

**Titre:** Conception aérodynamique d'un profil d'aile transsonique laminaire  
Title: adaptable aux conditions de vol

**Auteur:** Martin Robitaille  
Author:

**Date:** 2014

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Robitaille, M. (2014). Conception aérodynamique d'un profil d'aile transsonique laminaire adaptable aux conditions de vol [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1516/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1516/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Éric Laurendeau  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONCEPTION AÉRODYNAMIQUE D'UN PROFIL D'AILE TRANSSONIQUE  
LAMINAIRE ADAPTABLE AUX CONDITIONS DE VOL

MARTIN ROBITAILLE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AOÛT 2014

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONCEPTION AÉRODYNAMIQUE D'UN PROFIL D'AILE TRANSSONIQUE  
LAMINAIRE ADAPTABLE AUX CONDITIONS DE VOL

présenté par : ROBITAILLE Martin  
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., président  
M. LAURENDEAU Éric, Ph.D., membre et directeur de recherche  
M. LANGLOIS Marc, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je remercie d'abord mon directeur de travaux, M. Éric Laurendeau, pour m'avoir donné de précieux conseils sur la réalisation de mon projet de recherche et fait profiter de sa large expérience industrielle en aérodynamique et en aéronautique.

Je tiens aussi à remercier sincèrement mes professeurs de l'Université Laval Yvan Ma-ciel et Guy Dumas qui m'ont donné la passion de la recherche et de l'aérodynamique. Ils m'ont beaucoup supporté et conseillé dans mon processus de cheminement vers les études supérieures.

Je veux souligner l'ambiance agréable créée au laboratoire par mes collègues Sylvain, Kazem, Shahin, Alexandre, Antoine, Simon, Thibaut et Ali. Ce fut un plaisir de travailler en leur compagnie et leurs points de vue m'ont aidé à trouver des solutions lorsque j'étais à court de ressources.

Je suis reconnaissant envers le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada ainsi qu'au Fonds Québécois de Recherche – Nature et Technologies pour les bourses d'études qui m'ont permis de me consacrer entièrement à mon projet de recherche. Je remercie aussi Bombardier Aéronautique pour avoir fourni les fonds supplémentaires qui m'ont permis notamment d'assister à une conférence à l'étranger.

Je remercie également les partenaires des projets CRIAQ 7.1 et MDO-505, soit Bom-bar-dier Aéronautique, Thalès Canada, l'École de Technologie Supérieure et l'Institut de Re-cherche en Aérospatiale du Conseil National de Recherche de Canada pour avoir soutenu un projet intéressant et porteur d'avenir ainsi que pour avoir gracieusement fourni les données expérimentales nécessaires à la réalisation de ce mémoire.

Merci aux membres de ma famille, particulièrement à mes parents Jules et Lucille, pour avoir cru en moi tout au long de mon parcours académique et personnel. Leur fierté à mon égard est une motivation constante.

Finalement, sans le support inconditionnel de Jennifer, je n'aurais pas pu passer à travers tout le stress et les épreuves. Elle m'a aidé à mettre mon travail en perspective et à rester sain d'esprit.

## RÉSUMÉ

Ce travail, effectué dans le cadre du projet CRIAQ MDO-505, présente l'optimisation aérodynamique d'un profil d'aile adaptable aux conditions de vol. L'emphase est mise sur la laminarité de l'écoulement notamment par l'utilisation du modèle de transition  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$ . Ce dernier est validé au moyen de données accumulées lors du projet CRIAQ 7.1 au cours duquel la transition a été mesurée en soufflerie sur un profil d'aile adaptable. Des contraintes strictes au niveau des requis de structure permettent une évaluation réaliste du potentiel de la technologie d'adaptabilité. La comparaison du système de peau flexible avec les résultats d'une optimisation multi-point sans contraintes montre que les contraintes sur la position et la dimension de la portion flexible réduisent son impact sur la traînée. Un programme d'estimation de la traînée totale d'un avion est implémenté et utilisé pour estimer la proportion reliée directement au profil d'aile. Les réductions de traînée obtenues au moyen de l'optimisation sont factorées grâce aux résultats de cette analyse. Il est déterminé que le système de profil adaptable est capable de réduire la traînée totale de l'avion de 1.1% pour certaines conditions de vol.

## ABSTRACT

This work presents the design and optimization of a morphing airfoil system. It is part of the CRIAQ MDO-505 project. A particular emphasis is put on the achievement of laminar flow through the use of the  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$  transition prediction model, which is validated by the use of the database obtained during the CRIAQ 7.1 project containing transition measurements on a morphing airfoil. The presence of strict structural constraints on the system enables a realistic evaluation of the potential of such a system. A comparison with unconstrained multi-point optimization results show that constraints on the position and extent of the flexible skin reduce its efficiency in reducing drag. A full aircraft drag estimation program was implemented using empirical relations to estimate the proportion of total drag related to the airfoil. Drag reductions achieved by the airfoil optimization was factored by the proportion and it was found that the morphing wing system is able to improve aircraft drag by up to 1.1%.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	viii
LISTE DES FIGURES . . . . .	ix
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xi
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Contexte et motivation . . . . .	1
1.2 Objectif du projet . . . . .	1
1.3 Organisation du mémoire . . . . .	2
 CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	3
2.1 Adaptation . . . . .	3
2.2 Transition . . . . .	4
2.3 Optimisation aérodynamique . . . . .	5
 CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE . . . . .	8
3.1 Paramétrisation de la géométrie . . . . .	8
3.1.1 NURBS . . . . .	8
3.1.2 Splines cubiques . . . . .	11
3.2 Maillage . . . . .	13
3.3 Solution aérodynamique . . . . .	16
3.3.1 NSCODE . . . . .	16
3.3.2 Imposition du coefficient de portance par contrôleur PID . . . . .	19
3.3.3 Détection de la transition . . . . .	20
3.3.4 Calculs tridimensionnels . . . . .	20
3.4 Optimisation . . . . .	20

3.5 Prédiction de la traînée d'un avion complet . . . . .	21
<b>CHAPITRE 4 VÉRIFICATION ET VALIDATION . . . . .</b>	<b>23</b>
4.1 NSCODE . . . . .	23
4.1.1 Imposition du coefficient de portance par contrôleur PID . . . . .	23
4.1.2 Modèle de transition . . . . .	23
4.2 Programme d'optimisation . . . . .	30
4.2.1 Problème analytique . . . . .	30
4.2.2 Problème géométrique . . . . .	32
4.2.3 Problème aérodynamique . . . . .	36
<b>CHAPITRE 5 RÉSULTATS . . . . .</b>	<b>39</b>
5.1 Adaptation du profil entier . . . . .	39
5.1.1 Analyse des performances hors-conception . . . . .	44
5.2 Adaptation de la surface supérieure . . . . .	45
5.3 Analyse tridimensionnelle . . . . .	51
5.4 Application à un avion complet . . . . .	52
<b>CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .</b>	<b>55</b>
6.1 Synthèse des travaux . . . . .	55
6.2 Limitations . . . . .	56
6.3 Améliorations futures . . . . .	56
<b>RÉFÉRENCES . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>ANNEXES . . . . .</b>	<b>61</b>

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 4.1	Cas d'étude pour la vérification des critères de conception . . . . .	23
Tableau 4.2	Taille des maillages utilisés pour l'analyse de convergence . . . . .	26
Tableau 4.3	Paramètres de l'écoulement pour le test sur la plaque plane . . . . .	28
Tableau 5.1	Coefficients de traînée $C_D$ [ct] pour les profils optimisés à chaque condition d'opération . . . . .	42
Tableau 5.2	Résultats de l'optimisation de la surface supérieure du profil . . . . .	47
Tableau 5.3	Estimation de la proportion de traînée de profil sur l'avion complet . .	52
Tableau 5.4	Pourcentage de diminution de la traînée de profil pour chaque scénario	54

## LISTE DES FIGURES

Figure 3.1	Exemple de fonctions de forme pour une courbe NURBS d'ordre 4 . . .	10
Figure 3.2	Représentation NURBS du profil RAE2822 . . . . .	12
Figure 3.3	Représentation en spline cubique du profil MDO-505.2 avec déformation de la surface supérieure . . . . .	14
Figure 3.4	Représentation d'un bloc de maillage dans le plan topologique . . . . .	15
Figure 3.5	Exemples de maillages. Haut : Maillage en C autour du profil RAE2822 (bord fin), Bas : Maillage en O autour du profil MDO-505.2 (bord épais)	17
Figure 3.6	Illustration de l'algorithme de détection du point de transition . . . . .	21
Figure 4.1	Convergence du résidu de densité pour les trois cas – comparaison des résultats avec et sans le contrôleur . . . . .	24
Figure 4.2	Maillage fin autour du profil NACA 0012 . . . . .	25
Figure 4.3	Convergence du résidu de densité . . . . .	25
Figure 4.4	Convergence du coefficient de traînée et des points de transition . . . . .	26
Figure 4.5	Convergence en maillage des coefficients aérodynamiques. $N$ est le nombre total de cellules du maillage. . . . .	27
Figure 4.6	Coefficient de a) pression et b) friction pour les quatre maillages, écoulement avec transition . . . . .	27
Figure 4.7	Coefficient de frottement pariétal le long de la plaque . . . . .	29
Figure 4.8	Illustration du système de peau flexible du projet CRIAQ7.1 (tiré de Popov <i>et al.</i> (2010)) et exemple de photographie infrarouge montrant la transition à environ 25% de la corde . . . . .	30
Figure 4.9	Point de transition de la surface supérieure en fonction de l'angle d'attaque.a) $Re = 2.1 \times 10^6$ , b) $Re = 2.6 \times 10^6$ , c) $Re = 3.1 \times 10^6$ . . . . .	31
Figure 4.10	Gauche : Graphe de la fonction de Rosenbrock et itérations de l'optimiseur, Droite : Valeur de la fonction objectif à chaque itération . . . . .	33
Figure 4.11	Dérivées partielles normalisées de la fonction objectif au point initial en fonction du pas de calcul . . . . .	33
Figure 4.12	Convergence de l'algorithme sur le problème (3.2) . . . . .	34
Figure 4.13	Convergence de l'algorithme sur le problème (4.2) . . . . .	37
Figure 4.14	Convergence de l'algorithme sur le problème aérodynamique . . . . .	38
Figure 4.15	Forme des profils et distributions de pression à la fin de l'exécution de l'algorithme . . . . .	38

Figure 5.1	Forme des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition . . . . .	41
Figure 5.2	Coefficient de pression sur les profils optimisés . . . . .	42
Figure 5.3	Coefficient de friction sur les profils optimisés . . . . .	43
Figure 5.4	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Mach pour les profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition. . . . .	44
Figure 5.5	Courbes de tremblement des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) écoulement avec transition . . . . .	46
Figure 5.6	Traînée des profils multi-points en fonction du nombre de Mach avec contamination. a) simulation en écoulement turbulent, b) simulation en écoulement avec transition . . . . .	46
Figure 5.7	Illustration du système de peau flexible du profil MDO-505.2 . . . . .	48
Figure 5.8	Forme de la surface supérieure des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition . . . . .	48
Figure 5.9	Distributions de pression sur les profils optimisés. Profil original vs peau flexible déformée . . . . .	49
Figure 5.10	Coefficient de frottement pariétal sur les profils optimisés. Profil original vs peau flexible déformée . . . . .	50
Figure 5.11	Gauche : État de la couche limite sur la surface supérieure de la maquette. Lignes pleines : géométrie originale, Dégradé : géométrie optimisée. Droite : Point de transition sur l'extrados de la maquette le long de la ligne $z = 0.7$ m en fonction de l'angle d'attaque . . . . .	53
Figure B.1	Représentation de la forme de l'avion dans le programme FCDE . . . . .	65
Figure B.2	Point de transition en fonction de l'angle de flèche basé sur le facteur technologique . . . . .	67
Figure B.3	Polaires aérodynamiques du DLR-F4 . . . . .	69

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A	CALCUL DU PARAMÈTRE DE CONCENTRATION . . . . .	61
A.1	Fonction tangente hyperbolique . . . . .	61
A.2	Fonction sinus hyperbolique . . . . .	62
Annexe B	ESTIMATION DE LA TRAÎNÉE D'UN AVION COMPLET – FCDE	64
B.1	Description du programme d'estimation de la traînée d'un avion complet . . .	64
B.2	Fichier d'entrée utilisé pour l'estimation de la traînée sur une configuration typique . . . . .	70

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### **1.1 Contexte et motivation**

L'aviation est un secteur d'activité économique d'importance en constante croissance. L'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) prévoit que le nombre de vols passera de 32.7 millions par an en 2010 à 94.3 millions par an en 2040 (International Civil Aviation Organization, 2013). Cet accroissement rapide du trafic aérien met énormément de pression sur les lignes aériennes et les avionneurs pour réduire au minimum les ressources nécessaires à l'opération d'un avion. L'environnement sera aussi affecté puisque le trafic aérien supplémentaire produira plus de polluants. L'OACI a donc fixé des objectifs de réduction de l'impact environnemental du secteur. Ainsi, les états membres de l'OACI se sont engagés à améliorer de 2% par an l'efficacité de la flotte d'avions et à limiter les émissions de dioxyde de carbone au niveau de 2020. Afin de rencontrer ces objectifs, des améliorations technologiques et opérationnelles significatives devront être mises en oeuvre.

Parmi les possibilités d'amélioration technologique, on note l'écoulement laminaire, qui permet de réduire la traînée en gardant une plus grande proportion des couches limites sur la surface de l'avion dans un état laminaire. Ceci nécessite la conception de profils aérodynamiques spéciaux ou l'utilisation de méthodes actives comme la succion. Une autre technique consiste à construire un avion dont la forme peut être modifiée de façon à s'adapter aux conditions de vol dans lesquelles il évolue. Ceci permettrait de maximiser la performance pour chacun des plateaux de vol.

#### **1.2 Objectif du projet**

L'objectif des présents travaux est l'évaluation du gain en performance associé à l'implémentation d'un profil d'aile laminaire adaptable aux conditions de vol dans un cadre de design multi-disciplinaire. Une attention particulière sera portée sur la laminarité de l'écoulement le long de l'aile. En intégrant les contraintes structurelles au processus de design aérodynamique, une estimation réaliste de l'efficacité du système pourra être obtenue. Le projet s'inscrit dans la continuité de Coutu *et al.* (2011) tout en amenant une dimension plus industrielle au niveau des requis de structure. L'emphase est ici mise sur la conception aérodynamique, les considérations structurelles et l'aspect du contrôle faisant l'objet de travaux connexes menés à l'École de Technologie Supérieure.

### 1.3 Organisation du mémoire

Premièrement, un aperçu des différents concepts de profils adaptables, des méthodes d'optimisation aérodynamique et des techniques de prédiction d'écoulement aérodynamique est présenté dans une revue de littérature. Cette section fixe les bases de la méthodologie utilisée pour la présente étude, qui est décrite dans le second chapitre. La paramétrisation des profils, c'est-à-dire leur représentation mathématique, la génération des maillages, la méthode de résolution d'écoulement incluant la prédiction de la transition laminaire-turbulent et l'algorithme d'optimisation y sont présentés. Le troisième chapitre présente la validation effectuée sur le solveur aérodynamique et sur le programme d'optimisation. Le quatrième chapitre est consacré aux résultats de l'optimisation aérodynamique. La performance du système de profil adaptable est évaluée par rapport à un cas idéalisé. Différentes analyses sont aussi effectuées sur les profils optimisés de manière à connaître leurs caractéristiques hors conception. Les gains en performance sont finalement mis en relation avec la traînée d'un avion complet au moyen d'une méthode semi-empirique pour quantifier l'avantage réel fourni par le profil adaptable.

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 2.1 Adaptation

L'idée de modifier les caractéristiques des avions durant leur mission a été explorée par plusieurs chercheurs. Barbarino *et al.* (2011) présentent une revue détaillée des technologies d'adaptation étudiées dans le passé. Ils divisent les technologies d'adaptabilité en trois grandes catégories : les modifications de forme en plan, les modifications hors-plan et le changement de section d'aile. La première catégorie comprend notamment les avions pouvant modifier la flèche de leur aile en vol. Elle inclut aussi les modifications d'envergure et de longueur de corde. La seconde catégorie comprend les variations d'angle dièdre, la flexion et le vrillement. La troisième catégorie est celle qui est étudiée dans cet ouvrage, c'est-à-dire les changements de profil d'aile.

Joshi *et al.* (2004) présentent un cas d'étude où la forme en plan d'un petit avion est modifiée en fonction de la mission à effectuer. Onze conditions de vol sont étudiées et une forme optimale pour chacune est déterminée. Leur analyse tient compte de variations de forme en plan de l'aile, notamment la flèche, la surface, l'envergure et l'effilement de même que de changements dans la forme du profil d'aile. Les conditions varient de la simple croisière à la montée, l'accélération ou les manoeuvres. Les objectifs utilisés pour l'optimisation sont aussi divers : temps pour l'accélération au décollage, taux de montée, portée spécifique, accélération, vitesse maximale, endurance et taux de virage. Leur étude montre bien le potentiel de la technologie d'adaptabilité pour éliminer les faiblesses inhérentes à une configuration fixe évoluant dans des conditions variées.

Stanewsky (2001) présente une revue des concepts de contrôle de l'écoulement et d'adaptation des ailes et des profils aérodynamiques, dont plusieurs ont été testés en soufflerie ou en vol. Les techniques présentées visent à diminuer la traînée ou à augmenter la portance. La technologie de cambrure variable testée en vol sur l'*Advanced Fighter Technology Integration aircraft* (AFTI) ressort comme étant particulièrement efficace pour diminuer la traînée à un coefficient de portance donné. L'effet est notamment significatif pour les  $C_L$  élevés générés par les manoeuvres.

Zingg *et al.* (2006) ont effectué l'optimisation multi-objectifs de profils d'aile en régime transsonique et turbulent. Ils ont conçu un profil de base qui offre une performance sous-optimale pour une large plage de conditions de vol, puis ont effectué l'optimisation pour

chaque condition spécifiquement. Les gains réalisés sont de l'ordre de 10 points de traînée (environ 6%) lorsque la totalité du profil peut être modifiée. Cette valeur diminue à 5% lorsque seule la surface supérieure est déformée. Cette analyse quantifie la réduction de traînée potentiellement atteignable sans tenir compte des contraintes inhérentes à la conception structurelle d'une aile d'avion.

Popov *et al.* (2010) et Coutu *et al.* (2011) ont conçu un prototype de profil d'aile adaptable en régime subsonique visant la maximisation de la laminarité qui a été testé en soufflerie. Ils ont démontré grâce à des études numériques et des tests en soufflerie qu'une déformation de la peau de la surface supérieure du profil avait le potentiel de déplacer significativement le point de transition et ainsi de réduire la traînée pour une grande plage d'angles d'attaque. Ils ont obtenu des déplacements du point de transition de l'ordre de 25% de la corde du profil pour des coefficients de portance variant entre 0.2 et 0.5 et des nombres de Reynolds entre  $2.1 \times 10^6$  et  $3.1 \times 10^6$ . Ils ont ainsi pu diminuer la traînée du profil de 18.5% sur l'ensemble de la plage d'opération.

## 2.2 Transition

La transition laminaire-turbulent est un phénomène extrêmement complexe qui est encore difficile à prédire de façon précise. Plusieurs auteurs ont tenté de formuler des modèles pouvant calculer le point de transition pour différents types d'écoulement. Michel (1951) définit un critère empirique basé sur  $Re_\theta$ , qui est une mesure du déficit de quantité de mouvement dans la couche limite. Cebeci et Cousteix (2005) présentent une extension au critère de Michel. Ces méthodes sont simples mais ont souvent un domaine limité d'applicabilité.

La théorie linéaire de la stabilité des couches limites laminaires permet d'étudier les instabilités pouvant mener à la transition. Arnal *et al.* (1984) présentent la méthode  $e^n$  et son application à différents écoulements bi- et tridimensionnels. Cette méthode a été initialement mise au point par Smith et Gamberoni (1956) et van Ingen (1956). Sous certaines hypothèses de simplification des équations de couche limite, il est possible de développer les équations de stabilité linéaire pour une couche limite laminaire. L'étude des solutions de ces équations mène à l'obtention du facteur d'amplification de petites perturbations. Lorsque le facteur d'amplification intégré le long du profil dépasse un certain seuil déterminé empiriquement (typiquement  $e^9$ ), la transition est déclenchée. Les équations de stabilité peuvent être résolues de façon directe à chaque station ou précalculées sous forme de bases de données. Lorsque les équations sont résolues de façon directe, une solution précise de l'écoulement dans la couche limite est nécessaire, ce qui demande typiquement un solveur de couche limite dédié.

Les équations de stabilité paraboliques (PSE) (Herbert, 1997) sont aussi développées à partir des équations de couche limite, mais en s'affranchissant des hypothèses d'écoulement parallèle et d'évolution longitudinale négligeable. Il en résulte donc une approximation plus précise des phénomènes d'évolution des instabilités de la couche limite laminaire. La transition est calculée à partir du facteur d'amplification. Les équations de stabilité sont intégrées par une procédure de marche station par station en utilisant l'écoulement moyen dans la couche limite comme entrée. Comme la méthode de la stabilité linéaire, il est nécessaire de résoudre de manière précise le profil de vitesse dans la couche limite.

Récemment, Langtry et Menter (2005) ont proposé un modèle de prédiction de la transition basé sur les paramètres locaux de l'écoulement. Ils introduisent deux équations de transport pour le facteur d'intermittence turbulent  $\gamma$  et pour le nombre de Reynolds de transition basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $\tilde{Re}_{\theta t}$  qui doivent être résolues dans tout le domaine de calcul. Ces équations sont couplées au modèle de turbulence via le terme de production d'énergie cinétique de turbulence. La transition est détectée par des critères empiriques utilisant  $\tilde{Re}_{\theta t}$ . L'avantage de cette méthode est qu'elle est facilement intégrée aux solveurs Navier-Stokes. ce modèle est le plus souvent couplé au modèle  $k-\omega-SST$  mais certains auteurs (Medida et Baeder, 2011) l'utilisent aussi avec le modèle Spalart-Allmaras. Les équations de transport ont une forme semblable aux modèles de turbulence plus classiques et peuvent donc être résolues par les mêmes algorithmes. Plusieurs auteurs ont effectué la calibration et la corrélation du modèle de transition avec des résultats expérimentaux incluant des phénomènes de transition naturelle, de bulles de séparation laminaires et de transition *bypass* (Malan *et al.*, 2009; Tomac *et al.*, 2013). Ils ont montré que le modèle est capable de prédire la transition sur des écoulements tels que la plaque plane à gradient de pression nul, des profils d'aile en régime subsonique et transsonique ou des configurations de profil multi-élément. Le modèle peut aussi être utilisé pour des écoulements tridimensionnels.

### 2.3 Optimisation aérodynamique

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer l'optimisation aérodynamique de profils d'aile. Premièrement, des algorithmes génétiques basés sur le mécanisme de sélection naturelle et de reproduction peuvent être utilisés pour générer des formes de profils d'ailes maximisant une certaine fonction objectif. Un ensemble de profils de départ possédant une diversité acceptable est sélectionnée, puis la fonction objectif pour chacun de ses membres est évaluée. Les membres ayant les meilleures performances sont choisis pour produire une nouvelle génération qui combine les caractéristiques des parents. La diversité est maintenue au moyen de croisements et de mutations dont les probabilités doivent être définies avec soin, puisque

ces paramètres peuvent affecter de façon importante la convergence de l'algorithme vers l'optimum. Chen et Agarwal (2013) montrent que ce type d'algorithme est efficace et capable de générer des profils très performants pour une grande variété de conditions d'écoulement. Sugar Gabor *et al.* (2012) utilisent aussi un algorithme génétique pour générer des formes de profils adaptables à un ensemble de conditions de vol subsoniques. La mise en oeuvre de ce type d'algorithme est toutefois généralement assez coûteuse puisqu'un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif est nécessaire. Les contraintes peuvent être traitées au moyen de pénalités qui empêcheront les profils inacceptables d'être choisis pour la construction de la génération suivante. Les caractéristiques génétiques indésirables sont donc éliminées graduellement de génération en génération.

La seconde catégorie comprend les algorithmes à gradient. Ces méthodes s'appuient sur les dérivées de la fonction objectif et des contraintes par rapport aux variables de design pour déterminer des directions de recherche dans lesquelles la fonction objectif diminue. Il peut être montré que ces algorithmes convergent vers des minima locaux si la fonction objectif rencontre certains critères de continuité. Ils ont l'avantage de nécessiter moins d'évaluations de fonction que les algorithmes génétiques. Cependant, l'information concernant les dérivées doit aussi être fournie, ce qui peut devenir lourd si le nombre de variables de design est grand.

Les gradients peuvent être calculés de plusieurs façons. Si la fonction objectif possède une forme analytique connue, les dérivées peuvent être calculées exactement et l'information fournie à l'algorithme. Toutefois, les équations régissant l'aérodynamique étant fortement non-linéaires, il est impossible de trouver des formes analytiques pour leurs solutions sauf pour des cas académiques très simples. Il faut donc évaluer les gradients numériquement.

En aérodynamique numérique, il est possible de calculer les gradients en utilisant la méthode adjointe (Jameson, 1988; Jameson *et al.*, 1998). L'équation dite adjointe est résolue en plus de l'écoulement et donne l'information nécessaire pour calculer les gradients d'une fonction objectif par rapport à un nombre arbitraire de variables de design. La résolution de l'équation adjointe nécessite le même ordre de grandeur de temps de calcul que celle des équations de Navier-Stokes, ce qui rend l'approche adjointe très efficace lorsque le nombre de variables devient grand. Amoignon *et al.* (2006) utilisent la méthode adjointe pour le design de profils laminaires en régime transsonique. La transition et sa sensibilité sont calculées au moyen de la méthode PSE et de son adjointe, respectivement. En cherchant à réduire l'énergie cinétique turbulente, ils sont en mesure de retarder la transition et ainsi de diminuer la traînée du profil RAE 2822. Zingg *et al.* (2006) utilisent aussi la méthode adjointe pour calculer les gradients des équations de Navier-Stokes. Un algorithme d'optimisation quasi-Newton BFGS (Nocedal et Wright, 2006) est utilisé pour calculer les directions de recherche. L'approche adjointe a aussi été utilisée par Khayatzadeh et Nadarajah (2011) pour effectuer

l'optimisation de profils d'aile laminaires en écoulement subsonique à l'aide du modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ .

Une autre alternative est l'approche par pas complexe (Martins *et al.*, 2003). Plutôt que de prendre un pas réel comme dans l'approche par différences finies, la fonction à dériver est évaluée une seule fois avec un argument complexe comprenant une petite partie imaginaire. La valeur de la fonction est donnée par la partie réelle du nombre complexe renvoyé par l'évaluation et l'information sur la dérivée se trouve directement dans la partie imaginaire. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer une soustraction qui peut mener à des imprécisions lorsque le pas de discréétisation s'approche de la précision machine. Cette approche nécessite toutefois d'évaluer la fonction objectif en utilisant les nombres complexes, ce qui est difficile considérant le processus de solution d'écoulement aérodynamique qui comprend la définition de la géométrie, la génération du maillage, la solution des équations de Navier-Stokes et le post-traitement.

Pour les algorithmes numériques, la différentiation automatique (ou algorithmique) (Rall, 1981; Speelpenning, 1980) permet de calculer les dérivées de façon analytique en construisant le graphe de calcul composé de toutes les étapes intermédiaires et en appliquant les règles de dérivation de base. Cette technique permet d'obtenir les dérivées d'ordre supérieur en demandant un effort de calcul proportionnel à quelques fois celui nécessaire pour l'évaluation de la fonction et indépendant du nombre de variables.

Finalement, les différences finies sont une façon simple de calculer les dérivées. Cette solution peut être imprécise si le pas de discréétisation choisi est trop petit ou trop grand. La fonction doit être évaluée au moins une fois pour connaître sa valeur au point où la dérivée est requise et une autre fois pour obtenir la sensibilité aux variations de chaque variable. C'est cette dernière méthode qui est choisie car son coût reste acceptable pour des cas bidimensionnels et un nombre limité de variables de design et que son implémentation est très simple.

## CHAPITRE 3

### MÉTHODOLOGIE

#### 3.1 Paramétrisation de la géométrie

Les profils aérodynamiques peuvent être définis de différentes façons, par exemple par des fonctions polynomiales (familles de profils NACA) ou par des ensembles de points. Les paramètres des fonctions polynomiales (les coefficients) ne peuvent toutefois pas être reliés directement à la forme physique du profil et rendent donc le travail de l'aérodynamicien ardu. Définir un profil par points nécessite un très grand nombre de variables et ne garantit pas la continuité de la surface du profil, ce qui peut mener à des problèmes lors de l'optimisation. Afin de réduire la dimension de l'espace de design et de garantir des propriétés de continuité désirables, on utilise plus souvent des méthodes basées sur des fonctions de forme comme les courbes de Bézier ou les NURBS.

##### 3.1.1 NURBS

Les NURBS (Piegl et Tiller, 1997) sont couramment utilisées dans les logiciels pour représenter des courbes ou des surfaces. Elles permettent de générer des courbes lisses en utilisant un nombre limité de variables, ce qui est utile pour l'optimisation. Elles sont construites à partir d'un ensemble de points de contrôle auxquels sont associés des poids et des fonctions de forme. La formulation mathématique s'écrit

$$C_x(t) = \frac{\sum_{i=1}^p N_{i,n}(t) w_i P_{x_i}}{\sum_{i=1}^p N_{i,n}(t) w_i} \quad (3.1)$$

où  $t$  est le paramètre d'avancement de la courbe,  $C_x(t)$  est la coordonnée  $x$  du point de la courbe,  $p$  est le nombre de points de contrôle,  $N_{i,n}$  est la valeur de la fonction de forme d'ordre  $n$  associée au  $i^{e}$  noeud,  $w_i$  est le poids du point de contrôle  $i$  et  $P_{x_i}$  est la coordonnée  $x$  du point de contrôle  $i$ . La formulation est la même pour la coordonnée  $y$ . Il s'agit d'une représentation paramétrique, c'est-à-dire que chaque coordonnée cartésienne est exprimée indépendamment de l'autre en fonction du paramètre d'avancement de la courbe.

Les fonctions de forme  $N_{i,n}$  sont calculées de façon récursive comme suit :

$$N_{i,n} = f_{i,n} N_{i,n-1} + g_{i+1,n} N_{i+1,n-1}$$

où

$$\begin{aligned} f_{i,n} &= \frac{t - k_i}{k_{i+n} - k_i} \\ g_{i,n} &= \frac{k_{i+n} - t}{k_{i+n} - k_i} \end{aligned}$$

avec  $k_i$  la position du  $i^e$  noeud. La fonction  $N_{i,1}$  vaut 1 entre le noeud  $i$  et le noeud  $i + 1$  et 0 ailleurs. Le vecteur nodal est défini de la façon suivante :

$$\mathbf{k} = [\underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, \underbrace{0, \dots, 1, 1, \dots, 1}_{n-1}]$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{n+p}$

La répétition des noeuds au début et à la fin de la courbe permet d'imposer que la courbe passe par les premier et dernier points de contrôle. La figure 3.1 montre les fonctions de base associées à une courbe NURBS d'ordre 4 et comprenant 9 points de contrôle. On note que la somme des fonctions de base pour une valeur de  $t$  donnée vaut toujours 1. Chaque fonction de forme a une valeur non-nulle sur un nombre d'intervalles déterminé par l'ordre de la courbe. Dans l'exemple, la courbe est d'ordre 4 et donc les fonctions de forme sont non-nulles sur 4 intervalles. Cela signifie que lorsque la position d'un point de contrôle est modifiée, la courbe est seulement influencée sur la section correspondant à un sous-intervalle du paramètre  $t$ . Il est donc possible de faire du contrôle local de forme.

Les NURBS n'étant pas des courbes d'interpolation, il est difficile de représenter exactement un ensemble de points donné. Il est toutefois possible d'approximer certaines formes de profils assez précisément. Pour ce faire, on doit trouver l'ensemble des coordonnées des points de contrôle  $(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y)$  et de poids  $\mathbf{w}$  qui minimise l'erreur sur les points de données. Une norme d'erreur intuitive est la somme des carrés de la distance entre les points de données et les points de la courbe NURBS. On peut formuler un problème de minimisation de cette mesure d'erreur comme suit :

$$\min_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y} f(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = \sum_{i=1}^I [(x(t_i, \mathbf{P}_x) - x_i^*)^2 + (y(t_i, \mathbf{P}_y) - y_i^*)^2] \quad (3.2)$$

où  $(x^*, y^*)$  sont les positions des points de données et  $I$  est le nombre de points de données disponibles.

Tel que présenté, ce problème est non-linéaire et nécessite une procédure itérative pour trouver la solution optimale. Or, avec certaines simplifications, il est possible de le résoudre directement (Becker *et al.*, 2011). En prenant tous les poids  $w_i$  égaux dans l'équation (3.1),

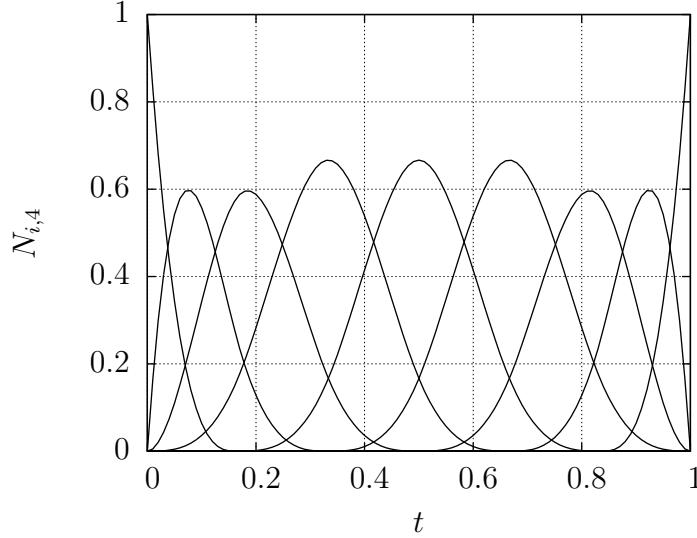


Figure 3.1 Exemple de fonctions de forme pour une courbe NURBS d'ordre 4

la relation devient :

$$x(t) = \sum_{i=1}^p N_{i,n}(t) P_{x_i}$$

et similairement pour  $y$ .

En précalculant la valeur de  $N_{i,n}$  pour chaque fonction de forme et chaque  $t$  estimé à partir des points de données, on obtient une matrice d'évaluation  $\bar{\mathbf{N}}^{p \times I}$ . On peut par la suite remplacer la somme par un produit matriciel :

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{N}}\mathbf{P}_x \quad (3.3)$$

En substituant la relation précédente dans le problème de minimisation et en remarquant qu'on peut séparer les parties en  $x$  et en  $y$ , on obtient :

$$\begin{aligned} E_x^* &= \min_{\mathbf{P}_x} \sum_{i=1}^I [((\bar{\mathbf{N}}\mathbf{P}_x)_i - x_i^*)^2] \\ &= \min_{\mathbf{P}_x} (\bar{\mathbf{N}}\mathbf{P}_x - \mathbf{x}^*)^T (\bar{\mathbf{N}}\mathbf{P}_x - \mathbf{x}^*) \\ &= \min_{\mathbf{P}_x} \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{*T} \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_x + \mathbf{x}^{*T} \mathbf{x}^* \\ &= \mathbf{x}^{*T} \mathbf{x}^* + \min_{\mathbf{P}_x} \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_x - 2\mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{x}^* \\ &= \mathbf{x}^{*T} \mathbf{x}^* + 2 \min_{\mathbf{P}_x} \frac{1}{2} \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{x}^* \end{aligned}$$

Le problème de minimisation restant est quadratique et sans contraintes. Les conditions d'optimalité du premier ordre pour un tel problème s'écrivent :

$$\begin{aligned}\mathbf{0} &= \nabla f(\mathbf{P}_x) \\ \mathbf{0} &= \bar{\mathbf{N}}\bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{P}_x - \bar{\mathbf{N}}\mathbf{x}^*\end{aligned}$$

d'où on tire

$$\mathbf{P}_x = (\bar{\mathbf{N}}\bar{\mathbf{N}}^T)^{-1}\bar{\mathbf{N}}\mathbf{x}^*$$

Le même raisonnement s'applique pour la coordonnée  $y$ . Cette méthodologie permet d'avoir la meilleure approximation des points de données en gardant les poids unitaires. Il serait possible de raffiner la solution en utilisant une méthode d'optimisation itérative mais les résultats utilisant la méthode linéaire sont généralement satisfaisants, surtout que l'objectif de cette étude n'est pas la représentation exacte de profils généraux. La méthodologie décrite précédemment est appliquée au profil RAE2822 afin d'évaluer la qualité de l'ajustement de la courbe NURBS. Quinze points de contrôle sont utilisés et l'ordre de la courbe est  $n = 4$ . La figure 3.2 montre que la forme NURBS est près du profil original. L'erreur RMS est de  $2.7 \times 10^{-4}$  et l'erreur maximale est de  $8.5 \times 10^{-4}$ .

### 3.1.2 Splines cubiques

Les splines cubiques sont une méthode d'interpolation qui permet de construire une courbe continue et lisse entre un ensemble de points de données. Elles sont définies par morceaux en utilisant des polynômes cubiques. Les conditions de continuité  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  sont imposées à chaque point d'interpolation.

Les splines étant essentiellement des fonctions, elles sont incapables de représenter des courbes générales. Or, il est possible d'interpoler séparément les coordonnées  $x$  et  $y$  d'une même courbe en fonction de la coordonnée curviligne pour contourner ce problème. La coordonnée curviligne utilisée est une approximation de la distance parcourue le long de la courbe et est calculée comme la somme cumulative de la distance entre les points de données.

Connaissant un nombre  $N$  de points à interpoler, on peut définir  $N - 1$  polynômes de degré trois de la forme :

$$\begin{aligned}x(t) &= a_0^i + a_1^i(t - t_i) + a_2^i(t - t_i)^2 \\ &\quad + a_3^i(t - t_i)^3, \quad t_i < t < t_{i+1}, \quad i = 1, \dots, N - 1\end{aligned}$$

La spline est assemblée en utilisant les conditions de continuité aux points de données. La manipulation algébrique de ces conditions mène à un système linéaire de  $N - 3$  équations

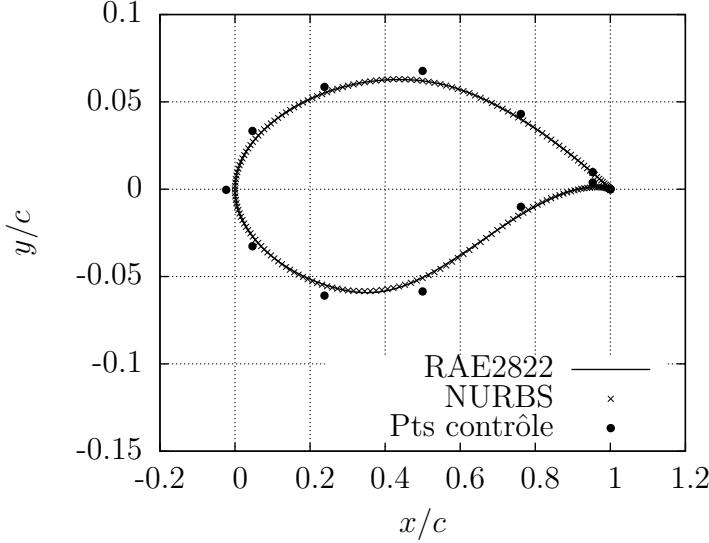


Figure 3.2 Représentation NURBS du profil RAE2822

pour les dérivées secondes de chaque polynôme. L'imposition de conditions aux limites permet d'obtenir les deux équations manquantes. Une condition souvent utilisée est l'annulation de la dérivée seconde aux bouts de la courbe. Le système d'équations obtenu est tridiagonal et possède la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & & & (0) \\ \ddots & \ddots & \ddots & \\ h_{i-1} & 2(h_{i-1} + h_i) & h_i & \\ \ddots & \ddots & \ddots & \\ (0) & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x''_0 \\ \vdots \\ x''_{i-1} \\ x''_i \\ x''_{i+1} \\ \vdots \\ x''_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 6\left(\frac{x_{i+1}-x_i}{h_i} - \frac{x_i-x_{i-1}}{h_{i-1}}\right) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les coefficients de chaque intervalle sont reconstruits à partir des relations suivantes :

$$\begin{aligned} a_0^i &= x_i \\ a_1^i &= \frac{x_{i+1} - x_i}{h_i} - \frac{h_i x''_i}{3} - \frac{h_i x''_{i+1}}{6} \\ a_2^i &= x''_i \\ a_3^i &= \frac{x''_{i+1} - x''_i}{h_i} \end{aligned}$$

Sous certaines hypothèses d'uniformité et de petits déplacements, les splines cubiques ont les mêmes propriétés mathématiques que les poutres simples et peuvent donc être utilisées pour représenter la forme de structures soumises à des déplacements ou à des forces imposés. Il s'agit donc d'une représentation cohérente pour modéliser la peau flexible de l'extrados des profils d'aile. Les pentes à chaque extrémité de la région flexible peuvent être imposées de même que les déplacements des actionneurs. La spline résultante sera une bonne approximation de la déformée de la peau flexible. La peau flexible peut être modélisée en utilisant quatre points, soit les jonctions entre les régions rigide et flexible et deux actionneurs. Les deux actionneurs représentent un bon compromis entre le degré de contrôle sur la forme de la peau flexible et la simplicité du système mécanique, une conclusion du projet CRIAQ 7.1. On impose la continuité de la pente aux jonctions et le déplacement des actionneurs. Le résultat est présenté à la figure 3.3. On observe que la continuité de pente est bel et bien conservée aux jonctions de la peau flexible. De plus, le mouvement de la peau est lisse.

### 3.2 Maillage

Les équations de Navier-Stokes qui régissent les écoulements aérodynamiques sont non-linéaires et nécessitent une résolution numérique. L'approche par volumes finis consiste à diviser le domaine en cellules et à appliquer les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie à chacune des cellules. La qualité de la solution dépend de la taille et de la forme des cellules. Pour cette étude, il est nécessaire que le processus de maillage soit automatique, rapide et robuste de façon à pouvoir être utilisé dans le cadre de l'optimisation aérodynamique. Un logiciel de maillage spécialisé pour les profils d'aile a donc été développé afin de produire des maillages de qualité compatibles avec le solveur aérodynamique. Ceci permet de plus d'éviter d'utiliser des logiciels commerciaux qui nécessitent des licences pour l'utilisation.

Le processus de maillage nécessite une représentation continue des courbes constituant les côtés des blocs. Pour ce faire, les splines cubiques décrites à la section 3.1.2 sont utilisées pour interpoler les courbes définies par un ensemble de points importés à partir d'un fichier. Le profil d'aile est représenté par une seule spline afin d'éviter les discontinuités aux connexions de blocs. Les divisions sont faites en définissant un sous-intervalle de la coordonnée curviligne.

Pour contrôler la taille des cellules, il est nécessaire de définir des lois de concentration qui permettent de répartir les points du maillage le long des côtés des blocs. Les lois du sinus et de la tangente hyperboliques sont utilisées car elles permettent une expansion régulière et qu'elles fonctionnent pour concentrer les points tant au centre qu'aux bouts des côtés, ce qui permet de bien discréteriser le bord d'attaque et le bord de fuite des profils. Les fonctions de

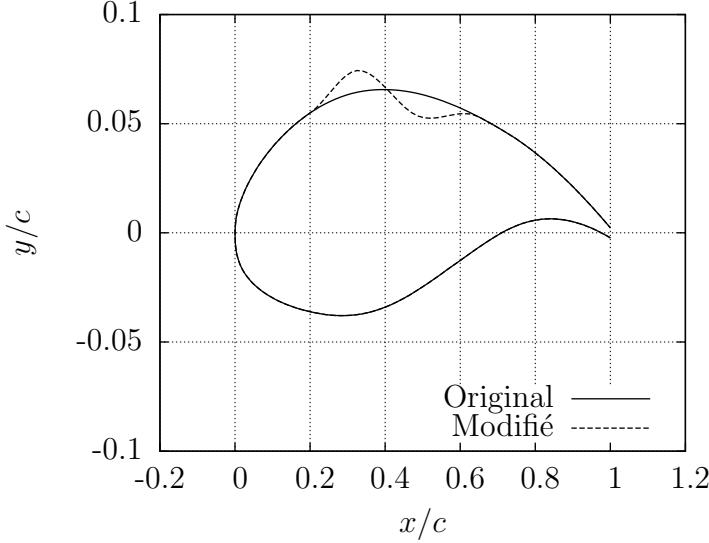


Figure 3.3 Représentation en spline cubique du profil MDO-505.2 avec déformation de la surface supérieure

concentration ont la forme suivante :

$$s_i = \frac{U_i}{A + (1 - A)U_i}$$

où  $s_i$  est la coordonnée curviligne du  $i^e$  point de discrétisation sur une courbe.

En définissant la taille des éléments aux bouts du côté  $\delta s_1$  et  $\delta s_2$  et le nombre de noeuds à répartir  $N$ , les valeurs de  $A$  et  $U_i$  peuvent être calculées comme suit :

$$U_i = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\tanh bR_i}{\tanh b/2} \right] & \text{si } z < 1.0 \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\sinh bR_i}{\sinh b/2} \right] & \text{autrement} \end{cases}$$

$$z = \frac{N - 1}{\sqrt{\delta s_1 \delta s_2}}$$

$$R_i = \frac{i - 1}{N - 1} - \frac{1}{2}$$

$$A = \sqrt{\delta s_2 / \delta s_1}$$

La formulation utilisant la tangente hyperbolique est exploitée lorsque de petites cellules sont nécessaires aux bouts alors que celle utilisant le sinus hyperbolique permet de concentrer les noeuds près du centre du côté. Le paramètre  $b$  doit être calculé à partir du nombre de noeuds et de la taille des cellules à chaque bout. La coordonnée  $s$  varie entre 0 et 1 sur le côté. Le détail du calcul du paramètre  $b$  est présenté à l'annexe A.

Une fois que les noeuds de maillage ont été positionnés sur les côtés des blocs, l'interpolation transfinie est utilisée pour remplir le reste du domaine topologique. Cette stratégie fonctionne bien lorsque les côtés des blocs sont réguliers, ce qui est le cas pour des profils d'aile classiques. La figure 3.4 montre la représentation d'un bloc dans le domaine de calcul lorsque les points de maillage ne sont pas répartis uniformément sur les côtés. Les lignes  $E - F$  et  $G - H$  ont respectivement un indice  $j$  et  $i$  constant.

Pour déterminer les coordonnées  $(u, v)$  du point  $P$ , il faut combiner les coordonnées des points  $E, F, G$  et  $H$  qui sont connues par la distribution des points sur les quatre côtés. Les coordonnées du point  $P$  s'expriment

$$\begin{aligned} u_P &= (1 - v_P)u_G + v_Pu_H \\ v_P &= (1 - u_P)v_E + u_Pv_F \end{aligned}$$

Après résolution du système pour  $(u_P, v_P)$ , on obtient

$$\begin{aligned} u_P &= \frac{u_G + v_E(u_H - u_G)}{D} \\ v_P &= \frac{v_E + u_G(v_F - v_E)}{D} \\ D &= 1 - (u_H - u_G)(v_F - v_E) \end{aligned}$$

Une fois que les coordonnées du point  $P$  dans le plan topologique sont connues, les coor-

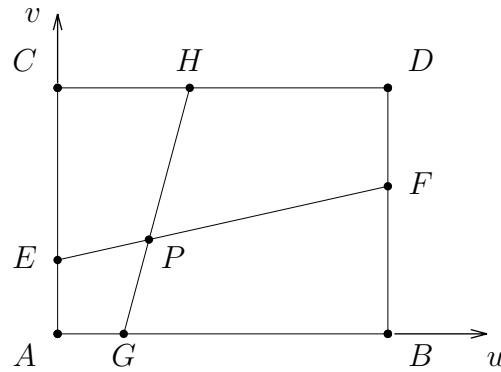


Figure 3.4 Représentation d'un bloc de maillage dans le plan topologique

données physiques sont calculées grâce à l'interpolation transfinie :

$$\begin{aligned}
 x_P = & (1 - u_P)x_E + u_P x_F \\
 & + (1 - v_P)x_G + v_P x_H \\
 & - \left[ (1 - u_P)(1 - v_P)x_A \right. \\
 & + (1 - u_P)(v_P)x_B \\
 & + (u_P)(1 - v_P)x_C \\
 & \left. + (u_P)(v_P)x_D \right]
 \end{aligned}$$

et similairement pour  $y$ .

La topologie idéale dépend du type de profil. Pour les profils au bord de fuite fin, une topologie en C limite la déformation des cellules. Pour un profil au bord épais, une topologie en O est préférable. Les deux types de maillages sont illustrés à la figure 3.5. Les côtés des blocs sont en traits foncés. L'orthogonalité du maillage peut être contrôlée en modifiant les angles des côtés par rapport au profil et la taille des cellules des frontières extérieures. Les maillages utilisés pour la résolution des problèmes d'optimisation permettent d'obtenir une valeur de  $y^+$  inférieure à 1 pour les conditions étudiées sur la majorité de la longueur du profil, avec quelques exceptions près du pic de succion au bord d'attaque où  $y^+$  peut aller jusqu'à 2. Les frontières extérieures du domaine sont situées à 50 longueurs de corde pour éviter tout phénomène de blocage ou d'interférence. Les rapports d'expansion des cellules sont généralement gardés inférieurs à 1.1.

### 3.3 Solution aérodynamique

#### 3.3.1 NSCODE

Le solveur aérodynamique utilisé pour l'optimisation est NSCODE. Il s'agit d'un solveur d'écoulement bidimensionnel par volumes finis incluant des capacités multi-blocs, chimère et 2.5D développé au laboratoire du professeur Laurendeau de l'École Polytechnique de Montréal. Deux modèles de turbulence sont disponibles, soit le modèle Spalart-Allmaras (Spalart et Allmaras, 1992) et le modèle  $k-\omega-SST$  (Menter, 1994). Sa convergence est rapide grâce à l'algorithme de solution Runge-Kutta couplé à la stratégie multi-grille, au pas de temps local et au lissage du résidu implicite. Une description détaillée du solveur incluant une analyse des ordres de convergence est présentée dans Pigeon *et al.* (2014).

Pour prédire la transition des couches limites, le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  de Langtry et Menter

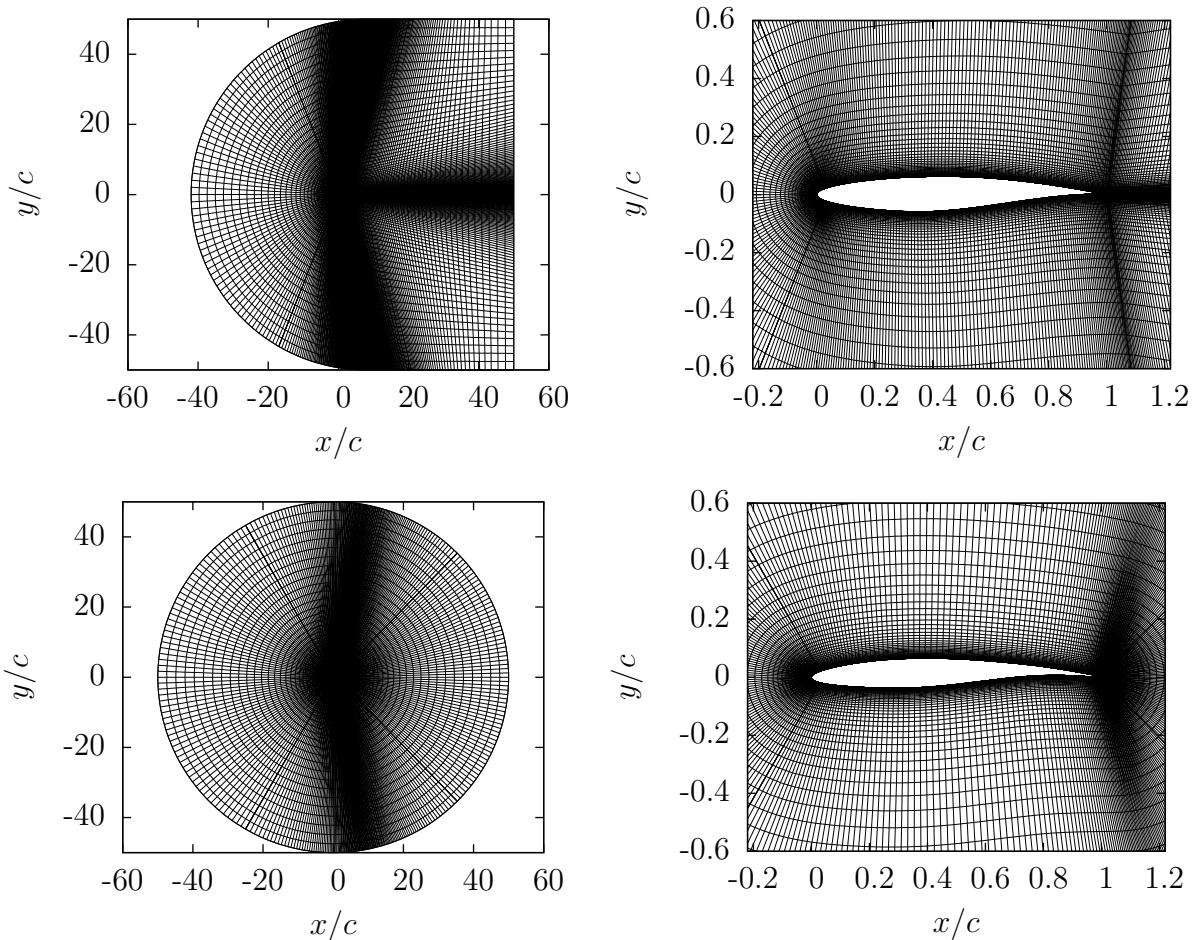


Figure 3.5 Exemples de maillages. Haut : Maillage en C autour du profil RAE2822 (bord fin), Bas : Maillage en O autour du profil MDO-505.2 (bord épais)

(2005) est aussi implémenté. Il s'écrit au moyen de deux équations de transport :

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] &= P_1 + P_2 - D_1 - D_2 \\ \frac{\partial(\rho u_j \tilde{R}e_{\theta t})}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu_l + \mu_t) \frac{\partial \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] &= P_3 - D_3\end{aligned}$$

Il est couplé au modèle de turbulence via les termes de production et de destruction dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente

$$\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_l + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \tilde{P}_k - \tilde{D}_k + C_{amb,k}$$

où  $\tilde{P}_k$  et  $\tilde{D}_k$  sont définis par

$$\begin{aligned}\tilde{P}_k &= \gamma_{eff} P_k \\ \tilde{D}_k &= \min \left( \max \left( \gamma_{eff}, 0.1 \right), 1.0 \right) D_k\end{aligned}$$

Le facteur  $\gamma_{eff}$  est calculé à partir du facteur d'intermittence  $\gamma$  et d'une relation empirique qui déclenche la transition lorsque la couche limite sépare ( $\gamma_{sep}$ ).

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep})$$

Les détails des termes source et des coefficients empiriques sont fournis dans la littérature (Langtry et Menter, 2005; Malan *et al.*, 2009; Tomac *et al.*, 2013).

Dans une zone laminaire, le facteur d'intermittence  $\gamma$  est très petit. De plus, si les gradients de pression sont modérés, la couche limite n'est pas près de la séparation et donc le facteur  $\gamma_{eff}$  est petit. Les termes de production et de destruction de l'énergie cinétique turbulente sont donc aussi petits. À l'inverse, lorsque la transition est détectée,  $\gamma$  augmente rapidement, ce qui génère une production accélérée de l'énergie cinétique turbulente.

La littérature n'indique pas comment résoudre les quatre équations du modèle de turbulence de façon à obtenir une convergence robuste jusqu'au zéro machine. La méthode utilisée ici est issue des travaux du post-doctorant Ali Mosahebi et du professeur Laurendeau et a été soumise en juin 2014 au *AIAA Journal* pour publication. Les quatre équations de turbulence sont résolues de façon découpée à l'aide de la méthode ADI (Spalart et Allmaras, 1992). Comme la transition dépend de corrélations empiriques qui sont en fait des fonctions booléennes, il se peut que l'état d'une cellule change de laminaire à turbulent instantanément. L'expérimentation avec le modèle a montré que cela pouvait causer des problèmes de

convergence. Pour y remédier, le facteur de couplage  $\gamma_{eff}$  est introduit dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente avec une sous-relaxation :

$$\gamma_{eff}^{couplage} = \beta \gamma_{eff}^{n+1} + (1 - \beta) \gamma_{eff}^n$$

Une valeur du facteur de relaxation  $\beta = 0.1$  donne une convergence robuste et est donc utilisée pour tous les calculs subséquents.

### 3.3.2 Imposition du coefficient de portance par contrôleur PID

Comme l'optimisation aérodynamique doit souvent se faire à un coefficient de portance spécifique, il est utile que le solveur puisse fournir une solution à un  $C_L$  donné. Pour ce faire, un contrôleur novateur de type PID est intégré au processus de solution. Ce type de contrôleur est couramment utilisé pour une grande diversité de systèmes et est relativement simple à implémenter. Ici, le contrôleur modifie l'angle d'attaque durant le processus itératif de façon à conserver un coefficient de portance spécifié par l'utilisateur. En définissant l'erreur sur le coefficient de portance  $E$

$$E = C_L^* - C_L$$

on peut exprimer l'angle d'attaque  $\alpha$

$$\alpha = K_p E + K_d \frac{dE}{dn} + K_i \int_0^n E(n) dn$$

où  $K_p$ ,  $K_d$  et  $K_i$  sont les gains du contrôleur et  $n$  est le nombre d'itérations.  $C_L^*$  est la valeur désirée du coefficient de portance. On note que les termes de dérivée et d'intégrale sont calculés de façon discrète à chaque itération au moyen d'une différence finie d'ordre 1 pour la dérivée et d'une simple somme pour l'intégrale. L'angle d'attaque est ainsi modifié selon l'historique de convergence du coefficient de portance.

La performance du contrôleur et son influence sur la stabilité du système dépend entièrement des gains  $K$ . Il est donc primordial de les choisir avec soin. Les valeurs optimales des gains dépendent des caractéristiques du système. Pour des systèmes simples et linéaires, il est possible de trouver des solutions analytiques. Or, le processus de résolution des équations de Navier-Stokes est fortement non-linéaire et de telles solutions sont impossibles à trouver. On doit donc déterminer les gains appropriés par tâtonnements. La tâche est rendue plus ardue en raison du fait que le taux de convergence du solveur dépend de plusieurs paramètres, notamment la taille du maillage, le niveau de modélisation (Euler, laminaire, turbulent, transition), les options d'accélération de convergence ( $CFL$ , multi-grille, etc.) et les paramètres de

l'écoulement (angle d'attaque, nombre de Mach, etc.). Il est donc nécessaire d'expérimenter pour trouver des gains appropriés pour chaque cas.

En début de solution, le solveur est imprévisible car de grands changements dans la solution se produisent d'itération en itération. Ceci peut mener à une inversion de la réponse typique du coefficient de portance à l'angle d'attaque. Le contrôleur n'est donc activé que lorsque la solution atteint un état stabilisé.

### 3.3.3 Détection de la transition

Pour la validation du modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ , il est nécessaire d'utiliser une méthode objective pour extraire le point de transition de la solution de l'écoulement. L'algorithme de détection implémenté dans NSCODE est basé sur la dérivée dans la direction normale à la paroi de l'énergie cinétique turbulente  $k$ . Dans les régions laminaires,  $dk/dn$  est très petit et devient significatif dans les régions turbulentes.  $dk/dn$  n'est toutefois pas nul même dans les régions laminaires en raison de la présence, même numérique, de la turbulence de l'écoulement non perturbé. Ceci force l'utilisation d'un seuil arbitraire. Le point de transition est défini comme le point le plus près du bord d'attaque pour lequel  $dk/dn$  devient supérieur au seuil choisi. Un exemple d'une courbe de  $dk/dn$  est montré à la figure 3.6. La distribution de frottement pariétal est aussi montrée de manière à valider que la région de transition trouvée avec l'algorithme correspond bien à une augmentation de  $c_f$  typique du passage du régime laminaire à turbulent.

### 3.3.4 Calculs tridimensionnels

Le code NSMB (Vos *et al.*, 1998) est un solveur Navier-Stokes tridimensionnel structuré qui sera utilisé pour simuler l'écoulement sur la maquette tridimensionnelle du projet MDO-505. Le code CLDF (Houdeville, 1993) est quant à lui employé pour résoudre les profils de vitesse dans les couches limites tridimensionnelles. Dans le cadre du projet MDO-505, il servira à déterminer la position de la transition sur la surface supérieure de la maquette qui sera testée en soufflerie. Ces calculs serviront à valider que les formes de profils résultant de l'optimisation effectuée en deux dimensions produisent bien un déplacement de la transition en trois dimensions. La position des capteurs de pression instationnaires pourra être déterminée à partir des mêmes résultats.

## 3.4 Optimisation

L'optimisation aérodynamique est effectuée au moyen d'un logiciel maison incluant IPOPT, une implémentation de la méthode des points intérieurs (Wächter et Biegler, 2006). La mé-

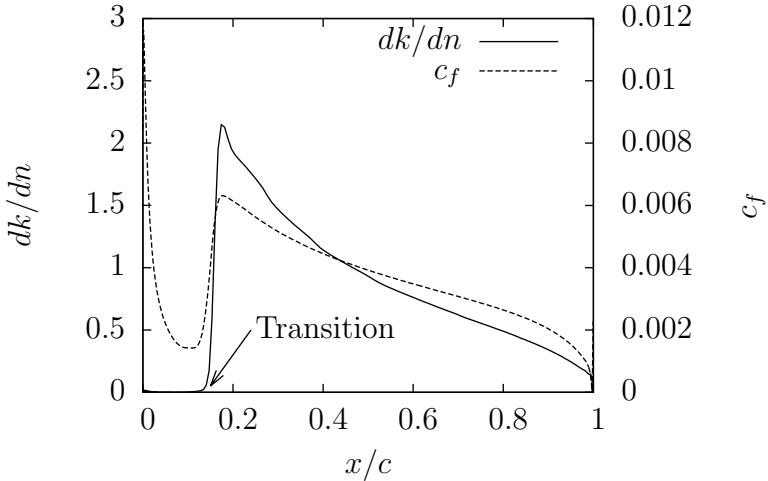


Figure 3.6 Illustration de l'algorithme de détection du point de transition

thode des points intérieurs est de plus en plus populaire en raison de sa capacité à résoudre des problèmes d'optimisation généraux avec ou sans contraintes et du fait qu'elle offre une bonne performance théorique et pratique. Elle nécessite de connaître les gradients de la fonction objectif et des contraintes. Dans le logiciel d'optimisation, les gradients sont calculés au moyen de différences finies. Il s'agit d'une méthode peu précise, mais très simple à mettre en oeuvre et qui peut traiter des fonctions de type boîte noire. Comme il est nécessaire de perturber chacune des variables pour calculer les gradients et que cela peut devenir coûteux lorsque le nombre de variables augmente, le calcul parallèle est mis à profit afin de calculer la différence finie pour chaque variable sur un processeur indépendant. Les bibliothèques PyIPOPT<sup>1</sup> et PyPAR<sup>2</sup> sont utilisées pour traiter l'interface entre IPOPT (écrit en C++) et Python et pour effectuer la parallélisation du code, respectivement.

### 3.5 Prédiction de la traînée d'un avion complet

Afin de mesurer l'effet de changements dans la traînée de profils d'aile sur la performance globale de l'avion, la méthodologie de décomposition de la traînée de Gur *et al.* (2010) est utilisée. Cette méthode a été programmée dans un module qui a été livré au département d'aérodynamique avancée de Bombardier Aéronautique au mois de juin 2013. Des relations empiriques sont utilisées pour estimer la traînée due à chacune des composantes de l'avion et à chacun des phénomènes physiques l'affectant, soit la traînée de forme, la traînée induite, la traînée d'onde de choc, la traînée d'équilibrage et la traînée d'excroissances. Le détail des

1. <https://github.com/xuy/pyipopt>, consulté le 3 août 2014

2. <https://github.com/daleroberts/pypar>, consulté le 3 août 2014

relations empiriques utilisées dans le code est présenté à l'annexe B. La somme des différentes composantes de la traînée est calculée pour obtenir une approximation de la traînée de l'avion pour l'ensemble de sa plage d'opération. La traînée attribuable au profil d'aile est la somme de la traînée de forme visqueuse de l'aile et de la traînée d'onde de choc. L'utilisation de cette méthode d'estimation permettra d'évaluer les gains en performance d'un avion possédant les profils d'aile adaptables qui seront conçus dans le cadre des présents travaux.

## CHAPITRE 4

### VÉRIFICATION ET VALIDATION

#### 4.1 NSCODE

##### 4.1.1 Imposition du coefficient de portance par contrôleur PID

Afin de valider l'implémentation du contrôleur PID qui impose le coefficient de portance, trois cas sont étudiés, soit un cas subsonique à portance faible, un cas subsonique à portance élevée et un cas transsonique à portance moyenne. Le profil utilisé est le RAE2822. Le modèle de turbulence Spalart-Allmaras est utilisé. L'algorithme de solution est RK5, quatre niveaux multi-grille sont utilisés, le nombre de Courant  $CFL$  est fixé à 5.5 et le lissage du résidu est activé. Pour les cas avec contrôleur, l'angle d'attaque initial est fixé à 0 et le contrôleur est activé à partir de la 100<sup>e</sup> itération. La convergence est comparée avec un cas tourné sans contrôleur à l'angle d'attaque produisant le coefficient de portance désiré. La définition exacte des trois cas est présentée au tableau 4.1 avec les gains utilisés pour chacun.

La figure 4.1 présente la convergence du résidu de densité pour les trois cas étudiés en présence et en l'absence du contrôleur. On constate que le taux de convergence n'est pas significativement affecté par le contrôleur pour les trois cas. De plus, le fait que le solveur puisse converger sur les trois cas malgré la présence de la perturbation introduite par le contrôleur montre que sa robustesse n'est pas influencée.

##### 4.1.2 Modèle de transition

La transition est un phénomène très difficile à prédire de façon précise par les méthodes actuelles. Pour que l'optimisation effectuée dans le cadre des présents travaux donne des résultats utiles, il est nécessaire de valider le modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  qui est implémenté dans le solveur aérodynamique utilisé.

Tableau 4.1 Cas d'étude pour la vérification des critères de conception

Cas #	$Ma$	$Re$	$C_L$	$K_p$	$K_i$	$K_d$
1	0.3	6.5M	0.4	0.068	0.027	0.027
2	0.3	6.5M	1.0	0.068	0.027	0.027
3	0.734	6.5M	0.824	0.016	0.0064	0.0064

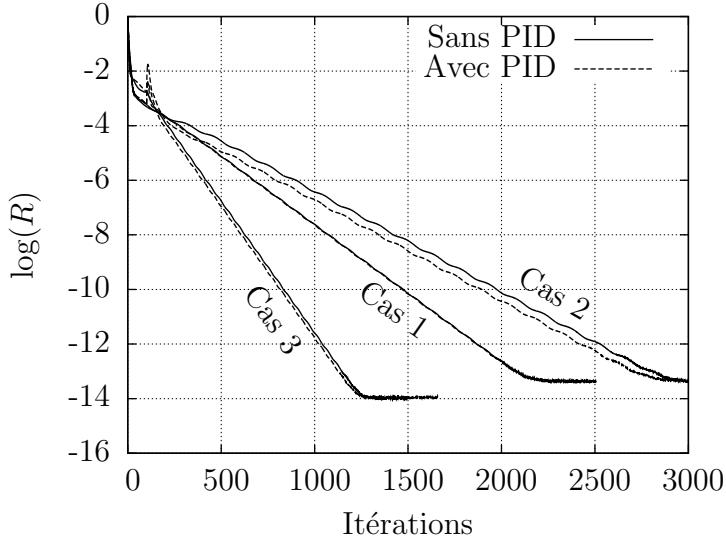


Figure 4.1 Convergence du résidu de densité pour les trois cas – comparaison des résultats avec et sans le contrôleur

## Convergence

Pour s'assurer que le modèle de transition est robuste, ses propriétés de convergence sont comparées à un modèle complètement turbulent. Le cas à l'étude est le profil NACA 0012 à un nombre de Reynolds de  $3 \times 10^6$ , un nombre de Mach de 0.3 et un angle d'attaque de  $3^\circ$ . Quatre maillages de tailles différentes sont générés de façon à pouvoir effectuer une analyse de convergence en maillage. Les tailles sont indiquées au tableau 4.2 et une vue rapprochée du maillage fin dans la région du profil est montrée à la figure 4.2. Il s'agit d'un maillage à topologie en "C" possédant  $576 \times 256$  cellules. La valeur maximale de  $y^+$  le long du profil est de 0.66.

La figure 4.3 montre la convergence du résidu de densité pour le cas décrit précédemment et montre que la précision machine est atteinte pour les deux modèles (turbulent et transition). La convergence est toutefois plus lente lorsque la transition est prise en compte. La figure 4.4 présente la convergence des coefficients de traînée et des points de transition pour les deux modèles de turbulence utilisés. On peut constater que le coefficient de traînée se stabilise beaucoup plus rapidement pour le cas complètement turbulent. Ce comportement est donc similaire à celui indiqué par la convergence du résidu. De plus, la courbe de convergence du coefficient de traînée suit la même tendance que les points de transition. Il apparaît que la transition a une grande influence sur la convergence du reste de l'écoulement.

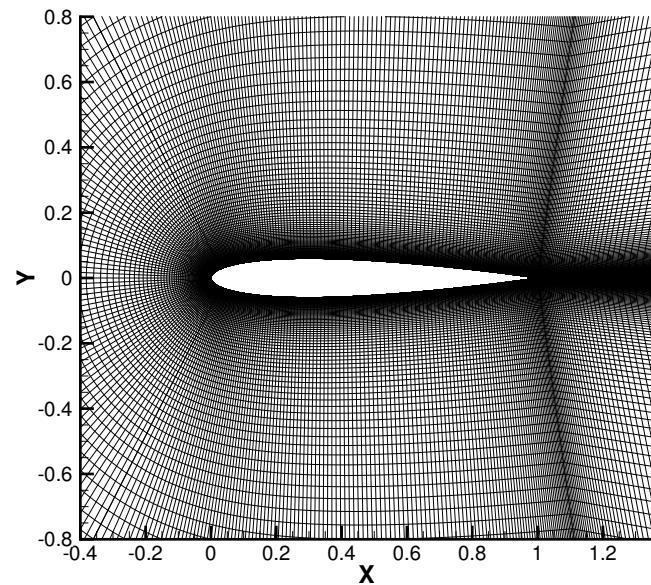


Figure 4.2 Maillage fin autour du profil NACA 0012

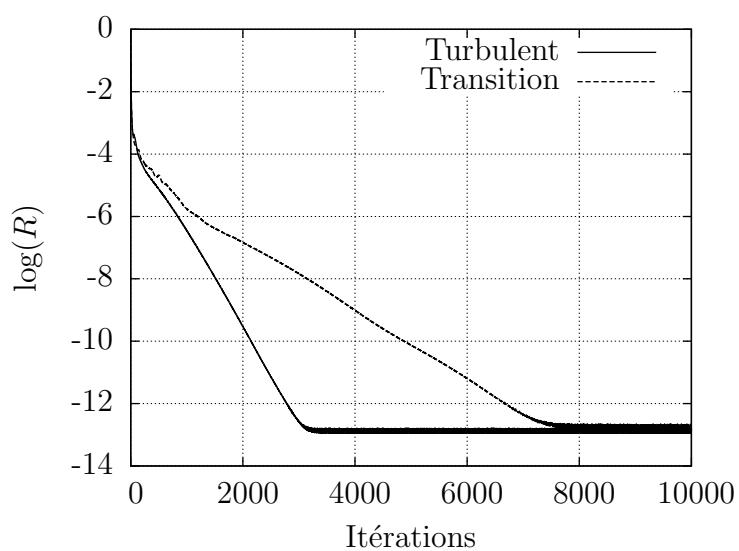


Figure 4.3 Convergence du résidu de densité

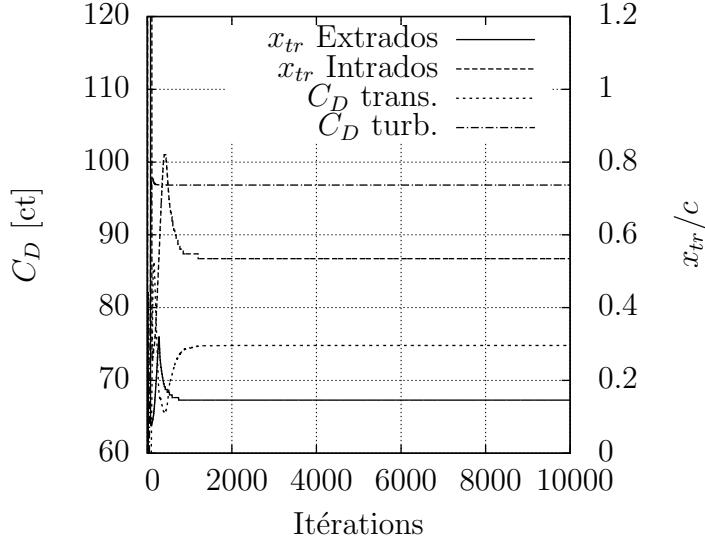


Figure 4.4 Convergence du coefficient de traînée et des points de transition

### Indépendance en maillage

La convergence en maillage a été évaluée en utilisant quatre maillages de tailles différentes. La précision machine a été atteinte sur tous les maillages. La figure 4.5 présente les coefficients aérodynamiques obtenus sur les différents maillages dont les caractéristiques sont fournies au tableau 4.2. Les calculs sur les trois maillages les plus fins donnent des coefficients aérodynamiques à l'intérieur d'une marge de 1% tant pour le cas turbulent que le cas avec transition. La figure 4.6 montre que les courbes des coefficients de pression sont superposées. Les coefficients de friction montrent toutefois des petites différences près de la région de transition. Le maillage grossier prédit la transition beaucoup trop vers le bord d'attaque du profil. Les trois autres maillages prédisent des points de transition similaires. Plus le maillage est fin, plus la zone de transition a tendance à être courte. Cela n'affecte toutefois pas énormément les coefficients aérodynamiques. On conclut donc que les calculs d'optimisation subséquents peuvent être effectués sur des maillages comprenant environ  $288 \times 128$  cellules (maillage moyen) en conservant un niveau acceptable de précision.

Tableau 4.2 Taille des maillages utilisés pour l'analyse de convergence

Maillage	Cellules	Sur la paroi	$y^+$ max.
Extra-fin	$1152 \times 512$	640	0.33
Fin	$576 \times 256$	320	0.66
Moyen	$288 \times 128$	160	1.31
Grossier	$144 \times 64$	80	2.63

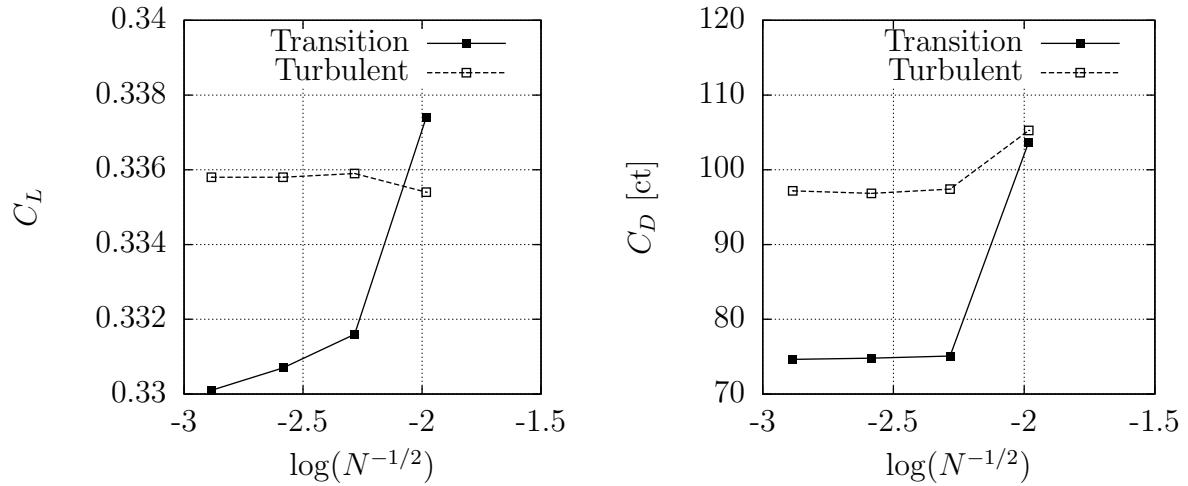


Figure 4.5 Convergence en maillage des coefficients aérodynamiques.  $N$  est le nombre total de cellules du maillage.

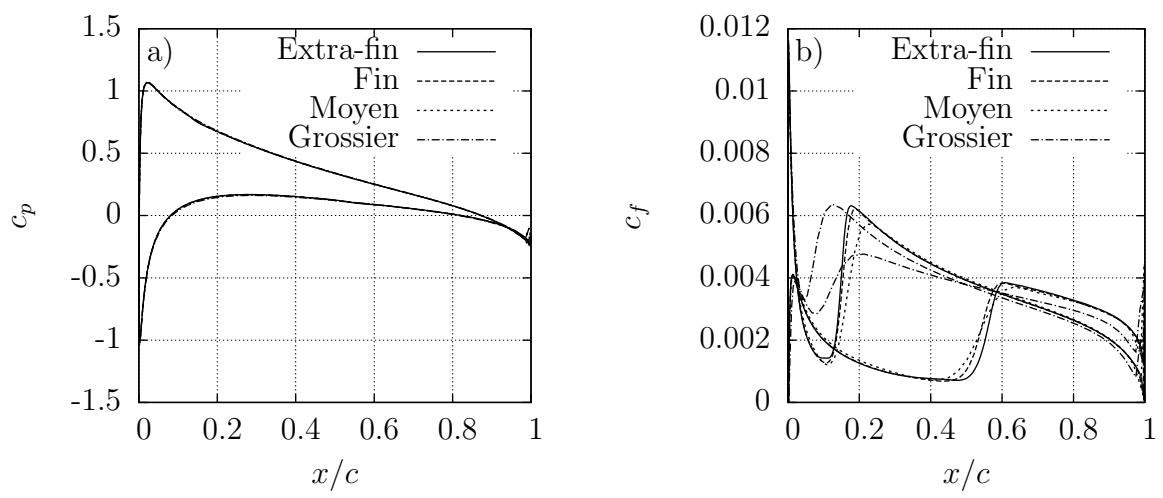


Figure 4.6 Coefficient de a) pression et b) friction pour les quatre maillages, écoulement avec transition

## Validation expérimentale

Le modèle a par la suite été calibré sur le cas test bien connu de la plaque plane à incidence nulle. Les résultats fournis par NSCODE sont comparés aux résultats expérimentaux de Schubauer et Klebanoff (1955) et numériques de Langtry et Menter (2009). Les paramètres de l'écoulement utilisés pour le test sont explicités au tableau 4.3. Le maillage comprend  $544 \times 384$  cellules dont 448 sur la paroi de la plaque. Une zone de symétrie est utilisée en amont de la plaque.

La figure 4.7 montre l'évolution du coefficient de frottement pariétal le long de la plaque. Les courbes associées à des écoulements laminaire et complètement turbulent (simulé avec le modèle  $k - \omega - SST$ ) sont aussi tracées en tant que référence. On voit que la transition est détectée à  $Re_x \sim 2.6 \times 10^6$  où le coefficient de frottement augmente subitement. L'accord entre les deux résultats numériques et les données expérimentales est satisfaisant. La présente implémentation prédit la transition un peu plus tôt que celle de Langtry et Menter (2009). On attribue l'écart à des différences au niveau du maillage et de l'implémentation ; on rappelle que Langtry et Menter ne décrivent pas d'algorithme de résolution pour leur modèle.

## Sensibilité à la forme

La sensibilité du modèle aux paramètres de l'écoulement ainsi qu'à la forme du profil a été évaluée au moyen de la base de données assemblée lors du projet CRIAQ 7.1. Une telle étude constitue une première en regard de la sensibilité du modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  à la forme du profil.

L'objectif du projet CRIAQ 7.1 était d'étudier la possibilité d'utiliser un système de peau flexible sur l'extrados d'un profil d'aile de manière à pouvoir retarder la transition et ainsi réduire la traînée aérodynamique. Des actionneurs en alliage à mémoire de forme ont été utilisés pour modifier la forme de la peau flexible. Des études numériques (voir Coutu *et al.* (2011)) utilisant le logiciel XFOIL ont permis d'obtenir une forme optimale pour différentes conditions d'écoulement. Le système a par la suite été testé en soufflerie à l'Institut pour la Recherche en Aérospatiale du Conseil National de Recherche du Canada (IRA-CNRC).

Tableau 4.3 Paramètres de l'écoulement pour le test sur la plaque plane

Paramètre	Symbole	Valeur
Nombre de Mach	$Ma$	0.2
Nombre de Reynolds	$Re_L$	$5 \times 10^6$
Intensité de turbulence	$T_u$	0.3%
Rapport de viscosité	$\mu_t/\mu_l$	1

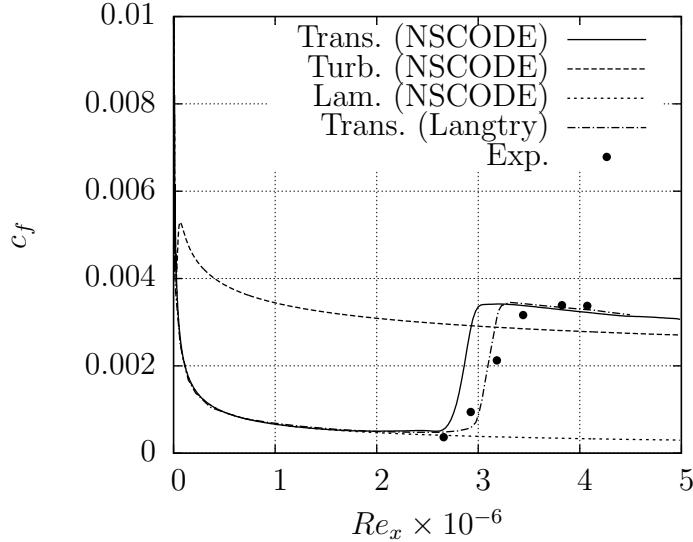


Figure 4.7 Coefficient de frottement pariétal le long de la plaque

Lors de l’expérimentation, le point de transition a été mesuré de deux façons. Premièrement, des capteurs de pression de type Kulite ont été installés à différentes positions et utilisés pour obtenir des signaux de pression instationnaires. Une analyse postérieure des valeurs RMS des signaux indique si l’écoulement à cette position est laminaire ou turbulent. Deuxièmement, des photographies infrarouges ont été utilisées pour indiquer l’état de l’écoulement. Le changement brusque du taux de transfert de chaleur entre l’écoulement laminaire et turbulent cause une variation de la température de la surface du profil qui est clairement visible sur les images (voir figure 4.8). Plus de détails sur la procédure exacte peuvent être trouvés dans Mamou *et al.* (2010). Au total, 24 points de données comprenant les photographies infrarouges sont disponibles. Ces cas correspondent aux profils originaux et optimisés pour trois nombres de Reynolds variant entre  $2.1 \times 10^6$  et  $3.1 \times 10^6$ . Quatre angles d’attaque entre  $-1.5^\circ$  et  $2^\circ$  ont été testés pour les profils de base et modifiés.

Les points de transition calculés avec NSCODE et XFOIL (Drela, 1989) sont comparés à la figure 4.9 avec les résultats expérimentaux du projet CRIAQ 7.1. Pour les formes optimisées (symboles creux), les résultats calculés restent près des valeurs expérimentales. Pour le profil original, la tendance des résultats expérimentaux n’est pas exactement reproduite par NSCODE alors que XFOIL donne un meilleur accord. La variation entre le profil original et optimisé est cependant bien prédictive par NSCODE et on peut donc l’utiliser avec confiance pour le processus d’optimisation.

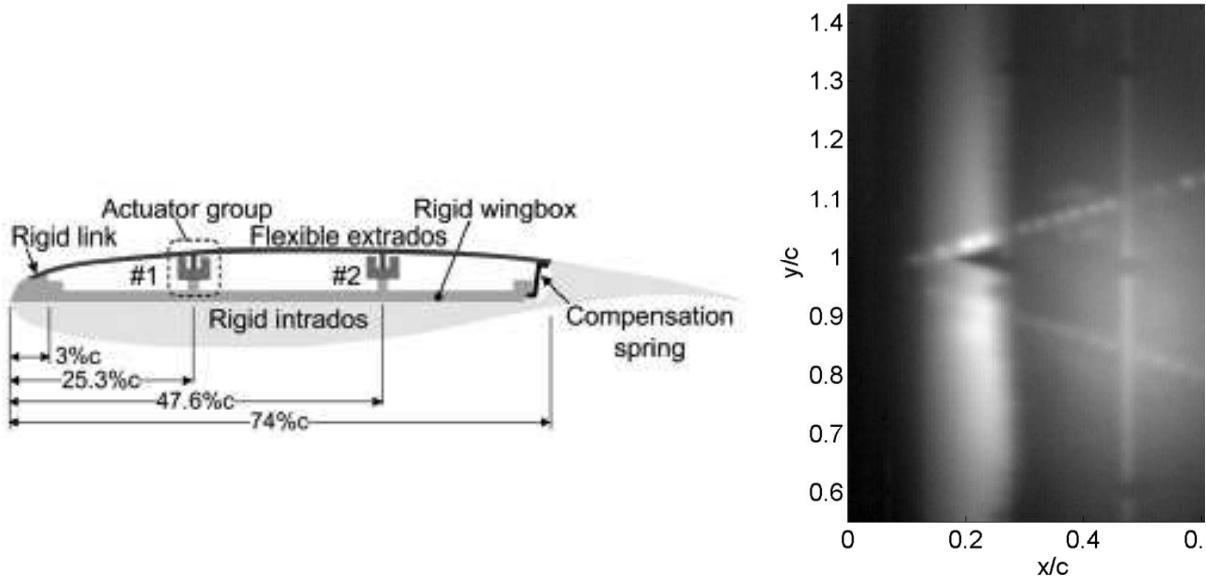


Figure 4.8 Illustration du système de peau flexible du projet CRIAQ7.1 (tiré de Popov *et al.* (2010)) et exemple de photographie infrarouge montrant la transition à environ 25% de la corde

## 4.2 Programme d'optimisation

Le programme d'optimisation a été testé sur des problèmes de taille et de complexité différentes, notamment un problème académique, un problème géométrique et un problème aérodynamique.

### 4.2.1 Problème analytique

Le premier test a été effectué sur le problème d'optimisation sans contraintes suivant :

$$\min_{x,y} (1 - x^2) + 100(y - x^2)^2 \quad (4.1)$$

La fonction objectif du problème précédent est la fonction de Rosenbrock. On peut montrer que cette fonction possède un seul minimum en  $(x, y) = (1, 1)$  avec  $f(x, y) = 0$ . Pour un algorithme à gradient, il est simple de trouver le fond de la vallée. Par contre, le gradient à l'intérieur de celle-ci est très faible. Il est donc difficile de trouver le minimum. Pour s'avérer efficace, l'algorithme doit évidemment surmonter cette difficulté et trouver le minimum global de la fonction.

La figure 4.10 présente le chemin pris par l'optimiseur pour atteindre le minimum superposé au graphe de la fonction de Rosenbrock. L'algorithme réussit effectivement à trouver le

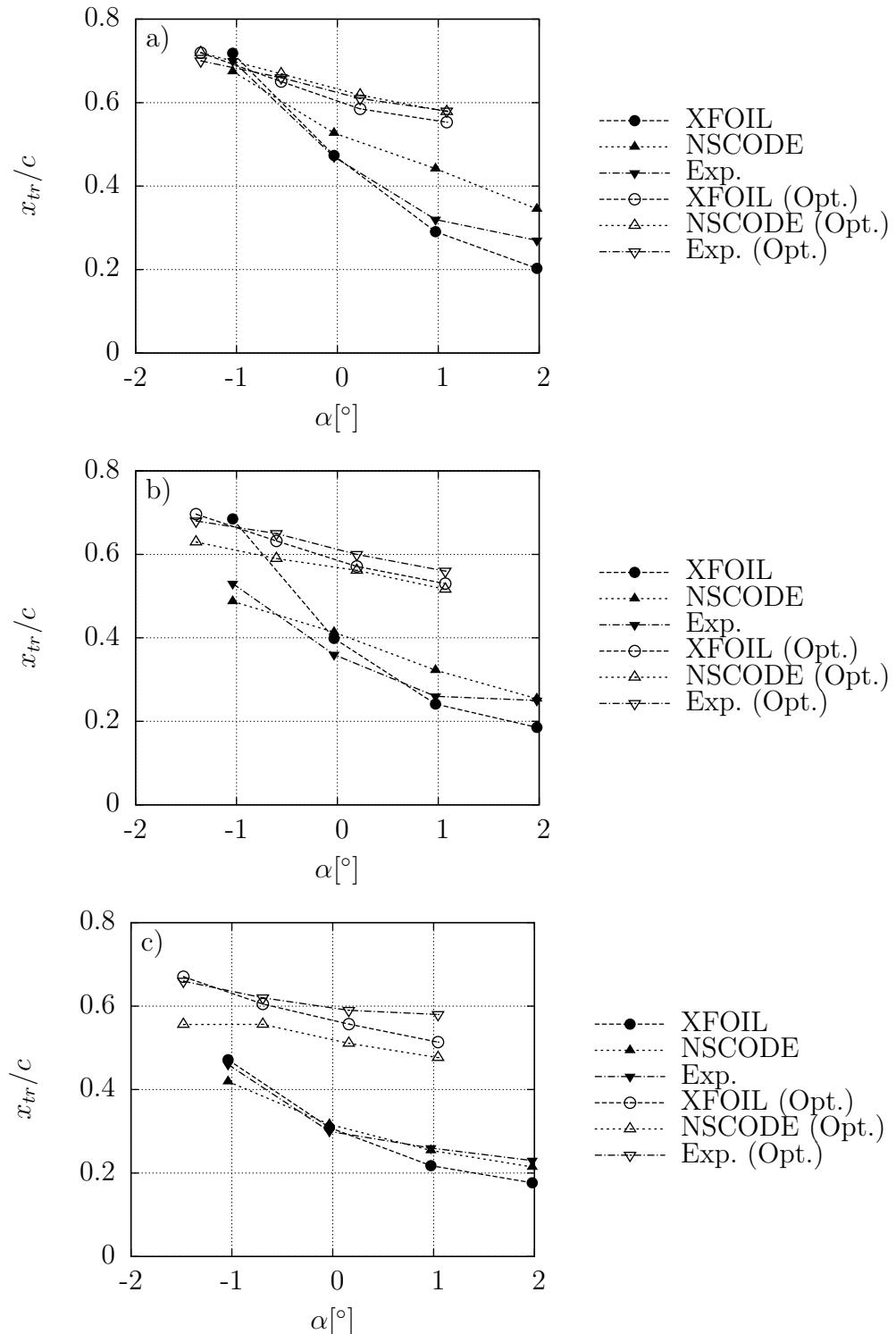


Figure 4.9 Point de transition de la surface supérieure en fonction de l'angle d'attaque.a)  $Re = 2.1 \times 10^6$ , b)  $Re = 2.6 \times 10^6$ , c)  $Re = 3.1 \times 10^6$

minimum, ce qui confirme la validité de l'implémentation. La convergence est aussi montrée à la figure 4.10. Lorsque les itérés entrent dans le rayon de convergence (25<sup>e</sup> itération), la convergence devient très rapide.

#### 4.2.2 Problème géométrique

L'algorithme implémenté a aussi été lancé sur le problème de minimisation de l'erreur des moindres carrés (3.2). Le profil de référence utilisé est le RAE 2822. La solution analytique pour le profil RAE 104 a été utilisée comme point de départ. Le pas utilisé pour le calcul des gradients est de  $1 \times 10^{-6}$ . La figure 4.11 montre que ce pas de discrétisation se trouve dans l'intervalle où le gradient calculé numériquement est quasi-indépendant du pas. La dérivée par rapport à la variable correspondant à la coordonnée  $y$  du point de contrôle près du bord de fuite semble ne jamais converger. Or, cette dérivée possède une valeur quasi-nulle et la normalisation utilisée exacerbe l'imprécision.

La convergence de l'algorithme d'optimisation est assez rapide comme le montre la figure 4.12. De plus, l'erreur RMS finale entre les points d'évaluation de l'objectif et du profil optimisé est inférieure à  $10^{-11}$ , ce qui montre que l'optimiseur retrouve bien la solution analytique.

Jusqu'ici, seuls des problèmes non-contraints ont été résolus. Pour le problème géométrique, il est possible de définir des contraintes simples qui conservent le caractère linéaire des conditions d'optimalité. Une solution analytique peut donc aussi être calculée pour ces cas. Il est utile de procéder à la résolution d'un tel problème puisque cela permet de valider l'implémentation correcte des contraintes et du calcul de leur Jacobien.

Trois types de contraintes sont décrits ici. Le premier consiste à imposer que la courbe NURBS passe exactement par un point donné. Pour un profil d'aile, il peut être utile d'imposer par exemple que le bord d'attaque soit situé au point  $(0, 0)$  ou encore que le profil passe par un point spécifié par la position et le déplacement d'un actionneur comme c'est le cas dans les projets CRIAQ 7.1 et MDO-505. En supposant que le  $i^e$  point du profil  $(x_i^*, y_i^*)$  soit situé au point que l'on souhaite imposer, la contrainte correspondante s'écrit :

$$x_i(\mathbf{P}_x) = x_i^*$$

En utilisant la relation (3.3), on exprime cette contrainte sous la forme d'un produit scalaire :

$$\bar{\mathbf{N}}_i \mathbf{P}_x = x_i^*$$

où  $\bar{\mathbf{N}}_i$  est la  $i^e$  ligne de la matrice d'évaluation. La même relation peut être développée pour  $y$ .

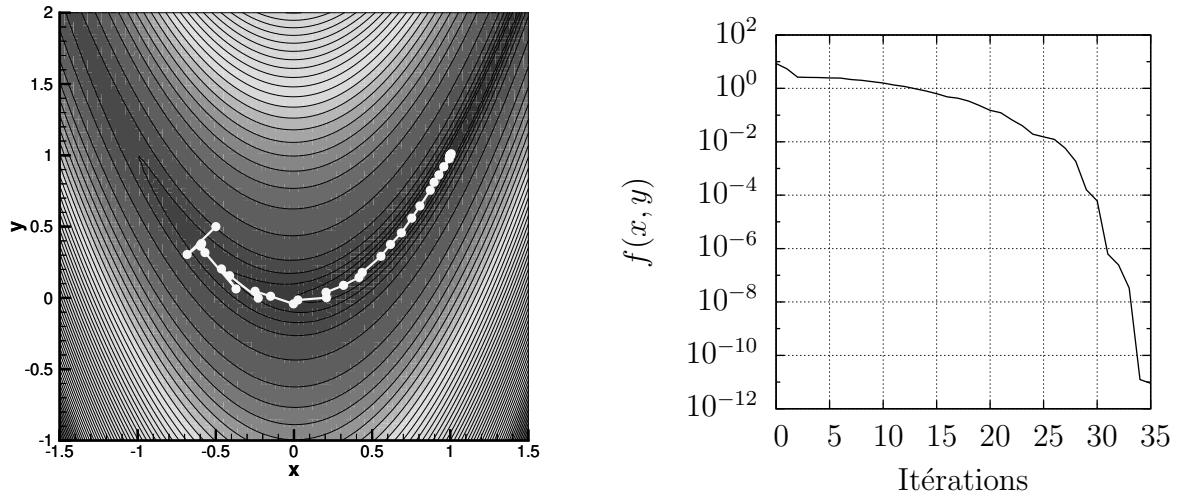


Figure 4.10 Gauche : Graphe de la fonction de Rosenbrock et itérations de l'optimiseur,  
Droite : Valeur de la fonction objectif à chaque itération

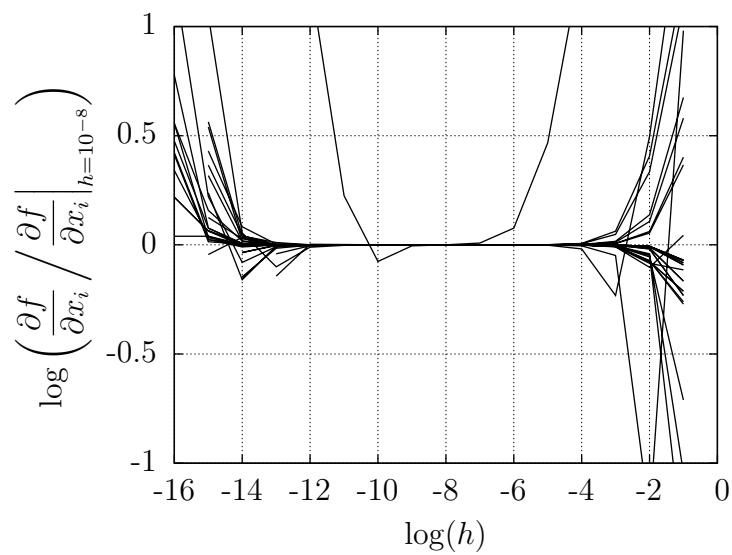


Figure 4.11 Dérivées partielles normalisées de la fonction objectif au point initial en fonction du pas de calcul

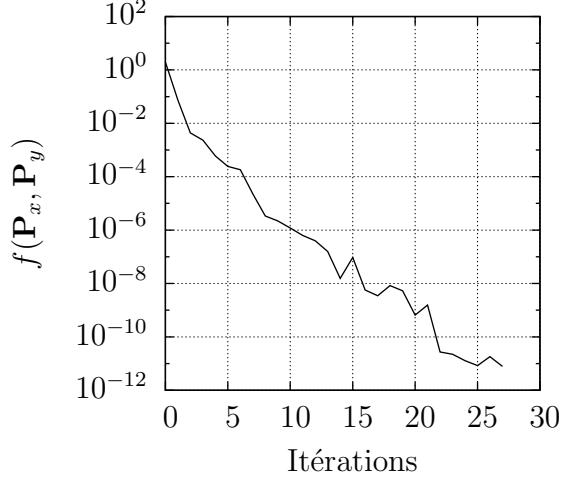


Figure 4.12 Convergence de l'algorithme sur le problème (3.2)

Le second type de contrainte est l'imposition d'un point de contrôle à des coordonnées prescrites. Ceci est utile dans le cas des bouts de la courbe NURBS, puisque la courbe passe par les premier et dernier points de contrôle par construction. Pour les profils d'aile, cela représente en fait le bord de fuite. On peut écrire la contrainte de façon générale comme :

$$P_{x,i} = P_{x,i}^*$$

où  $P_{x,i}^*$  est la coordonnée imposée du point de contrôle.

Le troisième type de contrainte est l'imposition de la pente aux bouts de la courbe NURBS. Par construction, le vecteur tangent à la courbe à ses bouts est colinéaire à la droite déterminée par les deux premiers (ou derniers, selon l'extrémité de la courbe choisie) points de contrôle. Cette contrainte peut être utilisée pour déterminer l'angle du bord de fuite du profil d'aile, un paramètre important. Pour la première extrémité de la courbe, la contrainte de vecteur tangent s'écrit :

$$\frac{P_{y,2} - P_{y,1}}{P_{x,2} - P_{x,1}} = m$$

Sous cette forme, il s'agit d'une contrainte non-linéaire qui élimine la possibilité de trouver une solution analytique. Or, il est possible de la réécrire sous forme linéaire de la façon suivante :

$$-mP_{x,1} + mP_{x,2} + P_{y,1} - P_{y,2} = 0$$

On développe aisément une relation similaire pour imposer la pente à la fin de la courbe.

Le problème d'optimisation contrainte complet s'exprime comme :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y} \frac{1}{2} \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x^T \bar{\mathbf{N}}^T x^* + \frac{1}{2} \mathbf{P}_y^T \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \mathbf{P}_y - \mathbf{P}_y^T \bar{\mathbf{N}}^T y^* \\
 & \text{sujet à} \quad P_{x,1} = x_1^* \\
 & \quad P_{x,n} = x_n^* \\
 & \quad P_{y,1} = y_1^* \\
 & \quad P_{y,n} = y_n^* \\
 & \quad -m_1 P_{x,1} + m_1 P_{x,2} + P_{y,1} - P_{y,2} = 0 \\
 & \quad -m_n P_{x,n-1} + m_n P_{x,n} + P_{y,n-1} - P_{y,n} = 0 \\
 & \quad \bar{\mathbf{N}}_i \mathbf{P}_x = x_i^* \\
 & \quad \bar{\mathbf{N}}_i \mathbf{P}_y = y_i^*
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

On note qu'il n'est plus possible de découpler ce problème en une partie pour  $x$  et une partie pour  $y$  en raison des contraintes sur les pentes qui font intervenir à la fois des termes en  $x$  et en  $y$ .

La solution d'un problème d'optimisation sous contraintes d'égalité tel que (4.2) peut être calculée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les conditions d'optimalité du premier ordre s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \nabla f(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) &= \lambda^T \nabla g(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \\
 g(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) &= b
 \end{aligned}$$

où  $\lambda$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange,  $g(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y)$  est le vecteur des contraintes et  $b$  est le membre de droite des contraintes. En appliquant les opérateurs de dérivée dans la dernière équation et en réarrangeant les termes, on arrive à l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{N}} \bar{\mathbf{N}}^T & 0 & -\mathbf{G}_x^T \\ 0 & \bar{\mathbf{N}} \bar{\mathbf{N}}^T & -\mathbf{G}_y^T \\ \mathbf{G}_x & \mathbf{G}_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x \\ \mathbf{P}_y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{N}} x^* \\ \bar{\mathbf{N}} y^* \\ b \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{G}_x$  et  $\mathbf{G}_y$  sont les matrices de coefficients des points de contrôle  $\mathbf{P}_x$  et  $\mathbf{P}_y$  dans les contraintes. On peut donc comparer les résultats de l'optimiseur avec la solution analytique. La figure 4.13 présente la courbe de l'erreur RMS entre les points d'évaluation du profil objectif et du profil optimisé. L'erreur finale est inférieure à  $10^{-11}$  unités de corde. On attribue le fait que la précision machine ne soit pas tout à fait atteinte aux imprécisions dues au calcul

des gradients au moyen des différences finies.

### 4.2.3 Problème aérodynamique

L'optimiseur sera utilisé pour des problèmes aérodynamiques et il est donc nécessaire de le valider dans un tel contexte. Ici, on cherche à déterminer le profil d'aile qui produit une distribution de pression donnée à des conditions d'écoulement prescrites. Il s'agit d'une méthode de conception classique en aérodynamique souvent nommée *méthode inverse*. Il permet à un aérodynamicien de concevoir une distribution de pression comprenant les caractéristiques voulues, par exemple une recompression de type Stratford ou une onde de choc près du bord d'attaque (profil *peaky*) et de déterminer le profil qui produira le résultat voulu. Il est requis que le programme d'optimisation soit capable d'obtenir des résultats satisfaisants.

Le problème d'optimisation utilisé pour tester l'algorithme est de reconstruire un profil RAE2822 à partir de sa distribution de pression. La géométrie est paramétrisée au moyen de 15 points de contrôle NURBS dont deux (ceux formant le bord de fuite) sont fixés. Il s'agit donc d'un problème à 26 variables de design. Aucune contrainte n'est imposée. Le problème d'optimisation s'écrit :

$$\min_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y} f(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = \sum_{i=1}^{I_{maillage}} (c_{p,i}^* - c_{p,i}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y))^2$$

où  $I_{maillage}$  est le nombre de points du maillage le long du profil et  $c_p^*$  est le coefficient de pression de l'objectif.

Ce problème est fortement non-linéaire et il n'existe donc aucune façon analytique de trouver la solution. On doit donc recourir à une méthode numérique. Or, comme on utilise la distribution de pression correspondant à une forme de profil connue, on connaît la solution du problème d'avance. L'optimiseur doit être capable de retrouver cette forme.

L'algorithme est initialisé avec les points de contrôle NURBS permettant de générer la forme du profil NACA 0012. Comme l'objectif n'est pas la précision des résultats aérodynamiques mais bien la validation du code d'optimisation, un maillage grossier de  $64 \times 32$  cellules est utilisé. L'angle d'attaque et le nombre de Mach utilisés pour le cas test sont respectivement  $\alpha = 2.4^\circ$  et  $Ma = 0.73$ . Les effets visqueux sont négligés. Le pas utilisé pour le calcul du gradient de la fonction est  $h = 1 \times 10^{-6}$  et le nombre d'itérations maximum est fixé à 100. La figure 4.14 présente la valeur de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations effectuées par l'optimiseur. La somme des erreurs sur le coefficient de pression est réduite à  $10^{-5}$  par l'optimiseur en environ 80 itérations. La figure 4.15 présente les résultats de l'optimisation. On peut y remarquer que le profil d'aile trouvé par l'optimiseur est très près de l'objectif. Cette observation s'applique aussi à la distribution de pression. On conclut

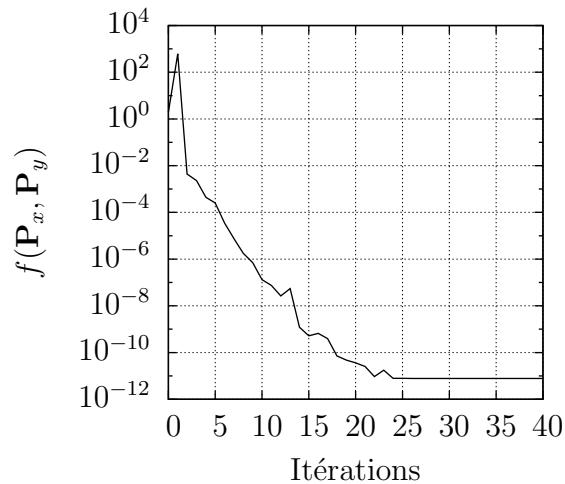


Figure 4.13 Convergence de l'algorithme sur le problème (4.2)

que l'algorithme d'optimisation réussit à trouver le profil correspondant à la distribution de pression voulue.

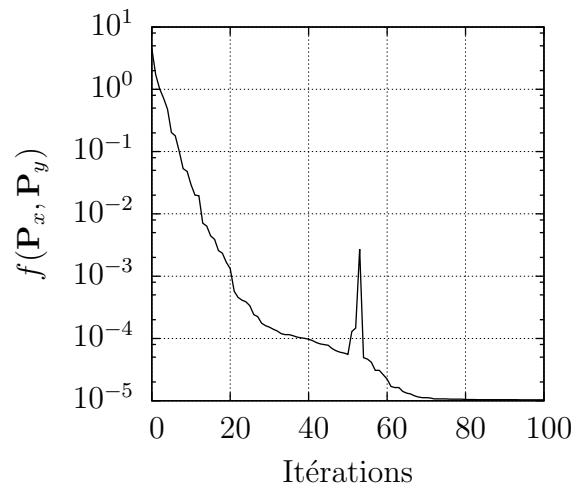


Figure 4.14 Convergence de l'algorithme sur le problème aérodynamique

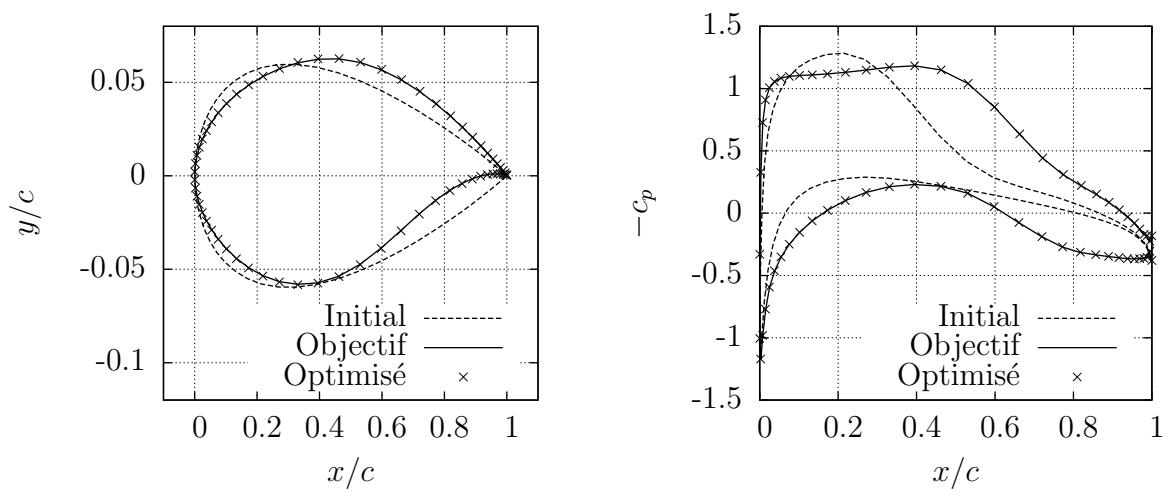


Figure 4.15 Forme des profils et distributions de pression à la fin de l'exécution de l'algorithme

## CHAPITRE 5

### RÉSULTATS

#### 5.1 Adaptation du profil entier

Afin de bien mesurer l'efficacité d'un système de profil adaptable, il est d'abord nécessaire de concevoir un profil de référence qui présente des performances raisonnables pour un ensemble de conditions de vol donné. Ceci peut être effectué au moyen de l'optimisation multi-objectif. On peut formuler le problème d'optimisation multi-objectif de minimisation de la traînée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} C_D^* = \min_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y} & \sum_{n=1}^{N_f} \omega_n C_{D,n} \\ \text{sujet à} & \quad g(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = 0 \\ & h(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0 \end{aligned}$$

Les contraintes  $g(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y)$  et  $h(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y)$  sont utilisées pour limiter le domaine aux profils aux formes réalistes. On impose que l'aire de section du profil soit au moins aussi grande que celle du profil initial de façon à ce qu'une aile utilisant ce profil puisse contenir la même quantité de carburant. Une épaisseur minimale à certaines stations est requise de manière à assurer une rigidité structurelle suffisante. De plus, le coefficient de portance est maintenu constant. Les contraintes géométriques sont appliquées par l'algorithme d'optimisation. Leurs gradients sont donc nécessaires. La contrainte de coefficient de portance est assurée directement par le solveur Navier-Stokes au moyen d'un contrôleur PID qui modifie l'angle d'attaque

durant la convergence. Le problème d'optimisation complet s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 C_D^* = \min_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y} & \sum_{n=1}^{N_f} \omega_n C_{D,n} \\
 \text{sujet à} & \quad C_L(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = C_L^* \\
 & t|_{x/c=0.06}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.04 \\
 & t|_{x/c=0.25}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.10 \\
 & t|_{x/c=0.60}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.055 \\
 & t|_{x/c=0.80}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.02 \\
 & t|_{x/c=0.95}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.01 \\
 & t|_{x/c=0.99}(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq 0.001 \\
 & A(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) \geq A_{ini}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Les profils sont modélisés à l'aide de 15 points de contrôle NURBS dont deux au bord de fuite et un au bord d'attaque sont fixés. De plus, seule la coordonnée  $y$  est mobile, ce qui laisse un total de 12 variables de design. Trois conditions d'écoulement sont sélectionnées pour l'optimisation, soit  $Ma = 0.68, 0.71$  et  $0.73$ . Le coefficient de portance est constant à  $C_L^* = 0.725$  et le nombre de Reynolds est fixé à  $2.7 \times 10^6$ . L'optimisation est effectuée en régime complètement turbulent avec le modèle  $k - \omega - SST$  et avec le modèle de transition  $\gamma - \tilde{R}e_{\theta t}$ . Cela permet de comparer les caractéristiques des profils optimaux obtenus et ainsi de voir si l'incorporation du traitement de la transition a un impact important sur le processus d'optimisation et sur les résultats. Un problème d'optimisation mono-point est aussi résolu à chaque nombre de Mach pour comparer la performance du profil multi-points à celle d'un profil véritablement optimal.

La forme des profils résultant de l'optimisation est montrée à la figure 5.1. La figure 5.2 présente les coefficients de pression pour les profils optimisés en écoulement turbulent et avec transition. L'optimiseur est capable d'éliminer les ondes de choc pour les profils mono-point. Les profils multi-point présentent un faible choc dont la position varie avec le nombre de Mach. La figure 5.3 montre les distributions de coefficient de friction le long des profils. Aux nombres de Mach faibles et modérés, les points de transition varient significativement entre le profil mono- et multi-point. Ils restent toutefois similaires à  $Ma = 0.73$ . Le contrôle de la transition permet donc d'obtenir une réduction de traînée supplémentaire pour les nombres de Mach plus faibles.

Le tableau 5.1 montre les coefficients de traînée des profils optimisés à chaque condition. Comme attendu, les profils mono-point présentent une meilleure performance que les profils

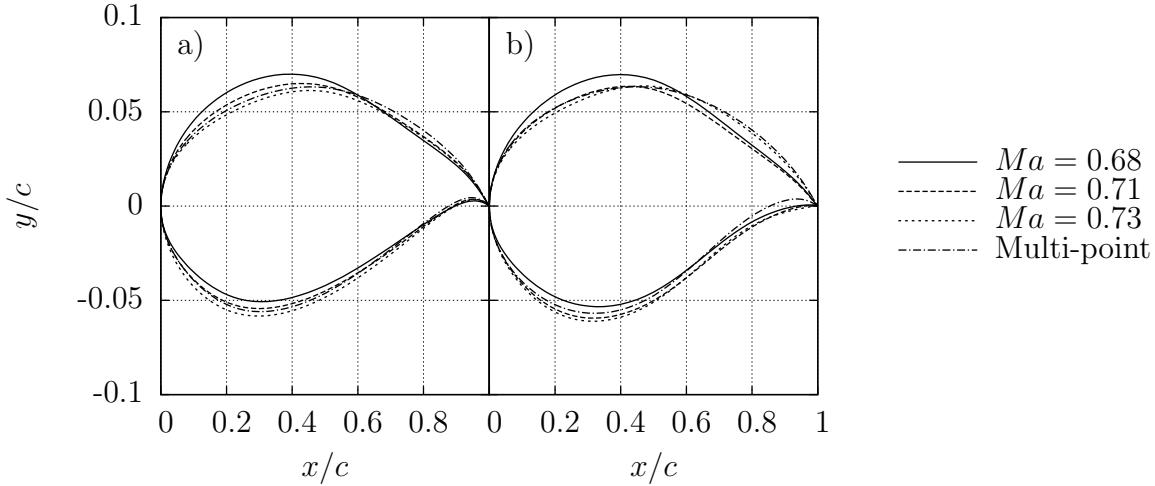


Figure 5.1 Forme des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition

multi-points sauf à  $Ma = 0.73$  en écoulement avec transition. Cette erreur est en partie attribuée aux imprécisions sur le gradient inhérentes à la méthodologie de calcul de dérivées par différences finies et au fait que l'optimiseur à gradient n'est qu'en mesure d'identifier des minima locaux. Les erreurs sur le gradient sont d'autant plus importantes que la fonction objectif dépend entièrement d'un processus itératif et donc sur le niveau de convergence atteint. Pour accélérer les calculs, le solveur est convergé jusqu'à ce que le résidu de densité soit inférieur à  $1 \times 10^{-7}$ , ce qui est suffisant dans la plupart des cas pour assurer une solution stabilisée. Or, l'expérience avec le modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  montre que dans de rares cas, le point de transition peut encore varier significativement même si le résidu est diminué à de très petites valeurs.

On remarque aussi que l'écart de traînée entre le profil multi-point et les profils mono-point est beaucoup plus grand en écoulement avec transition qu'en écoulement complètement turbulent. Ceci est apparent sur les courbes de traînée en fonction du nombre de Mach à portance constante de la figure 5.4. Aux nombres de Mach plus faibles ( $< 0.7$ ), l'écart entre la traînée minimale et maximale ne dépasse pas 9.0 points en écoulement turbulent alors qu'en tenant compte de la transition, il grimpe à 53.5 points. Ce fait se répercute sur la performance du profil multi-point, qui présente une traînée supérieure d'environ 20 points aux nombres de Mach modérés par rapport au profil optimisé à  $Ma = 0.68$ . En régime complètement turbulent, l'écart n'est que de 3 points. On peut donc conclure qu'en régime turbulent, le profil multi-points offre une performance quasi-optimale sur toute la plage de conditions de vol, ce qui diminue l'intérêt de la technologie adaptable, qui est donc beaucoup mieux adaptée à l'écoulement laminaire.

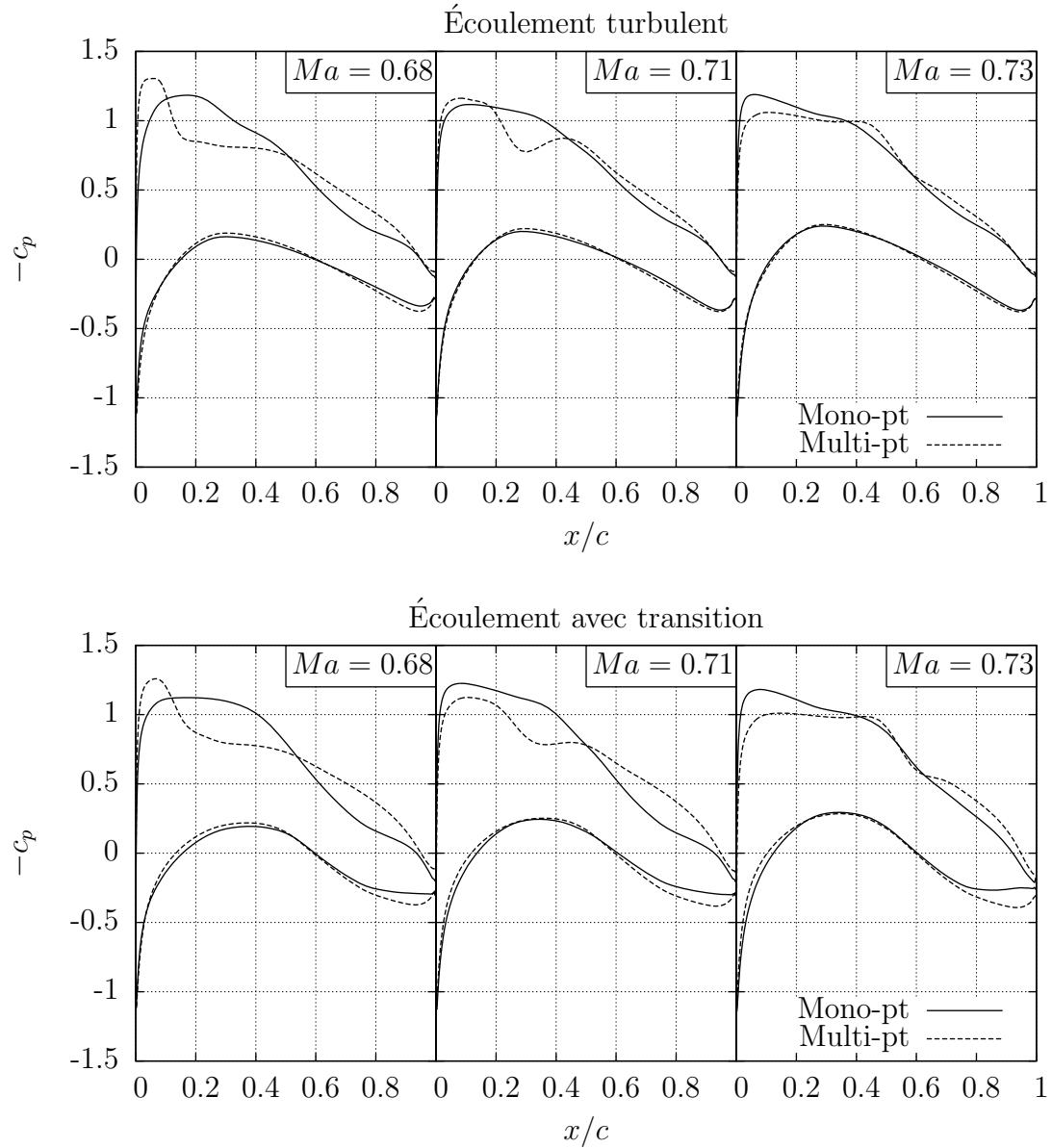


Figure 5.2 Coefficient de pression sur les profils optimisés

Tableau 5.1 Coefficients de traînée  $C_D$  [ct] pour les profils optimisés à chaque condition d'opération

$Ma$	Turb.		Trans.	
	Mono	Multi	Mono	Multi
0.68	121.0	124.1	69.8	91.3
0.71	124.1	127.4	77.1	86.1
0.73	127.4	129.3	80.7	77.8

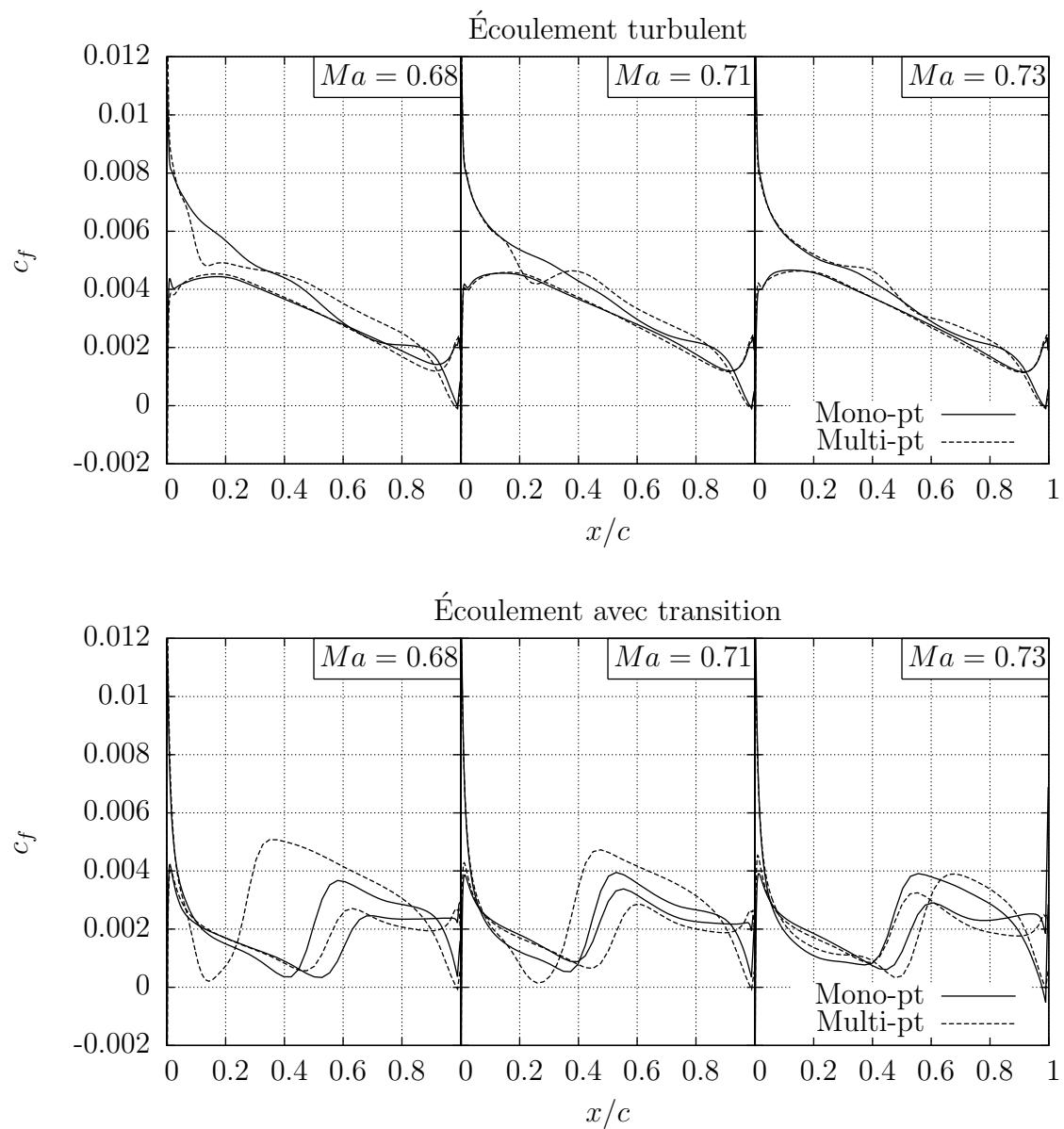


Figure 5.3 Coefficient de friction sur les profils optimisés

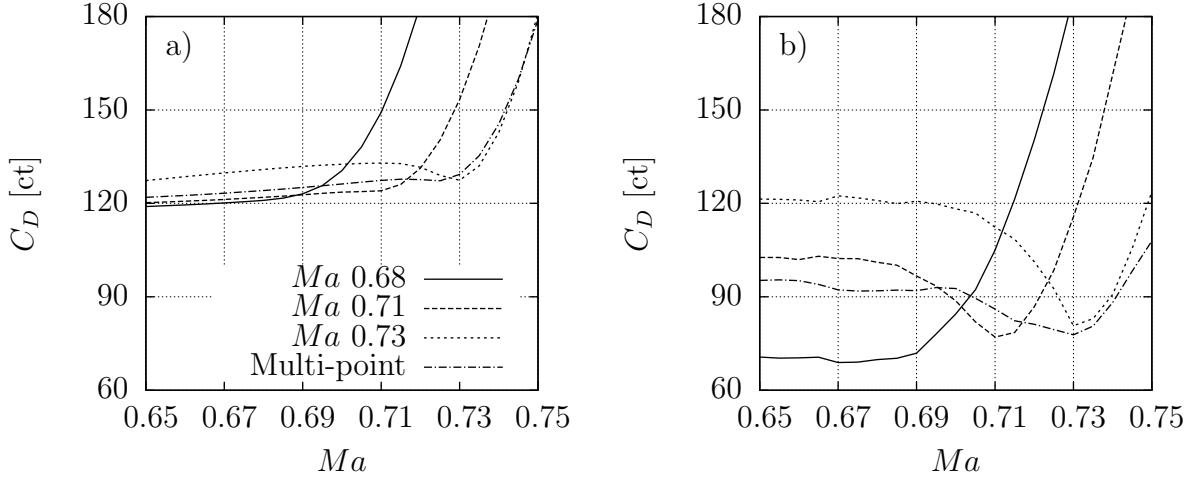


Figure 5.4 Coefficient de traînée en fonction du nombre de Mach pour les profils optimisés.  
a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition.

### 5.1.1 Analyse des performances hors-conception

#### Tremblement

Les propriétés hors-design des profils optimisés ont aussi été évaluées notamment par le biais de leur courbe de tremblement. Cette caractéristique est très importante en industrie car elle caractérise l'enveloppe de vol de l'avion. L'analyse du tremblement est rarement effectuée dans la littérature lorsqu'il est question d'optimisation aérodynamique. Lorsqu'un profil en régime transsonique est soumis à une charge importante (haut  $C_L$ ) ou à un fort nombre de Mach, l'intensité des ondes de choc se formant sur celui-ci augmente. Si l'augmentation est suffisamment importante, la recompression brusque au travers du choc cause la séparation de la couche limite. Ceci peut engendrer un phénomène instationnaire indésirable appelé tremblement (*buffet* en anglais). Une limite de tremblement élevée signifie qu'il est possible d'opérer l'avion à des altitudes plus élevées et ainsi de voler plus rapidement. Le tremblement est habituellement évalué à partir de simulations CFD stationnaires en mesurant le nombre de Mach juste avant les ondes de choc. Le nombre de Mach à la paroi est calculé à partir du coefficient de pression au moyen de la relation isentropique suivante

$$Ma_{paroi} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left( \left( \frac{\gamma Ma_\infty^2 c_p}{2} + 1 \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \right) - 1 \right)}$$

Un critère empirique stipule que le tremblement commence lorsque ce nombre de Mach est d'environ 1.3 (Lee, 2001). La courbe du coefficient de portance auquel commence le

tremblement  $C_{L,buf}$  en fonction du nombre de Mach d'opération a été calculée pour chacun des profils optimisés et la figure 5.5 présente les résultats. On constate que le profil multi-point présente une performance plus constante sur la plage de nombres de Mach étudiée et ce dans les deux régimes d'écoulement. Aux nombres de Mach plus faibles, le profil optimisé à  $Ma = 0.68$  performe mieux ( $C_{L,buf}$  plus élevé) mais se dégrade rapidement. À l'inverse, les profils optimisés à  $Ma = 0.71$  et  $0.73$  ont une limite de tremblement faible à bas nombre de Mach, puis leur limite augmente avant de diminuer de nouveau.

## Contamination

Lors d'un vol réel, il est possible que des circonstances particulières provoquent la transition de la couche limite près du bord d'attaque même si le profil d'aile utilisé présente une grande proportion d'écoulement laminaire lors de sa conception. Par exemple, des imperfections ou de la saleté peuvent être présentes sur le bord d'attaque. De même, un profil qui a été conçu en considérant un écoulement complètement turbulent peut présenter une portion d'écoulement laminaire si la surface de l'aile est lisse et que les perturbations sont minimales. La performance des profils multi-points conçus précédemment a été évaluée en utilisant le modèle de transition pour le profil turbulent et le modèle complètement turbulent pour le profil laminaire. Les courbes du coefficient de traînée en fonction du nombre de Mach à  $C_L = 0.725$  sont tracées à la figure 5.6 pour les profils multi-points optimisés en écoulement turbulent et en écoulement avec transition. Lorsque la simulation est effectuée en considérant un écoulement turbulent (figure 5.6a), on constate que le profil optimisé en considérant la transition offre une moins bonne performance, la différence étant toutefois petite pour les nombres de Mach inférieurs à 0.71. Lorsque la transition est prise en compte (figure 5.6b), le profil optimisé en écoulement turbulent performe mieux que le profil laminaire pour les nombres de Mach intermédiaires ( $0.68 < Ma < 0.72$ ).

## 5.2 Adaptation de la surface supérieure

L'intérêt de la technologie d'adaptabilité réside dans le fait qu'il est possible d'obtenir un profil optimal pour chacun des points de l'enveloppe d'utilisation. Or, les contraintes reliées à la structure de l'aile peuvent limiter l'espace de design des profils adaptables. La section 5.1 offre une estimation du potentiel de la technologie sans la présence de ces contraintes. L'objectif de la présente section est d'évaluer le gain de performance qui serait réalisable en utilisant une technologie de construction d'aile typique. Une optimisation mono-point est donc effectuée pour chaque nombre de Mach en utilisant le profil multi-point obtenu grâce à la résolution du problème (5.1) comme solution initiale. La paramétrisation est effectuée au

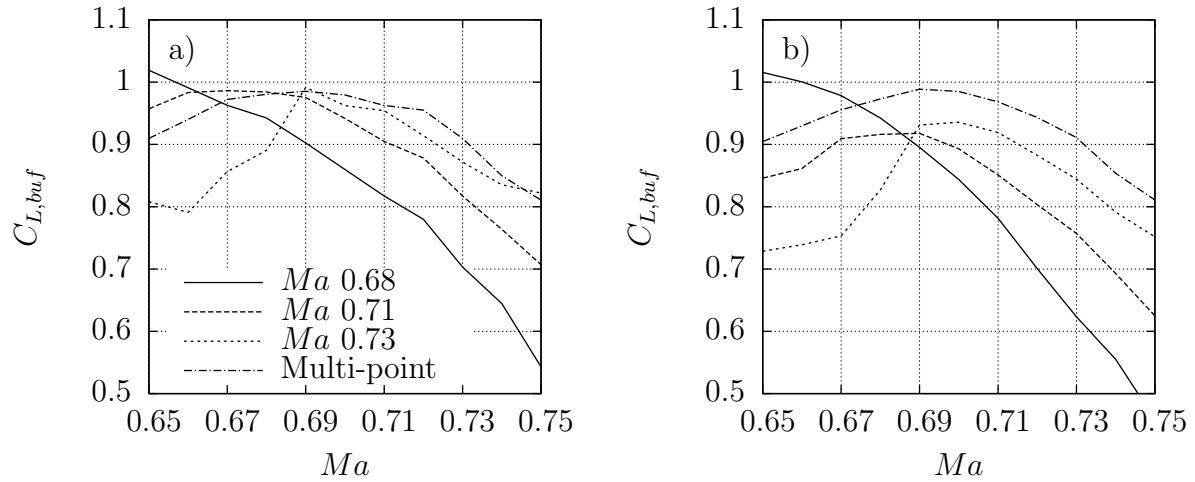


Figure 5.5 Courbes de tremblement des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) écoulement avec transition

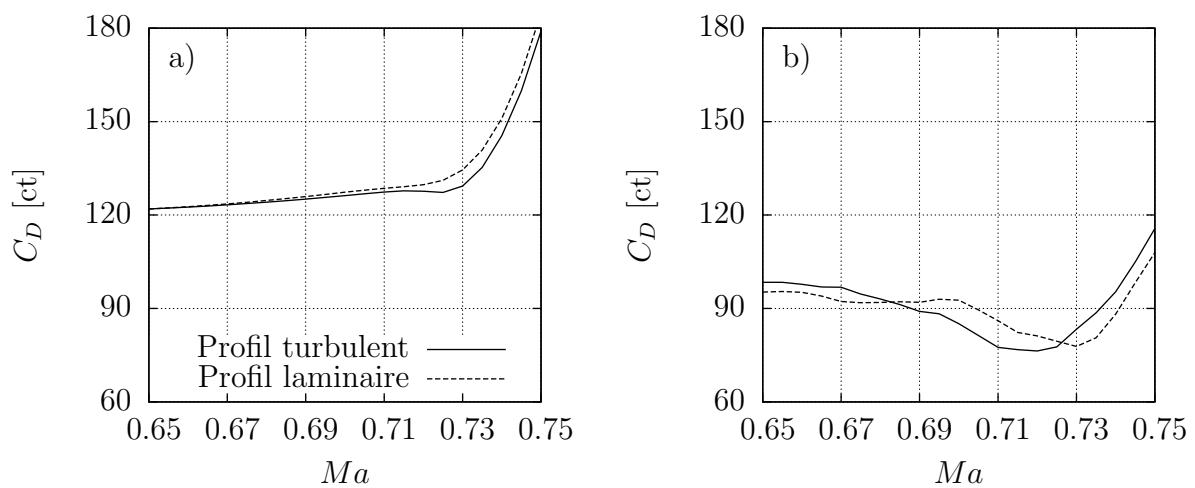


Figure 5.6 Traînée des profils multi-points en fonction du nombre de Mach avec contamination. a) simulation en écoulement turbulent, b) simulation en écoulement avec transition

moyen des splines cubiques puisqu'elles permettent de contrôler la forme de la peau flexible de façon plus directe et réaliste que les NURBS. Les mêmes conditions d'écoulement sont utilisées. Par souci de cohérence avec la définition du projet MDO-505, les longerons sont supposés être situés à 20 et 65% de la corde du profil. De plus, les deux actionneurs déformant la peau se trouvent à 32 et 48% de la corde. Les contraintes d'épaisseur et d'aire incluse sont remplacées par une limite sur le déplacement des actuateurs de 0.3% de la corde, ce qui correspond à une déformation totale d'environ 5 mm sur la maquette. Le schéma montré à la figure 5.7 définit les variables  $\delta_1$  et  $\delta_2$  qui représentent les déplacements des actionneurs. Les déplacements sont exagérés pour bien montrer leur effet sur la forme du profil.

Le tableau 5.2 présente les résultats de l'optimisation effectuée en considérant seulement le mouvement de la surface supérieure du profil. En comparant ces résultats avec ceux du tableau 5.1, on est en mesure de constater que la modification de la surface supérieure du profil, illustrée à la figure 5.8 pour chaque nombre de Mach auquel l'optimisation a été effectuée, n'est pas aussi efficace pour réduire la traînée que la modification de la forme entière. On remarque notamment que pour le cas à  $Ma = 0.68$  en écoulement turbulent, la traînée est la même pour le profil multi-point original et celui dont la surface supérieure a été modifiée. L'amélioration possible est aussi plus petite en régime turbulent qu'avec la transition. Ceci est cohérent avec l'écart de traînée plus grand entre les profils mono-point et multi-points.

L'étude des distributions de pression de la figure 5.9 permet d'expliquer pourquoi le système de peau flexible avec contraintes de longerons n'est pas en mesure d'améliorer la traînée du profil en régime turbulent à  $Ma = 0.68$ . L'onde de choc se situe avant le début de la peau flexible pour ce cas. Inversement, à  $Ma = 0.71$  et  $0.73$ , la déformation de la peau flexible permet d'atténuer l'onde de choc et ainsi de réduire la traînée. Lorsque l'optimisation est effectuée avec le modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ , le système de peau flexible permet non seulement d'atténuer les ondes de choc, mais aussi de déplacer le point de transition comme l'indiquent les courbes de coefficient de friction de la figure 5.10. Le mouvement de la transition est particulièrement significatif à  $Ma = 0.68$  et  $0.71$ , où l'augmentation de  $c_f$  se fait environ 5% de corde plus vers le bord de fuite.

Tableau 5.2 Résultats de l'optimisation de la surface supérieure du profil

$Ma$	Turbulent				Transition			
	$10^3\delta_1/c$	$10^3\delta_2/c$	$C_D$	$\Delta C_D$	$10^3\delta_1/c$	$10^3\delta_2/c$	$C_D$	$\Delta C_D$
0.68	-0.05	-0.54	124.1	0.0	-1.42	-2.80	89.3	2.0
0.71	-0.49	-1.96	126.2	1.2	0.36	-0.30	82.5	3.6
0.73	-0.50	0.14	128.3	1.0	-0.48	0.28	76.7	1.1

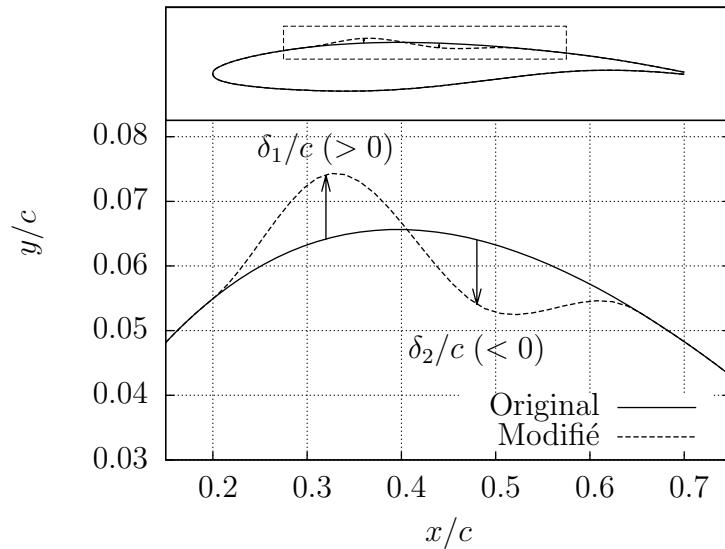


Figure 5.7 Illustration du système de peau flexible du profil MDO-505.2

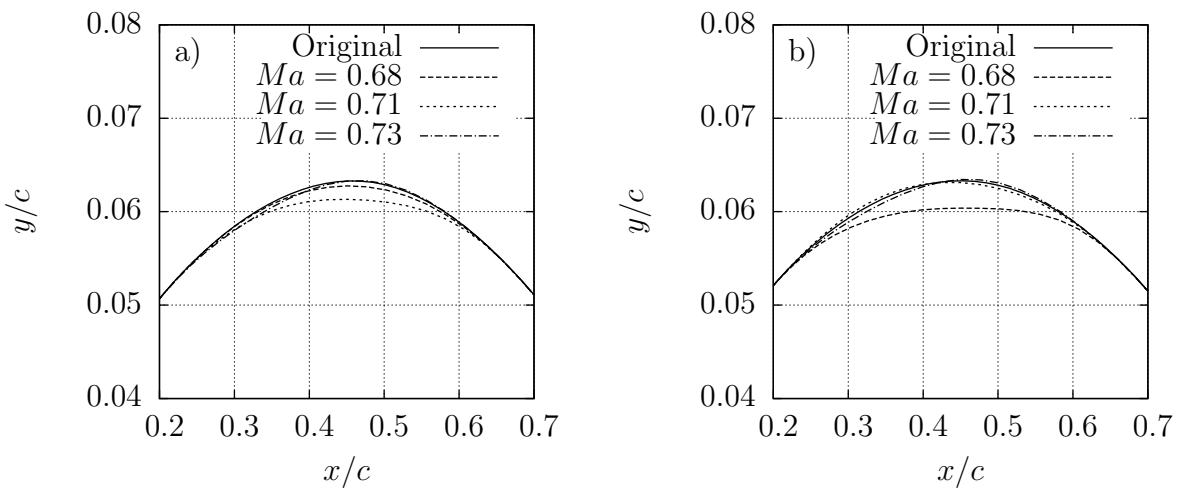


Figure 5.8 Forme de la surface supérieure des profils optimisés. a) Écoulement turbulent, b) Écoulement avec transition

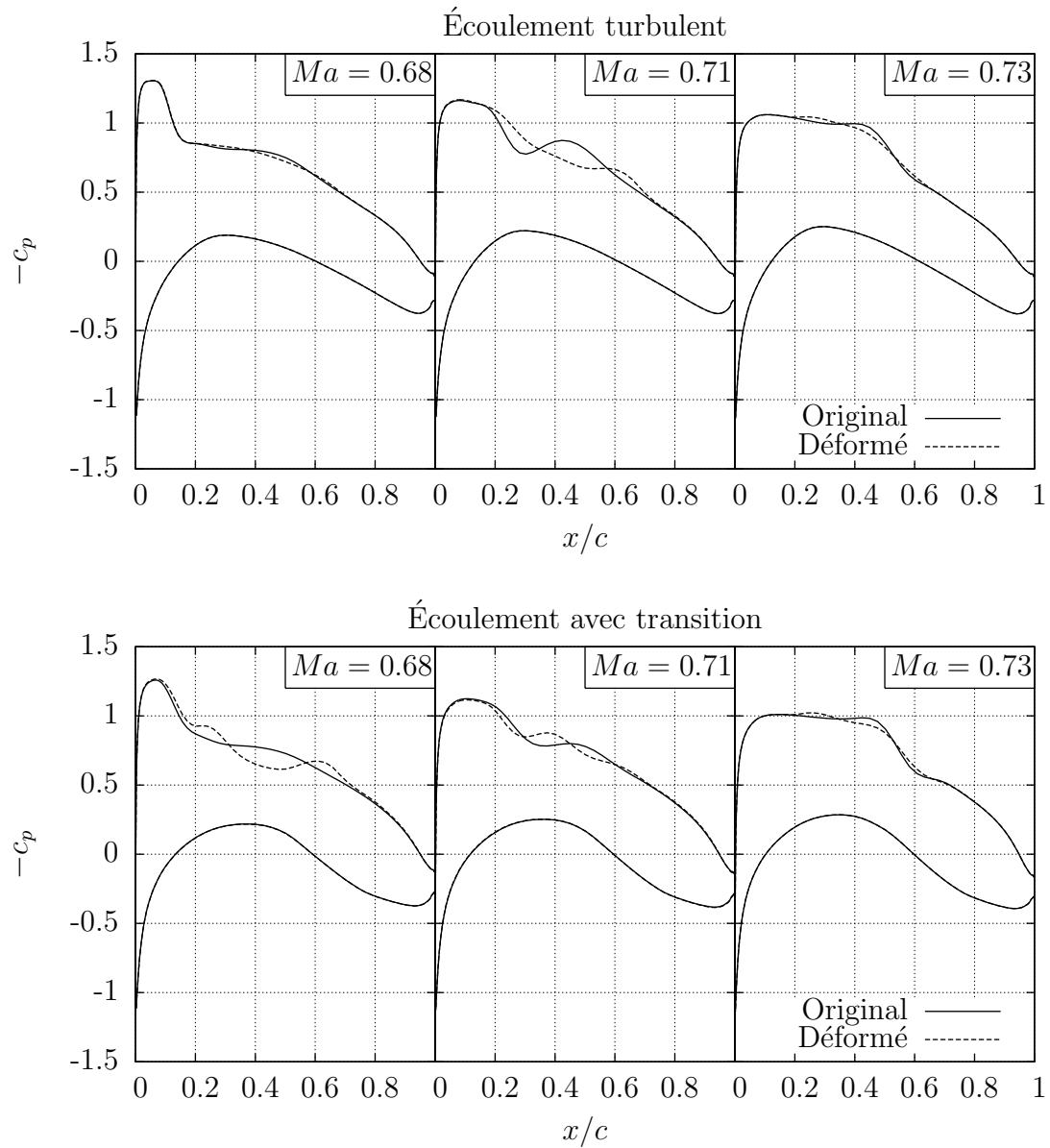


Figure 5.9 Distributions de pression sur les profils optimisés. Profil original vs peau flexible déformée

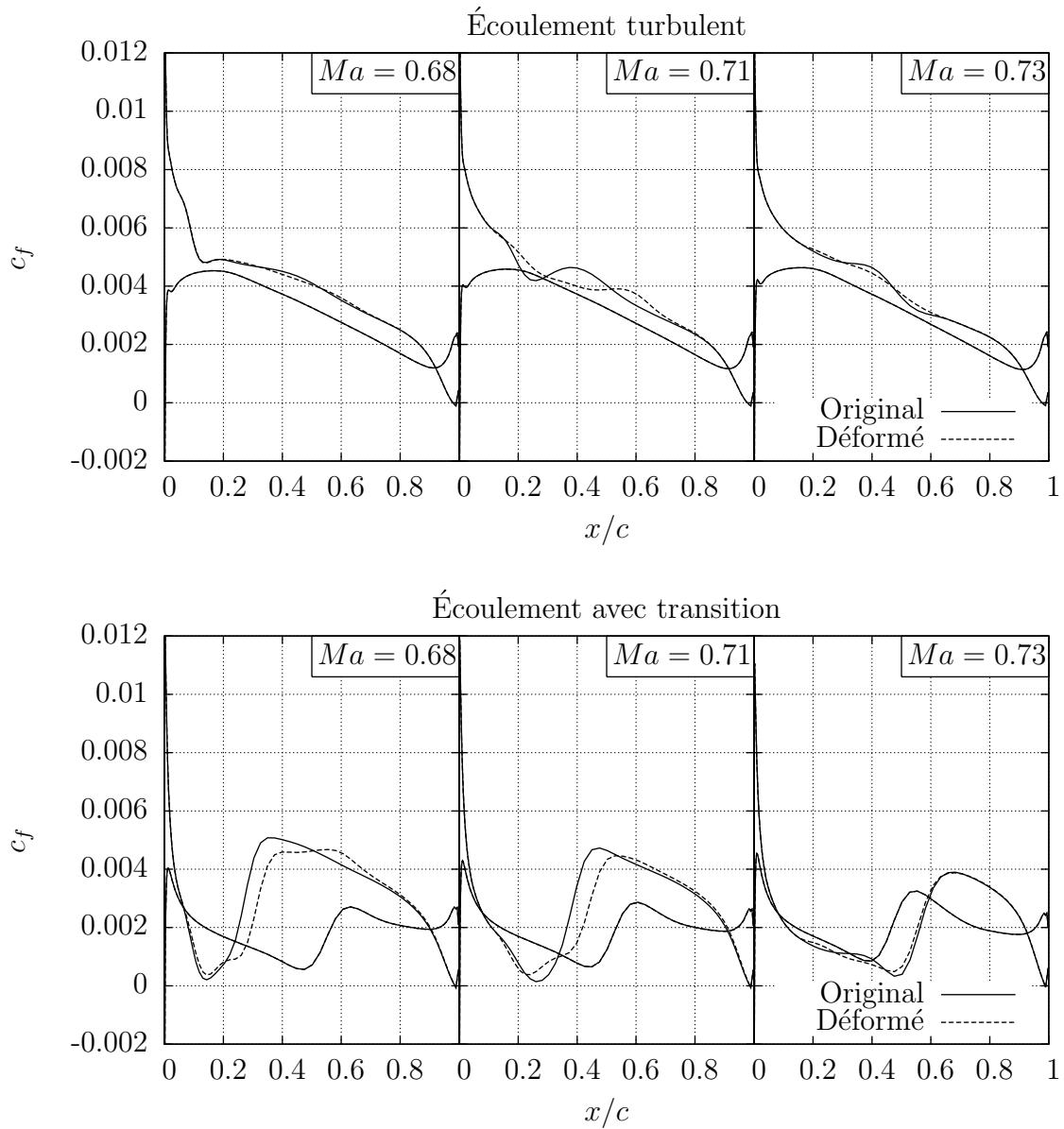


Figure 5.10 Coefficient de frottement pariétal sur les profils optimisés. Profil original vs peau flexible déformée

### 5.3 Analyse tridimensionnelle

En support au projet MDO-505, des simulations aérodynamiques tridimensionnelles ont été effectuées afin de valider si des profils résultant d'optimisation 2D subsonique produisent bel et bien une amélioration du point de transition sur la maquette qui sera testée en soufflerie. De plus, ces calculs permettent de fournir de l'information sur le comportement 3D de la transition, ce qui est utile pour sélectionner la position des capteurs de pression instationnaires le long de l'aile. Notamment, il n'est pas désirable d'installer les capteurs trop près du bout de l'aile en raison d'une possible transition prématuée due aux effets du tourbillon de bout d'aile.

Les formes des profils correspondant à la forme optimale pour chaque condition de vol sont d'abord déterminées grâce à un algorithme génétique et d'une méthodologie similaire à celle décrite dans Sugar Gabor *et al.* (2012), puis la forme 3D de la peau flexible est calculée à l'aide de la méthode des éléments finis. Ces deux étapes sont effectuées au laboratoire des professeurs Ruxandra Botez et Simon Joncas de l'École de Technologie Supérieure. Les formes ainsi obtenues sont ensuite importées dans le logiciel ICEM-CFD pour générer les maillages nécessaires aux simulations. Comme il n'est pas attendu que les effets visqueux aient un effet significatif sur les distributions de vitesse et de pression en régime subsonique et près du bord d'attaque de l'aile, les simulations sont effectuées avec NSMB en mode non-visqueux (Euler), ce qui permet non seulement de sauver du temps de calcul mais aussi de pouvoir passer directement la distribution de vitesse sur la paroi de l'aile au code de couche limite CLDF, qui permet de résoudre les profils de vitesse dans la couche limite à partir de la distribution de vitesse extérieure et utilise des critères empiriques pour déterminer l'endroit où la transition se produit. En effet, les calculs RANS ne permettent pas d'obtenir les lignes de courant extérieures à la couche limite sans une étape de post-traitement complexe.

À titre d'exemple, les résultats d'une simulation exécutée à  $Ma = 0.15$ ,  $Re = 4.5 \times 10^6$  et  $\alpha = 2.8^\circ$  sont présentés à la figure 5.11. On y montre l'état de la couche limite sur la surface supérieure de la maquette pour la géométrie originale (lignes pleines) et pour la géométrie optimisée (colori). La déformation de la peau flexible, dont les limites sont indiquées par les pointillés clairs, permet de retarder la transition de la couche limite pour la région se situant entre 0.1 et 1 m le long de l'envergure. Lorsque  $z$  dépasse 1 m, la transition est déclenchée par le critère d'écoulement transversal. De plus, l'effet de la déformation de la peau est maximal entre  $z = 0.6$  et  $z = 0.8$  m. Il est suggéré d'installer les capteurs de pression instationnaires dans cette région de manière à bien capturer les mouvements du point de transition tout en évitant les zones de contamination potentielles près de la racine (paroi de la soufflerie) et du bout de l'aile.

Le point de transition le long de la ligne  $z = 0.7$  m a été calculé pour un intervalle d'angles d'attaque pour déterminer la plage d'efficacité du système de peau flexible. Les résultats sont présentés à la figure 5.11. Le système parvient à déplacer significativement le point de transition vers le bord de fuite pour  $2.4^\circ < \alpha_{3D} < 4.0^\circ$ . Pour les petits angles d'attaque, le système dégrade la performance de l'aile, ce qui indique que la corrélation entre l'optimisation 2D et les résultats 3D n'est pas parfaite. Les tests en soufflerie devront refléter cette incertitude et couvrir une large plage d'angles d'attaque.

## 5.4 Application à un avion complet

Afin de quantifier l'effet de l'optimisation de la peau flexible du profil sur la traînée totale d'un avion, la méthodologie d'estimation de la traînée des avions de Gur *et al.* (2010) et décrite en détail à l'annexe B a été appliquée à une configuration d'avion typique. La forme en plan est basée sur celle d'un Airbus A320 et est présentée à la figure B.1. En raison du nombre élevé de paramètres nécessaires au calcul, le fichier d'entrée utilisé est fourni à l'annexe B. L'estimation a été calculée pour un ensemble de conditions de vol de croisière transsonique. La traînée de forme et d'onde de choc de l'aile sont extraites et additionnées de manière à évaluer la traînée associée au profil. On fait l'hypothèse que la distribution de portance le long de l'envergure et donc le coefficient d'Oswald ne sont pas influencés par la modification de la forme du profil. Les conditions de vol et les résultats sont indiqués au tableau 5.3. Le coefficient de portance est supposé constant à  $C_L = 0.5$  et le nombre de Reynolds à  $Re_{c_{mac}} = 2.7 \times 10^6$ . Les nombres de Mach correspondent aux conditions auxquelles l'optimisation a été effectuée en considérant un angle de flèche de  $26.6^\circ$ . Le nombre de Mach des profils relatif au nombre de Mach de l'avion est donné par

$$Ma_{profil} = Ma_{avion} \cos \Lambda$$

où  $\Lambda$  est l'angle de flèche de l'aile. L'estimation de traînée indique que la proportion de la traînée directement imputable au profil d'aile varie entre 22.9 et 30.8% pour la plage de conditions de vol étudiée.

Le tableau 5.4 présente la synthèse des résultats de l'optimisation en regard de l'amélio-

Tableau 5.3 Estimation de la proportion de traînée de profil sur l'avion complet

$Ma$	$C_{D,aile,forme}$ [ct]	$C_{D,aile,choc}$ [ct]	$C_{D,avion}$ [ct]	% Traînée Profil
0.760	82.5	4.7	380.4	22.9
0.794	82.7	22.4	398.6	26.4
0.816	82.9	48.1	425.3	30.8

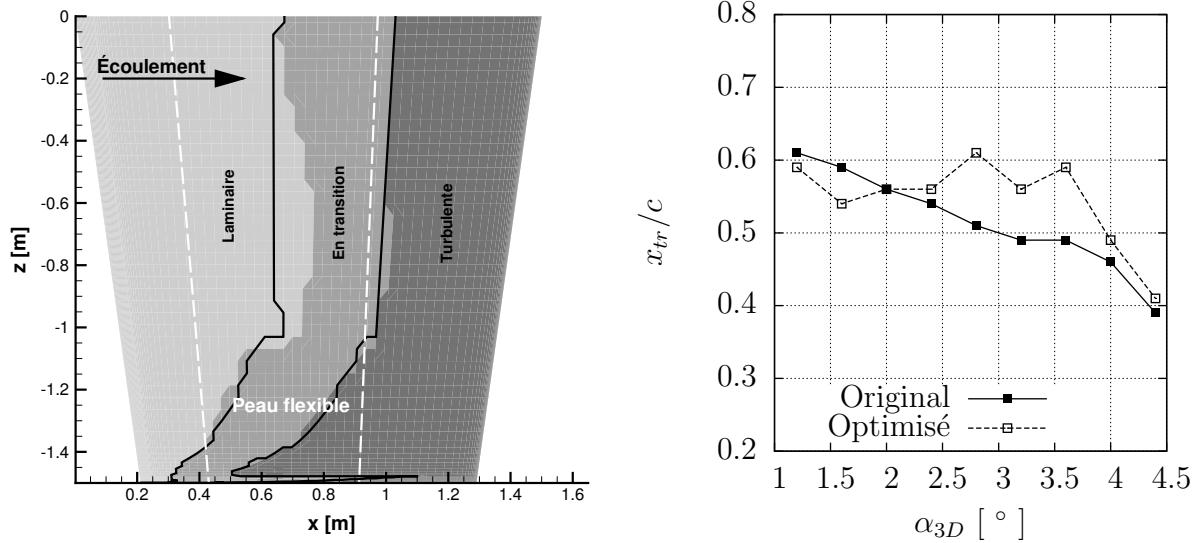


Figure 5.11 Gauche : État de la couche limite sur la surface supérieure de la maquette. Lignes pleines : géométrie originale, Dégradé : géométrie optimisée. Droite : Point de transition sur l'extrados de la maquette le long de la ligne  $z = 0.7$  m en fonction de l'angle d'attaque

ration de la traînée d'un avion complet pour les différents scénarios considérés, soit en modifiant le profil complet ou seulement la partie de l'extrados située entre les deux longerons. On rappelle que l'optimisation s'est faite sur quatre cas, soit écoulement (turbulent ; avec transition)  $\times$  (profil complet ; surface supérieure). Pour chacun des points de cette matrice de tests, l'optimisation a été effectuée à trois nombres de Mach, soit 0.68, 0.71 et 0.73. Pour simplifier la discussion, on désigne les profils obtenus lorsque toute la surface est modifiée (section 5.1) *profils idéaux* et les profils dont seulement la peau flexible entre les longerons est déformée (section 5.2) comme *profils réalistes*. Comme il était attendu, l'imposition des contraintes géométriques diminue le gain en performance des profils optimisés. En écoulement turbulent, l'utilisation de profils idéaux permettrait de réduire la traînée de l'avion de 0.5 à 0.7% selon le nombre de Mach. Ce nombre diminue entre 0.0 à 0.2% pour les profils réalistes. Lorsqu'on tient compte de la transition, le gain est beaucoup plus important. Les profils idéaux permettent de diminuer la traînée de l'avion de 5.4% à  $Ma = 0.68$  et de 2.8% à  $Ma = 0.71$ . L'optimiseur n'a pas réussi à améliorer le profil multi-point avec la liberté qu'il avait à  $Ma = 0.73$ . Encore une fois, les profils réalistes présentent un gain moins intéressant que les profils idéaux mais tout de même supérieur à celui obtenu en régime turbulent. La diminution de traînée pour l'avion complet varie entre 0.4 et 1.1%. La meilleure performance en régime transitionnel est explicable par la marge entre le profil multi-points et les profils idéaux qui est beaucoup plus importante qu'en régime complètement turbulent. Ceci laisse

ainsi plus de place à l'optimiseur pour trouver une configuration d'actionneurs qui présente une traînée réduite.

Tableau 5.4 Pourcentage de diminution de la traînée de profil pour chaque scénario

Opt. sur	Écoulement turbulent			
	Profil idéal		Profil réaliste	
$Ma$	$\Delta C_D/C_{D,orig}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,avion}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,orig}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,avion}$ [%]
0.68	2.5	0.6	0.0	0.0
0.71	2.6	0.7	0.9	0.2
0.73	1.5	0.5	0.8	0.2

Opt. sur	Écoulement avec transition			
	Profil idéal		Profil réaliste	
$Ma$	$\Delta C_D/C_{D,orig}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,avion}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,orig}$ [%]	$\Delta C_D/C_{D,avion}$ [%]
0.68	23.5	5.4	2.2	0.5
0.71	10.5	2.8	4.2	1.1
0.73	-3.7	-1.1	1.4	0.4

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

#### 6.1 Synthèse des travaux

L'objectif des présents travaux était de faire la conception aérodynamique d'un système de profil adaptable aux conditions de vol en régime transsonique et d'évaluer le gain en traînée potentiellement atteignable par un tel système. Le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$  a été utilisé pour tenir compte du phénomène de transition de la couche limite lors du processus d'optimisation. Le modèle a été validé en utilisant notamment une base de données comprenant des mesures de transition sur un profil adaptable. Un programme d'optimisation a été développé afin d'effectuer la conception des profils d'aile. Un profil de départ a été conçu en utilisant la stratégie d'optimisation multi-objectif pour minimiser la traînée sur une plage de nombres de Mach. Celui-ci a par la suite été optimisé pour chacune des conditions de vol de manière à quantifier la traînée minimale atteignable par un profil d'aile. Par la suite, l'optimisation a été effectuée une nouvelle fois en considérant seulement un mouvement de la partie de la surface supérieure du profil située entre les deux longerons d'une structure d'aile. Ces nouvelles formes sont plus représentatives de ce qui peut être obtenu en utilisant une méthodologie de conception d'aile actuelle et des actionneurs classiques. La diminution de traînée de profil a été mise en relation avec la traînée totale de l'avion au moyen de relation empiriques programmées dans un module livré à Bombardier Aéronautique. Lorsque le phénomène de transition est pris en compte, il a été montré que le profil adaptable offre un potentiel de réduction de traînée de l'avion complet qui peut aller jusqu'à 1.1% pour les conditions de vol testées, notamment en étant capable de retarder la transition. En comparaison, un système n'étant pas soumis aux contraintes géométriques liées à la structure offre une diminution de traînée de 5.4% pour certaines conditions de vol. En régime turbulent, les gains réalisés sont de l'ordre de 0.2% pour le profil soumis aux contraintes géométriques alors qu'ils varient entre 0.5 et 0.7% lorsque le profil entier est modifié. On peut conclure que la technologie d'adaptabilité est plus pertinente dans le cas où l'écoulement présente une portion laminaire. En régime turbulent, le seul fait d'effectuer une optimisation multi-points permet d'obtenir une performance quasi-optimale sur toute la durée de la croisière.

Le processus d'optimisation a fait ressortir certaines caractéristiques du modèle de transition  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ . D'abord, la convergence est moins rapide et moins robuste que pour le modèle complètement turbulent. De plus, l'utilisation de ce modèle modifie énormément les caracté-

ristiques des profils, notamment hors-conception. Il a été montré que l'utilisation d'un modèle d'écoulement complètement turbulent lors de l'optimisation ne permet pas d'obtenir un profil optimal en écoulement avec transition et inversement. Il est donc recommandé de toujours utiliser le modèle qui tient compte le plus précisément possible de tous les phénomènes physiques présents dans l'écoulement.

## 6.2 Limitations

Le travail présenté précédemment tient uniquement compte de l'aspect aérodynamique du problème de conception de profils d'aile. Or, un système de peau flexible comprend plusieurs sous-systèmes qui se doivent de fonctionner à l'unisson, notamment au niveau de la structure, des actionneurs et du contrôle. Les pénalités associées au poids et à la complexité du système n'ont pas été considérées et ont certainement un impact sur la viabilité d'un éventuel système de profil d'aile adaptable. La conception de l'ensemble du système fait l'objet d'une étude approfondie dans le cadre du projet CRIAQ MDO-505. Une maquette répliquant une structure aéronautique a été conçue et sera testée en soufflerie afin de valider les études numériques d'optimisation. Ces essais serviront aussi à évaluer la performance du système de contrôle. La conception de la maquette pourrait permettre une évaluation de la masse additionnelle due au système d'actionnement et aux modifications à la structure. Ces données peuvent être intégrées au processus d'optimisation pour trouver le meilleur compromis entre l'efficacité aérodynamique et le poids du système. Par la suite, une approche similaire à celle de Namgoong *et al.* (2007) pourrait être utilisée pour relier l'autorité du système sur l'écoulement à une éventuelle pénalité en poids ou en complexité.

## 6.3 Améliorations futures

La technologie adaptable pourrait être utilisée à d'autres fins que la seule minimisation de la traînée. Par exemple, le système de peau flexible adaptable conçu dans les présents travaux pourrait servir à étendre l'enveloppe de vol, par exemple en retardant le phénomène de tremblement qui peut survenir lors de manœuvres. Une telle utilisation du système nécessite toutefois la résolution d'un grand nombre de problèmes d'optimisation additionnels.

La précision du calcul des gradients pourrait être améliorée en utilisant la méthode adjointe. L'approche est documentée dans Khayatzadeh et Nadarajah (2011) pour le modèle  $\gamma - \tilde{Re}_{\theta t}$ . Ceci permettrait une meilleure convergence du processus d'optimisation et une amélioration de la rapidité d'exécution.

## RÉFÉRENCES

- AMOIGNON, O., PRALITS, J., HANIFI, A., BERGGREN, M. et HENNINSON, D. (2006). Shape optimization for delay of laminar-turbulent transition. *AIAA Journal*, 44, 1009–1024.
- ARNAL, D., HABIBALLAH, M. et COUSTOLS, E. (1984). Laminar instability theory and transition criteria in two and three-dimensional flow. *La Recherche Aerospaciale (English Edition)*(ISSN 0379-380X), 2, 45–63.
- BARBARINO, S., BILGEN, O., AJAJ, R. M., FRISWELL, M. I. et INMAN, D. J. (2011). A review of morphing aircraft. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 22, 823–877.
- BECKER, G., SCHÄFER, M. et JAMESON, A. (2011). An advanced NURBS fitting procedure for post-processing of grid-based shape optimizations. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*.
- CEBECI, T. et COUSTEIX, J. (2005). *Transition in two-dimensional incompressible flows*, Horizons Pub. Seconde édition, 307–343.
- CHEN, X. et AGARWAL, R. K. (2013). Shape optimization of airfoils in transonic flow using a multi-objective genetic algorithm. *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*.
- COUTU, D., BRAILOVSKI, V., TERRIAULT, P., MAMOU, M. et MÉBARKI, Y. (2011). Aerostructural model for morphing laminar wing optimization in a wind tunnel. *Journal of Aircraft*, 48, 66–76.
- DRELA, M. (1989). XFOIL : An analysis and design system for low Reynolds number airfoils. *Low Reynolds number aerodynamics*, Springer. 1–12.
- GUR, O., MASON, W. H. et SCHETZ, J. A. (2010). Full-configuration drag estimation. *Journal of Aircraft*, 47, 1356–1367.
- HERBERT, T. (1997). Parabolized stability equations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 29, 245–283.
- HOUDEVILLE, R. (1993). Calcul de couches limites tridimensionnelles - Mode d'emploi du code CLDF.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION (2013). Destination green : 2013 environmental report. ICAO report.
- JAMESON, A. (1988). Aerodynamic design via control theory. *Journal of scientific computing*, 3, 233–260.

- JAMESON, A., MARTINELLI, L. et PIERCE, N. A. (1998). Optimum aerodynamic design using the navier–stokes equations. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 10, 213–237.
- JOSHI, S. P., TIDWELL, Z., CROSSLEY, W. A. et RAMAKRISHNAN, S. (2004). Comparison of morphing wing strategies based upon aircraft performance impacts.
- KHAYATZADEH, P. et NADARAJAH, S. K. (2011). Aerodynamic Shape Optimization via Discrete Viscous Adjoint Equations for the k-  $\omega$ SST Turbulence and  $\gamma$ - Re $\theta$  Transition Models. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2011-1247, Orlando, Florida*.
- LANGTRY, R. B. et MENTER, F. R. (2005). Transition modeling for general CFD applications in aeronautics. *AIAA paper 522*.
- LANGTRY, R. B. et MENTER, F. R. (2009). Correlation-based transition modeling for unstructured parallel computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, 47, 2894–2906.
- LEE, B. H. K. (2001). Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds. *Progress in Aerospace Sciences*, 37, 147 – 196.
- MALAN, P., SULUKSNA, K. et JUNTASARO, E. (2009). Calibrating the  $\gamma$ -Re $\theta$  transition model for commercial CFD. *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 5–8.
- MAMOU, M., MÉBARKI, Y., KHALID, M., GENEST, M., COUTU, D., POPOV, A. V., SAINMONT, C., GEORGES, T., GRIGORIE, L., BOTEZ, R. M., BRAILOVSKI, V., TER-RIAULT, P., PARASCHIVOIU, I. et LAURENDEAU, E. (2010). Aerodynamic performance optimization of a wind tunnel morphing wing model subject to various flow conditions. *27th International Congress of the Aeronautical Sciences*.
- MARTINS, J. R. R. A., STURDZA, P. et ALONSO, J. J. (2003). The complex-step derivative approximation. *ACM Trans. Math. Softw.*, 29, 245–262.
- MEDIDA, S. et BAEDER, J. (2011). Application of the correlation-based  $\gamma$ - re $\theta$ t transition model to the spalart-allmaras turbulence model. *20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. 1–21.
- MENTER, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, 32, 1598–1605.
- MICHEL, R. (1951). Étude de la transition sur les profils d'aile, Établissement d'un critère de détermination du point detransition et calcul de la trainée de profil incompressible. *ONERA Rept. 1/1578A*.
- NAMGOONG, H., CROSSLEY, W. A. et LYRINTZIS, A. S. (2007). Aerodynamic optimization of a morphing airfoil using energy as an objective. *AIAA journal*, 45, 2113–2124.

- NOCEDAL, J. et WRIGHT, S. J. (2006). *Numerical Optimization*. Springer, seconde édition.
- PIEGL, L. et TILLER, W. (1997). *The NURBS Book*. Springer-Verlag, seconde édition.
- PIGEON, A., LÉVESQUE, A.-T. et LAURENDEAU, E. (2014). Two-dimensional Navier-Stokes flow solver developments at École Polytechnique de Montréal. *22nd Annual Conference of the CFD Society of Canada, University of Toronto, June 1 to 4*.
- POPOV, A. V., GRIGORIE, T. L., BOTEZ, R. M., MÉBARKI, Y. et MAMOU, M. (2010). Modeling and testing of a morphing wing in open-loop architecture. *Journal of Aircraft*, 47, 917–923.
- RALL, L. B. (1981). *Automatic differentiation : Techniques and applications*. Springer-Verlag.
- REDEKER, G. et MÜLLER, R. (1985). A comparison of experimental results for the transonic flow around the DFVLR-F4 wing-body configuration. GARTEUR TP-018.
- SCHUBAUER, G. B. et KLEBANOFF, P. S. (1955). Contributions on the mechanics of transition. NACA TN 3489.
- SMITH, A. M. O. et GAMBERONI, N. (1956). Transition, pressure gradient and stability theory. Douglas Aircraft Co., Rept. ES 26388.
- SPALART, P. R. et ALLMARAS, S. R. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Paper 92-0439*.
- SPEELPENNING, B. (1980). *Compiling fast partial derivatives of functions given by algorithms*. Thèse de doctorat, Dept. of Computer Science, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, Illinois.
- STANEWSKY, E. (2001). Adaptive wing and flow control technology. *Progress in Aerospace Sciences*, 37, 583–667.
- SUGAR GABOR, O., KOREANSCHI, A. et BOTEZ, R. M. (2012). Low-speed aerodynamic characteristics improvement of atr 42 airfoil using a morphing wing approach. *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE, 5451–5456.
- TOMAC, M., PETTERSSON, K. et RIZZI, A. (2013). Calibration and verification of a  $\gamma - Re\theta t$  transition prediction method for airfoil computations. *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition 2013*.
- VAN INGEN, J. L. (1956). A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region. Delft University of Technology, Dept. of Aerospace Engineering, Rept. VTH-74.

VOS, J. B., RIZZI, A. W., CORJON, A., CHAPUT, E. et SOINNE, E. (1998). Recent advances in aerodynamics inside the NSMB (Navier-Stokes Multi-Block) consortium. *AIAA paper*, 802, 1998.

WÄCHTER, A. et BIEGLER, L. T. (2006). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 106, 25–57.

ZINGG, D. W., DIOSADY, L. et BILLING, L. (2006). Adaptive airfoils for drag reduction at transonic speeds. *AIAA paper*, 3656.

## ANNEXE A

### CALCUL DU PARAMÈTRE DE CONCENTRATION

#### A.1 Fonction tangente hyperbolique

Le paramètre de concentration peut être calculé en connaissant la taille des cellules à chaque bout du côté et le nombre de noeuds à répartir. Ces données sont fournies par l'utilisateur. L'idée est de résoudre pour  $b$  dans l'équation suivante :

$$\frac{ds}{di} = \delta s_1 \quad (\text{A.1})$$

En utilisant la règle de la dérivée en chaîne, on détermine que

$$\frac{ds}{di} = \frac{ds}{dU} \frac{dU}{dR} \frac{dR}{di} \quad (\text{A.2})$$

En évaluant (A.2) au premier indice  $i = 1$ , on obtient

$$\begin{aligned} \left. \frac{ds}{di} \right|_{i=1} &= \frac{1}{2A} \frac{b}{\tanh b/2} \frac{1}{\cosh^2 b/2} \frac{1}{N-1} \\ &= \frac{1}{2A} \frac{b}{\sinh b/2} \frac{1}{\cosh b/2} \frac{1}{N-1} \\ &= \frac{1}{A} \frac{b}{\sinh b} \frac{1}{N-1} \end{aligned}$$

En combinant les équations (A.1) et (A.2) et en remplaçant les expressions des dérivées, on trouve que

$$\begin{aligned} \delta s_1 &= \frac{1}{A} \frac{b}{\sinh b} \frac{1}{N-1} \\ \frac{\sinh b}{b} &= \frac{1}{A(N-1)\delta s_1} \\ &= \frac{1}{(N-1)\sqrt{\delta s_1 \delta s_2}} \end{aligned}$$

Cette équation implicite en  $b$  peut être résolue en utilisant la méthode de Newton, qui s'écrit pour ce problème

$$\begin{aligned} F(b) &= \frac{\sinh b}{b} \\ \frac{dF}{db} &= \frac{b \cosh b - \sinh b}{b^2} \\ RHS &= \frac{1}{(N-1)\sqrt{\delta s_1 \delta s_2}} \\ b^{k+1} &= b^k + \frac{RHS - F(b^k)}{\left.\frac{dF}{db}\right|_{b^k}} \end{aligned}$$

## A.2 Fonction sinus hyperbolique

La même méthodologie peut être appliquée au cas de la fonction sinus hyperbolique. L'équation (A.1) garde la même forme avec les dérivées suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dU} &= \frac{A}{(A + (1-A)U)^2} \\ \frac{dU}{dR} &= \frac{1}{2} \frac{b \cosh b R}{\sinh b / 2} \\ \frac{dR}{di} &= \frac{1}{N-1} \end{aligned}$$

Au premier indice  $i = 1$ , la dérivée devient

$$\begin{aligned} \left. \frac{ds}{di} \right|_{i=1} &= \frac{1}{2A} \frac{b}{\tanh b/2} \frac{1}{N-1} \\ &= \frac{b}{2A(N-1) \tanh b/2} \end{aligned}$$

En substituant les expressions des dérivées précédentes dans (A.1), on obtient la relation implicite

$$\begin{aligned} \delta s_1 &= \frac{b}{2A(N-1) \tanh b/2} \\ \frac{\tanh b/2}{b} &= \frac{1}{2A(N-1)\delta s_1} \\ &= \frac{1}{2(N-1)\sqrt{\delta s_1 \delta s_2}} \end{aligned}$$

qui peut être résolue grâce à la méthode de Newton.

$$\begin{aligned}
 F(b) &= \frac{\tanh b/2}{b} \\
 \frac{dF}{db} &= \frac{\frac{b}{2 \cosh^2 b/2} - \tanh b/2}{b^2} \\
 RHS &= \frac{1}{2(N-1)\sqrt{\delta s_1 \delta s_2}} \\
 b^{k+1} &= b^k + \frac{RHS - F(b^k)}{\frac{dF}{db}|_{b^k}}
 \end{aligned}$$

## ANNEXE B

### ESTIMATION DE LA TRAÎNÉE D'UN AVION COMPLET – FCDE

#### B.1 Description du programme d'estimation de la traînée d'un avion complet

Le programme FCDE a été conçu à la suite d'une demande de Bombardier Aéronautique pour fournir des estimations de la traînée de configurations d'avion complètes à des fins de design préliminaire. Il utilise la méthodologie de Gur *et al.* (2010) pour approximer par des relations empiriques les différents constituants de la traînée des avions.

##### **Représentation géométrique**

La géométrie de l'aéronef est définie par sa forme en plan. Les coordonnées  $x$  et  $z$  sont mesurées à partir du nez de l'avion dans les directions longitudinale et transversale. Pour chaque surface portante de l'avion, on donne un ensemble de sections possédant les propriétés suivantes : la position le long de l'envergure  $z$ , la position du bord d'attaque par rapport à l'origine  $x_{LE}$ , la corde locale  $c$ , l'épaisseur relative du profil  $t/c$  et les points de transition extrados et intrados  $x_{tr,up}$  et  $x_{tr,lo}$ .

Le fuselage est modélisé en trois sections : un cône à l'avant, une portion cylindrique au centre et un autre cône à l'arrière. On donne en entrée la longueur des portions coniques  $l_1$  et  $l_2$ , la longueur totale  $L_{fus}$  ainsi que le diamètre du fuselage  $D_{fus}$ .

La figure B.1 montre une configuration aile-fuselage telle que représentée à l'intérieur du programme FCDE.

##### **Traînée de forme**

Dans le programme FCDE, la traînée de forme est calculée pour chaque surface portante de même que pour le fuselage. Elle est exprimée globalement comme étant la traînée d'une plaque plane multipliée par un facteur de forme tenant compte de l'épaisseur du profil et du nombre de Mach dans le cas d'une surface portante et du rapport d'allongement dans le cas du fuselage. Elle s'écrit :

$$C_{D,form} = C_{D,pp} FF \frac{S_{wet}}{S_{ref}}$$

où  $S_{wet}$  est la surface mouillée pour la composante dont la traînée est calculée.

Le coefficient de traînée de plaque plane  $C_{D,pp}$  est estimé en utilisant une relation qui

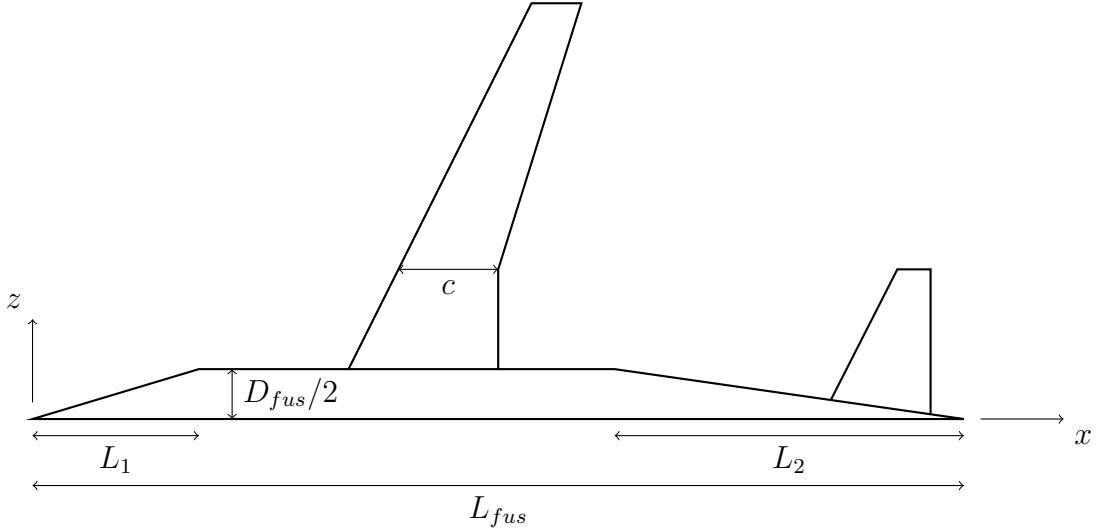


Figure B.1 Représentation de la forme de l'avion dans le programme FCDE

tient compte des zones laminaires et turbulentes de l'écoulement autour des surfaces :

$$C_{D,pp} = C_{D,turb}|_{Re_c} - \frac{x_{tr}}{c} (C_{D,turb}|_{Re_{x_{tr}}} - C_{D,lam}|_{Re_{x_{tr}}})$$

Les coefficients de traînée laminaire et turbulent sont respectivement estimés grâce à la relation de Blasius et une relation empirique :

$$C_{D,lam} = \frac{1.328}{\sqrt{Re}}$$

$$C_{D,turb} = \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2.58}}$$

La transition peut être soit imposée ou calculée à l'aide du facteur technologique (figure B.2). Les courbes de la figure sont représentées dans le programme par des segments linéaires. Un facteur technologique égal à 0 signifie qu'aucun effort particulier n'a été mis pour augmenter les portions laminaires sur les surfaces portantes. Pour ce cas, le nombre de Reynolds au point de transition peut s'exprimer en fonction de l'angle de flèche au bord d'attaque  $\Lambda_{LE}$  comme :

$$Re_{x_{tr}} \times 10^{-6} = \begin{cases} 15 - \frac{2}{7}\Lambda_{LE} & 0 \leq \Lambda_{LE} < 35 \\ 5 & 35 \leq \Lambda_{LE} \end{cases}$$

La courbe correspondant à un facteur technologique égal à 1 représente la limite supérieure

du point de transition si toutes les technologies actuelles d'amélioration de la laminarité sont implémentées sur les surfaces portantes. Elle peut s'écrire :

$$Re_{x_{tr}} \times 10^{-6} = \begin{cases} 43 - \frac{26}{15}\Lambda_{LE} & 0 \leq \Lambda_{LE} < 15 \\ 17 - \frac{3}{5}\Lambda_{LE} & 15 \leq \Lambda_{LE} < 35 \\ 5 & 35 \leq \Lambda_{LE} \end{cases}$$

Le point de transition est calculé pour chaque section en faisant le rapport entre le nombre de Reynolds calculé avec les relations précédentes et le nombre de Reynolds basé sur la corde locale de la surface portante. Un limiteur empêche le point de transition pour une section donnée de dépasser 60% de la corde locale. Une interpolation linéaire est utilisée entre les sections.

Pour les surfaces portantes, le facteur de forme de Shevell est utilisé :

$$FF_{sp} = 1 + \frac{(2 - M^2) \cos \Lambda_{0.25}}{\sqrt{1 - (M \cos \Lambda_{0.25})^2}} \frac{t}{c} + 100 \left( \frac{t}{c} \right)^4$$

où  $M$  est le nombre de Mach d'opération,  $\Lambda_{0.25}$  est l'angle de flèche au quart de corde et  $t/c$  est l'épaisseur relative de la section d'aile.

Le facteur de forme de Hoerner est utilisé pour le fuselage :

$$FF_{fus} = 1 + \frac{1.5}{(L_{fus}/D_{fus})^{1.5}} + \frac{7}{(L_{fus}/D_{fus})^3}$$

où  $L_{fus}$  et  $D_{fus}$  sont la longueur et le diamètre du fuselage, respectivement. L'écoulement le long du fuselage est considéré complètement turbulent.

La traînée d'excroissances est obtenue simplement en multipliant la traînée de forme totale par un facteur donné en paramètre d'entrée.

## Traînée induite

La traînée induite est déterminée par la distribution de portance le long de l'envergure. L'aile ayant la traînée induite minimale pour un rapport d'aspect donné possède une distribution de portance elliptique. Comme il est impossible d'obtenir une telle distribution avec une configuration standard en raison notamment de la présence du fuselage et de considérations de stabilité et de structure, on définit un rapport d'efficacité appelé le coefficient d'Oswald  $e$  qui est le rapport entre la traînée induite de l'aile elliptique ayant le même rapport d'aspect  $AR$  que l'aile étudiée et la traînée induite de l'aile elle-même. Le coefficient d'Oswald est donné en paramètre d'entrée et le rapport d'aspect peut être calculé à partir de la géométrie. La traînée induite pour la surface portante peut être calculée avec la relation :

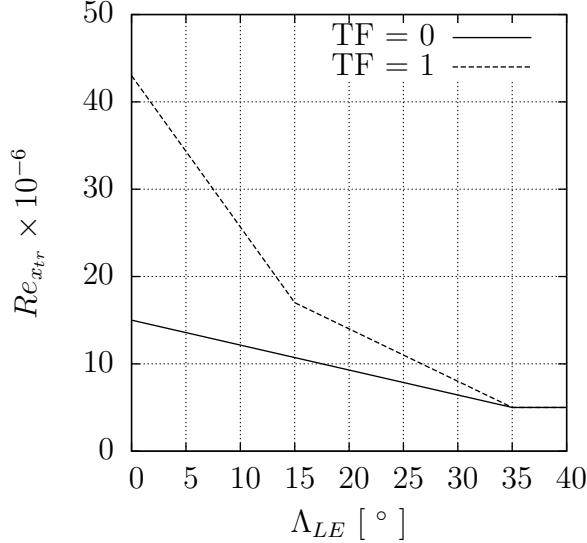


Figure B.2 Point de transition en fonction de l'angle de flèche basé sur le facteur technologique

$$C_{D,ind} = \frac{C_L^2}{\pi A Re} \frac{S_{wet}}{S_{ref}}$$

On rappelle que le coefficient de portance  $C_L$  utilisé dans cette relation est celui basé sur l'aire de la surface portante et non pas sur la surface de référence.

La traînée d'équilibrage est une forme de traînée induite due à la surcharge de l'aile causée par le fait qu'il est généralement nécessaire que le stabilisateur exerce une portance vers le bas pour assurer l'équilibre du vol de l'avion. On calcule d'abord la traînée induite de l'aile si son coefficient de portance correspondait au coefficient de portance global. La traînée d'équilibrage est définie comme suit :

$$C_{D,trim} = C_{D,ind,aile}|_{C_{L,aile}} - C_{D,ind,aile}|_{C_{L0}} + C_{D,ind,stab}|_{C_{L,stab}}$$

Le terme  $C_{D,ind,aile}|_{C_{L0}}$  est pris directement comme étant la traînée induite de l'avion complet.

### Traînée d'onde de choc

La traînée d'onde est évaluée à l'aide de la loi de Lock et de l'équation de Korn. Cette dernière relation dépend d'un paramètre appelé le facteur de Korn  $\kappa_a$  généralement compris entre 0.87 et 0.95 et qui est donné en paramètre d'entrée pour chaque surface portante.

Pour calculer la traînée d'onde, la première étape est de déterminer la distribution de portance le long de l'envergure. Comme l'implémentation de FCDE ne comprend pas de

moyen de calculer celle-ci, elle est supposée elliptique. Chaque section de la surface portante est subdivisée en 10 bandes dont le coefficient de portance 2D est calculé comme suit :

$$C_l = C_{L,sp} \frac{3\pi}{8} \sqrt{1 - \left(\frac{2z}{b}\right)^2} \frac{S_{ref}}{S_{wet}} \frac{c_{MAC}}{c}$$

où  $b$  est l'envergure de la surface portante,  $c_{MAC}$  est sa corde aérodynamique moyenne et  $c$  est la corde locale.

Une fois le coefficient de portance 2D local calculé, le nombre de Mach de divergence de la traînée  $M_{DD}$  est déterminé à partir de l'équation de Korn :

$$M_{DD} = \frac{1}{\cos \Lambda_{0.5}} \left( \kappa_a - \frac{t/c}{\cos \Lambda_{0.5}} - \frac{C_l}{10 \cos^2 \Lambda_{0.5}} \right)$$

où  $\Lambda_{0.5}$  est l'angle de flèche à mi-corde.

Le nombre de Mach critique  $M_{cr}$  est par la suite calculé avec l'équation suivante :

$$M_{cr} = M_{DD} - 0.108$$

Le coefficient de traînée d'onde local  $C_{d,w}$  peut être calculé grâce à la loi de Lock :

$$C_{d,w} = \begin{cases} 0 & M \leq M_{cr} \\ 20(M - M_{cr})^4 & M > M_{cr} \end{cases}$$

Le coefficient de traînée d'onde pour la surface portante est obtenu en intégrant le coefficient local le long de l'envergure et en renormalisant :

$$C_{D,w} = \frac{2}{S_{ref}} \int_0^{b/2} C_{d,w} c dz$$

Le programme a été validé en utilisant la configuration aile-fuselage DLR-F4. Les polaires calculées par le programme FCDE sont comparées aux résultats expérimentaux de Redeker et Müller (1985). La figure B.3 montre que le programme est précis pour à  $Ma = 0.6$  et  $Ma = 0.75$ . À  $Ma = 0.8$ , la traînée est surestimée à faible  $C_L$ . La traînée est sous-estimée aux trois nombres de Mach à haut  $C_L$ . Ceci peut être dû à des phénomènes de séparation dont les relations empiriques utilisées ne tiennent pas compte.

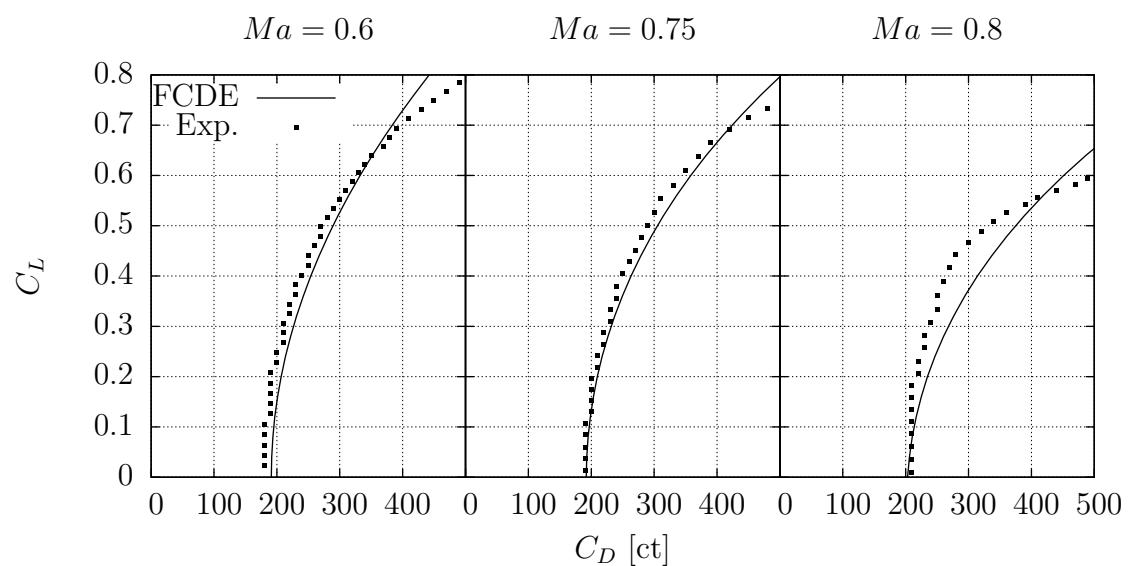


Figure B.3 Polaires aérodynamiques du DLR-F4

## B.2 Fichier d'entrée utilisé pour l'estimation de la traînée sur une configuration typique

```

# INPUT FILE FOR DRAG ESTIMATION PROGRAM

# GEOMETRY

234 : Reference surface (<0 : assume wing area)
5.65 : Reference chord length (<0 : assume wing MAC)
3 : Number of lifting surfaces
wing : Name of lifting surface
3 : Number of defined cross-sections
1 : Symmetry ? yes=1 (eg. wing), no=0 (eg. vstab)
3 19 9 0.12 0.15 0.15 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 1)
9 22 6 0.12 0.15 0.15 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 2)
25 30 3 0.12 0.15 0.15 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 3)
0.9 : Oswald coefficient
0.94 : Korn factor (for wave drag)
0.2 : Zero-lift pitch moment coefficient (+ : nose down)
hstab : Name of lifting surface
2 : Number of defined cross-sections
1 : Symmetry ? yes=1 (eg. wing), no=0 (eg. vstab)
2 48 6 0.10 0.2 0.2 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 1)
9 52 2 0.10 0.2 0.2 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 2)
0.9 : Oswald coefficient
0.94 : Korn factor (for wave drag)
0 : Zero-lift pitch moment coefficient (+ : nose down)
vstab : Name of lifting surface
2 : Number of defined cross-sections
0 : Symmetry ? yes=1 (eg. wing), no=0 (eg. vstab)
3 42 9 0.10 0.2 0.2 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 1)
11 49 3 0.10 0.2 0.2 : z xle c t/c xtr/c_up xtr/c_lo (section 2)
0.9 : Oswald coefficient
0.94 : Korn factor (for wave drag)
0 : Zero-lift pitch moment coefficient (+ : nose down)
56 : Fuselage length Lfus
6 : Fuselage diameter Dfus
10 : Forward cone length L1
21 : Aft cone length L2
-1 : CG position (<0 : assume 30% of wing MAC)

# PHYSICAL PARAMETERS

0.5 1.0 2 : Aircraft lift coefficient sweep (start,end,nsteps)
2.7e6 : Cruise Reynolds number (based on cref)
0.760 : Cruise Mach number
0.15 : Excrecence drag (fraction of total form drag)
-1 : Laminar technology factor

```