POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Étude numérique de l'effet de l'élancement et de la garde au sol sur le galop d'un corps rigide cylindrique à section carrée
Title:

Auteur: Simon Corbeil-Létourneau
Author:

Date: 2014

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Corbeil-Létourneau, S. (2014). Étude numérique de l'effet de l'élancement et de la garde au sol sur le galop d'un corps rigide cylindrique à section carrée [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/1350/
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: https://publications.polymtl.ca/1350/
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Dominique Pelletier, & Stéphane Étienne
Advisors:

Programme: Génie mécanique
Program:

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'EFFET DE L'ÉLANCEMENT ET DE LA GARDE AU SOL SUR LE GALOP D'UN CORPS RIGIDE CYLINDRIQUE À SECTION CARRÉE

SIMON CORBEIL-LÉTOURNEAU
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
FÉVRIER 2014

© Simon Corbeil-Létourneau, 2014.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'EFFET DE L'ÉLANCEMENT ET DE LA GARDE AU SOL SUR LE GALOP D'UN CORPS RIGIDE CYLINDRIQUE À SECTION CARRÉE

présentée par : CORBEIL-LÉTOURNEAU Simon
en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., président
M. PELLETIER Dominique, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. ÉTIENNE Stéphane, Doct., membre et codirecteur de recherche
M. GARON André, Ph.D., membre
M. HÉTU Jean-François, Ph.D., membre

À tous ceux qui dans l'obscurité cherchent à tâtons
leur chemin ...

REMERCIEMENTS

Je veux remercier tout particulièrement mon directeur de recherche Dominique Pelletier et mon codirecteur Stéphane Étienne qui ont su me guider dans cette brumeuse et périlleuse traversée. Bien sûr, je n'oublie pas ces précieux collègues et développeurs acharnés que sont Alexander Hay et Raymond Kintak sans qui la 3D serait plate (bidimensionnelle). Je remercie aussi avec empressement ces femmes et fille qui m'entourent et me supportent sans jamais ployer, je veux dire Alizé ma fille, ma blonde l'irremplaçable Andrée et ma mère intarissable de réconfort. Enfin je remercie ceux que j'oublie mais qui étaient là quand il le fallait.

RÉSUMÉ

Un étonnant désaccord oppose des simulations numériques 2D à la réalité expérimentale 3D. À faible ratio de masse ($m^* < 2$), faible nombre de Reynolds (200) et pour une vitesse réduite de 40, des simulations 2D montrent que l'amplitude du galop (vibrations induites par le mouvement d'une structure) d'un corps cylindrique à section carrée tend à décroître brusquement avec la diminution de son ratio de masse ce qui est bien sûr contre-intuitif. Une structure de plus en plus légère en comparaison du fluide environnant devrait être de plus en plus sensible aux effets de l'écoulement qui l'entoure. Des expériences en bassin réalisées sur un corps cylindrique à section carrée et d'élancement fini tendent à confirmer notre intuition, le galop se développe même à faible ratio de masse. Toutefois ces données expérimentales ne sont pas complètement comparables aux données numériques, d'une part parce que l'expérience porte sur un corps d'élancement fini donc tridimensionnel et d'autre part, l'expérience est réalisée à un nombre de Reynolds très élevé, de l'ordre de 10^5. Alors, d'où vient cette opposition ? On suspecte que les VIV (les vibrations induites par vortex) dues à l'allée de Von Karman dans le sillage du corps rigide sont intimement liées à l'inhibition du galop observée numériquement en 2D. On suspecte aussi que le caractère bidimensionnel des simulations numériques soit en cause dans le désaccord décrit précédemment, un effet du nombre de Reynolds pourrait aussi permettre d'expliquer l'apparente contradiction. Mais étant donné que des simulations à haut Reynolds sont très coûteuses numériquement, seule l'investigation de l'effet 3D est pratiquable.

Dans cette thèse nous décrivons des simulations numériques 3D du galop d'un corps rigide cylindrique de section carrée réalisées avec un code éléments finis. Dans ces simulations, nous explorons l'effet de l'élancement sur l'amplitude du galop. Il faut dire que simuler des interactions fluide-structure en 3D est un défit technique présentant de solides difficultés. Parmi les difficultés à surmonter, il y a l'énorme coût en calculs numériques des simulations 3D. Généralement lorsqu'on simule des interactions fluide-structure, on est face au problème de la gestion des déformations du maillage qui doit évidemment bouger de façon à suivre le mouvement de la structure solide. L'une des méthodes de gestion de ces déformations est celle du pseudo-solide. Toutefois, elle implique de doubler le nombre d'inconnues et son utilisation sur des maillages 3D à grand nombre d'éléments impose des temps de calculs astronomiques. Pour rendre les calculs 3D réalisables, il est important de trouver une alternative, nous avons opté pour une méthode qui consiste à changer de point de vue et à résoudre les équations de Navier-Stokes et celles du corps rigide dans le référentiel non-inertiel du corps en mouvement.

Ce référentiel est non-inertiel car il est continuellement accéléré. Ce changement de point de vue fait en sorte que le corps rigide est au repos dans ce référentiel ce qui implique que le maillage n'a plus besoin de se déformer. De ce fait la méthode du pseudo-solide n'est plus nécessaire. Pour seuls effets secondaires, cette méthode de changement de référentiel implique d'ajouter une force fictive dans les équations de Navier-Stokes. Puisque les efforts sur le corps dans le référentiel fixe du laboratoire nous intéressent, il faut pouvoir les déduire de ceux calculés dans le référentiel non-inertiel. Or la force fictive ne dépend que du temps et a l'effet d'une force de pression hydrostatique. Il est donc facile de corriger les forces sur le corps rigide en enlevant cette contribution supplémentaire. Ce terme fictif correspond à un changement de la masse du corps rigide, il faut donc aussi corriger cette masse au préalable dans le paramétrage de la simulation. Notons que la transformation des équations de Naviers-Stokes implique des changements dans les conditions frontières de Dirichlet où apparaît la vitesse inconnue du corps rigide dans le référentiel fixe du laboratoire. En résumé, notre procédure permet de simuler le galop d'un corps rigide en 3D tout en nous affranchissant de la méthode du pseudo-solide.

Notre méthode a été validée sur un grand nombre de cas tests tirés de la littérature scientifique et sur des simulations réalisées avec le pseudo-solide. Cette étape de validation nous a permis d'avoir une grande confiance en nos outils de simulation. Ceux-ci ont rendu possible la réalisation de simulations 3D du galop d'un corps rigide cylindrique à section carrée. Nous avons donc simulé en 3D le galop d'un corps rigide infini (analogue 3D des simulations 2D) a faible ratio de masse en imposant aux frontières supérieures des conditions de symétrie. Ces simulations nous ont permis de retrouver le phénomène d'inhibition du galop des simulations 2D. Ensuite, nous avons pu explorer l'effet de l'élancement sur le galop et les VIV. Nous avons constaté que cet effet n'était pas la cause du désaccord entre les simulations 2D et les données expérimentales. Par contre, cette exploration nous a permis de comprendre qu'un autre paramètre, la garde au sol (espace entre la frontière inférieure du domaine de calcul et l'extrémité inférieure du corps rigide), joue un rôle bien plus important que l'élancement. En effet, dans le cas expérimental, il y a un espace entre le fond du bassin et l'extrémité inférieure du corps rigide ce qui n'existe pas dans les simulations 2D. Or nous avons découvert qu'à faible ratio de masse et au-dessus d'une valeur critique de garde au sol, le galop normalement inhibé réapparaît. Ce qui est la preuve que la garde au sol est le paramètre clé qui permet d'expliquer la persistance du galop des données expériementales et son inhibition en 2D.

Nous avons poussé plus loin notre analyse et cherché à comprendre ce qui dans l'écoulement, en présence d'une garde au sol, pouvait protéger le galop de l'effet des VIV. Nous avons

découvert que dans le cas d'une garde au sol dont la valeur est au-dessus du seuil critique, les tourbillons de Von Karman se forment plus loin du corps rigide ce qui diminue la force qu'ils appliquent sur celui-ci. Dans ce contexte, on peut comprendre pourquoi le galop peut réapparaître. Nous avons ensuite découvert que la structure de l'écoulement qui est responsable de l'éloignement des tourbillons de Von Karman est un tourbillon en épingle à cheveux qui est induit par la rencontre du courant passant sous le corps rigide (donc qui passe par la garde au sol) et ceux induits par les tourbillons de Von Karman.

On peut donc conclure qu'à faible ratio de masse, la contradiction apparente entre la persistance du galop des données expérimentales et son inhibition des simulations 2D est levée. L'explication est qu'un aspect 3D inaccessible aux simulations 2D (la garde au sol) permet de diminuer la force de l'interaction entre les tourbillons de Von Karman et le galop ce qui rend possible sa persistance en 3D.

ABSTRACT

It has been observed that for low mass ratio the results of 2D simulations of the transverse galloping are in conflict with those of an experimental campaign. In 2D, the galloping amplitude decrease suddenly at low mass ratio, this phenomenon is not seen in experiments. The main differences between 2D simulations and experiment are the 3D aspect of experimental setup and the Reynolds number. The aspect ratio of the experimental rigid body is finite (about 3 time the length of an edge), also there is a gap between the lower end of the body and the bottom of the pool, finally the Reynolds number is about 3 orders of magnitude higher (10^5 compared to 200) in the experimental case. Then it is believed that one of those parameters can explain the difference observed between 2D simulations and experiments. Because the high Reynolds number of the experiment is beyond the scope of direct simulations, the effect of the 3D aspects are investigated in simulations. For low values of the mass ratio, it has been shown that VIV have a strong influence on the amplitude of transverse galloping for 2D simulations. The parameters enumerated previously must have an influence on the interaction between VIV and galloping.

In this thesis, the transverse galloping of square cylinders is investigated in 3D by means of a fully coupled fluid-structure interaction numerical model. More precisely, the influence of two parameters: the aspect ratio and the presence of a gap or not are investigated.

Before performing the investigation by means of 3D simulations one of the main issue to overcome is the high cost of 3D direct simulation. An important part of this cost is due to the management of the deformations of the mesh that must follow the moving body. The pseudo-solid method is a strategy to manage the deformations but it involves solving additional equations which double the number of unknowns. The use of this method have been avoided by solving the Navier-Stokes equations and the rigid body equations in the non-inertial frame of the moving body. In this frame the body is fixed, then there is no need to deform the mesh, but this comes with the side effect of an addition of fictitious force that act on the body. Because we need the force calculated in the fixed frame of the laboratory, we need to deduce the real force acting on the body. This is done by removing the fictitious force and by adjusting the mass of the body. In summary, the change of referential allows us to solve the equations at lower cost because there is no need to deform the mesh.

The new method has been validated on number of test cases obtained form the scientific

literature. This validation have been successful and allowed us to be sure that the code solved the equations properly. Then the 3D direct simulations have been carried out to investigate the effect of aspect ratio. The analysis of the resulting data shows that the aspect ratio have weak effect on the amplitude of galloping. In other words, the effect of aspect ratio is not critical and can not explain the differences between experimental data and 2D simulations. Then, the next step have been realized, the investigation of the effect of gap below the cylinder have been carried out. This time, the analysis of data have shown that the effect on galloping is critical and play a central role in the differences already described. It has been found that there is a critical value of gap above which the inhibited galloping reappear. This means that normally, in the situation of an infinite cylinder (which situation is the 3D analog of 2D simulation), the galloping can't develop but if a sufficiently large gap is added the galloping can appear. So we conclude that the gap is the parameter that explains the difference between the galloping observed experimentally at low mass ratio and its inhibition in 2D simulations.

The analysis have been pushed further. We have found that in presence of a gap, the Von Karman vortex (responsible of VIV) are formed further in the wake of the cylinder. This explains why the VIV interact less with the galloping. The flow structure involved in this phenomenon has also been identified, it's an hairpin vortex that is formed by the collision of the flow passing through the gap and an opposite flow induced by the Von Karman vortex.

In summary, the question is partially answered, we know that the gap is the dominant parameter which allow the galloping to be sustained in 3D at low mass ratio. An hairpin vortex keeps away from the body the Von Karman vortex. This distance mitigates the strong interactions with the body which usually inhibit galloping in 2D at low mass ratio. But it's still not known what is the effect of the high Reynolds numbers involved in experiments.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT viii

TABLE DES MATIÈRES x

LISTE DES TABLEAUX xiv

LISTE DES FIGURES xv

LISTE DES ANNEXES xxii

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xxiii

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 3

2.1 Galop 3

2.1.1 Caractérisation du Galop 3

2.1.2 Analyse dimensionnelle 4

2.1.3 Équation de la structure 6

2.1.4 Analyse linéaire 7

2.1.5 Analyse non-linéaire 8

2.1.6 Effet de la forme du solide 9

2.1.7 Travaux récents 10

2.1.8 Bilan de fin de chapitre 12

2.2 Physique d'un écoulement à bas Reynolds autour d'un cylindre à section carrée 13

2.2.1 Similarités des écoulements autour de cylindres circulaires et autour de cylindres carré infinis à bas Reynolds 13

2.2.2 Effet de l'élancement sur les dislocations 27

2.2.3 Effets des instabilités secondaires et des dislocations sur l'écoulement . 28

2.2.4 Effet du Reynolds et de l'angle d'incidence sur l'écoulement autour d'un cylindre carré 2D . . . 32
2.2.5 Effet du Reynold et de l'angle d'incidence sur les instabilités secondaires tridimensionnelles . . . 43
2.2.6 Effets sur l'écoulement des extrémités (couche limite et extrémité libre) d'un cylindre d'élancement fini . . . 46
2.2.7 Effet de l'élancement sur l'écoulement autour d'un cylindre à section carrée d'envergure finie . . . 53
2.2.8 Bilan de fin de chapitre . . . 58
2.3 Aspects numériques . . . 58
2.3.1 Qualité du Maillage . . . 63
2.3.2 Remarques et commentaires critiques relatifs aux études numériques antérieures . . . 66
2.3.3 Relation entre C_y et l'élancement . . . 66
2.3.4 Cylindre infini avec conditions limites périodiques . . . 67
2.3.5 Cylindre avec condition limite de symétrie . . . 67
2.3.6 Cylindre tronqué . . . 69
2.3.7 Bilan des travaux numériques antérieurs . . . 69
2.4 Bilan de la revue de littérature . . . 70
2.5 But et Objectifs . . . 70

CHAPITRE 3 Méthodes Numériques . . . 72
3.1 Formulation . . . 72
3.1.1 Équations de Navier-Stokes . . . 72
3.1.2 Équations du corps rigide . . . 72
3.2 Formes faibles . . . 73
3.3 Éléments finis . . . 74
3.4 Méthode de résolution . . . 75
3.5 Formulation ALE . . . 75
3.5.1 Forme faible ALE . . . 76
3.6 Pseudo-Solide . . . 76
3.6.1 Évaluation du coût numérique du maillage pseudo-solide . . . 77
3.7 Problème type d'interaction fluide structure . . . 78
3.7.1 Repère du laboratoire . . . 78
3.7.2 Conditions frontières dans le référentiel du laboratoire . . . 80
3.7.3 Équations dans le nouveau référentiel . . . 80

3.7.4 Conditions frontières dans le référentiel du laboratoire 82
3.7.5 Effets des forces fictives sur la pression et les efforts sur le corps rigide . 83
3.7.6 Corrections des effets non-inertiels et paramètres de simulation 85
3.7.7 Évaluation du coût numérique de la méthode du référentiel accéléré . . 86
3.8 Schémas d'intégration en temps 86
3.8.1 Consistance, Convergence et Stabilité 86
3.8.2 Schéma de type Runge-Kutta Implicite (IRK) 87
3.8.3 Schéma de type BDF 89
3.9 Approche Monolithique 89
3.10 Méthode de Newton, jacobien numérique et parallélisation 90
3.11 Calculs des efforts 91
3.12 Mailleur 92

CHAPITRE 4 Vérification et Validation 94
4.1 Problème instationnaire : Validation 2D de la méthode du repère relatif 94
4.1.1 Comparaison entre pseudo-solide et repère relatif en 2D : cas du carré mobile à un degré de liberté, $Re = 200$, $U_R = 40$, $m^* = 1$, 3 et 20 . . . 94
4.2 Vérification 3D en stationnaire 101
4.2.1 Écoulement de Stokes autour d'une sphère fixe 101
4.3 Validation 3D en stationnaire 105
4.3.1 Écoulement uniforme autour d'une Sphère fixe à Re = 50 105
4.3.2 Écoulement uniforme autour d'un Cube fixe à Re = 50 109
4.4 Validation 3D en repère relatif 111
4.4.1 Comparaison 2D et 3D en repère relatif : cylindre carré infini mobile (2D) versus cylindre carré infini mobile (3D), Re = 200, $U_R = 40$, $m^* = 5$ 111
4.4.2 Comparaisons 3D entre le pseudo-solide et la méthode du repère relatif 118

CHAPITRE 5 Étude du Galop en 3D 124
5.1 Étude de convergence 124
5.1.1 Convergence en maillage 125
5.1.2 Convergence en pas de temps 137
5.2 Étude du ratio de masse 140
5.3 L'effet de l'élancement 143
5.4 L'effet de la garde au sol (G/D) 148
5.5 Analyse des structures de l'écoulement 152
5.5.1 Mécanismes de protection du galop 153

5.5.2 Mécanisme d'action des VIV sur le galop 172
5.5.3 Influence de la garde au sol sur le lâcher tourbillonnaire 175

CHAPITRE 6 CONCLUSION 177
6.1 Synthèse des travaux 177
6.2 Limites de la solution proposée 178
6.3 Améliorations futures 179

ANNEXES 180

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Grandeurs physiques et leurs dimensions. 4
Tableau 2.2 Nombres adimensionnels. 5
Tableau 2.3 Variables adimensionnelles. 6
Tableau 2.4 Similitudes entre cylindre circulaire et cylindre à section carrée. 24
Tableau 2.5 Coefficients d'effort en fonction du nombre de Reynolds. 30
Tableau 2.6 Paramètres géométriques des simulations. 59
Tableau 2.7 Dimension des domaines de calculs et ratio de blocage. 60
Tableau 2.8 Détails numériques des publications. 61
Tableau 2.9 Maillages des publications. 62
Tableau 2.10 Cas étudiés dans Sohankar et al.[2]. 66
Tableau 2.11 Strouhal et coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds dans Saha et al. [5]. 68
Tableau 2.12 Strouhal, coefficients d'effort et leurs fluctuations en fonction du nombre de Reynolds, Saha et al. [9]. 68
Tableau 3.1 Tableau de Butcher. 88
Tableau 4.1 Coefficients de traînée. 103
Tableau 4.2 Coefficients de traînée. 110
Tableau 5.1 Distance minimale entre les signaux de la référence (maillage de 378.000 noeuds) et ceux des maillages plus grossiers. 131
Tableau 5.2 Convergence de la masse ajoutée en fonction du maillage 137
Tableau 5.3 Convergence de la masse ajoutée en fonction du pas de temps 139

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Comparaison des amplitudes obtenues par le modèle quasi-statique intégré numériquement (symboles : carrés), le modèle quasi-statique entraîné par une force périodique (symboles : losanges), la simulation directe 2D des IFS (symboles : cercles). Re = 200, $U_R = 40$ et $\zeta = 0$. Figure tirée de [28]. 11

Figure 2.2 Allée de Von Karman derrière un cylindre carré pour une valeur du nombre de Reynolds moyenne de 500 [2]. Contours de la composante z de la vorticité. 14

Figure 2.3 Courbe de stabilité marginale du cylindre circulaire (longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds) [6]. 15

Figure 2.4 Composante x de la vorticité dans le sillage du SC, Mode A (Sheard [7]). 16

Figure 2.5 Composante x de la vorticité dans le sillage du cylindre à section carrée, Mode B (Sheard[7]). 16

Figure 2.6 Composante x de la vorticité en fonction du temps (en haut mode A), (en bas mode B), dans le sillage du cylindre à section carrée. 17

Figure 2.7 Manifestations expérimentales des différents modes d'instabilités en fonction du Re, (cylindre à section carrée). 18

Figure 2.8 Schéma du processus de formation du Mode A [10]. 19

Figure 2.9 Schéma du processus de formation du Mode B [10]. 20

Figure 2.10 Formation artificielle de dislocation, selon Williamson [8]. 21

Figure 2.11 Structure d'une dislocation, selon Morton[51]. 22

Figure 2.12 Vorticité y dans le sillage de l'obstacle en deux instants différents. Illustration de l'apparition d'une dislocation (a) t = 510.11 et (b) t = 541.99. 23

Figure 2.13 Relation Strouhal-Reynolds pour le cylindre circulaire, dans Williamson [1]. 25

Figure 2.14 Relation Strouhal-Reynolds pour le cylindre à section carrée, selon Luo [10]. 26

Figure 2.15 Vitesse dans la direction z, calculée au point (x= 3.65, y=0). 27

Figure 2.16 Vorticité transversale (y), H/D = 6. 28

Figure 2.17 Vorticité transversale (y), H/D = 10. 28

Figure 2.18 a) Re = 150 (avant l'émergence de toute instabilité secondaire) b) Re = 175 (Mode A avec dislocations) c) Re = 290 (Mode B) 29

Figure 2.19 Coefficient de traînée et de portance instantanée en différentes positions longitudinales du cylindre à section carrée, selon Saha [5]. 31
Figure 2.20 Contrainte de Reynolds parallèle à l'écoulement en fonction de la position x en aval du cylindre à section carrée. 32
Figure 2.21 Illustration de l'effet de l'angle sur la zone de recirculation, (angle d'incidence respectivement de $0^o, 29.7^o$ et 45°), selon [15]. 33
Figure 2.22 Relation entre Reynolds critique et angle d'incidence, selon Yoon [15]. . 34
Figure 2.23 Classement des régimes 2D en fonction de Re et de theta , selon Yoon [15]. 34
Figure 2.24 Variation du point de séparation en fonction de l'angle d'incidence, Re = 60 [15]. 35
Figure 2.25 Zone de recirculation secondaire [15]. 36
Figure 2.26 Apparition de deux zones de recirculation secondaire sur les faces du haut et du bas du cylindre à section carrée 2D, [15]. 36
Figure 2.27 Illustration du régime VM, [15]. 37
Figure 2.28 Relation entre longueur de la zone de recirculation et Re en régime stationnaire (a) et en régime instationnaire (b), [15]. 38
Figure 2.29 Coefficient de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction de l'angles d'incidence [15]. 39
Figure 2.30 Cas stationnaire, coefficient de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction du Re et de deux angles d'incidence soient 0° et 45°, respectivement sur a et b [15]. 39
Figure 2.31 Cas instationnaire, coefficient moyen de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction du Re et de deux angles d'incidence soient 0° et 45°, respectivement sur a et b [15]. 40
Figure 2.32 Variation du coefficent de pression (Re = 100) à différents angles d'incidence [15]. 40
Figure 2.33 Composantes visqueuse et de pression du coefficient de traînée en fonction de Re et de l'angle d'incidence, [15]. 41
Figure 2.34 Isolignes de (a), (b), (c) St et (d), [15]. 42
Figure 2.35 Valeur moyenne des composantes visqueuse et de pression du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence et du Re, [15]. 43
Figure 2.36 Illustration du mode C, isosurface de la vorticité parallèle à l'écoulement. 44
Figure 2.37 Nombre de Reynolds critiques pour chaque mode d'instabilité secondaire en fonction de l'angle d'incidence, [30]. 44

Figure 2.38 Multiplicateur de Floquet en fonction du nombre d'onde. La figure 2.38a correspond ici à un angle de 5.1^o d'incidence, 2.38b à 15.3^o, 2.38c à 29.7^o et (d) à 45°. Les nombres apparaissant à proximité des courbes correspondent à différents nombres de Reynolds. 45
Figure 2.39 Schéma de la structure du sillage derrière un cylindre carré d'envergure finie, [16]. 46
Figure 2.40 Lignes de courant moyennées dans le temps, voir [16]. 47
Figure 2.41 Isoligne de la composante z^* de la vorticité à différentes positions selon l'envergure (en a et d, zx^* =6), (en b et e, z^* =3.5) et (c et f, z^* =1), [16]. 48
Figure 2.42 Illustration des deux configurations tourbillonnaires observables dans le proche sillage d'un cylindre à section carrée d'envergure finie, [16]. . 50
Figure 2.43 Puissance spectrale obtenue en différentes positions x en aval du cylindre à section carrée, a) $x^* = 3$, b) $x^* = 5$ et c) $x^* = 10$, [16]. 51
Figure 2.44 Schéma de la structure tridimensionnelle formée par les trois types de tourbillons. En (a) on représente l'arrangement symétrique et en (b) on représente celui antisymétrique,[16]. 52
Figure 2.45 Distribution des configurations de lâchers de tourbillons selon l'envergure, [16]. 53
Figure 2.46 Isolignes de U et de W (plan X-Z en y=0) en fonction de H/D, [16]. . . 54
Figure 2.47 Dépendance de la longueur de la zone de recirculation en fonction de H/D et de la position selon l'envergure, [16]. 55
Figure 2.48 Composante x du champ de vorticité (le plan Z-Y) en x^* =3 pour H/D = 3, [16]. 56
Figure 2.49 Moyenne temporelle des isolignes de la composante x^* de la vorticité, en différentes abscisses x^* ($x^* = 1$, 3 et 5) en aval du cylindre à section carrée et pour différentes valeur d'élancements (H/D = 3, 5 et 7), [16]. 57
Figure 2.50 Maillage utilisé dans l'étude de Sohankar [2]. 63
Figure 2.51 Géométrie du problème étudié dans l'étude de Saha [18]. 64
Figure 2.52 Maillage utilisé dans l'étude de Saha [18]. 64
Figure 2.53 Maillage utilisé dans l'étude de Sheard [7]. 65
Figure 3.1 Exemple de maillage en toile d'araignée 93
Figure 4.1 Maillage type de 17806 noeuds associé à la validation de la méthodologie du repère relatif. 95
Figure 4.2 Amplitude du vecteur vitesse calculée dans le repère relatif. 96
Figure 4.3 Composante z de la vorticité calculée dans le repère relatif. 96

Figure 4.4 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 1$. 97
Figure 4.5 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 3$. 98
Figure 4.6 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 20$. 99
Figure 4.7 Exemples de maillages employés respectivement pour le calcul de C_D (a) et l'analyse de convergence pour u et p (b) 102
Figure 4.8 Graphique log10-log10 des normes énergie et L_p^2 de l'erreur du champ de vitesse et du champ de pression en fonction du nombre de noeuds. . 104
Figure 4.9 Lignes de courant. 106
Figure 4.10 Lignes de courant selon Johnson et Patel [64]. 106
Figure 4.11 Iso-valeurs de la composante selon z de la vorticité 107
Figure 4.12 Iso-valeurs de la composante selon z de la vorticité, résultat provenant des résultats 3D de Johnson et Patel [64]. 107
Figure 4.13 Composante u en fonction de x le long d'une droite parallèle à l'écoulement et passant par le centre de la sphère. 108
Figure 4.14 Géométrie : quart de cube, des conditions de symétrie sont appliquées sur les frontières du haut et au fond. 109
Figure 4.15 Maillage du quart de cube. 110
Figure 4.16 Maillage d'un cylindre infini en 3D. 112
Figure 4.17 Composante selon z de la vorticité, cas 3D ($m^* = 5$). 113
Figure 4.18 Composante selon z de la vorticité, cas 2D ($m^* = 5$). 114
Figure 4.19 Coefficient d'effort transverse du cas 2D et des cas 3D (avec masse réduite $m^* = 5$). 115
Figure 4.20 Amplitude du déplacement transverse du cas 2D et des cas 3D (avec masse réduite $m^* = 5$). 115
Figure 4.21 Puissances spectrales du coefficient de portance des cas test 2D (en vert) et 3D (en bleu), avec $m^* = 5$. 117
Figure 4.22 De l'oscillation transversale de la position en repère relatif et en repère absolu ($m^* = 5$). 119
Figure 4.23 De l'oscillation transversale de la position en repère relatif et en repère absolu ($m^* = 5$). 120
Figure 4.24 Comparaison du spectre de puissance du coefficient de portance pour les cas 3D en repère relatif et en repère absolu (utilisant le pseudo-solide) ($m^* = 5$). 121
Figure 4.25 Composante z de la vorticité dans le repère relatif ($m^* = 5$). 122
Figure 4.26 Composante z de la vorticité dans le repère absolu (avec masse réduite $m^* = 5$). 122

Figure 4.27 Champ de vitesse coloré en fonction de l'amplitude de la composante u de la vitesse dans le repère relatif (avec masse réduite $m^* = 5$). . . . 123
Figure 4.28 Champ de vitesse coloré en fonction de l'amplitude de la composante u de la vitesse dans le repère absolu (utilisant le pseudo-solide) (avec masse réduite $m^* = 5$). 123
Figure 5.1 Maillages 126
Figure 5.2 Maillages 127
Figure 5.3 Signaux du déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour différentes finesses de maillage. 128
Figure 5.4 Signaux du coefficient d'effort transversal en fonction du temps (adimensionnel) pour différentes finesses de maillage. 129
Figure 5.5 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal. 132
Figure 5.6 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal. 133
Figure 5.7 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal. 134
Figure 5.8 Distributions des erreurs pour les différents maillages. 136
Figure 5.9 Signaux du déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour différents pas de temps. 138
Figure 5.10 Signaux du coefficient d'effort transversal en fonction du temps (adimensionnel) pour différents pas de temps. 138
Figure 5.11 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5. 141
Figure 5.12 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1. 142
Figure 5.13 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1. 144
Figure 5.14 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1. 144
Figure 5.15 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5. 145
Figure 5.16 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5. 145
Figure 5.17 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 et différentes valeurs de garde au sol. 149

Figure 5.18 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 de garde au sol. 149
Figure 5.19 Comparaison des résultats 3D et 2D, amplitude du galop en fonction du ratio de masse et de la garde au sol (voir marqueurs colorés). 151
Figure 5.20 Signal du coefficient de force transversale en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 et une valeur de garde au sol de 0.1. 153
Figure 5.21 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre infini (sans garde au sol) en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$. 155
Figure 5.22 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre avec une garde au sol égale à 0.1, en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$. . 156
Figure 5.23 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre avec une garde au sol égale à 0.15, en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$. 157
Figure 5.24 Déplacements et coefficient d'effort transversaux (divisés par les valeurs maximales Y_{max} et Cy_{max}) en fonction du temps. Les instants caractérisant l'atténuation du galop dans le cas test où G/D = 0.1 sont marqués sur l'axe du temps. 159
Figure 5.25 Évolution temporelle de la zone de formation des tourbillons de Von Karman. 160
Figure 5.26 a)Iso-surface $\omega_z = -1$ (bleu) et $\omega_z = 1$ (jaune), G/D = 0.15, b)iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15. 162
Figure 5.27 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15. 163
Figure 5.28 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe ((a) en y = 0 (b) en y = -0.5) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15. 164
Figure 5.29 Indications de l'existence d'un tourbillon en épingle à cheveux localisé dans le proche sillage du corps rigide, cas G/D = 0.15 166
Figure 5.30 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10. 168
Figure 5.31 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10. 170
Figure 5.32 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10. 171

Figure 5.33 Galop d'un corps rigide de ratio de masse égal à 5 et soumis à l'action des VIV. En noir et blanc, on voit la composante selon z de la vorticité. Les courbes verte et bleue représentent respectivement la distribution de pression le long du corps en haut et en bas. 173
Figure 5.34 Corps rigide de ratio de masse égal à 1 et exclusivement soumis à l'action des VIV (sans galop). En noir et blanc, on voit la composante selon z de la vorticité. Les courbes verte et bleue représentent respectivement la distribution de pression le long du corps en haut et en bas. 174
Figure 5.35 Relation entre la fréquence d'émission des tourbillons de Von Karman et la garde au sol. 176
Figure C.1 Géométrie et champ de concentration. 188
Figure C.2 Illustration de la génération itérative d'un maillage. 189

LISTE DES ANNEXES

Annexe A Changement de référentiel 180
Annexe B Critère Q 184
Annexe C Gmsh 185

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$\bar{\bar{A}}$	Matrice de Rotation
$\bar{\bar{C}}$	Matrice d'amortissement
C_D	Coefficient de traînée
C_L	Coefficient de portance
C_y	Coefficient de force transversale à l'écoulement
D	Arête de la section du cylindre carré
$\bar{\bar{E}}$	Tenseur de Green-Lagrange
$\vec{F}$	Vecteur force
$\vec{F}_{hydro}$	Force hydrodynamique
F_D	Traînée
F_L	Portance
F_x	Composante selon x de la force
F_y	Composante selon y de la force
F_z	Composante selon z de la force
$\vec{F}^*$	Force dans le référentiel du laboratoire
G	Garde au sol
G/D	Rapport entre la garde au sol et la longueur caractéristique du corps rigide
$\vec{G}(\vec{u}, t)$	Force non-inertielle venant d'un changement de référentiel
H	Longueur du cylindre
H/D	Élancement du corps rigide
$\bar{\bar{I}}$	Matrice identité
$\bar{\bar{K}}$	Matrice de rigidité
L_r	Longueur de recirculation
$\bar{\bar{M}}$	Matrice masse
M_{acc}	Masse supplémentaire provenant du changement de référentiel
N_e	Nombre d'éléments du maillage
N_n	Nombre de noeuds du maillage
$\vec{F}_R$	Réactions inconnues
R_e	Nombre de Reynolds
R_{e_c}	Nombre de Reynolds critique
$\vec{F}_{R_{\text{Neumann}}}$	Conditions de Neumann imposées
$\vec{R}(U)$	Résidus

S_c	Nombre de Scruton
S_t	Nombre de Strouhal
$\vec{U}$	Vecteurs d'inconnues
$\vec{U}^n$	Vecteur des inconnues à l'étapes n de la boucle de résolution du système linéarisé
$\vec{U}_{\text{Dirichlet}}$	Conditions de Dirichlet imposées
U_0	Vitesse de référence
U_r	Vitesse réduite
U_{cr}	Vitesse réduite critique
U_{R}	Vitesse réduite, $U_R = 2\pi U_r$
c	Amortissement structurel
$\vec{d}$	Vecteur position de l'origine du référentiel relatif
f_s	Fréquence d'émission des tourbillons de Von Karman
f_{surface}	Force de surface
f_y	Fréquence propre du mouvement transversal du corps rigide
k	Constante de rappel
m	Masse du corps rigide
m^*	Ratio de masse
n_p	Nombre de noeuds en pression
n_v	Nombre de noeuds en vitesse
$\vec{n}$	Vecteur normal d'une surface
p	Pression
p_i	Valeur nodale de la pression
p^h	Solution éléments finis de la pression
$\vec{x}$	Vecteur position
t	Temps
u	Composante x de la vitesse
$\vec{u}$	Vecteur vitesse
$\vec{u}_i$	Valeur nodale de la vitesse
$\vec{u}_i^h$	Solution éléments finis de la vitesse
v	Composante y de la vitesse
$\vec{v}_m$	Vitesse de maille
w	Composante z de la vitesse
x	Coordonnée parallèle à l'écoulement
y	Coordonnée transversale à l'écoulement
z	Coordonnée longitudinale à la structure

α	Angle d'incidence efficace de l'écoulement sur la structure
$\delta\vec{u}$	Fonction test pour la vitesse
δp	Fonction test pour la pression
λ	Coefficient de Lamé
μ_f	Viscosité dynamique
μ	Coefficient de Lamé
∇	Opérateur gradient
ω_y	Fréquence angulaire propre du mouvement transversal du corps rigide
ψ_i^p	Fonction d'interpolation de la pression
ψ_i^v	Fonction d'interpolation de la vitesse
ρ_f	Masse volumique du fluide
$\bar{\bar{\sigma}}$	tenseur de contrainte d'un écoulement newtonien
$\bar{\bar{\tau}}$	tenseur de contrainte visqueuse
ζ	Rapport d'amortissement
$\vec{\chi}_{ps}$	Déplacement pseudo-solide
$\delta\vec{U}$	Correction du vecteur solution
Ω	Domaine de Calcul
Γ	Frontière du domaine de calcul
$()^*$	Variable sans dimension
$\dot{()}$	Dérivée par rapport au temps
$()'$	Variable dans le référentiel du laboratoire
$()^{ps}$	Variable pseudo-solide
ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerien
BDF	Backward Differentiation formulas
CC	Circular Cylinder
ddl	degré de liberté
GCL	Geometric Conservation Law
IFS	Interaction Fluide-Structure
IIV	Instability-Induced Vibrations
IRK	Implicit Runge-Kutta
MIV	Mouvements Induced Vibrations
QS	Quasi Statique
SC	Square Cylinder
VIV	Vortex-Induced Vibrations

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le galop est un phénomène d'interaction fluide-structure caractérisé par des oscillations de grande amplitude et affectant des structures cylindriques de section non-circulaire. Le galop peut causer des dommages importants aux faisceaux de risers transportant le pétrole du fond de l'océan à la surface. L'étude du galop nous fournit des règles de design pour éviter l'endommagement de telles structures. En génie civil, les structures non-profilées et non-circulaires pouvant interagir avec des écoulements sont omniprésentes. On peut penser par exemple à la plupart des édifices ou encore à des cheminées ou des câbles verglacés. Il est donc important de s'intéresser au galop et de comprendre les conditions dans lesquelles une telle instabilité peut affecter une structure voire entraîner sa destruction et mettre la sécurité du public en danger. Le galop de rotation peut également affecter des structures comme les tabliers de pont. L'effondrement du pont de Tacoma serait en partie dû au galop de rotation. On voit donc l'impératif de bien comprendre ce phénomène.

À l'exception de certains phénomènes non-linéaires tel l'hystérésis, il est admis que l'essentiel du galop est bien compris et bien caractérisé par la communauté scientifique. Toutefois des résultats récents, obtenus dans notre laboratoire, montrent que certains aspects importants du phénomène demeurent inexpliqués. Un désaccord entre les résultats des simulations directes bidimensionnelles et des données expérimentales nous amène à nous questionner quant à la compréhension du phénomène. En effet, pour de faibles ratios de masse des simulations directes 2D prédisent une décroissance brusque de l'amplitude des oscillations du galop alors que les données expérimentales suggèrent plutôt l'inverse. Notons que les simulations sont 2D alors que l'expérience est 3D. Il est aussi important de dire que le nombre de Reynolds d'une part et l'élancement d'autre part diffèrent entre les simulations et l'expérience. L'hypothèse expliquant la suppression du galop observée dans les simulations numériques implique une interaction entre les VIV (Vibrations Induites par Vortex relâchés à l'arrière d'un corps épais (allée de Von Karman)) et les mécanismes d'entretien du galop. Des questions épineuses demeurent sans réponse : Les simulations 2D sont-elles représentatives de la réalité ? Les effets 3D sont-ils déterminants ? Les différences observées ont-elles une ou plusieurs causes ? Voilà beaucoup de questions auxquelles il est difficile de répondre actuellement.

La littérature scientifique la plus récente n'offre pas de réponse. Ceci nous a amené à

proposer le présent projet de recherche dont le but est de déterminer dans quelle mesure l'élancement (paramètre fondamentalement 3D) permet d'expliquer les phénomènes observés. Nous proposons des simulations directes 3D du galop pour observer l'effet de l'élancement sur l'amplitude du galop .

Dans le chapitre 2, nous dresserons un portrait général de l'état des connaissances sur le galop. Ensuite nous brosserons un tableau exhaustif des phénomènes 3D affectant les structures cylindriques à section carrée pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds. Enfin nous disséquerons les études numériques récentes portant sur des écoulements uniformes autour de telles structures. Dans le chapitre 3, nous décrirons les outils numériques employés pour mener à bien nos simulations du galop en 3D. Au chapitre 4 seront présentés différents cas test permettant de vérifier et de valider le code 3D employé. Enfin dans le chapitre 5, nous décrirons et discuterons des résultats numériques obtenus en rapport avec l'effet de l'élancement sur le galop. Notre étude se termine par une conclusion où nous exposons les limites de notre méthodologie ainsi que des améliorations subséquentes qui peuvent être envisagées pour pousser plus loin l'analyse du galop en 3D.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Galop

2.1.1 Caractérisation du Galop

Considérons une structure rigide contrainte à se déplacer uniquement dans la direction transversale à l'écoulement (1ddl), le galop se manifeste par l'apparition d'oscillations dans cette direction. Ces oscillations sont généralement de fréquence inférieure à celle du lâcher de tourbillons de l'allée de Von Karman.

L'instabilité à l'origine de ces vibrations mécaniques est du type MIV (Movement-Induced Vibrations). Cette instabilité se distingue de celles du type IIV (Instability-Induced Vibrations) auxquelles appartiennent les vibrations induites par les tourbillons de Von Karman. Les MIV apparaissent lorsque le mouvement du corps extrait de l'énergie de l'écoulement et entraîne des vibrations. Cet état de vibrations auto-entretenu (self-excited body vibration) apparaît uniquement lorsque la vitesse réduite de l'écoulement atteint ou dépasse une valeur critique. Cette transition vers un état d'oscillations auto-entretenues peut se faire entre autres par le biais d'une bifurcation de Hopf super-critique ou par une bifurcation de Hopf sous-critique. Ces bifurcations correspondent aux comportements suivants [47,48] :

1. Hopf super-critique : À la valeur critique du paramètre de bifurcation, il y a perte de stabilité d'un état stationnaire et apparition d'un cycle limite stable.
2. Hopf sous-critique : À la valeur critique du paramètre de bifurcation, il y a perte de stabilité d'un état stationnaire et disparition d'un cycle limite instable. Puisque ce cycle limite est une séparatrice cachant un second cycle limite stable, le corps rigide entre en oscillation de façon soudaine au point de bifurcation.

Le galop est une forme de MIV dite indépendante de couplage, c'est-à-dire que le mouvement du corps selon une direction suffit à changer les efforts hydrodynamiques s'appliquant sur celui-ci. Ceci contraste avec le type de MIV qui fait intervenir un couplage de différents modes comme le flottement induit par sillage (ou Wake-induced flutter) qui affecte les lignes à hautes tension [36]. Dans ce dernier cas, un échange d'énergie se produit entre les mouvements de translation selon x et y [36]. Notons au passage que le galop appartient à une

catégorie de MIV où les efforts hydrodynamiques et le mouvement du corps ne subissent pas de déphasage [36].

2.1.2 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est un outil puissant simplifiant l'étude de phénomènes complexes. En effet, en regroupant plusieurs variables dimensionnelles en une nouvelle variable adimensionnelle, on obtient un nombre réduit de variables ce qui simplifie grandement l'analyse du phénomène.

Le galop résulte de l'interaction d'une structure et d'un écoulement. Pour mieux appréhender le phénomène, nous établissons la liste des paramètres qui permettent de le décrire. C'est pour cette raison que nous faisons, dans le tableau 2.1, l'énumération des grandeurs dimensionnelles importantes du problème. Notons d'abord que les dimensions élémentaires sont la masse (M), la longueur (L) et le temps (T).

Tableau 2.1 Grandeurs physiques et leurs dimensions.

Grandeurs et symboles	**Dimensions**
Variables indépendantes	
Position dans l'espace : $\vec{x}$	[x] = L
Coordonnée temporelle : t	[t] = T
Grandeurs physiques du solide	
Arête de la section : D	[D]= L
Longueur du cylindre : H	[H]= L
Distance entre le sol et le : G cylindre (garde au sol)	[G]= L
Masse du cylindre : m	[m] = M
Constant de rappel du ressort : k	[k] = MT^{-2}
Amortissement structurel : c	[c]= M T^{-1}
Grandeurs physiques du fluide	
Masse volumique du fluide : ρ_f	$[\rho_f]$=ML^{-3}
Vitesse de référence : U_0	$[U_0]$=LT^{-1}
Viscosité dynamique : μ_f	$[\mu_f]$=M$L^{-1}T^{-1}$

On s'intéresse ici à la relation de l'une des quantités du problème avec les variables énumérées ci-dessus. Par exemple on peut chercher à exprimer la composante selon x de la vitesse du fluide comme une fonction des autres grandeurs physiques :

$$u = f(\vec{x}, t; \rho_f, U_0, \mu_f, D, H, G, m, k, c) \tag{2.1}$$

Cette expression fait intervenir les variables propres au solide, les variables propres au fluide et les variables indépendantes (x,t). Dans ce problèmes $(D, H, G, m, c, k, \rho_f, U_0, \mu_f)$ sont 9 variables dépendantes et (M,L,T) sont les 3 unités fondamentales.

Le théorème Π de Vaschy-Buckingham [49] stipule qu'on peut exprimer la relation (2.1) avec $9 - 3 = 6$ regroupements adimensionnels. Ces regroupements sont formés évidemment des variables dépendantes énumérées ci-dessus. Les quantités adimensionnelles qu'on peut trouver sont les suivantes (voir tableau 2.2) :

Tableau 2.2 Nombres adimensionnels.

$\mathrm{Re} = \rho_f U_0 D/\mu_f$	Nombre de Reynolds
H/D	Élancement du corps rigide
G/D	Rapport de la garde au sol et de la longueur caractéristique du solide
$m^* = m/(\rho_f D^2 L)$	Ratio de masse
$\zeta = c/2m\omega_y$	Taux d'amortissement
$U_r = U_0/(2\pi f D) = U_0/\omega_y D$ Où $\omega_y = (k/m)^{1/2}$	Vitesse réduite fréquence propre du solide dans le vide

Les autres variables peuvent aussi être adimensionnalisées de la même façon. On a donc :

Tableau 2.3 Variables adimensionnelles.

$\vec{U}^* = \vec{U}/U_0$	Vitesse adimensionnelle de l'écoulement
$p^* = p/\rho_f U_0^2$	Pression adimensionnelle
$\vec{x}^* = \vec{x}/D$	Coordonnées spatiales adimensionnelles
$t^* = tU_0/D$	Temps adimensionnel
$y^* = y/D$	Déplacement adimensionnel du corps rigide
$\dot{y}^* = \dot{y}/U_0$	Vitesse adimensionnelle du corps rigide
$\ddot{y}^* = \ddot{y}D/U_0^2$	Accélération adimensionnelle du corps rigide

L'analyse dimensionnelle nous permet d'exprimer l'expression 2.1 en fonction de 6 nombres adimensionnels et de deux variables adimensionnelles indépendantes ce qui permet de la caractériser complètement :

$$u^* = f(x^*, t^*; m^*, \zeta, U_r, H/D, G/D, Re) \tag{2.2}$$

u^* dépend de 6 nombres adimensionnels (équation 2.2) alors que la vitesse dimensionnelle u (équation 2.1) dépend de 9 paramètres dimensionnels.

2.1.3 Équation de la structure

L'analyse qui précède permet de simplifier les équations d'un problème. Par exemple on peut chercher à se mettre dans un cadre plus général et adimensionnaliser l'équation de mouvement du corps rigide. On verra apparaître certains des nombres adimensionnels de la section précédente.

L'équation différentielle ordinaire d'un oscillateur amorti constitue un modèle simplifié mais réaliste décrivant les oscillations transversales d'un cylindre rigide soumis à un écoulement uniforme.

$$m(\ddot{y} + 2\zeta\omega_y\dot{y} + \omega_y^2 y) = F_y \tag{2.3}$$

Ici, les efforts hydrodynamiques sont donnés par :

$$F_y(\alpha) = \frac{1}{2}\rho U_0^2 D^2 C_y(\alpha) = \frac{1}{2}\rho U_0^2 D^2 (C_L \cos(\alpha) - C_D \sin(\alpha)) \tag{2.4}$$

C_L et C_D sont les coefficients de portance et de traînée et dépendent de l'angle d'incidence efficace ($\alpha = \tan^{-1}(\dot{y}/U_0)$). C_y est le coefficient de la force qui est transversale à l'écoulement

incident dans le référentiel du laboratoire . Ce dernier ne doit pas être confondu avec C_L qui est le coefficient de portance dans le référentiel du corps en mouvement. Sous forme adimensionnelle l'équation 2.3 devient :

$$m^*(\ddot{y}^* + 2\zeta U_r^{-1}\dot{y}^* + U_r^{-2}y^*) = C_y \tag{2.5}$$

2.1.4 Analyse linéaire

La question du déclenchement du galop est centrale. Il est instructif d'analyser la situation en se limitant à de petites vitesses transversales. Dans ce contexte, l'amplitude du galop est-elle amplifiée ou amortie ? Une linéarisation du modèle décrit par l'équation 2.3 permet de répondre à cette question. La linéarisation de $F_y(\alpha)$ autour d'un petit angle d'incidence permet de réécrire l'équation du mouvement de la structure de la façon suivante [27] :

$$\ddot{y} + \big(2\zeta\omega_y - \frac{\rho U_0 D^2}{2m}\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}\big)\dot{y} + \omega_y^2 y = 0 \tag{2.6}$$

Où $C_y(\alpha) = C_L(\alpha)\cos(\alpha) - C_D(\alpha)\sin(\alpha)$. En l'absence d'amortissement structurel ($\zeta = 0$), le critère d'instabilité correspondant au déclenchement du galop (d'après Den Hartog [46]) est :

$$\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - C_D > 0 \tag{2.7}$$

Ici α est nul.

Ceci correspond à une situation où l'amortissement est négatif (situation où le transfert d'énergie se fait du fluide vers la structure). En présence d'amortissement structurel, le galop se développe seulement au-delà de la valeur critique de vitesse réduite donnée par :

$$U_{rc} = \frac{U_0}{\omega_y D} = \frac{2S_c}{[\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}]_{\alpha=0}} \tag{2.8}$$

Où $S_c = 2m\zeta/\rho D^2$ est le nombre de Scruton qui représente le rapport de la masse de la structure sur la masse du fluide déplacée par le corps rigide multiplié par l'amortissement. Un petit nombre de Scruton indique que la structure sera facilement mise en oscillation par l'écoulement.

La validité de ces critères repose sur l'hypothèse quasi-statique selon laquelle l'écoulement s'adapte instantanément au mouvement du corps rigide. Cette hypothèse est respectée si le temps caractéristique de l'oscillation du corps est beaucoup plus grand que le temps caractéristique de l'écoulement. Il faut donc que les perturbations affectant le corps en oscilla-

tions soient balayées par l'écoulement suffisamment rapidement. Par conséquent, la fréquence d'émission des tourbillons de Von Karman doit être beaucoup plus élevée que la fréquence d'oscillation du corps [23] et [27]. En général, l'hypothèse quasi-statique [27] est considérée comme valide si :

$$\frac{U}{f_y D} \geq \frac{4}{S_t} \approx 30 \tag{2.9}$$

Ici, S_t est le nombre de Strouhal qui vaut environ 0.13 dans le cas présent.

2.1.5 Analyse non-linéaire

L'analyse linéaire ne permet pas de bien saisir la complexité du galop. Pour lui rendre justice, il faut avoir recours à un modèle non-linéaire. Par exemple, la vitesse réduite critique est la même pour les modèles linéaire et non-linéaire si la bifurcation de Hopf est uniquement supercritique. Conformément à l'hypothèse quasi-statique, les efforts hydrodynamiques sont entièrement déterminés par le mouvement instantané de la structure ($\alpha \approx \dot{y}/U_0$), sans égard aux effets mémoire de l'écoulement puisque les perturbations sont balayées en aval du corps.

Dans une perspective non-linéaire, on suppose souvent que le coefficient d'effort est bien décrit par un polynôme d'ordre élevé. Dans le cas d'un corps symétrique, seules les puissances impaires sont conservées pour des raisons d'antisymétrie ($C_y(\alpha) = -C_y(-\alpha)$) :

$$C_y(\alpha) = \sum_{j=0}^{N} a_{2j+1}(\alpha)^{2j+1} \tag{2.10}$$

Le premier terme de cette série correspond au cas linéaire. Le fait de conserver plusieurs termes dans la série permet de reproduire des phénomènes non-linéaires tel l'hystérésis qu'on observe expérimentalement. Ce dernier phénomène est caractéristique de la multistabilité, c'est-à-dire la coexistence de plusieurs solutions stables pour une même valeur de paramètre de bifurcation, la vitesse réduite. L'hystérésis fait en sorte que l'on observe des amplitudes de galop différentes selon qu'on diminue ou augmente la vitesse réduite pour une même plage de valeurs de la vitesse réduite. Luo, Chew et Ng [25], ont étudié le galop d'un cylindre carré. Ils ont permis d'associer hystérésis et point d'inflexion dans la courbe $C_y(\alpha)$ versus α. Ils indiquent que cette inflexion est due à un réattachement intermittent de l'écoulement d'un même côté du cylindre. Barrero-Gil et al. [23], ont étudié le galop pour un cylindre carré à bas Reynolds ; Re < 200. Ils ont montré que le galop n'est pas possible pour Re < 159 et que l'hystérésis disparait pour $159 <$ Re < 200 [27].

2.1.6 Effet de la forme du solide

L'existence d'un 'afterbody', c'est à dire la portion du corps située en aval du point de séparation de l'écoulement, joue un rôle important dans le développement du galop. Dans le cas d'un cylindre carré, le point de séparation est le coin amont de l'obstacle. C'est donc tout le corps qui est l'afterbody. Dans ce cas, l'un des paramètres les plus importants est le rapport du diamètre de la section du corps faisant face à l'écoulement (h) et la profondeur du corps où la couche de cisaillement peut se recoller (d). Ce dernier paramètre doit être assez grand, mais suffisament petit pour limiter le recollement de l'écoulement sur la partie du corps en aval du point de séparation. Il semble que pour un écoulement lisse (dont le taux de turbulence résiduelle est faible), le galop ne se produit pas pour des rapports h/d inférieur à 0.33 [27]. Dans le cas où $0.33 \leq h/d \leq 1.33$, le galop se développe de lui-même (le corps rigide est un 'soft oscillatior'), mais dans le cas où $h/d > 1.33$ des perturbations d'amplitude finie sont nécessaires pour déclencher le galop ('hard oscillator') [27].

Le recollement peut compromettre l'apparition du galop. En effet, on a observé sur un cylindre carré que le recollement de la couche de cisaillement a lieu sur un coin aval du

cylindre pour un angle d'incidence d'environ 13 degrés [27], pour lequel la force transversale est maximale. Pour un angle plus grand, le point de recollement remonte vers l'amont et réduit la force. Ce phénomène est la cause de l'auto-régulation de l'amplitude du galop [27].

2.1.7 Travaux récents

À l'exception des phénomènes d'hystérésis, il est admis que l'essentiel du phénomène du galop est bien caractérisé. Toutefois des résultats récents soulignent le fait que tout n'a pas encore été compris à son sujet. Un modèle quasi-statique non-linéaire employant une approximation du coefficient d'effort transversal d'ordre 3 [28] a permis de mettre au jour un comportement singulier et inattendu. Ce modèle repose sur l'équation suivante :

$$m(\ddot{y} + 2\zeta\omega_y\dot{y} + \omega_y^2 y) = \frac{1}{2}\rho U_0^2 D(a_1(\frac{\dot{y}}{U_0}) + a_3(\frac{\dot{y}}{U_0})^3) \tag{2.11}$$

Où les coefficients a_1 et a_3 dépendent du nombre de Reynolds de la façon suivante :

$$a_1(Re) = -3.41 + 2.43 * 10^{-2} Re$$
$$a_3(Re) = 50.56 + 6.50 * 10^{-1} Re$$

Ces coefficients ont été évalués sur la base de simulations directes 2D des IFS [28]. Pour un nombre de Reynolds de 200 et une vitesse réduite de 40, le modèle prédit des amplitudes d'oscillation du galop indépendantes du ratio de masse, lorsque ce dernier est élevé ($m^* > 10$) comme le prévoit la théorie. Toutefois, des effets inattendus se produisent pour des petites valeurs du ratio de masse ($m^* < 10$). En effet, les amplitudes du galop augmentent à mesure que le ratio de masse diminue. Ces effets ne sont pas confirmés par des simulations numériques directes d'interactions-fluide structure 2D. Les simulations numériques montrent plutôt que l'effet est inverse, à mesure que le ratio de masse diminue, les amplitudes du galop décroissent, voir la figure 2.1 . Sur cette figure on peut voir l'amplitude (R^*) du galop en fonction du ratio de masse (m^*). Quatre courbes y sont présentées. Trois d'entre elles montrent l'effet des VIV et le désaccord entre le modèle quasi-statique (QS) et les simulations directes 2D (FSI). La courbe du modèle quasi-statique (lignes pointillées et carrés noirs) présente une croissance des amplitudes pour les faibles ratios de masse. Ceci est en contraste avec la décroissance rapide des amplitudes prédites par les simulations directes (lignes pleines et cercles), pour les mêmes valeurs de ratios de masse. L'effet des VIV semble important puisque leur ajout dans le modèle QS (oscillatory forced model) semble résoudre le désaccord.

On a supposé que la cause était le lâcher de tourbillons de l'allée de Von Karman. Le modèle quasi- statique (equation (2.11)) ne permet pas de tenir compte de leur effet. Des

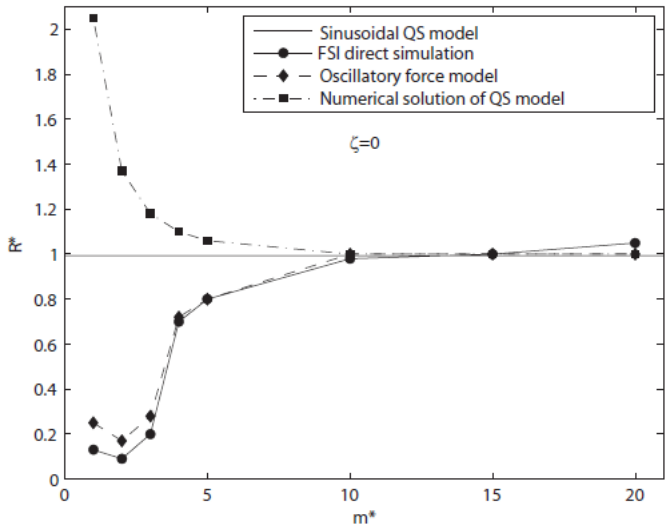


Figure 2.1 Comparaison des amplitudes obtenues par le modèle quasi-statique intégré numériquement (symboles : carrés), le modèle quasi-statique entraîné par une force périodique (symboles : losanges), la simulation directe 2D des IFS (symboles : cercles). Re = 200, $U_R = 40$ et $\zeta = 0$. Figure tirée de [28].

simulations ont donc été effectué en ajoutant un terme d'entraînement périodique simulant leur présence :

$$m(\ddot{y} + 2\zeta\omega_y\dot{y} + \omega_y^2 y) = \frac{1}{2}\rho U_2 D\big[a_1\big(\frac{\dot{y}}{U}\big) + a_3\big(\frac{\dot{y}}{U}\big)^3\big] + F_0 sin(\omega_s t) \tag{2.12}$$

Où ω_s et F_0 sont respectivement la fréquence d'émission des tourbillons et l'amplitude de la force d'entraînement, deux paramètres tirés des simulations directes 2D. Ce modèle quasi-statique modifié (forcé périodiquement) reproduit alors fidèlement le comportement des simulations numériques directes d'interactions fluide-structure 2D.

Comme on le verra plus loin, l'écoulement autour d'un cylindre à section carrée cesse d'être bidimensionnel pour des écoulements dont la valeur du nombre de Reynolds est inférieure à 200. Il est alors légitime de mettre en doute la validité des simulations directes bidimensionnelles comme référence. Il ne semble pas y avoir dans la littérature d'étude expérimentale où des données pourraient corroborer l'un des scénarios évoquer précédememt (du modèle quasi- statique ou de simulations directes). Il ne semble pas non plus y avoir de simulations numériques directes 3D des interactions fluide-structure portant spécifiquement sur le galop qui permettraient de faire la lumière sur la nature des phénomènes se produisant à bas Reynolds (140<Re<500) et à faible ratio de masse ($m^* < 10$). Rappelons que l'étude

des faibles ratios de masse est d'une grande importance puisque dans le cadre de l'extraction pétrolière offshore les risers ont des ratios de masse de l'ordre $m^* \approx 5$, voir inférieur à 1 pour les supports de flottabilité [27].

Pour compliquer le tableau, on peut aussi mentionner que des données expérimentales portant sur l'étude de l'amplitude du galop, en bassin à Re =100000, pour une structure cylindrique à section carrée ayant un ratio de masse de 1.5 Molin [50], n'ont pas confirmées les résultats des simulations 2D. Les hypothèses expliquant cette différence sont :

1. Un effet du nombre de Reynolds, très différent de celui des simulations 2D.
2. Un effet de l'élancement, H/D.

Dans le cas des données expérimentales, le cylindre avait un élancement de 3, ce qui rend l'écoulement intrinsèquement 3D. Dans le cas des simulations 2D, le cylindre se comporte comme un cylindre infini. La comparaison est donc difficile à faire entre les simulations numériques et ces données expérimentales. On conclue donc que la physique à l'œuvre n'est pas bien connue dans ce contexte et qu'il est nécessaire d'investiguer ce phénomène.

2.1.8 Bilan de fin de chapitre

1. L'analyse linéaire nous fournit un critère d'instabilité permettant de prédire l'émergence du galop dans les limites de validité de l'hypothèse quasi-statique ($U_R > 30$). Il suffit de savoir comment varient les efforts hydrodynamiques transverses à l'écoulement en fonction de l'angle d'incidence efficace pour savoir si le galop peut se déclencher.
2. Un modèle non-linéaire récent prédit, à faibles ratios de masse et faibles Re, des amplitudes de galop que ne corroborent pas des simulations directes des IFS en 2D.
3. L'effet des VIV semblent expliquer la différence entre les résultats 2D et 3D.
4. Les simulations directes 2D (Re>160) ne semblent pas représentatives de la réalité, puisqu'à ces valeurs du nombre de Reynolds des effets 3D apparaissent.
5. Des données expérimentales pour des faibles ratios de masse contredisent les simulations 2D.
6. Ces données expérimentales semblent indiquer que l'élancement et le nombre de Reynolds ont des effets importants sur le galop. De façon plus précise, il semble qu'en 3D un mécanisme détruise l'entrainement périodique des VIV (ce dernier inhibant le galop en 2D).

Sur la base de ces constats, il est nécessaire de voir ce que l'on peut trouver dans la littérature scientifique concernant l'influence de l'élancement et de l'angle d'incidence efficace

sur les efforts hydrodynamiques transverses s'appliquant sur un cylindre à section carrée. Il est aussi nécessaire d'évaluer comment à faible Re (160<Re<500), le caractère tridimensionnel affectent ces efforts.

2.2 Physique d'un écoulement à bas Reynolds autour d'un cylindre à section carrée

L'absence d'étude appropriée sur les IFS portant sur un cylindre rigide à section carrée tronqué ou infini, nous amène à étudier les travaux portant sur des cylindres à section carrée fixes. Si on se restreint aux écoulements sans galop, on obtient des similitudes entre l'écoulement autour du cylindre circulaire et celui autour du cylindre à section carrée notamment en ce qui concerne les modes de transition vers un écoulement 3D.

2.2.1 Similarités des écoulements autour de cylindres circulaires et autour de cylindres carré infinis à bas Reynolds

La dynamique de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire (CC) a été abondamment étudiée tant d'un point de vue expérimental que numérique. On trouvera dans la revue de Williamson [1] une synthèse des phénomènes physiques importants caractérisant le sillage de cet écoulement. L'écoulement autour d'un cylindre à section carrée (SC) a été beaucoup moins étudié. On note toutefois, depuis quelques années un nombre croissant de publications portant sur cette géométrie. Les écoulements en aval de ces deux géométries présentent des analogies assez fortes. Toutefois on note que des différences majeures existent dans les mécanismes de séparation et dans le comportement de certains paramètres tels que le nombre de Strouhal, les coefficients de portance et de traînée. On notera que dans le cas du CC, la position du point de séparation de l'écoulement varie en fonction du nombre de Reynolds (Re), alors que dans le cas du SC les points de séparation sont fixés aux coins amont du plan perpendiculaire à l'écoulement. Malgré ces différences, on peut remarquer des similarités dans la séquence des événements menant le sillage à une transition 2D-3D. Lorsque le Re est inférieure à la valeur critique de transition (Re_c), le sillage des deux géométries est bidimensionnel. On peut caractériser le sillage derrière ces obstacles non-profilés de la façon suivante. Pour Re < 1, l'écoulement est attaché et sans séparation. À mesure que Re augmente, l'écoulement se sépare et une paire de tourbillons stationnaires apparaît derrière le corps pour des valeurs de $Re \approx 3 - 5$ [2]. La taille de la zone de recirculation augmente avec Re jusqu'à une valeur critique (Re_{c1}) où la paire de tourbillons devient instable et est relâchée dans le sillage du CC. Le sillage devient alors instationnaire et périodique dans le temps. Il s'agit de lâchers de tourbillons ou allée de Von Karman (voir figure 2.2, d'après

Sohankar [2]). Pour le CC le $Re_{c1} \approx 50$ [2] alors que pour le SC la valeur est selon des valeurs expérimentales $Re_{c1} = 47 \mp 2$ [3] et selon des travaux numériques entre 51.2 et 53 [2].

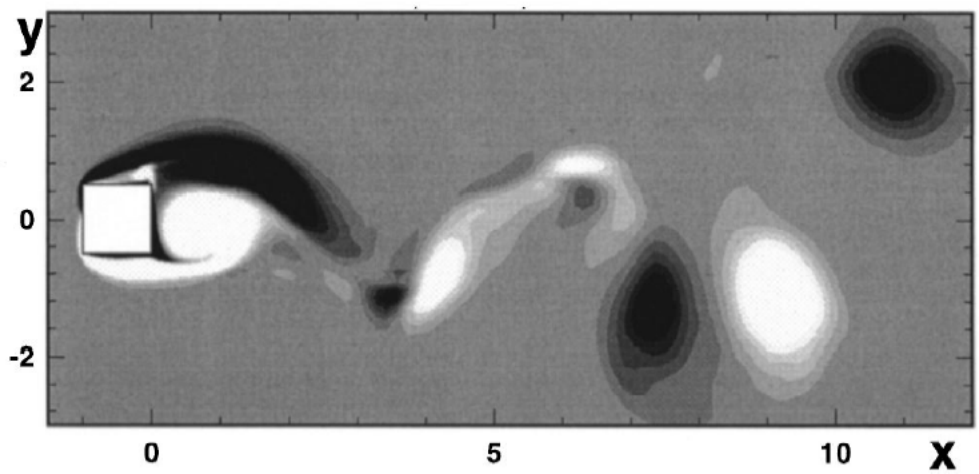


Figure 2.2 Allée de Von Karman derrière un cylindre carré pour une valeur du nombre de Reynolds moyenne de 500 [2]. Contours de la composante z de la vorticité.

La fréquence d'émission des tourbillons (f_s) croît à peu près linéairement avec le nombre de Reynolds tant pour le SC que pour le CC [2] et ce jusqu'à une deuxième valeur critique Re_{c2}. Valeur à laquelle des instabilités secondaires 3D font leur apparition autour de cette valeur critique. Un régime de transition vers un état d'écoulement 3D se fait pour des Re critiques telles que $Re_{c2} < \mathrm{Re} < Re_{c3}$. Le passage de l'écoulement du 2D au 3D pour le CC est décrit par Henderson et Barkley [12]. Re_{c2} est la valeur du nombre de Reynolds à laquelle apparaît l'instabilité que l'on désigne comme le mode A. La valeur Re_{c3} est la valeur critique du nombre de Reynolds à laquelle apparaît un autre mode d'instabilité secondaire nommé mode B. Les instabilités secondaires se manifestent sous la forme de tourbillons dont la vorticité est essentiellement orientée dans la direction de l'écoulement (axe x) contrairement au cas des tourbillons de Von Karman dont la vorticité est orientée selon l'élancement du cylindre (axe z). En Re_{c2} le mode A est l'instabilité secondaire la plus instable (multiplicateur de Floquet le plus grand [4]), à partir de Re_{c3}, c'est le mode B qui se manifeste le plus fortement. L'analyse de stabilité linéaire pour le cas du CC conduit à la courbe de stabilité marginale de la figure 2.3 (selon Henderson [6]). Le mode A apparaît clairement avant le mode B. Les longueurs d'onde des différents modes sont aussi clairement différentes. Le mode A a des longueurs d'onde caractéristiques plus grandes que celles du mode B. La figure 2.3 montre que l'instabilité de mode A se produit à partir de Re = 188 avec des longueurs d'onde variant

entre 2.5 et 7 D. Le mode B apparaît à Re = 260 avec des longueurs d'onde variant de 0.5 à 1 D

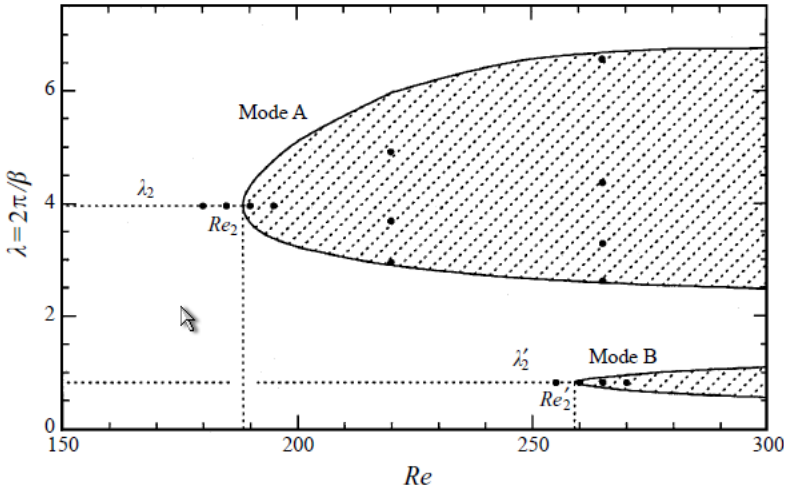


Figure 2.3 Courbe de stabilité marginale du cylindre circulaire (longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds) [6].

Le mode A revêt la forme de poche de vorticité orientée parallèlement à l'écoulement (axe x), alors que le mode B correspond à la génération de paires de tourbillons de même signe de vorticité et orientés parallèlement à l'écoulement (direction x). Les figures 2.4 et 2.5 montrent la structure spatiale des modes A (2.4) et B (2.5). Sur la figure 2.4, le mode A prend la forme de zones plates de vorticité dont le signe alterne de part et d'autre du cylindre (les couleurs jaune et bleu représentent une vorticité en x de signes différents). Le mode B (figure 2.5) prend la forme de longs rubans de vorticité qui ne changent pas de signe quand on s'éloigne du cylindre parallèlement à l'écoulement.

La distribution de la composante de la vorticité (x) parallèle à l'écoulement des modes A et B est encore plus nette sur la figure 2.6, tirée de Robichaux [4]. Les deux tons de gris représentent des isovaleurs de la composante x de la vorticité de signes opposés.

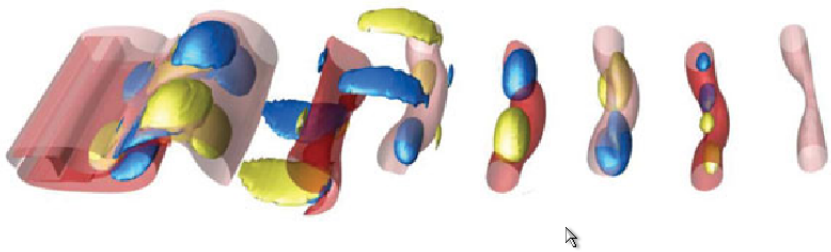


Figure 2.4 Composante x de la vorticité dans le sillage du SC, Mode A (Sheard [7]).

Figure 2.5 Composante x de la vorticité dans le sillage du cylindre à section carrée, Mode B (Sheard[7]).

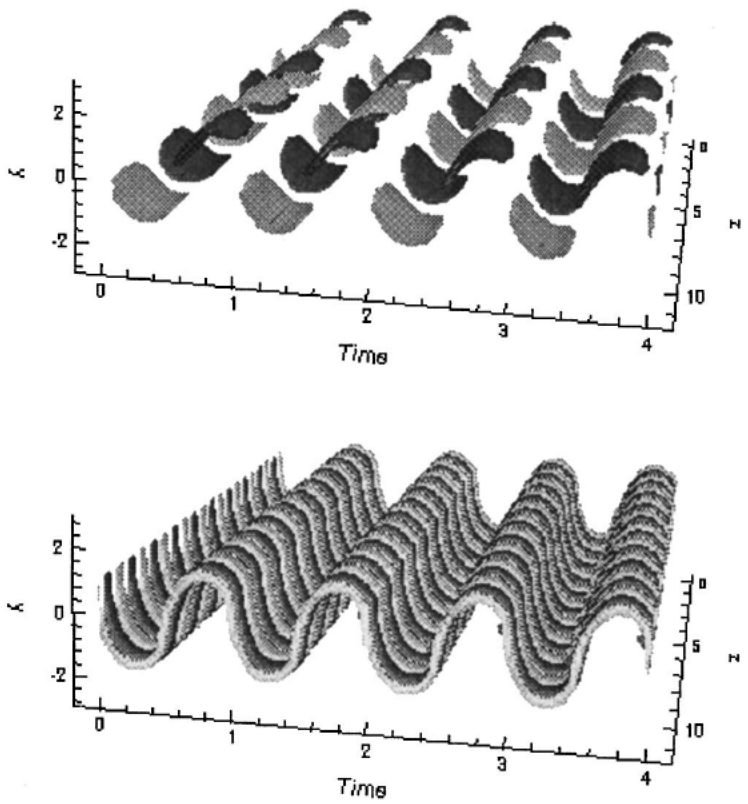


Figure 2.6 Composante x de la vorticité en fonction du temps (en haut mode A), (en bas mode B), dans le sillage du cylindre à section carrée.

Ces instabilités ont été observées expérimentalement, entre autre pour le SC, au moyen de l'injection de colorant dans l'écoulement. Sur les figures qui suivent, on peut voir l'évolution des tourbillons de Von Karman à différentes valeurs du nombre de Reynolds. Sur la figure 2.7a, seuls sont visibles les tourbillons de Von Karman (sans instabilité). Sur la figure 2.7b, le mode A est visible (à Re = 188). Il prend la forme de tourbillons parallèles à l'écoulement, leur espacement (longueur d'onde) est d'environ 5 diamètres, (tel qu'indiqué par la courbe de stabilité marginale figure 2.3). Le mode B est visible sur la figure 2.7c tirée de Luo [10], pour Re = 244. Sa forme est celle de tourbillons parallèles à l'écoulement de longueurs d'onde plus petites que celle du mode A (environ 1 diamètre (D)).

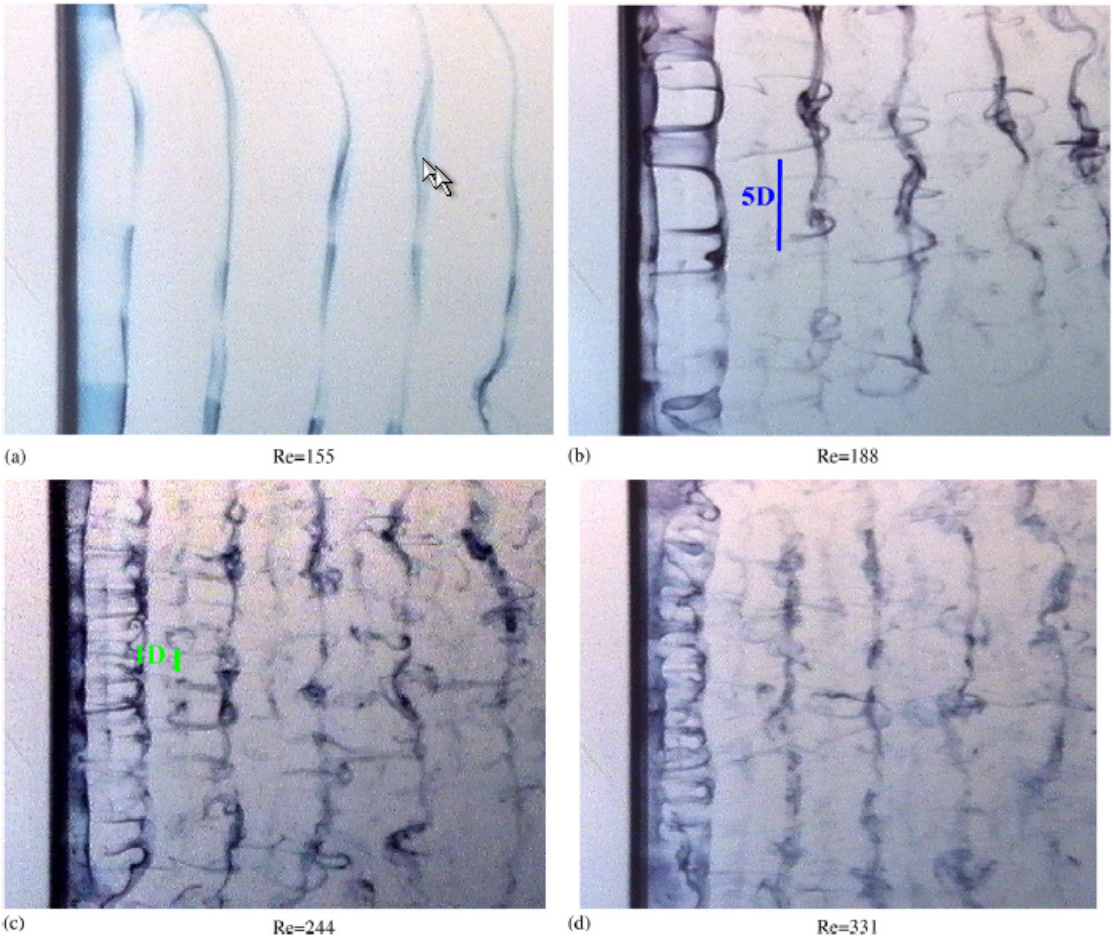


Figure 2.7 Manifestations expérimentales des différents modes d'instabilités en fonction du Re, (cylindre à section carrée).

Luo [10] propose un mécanisme de formation des modes A et B reposant sur des données expérimentales. On peut voir sur les figures 2.8 et 2.9, deux schémas décrivant les deux instabilités. La différence entre les deux mécanismes de formation est remarquable.

Le mode A prend forme grâce à des perturbations des tourbillons primaires (tourbillon A, figure 2.8b). Ces perturbations qui ressemblent à des fers à cheval (figure 2.8b), sont amplifiées sous l'effet de la variation de la vorticité et forment des tourbillons orientés dans la direction de l'écoulement. Ceux-ci induisent, dans le tourbillon primaire suivant (tourbillon B, figure 2.8c) une déformation qui va à son tour s'amplifier. Le mécanisme s'auto-entretient.

Le mode B prend plutôt naissance dans la couche de cisaillement à proximité des faces latérales du cylindre (figure 2.9b). C'est là que se forment des tourbillons orientés selon la

direction de l'écoulement. Sous l'effet d'un mécanisme nommé 'imprinting effect' décrit par Williamson [14], ces tourbillons vont induire des tourbillons de même signe (figure 2.9c) dans la zone d'entrelacement de la couche de cisaillement opposée (Braid zone)[10]. Ici aussi le mécanisme se perpétue à mesure que sont émis de nouveaux tourbillons de Von Karman.

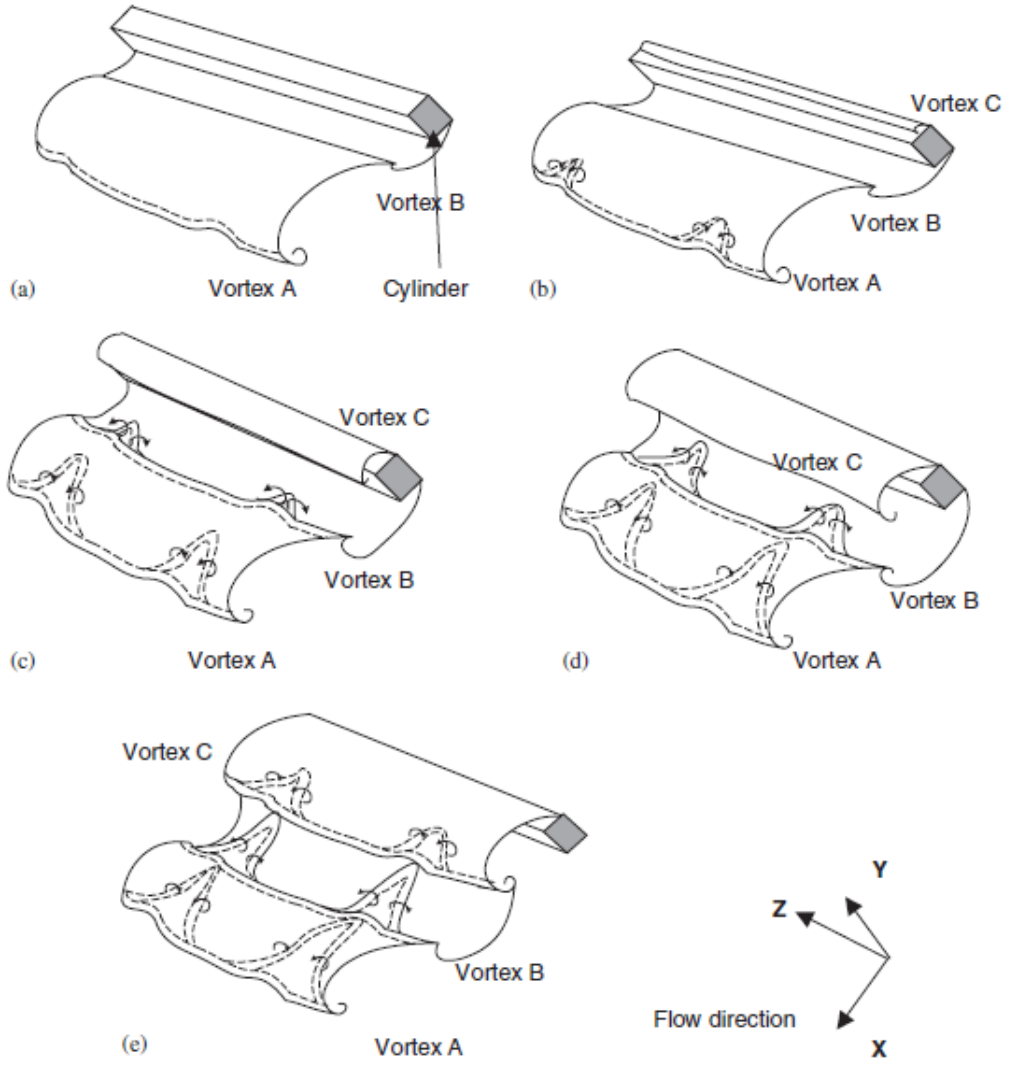


Figure 2.8 Schéma du processus de formation du Mode A [10].

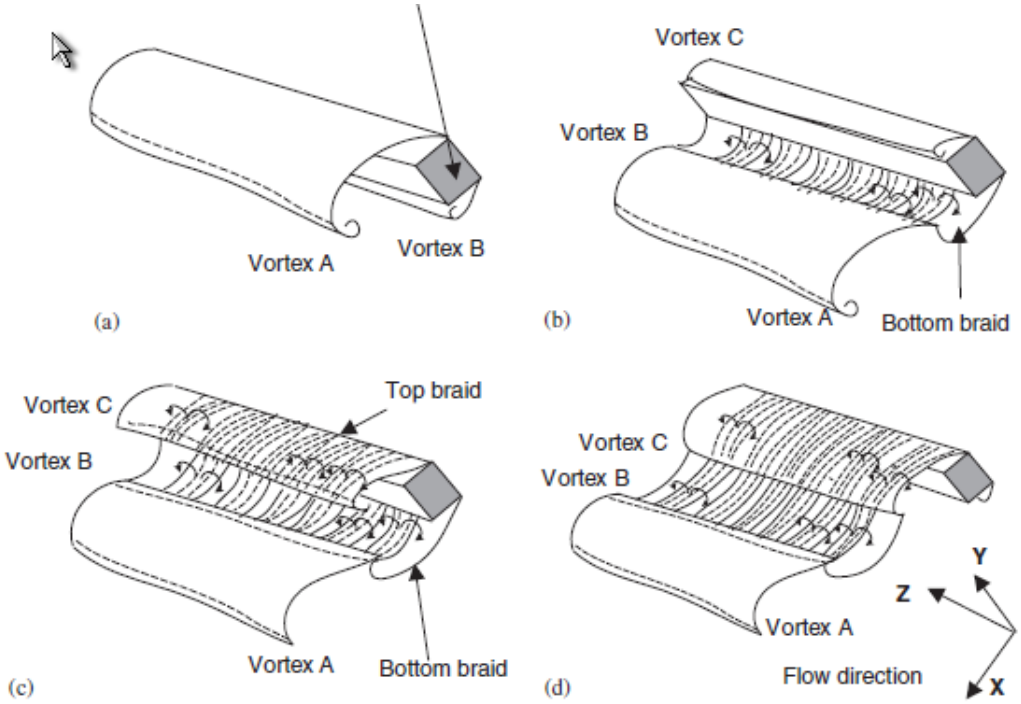


Figure 2.9 Schéma du processus de formation du Mode B [10].

En plus des instabilités de type A et B, on observe, dans l'intervalle $Re_{c2} < \mathrm{Re} < Re_{c3}$, la formation de grandes structures qui selon la terminologie de Williamson [1] et [8] sont appelées dislocations tourbillonnaires (vortex dislocation). Ces structures se manifestent dans l'écoulement comme une reconnection complexe des tourbillons de Von Karman. Elles apparaissent lorsqu'une non-uniformité spatiale vient changer localement la fréquence d'émission des tourbillons. Sur la figure 2.10 (Williamson [8]), on peut voir ce type de structure apparaitre (à partir du milieu de l'image jusqu'en bas). Cette image présente un écoulement qui va du haut vers le bas dans lequel des tourbillons de Von Karman sont émis (courbes ondulées horizontales). Un cylindre circulaire horizontal est placé en amont (pas visible sur l'image 2.10), au centre de son envergure (direction horizontale) une perturbation est introduite par la présense d'un anneau. Cet anneau vient localement perturber l'écoulement en provocant une discontinuité de fréquence. Cela produit les dislocations dans le sillage.

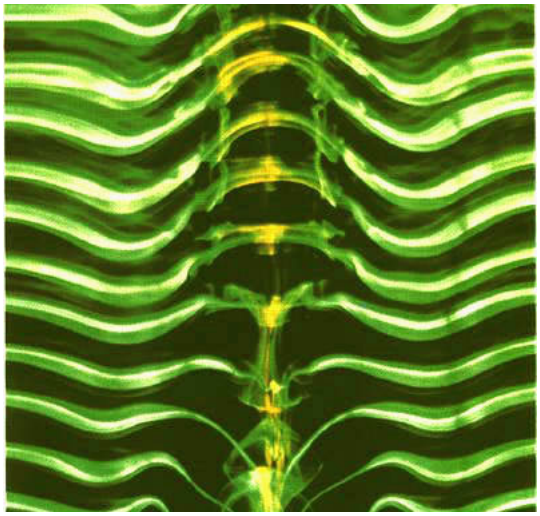


Figure 2.10 Formation artificielle de dislocation, selon Williamson [8].

À la figure 2.11, on peut voir la reconnection complexe des tourbillons et le désaccord des fréquences des tourbillons du haut et de ceux du bas. Cette figure, tirée d'une simulation numérique, représente un cylindre circulaire (à gauche de la figure) dont le diamètre varie brusquement en fonction de l'envergure. Cette simulation a été faite à un nombre de Reynolds égal à 150. On peut aussi voir le sens de rotation des tourbillon (sens des flèches). La dislocation est située au centre de la figure et a approximativement la forme d'un lambda (Λ).

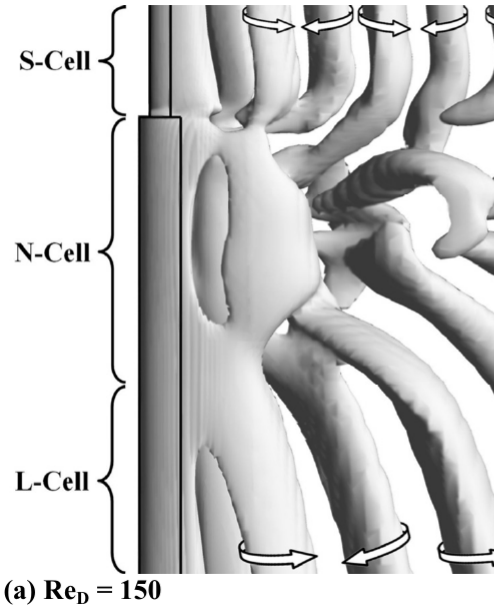


Figure 2.11 Structure d'une dislocation, selon Morton[51].

On peut voir comment se structurent les dislocations selon la position longitudinale du cylindre (axe z) en étudiant la distribution de la vorticité transversale (selon l'axe y). Sur la figure 2.12, selon Saha [9], on constate que de grandes structures lamda se forment à mi-hauteur du cylindre. Celles-ci sont encore présentent dans le sillage à bonne distance de l'obstacle.

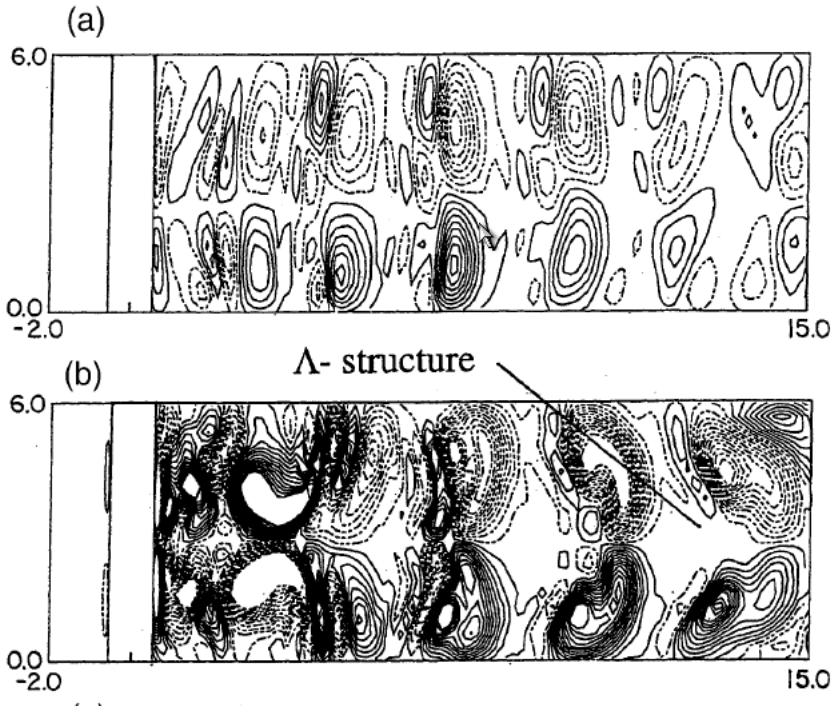


Figure 2.12 Vorticité y dans le sillage de l'obstacle en deux instants différents. Illustration de l'apparition d'une dislocation (a) t = 510.11 et (b) t = 541.99.

On peut résumer différents nombres permettant d'illustrer les similitudes et les distinctions entre le CC et le SC. Voir ci-dessous, le tableau 2.4 : Tableau illustrant les différences entre le CC et le SC dans l'intervalle 150< Re <300 (selon Saha [5]).

Tableau 2.4 Similitudes entre cylindre circulaire et cylindre à section carrée.

	Cylindre circulaire	Cylindre carré
Nombre de Strouhal :	0.18 – 0.20	0.15 – 0.16
Coefficient de traînée moyen :	1.3 – 1.4	1.4 – 1.9
Instabilité mode A : Longueur d'onde :	Re_{c2} = 189 – 195 3.0 – 4.0	Re_{c2} = 160 – 200 3.0 – 5.0
Dislocation :	Re = 190	Re = 160 – 175
Instabilité mode B : Longueur d'onde :	Re_{c3} = 230 – 260 0.8 – 1.0	Re_{c3} = 200 – 250 1.2 – 1.4

On observe pour le SC une relation St-Re marquée par des discontinuités caractéristiques de l'émergence des instabilités secondaires et de la transition vers l'état tridimensionnel, similaire à celle décrite par Williamson [1] dans le cas du CC. On observe une chute brusque du Strouhal à la première valeur critique du Reynolds (Re_{c2}) et un phénomène d'hystérésis caractéristique de l'apparition du mode A pour le CC [1] (figure 2.13, pour 170 < Re < 200) et pour le SC (figure 2.14, pour 130 < Re <160)[10]. La zone d'hystérésis est visible sur la figure 2.13 entre Re = 160 et Re = 200 (voir les flèches en pointillés). Une seconde discontinuité apparaît à une deuxième valeur de Reynolds critique (Re_{c3}), celle-ci est caractérisée par un accroissement du Strouhal et marque l'apparition du mode B. Cette transition n'est toutefois pas hystérétique [10] (pour le CC voir la figure 2.13, Re = 220), (pour le SC voir la figure 2.14, Re = 200). Cette discontinuité est moins brusque que la première et implique un transfert graduel d'énergie du mode A vers le mode B [10]. On notera que les mécanismes supposés responsables de l'apparition du mode A et du mode B sont controversés [10]. Selon Brede [13] le mode A serait dû à une instabilité centrifuge apparaissant dans une zone d'entrelacement existant entre les tourbillons primaires. Quant au mode B, toujours selon Brede, ce serait plutôt une instabilité des couches de cisaillement dans le sillage suivant immédiatement le cylindre ([10] et [13]) qui en serait la cause. On trouvera d'autres mécanismes dans les articles de Williamson [1],[14] et de Luo [10]

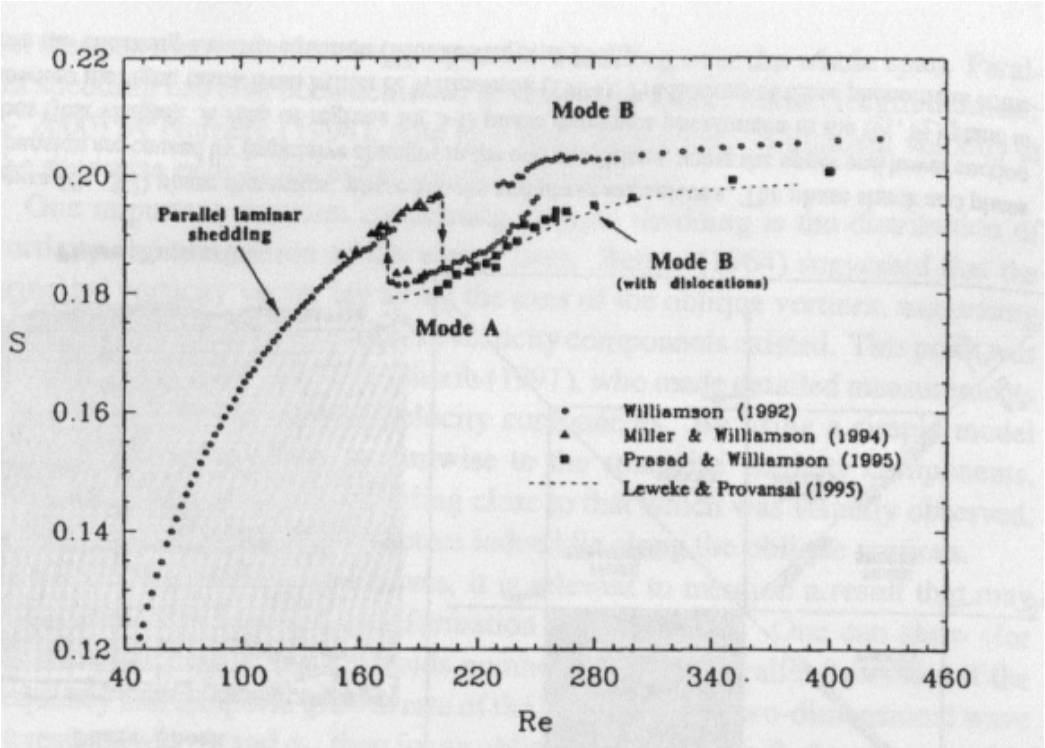


Figure 2.13 Relation Strouhal-Reynolds pour le cylindre circulaire, dans Williamson [1].

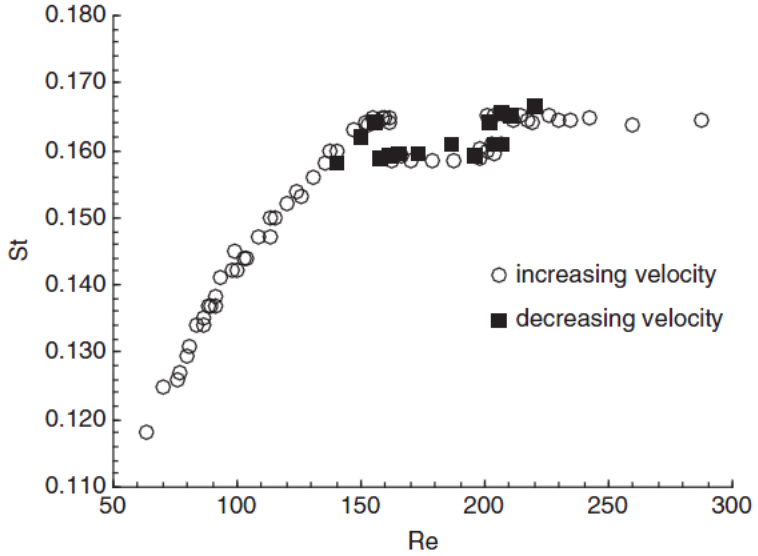


Figure 2.14 Relation Strouhal-Reynolds pour le cylindre à section carrée, selon Luo [10].

Dans l'article de Saha [5], la valeur critique précise d'apparition des phénomènes tridimensionnels, dans le cas du SC, a été mesuré. On la situe au voisinage de Re_{c2}= 163.5 . Sur la figure 2.15, on peut voir comment se manifestent les effets tridimensionnels sur la vitesse longitudinale (axe z) du cylindre carré. On remarque que de violentes fluctuations de la vitesse longitudinale (z) font leur apparition (voir figure 2.15, par exemple dans l'interval $1250 < t < 1500$). Il est clair que l'écoulement est 3D (Re_{c2}= 163.5) alors qu'à Re_{c2}= 160, l'écoulement est 2D.

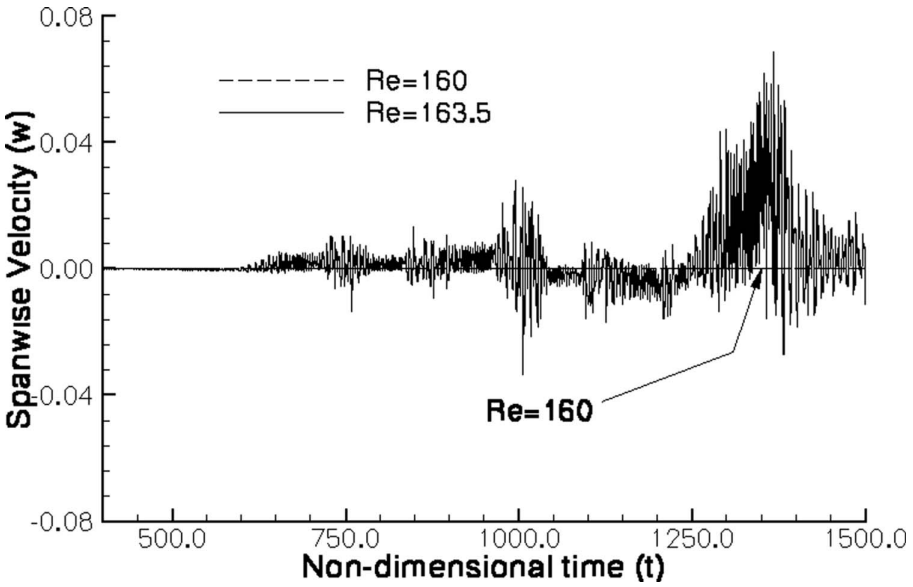


Figure 2.15 Vitesse dans la direction z, calculée au point (x= 3.65, y=0).

Dans un article datant de 1997 [11], Williamson rapporte que la séquence menant au caractère 3D du sillage du cylindre circulaire est la suivante :

$$\text{Écoulement 2D} \rightarrow \text{Mode A + dislocation } (ModeA^*) \rightarrow ModeB$$

Cette séquence est aussi observée par Saha [9] dans le cas SC.

Résumé : On vient donc d'identifier un bon nombre d'éléments communs entre le CC et le SC du point de vu des modes de transitions vers la tridimensionnalité. Ce sont les instabilités secondaires (mode A et mode B) qui en sont responsables (dans les deux cas). On voit aussi que les dislocations sont présentes pour les deux géométries. Les instabilités secondaires ainsi que les dislocations peuvent influencer les coefficients d'efforts, c'est donc un élément important à considérer dans la perspective de l'étude du galop.

2.2.2 Effet de l'élancement sur les dislocations

On a observé [9] que l'augmentation de l'élancement (H/D) s'accompagne d'une augmentation du le nombre de dislocations dans l'écoulement. Voir la figure 2.16 et la figure 2.17 ci-dessous. Ces figures présentent les isovaleurs de la vorticité transversale (y) en fonction de la position x et z dans le plan y=0

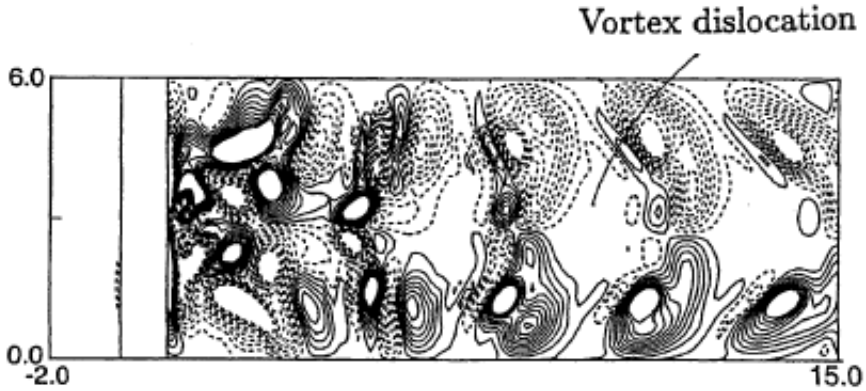


Figure 2.16 Vorticité transversale (y), H/D = 6.

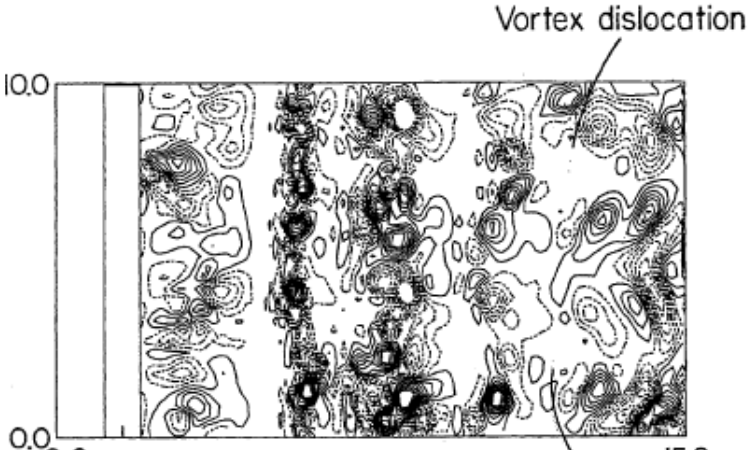


Figure 2.17 Vorticité transversale (y), H/D = 10.

2.2.3 Effets des instabilités secondaires et des dislocations sur l'écoulement

Saha [9] rapporte que les dislocations affectent de façon importante les efforts sur le SC. En effet, elles induisent une modulation des signaux instantanés des coefficients de traînée (C_D) et de portance (C_L) tel qu'on peut le voir sur les figures 2.18 a, b, c, tirées de Saha [9]. On remarque que les signaux ne sont pas perturbés à Re=150 puisqu'aucune instabilité n'est présente, figure 2.18a. Parcontre à Re=175 (figure 2.18b), le mode A et les dislocations apparaissent et modulent les signaux. On constate alors l'apparition d'oscillations de basse fréquence. Lorsque le mode B apparaît (figure 2.18c), des fluctuations d'allure stochastique apparaissent et perturbent les signaux.

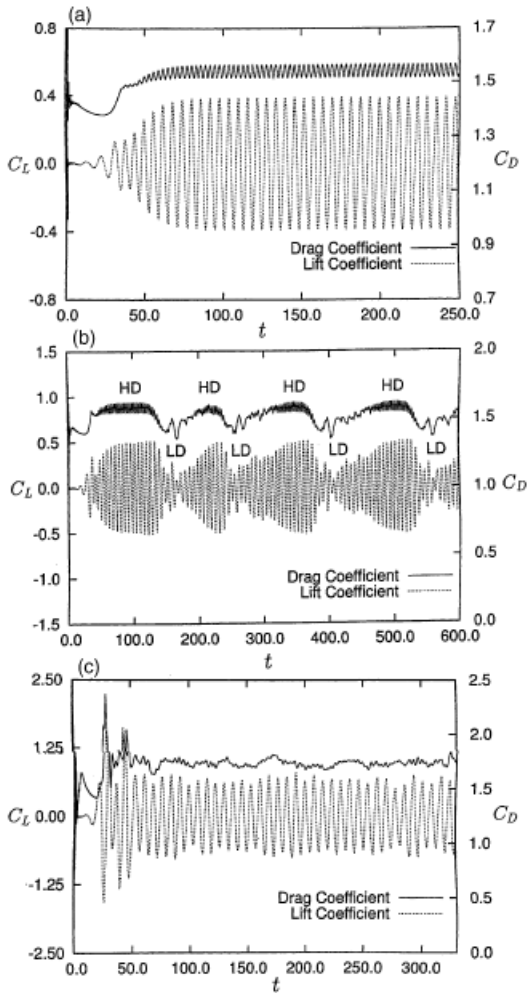


Figure 2.18 a) Re = 150 (avant l'émergence de toute instabilité secondaire) b) Re = 175 (Mode A avec dislocations) c) Re = 290 (Mode B)

.

Les effets des dislocations se font aussi sentir sur le Strouhal [9] qui vaut 0.163 à Re = 150 (avant l'apparition des dislocations) et tombe à 0.158 à Re = 175 (régime comportant les dislocations) et augmente à 0.163 à Re = 200 (lorsque les dislocations ont disparues) [9]. Les fluctuations des coefficients de portance et de traînée s'exerçant sur le SC dépendent de Re voir le tableau 2.5 Saha[9]. On peut y voir une augmentation des fluctuations des coefficients d'efforts assez nette jusqu'à Re = 150 suivie d'une chute des fluctuations du coefficient de portance à Re = 175, alors qu'on observe une augmentation du coefficient de traînée. Saha [9] attribue cela aux dislocations qui sont responsables d'un allongement de la couche de cisaillement, ce qui se traduit par des excursions du coefficient de traînée vers des valeurs plus faibles ce qui augmente les fluctuations (voir figure 2.18b). D'autre part, les

Tableau 2.5 Coefficients d'effort en fonction du nombre de Reynolds.

Re	$C_L^{`}$	$C_D^{`}$
100	0.122	0.003
125	0.223	0.011
150	0.274	0.017
175	0.268	0.062
200	0.305	0.026
250	0.150	0.032
290	0.473	0.033
325	1.015	0.113

dislocations causent une modulation de l'amplitude du C_L qui se traduit par une diminution des amplitudes du coefficient de portance (voir figure 2.18b) et contribue donc à diminuer les fluctuations. Un deuxième changement se manifeste autour de Re = 250. Celui-ci est lié à la transition du mode A vers le mode B. Ce dernier correspond à l'apparition de petites structures qui génèrent de plus petites fluctuations transverses et qui sont aussi associées à une plus grande chute de pression derrière le cylindre ce qui augmente les fluctuations de la traînée. Enfin, on remarque qu'à la valeur de Re = 325, les deux coefficients d'efforts augmentent beaucoup. Une explication possible serait l'existence d'une résonance issue de l'interaction entre la couche de cisaillement et la fréquence des lâchers de tourbillons de Von Karman [9]. On note aussi que les coefficients d'efforts varient en fonction de la positions longitudinale (axe z) . On notera que l'effet est plus marqué pour la traînée. Des moments de force peuvent donc apparaitre à cause de ces dépendances des efforts en fonction de la position longitudinale. Ces effets peuvent être observés sur les figures 2.19a et 2.19b.

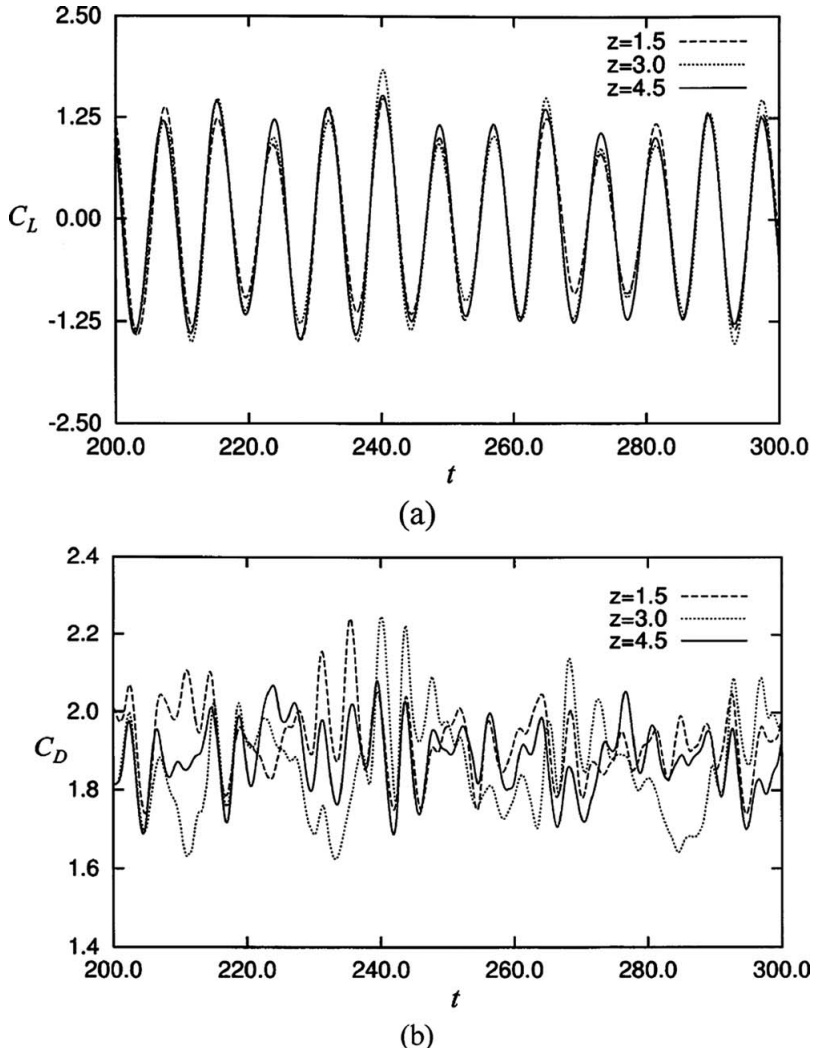


Figure 2.19 Coefficient de traînée et de portance instantanée en différentes positions longitudinales du cylindre à section carrée, selon Saha [5].

Alors que la moyenne temporelle des coefficients d'efforts n'est pas notablement altérée par le passage au régime 3D, la moyenne temporelle des fluctuations des coefficients d'effort, elle, est augmentée substatiellement. Les instabilités et les dislocations ont des effets sur les contraintes de Reynolds et sur la longueur de la zone de recirculation en aval du SC qui est associée à la position où les fluctuations de vitesse sont maximales. On peut constater que la position du maximum est affectée par les différentes instabilités, voir la figure 2.20, selon Saha [5]. On peut constater sur cette dernière figure que la longueur de la zone de

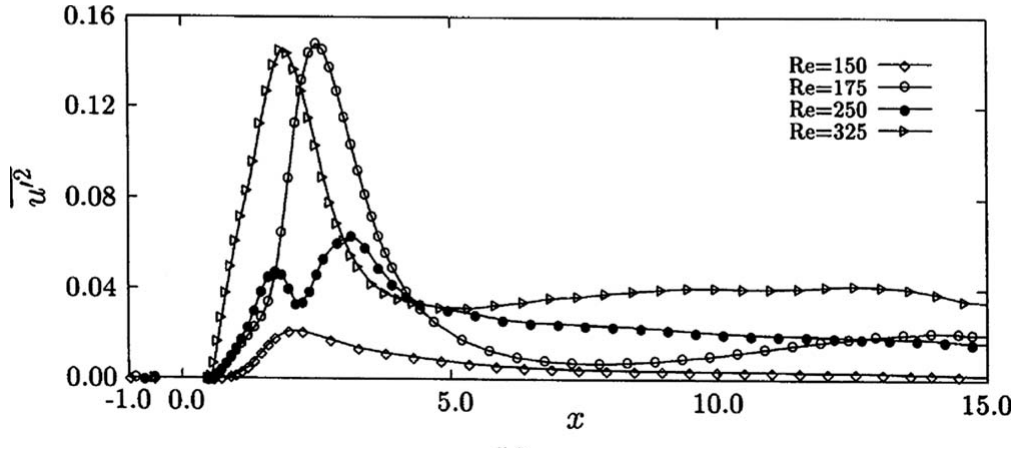


Figure 2.20 Contrainte de Reynolds parallèle à l'écoulement en fonction de la position x en aval du cylindre à section carrée.

recirculation est maximale pour Re = 250 ($L_r = 3.1$) et minimale pour Re = 325 ($L_r = 1.74$).

Résumé : On a pu démontré que les instabilités 3D affectent les efforts hydrodynamiques de façon appréciable. Les dislocations modulent l'amplitude des efforts transverses notamment à faible nombre de Re=175. On ne sait toutefois pas comment la présence des instabilités peut affecter la relation entre le coefficient d'effort transverse et l'angle d'incidence efficace.

2.2.4 Effet du Reynolds et de l'angle d'incidence sur l'écoulement autour d'un cylindre carré 2D

L'écoulement autour d'un cylindre à section carrée varie en fonction du Re. Pour un Re de l'ordre de l'unité, l'écoulement est exempt de séparation. Pour une incidence de zéro degré, une instabilité primaire se manifeste à partir d'une valeur critique de Re $= 47 \mp 2$. À cette valeur un lâcher de tourbillons caractérise le sillage du cylindre carré. À des nombres de Reynolds inférieurs à la valeur critique, l'écoulement est stationnaire. Pour les incidences de 0° et 45°, l'écoulement est symétrique tel qu'illustré ci-dessous figure 2.21 (a et c).

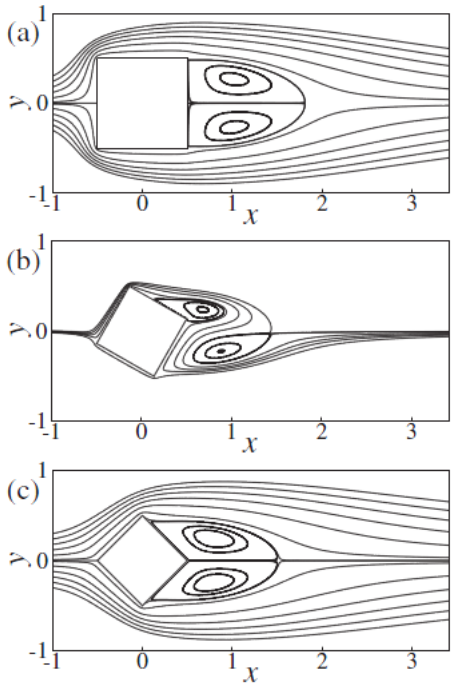


Figure 2.21 Illustration de l'effet de l'angle sur la zone de recirculation, (angle d'incidence respectivement de $0^o, 29.7^o$ et 45°), selon [15].

La séparation de l'écoulement autour d'un cylindre carré (à zéro degré) se fait aux arêtes de la face amont du cylindre. Un changement d'incidence affecte la topologie de l'écoulement et déplace les points de séparation. Pour un angle d'incidence situé entre 0° et 10° la valeur critique du nombre de Reynolds associé à la première instabilité est plus grande (par rapport à la valeur critique à incidence nulle, figure 2.22).

La relation entre la valeur critique du nombre de Reynolds et l'angle d'incidence se trouve illustré sur la figure 2.22 :

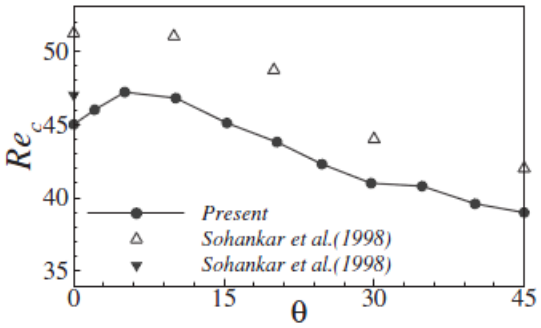


Figure 2.22 Relation entre Reynolds critique et angle d'incidence, selon Yoon [15].

Au-delà de la valeur critique de première instabilité, il existe deux régimes instationnaires différents (les régimes MS (Main Separation) et VM (Vortex Merging) voir ci-dessous pour leur description). On peut classer ces régimes dans le plan $Re - \theta$ d'incidence (voir figure 2.23) :

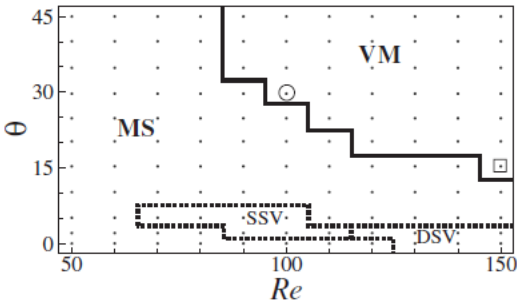


Figure 2.23 Classement des régimes 2D en fonction de Re et de theta , selon Yoon [15].

Le premier est le régime de séparation principal 'Main Separation' (MS) où un tourbillon est émis alternativement de chaque côté du cylindre. Chacun des deux tourbillons émis durant une période possède une vorticité de signe opposé. Tel qu'illustré sur la figure 2.24, on peut observer grâce au tracé des lignes de courant (moyennées dans le temps), comment la variation de l'angle d'incidence affecte le point de séparation.

Situé sur le coin supérieur aval du cylindre à zéro degré (figure 2.24 a), le point de séparation remonte vers le coin amont au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente (figure 2.24 b, c, d).

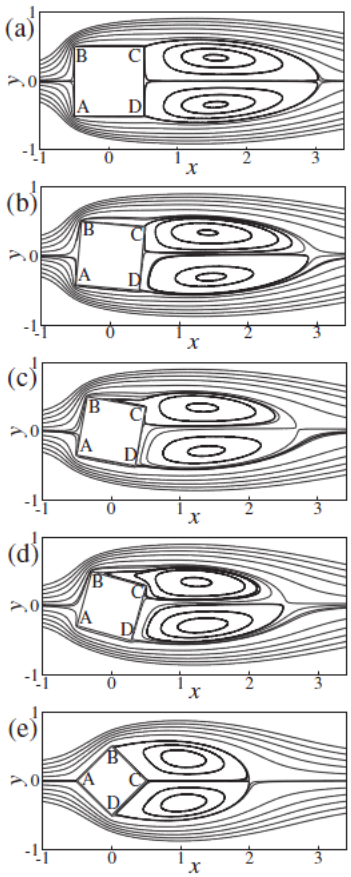


Figure 2.24 Variation du point de séparation en fonction de l'angle d'incidence, Re = 60 [15].

Un sous-type de MS, noté SSV (pour 'Single Secondary Vortex'), apparaît pour des angles inférieures à 5.1 degrés et pour des nombres de Reynolds variant de 70 à 110. Pour ce type de régime le point de séparation est situé au coin amont et se recolle périodiquement sur le segment joignant les coins supérieurs amont et aval. Ceci produit une zone tourbillonnaire secondaire. La zone tourbillonnaire secondaire sur la face supérieure du carré (segment BC), voir la figure 2.25.

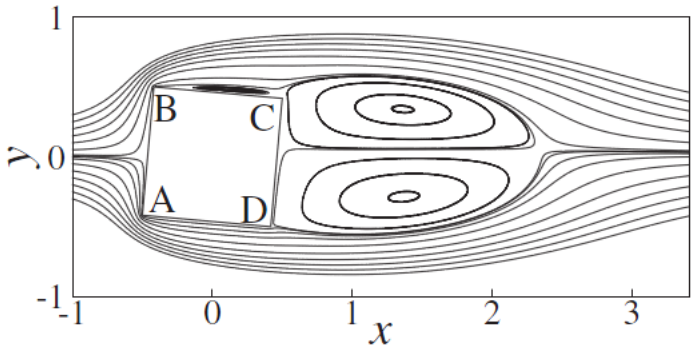


Figure 2.25 Zone de recirculation secondaire [15].

Un deuxième sous-type associé, au régime MS peut être observé, désigné par DSV (pour 'Dual secondairy vortices'). Il est associé à un angle d'incidence très petit. Dans ce régime, les tourbillons apparaissent sur les segments BC et AD en aval des points de séparation A et B (voir la figure 2.26).

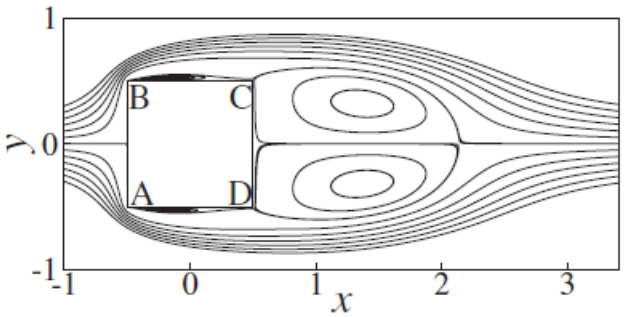


Figure 2.26 Apparition de deux zones de recirculation secondaire sur les faces du haut et du bas du cylindre à section carrée 2D, [15].

Un deuxième régime bien distinct du MS dit de ''Vortex Merging" (VM) s'observe à des angles d'incidence élevés (entre 15^0 et 45^0) et pour des nombres de Reynolds élevés en comparaison de celui du régime MS (Re > 85). Ce régime est caractérisé par un lâcher de tourbillons de petites tailles à chacune des arrêtes avales du cylindre et de la fusion de tourbillons de même signes voir sur la figure (2.27) les tourbillons a et c. La fusion de a et c donne naissance à un plus gros tourbillon a'.

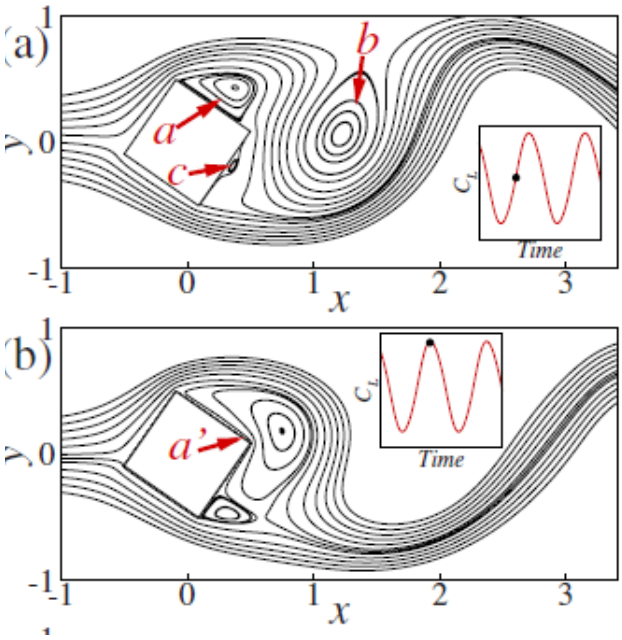


Figure 2.27 Illustration du régime VM, [15].

Le changement d'angle d'incidence affecte la zone de recirculation se trouvant dans le proche sillage du cylindre. La longueur de la zone de recirculation en fonction du Re (en régime stationnaire) augmente linéairement avec le nombre de Reynolds. Toutefois en régime instationnaire, on observe une diminution monotone de L_r avec l'augmentation de Re. Ces comportements sont essentiellement les mêmes pour tous les angles d'incidence (voir la figure 2.28 ci-dessous).

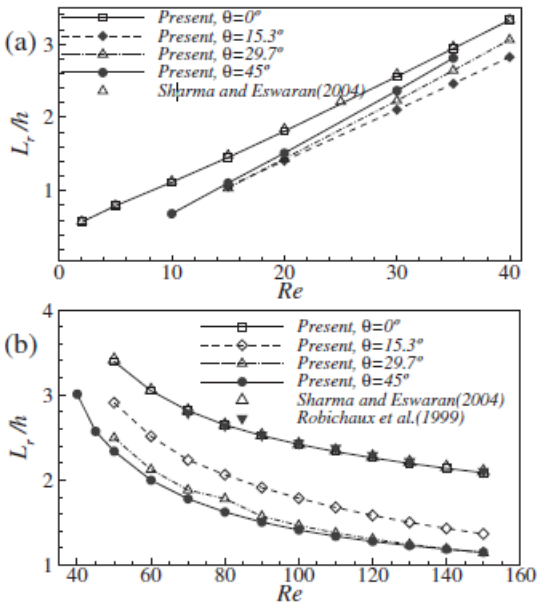


Figure 2.28 Relation entre longueur de la zone de recirculation et Re en régime stationnaire (a) et en régime instationnaire (b), [15].

On constate qu'en régime stationnaire L_r décroît subitement en fonction de l'angles d'incidence. Toutefois, pour un nombre de Reynolds égal ou supérieur à 30, on constate en plus que la valeur de L_r revient graduellement à sa valeur initiale (angle d'incidence de zéro) à mesure que l'angle d'incidence augmente. En régime instationnaire, L_r décroît de façon monotone avec l'augmentation de l'angle d'incidence.

L'angle d'incidence a aussi des effets importants sur les efforts appliqués sur le cylindre carré. En régime stationnaire, sur les faces amont, haut et bas, la pression diminue avec l'angle d'incidence alors que la pression augmente sur la face aval, voir la figure 2.29.

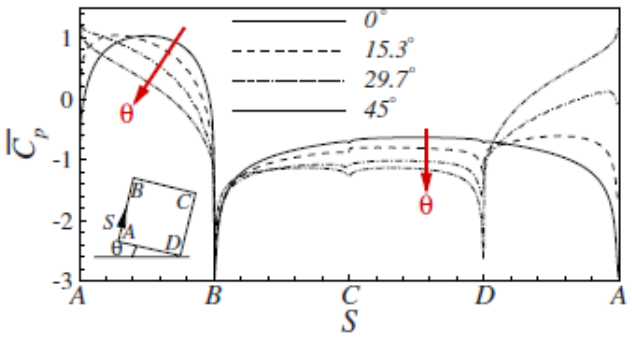


Figure 2.29 Coefficient de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction de l'angles d'incidence [15].

On peut aussi caractériser le comportement de la pression en fonction du Re, dans le cas d'un écoulement stationnaire à une incidence nulle et de 45°, voir la figure 2.30a et 2.30b. Sur la figure 2.30a, lorsque Re augmente, on observe, une diminution de la pression à la face A-B (incidence nulle) alors que l'effet est inverse sur l'arrière du cylindre (face C-D). Le comportement est analogue à une incidence de 45 degrés, la pression diminue sur les faces avant (A-B et A-D) et augmente sur les faces arrière (B-C et C-D), voir figure 2.30b.

(a) (b)

Figure 2.30 Cas stationnaire, coefficient de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction du Re et de deux angles d'incidence soient 0° et 45°, respectivement sur a et b [15].

En régime instationnaire, le comportement est différent. La moyenne temporelle du coefficient de pression diminue sur toutes les faces du cylindre lorsque que Re augmente à une incidence nulle (figure 2.31a) et à 45 degrés (figure 2.31b).

(a) (b)

Figure 2.31 Cas instationnaire, coefficient moyen de pression s'appliquant sur les différentes faces du cylindre en fonction du Re et de deux angles d'incidence soient 0° et 45°, respectivement sur a et b [15].

La diminution est plus marquée sur les faces arrières (B-C et C-D) à une incidence de 45°, voir figure 2.31b.

Si maintenant, on fixe le nombre de Reynolds à 100 (régime instationnaire) et qu'on fait varier l'angle d'incidence, on observe ce qui suit :

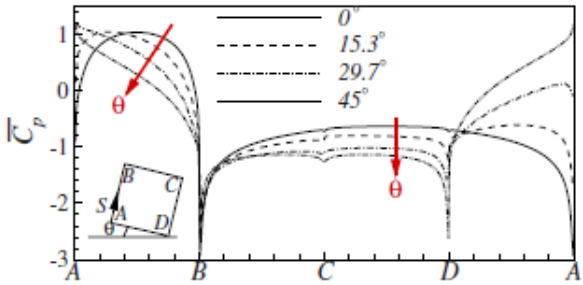


Figure 2.32 Variation du coefficent de pression (Re = 100) à différents angles d'incidence [15].

À mesure que l'incidence augmente, la pression sur la face avant supérieure (A-B) de même que sur les faces arrière (B-C et C-D). Seule la face inférieure avant (D-A) subit une augmentation de pression qui induit une augmentation importante de la traînée. Le point de stagnation se déplace aussi graduellement du centre du segment A-B vers le coin A.

L'étude des effets de l'angle d'incidence et du Reynolds sur les coefficients de traînée et de portance présentent un grand intérêt en raison du critère de déclenchement du galop

portant justement sur la variation du coeffient d'effort transversal en fonction de l'angle d'incidence efficace. En régime instationnaire (Re> 50) l'amplitude des coefficients de traînée et de portance augmentent avec le Reynolds quelque soit l'angle d'incidence. La force de traînée a deux origines : La traînée de forme est due à la pression (figure 2.33b) et la traînée visqueuse (figure 2.33a). Ces deux composantes se comportent différemment lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence et le nombre de Reynolds.

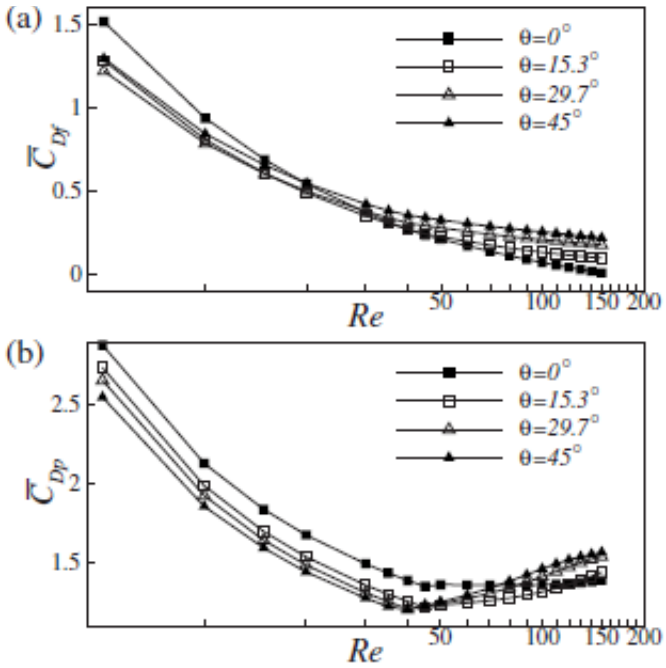


Figure 2.33 Composantes visqueuse et de pression du coefficient de traînée en fonction de Re et de l'angle d'incidence, [15].

Dans la région associée au régime stationnaire (Re<50), les deux sources de traînée diminuent significativement avec l'augmentation de l'angle d'incidence. En régime instationnaire, les deux sources de traînée augmentent avec l'angle d'incidence.

Les figures 2.34 a,b,c et d illustrent respectivement les comportements du coefficient de traînée, du coefficient de portance, du Strouhal et des fluctuations (RMS) du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds.

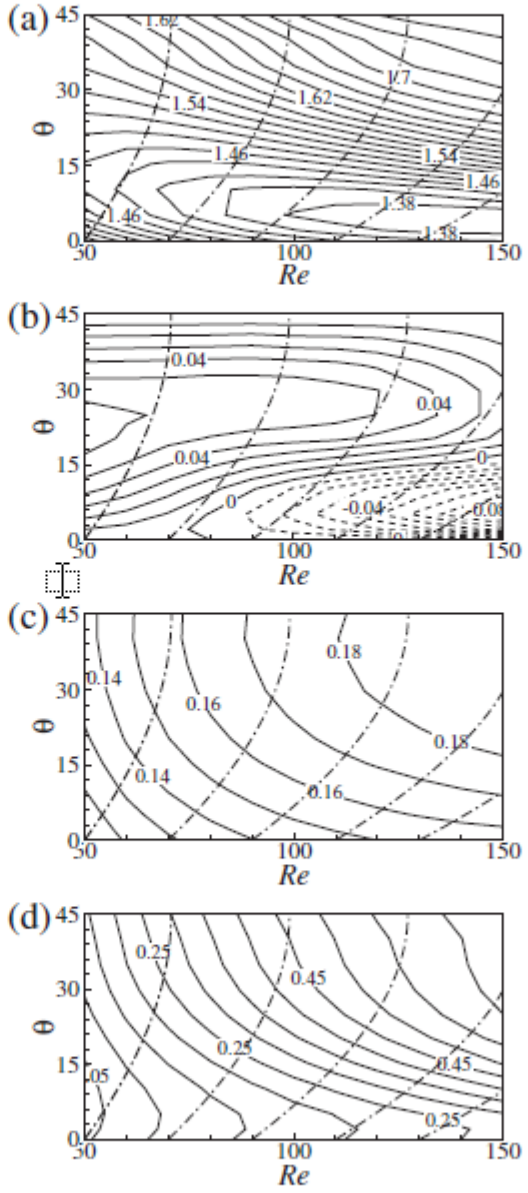


Figure 2.34 Isolignes de (a), (b), (c) St et (d), [15].

On constate que pour un Re donné, la traînée est minimale entre 5^0 et 10^0. La portance moyenne est maximale entre 20^0 et 30^0. Elle devient négative au-delà de Re = 80 et pour des angles situés entre 0^0 et 15^0. Le Strouhal augmente de façon monotone avec l'angle ce qui implique une intensification du lâcher des tourbillons. Les fluctuations de portance sont aussi amplifiées par l'augmentation de l'angle d'incidence car l'écoulement n'est plus symétrique

lorsque l'incidence différe de 0^0 ou de 45^0.

Le coefficient de portance comporte aussi deux composantes, l'une d'origine visqueuse et l'autre liée à la pression. On peut voir sur la figure ci-dessous l'évolution de ces deux composantes en fonction de l'angle et de Re.

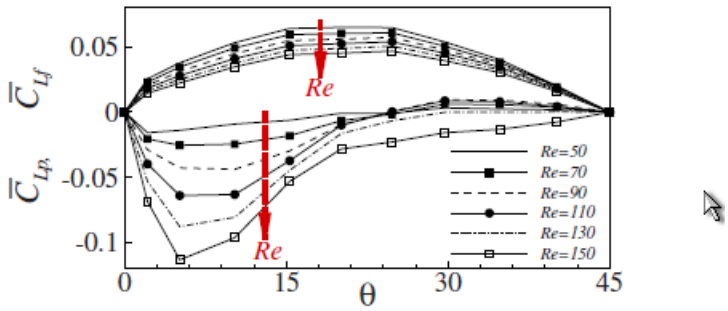


Figure 2.35 Valeur moyenne des composantes visqueuse et de pression du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence et du Re, [15].

La composante visqueuse est toujours positive et s'annule pour une incidence de 0^0 et 45^0. Elle diminue aussi avec l'augmentation du Reynolds. La composante associée à la pression est fortement négative et maximale entre 5^0 et 15^0. Cette portion de la courbe est amplifiée par une augmentation du Re.

Résumé : On vient de voir que l'effet de l'angle sur les efforts hydrodynamiques est bien décrit et bien connu pour un cylindre à section carrée mais seulement pour des régimes bidimensionnels. On ne sait pas ce qui se passe en régime tridimensionnel dans le cas d'un cylindre infini.

2.2.5 Effet du Reynold et de l'angle d'incidence sur les instabilités secondaires tridimensionnelles

Comme nous l'avons mentionné pour les SC avec un angle d'incidence nul, les instabilités secondaires qui permettent la transition 2D/3D sont les modes A et B. Toutefois, l'angle d'incidence affecte beaucoup la position du point de séparation ce qui a des conséquences sur les caractéristiques des instabilités. Pour le cylindre à section carrée les instabilités qui se manifestent principalement sont les modes A et C. Le mode A est l'instabilité la plus instable aux d'angles d'incidence allant de 0° à 10° et de 25° à 45°. Le mode C est un nouveau mode en comparaison de ceux rencontrés pour une incidence nulle. Ce mode est le plus instable entre les angles de 10° à 25°. Cette instabilité apparaît dans les écoulements asymétriques, elle est

caractérisée par un doublement de période (2T) [7] par rapport à l'émission de tourbillons de Karman (voir la figure ci-dessous tirée de Sheard [7]). Quant au mode A, il se manifeste lorsque l'écoulement est plus symétrique.

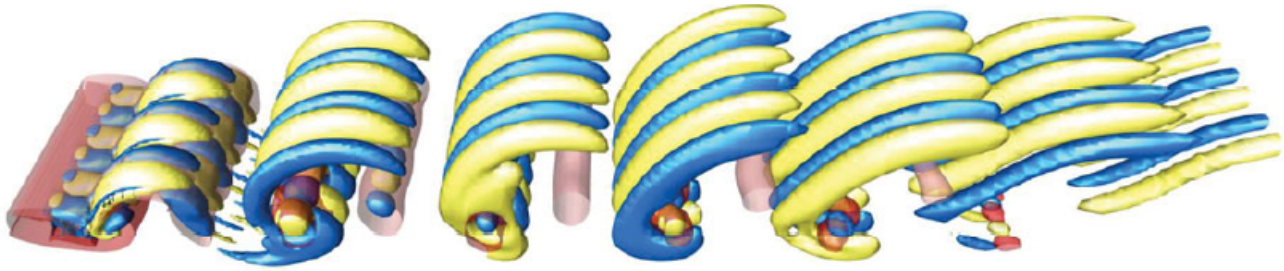


Figure 2.36 Illustration du mode C, isosurface de la vorticité parallèle à l'écoulement.

En comparant la figure 2.36 à la figure 2.5, on observe une répétition du 'pattern' de la structure tourbillonnaires dans le sillage de l'obstacle, on doit compter 4 tourbillons de Von Karman dans le cas du mode C (figure 2.36). Dans le cas du mode B, deux tourbillons sont dénombrés avant que se répète la structure des tourbillons (figure 2.5).

On peut noter, sur la figure 2.37, la localisation des modes instables en termes des paramètres Re critique et de l'angle d'incidence. La ligne pointillée noire foncée indique comment évolue le Re critique en fonction de l'angle d'incidence. Les cercles correspondent au mode A, les losanges correspondent au mode C et les carrés au mode B.

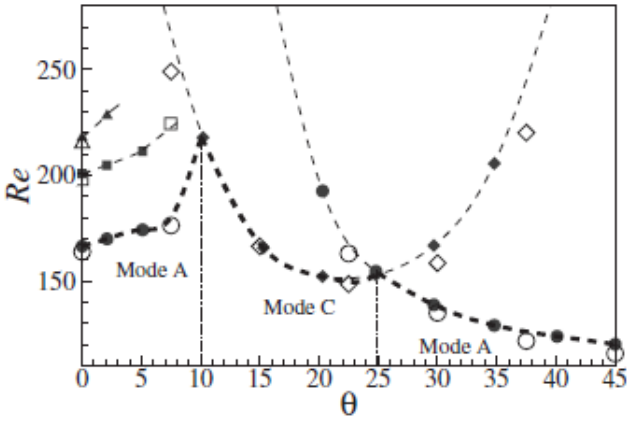


Figure 2.37 Nombre de Reynolds critiques pour chaque mode d'instabilité secondaire en fonction de l'angle d'incidence, [30].

On peut aussi voir aux figures 2.38 a,b,c et d comment évolue les modes instables en fonction de l'angle d'incidence et du Reynolds, le comportement de chacun des modes est caractérisé par un nombre d'onde. L'amplitude du multiplicateur de Floquet ($|\mu|$) indique si un mode est amorti (< 1), neutre ($= 1$) ou amplifié (> 1). Ces multiplicateurs correspondent aux valeurs propres de la dérivée de la carte de Poincaré d'un système dynamique périodique [4]. Ils donnent la stabilité de l'orbite périodique du système dynamique. L'écoulement est ici un système dynamique dont on étudie la stabilité des modes A, B et C [66]. Le mode A est caractérisé par un nombre d'onde (β) de 1.35, le mode B par un nombre d'onde de 6.05 et le mode C qui est caractérisé par un nombre d'onde de 3.95.

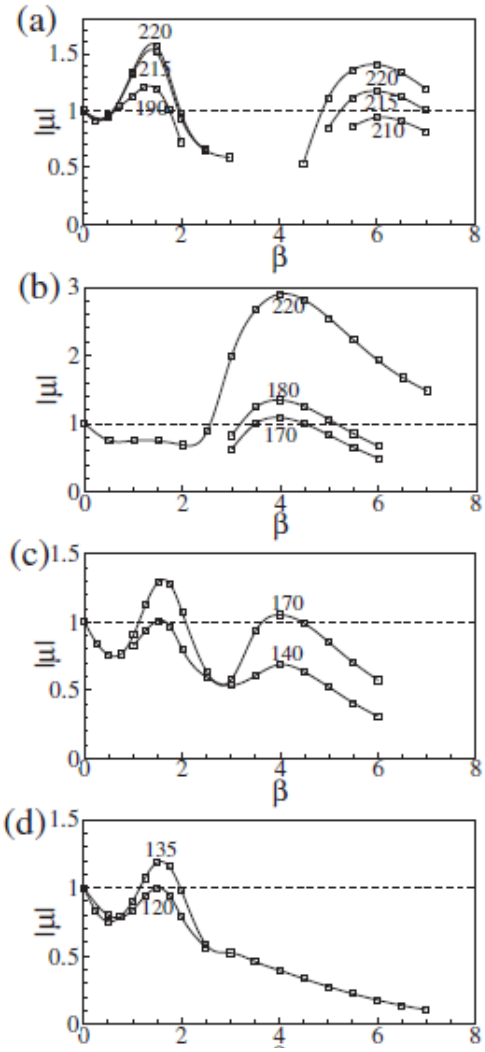


Figure 2.38 Multiplicateur de Floquet en fonction du nombre d'onde. La figure 2.38a correspond ici à un angle de 5.1^o d'incidence, 2.38b à 15.3^o, 2.38c à 29.7^o et (d) à 45°. Les nombres apparaissant à proximité des courbes correspondent à différents nombres de Reynolds.

Sur ces figures (2.38a,b,c et d), on voit l'amplitude du multiplicateur de Floquet en fonction du nombre d'onde. Plusieurs courbes sont supperposées pour montrer l'effet du nombre de Reynolds. Les différents graphiques a,b,c et d correspondent à des angles d'incidence différents. On constate que le mode A ($\beta = 1.35$) n'est pas amplifié pour un angle de 15.3^o, (figure 2.38b). Partout ailleurs il est fortement instable. La configuration la plus asymétrique inhibe donc le mode A. À l'opposé, le mode C est fortement amplifié ($\beta = 3.95$) par les configurations asymétriques, par exemple à 15.3^o (figure 2.38b). Le mode B ($\beta = 6.05$) est présent uniquement sur la figure 2.38a et pour des Re dépassant 200.

2.2.6 Effets sur l'écoulement des extrémités (couche limite et extrémité libre) d'un cylindre d'élancement fini

Lorsque l'on s'intéresse à l'écoulement autour d'une structure de longueur finie, on doit tenir compte des effets de l'écoulement engendré au voisinage des bords de la structure. La structure est typiquement montée sur une surface plane qui donne lieu à la création de vortex en fer à cheval (horse shoes vortex) ainsi qu'à un vortex à la base de la structure (base vortex). L'extrémité libre quant à elle donne naissance à des vortex de 'bout' (tip vortex). Les deux familles de vortex interagissent avec les vortex longitudinaux (spanwise vortex) ce qui vient enrichir et complexifier la structure 3D de l'écoulement en aval de l'obstacle. Ces structures sont illustrées ci-dessous :

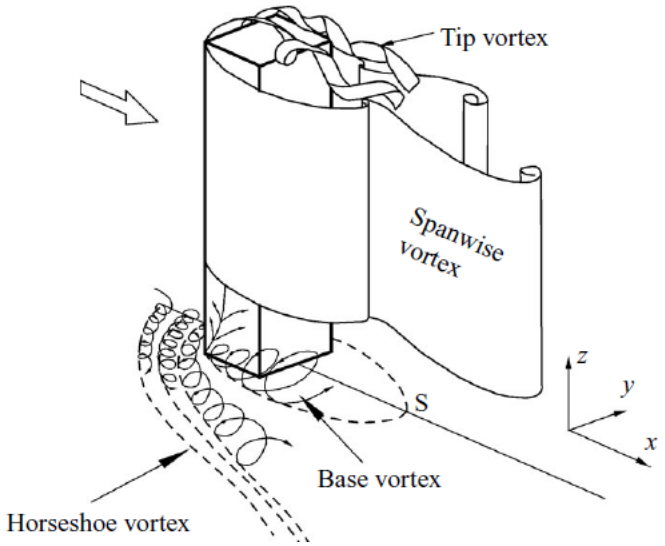


Figure 2.39 Schéma de la structure du sillage derrière un cylindre carré d'envergure finie, [16].

L'interaction de ces trois structures tourbillonnaires rend le sillage hautement tridimensionnel. Les tourbillons de bouts prennent la forme d'une paire de tourbillons contrarotatifs

alignés avec l'écoulement. Ils prennent naissance aux extrémités libres du cylindre. Ils sont associés à un écoulement dit de Downwash, voir Wang [16]. Les tourbillons de base sont qu'en à eux associés à la présence de la paroi et de la couche limite. Ces tourbillons sont absents lorsque la couche limite est mince. Lorsqu'ils sont présents, ils induisent un écoulement dit de Upwash, [16]. Les écoulements de Downwash et de Upwash sont respectivement des écoulements qui s'éloignent de la paroi et qui s'éloignent de l'extrémité libre. La rencontre de ces deux écoulements produit un point de selle dans les lignes courant (marqué ci-dessous par une croix, sur la figure 2.40).

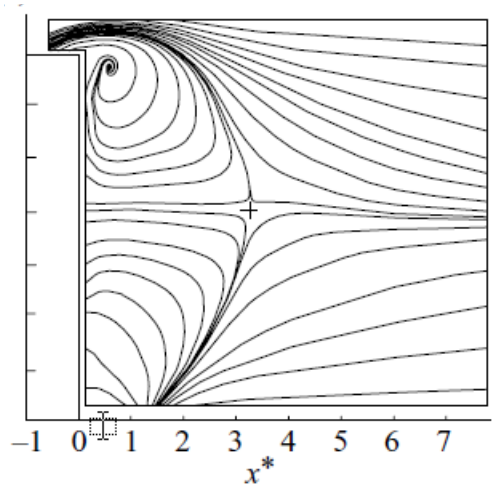


Figure 2.40 Lignes de courant moyennées dans le temps, voir [16].

Les tourbillons de Von Karman peuvent être symétriques ou antisymétriques. On peut le constater sur la figure 2.41 qui présente les isolignes de vorticité longitudinale (z) dans le plan (x-y). Les différents graphiques (a,b et c) et (d,e et f) sont associés a des positions différentes le long du cylindre (selon l'axe z, $z^* = 1$, 3.5 et 6) respectivement pour la configuration symétrique et antisymétrique.

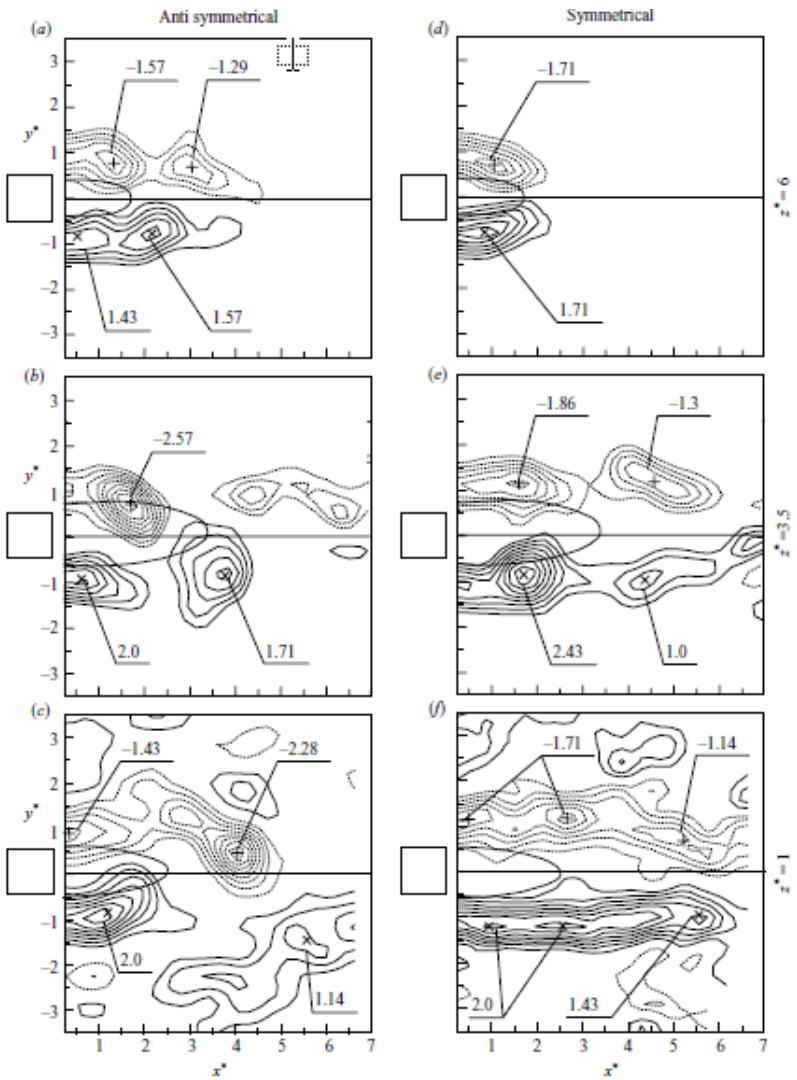


Figure 2.41 Isoligne de la composante z^* de la vorticité à différentes positions selon l'envergure (en a et d, zx^* =6), (en b et e, z^* =3.5) et (c et f, z^* =1), [16].

On peut voir sur les figures 2.41 a,b et c, l'allée de Von Karman antisymétrique caractérisée par un lâcher de tourbillons qui alterne d'un côté à l'autre de l'obstacle. D'un côté la vorticité longitudinale des tourbillons est positive, de l'autre, elle est négative. Sur la figure 2.41 d,e et f, l'allée est symétrique, les tourbillons de chacun des côtés de l'obstacle sont émis

exactement en même temps et se suivent en restant de leur côté respectif.

Les tourbillons de Von Karman symétriques sont plus fréquemment observés à proximité de l'extrémité libre. On les observe aussi à mi-hauteur mais rarement à proximité de la paroi. L'arrangement antisymétrique est, quant à lui, favorisé par la proximité de la paroi solide et observable à mi-hauteur. Toutefois, il est moins fréquent à proximité de l'extrémité libre.

On peut aussi observer deux configurations de tourbillons qui se produisent de façon intermitente dans le proche sillage. La première configuration est la formation des tourbillons alignés avec le courant et empilés dans la direction longitudinale, et ce, d'un seul côté du cylindre. Cet arrangement est supposé être dû à l'enroulement de la couche latérale de cisaillement [16]. Cette organisation des tourbillons peut être observée sur les figures 2.42 a et b. Ces figures respectivement 2.42a et 2.42b représentent le champ de vecteurs de l'écoulement et les isolignes de la vorticité (composante parallèle à l'écoulement). On y voit clairement que les tourbillons sont empilés les uns sur les autres et ceci d'un seul côté de l'obstacle.

L'autre arrangement est caractérisé par deux paires de tourbillons contrarotatifs, l'une située près de l'extrémité libre (en haut), la seconde située plus près de la paroi solide (en bas). À la figure 2.42 c et d, on peut constater la présence de cette configuration. À gauche (figure 2.42 c), on trouve le champ de vitesse et à droite (figure 2.42 d) les isolignes de la vorticité parallèle à l'écoulement. On peut y voir (figure 2.42 d) la présence de deux zones de vorticité, grossièrement circulaires, de signes opposés et située près de l'extrémité supérieure du cylindre ($6 < z^* < 5$). Plus bas, on trouve deux autres tourbillons l'un entre ($4 < z^* < 3.5$), l'autre entre ($3 < z^* < 2$).

Le premier arrangement pourrait être associé à un lâcher de tourbillons de Von Karman antisymétrique. Le deuxième pourrait être associé à l'absence de lâcher de tourbillons et à la rencontre des écoulements Upwash et Downwash. L'analyse spectrale des fluctuations de vitesse en différentes positions longitudinales (z) et selon la position en aval du cylindre (x^*) dans la direction de l'écoulement révèle un pic de la puissance spectrale à $f^s = 0.11$. Ce qui correspond à la fréquence de lâcher des tourbillons de Von Karman (voir sur les graphiques 2.43 a,b et c). Ces graphiques représentent la puissance spectrale des fluctuations de vitesse dans la direction de l'écoulement. Les différents graphiques a,b et c correspondent à des positions différentes en aval du cylindre (dans l'ordre $x^* = 3$, $x^* = 5$, $x^* = 10$). Les différentes courbes montrées sur chacun de ces graphiques correspondent à différentes positions longitudinales. On constate la persistence du pic de puissance situé à $f^s = 0.11$ et ce pour toutes

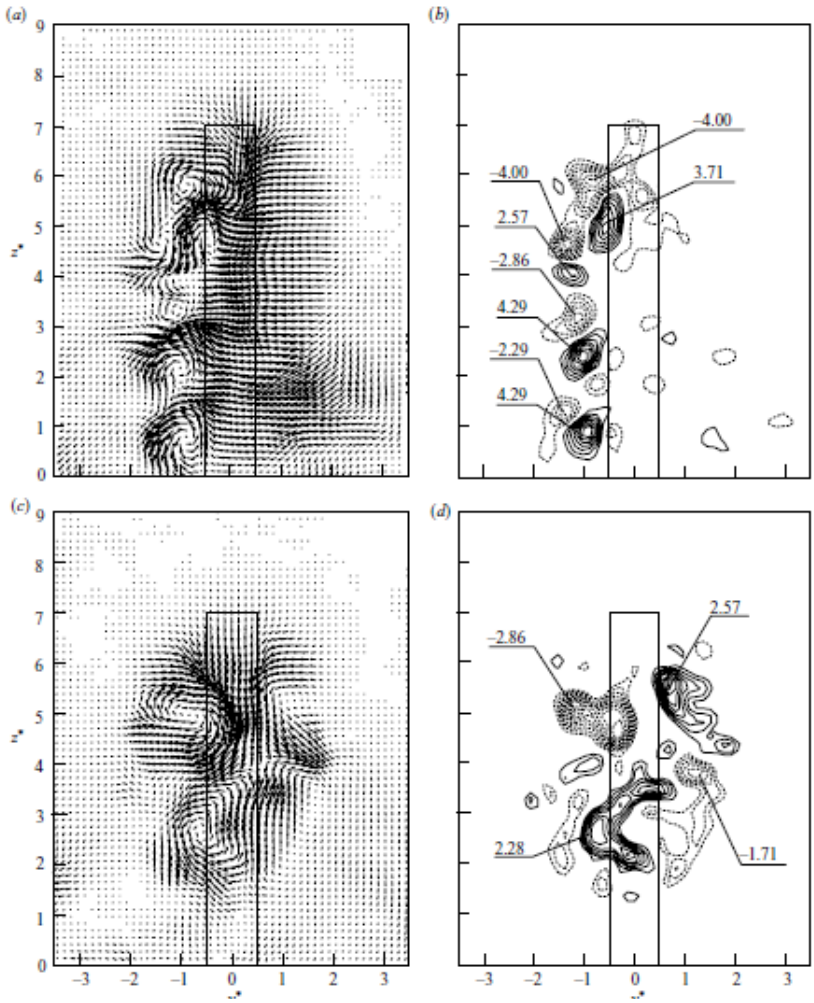


Figure 2.42 Illustration des deux configurations tourbillonnaires observables dans le proche sillage d'un cylindre à section carrée d'envergure finie, [16].

les positions selon x^* ou z^*.

La fréquence d'émission des tourbillons, $f^s = 0.11$, est inférieure à celle observée normalement dans le cas d'un cylindre bidimensionnel ($f^s = 0.13$). Ceci serait attribuable à l'effet de l'écoulement de Downwash qui allongerait la zone de formation des tourbillons et élargirait le proche sillage. L'existence de ce pic, pour toute position selon l'envergure, indique que l'émission des tourbillons de Von Karman, de tourbillons de bout et de base se font à la même fréquence et font partie d'une même structure tridimensionnelle. La figure 2.44 illustre la structure en arche tridimensionnelle que formerait les tourbillons de bout et de base.

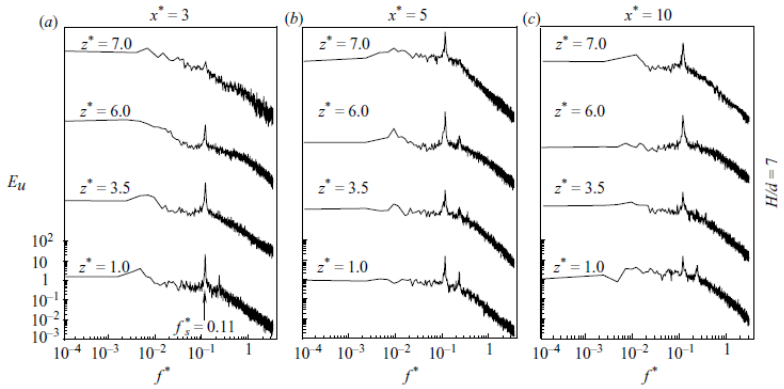


Figure 2.43 Puissance spectrale obtenue en différentes positions x en aval du cylindre à section carrée, a) $x^* = 3$, b) $x^* = 5$ et c) $x^* = 10$, [16].

Notons qu'un lâcher de tourbillons parfaitement symétrique n'induit pas de fluctuations du coefficient de portance ($C_L^{'}$). Pour un cylindre carré bidimensionnel, on rapporte que $C_L^{'}$ est 1.3 (Re = 4.0 * 10^4 - 1.5*10^5) alors qu'on trouve $0.28 < C_L^{'} < 0.31$ pour un cylindre carré de longueur finie dont l'élancement est située entre 3 et 6 (Re = 2.97 * 10^4). La diminution de $C_L^{'}$ en 3D est attribuable au fait que le lâcher de tourbillons symétrique est favorisé près de l'extrémité libre et qu'il peut se produire à mi-hauteur du cylindre.

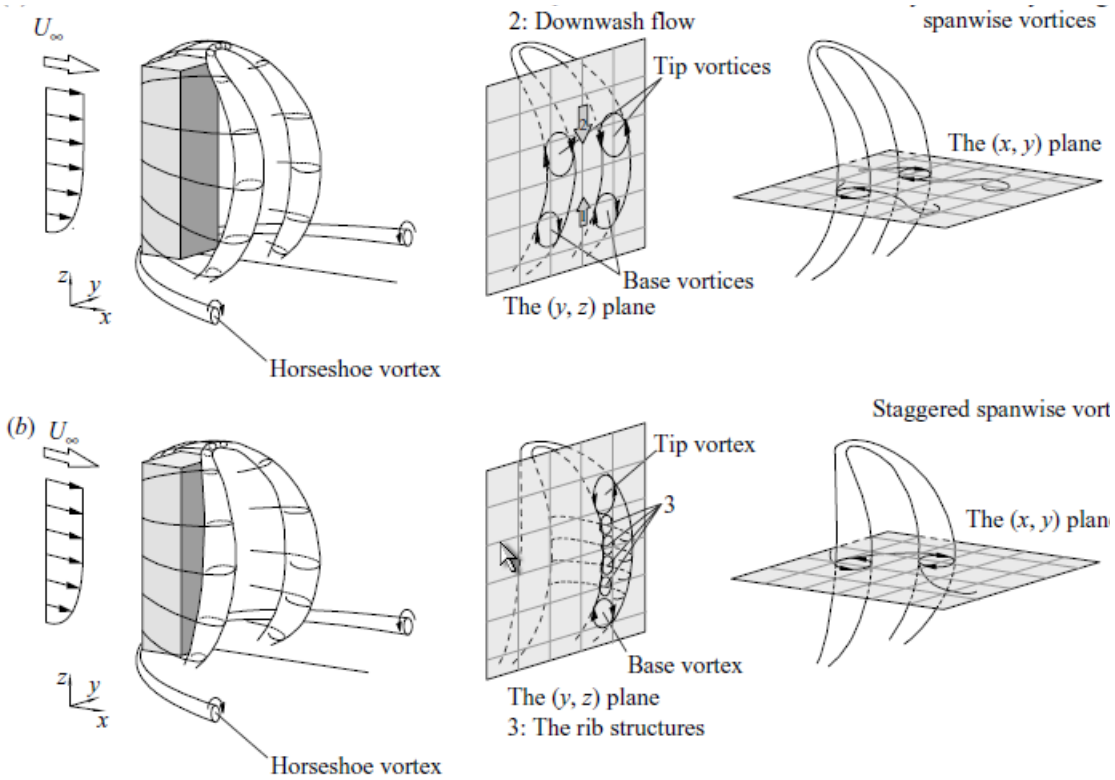


Figure 2.44 Schéma de la structure tridimensionnelle formée par les trois types de tourbillons. En (a) on représente l'arrangement symétrique et en (b) on représente celui antisymétrique,[16].

On peut analyser comment se distribuent les lâchers symétriques et antisymétriques en fonction de la position longitudinale, voir la figure 2.45. Pour ce faire, on associe à chaque configurations de l'écoulement un nombre : (1 : symétrique, 2 : quasi-symétrique, 3 : neutre, 4 : quasi- antisymétrique et 5 : antisymétrique). Sur la figure 2.45, on peut voir la probabilité d'occurence de chacune des catégories (identifiées par leur nombre associé). On voit aussi comment change la distribution de probabilité en fonction de la position longitudinale.

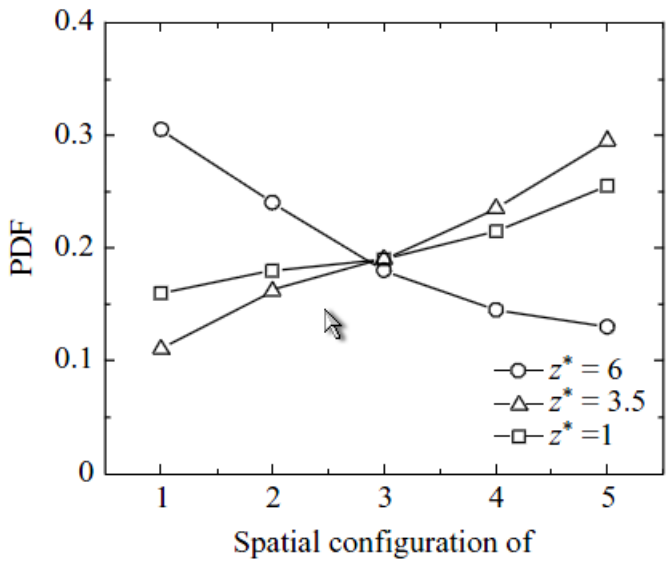


Figure 2.45 Distribution des configurations de lâchers de tourbillons selon l'envergure, [16].

On constate bien que la probabilité d'observer une configuration symétrique (1 ou 2) est grande pour une position longitudinale de z = 6 (près de l'extrémité libre). On constate qu'à mi-hauteur ou à proximité de la base (respectivement z = 3.5 et z = 1) les configurations les plus probables sont antisymétriques (4 et 5).

2.2.7 Effet de l'élancement sur l'écoulement autour d'un cylindre à section carrée d'envergure finie

L'élancement a un effet important, l'écoulement change lorsque ce paramètre varie. En effet, si on diminue l'élancement, la zone de recirculation près de l'extrémité libre diminue de façon appréciable ce qui suggère une diminution de l'écoulement de type Downwash. En conséquence, la zone avale associée au Downwash et au Upwash diminue aussi.

On peut noter sur la figure suivante (figure 2.46) la dépendance des composantes de vitesse U (selon l'axe x) et W (selon l'axe z) (U et W sont des moyennes temporelles) en fonction de l'élancement variant de 3 à 7.

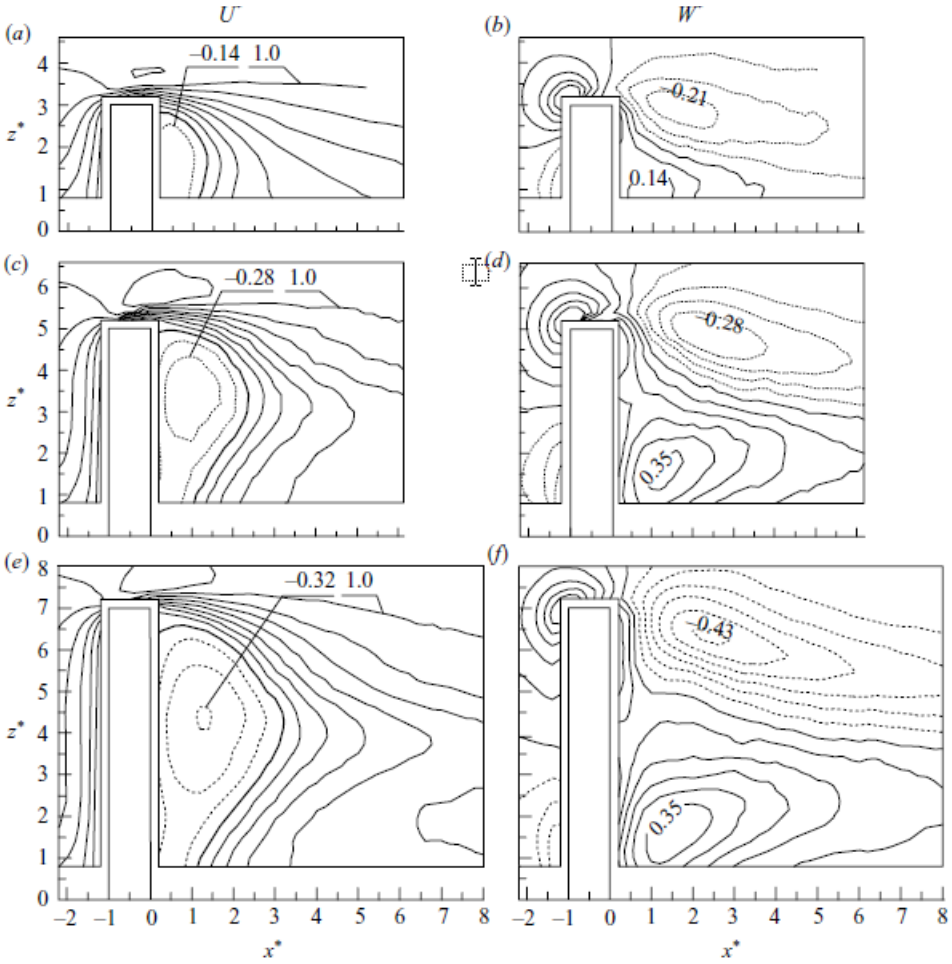


Figure 2.46 Isolignes de U et de W (plan X-Z en y=0) en fonction de H/D, [16].

Sur cette figure, on peut donc relever les effets suivants. D'abord, la zone de recirculation s'accroît beaucoup avec l'augmentation de H/D. Dans la zone de recirculation, on constate aussi que la valeur absolue maximale de la composante U de la vitesse augmente aussi avec l'élancement. Elle passe de -0.14 à -0.32 lorsque que H/d augmente de 3 à 7. Ensuite, on peut noter les effets du changement de H/D sur la composante W de la vitesse. Cette composante est indicative des écoulements de Upwash et de Downwash. On constate que la zone de Downwash (valeur négative et située près de l'extrémité libre) s'élargit et s'étend vers l'aval à mesure que H/D augmente de 3 à 7. De plus, pour ce même accroissement de H/D, la valeur maximale (en valeur absolue) de W du Downwash augmente de 0.21 à 0.43. L'écoulement de Upwash suit le même comportement (zone située près de la paroi solide, et caractérisée par

W positif). Le maximum de W du Upwash augmente de 0.14 à 0.35. On peut noter aussi que la zone de Upwash s'étend moins loin que celle du Downwash pour les faibles ratios H/D.

On peut observer le comportement de la zone de recirculation sur la figure 2.47a, on y voit son extension longitudinale (z^*) en fonction de la position en aval de l'obstacle (x^*). On peut aussi voir ci-dessous (figure 2.47b) la variation de longueur de la zone de recirculation (L^*_{max})en fonction de H/D.

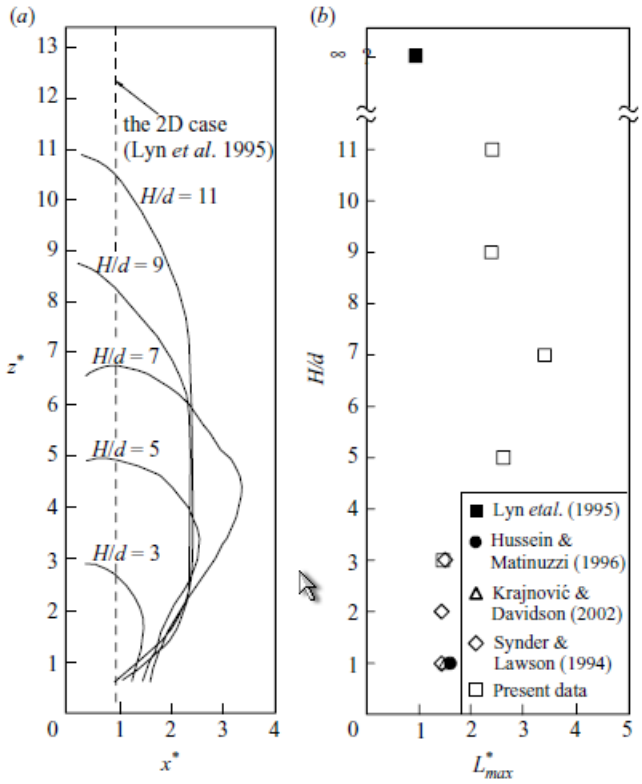


Figure 2.47 Dépendance de la longueur de la zone de recirculation en fonction de H/D et de la position selon l'envergure, [16].

L'extension maximale de cette zone ne suit pas une règle simple en fonction de H/D. On voit sur la figure 2.47b que la longueur de la zone de recirculation augment progressivement au fur et à mesure que H/D passe de 3 à 7. Pour cette dernière valeur d'élancement, l'extension de la zone est maximale (x^*= 3.4) puis diminue avant d'atteindre un plateau (x^*=2.5) en H/D = 9. Pour les valeurs plus grandes de H/D, on peut supposer que la longueur de la zone de recirculation doit tendre très lentement vers un minimum (voir le carré noir sur la figure 2.47b) x^*=0.9 qui correpond au cas du cylindre 2D.

Une étude de l'influence de H/D sur C_D et $C_L^{'}$ pour un cylindre circulaire (voir [39]), montre que les coefficients d'efforts diminuent de façon monotone avec la diminution de H/D. Le même phénomène doit aussi se produire pour le cylindre carré. Notons que la zone de recirculation d'extension maximale obtenue pour H/d = 7 ne correspond pas nécessairement aux valeurs minimales des coefficients d'efforts. La décroissance monotone des coefficients d'efforts avec H/D est attribuable à deux causes :
1) Les lâchers de tourbillons sont graduellement affaiblis à mesure que H/D diminue.
2) La probabilité qu'une configuration symétrique de tourbillons de Von Karman puisse apparaître augmente pour les faibles l'élancement.

L'effet de l'élancement sur le champ de l'écoulement est décrit ci-dessous. Pour un élancement assez élevé, on constate la présence de deux paires de tourbillons, l'une associée aux tourbillons de base, l'autre étant associée aux tourbillons de bout. Toutefois pour un élancement suffisamment petit (exemple, H/D = 1) on observe une seule paire, celle associée aux tourbillons de bout. L'écoulement est recollé près de la paroi solide par l'effet de Downwash ce qui inhibe la formation des tourbillons de base et l'écoulement de Upwash. À H/D = 3, on peut observer l'existence d'une seule paire de tourbillons à la fois, celle associée aux tourbillons de bout ou celle associée aux tourbillons de base. On peut observer ce fait sur la figure 2.48 qui montre le champ de vitesse en aval d'un cylindre carré. On y voit une seule paire de tourbillons ($z^* = 1$) alors que pour un élancement plus grand deux paires de tourbillons peuvent coexister.

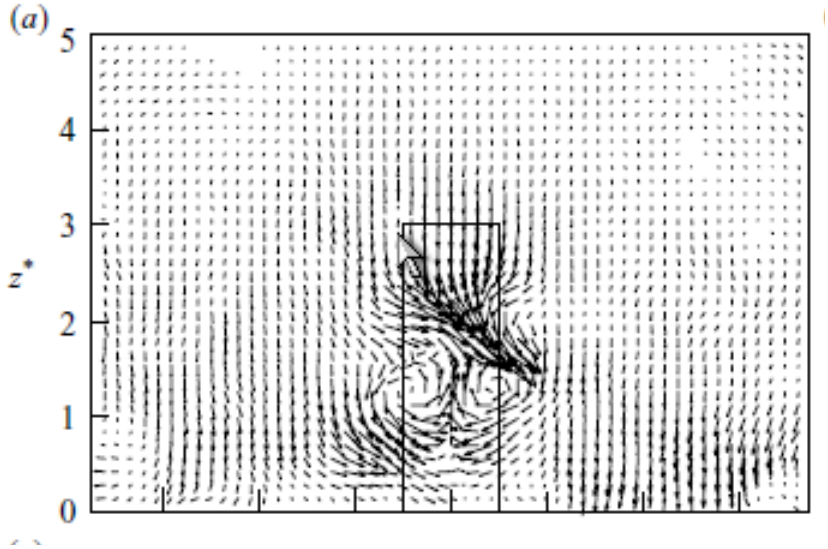


Figure 2.48 Composante x du champ de vorticité (le plan Z-Y) en x^* =3 pour H/D = 3, [16].

Si on étudie la vorticité dans les plans y-z en différentes positions x^* (x^*=1, x^*=3 et x^*=5) en aval du cylindre, on peut constater les comportements illustrés à la figure 2.49.

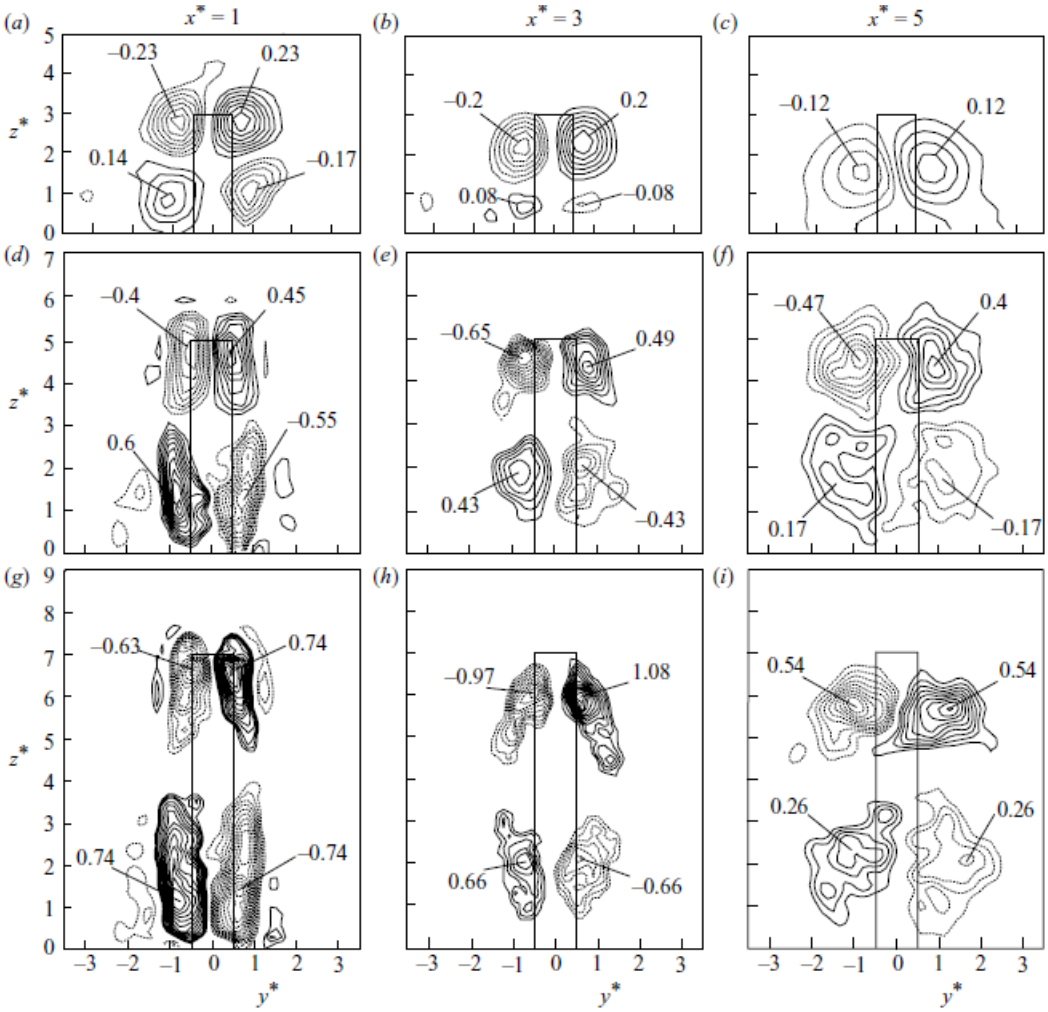


Figure 2.49 Moyenne temporelle des isolignes de la composante x^* de la vorticité, en différentes abscisses x^* (x^* = 1, 3 et 5) en aval du cylindre à section carrée et pour différentes valeur d'élancements (H/D = 3, 5 et 7), [16].

Observations :

1. Dans le cas d'un élancement de 3, l'intensité des tourbillons de bout et de base décroit avec l'augmentation de x^*. Les tourbillons de base décroissent plus vite. En x^*=5 les tourbillons de base ont complètement disparu.
2. L'élancement intensifie les tourbillons.
3. On perçoit clairement les effets des écoulements de Downwash et Upwash dans l'étalement des zones de vorticité pour les élancements de 5 et 7. Les tourbillons de bout

et de base sont visiblement déformés respectivement vers le bas et vers le haut par le Downwash et le Upwash. Cette déformation s'accentue avec l'augmentation de H/D.

4. On constate clairement une migration des maximums de vorticité selon x. Pour H/D = 5, le maximum de vorticité des tourbillons de pointe se trouve plus en aval ($x^* \approx 3$) du cylindre que pour dans le cas de H/D = 3 où le maximum est atteint plus près de la paroi ($x^* \approx 1$).

2.2.8 Bilan de fin de chapitre

1. À bas Re (160<Re<500), des effets tridimensionnels 3D apparaissent et viennent perturber de façon appréciable les efforts hydrodynamiques sur le cylindre infini à section carrée. Il est évident qu'une simulation 2D (au-delà de Re =160) ne rend pas compte de la physique de l'écoulement.
2. L'effet de l'angle d'incidence sur les efforts de l'écoulement sur un cylindre à section carrée infini est bien caractérisé, mais seulement pour le régime bidimensionnel.
3. L'effet de l'angle sur les modes d'instabilité menant au régime 3D sont connus et bien caractérisés, mais il n'y a pas d'information substantielle permettant d'obtenir la relation entre le coefficient d'effort transversal et l'angle d'incidence.
4. On peut caractériser correctement le sillage d'un cylindre à section carrée tronqué à faible valeur du nombre de Reynolds. On peut obtenir des informations sur la longueur de la zone de recirculation en fonction du rapport d'aspect. Toutefois, on ne trouve rien permettant de caractériser la relation entre les efforts transverses et l'élancement. Il est d'autant plus difficile de caractériser la relation entre efforts transverses, angle d'incidence et élancement.

On voit donc qu'il est impossible de déterminer si le galop peut s'établir à faible Re en régime 3D sur la base d'informations tirées de la littérature scientifique récente. On trouve assez peu d'information sur l'effet d'un écoulement 3D sur les tourbillons de Von Karman. De même, nous n'avons trouvé aucune informations sur les amplitudes du galop pour un écoulement à bas Re et pour un faible ratio de masse.

2.3 Aspects numériques

Cette section présente les plus récents travaux numériques portant sur le galop d'un cylindre à section carrée rapportés dans les publications suivantes [23,24,25,27 et 28]. Aucun de ces travaux n'approche le problème par la simulation directe tridimensionnelle à faible valeur du nombre de Reynolds (140 < Re < 500) et à faible ratio de masse (m*<10). Il n'y a pas

d'étude systématique de l'effet de l'élancement et de l'angle d'incidence sur les coefficients d'efforts. Parmi les travaux de simulations 3D dont la géométrie et le Reynolds sont comparables à ce qui nous intéresse, aucun ne traite d'interaction fluide-structure entre un cylindre à section carrée d'élancement fini ou infini et un écoulement uniforme. Toutes ces publications décrivent des simulations où le cylindre est immobile, on n'en trouve donc aucune discutant du galop. Il n'y a pas non plus de travaux 3D portant sur les efforts transverses sur le cylindre en fonction de l'angle d'incidence.

Nous allons ici, décrire en détails, ces études numériques. On fait appel à la méthode des volumes finis (VF) dans : (1) Sohankar 1999 [2], (2) Dousset 2009 [20], (3) Sau 2003 [23], (4) Sau 2009 [17], (5) Saha 2004 [18], (6) Saha 2003 [9] et (7) Saha 2009[5]. Toutefois, dans l'article (8) de G.J. Sheard 2009 [7], on utilise des éléments spectraux pour la discrétisation spatiale.

Voici quelques tableaux résumant les aspects numériques des différentes études :

Tableau 2.6 Paramètres géométriques des simulations.

Publications	Type de cylindre	Élancement (H/D) et conditions limites aux extrémités (CL)
(1) Sohankar 1999	cylindre infini	H/D : 6, 10 CL : périodique
(2) Dousset 2010	cylindre tronqué avec extrémité inf. sur une surface solide	H/D : 4 CL : (haut) non-glissement (bas) sur une surface solide
(3) Sau 2003 (4) Sau 2009	(3) cylindre tronqué avec extrémité inférieure en contact avec une surface solide (4) cylindre infini	(3) H/D : 1.7 CL : (haut) non-glissement (bas) sur une surface solide (4) H/D : 7.5, 10, 12 CL : symétrie
(5) Saha 2003 (6) Saha 2004 (7) Saha 2009	(5) cylindre infini (6) cube (7) cylindre infini	(5) H/D : 6, 10 CL : symétrie (6) H/D : 1 CL : non-glissement (7) H/D : 6, 10 CL : symétrie
(8) Sheard 2009	cylindre infini	H/D : 1.1, 2.1, 2.6, 5.2, 5.6 CL : périodique

Sur le tableau 2.6, on peut noter que les géométries étudiées sont de 4 types :

1. cylindre infini avec des conditions aux limites (CL) périodiques (aux extrémités du cylindre)
2. cylindre infini avec des conditions aux limites de symétrie (aux extrémités du cylindre)

3. cylindre tronqué avec une extrémité plongée dans un écoulement libre (condition de non-glissement) et avec une autre extrémité en contact avec une surface solide.
4. cube avec des contions de non-glissement pour chacune des 6 surfaces

Tableau 2.7 Dimension des domaines de calculs et ratio de blocage.

Publications	Dimension du domaine de calcul (en diamètre D) et ratio de blocage (%)
(1) Sohankar 1999	EC : 8.5 CS : 12.5 EL :18 β : 5.56%
(2) Dousset 2010	EC : 15 CS : 30 EL :10 L :8 H :4 β : 5%
(3) Sau 2003	EC : 4 CS : 19 EL : 8 L :6 H : 1.7 β : 3.54%
(4) Sau 2009	EC : 3 CS : 21 EL : 7 β : 14.3%
(5) Saha 2003	EC : 5.5 CS : 17.5 EL :10 β : 10%
(6) Saha 2004	EC : 5 CS : 22 EL :14 L :14 H :1 β : 0.51%
(7) Saha 2009	EC : 5.5 CS : 17.5 EL :10 β : 10%

EC : distance entre Entrée-Cylindre, CS : distance entre Cylindre- Sortie, EL : Extension latérale du canal, D : diamètre du cylindre, L : Hauteur du canal, H : hauteur du cylindre, β (ratio de blocage) : 100 * (Aire de la face amont du corps rigide)/Aire du canal

Sur le tableau 2.7, il faut remarquer ceci :

1. La distance entrée-cylindre (EC) varie entre 4 et 15 diamètres.
2. La distance cylindre-sortie (CS) varie entre 3 et 30 diamètres.
3. L'extention latérale du canal (EL) varie entre 4 et 15 diamètres.
4. La distance entrée-cylindre (EC) varie entre 7 et 18 diamètres.
5. Le ratio de blocage (β) varie 0.5% et 14%.

On notera qu'à l'exception de l'étude (6), le ratio de blocage est élevé (supérieur à 1 %).

Tableau 2.8 Détails numériques des publications.

Publications	Méthode numérique	Discré. Spatiale minimale (en diamètre D)	Discré. Temporelle minimale (en D/U)	Précision spatiale	Précision temporelle et Schéma d'intégration
(1) Sohankar	Volumes Finis	δx= 0.004 δy= 0.004 δz= 0.15	Δt= 0.0125	$O(\Delta x^2)$	θ - schéma $\theta = 0.6$ $O(\Delta t)$
(2) Dousset	Volumes Finis	$\delta x = 0.03$ $\delta y = 0.03$ $\delta z = 0.03$	$\Delta t = ?$	$O(\Delta x^2)$	Schéma :BDF d'ordre deux $O(\Delta t^2)$
(3) Sau 2003 (4) Sau 2009	Volumes Finis	? ?	(3) critère CFL (4) critère CFL	$O(\Delta x^2)$	Schéma : Semi-implicite $O(\Delta t^2)$
(5) Saha 2003 (6) Saha 2004 (7) Saha 2009	Volumes Finis	(5) $\delta x = ?$ $\delta y = ?$ $\delta z = 0.27$ (6) $\delta x = ?$ $\delta y = ?$ $\delta z = ?$ (7) $\delta x = ?$ $\delta y = ?$ $\delta z = 0.19$	(5) Δt =0.015 (6) Δt =0.01 (7) Δt =0.008	$O(\Delta x^2)$	Schéma : Adams-Bashforth explicite $O(\Delta t^2)$
(8) Sheard	Éléments Spectraux		$O(\Delta t^2)$ = 0.0025	$O(\Delta x^9)$	Schéma : BDF d'ordre 3 à pas multiple $O(\Delta t^3)$

On notera dans le tableau 2.8, que la distance minimale entre la paroi solide et le plus proche point du maillage (δ) varie beaucoup d'une étude à l'autre. Il faut toutefois mettre cela en rapport avec la précision spatiale et avec le nombre de Reynolds des écoulements, voir tableau 2.9 . Plus le nombre de Reynolds est élevé, plus mince est la couche limite apparaisant à proximité des parois solides et donc plus proche doivent être les points du maillage. On trouve aussi dans le tableau 2.8, la valeur du pas de temps utilisé. On voit encore une fois de grandes différences dans les valeurs choisies. Cette valeur doit être mise en rapport avec la précision temporelle du schéma d'intégration en temps.

Tableau 2.9 Maillages des publications.

Publications	Re (explorés)	Nombre de nœuds (Re max)	Grille
(1) Sohankar	150 – 500	1.1x10^6 noeuds	209x129x41 Non-uniforme en x-y
(2) Dousset	150 – 400	1.5x10^6 noeuds	135x120x92 Non-uniforme en x-y-z
(3) Sau 2003 (4) Sau 2009	(3) 225 - 500 (4) 60 - 300	(3)1.7x10^6 noeuds (4)1.9x10^6 noeuds	(3) 244x101x71 Uniforme (4) ?
(5) Saha 2003 (6) Saha 2004 (7) Saha 2009	(5) 150- 500 (6) 20-300 (7) 100-325	(5) 3.1x10^5 noeuds (6) 8.6x10^5 noeuds (7) 7.3x10^5 noeuds	(5)178x80x22 Non-uniforme en x-y (6)142x78x78 Non-uniforme en x-y-z (7) 218x104x32 Non-uniforme en x-y
(8) Sheard	180 – 300	4.1x10^4 noeuds	- 644 éléments - 81points/élém

Sur le tableau 2.6, on voit les nombres Reynolds explorés, le nombre de noeuds de calculs du maillage ainsi que le type de maillage employé (uniforme ou non-uniforme).

2.3.1 Qualité du Maillage

Toutes les études numériques utilisent des maillages structurés qui ne sont pas bien adaptés au problème. Ils sont trop raffinés dans les régions non-critiques de l'écoulement (la face amont et les faces parallèles à l'écoulement du cylindre) au détriment du sillage (la face aval du cylindre). Voici quelques exemples :

Sohankar [2] : On peut constater, sur la figure 2.50, que le maillage est très mal adapté puisque qu'il est très raffiné en amont du cylindre (ici, l'écoulement est dirigé selon la diagonale allant de la face inférieure gauche à la face supérieure droite). En cet endroi,la dynamique de l'écoulement ne nécessite pas une grande résolution. Une répartition optimale des noeuds du maillage aurait favorisé l'aval du cylindre. Cette région requière une grandes résolution parce qu'elle est le siège d'une intense production de structures tourbillonnaires.

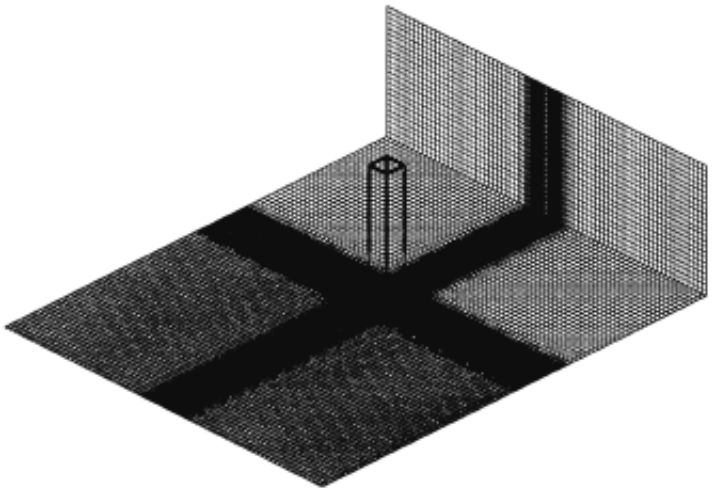


Figure 2.50 Maillage utilisé dans l'étude de Sohankar [2].

Saha [18] : On présente ici, une coupe du maillage structuré 3D (figure 2.52), associé à la géométrie montrée figure 2.51. Bien que non-uniforme dans les trois dimensions (x,y,z), le maillage semble inadapté pour les mêmes raisons que celles déjà invoquées.

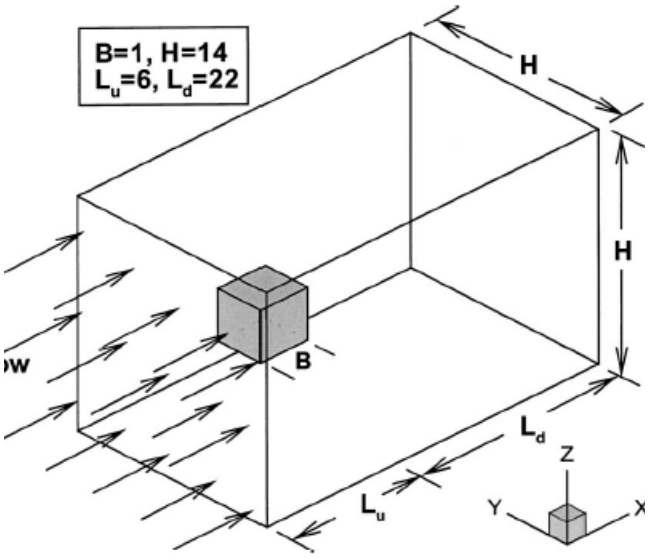


Figure 2.51 Géométrie du problème étudié dans l'étude de Saha [18].

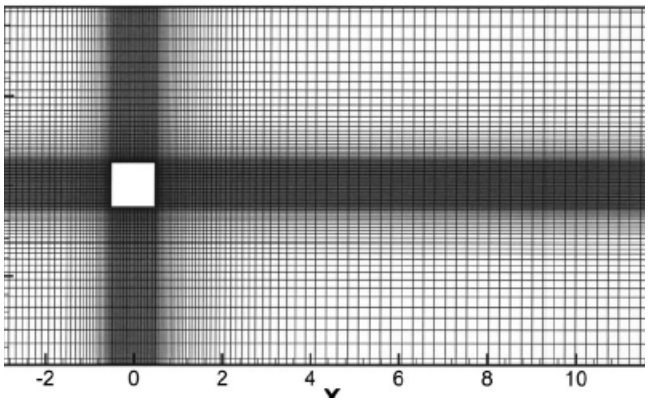


Figure 2.52 Maillage utilisé dans l'étude de Saha [18].

Sheard [7] : Ici, la situation semble un peu mieux puisque en amont du corps on a diminué le nombre de noeuds au profit du sillage.

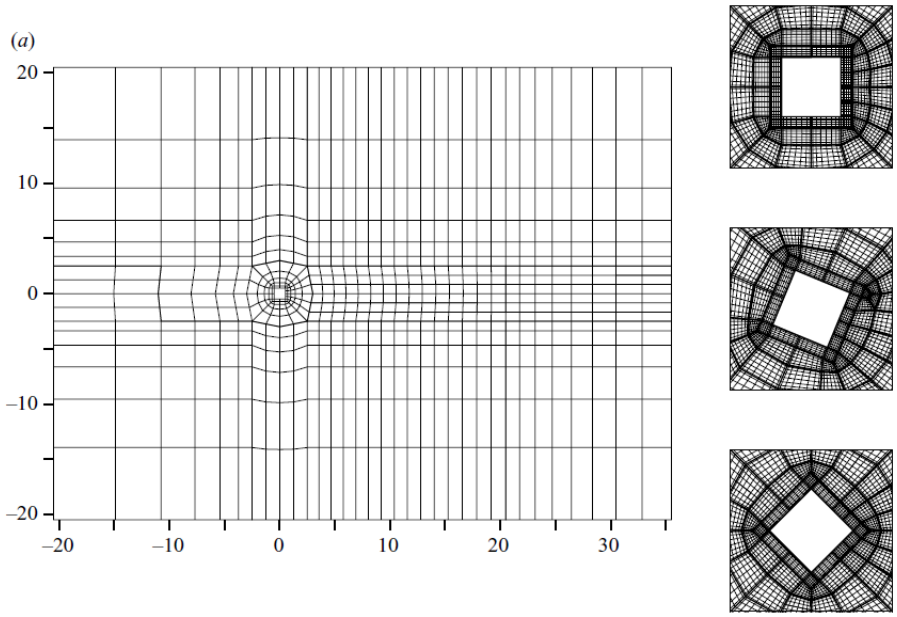


Figure 2.53 Maillage utilisé dans l'étude de Sheard [7].

Un maillage mieux adapté peut être généré de deux façons :

1. Une première approche consiste à générer un maillage structuré de base et à le déformer au moyen d'une transformation visant à concentrer les éléments dans les régions sensibles.
2. Une deuxième approche correspond à employer un mailleur non-structuré tel que Gmsh [40]. Dans ce cas, pour que ce maillage soit employable, il faut que le solveur puisse supporter un maillage non-structuré.

Les régions critiques de l'écoulement sont :

1. La couche limite tout près de l'obstacle et près d'une frontière inférieure solide dans le cas d'un cylindre tronqué reposant sur le sol. On estime qu'une bonne résolution doit compter environs 10 points dans l'épaisseur de la couche limite (δ)
2. Le sillage, dont l'extension dépend du Re.

2.3.2 Remarques et commentaires critiques relatifs aux études numériques antérieures

Relation $C_y(\alpha)$

Mise à part les travaux de Sheard [7], aucune étude ne s'est intéressé à l'effet de l'angle d'incidence sur l'écoulement en 3D. Dans les travaux rapportés dans [7], on n'étudie que les modes d'instabilités qui font leur apparition en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle d'incidence. On ne porte aucune attention aux effets de l'angle sur les fluctuations du coefficient d'effort transverse. Il est donc impossible d'employer la littérature actuelle pour évaluer $C_y(\alpha)$ et $\frac{\partial C_y}{\partial \alpha}$ et donc d'obtenir des informations sur l'amorce du galop.

2.3.3 Relation entre C_y et l'élancement

Dans Sohankar [2], on trouve quelques valeurs des fluctuations de C_y donnant un idée de l'effet l'élancement sur celui-ci. Toutefois, seules deux valeurs d'élancement H/D = 6 et 10 et deux du nombre de Reynolds sont explorées Re = 200 et 250, ceci sans égard à l'angle d'incidence. Encore une fois, on ne trouve aucune donnée sur le galop. Il ne semble pas y avoir d'effet important sur l'effort transverse (pour Re =200 et Re =250) lorsqu'on passe de H/D = 6 à H/D = 10.

Tableau 2.10 Cas étudiés dans Sohankar et al.[2].

Cas		Re	Grille	A	C_L'	St	C_D
1	2-D	150	169x121	...	0.23	0.165	1.44
2	3-D	150	169x121x25	6	0.23	0.165	1.44
3	2-D	200	169x121	...	0.32	0.170	1.46
4	3-D	200	169x121x25	6	0.21	0.157	1.39
5	3-D	200	169x121x41	10	0.22	0.160	1.41
6	2-D	250	169x121	...	0.52	0.154	1.49
7	3-D	250	169x121x25	6	0.21	0.159	1.43
8	3-D	250	169x121x41	10	0.20	0.158	1.43
9	2-D	300	169x121	...	0.81	0.138	1.56
10	3-D	300	169x121x25	6	0.20	0.153	1.47
11	2-D	400	169x121	...	0.94	0.145	1.67
12	3-D	400	169x121x25	6	0.64	0.136	1.67
13	2-D	500	169x121	...	1.13	0.174	1.89
14	3-D	500	169x121x25	6	1.23	0.126	1.87
15	3-D	500	209x129x41	6	1.14	0.127	1.84
16	3-D	500	209x129x41	6	1.22	0.122	1.84

On voit toutefois que des différences importantes apparaissent entre les simulations 2D et 3D lorsqu'on dépasse Re = 150, voir le tableau 2.10. Cela ce voit lorsqu'on compare les valeurs de $C_L^{'}$ des lignes 1 et 2. Aucune différence n'apparait à Re = 150 entre les simulations 2D et 3D. Toutefois pour les valeurs de Reynolds supérieures à 150, l'écoulement est maintenant 3D puisqu'il n'y a plus d'accord entre les simulations 2D et 3D (exemple : lignes 3 et 4). Ceci indique sans équivoque que des effets tridimensionnels apparaissent et affectent le coefficient d'effort transverse.

Des données sont accessibles dans l'article de Saha [9] au sujet de l'effet de l'élancement sur les fluctuations du coefficient d'effort transverse (voir tableau 2.9). On y étudie deux valeurs de l'élancement H/D = 6 et 10 pour deux valeurs de Re (175 et 250). Il n'est pas certain que ces variations soient attribuables au maillage ou à l'élancement H/D. Ici encore, il n'y a pas trace de l'effet de l'angle d'incidence.

On notera aussi qu'il n'existe rien au sujet des effets de l'élancement sur les efforts transverse sur un cylindre tronqué.

2.3.4 Cylindre infini avec conditions limites périodiques

Sohankar [2] ne présente pas d'étude de convergence avec le raffinement du maillage et il est difficile de déterminer si le maillage est suffisamment fin pour que les solutions soient fiables. Il reste que leurs maillages varie de 500000 à 1.1 millions de nœuds pour des valeurs de Re variant de 150 à 500, voir le tableau 2.10. Dans ce tableau, les cas 14, 15 et 16 mettent en évidence des variations des fluctuations des efforts transverses. Les valeurs associées aux cas 14 et 15 correspondent à des niveaux de raffinement assez différents en particulier dans les régions critiques. Ce raffinement fait apparaître des variations d'environ 7% des fluctuations de l'effort transverse. La différence entre les cas 15 et 16 correspond à des pas de temps différents, respectivement de 0.025 et 0.0125. On peut là encore observer des variations d'environ 7% des fluctuations des efforts transverses. Dans le cas de Sheard [7], leur méthode est précise à l'ordre 9 et leur maillage compte $4.1\text{x}10^4$ nœuds, il est dit que l'erreur commise est de moins de 0.1% pour un écoulement dont le Reynolds est de 141 et 300.

2.3.5 Cylindre avec condition limite de symétrie

Dans Saha [5], les instabilités tridimensionnelles font leur apparition à partir de Re=163 à incidence nulle. Saha [5] utilise un maillage non-uniforme comportant un peu plus de $3\text{x}10^5$

nœuds pour simuler un écoulement à des Reynolds variant de 100 à 325 et dont l'angle d'incidence est nul. Un test d'indépendance de la solution prédite par rapport à la finesse du maillage a été préalablement effectué. Ce test portait sur les valeurs du Strouhal et du coefficient moyen de traînée, voir le tableau 2.11. Dans son article Saha [9] caractérise les modes de

Tableau 2.11 Strouhal et coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds dans Saha et al. [5].

Nombre de Reynolds	Taille de la grille	Nombre de Strouhal	Coefficient de traînée moyen
250	178x80x22	0.151	1.69
	178x80x32	0.154	1.69
	218x104x22	0.150	1.72
500	178x80x32	0.120	2.14
	218x104x32	0.116	2.17

transition vers l'état tridimensionnel du sillage de cylindres à section carré d'élancement 6 et 10. Dans cet article, on met l'accent sur l'effet des dislocations sur les quantités globales telles que le Strouhal et les coefficients d'efforts. Une étude des effets du changement de résolution du maillage a été effectuée et on s'est attaché à caractériser la dépendance des quantités globales, citées ci- dessus, en fonction de la résolution du maillage. Voici un tableau résumant ces résultats :

Tableau 2.12 Strouhal, coefficients d'effort et leurs fluctuations en fonction du nombre de Reynolds, Saha et al. [9].

Re	Taille de la grille	St	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$	$\bar{C}'_D$	$\bar{C}'_L$
175	178x80x22	0.158	1.53	0.0003	0.062	0.268
	178x80x42	0.159	1.52	-0.0006	0.061	0.260
	218x104x22	0.159	1.54	0.0003	0.064	0.269
250	178x80x22	0.147	1.69	0.0002	0.032	0.145
	178x80x32	0.154	1.69	0.003	0.033	0.193
	218x104x22	0.150	1.72	0.003	0.044	0.183
500	178x80x32	0.120	2.14	-0.005	0.193	1.442
	218x104x32	0.116	2.17	0.005	0.205	1.454

En général on constate peu de changement avec la variation du maillage. Cette étude ne constitue pas un test de convergence, toutefois les résultats présentés-ci-dessus, peuvent

constituer une bonne base de comparaison pour nos simulations numériques ultérieures.

2.3.6 Cylindre tronqué

Dousset [20] met l'accent sur le problème d'un cylindre tronqué. Ce cylindre dépasse d'une couche limite et son extrémité est donc exposée à l'écoulement libre uniforme. Il est difficile de voir si le maillage non-uniforme est bien adapté. Les seuls éléments pertinents sont les suivants : à proximité de la paroi, la dimension minimale de la grille est de 0.03 D. On indique aussi que grâce à leur maillage non- uniforme, la résolution de couche limite est mieux résolue que dans les travaux de Mück [22] où cette dernière contient au plus 4 points. On trouve aussi une évaluation de l'impact du raffinement du maillage sur le Strouhal et sur le coefficient de traînée. Les références étant les valeurs calculées sur un maillage comportant 2.2 millions de noeuds et les valeurs rapportées par Mück [22]. Dousset s'attache surtout à caractériser l'effet du Reynolds sur l'apparition de tourbillons en épingle à cheveux ainsi que l'effet du Re sur les coefficients d'efforts C_D et C_Z (respectivement traînée et effort selon l'élancement du cylindre). Il utilise un maillage de 1.5 millions de nœuds et le Re varie de 150 à 400. Il ne fait aucune allusion aux fluctuations du coefficient d'effort transverse. Il n'y a pas d'étude de l'effet de l'élancement, ni de l'effet de l'angle d'incidence sur les coefficients d'effort. Dans Sau [23], le problème étudié est un cylindre tronqué dont la base est plongée dans un écoulement de couche-limite, le problème est analogue à celui étudié par Dousset [20]. Toutefois l'élancement y est de 1.7 alors que Dousset étudie un cylindre dont l'élancement égal 4. Le maillage de 1.4 millions de noeuds n'est pas bien adapté à l'écoulement puisqu'il est uniforme et ne présente aucun raffinement dans le sillage. Les auteurs s'attardent essentiellement à caractériser les structures tourbillonnaires apparaissant dans le sillage du cylindre sans évaluer les efforts s'exerçant sur ce dernier. Les Re explorés vont de 225 à 500.

2.3.7 Bilan des travaux numériques antérieurs

1. Les études énumérées ci-dessus emploient des maillages mal adaptés.
2. Le nombre de nœuds employés pour résoudre l'écoulement est inférieur à 2 millions pour des Re <500 et généralement inférieurs à 1.5 millions pour Re <200.
3. Il n'y a pas d'étude systématique de convergence des efforts avec la finesse du maillage et le pas de temps.
4. Il n'y a pas de donnée utilisable pour relier au coefficient d'effort transverse l'angle d'incidence ou le rapport d'aspect.

5. Il n'y a pas d'étude numérique des IFS portant spécifiquement sur le galop en 3D, pour le cylindre à section carrée tronqué ou infini.
6. Pour les études énumérées ci-dessous : 1) La distance entre l'entrée et le cylindre est en général inférieure à 10D. 2) La distance entre le cylindre et la sortie est en général de l'ordre 20D. 3) La largeur du domaine de calcul est en général inférieure à 20D. 4) La hauteur du domaine de calcul est inférieure à 15D.

2.4 Bilan de la revue de littérature

Le galop transverse a été abondamment étudié pour diverses géométries dont le cylindre à section carré. Ces études ont été menées numériquement et expérimentalement. Il est indéniable qu'une somme considérable d'informations a été aquise au cours des décénies, mais certaines études récentes indiquent que tout n'est pas encore compris. Pour causes, les études numériques jusqu'à maintenant ont, pour la plupart, été réalisées en deux dimensions et à faibles Reynolds. Quant aux études expérimentales, elles n'ont pas portées sur de faibles ratio de masse et les faibles nombres de Reynolds. Le résultat étant qu'un flou certain existe concernant :

1) l'effet des faibles ratio de masse sur l'amplitudes du gallop en 3D.

2) l'effet de l'élancement sur l'amplitudes des VIVs et donc possiblement sur le galop.

2.5 But et Objectifs

Le but de ce projet est donc de répondre aux question suivantes :
1) Quel est l'effet de l'élancement sur le galop 3D a faible Reynolds et faible ratio de masse ?
2) Comment l'amplidude du galop est-elle affectée par le ratio de masse ?
3) Y a-t'il une interaction 3D entre les VIV et le Gallop ?
4) Y a-t-il un mécanisme 3D qui affaibli les VIV ?

L'atteinte de ce but passe d'abord par l'amélioration d'une méthodologie basée sur les éléments finis. Ces améliorations devront rendre possible possibles des calculs tridimensionnels intensifs. Pour obtenir réponses à ces questions les jalons suivant doivent être franchis :

1) Optimiser la formulation éléments finis actuelle en passant dans le repère du corps rigide pour éliminer l'utilisation du pseudo-solide.

2) Vérifier la formulation en comparant nos résultats à des résultats obtenus avec le pseudo-solide et à des solutions analytiques.

3) Valider nos résultats avec des résultats tirés de littérature actuelle.

4) Appliquer notre formulation au problème du galop en 3D d'une structure cylindrique carrée dont l'élancement et le ratio de masse seront les paramètres étudiés.

CHAPITRE 3

Méthodes Numériques

Ce chapitre expose les méthodes numériques mises en oeuvre pour résoudre les équations aux dérivées partielles de la mécanique des fluides et les équations différentielles ordinaires décrivant le mouvement d'un corps rigide en interaction avec un écoulement.

3.1 Formulation

3.1.1 Équations de Navier-Stokes

Les problèmes d'interactions fluide-structure ici étudiés, sont tridimensionnels, instationnaires, newtoniens et incompressibles. Les équations qui décrivent de tels écoulements sont les équations de Navier-Stokes. Dans leur forme vectorielle les équations Navier-Stokes s'écrivent :

$$\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_f (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} \tag{3.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.2}$$

Où ρ_f est la masse volumique du fluide (constante partout dans le fluide), $\vec{u}$ le champ de vitesse de l'écoulement, p la pression et enfin $\bar{\bar{\sigma}}$ le tenseur de contraintes pour un fluide newtonien. Ce tenseur s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = -p\bar{\bar{I}} + \mu[\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T] \tag{3.3}$$

3.1.2 Équations du corps rigide

Les équations qui décrivent le mouvement d'un corps rigide indéformable sujet à des efforts induits par l'écoulement s'écrivent :

$$\bar{\bar{M}}\ddot{\vec{x}} + \bar{\bar{C}}\dot{\vec{x}} + \bar{\bar{K}}\vec{x} = \vec{F}_{\text{hydro}} \tag{3.4}$$

Notons que $\vec{x}$ représente $[x, y, z]^T$. La notation $\dot{\vec{x}}$ représente une dérivée par rapport au temps. $\bar{\bar{M}}$, $\bar{\bar{C}}$ et $\bar{\bar{K}}$ sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité. On notera aussi que la dynamique du corps se résume à celle d'un oscillateur amorti entraîné par des efforts hydrodynamiques non-linéaires. Ceux-ci sont la somme des efforts sur la surface

du corps en contact avec l'écoulement ce qui correspond à l'intégrale des forces de surface $f_{\text{surface}} = \bar{\bar{\sigma}} \cdot \hat{n}$:

$$\vec{F}_{\text{hydro}} = \int_{\text{S}} \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} dS \tag{3.5}$$

Dans les chapitres qui vont suivre nous allons étudier des corps rigides pouvant se mouvoir selon un ou deux degrés de liberté. La direction x sera la direction parallèle à l'écoulement, les directions y et z seront transversales à l'écoulement. Notons aussi que le mouvement selon z est toujours contraint. Le mouvement de la structure se fera donc toujours selon y et potentiellement selon x.

3.2 Formes faibles

Étant donné qu'on ne sait pas, sauf exception, résoudre analytiquement les équations de Navier-Stokes et encore moins lorsqu'elles sont couplées aux équations de mouvement d'un corps rigide, il est nécessaire de passer par le calcul numérique pour obtenir les solutions de ce système d'équations. Il existe plusieurs options pour résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes. Ces options sont la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis. Nous avons retenu la méthode des éléments finis, d'une part parce que notre groupe de recherche a développé une grande expertise dans ce domaine. D'autre part parce que la méthode des éléments finis est employée pour aborder les problèmes impliquant des structures, d'où son intérêt.

Le point de départ de la méthode des éléments finis est la forme variationnelle des équations différentielles que l'on obtient en multipliant les équations aux dérivées partielles par des fonctions test et en les intégrant sur le domaine de calcul. En utilisant l'intégration par partie et le théorème de Gauss, on abaisse l'ordre des opérateurs différentiels et on fait apparaître les conditions limites naturelles. La forme faible des équations de Navier-Stokes est la suivante :

$$\int_{\Omega} \left[\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \cdot \delta\vec{u}\right] d\Omega + \int_{\Omega} \left[\rho_f (\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}) \cdot \delta\vec{u}\right] d\Omega + \int_{\Omega} \left[\bar{\bar{\sigma}} : \nabla \delta\vec{u}\right] d\Omega = \int_{\Gamma} \left[\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} \cdot \delta\vec{u}\right] d\Gamma \tag{3.6}$$

$$\int_{\Omega} \left[\delta p \nabla \cdot \vec{u}\right] d\Omega = 0 \tag{3.7}$$

Les fonctions test pour le champ de vitesse et de pression sont notées $\delta\vec{u}$ et δp.

3.3 Éléments finis

Une fois la forme faible trouvée, on peut passer à l'étape de sa discrétisation. Le domaine de calcul (Ω) est divisé en N_e éléments comportant chacun n_v et n_p noeuds de vitesse et de pression. On adopte des solutions approchées des champs de vitesse et de pression de forme polynomiale :

$$\vec{u}^h(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n_v} \vec{u}_i \psi_i^v(x,y,z) \tag{3.8}$$

$$p^h(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n_p} p_i \psi_i^p(x,y,z) \tag{3.9}$$

Les solutions sont donc des projections sur un espace de fonctions d'interpolation polynomiales. Les $\psi_i^v(x,y,z)$ et $\psi_i^p(x,y,z)$ sont des fonctions d'interpolation pour la vitesse et la pression. Quant à $\vec{u}_i$ et à p_i ce sont les valeurs nodales des solutions de la vitesse et de la pression. Comme la méthode de Galerkin est employée, les fonctions test de la forme faible sont les même fonctions d'interpolation que celle de la solution. On a donc :

$$\delta\vec{u}_k^h(x,y,z) = \psi_k^v(x,y,z) \tag{3.10}$$

$$\delta p_l^h(x,y,z) = \psi_l^p(x,y,z) \tag{3.11}$$

Où $k\ \epsilon[1,..,n_v]$ et $l\ \epsilon[1,...,n_p]$.

Le degré des polynômes d'interpolation est déterminé par le type d'élément choisi. Nous avons choisi pour le domaine fluide des éléments tétraédriques de type Taylor-Hood (P2-P1). Ceux-ci ont 10 noeuds pour le champ de vitesse et 4 noeuds pour le champ de pression. Les noeuds associés au champ de vitesse sont localisés sur les sommets (4 au total) et sur le point mileu des arêtes du tétraèdre (6 au total). Quant aux noeuds de pression, ils sont localisés uniquement sur les sommets du tétraèdre. Ceci implique donc que les fonctions d'interpolation de la vitesse sont continues et quadratiques par élément alors que les fonctions d'interpolation de la pression sont continues et linéaires par élément. Étant donné que nous employons une formulation mixte où la pression est un multiplicateur de Lagrange servant à imposer la contrainte d'incompressibilité, la pression et le champ de vitesse sont liés [51]. Par conséquent, le choix des fonctions d'interpolations est rendu plus délicat. Ce choix est contraint par la condition LBB (Ladyshenskaya-Babuška-Brezzi) [51, 52] qui assure l'absence de modes parasites de pression. Le respect de la condition LBB implique que, pour une solution exacte donnée du champ de vitesse $\vec{u}$, son approximation éléments finis $\vec{u}^h$ doit

posséder la même projection de la divergence dans l'espace des fonctions de la pression [51]. Les éléments choisis pour les éléments solides sont aussi de type Taylor-Hood mais ils sont bidimensionnels, ils ont 6 noeuds pour le champ de vitesse et 3 noeuds de pression, les fonctions d'interpolation sont donc quadratiques en vitesse et linéaire en pression. En raison du choix d'élément, aucune méthode de stabilisation n'est nécessaire sauf à haut nombre de Reynolds. Dans ce cas, des instabilités convectives peuvent être produites, l'utilisation de stabilisation est alors requise.

3.4 Méthode de résolution

Pour résoudre le système d'équations non-linéaires obtenu grâce à la discrétisation du domaine de calcul et de la forme faible (Eq. 3.6 et 3.7), il est nécessaire de mettre en oeuvre tout un arsenal de méthodes numériques. D'abord la discrétisation du terme instationnaire se fait par différences finies et nécessite d'utiliser un schéma d'intégration temporelle. Dans notre cas il s'agit de schémas de type Runge-Kutta (Radau IIA) d'ordre 3 ou BDF d'ordre 2 ou 3. On traite les non-linéarités du système dues au terme de convection dans les équations de Navier-Stokes par la méthode de Newton. On effectue un couplage fort de type monolithique entre l'écoulement et le mouvement d'un corps rigide. Toutes les inconnues du système sont résolues simultanément. On utilise **Pardiso** [41-44] pour résoudre le système linéarisé. On réduit les coûts du calcul numérique grâce au maillage non-structuré généré par **Gmsh**[40] qui permet de concentrer les noeuds seulement là où cela s'avère nécessaire. Toujours dans l'optique de réduire le temps de calcul numérique, les déformations du maillage induites par les mouvements structurels et gérées par la méthode de pseudo-solide nous amènent a employer une méthode alternative consistant à changer de repère et à réécrire les équations de Navier-Stokes dans le repère du corps en mouvement. Ceci nous permet d'utiliser un maillage fixe sans déformation ce qui réduit considérablement le nombre d'inconnues. Finalement, les efforts s'exerçant sur le corps sont obtenus par la méthode des réactions. Ces différentes méthodes seront discutées et commentées dans les pages qui suivent.

3.5 Formulation ALE

En mécanique des fluides la formulation naturelle est la formulation eulérienne, celle-ci provient de l'écriture des équations de conservation pour un volume de contrôle fixe par rapport au référentiel du laboratoire. Dans le cas de la mécanique du solide on adopte plutôt la formulation lagrangienne où sont écrites les équations de conservation pour un ensemble défini de particules matérielles. Dans l'étude des interactions fluide-structure on utilise souvent la formulation ALE (Arbitrary Lagrangien-Eulerien) ce qui permet d'adopter loin des fontières

solides une formulation eulérienne et près de celles-ci une formulation lagrangienne. On écrit ainsi les équations de Navier-Stokes selon le formalisme ALE de la façon suivante [32] :

$$\rho_f \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + ((\vec{u} - \vec{v}) \cdot \nabla)\vec{u} \right] = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} \tag{3.12}$$

Où $\vec{v}$ est une vitesse de référence qui permet de passer de la formulation eulérienne à lagrangienne. Dans le cas précis d'un maillage déformable, $\vec{v}$ est ce qu'on appelle la vitesse de maille $\vec{v}_m$. Cette vitesse change le terme convectif des équations de Navier-Stokes. Loin des parois solides en mouvement, la vitesse de maille s'annule parce qu'il n'y a pas de déformation. À ce moment, le terme convectif correspond à la description eulérienne typique de la mécanique des fluides. Dans le cas inverse, près du solide en mouvement, les mailles et le fluide ont la même vitesse que le solide, cela annule le terme de convection et on retrouve la formulation lagrangienne. Évidemment on trouve des états intermédiaires entre la formulation lagrangienne et la formulation eulérienne.

3.5.1 Forme faible ALE

À la formulation ALE des équations de Navier-Stokes telle que vu précedemment, on associe une forme faible qui s'écrit comme suit [32] :

$$\int_{\Omega(t)} \left[\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \cdot \delta\vec{u} \right] d\Omega(t) + \int_{\Omega(t)} \left[\rho_f \left[(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \nabla \right] \vec{u} \right] \cdot \delta\vec{u} d\Omega(t) + \int_{\Omega(t)} \left[\bar{\bar{\sigma}} : \nabla \delta\vec{u} \right] d\Omega = \int_{\Gamma(t)} \left[\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} \cdot \delta\vec{u} \right] d\Gamma \tag{3.13}$$

On remarque qu'ici le domaine de calcul est dépendant du temps. Deux des difficultés qui apparaissent dans la simulation de problèmes instationnaires sur des maillages mobiles sont d'une part la diminution de l'ordre de convergence des intégrateurs en temps et d'autre part la violation de la loi de la conservation géométrique (GCL) [32]. Une réécriture appropriée du premier terme de la forme faible ALE (equation 3.13), nous permet de résoudre ces deux difficultés. L'ordre de convergence des nos intégrateurs en temps et la GCL sont automatiquement respectés.

3.6 Pseudo-Solide

L'utilisation du Pseudo-Solide intervient lorsque l'interaction entre un écoulement et un corps mobile indéformable résulte en des déformations du domaine calcul. Cela implique que le maillage du domaine de calcul est modifié à mesure que le corps se déplace. Le maillage doit donc être déformé pour suivre les mouvements de la structure. L'approche pseudo-solide est d'une grande simplicité conceptuelle. Elle consiste à décrire le domaine de calcul comme une

structure élastique pouvant se déformer sous l'effet du mouvement des frontières du domaine de calcul. Le pseudo-solide est caractérisé par des coefficients de Lamé λ_{ps} et μ_{ps} dont les valeurs sont arbitraires et peuvent être choisies en fonction des besoins, leur valeur est donc arbitraire. Les déformations du maillage pseudo-solide sont caractérisées par les déplacements $\vec{\chi}_{ps} = [\chi_1, \chi_2, \chi_3]^T$ obtenus en résolvant les équations d'élasticité linéaire[33] :

$$\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}^{ps} = 0 \tag{3.14}$$

Où $\bar{\bar{\sigma}}^{ps}$ est le tenseur de contraintes. Le pseudo-solide est considéré isotrope, élastique et décrit par les équations de St-Venant-Kirchoff [33] :

$$\sigma_{ij}^{ps} = \lambda_{ps} E_{kk}^{ps} \delta_{ij} + 2\mu_{ps} E_{ij}^{ps} \tag{3.15}$$

Et où $\bar{\bar{E}}^{ps}$ est la forme linéaire du tenseur de Green-Lagrange :

$$E_{ij}^{ps} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \chi_j}{\partial x_i}\Big) \tag{3.16}$$

Le terme $\nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}^{ps}$ est égal à zéro parce que le pseudo-solide n'a pas d'inertie et réagit instantanément au déplacement structurel. Sur les frontières du domaine de calcul, les conditions suivantes sont appliquées :

1. $\vec{\chi_{ps}} = 0$ sur les frontières extérieures du domaine fluide,
2. $\vec{\chi_{ps}} = \delta\vec{x}$ sur les frontières du corps rigide.

Où $\delta\vec{x}$ est le déplacement du corps rigide. Les équations du pseudo-solide sont couplées aux équations de Navier-Stokes et résolues simultanément [33].

3.6.1 Évaluation du coût numérique du maillage pseudo-solide

On suppose ici que les éléments utilisés sont de type Taylor-Hood dans un espace 3D. On cherche ici à évaluer le coût numérique relatif à l'ajout du pseudo-solide. En chaque point du domaine de calcul, on doit résoudre des équations linéaires supplémentaires pour calculer les déformations du maillage. En 3D, les déplacements inconnus du pseudo-solide ont trois composantes. C'est donc $3N_n$ équations supplémentaires qui doivent être résolues, où N_n est le nombre de noeuds dans le maillage. Normalement, lorsqu'il n'y a qu'un écoulement et une structure en mouvement, le nombre d'inconnues provient pour l'essentiel des 3 composantes de la vitesse et de la valeur scalaire de la pression. On voit donc que l'utilisation du pseudo-solide correspond globalement à doubler le nombre d'inconnues. Notons que nous avons ici négligé de considérer les contributions des surfaces au nombre d'inconnus où sont déterminées

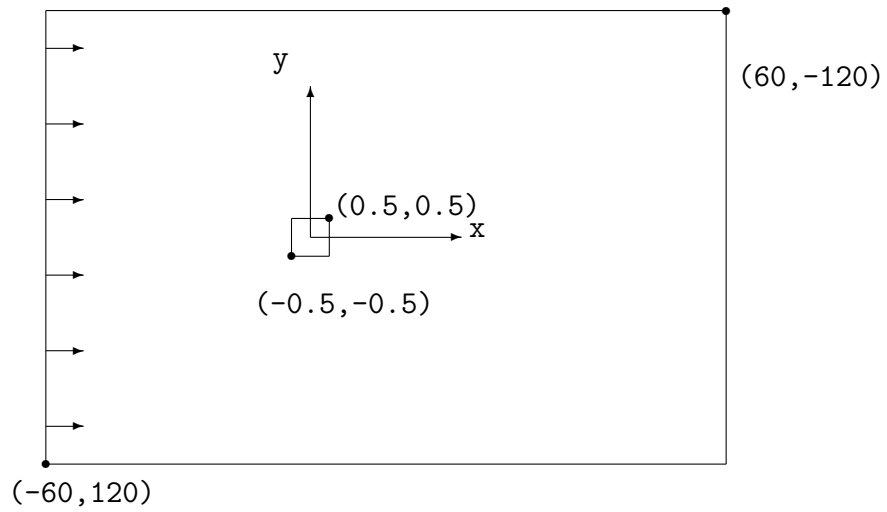
par exemple les réactions.

3.7 Problème type d'interaction fluide structure

Le type de problèmes abordés dans le cadre de cette étude est celui des interactions entre une structure et un écoulement. Généralement ces problèmes sont résolus dans le référentiel du laboratoire. Dans les pages qui suivent, nous exposerons un problème d'interaction fluide-strucrure dans un repère fixe par rapport au corps rigide. Un point de vue alternatif sera exposé à la sous-section 3.7.3 de ce chapitre.

3.7.1 Repère du laboratoire

Le problème à résoudre est le suivant : Un corps rigide de forme carrée, est soumis aux efforts hydrodynamiques d'un écoulement uniforme. Le corps rigide est maintenu en place par un ressort qui lui permet d'osciller dans la direction transversale à l'écoulement. L'équation qui décrit le mouvement du corps rigide est celle d'un oscillateur entraîné par les forces de l'écoulement se déployant autour de lui. La figure ci-dessous illustre la configuration du problème.



Notons qu'aucun frottement structurel n'amortit le mouvement du corps. L'équation du mouvement de la structure est :

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_y \tag{3.17}$$

F_y représente les efforts exercés par l'écoulement sur le corps dans la direction transversale.

Dans cette équation, c est le coefficient de l'amortissement interne s'exerçant sur le corps rigide et k est la constante du ressort qui retient le corps rigide. Les efforts sont obtenus en intégrant les forces de pression et les contraintes visqueuses sur la surface du corps rigide.

$$\vec{F} = -\oint_C p\vec{n}ds + \oint_C \bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{n}ds \tag{3.18}$$

Avec : $F_x = \vec{F} \cdot \vec{i},\ F_y = \vec{F} \cdot \vec{j},\ \bar{\bar{\tau}} = \mu(\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T)$. Comme indiqué ci-dessus, c est nul et donc l'équation (3.17) de l'oscillateur devient :

$$m\ddot{y} + ky = F_y \tag{3.19}$$

L'écoulement, quant à lui, est décrit par les équations de Navier-Stokes, l'équation de continuité et les conditions aux frontières du domaine.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.20}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p/\rho_f + \nu\nabla^2\vec{u} \tag{3.21}$$

Notons que mises sous forme adimensionnelle ces équations prennent la forme suivante :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\vec{u} \tag{3.23}$$

Pour les adimensionnaliser, on a effectué les substitutions suivantes :

1) $x_i \longrightarrow x_i/D$

2) $t \longrightarrow \dfrac{U_0 t}{D}$

3) $\frac{\partial}{\partial x_i} \longrightarrow D\dfrac{\partial}{\partial x_i}$

4) $\vec{u} \longrightarrow \vec{u}/U_0$

5) $p \longrightarrow \dfrac{p}{\rho_f U_0^2}$

Pour des raisons numériques, on choisit : $\rho_f = 1$, $U_0 = 1$ et D=1

À partir de ces valeurs on obtient : $Re = U_0 D/\nu = 1/\nu$

3.7.2 Conditions frontières dans le référentiel du laboratoire

Les conditions frontières imposées aux limites du domaine et sur le corps rigide sont indiquées ci-dessous :

1) Sur la frontière extérieure gauche (entrée)
   $v_x = 1$
   $v_y = 0$
2) Sur la frontière extérieure droite (sortie)
   $v_x = 1$
   $v_y = 0$
3) Sur la frontière extérieure inférieure (bas)
   $v_x =$ libre
   $v_y = 0$
4) Sur la frontière extérieure supérieure (haut)
   $v_x =$ libre
   $v_y = 0$
5) Sur les 4 faces du corps rigide
   $v_x = 0$
   $v_y =$ libre

3.7.3 Équations dans le nouveau référentiel

Pour mettre en application la nouvelle approche, il faut d'abord effectuer formellement le changement de référentiel. En suivant Li [54], on peut réécrire ces équations en utilisant une transformation de coordonnées permettant de passer des variables du référentiel inertiel à celles du référentiel accéléré suivant le corps en mouvement. Notons que dans cette thèse, nous utiliserons référentiel inertiel, référentiel du laboratoire ou référentiel absolu pour désigner un référentiel galiléen. De la même façon, nous utiliserons référentiel non-inertiel, référentiel relatif pour désigner le référentiel accéléré.

Note importante : dans ce qui suit, les variables primes (i.e. $\vec{r'}$) désignent les variables du référentiel attaché au laboratoire (référentiel inertiel), les variables classiques (i.e. $\vec{r}$) corres-

pondent à celles du référentiel accéléré.

La forme générale de cette transformation est :

$$\vec{r'} = \vec{d} + \bar{\bar{A}}\vec{r} \tag{3.24}$$

Ici $\bar{\bar{A}}$ est une matrice de rotation qui permettrait de changer l'orientation des axes. $\vec{d}$ est le vecteur pointant l'origine du référentiel accéléré. Dans le cas qui nous intéresse, le terme $\vec{d}$ n'est fonction que du temps (t). $\vec{r'}$ et $\vec{r}$ représentent respectivement le vecteur position d'un point dans le référentiel inertiel et dans le référentiel accéléré.

À l'aide de cette transformation, on peut réécrire les équations de mouvement du fluide. Pour ce qui est du corps rigide, le changement de référentiel nous permet de le considérer au repos.

Commençons par l'équation de continuité, celle-ci n'est pas modifiée.

$$\nabla' \cdot \vec{u'} = 0 \longrightarrow \nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.25}$$

On trouvera la démonstration à l'annexe A.2.
Par contre, suite à la transformation un terme d'accélération apparaît dans les équations de Navier-Stokes $\vec{G}(\vec{u}, t)$.

$$\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t} + (\vec{u'} \cdot \nabla')\vec{u'} = -\nabla' p' + \frac{1}{Re}\nabla'^2 \vec{u'} \longrightarrow \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2 \vec{u} + \vec{G}(\vec{u}, t) \tag{3.26}$$

Où le terme source $\vec{G}(\vec{u}, t)$ est égal à :

$$\vec{G}(\vec{u}, t) = 2\dot{\theta} I_0 \vec{u} + (\dot{\theta})^2 \vec{r} + \ddot{\theta} I_0 \vec{r} - \bar{\bar{A}}^T \ddot{\vec{d}} \tag{3.27}$$

Pour plus de détails, voir l'article de Li et al. [54]. Ici $\bar{\bar{I}}_0$ est une matrice dont la propriété est que $\bar{\bar{I}}_0^2 = -\bar{\bar{I}}$. Dans notre cas, il n'y a pas de mouvement de rotation, il en résulte que $\bar{\bar{A}}$ est la matrice unité ($\bar{\bar{I}}$) et que θ est constant. $\vec{G}(\vec{u}, t)$ se réduit donc à :

$$\vec{G}(\vec{u}, t) = -\bar{\bar{I}}\ddot{\vec{d}} \tag{3.28}$$

Les équations de Navier-Stokes (dimensionnelles) du référentiel accéléré se réduisent donc à :

$$\rho_f \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + -\rho_f \bar{\bar{I}} \ddot{\vec{d}} \tag{3.29}$$

Pour le cas précis où il n'y a pas de rotation, on trouvera une démonstration de cette équation (3.29) à l'annexe A.3

3.7.4 Conditions frontières dans le référentiel du laboratoire

Les conditions frontières de Dirichlet sont modifiées de façon générale suivant la règle suivante :

$$\vec{u} = \vec{u'} - \dot{\vec{d}} \tag{3.30}$$

Voir, l'annexe A.4. Les conditions frontières extérieures sont modifiées comme ceci :

1) Sur la frontière extérieure gauche (entrée)
$v_x = 1$
$v_y = -\dot{d}_y$

2) Sur la frontière extérieure droite (sortie)
$v_x = 1$
$v_y = -\dot{d}_y$

3) Sur la frontière extérieure supérieure
$v_x =$ libre
$v_y = -\dot{d}_y$

4) Sur la frontière extérieure droite
$v_x =$ libre
$v_y = -\dot{d}_y$

Les conditions frontières de Dirichlet sur le corps rigide sont modifiées de la façon suivante :
$v_x = 0$
$v_y = 0$
On voit donc apparaître dans les conditions frontières une nouvelle vitesse qui fait partie des inconnues du problème. Elle est l'exacte opposée de la vitesse qu'aurait le corps dans le

référentiel du laboratoire.

En ce qui concerne les conditions frontières de Neumann, elles ne sont pas affectées par le changement de référentiel. Voir l'annexe A.5 .

3.7.5 Effets des forces fictives sur la pression et les efforts sur le corps rigide

Étant donner sa forme et sa dépendance en temps, le terme source peut être réécrit de la façon suivante :

$$\rho_f \vec{G}(t) = -\rho_f \ddot{\vec{d}}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_f \ddot{d}_y(t) \end{pmatrix} = -\nabla(\rho_f y \ddot{d}_y(t)) \tag{3.31}$$

Ce terme peut être inclus dans le terme de pression de l'équation (3.32) :

$$\rho_f \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} \right] = -\nabla \tilde{p} + \mu \nabla^2 \vec{u} \tag{3.32}$$

Dans l'équation, nous avons posé $\tilde{p} = (p + \rho_f y \ddot{d}_y)$.

On voit donc que le nouveau terme provenant de la réécriture des équations de Navier-Stokes dans le référentiel accéléré est équivalent à un terme de pression hydrostatique.

Du point de vue du référentiel accéléré, l'équation qui décrit le couplage entre le corps rigide et l'écoulement est :

$$m\ddot{y} + ky = F_y \tag{3.33}$$

Où $c = 0$ (coefficient d'amortissement) et où

$$F_y = \vec{F} \cdot \vec{j} = -\ddot{y}(t) \int_V \rho_f dv + F_y^*. \tag{3.34}$$

Notons que ρ_f est la masse volumique du fluide et que V est le volume du corps rigide. L'expression pour F_y s'obtient des considérations qui suivent. Dans le référentiel accéléré, les efforts sur le corps rigide s'obtiennent par intégration du tenseur des contraintes sur la surface de ce dernier :

$$\vec{F} = -\oint_C \tilde{p}\vec{n} ds + \oint_C \bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{n} ds \tag{3.35}$$

Si on remplace $\tilde{p}$ par $\tilde{p} = (p + \rho_f y \ddot{d}_y)$ on obtient :

$$\vec{F} = -\oint_C p\vec{n}ds - \int_V \nabla(\rho_f y \ddot{d}_y)dv + \oint_C \bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{n}ds \tag{3.36}$$

Pour la force dans le référentiel du laboratoire, nous avons bien :

$$\vec{F^*} = -\oint_C p\vec{n}ds + \oint_C \bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{n}ds \tag{3.37}$$

Nous obtenons donc de façon générale :

$$\vec{F} = -\ddot{d}_y(t) \int_V \rho_f \vec{j} dv + \vec{F^*}$$

En considérant que ρ_f est constante partout dans le fluide, on peut la réécrire comme ceci :

$$\vec{F} = -\ddot{d}_y(t)\rho_f V\vec{j} + \vec{F^*} \tag{3.38}$$

Le volume du corps rigide (V) est un cube dont les arêtes (D) sont unitaires et la masse volumique du fluide est aussi unitaire. Dans ces conditions, l'équations 3.38 se réduit donc à :

$$\vec{F} = -\ddot{d}_y(t)\vec{j}D^3 + \vec{F^*} = -\ddot{d}_y(t)\vec{j} + \vec{F^*} = -\ddot{y}(t)\vec{j} + \vec{F^*} \tag{3.39}$$

Notons aussi que $\ddot{y}(t) = \ddot{d}_y(t)$, ceci vient évidemment du fait que l'accélération du référentiel non-inertiel ($\ddot{d}_y(t)$) est celle du corps rigide ($\ddot{y}(t)$). On observe donc que le passage dans le référentiel accéléré introduit un terme supplémentaire dans l'équation du corps rigide. Ce terme est en fait une force fictive qui affecte le corps rigide en modifiant son inertie d'une contribution égale à l'accélération de la structure fois la masse de fluide déplacée par le corps (équation 3.39).

Maintenant, si l'on réécrit (3.33) de la façon suivante en posant $M_{\text{acc}} = \int_V \rho_f dv$. :

$$m\ddot{y} + ky = F_y^* - M_{\text{acc}}\ddot{y} \tag{3.40}$$

On voit donc que dans le référentiel accéléré, la force nette sur le corps ($F_y^* - M_{\text{acc}}\ddot{y}$) est réduite par rapport à celle s'exerçant dans le référentiel du laboratoire (F_y^*).

Selon le formalisme qui vient d'être décrit, le problème d'interaction fluide-structure initial

(où un corps rigide est mis en mouvement par un écoulement) devient un nouveau problème. Celui-ci correspond maintenant à résoudre les équations de Navier-Stokes dans un domaine où le corps rigide est au repos et où les conditions frontières extérieures de Dirichlet font intervenir une vitesse inconnue $-\vec{d}$ correspondant à la vitesse qu'aurait le corps rigide dans le référentiel inertiel du laboratoire (mais dans la direction inverse). Ceci permet de nous affranchir du pseudo-solide puisque le maillage n'a plus à se déformer sous l'effet du mouvement des frontières du corps rigide. Un terme de pression supplémentaire vient s'ajouter, mais en définitive il ne modifie que les efforts s'appliquant sur le corps. Cette modification correspond essentiellement à une modification de l'inertie du corps.

3.7.6 Corrections des effets non-inertiels et paramètres de simulation

On vient de voir que les efforts sont modifiés par le changement de référentiel. Les efforts que l'on cherche sont ceux du laboratoire. Pour les obtenir, il nous faut apporter une correction à ceux calculés dans le référentiel accéléré. Une simple transformation suffit pour effectuer cette correction. Il s'agit d'ajouter à l'équation 3.33 (de chaque côté de l'égalité) le terme $M_{acc}\ddot{y}$:

Ceci permet d'obtenir :

$$m\ddot{y} + ky + \ddot{y}M_{acc} = F_y + \ddot{y}M_{acc} \tag{3.41}$$

$$(m + M_{acc})\ddot{y} + ky = (F_y^* - \ddot{y}M_{acc}) + \ddot{y}M_{acc} \tag{3.42}$$

$$\tilde{m}\ddot{y} + ky = F_y^* \tag{3.43}$$

On a posé ($\tilde{m} = m + M_{acc}$). Une remarque s'impose, nous avons récupéré les bons efforts, mais au prix d'une augmentation de la masse. Dans le paramètrage des simulations, il nous faut donc prévoir de diminuer la masse du corps rigide de la quantité M_{acc}. On aura donc pour le corps rigide une masse de $m - M_{acc}$ plutôt que m comme paramètre de simulation.

3.7.7 Évaluation du coût numérique de la méthode du référentiel accéléré

Le coût du calcul numérique est beaucoup moindre avec la méthode du référenciel accéléré. On évite de traiter les $3N_n$ équations (N_n est le nombre de noeuds du maillage) nécessaires à la gestion du pseudo-solide.

3.8 Schémas d'intégration en temps

Les interactions fluide-structure sont essentiellement des phénomènes instationnaires. Dans le calcul numérique cela implique l'utilisation de schémas d'intégration en temps dont la précision et la stabilité sont cruciales pour saisir adéquatement la physique des phénomènes en jeux. Étant donné que le sujet de notre étude est fondamentalement instationnaire, il est donc important d'employer des intégrateurs en temps précis et stables. Nous utilisons des schémas de type Runge-Kutta d'ordre 3 (de type Radau IIA) et de type BDF (Backward Differentiation formulas) d'ordre 2 ou 3. Nous expliquerons dans les lignes qui suivent les propriétés de ces deux schémas.

3.8.1 Consistance, Convergence et Stabilité

Il est important de tenir compte des trois concepts fondamentaux que sont la convergence, la stabilité et la consistance lorsque vient le temps de choisir un schéma d'intrégration numérique. La convergence est liée de près aux notions de stabilité et de consistance. Selon le théorème d'équivalence de Lax [52], la stabilité et la consistance sont des conditions nécessaires et suffisantes pour assurer la convergence d'un schéma. Un schéma d'intégration est dit convergent si une solution approchée $\tilde{u}$ tend vers la solution exacte lorsque le pas de temps tend vers zéro. On dit qu'un schéma est stable si, en deçà d'un pas de temps minimal, l'écart entre deux solutions numériques voisines ne dépend que de la différence dans les conditions initiales [52]. L'instabilité d'un schéma se manifeste par des oscillations non-bornées de la solution numérique. Enfin on dit d'un schéma qu'il est consistant s'il permet de bien approximer l'équation différentielle de départ. En d'autre mots, on dit d'un schéma qu'il est consistant à l'ordre r si l'erreur de troncature est d'ordre r, c'est-à-dire si l'erreur commise par le schéma numérique diminue avec la diminution du pas de temps comme $C_r(\Delta t)^r$, où C_r est une constante [52].

Pour un schéma numérique, la stabilité absolue est un critère de stabilité important. De façon heuristique [55], un schéma absolument stable donne, pour un pas de temps donné, une solution approchée qui reste bornée lorsque le temps tend vers l'infini. Cette stabilité est la contrepartie d'un autre type de stabilité qu'on désigne par zéro-stabilité [55] (version

numérique de la stabilité au sens de Lyapunov). La zéro-stabilité d'un schéma assure que la solution approchée reste bornée pour un intervalle de temps borné et pour toute valeur de pas de temps comprise entre 0 et une valeur finie Δt_0 [55].

Le facteur d'amplification G permet d'étudier la stabilité absolue d'un schéma. On peut définir ce facteur d'amplification en considérant la solution exacte $\exp(\lambda t)$ du problème modèle suivant [52] :

$$\frac{du}{dt} = \lambda u(t) \tag{3.44}$$

Où $u(t_0) = 1$, $t\epsilon(t_0, T]$ et $Re(\lambda) < 0$. Toute solution approchée doit tendre vers zéro lorsque $t \to \infty$. Si la solution approchée au temps $n\Delta t$ est $\tilde{u}^n = \exp\big[\lambda(t + n\Delta t)\big]$, alors on définit le facteur d'amplification comme :

$$G = \frac{\tilde{u}^{n+1}}{\tilde{u}^n} \tag{3.45}$$

Ce facteur doit être inférieur à 1 autrement le schema numérique n'est pas absolument stable (A-stable). On peut tracer dans le plan $\Im\{\lambda\Delta t\}$ versus $\Re\{\lambda\Delta t\}$ la région où G est inférieur à 1, cette région correspond à la zone de A-stabilité du schéma. Si une condition s'applique sur le pas de temps Δt pour conserver la stabilité du schéma, on dit que le schéma est conditionnellement stable. Dans le cas contraire, on dit du schéma qu'il inconditionnellement A-stable.

3.8.2 Schéma de type Runge-Kutta Implicite (IRK)

Le choix du schéma de Runge-Kutta s'impose par sa propriété de A-stabilité inconditionnelle. Son caractère implicite assure cette grande stabilité et lui permet d'aborder des problèmes raides sans difficulté [55]. Ceci n'est pas le cas des schémas Runge-Kutta explicites qui sont conditionnellement A-stables [55].

Pour détailler ce schéma d'intégration numérique considérons d'abord le cas plus simple d'une équation différentielle ordinaire notée $\dot{y} = f(y, t)$. Pour cette équations les IRK peuvent s'écrire de la façon suivante [51] :

$$y_*^{(n+c_i)} = y^{(n)} + \Delta t \sum_{j=1}^{s} a_{ij} f\big(y_*^{(n+c_j)}, t^{(n+c_j)}\big) \tag{3.46}$$

$$y^{(n+1)} = y^{(n)} + \Delta t \sum_{j=1}^{s} b_j f(y_*^{(n+c_j)}, t^{(n+c_j)}) \tag{3.47}$$

Les coefficients a_{ij}, b_j et c_j peuvent être organisés sous la forme d'un tableau dit de Butcher

comme suit.

Tableau 3.1 Tableau de Butcher.

$$\begin{array}{c|ccc} c_1 & a_{11} & \dots & a_{1s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_s & a_{s1} & \dots & a_{ss} \\ \hline & b_1 & \dots & b_s \end{array}$$

Étant donné que nous avons choisit des éléments finis P2-P1 donc précis à l'ordre 3 et 2 en espace respectivement pour la vitesse et la pression en norme L_2, le schéma d'intégration doit préférablement avoir la même précision temporelle en vitesse et en pression. Nous avons donc choisi l'IRK Radau IIA3 dont les ordres de précision temporelles sont adéquats (3 en vitesse et 2 en pression). Ce schéma d'intégration est défini par le tableau de Butcher suivant :

$$\begin{array}{c|cc} 1/3 & 5/12 & -1/12 \\ 1 & 3/4 & 1/4 \\ \hline \text{IRK32} & 3/4 & 1/4 \end{array}$$

Notons que ce schéma compte 2 niveaux. Malgré sa grande stabilité, il présente un inconvénient important, celui de requérir un grand effort de calcul. En effet, son utilisation double le nombre d'inconnues puisqu'il faut résoudre les équations pour un pas de temps intermédiaire supplémentaire.

En raison de cette dernière remarque, nous avons cherché un schéma qui pourrait satisfaire nos exigences tout en diminuant l'effort de calcul associé. Les options qui ont été retenues sont les schémas de type BDF 2 et 3.

3.8.3 Schéma de type BDF

Les schémas BDF (Backward Differentiation formulas) sont des schémas multi-pas [56], à la différence des IRK qui sont à un pas. Le schéma BDF d'ordre k permet d'obtenir l'approximation de la dérivée première $\dot{y}$ en t^{n+1} en considérant la dérivée première du polynôme interpolant d'ordre k de y aux temps $t^{n-k+1}, ..., t^{n+1}$ avec $k \geq 1$ [55].

Soit une équation différentielle ordinaire : $\dot{y} = f(y, t)$. Le schéma BDF d'ordre k associé est [56] :

$$\dot{y}\Delta t = f(y^{n+1}, t^{n+1})\Delta t = \sum_{j=0}^{k-1} a_j y(t^{n+1-j}) = \sum_{j=0}^{k-1} a_j y^{n+1-j} \tag{3.48}$$

Selon la valeur de k, on aura différentes valeurs pour les coefficients a_j. Voici un tableau donnant ces valeurs pour $k = \{1, 2, 3\}$ [56].

k	a_0	a_1	a_2	a_3
1	1	-1	0	0
2	3/2	-2	1/2	0
3	11/6	-3	3/2	1/3

Les BDF d'ordre 1 et 2 sont inconditionnellement A-stable, le BDF 3 est A-stable mais avec de très petites régions d'instabilité [57]. Cette propriété fait de ces schémas de très bons candidats pour aborder des problèmes raides. Nous avons choisi le BDF3 pour sa précision d'ordre 3, pour sa relative stabilité et pour l'économie en terme de temps de calculs numériques qu'il permet. Dans les cas où des instabilités numériques se manifestent avec le schéma BDF3, c'est le schémas BDF2 qui est adopté. En effet, comme nous le verrons dans le chapitre des résultats, le schéma BDF3 s'est montré instable pour de nombreux cas impliquant le galop.

3.9 Approche Monolithique

La stratégie de résolution employée pour résoudre les équations de la mécanique des fluides et les équations du corps rigide est une résolution avec un couplage monolithique et implicite [58] par opposition aux stratégies à couplage partitionné où fluide et structure sont traités alternativement par des solveurs séparés et où le couplage se fait par les conditions frontières [58, 53]. Le traitement implicite implique que tous les degrés de liberté (vitesses et pression du fluide, déplacements et vitesses de la structure, réactions sur la surface du corps solide, déplacement pseudo-solide ou conditions limites relatives en vitesse) sont couplés et toutes les équations sont résolues simultanément par un même solveur. Cette stratégie garantit l'équilibre à l'interface fluide-solide. Ceci n'est pas assuré par la stratégie partitionnée [58]

et entraîne parfois un niveau d'erreur inacceptable [53]. La simulation de certains problèmes d'interaction fluide-structure est tout simplement impossible à réaliser avec une méthode partitionnée parce qu'elle ne peut tout simplement pas converger vers la solution [60]. En particulier, les problèmes impliquant des structures dont le ratio de masse est inférieur à 1 (la masse volumique de corps rigide est inférieure à celle du fluide) posent des difficultés importantes [59].

3.10 Méthode de Newton, jacobien numérique et parallélisation

La discrétisation par éléments finis et la discrétisation temporelle nous donnent un système d'équations algébriques non-linéaires (noté $\vec{R}(\vec{U}) = 0$ où $\vec{U}$ est le vecteur des inconnues) qu'on linéarise par la méthode de Newton-Raphson [51]. Le système linéaire est formé du produit de la matrice jacobienne de $\vec{R}(\vec{U})$ par un vecteur d'inconnues correspondant aux corrections du vecteur solution $\delta\vec{U}$. Ce produit est égal à moins le résidu $\vec{R}(\vec{U})$ à l'étape actuelle. La résolution se fait de façon itérative et la solution à l'étape (n+1) $\vec{U}^{n+1}$ est égale au vecteur solution de l'étape actuelle (n) $\vec{U}^n$ corrigé par $\delta\vec{U}$. On peut écrire les choses de la façon suivante [51] :

$$\frac{\partial\vec{R}(\vec{U}^n)}{\partial\vec{U}}\delta\vec{U} = -\vec{R}(\vec{U}^n) \tag{3.49}$$

Où la solution à l'itération suivante est : $\vec{U}^{n+1} = \vec{U}^n + \delta\vec{U}$, et où $\partial\vec{R}(\vec{U}^n)/\partial\vec{U}$ représente la matrice jacobienne. La boucle de résolution du système linéarisé est convergée si les deux critères suivants sont satisfaits :

$$\frac{\|\delta\vec{U}\|}{\|\vec{U}\|} \leq \epsilon_1 \tag{3.50}$$

$$\frac{\|\vec{R}(\vec{U}^n)\|}{\|\vec{R}(\vec{U}^0)\|} \leq \epsilon_2 \tag{3.51}$$

Ici, ϵ_1 et ϵ_2 sont des valeurs numériques prescrites par le paramétrage initial du programme.

La forme analytique de la matrice jacobienne est parfois difficile à obtenir car elle exige le calcul des dérivées partielles des équations du système par rapport à toutes les variables. Ces calculs et l'implémentation des expressions obtenues étant une tâche délicate, des erreurs peuvent être commises. L'une des façons de les éviter est d'obtenir le jacobien de façon numérique. La matrice jacobienne numérique est donc obtenue de la façon suivante [51] :

$$J_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial U_j} = \frac{R_i(U_j + \Delta U_j) - R_i(U_j)}{\Delta U_j} \tag{3.52}$$

Il suffit donc de perturber les résidus d'une petite quantité par rapport à l'une des variables ce qui permet d'estimer les dérivées partielles. On construit donc la matrice jacobienne en perturbant tours à tours chacune des variables.

Le système global est assemblé et résolu en parallèle pour accélérer les calculs. La parallélisation de l'assemblage a été obtenu sur la base d'un algorithme de coloriage et réalisé avec OpenMP. Le système linéaire global est résolu par le solveur direct parallèle Pardiso [40-44].

3.11 Calculs des efforts

L'un des objectifs que nous visons est le calcul des efforts s'exerçant sur le corps rigide. Leur calcul se fait en même temps que la résolution du système global, les efforts sont en fait traités comme des inconnues supplémentaires dans le système d'équation. Cette méthode est appelée la méthode des réactions implicite [45,61,62]. On l'applique d'abord en réécrivant la formulation faible des équations de Navier-Stokes pour faire apparaître sur les frontières solides l'intégrale de surface des efforts :

$$\int_{\Omega}\left[(\rho_f\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\cdot\delta\vec{u})+(\rho_f(\vec{u}\cdot\nabla\vec{u})\cdot\delta\vec{u})+(\bar{\bar{\tau}}:\nabla\delta\vec{u})\right]d\Omega-\int_{\Gamma_{\text{Solide}}}\left[\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{n}\cdot\delta\vec{u}\right]d\Gamma=\int_{\Gamma_N}\left[\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{n}\cdot\delta\vec{u}\right]d\Gamma \quad (3.53)$$

Le terme $-\int_{\Gamma_{\text{Solide}}}\left[\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{n}\cdot\delta\vec{u}\right]d\Gamma$ est inconnu au moment de la résolution, c'est ce terme qu'on appelle réaction ($\vec{r}_{\text{Solide}}$). Quant au terme $\int_{\Gamma_N}\left[\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{n}\cdot\delta\vec{u}\right]d\Gamma$, il représente les conditions de Neumann appliquées sur les frontières.

On peut indiquer comment sont traités les degrés de liberté associés aux réactions en considérant le système matriciel suivant.

$$\begin{bmatrix}\bar{\bar{M}}_{11} & \bar{\bar{M}}_{12}\\ \bar{\bar{M}}_{21} & \bar{\bar{M}}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\vec{U}\\ \vec{U}_{\text{Dirichlet}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{F}_{R_{\text{Neumann}}}\\ \vec{F}_R\end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Évidemment, $\vec{U}$ représente les degrés de libertés inconnus. Il en va de même pour $\vec{F}_R$ qui représente les réactions inconnues sur la frontière solide. $\vec{U}_{\text{Dirichlet}}$ et $\vec{F}_{R_{\text{Neumann}}}$ sont respectivement les conditions de Dirichlet et de Neumann imposées sur les frontières. Les M_{ij} sont des matrices rectangulaires. Ce système peut se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix}\bar{\bar{M}}_{11} & \bar{\bar{0}}\\ \bar{\bar{M}}_{21} & -\bar{\bar{I}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\vec{U}\\ \vec{F}_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{F}_{R_{\text{Neumann}}}-\bar{\bar{M}}_{12}\vec{U}_{\text{Dirichlet}}\\ -\bar{\bar{M}}_{22}\vec{U}_{\text{Dirichlet}}\end{bmatrix} \quad (3.55)$$

On voit donc comment on peut traiter implicitement les efforts s'appliquant sur un corps solide ($\vec{F}_R$). Notons que la méthode des réactions est précise à l'ordre 3 en espace, mais seulement si le corps sur lequel on les calcule a une surface fermée. Autrement les réactions convergent à l'ordre 1. En effet, pour un corps dont la surface n'est pas fermée, un noeud placé sur le bord de la surface ouverte voit certaines contributions supplémentaires s'ajouter aux réactions. Ces contributions aux réactions proviennent des éléments dans le voisinage du noeud. Or,normalement, pour une surface fermée, elles devraient être compensées exactement par les contributions des éléments qui sont manquants. La réaction résultante calculée aux noeuds sur les bords est donc surévaluée.

3.12 Mailleur

La génération d'un maillage pour un problème donné est une tâche complexe et difficile à accomplir même si le problème en question possède une géométrie relativement simple. Nous avons produit des maillages grâce au mailleur **Gmsh** [40]. Ce mailleur permet de produire des maillages non-structurés. L'agorithme employé dans la synthèse des maillages non-structurés est l'agorithme de Delaunay. Des fonctionnalités de **Gmsh** nous ont permis de préciser, dans l'espace géométrique, des champs scalaires de concentration d'éléments. En effet, l'une des difficultés majeures est de préciser la concentration des éléments du maillage dans les régions importantes et de la réduire au possible ailleurs. La géométrie traitée est tridimensionnelle et celle d'un cylindre à section carrée (un prisme) de hauteur variable. Dans la plupart des cas au moins une extrémité du cylindre est en contact avec la surface supérieure du domaine de calcul. Un écoulement uniforme en amont de l'obstacle caractérise l'entrée du problème. Étant donné le nombre de Reynolds, un écoulement instationnaire est attendu dont l'une des composantes importante est une allée de Von Karman dans le sillage de l'obstacle. Étant donné la nature du problème, de nombreuses considérations ont guidé notre utilisation du mailleur dans le raffinement du maillage. De façon plus précise, nous avons pris en compte trois éléments :

1. l'existence de l'allée de Von Karmann dans le sillage du corps,
2. l'uniformité de l'écoulement en amont du corps,
3. l'uniformité de l'écoulement dans la direction transversale loin du corps.

Nous cherchons à bien résoudre les grandeurs qui caractérisent la dynamique du corps rigide comme l'amplitude de son mouvement transversal et l'amplitude des efforts s'exerçant sur lui. Cet objectif nécessite une bonne résolution du proche sillage car des structures tourbillonnaires produisent un entraînement périodique responsable d'une part importante des efforts sur le corps. En amont, l'écoulement est essentiellement uniforme ce qui implique

qu'une économie en termes d'éléments peut être réalisée en y réduisant la concentration du maillage. Loin du corps dans les directions transversales, l'écoulement est très peu perturbé par le corps rigide ce qui nous amène à réduire, là encore, la concentration des éléments.

Lors de la génération du maillage, il importe de trouver un compromis entre différents facteurs. L'élément le plus important est le nombre maximal d'éléments que peut comporter le maillage pour que le calcul puisse être réalisé en des temps raisonnables. Il importe aussi de fixer sur la surface du corps une taille d'éléments suffisamment faible pour bien résoudre sa dynamique. Il faut aussi prévoir une zone graduelle de transition entre les régions de forte concentration d'éléments et les zones de très faible concentration. Cela permet d'éviter des maillages comportant des zones en toile d'araignée (voir la figure 3.1) dans les régions de fort gradient de concentration. Ces zones sont nuisibles pour le calcul numérique car elles peuvent accroître considérablement la largueur de bande du système d'équations. Notons que des indications supplémentaires sur la génération d'un maillage sont données dans l'annexe C

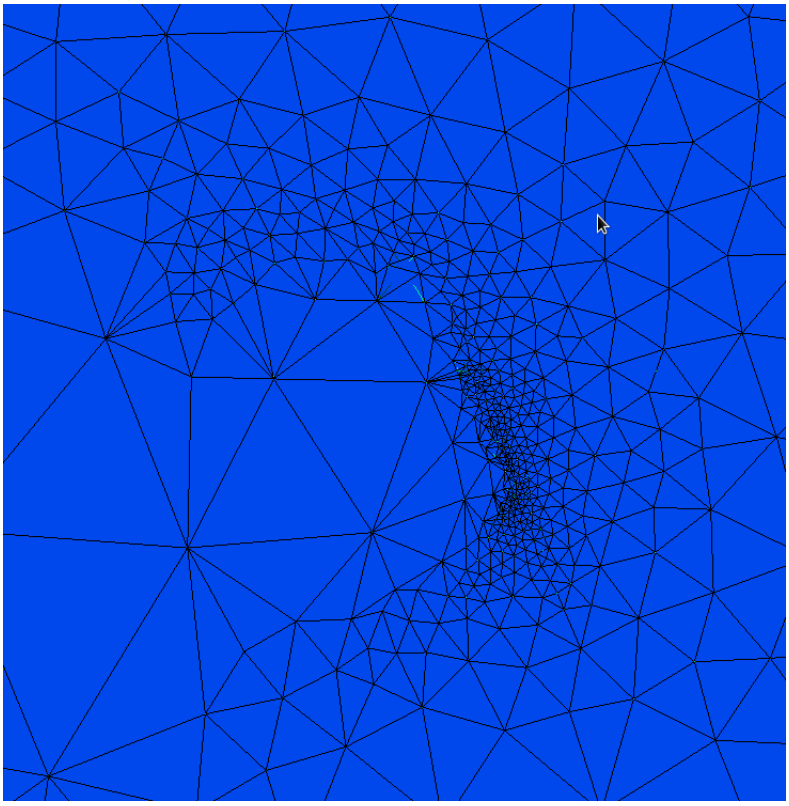


Figure 3.1 Exemple de maillage en toile d'araignée

CHAPITRE 4

Vérification et Validation

Avant d'aborder un problème physique avec de nouveaux outils de calcul numérique, il faut être certain qu'ils sont capables de bien résoudre les équations qui le décrivent. Pour nous convaincre de la fiabilité de nos outils et de leur capacité à aborder de véritables problèmes physiques encore inexplorés, nous avons effectué une série de tests décrits dans ce chapitre.

4.1 Problème instationnaire : Validation 2D de la méthode du repère relatif

La publication de Joly et al [28] est un bon point de départ pour tester nos nouveaux outils numériques. Les résultats de cet article ont été réalisés dans notre laboratoire avec la méthode du pseudo-solide. Cette méthodologie a été testée de nombreuses fois, les résultats ainsi obtenus constituent de bons étalons de mesure pour valider la méthode du repère relatif (accéléré). Nous avons donc réalisé diverses simulations instationnaires en 2D avec un corps rigide de forme carrée se déplaçant dans la direction transversale à l'écoulement. Les paramètres de simulation ont été repris de l'article de Joly et al. [28] de façon à reproduire fidèlement les résultats s'y trouvant.

4.1.1 Comparaison entre pseudo-solide et repère relatif en 2D : cas du carré mobile à un degré de liberté, $Re = 200$, $U_R = 40$, $m^* = 1$, 3 et 20

Pour effectuer la validation, nous avons choisi trois problèmes qui portent sur l'interaction d'un corps rigide carré et d'un écoulement uniforme. Le corps de ratio de masse variable est capable de vibrer dans la direction perpendiculaire à l'écoulement. Nous donnons, ci-dessous, les détails de ces trois problèmes :

1. Dimension du corps rigide : D=1.
2. Dimensions du domaine fluide :
   a) Entrée située à 60D en amont du corps rigide,
   b) Sortie située à 120D en aval du corps rigide,
   c) Les autres frontières extérieures sont situées à 60D.
3. Paramètre caractérisant l'écoulement :
   a) Vitesse en entrée : U_0=1,

b) Nombre de Reynolds : $Re = U_0 D/\nu = 1/\nu = 200$,

c) Vitesse réduite : $U_R = 2\pi U/\omega D = 40$.

Où $\omega = \sqrt{k/m}$, la fréquence angulaire naturelle des oscillations du corps rigide.

Le maillage de 17806 noeuds est une illustré ci-dessous à la figure (4.1) :

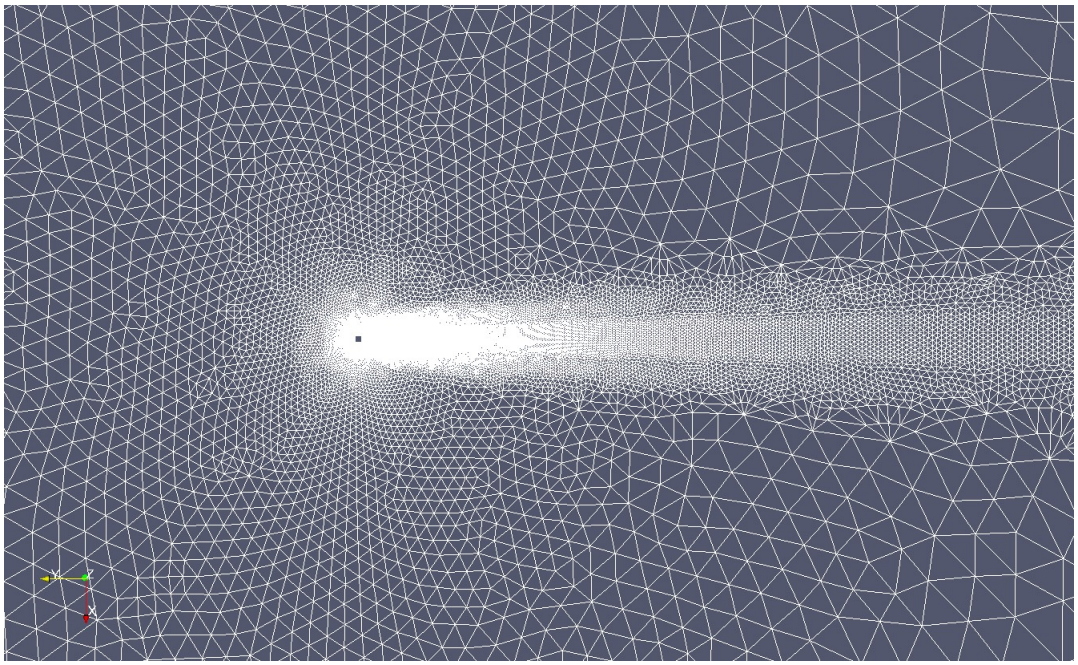


Figure 4.1 Maillage type de 17806 noeuds associé à la validation de la méthodologie du repère relatif.

On a illustré l'écoulement dans le repère relatif sur les figures 4.2 et 4.3 :

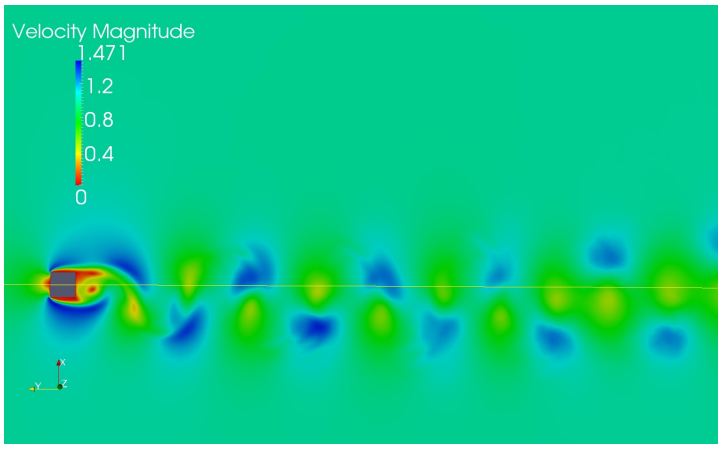


Figure 4.2 Amplitude du vecteur vitesse calculée dans le repère relatif.

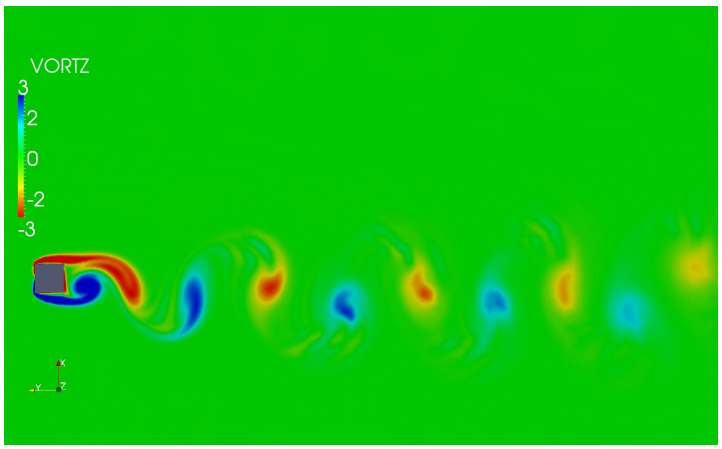


Figure 4.3 Composante z de la vorticité calculée dans le repère relatif.

Nous avons donc calculé le déplacement transverse du corps rigide ainsi que les forces de traînée (F_x) et de portance (F_y) et cela pour trois valeurs de masse réduite ($m^* = 20, 3, 1$) où ($m^* = m/\rho D^2$). Étant donné les dépendances de la constante de rappel :

$$k = m\left(\frac{2\pi}{U_R}\right)^2 = m\left(\frac{2\pi}{40}\right)^2$$

celle-ci a due être ajustée pour chaque nouvelle masse réduite.

On a illustré les comparaisons entre les calculs faits dans le repère relatif et ceux faits dans le repère absolu. On constate sur les figures ci-dessous (4.4, 4.5 et 4.6), que la stratégie reposant sur le changement de référentiel permet d'obtenir des déplacements et des efforts très proches de ceux obtenus avec la méthode du pseudo-solide (repère absolu).

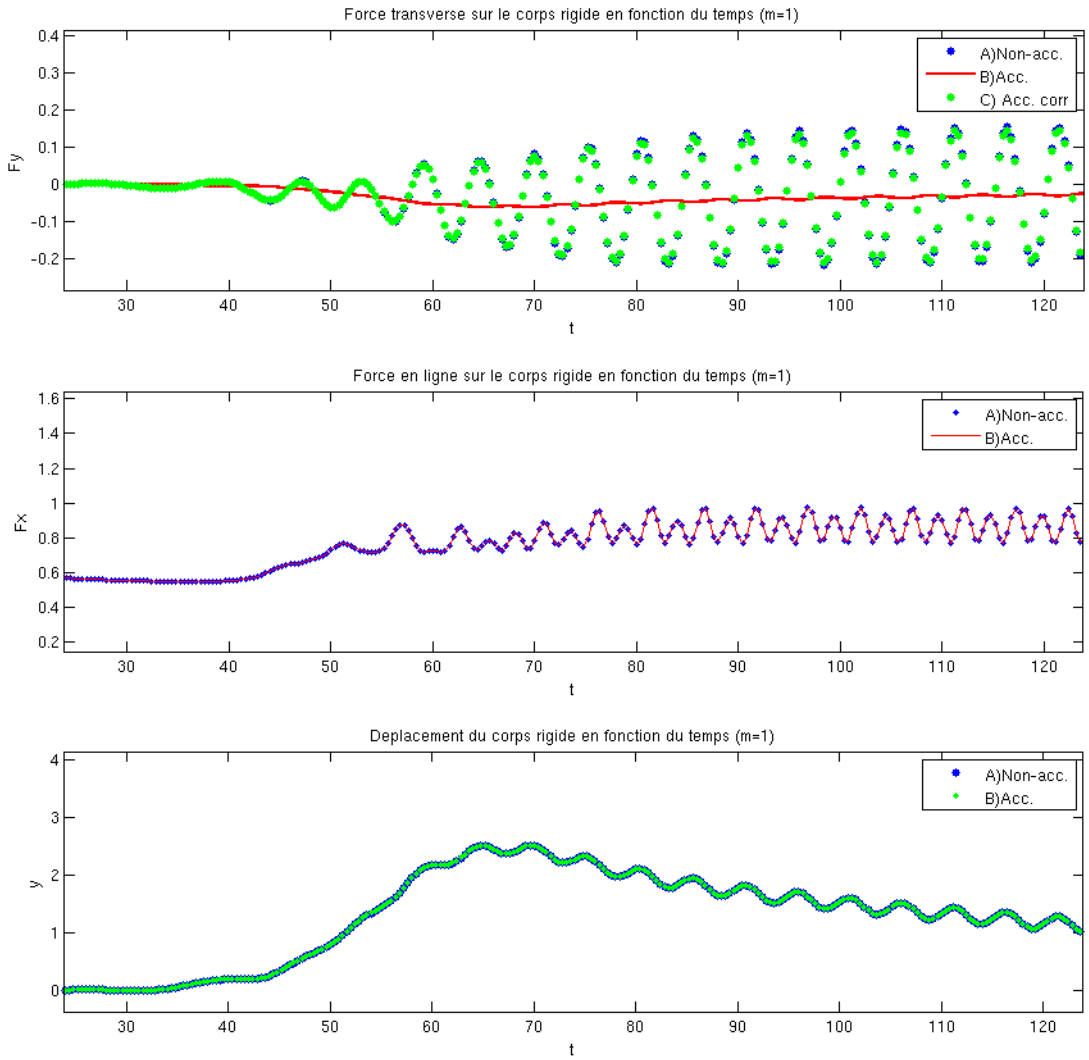


Figure 4.4 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 1$.

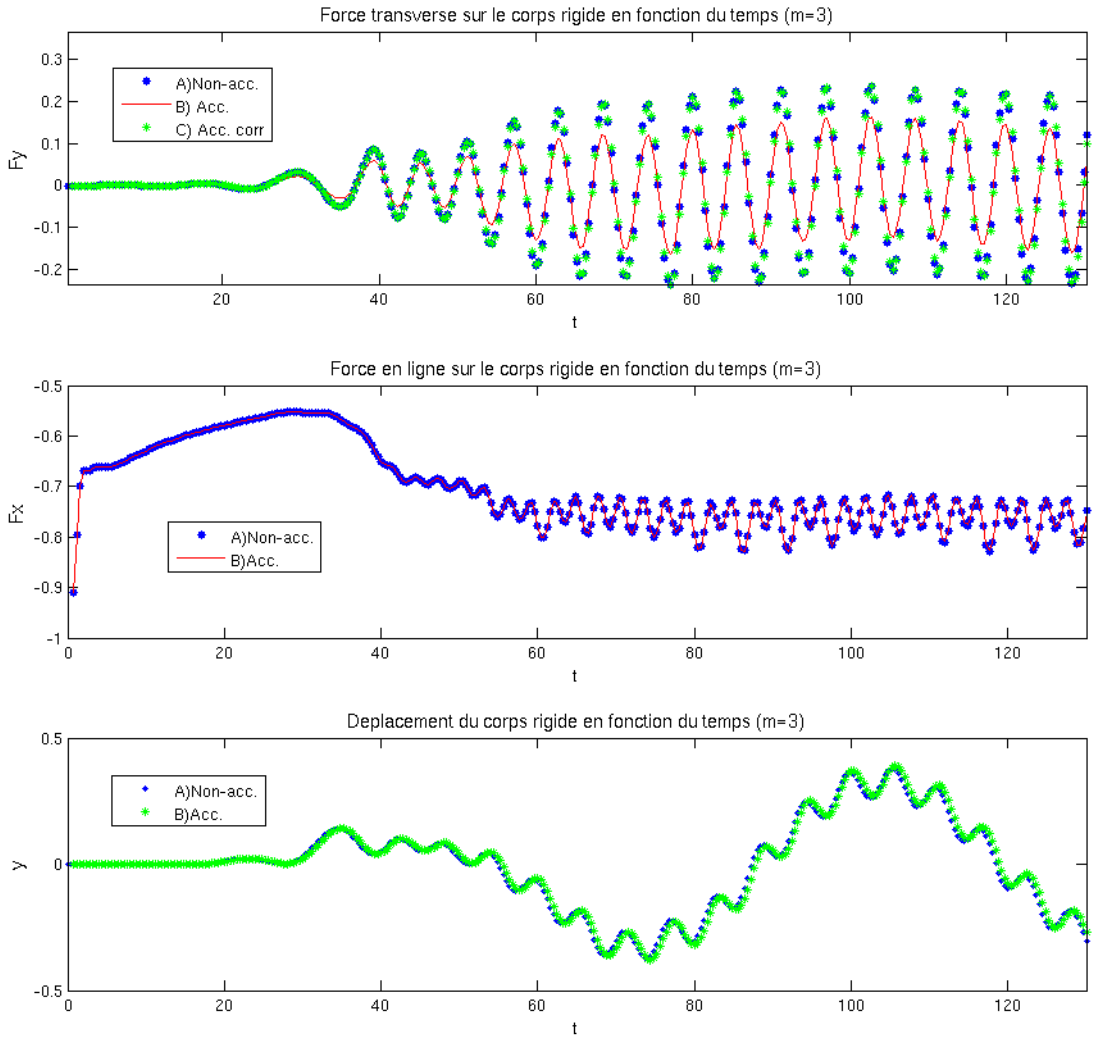


Figure 4.5 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 3$.

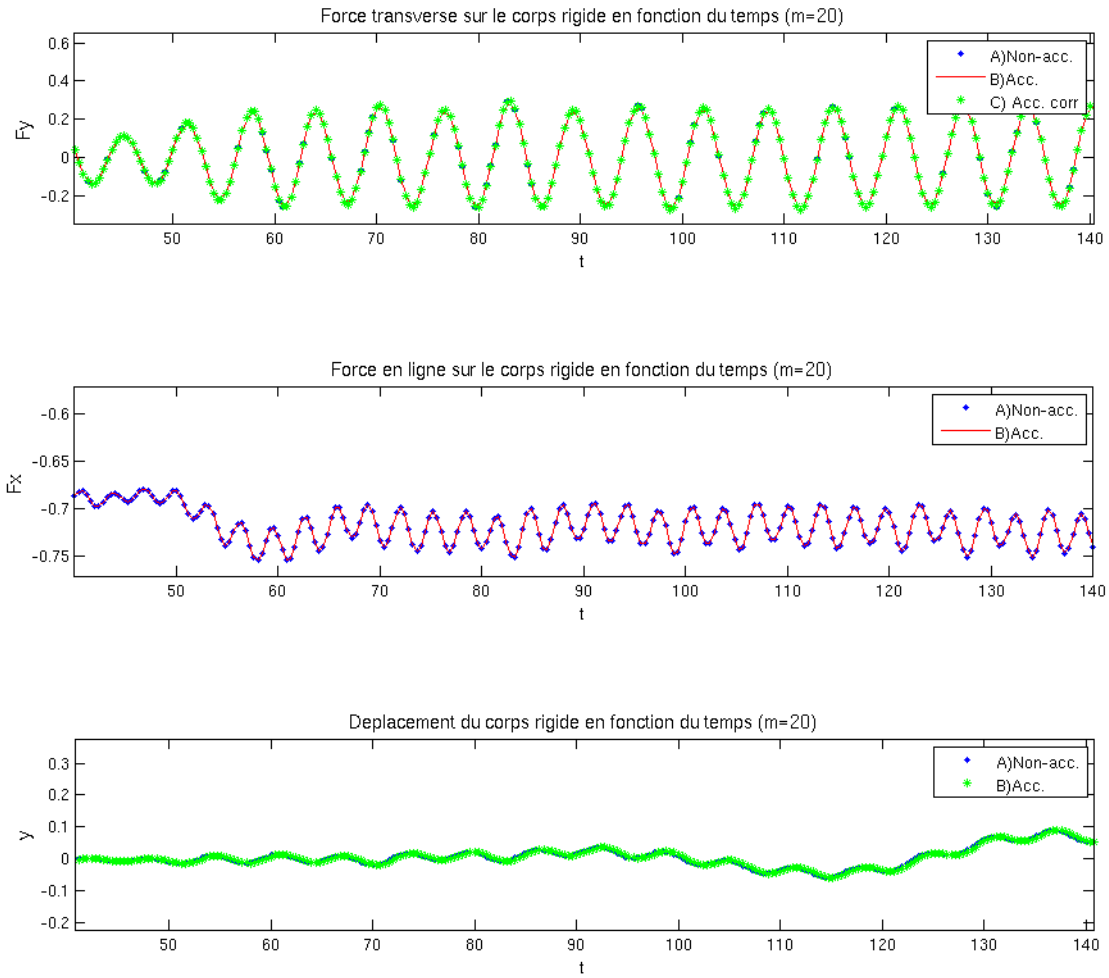


Figure 4.6 Comparaison entre les deux méthodes pour une masse réduite $m^* = 20$.

On peut voir sur ces figures (4.4 à 4.6) que les déplacements, les efforts transverses et les efforts en ligne sont extrêmement proches quand on compare les deux méthodes. Les résultats sont pratiquement indiscernables. Autant le galop (oscillation de grande amplitude et de basse fréquence) que les VIV (oscillation de haute fréquence) sont captés par la méthode du repère relatif. Dans l'article de référence [28], on rapporte que pour un ratio de masse inférieur à 2 le galop ne se produit pas, c'est bien ce que l'on observe sur le graphique du déplacement en fonction du temps dans le cas du solide dont le ratio de masse est égal à 1 (figure 4.4 en bas). On y voit l'amorce d'une oscillation de grande amplitude et de faible fréquence, mais l'oscillation ne peut s'établir. Après la montée initiale de l'amplitude du déplacement transversal, le solide ne répond plus qu'à l'entraînement de tourbillons de Von Karman par des oscillations rapides et de faible amplitude. Étant donné que ce phénomène d'inhibition du galop pour les faibles ratios de masse est central dans l'étude que nous menons, il est crucial de pouvoir le capturer dans les simulations 2D reposant sur la méthode du repère relatif. On constate sur la figure (4.4 en bas) que le phénomène d'inhibition du galop est bien capturé par notre nouvelle méthode.

Notons que les courbes rouges des graphiques du haut (figures 4.4 à 4.6) correspondent à l'effort transversal appliqué sur le corps dans le repère accéléré. On constate qu'il y a une bonne différence entre cette force et celle calculée dans le repère absolu (figure 4.4 en haut). Cette différence vient évidemment de la force fictive due au changement de référentiel. On note aussi que la différence va en s'atténuant lorsqu'on passe de la figure (4.4) à la figure (4.6). Ceci s'explique par le fait que la force fictive est ici égale l'opposée de l'accélération du corps rigide. On en déduit que plus le corps rigide est massif, moins son accélération est importante. On peut donc comprendre que la force fictive soit de moins en moins importante quand on passe de $m^* = 1$ à $m^* = 20$. Notons aussi que les points verts des figures (4.4 à 4.6 en haut) correspondent aux efforts transverses calculés dans le repère accéléré auxquels on a retiré la contribution de la force fictive. On voit qu'il y a un accord parfais entre la force transversale du repère absolu (points bleus) et celle du repère accéléré et corrigé (points verts).

4.2 Vérification 3D en stationnaire

La série de tests que nous avons effectués en 2D, montre que nous pouvons avoir confiance en la méthode du repère relatif en 2D. Il nous faut maintenant évaluer le comportement du code en 3D. Le test de la méthode du repère relatif en 3D se fera dans une étape ultérieure à la section 4.4 de ce chapitre. On porte donc notre attention sur le problème 3D stationnaire de Stokes autour d'une sphère. La solution de ce problème est bien connue et nous servira de base de comparaison. Ce test s'inscrit dans un processus de vérification et de validation graduel où chaque étape possède une complexité supérieure à l'étape précédente.

4.2.1 Écoulement de Stokes autour d'une sphère fixe

Nous décrivons ci-dessous le test de vérification qui s'appuie sur une solution analytique des équations de Stokes pour un fuide incompressible.

$$\nabla p = \mu \nabla^2 \vec{u} \tag{4.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{4.2}$$

Dans le cas d'une sphère dans un écoulement unifome, on connait la solution exacte des champs de vitesse et de pression :

$$u = U_0 \Big[\frac{3Rx^2}{4r^3} \Big(\frac{R^2}{r^2} - 1 \Big) - \frac{R}{4r} \Big(3 + \frac{R^2}{r^2} \Big) + 1 \Big] \tag{4.3}$$

$$v = U_0 \frac{3Rxy}{4r^3} \Big(\frac{R^2}{r^2} - 1 \Big) \tag{4.4}$$

$$w = U_0 \frac{3Rxz}{4r^3} \Big(\frac{R^2}{r^2} - 1 \Big) \tag{4.5}$$

$$p - p_0 = -\frac{3\mu U_0 R x}{2r^3} \tag{4.6}$$

R est le rayon de la sphère, ρ est la masse volumique du fluide, U_0 et p_0 sont la vitesse à l'entrée et la pression de référence. On a choisi $R = 0.5$, $\rho = 1.0$,$U_0 = 1.0$ et $p_0 = 0.0$. Il est possible d'obtenir une expression pour la traînée en intégrant la pression et la contrainte visqueuse sur la surface de la sphère. De cette intégration on obtient :

$$F_D = 6\pi\mu U_0 R \tag{4.7}$$

Ce qui donne le coefficient de traînée :

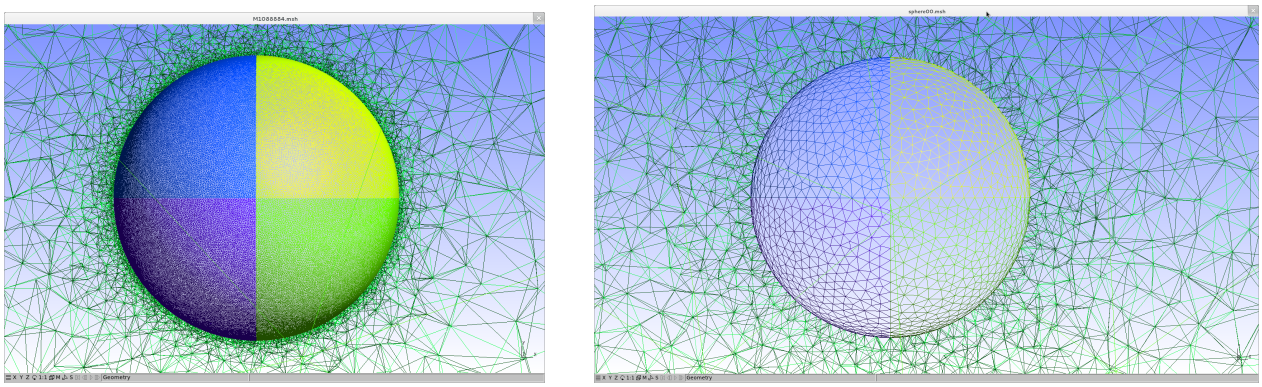
$$C_D = \frac{F_D}{0.5\pi R^2 \rho U_0^2} = \frac{8F_D}{\pi} \tag{4.8}$$

La valeur théorique du coefficient de traînée est donnée par l'expression suivante :

$$C_{Dref} = 24/Re \tag{4.9}$$

Dans notre cas, Re est égale à 200 donc $C_{Dref} = 0.12$.

Des simulations ont été réalisées sur des maillages de 2.419.454, 1.088.884, 554.645 et 80.382 noeuds pour évaluer la précision des calculs. On donne ci-dessous une illustration du maillage comportant plus de 1.088.884 de noeuds (voir la figure 4.7 a). Notons que le maillage est très dense sur la sphère ce qui donne la précision requise pour converger vers la valeur théorique.



(a) Maillage concentré de 1.088.884 (b) Maillage uniforme de 1.122.665

Figure 4.7 Exemples de maillages employés respectivement pour le calcul de C_D (a) et l'analyse de convergence pour u et p (b)

Les coefficients de traînée obtenus sur ces maillages sont donnés dans le tableau 4.1. On constate que les résultats obtenus convergent vers la valeur théorique, avec un l'écart maximal de 3% sur le maillage le plus grossier.

Une étude de convergence par raffinement du maillage a aussi été réalisée pour les champs de pression et de vitesse. Dans ce cas, nos maillages ont été raffinés de manière uniforme (voir figure 4.7 b). Une meilleure résolution (que celle de l'étude du C_D) des champs de vitesse et de pression partout dans le domaine était nécessaire pour obtenir les bons ordres de convergence. C'est pour cette raison que nous avons employé un autre ensemble de maillages. Notons aussi

Tableau 4.1 Coefficients de traînée.

Maillages concentrés (nb noeuds)	C_D	Maillages uniformes (nb noeuds)	C_D
80.382	0.123009	114.221	0.126924
554.645	0.121011	376.748	0.125392
1.088.884	0.120712	1.122.655	0.124108
2.419.454	0.120491	2.028.498	0.123220
Valeur théorique	0.120000		

que les maillages uniformes n'étaient pas appropriés pour étudier la convergence des efforts comme en témoigne le tableau 4.1. Voici le nombre de noeuds associés à chacun des maillages employés pour réaliser cette étude de convergence : 114.221, 376.748, 1.122.655 et 2.028.498. La norme énergie a été employée pour calculer l'erreur du champ de vitesse telle que définie ci-dessous :

$$||\vec{u}||_E = \Big(\int_\Omega \bar{\bar{\tau}} : \bar{\bar{\tau}} d\Omega \Big)^{1/2} \tag{4.10}$$

Quant à l'erreur du champ de pression, c'est la norme L_p^2 qui a été utilisée :

$$||p||_{L_2} = \Big(\int_\Omega p^2 d\Omega \Big)^{1/2} \tag{4.11}$$

Les résultats de cette étude de convergence sont colligés sur la figure (4.8) .

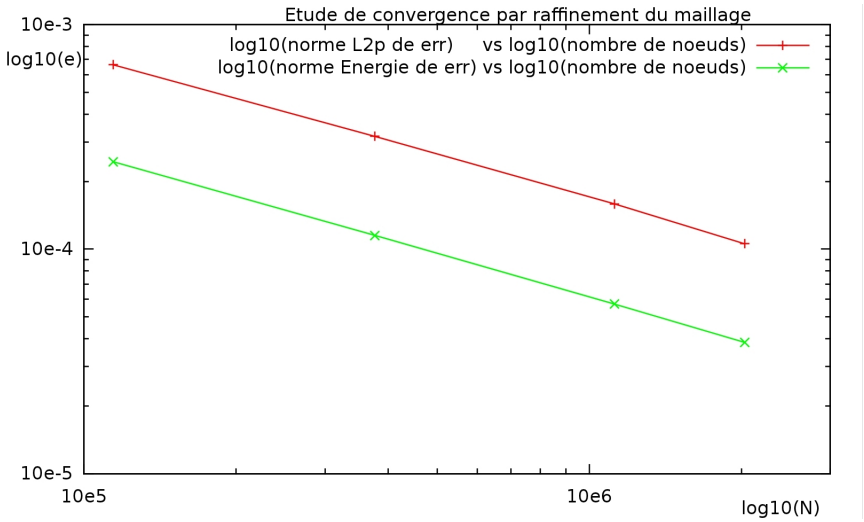


Figure 4.8 Graphique log10-log10 des normes énergie et L_p^2 de l'erreur du champ de vitesse et du champ de pression en fonction du nombre de noeuds.

Le taux de convergence peut être obtenu à partir de la pente des graphiques ci-dessus. La valeur théorique du taux de convergence est 2 pour la vitesse et la pression dans les normes spécifiées ci-dessus. La valeur théorique du taux de convergence est fixée par le choix d'éléments employés. Dans notre cas, nous avons des éléments finis de type Taylor-Hood qui sont quadratiques en vitesse et linéaires en pression. La valeur obtenue à partir du graphique est de 2 ce qui concorde parfaitement avec la théorie. On peut donc dire que le test est concluant et qu'il est possible de passer à l'étape suivante. On peut noter que nous nous sommes permis d'employer des maillages d'une grande finesse parce que notre problème était stationnaire et ne requérait qu'au plus deux jours de calculs. La situation est très différente dans les cas instationnaires et non-linéaires à venir.

4.3 Validation 3D en stationnaire

Nous considérons maintenant des situations qui impliquent les équations de Navier-Stokes et non-pas seulement les équations de Stokes où le terme convectif est absent. La validation du code 3D s'appuie maintenant sur des résultats tirés d'articles de journaux scientifiques.

4.3.1 Écoulement uniforme autour d'une Sphère fixe à Re = 50

Des simulations ont été réalisées afin de reproduire les résultats décrits dans l'article de Johnson et Patel [64] portant sur un écoulement autour d'une sphère fixe à un nombre de Reynolds de 50 et avec un ratio de blockage de 0.11 % (ratio de l'aire efficace du corps qui fait face à l'écoulement sur l'aire du domaine de calcul perpendiculaire à l'écoulement, ici le ratio de blockage est $\pi R^2/$ Largeur $*$ Hauteur). Nous avons effectué deux simulations, la première comporte 761.411 noeuds et un ratio de blockage de 0.35 % quant à la deuxième elle comportait 1.569.535 noeuds et un ratio de blockage de 0.09 %.

Voici une image montrant les lignes de courant du cas comportant un ratio de blockage de 0.09 % (figure 4.9). On peut comparer cette simulation aux résultats de Johnson qui sont montrés sur la figure suivante (figure 4.10).

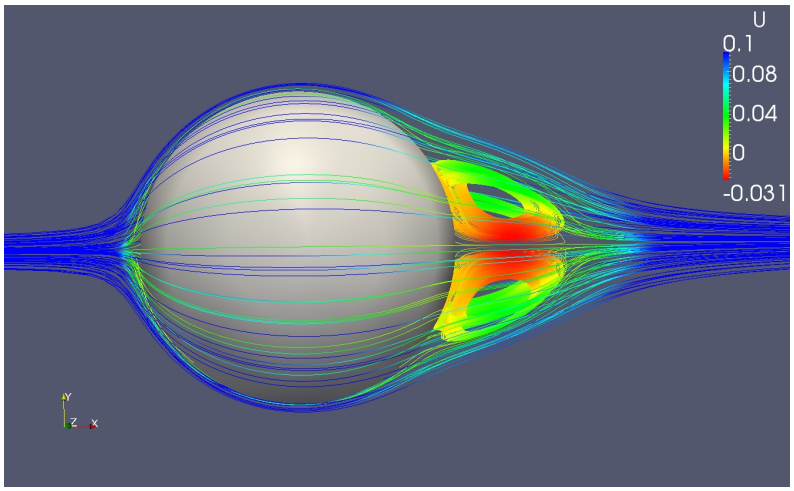


Figure 4.9 Lignes de courant.

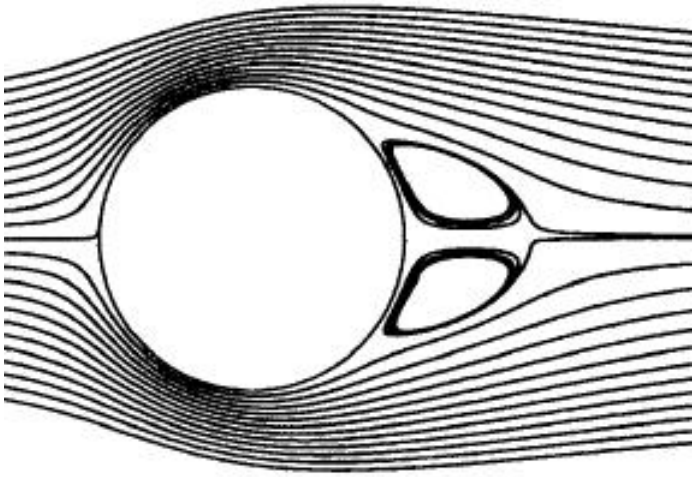


Figure 4.10 Lignes de courant selon Johnson et Patel [64].

Les deux graphiques (4.9) et (4.10) montrent indéniablement une grande ressemblance. On verra plus loin que les longueurs de recirculation (zone immédiatement en aval de la sphère) des deux cas sont très proches l'une de l'autre. On peut voir maintenant, ci-dessous, respectivement la distribution de vorticité de notre simulation (figure 4.11) suivie de celle de notre référence [64], figure (4.12). Les isovaleurs des deux figures (4.11 et 4.12) sont les mêmes.

On constate ici aussi qu'il y a une grande ressemblance dans la structure de la vorticité dans les deux cas. Les différences proviennent essentiellement de la faible résolution de notre maillage dans le sillage de la sphère.

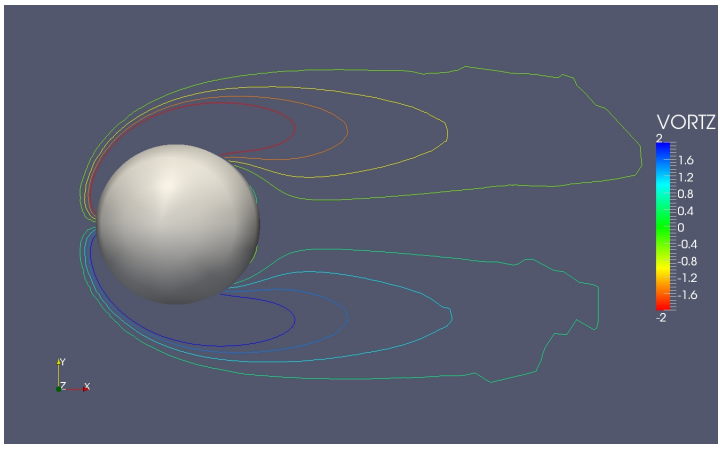


Figure 4.11 Iso-valeurs de la composante selon z de la vorticité

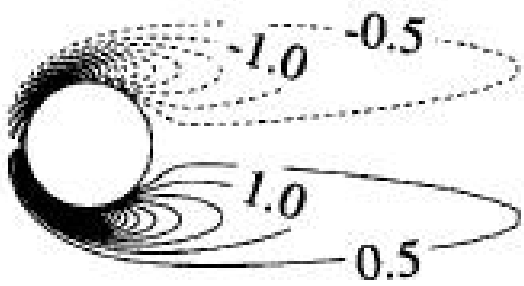


Figure 4.12 Iso-valeurs de la composante selon z de la vorticité, résultat provenant des résultats 3D de Johnson et Patel [64].

Si maintenant, nous considérons le coefficient de traînée, nous obtenons respectivement pour les deux cas simulés $C_D = 1.606181$ (avec un ratios de blockage de 0.09%) et 1.615318 (avec un ratios de blockage de 0.35%) . Nos résultats sont comparables au résultat obtenu dans [64], le coefficient de traînée étant de 1.57. Nos résultats sont donc égaux au résultat de Johnson et al. [64] à 2% et 3% près. Ces différences sont sans doute attribuables au maillage. Bien que nos maillages soient très fins à proximité de la sphère, le sillage n'est pas assez bien résolu, ce qui peut affecter la traînée. Malgré ces différences, nous avons avec le code 3D d'assez bons résultats.

Maintenant, on peut considérer la longueur de recirculation. L'étude de la composante

selon x du champ de vitesse (u) en fonction de la position selon l'axe des x (direction parallèle à l'écoulement), permet de trouver la longueur de recirculation. Le passage par zéro de u en aval de la sphère indique l'endroit où se termine la zone de recirculation. On voit ci-dessous un graphique de u en fonction de x le long d'un axe parallèle à l'écoulement et passant par le centre de la sphère. Notons que sur le graphique suivant (figure 4.13), la surface de la sphère se trouve en $z = 0.0$ et que son rayon est de 0.5. Notons aussi que la longueur de recirculation est calculée à partir du centre de la sphère. On voit donc clairement que la longueur de la

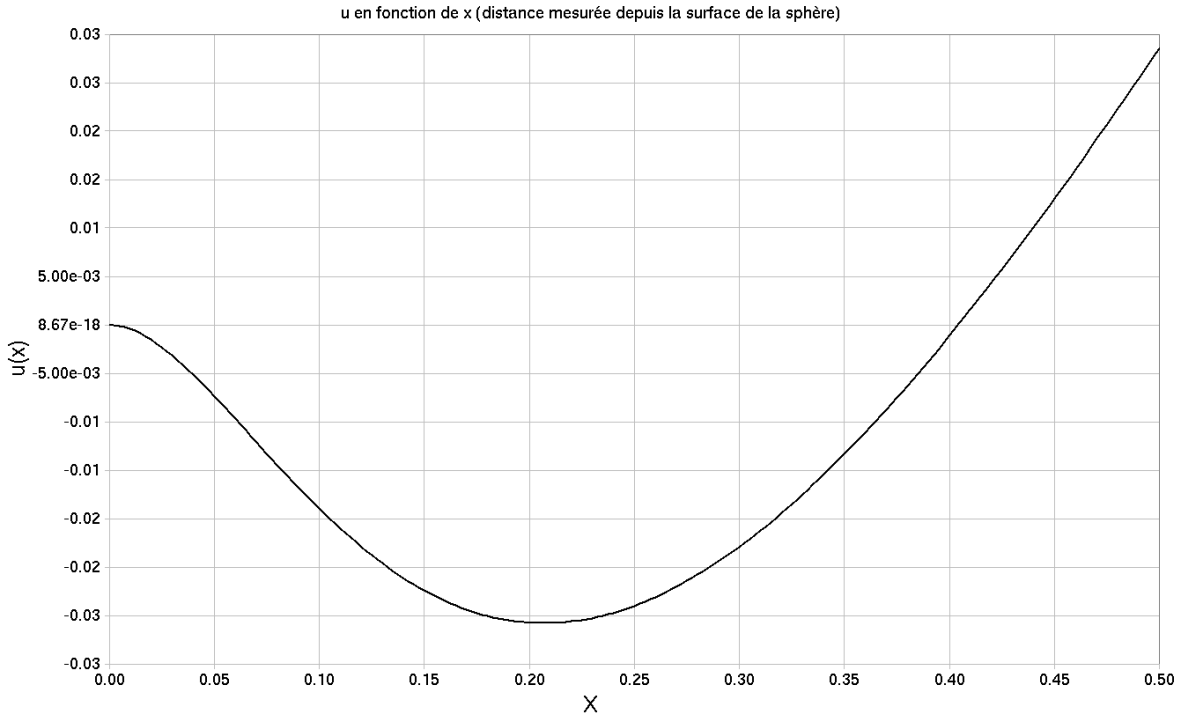


Figure 4.13 Composante u en fonction de x le long d'une droite parallèle à l'écoulement et passant par le centre de la sphère.

zone de recirculation est d'environ 0.9, alors que celle rédite dans Patel et Johnson est de 0.94. Cette différence est d'environ 4 %. Cette écart peut sans doute s'expliquer, ici encore, par notre sillage mal résolu. On peut donc dire en résumé que nous avons bien obtenus les mêmes résultats que ceux décrits dans l'article de Johnson et Patel ce qui nous permet de poursuivre notre processus de validation.

4.3.2 Écoulement uniforme autour d'un Cube fixe à Re = 50

Le cas d'un écoulement autour d'un cube est une problématique plus proche du problème central qui nous intéresse à savoir l'étude des interactions entre un cylindre carré et un écoulement uniforme. Ici toutefois, l'écoulement est stationnaire et il n'y a pas de mouvement du corps solide. Il reste malgré tout que la géométrie présente des particularités dont des arêtes vives qui provoquent le décollement de l'écoulement. Les efforts sont importants dans notre étude, notre attention se porte donc encore sur le coefficient de traînée. Nous avons considéré pour ce test un écoulement autour d'un cube à un nombre de Reynolds égal à 50 . L'écoulement est symétrique par rapport aux plans xy, yz et symétrique par rapport aux plans à 45° et -45° par rapport à l'axe y. Il ne perd sa symétrie que pour des valeurs du nombre de Reynolds bien plus élevés que 50 [18]. Plutôt que de simuler un écoulement autour d'un cube complet, nous nous sommes limité à un quart de cube, étant donné que la symétrie de l'écoulement nous le permet. Nous avons analysé les résultats du coefficient de traînée pour trois maillages de finesse croissante, en voici les nombres de noeuds : 300.000, 600.000 et 990.000. Ces maillages non-structurés ne sont pas emboîtés et sont raffinés de façon uniforme. On peut voir sur les figures (4.14 et 4.15) une illustration de la géométrie ainsi qu'une illustration du maillage.

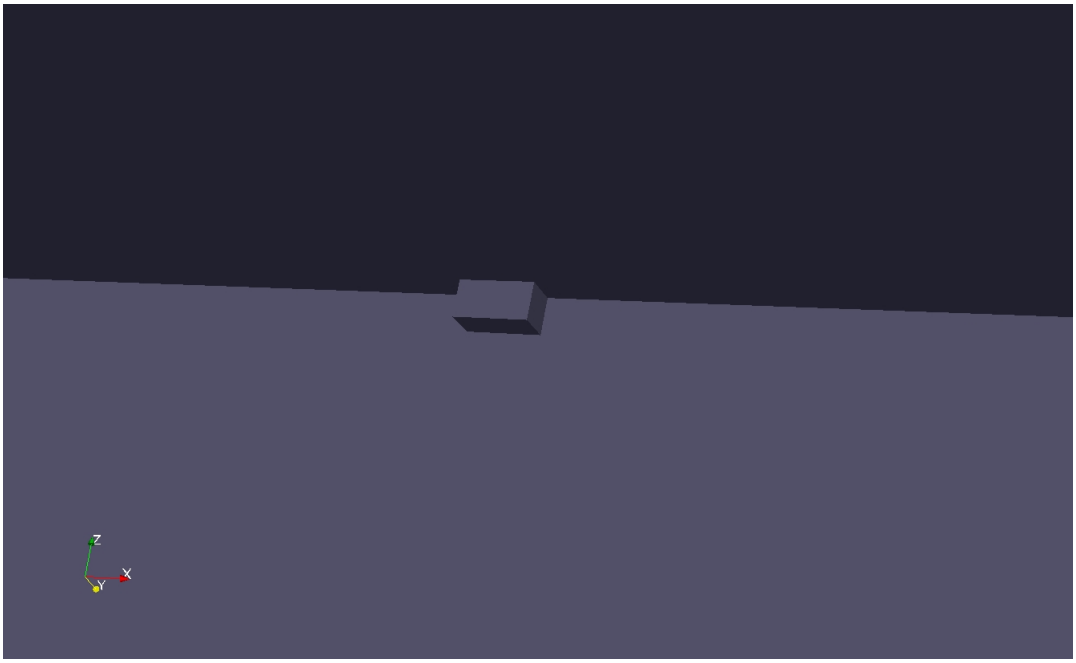


Figure 4.14 Géométrie : quart de cube, des conditions de symétrie sont appliquées sur les frontières du haut et au fond.

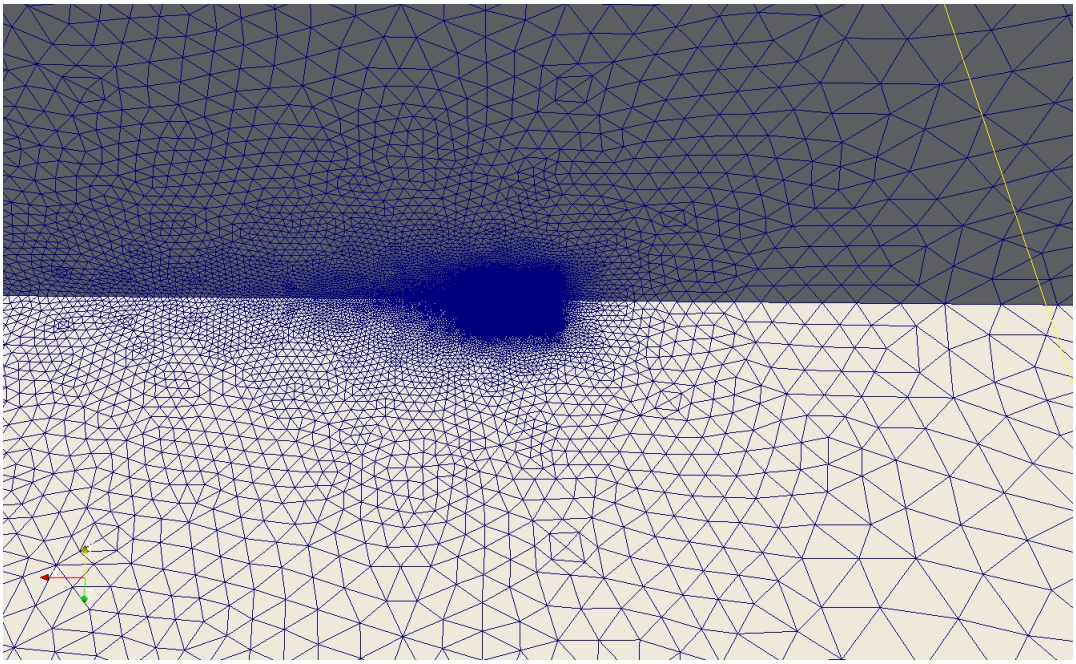


Figure 4.15 Maillage du quart de cube.

L'article de Saha [18] donne une valeur du coefficient de traînée pour ce problème de $C_D = 1.78$. Celles que nous avons obtenues se trouvent dans le tableau 4.2.

L'écart entre notre valeur et celle de notre référence est de 5.8%. Étant donné que la valeur du coefficient de traînée tirée de l'article de Saha [18] est aussi le produit de calculs numériques et non pas une valeur théorique, des erreurs numériques peuvent expliquer le léger écart qui ressort de notre comparaison. On peut donc considérer que nous obtenons des résultats très similaires à ceux de notre référence.

Nous pensons donc que l'ensemble des tests effectués sur les cas stationnaires sont assez satisfaisant pour passer à l'étape de validation de notre méthode du repère relatif sur des cas instationnaires.

Tableau 4.2 Coefficients de traînée.

Maillage (nb noeuds)	C_D
300.000	1.88300
600.000	1.88294
990.000	1.88296.
Valeur de référence	1.78

4.4 Validation 3D en repère relatif

4.4.1 Comparaison 2D et 3D en repère relatif : cylindre carré infini mobile (2D) versus cylindre carré infini mobile (3D), Re = 200, $U_R = 40$, $m^* = 5$

Des simulations 3D instationnaires ont été réalisées afin de nous assurer que la méthode était valide dans ce contexte. Dans un premier temps, nous avons comparé les résultats d'une simulation 2D à ceux de simulations 3D. Celles-ci consistent en des écoulements uniformes autour d'un cylindre carré de hauteur finie. Les simulations 2D et 3D sont ici théoriquement équivalentes au problème 3D d'un cylindre de hauteur infinie. Dans le cas 2D, cette équivalence vient du fait que l'application d'une translation le long du cylindre (direction z) infini laisse invariant l'écoulement autour du cylindre (la simulation 2D correspond donc a une tranche du problème 3D infini). Dans le cas de l'équivalence entre le cylindre infini et le cylindre de hauteur finie (unitaire), elle vient des conditions frontières de symétrie imposées aux extrémités du cylindre fini (voir ci-dessous). Évidemment, il a été démontré que l'écoulement devient 3D et donc perd son invariance par translation à une valeur critique du nombre de Reynolds inférieure à celle de nos simulations (Re =200) (la valeur critique des instabilités de type mode A est $Re_c = 163$). Au nombre de Reynolds étudié, il n'y a donc pas véritablement d'équivalence entre la tranche 2D du cylindre infini et le cas 3D, néanmoins nous pensons que les déplacements transversaux du cylindre et les efforts de portance doivent être assez similaires dans nos cas 2D et 3D. Ceci est d'autant plus vraisemblable que la longueur d'onde du mode A (environ 4 D) est supérieure à la hauteur du corps rigide (hauteur de 1D). Il en résulte donc que l'instabilité ne risque pas de s'établir. Ceci étant dit, voici une description détaillée des caractéristiques des deux simulations :

1) Cas 2D (maillage de 160.000 noeuds) : Simulation en repère relatif d'un corps rigide 2D de section carrée pouvant se mouvoir transversalement à l'écoulement. On impose les conditions frontière suivantes :
a) En entrée, le champ de vitesse imposé est : $u = 1$, $v = -V_{\text{corps}}$,
b) Partout ailleurs sur les frontières extérieures le champ de vitesse est : $u =$ libre, $v = -V_{\text{corps}}$,
c) Sur le corps lui-même, on impose des conditions de non-glissement et de non-pénétration : $u = v = 0$.

Tel qu'évoqué plus haut, cette simulation est analogue à un cylindre à section carrée de hauteur infinie (la 3e dimension étant orientée selon l'axe z). Ce corps rigide a un degré de liberté dans la direction transversale à l'écoulement (direction y).

2) Cas 3D (maillages de 80.000 et 140.000 noeuds) : Simulations en repère relatif d'un corps rigide 3D de hauteur unitaire (la hauteur est orientée selon l'axe z). Sur les frontières extérieures on impose ceci :
a) En entrée le champ de vitesse est : $u = 1$, $v = -V_{corps}$ et $w = 0$,
b) Sur les faces supérieure et inférieure des conditions de symétrie sont imposées :
$u =$ libre, $v =$ libre et $w = 0$,
c) En sortie : $u =$ libre, $v =$ libre et $w =$ libre,
d) Sur les faces latérales : $u =$libre, $v = -V_{corps}$ et $w = 0$,
e) Sur le corps rigide, on impose le non-glissement et la non-pénétration : $u = v = w = 0$.

La figure (4.16) montre la géométrie et l'un des maillages employés. Le maillage est ici assez grossier et ne compte que 80.000 noeuds. Néanmoins plus de 400.000 équations doivent être résolues. Cette simulation vise à vérifier si les déplacements et les efforts correspondent bien à ceux de la simulation 2D.

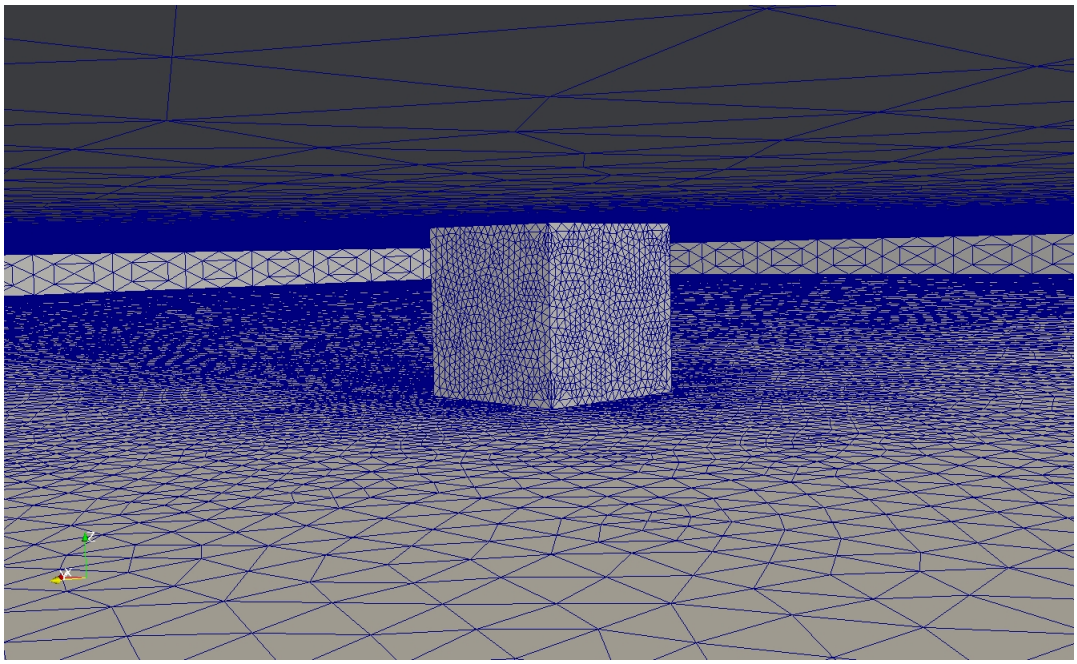


Figure 4.16 Maillage d'un cylindre infini en 3D.

Dans les cas 2D et 3D, la masse réduite du corps est de 5. La constante de rappel du ressort, la constante d'amortissement, la vitesse réduite et la viscosité (1/Re) ont respectivement pour valeurs : 0.1233, 0.0, 40.0 et 0.005 (Re=200). Notons que la taille caractéristique de l'écoulement (égale à l'unité) correspond à l'arête du corps rigide dans la direction transversale à l'écoulement (parallèle à l'axe y). Cette dernière est notée D.

Conformément au cas bidimensionnel, on doit s'attendre à ce qu'en régime établi, la structure soit soumise à un entraînement périodique provenant d'une part des tourbillons de l'allée de Von Karman et d'autre part provenant du galop. Ces deux phénomènes sont responsables des oscillations affectant le corps rigide. Ces phénomènes se manifestent donc sous la forme d'oscillations quasi-sinusoïdales de la position, de la vitesse du corps rigide et des efforts transversaux et en ligne. L'amplitude de l'oscillation du déplacement causé par les VIV et sa fréquence sont respectivement plus faible et plus grande que celles associées au galop.

Les figures (4.17) et (4.18), le cas 3D (80.000 noeuds) et le cas 2D, illustrent l'écoulement résultant des deux simulations. On trouve sur ces deux figures les contours de la composante selon z de la vorticité. On peut distinguer sur ces graphiques les grandes structures tourbillonnaires de l'allée de Von Karman. On peut constater la grande similarité des deux écoulements.

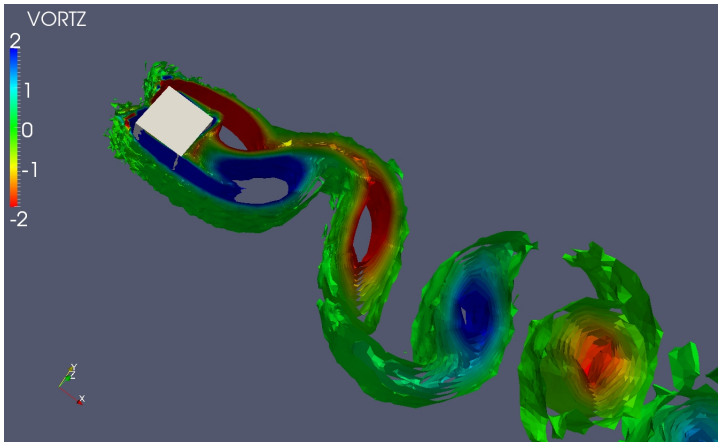


Figure 4.17 Composante selon z de la vorticité, cas 3D ($m^* = 5$).

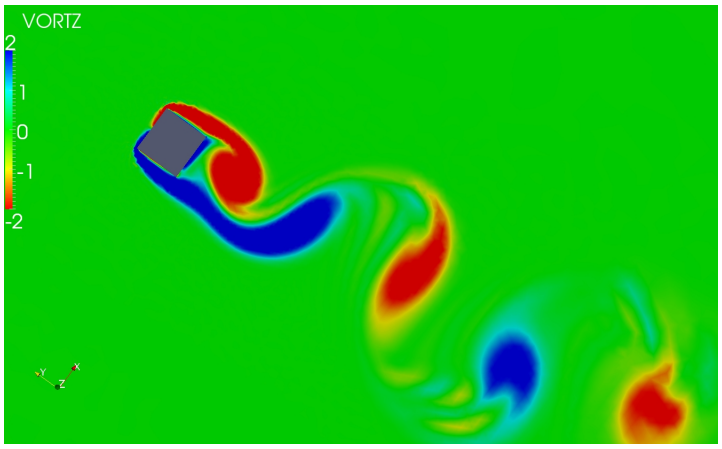


Figure 4.18 Composante selon z de la vorticité, cas 2D ($m^* = 5$).

Le test de validation de la méthode et de nos outils de simulation, repose sur la comparaison des amplitudes d'oscillations de la position et des efforts calculés en 2D et en 3D. On cherche aussi à vérifier que les fréquences sont semblables. On illustre ci-dessous, figures (4.19) et (4.20), le signal des déplacements, et des coefficients d'efforts transversaux de trois cas : deux cas 3D l'un sur un maillage de 80.000 noeuds, l'autre sur un maillage de 140.000 noeuds et enfin un cas 2D dont le maillage est de 160.000 noeuds.

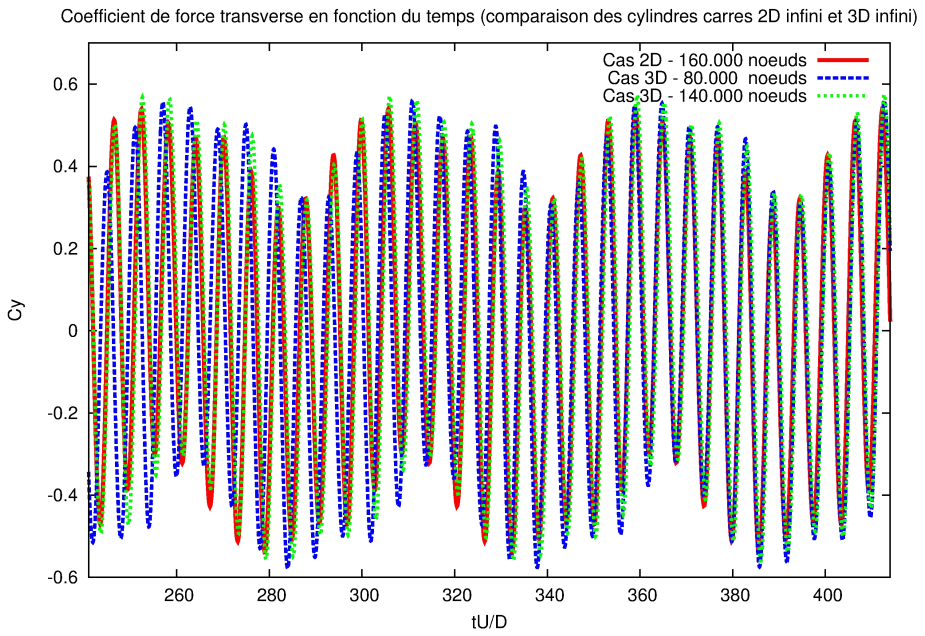


Figure 4.19 Coefficient d'effort transverse du cas 2D et des cas 3D (avec masse réduite $m^* = 5$).

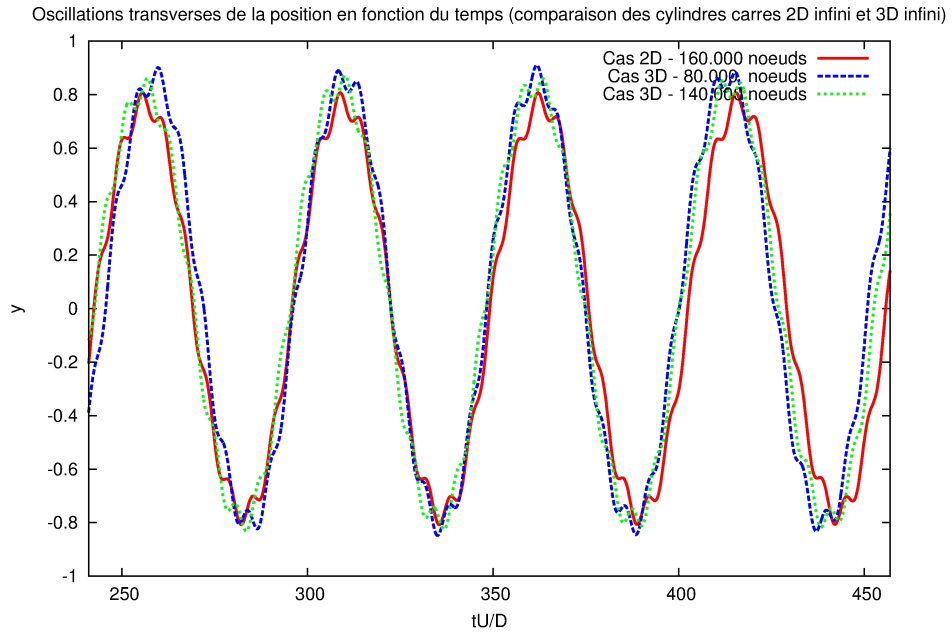


Figure 4.20 Amplitude du déplacement transverse du cas 2D et des cas 3D (avec masse réduite $m^* = 5$).

La figure (4.19) montre le coefficient de force transversale des trois cas : le cas 2D est en rouge, le cas 3D avec 80.000 noeuds est en bleu et le cas 3D à 140.000 noeuds est en vert. On constate que le signal du maillage 3D de 140.000 noeuds concorde mieux avec le signal du problème 2D. L'amplitude et la fréquence des VIV est moins bien résolue dans le cas du maillage 3D de 80.000 noeuds. La comparaison des valeurs rms du coefficient de force est montrée ci-dessous. Les simulations 3D sur le maillage de 80.000 noeuds et sur celui de 140.000 noeuds montrent des différences d'environ 6% lorsqu'ils sont comparés à la simulation 2D.
1) Cas 2D (160.000) : $C_{y_{\text{rms}}} = 0.32$
2) Cas 3D (80.000) : $C_{y_{\text{rms}}} = 0.34$
3) Cas 3D (140.000) : $C_{y_{\text{rms}}} = 0.34$

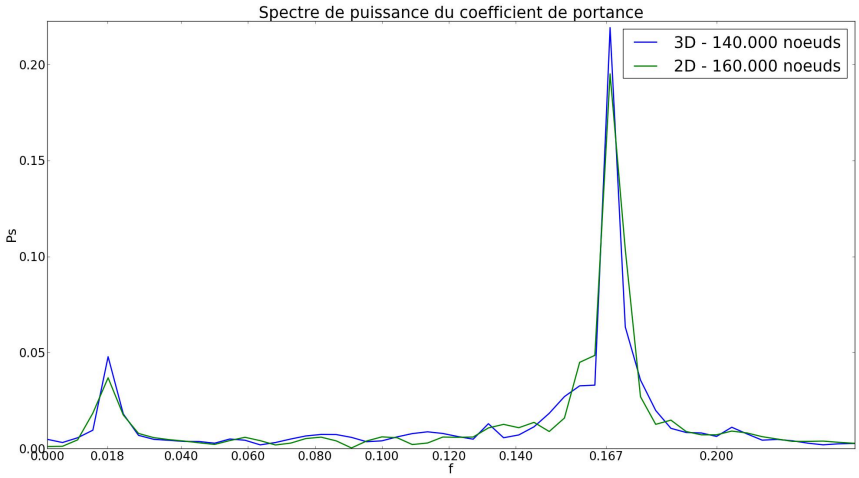
Où $C_{y_{\text{rms}}} = \left[1/T \int_0^T (C_y - C_{y_{\text{moy}}})^2 dt\right]^{1/2}$ et $T = 3T_{galop}$.

La figure (4.20) montre les oscillations de la position du corps rigide en fonction du temps des trois cas énumérés précédemment. Le signal du maillage 3D de 140.000 noeuds est en meilleur accord avec le signal du cas 2D que ne l'est celui du maillage 3D de 80.000 noeuds. Autant la fréquence de galop que l'amplitude d'oscillation est mieux résolue. On trouve ci-dessous les valeurs rms de l'amplitude de déplacement des trois cas :
1) Cas 2D (160.000) : $Y_{\text{rms}} = 0.55$
2) Cas 3D (80.000) : $Y_{\text{rms}} = 0.60$
3) Cas 3D (140.000) : $Y_{\text{rms}} = 0.58$

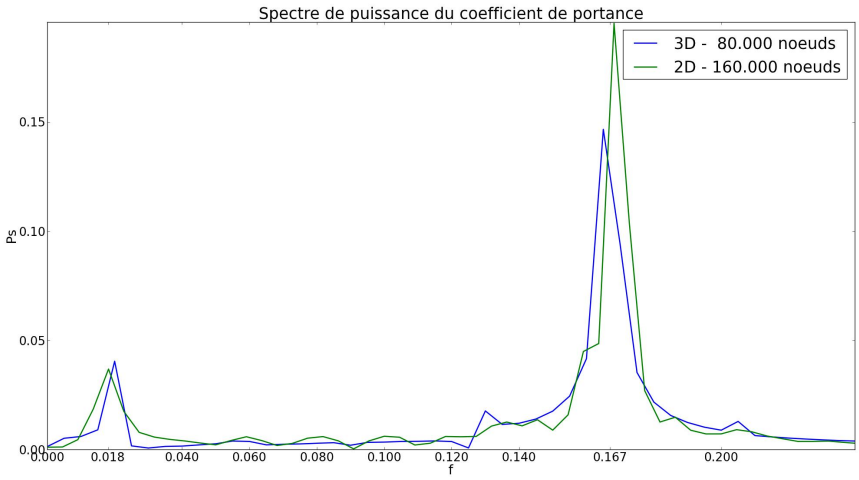
Où $Y_{\text{rms}} = \left[1/T \int_0^T (Y - Y_{\text{moy}})^2 dt\right]^{1/2}$ et $T = 3T_{galop}$.

Dans le cas du maillage 3D de 140.000 noeuds, la différence avec le cas 2D des valeurs rms du déplacement est d'environ 5% alors que dans le cas du maillage 80.000 noeuds la différence est de 9%.

On a ci-dessous, figure (4.21), les spectres de puissance du signal des coefficients de portance :



(a) Comparaison des cas test 2D (160.000 noeuds) et 3D (140.000 noeuds)



(b) Comparaison des cas test 2D (160.000 noeuds) et 3D (80.000 noeuds)

Figure 4.21 Puissances spectrales du coefficient de portance des cas test 2D (en vert) et 3D (en bleu), avec $m^* = 5$.

On constate que les contenus fréquentiels sont en bon accord. Sur la figure (4.21 a), on voit un pic de puissance spectrale de faible fréquence adimensionnelle qui apparaît à f = 0.0182 dans le cas 2D et 3D (à 140.000 noeuds). Notons que ce dernier pic est associé au galop, la période associée est de 55 unités adimensionnelles. Un autre pic de puissance spectrale (le plus imporant du spectre) de haute fréquence caractérisant les lâchés tourbillonnaires de

l'allée de Von Karman est aussi présent. Il est centré sur la fréquence 0.168 dans les cas 2D et 3D (à 140.000 noeuds). Ces fréquences correpondent assez bien aux valeurs rapportées par Luo pour un cylindre carré fixe (à Re =200)[10]. Ces pics correspondent à une émission de tourbillons toutes les 6.0 unités de temps adimensionnelles. Toutefois, comme observé sur la figure 4.19, on peut voir que les fréquences sont moins bien résolues dans le cas du maillage 3D à 80.000 noeuds (figure 4.21 b). Les fréquences de galop et des VIV sont dans ce cas de 0.0189 et 0.165. Les périodes de galop et des VIV sont listées ci-dessous :
1) Cas 2D : $P_{\text{galop}} = 55$, $P_{\text{VIV}} = 6.0$
2) Cas 3D (140.000 noeuds) : $P_{\text{galop}} = 55$, $P_{\text{VIV}} = 6.0$
3) Cas 3D (80.000 noeuds) : $P_{\text{galop}} = 53$, $P_{\text{VIV}} = 6.1$

En résumé, on peut considérer que ces résultats renforcent l'idée que nos outils sont adéquats pour aborder une situation physique inexplorée. Notons toutefois que quelques différences apparaissent entre le cas 2D et 3D (140.000 noeuds) dans la comparaison des amplitudes rms de déplacement et des coefficients de force. Ces écarts proviennent sans aucun doute de la différence entre les maillages utilisés en 2D et en 3D. Un maillage plus fin et plus concentré permettrait certainement de mieux résoudre les déplacements et les efforts et ainsi réduire l'écart observé. Dans la prochaine sous-section un test final beaucoup plus exigeant comportant tous les éléments problématiques est présenté.

4.4.2 Comparaisons 3D entre le pseudo-solide et la méthode du repère relatif

On compare ici la méthode du repère relatif et celle du pseudo-solide dans un cadre complet ; c'est-à-dire un problème instationnaire, 3D et comportant une interaction entre un fluide et un corps rigide indéformable mobile. La comparaison est établie par rapport aux résultats obtenus par notre code en 3D mais avec l'utilisation du pseudo-solide. Le problème est celui du cylindre infini de hauteur unitaire avec des conditions de symétries pour conditions frontière supérieure et inférieure. Ce test est l'analogue de celui de la section précédente où la comparaison était établie entre le cas 3D et le cas 2D, mais cette fois la référence provient d'une simulation 3D utilisant la méthode du pseudo-solide. Notons que les deux simulations, celle avec le pseudo-solide et celle avec le repère relatif, ont été réalisé sur le même maillage de 80.000 noeuds.

On peut voir figure 4.22 la concordance entre les signaux de l'oscillation transversale de la position.

Si on considère maintenant les signaux du coefficient de portance, on voit là encore un bon

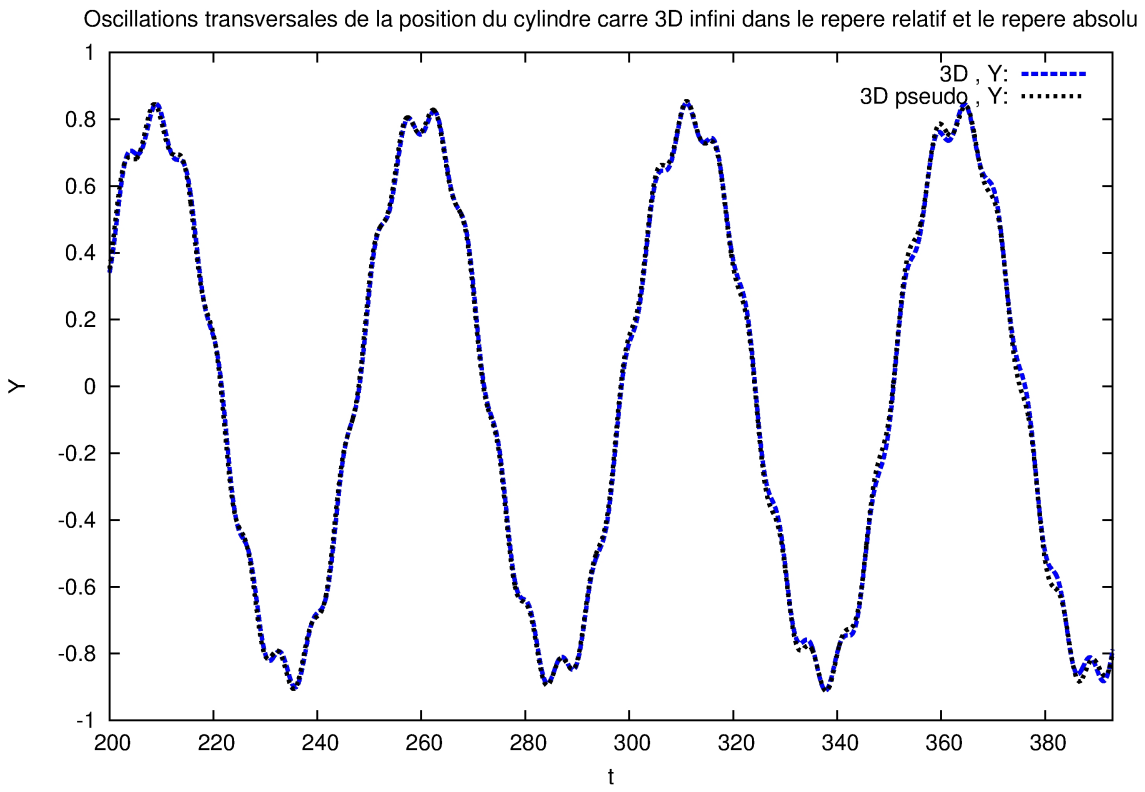


Figure 4.22 De l'oscillation transversale de la position en repère relatif et en repère absolu ($m^* = 5$).

accord entre les données de la simulation utilisant le pseudo-solide et la simulation utilisant le repère relatif. On peut voir cette comparaison sur la figure 4.23 .

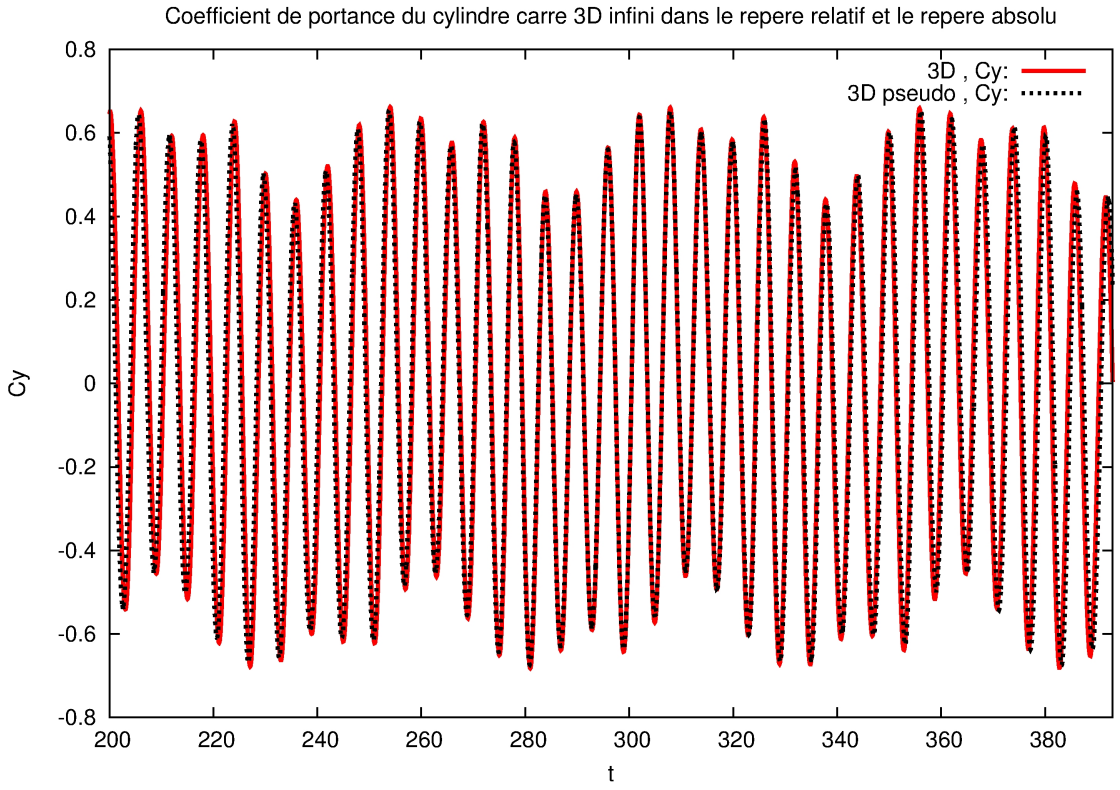


Figure 4.23 De l'oscillation transversale de la position en repère relatif et en repère absolu ($m^* = 5$).

L'analyse du spectre de puissance de la figure (4.24) indique aussi que le contenu fréquentiel est très similaire.

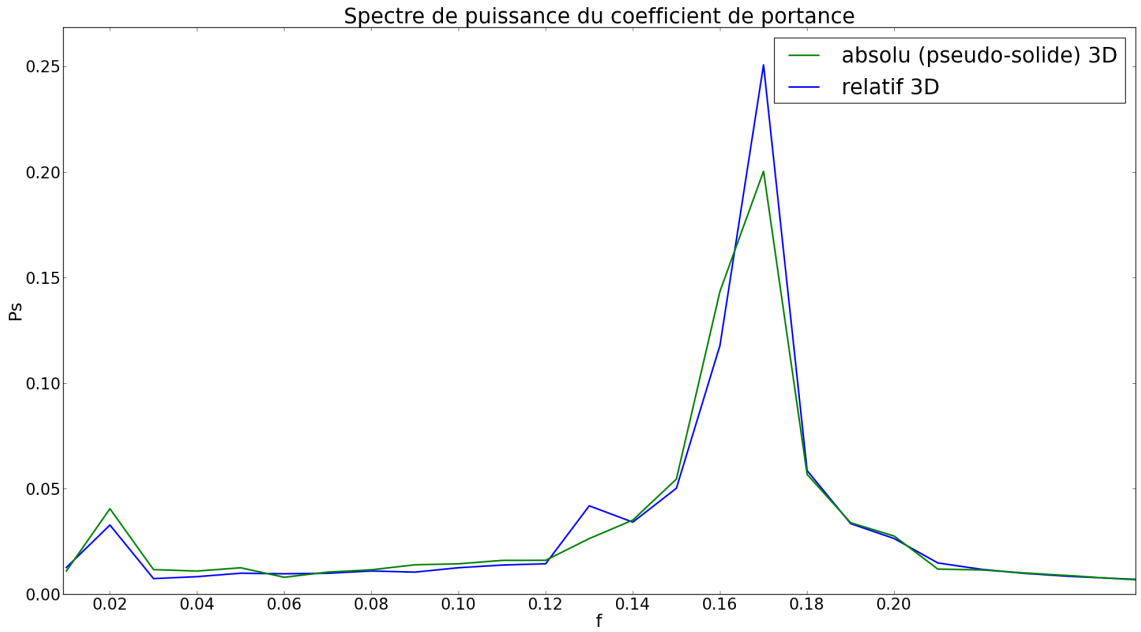


Figure 4.24 Comparaison du spectre de puissance du coefficient de portance pour les cas 3D en repère relatif et en repère absolu (utilisant le pseudo-solide) ($m^* = 5$).

La fréquence du galop (oscillations lentes) est la même pour les deux cas et il en va de même pour la fréquence des VIV (oscillations rapides). Les périodes de galop et des VIV sont listées ci-dessous :

1) Cas 3D (repère absolu et relatif) : $P_{\text{galop}} = 53$

2) Cas 3D (repère absolu et relatif) : $P_{\text{VIV}} = 6.1$

On peut considérer ci-dessous l'écoulement pour les deux cas. On présente d'abord des contours de la vorticité selon z.

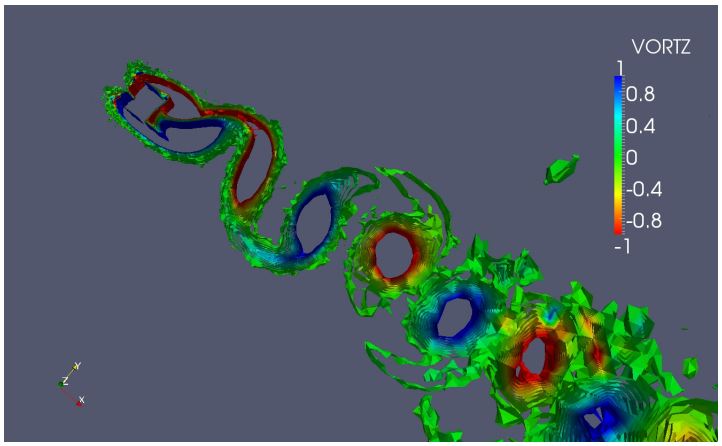


Figure 4.25 Composante z de la vorticité dans le repère relatif ($m^* = 5$).

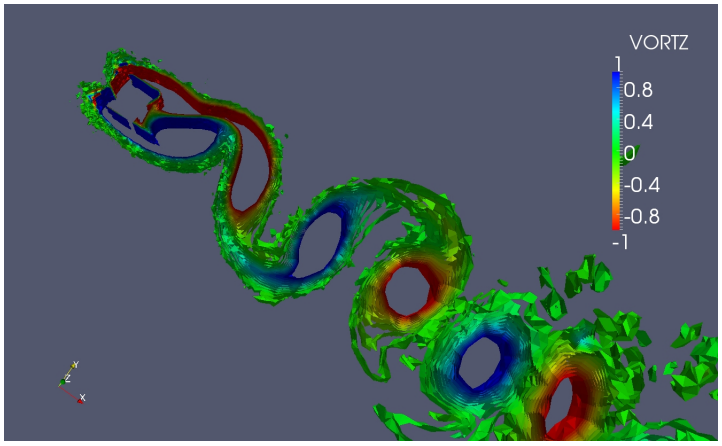


Figure 4.26 Composante z de la vorticité dans le repère absolu (avec masse réduite $m^* = 5$).

Ensuite, on présente le champ de vecteurs avec un code de couleur correspondant à l'amplitude de la composante u du vitesse. D'un point de vue plus qualitatif, on peut voir que

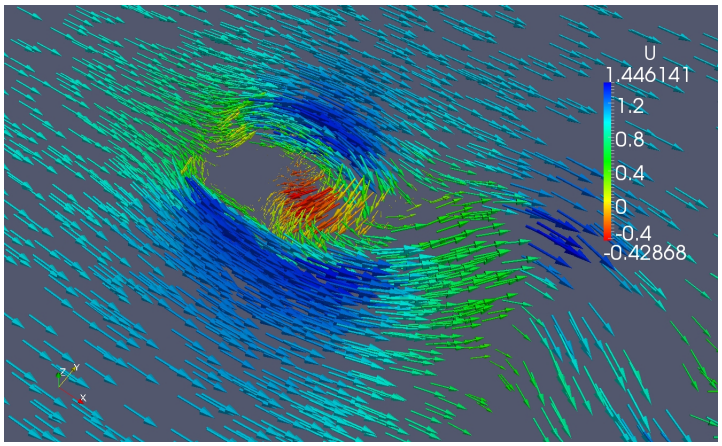


Figure 4.27 Champ de vitesse coloré en fonction de l'amplitude de la composante u de la vitesse dans le repère relatif (avec masse réduite $m^* = 5$).

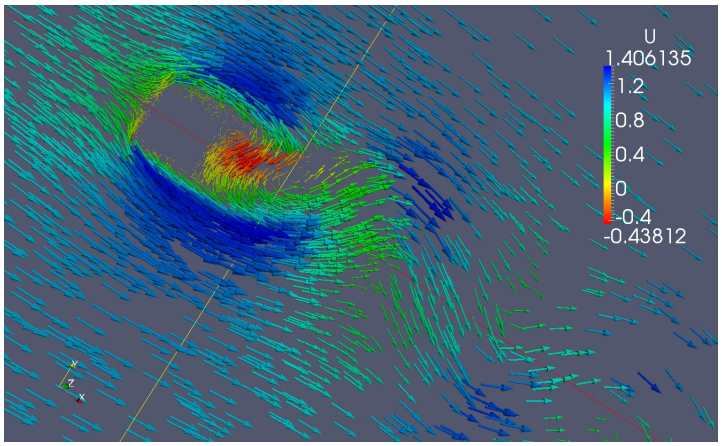


Figure 4.28 Champ de vitesse coloré en fonction de l'amplitude de la composante u de la vitesse dans le repère absolu (utilisant le pseudo-solide) (avec masse réduite $m^* = 5$).

la comparaison des champs de vitesse (figures 4.27 et 4.28) et la comparaison de la vorticité (figures 4.25 et 4.26) indiquent un bon accord de la simulation en repère relatif avec la simulation dans le repère absolu (méthode du pseudo-solide). On peut donc conclure à partir de ce dernier test que notre code 3D et notre méthode du repère relatif sont prêts à aborder une problématique physique complexe inexplorée. Nous pouvons donc passer à l'étude du galop et son interaction avec les VIV.

CHAPITRE 5

Étude du Galop en 3D

Étant donné que nous sommes parvenus à montrer que nos outils de calculs sont aptes à aborder des problèmes d'interaction fluide-structure tridimensionnels encore inexplorés, nous abordons dans ce chapitre l'étude du galop en 3D. Nous y étudierons l'influence de différents paramètres sur l'amplitude du galop. D'abord, nous étudierons l'effet du ratio de masse, nous vérifierons que l'amplitude du galop dépend du ratio de masse de la même façon en 3D qu'en 2D tel que cela est rapporté par Joly et al. [28]. En particulier nous chercherons à vérifier qu'il existe bien un ratio de masse en-deçà duquel l'amplitude du galop s'annule. Ensuite, nous étudierons l'effet de l'élancement sur l'amplitude du galop. Nous chercherons à savoir si ce paramètre a un effet sur le galop et sur les VIV. Nous étudierons aussi l'effet de la garde au sol. Nous analyserons l'influence de ce paramètre sur le galop et les VIV et nous chercherons à déterminer s'il est plus ou moins important que l'effet dû à l'élancement. Enfin, nous chercherons à identifier et comprendre les mécanismes et les structures de l'écoulement qui jouent des rôles importants dans l'interaction des VIV, de la garde au sol et du galop.

5.1 Étude de convergence

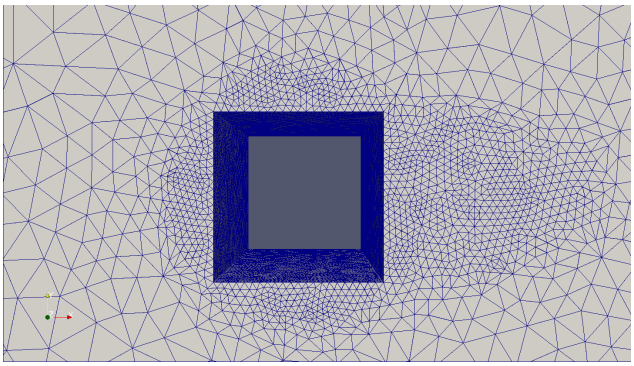
Avant de réaliser la simulation 3D du galop d'un cylindre à section carrée, nous avons effectué des études de convergence par raffinement du maillage et par raffinement du pas de temps afin d'évaluer le degré de fiabilité de nos résultats. Tel que rapporté dans le chapitre vérification et validation, nous nous sommes préalablement prémunis contre les erreurs liées au code. Nous avons donc une grande confiance en la capacité de nos outils à aborder un problème d'interaction fluide-structure et de le résoudre adéquatement. Maintenant, il faut nous assurer que les erreurs numériques imputables à notre résolution spatiale et temporelle limitées sont suffisament faibles pour obtenir des résultats exploitables et significatifs. L'analyse de convergence portera sur les quantités les plus importantes de notre problème, c'est à dire sur le déplacement du corps rigide et le coefficient d'effort transversal (coefficient de portance). Nous porterons aussi notre attention sur la convergence de la masse ajoutée, paramètre sensible et important en interaction fluide-structure. Cette dernière quantité correspond à la masse de fluide qui s'ajoute à celle du corps quand ce dernier est accéléré. On peut l'obtenir en comparant la fréquence naturelle de la structure (f_n) à la fréquence de galop (f_g) de cette dernière dans le fluide. L'expression (5.1) nous a permis d'estimer la masse

ajoutée de fluide :

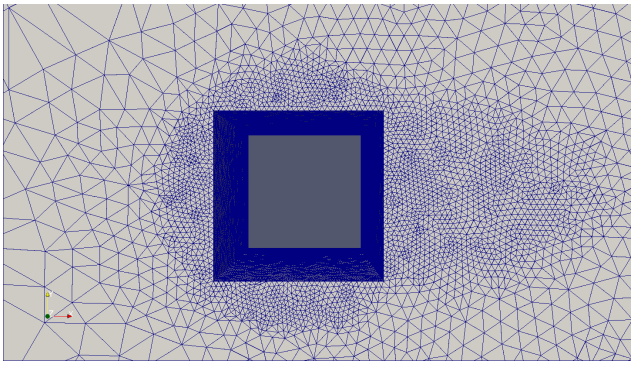
$$m_a = m^* \Big[(f_n/f_g)^2 - 1 \Big] \tag{5.1}$$

5.1.1 Convergence en maillage

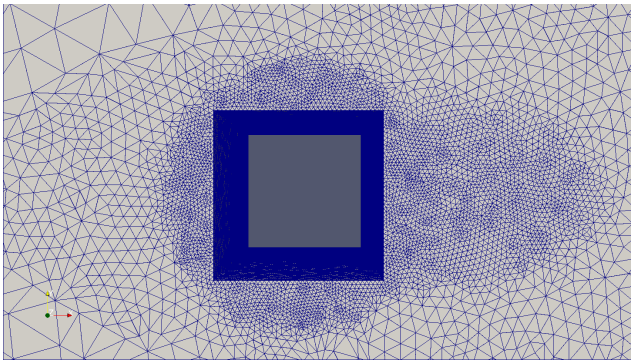
La taille des maillages employés sont : 50.000, 138.000, 246.000 et 378.000 noeuds. Les trois premiers maillages ont été réalisés à partir du maillage le plus fin. On a simplement multiplié par un certain facteur le champ scalaire des tailles des éléments de façon à rendre ces derniers de plus en plus grossiers. Dans le domaine de calcul, ce facteur est partout le même. Donc, lorsqu'on passe d'un maillage à l'autre le rapport de la taille des éléments est spatialement uniforme. Sur les figures (5.1) et (5.2), on peut voir les maillages du dessus.



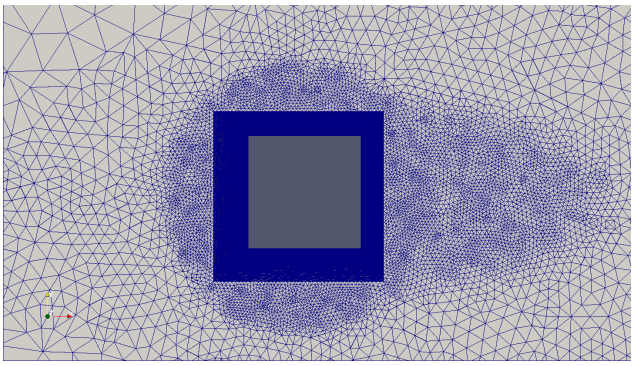
(a) 50.000 noeuds



(b) 138.000 noeuds

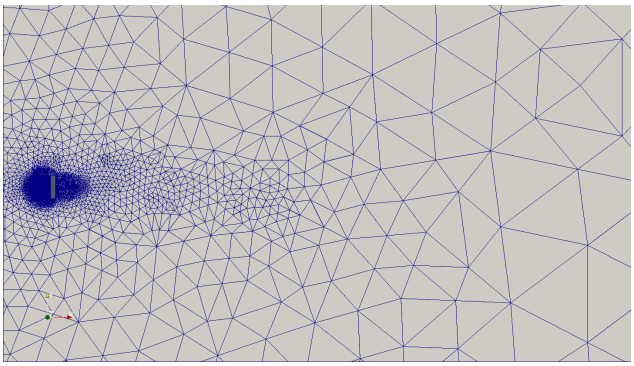


(c) 246.000 noeuds

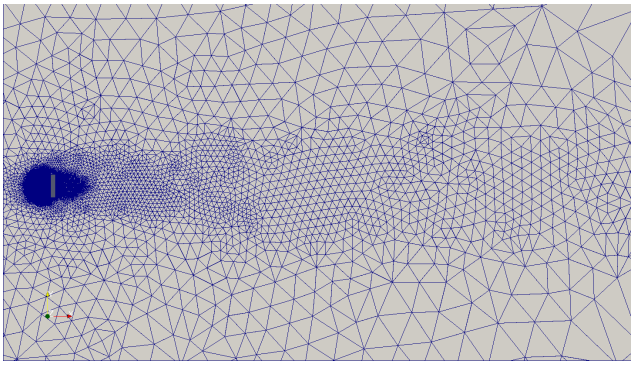


(d) 378.000 noeuds

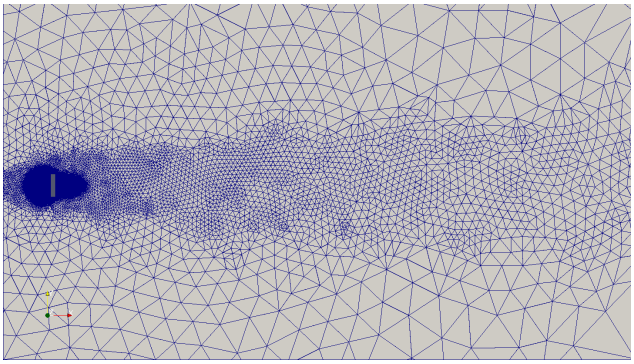
Figure 5.1 Maillages



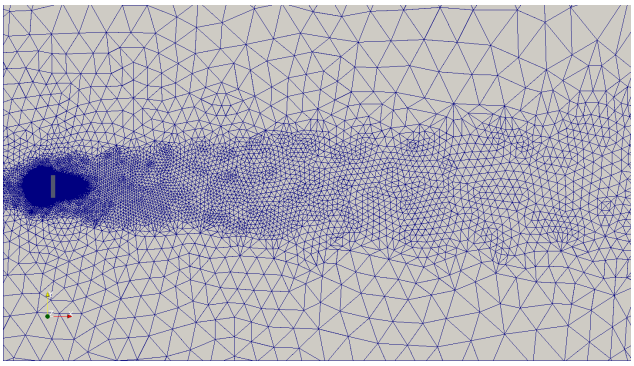
(a) 50.000 noeuds



(b) 138.000 noeuds



(c) 246.000 noeuds



(d) 378.000 noeuds

Figure 5.2 Maillages

Les signaux de déplacement du corps rigide pour les différents maillages ont été comparés entre eux. La même comparaison a été réalisée avec les signaux du coefficient de l'effort transversal. On illustre sur les figures qui suivent (figures 5.3 et 5.4) comment se comportent globalement les signaux de déplacement et du coefficient d'effort en fonction de la finesse du maillage. On notera qu'en raison du fait que les maillages sont différents les solutions ne se développent pas exactement de la même façon. Toutefois, un attracteur (ici un cycle limite) attirent les solutions vers un régime non-transitoire et approximativement périodique. Nous comptons donc sur l'existence de ce régime périodique pour comparer nos solutions. Pour bien illustrer les comparaisons, il nous a fallu recaler les signaux les uns par rapport aux autres.

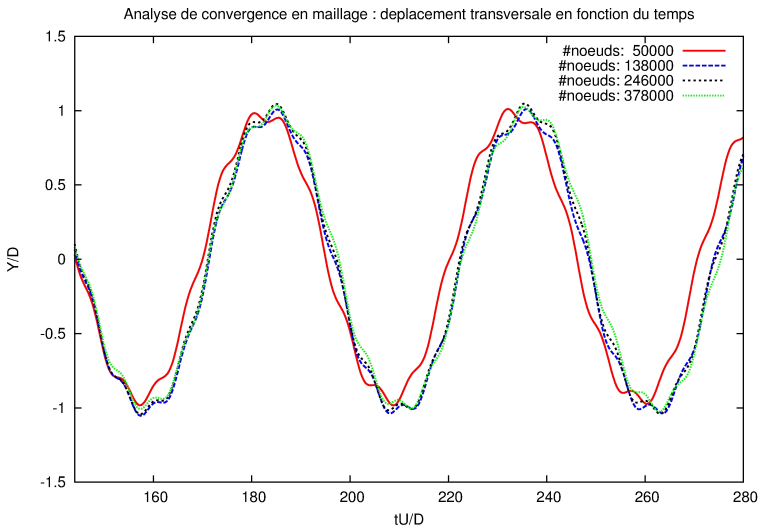


Figure 5.3 Signaux du déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour différentes finesses de maillage.

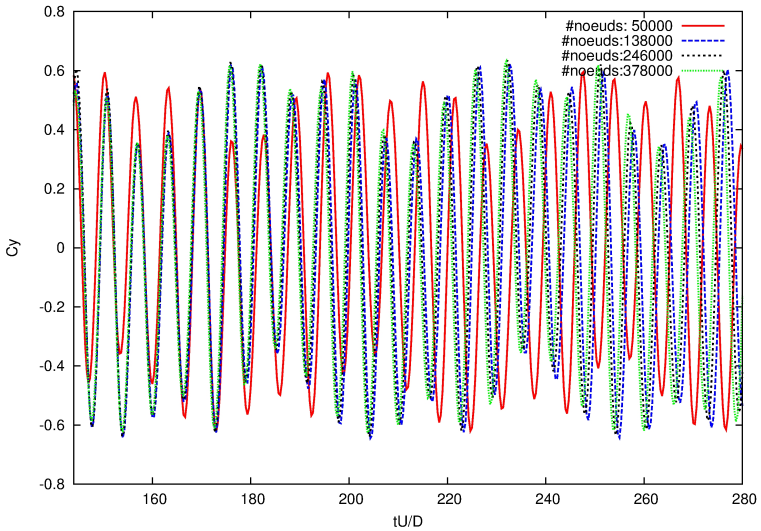


Figure 5.4 Signaux du coefficient d'effort transversal en fonction du temps (adimensionnel) pour différentes finesses de maillage.

Nous précisons ici les caractéristiques du cas test employé pour l'analyse de convergence en maillage et en temps.

1. Valeur du nombre de Reynolds (Re) : 200
2. Vitesse réduite (U_R) : 40
3. Ratio de masse (m^*) : 5
4. Élancement : infini
5. Longueur de simulation du corps rigide : 2

Le choix du cas test a été motivé principalement par les éléments suivants :

1. Les nombres adimensionnels Re = 200 et $U_R = 40$ nous permettent d'obtenir une analyse de convergence dans un contexte où le galop est présent.
2. Le ratio de masse $m^* = 5$ permet d'obtenir une simulation dont le signal n'est pas trop perturbé ce qui permet la comparaison des signaux caractérisant la dynamique du solide.

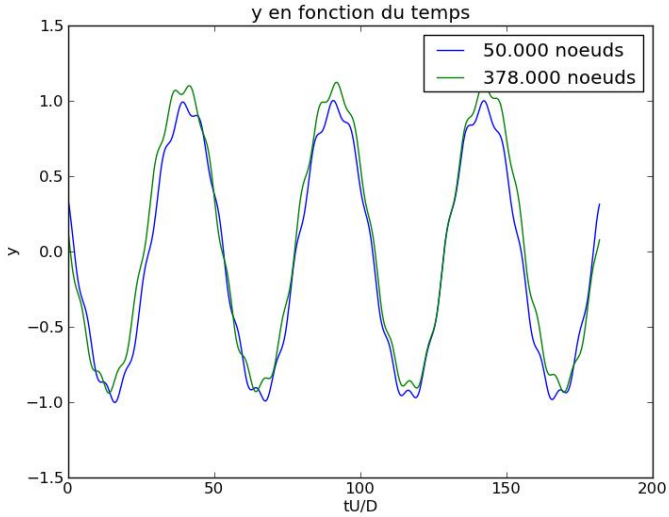
La mesure des différences entre les solutions est basée sur l'expression 5.2. Cette distance est calculée entre les signaux de la solution de référence (le maillage comptant 378.000 noeuds) et ceux des trois autres maillages plus grossiers.

$$D_i = D(S_{ref}, S_i) = \frac{\sum_{j=0}^{N} \mid S_{ref}(t_j) - S_i(t_j) \mid}{\sum_{k=0}^{N} \mid S_{ref}(t_k) \mid} \tag{5.2}$$

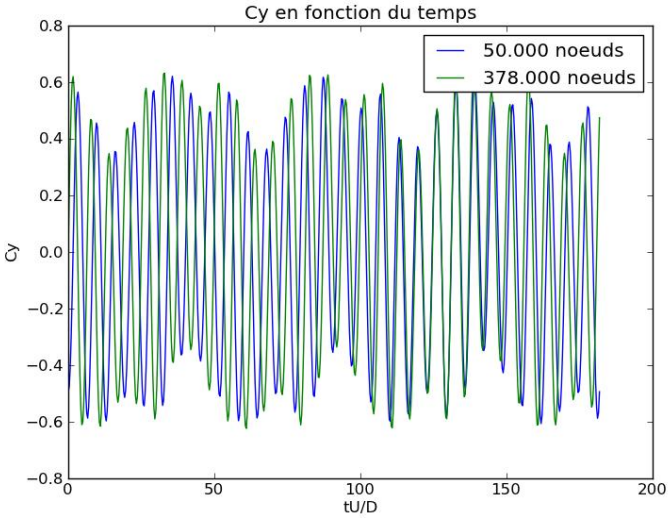
Ici, S_{ref} et S_i sont respectivement le signal de référence et le signal comparé. D_i est la distance relative totale entre les deux signaux, elle est obtenue en sommant la valeur absolue des différences entre les signaux sur le nombre de pas de temps (N+1) contenus dans la portion du signal sélectionnée. Cette somme de différences est normalisée par la somme sur le nombre de pas de temps de la valeur absolue du signal de référence. N est évidemment le même pour les signaux des différents maillages. Cette mesure a été réalisée sur la portion du signal où le régime périodique est établi et sur des portions de signal qui ont été recalés par rapport au signal de référence. Le recalage a été réalisé de façon à obtenir la distance minimale. Voici donc le résultat de nos comparaisons (voir le tableau 5.1) :

Tableau 5.1 Distance minimale entre les signaux de la référence (maillage de 378.000 noeuds) et ceux des maillages plus grossiers.

Maillage (nb noeuds)	Distances relative entre signaux Y	Distances relative entre signaux C_y
50.000	18%	118%
138.000	15%	46%
246.000	11%	19%

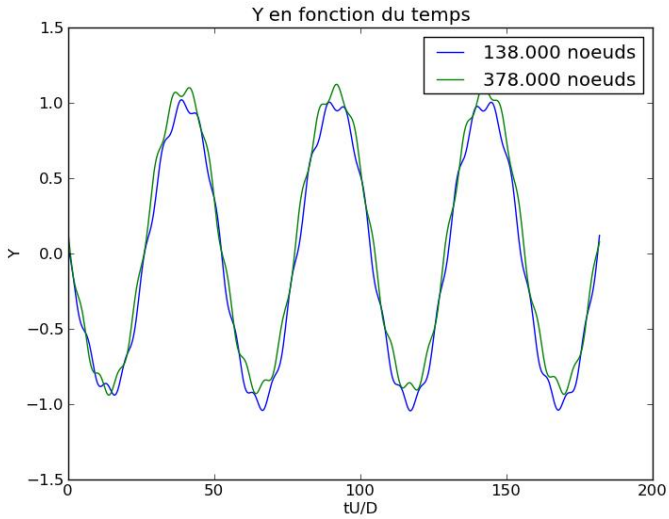


(a) 50.000 noeuds, Y

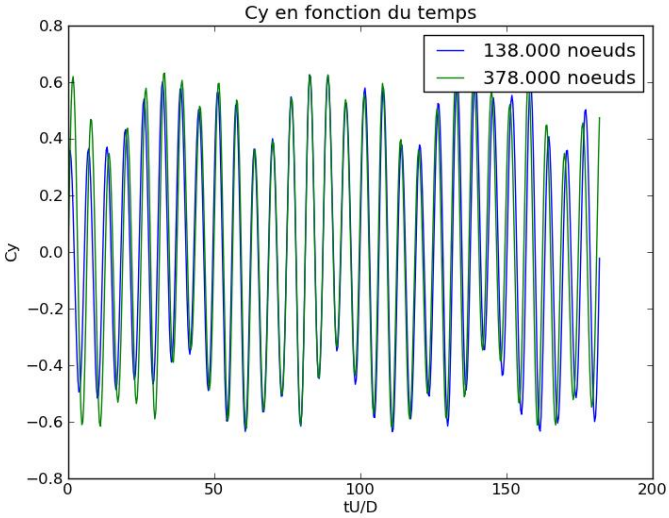


(b) 50.000 noeuds,Cy

Figure 5.5 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal.

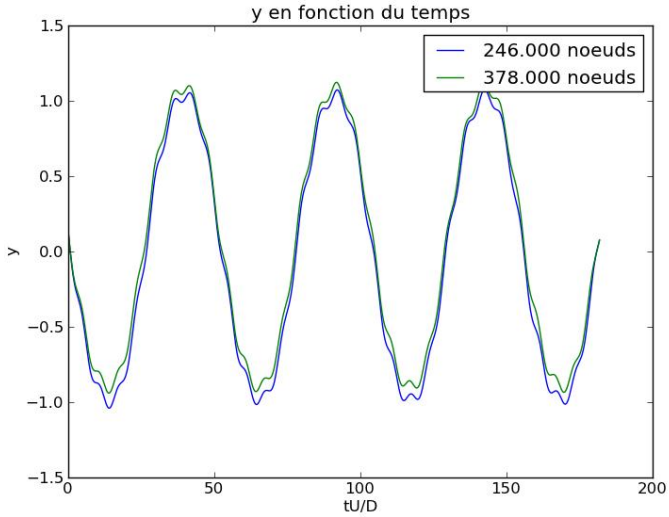


(a) 138.000 noeuds, Y

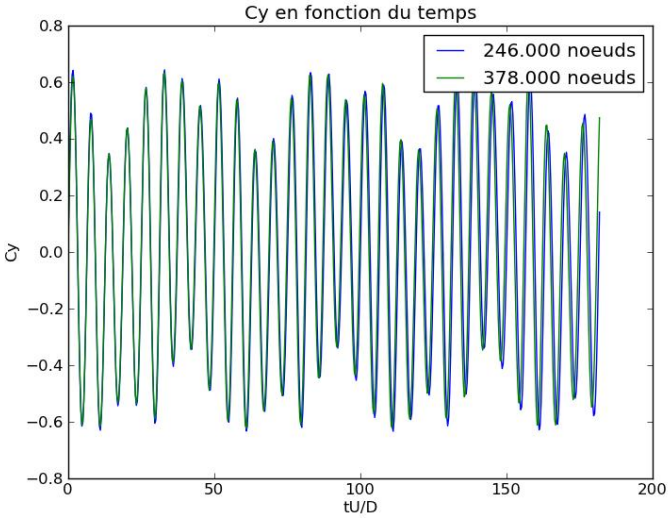


(b) 138.000 noeuds,Cy

Figure 5.6 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal.



(a) 246.000 noeuds, Y

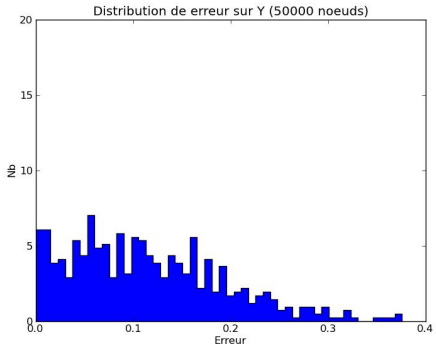


(b) 246.000 noeuds,Cy

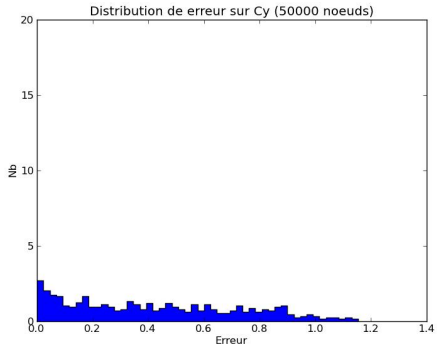
Figure 5.7 Comparaison des signaux a) de déplacement b) du coefficient d'effort transversal.

On constate que la distance tend à diminuer progressivement, comme on s'y attend, avec l'augmentation de la résolution. On constate aussi que la convergence est plus rapide pour les efforts que pour le déplacement. Les figures (5.5 a et b) montrent qu'un déphasage s'accentue avec le temps entre les signaux. On en déduit que le maillage de 50.000 noeuds n'est clairement pas assez résolu. Sur les figures (5.6 a) et (5.7 a), on voit qu'il n'y a pas beaucoup de différences entre les signaux pour les maillages les plus fins, seul le pic du déplacement transversal varie autour du signal de référence. Les figures (5.6 b) et (5.7 b) montrent qu'il n'y a plus de déphasage et que les signaux sont très proches de la référence. On peut donc dire que le maillage idéal doit avoir au-moins 138.000 noeuds.

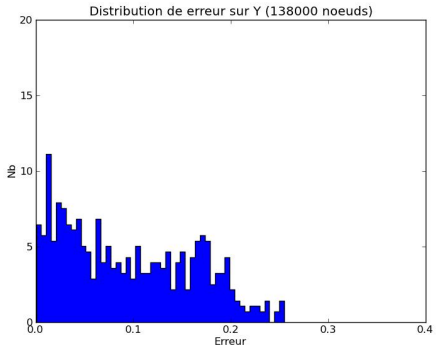
On peut voir ci-dessous (figures 5.8 a,b,c,d,e et f), la distribution de l'erreur ($\mid S_{ref}(t_j) - S_i(t_j) \mid$) en fonction du raffinement des maillages. Les histogrammes montrent bien que les erreurs se concentrent de plus en plus autour des faibles valeurs à mesure que les maillages se raffinent.



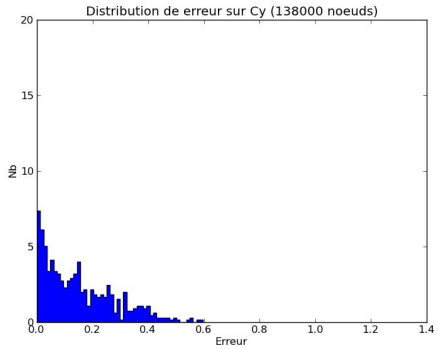
(a) 50.000 noeuds, Y



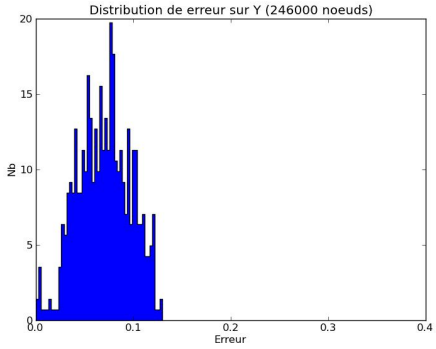
(b) 50.000 noeuds,Cy



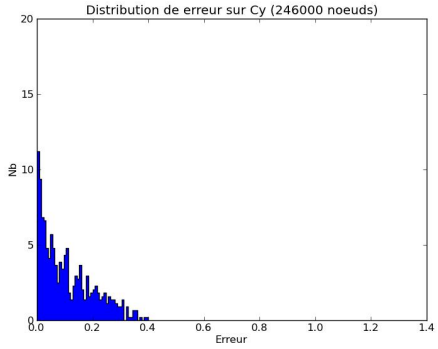
(c) 138.000 noeuds, Y



(d) 138.000 noeuds,Cy



(e) 246.000 noeuds, Y



(f) 246.000 noeuds,Cy

Figure 5.8 Distributions des erreurs pour les différents maillages.

Enfin, on peut voir au le tableau 5.2 la convergence de la masse ajoutée en fonction du maillage. On voit qu'avec un maillage de 138.000 noeuds, la masse ajoutée est déjà très près

Tableau 5.2 Convergence de la masse ajoutée en fonction du maillage

Maillage (nb noeuds)	m_a
50.000	3.10
138.000	3.32
246.000	3.40
378.000	3.40

de la valeur de référence.

Ces analyses nous ont permis de déterminer la taille de maillage la mieux adaptée pour réaliser nos simulations. Ce qui est considéré comme mieux adapté est un compromis entre précision et coût de calculs numériques. Une fois ce maillage déterminé (138.000 noeuds), nous l'avons employé dans l'analyse de convergence par raffinement du pas de temps.

5.1.2 Convergence en pas de temps

Les pas de temps utilisés pour l'analyse de convergence sont : 0.5, 0.33333, 0.1 et 0.02 unités adimensionnelles (tU/D). L'analyse a été réalisée sur les signaux de déplacement et du coefficient d'effort transversal.

Voici donc les résultats de nos comparaisons tirés de l'analyse de convergence en temps (figures 5.9 et 5.10) :

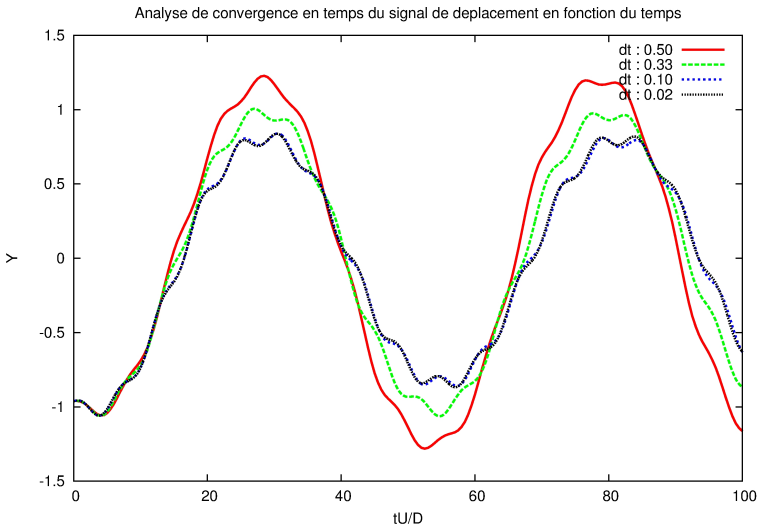


Figure 5.9 Signaux du déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour différents pas de temps.

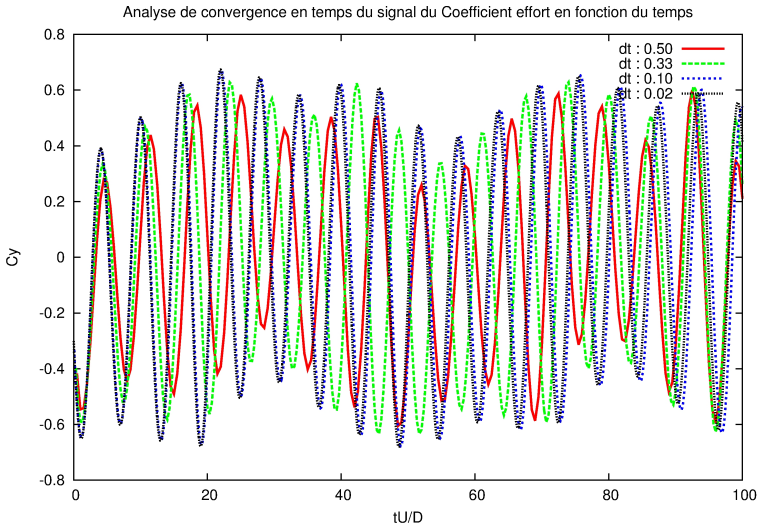


Figure 5.10 Signaux du coefficient d'effort transversal en fonction du temps (adimensionnel) pour différents pas de temps.

La comparaison des différentes solutions obtenues pour différents pas de temps est plus simple que celles obtenues sur différents maillages. La raison est simple : les simulations ont toutes été générées à partir d'une même solution initiale, ensuite chacune a évolué différemment en fonction du temps. Pour cette raison, les premiers points (sur les figures 5.9 et 5.10) se superposent exactement. Les solutions se séparent graduellement à mesure que le temps s'écoule. Les différences s'accentuent et montrent quel pas de temps est le mieux adapté.

Nous avons aussi considéré la convergence de la masse ajoutée en fonction du pas de temps, on trouve dans le tableau (5.3) les valeurs de masse ajoutée pour chacun des pas de temps :

Tableau 5.3 Convergence de la masse ajoutée en fonction du pas de temps

Δt	m_a
0.50	2.95
0.33	3.32
0.10	3.25
0.02	3.25

Une remarque importante doit être faite, nous espérions pouvoir employer le schéma d'intégration de type BDF3, toutefois l'expérience nous a montré que dans la plupart des cas de galop, ce schéma introduit des perturbations qui à long terme se soldent par une divergence de la solution numérique. Malgré la petitesse de la région d'instabilité du schéma de type BDF3 nous avons dû le remplacer par le schéma de type BDF2 qui est inconditionnellement A-stable. C'est pour cette raison que nous avons mené l'analyse de convergence avec le schéma de type BDF2 qui n'est précis qu'à l'ordre 2.

En analysant la figure (5.9) et (5.10), on peut faire les constats suivants : la convergence est clairement atteinte lorsque le pas de temps est de 0.1, les courbes bleue et noire se superposent exactement. Pour ce qui est de la simulation réalisée avec un pas de temps de 0.5, on constate que l'erreur est énorme. Celle-ci peut atteindre plus de 60% sur les déplacements. La simulation réalisée avec $\Delta t = 0.333$ est aussi entachée d'erreurs importantes. Sur les déplacements elles sont de l'ordre de 20%. L'analyse du tableau 5.3, nous indique que la valeur de masse ajoutée de référence est atteinte au pas de temps de 0.1. On voit donc que le choix idéal est un pas de temps de 0.1.

On peut ajouter que l'évaluation de l'ordre de convergence en temps des valeurs rms

du coefficient d'effort et du déplacement sont respectivement de 2.04 et 1.77 ce qui est très proche de 2.0 la valeur théorique d'un schéma de type BDF2. Cette évaluation a été réalisée par la méthode des moindres carrés [67] sur les valeurs rms de Y et C_y obtenues pour les 4 pas de temps étudiés (Δt : $0.02, 0.1, 0.333, 0.5$). Toujours sur la base de la méthode des moindres carrés, nous avons aussi calculé l'écart de ces valeurs rms à la valeur extrapolée de Richardson [67] et [68] ($Y_{ex} = 0.571$ et $C_{y_{ex}} = 0.414$). Dans le cas du pas de temps de 0.1, une bande d'erreur avec un facteur de sécurité (F_s) de 1.25 [68], nous permet d'évaluer l'incertitude due à la discrétisation temporelle des simulations réalisées avec ce pas de temps. Ces bandes d'erreurs sont respectivement pour les valeurs rms de Y et C_y de 0.589 ± 0.023 et de 0.411 ± 0.003, soit des incertitudes relatives de 4% et 0.7%.

On peut donc résumer les résultats de nos analyses de convergence en maillage et en temps en disant que la taille du maillage employé doit se situer entre 138.000 et 250.000 noeuds et que le pas de temps doit être de 0.1 pour obtenir une bonne convergence. Ce sont donc les valeurs que nous avons choisi d'employer dans la plupart des simulations qui seront présentées ci-dessous. Il faut toutefois noter que plusieurs simulations ont été réalisées avec un pas de temps de 0.333, ce qui est légèrement trop grossier pour obtenir une convergence adéquate. Entre autres, les simulations dont le but était exploratoire ont été réalisées avec un pas de temps de 0.333. D'autres simulations d'une grande résolution spatiale ($>$ 300.000 noeuds) ont aussi été réalisé avec un pas de temps de 0.333. Sans ce compromis entre précision temporelle et résolution spatiale, ces simulations n'auraient pas été réalisables en des temps raisonnables.

5.2 Étude du ratio de masse

Maintenant que nous avons réalisé les analyses de convergence et déterminé par le fait même la finesse du maillage et du pas de temps à employer, nous pouvons passer à la simulation du galop en 3D. Comme premier problème, nous avons donc cherché à vérifier s'il est possible de retrouver en 3D les résultats 2D d'inhibition du galop à faible ratio de masse, rapportés par Joly et al. dans [28]. Pour ce faire nous avons simulé l'écoulement autour d'un corps rigide cylindrique à section carrée dont le ratio de masse est 1 et 5. Les autres paramètres de la simulation sont énumérés ci-dessous :

1. Valeur du nombre de Reynolds (Re) : 200
2. Vitesse réduite (U_R) : 40
3. ratio de masse (m^*) : variable
4. Hauteur du corps rigide : 2

5. Élancement (H/D) : infini
6. Garde au sol (G/D) : 0
7. Δt : 0.1
8. nb noeuds : 138.000

Voici donc sur les figures qui suivent (figure 5.11 et 5.12) une illustration de nos résultats. Ces figures montrent que nous avons bien les comportements espérés, c'est à dire qu'il y a bien galop pour un ratio de masse supérieure à 2 (figure 5.11, m^*=5) et disparition de ce dernier pour une valeur inférieure (figure 5.12, m^*=1). Sur la figure (5.11), le galop est clairement visible et se manifeste par de grands déplacements à basse fréquence. Ces grandes variations de la position ne sont toutefois pas présentes sur la figure (5.12), on y voit plutôt l'amorce du galop mais ce dernier s'atténue et disparaît finalement au bout de 100 unités de temps. On peut toutefois noter l'apparition des vibrations de hautes fréquences des VIV.

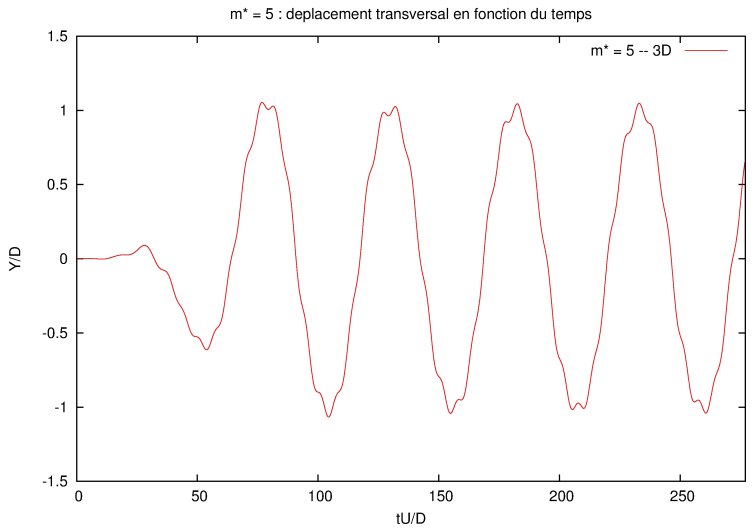


Figure 5.11 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5.

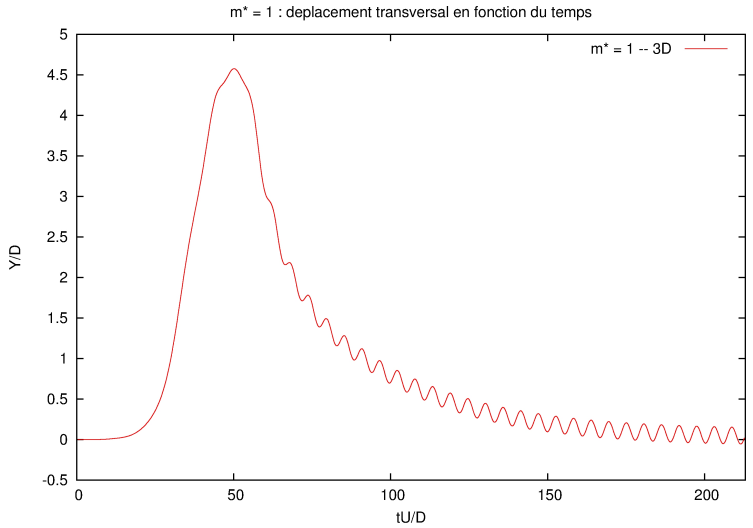


Figure 5.12 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1.

En somme, on peut considérer avoir retrouvé les phénomènes particuliers décrits dans [28]. On peut maintenant passer à l'étude de l'effet de certains paramètres sur le galop et les VIV.

5.3 L'effet de l'élancement

Nous en venons donc à étudier l'effet qu'a l'élancement de la structure sur le galop et les VIV. Pour ce faire nous avons effectué deux séries de simulations comportant des corps rigides dont l'élancement est : 2, 4, 6 et infini. La comparaison a été effectué en gardant fixe le ratio de masse. Nous présentons, ci-dessous, les résultats obtenus pour un ratio de masse de 1 (figures 5.13 et 5.14) et de 5 (figures 5.15 et 5.16). Les paramètres des simulations sont énumérés ci-dessous :

1. Valeur du nombre de Reynolds (Re) : 200
2. Vitesse réduite (U_R) : 40
3. ratio de masse (m^*) : 1 et 5
4. Élancement (H/D) : variable (2, 4, 6 et infini)
5. Garde au sol (G/D) : 1 et 0
6. Δt : 0.333
7. nb noeuds : 140.000

Les figures (5.13 et 5.14) correspondent respectivement à l'amplitude du galop et à l'effort transversal en fonction du temps pour le ratio de masse égal à 1. Les figures (5.15 et 5.16) présentent les mêmes données pour un ratio de masse égal à 5.

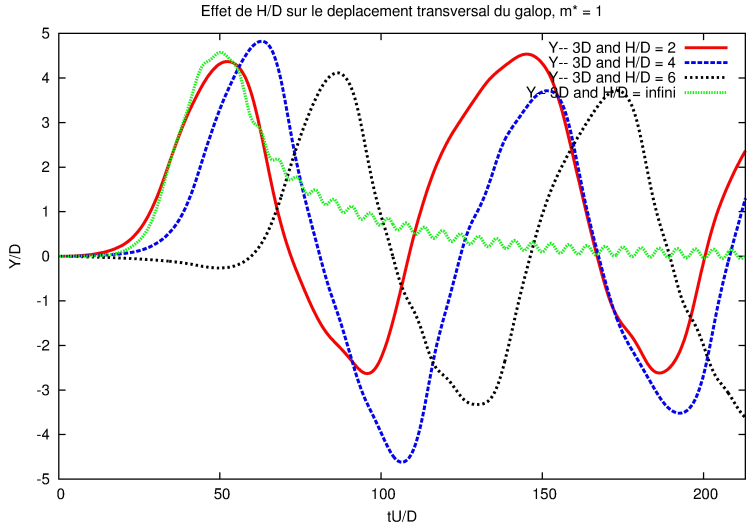


Figure 5.13 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1.

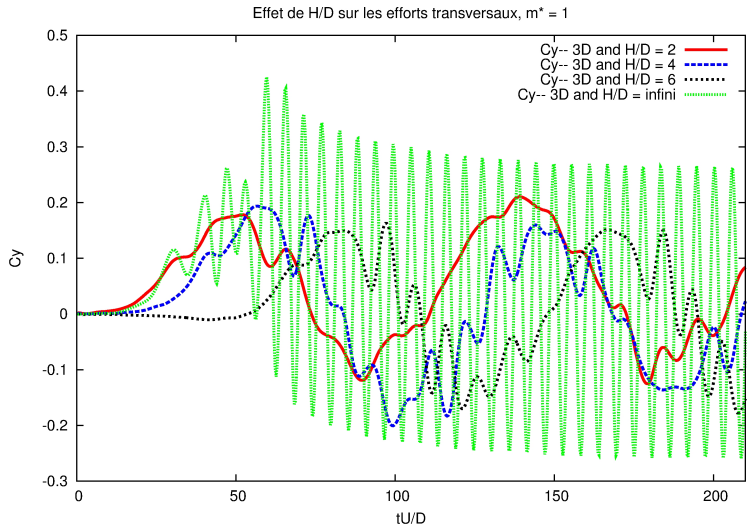


Figure 5.14 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1.

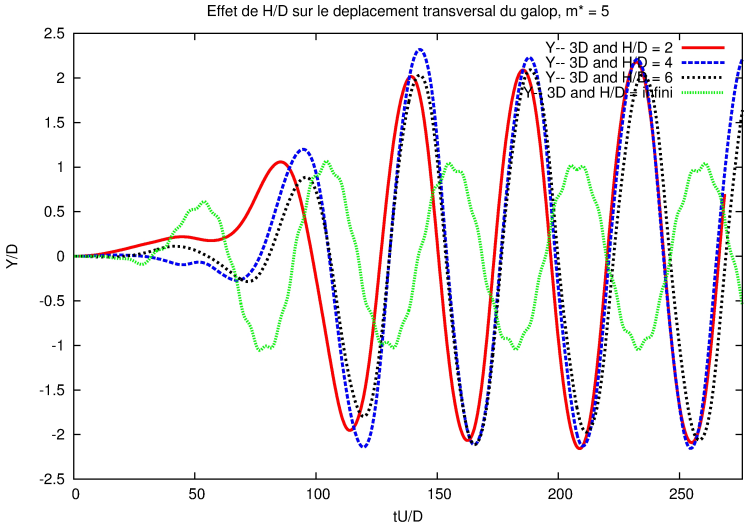


Figure 5.15 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5.

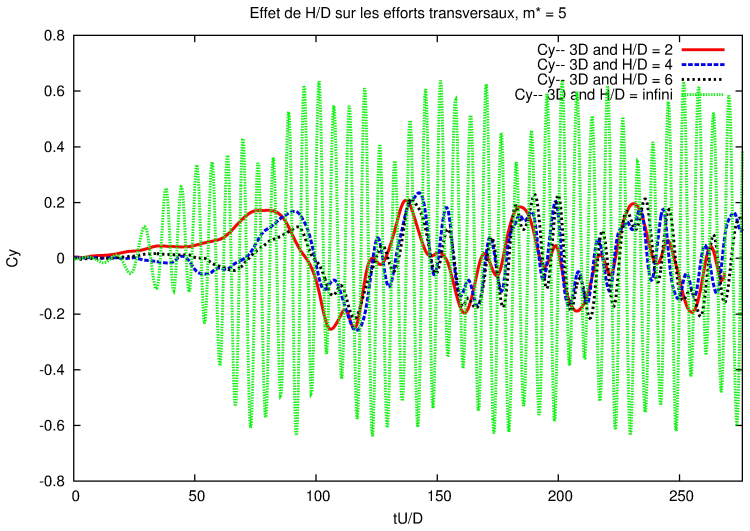


Figure 5.16 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 5.

On peut constater d'une part que l'amplitude du déplacement et du coefficient d'effort ne varient pas beaucoup lorsqu'on compare les courbes des simulations pour des élancements (H/D) de à 2, 4 et 6. Au sein de ce groupe de courbes, il y a bien entendu des différences, mais ce qui est remarquable est plutôt la différence nette entre les simulations comportant les élancements finis (allant de 2 à 6) et la simulation du corps infini. Les trois premières simulations (élancement de 2, 4 et 6) comportent la même valeur de garde au sol (G/D=1) tandis que la simulation du cylindre infini a une valeur de garde au sol nulle (G/D=0). C'est donc la garde au sol qui semble, à première vue, expliquer les deux types de comportements.

On constate l'importante différence de comportement autant pour les simulations faites avec un ratio de masse égal à 1 que pour celles faites avec une ratio de masse de 5. Voici en quelques points les différences remarquées dans le groupe de courbes des simulations dont le ratio de masse est 1.

1. Sur la figure (5.13), déplacement transversal en fonction du temps, on remarque que le cylindre infini (G/D=0) se comporte comme en 2D, le galop n'arrive pas à se développer (courbe verte). A contrario, dans le cas des courbes rouge, bleue et noire des cylindres finis (G/D=1), on constate que le galop se développe sans problème. Il y a donc ici une première différence majeure.
2. Sur la figure (5.14), coefficient d'effort, on remarque encore des différences importantes. D'une part, les efforts sont beaucoup plus importants sur la courbe verte (G/D=0) que pour les trois autres (G/D=1). D'autre part, on voit clairement que la fréquence dominante du signal est plus élevée sur la courbe verte que sur les trois autres courbes.

On déduit donc que les VIV sont nettement plus présentes dans la simulation du cylindre infini (garde au sol nulle). Il y a donc ici, comme dans l'article [28], une indication que les VIV s'opposent au développement du galop.

Dans le groupe de simulations réalisées avec un ratio de masse de 5, on remarque les éléments suivants :

1. Sur la figure (5.15), du déplacement transveral en fonction du temps, on observe pour toutes les courbes la présence de galop, même sur la courbe verte du cylindre sans garde au sol (G/D=0). Notons que les trois autres courbes comportent une valeur de garde au sol de 1. Malgré que dans tous les cas le galop puisse se développer, on observe que son amplitude est grandement réduite dans le cas G/D=0 (courbe verte).
2. Si on étudie la figure (5.16), on arrive à la même conclusion que celle réalisée précédemment, les VIV sont prédominantes dans le signal de la courbe verte (cas G/D=0). Les

VIV sont nettement moins présentes pour les cas où G/D = 1 (courbes rouge, noire et bleue).

On peut certainement formuler l'hypothèse que les VIV altèrent, voir inhibent, le développement du galop et que la garde au sol a un effet délétère pour les VIV. Ces constats nous amènent donc à chercher à caractériser l'effet de la garde au sol sur les VIV et sur le galop. Dans la section qui suit nous abordons donc cette question.

5.4 L'effet de la garde au sol (G/D)

Nous abordons ici l'étude de l'effet de la garde au sol sur l'écoulement. De façon plus précise, nous étudierons l'effet qu'elle a sur l'interaction du galop et des VIV. Pour cette étude nous nous sommes penchés sur le cas du cylindre à section carrée d'élancement 4 et de ratio de masse égal à 1. Dans ces conditions, le cylindre infini ne peut galoper et nous savons que la présence des VIV y est accrue. En faisant varier la garde au sol nous pensons pouvoir mettre en évidence la cause qui diminue l'effet des VIV sur le galop. Pour ce faire nous avons choisi le cas test suivant, ses paramètres sont décrits ci-dessous.

1. Valeur du nombre de Reynolds (Re) : 200
2. Vitesse réduite (U_R) : 40
3. ratio de masse (m^*) : 1
4. Élancement (H/D) : 4
5. Garde au sol (G/D) : variable (0.5, 0.25, 0.15, 0.1 et 0)
6. Δt : 0.333
7. nb noeuds : entre 140.000 et 230.000

Afin d'évaluer l'effet de la garde au sol, nous avons fait varier le paramètre G/D et effectué des simulations pour des valeurs de G/D égales à : 0, 0.1, 0.15, 0.25 et 0.5. On peut illustrer sur les figures qui suivent (figure 5.17 et 5.18) l'effet de la garde au sol sur les amplitudes de déplacement transversal et sur le coefficient d'effort transversal.

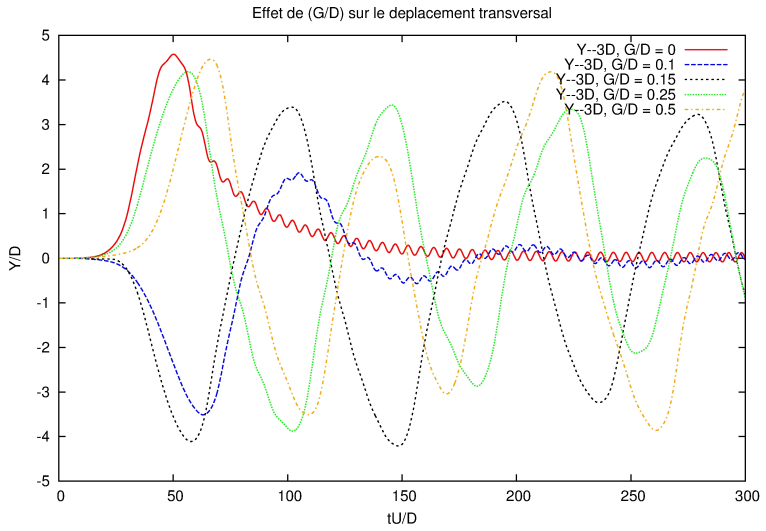


Figure 5.17 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 et différentes valeurs de garde au sol.

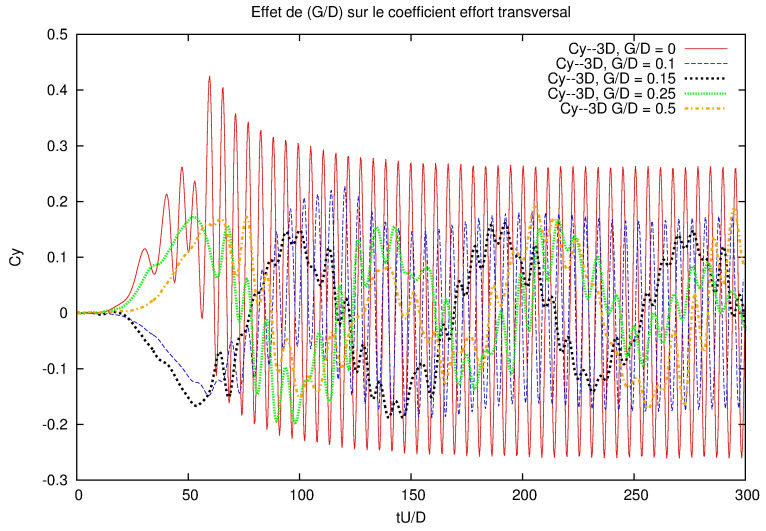


Figure 5.18 Signal de déplacement en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 de garde au sol.

On voit bien, sur la figure (5.17), que les courbes bleue et rouge (associées respectivement aux valeurs G/D = 0.1 et 0) présentent une amplitude de galop nulle ou qui tend à disparaître. Dans le cas des autres courbes, on voit se développer les grandes et lentes oscillations caractéristiques du galop. Ces dernières courbes (la noire, la verte et l'orangée) sont respectivement associées aux valeurs suivantes de garde au sol : 0.15, 0.25 et 0.50. On comprend donc qu'en deçà d'une valeur critique de garde au sol (approximativement égale à 0.1) le galop ne peut pas se développer. On voit clairement que les VIV sont bien présentes sur les courbes bleue et rouge. Si maintenant, on porte notre attention sur les courbes rouge et bleue de la figure (5.18), on constate à quel point les VIV sont prédominantes dans le signal du coefficient d'effort transversal. On voit aussi que l'amplitude des VIV est plus importante sur ces courbes que dans les cas où la garde au sol est supérieure à 0.1. Ces résultats supportent l'hypothèse que les VIV inhibent les mécanismes de déclenchement du galop alors qu'une garde au sol élevée permet au galop de se développer car cette dernière diminue la force des VIV. On comprend aussi qu'au voisinage de la valeur 0.1 de garde au sol, la dynamique du système écoulement-corps rigide est dans un état de transition entre galop et non-galop.

Notons aussi que les comportements montrés par les deux simulations dont les valeurs de garde au sol est 0.1 et 0.15 (donc situées de part et d'autre de la valeur critique de G/D) ont été validées par deux simulations réalisées avec un pas de temps de 0.1. Qualitativement, le comportement est exactement le même que celui montré par les simulations dont le pas de temps est de 0.333. On peut donc affirmer avec certitude qu'il existe bien une valeur critique de garde au sol en-deçà de laquelle le système ne peut plus rester dans un état de galop. Cette dernière est inférieure à 0.15 et voisine de 0.1 .

On peut mettre en rapport nos résultats 3D avec ceux rapportés dans [28], obtenus grâce à des simulations 2D et un modèle réduit périodiquement entraîné. Dans la figure qui suit nous avons superposé nos résultats 3D (les marqueurs colorés) avec des courbes tirées de [28]. On peut constater que les résultats sont en très bon accord, voir figure (5.19).

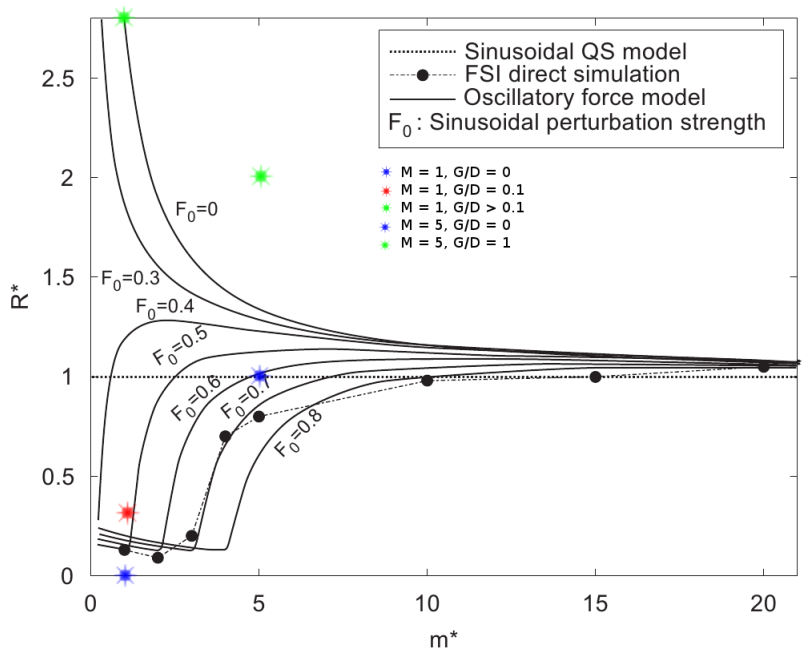


Figure 5.19 Comparaison des résultats 3D et 2D, amplitude du galop en fonction du ratio de masse et de la garde au sol (voir marqueurs colorés).

On constate que les cas 3D sans garde au sol (marqueurs bleus) se comportent comme en 2D (lignes pointillées et cercles noirs). Ensuite, on peut observer que l'augmentation de la garde au sol accroît l'amplitude du galop, ce comportement s'apparente à ce que l'on observe pour les différentes courbes (trais continus). Sur ces courbes, à un ratio de masse donné, l'amplitude du galop augmente à mesure que l'amplitude des VIV diminue. Ce phénomène s'observe aux ratios de masse égal à 1 (point bleu, rouge et vert) et égal à 5 (point bleu et vert).

Dans les pages qui suivent, nous allons commenter certains éléments tirés de l'analyse de l'écoulement pour tenter de comprendre comment le galop, la garde au sol et les VIV interagissent.

5.5 Analyse des structures de l'écoulement

Nous proposons, dans la section qui suit, une analyse qualitative des structures de l'écoulement. Cette analyse n'est pas exhaustive car les outils dont nous disposons pour analyser les écoulements 3D sont rudimentaires. Nous tenterons néanmoins d'identifier quelques éléments clés qui ressortent de la comparaison des trois cas test suivants :

1. Valeur du nombre de Reynolds (Re) : 200
2. Vitesse réduite (U_R) : 40
3. ratio de masse (m^*) : 1
4. Élancement (H/D) : 4 et infini
5. Garde au sol (G/D) : 0.15, 0.10 et 0
6. Δt : 0.333
7. nb noeuds : entre 330.000 et 380.000

Avant toute chose, il est nécessaire de faire une remarque, les maillages employés ici ont une grande résolution spatiale. Cette résolution était nécessaire pour assurer la capture des structures de l'écoulement. Comme évoqué plus tôt, cette résoluton spatiale s'est fait au détriment de la résolution temporelle. Toutefois les comportements pré et post bifurcation (G/D = 0.1 et 0.15) ont été vérifiés et confirmés pour un pas de temps de 0.1, sur des maillages de résolution plus faible. C'est donc avec confiance que nous pouvons simuler ces problèmes sans crainte de voir apparaître des événements parasites de trop grande amplitude.

Nous avons évidemment choisi les deux cas test (où G/D = 0.15 et 0.1) parce qu'ils se trouvent de part et d'autre d'une valeur critique de garde au sol où le comportement du sys-

tème écoulement-corps rigide bifurque et passe d'un état de galop (G/D = 0.15) à un état où seuls les VIV subsistent sans galop (G/D = 0.10). Nous avons aussi choisi le cas du cylindre infini sans galop parce qu'il ne présente aucun effet relatif à la présence de garde au sol. Ce dernier cas test nous permettra de mieux identifier les nouvelles structures de l'écoulement imputables à la garde au sol.

Faisons une première observation concernant le cas (G/D = 0.10). On peut clairement observer que les oscillations de grande période (le galop) s'atténuent progressivement dans le signal montré sur la figure (5.17) (courbe bleue). On peut donc estimer qu'au début de la simulation les mécanismes du galop sont actifs et qu'ils doivent disparaître progressivement. De plus, si on observe de plus près la courbe bleu de la figure (5.18), voir figure (5.20) pour plus de visibilité, on remarque que les VIV ne sont que faiblement présentes au début de la simulation, or l'interaction entre les VIV et le galop doit se mettre en place progressivement.

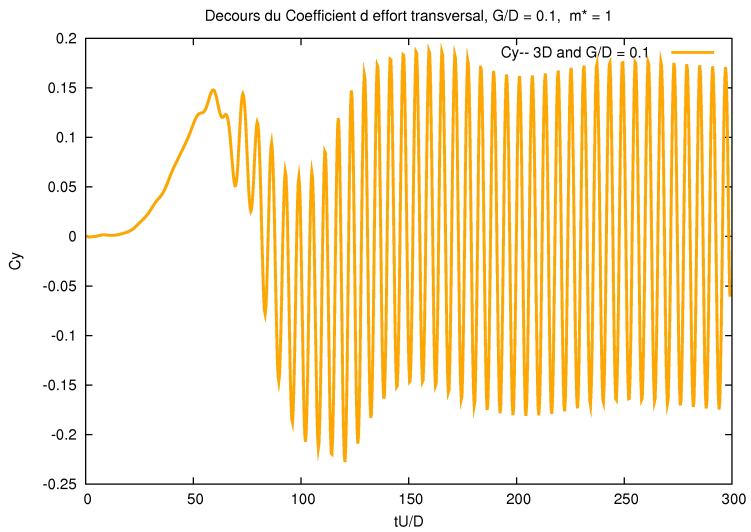


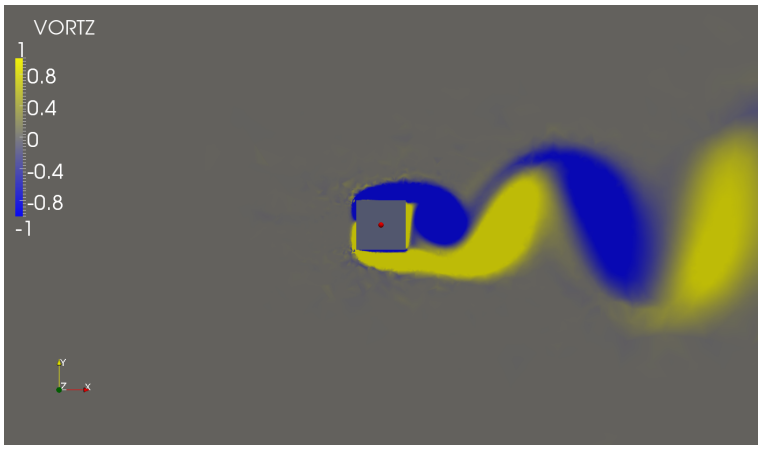
Figure 5.20 Signal du coefficient de force transversale en fonction du temps (adimensionnel) pour un ratio de masse de 1 et une valeur de garde au sol de 0.1.

5.5.1 Mécanismes de protection du galop

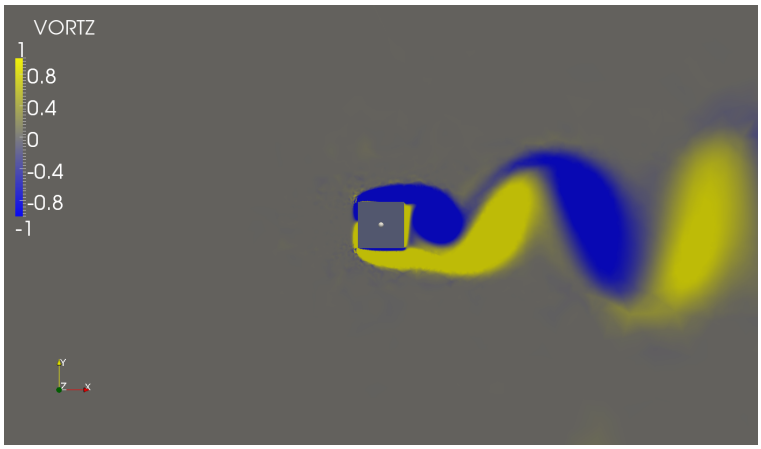
Suite à ces observations, on peut se demander ce qu'il est possible de voir dans les premiers instants de la simulation précédant l'apparition des VIV. On peut aussi s'interroger sur

les structures de l'écoulement dans le voisinage de l'apparition des VIV. Enfin, on peut se demander s'il y a des différences claires entre les écoulements (G/D = 0, 0.1 et 0.15) lorsque l'écoulement transitoire a cédé sa place à un écoulement périodique établi. Nous commencerons par étudier cette dernière question.

On peut analyser sur les figures (5.21, 5.22 et 5.23) trois séries d'images illustrant la structure de l'écoulement à un moment où les tourbillons de Von Karman sont présents et bien développés en aval du corps. Les images qui suivent correspondent à des coupes parallèles au plan x-y de l'écoulement. Le code de couleur correspond aux valeurs de la composante selon z de la vorticité. Ceci permet d'identifier clairement les tourbillons de Von Karman dans le sillage du corps carré. Ces coupes ont été extraites en $z^* = 0$ (au milieu du corps) et en $z^* = -0.98$ (près de la frontière extérieure inférieure située en $z^* = -1 - G/D$).

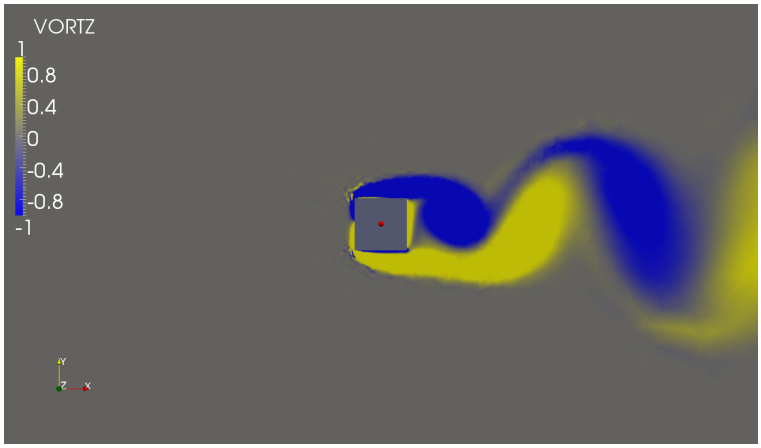


(a) cylindre infini, $z^* = 0$

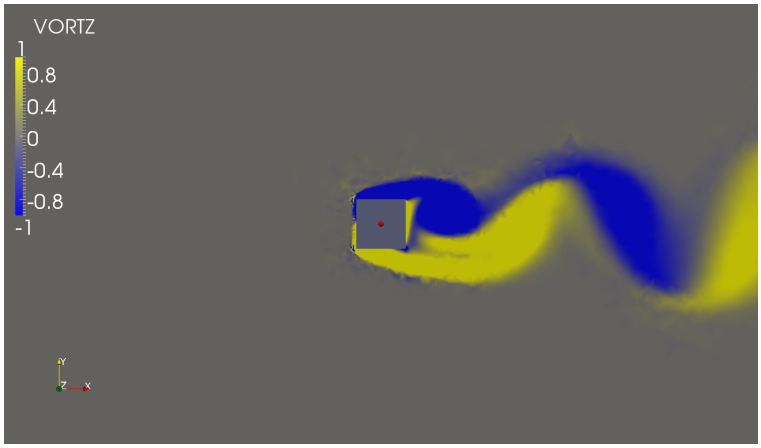


(b) cylindre infini, $z^* = -0.98$

Figure 5.21 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre infini (sans garde au sol) en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$.

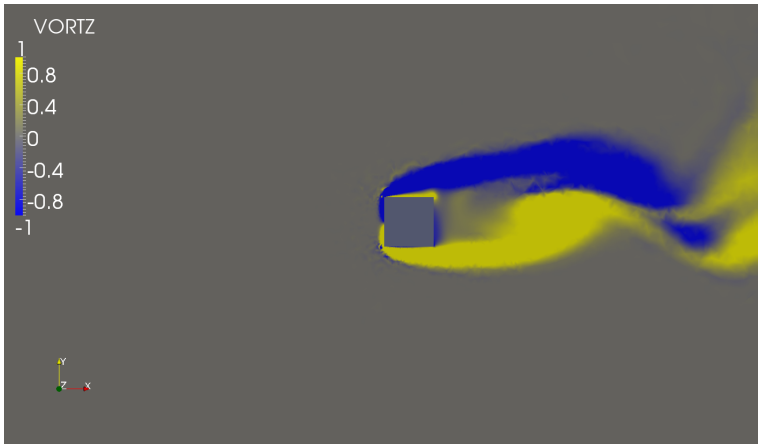


(a) cylindre avec G/D = 0.1, $z^* = 0$

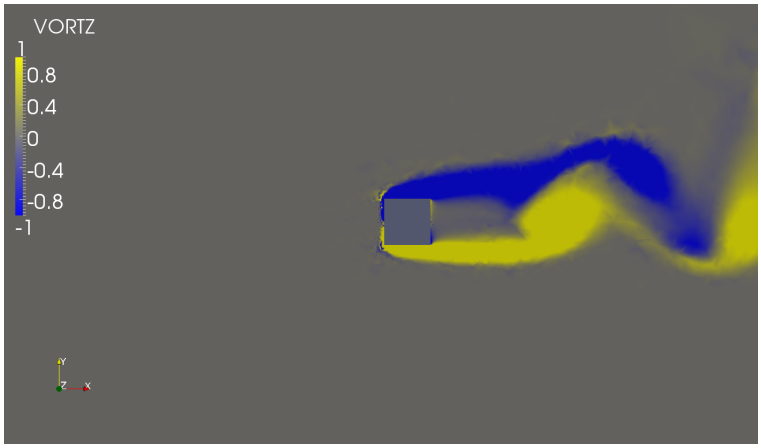


(b) cylindre avec G/D = 0.1, $z^* = -0.98$

Figure 5.22 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre avec une garde au sol égale à 0.1, en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$.



(a) cylindre avec G/D = 0.15, $z^* = 0$



(b) cylindre avec G/D = 0.15, $z^* = -0.98$

Figure 5.23 Coupes, dans le plan x-y, de la composante selon z de la vorticité du cylindre avec une garde au sol égale à 0.15, en $z^* = 0$ et en $z^* = -0.98$.

Les 3 séries d'images (figure 5.21. 5.22 et 5.23) permettent de faire trois constats. D'abord tel qu'envisagé, l'écoulement des figures (5.21 a et b) ne change pas en fonction de la position z^*. Toujours sur les image de la figure (5.21), on peut voir que les tourbillons se forment très près du corps rigide. Ensuite, sur la figure (5.22) (cas où G/D = 0.1), on peut constater que la distribution de vorticité est très semblable à celle du cas où G/D = 0. Ce résultat était attendu puisque l'instant illustré des simulations correspond à un régime établi où l'écoulement est dominé par les VIV. On notera toutefois sur la figure (5.22 b), dans le tourbillon inférieur, une déformation qui n'est pas présente dans le cas du cylindre infini (G/D = 0). Enfin, sur la figure (5.23) (G/D = 0.15), on peut noter qu'une très large portion du sillage immédiatement après le corps rigide est dénuée de toute vorticité selon z. Cela est d'autant plus vrai près de l'extrémité inférieure ($z^* = -0.98$). On peut donc constater que les tourbillons de Von Karman sont présents dans les trois cas. Mais ceux du cas où G/D = 0.15 se forment beaucoup plus en aval du corps rigide. Ceci nous indique donc pourquoi, dans le cas où G/D = 0.15, les interactions entre les tourbillons de Von Karman et le corps rigide sont très affaiblies.

Maintenant étudions l'évolution de la distance séparant l'arrière du corps rigide et la zone de formation des tourbillons de Von Karman en fonction du temps. Nous mettrons aussi cette évolution en rapport avec l'atténuation du galop au fil du temps. Nous nous intéresserons ici, plus particulièrement, au cas où G/D = 0.1. Les moments indiqués sur la figure (5.24). correspondent aux maxima du déplacement imputables au galop (t = 63, 105 et 154) et au moment où les tourbillons de Von Karman commencent à se manifester plus fortement (t = 72). Cette chronologie nous permettra de comprendre l'évolution des mécanismes qui se mettent en place.

Sur la figure (5.25), on montre une coupe parallèle au plan x-y ($z^* = -0.98$) de la distribution de la composante selon z de la vorticité. Chacune des quatre images (5.25a, 5.25b, 5.25c et 5.25d) est respectivement associée à l'un des instants énumérés précédemment (t = 63, 72, 105 et 154). On peut voir clairement que la zone de formation des tourbillons de Von Karman remonte vers le corps rigide en même temps que s'atténue le galop (figure (5.24) courbes rouge (déplacement) et verte (effort transversal)). On peut donc constater la singulière corrélation temporelle qui existe entre ces deux séquences d'événements (atténuation du galop et rapprochement de la zone de formation des tourbillons). Sans être une preuve irréfutable de l'implication des VIV dans l'inhibition du galop ceci renforce les soupçons que nous avions initialement.

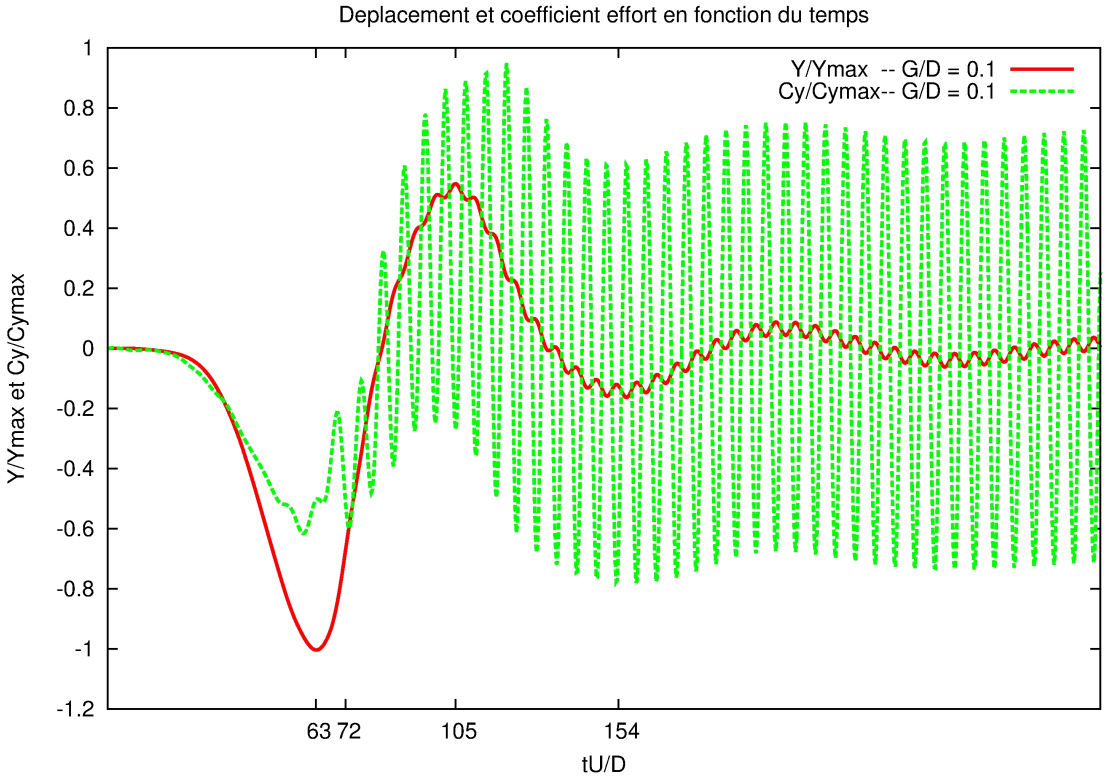
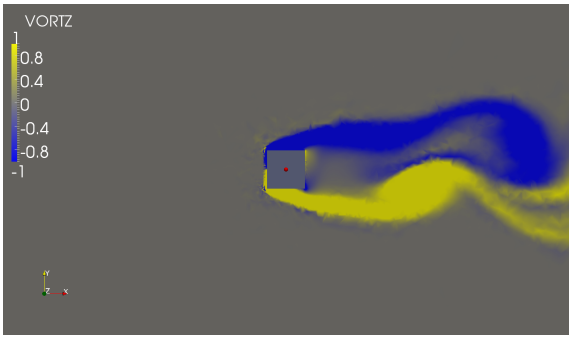
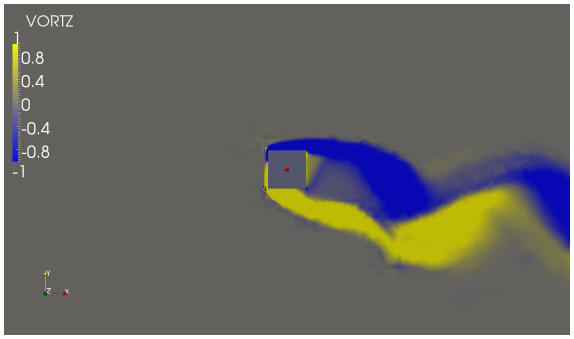


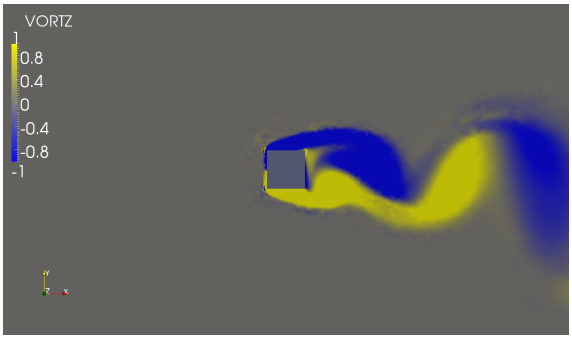
Figure 5.24 Déplacements et coefficient d'effort transversaux (divisés par les valeurs maximales Y_{max} et Cy_{max}) en fonction du temps. Les instants caractérisant l'atténuation du galop dans le cas test où G/D = 0.1 sont marqués sur l'axe du temps.



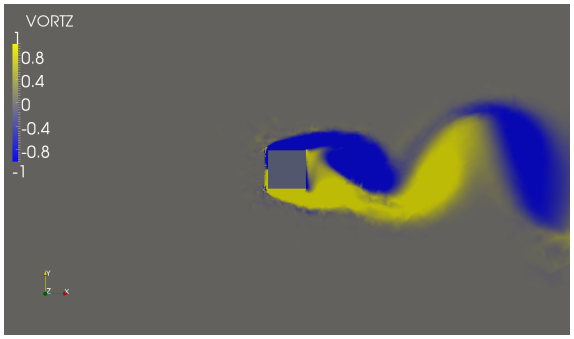
(a) t = 63



(b) t = 72



(c) t = 105



(d) t = 153

Figure 5.25 Évolution temporelle de la zone de formation des tourbillons de Von Karman.

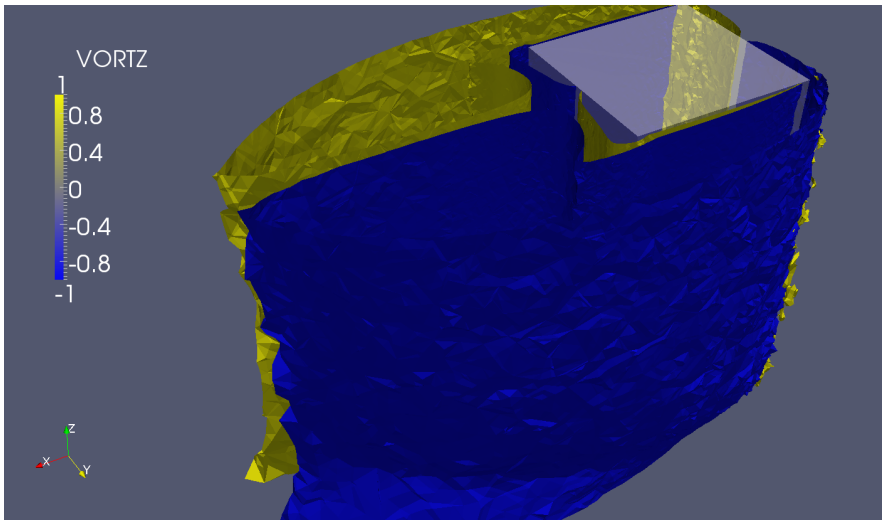
Maintenant, interrogeons-nous sur le mécanisme qui permet d'éloigner les tourbillons de Von Karman du corps rigide et tentons de le relier à l'existence d'une garde au sol non-nulle. Nous commencerons par illustrer la dynamique de l'écoulement dans le proche sillage du corps rigide. Pour ce faire, nous présentons, ci-dessous, une séquence d'images correspondant à l'évolution temporelle d'une surface isovaleur de la composante selon z de la vorticité (ici $\omega_z = 1$) et colorée en jaune. Cette surface permet de situer la zone occupée par les tourbillons de Von Karman. En plus de cette surface, on présente une coupe parallèle au plan x-z du champ de vecteurs vitesse qui permet de comprendre le comportement de l'écoulement dans un volume situé immédiatement derrière le corps rigide. À l'aide de ces clichés, on peut comprendre que la formation de certaines structures de l'écoulement puisse tenir à distance les tourbillons de Von Karman. De plus, cette illustration permet d'établir un rapport entre ces structures et la garde au sol.

Commençons par analyser la dynamique de l'écoulement du cas test ayant un G/D = 0.15. On rappelle que dans ce cas, le galop se développe normalement.

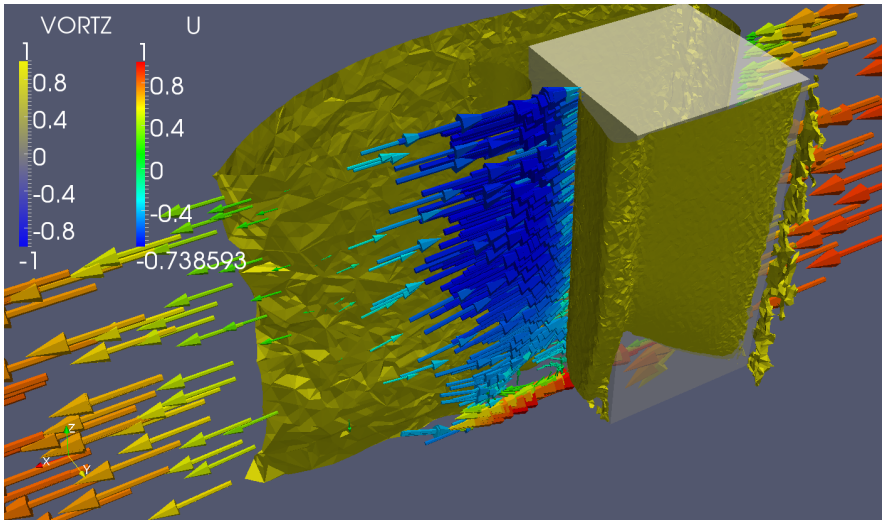
Pour aider à la compréhension des représentations graphiques, on présente deux images où sont ajoutées progressivement les éléments graphiques. On voit, ci-dessous (figure 5.26 a) le corps rigide enveloppé des iso-surfaces ($\omega_z = -1$ et $\omega_z = 1$), suivi d'une image montrant l'iso-surface $\omega_z = 1$ et de la coupe (x-z) en y = 0 du champ de vitesse (figure 5.26 b).

Sur la figure (5.26 b), on peut voir dans le champ de vitesse qu'un fort courant passe sous le corps rigide. Plus haut, dans le proche sillage du corps, on peut voir un courant dont l'orientation du champ de vitesse est à l'opposé de celui du bas. À la rencontre de ces deux courants de sens opposés se forme une zone de recirculation dont la vorticité est essentiellement orientée selon y.

Sur les figures (5.27 a et b) et (5.28 a et b), on montre comment se développe cette zone de recirculation.

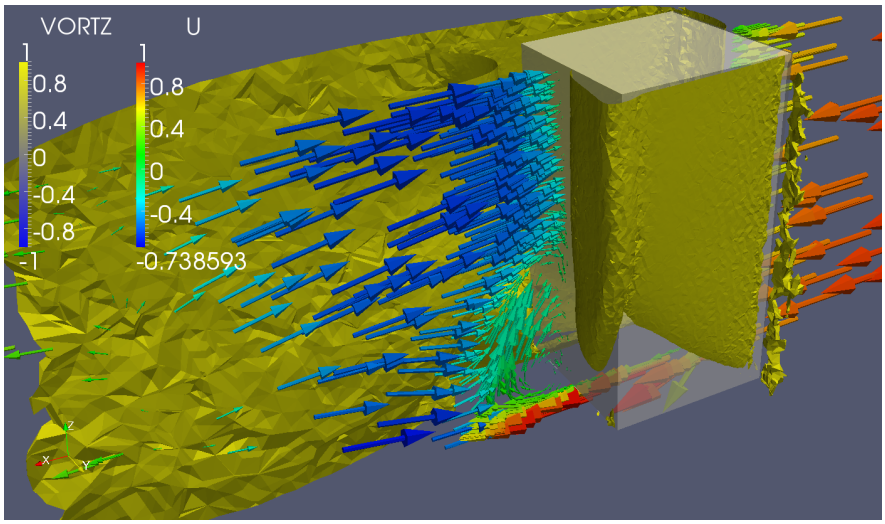


(a) t = 1

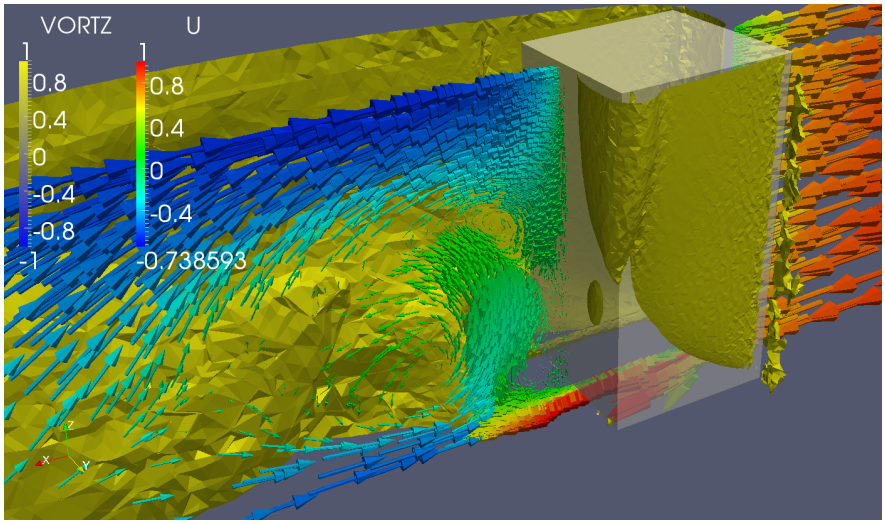


(b) t = 1

Figure 5.26 a)Iso-surface $\omega_z = -1$ (bleu) et $\omega_z = 1$ (jaune), G/D = 0.15, b)iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15.

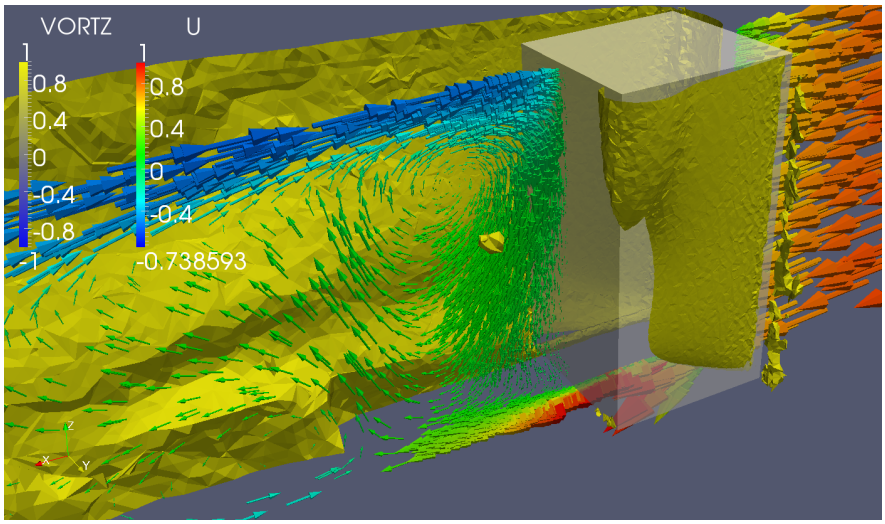


(a) t = 20

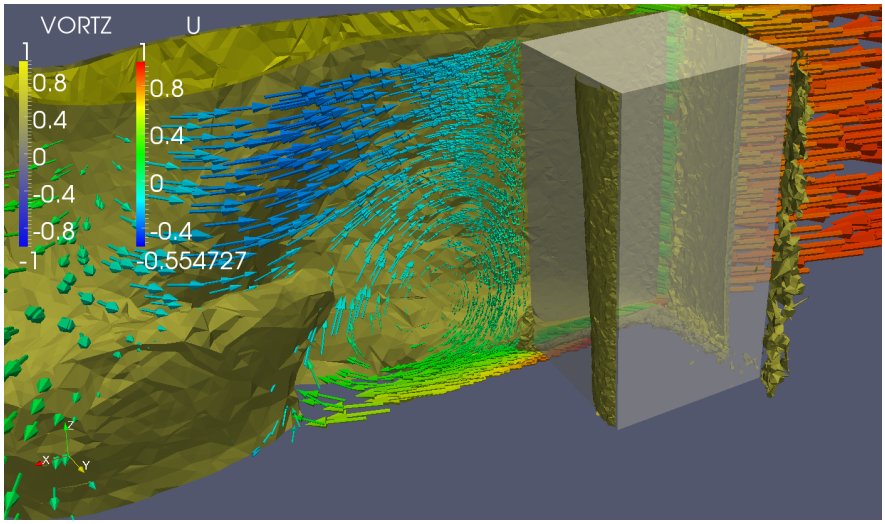


(b) t = 40

Figure 5.27 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15.



(a) t = 70

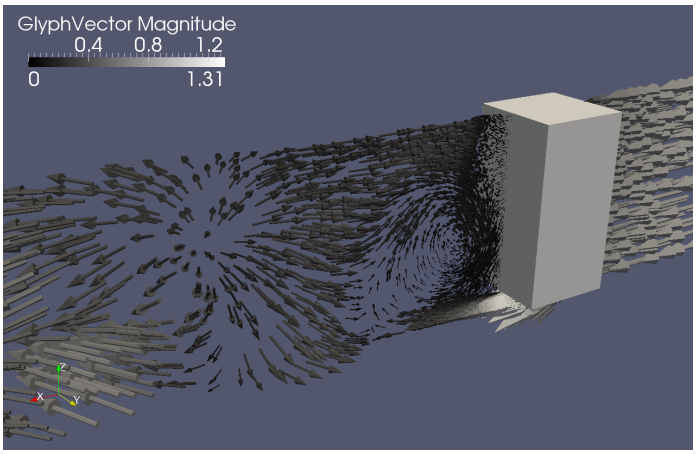


(b) t = 200

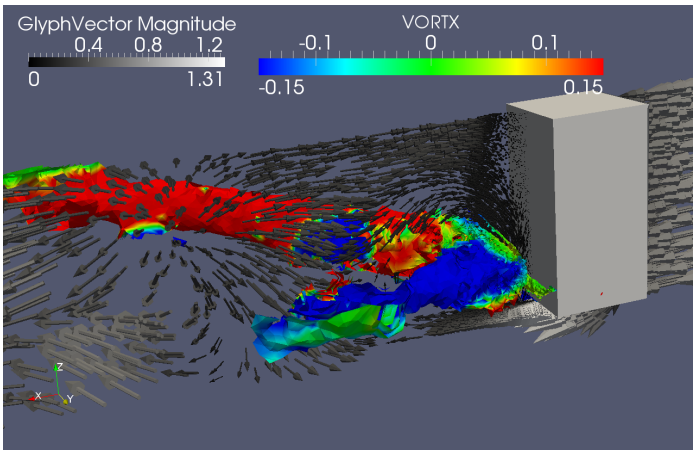
Figure 5.28 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe ((a) en y = 0 (b) en y = -0.5) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.15.

C'est donc l'interaction du courant passant sous le corps rigide et celui induit par les tourbillons de Von Karman qui génère la zone de recirculation secondaire située près du corps rigide le long de toute sa hauteur. C'est cette recirculation qui est à l'origine de l'éloignement des tourbillons de Von Karman et de leur déformation (figure 5.28 b). Cette recirculation n'est pas passagère car elle demeure présente du début à la fin de la simulation.

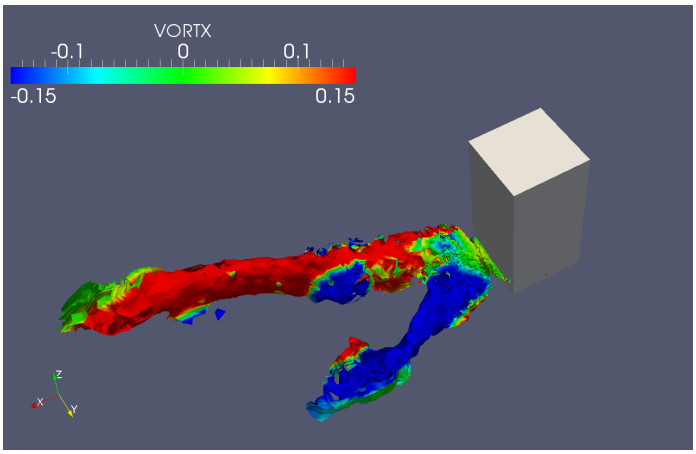
On peut ajouter un fait intéressant au sujet de cette zone de recirculation, nous avons de bonnes raisons de croire que cette zone de recirculation peut avoir la forme d'un tourbillon en épingle à cheveux. Voici de façon graphique, un résumé des indications qui nous incitent à affirmer cela (voir figure 5.29).



(a) Coupe parallèle au plan x-z du champ de vitesse



(b) Coupe parallèle au plan x-z du champ de vitesse et iso-valeur du critère Q (Q=2) coloré par la composante selon x de la vorticité



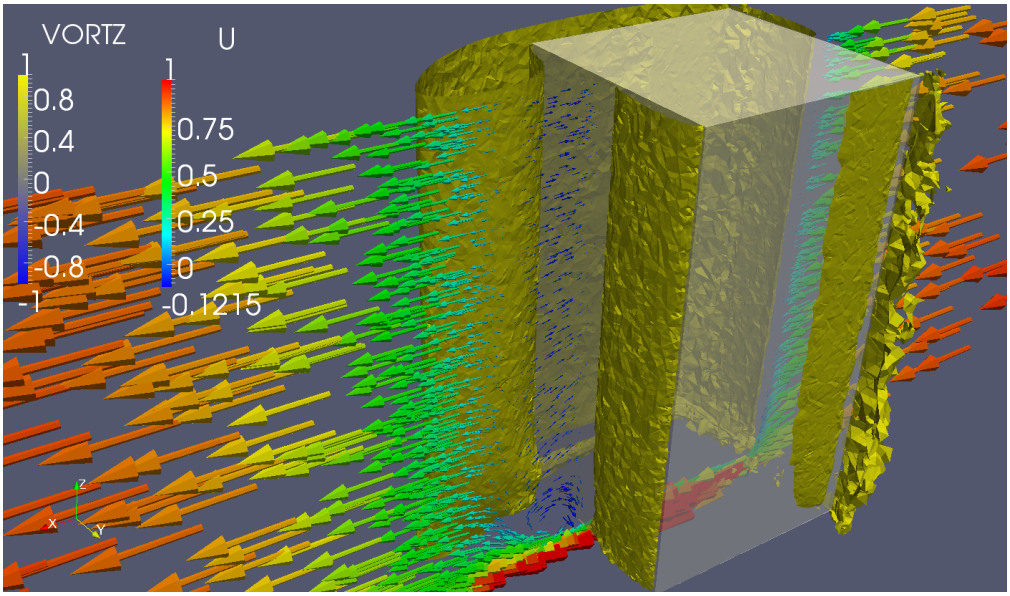
(c) Tourbillon en épingle à cheveux obtenu en colorant l'iso-valeur Q=2 avec la composante selon x de la vorticité

Figure 5.29 Indications de l'existence d'un tourbillon en épingle à cheveux localisé dans le proche sillage du corps rigide, cas G/D = 0.15

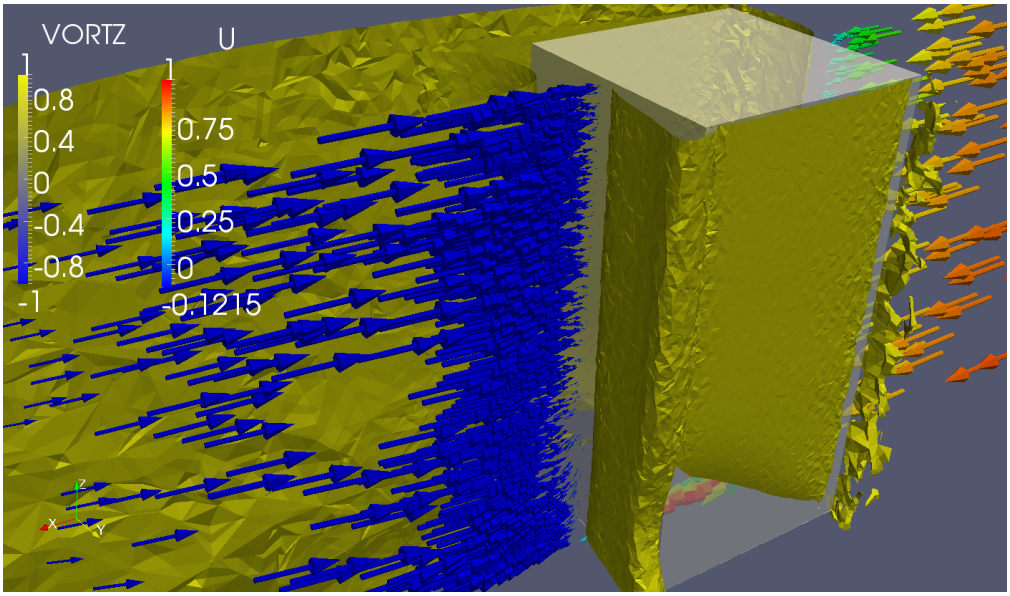
Sur la figure (5.29 a), on voit une coupe parallèle au plan x-z du champ de vecteur, celle-ci nous montre une région de l'écoulement où se trouve la zone de recirculation. Sa vorticité est purement orientée selon y. Si on étudie la figure (5.29 b), on voit une iso-surface de Q=2 coloré en fonction de la vorticité selon x. Comme le critère Q permet d'extraire les régions d'un écoulement où la rotation est prédominante sur la déformation (pour plus de détails voir l'annexe B), on peut interpréter le tube (Q=2) comme un tourbillon déformé par l'écoulement et qui adopte la forme bien connue d'une épingle à cheveux. Cette forme est plus apparente sur la figure (5.29 c). Sur cette dernière image, on peut voir que chacune des jambes du tourbillon a une vorticité selon x de signe opposé. On constate aussi qu'elles se rejoignent à l'endroit précis où la vorticité est purement selon y. Évidemment la forme du tourbillon en épingle à cheveux n'est pas statique, elle est déformée par les tourbillons de Von Karman (non apparents sur la figure 5.29).

Cette structure tourbillonnaire peut être mise en rapport avec les données expérimentales de Whan et Zhou [16] (voir figure 2.49 a, b et c) qui rapportent l'existence de deux tourbillons contra-rotatif à proximité de l'extrémité libre d'un cylindre à section carrée dont H/D = 3 ($Re = 221$). On peut aussi faire le rapprochement avec le tourbillon en fer à cheval identifié par Dousset [20] qui apparaît à l'extrémité libre d'un cylindre carré (H/D = 4) dans les simulations d'un écoulement uniforme ($Re = 200$).

Maintenant, il est temps de se pencher sur le cas où G/D = 0.1. Étant donné l'évolution de la distance entre les tourbillons de Von Karman et le corps rigide (voir figure 5.25 a-d), on peut supposer que la zone de recirculation secondaire identifiée, ci-dessus, est présente mais qu'elle n'est que transitoire et finit par disparaître. Voyons donc ce qu'il en est.



(a) t = 0

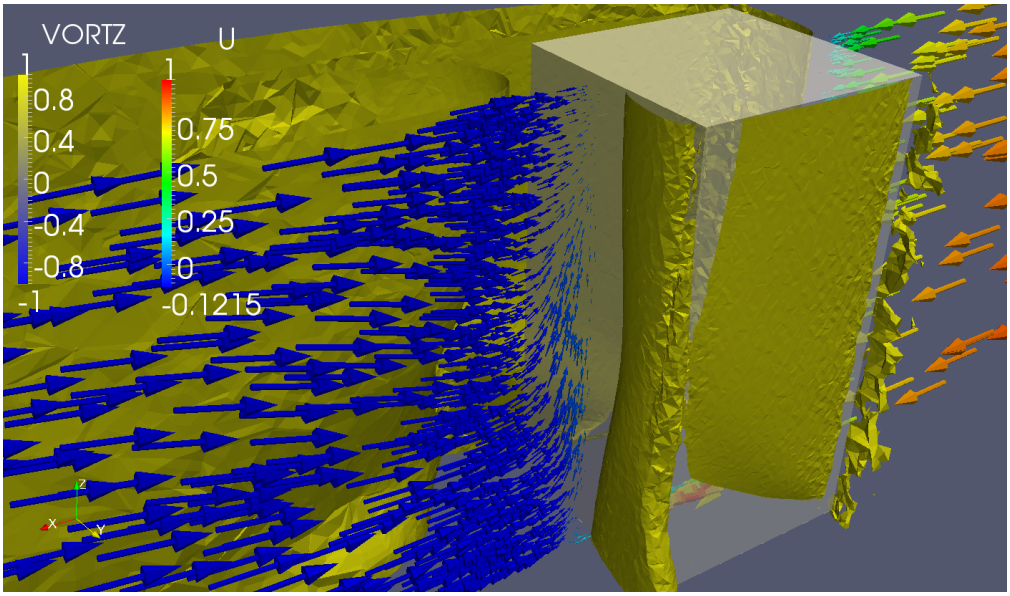


(b) t = 7

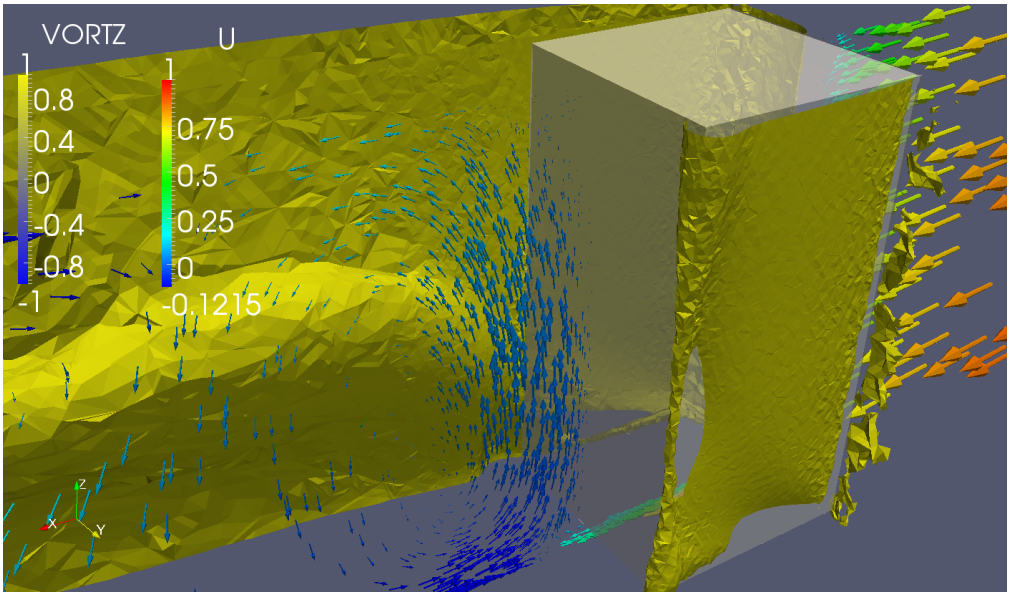
Figure 5.30 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10.

Sur la figure (5.30 a), on constate un début de recirculation près de la base du corps rigide causée par le fort courant provenant du démarage impulsif de la simulation (t=0). Toutefois, un peu plus tard, on voit (t=7) cette recirculation s'estompe en raison du courant induit par les tourbillons de démarrage.

Maintenant, sur la figure (5.31 a) qui correspond au temps t = 13, on peut voir un courant ascendant qui longe la paroi du corps en provenance de sa base. Sur la figure (5.31 b) (t = 33), on constate que ce courant ascendant finit par induire la recirculation attendue. Celle-ci se maintient dans le temps et permet de préserver le galop. Toutefois, on constate clairement que son intensité diminue. À mesure que le temps s'écoule, le rapporchement des tourbillons de Von Karman induit un courant latéral qui permet au courant ascendant de la base de s'échapper dans la direction selon y plutôt que dans la direction selon z. L'écoulement tend donc vers un écoulement essentiellement 2D se rapprochant ainsi de la solution du cylindre infini.

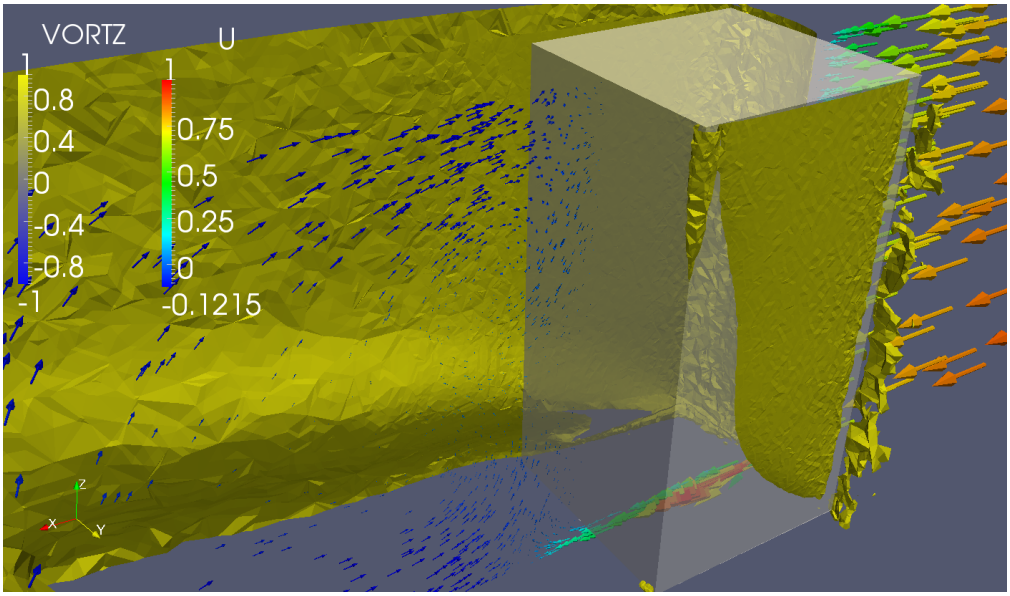


(a) t = 13

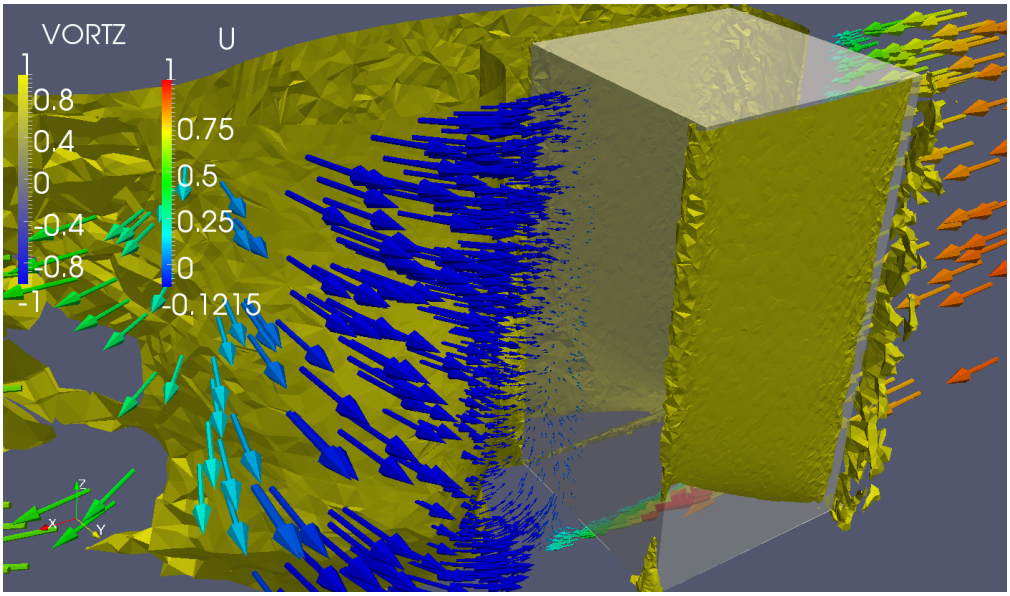


(b) t = 33

Figure 5.31 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10.



(a) t = 63



(b) t = 105

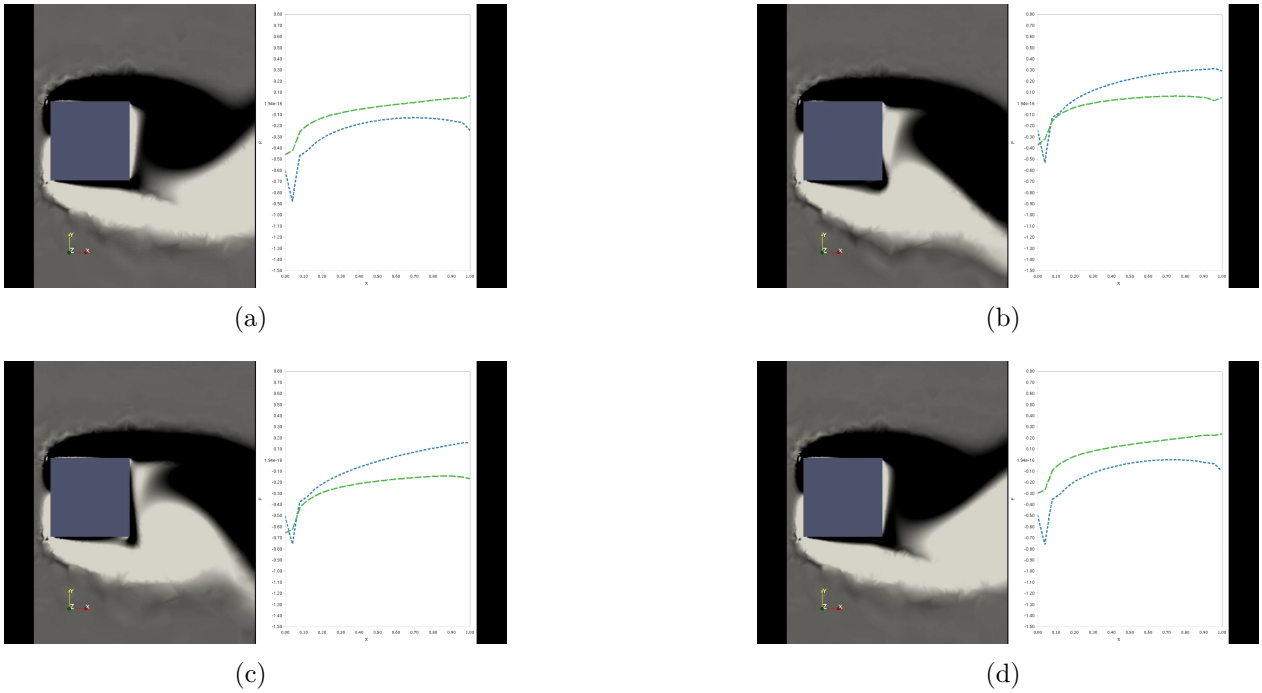
Figure 5.32 Iso-surface $\omega_z = 1$ (jaune) et coupe (en y=0) parallèle au plan x-z du champ de vitesse , G/D = 0.10.

5.5.2 Mécanisme d'action des VIV sur le galop

L'action des VIV sur le galop ne semble pas être imputable à l'interaction de structures identifiables dans l'écoulement. On pourrait croire que les tourbillons de Von Karman viennent déstabiliser directement les couches de cisaillement (responsables du galop) par l'intermédiaire de leur champ de vitesse. Il n'y a pas d'interacion de ce genre clairement visible. D'ailleurs, dans le cas sans garde au sol, un cylindre à section carrée est sujet au galop si son ratio de masse est supérieur à 2. L'action des VIV sur les couches de cisaillement devrait être aussi a l'oeuvre dans ce cas et pourtant à ces ratios de masse le galop peut se développer. Il faut donc que le mécanisme en cause dans l'inhibition du galop soit d'une autre nature. Il faut que la masse du corps et non la géométrie du problème soit directement impliquée dans l'explication.

On peut formuler une hypothèse sur la nature de l'action des VIV sur le galop. On peut tenter de comprendre l'action des VIV sur le galop en adoptant un point de vue purement dynamique (forces à l'oeuvre dans l'interaction). Les forces en jeux provenant des VIV et l'inertie du corps rigide au mouvement (son ratio de masse) doivent suffire à se représenter le mécanisme d'action des tourbillons de Von Karman sur le galop.

On doit garder à l'esprit que le galop est un phénomène de faible fréquence (donc lent, jusqu'à 10 fois plus lent que les VIV pour $U_R = 40$) et qu'il est attribuable à l'amplification du mouvement du corps (MIV) par les zones de basse pression créées par la configuration asymétrique des couches de cisaillement. De façon plus précise, l'une des couches doit se trouver très proche du corps pour produire cette zone de basse pression (en comparaison de la distribution de pression de l'autre côté du corps).

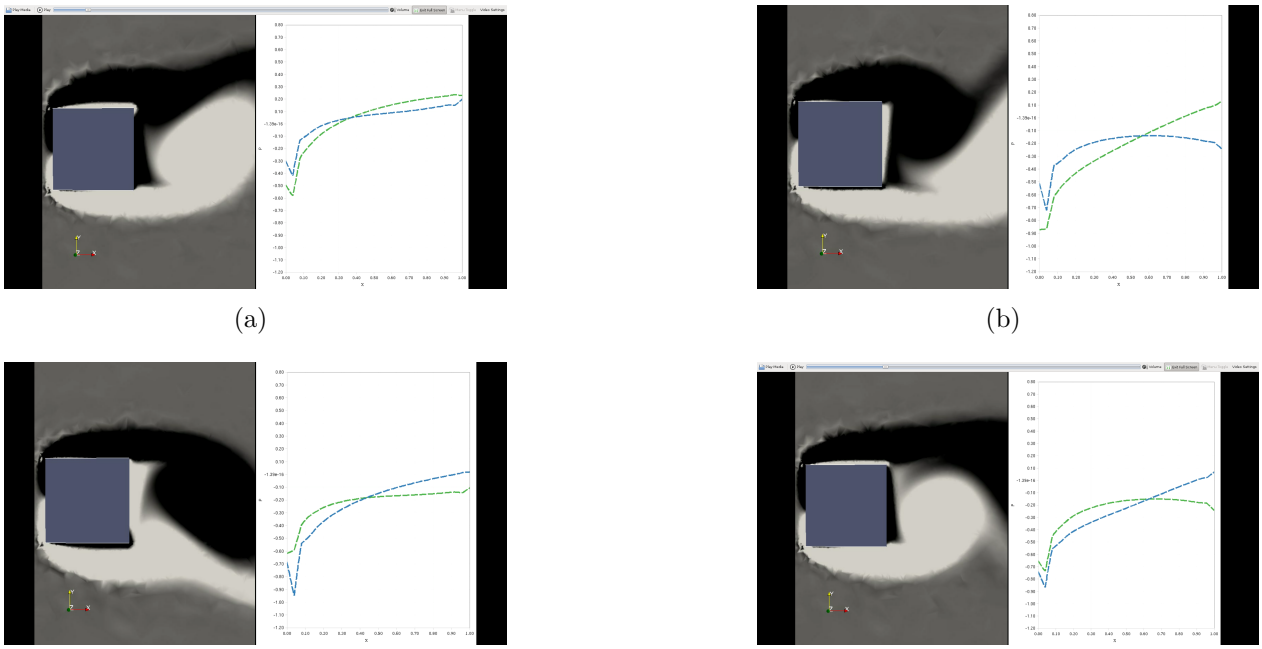


(a) (b)

(c) (d)

Figure 5.33 Galop d'un corps rigide de ratio de masse égal à 5 et soumis à l'action des VIV. En noir et blanc, on voit la composante selon z de la vorticité. Les courbes verte et bleue représentent respectivement la distribution de pression le long du corps en haut et en bas.

Sur la figure 5.33, on voit une séquence d'images illustrant la configuration des couches de cisaillement en haut et en bas du corps, durant une période de lâcher de tourbillons de Von Karman. La couche du haut reste collée sur le corps durant toute la période. Au contraire, sur les images de la figure 5.34, illustration d'un cas où le galop est inhibé, on voit que les couches de cisaillement ne restent pas dans la même configuration sur une période.



(a) (b) (c) (d)

Figure 5.34 Corps rigide de ratio de masse égal à 1 et exclusivement soumis à l'action des VIV (sans galop). En noir et blanc, on voit la composante selon z de la vorticité. Les courbes verte et bleue représentent respectivement la distribution de pression le long du corps en haut et en bas.

Rappelons que les VIV sont caractérisés par de plus hautes fréquences. On peut supposer que le scénario d'inhibition du galop est le suivant : pour déstabiliser le galop il faut que l'accélération attribuable au VIV soit suffisante pour induire une vitesse critique au-delà de laquelle la couche de cisaillement la plus proche du corps s'éloigne suffisament de celui-ci pour altérer durablement la distribution de pression. Sur les images 5.33 a à 5.33 c, on constate que la différence de pression de part et d'autre du corps doit changer de signe durant un cycle, toutefois l'accélération produite n'est pas suffisante pour atteindre cette vitesse critique. Il semble que les forces hydrodynamiques déployées par les tourbillons de Von Karman (à Re = 200) sont suffisantes dès que le ratio de masse est inférieur à une valeur critique (2). Au-dessus de cette valeur critique du ratio de masse, l'inertie du corps est trop importante pour que ce dernier atteigne ladite vitesse critique. Or dans ce contexte, la couche de cisaillement

ne s'éloigne pas. Comme les VIV ont une fréquence élevée à l'échelle du galop, la vitesse induite pas les VIV est en moyenne nulle sur une période d'émission des tourbillons de Von Karman. Tant que la couche de cisaillement ne se détache pas, l'action des VIV sur une demie période est déconstruite par l'action opposée sur la demie période suivante. Ce sénario de déstabilisation reste à être confirmé par une analyse plus fine des simulations. Notons toutefois que les résultats montrés par Joly et al. [28] tendent à confirmer qu'un point de vue purement dynamique soit suffisant pour comprendre l'action des VIV. Dans cette publication, un modèle réduit (une EDO) périodiquement entraîné suffit à reproduire l'inhibition du galop par les VIV.

5.5.3 Influence de la garde au sol sur le lâcher tourbillonnaire

Nous avons bien constaté que la garde au sol avait un effet important sur les tourbillons de Von Karman. Il est possible d'analyser les tendances qui se dégagent de nos résultats. On peut se demander quel est l'impact du courant qui passe sous la structure sur les tourbillons de Von Karman. Comme on le constate sur la figure (5.35), il semble y avoir un diminution du Strouhal ($S_t = f_{viv}D/U$) lorsque la garde au sol augmente :

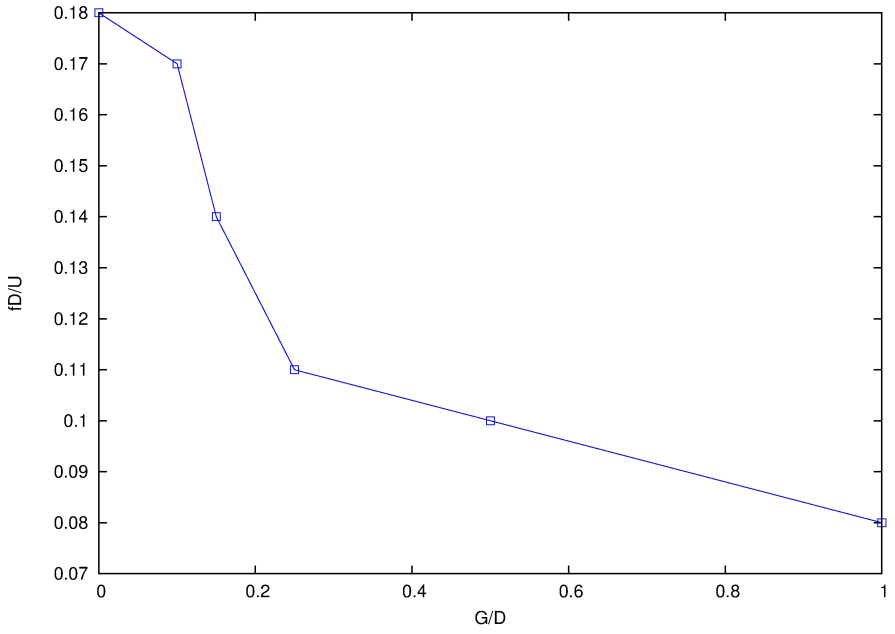


Figure 5.35 Relation entre la fréquence d'émission des tourbillons de Von Karman et la garde au sol.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

6.1 Synthèse des travaux

Nous avons montré les résultats numériques 3D obtenus à l'aide d'un code éléments finis. Cet outil de simulation nous a permis d'obtenir des simulations 3D d'interaction fluide-structure (indéformable) dans un délai raisonnable grâce à l'incorporation de la méthode du repère relatif qui permet de nous affranchir de l'utilisation numériquement coûteuse du pseudo-solide pour gérer des déformations du maillage. La méthode du repère relatif consiste à effectuer une transformation permettant de passer du référentiel inertiel du laboratoire au référentiel non-inertiel en mouvement avec le corps rigide. Cette transformation permet de résoudre les équations du mouvement sur maillage fixe. L'une des difficultés accompagnant cette méthode consiste à obtenir les efforts s'appliquant sur le corps dans le référentiel du laboratoire. Les effets du changement de repère introduisent des forces fictives dont il faut tenir compte pour calculer les efforts réels s'exerçant sur le corps. Cette difficulté est facilement surmontée car les efforts fictifs sont assimilables à une force de pression hydrostatique provenant d'un écoulement oscillant. L'effet principal de cette force est équivalent à modifier l'inertie du corps rigide. Cette force est égale à la masse du fluide déplacé par le corps rigide fois son accélération. Une simple soustraction de cette force non-inertielles suffit donc à s'en affranchir.

Nous avons pu valider notre code 3D par une longue séquence de tests. Ces tests ont montré de très bons accords entre les résultats simulés et ceux attendus dans la littérature. Une fois cette validation accomplie, nous avons pu passer à la simulation du galop d'un corps à géométrie cylindrique de section carrée. Cette étape nous a permis d'explorer l'effet de différents paramètres sur l'interaction des VIV et le galop. Les paramètres que nous avons analysé sont ; le ratio de masse, l'élancement de la structure et la garde au sol. Conformément au résultat 2D, nous avons observé qu'en deçà d'un ratio de masse (< 2) le galop est inhibé par les VIV lorsque la vitesse réduite est de 40, le nombre de Reynolds de 200 et le corps rigide infini. Nous avons ensuite étudié l'effet de l'élancement du cylindre sur son comportement. On a pu constater que de l'élancement de la structure affectait légèrement l'amplitude du galop, mais que l'effet était de faible importance en comparaison de l'effet de la garde au sol. Nous avons donc effectué une analyse plus fine de l'effet de la garde au sol et ainsi réalisé

que la garde au sol avait un effet déterminant sur l'interaction entre les VIV et le galop. Ce qui a été constaté correspond au fait que dans les conditions d'inhibition du galop, la garde au sol permet d'atténuer les effets inhibiteurs des VIV. En d'autres termes, au dessus d'une certaine valeur de garde au sol (G/D = 0.1), on voit réapparaître le galop alors que celui-ci est normalement inhibé à ces faibles valeurs de m^*. Cette conclusion nous a permis d'expliquer un désaccord existant entre les simulations directes 2D de l'inhibition du galop et des résultats expérimentaux qui montrent q'un corps cylindrique à section carrée d'élancement fini et avec une garde au sol non nulle est toujours sujet au galop. Notre conclusion étant que la garde au sol est le paramètre déterminant qui permet d'atténuer les effets des VIV sur le galop. Nous avons enfin découvert qu'une zone de recirculation immédiatement en aval du cylindre permettait d'expliquer l'effet protecteur de la garde au sol sur le galop.

6.2 Limites de la solution proposée

Une analyse de convergence en temps nous a montré que le pas de temps idéal pour assurer une bonne convergence des déplacements et des efforts était de 0.1 unité de temps adimensionnel. Or nous avons réalisé plusieurs simulations avec un pas de temps plus grossier et cela en raison de contraintes de temps. Certaines séquences de simulations comme celles qui ont permis d'affirmer que la garde au sol avait un impact plus important que l'élancement ont été réalisées avec un pas de temps de 0.33. Ceci génère une incertitude importante sur la valeur précise de amplitudes calculées. Ces calculs ne permettent donc pas d'obtenir des valeurs d'amplitude de galop dignes de confiance. Toutefois, toute erreur considérée, nous pouvons malgré tout affirmer que l'effet de la garde au sol est prédominant par rapport à l'effet de l'élancement. D'autres simulations exploratoires ayant été réalisées avec un pas de temps de 0.33 nous ont permis d'affirmer qu'il existait une valeur de garde au sol critique au-dessus de laquelle l'effet des VIV sur le galop est affaibli considérablement ce qui permet la résurgence du galop. Le comportement du système a été confirmé de part et d'autre de la valeur critique de bifurcation et ceci par des simulations plus fines en pas de temps (0.1). Ceci étant dit, les autres simulations explorant l'amplitude du galop en fonction de l'élancement ne donnent pas des valeurs fiables, elles ne permettent donc pas une étude précise de la dépendance de l'amplitude du galop en fonction de l'élancement, seulement une étude globale du comportement du système en fonction ce paramètre. Enfin des simulations dont le maillage étaient considérable ($>$ 350.000 noeuds) ont aussi été réalisées avec un pas de temps de 0.33 et ici encore les raisons proviennent du temps de calculs tout aussi important.

6.3 Améliorations futures

Comme cela a été souligné dans la section précédente, de nombreuses simulations ont été réalisées avec un pas de temps trop grossier pour permettre une analyse quantitative. Une reprise de calcul pourrait être envisagée, bien sûr avec un pas de temps convenable (0.1), ce qui donnerait accès à la dépendance précise de l'amplitude du galop en fonction des différents paramètres que sont la garde au sol et l'élancement. Il pourrait aussi être intéressant de vérifier la présence ou l'absence d'instabilité de type mode A et mode B dans le sillage d'un corps rigide dont l'élancement est suffisamment grand pour permettre leur établissement. Il ne serait pas surprenant de constater que ces instabilités affectent aussi le galop. La mécanique de l'interaction des VIV et du galop reste encore à clarifier. Il ne semble pas y avoir de structure dans l'écoulement permettant de mettre le doigt sur la façon avec laquelle les VIV déstabilisent le galop à faible ratio de masse. Une étude préalable du modèle réduit entraîné décrit dans l'article de Joly et al.[28] est nécessaire avant de lancer de nouvelles simulations. Toujours, en raison de l'imprécision du pas de temps de certaines simulations, il serait intéressant de vérifier comment varie le Strouhal en fonction de la garde au sol.

ANNEXE A

Changement de référentiel

Changement de variables

Nous montrons dans les lignes qui suivent comment se transforment les équations de Navier-Stokes, sous un changement de référentiel non-inertiel (ou non-galiéen).

Soient deux référentiels, l'un inertiel (référentiel fixe du laboratoire, désigné par les variables prime ($r^{'}$)) et le second non-inertiel (accéléré par rapport au laboratoire et désigné par les variables non-prime (r)). Établissons d'abord comment exprimer la position d'un point $\vec{r^{'}}$ vu du référentiel inertiel en terme des variables attachées au référentiel non-inertiel $\vec{r}$. Notons que notre transformation n'impliquera pas de changement d'orientation des axes (donc sans rotation) ce qui simplifie grandement la démonstration et notons en plus que $\vec{r^{'}}$ et $\vec{r}$ sont respectivement $[x_1^{'}, x_2^{'}, x_3^{'}]^T$ et $[x_1, x_2, x_3]^T$.

$$\vec{r^{'}} = \vec{r} + \vec{d}(t) \tag{A.1}$$

Nous avons ici le vecteur $\vec{d}(t)$ qui désigne la postion de l'origine du référentiel non-inertiel par rapport à l'origine du référentiel fixe. Ce vecteur est seulement fonction du temps (t). Considérons que le point dans le référentiel fixe est en mouvement, il est donc fonction du temps (t). Exprimons maintenant la transformation de la vitesse du référentiel fixe en terme des variables du le référentiel accéléré.

$$\vec{u^{'}} = \vec{u} + \dot{\vec{d}}(t) \tag{A.2}$$

Ici aussi, le point désigne la dérivée par rapport au temps (t).

Maintenant examinons comment le gradient est transformé.

$$\nabla^{'} = \frac{\partial}{\partial x_i^{'}} = \frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\partial x_j}{\partial x_i^{'}} = \frac{\partial}{\partial x_j}\delta_{ij} \tag{A.3}$$

Donc on a :

$$\nabla^{'} = \nabla \tag{A.4}$$

Équation de Continuité

L'équation de continuité se transforme donc de la façon suivante :

$$\nabla' \cdot \vec{u'} = \nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{A.5}$$

Où $\nabla \cdot \dot{\vec{d}}(t) = 0$. Ceci correspond à l'équation 3.25 du chapitre 3.

Équations de Transport de la quantité de mouvement

Maintenant passons à les équations de Navier-Stokes. Dans le référentiel fixe, elles s'écrivent :

$$\rho_f \left(\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t}\right)_{\text{fixe}} + \rho_f \left(\vec{u'} \cdot \nabla'\right) \vec{u'} = -\nabla' p + \mu \nabla'^2 \vec{u'} \tag{A.6}$$

Le premier terme du membre de gauche est la dérivée par rapport au temps de la vitesse dans le référentiel fixe. Exprimée dans le référentiel non-inertiel, cette dérivée temporelle s'exprime comme suit :

$$\left(\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t}\right)_{\text{fixe}} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) + \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \nabla \left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \tag{A.7}$$

$$\left(\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t}\right)_{\text{fixe}} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \ddot{\vec{d}}(t) + \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{r'} - \dot{\vec{d}}(t)\right) \cdot \nabla\right]\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \tag{A.8}$$

$$\left(\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t}\right)_{\text{fixe}} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \ddot{\vec{d}}(t) + 0 - \dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla \left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \tag{A.9}$$

$$\left(\frac{\partial \vec{u'}}{\partial t}\right)_{\text{fixe}} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \ddot{\vec{d}}(t) - \left(\dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla\right) \vec{u} + 0 \tag{A.10}$$

Où $\partial \vec{r'}/\partial t = 0$, parce que $\vec{r'}$ est constant lorsqu'on dérive partiellement par rapport au temps dans le référentiel fixe.

Le second terme du membre de gauche qui correspond au terme convectif se réécrit comme suit :

$$\left(\vec{u'} \cdot \nabla'\right) \vec{u'} = \left[\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \cdot \nabla\right]\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \tag{A.11}$$

$$\left(\vec{u'} \cdot \nabla'\right) \vec{u'} = \left(\vec{u} \cdot \nabla\right)\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) + \left(\dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla\right)\left(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t)\right) \tag{A.12}$$

$$\left(\vec{u'} \cdot \nabla'\right) \vec{u'} = \left(\vec{u} \cdot \nabla\right) \vec{u} + \left(\dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla\right) \vec{u} \tag{A.13}$$

Si maintenant nous nous intéressons au membre de droite, les deux termes se réécrivent

simplement comme suit :

$$-\nabla' p + \mu \nabla'^2 \vec{u'} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \Big(\vec{u} + \dot{\vec{d}}(t) \Big) \tag{A.14}$$

$$-\nabla' p + \mu \nabla'^2 \vec{u'} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \tag{A.15}$$

Lorsque nous assemblons l'ensemble des termes nous obtenons :

$$\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_f \ddot{\vec{d}}(t) - \rho_f \Big(\dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla \Big) \vec{u} + \rho_f \Big(\vec{u} \cdot \nabla \Big) \vec{u} + \rho_f \Big(\dot{\vec{d}}(t) \cdot \nabla \Big) \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \tag{A.16}$$

$$\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_f \ddot{\vec{d}}(t) + \rho_f \Big(\vec{u} \cdot \nabla \Big) \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \tag{A.17}$$

Cette dernière expression peut être réorganisée comme suit :

$$\rho_f \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_f \Big(\vec{u} \cdot \nabla \Big) \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} - \rho_f \ddot{\vec{d}}(t) \tag{A.18}$$

Ce qui redonne l'expression 3.29 du chapitre 3.

Conditions frontière de Dirichlet

Nous allons ici nous intéreser aux modifications des conditions frontière de Dirichlet. Dans le référentiel fixe, nous imposons la vitesse $\vec{u'}$ sur une frontière. Étant donné la relation A.2, nous devons avoir dans le référentiel non-inertiel la condition suivante :

$$\vec{u} = \vec{u'} - \dot{\vec{d}}(t) \tag{A.19}$$

Conditions frontière de Neumann

Dans le cas des conditions de Neumann, si nous avons dans le référentiel fixe la conditon frontière suivante :

$$\nabla' \vec{u'} \cdot \vec{n'} = \vec{g'} \tag{A.20}$$

Nous avons noté $\vec{n'}$ la normale de la surface (frontière) où est imposée la condition de Neumann. Cette dernière n'est pas modifiée par le changement de référentiel car ce dernier n'implique pas de rotation. $\vec{g'}$ correspond à la valeur de condition de Neumann imposée sur la surface. Celle-ci se transforme comme suit dans le référentiel non-inertiel :

$$\nabla \Big(\vec{u} - \dot{\vec{d}}(t) \Big) \cdot \vec{n} = \vec{g'} \tag{A.21}$$

$$(\nabla \vec{u} + 0) \cdot \vec{n} = \vec{g'} \tag{A.22}$$

$$\nabla \vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{g} = \vec{g'} \tag{A.23}$$

On voit donc que les conditions frontière $\vec{g}$ dans le référentiel non-inertiel ne sont pas modifiées par rapport à celles imposées dans le référentiel fixe $\vec{g'}$.

ANNEXE B

Critère Q

Critère Q

La quantité Q est le second invariant du tenseur $\nabla\vec{u}$ [65]. On peut écrire $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ comme la somme des deux contributions :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0.5(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) + 0.5(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) = S_{ij} + \Omega_{ij} \tag{B.1}$$

Les deux tenseurs Ω_{ij} et S_{ij} représentent respectivement le taux de rotation et le taux de déformation local de l'écoulement.

Q se défini comme ceci :

$$Q = \Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij} \tag{B.2}$$

Donc lorsque, localement, la rotation est importante, $\Omega_{ij}\Omega_{ij}$ est grand. Si $\Omega_{ij}\Omega_{ij} > S_{ij}S_{ij}$, la rotation prédomine [65]. Dans ce cas, Q est positif. Les régions de l'écoulement où Q est positifs peuvent correspondre à des tourbillons, mais ce critère est imparfait et n'assure nullement l'identification des tourbillons.

ANNEXE C

Gmsh

Gmsh

La génération d'un maillage approprié se réalise avec trois petits programmes :

1. mesh_itere.sh
2. loi_bash.f
3. concentration_bash.f

Le programme mesh_itere.sh permet d'appeler **Gmsh** de façon répétée en lui faisant charger un maillage de fond. Le programme loi_bash.f est une fonction modifiable qui contient les expressions mathématiques qui précisent dans l'espace la taille des éléments. Le programme concentration_bash.f permet d'appeler la sous-routine loi_bash.f et écrit dans un fichier i.msh le champ des tailles d'élément.

On commence par écrire un fichier _geo.geo qui précise la géométrie du problème et les tailles initiales du maillage de fond. On écrite ensuite un autre .geo que l'on nomme _bmg.geo qui contient les mêmes informations que _geo.geo à l'exception des deux lignes suivantes qu'on doit placer à la fin du fichier :

Field[1] = PostView ;

Background Field = 1 ;

Celles-ci indiquent au mailleur qu'il doit utiliser un champ de taille d'éléments précisé dans un maillage de fond. Une fois que les deux .geo sont produits, on doit définir le champ des tailles d'éléments. Ceci ce fait dans la sous-routine loi_bash.f. Une fois cette sous-routine définie, il faut recompiler le programme concentration_bash.f et la sous-routine loi_bash.f de la façon suivante :

```
gfortran concentration_bash.f loi_bash.f -o concentration_bash
```

Lorsque ceci est réalisé, tout est prêt pour la génération itérative d'un maillage. Pour se faire, il faut lancer en ligne de commande mesh_itere.sh avec deux (trois) arguments : la

dimension de l'espace, le nombre d'itérations à réaliser (deux ou trois suffisent généralement).

exemple : bash mesh_itere.sh 3 3

Notons aussi qu'on peut préciser un troisième argument qui correspond au nom d'un premier maillage de fond.

exemple : bash mesh_itere.sh 3 3 mon_maillage.msh

Pour produire un maillage de façon itérative, il faut suivre le processus suivant :

1. Lancer mesh_itere.sh, permet de générer un premier maillage de fond (si non précisé au départ) à partir du _geo.geo et de lancer **Gmsh** de façon itérative. Lorsque **Gmsh** s'ouvre, l'écran montre le premier champ des tailles d'élément, il faut alors chercher dans le menu *post-processing* (Ctrl+p) l'onglet *Apply As a Background Mesh*.
2. Ensuite, il faut ouvrir le fichier _bgm.geo (Ctrl+o) et générer le maillage (M suivi de 2 ou 3 dépendant de la dimension du problème).
3. Le nouveau maillage s'affiche alors à l'écran, il faut maintenant le sauvegarder (Ctrl+s) sous le nom o.msh et fermer **Gmsh** (Ctrl+q).
4. Si plus d'une itération a été précisées, **Gmsh** s'ouvre à nouveau et charge le nouveau champ des tailles d'élément. Il faut de nouveau suivre le processus décrit précédemment.

À chaque itération un fichier bmg[numéro de l'itération].msh est produit comprenant à la toute fin du fichier le champ des tailles d'éléments.

Pour produire le maillage d'un cylindre à section carrée on peut suivre les recommentations suivantes :

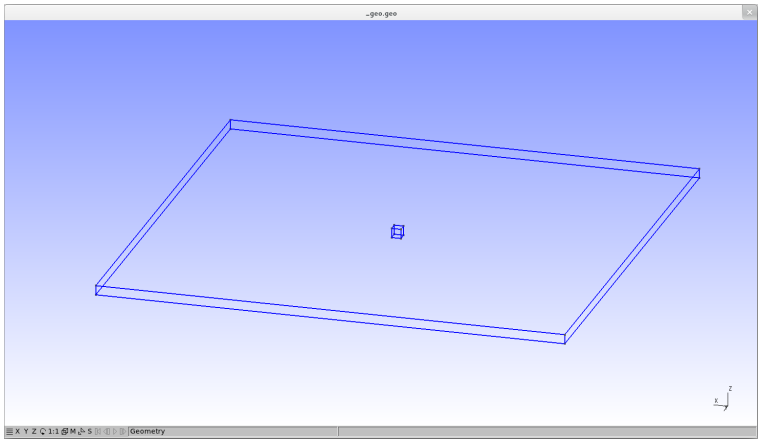
1. Bien raffiner le maillage dans le proche sillage du corps rigide (distance : 2 à 3 D, où D est la longueur d'un côté transversale du corps rigide).
2. Bien raffiner le maillage à proximité du corps rigide (taille : 0.05 D)
3. Définir un champs de taille d'élément grossier loin du corps rigide (taille : 5 D) .
4. Définir une série de zones intermédiaires entre le corps rigide et le domaine lointain qui permettent une variation lente de la taille des éléments.
5. Prévoir une augmentation lente de la taille des éléments dans le sillage du corps rigide de façon à diminuer le nombre d'éléments du maillage.

Pour préciser ces idées, voici un exemple de fonction loi_bash.f qui permet de générer un maillage autour d'un cube de 1D de côté et dont les extrémitées inférieure et supérieure se confondent avec les frontières du domaine de calcul :

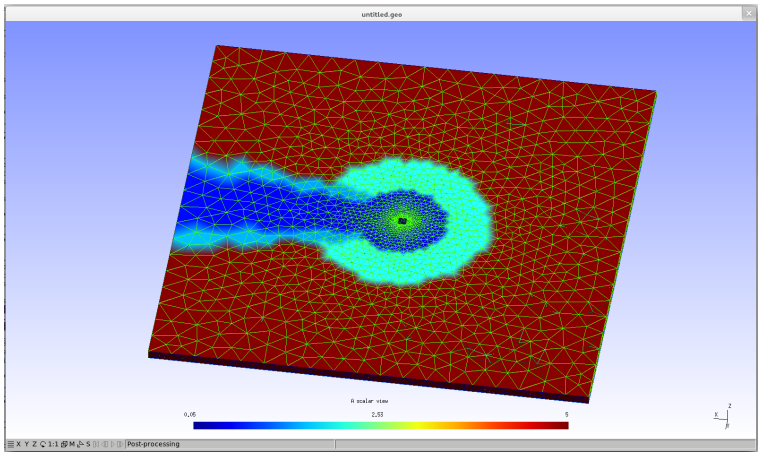
---

1) subroutine loi_bash(k,c,x,y,z)
2) implicit none
3) double precision x,y,z,c,c0,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7
4) integer k
5) $c0 = 0.05 + exp(20.0 * (x**2 + y**2 + z**2 - (0.90)**2))$
Note : Sphère dont le rayon est 0.9 D et centrée à l'origine autour du corps rigide.
6) $c1 = 0.07 + exp(20.0 * ((x - 0.5)**2 + y**2 + z**2 - (1.00)**2))$
Note : Sphère dont le rayon est 1.0 D et décentrée pour augmenter la densité dans le sillage.
7) $c2 = 0.15 + exp(20.0 * (x**2 + y**2 + z**2 - (2.0)**2))$
Note : Sphère dont le rayon est 2.0 D et centrée à l'origine pour créer une zone de transition.
8) $c3 = 0.4 + exp(20.0 * (x**2 + y**2 + z**2 - (5.0)**2))$
Note : Zone de transition sphérique.
9) $c4 = 2.0 + exp(20.0 * (x**2 + y**2 + z**2 - (10.0)**2))$
Note : Zone de transition sphérique.
10) $c5 = 1.2 + 0.01 * abs(x) + exp(20.0 * (y**2 + z**2 - 2.2d0 * (x + 2.0d0)))$
Note : Zone de transition dont la forme est un paraboloïde.
11) $c6 = 0.4 + 0.01 * abs(x) + exp(20.0 * (y**2 + z**2 - 0.8d0 * (x + 2.0d0)))$
Note : Zone de transition dont la forme est un paraboloïde.
12) $c7 = 0.2 + 0.02 * abs(x) + exp(20.0 * (y**2 + z**2 - 0.5d0 * (x + 2.0d0)))$
Note : Zone de transition dont la forme est un paraboloïde.
13) $c = min(c1, c0)$
14) $c = min(c2, c)$
15) $c = min(c3, c)$
16) $c = min(c4, c)$
17) $c = min(c5, c)$
18) $c = min(c6, c)$
19) $c = min(c7, c)$
20) $c = min(5.0, c)$
Note : Limiteur de la taille maximale.
21) $c = c * 1.0$
Note : Facteur d'amplificateur globale des tailles.
22) end subroutine loi_bash

On peut voir dans les figures qui suivent la génération d'un maillage en deux itérations. D'abord sur la figure (C.1a), on trouve la géométrie et sur la figure (C.1b) le champ des tailles d'éléments.



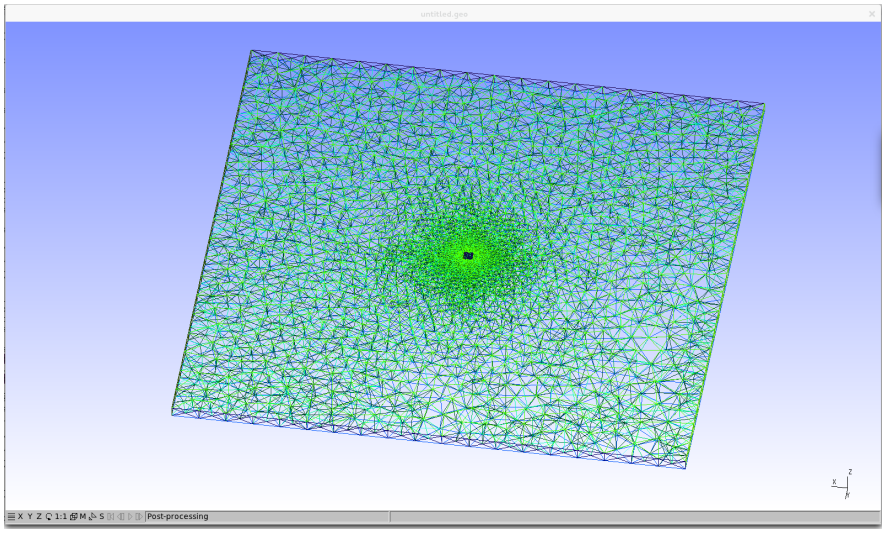
(a) Géométrie



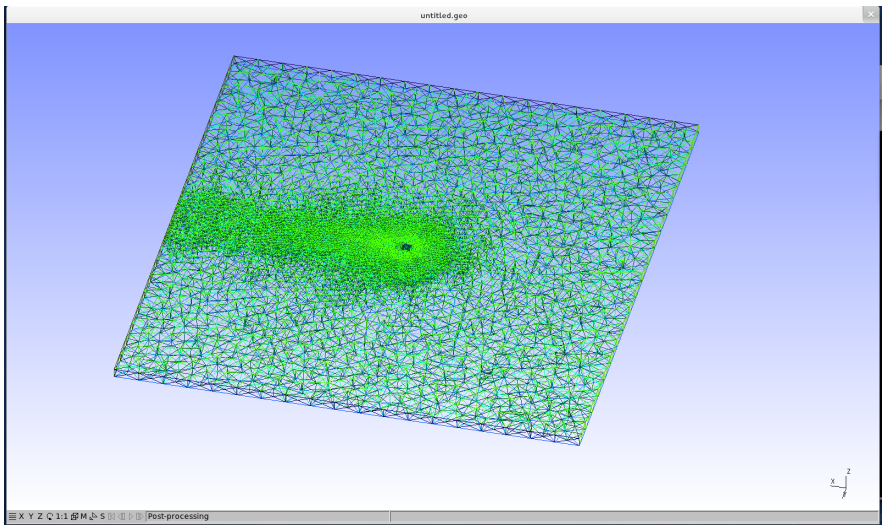
(b) Champ des tailles d'élément

Figure C.1 Géométrie et champ de concentration.

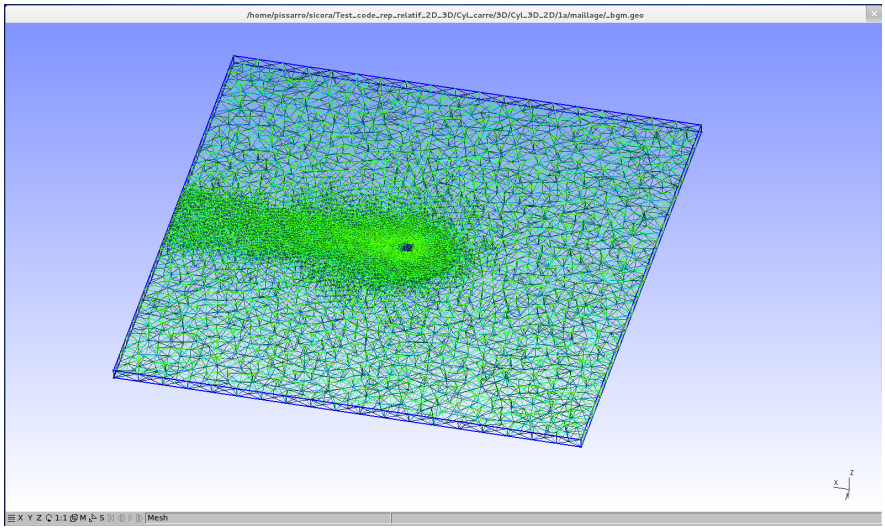
Enfin, sur la figure (C.2a) on voit le maillage de fond initial généré à partir du point _geo.geo et sur les figures (C.2b et C.2c) on voit l'effet du raffinement itératif de **Gmsh**. .



(a) Maillage de fond : 54.000 noeuds



(b) Maillage suite à la première itération 210.000 noeuds



(c) Maillage suite à la deuxième itération 203.000 noeuds

Figure C.2 Illustration de la génération itérative d'un maillage.