Z/Z_{max} d'une couche mince ou d'un microtube pour $H_0 = H_k$, obtenue par résolution numérique de l'équation de Landau-Lifshitz. Z_{max} est la valeur maximale atteinte par Z. Le champ effectif est composé du champ statique H_0, du champ dynamique transversal d'amplitude $H_{\varphi 0}$, du champ d'anisotropie uniaxiale dont la direction facile est parfaitement transversale et du champ démagnétisant normal à la surface. Trois différentes valeurs de $H_{\varphi 0}$ sont utilisées : 10^{-1} H_k, 10^{-2} H_k et 10^{-3} H_k où H_k = 40 A/m. Pour un microtube de 40 μm de diamètre, par exemple, ces champs peuvent être engendrés par des courants de 500, 50 et 5 μA respectivement. Dans d'autres circonstances, ces courants appartiennent au régime linéaire. Dans le cas présent où $H_0 = H_k$, la fréquence de résonance augmente rapidement avec $H_{\varphi 0}$ ce qui ne s'explique que par l'influence des non linéarités. Il faut dire que l'amplitude de l'impédance n'est pas affectée par la variation de $H_{\varphi 0}/H_k$ conformément aux conditions. Cette sensibilité aux effets non linéaires disparaît à plus haute fréquence (ici, au-delà de 100 MHz) où le comportement du système peut être décrit par un modèle linéaire.

Nous avons déjà montré, lors de l'étude expérimentale du chapitre 2, que les effets non linéaires sont présents dans la réponse des microfils quelque soit la valeur du courant et que l'étendue du domaine linéaire dépend du taux de distorsion que l'on peut tolérer. La figure 4.15-b, montrant la variation de f_r en fonction de $H_{\varphi 0}$, pour $H_0 = H_k$, montre qu'une valeur nulle de f_r telle que prédite par le modèle linéaire dans le cas d'une anisotropie parfaitement transversale, n'est qu'une valeur asymptotique car celle-ci correspond à un champ hf d'amplitude nulle. Pour un champ $H_{\varphi 0}$ supérieur à $2H_k$ (ce qui correspond à un courant supérieur à ~8 mA pour un microtube de 30 μm de diamètre), la

convergence du calcul n'est plus possible. Ceci signifie que la rotation de l'aimantation se fait de manière chaotique. Ce comportement sera traité dans la section 4.5.

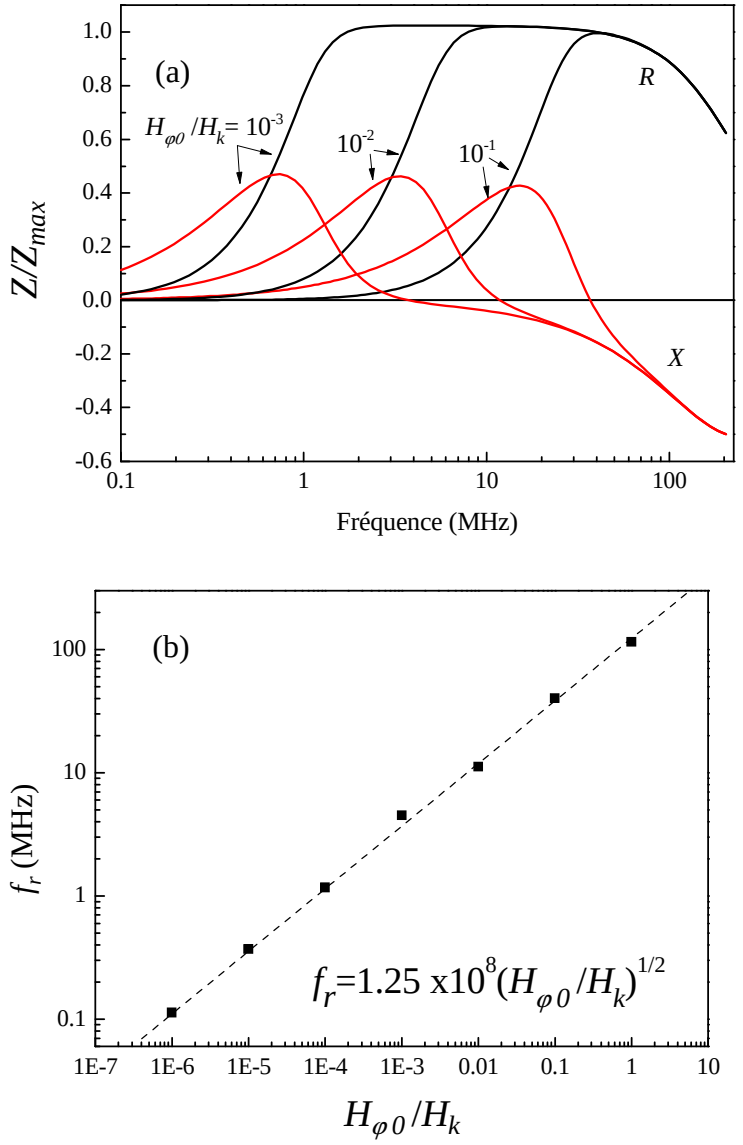


Figure 4.15 : (a) Parties réelle et imaginaire de l'impédance rapportée à sa valeur maximale calculée à l'aide de l'équation de Landau-Lifshitz sur une couche mince en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de l'amplitude du champ hf. (b) Fréquence de résonance en fonction de l'amplitude du champ hf. L'anisotropie est transversale et $H_0 = H_k$=40 A/m.

Selon la figure 4.15-b, la fréquence f_r semble varier en fonction de $H_{\varphi 0}$ / H_k selon l'équation suivante:

$$f_r = C\sqrt{H_{\varphi 0}/H_k} \tag{4.7}$$

où C est une constante qui vaut ici 125 MHz.

Pour déterminer l'expression de C, nous avons varié, à tour de rôle, chacun des paramètres intervenant dans le calcul et noté son influence sur f_r. Nous avons obtenu l'expression suivante :

$$C = \frac{\mu_0 \gamma M_s^{3/10} H_k^{7/10}}{13.3\alpha^{1/2}}. \tag{4.8}$$

La présence de la constante d'amortissement α dans l'équation (4.8) est due au fait que la partie décrivant l'amortissement dans l'équation de LL participe à la génération des effets non linéaires.

Expérimentalement, il devient de plus en plus difficile d'atteindre le régime non linéaire à mesure que la fréquence augment et ce, que ce soit par un dispositif de RFM ou de MIG car cela demande une plus grande puissance du générateur afin de maintenir une amplitude raisonnable du courant alors que le courant seuil I_s entre les deux régimes augmente avec la fréquence. De plus, un fort courant risque de détériorer les propriétés magnétiques de l'échantillon (échauffement excessif par effet Joule). Il existe toutefois un procédé de mesure à haute puissance non destructif et relativement moins couteux en énergie qui consiste à produire un champ hf sinusoïdal pulsé. Lorsque le régime non linéaire est atteint à haute fréquence, il apparaît des absorptions dites subsidiaire liées à la génération des ondes de spin.[70] Malheureusement, mis à part celles qui se propagent dans la direction radiale, ces ondes ne peuvent être prises en compte dans ce modèle à cause de la symétrie cylindrique imposée à l'aimantation du conducteur.

4.5 Le comportement chaotique

Jusqu'ici, tous les jeux de paramètres (raisonnables) que nous avons utilisés, que ce soit dans le cas de la MIG ou de la RFM, ont conduit à des états stationnaires caractérisés par la convergence du calcul. Il existe, cependant, certains jeux de paramètres pour lesquels la convergence ne peut être atteinte et ce, quelque soit le nombre de périodes calculées. En régime non linéaire de haute puissance (haute fréquence et fort courant), cette situation peut se présenter à faible champ H_0 où la saturation, si celle-ci est atteinte, est plus fragile et la précession de l'aimantation est lente (faible fréquence de résonance). Dans ces conditions, ni la relaxation (cas de la MIG) ni la précession (cas de la RFM) ne permettent à l'aimantation de varier à la fréquence du champ hf qui est pourtant assez grand pour exciter une réponse non linéaire. Ceci conduit, alors, à un comportement chaotique du système.[71,72]

Afin de distinguer le comportement chaotique d'un comportement ordonné, nous définissons η comme étant la variation du flux magnétique circonférentiel Φ pendant une période T de courant :

$$\eta = \Delta\Phi / T = \left[\Phi\left(t = (i+1)T\right) - \Phi\left(t = iT\right)\right]/T \tag{4.9}$$

où i est un nombre entier. Dans le cas d'une variation périodique de l'aimantation et donc du flux magnétique, η est nulle. Par contre, si le système se comporte de façon chaotique, η serait différente de zéro car l'aimantation ne revient pas à la même configuration après chaque période. Il n'est cependant pas impossible qu'un comportement non périodique de l'aimantation donne par compensation une variation de flux $\Delta\Phi$ nulle, mais la probabilité pour qu'une telle situation se présente reste quasiment nulle.

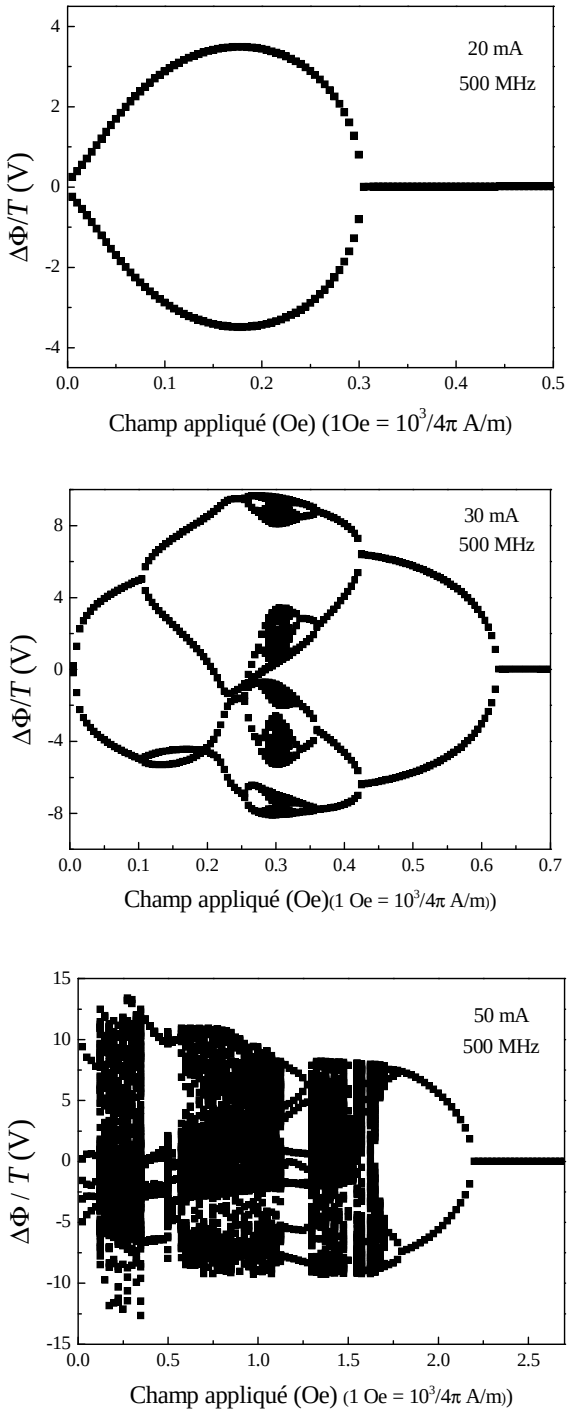


Figure 4.16 : Variation en fonction du champ appliqué du flux magnétique circonférentiel par cycle de courant de fréquence 500 MHz et d'amplitude (a) 20 mA, (b) 30 mA et (c) 50 mA.

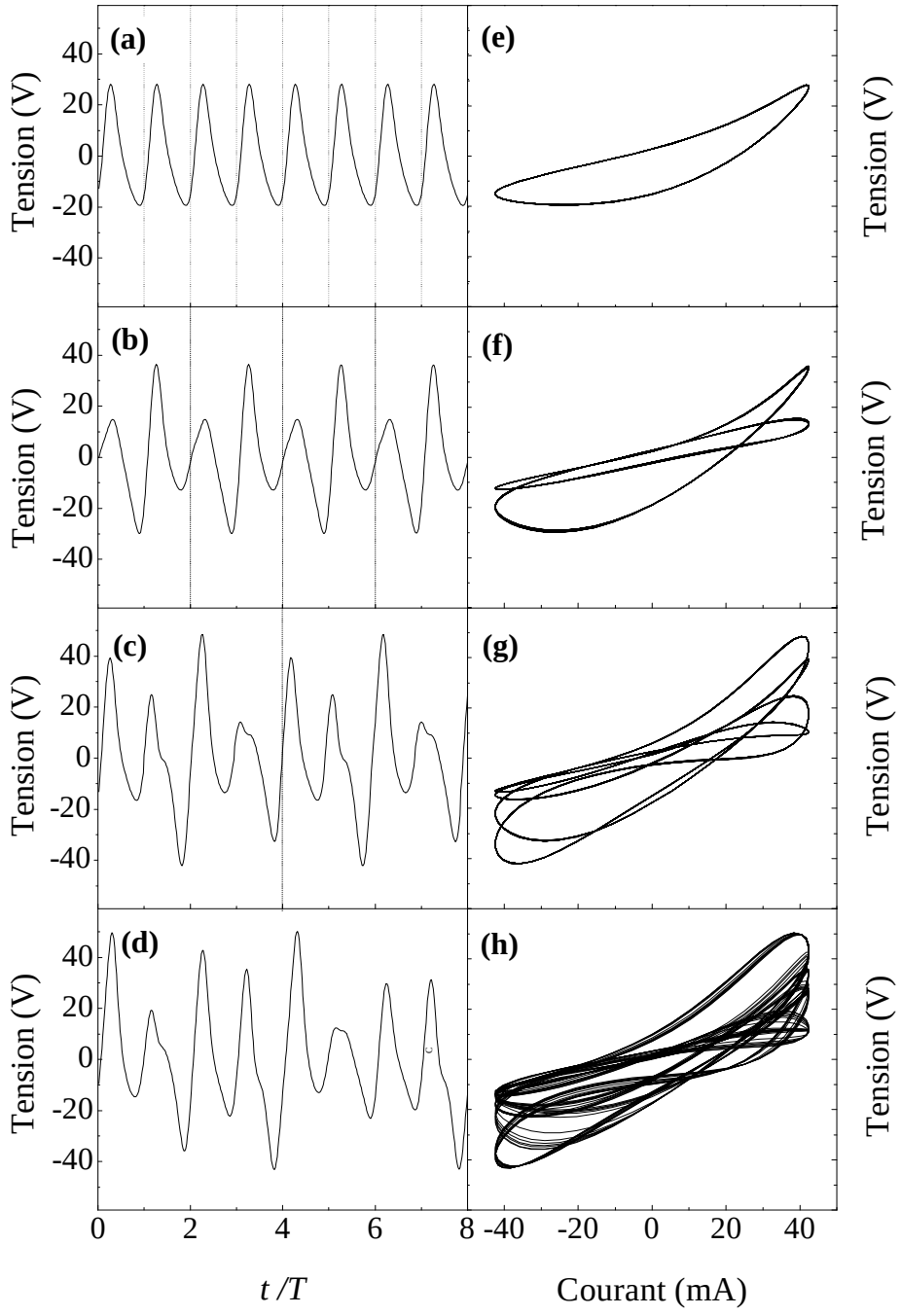


Figure 4.17 : Variation de la tension calculée en fonction du temps (colonne gauche) et du courant (colonne droite) pour un champ H_0 de (a, e) 0.7 Oe, (b, f) 0.6 Oe, (c, g) 0.4 Oe et (d, h) 0.3 Oe. Le courant est de 30 mA d'amplitude et 500 MHz de fréquence. Sur la colonne gauche, les distances entre les lignes verticales (en pointillés) représentes les périodes de la réponse en tension.

La figure 4.16 présente les valeurs obtenues de η en fonction de H_0 pour des courants de 500 MHz de fréquence et d'amplitudes de 20, 30 et 50 mA (ce qui correspond à des champs hf circonférentiels de 2.7, 4 et 6.6 Oe, 1Oe = $10^3/4\pi$ A/m). Les paramètres utilisés sont ceux du tableau 4.1. Le champ H_0 est balayé dans le sens négatif. Un balayage de H_0 dans le sens positif donnerait des figures différentes mais les positions des bifurcations et du comportement chaotique restent inchangées. Sur cette figure, η présente un diagramme de bifurcation connu comme étant le chemin de transition ordre/chaos. Sur la figure 4.16-a, par exemple, une bifurcation se produit à $H_0 \approx 0.3$ Oe mais le système ne bascule pas vers le chaos. Lorsqu'un nombre fini n de valeurs de η correspond à un même champ H_0, cela signifie que le comportement du système a une périodicité nT. La somme des n valeurs de η est alors nulle puisque l'aimantation revient à la même configuration toutes les n périodes. Par contre, si n est infini (continuum de points), ceci caractérise un état chaotique du système.

Pour une fréquence donnée (ici 500 MHz), le comportement chaotique apparaît lorsque le courant atteint une valeur critique qui est d'environ 30 mA dans cet exemple. Le comportement chaotique concerne d'abord une petite zone autour du champ $H_0 = 0.3$ Oe puis, à mesure que le courant augmente en amplitude, cette zone s'étend de part et d'autre en laissant, toutefois, apparaître quelques fenêtres de stabilité. La réponse en tension $V(t)$ du microfil correspondant aux champs 0.7, 0.6, 0.4 et 0.3 Oe de la figure 4.16-b sont tracées sur la figure 4.17 en fonction du temps et du courant. À l'aide de cette figure, il est facile de comprendre la façon dont le système passe progressivement d'un état stable de période T vers un état chaotique en passant par une multitude de bifurcations. À $H_0 = 0.7$ Oe, le signale est déjà clairement distordu. Lorsque la première bifurcation est traversée au passage de H_0 de 0.7 vers 0.6 Oe, la courbe de la tension commence à subir une déformation progressive vers le haut et vers le bas en alternant les périodes. Ceci a pour effet de doubler la période du signal. Le même processus se produit au passage par la deuxième bifurcation où la période devient $4T$, et ainsi de suite. L'état chaotique est atteint lorsque les bifurcations successives deviennent très

rapprochées de façon à ce que la période du signal tend de plus en plus rapidement vers l'infini.

Le comportement du système à H_0 = 0.3 Oe (pour un courant de 30 mA / 500 MHz) est particulièrement intéressant car celui-ci reflète bien le caractère « ordonné » du chaos. En effet, selon la figure 4.16-b, les valeurs de η forment plusieurs continuums confinés dans des intervalles bien distincts. Dans ce cas, on dit le comportement du système comporte un attracteur étrange. À mesure que le courant augmente, ces intervalles s'élargissent jusqu'à se confondre ce qui donne une apparence de chaos « désordonné ». Le fait que la structure de base de la figure 4.17-h est semblable à celle de la figure 4.17-g reflète une variation pseudo périodique de la tension à H_0 = 0.3 Oe.

La figure 4.18 fournit certains détails concernant le comportement de l'aimantation à H_0 = 0.3 Oe : La figure 4.18-a montre les variations de M_φ/M_s à la surface de l'échantillon en fonction du temps et la figure 4.18-b, montre les valeurs balayées par M_φ/M_s en fonction de la position radiale. On constate que seule une région peu profonde de la surface de l'échantillon est concernée par les variations chaotiques de l'aimantation. Ceci signifie que les états chaotiques obtenus ici ne concernent pas uniquement les conducteurs cylindriques mais aussi les conducteurs plans. À la surface, les rotations de l'aimantation sont telles que celle-ci passe d'une direction circonférentielle à une autre mais l'influence de la zone statique privilégie la direction de φ positive.

La présence d'un état chaotique n'est pas liée à la puissance du champ hf mais plutôt à son amplitude dans la région des hautes fréquences. En effet, sur la figure 4.19, montrant la variation de η en fonction de la fréquence pour un champ H_0 = 0.3 Oe et un courant de 30 mA, il apparaît que la gamme de fréquence associée au comportement chaotique est bien limitée supérieurement (~ 1 GHz). Ceci est dû au fait qu'à haute fréquence, le comportement du système tend à retourner vers la linéarité (voir la section 4.3.3). Une augmentation de l'amplitude de courant aura pour effet de décaler cette

limite vers des fréquences plus élevées. Quant à la limite inférieure (qui est ici d'environ 250 MHz), celle-ci tend (avec le courant) vers la fréquence de résonance (voir la figure 4.20 plus bas).

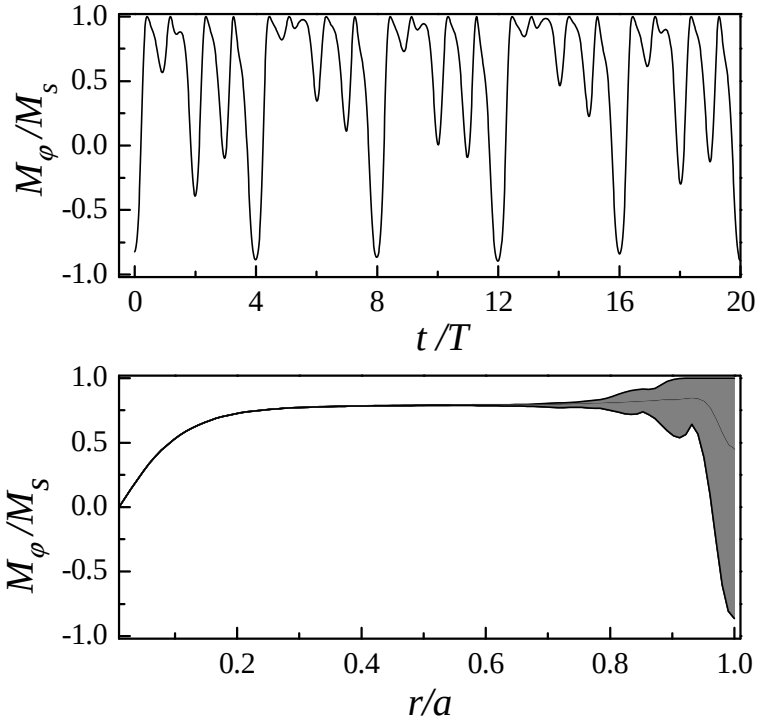


Figure 4.18 : (a) Variation de M_φ/M_s à la surface du conducteur en fonction de t/T. L'origine de l'axe du temps est prise au début d'une période de courant après que le système ait évolué durant plus d'une centaine de périodes. (b) Ensemble des valeurs balayé par M_φ/M_s durant plusieurs périodes en fonction de la position radiale. Dans les deux figures, le courant est de 30 mA d'amplitude et 500 MHz de fréquence et H_0 = 0.3 Oe.

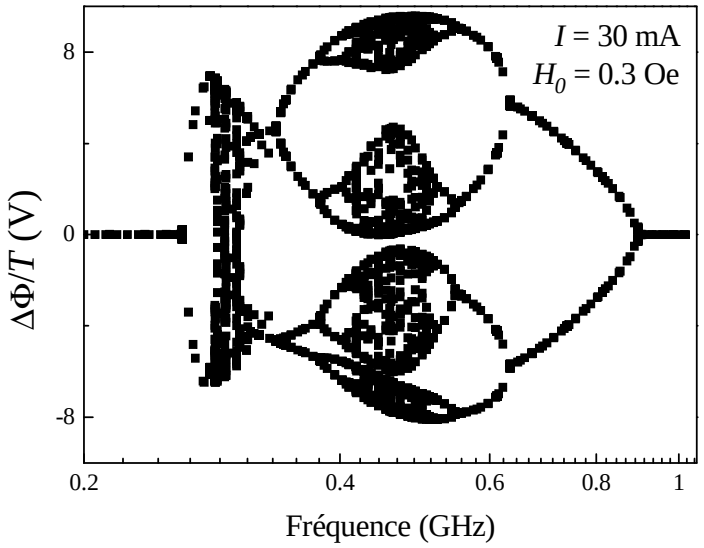


Figure 4.19 : Variation en fonction de la fréquence du flux magnétique circonférentiel par cycle de courant d'amplitude 30 mA à champ $H_0 = 0.6H_k = 0.3$ Oe.

À la lumière de cette recherche des états chaotiques, nous avons pu établir, d'une façon approximative, une cartographie des conditions d'apparition des états chaotique pour différents courants en fonction du champ H_0 et de la fréquence montrée dans la figure 4.20. Le courant minimal pour lequel un comportement chaotique est obtenu est de 20 mA. Avec ce courant, seule une petite zone (zone 1) dans la région des très faibles champs ($H_0 < 0.2\ H_k$) correspondant à des fréquences légèrement au dessus de la fréquence de résonance f_r. Cette zone est celle qui offre la meilleure accessibilité à un régime non linéaire au dessus de la fréquence de résonance. À plus haut courant, cette zone s'élargie graduellement notamment dans la direction parallèle à la courbe de résonance. À 30 mA, deux autres zones distinctes (zones 2 et 3) apparaissent lorsque H_0 avoisine la valeur de $0.6H_k$. La figure 4.19 représente une coupe verticale de la figure 4.20-a traversant ces deux zones. La zone 2 correspond à une région de fréquences se situant légèrement au dessus de la fréquence de résonance (ligne $f = f_r$ de la figure 4.20-a). Quant à la zone 3, Celle-ci se situe sur la ligne $f = 2\ f_r$. L'apparition des états

chaotiques dans cette dernière zone est stimulée par la facilité du dédoublement de la période menant vers le chaos puisque à période $2T$, le système est en résonance.

La présence du comportement chaotique dans ces trois zones distinctes est assez intrigante. En effet, lorsque nous avons augmenté l'amplitude du courant I_0 au-delà de 20 mA, nous nous attendions à ce que ça soit la zone 1 qui se prolonge parallèlement à la lige de résonance $f = f_r$ vers des champs d'autant plus grands que I_0 est plus élevées. De la même façon, nous nous attendions à ce que la zone située sur la ligne $f = 2\ f_r$ prenne naissance à $H_0 = 0$ puis s'étende vers des champs de plus en plus élevés à mesure que I_0 augmente.

En fait, la particularité de ces régions où le comportement chaotique prend naissance est la coïncidence entre f_r ou $2\ f_r$ avec la fréquence de résonance f_{r0} où l'échange n'est pas pris en compte ou un de ses multiples ($2\ f_{r0}$ ou $4\ f_{r0}$) comme il est possible de le constater sur la figure 4.20-a.

Les causes de ce comportement ne sont pas encore bien comprises. Cependant, il est à souligner que lorsque l'effet d'échange n'est pas pris en compte, le comportement chaotique est accessible avec des courants beaucoup plus faibles (<10mA, voir la section 4.4.2) que ce qui est utilisé ici. Lorsque les fréquences de résonance (où leurs multiples) incluant et excluant l'effet d'échange coïncident, la rotation des spins devient plus cohérente ce qui réduit les frictions entre spins voisins. Cette cohérence reste tout de même locale à cause de l'effet de peau. Le fait que les interactions entre spins voisins sont faibles facilite le basculement du système vers le chaos.

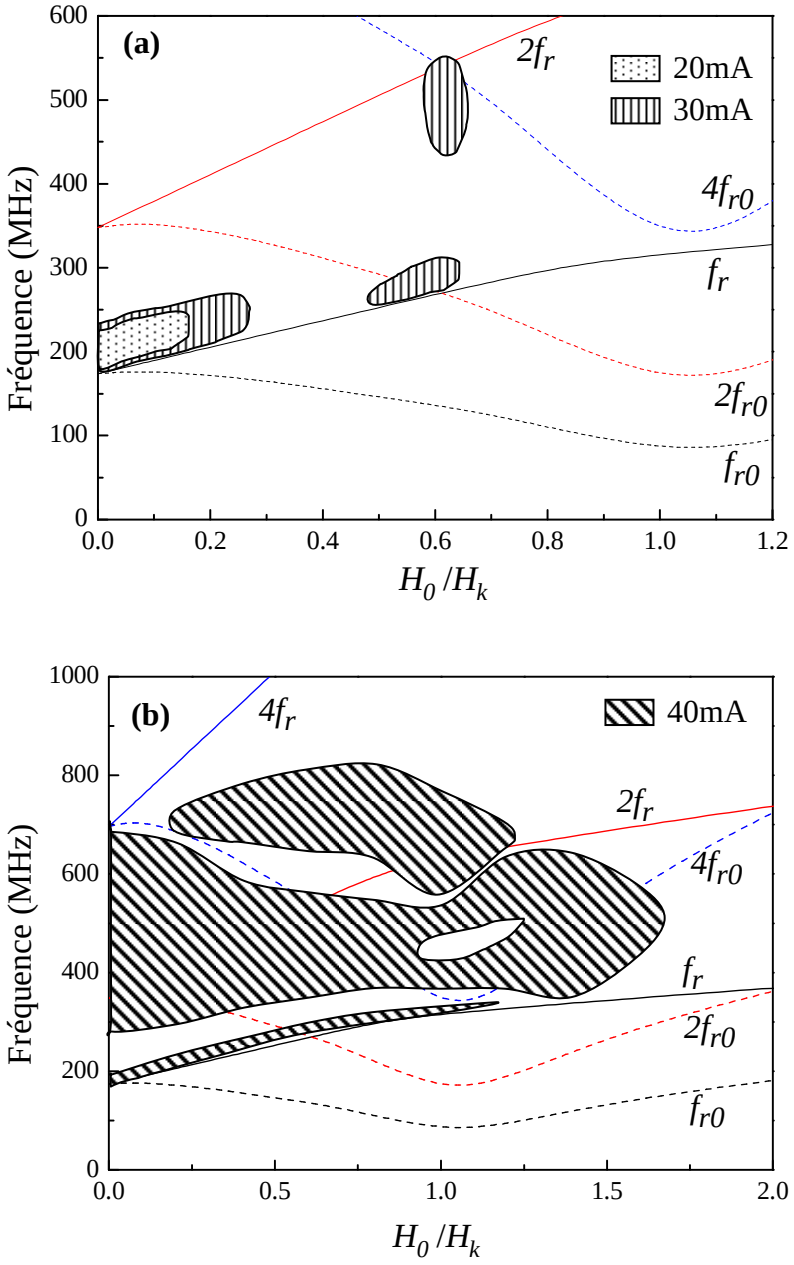


Figure 4.20 : Condition d'obtention du comportement chaotique (a) pour des courant de 20 et 30 mA et (b) pour un courant de 40 mA. Les zones de dédoublement de période ne sont pas incluses ici.

Pour un courant de 40 mA, le comportement chaotique s'étends sur des zones plus grandes comme le montre la figure 4.20-b. ces zones sont tout de même inférieurement limité par la fréquence de résonance. Les espaces situés entre les zones de chaos sont généralement des fenêtres d'ordre semblable à celle de la figure 4.16. En augmentant d'avantage l'amplitude du courant, ces fenêtres peuvent se créer et s'élargir comme elles peuvent se rétrécir et même disparaître.

4.6 Sommaire

Le modèle dynamique, appliqué au cas d'un conducteur magnétique idéal, nous a permis d'explorer l'évolution temporelle de l'aimantation à l'intérieur du fil. Les non linéarités de la réponse en tension de l'échantillon sont engendrées par des renversements plus ou moins abrupts de l'aimantation qui se produisent à la surface créant ainsi une zone circonférentielle dynamique. Dépendamment de l'amplitude du courant, cette zone peut s'étendre jusqu'à l'axe du conducteur soit par renversement quasi-cohérents à fort courant ou même par propagation d'ondes solitaires à courant intermédiaire. La fréquence et le champ appliqué ont l'effet de réduire le caractère abrupt des variations de l'aimantation et de ramener, progressivement, le comportement du système vers la linéarité. Ces variations brusques sont à l'origine des pics de la courbe de magnétoimpédance en régime non linéaire ce qui explique leur déplacement avec le courant vers des plus faibles champs alors que la position du maximum de l'effet de peau reste fixée à $H_0 = H_k$ quelque soit l'amplitude du courant.

À plus haute fréquence, le phénomène de la résonance ferromagnétique a aussi été reproduit par le modèle. Nous avons souligné l'importance de l'effet d'échange-conductivité sur la fréquence de résonance à faible champs. En effet, celle-ci est sensiblement plus élevée que la valeur prédite par la formule de Kittel qui ne tient pas compte de l'interaction d'échange. Dans les échantillons pour lesquels l'effet d'échange-conductivité est négligeable tels que les non-conducteurs ou les conducteurs sous forme

de couches minces (épaisseur << δ), nous avons noté que la fréquence de résonance possède une limite inférieur, à $H_0 = H_k$, dépendante de l'amplitude du champ d'éxcitation alors que la formule de Kittel prévois une valeur nulle. Cet écart est engendré par les effets non linéaires qui deviennent non négligeables dans cette région de H_0 où le champ interne atteint sa valeur la plus faible.

Par ailleurs, des états chaotiques ont été obtenus à faible champ lorsque le courant est assez fort pour exciter des réponses non linéaires du système dans le domaine des fréquences modérées (~0.2 à ~1 GHz). Le basculement vers le chaos passe par une série de bifurcations où la période de la réponse du système se multiplie, à chaque fois, par deux. Nous avons tracé une cartographie dans le plan f-H_0 des zones favorables au comportement chaotique. Pour le microfil idéal que nous avons étudié, un courant de 20 mA d'amplitude et 200 MHz de fréquence suffit pour obtenir une réponse chaotique à très faible champ (H_0 < 0.1 Oe). Moins de courant est nécessaire lorsque le microfil est de plus faible diamètre ou lorsque l'effet d'échange est négligeable.

Malheureusement, les absorptions subsidiaires dans le cas de la RFM à haute puissance ne sont pas reproductibles par ce modèle à cause de la violation de la symétrie cylindrique par les ondes de spin responsables de ces absorptions. La présence de ces ondes de spins peut aussi avoir comme conséquence de retarder l'apparition des états chaotiques vers des courants plus élevés. En d'autres termes, l'imposition de la symétrie cylindrique pourrait augmenter le courant limite pour lequel le comportement chaotique du système est obtenu. Nous avons vu, dans ce chapitre, que la prise en considération de l'interaction d'échange fait croitre ce courant limite. C'est justement ce qui arriverait si les variations axiale et circonférentielle de l'aimantation étaient prises en compte puisque ceci reviendrait à tenir compte de l'interaction d'échange dans ces deux directions.

Pour pouvoir effectuer une comparaison raisonnable des résultats du modèle avec ceux de l'expérience, on se doit de prendre en considération les variations spatiales, plus

réalistes, des paramètres magnétiques de l’échantillon. Le chapitre 5 est justement dédié à cette fin.

Chapitre 5 : Application du modèle à des fils inhomogènes

"C'est avec la logique que nous prouvons et
avec l'intuition que nous trouvons."
Henri Poincaré

5.1 Introduction : Échec du modèle de la structure magnétique homogène à spins de surface libres

Les courbes de la magnétoimpédance et de ses harmoniques constituent le seul moyen de comparaison entre le modèle dynamique et l'expérience. Nous avons vu, dans le chapitre précédent, que les résultats du modèle dynamique se rapprochaient plus de ceux du modèle quasi-statique que de ceux obtenus expérimentalement. La raison de cette défaillance incombe au choix des propriétés magnétiques du conducteur qui sont trop simplifiées pour un microfil d'une aussi grande douceur magnétique. Malheureusement, il n'existe pas de méthode expérimentale avec laquelle ces propriétés peuvent être entièrement déterminées de façon précise. Les méthodes de caractérisation existantes se limitent à des analyses de surface ou à des moyennages volumiques de ces propriétés.

La figure 5.1, montrant les courbes de magnétoimpédance expérimentale et théorique obtenues avec un courant de 1 MHz de fréquence et 5 mA d'amplitude, fait ressortir l'échec, dans sa confrontation avec l'expérience, du calcul dynamique associé à la structure magnétique homogène. La différence entre les deux courbes ne réside pas

seulement dans l'amplitude de celle-ci mais aussi dans leurs formes. Ce chapitre sera donc consacré à la détermination de la structure magnétique pour laquelle les résultats du calcul dynamique se rapprochent le plus des valeurs expérimentales. La comparaison se portera sur le signal total de la MIG et aussi sur sa deuxième harmonique qui est plus intimement liée à la structure magnétique des microfils. Nous commencerons par l'analyse de l'effet de la présence d'une couche superficielle magnétiquement dure et mono-domaine puis nous discuterons de l'influence de la division en domaines de cette couche sur le signal de la MIG.

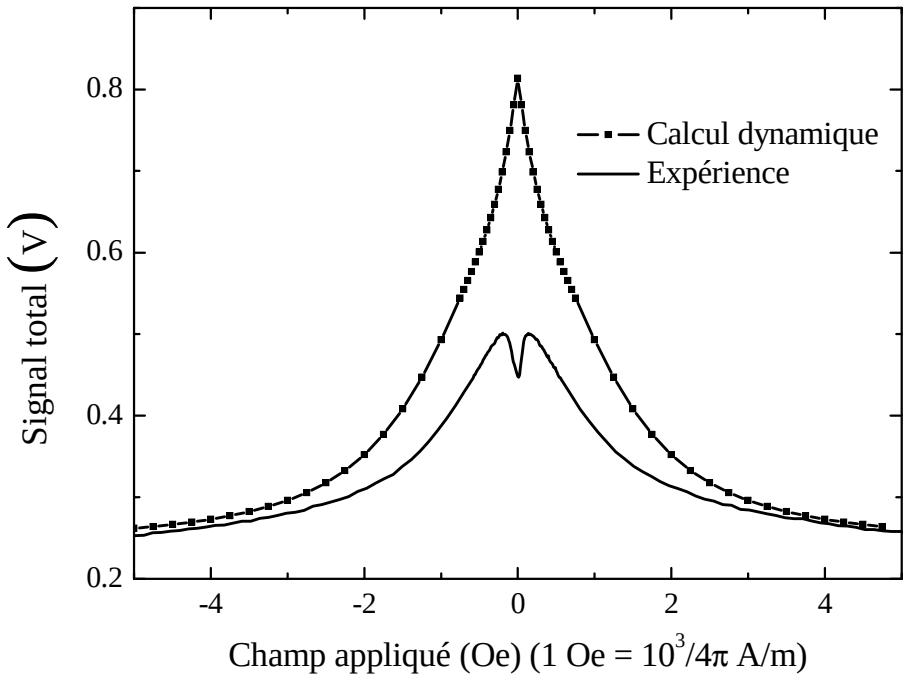


Figure 5.1 : Amplitude du signal total en fonction du champ appliqué pour un courant de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. Comparaison entre l'expérience et le calcul utilisant la structure magnétique homogène.

5.2 Structure magnétique à couche superficielle dure

Pour donner une explication raisonnable à la faible amplitude du signal de la magnétoimpédance de nos microfils en régime linéaire, L. Melo a introduit, dans son modèle,[27] la condition des spins bloqués à la surface. Le blocage peut être dû à une forte anisotropie de surface qui oblige les spins à s'aligner perpendiculairement à la surface. Cette condition a pour effet de réduire l'amplitude du signal mais reste tout de même insuffisante pour reproduire le signal. De plus, parmi toutes les analyses de surface des microfils amorphes à base de cobalt rapportées dans la littérature, en aucun cas une aimantation perpendiculaire à la surface n'a été observée et les échantillons dont nous disposons ne devraient pas être si différents.

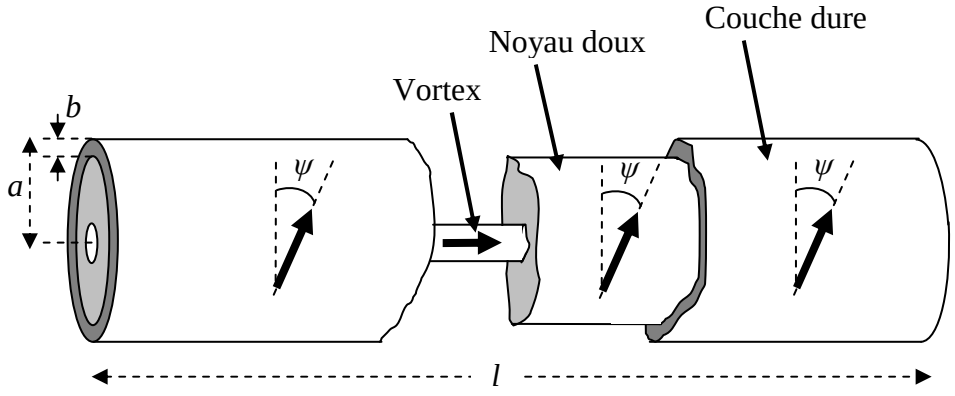


Figure 5.2 : Schéma de structure magnétique à surface dure mono-domaine.

Pour expliquer l'écart entre les impédances mesurée et calculée, nous considérons la structure magnétique du microfil comme étant composée d'un noyau doux (faible champ d'anisotropie) et homogène entouré par une couche superficielle dure (fort champ d'anisotropie) mono-domaine dont la direction facile aimantation est la même que celle du noyau (figure 5.2). La couche dure pourrait bien s'être constituée en interagissant avec le milieu extérieur. Une cristallisation ou une oxydation peuvent, en effet, augmenter d'une façon considérable la dureté de la surface.

5.2.1 Expériences en accord avec la structure à couche dure

La figure 5.3 montre deux courbes d'hysteresis mesurées à l'aide d'un magnétomètre à échantillon vibrant (VSM : Vibrating Sample Magnetometer) sur un microfil de longueur 2.7 mm. La composante axiale de l'aimantation moyenne normalisée de l'échantillon M_z/M_s est tracée en fonction du champ axiale statique H_0. Le champ H_0 est balayé dans les deux sens de -500 Oe à +500 Oe pour la courbe 1 et de -20 Oe à +20 Oe dans le cas de la courbe 2. Sur cette figure, on constate que la courbe 1 comporte une hystérésis, bien que faible, sur une large gamme de champ alors que la courbe 2, quant à elle, ne présente pas d'hystérésis. De plus, la courbe 2 est entièrement portée sur une seule branche de la courbe 1. Ces observations ne peuvent s'expliquer que par la présence d'une petite portion de l'échantillon qui soit assez dure magnétiquement pour être insensible à un champ de 20 Oe. Cette portion pourrait bien s'agir de la couche superficielle magnétiquement durcie par son interaction avec l'air ambiant.

La présence de la couche superficielle dure explique bien le comportement de M_z vis-à-vis du champ statique. Cependant, la portion dure des microfils peut aussi s'expliquer par la présence de précipités formés pendant la fabrication. Ces précipités, à cause de leurs formes ou de leur structure, auront une anisotropie bien plus importante que le reste du microfil. Seulement, si ce cas s'est effectivement présenté, on observerait aussi une faible hystérésis dans la courbe transversale M_t-H_t à cause de l'orientation aléatoire de ces précipités. Or, nous avons tracé, à l'aide d'un VSM, la courbe M_t-H_t et celle-ci est parfaitement réversible. Ceci nous a donc conduits à exclure cette possibilité et ne garder que l'hypothèse de la couche superficielle dure.

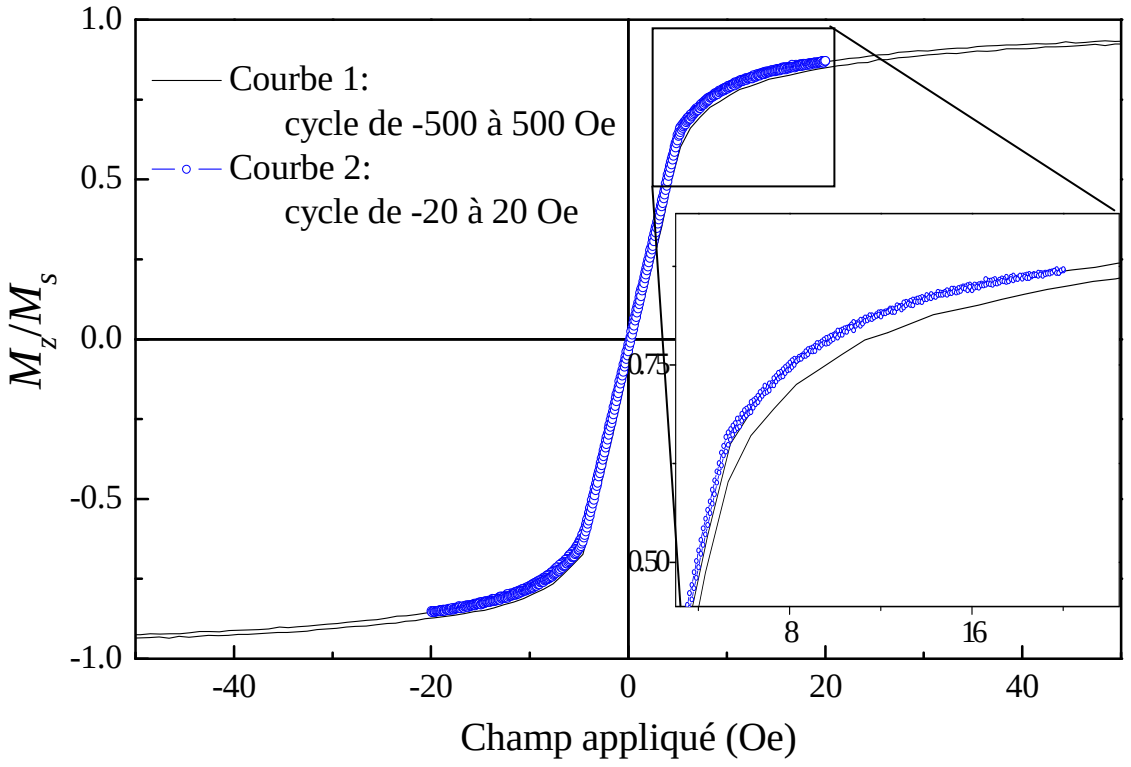


Figure 5.3 : Courbes d'hysteresis décrite la l'aimantation axiale normalisée d'un microfil de 2.7 mm de longueur en fonction du champ appliqué H_0 balayé en aller-retour de -500 à 500 Oe pour la courbe en trait plein et de -20 à 20 Oe pour la courbe à motifs (1 Oe = $10^3/4\pi$ A/m). La figure interne est un agrandissement d'une partie de la figure principale.

De plus, un échantillon de microfil à été soumis à un traitement chimique à base d'acide hydrochlorique pendant une durée de 30 mm. Une photographie prise par microscopie électronique à balayage de cet échantillon est montrée sur la figure 5.4. Sur cette image, il apparaît clairement qu'une couche superficielle d'environ 1 µm d'épaisseur réagi à ce traitement d'une manière différente que l'intérieur du microfil. Cette couche semble se fissurer et se détacher du reste du microfil qui reste encore inerte. Cette différence dans la réaction reflète une structure ou une composition différente de la surface. Il est donc tout à fait plausible que la partie dure du microfil

détectée au VSM s'agisse bien de cette couche superficielle bien que cela ne soit une certitude.

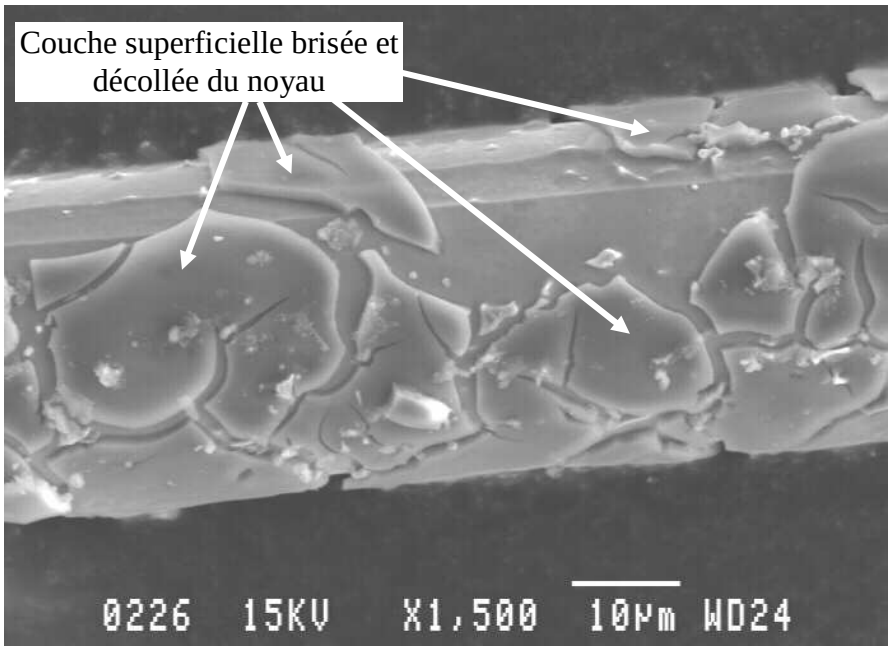


Figure 5.4 : Image par microscopie électronique d'un microfil soumis à une immersion d'une durée de 30 minutes dans une solution à base d'acide hydrochlorique (avec l'aimable autorisation de G. Rudkowska).

5.2.2 Effet de la couche dure mono-domaine sur le signal total

Pour illustrer l'effet de la couche dure sur le signal MIG, la figure 5.5 montre les variations avec H_0 de l'amplitude du signal total calculé pour un microfil comportant, ou ne comportant pas, une couche superficielle dure de différentes épaisseurs *b*. Ici, le courant est de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. La couche dure à été simulée en considérant que le champ d'anisotropie de la région concernée du microfil est de très grande valeur par rapport à H_k (200 H_k dans le cas de la figure 5.5). L'intérieur du

microfil qu'on appellera "noyau" reste doux et homogène. L'angle d'anisotropie ψ est gardé inchangé dans tous le volume du microfil incluant celui de la couche dure et la condition des spins libres à la surface est conservée (voir section 1.6-a).

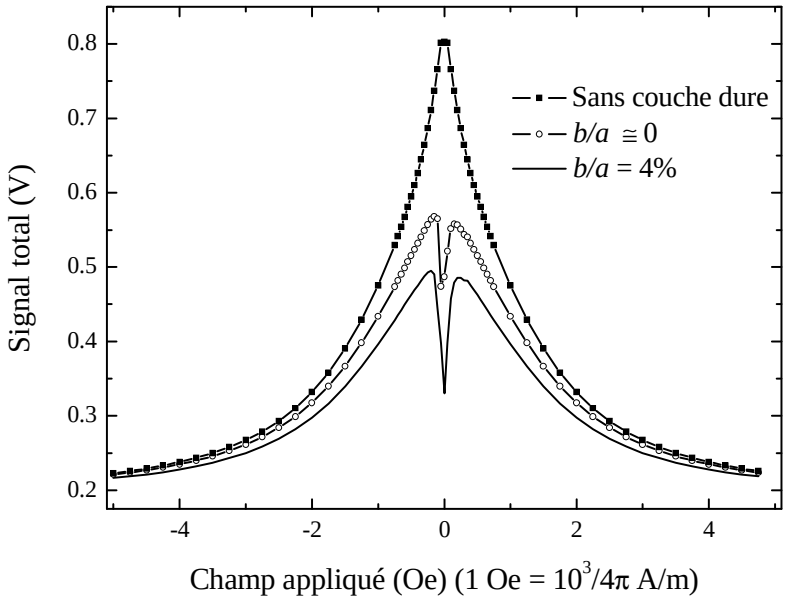


Figure 5.4 : Dépendance en champ du signal total calculé pour un microfil de 35μm de diamètre avec et sans couche dure à la surface d'épaisseur relative *b/a* = 0 et 4%. le courant est de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. *b/a* = 0 signifie que la couche dure est présente mais avec une épaisseur négligeable.

L'introduction de la couche dure réduit non seulement l'amplitude du signal mais aussi change sa courbe de dépendance en champ de la forme à un seul pic vers la forme à deux pics. Pour une épaisseur d'environ 1 μm (*b/a* = 6%), celle-ci coïncide relativement bien avec la courbe expérimentale comme montré sur la figure 5.6 pour des courants de 5 et 10 mA d'amplitude de 1 MHz de fréquence et sur la figure 5.7 pour 5mA /10 MHz.

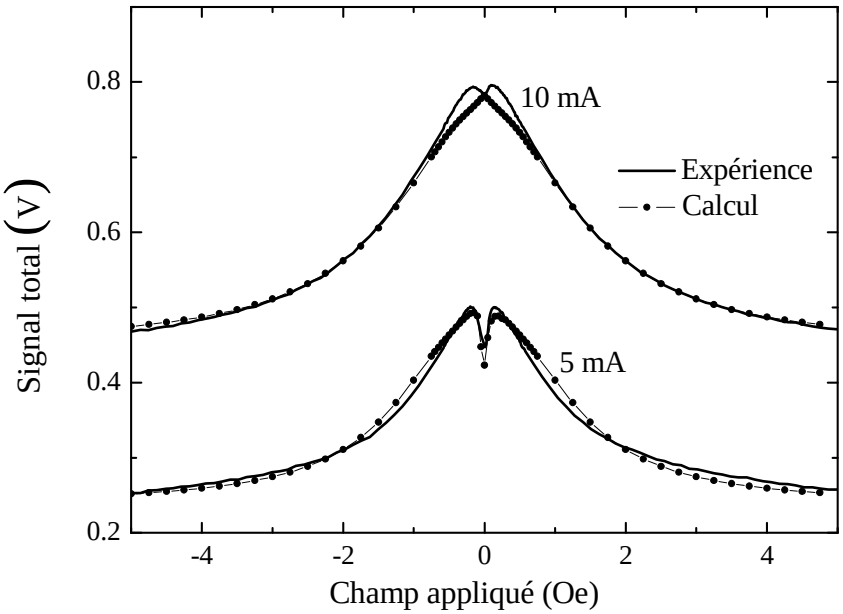


Figure 5.6 : Amplitude du signal total en fonction de H_0 pour des courant de 5 et 10 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. Comparaison entre le calcul et l'expérience. Dans le calcul, a =15 μm et b/a = 6%.

Le fait que la concordance entre le calcul et l'expérience ne soit que très peu affectée par la variation du courant, aussi bien en amplitude qu'en fréquence, augmente notre confiance concernant notre choix des paramètres utilisés dans le calcul. Il est évident que ces derniers peuvent encore être raffinés pour des résultats encore plus probants mais la lenteur de ce processus imposée par le nombre important des paramètres ajustables combiné à un temps de calcul relativement long pour chaque jeu de paramètres, nous complique d'avantage la tâche. Il est, cependant, évident que la concordance entre le calcul et l'expérience demeurera limitée par les imperfections de l'échantillon réel ignorée dans le calcul telles que la dispersion de l'anisotropie, la variation du rayon, la rugosité de la surface, l'inhomogénéité de M_s et de σ … etc.

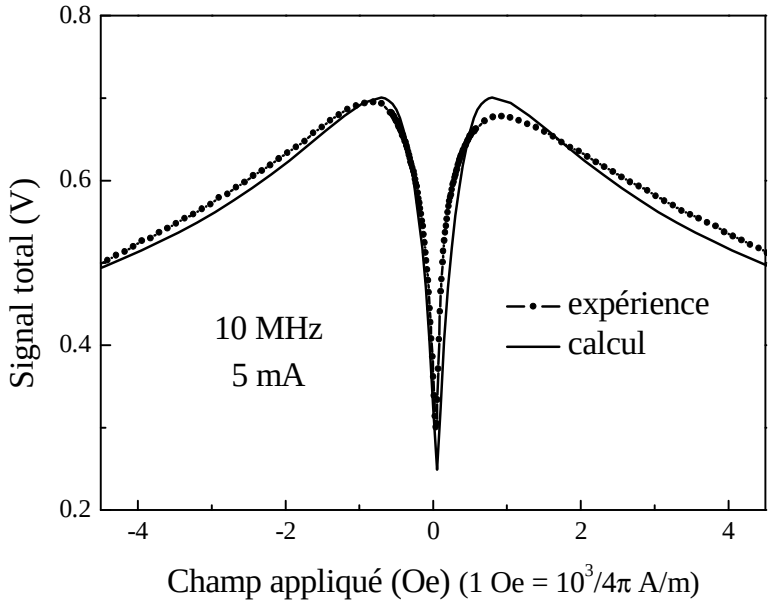


Figure 5.7 : Dépendance en champ du signal total pour un courant de fréquence 10 MHz et d'amplitude 5 mA. Comparaison entre l'expérience et le calcul utilisant la structure à couche dure d'épaisseur relative b/a = 6%.

Les figures 5.6 et 5.7 ainsi que toutes les figures qui suivront sont obtenues avec les paramètres donnés dans le tableau 4.1 et déjà utilisés dans le chapitre 4. Cela ne relève pas de la coïncidence mais plutôt de notre choix d'utiliser ces mêmes paramètres dans le chapitre 4 après les avoir obtenus par comparaison avec l'expérience. Pour la suite de ce chapitre, la valeur de b/a sera de 6% et le champ d'anisotropie de la couche dure est de 100 Oe.

5.2.3 Effet de la couche dure mono-domaine sur le comportement de l'aimantation

La présence de la couche dure à la surface affecte la variation de l'aimantation du microfil notamment dans le voisinage immédiat de la surface. La figure 5.8 montre les variations temporelle, à champ nul, du profil radial de M_φ/M_s en présence de la couche dure pour un courant de fréquence 1 MHz et d'amplitude 5 et 10 mA. Pour chacun des

courants, deux courbes représentant la même variation sont tracées : une à trois dimensions et l'autre en contour. Sur cette figure, l'aimantation de la couche superficielle reste immobile dans la direction facile de composante circonférentielle négative. À champ H_0 nul, le choix de cette direction dans l'axe facile n'est justifié que par le souci de clarté de la figure 5.8; la direction opposée est tout aussi valable. À 5 mA, un renversement de l'aimantation se produit dans le noyau du microfil mais celui-ci est considérablement freiné par la présence de la couche dure. Dans le cas d'un conducteur homogène idéal de même diamètre, ce courant est suffisant pour exciter des ondes solitaires (voir la figure 4.6-d) ce qui n'est pas le cas ici. À 10 mA, par contre, la comparaison avec la figure 4.6-e indique que le comportement de l'aimantation du noyau, ne change pas qualitativement avec l'ajout de la couche dure. La zone dynamique s'étend sur tout le volume du noyau. Cette zone dynamique est séparée de l'aimantation immobile de la couche dure par une pseudo-paroi de domaine qui se crée et disparaît à l'alternance du courant. L'influence de la couche dure sur le comportement de l'aimantation du noyau est donc plus importante dans le cas d'une propagation solitaire que dans le cas d'un renversement quasi-cohérent.

La discussion du chapitre 4 concernant l'effet du champ appliqué et du courant (amplitude et fréquence) sur le comportement de l'aimantation et sur l'impédance dans le cas d'un conducteur magnétiquement homogène est aussi valable pour les microfils inhomogènes (munis d'une couche dure) traité ici, sauf que dans ce dernier cas, des courants plus importants sont requis pour produire le même effet. La couche dure à pour effet de retarder l'apparition des caractéristiques de la réponse MIG lorsque le courant ac est augmenté.

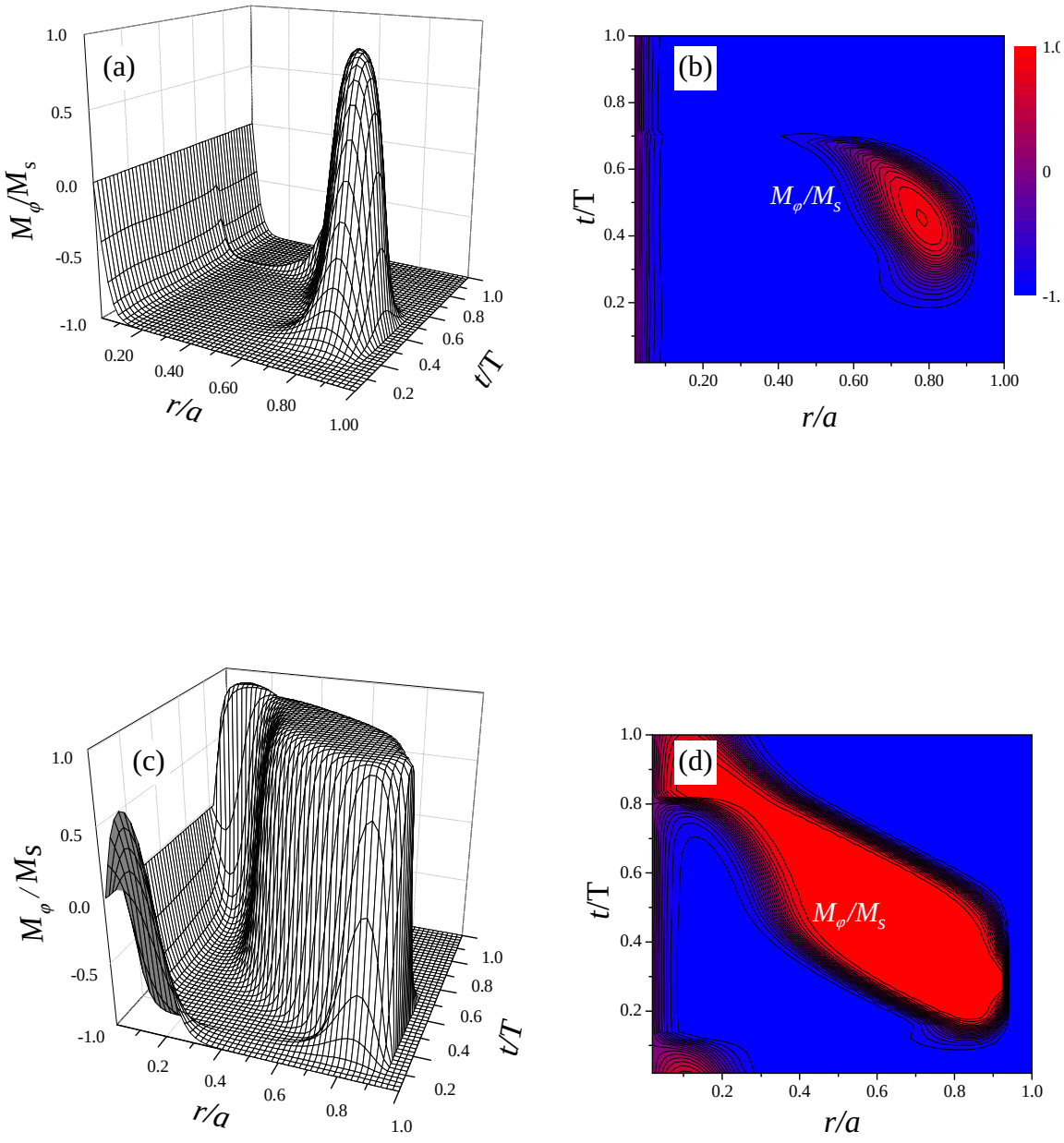


Figure 5.8 : Variation de l'aimantation circonférentielle normalisée M_φ /M_s, à champ H_0 nul, calculée en fonction du temps t/T (T = 1µs) et de sa position radiale r/a (a = 15 µm) pour un courant de fréquence 1 MHz et d'amplitude, (a) et (b) 5 mA; (c) et (d) 10mA.

5.2.4 Échec du modèle muni de la structure à couche dure mono-domaine dans la reproduction du signal V_{2f}

Jusque là, la présence de la couche superficielle dure explique d'une manière satisfaisante les résultats expérimentaux et s'accorde quantitativement avec toutes les mesures et observations faites ci-haut. Cependant, le signal de la deuxième harmonique V_{2f} calculé avec cette structure dépasse de plus d'un ordre de grandeur le signal mesuré. Un exemple de la comparaison avec l'expérience est donné sur la figure 5.9 montrant la dépendance en champ du signal V_{2f} pour un courant de 5mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence. La valeur excessivement élevée de l'amplitude calculée du signal V_{2f} vient du fait que la couche superficielle (dont l'aimantation est figée dans une seule direction facile), par son influence sur le noyau, engendre une asymétrie dans la courbe d'hystérésis circonférentielle du microfil ce qui augmente le signal V_{2f} au lieu de le diminuer.

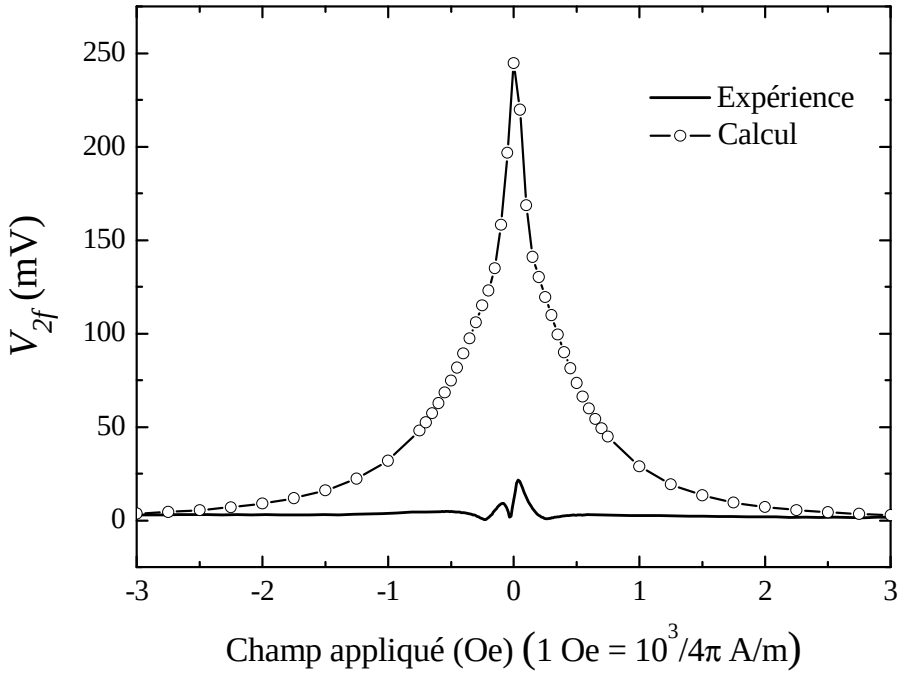


Figure 5.9 : Signal de la seconde harmonique en fonction du champ appliqué pour un courant de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence : comparaison entre l'expérience et le calcul utilisant la structure à couche dure mono-domaine.

5.3 Structure à couche superficielle dure bi-domaine

Un moyen tout aussi plausible que simple de réduire le signal V_{2f} sans compromettre l'idée de la structure à surface dure, consiste à considérer la couche dure comme étant composée de deux types de domaines (D1 et D2) tels que schématisés sur la figure 5.10. En adoptant cette nouvelle structure, nous ne faisons que nous conformer aux observations reportées dans la littérature concernant la structure de surface des microfils semblables aux nôtres dans leurs compositions[30-35] sauf que, dans notre cas, la mobilité des parois de domaines est réduite à cause de la dureté de la couche.

Avec cette structure en domaines de la couche dure, la composante réelle de la réponse totale est donnée par la combinaison linéaire des composantes réelles des réponses des différentes portions du microfil associées chacune à un domaine. Les coefficients étant les longueurs des domaines correspondants rapportées sur la longueur totale l du microfil. La partie imaginaire de la réponse totale est obtenue de la même façon.

Du point de vue calcul, nous considérons les domaines comme étant indépendants les uns des autres. Ainsi, il est possible de regrouper toutes les portions du microfil dont le domaine à la surface est du type D1 en une seule portion de longueur l_1 (somme des longueurs de toutes les portions regroupées). En faisant de même pour D2, on obtient l'autre portion de longueur l_2. Dans ce qui suit, nous utiliserons le terme "bi-domaine" pour signifier la présence de deux types de domaines et nous désignerons par le terme "domaine D1" (ou D2) la portion du microfil incluant le noyau dont la couche superficielle est de domaine D1 (ou D2).

Le calcul se fait avec l'un puis l'autre des deux domaines (D1 et D2) à tour de rôle, chacun pris séparément comme si la couche dure était mono-domaine. Les composantes réelle Re(V) et imaginaire Im(V) de la réponse totale s'écrivent en fonction des composantes réelles et imaginaires des réponses des deux domaines V_{D1} et V_{D2} :

$$\mathrm{Re}(V) = \frac{l_1}{l}\mathrm{Re}(V_{D1}) + \frac{l_2}{l}\mathrm{Re}(V_{D2}) \text{ et} \tag{5.1}$$

$$\mathrm{Im}(V) = \frac{l_1}{l}\mathrm{Im}(V_{D1}) + \frac{l_2}{l}\mathrm{Im}(V_{D2}) . \tag{5.2}$$

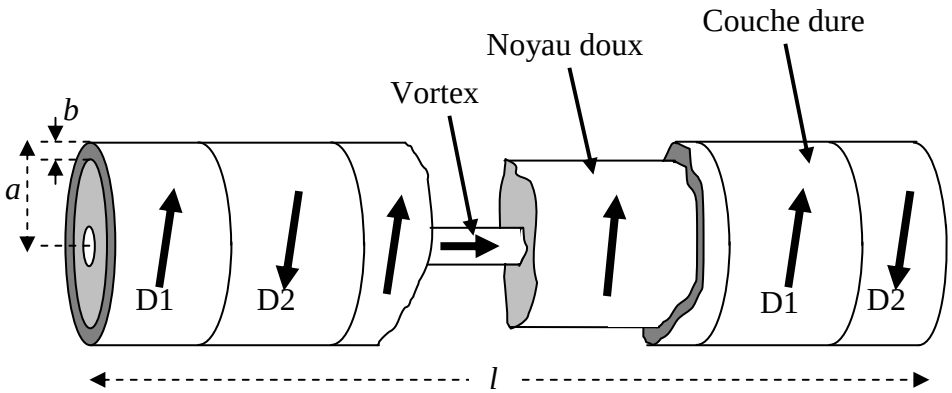


Figure 5.10 : Schéma de structure magnétique à surface dure bi-domaine. la distribution des longueurs des domaines est arbitraire.

5.3.1 Effet de la division en domaine de la couche dure sur le signal V_{2f}

Sur la figure 5.11, les composantes réelle et imaginaire de V_{2f} calculées pour les domaines D1 et D2 sont tracées en fonction de H_0. On remarque que les réponses de D1 et D2 sont de signes opposés. La couche dure influence la courbe d'hystérésis circonférentielle M_φ–H_φ du noyau de façon à la rendre asymétrique. Les deux domaines aimantés dans deux directions opposées, engendrent donc des asymétries dans des directions opposées ce qui explique la différence des signes des composantes de V_{2f}. Cette observation est aussi valable pour toutes les harmoniques d'ordres pairs. Le signal fondamental, par contre, n'est quasiment pas affecté par la division en domaines de la

couche dure puisque celui-ci n'est sensible qu'à la variation globale de M_φ. Le même constat est fait concernant les autres harmoniques impaires dont seules quelques différences mineures apparaissent entres les réponses des deux domaines.

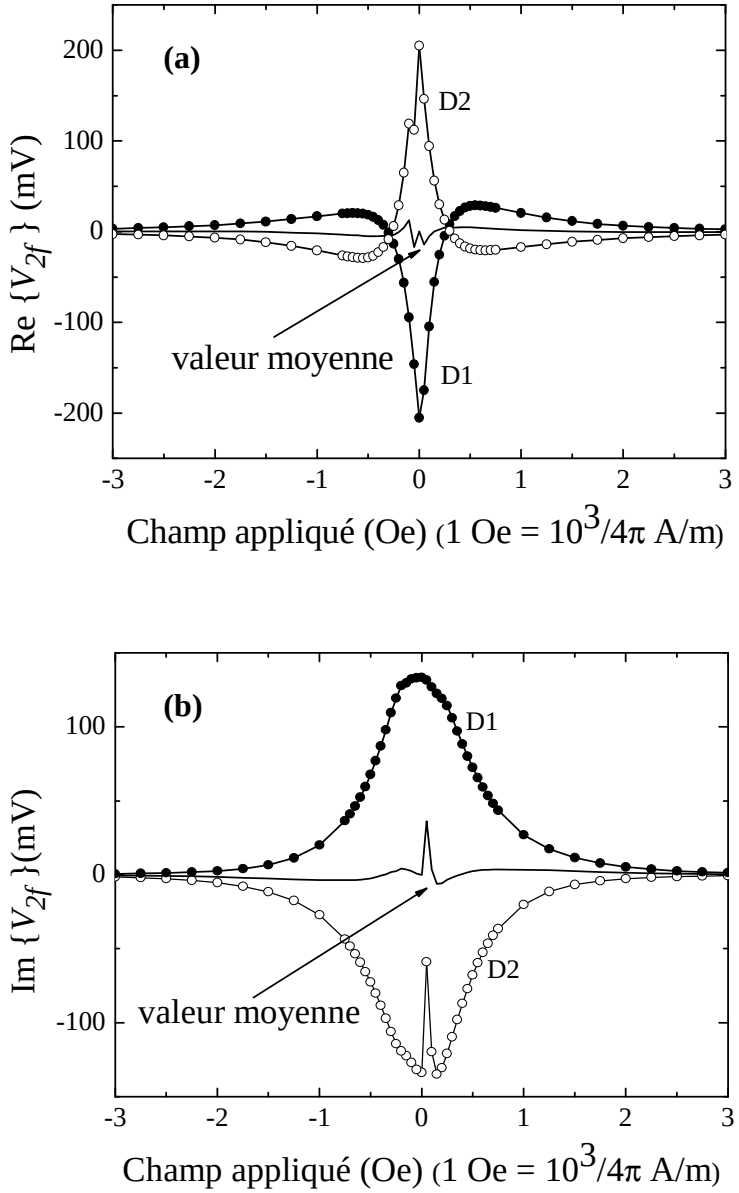


Figure 5.11 : Composante réelle (a) et imaginaire (b) du signal de la deuxième harmonique en fonction du champ appliqué pour les deux domaines D1 et D2. le courant est de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence La valeur moyenne correspond à la réponse du fil total lorsque D2 et D2 sont de même longueur.

À cause de la division en domaines de la couche dure, La réponse V_{2f} du microfil entier est considérablement réduite. Ses composantes réelle et imaginaire sont tracées sur la figure 5.11 en tant que valeur moyenne des réponses de D1 et D2 lorsque ces derniers sont quasiment de la même longueur. Sur la figure 5.12, l'amplitude de V_{2f} du microfil entier est confrontée à sa valeur expérimentale. Les deux signaux ont non seulement des hauteurs comparables mais aussi la même forme de variation avec le champ appliqué. Malgré les différences subsistantes entre les deux courbes, nous considérons ce résultat assez satisfaisant compte tenu de la très grande sensibilité du signal V_{2f} à la structure en domaine de l'échantillon et à ses différentes imperfections. Il suffit que les longueurs l_1 et l_2 varient légèrement avec H_0 ou fluctuent avec le courant (à faible fréquence) pour que V_{2f} change de manière significative. À titre d'exemple, le fait d'avoir posé l_1/l = 49% au lieu de 50% engendre la différence dans les hauteurs des pics intérieurs (*PI*) de la courbe calculée de la figure 5.12.

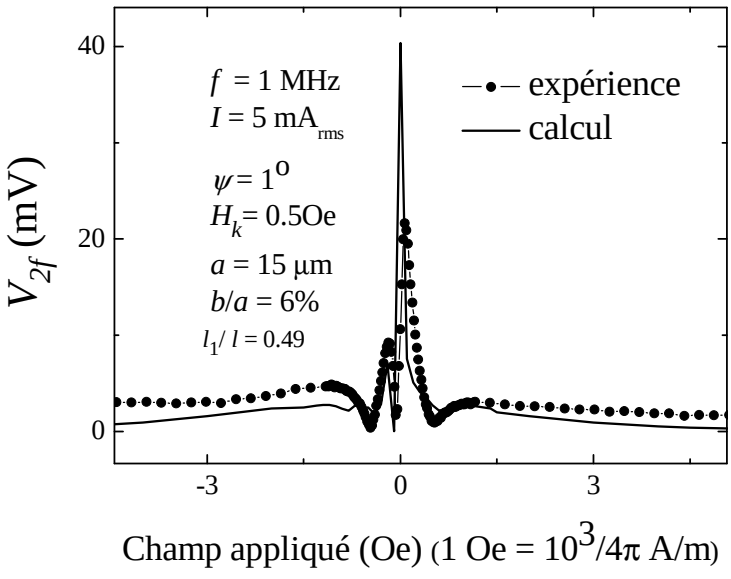


Figure 5.12 : Dépendance en champ de l'amplitude du signal V_{2f} calculé avec la structure à surface dure bi-domaine en comparaison avec l'expérience. Le courant est de 5 mA d'amplitude et 1 MHz de fréquence.

Il est assez surprenant qu'à partir de deux signaux V_{2f} relatifs aux deux domaines dont les dépendances en champ sont de formes pour le moins irrégulières, nous ayons pu retrouver la forme à quatre pics pour le microfil entier. En fait, les orientations antiparallèles des aimantations des couches dures de D1 et de D2 font que les asymétries engendrées sur les courbes d'hystérésis circonférentielles des deux portions du microfil se compensent exactement dans le cas d'une anisotropie parfaitement circonférentielle ($\psi = 0$). Dans le cas où $\psi \neq 0$, la compensation n'est parfaite que lorsque $H_0 = 0$ car l'application d'un champ statique privilégierait une direction hélicoïdale par rapport à la direction qui lui est antiparallèle. De ce fait, à condition que $l_1 = l_2$, la forme de la courbe de variation de V_{2f} en fonction de H_0 est peu affectée par l'introduction de la couche dure bi-domaine. Seule sa hauteur diminue.

5.3.2 Influence du champ dynamique axial en présence de la couche dure bi-domaine

Dans sa rotation en réponse au champ dynamique circonférentiel, l'aimantation, à travers la variation de sa composante axiale $\frac{\partial M_z}{\partial t}(r,t)$, génère un champ électrique circonférentiel dont la variation temporelle engendre un champ magnétique dynamique $H_z(r,t)$ axial opposé à $\frac{\partial M_z}{\partial t}(r,t)$. Du point de vue de la méthode de calcul, ceci est pris en compte par l'équation (1.10b). Le champ $H_z(r,t)$, à son tour, influence l'aimantation en tant que constituant du champ effectif (éq. de LL).

Une comparaison avec l'expérience d'une courbe de magnétoimpédance calculée en incluant et en excluant le champ $H_z(r,t)$ dans le champ effectif est montrée sur la figure 5.13. Le courant utilisé est de 5 mA d'amplitude et 10 MHz de fréquence. On remarque que la prise en compte de $H_z(r,t)$ crée une divergence avec les résultats de l'expérience.

Ceci est possiblement dû au fait que, dans un microfil réel, ce champ se compense dans les portions du microfil de domaine alternés. En effet, selon la figure 5.14 montrant la variation temporelle et radiale de $H_z(r,t)$ créé par chaque domaine, ces champs sont en tout temps opposés. Ceci signifie que chaque domaine voit son champ $H_z(r,t)$ se compenser par les champs des deux domaines voisins. Les parois de domaine, ignorée dans le calcul, peuvent aussi contribuer à cette compensation. Vu que la courbe excluant $H_z(r,t)$ de la figure 5.13 est encore différente de la courbe expérimentale, il est probable que le champ $H_z(r,t)$ soit plutôt surcompensé c'est-à-dire qu'à l'intérieur d'un domaine donné, la contribution des domaines voisins au champ $H_z(r,t)$ est plus élevée que la contribution du domaine en question.

Le fait que les courbes expérimentales soient mieux expliqué par le modèle en excluant $H_z(r,t)$ plutôt qu'en l'incluant nous a conduit à ne pas tenir compte de ce champ dans toutes les comparaisons calcul-expérience mentionnées dans ce chapitre.

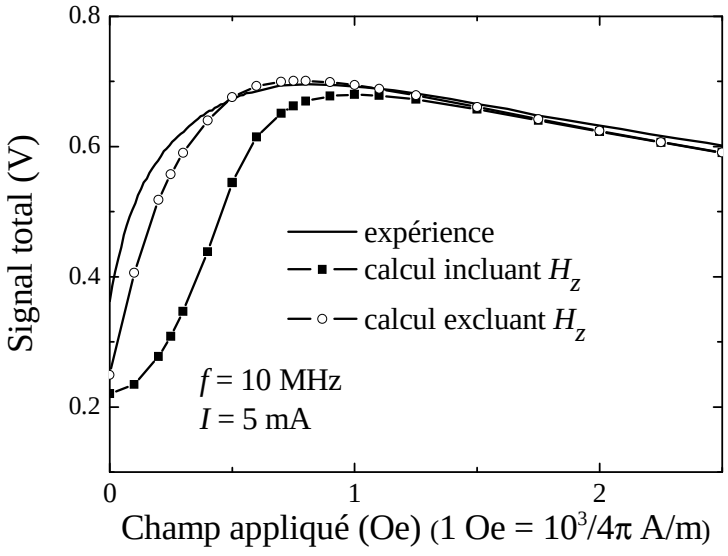


Figure 5.13 : Dépendance en champ du signal total pour un courant de fréquence 10 MHz et d'amplitude 5 mA. Comparaison entre l'expérience et le calcul incluant et excluant le champ H_z.

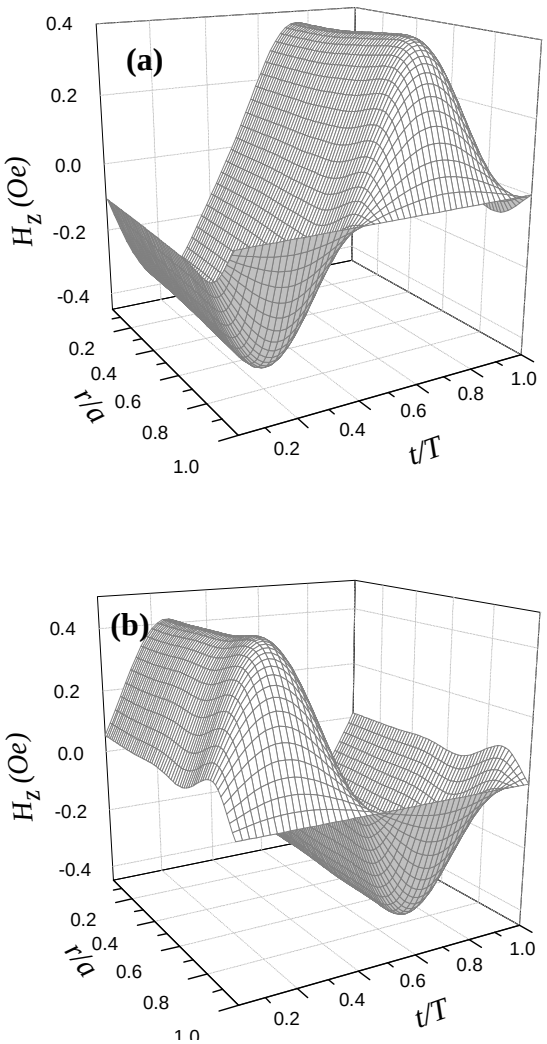


Figure 5.14 : Profil radial de H_z en fonction du temps dans les domaines (a)D1 et (b) D2 pour un courant de 5 mA d'amplitude et 10 MHz de fréquence. Le champ H_0 est de 0.5 Oe (1 Oe = $10^3/4\pi$ A/m).

5.4 Sommaire

L'introduction de la couche superficielle dure dans la structure magnétique des microfils, a pour effet de réduire les variations du signal total avec le champ appliqué. Avec une épaisseur de la couche dure d'environ 1 μm, nous avons pu obtenir des résultats qui s'accordent bien avec ceux de l'expérience. La division de la couche dure en deux types de domaines est justifiée par la comparaison des signaux calculé et mesuré de la deuxième harmonique, qui, à l'inverse du signal fondamental, est très sensible à la structure en domaine du microfil. Le fait que cet accord s'étende sur toute une gamme d'amplitude de courant et de fréquence signifie que la solution obtenue ne peut pas s'agir d'une coïncidence et ce malgré le grand nombre de paramètres ajustable utilisés dans le calcul. Nous ne prétendons pas avoir déterminé d'une manière précise les propriétés magnétique du microfil mais il est très probable que la structure obtenue avec le calcul dynamique soit assez représentative de la structure réelle du microfil. En ôtant la couche superficielle par une attaque chimique de durée plus longue que celle déjà effectuée (figure 5.4), et en protégeant aussitôt le noyau par une couche protectrice (non magnétique), il serait possible de confirmer ou d'infirmer ce choix de structure magnétique.

Par ailleurs, il serait très intéressant aussi, dans le future, d'exploiter d'avantage ce modèle dans l'étude d'autres conducteurs de compositions ou de formes différentes comme les microtubes, les microfils enrobés de verre et aussi des couches minces.

Conclusions

"I have never met a man so ignorant that I couldn't learn something from him."

Galileo Galilei

Nous avons effectué une analyse expérimentale de la MIG non linéaire sur des microfils MXT et nous nous sommes intéressés particulièrement au comportement de ses harmoniques vis-à-vis du champ magnétique, de la fréquence et de l'amplitude du courant ainsi que des contraintes mécanique. Nous avons déduit qu'à faible champ et faible fréquence, seules quelques centaines de microampères de courant suffisent à exciter une réponse en tension non linéaire de ses microfils. Nous avons consacré une part importante de ce travail à la deuxième harmonique à cause de sa grande richesse en information. Sa sensibilité à tous les paramètres de mesure fait que celle-ci exhibe une grande variété de comportement. Sa courbe de dépendance en champ varie de façon significative avec la moindre variation de l'amplitude du courant, de la fréquence ou même des contraintes mécanique affichant une forme à trois, quatre voire même six pics.

Nous avons mis en évidence l'importance de l'étude de la MIGNL non seulement pour une bonne compréhension du phénomène et son utilisation comme méthode d'analyse des matériaux magnétiques mais aussi pour l'optimisation de la sensibilité des microfils au champ magnétique. En régime non linéaire, nous avons pu atteindre une sensibilité de 6.8 kV/T.cm alors qu'en régime linéaire, la valeur rapportée sur des microfils identiques préalablement traités[57,58] n'est que de 1 kV/T.cm.

Pour expliquer les résultats observés, nous avons développé un modèle quasi-statique très simple, basé sur la minimisation de l'énergie libre de Stoner-Wohlfarth. La structure magnétique du conducteur étant considérée de type "noyau-coquille" munie de la condition des spins de surface libres, ce modèle considère que seuls les spins de la

coquille participent à la magnétoimpédance et de façon cohérente. Grâce à ce modèle, nous avons expliqué d'une manière qualitative la majeure partie des résultats observés sur le signal total de la MIGNL. Nous avons pu reproduire les formes, très diversifiées, des courbes de dépendance en champ de V_{2f} correspondant à différentes amplitudes du courant et différentes contraintes mécaniques. Pour simplifier d'avantage la compréhension du phénomène, nous nous sommes servis de l'astroïde de renversement de l'aimantation qui s'est avéré un outil très efficace pour l'explication des positions des maxima de la courbe de la magnétoimpédance et de V_{2f}. Cependant, l'échec dans la reproduction de l'effet de la fréquence constitue le principal défaut de ce modèle. De plus, les résultats expérimentaux y sont surestimés et leurs dépendances en fonction des différents paramètres de mesure présentent des variations exagérément abruptes.

Pour aller au-delà des limites du modèle quasi-statique, nous avons mis au point un modèle dit "dynamique" basé sur la résolution numérique simultanée de l'équation de Landau-Lifshitz et des équations de Maxwell. Afin de tenir compte de l'aspect non linéaire du problème, aucune approximation susceptible de limiter la généralité du modèle, autre que de considérer le problème de symétrie cylindrique, n'a été permise. Ce modèle constitue un outil très puissant dans la modélisation de la MIG linéaire et non linéaire des matériaux de différentes formes : fils nus ou couverts, tubes, couche mince, etc. L'originalité de ce travail de thèse réside dans le fait que ce modèle soit le seul modèle électromagnétique qui tien compte des effets non linéaire de la réponse en tension. Tous les modèles déjà existants traitent le problème soit dans la limite quasi-statique soit dans la limite linéaire.

En premier lieu, nous avons considéré le cas d'un microfil idéal dont les propriétés magnétiques sont homogènes et de spins de surface libres. Grâce à ce modèle, nous avons pu explorer le comportement de l'aimantation à l'intérieur du conducteur en régime non linéaire. Par exemple, nous avons établi qu'un renversement quasi-cohérent se produit dans la région de la surface dont la profondeur dépend du courant (amplitude et fréquence) et que, ce renversement peut s'étendre vers l'intérieur du microfil par

propagation en ondes solitaires. En régime linéaire, l'effet de peau et l'effet d'induction sont couplés, atteignant leurs maxima lorsque le champ statique est près du champ d'anisotropie. En régime non linéaire par contre, ces deux effets sont découplés. Le maximum de l'effet de peau reste indépendant de l'amplitude du courant alors que celui de l'effet d'induction se déplace vers les champs plus faibles entrainant le déplacement des pics de la courbe de la MIG dans le même sens.

Le modèle reproduit aussi le phénomène de la résonance ferromagnétique où la formule de Kittel[69] à bien été vérifiée. L'effet d'échange-conductivité a pour conséquence d'accroitre la fréquence de résonance f_r notamment dans la région des faibles champs. Dans cette région, la forme de la courbe de résonance est différente selon que l'échange est considéré ou pas dans l'équation du mouvement de l'aimantation. En absence d'échange (mode uniforme), nous avons constaté que f_r ne s'annule pas à $H_0 = H_k$ même si l'anisotropie est parfaitement transversale contrairement à ce qui est prévu par les formules analytiques.[18] Nous avons expliqué cela par l'influence des effets non linéaires. Dans ces conditions précises, où le champ effectif interne tend à s'annuler, la réponse du système devient sensible à la moindre composante non linéaire du comportement de son aimantation. La limite linéaire ne peut être atteinte car celle-ci correspondrait à un courant identiquement nul. Ceci doit être pris en compte lors des mesures RFM sur des couches minces de réseau cristallin pur par exemple.

Un autre effet prédit par le modèle est qu'à fort courant (≥ 20 mA pour un microfil de 30 μm de diamètre), le comportement du système peut basculer vers le chaos. À mesure que le courant est augmenté, ce comportement se manifeste d'abord à très faible champ lorsque la fréquence est légèrement supérieure à la fréquence de résonance puis, s'étend vers des champs et des fréquences plus forts. Nous avons constaté que certaines régions distinctes du diagramme f-H_0 sont plus propices au comportement chaotique que d'autres. L'explication probable que nous avons pu donner à cela est que dans ces régions propices, le champ d'échange est minimal car ces régions

coïncident aussi avec un croisement entre les multiples entiers de la fréquence de résonance avec et sans prise en compte de l'interaction d'échange.

Concernant la confrontation calcul-expérience dans le cas de la MIG, le modèle dynamique n'a pas apporté les améliorations attendues par rapport au calcul quasi-statique mis à part une meilleure prise en compte du rôle de la fréquence. Nous avons donc conclu que le problème venait de la structure magnétique utilisée dans le calcul, plutôt que de la méthode elle même.

Le dernier chapitre de cette thèse est consacré à la recherche des propriétés magnétiques des microfils qui réduiraient la valeur de la MIG ainsi que le caractère abrupte de ses variations afin de l'accorder avec l'expérience. Pour cela, la condition des spins de surface bloqués introduite pour le cas des microfils par Melo et al.[27] en régime linéaire n'est pas suffisante. En combinant cette condition avec la structure en domaine noyau-coquille, Melo[28] à réussi à reproduire avec une bonne précision les résultats expérimentaux. Dans le cas de notre modèle dynamique, la configuration au repos n'est pas imposée mais plutôt déterminée par le calcul lui-même. En utilisant des paramètres raisonnables, nos calculs indiquent que nos microfils comportent un vortex situé sur leur axe au lieu d'un noyau.

À l'aide du calcul dynamique, nous avons montré qu'une structure homogène munie d'une couche superficielle dure d'environ 1μm d'épaisseur conduit à des résultats de calcul qui se comparent de façon très satisfaisante avec l'expérience. L'amplitude du signal GMI correspond bien à la valeur mesurée et ce, à différentes amplitudes et différentes fréquences du courant. De plus, cette structure est en accord avec les observations faites par VSM et par microscopie électronique sur nos échantillons. La comparaison avec l'expérience du signal V_{2f} nous a conduit à considéré une couche dure à deux types de domaines. En effet, à cause de l'asymétrie dans la courbe d'hystérésis circonférentielle que celle-ci engendre, la présence d'une couche mono-domaine génère un signal V_{2f} exagérément élevé. La division en domaine conduit à une superposition de

deux signaux opposés causant la destruction du signal V_{2f} qui, par conséquent, s'accorde avec la valeur expérimentale sans que le signal total ne soit affecté de manière significative. Toutefois, la grande sensibilité de V_{2f} aux propriétés magnétiques et aux défauts du microfil rend ce signal extrêmement difficile à reproduire avec précision.

Du point de vue expérimental, nous pensons que la plus imminente continuation à ce travail serait de traiter chimiquement les microfils afin d'ôter la couche superficielle ce qui améliorera certainement la sensibilité du signal MIG. Un traitement thermique visant à supprimer la présence de domaines dans la couche superficielle est aussi une bonne procédure afin d'augmenter significativement l'amplitude du signal V_{2f} ainsi que sa sensibilité au champ ce qui le rendrait peut-être plus sensible que le signal fondamental.

Du point de vue modélisation, Bien qu'un grand nombre de ses résultats soient présentés dans cette thèse, le modèle dynamique n'est pas encore exploité à sa pleine capacité. En effet, le cas d'un microfil réel n'est abordé ici que pour déterminer la structure magnétique des microfils MXT. La suite logique à ce travail est l'application de ce modèle à des conducteurs ferromagnétiques d'autres compositions et d'autres formes comme les microtubes, les fils enrobés de verre ou même les couches minces. Cela nous permettrait de comprendre la façon dont se manifestent les non linéarités dépendamment de chaque échantillon. D'autre part, la capacité du modèle à simuler un champ dynamique appliqué dans la direction axiale offre une dimension supplémentaire très prometteuse à explorer dans le but d'une optimisation de la sensibilité du système au champ magnétique[73] d'autant plus que le dispositif expérimental est déjà disponible. De plus, une confrontation avec l'expérience constituerait une source supplémentaire d'informations pouvant confirmer ou infirmer notre choix de structure magnétique de l'échantillon. L'étude du comportement chaotique dans les échantillons réels pourrait aussi constituer une excellente investigation. Cela nous permettrait, à moindre coût, de savoir si ce comportement est expérimentalement observable et à quelles conditions.

Il est évident que le modèle dynamique est sujet à des améliorations, malgré son caractère raffiné, pour se rapprocher de plus près de la réalité. La prise en compte des dispersions des paramètres magnétiques comme le champ et l'angle d'anisotropie, la conductivité, peuvent, en effet, augmenter son applicabilité à des fils réels. Mais l'étape la plus prioritaire, à notre avis, consiste à inclure dans le calcul les interactions entre domaines incluant les mouvements des parois. Cela ferait étendre le domaine de validité du modèle à des plus faibles fréquences et aussi, donner une reproduction plus fidèle du signal V_{2f} car ce dernier, en plus d'être sensible aux mouvements des parois de domaines[74] (à faibles fréquences), est dépendant des longueurs relatives des deux types de domaines.

D'un autre point de vue, le fait que le modèle quasi-statique, qui est d'une grande simplicité, appliqué au cas d'un microfil idéal donne des résultats comparables à ceux du modèle dynamique, beaucoup plus complexe et très couteux en temps de calcul, représente une excellente incitation à son amélioration. Par exemple, pour tenir compte de la présence de la couche dure superficielle, il est possible d'étudier l'influence de celle-ci sur le comportement du noyau et d'introduire, par la suite, un champ supplémentaire qui produirait le même effet. La prise en compte de l'effet de la fréquence peut se faire par la résolution d'une équation de mouvement de l'aimantation pour déterminer la position du vecteur aimantation au lieu que celui-ci soit déduit de la minimisation de l'énergie libre. Ceci augmenterait grandement les performances de ce modèle et le rendrai par la même occasion, applicable au cas de la RFM. Toutes ces améliorations peuvent constituer un bon sujet de recherche dans le cadre d'une nouvelle thèse.

Référence

[1] E. P. Harrison, G. L. Turney, H. Rowe et H. Gollop Proc. Roy. Soc. London, **A157**, 451 (1936).

[2] R. S. Beach et A. E. Berkowitz, Appl. Phys. Lett. **64**, 3652 (1994).

[3] L. V. Panina et K. Mohri, Appl. Phys. Lett. **65**, 1189 (1994).

[4] K. V. Rao, F. B. Humphrey et J. L. Kosta-Krämer, J. Appl. Phys. **76**, 6204 (1994).

[5] J. Velásquez, M. Vázquez, D. -X. Chen et A. Hernando, Phys. Rev. **B 50**, 16737 (1994).

[6] F.L.A. Machado, B.L. da Silva, S.M. Rezende et C.S. Martins, J. Appl. Phys. **75,** 6563 (1994).

[7] R. Valenzuela, M. Vázquez et A. Hernando, J. Appl. Phys. **79,** 6549 (1996).

[8] M. Vázquez, M. Knobel, M. L. Sánchez, R. Valenzuela et A. P. Zhukov, Sens. Act. A, **59**, 20 (1997)

[9] L. V. Panina, K. Mohri, K. Bushida et M. Noda, J. Appl. Phys. **76**, 6198 (1994).

[10] L. V. Panina, K. Mohri, T. Uchiyama, M. Noda et K. Bushida, IEEE Trans. Magn. **31**, 1249 (1995).

[11] A. D. Santos, L. G. C. Melo, C. S. Martins, F. P. Missell, Y. Souche, F. L. A. Machado et S. M. Rezende, J. Appl. Phys. **79**, 6546 (1996).

[12] R. S. Beach, N. Smith, C. L. Platt, F. Jeffers et A. E. Berkowitz, Appl. Phys. Lett. **68**, 2753 (1996).

[13] D. Atkinson et P. T. Squire, J. Appl. Phys. **83**, 6569 (1998).

[14] L. V. Panina, K. Mohri et D. P. Makhnovskiy, J. Appl. Phys. **85**, 5444 (1999).

[15] E. C. Stoner et E. P. Wohlfarth, Proc. Roy. Soc. London, **A240**, 599 (1948). réédition: IEEE Trans. Magn. **27**, 3475 (1991).

[16] A. Yelon, D. Menard, M. Britel, et P. Ciureanu, Appl. Phys. Lett. **69**, 3084 (1996).

[17] D. Menard, M. Britel, P. Ciureanu, et A. Yelon, J. Appl. Phys. **84**, 2805 (1998).

[18] L. Kraus, J. Magn. Magn. Mater. **195**, 764 (1999).

[19] C. E. Patton, Czech. J. Phys. B, **26,** 925 (1976).

[20] D. Fraitová, Phys. Stat. Sol. (b) **120**,341 et 659 (1983).

[21] J. L. Munoz, J. M. Barandiarán, G.V. Kurlyandskaya et A. García-Arribas, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 319 (2002).

[22] K. Eason et K. -M. Lee, IEEE trans. Magn. **44**, 2042 (2008).

[23] C. Gómez-Polo, M. Vazquez et M. Knobel, Appl. Phys. Lett. **78**, 246(2001).

[24] C. Gómez-Polo, M. Knobel, K. R. Pirota et M. Vazquez, Physica B **299**, 322 (2001).

[25] J. C. Slonczewski, IBM internal report RM 003.111.224, 1956, IEEE Trans. Mag. **45**, 8 (2009); D. O. Smith dans *Magnetism*, publié par G. T. Rado et H. Suhl (Academic, New York, 1963), Vol. 3. Chap. 10, p. 486.

[26] D. Ménard et A. Yelon, J. Appl. Phys. **88,** 379 (2000).

[27] L.G.C. Melo, D. Ménard, P. Ciureanu et A. Yelon, J. Appl. Phys. **92,** 7272 (2002).

[28] L.G.C. Melo, D. Ménard, P. Ciureanu, A. Yelon et R. W. Cochrane, J. Appl. Phys. **95,** 1331 (2004).

[29] K. Mohri, K. Kawashima, T. Kohzawa, H. Yoshida, IEEE trans. Magn. **29**,1245 (1993).

[30] J. N. Nderu, M. Takajo, J. Yamasaki et F. B. Humphrey, IEEE Tran. Magn. **34**, 1312 (1998).

[31] J. González, A. Chizhik, A. Zhukov et J. M. Blanco, J. Magn. Magn. Mate. **258**, 177 (2003).

[32] A. Chizhik, A. Zhukov, J. Gonzalez et J. M. Blanco, J. Appl. Phys. **97**,073912 (2005).

[33] J. Yamasaki, F. B. Humphrey, K. Mohri, H. Kawamura, H. Takamure et R. Mälmhäll, J. Appl. Phys. **63**, 3949 (1988).

[34] M. Takajo, J. Yamasaki et F. B. Humphrey, IEEE Tran. Magn. **29**, 3484 (1993).

[35] Y. Kabanov, A. Zhukov et J. Gonzalez, Appl. Phys. Lett., **87**, 142507 (2005).

[36] F. B. Humphrey, K. Mohri, J. Yamasaki, H. Kawamura, R. Mälmhäll et I. Ogasawara, *Magnetic properties of amorphous metals*, publié par A. Hernando, V. Madurga, M. C. Sanchez et M. Vazquez, (North Holland, Amsterdam, 1987), p. 110.

[37] J. Ström-Olsen, Mater. Sci. & Eng. **A178**, 239 (1994).

[38] D. Seddaoui, D. Ménard, B. Movaghar et A. Yelon, J. Appl. Phys. **105**, 083916 (2009).

[39] F. Bloch, Phys. Rev. **70**, 460 (1946) et N. Bloembergen, Phys. Rev. **78**, 572 (1950).

[40] T. L. Gilbert, Phys. Rev. **100**, 1243 (1955), réédition : IEEE Trans. Magn. **40**, 3443 (2004)

[41] L. Landau et E. Lifshitz, Phys. Z. Sowjet., **8**, 153 (1935).

[42] Voir par exemple : P. Laurrain et D. R. Corson, *Champs et ondes électromagnétiques*, (Colin, Paris, 1979), p. 458.

[43] D. B. Canola, J. G. S. Duque et M. Knobel, Physica B, **384**, 158 (2006).

[44] C. Kittel, Rev. Mod. Phys. **21**, 541(1949).

[45] W.S. Ament et G.T. Rado. Phys. Rev. **97**, 1558 (1 955).

[46] C. Kittel. Phys. Rev. **110**, 1295 (1958)

[47] D. Fraitová Phys. Stat. Sol. (b), **120**,341 (1983).

[48] G.T. Rado et J.R. Weertman, J. Phys. Chem. Solids **11**,3 15 (1959).

[49] Voir par exemple S. Ramo, J. R. Whinnery et T. V. Duzer, *Fields and waves in communication electronics*, (John Wiley & Sons, New York, 1965).

[50] N. A. Usov, A. S. Antonov et A. N. Lagar'kov, J. Magn. Magn. Mater. **185**, 159 (1998).

[51] C. Gómez-Polo, M. Vázquez, et M. Knobel, J. Magn. Magn. Mate. **226**, 712 (2001).

[52] S. K. Pal, N. B. Manik et A. Mitra, J. Magn. Magn. Mater. **305**, 240 (2006).

[53] S. K. Pal, A. K. Panda et A. Mitra, J. Magn. Magn. Mater. **320**, 496 (2008).

[54] G. V. Kurlyandskaya, E. Kisker, H. Yakabchuk et N. G. Bebenin, J. Magn. Magn. Mater. **240**, 206 (2002).

[55] D. Ménard, D. Seddaoui, L. G. C. Melo, A. Yelon, B. Dufay, S. Saez et C. Dolabdjian, Sens. Lett. (soumis pour publication).

[56] J. G. S. Duque, A. E. P. de Araujo, M. Knobel, A. Yelon et M. Ciureanu, Appl. Phys. Lett. **83,** 99(2003).

[57] P. Ciureanu, G. Rudkowska, L. Clime, A. Sklyuyev et A. Yelon, J. Opt. Adv. Mater. **6**, 905 (2004).

[58] G. Rudkowska, L. Clime, P. Ciureanu et A. Yelon, J. Appl. Phys. **97**, 10M104 (2005)

[59] A.A. Radkovskaia, S.I. Sandacci, L.V. Panina, D.J. Mapps, J. Magn. Magn. Mate. **272**, 1841 (2004).

[60] C. Gómez-Polo, J. G. S. Duque et M. Knobel, J. Phys.: Cond. Matt. **16**, 5083 (2004).

[61] L. Clime, G. Rudkowska, J. G. S. Duque, A. E. P. de Araujo, M. Knobel, P. Ciureanu et A. Yelon, Physica B **243**, 410(2004).

[62] D. Seddaoui, A. Yelon, D. Ménard et P. Ciureanu J. Appl. Phys., **101**, 093907 (2007).

[63] D. Seddaoui, D. Ménard et A. Yelon, IEEE Trans. Magn., **43**, 2986 (2007).

[64] S. S. Yoon, S. C. Yu, H. Ryu et C. G. Kim, J. Appl. Phys. **85**, 5432 (1999).

[65] P. Ciureanu, I. Khalil, L. G. C. Melo, P. Rudkowska et A. Yelon, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 305 (2002).

[66] N. S. Perov, A. S. Antonov, N. A. Buznikov, A. B. Granovsky, I. T. Iakubov, M. A. Kartashov and A. A. Rakhmanov, J. Magn. Magn. Mater. **272-276,** 1868 (2004).

[67] G. V. Kurlyandskaya, A. Garcia-Arribas,J. M. Barandiaran, Sens. Act. A, **106**, 234 (2003)

[68] P. Ciureanu, M. Britel, D. Ménard, A. Yelon, C. Akyel, M. Rouabhi, R. W. Cochrane, P. Rudkowski et J. O. Ström-Olsen, J. Appl. Phys. 83, 6563 (1998).

[69] C. Kittel, Phys. Rev. **71,** 270 (1947); **73,** 155 (1948).

[70] H. Suhl, Proc. IRE, **44**, 1270 (1956); J. Phys. Chem. Solids, **1**, 209 (1957).

[71] G. Gibson et C. Jeffries, Phys. Rev. A, **29**, 811 (1984).

[72] R. D. McMichael et P. E. Wigen, Phys. Rev. Lett., **64**, 64, (1990).

[73] B. Dufay, S. Saez, C. Dolabdjian, L. Melo, D. Seddaoui, D. Ménard et A. Yelon (soumis à publication)

[74] N. A. Buznikov, A. S. Antonov, C. G. Kim, C. O. Kim, A. A. Rakhmanov et S. S. Yoon, J. Magn. Magn. Mater. **285**, 101 (2005).

Annexe I : Expression du champ électrique axial à l'intérieur du conducteur cylindrique

Dans le cadre de l'hypothèse de la symétrie cylindrique, le champ électrique axial $E_z(r,t)$ n'est dépendant que du temps et de la position radiale.

L'équation de Maxwell-Faraday écrite en coordonnées cylindriques nous donne l'expression de ce champ en fonction de l'induction circonférentielle B_φ:

$$E_z(r,t) = E_z(r=0,t) + \int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t} dr' . \tag{A1.1}$$

Dans cette expression, le terme contenant l'intégrale est "le terme d'induction" qui sera déterminé dans le calcul grâce à la résolution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert. Quant au premier terme (valeur du champ électrique sur l'axe du conducteur), celui-ci peut être déterminé par le fait que le courant est imposé par le circuit. Pour ce faire, écrivons le courant traversant le conducteur de la façon suivante :

$$I(t) = \iint_S \boldsymbol{J} d\boldsymbol{s} = \iint_S \sigma \boldsymbol{E} d\boldsymbol{s} = 2\pi\sigma \int_0^a r E_z(r,t) dr , \tag{A1.2}$$

où J est la densité de courant, S la section (circulaire) du conducteur et σ sa conductivité considérée homogène.

En substituant (A1.1) dans (A1.2), nous obtenons:

$$I(t) = \pi\sigma a^2 E_z(r=0,t) + 2\pi\sigma \int_0^a r \int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t} dr' \, dr \ . \tag{A1.3}$$

L'expression de $E_z(r=0,t)$ s'obtient directement de (A1.3):

$$E_z(r=0,t)=\frac{I(t)}{\pi\sigma a^2}-\frac{2}{a^2}\int_0^a r\int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t}dr'dr\ . \tag{A1.4}$$

Le premier terme du membre de droite de (A1.4) est le champ électrique correspondant à une circulation homogène du courant. Ce terme peut aussi s'écrire en fonction de la résistance dc du conducteur :

$$\frac{I(t)}{\pi\sigma a^2}=\frac{R_{DC}I(t)}{l}\ . \tag{A1.5}$$

En substituant (A1.4) et (A1.5) dans (A1.1), on obtient l'équation (1.5) du chapitre 1:

$$E_z(r,t)=\frac{R_{DC}I(t)}{l}+\int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t}dr'-\frac{2}{a^2}\int_0^a r\int_0^r \frac{\partial B_\varphi(r',t)}{\partial t}dr'\ dr\ . \tag{A1.6}$$

La tension $V(t)$ aux bornes du conducteur est proportionnelle au champ $E_z(r,t)$ de la surface:

$$V(t)=lE_z(r=a,t)\ , \tag{A1.7}$$

où l est la longueur du conducteur.

Annexe II : Expression du champ et de l'angle d'anisotropie totale

Dans l'équation (3.1), donnant la densité d'énergie libre du système, le premier terme du membre de droite englobe les contributions de l'anisotropie intrinsèque :

$$U_k = \frac{\mu_0}{2} M_s H_k \sin^2(\theta - \psi) \qquad \text{(A2.1)}$$

et de l'anisotropie magnétoélastique :

$$U_{me} = \frac{\mu_0}{2} M_s H_{me} \sin^2(\theta - \psi_{me}) \ . \qquad \text{(A2.2)}$$

Ici, (H_k, ψ) sont le champ et l'angle d'anisotropie intrinsèque et (H_{me}, ψ_{me}) sont le champ et l'angle d'anisotropie magnétoélastique.

En utilisant la formule trigonométrique : $2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$, les deux contributions deviennent :

$$U_k = \frac{\mu_0 M_s H_k}{4} - \frac{\mu_0 M_s H_k}{4}\cos(2\theta - 2\psi) \qquad \text{(A2.3)}$$

et $$U_{me} = \frac{\mu_0 M_s H_{me}}{4} - \frac{\mu_0 M_s H_{me}}{4}\cos(2\theta - 2\psi_{me}) \ . \qquad \text{(A2.4)}$$

Les premiers termes de chacune des deux expressions (A2.3) et (A2.4) étant constants (indépendants de θ), ceux-ci n'ont aucun effet sur le comportement du système et peuvent donc être supprimés.

En suivant la même procédure, on obtient la contribution U_{ani} d'une anisotropie totale (H_{ani}, ψ_{ani}) équivalente à la somme de ces deux contributions $U_{ani} = U_k + U_{me}$:

$$U_{ani} = -\frac{\mu_0 M_s H_{ani}}{4}\cos(2\theta - 2\psi_{ani}) \tag{A2.5}$$

$$= -\frac{\mu_0 M_s H_k}{4}\cos(2\theta - 2\psi) - \frac{\mu_0 M_s H_{me}}{4}\cos(2\theta - 2\psi_{me}). \tag{A2.6}$$

En utilisant la formule trigonométrique ($\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$), l'égalité entre (A2.5) et (A2.6) donne :

$$H_{ani}\cos 2\psi_{ani}\cos 2\theta + H_{ani}\sin 2\psi_{ani}\sin 2\theta =$$

$$\left[H_k\cos 2\psi + H_{me}\cos 2\psi_{me}\right]\cos 2\theta + \left[H_k\sin 2\psi + H_{me}\sin 2\psi_{me}\right]\sin 2\theta \tag{A2.7}$$

L'équation (A2.7) étant vraie quelque soit θ, on obtient par identification :

$$\begin{cases} H_{ani}\cos 2\psi_{ani} = H_k\cos 2\psi + H_{me}\cos 2\psi_{me} & \text{(A2.8-a)} \\ H_{ani}\sin 2\psi_{ani} = H_k\sin 2\psi + H_{me}\sin 2\psi_{me} & \text{(A2.8-b)} \end{cases}$$

De l'équation (A2.8-a) vient l'expression (3.3) de H_{ani} :

$$H_{ani} = \frac{H_k\cos(2\psi) + H_{me}\cos(2\psi_{me})}{\cos(2\psi_{ani})}. \tag{A2.9}$$

Et en divisant (A2.8-b) sur (A2.8-a), on déduit l'expression (3.2) de ψ_{ani} :

$$\psi_{ani} = \frac{1}{2}arctg\left(\frac{H_k\sin(2\psi) + H_{me}\sin(2\psi_{me})}{H_k\cos(2\psi) + H_{me}\cos(2\psi_{me})}\right) \tag{A2.10}$$

Annexe III : Astroïde de renversement de l'aimantation de Stoner-Wohlfarth

Considérons un système où la densité d'énergie libre est donnée par l'équation (3.1) :

$$U = \frac{\mu_0}{2} M_s H_k \sin^2(\theta - \psi) - \mu_0 M_s H_\varphi \cos\theta - \mu_0 M_s H_0 \sin\theta \qquad \text{(A3.1)}$$

Dans cette expression de U, le premier terme est dû à la présence de d'anisotropie uniaxiale et les deux derniers termes représentent la contribution de l'énergie de Zeeman causée par l'application d'un champ magnétique $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_\varphi + \boldsymbol{H}_z$. En présence de contraintes mécaniques, l'anisotropie intrinsèque (H_k, ψ) doit être remplacée par l'anisotropie totale (H_{ani}, ψ_{ani}) (voir l'annexe II).

L'équation (A3.1) est écrite dans le système de coordonnées cylindrique (voir la figure 3.1) où le vecteur aimantation est susceptible de se mouvoir dans le plan $\varphi - z$. Considérons le système de coordonnées $\hat{n}_{//} - \hat{n}_{\perp}$ inclus dans le plan $\hat{\varphi} - \hat{z}$ et lié à la direction d'anisotropie (voir la figure A3.1). $\hat{n}_{//}$ est le vecteur unitaire parallèle à la direction facile et $\hat{n}_{\perp}$ est le vecteur unitaire normal à $\hat{n}_{//}$ (dans la direction difficile).

Dans ce nouveau repère, l'équation (A3.1) devient :

$$U = \frac{\mu_0}{2} M_s H_k \sin^2(\theta') - \mu_0 M_s \left(H_{//} \cos\theta' + H_\perp \sin\theta' \right) \tag{A3.2}$$

où θ' est l'angle que fait l'aimantation avec la direction facile, $H_{//}$ et $H_\perp$ sont les composantes du champ $\boldsymbol{H}$ dans le nouveau repère :

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_\varphi + \boldsymbol{H}_z = H_{//}\hat{n}_{//} + H_\perp \hat{n}_\perp \tag{A3.3}$$

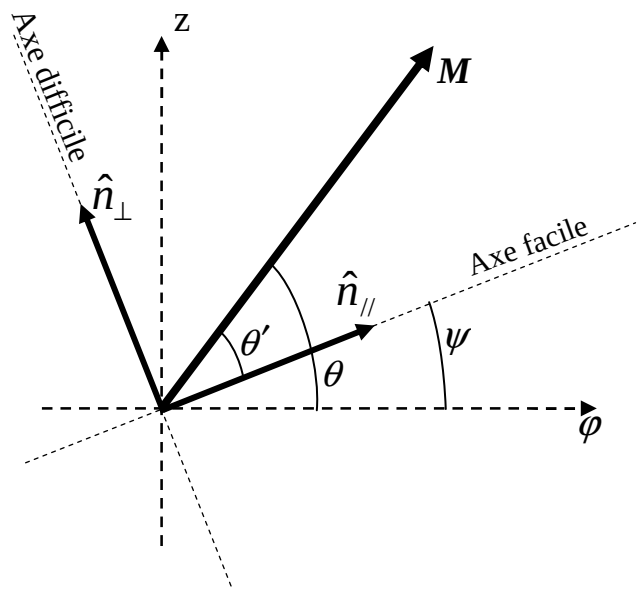


Figure A3.1 : système d'axes liés à la direction d'anisotropie

La dépendance de la direction de l'aimantation en fonction du champ appliqué est donnée par la condition d'équilibre $\frac{\partial U}{\partial \theta'} = 0$, c'est-à-dire :

$$H_k \sin\theta' \cos\theta' = H_\perp \cos\theta' - H_{//} \sin\theta' \tag{A3.4}$$

En posant $\xi = \sin\theta'$, en élevant au carré l'équation (A3.4), celle-ci devient :

$$\left(H_k\xi - H_\perp\right)^2\left(1-\xi^2\right) = H_{//}^2\xi^2 \qquad \text{(A3.5)}$$

Dépendamment de $\boldsymbol{H}$, cette équation algébrique du quatrième degré admet soit deux ou quatre racines réelles correspondant à un extrémum de U. Dans le cas où (A3.5) n'admet que deux racines, $U(\theta')$ comporte un minimum et un maximum. Dans le cas de l'existence de quatre racines alors, deux d'entre eux correspondent à des maxima et les deux autres correspondent à des minima dont l'un est stable et l'autre est métastable. Cela signifie que, dépendamment de $\boldsymbol{H}$, le système peut avoir soit un ou deux états d'équilibre. Dans ce dernier cas, un comportement hystérétique du système est observé.

En variant le champ $\boldsymbol{H}$, le système peut basculer d'un cas à l'autre et le champ critique $\boldsymbol{H}_c$ entre les deux cas, correspond à la limite de la zone irréversible d'une courbe d'hysteresis $\boldsymbol{M} - \boldsymbol{H}$. Si le système se trouve dans la zone hystérétique, la profondeur du minimum d'équilibre métastable de $U(\theta')$ diminue à l'approche de $\boldsymbol{H}_c$ jusqu'à disparaître et devenir un point d'inflexion lorsque $\boldsymbol{H}_c$ est atteint (voir la figure A3.2-a). Si le système se trouvait initialement dans cet état métastable, alors sa disparition pour $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_c$ s'accompagne d'un saut de l'aimantation vers le seul état stable restant (voir la figure A3.2-b).

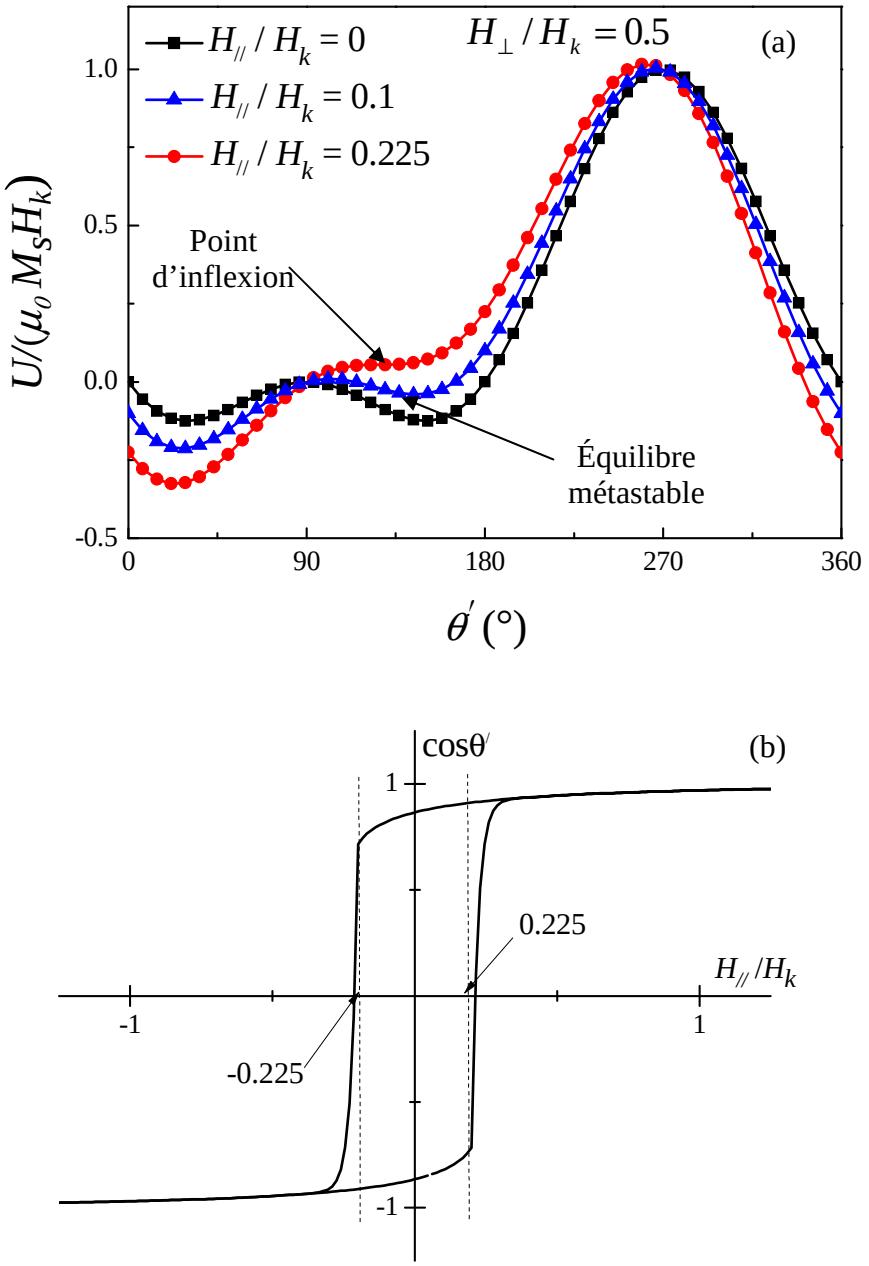


Figure A3.2 : (a) Densité d'énergie normalisée en fonction de l'angle θ' à différentes valeurs de $H_{//}$ et (b) variation de $\cos\theta'$ lorsque $H_{//}$ est balayé dans les deux sens pour $H_\perp = H_k / 2$. Pour $H_{//} / H_k = 0$, le système comporte deux états d'équilibre de même niveaux d'énergie. Pour $H_{//} / H_k = 0.1$, un des deux états d'équilibre devient métastable puis disparait lorsque $H_{//} = \left(H_k^{2/3} - H_\perp^{2/3}\right)^{3/2} \approx 0.225 H_k$ ce qui cause un renversement de l'aimantation.

Pour déterminer les champs critiques où les renversements (sauts) de l'aimantation ont lieu, il suffit de chercher les points d'équilibre ($\frac{\partial U}{\partial \theta'} = 0$) qui sont en même temps des points d'inflexion ($\frac{\partial^2 U}{\partial \theta'^2} = 0$). En écrivant l'équation (A3.4) sous la forme :

$$\frac{H_\perp}{\sin\theta'} - \frac{H_{//}}{\cos\theta'} = H_k \tag{A3.6}$$

et en la différentiant par rapport à θ', on obtient :

$$\frac{H_\perp}{\sin^3\theta'} = -\frac{H_{//}}{\cos^3\theta'}\,. \tag{A3.7}$$

La variable θ' peut être éliminée des équations (A3.6) et (A3.7), ce qui donne :

$$H_{//}^{2/3} + H_\perp^{2/3} = H_k^{2/3}. \tag{A3.8}$$

Dans le plan $H_{//} - H_\perp$, l'équation (A3.8) représente une courbe fermée telle que montrée sur la figure A3.3. Cette courbe, appelée "astroïde de renversement de l'aimantation", délimite la région de $\boldsymbol{H}$ pour laquelle le système comporte deux états d'équilibre.

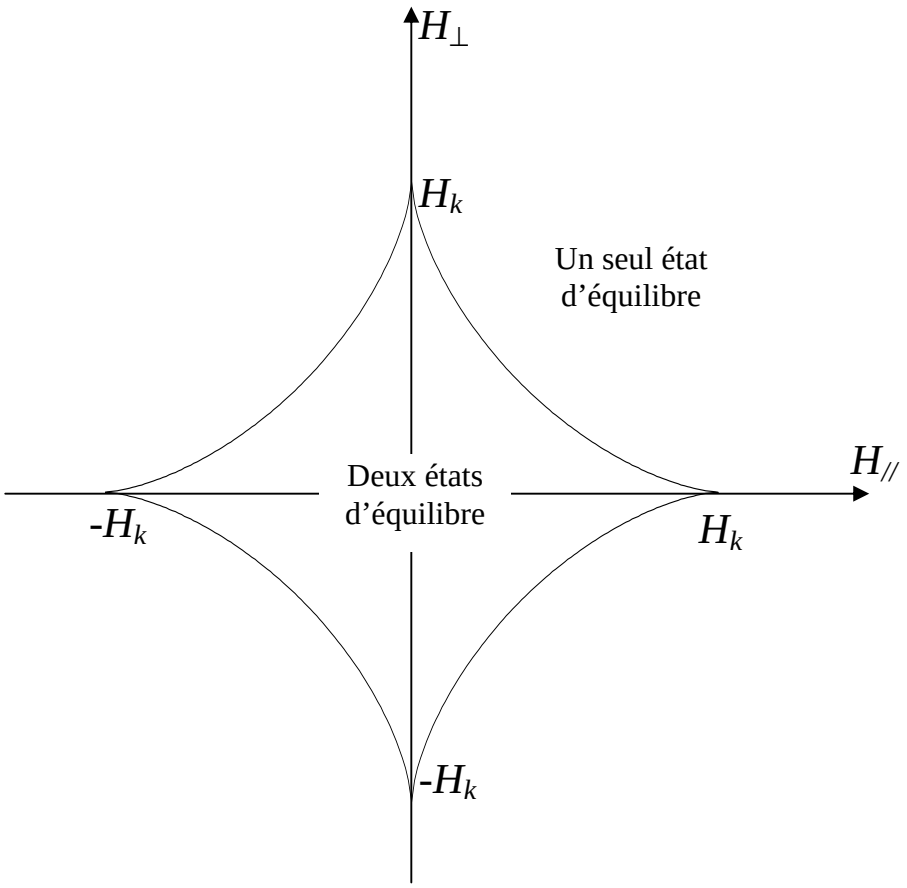


Figure A3.3 : Astroïde de renversement de l'aimantation

Annexe IV : Résolution numérique des équations de Maxwell

Pour résoudre les équations de Maxwell (4.2), nous avons d'abord discrétisé le rayon du microfil en (N+2) points équidistant de distance Δr déterminés par les positions r_i (i = 0, 1,…N+1). r_i représente la distance entre le point considéré et l'axe du microfil rapportée à son rayon ($r_0 = 0$ et $r_{N+1} = 1$). La variable temps est aussi discrétisée en instants séparés par l'intervalle Δt. L'instant t est aussi rapporté à la période T du courant.

Les équations (4.2) sont munies des conditions frontières suivantes (voir la section 1.6): $H_\varphi(r=0,t)=0$, $H_\varphi(r=a,t)=I/2\pi a$, $\dfrac{\partial H_z(r=0,t)}{\partial r}=0$ et $H_z(r=a,t)\approx 0$ où I est le courant traversant l'échantillon à l'instant t.

La méthode des différences finies nous permet d'approximer les dérivées spatiale et temporelle d'une composante H du champ dynamique de la façon suivante :

$$\frac{\partial H(r_i,t)}{\partial r}=\frac{H(r_{i+1},t)-H(r_{i-1},t)}{2\Delta r}, \qquad \text{(A4.1-a)}$$

$$\frac{\partial^2 H(r_i,t)}{\partial r^2}=\frac{H(r_{i+1},t)-2H(r_i,t)+H(r_{i-1},t)}{(\Delta r)^2} \quad \text{et} \qquad \text{(A4.1-b)}$$

$$\frac{\partial H(r_i,t)}{\partial t}=\frac{H(r_i,t)-H(r_i,t-\Delta t)}{\Delta t}. \qquad \text{(A4.1-c)}$$

Ces équations découlent du développement limité de $H(r,t)$ en négligeant les termes d'ordre supérieur ou égal à :

- trois (Δr^3) pour l'équation (A4.1-a)

- quatre (Δr^4) pour l'équation (A4.1-b)

- deux (Δt^2) pour l'équation (A4.1-c)

En substituant (A4.1) dans les équations (4.2) on obtient:

$$\frac{H_\varphi^{i+1,t} - 2H_\varphi^{i,t} + H_\varphi^{i-1,t}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i}\frac{H_\varphi^{i+1,t} - H_\varphi^{i-1,t}}{2\Delta r} - \frac{1}{r_i^2}H_\varphi^{i,t} - \mathrm{K}\frac{H_\varphi^{i,t} - H_\varphi^{i,t-\Delta t}}{\Delta t} = \mathrm{K}\frac{\partial M_\varphi}{\partial t} \quad \text{(A4.2-a)}$$

$$\frac{H_z^{i+1,t} - 2H_z^{i,t} + H_z^{i-1,t}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i}\frac{H_z^{i+1,t} - H_z^{i-1,t}}{2\Delta r} - \mathrm{K}\frac{H_z^{i,t} - H_z^{i,t-\Delta t}}{\Delta t} = \mathrm{K}\frac{\partial M_z}{\partial t} \quad \text{(A4.2-b)}$$

où $H_\varphi^{i,t} \equiv H_\varphi(r_i,t)$, $H_z^{i,t} \equiv H_z(r_i,t)$ et $\mathrm{K} = \mu_0 \sigma f a^2$. La présence de la fréquence f et du rayon du conducteur a dans l'expression de K est due à la normalisation des variables r et t. La convergence vers zéro des termes négligés dans la discrétisation lorsque le nombre de points de colocation tend vers l'infini assure la convergence des schémas numériques (A4.2-a) et (A4.2-b).

Les équations (A4.2) peuvent se réécrire sous la forme:

$$a_i H^{i-1,t} + b_i H^{i,t} + c_i H^{i+1,t} = d_i \quad \text{avec } (i = 1, \ldots N) \quad \text{(A4.3)}$$

où les coefficients a_i, b_i, c_i et d_i sont donné dans le tableau A4.1.

Les équations (A4.3) forment un système de N équations à (N+2) inconnues. Sa résolution requière des conditions frontières que l'on posera d'une façon générale :

$$u_0 H^{0,t} + v_0 \frac{H^1 - H^0}{\Delta r} = \alpha \quad \text{et} \quad u_1 H^{N+1,t} + v_1 \frac{H^{n+1} - H^n}{\Delta r} = \beta .$$

Dans le cas de H_φ, $u_0 = u_1 = 1$, $v_0 = v_1 = \alpha = 0$ et $\beta = I / 2\pi a$ et dans le cas de H_z, $v_0 = u_1 = 1$ et $u_0 = v_1 = \alpha = \beta = 0$.

Tableau A1.1 : Expressions des coefficients de (A4.3)

	a_i	b_i	c_i	d_i
Équation de H_φ	$1-\frac{\Delta r}{2r_i}$	$-2-\frac{(\Delta r)^2}{r_i^2}-\mathrm{K}\frac{(\Delta r)^2}{\Delta t}$	$1+\frac{\Delta r}{2r_i}$	$\mathrm{K}(\Delta r)^2\left(\frac{H_\varphi^{i,t-\Delta t}}{\Delta t}+\frac{\partial M_\varphi}{\partial t}\right)$
Équation de H_z	$1-\frac{\Delta r}{2r_i}$	$-2-\mathrm{K}\frac{(\Delta r)^2}{\Delta t}$	$1+\frac{\Delta r}{2r_i}$	$\mathrm{K}(\Delta r)^2\left(\frac{H_z^{i,t-\Delta t}}{\Delta t}+\frac{\partial M_z}{\partial t}\right)$

Incluant les conditions frontières, (A4.3) s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u_0\Delta r - v_0 & v_0 & & & & & & \\ a_1 & b_1 & c_1 & & & & & \\ & a_2 & b_2 & c_2 & & & & \\ & & & \cdot & & & & \\ & & & & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & & \\ & & & & a_N & b_N & c_N & \\ & & & & & -v_N & u_1\Delta r - v_1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^0 \\ H^1 \\ \\ \\ \\ \\ H^N \\ H^{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha\Delta r \\ d_1 \\ d_2 \\ \\ \\ \cdot \\ d_N \\ \beta\Delta r \end{bmatrix}$$

Les solutions de ce système sont les valeurs de la composante considérée $H(r_i,t)$ du champ magnétique au niveau des points de collocation. Une interpolation polynomiale est utilisée pour déterminer les variations continues de H en fonction de r.

Annexe V : Application de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4

La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 est utilisée dans le calcul afin de déterminer le vecteur aimantation $\boldsymbol{M}(t+\Delta t)$ à l'instant $t+\Delta t$ sur chacun des points de colocation connaissant $\boldsymbol{M}(t)$ et $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t)$ à l'instant t. $\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t)$ est donnée par l'équation de Landau-Lifshitz que l'on écrit ici sous la forme compacte suivante:

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t) = L\left(\boldsymbol{M}(t), \boldsymbol{H}_{eff}(t)\right). \tag{A5.1}$$

où L est une fonction donnée par :

$$L\left(\boldsymbol{M}(t), \boldsymbol{H}_{eff}(t)\right) = -\mu_0 |\gamma| \left(\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}\right) - \frac{\mu_0 \alpha |\gamma|}{M_s}\left(\boldsymbol{M} \times (\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff})\right) \tag{A5.2}$$

Considérons l'instant intermédiaire $t_A = t + \frac{\Delta t}{2}$ entre t et $t+\Delta t$. Le vecteur aimantation à cet instant (t_A) s'écrit au premier ordre du développement limité de $\boldsymbol{M}(t)$:

$$\boldsymbol{M}(t_A) = \boldsymbol{M}(t) + \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t).\frac{\Delta t}{2}. \tag{A5.3}$$

En posant :

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_A) = L\left(\boldsymbol{M}(t_A), \boldsymbol{H}_{eff}(t)\right), \tag{A5.4}$$

considérons, encore une fois, le même instant intermédiaire que l'on appellera, cette fois-ci, $t_B = t + \frac{\Delta t}{2}$ où l'aimantation et sa dérivée temporelle s'écrivent :

$$\boldsymbol{M}(t_B) = \boldsymbol{M}(t) + \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_A).\frac{\Delta t}{2} \text{ et} \tag{A5.5}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_B) = L\left(\boldsymbol{M}(t_B), \boldsymbol{H}_{eff}(t)\right). \tag{A5.6}$$

De la même façon, définissons l'instant $t_C = t + \Delta t$ où l'aimantation et sa dérivée temporelle s'écrivent :

$$\boldsymbol{M}(t_C) = \boldsymbol{M}(t) + \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_B).\Delta t \text{ et} \tag{A5.7}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_C) = L\left(\boldsymbol{M}(t_C), \boldsymbol{H}_{eff}(t)\right). \tag{A5.8}$$

En utilisant les valeurs des dérivées de l'aimantation des différents instants données par les équations (A5.1), (A5.4), (A5.6) et (A5.8), la méthode de Runge-Kutta consiste à poser que le vecteur aimantation (définitif) à l'instant $t+\Delta t$ s'écrit :

$$\boldsymbol{M}(t+\Delta t) = \boldsymbol{M}(t) + \left[\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t) + 2\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_A) + 2\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_B) + \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t}(t_C)\right]\frac{\Delta t}{6} \tag{A5.9}$$

Le fait d'utiliser une moyenne pondérée des dérivées de l'aimantation des différents instants, réduit l'erreur de calcul commise à chaque étape de temps qui, dans ce cas, est de l'ordre de $(\Delta t)^5$ alors qu'elle est de l'ordre de $(\Delta t)^2$ pour la méthode l'Euler.

Annexe VI : Code du modèle dynamique

Le code du modèle dynamique est écrit en langage Fortran avec le logiciel Compac visual Fortran 6. Vue le grand nombre de pages occupé par le script du programme, celui-ci est joint à cette thèse dans un fichier à part nommé **DSeddaoui_programme.for** prêt à être compilé et exécuté. Le fichier d'entrée des données, **DSeddaoui_donnees.in**, y est aussi joint.

Après exécution, les résultats seront affichés dans les fichiers suivants :

deriveflux.dat : Variation du flux circonférentiel par cycle de courant pour le domaine D1 (dfia/dt) et D2 (dfib/dt) en fonction de H_0 (Hz) et de *f*.

EfivsRvsTa.dat et **EfivsRvsTb.dat** : Valeurs du champ électrique circonférentiel (en V/m) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

EzvsRvsTa.dat et **EzvsRvsTb.dat** : Valeurs du champ électrique axial (en V/m) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

harm1cos.dat : Parties réelles des signaux fondamentaux générés par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

harm1sin.dat : Parties imaginaires des signaux fondamentaux générés par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

harm2cos.dat : Parties réelles des deuxièmes harmoniques générées par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

harm2sin.dat : Parties imaginaires des deuxièmes harmoniques générées par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

harm3cos.dat : Parties réelles des troisièmes harmoniques générées par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

harm3sin.dat : Parties imaginaires des troisièmes harmoniques générées par les domaines D1 et D2 en fonction du champ appliqué.

HfivsRvsTa.dat et **HfivsRvsTb.dat** : Valeurs du champ magnétique circonférentiel (en unité H_k) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

HzvsRvsTa.dat et **HzvsRvsTb.dat** : Valeurs du champ magnétique axial (en unité H_k) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

Mzmoyen.dat : Moyenne spatiale et temporelle de la composante axiale de l'aimantation normalisée par rapport à M_s en fonction du champ appliqué des deux domaines D1 et D2. La dernière colonne est le rapport l_1/l.

MfivsRvsTa.dat et **MfivsRvsTb.dat** : Composante circonférentielle de l'aimantation normalisée (M_φ / M_s) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

MzvsRvsTa.dat et **MzvsRvsTb.dat** : Composante axiale de l'aimantation normalisée (M_z / M_s) en fonction de la position radiale *r/a* (le long d'une ligne) et en fonction du temps *t/T* (le long d'une colonne) pour les domaines D1 et D2 respectivement.

rapport.dat : Confirmation des principales données introduites dans le fichier d'entrée et conditions de déroulement du calcul.

VfivsH.dat : Circulation du champ électrique circonférentiel (en mV_{rms}) sur le périmètre de la section du conducteur, $2\pi a E_{\varphi a}$, en fonction du champ appliqué.

VfivsT.dat: Circulation du champ électrique circonférentiel (en mV_{rms}) sur le périmètre de la section du conducteur, $2\pi a E_{\varphi a}$, en fonction du temps t/T pour chaque domaine (D1, D2) et pour la somme des deux.

Vnf.dat : Tension efficace (Vrms) et ses harmoniques en fonction du champ appliqué.

VvsT.dat : Tension $V(t)$ aux bornes du conducteur et courant $I(t)$ en fonction du temps t/T.

Remarques :

1. Tous les résultats donnés en fonction du temps ne sont calculés que pour une seule valeur du champ appliqué soit HzHys1 (voir le fichier d'entrée).

2. Sauf dans le cas où l'unité (Oe) est mentionnée, le champ appliqué est donné en unité H_k.