

Titre: Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé: application aux structures massives
Title:

Auteur: Mahdi Ben Ftima
Author:

Date: 2013

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Ben Ftima, M. (2013). Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé: application aux structures massives [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/1281/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/1281/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Bruno Massicotte
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

UTILISATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS NON-LINÉAIRES POUR LA
CONCEPTION DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ : APPLICATION AUX
STRUCTURES MASSIVES

MAHDI BEN FTIMA

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUES ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR
(GÉNIE CIVIL)

NOVEMBRE 2013

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

UTILISATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS NON-LINÉAIRES POUR LA
CONCEPTION DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ : APPLICATION AUX
STRUCTURES MASSIVES

présentée par : BEN FTIMA Mahdi

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. LÉGER Pierre, Ph.D, président

M. MASSICOTTE Bruno, Ph.D, membre et directeur de recherche

M. BOUAANANI Najib, Ph.D, membre

M. SAVARD Marc, Ph.D, membre

DÉDICACE

À Celui qui a dit :

" C'est Lui qui détient les clefs de l'inconnaissable, nul autre que Lui ne les connaît. Et Il connaît ce qui est dans la terre ferme, comme dans la mer. Et pas une feuille ne tombe qu'Il ne le sache. Et pas une graine dans les ténèbres de la terre, rien de frais ou de sec, qui ne soit consigné dans un livre explicite."

À ma mère, parce qu'elle a décidé d'arrêter ses études pour m'apprendre la vie, l'amour, les mathématiques, la science et la physique,

À mon père pour tous les sacrifices consentis pour que je puisse être là,

À Ammi et Khalti pour leur bonté qui m'a toujours inspirée,

À ma petite fille Rahma pour ses quatre ans et demi de patience,

Au soleil de ma vie et femme de mes rêves Amira pour tout ...

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, professeur Bruno Massicotte, qui m'a soutenu tout au long de cette thèse. Je le remercie pour sa patience, sa gentillesse, sa disponibilité et ses judicieux conseils qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je souhaite remercier tous les professeurs et associés de recherche du groupe de recherche en génie des structures de l'École Polytechnique.

Je tiens à remercier mon ami Emre Yildiz pour son aide précieuse et sa gentillesse.

Je voudrais adresser ma gratitude aux personnes suivantes qui m'ont supporté de près ou de loin dans un environnement industriel encourageant: Pierre Parent, Martin Chapdelaine, Hassine Benjannet, François Couturier, Sébastien Mousseau et Patrice Mclean de la division Hydro de SNC-Lavalin; Ali Nour, Vladimir Gocevski et Jacques Dumas de Hydro-Québec.

J'aimerais remercier les membres du jury pour leur patience de lire et commenter cette thèse.

Finalement, je tiens à dire un immense merci et toute ma reconnaissance à ma femme Amira pour son soutien tout au long de mes études et surtout vers la fin... Son amour et son énergie m'ont donné chaque jour la force nécessaire pour mener à bien cette thèse de doctorat.

RÉSUMÉ

L'analyse non-linéaire par éléments finis constitue un outil numérique de pointe pour l'analyse des éléments en béton armé. Elle permet de reproduire le comportement fragile du béton après fissuration et constitue dans certains cas la seule alternative aux essais expérimentaux pour la prédiction précise du comportement des structures en béton. Jusqu'à date, cet outil a surtout été utilisé pour la reproduction de résultats d'essais expérimentaux simples – tirants, poutres et dalles en béton armé – et a rarement été utilisé pour l'analyse ou encore la conception de structures complexes en béton armé. Plusieurs raisons ont contribué à cela. La difficulté de la mise en œuvre de telles analyses pour les structures complexes constitue le premier obstacle : temps de calcul important par rapport aux analyses linéaires, taille énorme des modèles de calcul et problèmes de convergence liés à la fissuration du béton. La deuxième raison est liée à la complexité du matériau béton et l'existence de plusieurs modèles de bétons issus de différentes théories de la littérature. Finalement, l'absence d'efforts pertinents au niveau de la littérature pour le passage des résultats de ces analyses jusqu'au dimensionnement et au calcul final des armatures a largement contribué à l'intérêt mitigé pour de telles analyses coûteuses.

Le présent travail présente des solutions pour ces problèmes avec comme application le domaine des structures massives en béton armé. L'approche de résolution explicite en mode quasi-statique est présentée dans ce travail comme une solution au premier problème et est utilisée comme alternative à l'approche conventionnelle implicite. À travers des exemples d'application réels issus du milieu industriel, on montre que l'analyse de modèles complexes est rendue possible avec cette méthode et que le temps de calcul peut être déterminé à l'avance.

Afin de considérer les deuxième et troisième problèmes, une méthodologie utilisant la notion de coefficient global de résistance a été développée pour les analyses non-linéaires par éléments finis. Une nouvelle approche de fiabilité qui prend en considération à la fois la variabilité des paramètres d'entrée du matériau et la performance du modèle de béton est introduite. Dans une première étape, le coefficient de variation de l'erreur de prédiction due à l'utilisation d'un modèle de béton, un logiciel de calcul par éléments finis pour une structure cible donnée, est estimé. Dans une deuxième étape, le facteur de résistance global est calculé en estimant le coefficient de variation de la résistance calculée, en utilisant la méthode d'estimation par points de Rosenblueth. La robustesse et la simplicité de cette méthode probabiliste sont démontrées. La méthodologie

proposée est facilement utilisable par les ingénieurs en structure qui ont accès aux logiciels d'éléments finis non-linéaires déterministes et aux modèles de béton.

La méthodologie a été appliquée pour le cas d'une structure massive en béton armé. Le diffuseur, composant typique d'une centrale hydraulique est considéré comme structure cible. En utilisant la procédure décrite ci-dessus, l'erreur du modèle est calculée pour deux modèles de béton: le modèle EPM3D introduit dans ABAQUS et le modèle CDP disponible avec le logiciel. Le processus de validation est entrepris de l'échelle du matériau à l'échelle de la structure en considérant plus de 60 tests. L'importance de l'effet d'échelle statistique lié à l'hétérogénéité du béton est mise en évidence lors de la procédure de calibrage à l'échelle du matériau. Une nouvelle équation de résistance en traction équivalente est alors proposée. Avec l'utilisation de la résistance en compression du béton et de la limite élastique de l'acier d'armature comme seuls paramètres d'entrée du modèle, on obtient une valeur acceptable du coefficient de variation de l'erreur due au modèle pour le cas du modèle EPM3D. Ce modèle ainsi que la valeur du coefficient de variation correspondante sont utilisés pour la deuxième étape afin de calculer le coefficient global de résistance pour la structure cible. Les effets de la température, de l'armature de cisaillement nominale et des pressions dans le joint de retrait sont examinés. L'effet d'échelle en cisaillement pour les très grandes membrures est considéré comme second exemple d'application. On démontre que, contrairement aux équations de résistance données par les codes de conception, l'effet d'échelle en cisaillement s'atténue pour les très grandes membrures. Pour le cas d'une poutre avec charge uniformément répartie, l'effet d'échelle en cisaillement rejoint asymptotiquement l'effet d'échelle statistique du matériau déjà identifié à la première étape.

Mots-clés : analyse non-linéaire, éléments finis, modèle de béton, algorithme explicite, facteur de sécurité global, états limites, conception et évaluation, structures hydrauliques, vérification & validation, effet d'échelle.

ABSTRACT

Nonlinear finite elements for concrete structures have seen a remarkable advancement in the last half century with more emphasis on constitutive modelling of reinforced and non-reinforced concrete. Applications were restricted to the analysis of simple structures (beams, columns, slabs ...etc.), comparisons to experimental tests, and rarely extended to the design of complex structures. Many reasons lie behind this fact. The first is the difficulty to implement such analyses for complex structures: large computation time with respect to conventional linear analyses, and convergence problems generally related to concrete softening. The second important reason is the complexity of the concrete material and the existence of a multitude of models and theories in the literature. Finally, there is a lack in the literature and international codes concerning the reliability framework and the limit state design using nonlinear analyses. The current work presents solutions to these issues and applications in the field of large reinforced concrete structures. To address the first problem, the quasi-static explicit solver algorithm is presented in this work, as an alternative to the conventional static implicit solver. Effectiveness of the explicit solver algorithm compared to the standard implicit one is demonstrated. It is shown through validations that, analysis of complex models with highly non-linear behaviour is being possible without the need for iterations. To address the second and third problems, a methodology that uses nonlinear finite elements analysis for determining a global resistance factor for the design of reinforced concrete structures is suggested. A new reliability approach is introduced, which takes into account the uncertainties of the material properties and the performance of the concrete model used in the calculations. In a first step, estimation of the coefficient of variation of the prediction error is performed for a given concrete model, nonlinear finite element package and a target design structure (TDS). In a second step, the global resistance factor is computed following a procedure in which the coefficient of variation of the calculated resistance is estimated using Rosenblueth's point estimate method. Robustness and simplicity of this method are demonstrated. The suggested methodology is well suited for structural engineers having access to non-linear deterministic finite element packages with concrete models.

Application of this general methodology is presented for the case of large hydraulic structures. The draft tube structure which is a typical component of a powerhouse with large members and non conventional boundary conditions is taken as the TDS. Following the two-step procedure, the

model error is firstly computed for two candidate concrete models: EPM3D and CDP. The validation process is undertaken from material to structural levels. Importance of considering the statistical size effect of the concrete is outlined in the calibration procedure at the material level and a new expression for the equivalent tensile strength is suggested. It is shown through this process that the use of only the compressive strength of the concrete and the yield strength of reinforcement are sufficient with EPM3D model to obtain relatively low coefficient of variation of model error. Using this selected concrete model and its corresponding model error, the global resistance factor is computed in a second step for the TDS. Effects of temperature, nominal shear reinforcement and lateral confinement are discussed. As an additional application, the shear size effect is investigated for very large concrete members without shear reinforcement. It is shown that, contrarily to some recent design code equations, the tendency of shear strength is much less sensitive to size effects for very large members. It is shown that for the case of a uniformly loaded beam, the macro size effect in shear tends asymptotically to the meso statistical size effect in tension previously identified at the material level in the first step.

Keywords : nonlinear analysis, finite element, concrete model, explicit algorithm, global safety factor, limit state design, hydraulic structures, design and assessment, verification & validation, size effect.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS.....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT.....	VII
TABLE DES MATIÈRES	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XV
LISTE DES FIGURES.....	XVI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	XIX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1. Généralités.....	1
1.2. Problématique.....	3
1.2.1. Cadre de calcul non-linéaire	5
1.2.2. Cadre méthodologique et professionnel.....	6
1.2.3. Cadre de vérification et validation (V&V)	7
1.3. Définition du sujet de recherche et objectifs	9
1.3.1. Développement d'un cadre de calcul non-linéaire utilisant les AANEF	11
1.3.2. Développement d'un cadre méthodologique pour la conception à l'état limite ultime.....	11
1.3.3. Développement d'un cadre V&V pour les structures en béton armé	11
1.4. Portée et contributions.....	12
1.5. Contenu de la thèse.....	14

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	16
2.1. Introduction	16
2.2. Méthodes de résolutions pour EF non-linéaires	16
2.3. Approche probabiliste en conception	18
2.4. Modèles constitutifs de béton	20
2.4.1. Classification selon l'échelle	21
2.4.2. Modélisation de la fissuration	23
2.4.3. Théories et lois constitutives	26
2.5. Approche V&V	26
2.6. Effet d'échelle	27
CHAPITRE 3 CADRE DE CALCUL NON-LINÉAIRE	31
3.1. Modèle EPM3D	31
3.1.1. Présentation	31
3.1.2. Historique	33
3.1.3. Améliorations apportées dans le cadre de cette thèse	33
3.1.4. Automatisation du processus de V&V	36
3.2. Modèle CDP	37
3.2.1. Présentation	37
3.2.2. Paramètres d'entrée	38
3.2.3. Paramètres pour la définition des surfaces d'écoulement et potentielle :	38
3.2.4. Paramètres pour la définition des courbes uniaxiales en compression :	40
3.2.5. Paramètres pour la définition du comportement cyclique :	40
3.3. L'approche explicite dans ABAQUS	41
3.3.1. Choix du logiciel ABAQUS	41
3.3.2. ABAQUS/Explicit	42
3.3.3. Vérifications	44
3.4. Exemples d'application	50

3.4.1. Exemple de bache spirale.....	50
3.4.2. Exemple d'une centrale barrage	54

CHAPITRE 4 : ARTICLE 1 : DEVELOPMENT OF A RELIABILITY FRAMEWORK FOR THE USE OF ADVANCED NONLINEAR FINITE ELEMENTS IN THE DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES..... 57

4.1. Abstract	59
4.2. Introduction	60
4.3. General reliability problem	63
4.4. Design code extension.....	67
4.5. Partial reliability problem.....	69
4.6. Computation of the global resistance factor	70
4.7. Estimation of V_R	73
4.8. Estimation of $V_{\tilde{R}}$	73
4.9. Application examples	76
4.10. Estimation of the moments of V_E	83
4.11. Suggested Methodology	85
4.12. Conclusion.....	87
4.13. Acknowledgements	88
4.14. References	89

CHAPITRE 5 : ARTICLE 2 : UTILIZATION OF NONLINEAR FINITE ELEMENTS FOR THE DESIGN AND ASSESSMENT OF LARGE CONCRETE STRUCTURES : PART I: CALIBRATION AND VALIDATION..... 93

5.1. Abstract	95
---------------------	----

5.2.	Introduction	96
5.3.	Model verification and validation	98
5.3.1.	Verification and validation philosophy	98
5.3.2.	Special issues for concrete structures	101
5.4.	Reliability framework	105
5.5.	Computational framework	106
5.5.1.	Constitutive models: EPM3D and CDP	106
5.6.	Validation Metrics	107
5.7.	Calibration and validation: from material to structure	109
5.7.1.	Target design structure	109
5.7.2.	Size effect issues and calibrations	110
5.7.3.	Material inputs and modeling technique	114
5.7.4.	Validation levels: material, element, and structural levels	115
5.8.	Model error computation	116
5.8.1.	Weighting procedure	116
5.8.2.	Results discussion and model error	118
5.9.	Conclusion	119
5.10.	Acknowledgements	120
5.11.	References	121

CHAPITRE 6 : ARTICLE 3 : UTILIZATION OF NONLINEAR FINITE ELEMENTS FOR THE DESIGN AND ASSESSMENT OF LARGE CONCRETE STRUCTURES : PART II: APPLICATIONS 129

6.1.	Abstract	131
6.2.	Introduction	132
6.2.1.	Available design methods for large or unusual concrete structures	132
6.2.2.	Scope of the paper	134

6.3.	Predictions for shear failure.....	135
6.3.1.	Size effect in shear	135
6.3.2.	Predictions for shear failure	137
6.4.	Parametric studies on point estimate method (PEM)	139
6.4.1.	Application of PEM	139
6.4.2.	Fixed beam example	140
6.4.3.	Unreinforced beam example	142
6.4.4.	Tunnel example.....	143
6.4.5.	Discussion	145
6.5.	Application to hydraulic structures	146
6.5.1.	Geometry and loading conditions	146
6.5.2.	Cracking at service load and comparison to an existing powerhouse.....	148
6.5.3.	Ultimate load prediction	150
6.5.4.	Temperature, nominal reinforcement, and lateral confinement effects	152
6.6.	Conclusion.....	153
6.7.	Acknowledgements	154
6.8.	References	155
CHAPITRE 7 COMPLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES SUR L'EFFET D'ÉCHELLE EN CISAILEMENT POUR LES TRÈS GRANDES MEMBRURES.....		158
7.1.	Introduction	158
7.2.	Modèle méso d'effet d'échelle	159
7.3.	Effet d'échelle en traction	162
7.4.	Effet d'échelle en cisaillement.....	164
CHAPITRE 8 DISCUSSION GÉNÉRALE		167
8.1.	Réalité.....	167
8.2.	Applicabilité	169

8.3. Robustesse et limites	172
CHAPITRE 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS ...	175
RÉFÉRENCES	180

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Hiérarchie des différentes mesures de fiabilité en structures	19
Tableau 2.2: Résumé des aspects caractérisant le comportement mécanique du béton.....	20
Tableau 2.3: Exemples d'effets d'échelle en béton.....	28
Tableau 3.1: Tableau comparatif de deux des meilleurs éléments finis disponibles dans ABAQUS/Explicit	45
Tableau 3.2: Comparaison des temps de calcul avec les deux méthodes de résolution.....	49
Table 4.1: Computation results for the three types of load effects	77
Table 5.1: Derivation of input quantities for EPM3D and DPM models.....	114
Table 6.1: Shear size effect tendencies for very large members	136
Table 6.2: Input data and results for example 3	144

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Présentation d'une centrale hydroélectrique.....	2
Figure 1.2: Schéma de concept pour le design linéaire traditionnel	4
Figure 1.3: Schéma de concept possible imaginé pour le 'design en non-linéaire'	4
Figure 1.4: Problématique du passage du modèle à la prédiction pour le cas des structures massives en béton.....	9
Figure 1.5: Évolution idéale de l'approche de conception en ingénierie.....	10
Figure 1.6: Contributions de la thèse	13
Figure 2.1: Méthodes de résolution utilisant la formulation implicite.....	17
Figure 2.2: Approche multi-échelles (d'après Wittmann 1983)	22
Figure 2.3: Exemple de modèle défini à l'échelle méso.....	23
Figure 2.4: Prise en compte de la zone d'élaboration de fissure	25
Figure 2.5: Représentation schématique simplifiée des processus de V&V (traduit de Schlesinger 1979).....	27
Figure 3.1: Comportement du modèle EPM3D en traction.	31
Figure 3.2: Comportement du modèle EPM3D en compression	32
Figure 3.3: Principales modifications apportées au modèle EPM3D.....	34
Figure 3.4: Comportement cyclique et indices de fissuration.....	35
Figure 3.5: Modélisation du couplage d'endommagement lors du passage répétitif T-C-T	35
Figure 3.6: Automatisation du processus V&V dans Python.....	36
Figure 3.7: Exemple d'un modèle de vérification (projet MECA de EDF).....	37
Figure 3.8: Définition des surfaces d'écoulement et potentielle pour le modèle CDP (Hibbitt et al. 2010).....	39
Figure 3.9: Définition de la courbe uniaxiale en compression pour le modèle CDP (Hibbitt et al. 2010).....	40
Figure 3.10: Paramètres définissant le comportement cyclique du modèle CDP (Hibbitt et al. 2010).....	41
Figure 3.11: Modélisations possibles des armatures dans ABAQUS	46
Figure 3.12: Exemple d'une amplitude lisse (<i>smooth step</i>) définie dans ABAQUS	47

Figure 3.13: Courbe typique de l'évolution du ratio pour une analyse non-linéaire jusqu'à la rupture d'une poutre en béton armé	48
Figure 3.14: Description du modèle de demi-diffuseur	49
Figure 3.15: Comparaisons des résultats obtenus avec les deux méthodes de résolution.....	50
Figure 3.16: Exemple de bache spirale: composantes du modèle EF	51
Figure 3.17: Exemple de bache spirale: matériaux utilisés	52
Figure 3.18: Exemple de bache spirale: fissuration en service et à l'ultime	53
Figure 3.19: Exemple d'une centrale barrage	54
Figure 3.20: Exemple d'une centrale barrage	55
Figure 4.1: Typical complex concrete structure.....	61
Figure 4.2: General reliability problem.....	64
Figure 4.3: Partial reliability problem.....	68
Figure 4.4: Comparison of different probabilistic methods for moment estimation.....	75
Figure 4.5: Beam and geometry configuration in example 2	78
Figure 4.6: Finite element model of example 2	79
Figure 4.7: Resistance factor computation from cross-sectional analyses.....	80
Figure 4.8: Resistance factor computation from beam analyses	80
Figure 4.9: Interpretation of resistance factor results in beam analyses	82
Figure 4.10: Identification of needed benchmarks for large concrete structure applications	84
Figure 4.11: Suggested flowchart for using nonlinear analyses in design	85
Figure 4.12: Pushover analysis: suggested steps and order of application of loads.....	87
Figure 5.1: Presentation of the V&V methodology for concrete structures.....	99
Figure 5.2: Example of aleatory uncertainty in Rogowsky et al. (1986) experimental series.	103
Figure 5.3: Required replication number of experiments for increasing system variability	104
Figure 5.4: Benchmark needs for the TDS.....	110
Figure 5.5: Uniaxial tensile test on dog-bone specimens.....	112
Figure 5.6: Comparison of numerical and experimental results.....	117
Figure 6.1: Example of hydraulic structure.....	133
Figure 6.2: Size effect in shear: from validation to prediction.....	138
Figure 6.3: Numerical results for example 1 of beam with fixed ends	141
Figure 6.4: Numerical results for example 2	142

Figure 6.5: Experimental tests considered in example 3	143
Figure 6.6: Roof portion of subway box structure at failure, compressive stresses and cracking pattern.....	145
Figure 6.7: Models considered in the analyses	148
Figure 6.8: Comparison between observed cracking pattern	149
Figure 6.9: Established relation between roof cracking and drainage gallery infiltration problems	150
Figure 6.10: Cracking pattern of draft tube local model at failure.....	151
Figure 6.11: Results for draft tube local model analyses	152
Figure 7.1: Modèle méso d'effet d'échelle.....	159
Figure 7.2: Simulations numériques de l'effet d'échelle en traction.....	163
Figure 7.3: Effet d'échelle en cisaillement: patron de fissuration obtenu numériquement pour un même niveau de chargement	165
Figure 8.1: Comparaison de la tendance de l'effet d'échelle en cisaillement entre expérimental numérique et code	174

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Sigles

AANEF	=	Analyse Avancée Non-linéaire par Éléments Finis
ANFE	=	<i>Advanced Non-linear Finite Elements</i>
BCM	=	<i>Brittle Cracking Model (ABAQUS)</i>
CDP	=	<i>Concrete Damaged Plasticity (ABAQUS)</i>
COV	=	<i>Coefficient of Variation</i>
EPM3D	=	Endommagement Progressif du Matériau en 3 Dimensions
EF	=	Éléments Finis
FPZ	=	<i>Fracture Process Zone</i>
NLFM	=	<i>Non-linear Fracture Mechanics</i>
SCM	=	<i>Smeared Cracking Model (ABAQUS)</i>
TDS	=	<i>Target Design Structure</i>
V&V	=	Vérification et Validation

Symboles

b	=	largeur
E_0	=	module d'Young
f'_c	=	résistance à la compression du béton
f'_t	=	résistance à la traction du béton
f_y	=	limite élastique de l'acier
G_f	=	énergie de fissuration ou de rupture
h	=	hauteur
L	=	longueur
ρ ou ρ_h , ρ_v	=	pourcentage de renforcement longitudinal, transversal
$P, \Delta P$	=	charge et incrément de charge
ΔU	=	incrément de déplacement
$u, \dot{u}$ et $\ddot{u}$	=	déplacement nodal, vitesse et accélération nodale
$\Delta \lambda$	=	incrément de longueur d'arc dans la méthode d'arc
λ	=	paramètre d'endommagement dans le modèle EPM3D

I	=	force interne calculée par intégration des contraintes
p_f, p_{f_max}	=	probabilité de rupture, probabilité de rupture max. tolérée
δ	=	déplacement
$\varepsilon, \varepsilon_i$	=	déformation et déformation principale dans la direction i ($i = 1$ à 3)
ε_e	=	déformation élastique
σ, σ_i	=	contrainte et contrainte principale dans la direction i ($i = 1$ à 3)
σ_N	=	contrainte nominale considérée pour l'effet d'échelle
C_N	=	coefficient d'ajustement dans l'équation d'effet d'échelle
D	=	dimension caractéristique du spécimen ou de la structure
E_d	=	module de déchargement pour le post-pic en compression du béton
E_0	=	module tangent initial du béton
$G_{f\gamma}$	=	énergie de rupture pour le post-pic en compression du béton
γ	=	paramètre qui définit le plateau horizontal en post-pic de compression
F	=	fonction qui définit la surface d'écoulement pour les modèles de plasticité
G	=	fonction potentielle pour les modèles de plasticité
Kc	=	paramètre qui définit la forme de la surface d'écoulement
η	=	le ratio entre la résistance en compression bi-axiale et la résistance en compression uni-axiale
Ψ	=	angle de dilatation du modèle CDP
σ_{t0}	=	résistance du béton en traction triaxiale
w_t, w_c	=	paramètres du modèle CDP pour la définition du comportement cyclique
M	=	matrice des masses modales dans la méthode explicite
ω_{max}	=	plus haute fréquence du système
Δt_{stable}	=	incrément de temps stable utilisé par la méthode explicite
C_d	=	vitesse de propagation d'onde dans le matériau
L_e	=	longueur caractéristique du plus petit élément du maillage
T	=	période fondamentale du système
E_H, E_I et E_C	=	énergies de <i>hourglass</i> , interne de déformation et cinétique totales

Z	=	variable aléatoire fonction d'état limite
R, R_m, R_d et V_R	=	variable aléatoire définissant la résistance réelle de la structure, sa valeur moyenne, valeur de conception et son coefficient de variation
U, U_m, U_d et V_U	=	variable aléatoire définissant le chargement sur la structure, sa valeur moyenne, valeur de conception et coefficient de variation
$\beta, \beta_{\min}$	=	indice de fiabilité, indice de fiabilité minimal toléré
β_s	=	contrainte de cisaillement ultime normalisée
Φ	=	fonction de distribution cumulative de la loi normale
γ_G	=	facteur de résistance global
λ_i	=	facteur de majoration du code de la charge i
E, E_m et V_E	=	variable aléatoire définissant l'erreur due à la modélisation, sa valeur moyenne et son coefficient de variation
$\tilde{R}, \tilde{R}_m, \tilde{R}_k$ et $V_{\tilde{R}}$	=	variable aléatoire définissant la résistance calculée avec le modèle numérique, sa valeur moyenne, valeur caractéristique et son coefficient de variation
$E(.)$	=	expression représentative de la valeur moyenne de la variable entre les parenthèses
$\overline{R}_{m_i}$	=	valeur estimative de la résistance réelle moyenne
n_d	=	nombre de similitude
m	=	module de Weibull

Chapitre 1 INTRODUCTION

1.1. Généralités

Le béton, armé et non armé, est utilisé depuis plus d'un siècle dans la construction de divers ouvrages à travers le monde. Il est de nos jours le matériau de construction le plus utilisé au monde. Malgré cette utilisation étendue, il est toujours considéré comme un matériau complexe principalement à cause de son hétérogénéité, de sa composition micro-structurale aléatoire et de son comportement hautement non-linéaire.

Les méthodes de conception utilisées jusqu'ici par les ingénieurs dans le domaine de génie civil reposent en général sur des études linéaires simplifiées : modèles 1D de poutres et modèles 2D de plaques. L'étape de vérification des sections critiques et de dimensionnement s'en suit via l'utilisation des règles existantes dans les codes et normes internationales de béton. Cette approche simplifiée conduit à de bons résultats pour le cas de structures conventionnelles tel que les bâtiments et les ponts standards. Cependant, elle peut conduire à des conceptions erronées, du côté conservateur ou non conservateur, si extrapolées pour le cas de structures plus complexes. Tel est l'exemple des structures massives en béton armé.

Par définition dans ce travail, il s'agit de structures composées de membrures épaisses de plus de 1m d'épaisseur, qui sont très faiblement armées. Le pourcentage d'armature dépasse rarement la valeur de 0,5 %. Du point de vue des structures, il s'agit d'un domaine limite qui se situe entre les structures conventionnelles en béton armé (ex : bâtiments) et les structures en béton non armé (ex : barrages). Les exemples de telles structures se retrouvent dans le domaine des ouvrages hydrauliques tels que les centrales hydro-électriques (voir un exemple sur la figure 1.1) et les évacuateurs de crue. Pour ces ouvrages, l'épaisseur importante des membrures est souvent imposée par les exigences de stabilité. Plusieurs éléments font que ces structures sont souvent considérées comme hors norme : la géométrie tridimensionnelle complexe imposée par les exigences hydrauliques (figure 1.1b), la présence de contraintes élevées d'origine thermique qui provoquent la fissuration en service, la présence d'hyperstaticité qui permet la redistribution des

efforts après fissuration, et l'absence d'armature de cisaillement (pratique conventionnelle pour ce type d'ouvrages) qui favorise l'effet d'échelle.

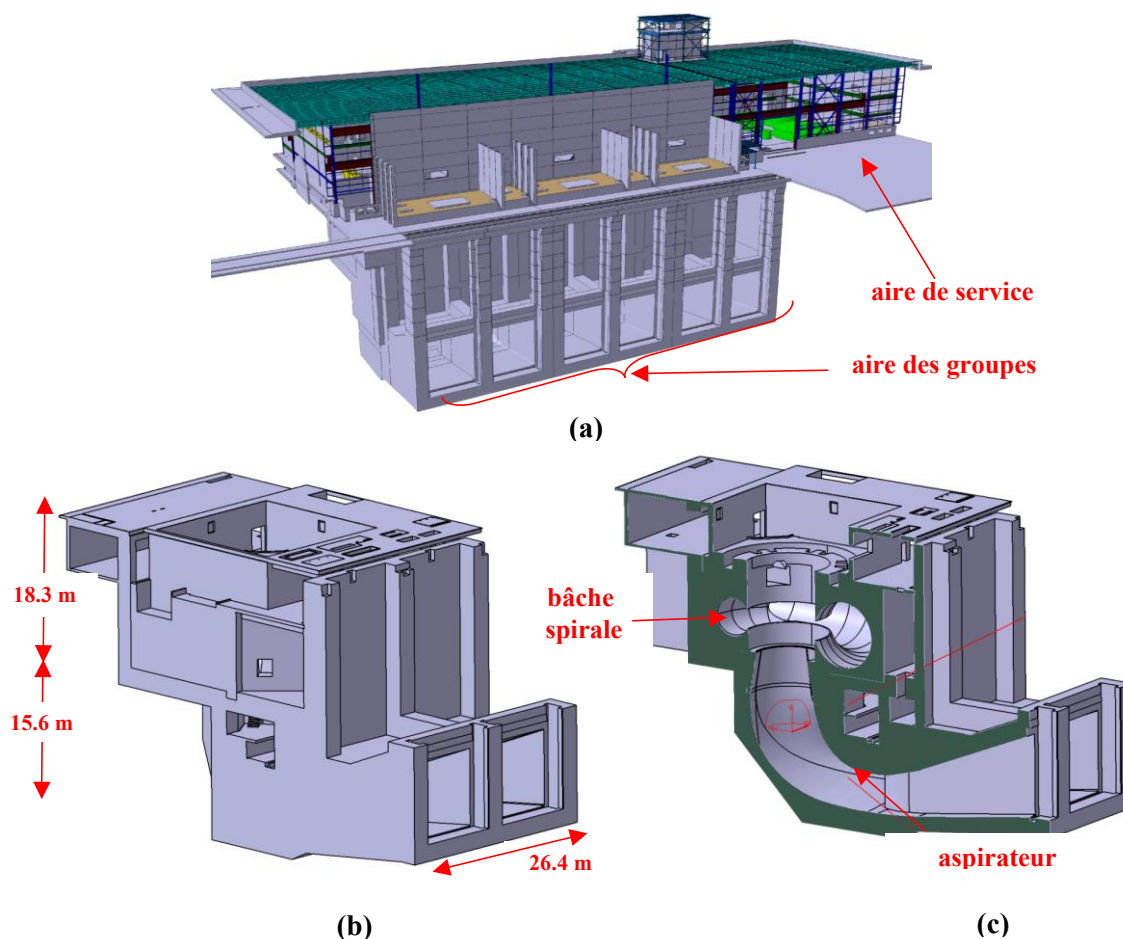


Figure 1.1 :Pré sentation d' une centrale hydro électrique:

(a) arrangement hydro-électrique typique; (b) dimensions typiques d' un groupe; (c) coupe transversale d' un axe d' un groupe.

Pour le dimensionnement de telles structures, les consultants font appel à des outils plus avancés : utilisation de modèles éléments finis 3D linéaires élastiques pour l'extraction des forces de section, utilisation de modèles de bielles et tirants pour la conception des détails d'armature (Schlaich et al. 1987), extrapolation des règles existantes dans les codes et les recommandations des comités disponibles à l'échelle mondiale DNV 2012; ACI Committee 207 1995; CEB-FIP 1993; FERC 2002, etc.), ainsi que l'expérience du passé et l'observation du comportement des structures similaires en opération. De tels outils restent toujours approximatifs pour ce genre de

structures et l'utilisation des analyses avancées non-linéaires par éléments finis constitue à ce jour le moyen le plus rigoureux pour traiter ce genre d'ouvrages. Par définition dans ce travail, les analyses avancées non-linéaires par éléments finis (AANEF) sont des analyses de simulation numérique utilisant des éléments finis 3D et faisant intervenir une loi de comportement non-linéaire de béton ou béton armé qui permet la prise en compte du comportement complexe du béton.

1.2. Problématique

La méthode AANEF constitue un outil numérique de pointe pour l'analyse des éléments en béton armé. Elle permet de reproduire le comportement fragile du béton après fissuration et constitue dans certains cas la seule alternative aux essais expérimentaux pour la prédiction précise du comportement des structures en béton. Jusqu'à date, cet outil a surtout été utilisé pour la reproduction de résultats d'essais expérimentaux simples – tirants, poutres et dalles en béton armé – et a rarement été utilisé pour l'analyse ou encore la conception de structures complexes en béton armé.

Le problème fondamental auquel s'adresse ce projet de recherche est le passage de l'étape d'*analyse* non-linéaire d'éléments *simples* à l'étape de *conception* d'une structure *complexe*, tout en respectant les recommandations et les marges de sécurités minimales exigées par les codes et les normes (conception aux états limites).

La figure 1.2 présente le processus traditionnel et universel pour la conception aux états limites. Un processus itératif est suivi pour aboutir au design final. Le départ se fait à partir d'un modèle d'analyse linéaire dont la théorie est unique et d'un design initial généralement basé sur l'expérience. À l'intérieur du processus itératif, on retrouve l'analyse linéaire qui comprend généralement deux étapes : l'étape de prétraitement et l'analyse en elle-même. La vérification se fait ensuite au niveau des sections critiques identifiées pour les deux états limites, en service et à l'ultime. Cette dernière étape peut être vue comme étape de post-traitement et d'interprétation des résultats.

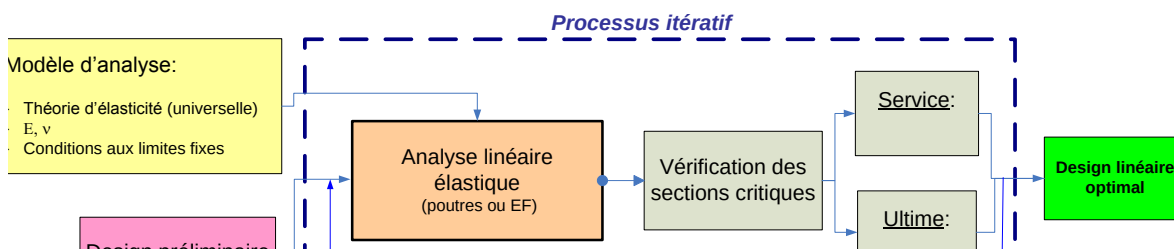


Figure 1.2: Schéma de concept pour le design linéaire traditionnel

Un schéma de concept possible est montré pour le cas du "design en non-linéaire" dans la figure 1.3. Il s'agit de la forme la plus simple et la plus proche de la méthodologie linéaire décrite précédemment et de l'esprit des codes, qui n'est pas nécessairement la meilleure comme on le verra plus loin.

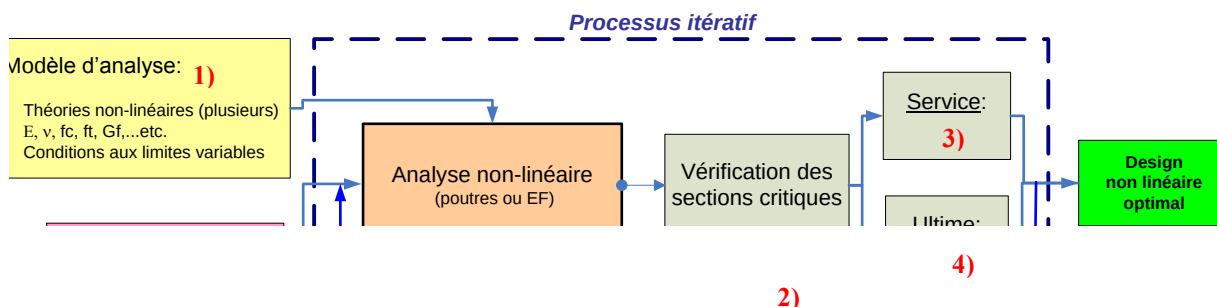


Figure 1.3: Schéma de concept possible imaginé pour le 'design en non-linéaire'

Même si cette forme est la plus simple, on peut y détecter les problématiques suivantes :

- 1) Contrairement au cas linéaire, il n'existe pas de modèle non-linéaire unique pour la modélisation du béton. Plusieurs théories existent et continuent d'apparaître, aucune n'étant parfaite. Aucun modèle ne peut être validé d'une manière définitive, il ne peut être qu'invalidé (Babuska et Oden 2004). De plus, il existe plusieurs paramètres d'entrée possibles pour chaque modèle, certains ne sont pas facilement mesurables, la plupart constituent des variables aléatoires dont la variabilité est assez importante.

- 2) Le temps de calcul d'une analyse non-linéaire peut être long voire infini en cas de non convergence, ou même non faisable pour le cas de gros modèles.
- 3) Pour le cas des structures massives tel que les centrales hydro-électriques, l'état de service est gouverné généralement par le critère d'ouverture de fissure maximale. Les critères de flèche gouvernent rarement à cause de la rigidité importante des membrures. Le problème se pose donc pour l'estimation de l'ouverture de fissure à partir des analyses non-linéaires.
- 4) La vérification à l'ultime nécessite la prise en compte des facteurs de pondération appliqués aux charges et de résistance appliquées aux matériaux afin de tenir compte de l'aspect probabiliste du design, et de respecter une probabilité de ruine maximale: $P_f \leq P_{f_max}$ (MacGregor 1976). De plus, le principe de superposition des cas de charge n'est plus applicable pour le cas non-linéaire, l'ordre et la succession des charges peuvent aussi influencer les résultats.

Compte tenu des difficultés énoncées précédemment, les volets suivants sont identifiés : cadre de calcul non-linéaire, cadre méthodologique, cadre de vérification et validation connu dans la littérature sous l'acronyme de V&V.

1.2.1. Cadre de calcul non-linéaire

Le calcul non-linéaire implique un modèle de béton (loi de comportement), un algorithme de résolution non-linéaire et un temps de calcul résultant. Le bon choix des deux premiers ingrédients constitue un élément clé pour la réussite de telles analyses dans le cadre de gros modèles complexes issus d'applications industrielles. Autrement dit, avoir un modèle de béton sophistiqué n'est pas d'une grande utilité s'il est utilisé avec un algorithme de résolution standard incapable de gérer les instabilités locales dues à l'adoucissement du béton. L'inverse est vrai pour un algorithme de résolution performant et un modèle de béton standard ne pouvant pas traiter des aspects complexes fondamentaux du matériau de béton. La combinaison : bon modèle de béton / bon algorithme de résolution est malheureusement rare au niveau des AANEF des structures en béton armé. Elle constitue malgré cela une condition nécessaire et non suffisante pour le passage souhaité d'aide à la conception de structures complexes.

1.2.2. Cadre méthodologique et professionnel

Le cadre méthodologique est le cadre nécessaire pour le passage de l'analyse à la conception. Il implique tout le processus pour le passage des résultats des éléments finis non-linéaires vers les résultats susceptibles d'aider à la vérification de la structure par rapport aux exigences minimales des normes et codes en vigueur. Autrement dit, l'ingénieur, consultant ou spécialiste, doit être capable suite à ce processus de répondre aux deux questions suivantes (figure 1.3).

1. Est-ce que le design structural est acceptable de point de vue de l'état limite de service tel que défini par les normes, codes et comités en vigueur dans le domaine de la structure étudiée?
2. Est-ce que le design structural est acceptable de point de vue de l'état limite ultime tel que défini par les normes, codes et comités en vigueur dans le domaine de la structure étudiée?

Les résultats des AANEF sont généralement les suivants : niveau de chargement, champs de contraintes, de déformations et de variables d'état du modèle de béton correspondants à ce niveau de chargement.

Étant donné que les déplacements sont un résultat direct du champ de déformations, la difficulté pour répondre à la première question réside dans l'estimation de l'ouverture fissure maximale à partir des résultats d'analyses. Ce problème se pose spécifiquement pour les modèles de béton à fissuration diffuse où la fissuration n'est pas modélisée explicitement, contrairement aux modèles de béton à fissuration discrète.

La deuxième question est reliée à la stabilité et à la résistance de la structure. L'aspect aléatoire des charges et des résistances considéré par les codes généralement par les facteurs de pondération des charges et de tenue des matériaux pose un problème au niveau des analyses non-linéaires. Il est indispensable dans ce cas de définir de nouveaux cadres probabilistes pour l'utilisation de telles analyses et qui reflètent le même niveau de sécurité exigé par les normes et lois en vigueur, par exemple, la même probabilité de défaillance maximale tolérée P_{f_max} .

Il est important que le nouveau cadre probabiliste de calcul à l'ultime tienne compte des aspects suivants spécifiques aux AANEF et du domaine des structures en béton : temps d'analyse long, imprécision du schéma de calcul (loi de béton, algorithme de résolution, discrétisation par

éléments finis, etc.), existence de codes en vigueur qui encadrent le travail des ingénieurs et autour desquels s'est développé un consensus et une confiance croissante au cours du temps, connaissances en probabilité pas nécessairement approfondies au niveau des ingénieurs experts dans le domaine.

1.2.3. Cadre de vérification et validation (V&V)

La notion de vérification et de validation de modèles mathématiques par rapport à des processus naturels et physiques remonte aux origines de la science. La vérification est par définition le processus pour déterminer si un modèle numérique représente l'implémentation correcte du modèle conceptuel et de sa solution. La validation est le processus par lequel est déterminé le degré de précision du modèle numérique par rapport à la réalité physique étudiée, du point de vue des utilisations prévues du modèle numérique. La finalité du processus V&V entrepris pour une réalité physique et un modèle numérique donnés est de quantifier le niveau d'accord entre les deux, afin de déduire la capacité de prédiction du modèle numérique.

Considérons l'aspirateur montré à la figure 1.1c comme étant le modèle physique considéré. La figure 1-4 montre un résultat typique des AANEF, où les régions en bleu représentent le béton non fissuré, tandis que les régions de couleur vert à rouge représentent le béton endommagé. Cette méthode de représentation de l'endommagement du béton sera utilisée tout au long de cette thèse. La portion du plafond représente déjà une membrure hors norme puisque sa profondeur dépasse de 2m la plus grosse poutre jamais testée. En effet, la plus grande poutre testée de 3m représente en fait le dernier point d'une série de poutres similaires en béton armé sans armature de cisaillement (Iguro et al. 1985). Cette même série a servi avec d'autres tests réalisés à l'université de Toronto, à l'ajustement de la version du code Canadien A23.3 (2004) par rapport à sa version précédente A23.3 1994 pour la prise en compte de l'effet d'échelle en cisaillement. Les deux questions qui se posent à ce niveau sont les suivantes:

1. Pour la membrure de 5m, laquelle des méthodes suivantes est bonne pour estimer la capacité en cisaillement : les équations du code ou bien le modèle numérique? De plus si deux modèles numériques différents utilisés par deux consultants indépendants donnent deux résultats différents, sur quel résultat doit-on se fier?

2. En absence de points expérimentaux au-delà de la profondeur de 3 m, les deux ou trois derniers points expérimentaux de la série des poutres testées par les japonais (Iguro et al. 1985) deviennent très importants dans la mesure où ils servent à l'extrapolation des résultats pour les poutres de plus de 3m de profondeur. Jusqu'à quel point peut-on se fier à ces points expérimentaux sachant que l'imprécision expérimentale ne peut jamais être écartée : erreurs expérimentales possibles, imprécisions des mesures, manque de réplication en présence d'un comportement aléatoire connu du béton, etc?

Si l'on descend encore plus à l'échelle du matériau de béton, on y découvre des questions possibles au niveau du choix des paramètres de matériau utilisés par le modèle numérique de béton. La figure 1.4 montre l'exemple du paramètre de résistance en traction f'_t considéré comme paramètre fondamental d'initiation de la fissure pour le modèle de béton utilisé. Ce paramètre est généralement issu d'équations semi-empiriques à partir de résultats expérimentaux d'éprouvettes dont la taille dépasse rarement 200 mm. Jusqu'à quel point peut-on croire à ce paramètre en présence de membrures épaisses de plus de 5m ? De plus, sachant qu'un effet d'échelle au niveau de la résistance en traction a été identifié expérimentalement et numériquement, peut-on considérer la résistance en traction comme une caractéristique matérielle d'entrée d'un modèle de béton?

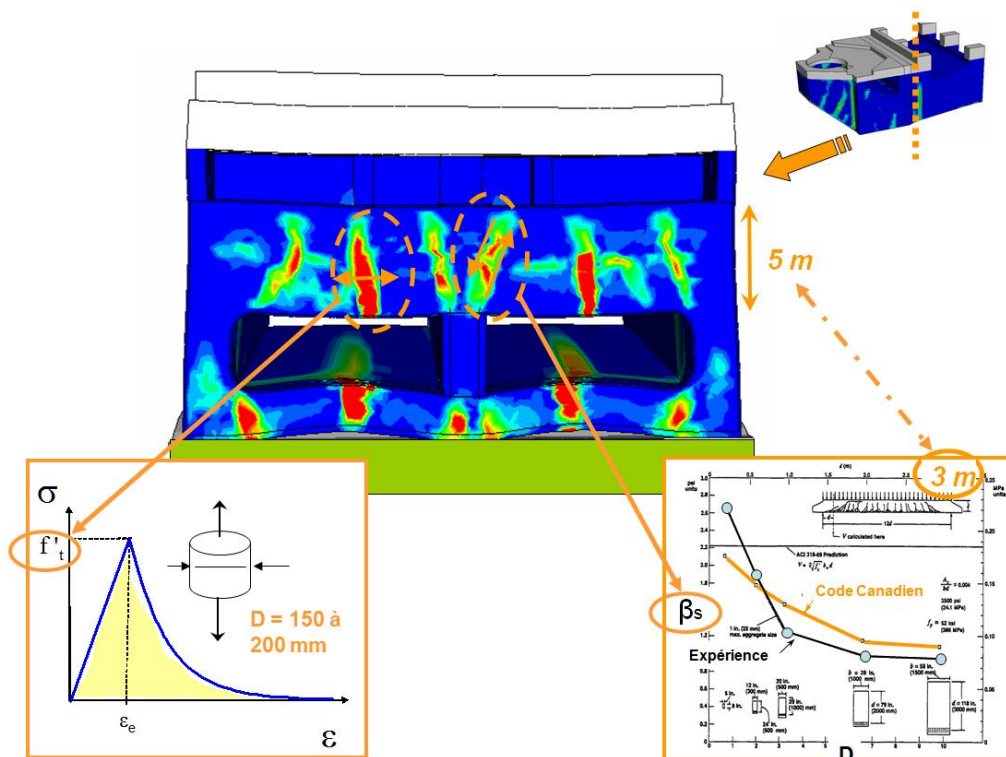


Figure 1.4: Problématique du passage du modèle à la prédiction pour le cas des structures massives en béton

1.3. Définition du sujet de recherche et objectifs

Cette thèse s'insère dans un cadre global : celui de conception de structures complexes en béton armé dans la quête d'une structure *optimale* (béton + armature) : coûts minimums, comportement adéquat en service, performance à l'ultime, $P_f \leq P_{f_max}$, etc. Une approche progressive est alors nécessaire afin d'atteindre ce but. La figure 1.5 représente schématiquement l'évolution *idéale* de l'approche progressive afin d'atteindre le design optimal. Cette approche devrait démarrer du côté conservateur : chaque couche externe représente ainsi un degré supplémentaire de conservatisme *réaliste* et la progression correcte devrait se faire de l'extérieur vers l'intérieur. Cette progression est alimentée par l'état d'avancement de la recherche et des codes par la suite, ainsi que par la confiance croissante aux modèles de béton (ex : à travers les validations et les benchmarks), au processus numérique et la compréhension du comportement réel de la structure. Dans cette optique, la méthodologie de design montrée précédemment pour le cas linéaire (figure 1.2) correspondrait à l'approche linéaire 100% code de la figure 1.5. La méthodologie de design

non-linéaire proposée dans la figure 1.3 correspondrait à l'approche non-linéaire de niveau 1 puisque la même méthode de vérification *locale* des sections critiques exigée par les codes est utilisée. Pourtant, à la fin d'une analyse non-linéaire, où l'équilibre entre les forces internes et externes est atteint et la compatibilité des déformations est assurée, les critères de matériaux sont implicitement respectés dans la loi constitutive. Ainsi, l'étape d'identification des sections critiques, la vérification locale n'est pas *théoriquement* nécessaire. Ceci conduirait à l'approche non-linéaire de niveau 2 montrée conceptuellement à la figure 1.5 et visée par ce travail.

L'objectif spécifique de la thèse est le développement d'une approche *rationnelle* de conception à l'état limite *ultime de résistance*, des structures *complexes* en béton armé, en utilisant les *analyses avancées non-linéaires par éléments finis (AANEF)*. Le cas particulier des structures massives en béton armé est pris comme domaine d'application.

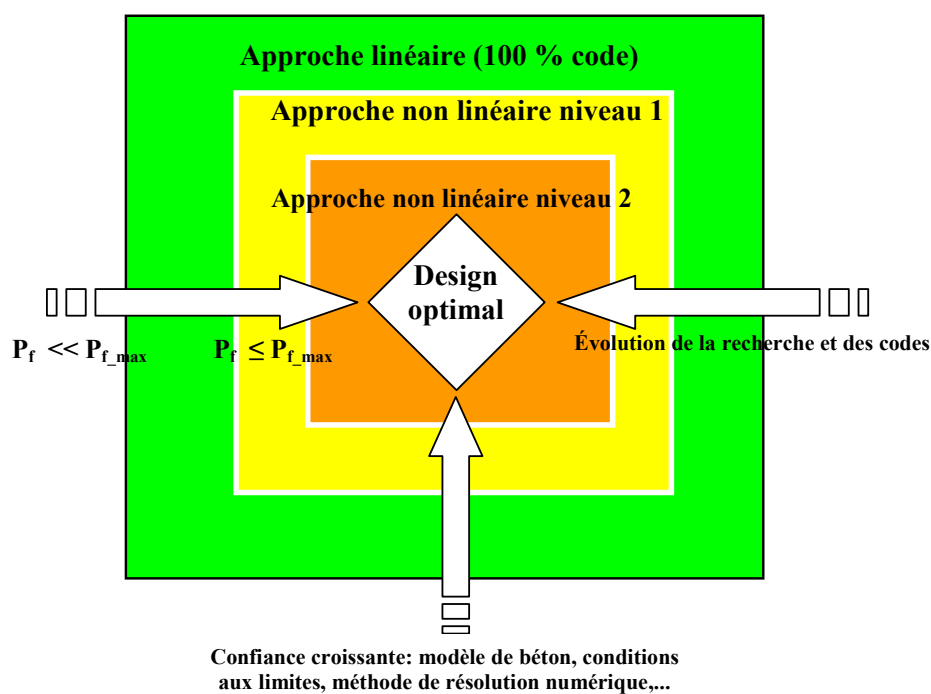


Figure 1.5: Évolution idéale de l'approche de conception en ingénierie

D'après la problématique définie dans la section précédente, les objectifs de ce projet de recherche peuvent être regroupés sous trois thèmes :

- le développement d'un cadre de calcul non-linéaire utilisant les AANEF;
- le développement d'un cadre méthodologique pour la conception à l'état limite ultime;
- le développement d'un cadre V&V pour les structures en béton armé.

1.3.1. Développement d'un cadre de calcul non-linéaire utilisant les AANEF

L'approche de résolution standard utilisée pour la résolution des analyses non-linéaires est l'approche implicite utilisant les itérations de Newton-Raphson. L'objectif dans cette étude est l'utilisation de l'approche explicite quasi-statique initialement développée pour les analyses hautement non-linéaires de formage des métaux (Rebelo et al. 1992). Des études sont nécessaires pour approfondir la compréhension des paramètres de la méthode explicite : types d'éléments finis, méthode d'application des charges pour avoir une réponse quasi-statique, méthode de vérification des ratios énergétiques, tests de validation et de comparaison par rapport à la formation implicite standard. Dans cette phase, la loi de comportement EPM3D (Bouzaiène et Massicotte 1997) déjà disponible dans un environnement FORTRAN et pour une formulation implicite est réadaptée à l'interface VUMAT de sous-routines utilisateur du logiciel Abaqus/Explicit (Hibbitt et al. 2010).

1.3.2. Développement d'un cadre méthodologique pour la conception à l'état limite ultime

Une approche probabiliste est nécessaire afin de prendre en compte la variabilité des charges et des matériaux. L'objectif ici est d'utiliser une approche probabiliste simple, robuste et réalisable dans le cadre des analyses coûteuses du type AANEF. Cette approche rentrerait dans un cadre méthodologique global de conception à l'ultime qui tiendrait compte de la performance du modèle de béton pour la structure considérée, en plus de la variabilité des paramètres de conception.

1.3.3. Développement d'un cadre V&V pour les structures en béton armé

Le cadre V&V déjà développé dans d'autres disciplines scientifiques et techniques doit être adapté pour les structures en génie civil pour lesquelles le test des structures réelles est très

difficile sinon impossible (ex: tests à l'ultime). L'objectif ici est de définir et de démontrer l'applicabilité d'un schéma de validation de modèle numérique dans le cadre spécifique de structures en béton armé.

1.4. Portée et contributions

Bien que ce travail s'adresse principalement aux ingénieurs praticiens œuvrant dans la conception des structures complexes, il touche à des disciplines scientifiques autres que l'analyse et conception des structures en béton armé. Au total, cinq disciplines sont identifiées sur la figure 1.6 :

- calculs probabilistes et fiabilité;
- V&V et statistique;
- EF et modèles de béton non-linéaires;
- codes et normalisation;
- mécanique de la rupture.

Tel que montré à la figure 1.6, les contributions de ce travail constituent le résultat du chevauchement de ces disciplines avec le domaine d'ingénierie d'analyse et conception des structures en béton armé. Les chapitres 3 et 7 constituent des contributions de cette thèse mais ne font pas pour le moment l'objet d'articles. Le contenu de ces deux chapitres est détaillé dans la section suivante.

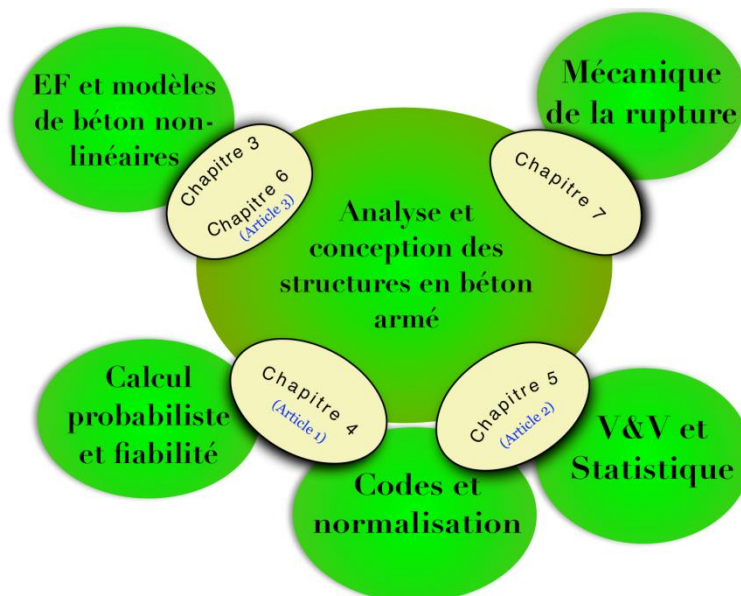


Figure 1.6: Contributions de la thèse

Les contributions originales sont détaillées ci-dessous pour chacun des articles.

Le premier article (chapitre 4) présente l'élaboration d'un cadre de fiabilité pour la conception des structures en béton armé en utilisant les analyses AANEF:

- développement d'une méthodologie simplifiée qui tient compte à la fois de la variabilité des paramètres de matériau et de la performance du modèle de béton pour la structure cible considérée;
- développement d'une équation simplifiée pour le facteur de sécurité global pour une structure cible et un modèle de béton donnés;
- utilisation de la méthode d'estimation par points de Rosenblueth (1975) pour l'approximation du coefficient de variation de la résistance calculée. Validation de la méthode par rapport à la méthode conventionnelle de Monte Carlo;
- démonstration des avantages de l'approche de fiabilité considérée par rapport aux approches existantes dans la littérature, dans le contexte des AANEF des structures en béton armé.

Le deuxième article (chapitre 5) présente le développement et application de l'approche V&V :

- ajustement de l'approche V&V déjà existante dans d'autres domaines pour le domaine spécifique des structures en béton armé;
- application de l'approche pour l'exemple de diffuseur en utilisant deux modèles de béton différents : EPM3D et CDP;
- développement d'une équation de résistance en traction équivalente pour la prise en compte de la partie statistique de l'effet d'échelle;
- validation du modèle EPM3D en utilisant plus d'une soixantaine de benchmarks et seulement deux variables d'entrée.

Enfin, le troisième article (chapitre 6) illustre l'application des cadres établis de calcul, fiabilité et V&V pour le cas d'ouvrages réels :

- prédiction de l'effet d'échelle en cisaillement pour les très grandes membrures;
- comparaison du profil d'endommagement obtenu numériquement d'un aspirateur par rapport à un patron de fissuration d'un ouvrage similaire existant;
- chargement jusqu'à la rupture de la structure de diffuseur avec l'étude de l'impact de quelques variables de conception sur la performance à l'ultime de l'ouvrage comme l'effet thermique, le renforcement nominal en armature de cisaillement et le confinement latéral du à la pression d'eau intergroupes.

1.5. Contenu de la thèse

À la suite de cette introduction, une revue de la littérature au chapitre 2 permet de mettre à jour l'état des connaissances au niveau des différents points abordés dans la thèse : méthodes de résolution pour EF non-linéaires, modèles constitutifs de béton, approche probabiliste en conception, approche V&V et effet d'échelle. Le chapitre 3 décrit le cadre de calcul non-linéaire qui a été développé dans cette thèse. Il inclut la description de la méthode de résolution explicite disponible dans le logiciel ABAQUS/Explicit et des modèles de béton EPM3D et CDP. Le chapitre 4 porte sur le cadre de fiabilité développé pour la conception des structures en béton armé en utilisant les analyses AANEF. Il correspond au premier article de cette thèse qui a été

publié en 2012. Le chapitre 5 concerne l'approche V&V qui a été développée et appliquée dans cette thèse pour le cas des analyses AANEF des structures en béton armé, en prenant la structure du diffuseur comme structure cible et en utilisant deux modèles de béton différents EPM3D et CDP. Le chapitre 6 constitue l'application proprement dite des cadres établis de calcul, fiabilité et V&V, pour le cas d'ouvrages réels. Les chapitres 5 et 6 correspondent aux articles 2 et 3 de revue qui ont été soumis comme articles conjoints pour révision. Le chapitre 7 revient sur le résultat d'effet d'échelle en cisaillement pour les grandes membrures du chapitre 6. L'effet d'échelle y est abordé cette fois-ci d'un point de vue fondé sur la mécanique de la rupture. Le chapitre 8 contient une discussion de chacun des trois articles et propose une analyse globale de la thèse. Le chapitre 9 présente les conclusions de la thèse et les recommandations pour les recherches à venir.

Chapitre 2 REVUE DE LITTÉRATURE

2.1. Introduction

L'objectif ce chapitre est de définir les notions fondamentales utilisées dans ce travail. Vu l'organisation par articles de cette thèse, et afin d'éviter la répétition, le lecteur sera renvoyé, dans certaines sections, au chapitre/article correspondant, pour une revue critique plus détaillée.

2.2. Méthodes de résolutions pour EF non-linéaires

L'approche de résolution standard des problèmes non-linéaires par éléments finis a été la formulation implicite itérative dans laquelle les équations d'équilibre entre les forces externes (P) et internes (I) sont résolues d'une manière itérative jusqu'à convergence:

$$P - I = 0 \quad (2.1)$$

Les deux méthodes principales pour la résolution implicite sont la méthode incrémentale itérative de Newton-Raphson et la méthode de longueur d'arc connue aussi sous le nom de méthode de Riks (Riks 1979) pour les analyses de voilement et de post-bifurcation (figure 2.1). Pour ces deux méthodes, la matrice de rigidité tangente globale du système est calculée à chaque pas d'analyse et des itérations successives sont faites afin de respecter le critère de convergence. Ce dernier peut être basé sur les forces, les déplacements ou la combinaison des deux.

Pour le cas de la méthode Newton-Raphson, l'algorithme cherche l'incrément de déplacement ΔU , étant donné l'incrément de force ΔP dans le cas de pilotage en force. Dans le cas de pilotage en déplacement, c'est l'incrément de force qui devient l'inconnue. Tel que montré à la figure 2.1, le pilotage en charge est incapable de dépasser le pic. Au delà de ce point, il faut utiliser le pilotage en déplacement ou la méthode d'arc.

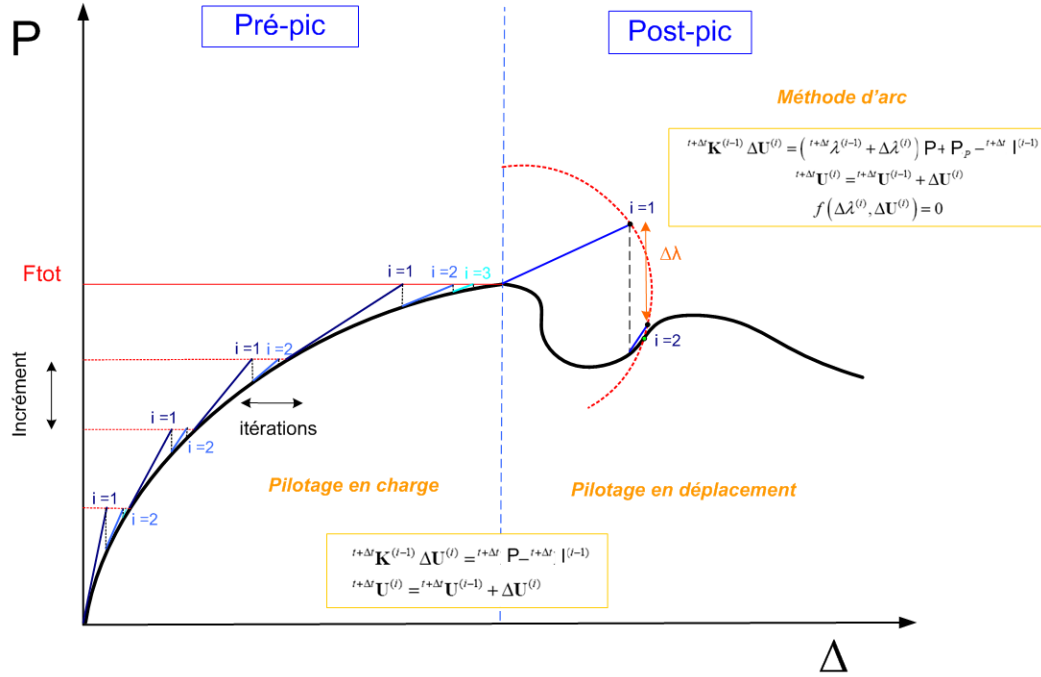


Figure 2.1: Méthodes de résolution utilisant la formulation implicite

Pour la méthode de longueur d'arc, les incréments de déplacement et de force sont les inconnues à trouver, étant donné un incrément de longueur d'arc $\Delta\lambda$ (pouvant être positif ou négatif). Crisfield (1980), De Borst (1987) et Fafard et Massicotte (1993) ont proposé des versions modifiées de la méthode de Riks pour traiter le problème d'adoucissement du béton. La difficulté à résoudre ces équations devient de plus en plus difficile, voire impossible, avec l'étendue de la fissuration et l'augmentation de la taille des modèles. La raison principale est la difficulté de ces algorithmes à redistribuer l'instabilité locale créée par l'adoucissement du béton.

Au début des années 90, une nouvelle famille d'approches de résolution commence à se développer dans un domaine autre que le génie civil. Rebelo et al. (1992) présentent les premiers exemples d'application de l'approche explicite dans le milieu de la tôlerie et de la formation des métaux en génie mécanique. Dans la méthode explicite, les équations d'équilibre deviennent des équations dynamiques qui sont résolues d'une manière explicite sans itération :

$$M\ddot{u} = P - I \quad (2.2)$$

$\ddot{u}$ étant le vecteur des accélérations nodales et M la matrice de masse globale.

L'application graduelle quasi-statique des charges ($M\ddot{u} \approx 0$) permet donc de résoudre les problèmes d'une manière quasi-statique. Des études comparatives entre la formulation explicite et implicite (Rebelo et al. 1992; Prior 1994) ont montré l'avantage de la méthode explicite pour les problèmes complexes incluant plusieurs types de non-linéarités (non-linéarités géométriques et matérielles, problèmes de contact).

De point de vue vitesse de calcul, l'avantage de l'approche explicite vient du fait de l'absence d'itérations au niveau de chaque incrément et du besoin de former et d'inverser la matrice de rigidité globale puisque les forces nodales sont remplacées par des accélérations nodales. D'autres restrictions s'appliquent toutefois quant à la stabilité de l'analyse et à l'aspect quasi-statique. Elles seront présentées en détail au chapitre 3.

L'application de l'approche explicite dans le domaine de génie civil est relativement nouvelle. Prinja et al. (2005) ont utilisé l'approche explicite disponible dans le logiciel commercial Abaqus/Explicit, pour étudier le mode de rupture d'un réacteur nucléaire en béton précontraint sous pression interne. Dhanasekar et Haider (2008) ont utilisé cette même approche pour prédire le comportement des murs de cisaillement en maçonnerie en programmant une loi constitutive à l'aide de l'interface VUMAT disponible dans ABAQUS/Explicit.

2.3. Approche probabiliste en conception

Par opposition à l'approche déterministe, l'approche probabiliste est apparue en ingénierie afin de traiter les différents types d'incertitudes liées à l'exercice de conception ou d'évaluation des structures. La variabilité des charges et des matériaux, souvent considérée dans les états limites de conception, n'est seulement qu'un exemple d'incertitudes physiques. D'autres types d'incertitudes phénoménologiques, décisionnels, de modélisation, de prédiction ou dues à l'intervention humaine peuvent coexister (Melchers 2001). Dans le présent travail, seulement les incertitudes physiques et de modélisation sont considérées. Le terme *fiabilité* est défini comme complément à la probabilité de rupture ($1 - p_f$) et veut souvent dire la probabilité de sûreté de la structure pour une période de temps donnée. En absence d'information complète sur les incertitudes (par exemple l'erreur humaine), il est difficile d'estimer la probabilité exacte de rupture. On réfère dans ce cas à une probabilité nominale p_{fN} pouvant être utilisée à la place de la probabilité exacte, pour fins de comparaisons d'alternatives de conception (Ditlevsen 1997).

Une étude critique de la littérature est présentée au chapitre 4 concernant les méthodes disponibles de calcul probabiliste et leur applicabilité dans le cadre défini par ce projet. Ces méthodes ont été classées selon trois niveaux différents dépendamment de la précision voulue et des données disponibles. On a jugé pertinent d'inclure dans cette section le tableau 2.1 suivant, repris du livre de Melchers 2001, afin de donner une image plus globale de la hiérarchie des mesures de fiabilité en structures.

Comme expliqué au chapitre 4, l'approche proposée dans ce travail serait intermédiaire entre les niveaux 1 et 2 définis dans le tableau ci-dessous.

Tableau 2.1: Hiérarchie des différentes mesures de fiabilité en structures
(traduit de Melchers 2001)

Niveau	Méthode de calcul	Distribution de probabilité	Fonctions d'états limites	Données d'incertitude	Résultat
1: Niveau des code de conception	Calibration au code existant en utilisant les règles des niveaux 2 et 3	Non utilisée	Fonctions linéaires	Facteurs arbitraires	Facteurs partiels de pondération (ex: de tenue ou de charge)
2: Méthode de 'second moment'	Méthode de second moment	Seulement les distributions normales	Linéaires ou approximations linéaires	Peuvent être incluses données de second moment	'probabilité de rupture nominale' p_{fN}
3: Méthodes exactes	Méthode de transformation	Liées à des distributions normales équivalentes	Linéaires ou approximations linéaires	Introduites comme variables aléatoires	Probabilité de rupture p_f
	Intégration numérique et simulation	Toutes distributions	Toute forme		
4: Méthodes décisionnelles	Tout ce qui précède plus les données économiques				Coût minimum ou bénéfice maximum

2.4. Modèles constitutifs de béton

Le béton a un comportement mécanique complexe et hautement non-linéaire qui se manifeste même au niveau des charges en service. Les non-linéarités les plus connues de ce matériau sont la fissuration en traction et l'écrasement en compression facilement identifiables sur des spécimens soumis à des sollicitations uniaxiales. D'autres aspects sont énumérés au tableau 2.2 en fonction du type de sollicitation.

Tableau 2.2: Résumé des aspects caractérisant le comportement mécanique du béton

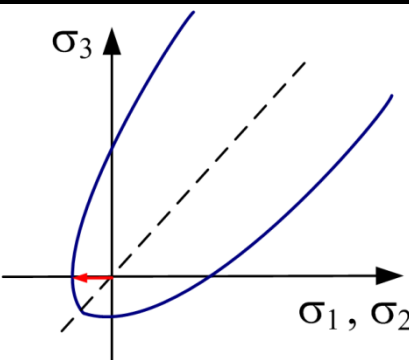
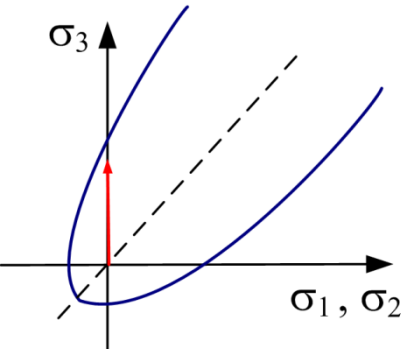
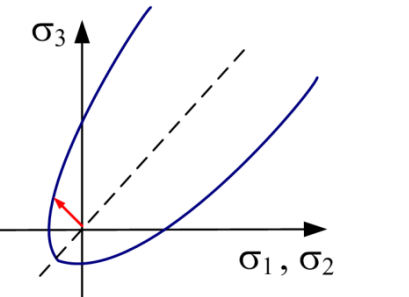
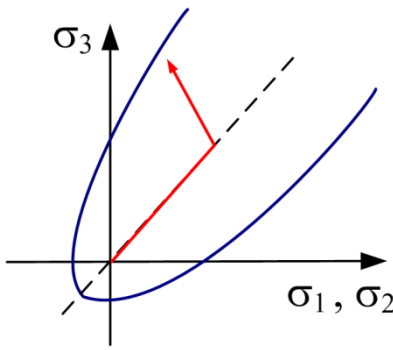
Sollicitation	Effet / Aspect	Schématisation
Traction	Micro et macro-fissuration	
	Adoucissement en traction	
	Réponse cyclique, endommagement	
	Fermeture de fissure	
	Effet du taux de chargement	
	Raidissement en traction (avec armature)	
	Effet d'échelle	
	Fluage et retrait	
Compression	Écrasement en compression	
	Non-linéarité de la courbe σ - ϵ	
	Adoucissement en compression	
	Réponse cyclique, endommagement	
	Effet du taux de chargement	
	Effet du confinement, chargement non-proportionnel	
	Expansion volumétrique au voisinage du pic	
	Effet d'échelle	
	Fluage et retrait	
Cisaillement	Couplage entre endommagements en traction et en compression	
	Rotation des fissures	
	Effet d'engrainement	
	Effet de cisaillement-friction (avec armature)	
	Action de goujon (avec armature)	

Tableau 2.2: Résumé des aspects caractérisant le comportement mécanique du béton (suite)

Triaxial	Effet des contraintes latérales, confinement ou extension, sur le mode d'endommagement	
	Comportement cyclique, endommagement	
	Expansion volumétrique	
	Dépendance du chemin de chargement	
	Fluage et retrait	

D'autres effets non mécaniques mais pouvant avoir une influence sur le comportement mécanique n'ont pas été listés dans le tableau ci-dessus tels que: la réaction alcali-granulat, la porosité, l'action de l'eau dans les fissures, les effets thermiques, etc.

La recherche expérimentale a continué d'évoluer afin d'identifier et de caractériser les différents aspects liés au comportement mécanique complexe de ce matériau. Parallèlement, plusieurs modèles numériques ont été développés afin de modéliser certains de ces aspects, dépendamment du champ d'application. La classification de ces modèles constitutifs peut se faire selon *l'échelle* considérée, la *modélisation de la fissuration* et la *théorie* utilisée.

2.4.1. Classification selon l'échelle

Plusieurs échelles ont été considérées dans la modélisation du béton. En utilisant la classification donnée par Wittmann en 1983, le béton peut être considéré à l'échelle *micro*, *méso* ou *macro* (Figure 2.2). L'échelle macro est l'échelle la plus globale dans laquelle le matériau est considéré continu homogène avec des propriétés moyennes équivalentes.

À l'échelle méso (10^{-2} à 10^{-3} m), le matériau n'est plus homogène et la théorie des milieux continus n'est généralement plus applicable (notion de tenseurs de contraintes ou de déformations). Les granulats, la matrice de ciment et les zones d'interface matrice-granulat sont considérés dans le modèle. À l'échelle micro, les particules de CSH (Calcium-Silicates-Hydrates) constitutives de la pâte de ciment sont considérées. L'interaction entre ces particules et l'eau joue un rôle important à cette échelle, et permet par exemple la considération des effets de retrait et de fluage.

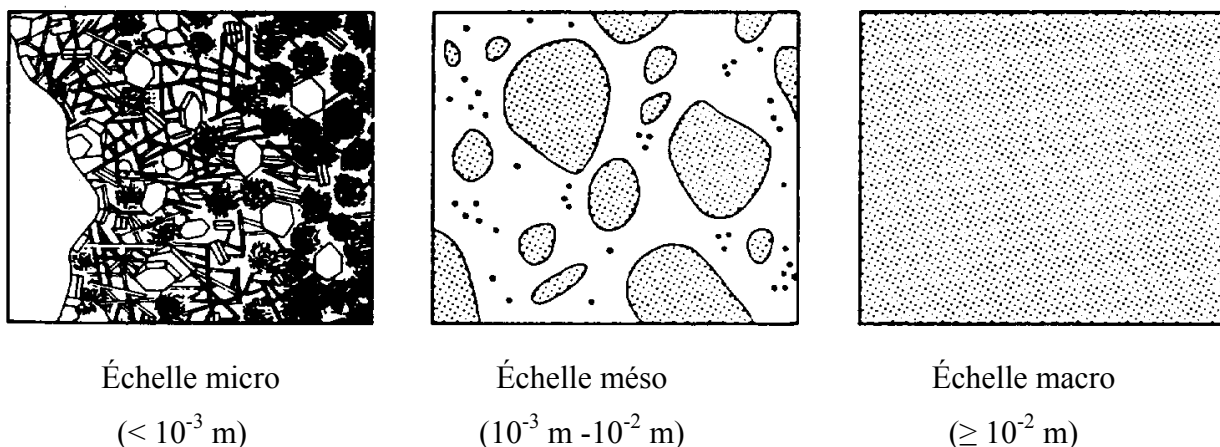


Figure 2.2: Approche multi-échelles (d'après Wittmann 1983)

Il est évident qu'à chacune de ces échelles, différents types de paramètres d'entrée sont considérés. L'élément du modèle qui est considéré homogène avec des propriétés mécaniques continues isotropes à une échelle donnée, devient hétérogène à une échelle plus petite et ses propriétés mécaniques perdent leur sens. En fait, ces propriétés deviennent des résultats de l'analyse et non des paramètres d'entrée. Tel est l'exemple de la résistance en traction f'_t ou de l'énergie de fissuration G_f considérés comme paramètres du matériau à l'échelle macro des éléments finis. Un exemple de modèle méso est montré à la figure 2.3. Il s'agit d'un modèle de treillis mieux connu dans la littérature sous le nom de *lattice model* (Schlangen et van Mier 1992). Il est formé d'un réseau de treillis ou de poutres avec des propriétés mécaniques différentes représentatives d'un granulat, de la matrice de ciment ou d'une zone d'interface. L'attribution des propriétés différentes se fait par superposition d'un patron hétérogène de particules généré aléatoirement et d'un réseau de treillis (Figures 2.3a et 2.3b).

Le passage vers une échelle plus grosse diminue considérablement le temps de calcul puisque moins d'éléments sont nécessaires pour la discrétisation de la structure, et moins d'analyses sont requises à cause de l'homogénéisation faite des propriétés des éléments. Toutefois, ce passage se fait en général au prix d'hypothèses simplificatrices pouvant induire l'exclusion d'un aspect donné. Ceci est l'exemple de l'effet d'échelle en traction cité au tableau 2.2, qui est généralement ignoré dans les modèles macro de béton.

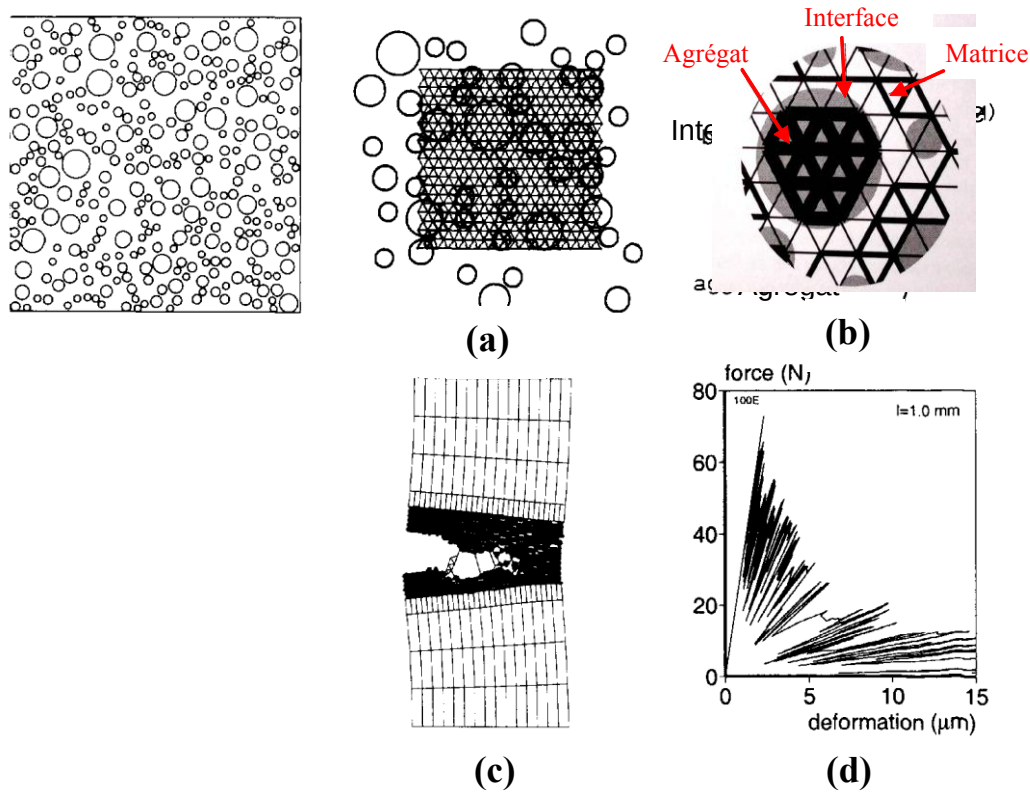


Figure 2.3: Exemple de modèle défini à l'échelle méso (modèle de treillis selon Schlangen et van Mier 1992):

(a) projection de la structure de grain sur le modèle de treillis; (b) définition des poutres équivalentes aux éléments d'agréats, de pâte de ciment et d'interface; (c) exemple d'analyse; (d) exemple de résultat force déplacement.

Compte tenu de la grosseur des modèles analysés (voir figure 1.1), l'utilisation des modèles méso dans le contexte de ce travail est pratiquement impossible. Une méthode approximative sera présentée au chapitre 5 (article 2) afin de considérer l'effet d'échelle en traction, considéré important pour la gamme de structures à analyser.

2.4.2. Modélisation de la fissuration

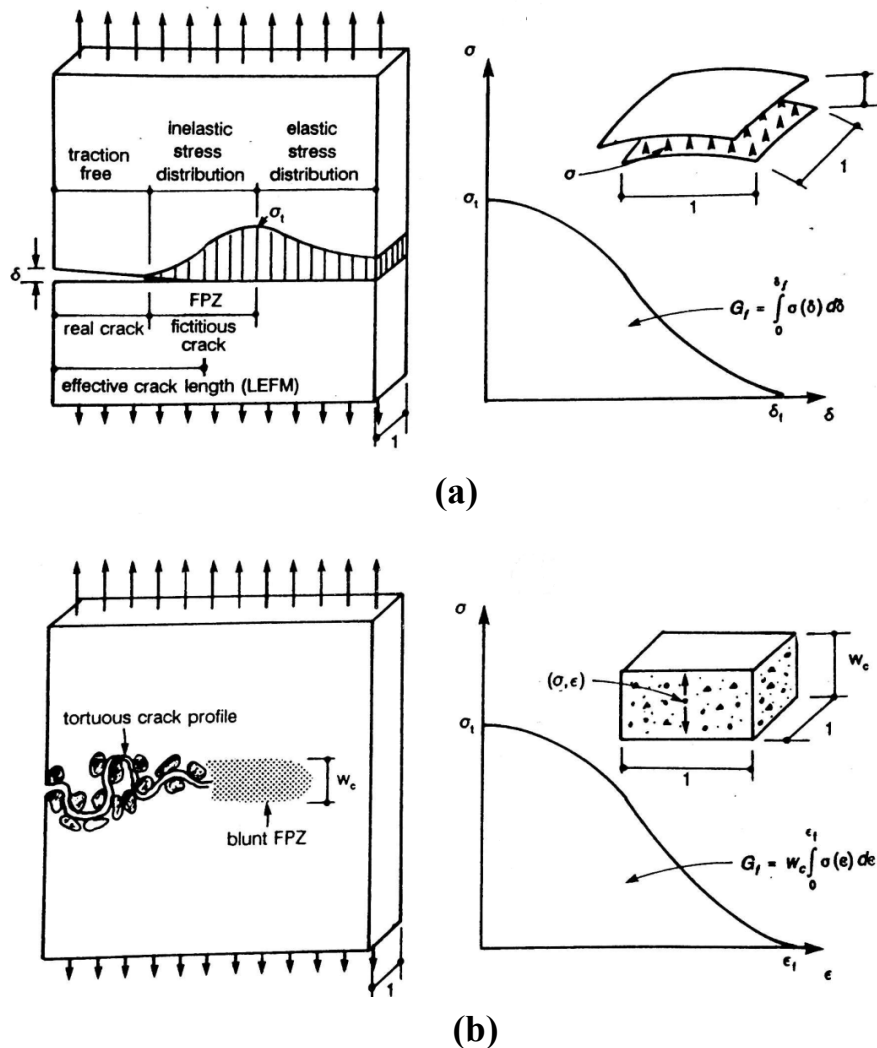
La modélisation de la fissuration peut se faire d'une manière discrète (*discrete crack*) en modélisant explicitement la séparation due à la fissure ou diffuse (*smearred crack*), en gardant le maillage original et modifiant la loi de comportement de l'élément affecté par la fissure. Des exemples de fissuration discrète existent dans la littérature pour les modèles à l'échelle méso. Tel est l'exemple du modèle de treillis montré précédemment (Schlangen et van Mier 1992). La

propagation de la fissure est obtenue en enlevant les éléments dont la résistance est excédée (voir figure 2.3c). À l'échelle macro, la fissuration discrète a été considérée de deux manières différentes. Dans un premier cas, la fissure est modélisée à priori, ce qui veut dire que le chemin de fissure est connu d'avance (ex: Rots 1988). Dans le second cas, des techniques de remaillage sont utilisées. En se basant sur un calcul de contraintes, la direction de propagation de la fissure est estimée et un nouveau maillage est régénéré (ex: Ngo et Scordelis 1967, Ingraeffa et Saouma 1985). Dans les deux cas, une loi contrainte-ouverture de fissure issue d'essais expérimentaux est utilisée pour gérer la propagation.

Le modèle de fissuration diffuse a été introduit par Rashid en 1968. La fissuration est modélisée par un changement de la loi constitutive dans l'élément où l'initiation est détectée. En réduisant la rigidité dans la direction normale au plan de la fissuration, la loi de comportement devient orthotrope et est toujours exprimée en termes de contrainte-déformation diffusée sur la hauteur de l'élément. Ce type de modélisation s'apparente bien avec la notion de milieu homogène admise dans les modèles macro.

La modélisation de la propagation de la fissure, ou l'avancement du front de la fissure après l'initiation, constitue un aspect fondamental au niveau de la modélisation de la fissuration. La découverte fondamentale à ce niveau fut l'introduction de la zone d'élaboration de fissure (FPZ ou *Fracture Process Zone*) issue de la mécanique non-linéaire de la rupture (NLFM ou *Nonlinear Fracture Mechanics*). Contrairement aux matériaux fragiles dans lesquels la zone d'élaboration de fissure est petite, le béton est un matériau quasi-fragile et présente une zone d'élaboration de fissure plus étendue liée à la taille des granulats (Shah and McGarry 1971). Cette zone, localisée juste en aval de la pointe de fissure réelle, présente une résistance, ou une cohésion, qui s'oppose à l'ouverture de fissure (figure 2.4a). L'intégrale sous de la courbe contrainte-ouverture de fissure maximale est considérée comme une propriété caractéristique matérielle pour la famille de modèles de Dugdale-Barenblatt (Barenblatt 1962 et Dugdale 1960). C'est l'énergie de rupture ou énergie de fissuration G_f exprimée en N/mm. Cette découverte a eu comme conséquence la naissance de deux modèles fondamentaux de béton (figure 2.4) : le modèle de fissuration discrète de Hillerborg connu sous le nom de modèle à fissuration fictive (*fictitious crack model* de Hillerborg et al. 1976) et son équivalent en fissuration diffuse de Bazant, connu sous le nom de modèle de fissuration par bande (*crack band model* de Bazant et Oh 1983). Grâce à leur simplicité, ces deux modèles ont connu beaucoup de succès et ont donné des résultats considérés

assez précis du point de vue de l'ingénieur. Le modèle de fissuration par bande a été modifié par la suite par différents auteurs afin d'éliminer la dépendance de maillage due à l'adoucissement en traction (ex: Dahlblon et Ottosen 1990, Pramono et Willam 1989). La technique consiste à ajuster la pente de la courbe d'adoucissement en fonction de la taille du maillage de telle sorte que l'énergie de rupture dissipée par unité de volume soit conservée. Ceci a permis d'enlever la restriction de fixer la taille des éléments à la largeur de bande fissurée w_c , trois à quatre fois la taille du plus gros granulat, tel que proposé dans la version originale du modèle.



**Figure 2.4: Prise en compte de la zone d'élaboration de fissure
(repris de Bhattacharjee 1993):**

(a) modèle à fissuration fictive; (b) modèle de fissuration par bande

2.4.3. Théories et lois constitutives

La notion de tenseur de contraintes ou de déformations n'étant pas valable dans la plupart des modèles méso, des théories autres que la mécanique des milieux continus ont été utilisées. Pour l'exemple du modèle par treillis (Schlangen et van Mier 1992), la charge (ou déplacement) est incrémentée alors que le modèle est considéré linéaire élastique jusqu'à l'atteinte de la résistance en traction du premier élément de poutre. L'élément est ensuite enlevé du maillage et la matrice de rigidité est mise à jour (méthode sécante) pour le prochain incrément de charge (ou déplacement). La méthode est répétée pour le prochain élément de poutre dont la résistance est excédée. Ceci explique la forme en zigzag de la courbe force-déplacement à la figure 2.3d.

Plusieurs théories ont été développées pour décrire l'évolution des contraintes en fonction des déformations dans les modèles macro. Elles peuvent être divisées en deux catégories : les théories basées sur une formulation totale dans lesquelles une relation injective est exprimée entre les contraintes et les déformations, et les théories incrémentales où l'incrément de contrainte est exprimé en fonction de l'incrément de déformation via un module tangent. Dans chacune de ces catégories, on peut trouver les théories basées sur l'élasticité non-linéaire avec coïncidence ou non entre les déformations et les contraintes principales (*Fixed, Rotating crack models*) (ex: Kostovos 1980, Bathe et Ramaswamy 1979, Elwi et Murray 1979), les théories basées sur la plasticité associative ou non associative (Han et Chen 1985, Feenstra and de Borst 1995), la théorie plastique-endommageable (Dougill et al. 1977, Lubliner et al. 1989, Lee et Fenves 1998) ou la théorie endochronique (Bazant et Bhat 1976).

2.5. Approche V&V

La notion de simulation et du passage du modèle à la prédiction et la terminologie relative à la vérification et validation remonte à des disciplines techniques autres que le génie civil: recherche opérationnelle (Schlesinger 1979), électronique (IEEE 1984), nucléaire (ANS 1987), industrie de l'armement américaine (DoD 1996) et mécanique des fluides numérique (AIAA 1998).

Le diagramme de la figure 2.5 représente schématiquement quelques notions de V&V. D'autres aspects plus avancés seront repris en détail au chapitre 5 et considérés pour le cas spécifique des structures en béton armé. Les lignes en pointillé représentent les activités de simulation et de

modélisation, tandis que les lignes en continu représentent les activités de vérification et validation du modèle. La "réalité" représente le système physique considéré. Le modèle mathématique comprend le modèle conceptuel, les équations mathématiques et les données nécessaires à la description du modèle physique. Le modèle numérique représente l'implémentation du modèle mathématique. À partir de ce diagramme simplifié, la vérification est par définition le processus pour déterminer si le modèle numérique représente l'implémentation correcte du modèle conceptuel et de sa solution. La validation est le processus par lequel est déterminé le degré de précision du modèle numérique par rapport à la réalité physique étudiée, du point de vue des utilisations prévues du modèle numérique. La finalité du processus V&V entrepris pour une réalité physique et un modèle numérique donnés est de quantifier le niveau d'accord entre les deux, afin de déduire la capacité de *prédiction* du modèle numérique.

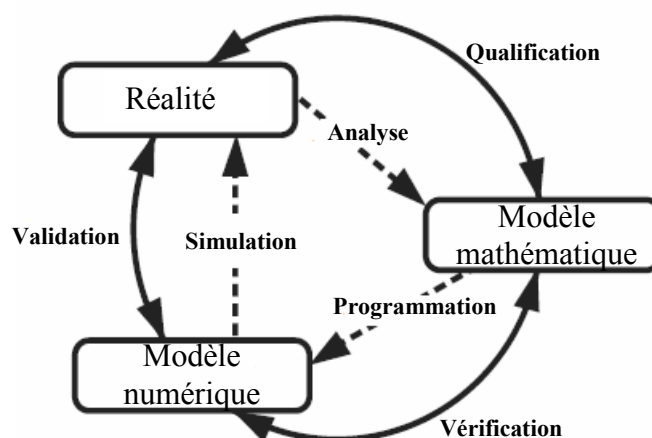


Figure 2.5: Représentation schématique simplifiée des processus de V&V (traduit de Schlesinger 1979)

2.6. Effet d'échelle

L'effet d'échelle en structure est par définition la diminution de la contrainte nominale mesurée expérimentalement pour une série d'essais sur des structures géométriquement similaires. Cette constatation a été faite pour des matériaux hétérogènes fragiles et sa découverte remonte à la fin des années trente (Weibull 1939).

La contrainte nominale σ_N est définie comme la charge de rupture P de l'essai divisée par une section donnée:

$$\sigma_N = C_N \frac{P}{bD} \text{ pour une similitude 2D; } \quad \sigma_N = C_N \frac{P}{D^2} \text{ pour une similitude 3D} \quad (2.2)$$

où : b est l'épaisseur de la structure dans le cas d'une similitude 2D, D est une dimension caractéristique de la structure ou du spécimen et C_N est un coefficient sans unité, introduit par commodité pour exprimer une contrainte physique pour une géométrie donnée. Le tableau 2.3 donne des exemples de définitions possibles pour σ_N , P , C_N et D , dépendamment de l'effet d'échelle considéré.

Tableau 2.3: Exemples d'effets d'échelle en béton

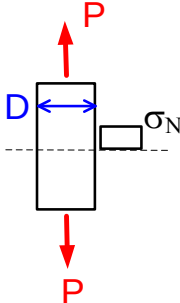
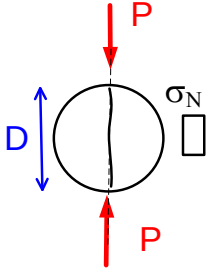
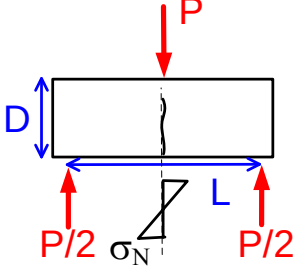
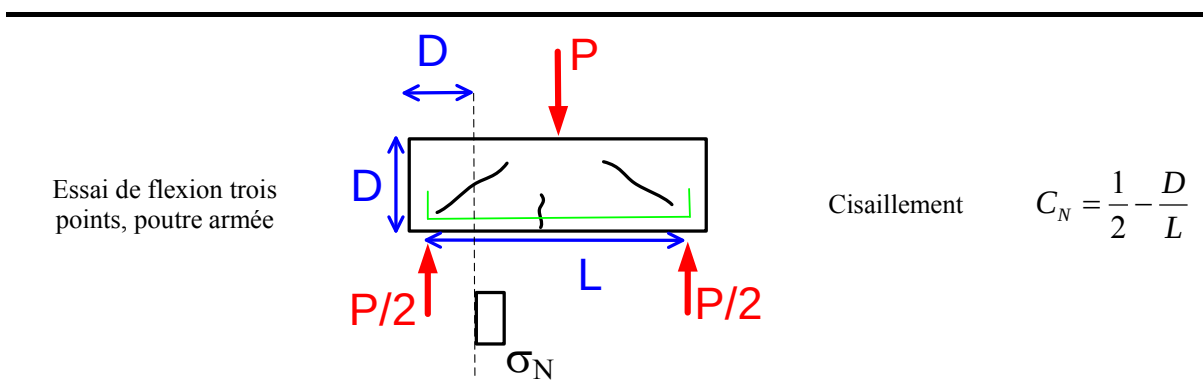
Type d'essai	Description	Effet d'échelle	Paramètres
Essai uniaxial de traction ou de compression		Traction/compression	$C_N = 1$
Essai de fendage		Traction	$C_N = \frac{2}{\pi}$
Essai de flexion trois points, poutre non armée		Traction	$C_N = \frac{1.5L}{D}$

Tableau 2.4: Exemples d'effets d'échelle en béton (suite)



Cette définition générale implique que l'effet d'échelle pour le matériau de béton peut exister en traction, compression comme énoncé dans le tableau 2.2 précédent, ou à une échelle plus grande en cisaillement. C'est ce dernier effet qui est généralement plus connu chez les ingénieurs en structure.

L'effet d'échelle en traction a été mis en évidence par plusieurs types d'essais: essais de traction directe (van Vliet et van Mier 2000), essais de fendage (Bazant et al. 1991, Hasegawa et al. 1985), essais de flexion sur poutre non armée (Alexander 1987, Malkov et Karavaev 1968).

La découverte de l'effet d'échelle en cisaillement remonte à la fin des années 60 (Kani 1967). Kani a démontré que la résistance en cisaillement des poutres en béton armé sans armature de cisaillement diminue considérablement avec la profondeur des spécimens. Cet effet a été confirmé ultérieurement par des essais réalisés entre autres par les japonais (Iguro et al. 1985) et à l'Université de Toronto (Collins and Kuchma 1999; Yoshida 2000). Malgré ces preuves expérimentales, cet effet n'a été introduit que récemment dans les codes canadiens de conception des structures en béton et ne figure pas encore au niveau des codes américains.

Plusieurs théories ont été proposées dans la littérature pour expliquer l'effet d'échelle pour le béton.

- La théorie de Weibull (Weibull 1939) qui stipule que la diminution des contraintes nominales avec la taille des spécimens est due à la distribution aléatoire des propriétés locales des matériaux. L'analogie est faite avec une chaîne d'éléments en série. Plus la

chaîne est longue, plus la probabilité de trouver un élément défectueux dans la chaîne est grande.

- La théorie de la mécanique de rupture linéaire ou non-linéaire (Bazant 1976; Bazant et Kazemi 1991, Shah et al. 1995) qui explique l'effet d'échelle par la libération de l'énergie emmagasinée dans la structure sous forme d'énergie de fissuration au front de la fissure;
- La théorie des fractales (Carpinteri 1994) expliquée par les propriétés fractales des fissures dans les matériaux fragiles. La différence des caractéristiques fractales entre les fissures et les microfissures à différentes échelles constitue d'après cette théorie la cause principale de l'effet d'échelle attribué au béton.

Toutes les théories décrites ci-dessus se basent sur des effets microscopiques observés à l'échelle du matériau. Cependant, il est possible d'expliquer l'effet d'échelle en cisaillement à un niveau structural de la section, tel que décrit par la méthode du champ de compression modifié qui est à la base de la méthode générale des codes canadiens CSA-A23.3 et CSA-S6-06. La théorie du champ de compression modifiée (MCFT ou *Modified Compression Field Theory* de Vecchio et Collins 1986) attribue la résistance en cisaillement intrinsèque au béton post-fissuré, principalement à l'effet d'engrènement à l'interface des fissures inclinées de cisaillement. Plus la membrure est profonde, plus l'espacement des fissures inclinées est grand. Par conséquent, pour une même déformation de la fibre tendue, l'ouverture de fissure devient plus importante avec l'augmentation de la taille ce qui réduit la capacité de l'interface à transmettre le cisaillement.

Chapitre 3 CADRE DE CALCUL NON-LINÉAIRE

3.1. Modèle EPM3D

3.1.1. Présentation

Le modèle de béton EPM3D ou d'Endommagement Progressif Multiaxial tridimensionnel (Massicotte et al. 2007) est un modèle macroscopique de fissuration diffuse qui utilise la théorie élastique non-linéaire 3D avec formulation incrémentale tangente (hypo-élastique) et fait l'hypothèse de coïncidence entre les contraintes et déformations principales (*strain rotating crack*). La fissuration en traction est issue du modèle de fissuration par bande avec une modification du post-pic tel que décrit dans le chapitre 2 afin d'assurer une objectivité du maillage (Figure 3.1b).

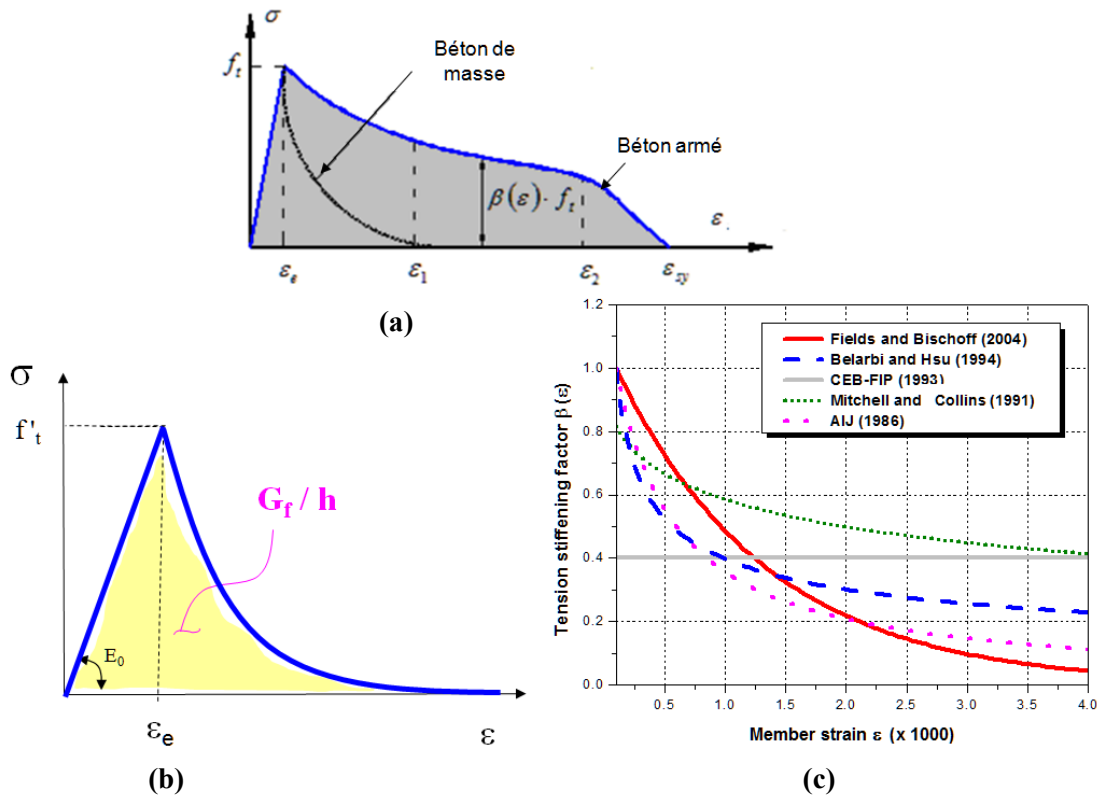


Figure 3.1: Comportement du modèle EPM3D en traction: (a) modélisations différentes pour béton armé et non armé ; (b) courbe contrainte déformation pour béton non armé; (c) modèles disponibles de raidissement en traction (béton armé).

Pour les zones de béton proches des armatures, la notion de raidissement en traction est utilisée pour modéliser l'interaction acier-béton, avec un choix de lois de raidissement issues de la littérature.

Le modèle utilise en compression une formulation tridimensionnelle hypo-élastique avec prise en compte de l'endommagement en utilisant une variable scalaire λ . La figure 3.2a montre la courbe uniaxiale équivalente. Comme pour la traction, le principe de conservation de l'énergie est utilisé pour la branche post-pic afin d'assurer une objectivité du maillage lors de l'adoucissement en compression. La notion de surface de rupture (figure 3.2b) est utilisée afin de trouver les paramètres pré-pic de la courbe uniaxiale équivalente. Deux modèles sont disponibles: le modèle de Willam et Warnke (1975) à cinq paramètres et le modèle à quatre paramètres de Hseih et al. (1982).

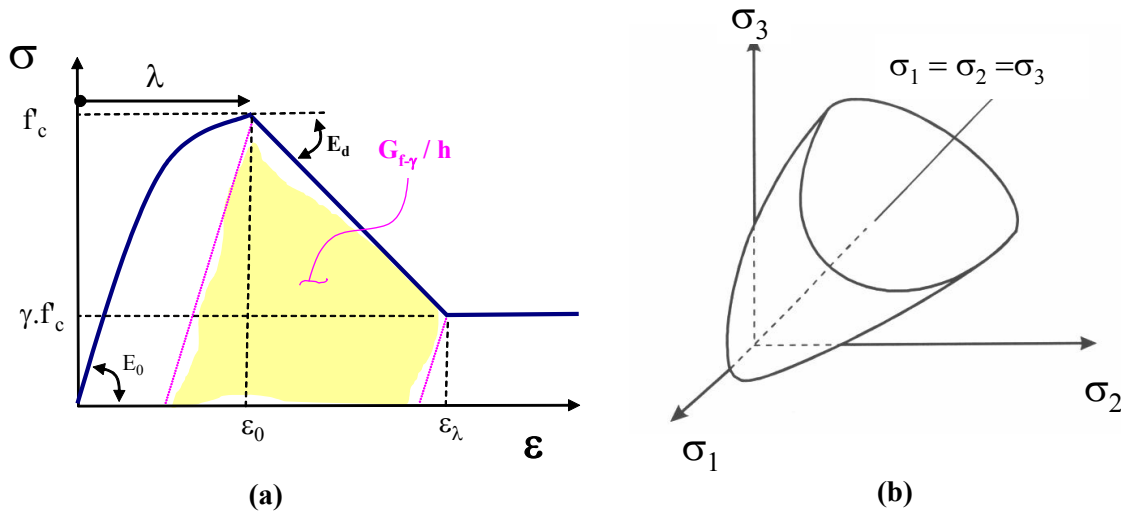


Figure 3.2: Comportement du modèle EPM3D en compression:
(a) Courbe uniaxiale en compression; (b) enveloppe de rupture 3D

La pente du post-pic E_d prend une valeur négative qui dépend de la longueur caractéristique h de l'élément du maillage. Elle est donnée par l'équation suivante:

$$E_d = -\frac{h}{\frac{\delta}{f'_c} - \frac{h}{E_0}} \quad (3.1)$$

La constante δ est un paramètre matériel qui prend des unités de déplacement et est issu de résultats expérimentaux de cylindres en compression. Il est possible de démontrer la relation

suivante qui existe entre l'énergie de fissuration $G_{f\gamma}$, la constante δ , et la valeur γ qui définit le plateau du post-pic tel que montré à la figure 3.2a :

$$G_{f\gamma} = \frac{1}{2} \delta (1 - \gamma^2) f_c' \quad (3.2)$$

Les valeurs suivantes sont utilisées pour δ et γ , compte tenu des essais de van Mier (1986) : $\delta = 0.7$ mm et $\gamma = 0.3$.

Le modèle EPM3D permet la prise en compte des effets de confinement, de chargement non proportionnels et de dégradation du module élastique en compression. D'autres détails théoriques concernant le modèle peuvent être trouvés dans le manuel du modèle (Massicotte et al. 2007), ainsi que dans thèse originale (Bouzaïene et Massicotte 1995). Comme expliqué plus loin, certaines modifications ont été apportées par rapport à la version originale du modèle.

3.1.2. Historique

Le modèle EPM3D est issu principalement des thèses de Massicotte (Massicotte et al. 1988) et de Bouzaïene (Bouzaïene et Massicotte 1995). Une version 2D a été initiée par Massicotte et al. (1988) et a été ensuite généralisée par Bouzaïene et Massicotte (1995) pour un état de sollicitations 3D, avec la modélisation des effets de confinement, de chargement non proportionnel et de l'endommagement en compression. Le modèle, initialement programmé en FORTRAN, fonctionnait dans des logiciels éducationnels (NISA et MEF). Il a été introduit dans les logiciels ANSYS (V7.1), ADINA (V8.1) et ABAQUS (V6.4) suite aux travaux de Ben Ftima (2004). Des améliorations ont été apportées par la suite au modèle de raidissement en traction, suite aux travaux de Nour et al. (2005).

3.1.3. Améliorations apportées dans le cadre de cette thèse

L'introduction du modèle de béton dans le logiciel ABAQUS (Ben Ftima 2004) était faite en conservant le modèle original de Bouzaïene et Massicotte (2005). Cette introduction a été faite pour les deux variantes du logiciel : ABAQUS/Standard et ABAQUS/Explicit utilisant deux approches complètement différentes pour la modélisation EF et la résolution des systèmes non-linéaires. Le logiciel ABAQUS/Explicit utilise une approche explicite dynamique et de ce fait, il

utilise des incréments de temps très petits par rapport à l'approche conventionnelle de Newton-Raphson (ABAQUS/Standard, ANSYS et ADINA). À titre de comparaison, une analyse typique d'une poutre en béton armé nécessiterait 20 à 100 incréments dans l'approche conventionnelle dépendamment de l'étendue de fissuration. En moyenne, cette analyse prendrait 20000 à 200000 incréments avec l'approche explicite dépendamment de la taille du plus petit élément du maillage. Cette différence fondamentale a amené des problèmes de robustesse numérique pour la version EPM3D introduite dans ABAQUS/Explicit, et plus spécifiquement pour le comportement cyclique en traction et compression. D'autres aspects relatifs à la nature du chargement dynamique, au changement d'axe pour le modèle orthotrope et à la fragilité en compression remarquée lors du passage en post-pic, ont nécessité la reformulation des parties post-pic en traction et compression du modèle. L'évolution des différentes versions du modèle est montrée schématiquement à la figure 3.3, la version 1.0 étant la version de base du modèle (Bouzaïene et Massicotte 1995). La plupart des analyses dans cette thèse ont été faites avec la version 3.0.

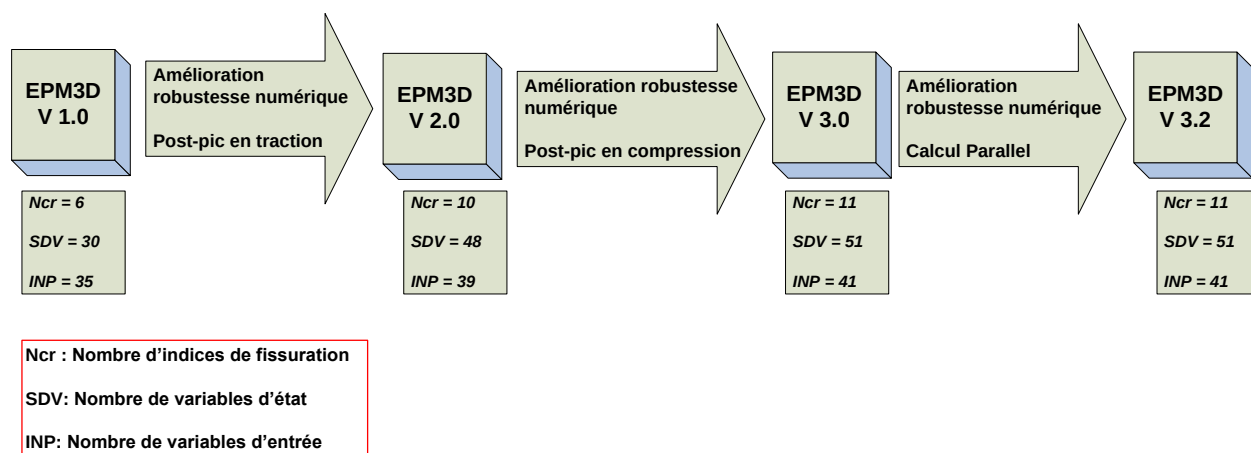


Figure 3.3: Principales modifications apportées au modèle EPM3D

La figure 3.4 présente le comportement cyclique du modèle ainsi que les indices de fissuration pour les post-pics de traction et compression, à partir de la version 3.0.

L'influence du paramètre d'endommagement λ sur le post-pic en traction dans le cas d'un chargement cyclique ainsi que le changement de rigidité sont rendus possibles à partir de la version 2.0.

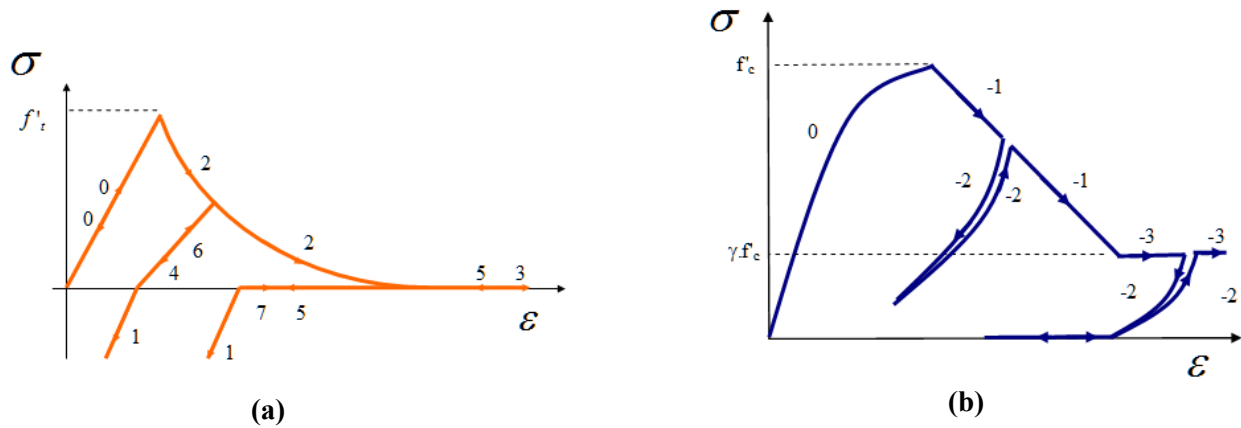


Figure 3.4: Comportement cyclique et indices de fissuration:

(a) comportement cyclique en traction; (b) comportement cyclique en compression.

Le comportement est montré schématiquement sur la figure 3.5a. La modélisation est faite en considérant une courbe de référence $\sigma - \tilde{\varepsilon}$ tel que montré à la figure 3.5b qui tient compte des passages T-C-T lors du comportement cyclique pour la courbe $\sigma - \varepsilon$ réelle.

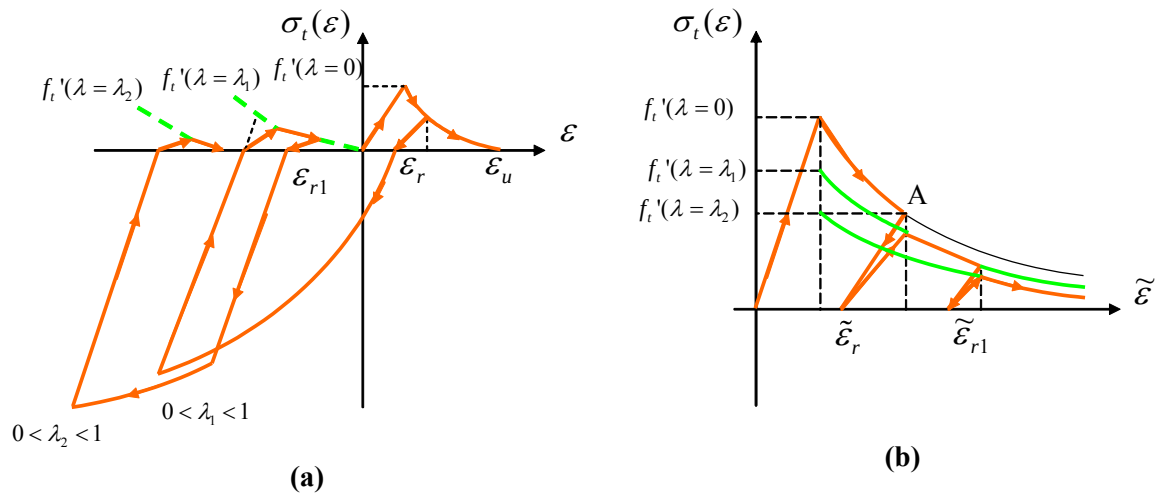


Figure 3.5: Modélisation du couplage d'endommagement lors du passage répétitif T-C-T:

(a) comportement cyclique; (b) courbe de référence.

3.1.4. Automatisation du processus de V&V

L'évolution du modèle n'aurait pu se faire sans l'implantation d'un programme d'automatisation des opérations d'analyse et de post-traitement. En effet, lors du passage d'une version à une autre, il n'est pas garanti que les problèmes de vérification ou de validation résolus avec succès avec l'ancienne version soient correctement analysés avec la nouvelle. Le programme a été réalisé avec l'aide d'Emre Yildiz en utilisant l'interface *Python* disponible dans ABAQUS. Tel que montré à la figure 3.6, le programme permet le lancement en batch des fichiers d'entrée disponibles dans une base de données, le post-traitement des résultats et la représentation graphique dans EXCEL. La comparaison de plusieurs versions du modèle est possible, et permet la détection des changements par rapport à une version précédente ou une courbe de référence théorique ou expérimentale s'il y a lieu.

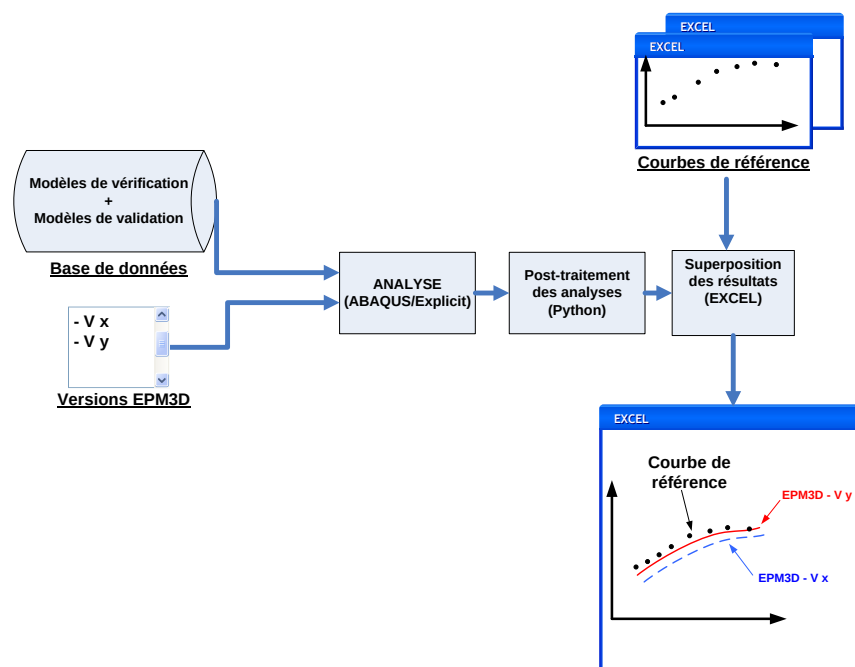


Figure 3.6: Automatisation du processus V&V dans Python

La base de données contient une vingtaine de modèles de vérification conceptuels, réalisés sur un point matériel, ce qui permettent de vérifier le modèle par rapport aux aspects suivants : comportement général, comportement cyclique et non permutation des axes d'endommagement matériels due à la rotation des axes principaux. La figure 3.7 montre un exemple de vérification conceptuel issu du projet de benchmarking MECA (Ghavamian et al. 2003), lancé par EDF en

1999, en quête de modèles de béton à travers le monde pour l'évaluation du comportement des enceintes de confinement de son parc nucléaire.

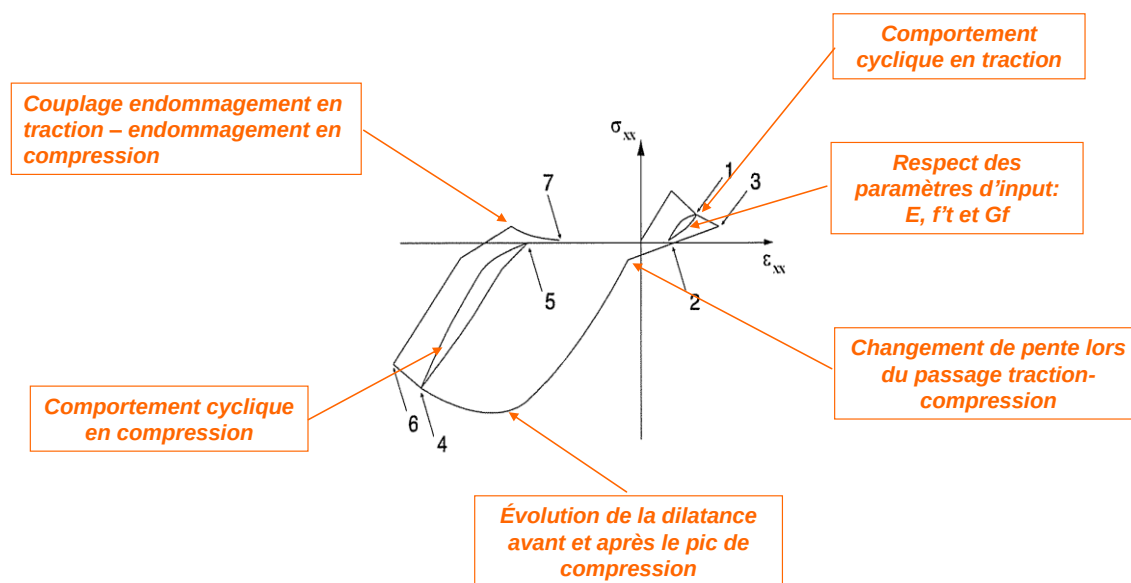


Figure 3.7: Exemple d'un modèle de vérification (projet MECA de EDF)

La base de données contient aussi des exemples de validation et a été enrichie tout au long de ce travail de doctorat. Un exemple de base de données personnalisé pour la structure cible de diffuseur est donné au chapitre 5.

3.2. Modèle CDP

3.2.1. Présentation

Le modèle CDP (*Concrete Damaged Plasticity*) est un modèle de béton à fissuration diffuse disponible dans ABAQUS/Standard et ABAQUS/Explicit. Deux autres modèles sont également disponibles dans ABAQUS : SCM (*Smeared Cracking model*) et BCM (*Brittle Cracking Model*). Une analyse des capacités de chaque modèle a permis de sélectionner le modèle CDP comme étant le plus complet et le plus favorable pour l'application souhaitée. Le modèle SCM est disponible uniquement dans ABAQUS/Standard alors que le modèle BCM, disponible dans ABAQUS/Explicit, suppose un comportement linéaire en compression.

Le modèle CDP est issu des travaux de Lubliner et al. (1989) ainsi que de Lee et Fenves (1998). Il utilise la théorie plastique-endommageable avec une règle d'écoulement non associative. Il permet la modélisation de la dégradation ou de récupération de la rigidité lors des cycles de chargement déchargement, la modélisation des effets du taux de chargement lors des chargements rapides (Hibbitt et al. 2010). Comme EPM3D, ce modèle offre la possibilité de modéliser le béton armé avec raidissement en traction ou non armé en utilisant la notion d'énergie de fissuration G_f . La fissuration en traction est issue de modèle de fissuration par bande avec une modification du post-pic tel que décrit dans le chapitre 2 afin d'assurer une objectivité du maillage.

3.2.2. Paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée du modèle peuvent être classés en quatre catégories:

- paramètres pour la définition des courbes uniaxiales en traction et en compression;
- paramètres pour la définition des surfaces d'écoulement et potentielle;
- paramètres pour la définition du comportement cyclique.

3.2.3. Paramètres pour la définition des surfaces d'écoulement et potentielle :

La surface d'écoulement F est basée sur la fonction d'écoulement donnée par Lubliner et al. (1989) et incorpore les modifications de Lee et Fenves (1998). Sa géométrie est définie dans le plan déviatorique en utilisant le paramètre d'entrée K_c (voir figure 3.8a) et qui définit le ratio entre le second invariant de contraintes sur la surface d'écoulement situé sur le méridien de traction divisé par celui situé sur le méridien de compression. La valeur par défaut de $K_c = 2/3$ semble donner des bons résultats pour les états de contrainte de traction ou de faible pression de confinement (Chen 1982) et a été utilisée dans ce travail. La forme de la surface F est aussi définie par le paramètre η qui représente le ratio entre la résistance en compression biaxiale et la résistance en compression uniaxiale. La valeur par défaut $\eta = 1.16$ est utilisée dans ce travail puisqu'elle concorde bien avec les essais de Kupfer et al. (1969).

Dans le cadre de la plasticité non associative, la direction de l'écoulement plastique est gérée par une fonction potentielle G différente de F . Elle est définie par une fonction hyperbolique de Drucker-Prager donnée par l'équation ci-dessous:

$$G = \sqrt{(\varepsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (3.3)$$

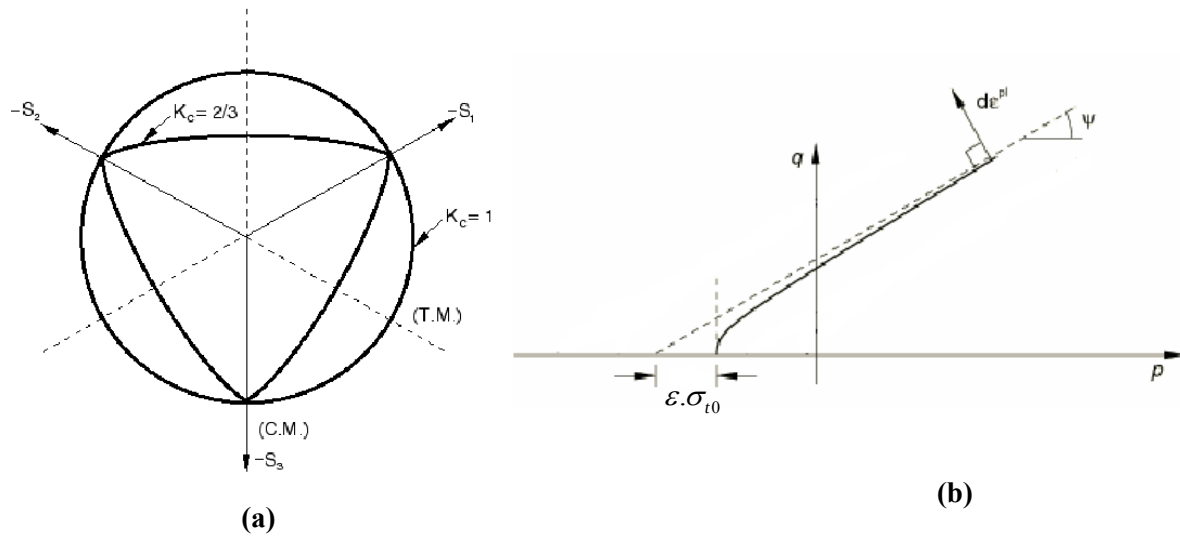


Figure 3.8: Définition des surfaces d'écoulement et potentielle pour le modèle CDP (Hibbitt et al. 2010):

(a) Forme de la surface d'écoulement sur un plan déviatorique; (b) Forme de la surface potentielle sur un plan méridien.

La fonction potentielle G est représentée dans le plan méridien sur la figure 3.8b. ψ est l'angle de dilatation qui définit géométriquement l'inclinaison de G dans le plan méridien p - q pour des valeurs de confinement élevées. σ_{t0} est la contrainte de rupture en traction triaxiale prise égale à la résistance uniaxiale en traction f_t dans le cas de ce modèle. ε est un paramètre matériel du modèle appelé excentricité. Il définit la vitesse avec laquelle la fonction potentielle s'approche de l'asymptote. Ainsi, en augmentant ε , on donne à la fonction potentielle plus de courbure dans les zones à faible confinement. Comme on le verra plus loin au chapitre 5, ce paramètre a beaucoup d'influence sur le comportement en cisaillement du modèle.

3.2.4. Paramètres pour la définition des courbes uniaxiales en compression :

La réponse uniaxiale en traction est définie par la résistance uniaxiale en traction f'_t et l'énergie de fissuration G_f . La définition de la courbe uniaxiale en compression nécessite l'introduction d'une série de points $(\sigma_c, \tilde{\varepsilon}_c^{in})$ tel que décrit à la figure 3.9. Le premier point $(\sigma_{c0}, 0)$ correspond au dernier point sur la portion linéaire élastique. Par définition dans ce travail, on a choisit $\sigma_{c0} = 0.4\sigma_{cu} = 0.4f'_c$. L'introduction des points post-pic est problématique dans la mesure où elle doit assurer une insensibilité de l'analyse par rapport à la taille des éléments du maillage. Pour résoudre ce problème, on a utilisé une procédure de calibrage à partir de la réponse uniaxiale théorique donnée par la figure 3.2a. Ainsi, pour chaque problème analysé, cette courbe est calculée préalablement pour une dimension h représentative d'un élément du maillage.

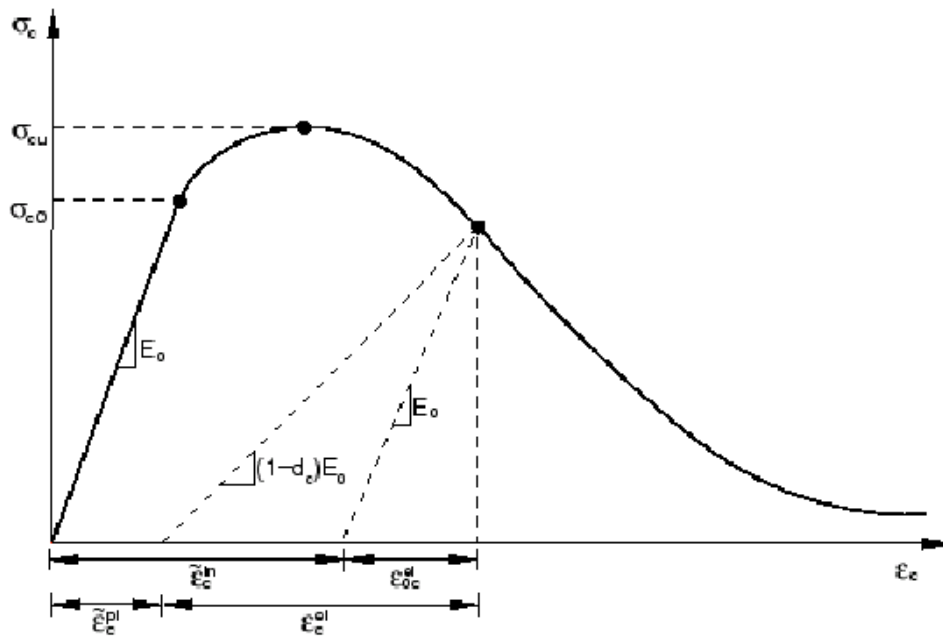


Figure 3.9: Définition de la courbe uniaxiale en compression pour le modèle CDP (Hibbitt et al. 2010)

3.2.5. Paramètres pour la définition du comportement cyclique :

L'effet des paramètres w_c et w_t sur la réponse cyclique est montré sur la figure 3.10. Les paramètres par défaut $w_t = 0$ et $w_c = 1$ ont été choisis dans ce travail, puisqu'ils correspondent plus au comportement du béton (voir figure 3.7).

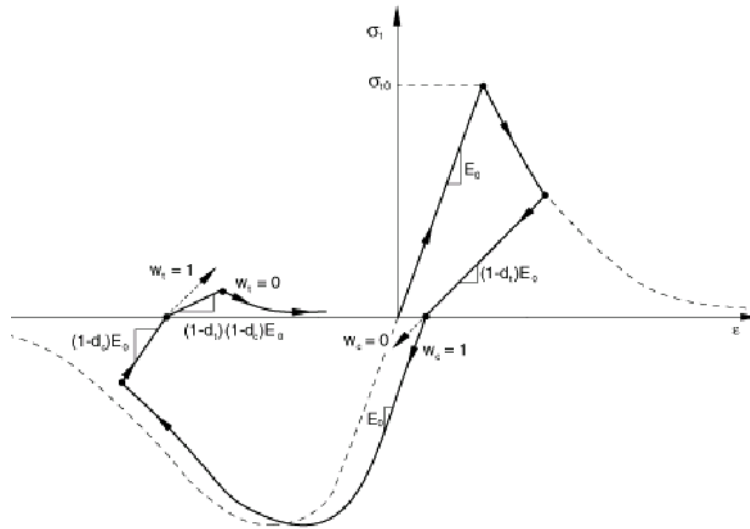


Figure 3.10: Paramètres définissant le comportement cyclique du modèle CDP (Hibbitt et al. 2010)

3.3. L'approche explicite dans ABAQUS

3.3.1. Choix du logiciel ABAQUS

Le choix du logiciel ABAQUS est basé sur un rapport comparatif (Ben Ftima 2005) qui a considéré les trois logiciels commerciaux ABAQUS (6.4.1), ADINA (version 8.1) et ANSYS (7.1). Des critères de comparaison ont été choisis au niveau des étapes de prétraitement, analyse et post-traitement. Le logiciel d'éléments finis *idéal* avait été défini comme étant celui qui permettrait une modélisation rapide et facile d'une structure en béton, armé ou non armé, allant du simple (ex: poutre sur appuis simples, dalle en béton armé) au complexe (ex: pont en béton armé), qui permettrait la résolution des problèmes non-linéaires liés à la fissuration et à l'écrasement du béton, et qui serait assez flexible et personnalisable (ex: possibilité d'ajouter de nouvelles lois de comportements, de nouveaux éléments). Les avantages qui faisaient démarquer ABAQUS étaient : la rapidité de prétraitement, la possibilité de diffuser des éléments surfaciques ou de barres d'armatures dans des éléments solides de béton, et surtout la disponibilité du sous-produit ABAQUS/Explicit. Bien que les trois logiciels possédaient plusieurs variantes de méthodes de résolutions non-linéaires décrites au chapitre 2 (ex: méthodes *BFGS*, *line search*), l'expérience a montré que les difficultés de convergence subsistent toujours dans le cas de

l'utilisation des techniques implicites itératives classiques et que dès le moment où le béton commence à fissurer en traction, l'algorithme de pilotage que ce soit en déplacement, en force ou avec la méthode de la longueur d'arcs, éprouve des difficultés pour avancer et peut se bloquer. L'avantage principal de la méthode explicite est la possibilité d'estimer d'avance le temps de calcul pour une analyse non-linéaire en béton.

3.3.2. ABAQUS/Explicit

La résolution avec ABAQUS/Explicit se fait en avançant *explicitement* dans le temps et en considérant le système comme dynamique (même si le problème est statique). Le temps est ici un temps virtuel dans le cas d'une analyse quasi-statique ou bien un temps réel dans le cas d'une analyse dynamique. L'équation à résoudre est l'équation usuelle de Newton :

$$M\ddot{u} = P - I \quad (3.4)$$

$\ddot{u}$ étant le vecteur des accélérations nodales et M la matrice de masse modale.

L'algorithme utilisé par ABAQUS/ Explicit peut être décrit par les étapes suivantes :

- Pour chaque incrément de temps t , connaissant les forces externes $P(t)$ et internes $I(t)$, il est possible de calculer les accélérations nodales :

$$\ddot{u}(t) = (M)^{-1}(P(t) - I(t)) \quad (3.5)$$

- En intégrant deux fois cette équation à l'aide de la méthode des différences finies centrales, on retrouve le vecteur des déplacements nodaux :

$$\dot{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \dot{u}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t(t + \Delta t) + \Delta t(t)}{2} \ddot{u}(t) \quad (3.6)$$

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \dot{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (3.7)$$

- L'étape suivante consiste à calculer l'incrément de déformation $d\varepsilon$ au niveau des éléments, connaissant le taux de déformation $\dot{\varepsilon}$, et puis calculer les contraintes au niveau des éléments en utilisant la loi constitutive du matériau :

$$\sigma(t + \Delta t) = f(\sigma(t), d\varepsilon) \quad (3.8)$$

- Finalement, le nouveau vecteur des forces nodales internes est calculé : $I(t + \Delta t)$. Le processus est ensuite répété pour l'incrément suivant : $t + \Delta t$.

Ainsi, avec cette philosophie, une force appliquée à un nœud est interprétée comme une accélération nodale et est transmise au cours des incréments suivants, aux nœuds adjacents.

L'avantage de la version explicite apparaît clairement puisque le logiciel ne fait pas d'itérations. Ainsi, connaissant le nombre d'incréments de temps et la durée de calcul pour chaque incrément, il est possible de déterminer d'avance le temps nécessaire pour l'analyse.

ABAQUS/Explicit détermine un pas de temps Δt critique au delà duquel l'analyse devient instable. Ce pas critique est défini en termes de la plus haute fréquence ω_{max} du système :

$$\Delta t_{stable} = \frac{2}{\omega_{max}} \quad (3.9)$$

Comme il n'est pas facile de déterminer la valeur de ω_{max} pour un système donné, ABAQUS utilise une estimation conservatrice de Δt_{stable} . Il suppose que la plus grande fréquence du système global est inférieure à la fréquence maximale associée au plus petit élément qui existe dans le maillage. Ainsi, la formule utilisée dans ABAQUS/Explicit est la suivante :

$$\Delta t_{stable} = \frac{L_e}{C_d} \quad (3.10)$$

avec L_e la longueur caractéristique du plus petit élément du maillage et C_d la vitesse de propagation d'onde dans le matériau. Pour un matériau élastique avec un coefficient de Poisson nul, la vitesse d'onde est : $C_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Avec cette nouvelle définition, Δt_{stable} peut être interprété

comme le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance L_e définie par la longueur caractéristique du plus petit élément du maillage.

Avant chaque analyse, ABAQUS/Explicit calcule automatiquement Δt_{stable} et utilise ce pas d'incrément durant toute l'analyse. L'utilisateur peut introduire une valeur de l'incrément de temps à condition qu'elle soit inférieure au Δt_{stable} calculé par ABAQUS.

L'avantage de cette approche apparaît clairement pour les structures de grande taille en béton, pour lesquelles la longueur caractéristique des éléments du maillage est importante.

ABAQUS/ Explicit est recommandé pour les analyses non-linéaires suivantes :

- problèmes dynamiques à grande vitesse (ex : problèmes d'impact);
- problèmes de contact;
- problèmes post-voilement et analyses à l'ultime;
- problèmes avec des matériaux dégradables qui présentent des difficultés de convergence avec la méthode de résolution implicite (ex : béton).

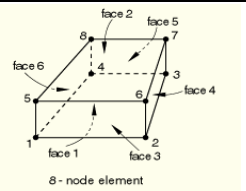
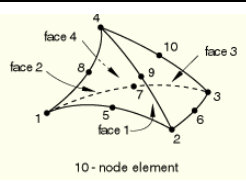
3.3.3. Vérifications

3.3.3.1. Choix des éléments

Il n'y a malheureusement pas beaucoup d'éléments disponibles dans ABAQUS/Explicit, comparativement aux autres logiciels standards d'éléments finis. Le tableau 3.1 montre la comparaison entre deux des meilleurs éléments disponibles. L'élément C3D8R est un élément hexaédrique linéaire à huit nœuds avec un seul point d'intégration. S'agissant d'un élément à intégration réduite, il est donc nécessaire d'utiliser des algorithmes de contrôle afin d'éviter les modes de déformation à zéro énergie de déformation (connue dans la littérature sous le nom *Hourglass control*). ABAQUS offre plusieurs méthodes pour le contrôle Hourglass : *Relaxed Stiffness*, *Enhanced Stiffness*, *Viscous* et *combiné Stiffness/Viscous*. Le contrôle activé par défaut dans ABAQUS/Explicit est *Relaxed Stiffness*, et semble le mieux convenir pour les applications avec matériau adoucissant. Le ratio E_H / E_I qui définit l'énergie totale consommée par le mode de Hourglass divisée par l'énergie totale interne de déformation doit être surveillé surtout pour les

analyses avec rupture de cisaillement. Une valeur limite de 5% est considérée acceptable d'après notre expérience. L'élément hexaédrique C3D8R a été utilisé dans les analyses de validation du chapitre 5 et les analyses non-linéaires du chapitre 6, exception faite du modèle global de l'aspirateur analysé en service. Vu la formulation linéaire de cet élément et la disponibilité d'un seul point de Gauss, au moins dix à douze éléments à travers l'épaisseur ont été généralement utilisés. Pour les structures à géométries complexes telles que la bêche spirale ou le coude de l'aspirateur (modèle global de l'aspirateur au chapitre 6), c'est l'élément tétraédrique C3D10M qui a été utilisé.

Tableau 3.1: Tableau comparatif de deux des meilleurs éléments finis disponibles dans ABAQUS/Explicit (Hibbitt et al. 2010)

Caractéristique	Cube	Tétraèdre
		
Désignation	C3D8R	C3D10M
Nombre de noeuds	8	10
Points de Gauss	1 (intégration réduite)	4 (intégration complète)
Controle Hourglass	<i>Relaxed Stiffness</i>	-
Shear locking	Non	Négligeable
Précision	Bonne	Très bonne
Visualisation des résultats	Bonne	Moins bonne
Maillage	Semi-automatique	Automatique évolué

3.3.3.2. Modélisation de l'armature

Le logiciel ABAQUS offre la possibilité de diffuser des éléments d'acier unidimensionnels ou surfaciques à l'intérieur des éléments 3D de béton. Cette technique est très utile puisqu'elle permet de modéliser séparément les éléments de béton et l'armature correspondante, sans nécessité d'avoir une coïncidence entre les nœuds des éléments d'acier et de béton. Deux types de modélisation possibles d'armature sont offerts (Figure 3.11) : modélisation par éléments de treillis et modélisation par éléments surfaciques spéciaux. Pour les éléments surfaciques, il est nécessaire de définir les directions, espacement et diamètre des barres pour chaque nappe d'armature (figure

3.11b). Des analyses de validations non-linéaires faites sur des panneaux chargés en cisaillement (essais PV de Vecchio et Collins 1982) ont montré l'équivalence entre ces deux types de modélisation.

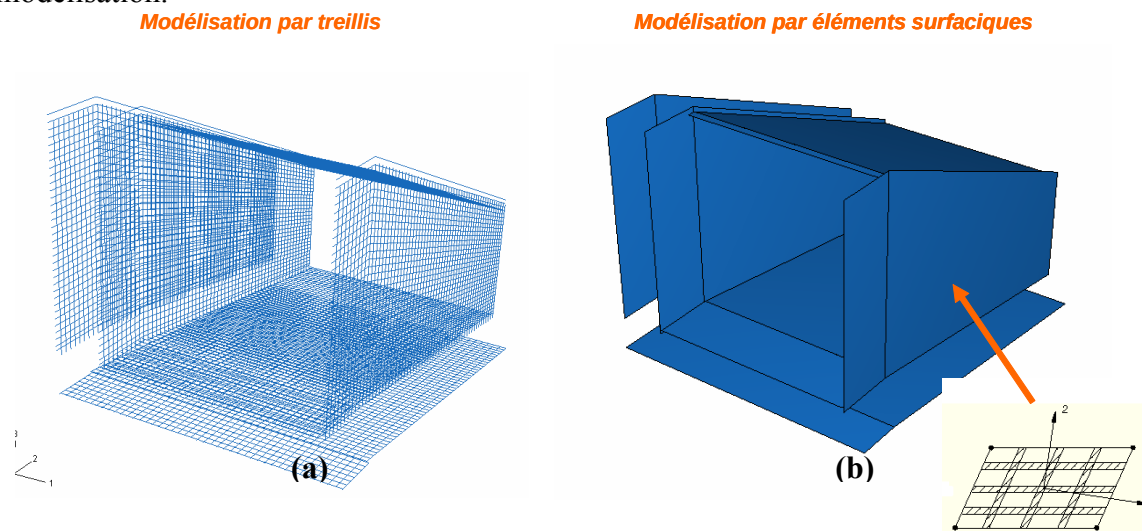


Figure 3.11: Modélisations possibles des armatures dans .
(a) éléments de treillis; (b) éléments surfaciques spéciaux.

3.3.3.3. Conditions d'analyse quasi-statique

ABAQUS/Explicit est utilisé dans ce projet pour résoudre des problèmes statiques. Pour avoir une analyse quasi-statique, les charges sont appliquées *assez lentement* par rapport à la période fondamentale T du système, de façon que l'énergie cinétique globale générée par les forces d'inerties soit négligeable devant l'énergie de déformation interne. ABAQUS propose d'utiliser une période de chargement égale au moins à 10 fois la période fondamentale T du système, de telle sorte à obtenir un ratio E_C / E_I : énergie cinétique totale / énergie de déformation interne totale, maximal de 5%. On estime que la période de chargement minimale est très dépendante du système à analyser. Elle dépend d'un grand nombre de paramètres tels que: le nombre de degrés de liberté, le degré de non-linéarité, le mode de la structure qui est excité par la disposition de chargement, etc. On recommande de commencer avec une période de chargement de 20 fois la période fondamentale, puis de passer à des périodes plus grandes (30 à 50 fois T), si jamais le ratio limite de 5% est excédé.

ABAQUS recommande aussi d'utiliser des profils de chargement lisses (*smooth steps*) et d'éviter les discontinuités du taux de chargement pour ne pas générer des ondes de déformation parasites (Figure 3.12). Cette procédure est recommandée surtout si on travaille en déplacement imposé.

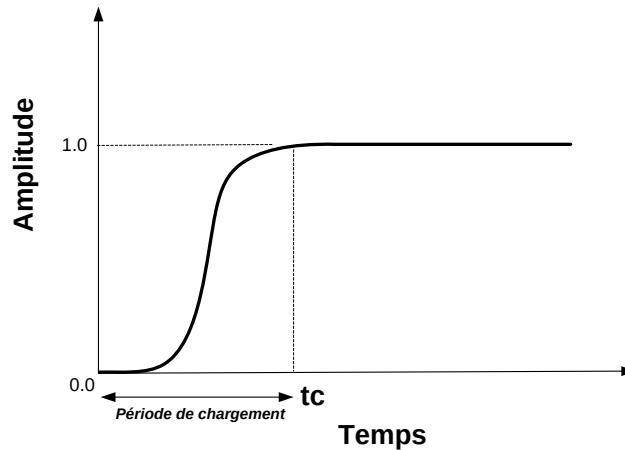


Figure 3.12: Exemple d'une amplitude lisse (*smooth step*) définie dans ABAQUS

La figure 3.13 représente l'évolution typique du ratio d'énergies E_C / E_I durant une analyse quasi-statique non-linéaire par éléments finis d'une poutre en béton armé. t_c représente la période totale de chargement tel que présenté à la figure 3.12, t_f est le temps correspondant à la rupture. L'analyse commence toujours par une phase dynamique $0 \rightarrow t_1$ caractéristique des analyses explicites. Ceci arrive pour toutes les analyses quasi-statiques même avec les matériaux linéaires, et est lié suivant notre interprétation au temps nécessaire à l'onde due à la force excitatrice pour parcourir le modèle et parvenir jusqu'aux réactions d'appuis. La courbe descend ensuite en bas de 5% et se stabilise à une valeur proche de 0% avant de remonter à t_2 pour atteindre un premier pic r_2 correspondant à l'instant de première fissuration à mi-portée. Cette phase est généralement assez dynamique puisqu'elle correspond à la libération de l'énergie de déformation élastique dans le système sous forme d'énergie de fissuration au front de la fissure et d'énergie cinétique. La redistribution se fait ensuite via la présence de l'armature de flexion, ce qui permet la descente de la courbe, jusqu'à l'apparition des fissures dans les sections adjacentes (instant t_3) et stabilisation de la fissuration. D'autres pics peuvent avoir lieu après l'instant t_3 dépendamment de l'analyse (apparition des fissures flexion-cisaillement), jusqu'à la rupture à l'instant t_f qui se manifeste par une montée abrupte de la courbe.

Pour avoir une analyse quasi-statique acceptable dans une analyse non-linéaire, il est important que le comportement du matériau soit linéaire élastique dans l'intervalle $[0, t_1]$, ou autrement dit, qu'il y ait une zone de relâchement entre t_1 et t_2 . Les amplitudes des pics successifs r_2 à r_N doivent être inférieures à 5% comme montré sur la figure 3.13. L'instant de rupture t_f est généralement

important à déterminer puisqu' il permet de contre-vérifier la charge de rupture en utilisant la courbe des amplitudes. Le ratio E_C / E_I monte d'une manière quasi-verticale à cet instant sans redescendre.

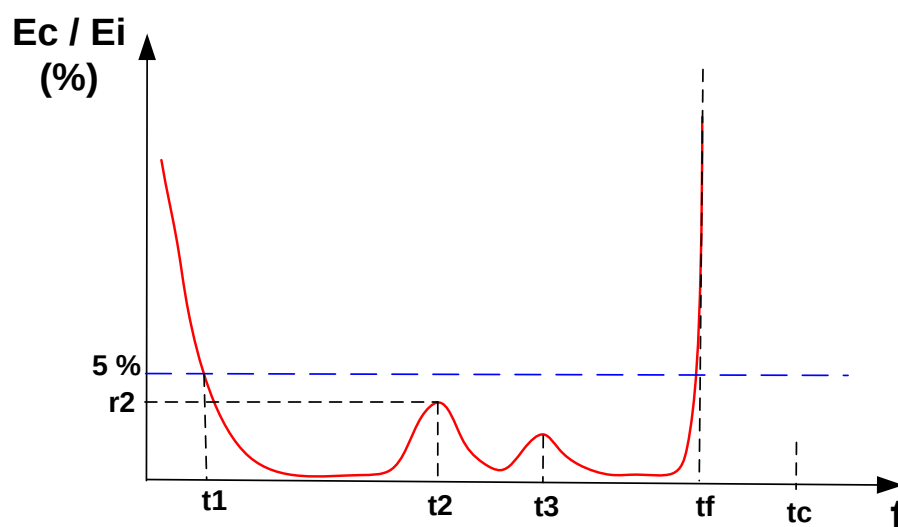


Figure 3.13: Courbe typique de l'évolution du ratio pour une analyse non-linéaire jusqu'à la rupture d'une poutre en béton armé

3.3.3.4. Validations et comparaisons

À titre de validation et de comparaison avec la méthode conventionnelle de résolution, une étude comparative a été menée pour l'exemple du demi-diffuseur montré à la figure 3.14. La structure de béton est modélisée avec sa fondation de roc. L'armature sous forme d'éléments surfaciques est diffusée dans les éléments 3D du béton. Une interface de contact avec un coefficient de friction de 0.7 est utilisée entre le béton et le roc. Plus de 30000 nœuds sont utilisés entre les éléments de béton et de roc.

Deux types de charge ont été considérés: les charges de gravité (G) et une charge de retrait thermique de (ΔT) de -15 °C . L'analyse a été faite avec EPM3D (V1.0) et pour les deux logiciels ABAQUS/Explicit et ABAQUS/Standard. Trois configurations différentes de modèle ont été considérées (tableau 3.2). En utilisant des propriétés différentes de résistance en traction et en appliquant différemment les charges, une condition de fissuration croissante a été simulée de la configuration 1 à la configuration 3.

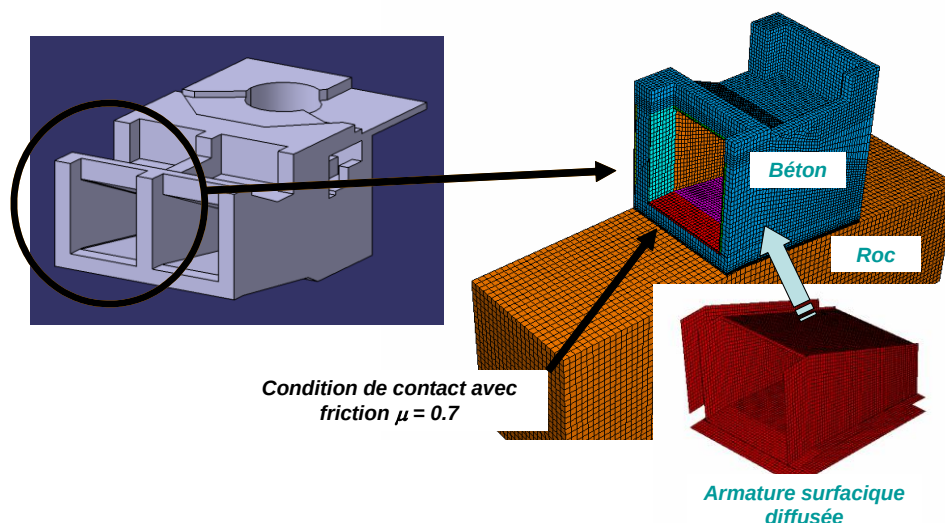


Figure 3.14: Description du modèle de demi-diffuseur

L'application successive des charges correspond plus à la situation réelle dans la mesure où les charges de gravité sont appliquées en premier lieu, suivies des charges de retrait thermique. Les analyses ont été faites sur une machine 32 bit standard. Les résultats comparatifs des temps d'analyse sont donnés pour les deux logiciels. L'exemple montre clairement l'avantage de l'approche explicite et l'incapacité de l'approche standard à résoudre les problèmes fortement non-linéaires. Le temps de calcul d'ABAQUS/Explicit est généralement peu sensible à l'étendue de fissuration. La raison du dédoublement du temps de calcul obtenu pour la configuration 3 est l'utilisation de deux pas d'analyse pour l'application successive des charges. Chaque pas prend donc 1h:16 min de temps de calcul, ce qui est proche des configurations précédentes.

Tableau 3.2: Comparaison des temps de calcul avec les deux méthodes de résolution

Modèle	ABAQUS/Explicit	ABAQUS/Standard
Configuration 1: $f_t = 1800$ kPa	1h:12 min	1h:45 min
Application simultanée des charges		
Configuration 2: $f_t = 400$ kPa	1h:00 min	2h:30 min
Application simultanée des charges		
Configuration 3: $f_t = 400$ kPa	2h:37 min	∞
Application successive des charges		

La figure 3.15 montre une comparaison des profils de fissuration et des contraintes dans les armatures transversales entre les deux approches pour le cas de configuration 1. Les résultats obtenus par les deux modèles sont presque identiques.

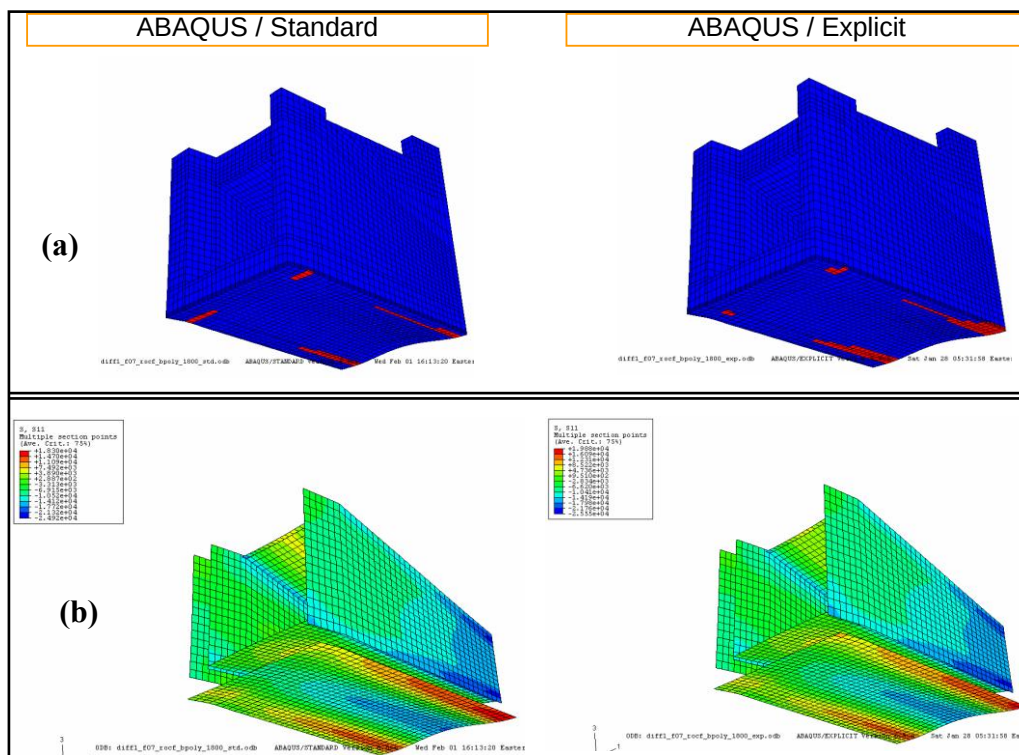


Figure 3.15: Comparaisons des résultats obtenus avec les deux méthodes de résolution: (a) profil de fissuration du béton; (b) contrainte dans l'armature transversale.

3.4. Exemples d'application

On présente dans cette section quelques exemples d'application qui montrent la complexité des modèles pouvant être analysés avec l'approche explicite. La plupart de ces modèles sont issus du milieu industriel et représentent des cas réels d'analyse.

3.4.1. Exemple de bache spirale

La bache spirale montrée à la figure 1.1.c a été analysée en service et à l'ultime pour un cas d'analyse avec bache pressurisée. La pression d'eau agit sur une virole d'acier en contact avec le béton non-linéaire appelé ici béton phase II (figure 3.16). Le béton phase II repose sur un béton

phase I modélisé avec des propriétés linéaires élastiques (figure 3.17). Une condition de contact avec friction est maintenue entre la virole et le béton phase II, le contact entre le béton phase II et le roc est modélisé sans friction.

La figure 3.17 montre les différents matériaux utilisés, ainsi que l'armature diffusée dans le béton non-linéaire phase II. Les résultats de fissuration en service et à l'ultime sont montrés sur la figure 3.18. Le nombre total de nœuds est de 230 000. Les analyses ont été faites sur ordinateur 32 bit standard (4 GIG de RAM). L'analyse jusqu'à l'ultime a pris plus de 60 heures avec la version 2.0 de EPM3D.

À cause de la complexité de la géométrie de la bêche et des différentes interactions (virole- bêche et bêche-roc), on estime que ce modèle est l'un des plus complexes jamais analysé d'une structure en béton armé.

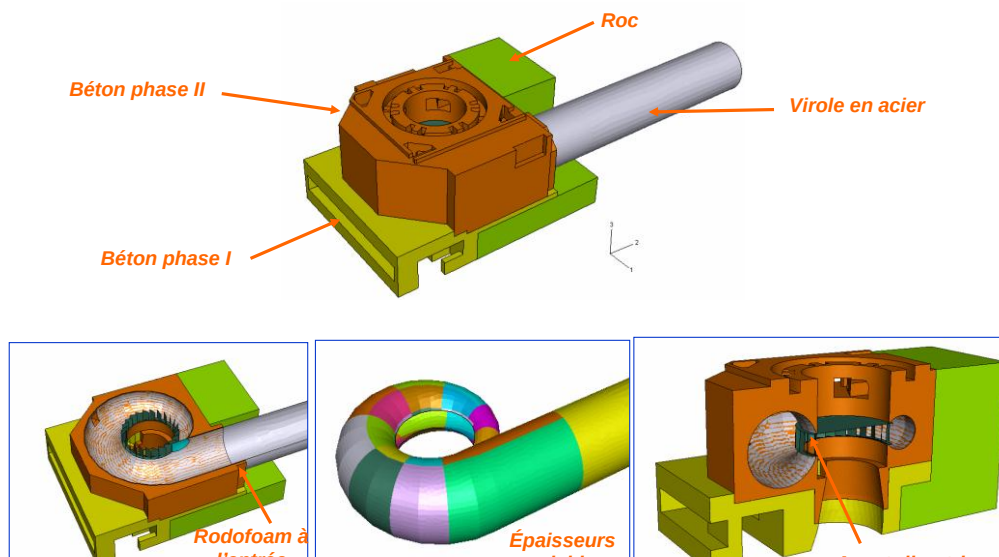


Figure 3.16: Exemple de bêche spirale: composantes du modèle EF

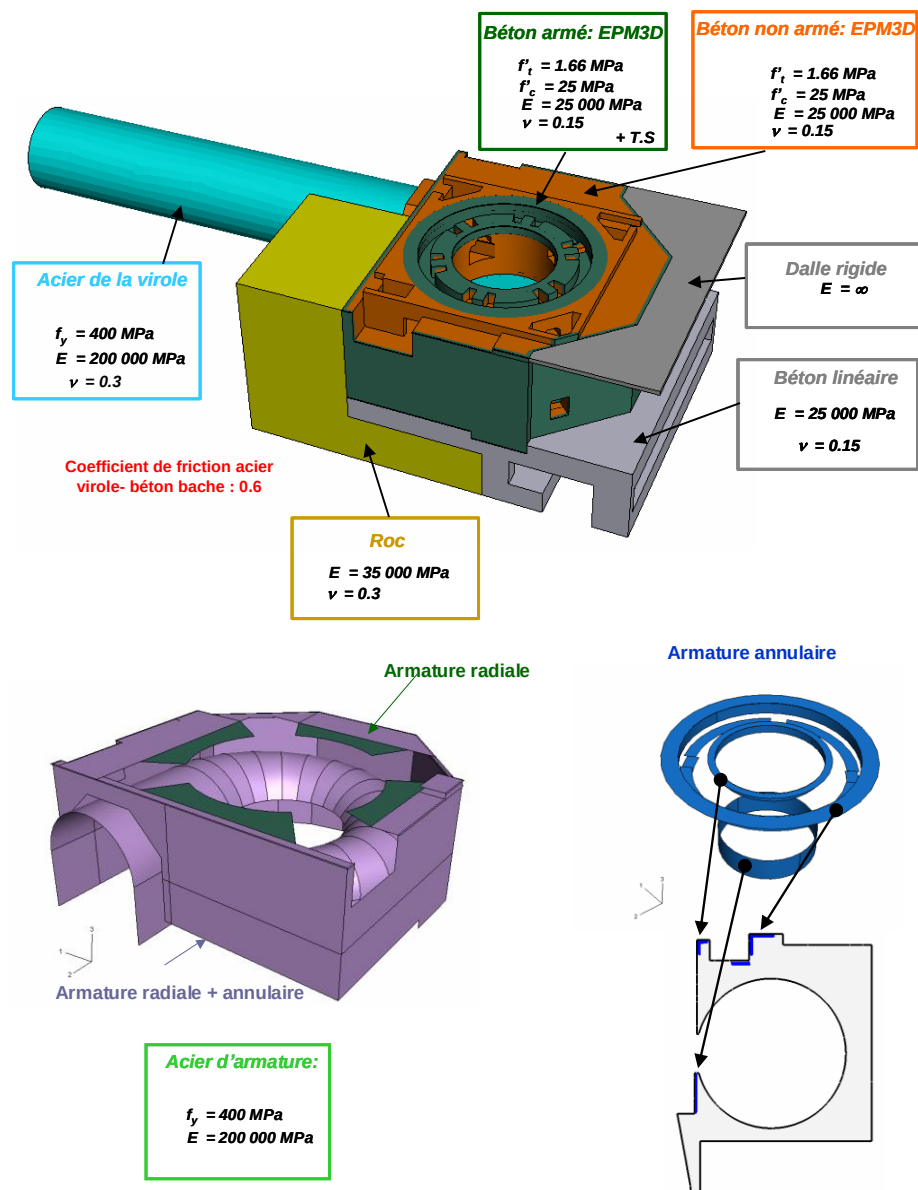


Figure 3.17: Exemple de bache spirale: matériaux utilisés

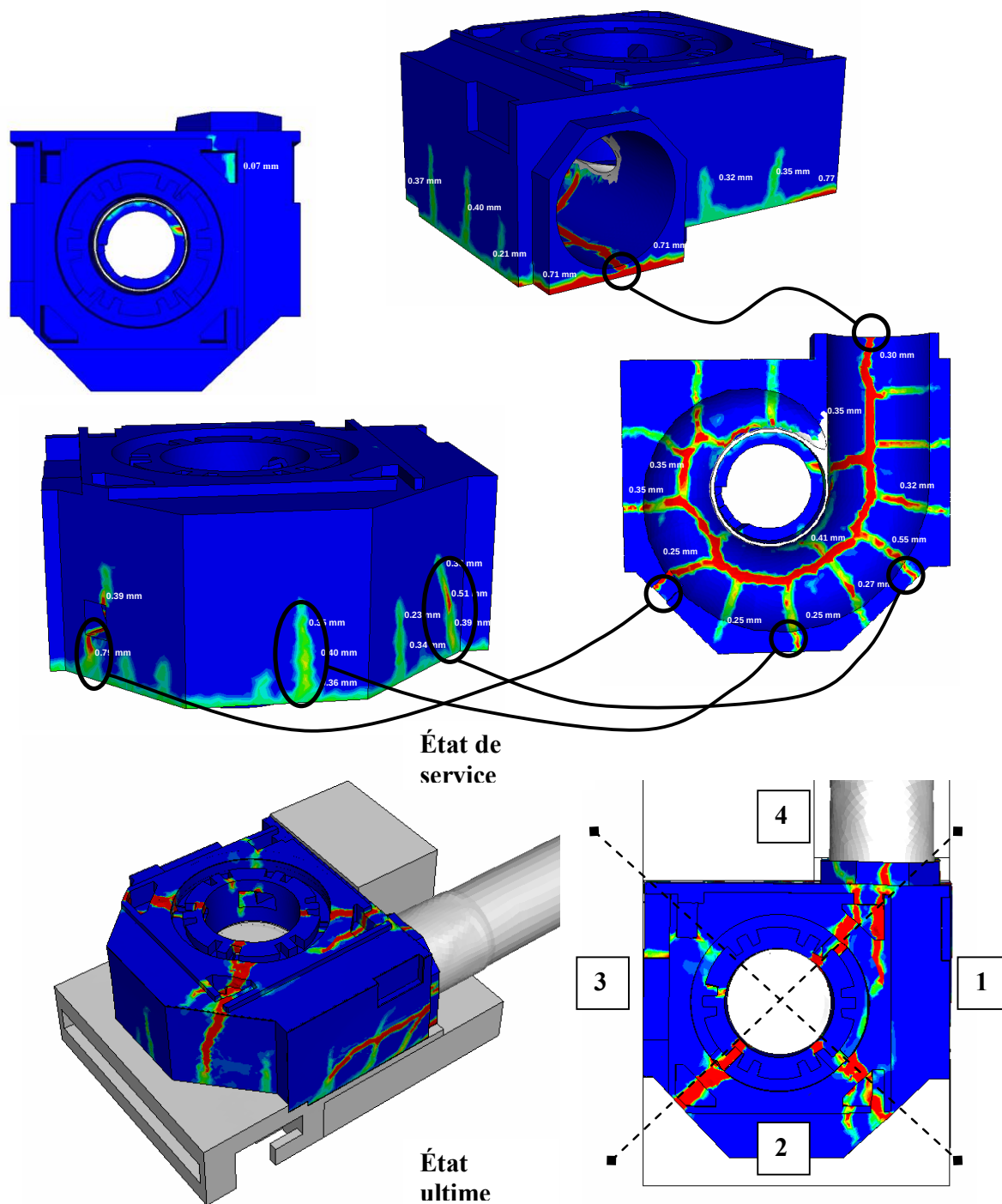


Figure 3.18: Exemple de bache spirale: fissuration en service et à l'ultime

3.4.2. Exemple d'une centrale barrage

Le deuxième exemple est celui d'une centrale barrage au fil de l'eau (figure 3.19). Le béton de toute la centrale (prise d'eau + bête semi-spirale + aspirateur) est modélisé en non-linéaire avec EPM3D, le roc de la fondation est modélisé en linéaire. Les figures 3.19b et 3.19c montrent la complexité de la géométrie ainsi que l'armature diffusée dans le modèle de béton. La dimension de 13m du plafond de la prise d'eau est montrée à titre d'indication sur la figure 3.19b et témoigne de la taille importante de l'ouvrage analysé.

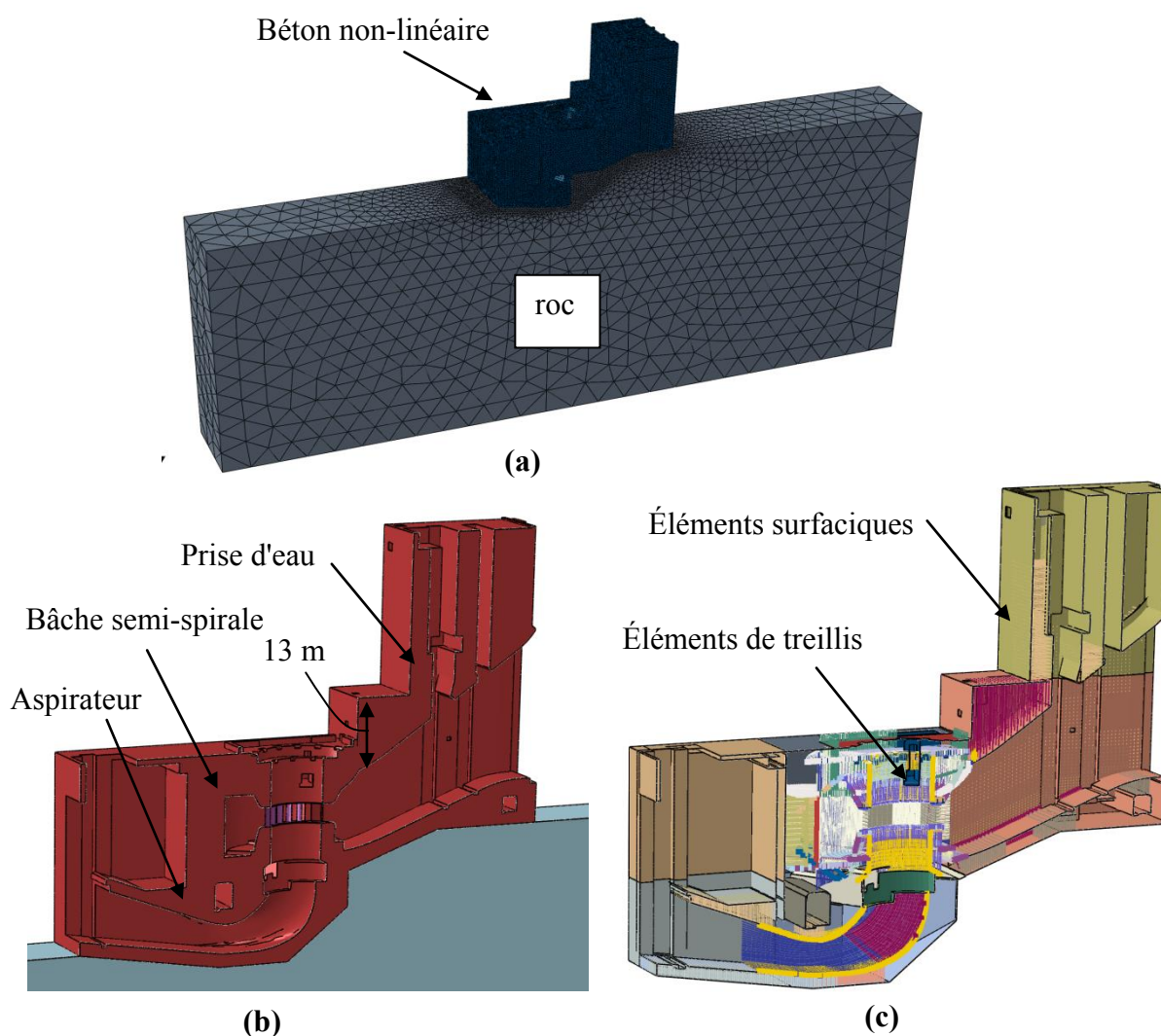


Figure 3.19: Exemple d'une centrale barrage:

(a) maillage de la centrale et de sa fondation; (b) géométrie; (c) éléments d'armature

Le modèle EF contient plus de 1 200 000 nœuds. L'analyse a mis plus de 80 heures pour atteindre l'état ultime. Les calculs ont été faits sur un ordinateur 64 bit (12 GIG de RAM) avec 8 cœurs. La version 3.2 de EPM3D supportant le calcul parallèle a été utilisée. L'utilisation du calcul parallèle disponible dans ABAQUS/Explicit et supporté à partir la version 3.2 de EPM3D (voir figure 3.3) a permis d'accélérer l'analyse par un facteur de 6.

Les résultats de fissuration du béton en service et à l'ultime sont montrés sur la figure 3.20.

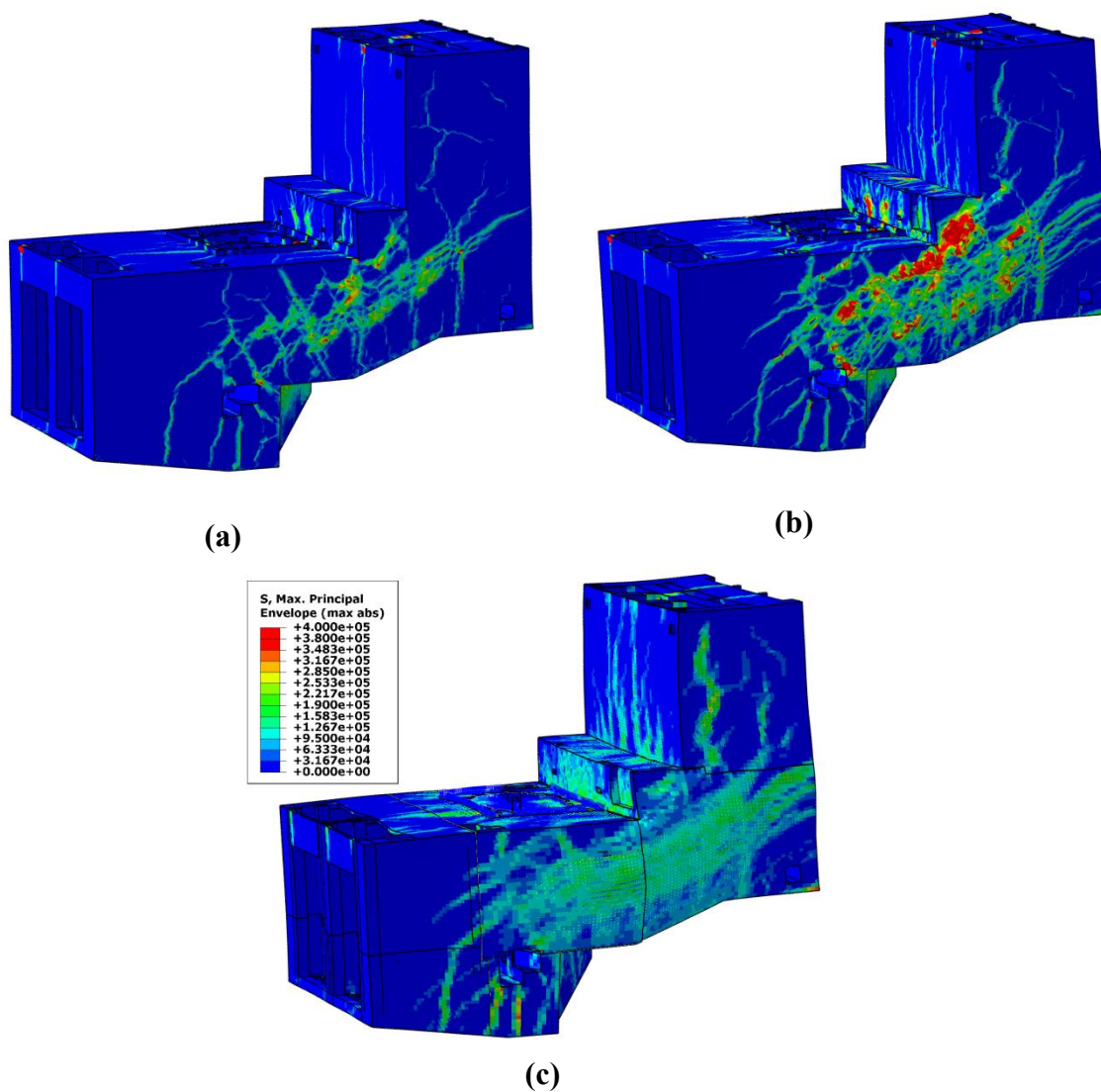


Figure 3.20: Exemple d'une centrale barrage:

(a) fissuration en service; (b) fissuration à l'ultime; (c) état des contraintes dans l'armature à l'ultime (en kPa)

On estime que le modèle de centrale barrage montré ci-dessus est le plus gros modèle non-linéaire (en termes de taille réelle de la structure et du nombre d'éléments) jamais analysé d'une structure en béton armé.

**Chapitre 4 : ARTICLE 1 : DEVELOPMENT OF A RELIABILITY FRAMEWORK FOR
THE USE OF ADVANCED NONLINEAR FINITE ELEMENTS IN THE DESIGN OF
CONCRETE STRUCTURES**

Mehdi BEN FTIMA and Bruno MASSICOTTE

(Article publié dans ASCE Journal of Structural Engineering , Vol. 138, No 8, Aout 2012)

Mehdi Ben Ftima

Civil, Geological and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

B.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

and

Power and Heavy Civil Works Division

SNC-Lavalin inc.

1801 McGill College Avenue

Montreal, Qc, Canada H3A 2N4

Bruno Massicotte

Civil, Geological and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

B.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Corresponding Author:

Bruno Massicotte

Civil, Geological and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Tel : 1-514-340-4711, ext. 4501

Fax : 1-514-340-5881

Email : bruno.massicotte@polymtl.ca

4.1. Abstract

This paper proposes a methodology that uses advanced nonlinear finite element analysis for determining a global resistance factor for the design of reinforced concrete structures. It introduces a new reliability approach which takes into account the uncertainties of the material properties and the performance of the concrete model used in the calculations. In the proposed approach, the global resistance factor is computed following a procedure in which the coefficient of variation of the calculated resistance is estimated using Rosenblueth's point estimate method. Robustness and simplicity of the method are demonstrated through validation examples. It is seen that good approximations of the resistance factor can be achieved for the case of normal or quasi-normal distributions of the resistance. Estimation of the coefficient of variation of the prediction error is then performed for a given reinforced concrete element and a nonlinear finite element package. The accuracy of the selected software is considered through its ability of predicting the behaviour of a set of benchmarks selected for the target design structure, going from the material level to the structural level. The suggested methodology is well suited for structural engineers having access to nonlinear deterministic finite element packages with concrete models. It proposes a reliability format that focuses on the variability on the resistance side while using the concept of critical load paths on the load side which is compatible with the philosophy of existing design codes.

Keywords: Nonlinear analysis, Finite element, Reinforced concrete, Global resistance factor, Limit state design, Probability of failure

4.2. Introduction

Nonlinear finite element analysis has become a powerful numerical tool for the analysis of concrete structures. It is able to simulate the post-cracking behaviour of concrete, and sometimes constitutes the only alternative to experimental tests. To date, this numerical tool has been essentially used for the reproduction of experimental results of simple concrete and reinforced concrete elements: ties, beams, columns, and slabs. It has been rarely extended to the analysis or design of complex concrete structures. Many reasons lie behind this fact. The first is the difficulty to implement such analyses for complex structures: large computation time with respect to conventional linear analyses, and convergence problems generally related to concrete softening. The second important reason is the complexity of the concrete material and the existence of a multitude of models and theories in the literature. None of these theories has gained universal acceptance or is able to reproduce all the aspects related to this complex material. Finally, there is a lack within the literature and design codes concerning the interpretation of nonlinear finite element results for the design of concrete structures.

Advanced nonlinear finite element analysis (ANFEA) using concrete models represents the state-of-the-art analysis in the field of numerical simulation of concrete structures. Unlike beam or shell elements, tridimensional discretization of structures using 3D elements without simplification of any degree of freedom. Concrete models describe the constitutive relationship between stress and strain tensors in the 3D coordinate system, and use the smeared or discrete crack approach to represent the cracking process that takes place using initiation and propagation criteria. An example of an ANFEA model is given in Fig. 4.1 where a portion of a typical complex powerhouse structure is analysed using the local finite element model of the draft tube sub-structure and its foundation with a total of 50000 hexahedral elements.

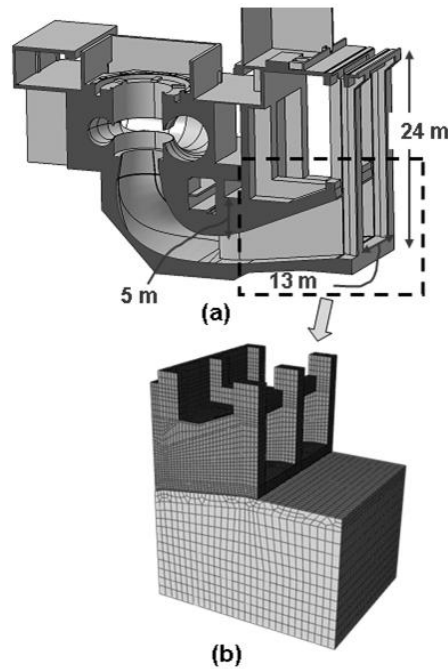


Figure 4.1: Typical complex concrete structure:

(a) Cross section of powerhouse; (b) FE local model of the draft tube and its foundation.

A possible but not unique extension to the conventional design process of concrete structures is to use nonlinear analyses instead of linear analyses. Even if it is the simplest possible extension, the following problematic points can be found.

1) Contrary to the linear case, there is no unique nonlinear concrete model: many theories exist but none of them is perfect. Furthermore, many input parameters are generally required for each model and some of them can hardly be measured. Most of these input parameters are random variables and have a variability that cannot be neglected. 2) A large computation time is required for nonlinear analyses. It is generally unpredictable and calculations are sometimes unfeasible in case of large models. Furthermore, the superposition principle is no longer valid and the order and succession of the loads can influence the results. 3) The problem of crack width calculation arises in service conditions for smeared crack concrete models. 4) Verification at the ultimate limit state considers the load factors applied to the loads, and resistance factors applied either to the material parameters or to the ultimate strength in order to fulfill a maximum allowable probability of failure: $P_f < P_{f_max}$.

This article addresses points 1 and 4 and is concerned with the reliability framework that is behind the limit state design at the basis of the modern codes for reinforced concrete design. It is part of a larger research program that addresses the issue of the practical use of ANFEA for the design of concrete structures and the problem of transition from the step of analysis of simple concrete elements to the step of the design of complex concrete structures.

Rather than a specified resistance factor as recommended in most design codes, a method for estimating the global resistance factor for a given design problem could be provided in future codes. The paper objective is therefore to develop a reliability framework for the use of ANFEA in the design of concrete structures. Existing engineering approaches cover a wide range of design philosophies, from the use of complex reliability analyses in some advanced engineering fields which concern specialized analyses, such as aerospace, automotive or nuclear engineering, to the practical field of structural concrete in which designers must apply design code provisions. As shown later in this paper, neither the general reliability concept involving computation of probability of failure, nor the design code concept using load and resistance factors are appropriate for the use of ANFEA for designing concrete structures. The alternative, as presented in this paper, extends the concept of global resistance factor already introduced in some international codes, by considering both design input uncertainties and nonlinear finite element calculation accuracy for each design problem.

The paper presents a new methodology for design of concrete structures using ANFEA based on the estimation of the global resistance factor for each design case using the Rosenblueth's (1975) point-estimate method. It is shown that it is the most appropriate and practical method in the context of long ANFEA using concrete models for normal and quasi-normal distributions of resistance. The proposed methodology is well suited for expert structural engineers who have a strong expertise in both concrete design issues and advanced analysis methods but who do not necessarily require an in-depth knowledge in reliability analysis.

4.3. General reliability problem

The general reliability problem is described in Fig. 4.2. Given a random resistance or strength function R , and a random load or load effect function U , then the random function $Z = R - U$ is called the limit state function. R is a function of the input resistance random variables (e.g.: material properties of concrete or reinforcement, dimensions, etc.), U is a function of input loading variables (e.g.: self weight, live load, pressures, etc.). Z could be an ultimate limit state function (e.g.: flexural or shear strengths) or a serviceability limit state (e.g.: deflection or crack width limits). A measure of the reliability of the limit state is the probability of failure that is defined as $p_f = p(R - U \leq 0)$. Another measure is the reliability index β that is defined as the ratio between the mean (Z_m) and the standard deviation (σ_Z) of Z : $\beta = Z_m / \sigma_Z$. For the particular case of independent normal distributions R and U , it can be shown that p_f and β are linked together using the following equation, where Φ is the well known normal cumulative distribution function (zero mean and unit variance):

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (4.1)$$

Given a target maximum allowable probability of failure p_{f_max} or a minimum required reliability index β_{min} for the structure, and defined distributions of all the input random variables of R and U , a design can be classified safe, optimal, or unsafe (Fig. 4.2).

This general mathematical definition of reliability is related to a well known problem of reliability based design optimization (Frangopol 1985 and 2008).

Classification of reliability analysis techniques can be done using a hierarchy of structural reliability measures. According to Melchers (2001), three different levels can be used depending on the precision level (Fig. 4.2b).

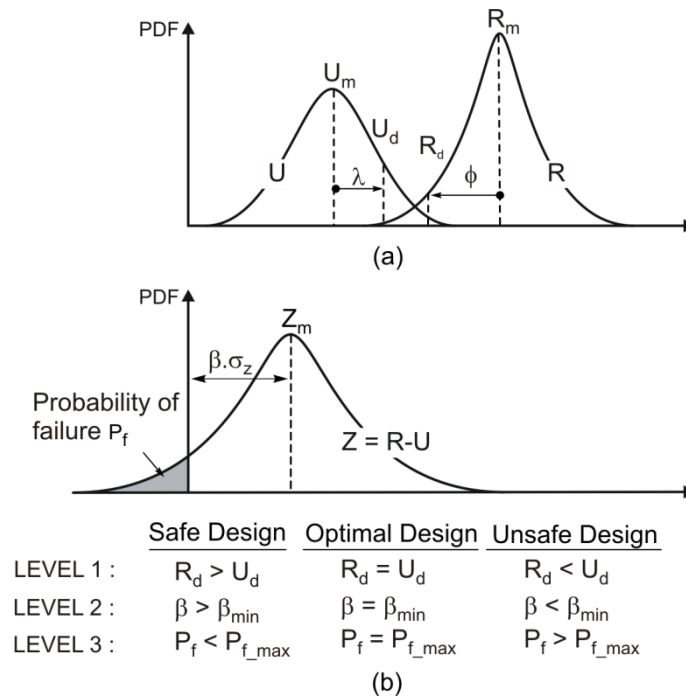


Figure 4.2: General reliability problem

Level 3 methods are 'exact methods' aimed at estimating the probability of failure for a given structural system, using accurate probability models. These methods require probability distributions of the input data as well as human error and intervention data. In the absence of such data, level 2 methods can be used to estimate the reliability index and a related 'nominal' probability of failure using Eq. 4.1. Only first and second moment (mean and variance) data of input random variable are required and calculations are done assuming normal distributions. At a lowest level, the partial safety factor or code level approach can be used as a quasi-probabilistic extension of the traditional safety factor. It is the format most commonly used for limit state design.

The use of probabilistic methods (levels 2 and 3) in conjunction with finite element method is a well known field in the literature and can be divided mainly into four lines of research: finite element reliability methods, stochastic finite element methods, simulations methods and mixed methods.

Finite element reliability methods (Der Kiureghian and Taylor 1983, Der Kiureghian and Liu 1991) use optimization iterative techniques in order to find the so-called 'design point', also called the most maximum likelihood point. It is located on the limit state surface $Z = 0$, that has the shortest distance from the origin in the standard normal space. An approximation of the surface $Z = 0$ is made by the expansion of Taylor Series about the design point. The method is called first-order reliability method (FORM) or second-order reliability method (SORM), depending on the order of the approximation. An important input for the optimization problem is the derivative of the limit state function with respect to input random variables also called response sensitivities (Haukaas and Der Kiureghian 2005, Conte 2001). Finite difference methods or Direct differentiation methods (DDM) (Kleiber et al. 1997) can be used to calculate these sensitivities but, as shown later, these methods can be hardly used in the actual context of ANFEA using concrete models.

Stochastic finite element methods include spectral stochastic finite element (Ghanem and Spanos 1989), perturbation methods (Liu et al. 1986, Hisada and Nakagiri 1985). They use a stochastic expansion of the response by introducing a series of polynomials aimed at characterizing the stochastic system being investigated. Most of these methods require a theoretical formulation of the equilibrium equations including uncertainties and generally modification of the code of deterministic finite element methods.

Finally, the simulation methods are the most popular and general methods. They include direct Monte-Carlo methods (Rubinstein 1981), Monte-Carlo methods with variance reduction techniques (Ditlevsen et al. 1990, Melchers 2001) and Latin Hypercube methods (McKay et al. 1979). Though their simplicity and their interesting non-intrusive aspect, these methods require generally an important number of simulations. Particularly, if the required output is the probability of failure, it can be shown that the number of simulations required to achieve convergence is inversely proportional to the target probability of failure (Melchers 2001). Hence, for a probability of failure in the range of 10^{-4} , the number can be as high as 10 000 simulations. Special reductions techniques can be used in conjunction with the original Monte-Carlo approach but the number of simulations is still high, in the order of 500.

Mixed methods use combination of the first two methods with simulation methods. The first example is the stochastic simulation method which constructs an approximate model using polynomial chaos expansion (PCE), estimation of coefficients are based on simulations using Latin Hypercube Sampling (Choi et al. 2007). The response surface method (Rajashekar and Ellingwood 1993, Bucher and Burgund 1990) constitutes a second example of mixed methods which combines FORM and a special sampling scheme based on a discrete number of evaluations of the limit state function $R-U$, called the experimental points. Iterations are performed until convergence to a particular point in the space of input variables, which is the design point.

In the actual context of ANFEA of concrete structures, level 2 and 3 approaches are hardly applicable when considering the following points: 1) Different concrete models used on the same structure can lead to different values of resistance and failure mechanisms, the methodology must therefore include the accuracy of the nonlinear material model. 2) Long computation time that can be sometimes infinite due to the softening nature of concrete. 3) Most applications must be performed in the context of existing design code involving the designer's professional responsibility. Because it is assumed that the existing codes represent the collective wisdom of the profession and reflect a degree of consensus arrived at over many years, a new reliability approach must be based on development of existing code format, rather than being developed from fully probabilistic methods.

Points 1 and 2 recall to the problem of precision in the computation scheme for ANFEA of concrete structures. This will particularly cause a problem in the iterative FORM and SORM approaches and for the computation of response sensitivities using finite difference methods (Haukaas and Der Kiureghian 2005).

Finally, the use of intrusive methods like the stochastic finite element methods or the DDM method for finite element reliability supposes a theoretical formulation and modification of the existing deterministic code. According to Haukaas and Der Kiureghian (2007), the recent developments in the reliability methods in conjunction with finite element do not cover the state-of-the-art analysis methods. Reliability software are often offered in dedicated finite element codes and are generally not available in state-of-the-art commercial finite element packages.

Recent applications of the reliability techniques using DDM method for concrete structures include simplified frame models and use plasticity and layered concrete models (Haukaas and Der Kiureghian 2007, Gu et al. 2009, Barbato et al. 2010).

In this context, non-intrusive reliability methods (simulation and mixed methods) that use closed-code finite element software are preferred, in the actual context of ANFEA of concrete structures.

4.4. Design code extension

The general reliability problem has been extended to the field of mechanical and civil engineering design in a more convenient form using the concept of design resistance and design loads as shown in Fig. 4.2. The concept of load and resistance factors was introduced in the 1960s and late 1970s (Cornell 1969, Allen 1975, MacGregor 1976, Ellingwood et al. 1980), by defining under-strength member factors (ϕ factors) and overload factors (λ factors). It appeared for concrete structures in the 1971 ACI code (ACI 1971) and in 1977 in Canada (CSA 1977). In parallel, a slightly different concept of limit state design appeared in Europe with a design based on the characteristic strengths of materials (CEB 1975) and later in Canada (CSA 1984).

Load and resistance factors are derived from probabilistic data and are compatible with the concept of maximum allowable probability of failure p_f or minimum reliability index. The basic design equation is then given by:

$$R_d \geq U_d \quad (4.2)$$

The use of load and resistance factors is well suited for calculations of sectional resistance using code semi-empirical formulas and internal forces determined using linear analyses in which local strength verifications are done at critical sections. This approach, also called the partial safety factor method, constitutes the basis of design for all modern codes.

However, it has been shown in FIB (2008) that when dealing with nonlinear analyses, this method is no longer adequate. Nonlinear analysis is typically a simulation for a loading test for an

entire load history up to failure, including the serviceability and ultimate limit states (Fig. 4.3). The $P-\Delta$ curve in Fig. 4.3b is a typical result of a nonlinear finite element analysis that can also be viewed as a static pushover analysis. In the case of a statically indeterminate structure such as the frame in Fig. 4.3a, the internal forces depend on material behaviour and are no longer proportional to the magnitude of external forces. Eurocode 2 (2002) explicitly indicates that the partial safety factor method is not applicable to nonlinear analyses. Although using internal forces in design from a nonlinear analysis carried up to the ultimate level (Fig. 4.3b) is probably correct in some simple cases, it is not sufficiently robust for complex structures.

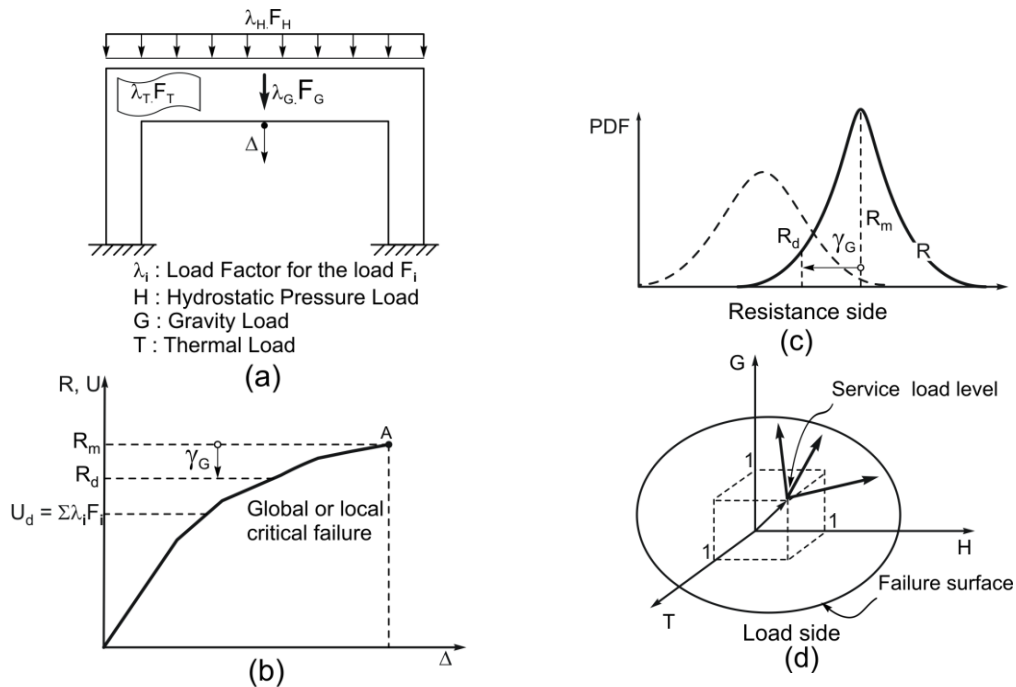


Figure 4.3: Partial reliability problem

Furthermore, the use of characteristic or design values of material inputs in the nonlinear analyses would result in weaker material which may lead to an unrealistic redistribution of internal forces that may not be on the conservative side (Cervenka 2008).

It can be concluded that neither the general reliability format (levels 2 and 3) nor the design code format (level 1) are appropriate in the actual context of ANFEA of concrete structures. A new

reliability format is presented herein, as an extension of level 1 methods. It constitutes an intermediate level between levels 1 and 2.

4.5. Partial reliability problem

A global safety check using a global resistance factor γ_G , is a possible alternative in the case of nonlinear analysis. As shown in Fig. 4.3c, the global resistance factor would give the design resistance value R_d from a mean resistance value R_m obtained by finite elements, using the following equation:

$$R_d = R_m / \gamma_G \quad (4.3)$$

The concept of global resistance factor γ_G , also identified as global safety factor in some references, has been already introduced in the literature (Konig et al. 1995, Henrique et al. 2002, Mancini 2002, Bertagnoli et al. 2004, Cervenka 2008, FIB 2008) and has been introduced in some codes: Eurocode 2 (2002), Australian Standard (SA 2005), and German Standard (DIN 1998). Suggested values of γ_G for ductile failures are 1.3 (DIN 1998) or 1.27 (Eurocode 2 (2002)), whereas values of 1.43 and 2.0 are indicated in the Australian concrete standard (SA 2005) for brittle or ductile failures respectively. The authors consider that computation of the global resistance factor is problem dependant and should incorporate both design inputs and nonlinear finite element calculation uncertainties, including concrete model. Rather than a specified resistance factor as recommended in some codes, a method for estimating the global resistance factor for each design problem should be provided in future codes.

The partial reliability problem is defined in Fig. 4.3. The term partial is used here because the probabilistic method is only concerned by the resistance side. The present study proposes a reliability format that is compatible with the existing design codes philosophy by focusing only on the variability on the resistance side and using the concept of critical load paths on the load side.

The right side of Eq. 4.2 is left to the codes, when using the coefficients λ_i for the load amplification. As seen in Fig. 4.3d, the designer has to choose the appropriate load increment

direction $\lambda_i - 1$ from the service load point. Using an analogy with the failure surface in plasticity, a failure surface in the 3-D virtual space of the coordinates (G; T; H) can be plotted for the particular problem of Fig. 4.3a. Different path choices can arise for the various structure members, leading to different nonlinear incremental load cases, a common situation in design. Using the load factors such as those provided in the ACI 318 American standard for concrete design (ACI 2008), the following critical paths could be explored for the Fig. 4.3a frame example. For the case of roof design, the critical path incremental directions (0.2; 0.2; 0.2) could be followed. The critical path (-0.1; 0.2; -0.1) could be used for the wall cases. The calculations applying the proposed methodology are then done on the left side of Eq. 4.2 for providing the statistical parameters of the resistance.

4.6. Computation of the global resistance factor

The compatible global resistance factor γ_G to be used to derive the design value R_d of a structure resistance R must be linked to an acceptable probability of failure p_{f_max} or to a minimum reliability index β_{min} . R is a random process that represents the real resistance of the structure and is a function of many input random variables:

$$R = f(f_c; f_t; f_y; g_e; w_q; \text{etc.}) \quad (4.4)$$

where f_c , and f_t are the in-situ concrete compressive and tensile strengths, f_y is the in-situ reinforcement yield stress, g_e represents geometrical dimensions of the actual structure, and w_q accounts for the quality of workmanship. The variables (f_c , f_t , f_y , g_e) can be defined as random variables with mean values and associated coefficients of variation. They are generally dependant on the quality of workmanship w_q : good control of workmanship, average control or poor control. The specific parameters of the resistance are the mean R_m and the design R_d values (Fig. 4.3), related by Eq. 4.3.

U is a random process that represents the effect of loadings acting on the structure. For the special case of hydraulic structures illustrated in Fig. 4.3a, three kinds of loads can act simultaneously: the hydrostatic pressure load F_H , the gravity loads F_g and the temperature loads F_T . These forces

are generally specified by their nominal values given by codes that are greater than their mean values. The specific parameters of U are the mean U_m and design U_d values (Fig. 4.2). Typically the design value is the effect of a combination of the factored specified loads:

$$U_d = \lambda_H F_H + \lambda_G F_G + \lambda_T F_T \quad (4.5)$$

The structure resistance, calculated using nonlinear finite element method with a given constitutive concrete model, finite element software and solution strategy, is also defined by a random variable $\tilde{R}$. Like R , $\tilde{R}$ is a function of input random variables :

$$\tilde{R} = f(\tilde{f}_c; \tilde{f}_t; \tilde{f}_y; c_M; m_{FE}; \text{etc.}) \quad (4.6)$$

with $\tilde{f}_c$, and $\tilde{f}_t$ the concrete compressive and tensile strength, $\tilde{f}_y$ the reinforcement yield stress, c_M the concrete model, and m_{FE} the finite element model and solution strategy. The variables ($\tilde{f}_c$, $\tilde{f}_t$, $\tilde{f}_y$) are inputs of the concrete and steel models and can be considered as random variables with mean values and associated coefficients of variation. Assuming log-normal distributions of R and U and small values of coefficient of variations (less than 0.3), MacGregor (1976) has shown that Eq. 4.2 can be written as:

$$R_m e^{-\beta\alpha V_R} \geq U_m e^{\beta\alpha V_U} \quad (4.7)$$

where α is separation function: $\alpha = 0.75 \pm 0.06$. In this study, $\alpha = 0.80$ was chosen. The global resistance factor is then:

$$\gamma_G = e^{\beta\alpha V_R} \quad (4.8)$$

The same expression can be found in other references (e.g.: Cervenka 2008). As aforementioned, Eq. 4.8 supposes that both R and U are log-normal which is compatible with the assumption made in most design codes. However in cases for which the resistance or load distributions are not log-

normal, the calculated safety factor will not correspond to the target probability of failure but to a different probability of failure which can unconservatively be higher than the target value. In this case, calculations would refer to a nominal probability of failure p_N (Melchers 2001). In the same manner, the calculated γ_G in Eq. 4.8 corresponds to a nominal global resistance factor. It would correspond to the exact value only in the particular case where R and U are log-normal as implicitly assumed by design codes.

Another problem formulation can be done for the global resistance when assuming all uncertainty in the resistance side. This would occur for an assumed load level U_a . In that case, it would be inappropriate to use the separation factor α in Eq. 4.7. The global resistance factor γ_G is redefined using Eq. 4.3 such that: $\gamma_G = R_m/R_d$ and $p(R \leq R_d) = p_f$. It can be shown that for small values of V_R the coefficient of variations of R ($V_R < 0.3$), the following analytical values could be found for γ_G :

$$\gamma_G = \frac{1}{1 - \beta V_R} \quad \text{for normal distribution of } R \quad (4.9a)$$

$$\gamma_G = e^{\beta V_R} \quad \text{for log-normal distribution of } R \quad (4.9b)$$

where according to Eq. 4.1 $\beta = \Phi^{-1}(p_f)$.

Eqs. 4.8, 4.9a and 4.9b are all possible formulae for the global resistance factor. The advantage of Eq. 4.8 is that it is code consistent and is compatible with the load factors λ . However, the designer should be aware that the probability of failure of the designed structure is an approximation of the target value because of the assumptions behind Eq. 4.8. The main assumption is the lognormal distribution of R and U , which is particularly true if these functions are products of lognormal variables. Eqs. 4.9a and 4.9b originate from a second family of advanced method that is more flexible and independent of the codes. It could lead to a better estimation of γ if the designer makes a good judgement on the distribution of the resistance R .

4.7. Estimation of V_R

It is difficult to estimate V_R in Eqs. 4.8 or 4.9 because R is the real resistance of the structure. This could be done in a large experimental program but would be impossible in the case of design or assessment of real structures. Structural engineers generally have access to computed strength $\tilde{R}$ rather than R , using different calculation methods. In the present study, the proposed new safety format incorporates both uncertainties of the nonlinear finite elements model and of the material input parameters. A similar approach has been used in FIB (2008) without however the uncertainties in the material input parameters.

Writing $R = (R/\tilde{R})\tilde{R}$, the random variable R becomes the product of two random variables $E = R/\tilde{R}$ and $\tilde{R}$. The new random variable E represents the precision of the nonlinear finite element procedures using a given concrete model. In an ideal case, E would have a deterministic value of 1.0 with a zero standard deviation. Assuming that E and $\tilde{R}$ are independent and the coefficients of variation are small (< 0.3), we can write:

$$V_R \approx \sqrt{V_E^2 + V_{\tilde{R}}^2} \quad (4.10)$$

Because β is an input of the problem and is equal to β_{min} , two unknowns remain then for the computation of γ_G : $V_{\tilde{R}}$ and V_E .

4.8. Estimation of $V_{\tilde{R}}$

The estimation of $V_{\tilde{R}}$ requires the estimation of the first two moments of the random function $\tilde{R}$, since $V_{\tilde{R}} = \sigma_{\tilde{R}}/\tilde{R}_m$. As described earlier, level 2 and 3 reliability methods can be used in this step. According to the previous discussions, non-intrusive methods such as simulation methods or mixed methods are the most appropriate in the actual context of ANFEA with concrete models. Because only the first and second moments are needed here, other approximate methods that require much less simulations can be used.

The first one is called the estimate of coefficient of variation method (ECOV) (Cervenka 2008). It uses an approximation of $V_{\tilde{R}}$ assuming a log-normal distribution of $\tilde{R}$ using the following equation:

$$V_{\tilde{R}} = (1 / 1.65) \ln(\tilde{R}_m / \tilde{R}_k) \quad (4.11)$$

The technique requires two different analyses: a first one with the mean values of the input parameters giving the resistance $\tilde{R}_m$, and the other with the characteristic values of the input parameters giving the resistance $\tilde{R}_k$. This technique has been tested by Cervenka on structural problems and showed reasonable agreement with the Monte-Carlo full probabilistic approach. The main problem with this technique is the implicit assumption that the characteristic resistance $\tilde{R}_k$ is obtained by setting all the input random parameters ($f'_c, f'_t, f_y, g \dots$ etc.) simultaneously to their characteristic values.

The Point Estimate Methods approximate the random properties of $\tilde{R}$ by evaluating the function $\tilde{R}$ at particular points in the space of the input variables, called sampling points. Different algorithms have been provided in the literature: Rosenblueth's method (Rosenblueth 1975) and Harr's method (Harr 1989). Rosenblueth's algorithm requires 2^N analyses, with N the number of independent input random variables, whereas Harr's method requires $2N$ analyses. Rosenblueth's method has been widely used in the field of geotechnical engineering (Wolff 1996) in conjunction with nonlinear finite elements analyses. It has been recently shown by Christian et al. (1999), that despite its simplicity, Rosenblueth's method is reasonably robust and has a solid mathematical background. It is a special case of numerical quadrature based on orthogonal polynomials, and a parallel can be set between Rosenblueth's points and Gauss points widely used in finite elements.

In order to evaluate the moments of a continuous variable Y , Rosenblueth replaced the continuous random function with a discrete random variable concentrated on 2^N particular points with discrete mass probabilities P_i that has the same lower order moments of the continuous function. The 2^N points are chosen to include all the possible combinations with each variable, one standard

deviation above or below its mean. Evaluation of the moments of Y is then possible by replacing the integral term with the summation term over the sampling points y_i :

$$E(Y^m) \approx \sum_{2^N \text{ points}} P_i y_i^m \quad (4.12)$$

For the special case of N uncorrelated input variables, we have: $P_i = 1/2^N$. A schematic representation of all of these methods is presented in Fig. 4.4 for the special case of $N = 2$ with two input uncorrelated random variables f'_c (compressive strength of concrete) and f_y (yield strength of steel).

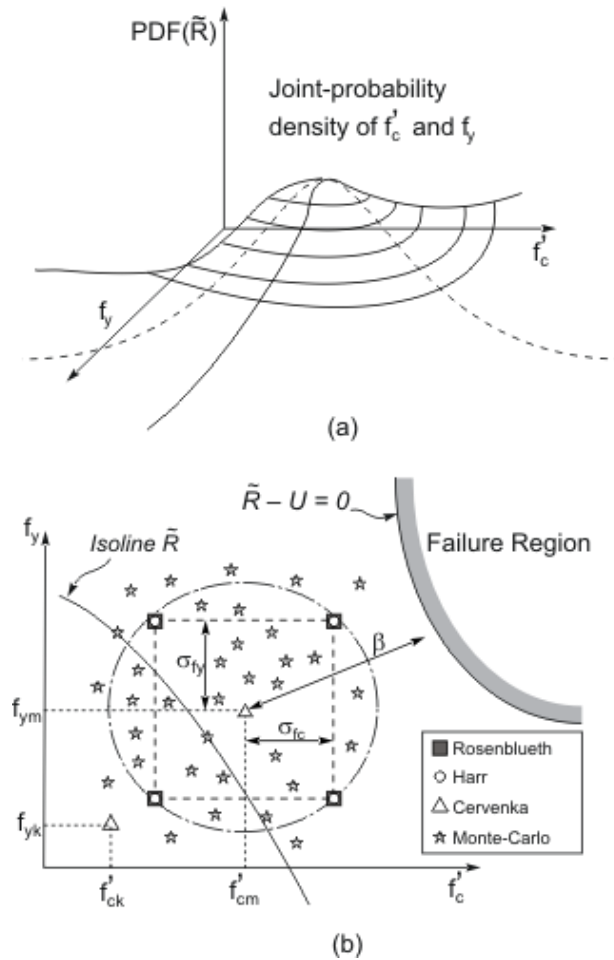


Figure 4.4: Comparison of different probabilistic methods for moment estimation

It is clear that the Monte-Carlo method is the most accurate method because it uses a large number of sample input points. The other methods use particular sampling points in the N dimension space of the input variables. Harr's method selects two points along each axis located at a distance of $\sqrt{N}$ from the point with mean coordinates whereas Rosenblueth's points result from the permutation of two points in each dimension. It can also be seen that for the particular case of $N = 2$ uncorrelated variables, Harr's and Rosenblueth's methods use the same sample points. Cervenka's method uses the smallest number of points and, as illustrated in Fig. 4.4, this method will lead to a less accurate evaluation of $V_{\tilde{R}}$ since the sampling points are not well distributed in the N dimension space of the input variables. From the above discussion, it appears that Rosenblueth's method is the best suited for the calculation of $V_{\tilde{R}}$, within the present context of ANFEA of concrete structures.

4.9. Application examples

Two application examples are presented to illustrate the accuracy of Rosenblueth's method. In the first one, known resistance equations are used whereas the second one involves nonlinear finite element analysis.

Example 1:

This first example uses three applications taken from MacGregor (1976) corresponding to the flexural strength of a reinforced concrete beam, the compressive strength of an axially loaded column and the shear strength of a beam. For the sake of comparison, the strengths were obtained using the equations cited in the reference. The input data of the three applications can be found in the same reference.

Table 4.1 shows the results of computation of V_R and the corresponding safety factor γ_G with the assumption $V_E = 0$. The value of $\beta = 3.5$ was used in application 1 (ductile failure), whereas $\beta = 4.0$ was used in applications 2 and 3 (brittle failure). The number of input random variables used originally in the reference were 5, 5 and 7 for the three applications respectively. The calculations are made using four methods: Monte-Carlo method used as a reference, approximate analytical methods used in MacGregor (1976), Cervenka's method and Rosenblueth's method.

Table 4.1: Computation results for the three types of load effects

	Monte-Carlo		Approximate analytical (MacGregor 1976)		Cervenka's Method		Rosenblueth's Method			
							(f'_c, f_y)		(f'_c, f_y, A_s) app. 1& 2 (f_y, f'_c) app. 3	
	V_R	γ^*	V_R	γ^*	V_R	γ^*	V_R	γ^*	V_R	γ^*
Flexural strength of beams	0.090	1.287	0.103 (+14%)	1.333 (+4 %)	0.187 (+107%)	1.687 (+31%)	0.066 (-27 %)	1.203 (-7 %)	0.083 (-8 %)	1.260 (-2 %)
Compressive strength of tied column	0.144	1.585	0.144 (+0 %)	1.585 (+0 %)	0.233 (+62%)	2.106 (+33%)	0.140 (-3 %)	1.567 (-1 %)	0.141 (-1 %)	1.570 (-1 %)
Shear strength of beams	0.105	1.399	0.104 (-1 %)	1.395 (-0 %)	0.144 (+37%)	1.587 (+13%)	0.057 (-46 %)	1.201 (-14 %)	0.096 (-9 %)	1.359 (-3 %)

(*): γ is computed from V_R using equation (4.8)

For flexure and compressive strengths, Rosenblueth's method was applied with two and three variables whereas, for the shear strength, it was applied with different combinations of two variables. The tensile resistance proportional to $\sqrt{f'_c}$ has been used in the second combination with Rosenblueth's method. Normal distributions of all input variables were assumed in the Monte-Carlo calculations, and Eq. 4.8 is used to derive the global resistance factor for all methods.

In all the cases, Rosenblueth's method gave a reasonable estimation of the global resistance factor. The results were less satisfactory for the estimation of V_R for flexure and shear strength in case of two variables (f'_c, f_y) . A clear enhancement can be seen when using three variables for flexure and compressive strengths, and when using tensile resistance in place of the compressive strength for the shear strength application. The Cervenka's method overestimates the values of V_R and γ_G for all applications. It can be concluded that, as a first approximation of the global resistance factor, the use of Rosenblueth two-variable (f'_c, f_y) method is adequate.

Example 2:

The second example is a beam fixed at both ends taken from Henriques et al. (2002). The cross section and the configuration of the reinforced concrete beam are shown in Fig. 4.5. Henriques et al. carried out nonlinear Monte-Carlo analyses of the cross section strength alone and of the

overall beam to compute the sectional resistance factor γ_{Rsec} and the global resistance factor γ_{Rbeam} respectively.

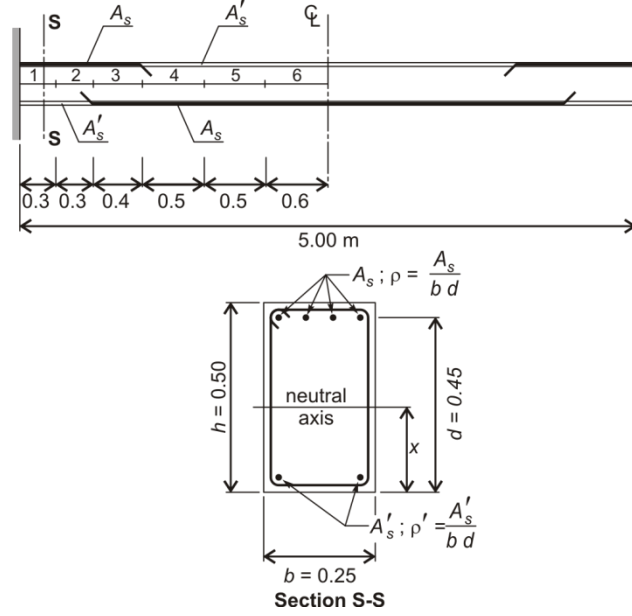


Figure 4.5: Beam and geometry configuration in example 2

Around 600 samples were used for each configuration. They calculated the resistance R using an incremental moment-curvature layered approach for cross-section analyses, and using nonlinear constitutive relationships according to CEB-FIP (1993) and 6 beams along the half the beam span as shown in Fig. 4.5. Input variables were generated assuming normal distributions of the section height h , the compressive strength of concrete f'_c and the yield stress of reinforcement f_y . Local and global resistance factors were calculated as the ratio R_m / R_d for a probability of failure of 10^{-4} . These factors were computed for different configurations of reinforcement ranging from 0.25 to 4% and different concrete strengths.

For the present paper, Rosenblueth's method was used to determine the sectional resistance factor γ_{Rsec} and the global resistance factor γ_{Rbeam} . Comparison with Monte-Carlo's results obtained by Henriques et al. are presented for beams with variable reinforcement for $f'_c = 25$ MPa. The number of random variables N was limited to 2 (f'_c and f_y) for Rosenblueth's method, thus neglecting the variability of the section height. In this application, γ_R as defined in Eq. 4.9a, is used to follow the definition of the global resistance factor in the reference article, assuming a

normal distribution of the resistance. A value of β equal to 3.72 is used, corresponding to the probability of failure of 10^{-4} using Eq. 4.1.

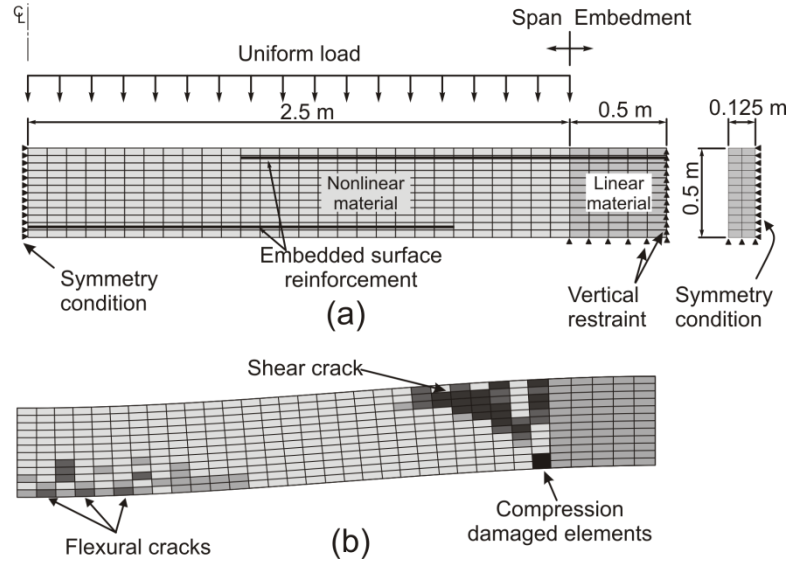


Figure 4.6: Finite element model of example 2: (a) geometry and boundary conditions; (b) deformed shape and crack pattern before failure (for $\rho = 2\%$)

In cross section analyses, the layered concrete model in the software RESPONSE 2000 (Bentz and Collins 2001) was adopted. In the global analysis, ANFEA were carried out on ABAQUS-Explicit (Hibbitt et al, 2010) using concrete constitutive model EPM3D (Massicotte et al. 2007) which adopts a smeared crack approach, whereas an elastic-plastic model was used for the reinforcement elements embedded in the concrete. The finite element model described in Fig. 4.6a considers a quarter symmetry and includes 792 reduced integration hexahedral elements using the relaxed stiffness technique. Shear reinforcement with a density ρ_v of 0.64% was provided to avoid premature shear failure of the model for the case of high flexural reinforcement. The computation results are shown in Fig. 4.7 and 4.8 for cross section and beam analyses, respectively. Results for the safety factor computations are represented with respect to the average relative position of the neutral axis x/d at the peak load as in the original work of Henriques et al. (2002).

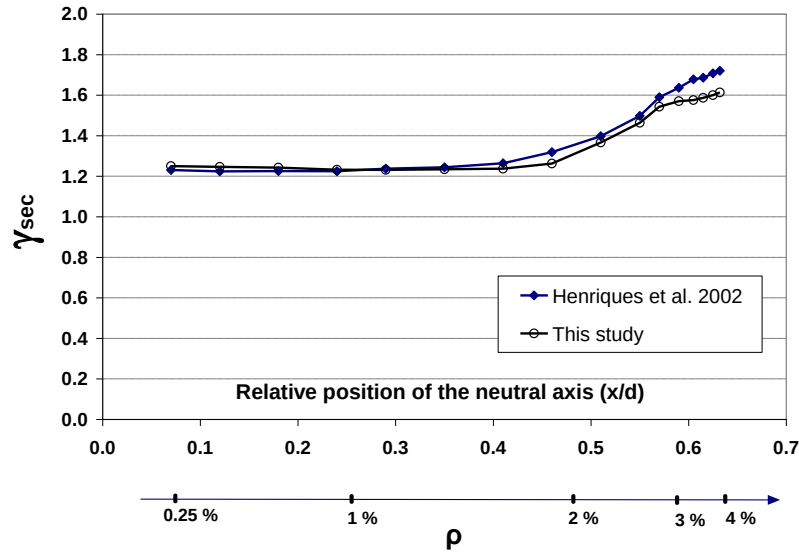


Figure 4.7: Resistance factor computation from cross-sectional analyses

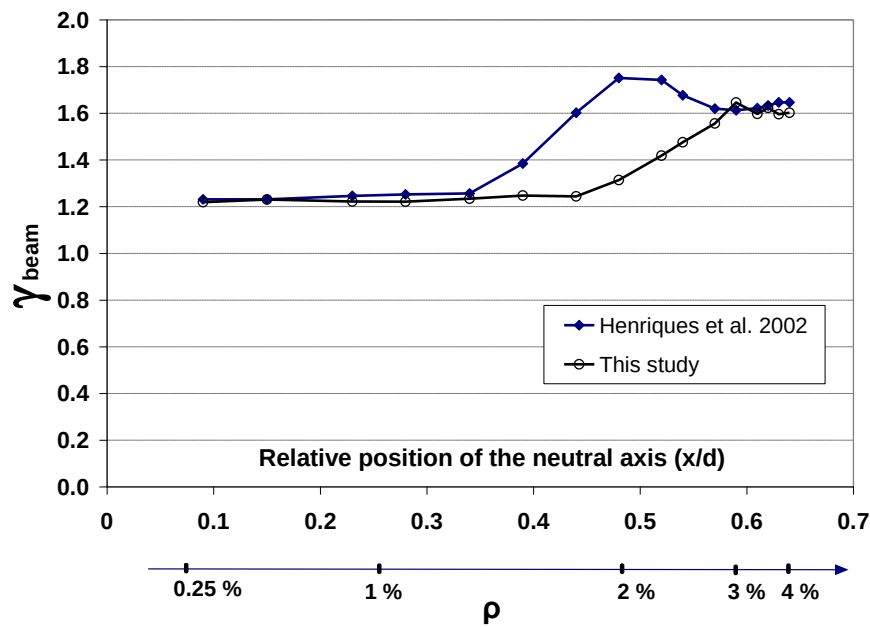


Figure 4.8: Resistance factor computation from beam analyses

A good agreement is seen in the case of cross-section analyses between the method using Rosenblueth's sampling points and Monte-Carlo analyses. For beam analyses, a good agreement is obtained for low and high amounts of reinforcements. There is however a noticeable difference

between results for moderate amounts of reinforcement ($1.75 \% \leq \rho \leq 2.75\%$), the nonlinear finite element leading to smaller global resistance factor.

This disparity can be attributed to two sources. Firstly the discrepancy can partially be attributed to the differences between the concrete models. Specifically, the vertical degree of freedom that is responsible for the shear failure in finite elements analyses is not explicitly present in the case of the layered approach. Henriques et al. (2002) reported ductile reinforcement failure for low amounts of reinforcement, and brittle concrete failure for higher levels of reinforcement due to concrete crushing. The same type of failure occurs in the finite element analyses for low amounts of reinforcement; however, for higher amounts, a combined compression-shear failure occurred near the support (Fig. 4.6b). This difference in models can lead to variations in the transition reinforcement ratio from ductile to brittle failure, i.e. from lower to higher values of γ_{beam} , and graphically to a horizontal shift between the two curves.

The discrepancy between the two analyses can also be related to the difference between the assumed normal distribution of the resistance implicitly included in Eq. 4.9a and the observed distribution in the Monte-Carlo analyses of Henriques et al. (2002). In fact, they reported that for low and high amounts of reinforcement, a normal distribution was observed for the resistance but, for moderate and moderately high amounts, a bi-modal distribution was observed. Based on these observations, even if the bi-modal distribution is questionable, and on parametric studies on simulated bi-modal distributions, explanations of the difference are given in Fig. 4.9.

In the case of moderate amounts of reinforcements (Fig. 4.9b), a bi-modal response was reported by Henriques et al. 2002 for the resistance, with the lower mode in the region of the lower tail of distribution, identified as type 1 bi-modal response. Parametric studies showed that the mean value of resistance estimated by Rosenblueth's method was very close to the real mean value estimated by Monte-Carlo analyses. However, the standard deviation was under-estimated using the point estimate method, because the method could not detect the second lower mode.

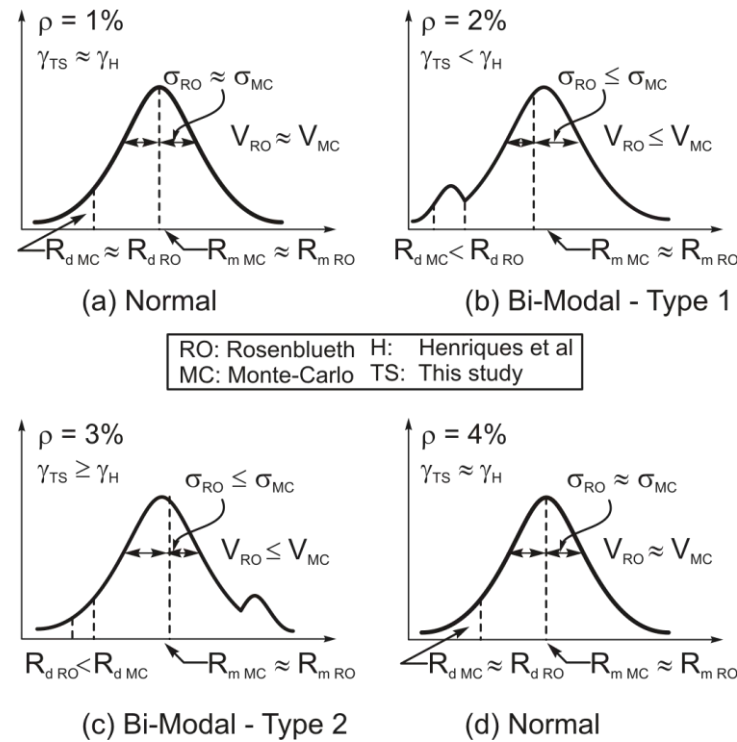


Figure 4.9: Interpretation of resistance factor results in beam analyses

Comparison shows that the under-estimation of V_R is not large enough to explain the important difference between γ_{TS} and γ_H (this study and Henriques et al. 2002). For the example case of $\rho = 2\%$, the underestimation in the standard deviation was less than 11%. The main reason for the error is the use of Eq. 4.9b, which ignores the area of the second lower mode. Consequently, the design value of the resistance tends to be higher than the real design value (Fig. 4.9b) thereby underestimating the value of safety factor. In the case of moderate/high amount of reinforcement (Fig. 4.9c), the distribution of the resistance was bi-modal with the lower mode in the higher tail region, identified as type 2 bi-modal response. The same conclusions apply here for the mean and standard deviation estimation as the case of type 1 bi-modal response: approximately the same mean value and an underestimation of the standard deviation were obtained. However, the underestimation of the standard deviation was counter-balanced by the overestimation error resulting when using the Eq. 4.9a, which ignores the area of the second mode in the higher tail region. This results in smaller differences between γ_{TS} and γ_H with a tendency to overestimate the safety factor with the current method.

4.10. Estimation of the moments of V_E

The second unknown V_E is estimated by performing a series of nonlinear finite element analyses corresponding to a selected set of experiments, or benchmark tests, as reference. The ratio of the expected experimental value over the predicted one is calculated for all the relevant benchmark tests, the first and second moments of E are then computed. Experiments are taken here as the reference, which is mathematically incorrect, unless there is a large number of experiments corresponding to one test configuration and a unique target material parameters (f'_c , f_y , etc.). Furthermore, errors could occur in the experimental test itself, so it is important to select trusted tests that are available in the literature.

A procedure for the selection of benchmark tests is given in FIB (2008), based on three levels of validation: material, element, and structural. An illustration of the benchmark test selection for the particular case of the draft tube model of Fig. 4.1b is given in example 3 later on.

Even if the method for the computation of V_E is essentially quantitative, qualitative inputs of the designer should be allowed and incorporated in the estimation of V_E using a given procedure. An example of this is the case where the type of failure in the finite element model is different from the type of failure in the experiment. In this case a penalization of the value $R/\tilde{R}$ should be applied and a possible approach could be to use a square value of the computed ratio instead of the real value for the corresponding test.

Example 3:

The benchmark tests are chosen for the particular problem of a draft tube cross section, which is a typical component of a powerhouse (Figs. 4.1 and 4.10). The structure is composed of large members (larger than one meter). In addition to gravity load and external water-pressure effects, the structure is exposed to high temperature stresses due to the heat of hydration effects, seasonal effects and to the mechanical restraint to the rock. Using the same classification as in FIB (2008), the suggested benchmark tests can be performed for assessing V_E for a particular concrete model.

The following material level validations and calibrations are suggested: in-situ mean value of the compressive strength of concrete, compared to the specified design concrete strength; mean

tensile strength in the concrete structure and its related statistical size effect; tension-stiffening of concrete surface near top and bottom reinforcement (Fig. 4.10c); tension-softening of concrete in the core of the member (Fig. 4.10c) or in plain concrete.

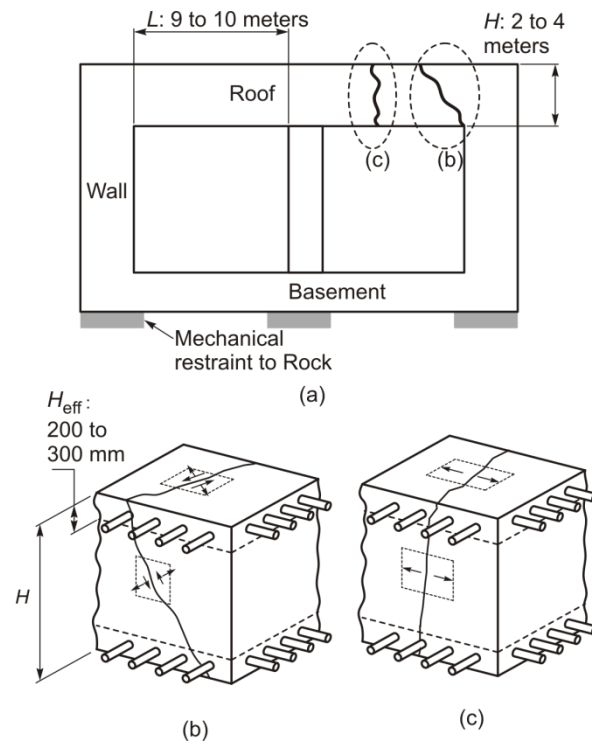


Figure 4.10: Identification of needed benchmarks for large concrete structure applications

The element level validation tests could be: biaxial softening of concrete, because a combination of shear and tension is expected for core and surface concrete elements (Fig. 4.10b); tension-compression damage interaction through reinforced concrete panel tests (for surface elements in Fig. 4.10b) and unreinforced concrete panel tests (for core elements in Fig. 4.10b); size effect in shear and effect of shear reinforcement. Finally the structural level validations can include modelling of reinforced concrete frames with a ratio of L over H close to the target design structure (Fig. 4.10a); small span shear effect known also as deep beam effect.

4.11. Suggested Methodology

A summary of the suggested design methodology is given in Fig. 4.11, and involves two independent steps. The first step (on the right side) deals with the estimation of V_E of the model error, for a given: target design structure, finite element package, and concrete model. This first step is very important for the designer, since the model error can be used as a tool to compare different concrete models: the closer V_E is to zero for the target design structure, the better the concrete model will be. A brief qualitative application was given in example 3, and will be considered in detail in a future work.

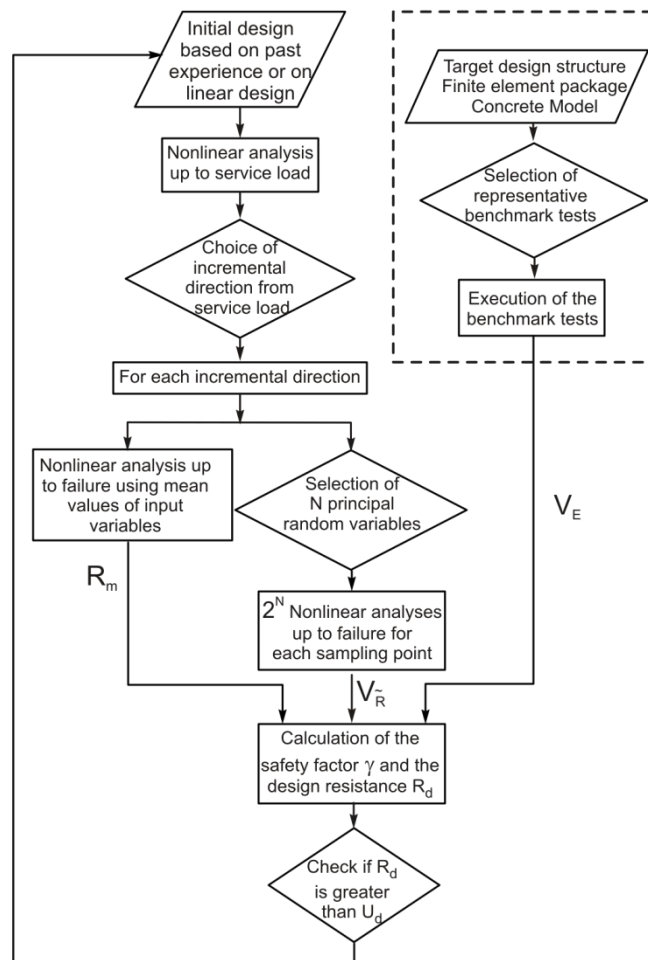


Figure 4.11: Suggested flowchart for using nonlinear analyses in design

The second part estimates the global resistance factor that is used to compute the design value of the resistance, from the mean value of the resistance using Eq. 4.4. Only mean values and

coefficients of variation of input materials are needed for the probabilistic estimation of the global resistance factor. Using a first order approximation, the mean value of the resistance is computed from a nonlinear pushover analysis using the mean values of the input parameters and following a critical direction from the service load. The global resistance factor is computed using a limited number of analyses located around the mean point, following Rosenblueth's point estimate method. Preliminary studies show that with two principal random values ($N=2$), the results of the method are sufficiently accurate. Typically, the input variables with higher coefficient of variation and a higher impact on the resistance are good candidates. It is the case of the compressive strength of the concrete and the yield strength of steel. It is noteworthy that the analyses around the mean point can be compared to sensitivity studies that an engineer would carry out in order to see the importance of certain design variables on the performance of the structure. The step of the estimation of the global resistance factor from the resistance coefficient of variation is the most critical, since hypothesis on the type of the distribution has to be done. Following the spirit of the existing codes, the log-normal distribution assumption can be used (Eq. 4.8) leading to a nominal value of the global resistance factor. The exact value can only be obtained if the designer chooses the correct type of distribution (e.g. Eqs. 4.9a and 4.9b for normal and log-normal distributions).

The final step in Fig. 4.11 deals with the verification of the structure strength using Eq. 4.2. This representation remains only true for simple members. The general representation of a structure strength is better expressed by comparing the pushover factor λ at failure with the value of the resistance factor γ_G (Fig. 4.12). The cases $\lambda = 0.0$ and $\lambda = 1.0$ corresponds to the service and ultimate load levels whereas $\lambda_{\max}$ is the value of the load factor at failure. If $\lambda_{\max}$ is greater than γ_G , as for the case illustrated in Fig. 4.12, the design is considered adequate for the chosen incremental critical path direction. The suggested order of application of loads is also given in Fig. 4.12 in the case of multiple loads. Up to the service load level, it is suggested to apply successively the loads according to the order that is closer to the planned one during the construction phase and up to normal operating conditions of the structure. This is particularly important for path-dependant concrete models that are generally used in ANFEA, because the risk of cracking and its consequence in load redistribution are generally high at this level (e.g. thermal effects and restrained shrinkage at early age). Beyond the service load level and up to failure, simultaneous application of loads following a critical path is suggested.

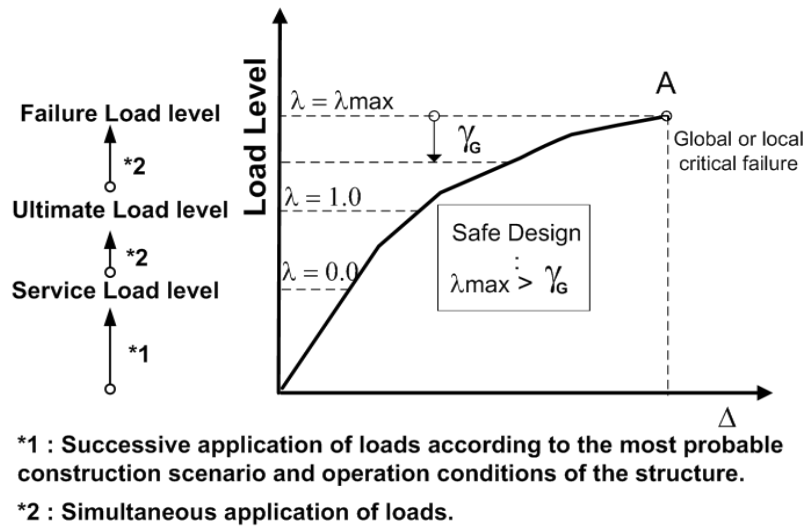


Figure 4.12: Pushover analysis: suggested steps and order of application of loads

4.12. Conclusion

Current design practice in modern concrete codes uses the concept of limit state design. This concept was introduced in conjunction with sectional calculation methods and simple linear analyses techniques. Its objective was to provide a minimum safety margin, rather than to calculate an exact probability of failure or an exact safety margin for a given design configuration. It was shown in the present paper that even for a simple beam configuration (e.g. example 2), the assessment of the safety margin is sensitive to the distribution of the computed resistance. The use of the current resistance factors available in the codes supposes implicitly a certain distribution of the resistance (Eq. 4.8), thus providing only a nominal safety margin. As an extension to the code approach, a new reliability framework was introduced in this paper for the design of concrete structures using ANFEA. It provides a methodology for the estimation of a nominal global resistance factor for each design situation. Results of a limited number of nonlinear analyses are used in conjunction with Rosenblueth's point estimate method to evaluate the statistical variability on the resistance side. The advantages and robustness of this method have been discussed in this paper. It was shown that it gives accurate predictions of the coefficient of variation of the resistance when the distribution of the resistance is normal or quasi-normal.

The methodology presented in the present paper can be easily incorporated in future design codes. It opens the way for identifying existing and future experimental testing programs from the material to the structural scales for supporting the determination of V_E associated with the chosen nonlinear finite element packages. Selecting appropriate benchmark tests for specific applications would require the close collaboration of owners, practitioners and researchers. Furthermore, the coupling of knowledge between experimental and analytical domains, at the material and structural levels, can support optimising structural design in the context of growing safety concern and sustainable development.

4.13. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the financial support obtained from Natural Sciences and Engineering Council of Canada.

4.14. References

- Allen, D.E. (1975). "Limit States design, a probabilistic study.", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2, 36-49.
- American Concrete Institute (ACI). (1971). *Building code requirements for reinforced concrete (ACI-318-71)*, Detroit.
- American Concrete Institute (ACI). (2008). *Building code requirements for structural concrete (ACI-318-08)*, Detroit.
- Barbato, M., Gu, Q. and Conte, J.P. (2010). "Probabilistic Push-over analysis of structural and soil-structure systems.", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 136(11), 1330-1341.
- Bentz E. and Collins P. *Response 2000, Shell 2000, Triax 2000, Membrane 2000, User Manual*, September 2001.
- Bertagnoli, G., Giordano L., Mancini, G. (2004). "Safety format for the nonlinear analysis of concrete structures". *Studies and Researches*, 25, Politecnico di Milano, Italy.
- Bucher, C.G. and Bourgund, U. (1990). "A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. ", *Structural Safety*, 7(1), 57–66.
- Canadian Standards Association (CSA). (1977). *Design of concrete structures. CSA standard A23.3-77*, Toronto.
- Canadian Standards Association (CSA). (2004). *Design of concrete structures. CSA standard A23.3-04*, Toronto.
- Choi, S.K., Grandhi, R.V. and Canfield, R.A. *Reliability-based structural design*, Springer-Verlag, London, 2007.
- Christian, J.T., Baecher, G.B. (1999). "Point Estimate Method as numerical quadrature.", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, ASCE, 125(9), 779-786.
- Cervenka, V. (2008). "Global Safety Format for Nonlinear Calculation of Reinforced Concrete.", *Beton und Stahlbetonbau*, 103, Special Edition, 37-42.
- Comité Européen du Béton (CEB). (1975). *International system of unified technical regulations for structures*. Bulletin d' Information NO. 111, Paris, France.
- Comite Euro-International du Béton (CEB-FIP). (1993). *CEB-FIP Model Code 1990 – Design code*, Thomas Telford, London.

- Conte, J.P. (2001). "Finite-element response sensitivity analysis in earthquake engineering ". *Earthquake engineering frontiers in the new millennium*, Spencer & Hu, Swets & Zeitlinger, Lisse, The Netherlands, 395-401.
- Cornell, C.A. (1969). " A probability based structural code.", *Proc. of American Concrete Institute*, 66(12), 974-985.
- Der Kiureghian, A. and Taylor, R.L. (1983). " Numerical methods in structural reliability. ", *Proc., ICASP4*, Florence, Italy.
- Der Kiureghian, A. and Dakessian, T. (1998). "Multiple Design Points in first and Second Order Reliability. ", *Structural Safety*, 20, 37-49.
- Ditlevsen, O., Melchers, R.E. and Gluwer H. (1990). "General multi-dimensional probability integration by directional simulation.", *Computers and Structures*, 36, 355-368.
- Ellingwood, B.R., Galambos, T.V., MacGregor, J.G., and Cornell, C.A. (1980). " Development of a probability based load criterion for American National Standard A58. " *NBS Special Publication 577*, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C.
- Eurocode 2 (2002). *Design of Concrete Structures- Part 1-1: General actions - densities, self weight, imposed loads for buildings*. CEN.
- Fédération Internationale du Béton (FIB). (2008). *Practioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*, State-of-Art Report, CEB-FIB bulletin 45.
- Frangopol, D. M. (1985). "Structural optimization using reliability concepts. ", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 111(11), 2288-2301.
- Frangopol, D. M. *Structural Design Optimization Considering Uncertainties: Structures & Infrastructures Book*, (Vol. 1), Taylor & Francis Group, London, UK, 2008.
- German Standard for Concrete (DIN 1045). (1998). *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion*.
- Ghanem, R., Spanos, P.D. *Stochastic finite elements: a spectral approach*, Springer-Verlag, New York, 1991.
- Gu, Q., Conte, J.P., Elgamal, A. and Yang, Z. (2009). "Finite element response sensitivity analysis of multi-yield-surface J_2 plasticity model by direct differentiation method.", *Comp.Meth. Appl. Mech. Eng.*, 198, 2272-2285.

- Harr, M. E. (1989). "Probabilistic estimates for multivariate analyses. ", *Appl. Math. Modelling*, 13(5), 313–318.
- Haukaas, T., and Der Kiureghian, A. (2005). "Parameter sensitivity and importance measures in nonlinear finite element reliability analysis". *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 131(10), 1013-1026.
- Haukaas, T., and Der Kiureghian, A. (2007). "Methods and object-oriented software for FE reliability and sensitivity analysis with application to a bridge structure". *Journal of Computing in Civil Engineering*, ASCE, 21(3), 151-163.
- Henrique, A.A.R., Calheiros, F. and Figueiras J.A. (2002). "Safety format for the design of concrete frames. ", *Engineering Computations*, 19 (3), 346-363.
- Hisada, T. and Nakagiri, S. (1985). "Role of stochastic finite element method in structural safety and reliability". *Proc. Fourth Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, 385-394.
- Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. and Sorensen, E. P. (2010). *ABAQUS version 6.10, finite element program*, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I.
- Kleiber, M., Antunez, H., Hien, T.D., and Kowalczyk, P. *Parameter sensitivity in nonlinear mechanics: Theory and finite element computations*, Wiley, New York, 1997.
- Konig G., Tue N., Pommerening, D. (1995). "Safety concept for the application of nonlinear analysis in the design of concrete structures. General considerations.", *CEB – Bulletin d'Information*, No 229, Lausanne, 13-31.
- Liu, P. L., and Der Kiureghian, A. (1991). "Finite element reliability of geometrically nonlinear uncertain structures". *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 117(8), 1806-1825.
- Liu, W. K., Belytschko, T. and Mani, A. (1986). "Random field finite elements". *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, 23(10), 1831-1845.
- MacGregor, J.G. (1976). " Safety and limit states design for reinforced concrete. ", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 3, 484-513.
- Mancini, G. (2002). "Nonlinear analysis and safety format for practice. ", *Proceedings of the 1st Fib Congress*, Osaka, 53-58.
- Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M. et Yildiz, E. (2007). *EPM3D – A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures*, Rapport SR07-10, École Polytechnique de Montréal.

- McKay, M.D., Beckman, R.J. and Conover, W.J. (1979). "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. ", *Technometrics*, 21(2), 239–245.
- Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*, (2nd ed.), John Wiley & Sons, Chichester, 2001.
- Rajashekhar, M.R. and Ellingwood, B.R. (1993). "A new look at the response surface approach for reliability analysis. ", *Structural Safety*, 12(3), 205–220.
- Rosenblueth, E. (1975). "Point estimates for probability moments. ", *Proc., Nat. Acad. of Sci.*, 72(10), 3812–3814.
- Rubinstein, R.Y. *Simulation and the Monte-Carlo Method*. Wiley, New York, 1981.
- Standards Australia (SA). (2005). *DR 05252 Draft for Public Comment Australian Standard, Concrete Structures, Revision of AS 3600-2001*, Sydney.
- Wolff, T. F. (1996). "Probabilistic slope stability in theory and practice. ", *Uncertainty in the Geologic Environment*, ASCE, New York, 419–433.

**Chapitre 5 : ARTICLE 2: UTILIZATION OF NONLINEAR FINITE ELEMENTS FOR
THE DESIGN AND ASSESSMENT OF LARGE CONCRETE STRUCTURES : PART I:
CALIBRATION AND VALIDATION**

Mehdi BEN FTIMA and Bruno MASSICOTTE

(Article soumis dans ASCE Journal of Structural Engineering , Octobre 2013)

Mehdi Ben Ftima

Civil, Geological, and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

P.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

and

Hydro Division

SNC-Lavalin inc.

1801 McGill College Avenue

Montreal, Qc, Canada H3A 2N4

Bruno Massicotte

Civil, Geological, and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

P.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Corresponding Author:

Bruno Massicotte

Civil, Geological, and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal
P.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7
Tel.: 1-514-340-4711, ext. 4501
Fax: 1-514-340-5881
Email: bruno.massicotte@polymtl.ca

5.1. Abstract

This two-part paper is an application of advanced nonlinear finite element analyses (ANFEA) for the design or assessment of large concrete structures. It presents a complete application of ANFEA starting from fracture mechanics to design practice, and going from the meso-level of concrete material to the macro-level of actual concrete structures. A complex hydraulic structure with large members and non-conventional boundary conditions is taken as the target design structure (TDS). Following a two-step procedure that was proposed in a previous paper, the model error is firstly computed for two candidate concrete models (part 1). Using the selected concrete model and the corresponding model error, the global resistance factor is computed in a second step for the TDS (part 2).

This first part is related to the calibration and validation assessments for the ANFEA models of concrete structures. These issues can be viewed as two basic steps within the verification and validation process (V&V) that was already adopted in other engineering fields. In the calibration procedure, the size effect phenomenon, which is a major parameter for the TDS, is considered. The distinction between size effect statistical (material) and deterministic (energetic) components is highlighted and a new approach for considering each contribution is presented. The validation process is undertaken from material to structural levels. It is shown through this process that the use of only the compressive strength of concrete and yield stress of reinforcement are sufficient with one candidate concrete model to obtain a relatively low coefficient of variation of model error. The paper illustrates a general methodology that can be applied with any ANFEA software to design or assess the safety level of unusual concrete structures.

Keywords: Concrete structures; Nonlinear finite element; Concrete models; V&V; Size effect; Design and assessment.

5.2. Introduction

Concrete and reinforced concrete have been used as construction materials for more than a century and are today the world's most used construction materials. Despite this extensive use, concrete is still considered as a complex material mainly due to its heterogeneity, random microstructure, and highly nonlinear behavior. An approach that was applied to concrete as suggested by Wittmann (1983) distinguishes between three levels of observation and modeling: the micro-, meso- and macro-levels. At each level increment, less heterogeneity is considered by the use of larger continuum zones with average properties. For example, the aggregates, cement matrix, and interface zones are considered as isotropic continuum elements in the meso-level models, though their heterogeneous microstructure, whereas all these constituents are combined in an element with average properties at the macro level.

Many mathematical models have been developed in the literature for each level, especially for the meso and macro levels. Famous models are lattice models at the meso-level (Schlangen and Van Mier 1992) and smeared or discrete crack models for the macro-level (Rachid 1968, Bazant and Oh 1983, Ngo and Scordelis 1967). Many concrete models exist today but none of them are able to represent concrete in a perfect manner. Even if a given model has been successfully validated with respect to some experimental data, it cannot be concluded that it is representative of concrete material for all applications. The main reason is that assumptions must be made on the input properties of the material based on a certain set of experimental data. It is obvious that extrapolation of these material properties to all kinds of structural applications is not necessarily correct.

Since the late 1990s, the availability of commercial software with sophisticated concrete models has given new opportunities for structural engineers. Nonlinear finite element analysis is now accessible for determining concrete structures behavior beyond the linear condition. As opposed to beam or shell elements, advanced nonlinear finite element analysis (ANFEA) using concrete models represents the state-of-the-art analysis in the field of numerical simulation. Discretization of structures is performed using 3D elements without simplification of any degree of freedom, in which concrete models describe the nonlinear constitutive relationship between the stress and

strain tensors in the 3D coordinate system. Although most design and structural assessments are carried out using traditional approaches, the availability of refined and powerful models, along with the new challenges imposed by major structure owners, is pushing ahead the use of ANFEA. However, there is little if any guidance for using ANFEA in real structural calculations and there is a need for providing procedures aimed at guiding engineers for validating, and correctly using, ANFEA. Before performing ANFEA in a structural engineering context, the following questions must be considered: 1) Which concrete models can be used for a given application? 2) Are all models equally adequate and what are their limitations? 3) How can concrete models be validated? 4) How can ANFEA be used in a framework that is compatible with conventional structural design and assessment? 5) Which input properties must be used?

The objective of the present paper is to provide some answers to these questions. Questions 1 to 3 are directly related to the issue of model verification and validation (V&V) that have already been adopted in other engineering fields and are discussed in this paper within the specific field of concrete structure design. A framework for a V&V procedure aimed at using ANFEA in the field of design and assessment of civil infrastructures is presented. In the methodology suggested in Ben Ftima and Massicotte (2012) to answer the fourth question, the design of concrete structures using ANFEA includes the computation of a global resistance factor considering the variability of the material resistance in the structure and the accuracy of the selected FE software and concrete model. It follows a philosophy that is similar to the one behind design codes. An application of this methodology is illustrated for the example of a complex hydraulic structure using two candidate concrete models for which the model error is computed for more than 60 validation problems.

The last question related to the selection of material properties is a key issue for large concrete structures, and is directly linked to the multi-level approach mentioned before. For example, the tensile peak strength of concrete is considered, at the macro level, as a constant material property obtained from empirical formulae, whereas it can be viewed as an output result of some meso-level models. It is usually not considered as a real material property at the meso-level due to the presence of the statistical size effect. In this work, a new simplified procedure for considering size effects on the tensile strength and aimed to be used by structural engineers is presented. The

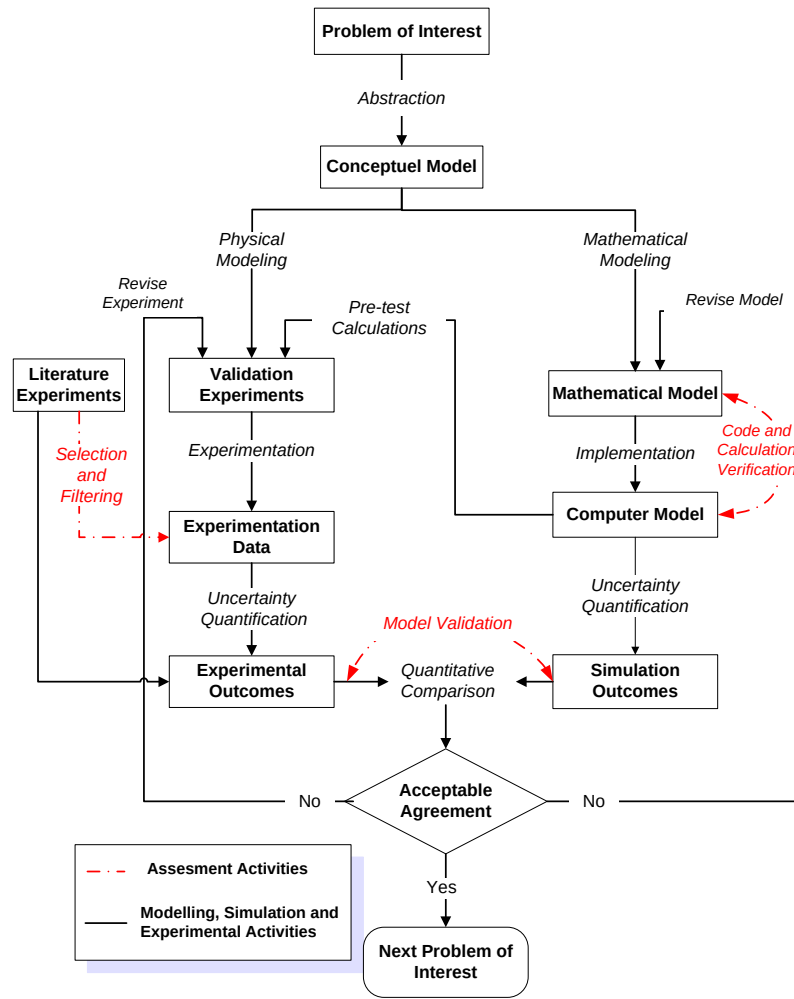
derivation of the tensile strength is presented as a calibration step within the overall validation procedure.

5.3. Model verification and validation

5.3.1. Verification and validation philosophy

Model verification and validation (V&V) is a contemporary topic with growing interest in both research and industrial communities. The concepts V&V for computational codes have been initiated in fields other than civil engineering (e.g. Schlesinger 1979, IEEE 1984). In the United States, the Defense Modeling and Simulation Office (DMSO) of the Department of Defense (DoD) has been the leader in the development of fundamental concepts and terminology for V&V (DMSO 1996), followed by the work of the American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA 1998). The definitions in this section follow the terminology commonly used in the world of V&V, and are taken from the work of Thacker et al. (2004). The main steps involved in the V&V process are outlined in Fig. 5.1 which is adapted from Thacker et al. (2004) for the specific field of concrete structures. By definition, *verification* is the process of determining that a model implementation accurately represents the developer's conceptual description of the model and the solution to the model. *Validation* is the process of determining the degree to which a model is an accurate representation of the real world from the perspective of its intended use. As reported in Roache (1998), verification deals with mathematics, whereas validation deals with physics.

The main interest of this paper is *model validation*. However, it is important to understand the issues associated with *model verification*. Verification can be divided into two distinct activities: *code verification* and *calculation verification*. Code verification focuses on the identification and removal of errors in the code and can be performed by a computer analyst. Calculation verification focuses on the quantification of errors introduced during the application of the code. An example is the effect of mesh refinement on accuracy. This would usually be carried out by a specialist in the field of interest, for example a structural engineer.



**Figure 5.1: Presentation of the V&V methodology for concrete structures
(modified from Thacker et al. 2004)**

The goal of validation is to quantify the confidence in the predictive capability of the model by comparison with the experimental data. This quantification is performed using *validation metrics* that are defined as measures of agreement between computational results and experimental measurements for the system response of interest (Oberkampf and Barone 2006). In the literature, validation metrics have been presented using different formulations: parameter estimation methods largely used in structural dynamics (Bendat et al. 2000), Bayesian methods (Hanson 1999, Chen et al. 2006) and statistical methods (Hills and Turcano 2002, Oberkampf and Barone 2006). The goal of the first two approaches is model updating or model calibration, which is

different from the primary goal of this work which is the assessment of the computational model predictive capability for the target design structure (TDS). The methodology adopted in this work is closer to the third approach in which the adequacy of a given model is described statistically for an application of interest.

In complex applications, good agreement between prediction and experiment does not guaranty the model quality due to the possible error cancellation within the model. Therefore, the adopted strategy must be established to conduct a sequence of comparisons that builds confidence in the model. Validation assessments must be carried out at various levels and must follow a *validation hierarchy* that goes from the simplest problems to the most complex ones. Thacker et al. (2004) suggest a four-level hierarchy going from unit problems, to components, subsystems, and a complete system. In the field of civil engineering, Massicotte et al. (2012) added a level of benchmarking on real structures. This higher level could be quantitative observations or qualitative feedback from similar existing structures during their service life. The FIB 2008 report proposes a three-level procedure going from the material level to the element level and structural level. The material level constitutes the lower level in which material properties and constitutive laws for uniaxial state of stress for concrete and steel reinforcement are checked. *Calibration* which can be defined as the process of adjusting numerical or physical modeling parameters in the computational model for the purpose of improving agreement with actual data is allowed only at this lower level. Element level validations use available simple fundamental tests corresponding to the stress-strain ranges of typical elements in the structural model of the TDS. Structural level validations are tests on complex structures with geometries and loading conditions that are close to the TDS. This last approach is used in this work, as it is believed to be more close to the field of finite element analyses of concrete structures.

Experiments are traditionally conducted to understand the physical behavior of problems, construct mathematical models, and estimate empirical equations for the input parameters of the model (e.g. compressive strength). It is clearly stated in most of the V&V references that these experiments are generally inadequate for the purposes of model validation (Thacker et al. 2004). The main reason is that the data from these literature experiments do not meet the requirements of validation testing: lack of control or documentation of some experimental parameters,

measurement errors, lack of measurement redundancy, lack of experimental uncertainty estimates, etc. It is generally recommended to perform separate experiments for the specific TDS, which are called *validation experiments*. They should be ideally *designed* in collaboration with the modeler or the analyst and conducted if possible at the different identified levels in the validation hierarchy.

5.3.2. Special issues for concrete structures

V&V is not as well established in the field of structural engineering as it is in other engineering fields for several reasons. The conservatism and simplicity of design code approaches that are regularized by safety laws have shown to be a satisfactory avenue for most applications. In addition, difficulties that arise when using sophisticated methods such as ANFE for the design or assessment of concrete structures (lack of a unique theory for concrete, lack of support within the codes, computational difficulties related to softening of concrete, etc.) has limited their utilization. Investing in a V&V process and using the predictions given by a simulation model without guidance is a complex task that has been often beyond the capacity of isolated design engineers.

However, things are changing for concrete structures. Simplistic verifications often lead to negative conclusions regarding the safety of existing structures. Failures or misbehavior of concrete structures have a major impact on society and the owners are increasingly asked to demonstrate the safety of their structures. New challenges for the design or assessment of large or unusual concrete structures, limitation of conventional design methods, combined with the availability of powerful ANFE software, can explain the growing interest for utilizing advanced analysis. This situation requires implementing a V&V process for using ANFE in structural design.

The V&V process recommended in other fields of engineering must be adapted to the specificity of concrete structures. The mid-side branch of validation experiments, as shown in Fig. 5.1, is generally missing in the validation works of concrete models. As opposed to validation experiments that are designed specifically for the TDS, traditional literature experiments are

generally directly used to supply experimental outcomes (left side branch in Fig. 5.1). In the absence of validation experiments, it is suggested in this work to use results of literature experiments in conjunction with a selection and filtering technique as shown in Fig. 5.1.

The idea of revising the experiment in case of disagreement between simulation and experimental outcomes is generally not common in the field of concrete structures. Experiments are generally taken as the reference and, rather than questioning the experiment itself, the results from the experiment are used to adjust the mathematical model or even calibrate semi-empirical equations. Most of the V&V references agree that experimental outcomes necessarily contain errors and uncertainties that can be categorized as *errors*, *aleatory uncertainties* or *reducible uncertainties*. Errors create a deterministic bias in the experimental results and can be theoretically reduced or eliminated. Examples are inappropriate boundary conditions, curing conditions that could influence experimental results (Massicotte et al. 2012). Aleatory uncertainties refer to the variability within the physical system and are inherent properties. Examples are the variability of the resistance of a reinforced concrete structure due to the variability of its constitutive materials or fabrication flaws. Reducible uncertainties refer to deficiencies that result from a lack of complete information about the system being modeled. An example of this is the use of a small number of replications of an experiment to estimate statistical properties (mean and standard deviation) of the resistance. The use of a larger replication number will reduce this kind of uncertainty.

An example is given in Fig. 5.2 for an experimental series of reinforced concrete deep beams falling in shear (Rogowsky et al. 1986) that will be considered later in the validation procedure. The test series included 15 two-span deep beams grouped into 3 depths (1000, 600 and 500 mm) with the corresponding shear span to depth ratio $\lambda = a/d$ (1.0, 1.5 and 2.0). Five different configurations (BM3 to BM7) were considered for each span to depth ratio as shown in Fig 5.2a. The longitudinal horizontal (ρ_H) and shear vertical (ρ_V) web reinforcement were varied, whereas the flexural reinforcement was identical within each group. Each beam was tested twice. After the first shear span failed ('N' or 'S'), it was externally reinforced and the test continued until failure in the second span. In Fig. 5.2b, the coefficient of variation (COV) of the experimental resistance is plotted with respect to the sum of the longitudinal and transverse reinforcement of

the web of the beam. Even if the replication number in this case ($N=2$) is too small for the correct estimation of the COV, this allows to capture a general tendency. It is seen that the COV of the measured resistance is inversely proportional to the amount of web reinforcement with a quasi-exponential tendency.

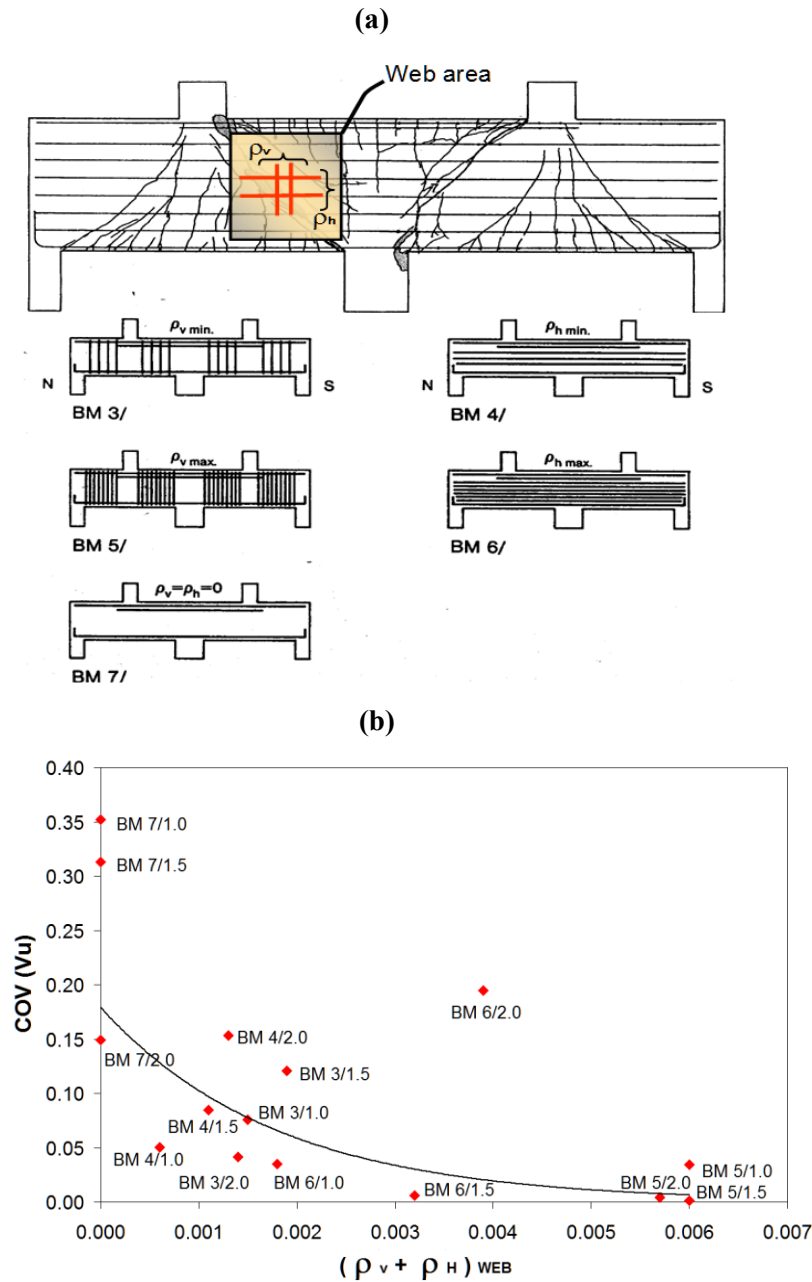


Figure 5.2: Example of aleatory uncertainty in Rogowsky et al. (1986) experimental series: (a) Specimen configurations; (b) Results.

The most heavily reinforced configuration BM5 is located on the right side tale of the curve, whereas the less reinforced configuration BM7 is located on the left side part of the curve. The presence of steel reinforcement in the web reduces the variability that may exist in the propagation path of the shear cracks through the web. Except for one specimen, all groups of 3 similar specimen configurations with web reinforcement present a similar dispersion, except for the 3 specimens without web reinforcement. As discussed later, this tendency is due to scale effect indicating that for large beams without shear reinforcement (depth more than 500 mm), more variability is expected in the shear strength.

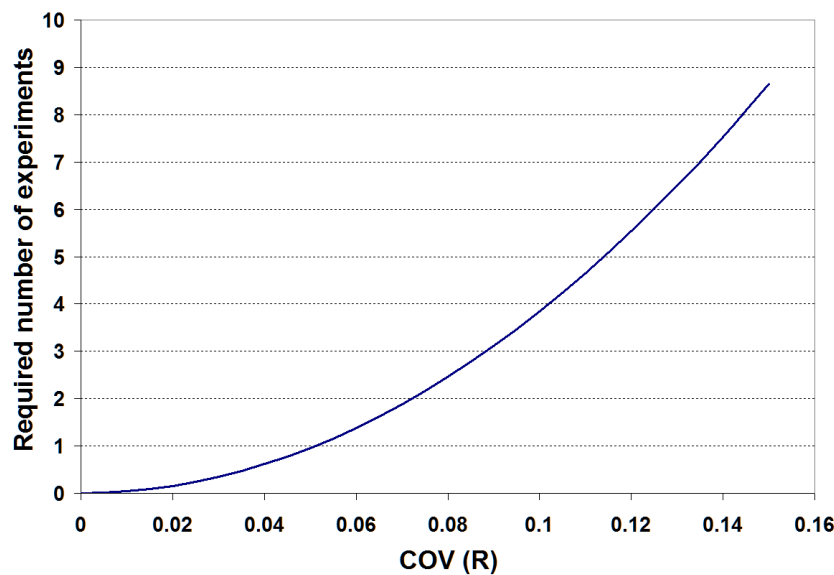


Figure 5.3: Required replication number of experiments for increasing system variability

Inaccuracies in estimating the experimental outcomes due to material variability can be reduced by performing a minimum replication number N of experiments. Figure 5.3 represents the required number N of replications of the experiment as a function of the expected COV of the resistance. N is defined in this case as the required number of experiment replications in order to be 95% confident that the real mean of the experiment is located in an interval within $\pm 10\%$ of the estimated sample mean resistance from the experiments. By making the connection between Fig. 5.2 and Fig. 5.3, we can see that the required number of replications needs to be higher for large beams falling in shear with low web reinforcement. Unfortunately, in most experimental

data found for the validation of concrete models for the TDS, the number of replications generally does not exceed one.

5.4. Reliability framework

The reliability framework used in this work is based on the concept of the global resistance factor introduced in Ben Ftima and Massicotte (2012). The global resistance factor would give the design resistance value R_d from a mean resistance value R_m using the following equation:

$$R_d = R_m / \gamma_G \quad (5.1)$$

Assuming log-normal distributions of R and small value of coefficient of variation (V_R less than 0.3), the following expression was used for the global resistance factor:

$$\gamma_G = e^{\beta \alpha V_R} \quad (5.2)$$

where α is a separation function taken as 0.80 in this study and β is an input target reliability index. Throughout this paper, the notations X_m and V_X denote, respectively, the mean value and the coefficient of variation of the random variable X .

Writing $R = (R/\tilde{R})\tilde{R}$, where R is the actual resistance and $\tilde{R}$ is the computed resistance, the random variable R becomes the product of two random variables $E = R/\tilde{R}$ and $\tilde{R}$. The new random variable E represents the model error using given finite element package and concrete model. In an ideal case, E would have a deterministic value of 1.0 with a zero standard deviation. Assuming that E and $\tilde{R}$ are independent and the coefficients of variation are small (< 0.3), we can write:

$$V_R \approx \sqrt{V_E^2 + V_{\tilde{R}}^2} \quad (5.3)$$

Finally, using equations (5.1), (5.2) and the first order approximation of the mean model error $E_m \approx R_m / \tilde{R}_m$, it is possible to write the following expression for the design value of the resistance:

$$R_d = (\tilde{R}_m \cdot e^{-\beta \alpha^2 V_{\tilde{R}}}) \cdot (E_m \cdot e^{-\beta \alpha^2 V_E}) \quad (5.4)$$

The problem then becomes the computation of the first two moments of the computed resistance $\tilde{R}$ (left term in Eq. 5.4) and of the model error E (right term in Eq. 5.4).

A design methodology involving two independent steps was suggested in Ben Ftima and Massicotte (2012). The first step deals with the estimation of the properties E_m and V_E of the random model error E for a given TDS, finite element package, and concrete model. The second step estimates the global resistance factor that is used to compute the design value of the resistance, from the computed mean value of the resistance using Eq. 5.1. Only mean values and coefficients of variation of input materials are needed for the probabilistic estimation of the global resistance factor. Using a first order approximation, the mean value of the resistance is computed from a nonlinear pushover analysis using the mean values of the input parameters and following a critical direction from the service load. The global resistance factor is computed using a limited number of analyses located around the mean point, following Rosenblueth's point estimate method (Rosenblueth 1975).

5.5. Computational framework

5.5.1. Constitutive models: EPM3D and CDP

Two constitutive concrete models are considered in this work: EPM3D concrete model (Massicotte et al. 2007) and Concrete Damaged Plasticity model (CDP) available in the FE package ABAQUS (Hibbitt et al. 2010). Both are 3D constitutive models that use the smeared-crack approach and can model tensile cracking and concrete crushing of concrete. EPM3D is an orthotropic 3D strain-rotating crack model. It was programmed under Abaqus-Explicit using the VUMAT user-subroutine interface (Ben Ftima and Massicotte 2004). It can handle both unreinforced and reinforced concrete applications using, respectively, a G_f law and tension-

stiffening law for the post-cracking regime in the presence of reinforcement. Other characteristics of the model are cited briefly: tension-compression damage coupling, cyclic behavior, confinement and non-proportional loading consideration. CDP uses a combination of non-associated multi-hardening plasticity and scalar (isotropic) damaged elasticity to describe the irreversible damage that occurs during the fracturing process. It is based on the works of Lubliner et al. (1989) and Lee and Fenves (1998). The analyses were carried out for both models using the explicit solver available in ABAQUS (Hibbitt et al. 2010).

5.6. Validation Metrics

According to the earlier discussion, there is a need to adapt the original V&V procedure to the context of concrete structures considering the practice in structural engineering. Although original V&V process recommends performing specific validation experiments, the large quantity of information available in the literature in the field of concrete structures must first be exploited. However, due to the variability of existing experimental result quality, it is proposed in this work to apply special filtering techniques combined with a modified validation metric. The idea is to screen erroneous or suspicious experiments and to valorize the best experiments to have a better estimation of the statistical properties of the model error E . This subjective intrusion in the quantitative assessment is not new in the statistical theory. In the classical frequentist statistics, statisticians would screen data for outliers prior to proceeding with statistical analysis. Removal of erroneous or suspicious data can be conducted manually or by using special techniques related to the field of robust statistics. In the non-classical Bayesian statistics, experts' judgment is more common. The Bayesian approach is in fact considered as subjective probability that provides a rational method for updating beliefs (Bernardo and Smith 1994).

The validation metrics considered in this work is based on the comparison of deterministic computed mean resistances $\tilde{R}_{m_i}$ with the estimated mean of experimental results $\bar{R}_{m_i}$ by the estimation of statistical properties of model error E : E_m and V_E for a given TDS and concrete model. Based on first order approximation, the mean value $\tilde{R}_{m_i}$ is considered equal to the resistance computed using the mean values of input parameters.

Rather than estimating the confidence interval for $\bar{R}_{m_i}$ with respect to the real mean value of experimental results R_{m_i} as proposed in Oberkampff and Barone (2006), it is suggested in this work to minimize the effect of this error through the use of a weighting technique based on experts' judgment. Another originality of this approach is that the validation metric is used not only to compare different concrete models but also for the computation of the resistance factor used in the evaluation of the design value of the resistance. Before computation of the statistical properties of E , a weighting procedure is performed on the selected experiment results based on expert judgment by affecting an artificial multiplication integer number n_i to each experiment i . The objectives of this weighting technique are the following:

- Removal of erroneous experiments ($n_i = 0$).
- Valorization of the experiments with respect to their importance and similitude to the TDS. An increasing importance is given to the increasing level in the validation hierarchy described previously: material, element, and structural levels. Because material level experiments are more general, simple, and generally used to provide input parameters to concrete models (e.g. the 3D failure surface for concrete), the lowest weighting coefficients are used. Zero weighting coefficients are used in case of experiments over which a concrete model was directly calibrated. The highest weighting coefficients are given to the structural level experiments that have loading conditions and dimensions close to the TDS.
- Minimization of reducible uncertainties related to the estimation of the mean value of the experiment through a careful screening of the results and comparison of experimental and numerical results. The key point in this comparison is that the numerical result is a 'real' mean value, whereas the experimental one is not, it is rather a crude estimation of the real mean in case of a low replication number.

Examples of use of the three previous techniques will be demonstrated for the application TDS example.

The estimation of statistical properties of E is then performed using the sample mean and sample variance of the N chosen experiments:

$$E_m \approx \left[\sum_{i=1}^N n_i (\bar{R}_{m_i} / \tilde{R}_{m_i}) \right] / \sum_{i=1}^N n_i \quad (5.5)$$

$$\text{var}(E) \approx \left[\sum_{i=1}^N n_i (\bar{R}_{m_i} / \tilde{R}_{m_i} - E_m)^2 \right] / (\sum_{i=1}^N n_i - 1) \quad (5.6)$$

$$V_E \approx \sqrt{\text{var}(E)} / E_m \quad (5.7)$$

The $\approx$ sign used in the previous equations recognized that these quantities are estimations. For a given TDS, the estimated error is minimized if N is large enough and if the selection of the validation experiments and the weighting technique were performed efficiently.

5.7. Calibration and validation: from material to structure

5.7.1. Target design structure

The TDS is the draft tube structure which is a typical component of a powerhouse structure. A schematic representation of its cross section is presented in Fig. 5.4. The structure is composed of large members (thicker than one meter) with reinforcement ratios that rarely exceed 0.5%. In addition to gravity load and external water-pressure effects, the structure is subjected to high tensile stresses due to heat of hydration effects, seasonal temperature variation, and the mechanical restraint to the rock. Due to the large size of this structure and low reinforcement ratios, the size effect phenomena generally associated with shear strength is an important aspect for this kind of structure and is considered in detail in the next section. The target concrete design compressive strength is 30 MPa, so that the selection criteria for the validation experiments will be between 20 MPa and 40 MPa (normal strength concrete). Furthermore, experiments performed on large members will be preferred.

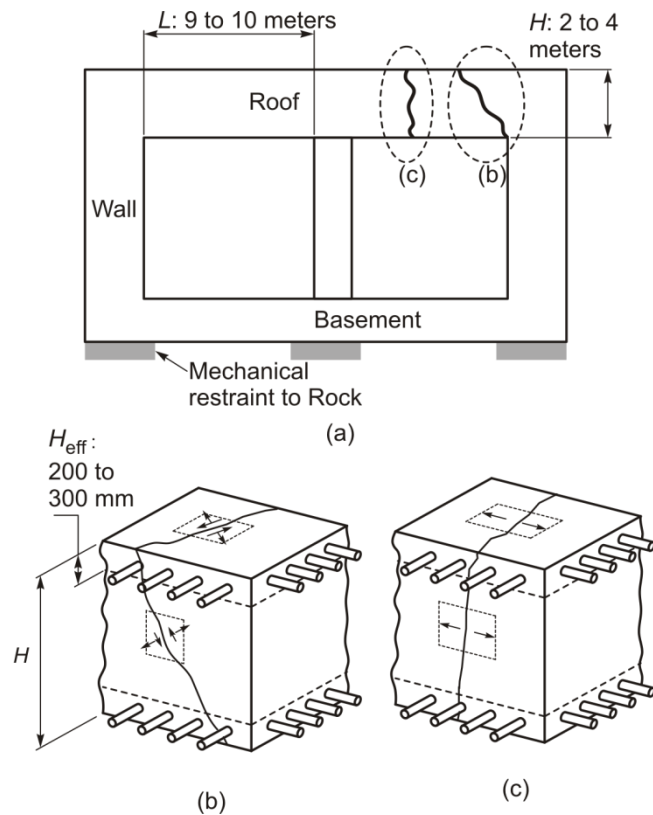


Figure 5.4: Benchmark needs for the TDS

5.7.2. Size effect issues and calibrations

Size effect is an inherent feature of concrete material. A general definition was given in Bazant and Planas (1998) and is presented as the deviation of the structural strength engendered by a change of structure size, from the load capacity predicted by any theory based on critical stress (e.g. plastic limit analysis). It is experimentally found by comparing the nominal strength of geometrically similar structures with different sizes. Its identification for concrete was related to the first applications of fracture mechanics. Even if this feature has been introduced in the field of structural design through the reduction of the shear strength for members without or with little web reinforcement (AASHTO 2008 and A23.3 2004), its general definition and origins are generally not well understood.

It is not limited to shear strength but could be any other strength: flexural, tensile, or compressive. Even if many theories exist in the literature on the sources of this phenomenon, it is accepted today in the fracture mechanics community that two predominant sources of size effect exist (e.g. Bazant and Planas 1998). The first one is the deterministic energetic source of size

effect due to the release of the stored energy of the structure into the fracture front and it is believed to be the most important source of size effect. The second one is the statistical source of size effect caused by the randomness of material strength. Originated by Weibull (1939) for metallic structures, this theory is based on the chain model and argues that the failure of a chain is determined by the weakest element in the chain, so the longer the chain, the smaller the strength value that is likely to be found in the chain is. In the field of ANFE, only the first source is often modeled implicitly through the use of the fracture energy G_f for the smeared crack models (Bazant and Oh 1983). The second source has been modeled explicitly in the meso-level concrete models through the heterogeneity of concrete constituents. In the macro-level models, it has been modeled through the use of random field and stochastic simulation (e.g. Rossi and Richer 1987, Vorechovsky and Sadilek 2008) and was generally ignored at this level. In fact, the tensile strength of concrete is generally considered as constant material input in macro-scale models. This simplification could lead to improper results for large members in cases where propagation (deterministic source) is less important than the initiation of fracture (randomness), as is the case in the direct uniaxial tensile test.

Figure 5.5 presents experimental and numerical results of tension tests on dog-bone specimens carried out on a large range of diameters from 100 mm to 1600 mm (van Vliet and van Mier 2000). These specimens were loaded in tension with a small eccentricity of $D/50$ from the vertical axis of symmetry. A strong size effect tendency is seen for the nominal tensile strength calculated as the peak load divided by the smallest section area. Numerical simulations were performed using EPM3D model with the use of a constant mean tensile strength:

$$f_t' = 0.50\sqrt{f_c'} \quad (5.8)$$

where f_c' is the cylindrical mean compressive strength of concrete in the experiments. The expression of tensile strength is issued from the mean split cylinder strength based on fitting of experimental data (MacGregor 1997, Mirza et al. 1979). It is seen that using a constant value in modeling cannot capture the size effect tendency for large specimens and would, therefore, over-estimate the nominal strength. Numerical strength actually varies between two asymptotes. For smaller sizes, it tends toward the input tensile strength value f_t' (elastic-plastic material),

whereas for larger specimens the asymptotic value is equal to $\frac{1}{\alpha} f_t'$ (brittle material) where $\alpha = 1.49$ is an amplification coefficient that accounts for eccentricity and stress concentration in specimen's neck (Vorechovsky and Sadilek 2008). The variation of specimen's resistance between the two asymptotes is due to concrete tensile softening modeled here using the fracture energy G_f . Hence, the deterministic energetic source could only capture the size effect due to the small propagation left in the test and the maximum size effect that could be captured deterministically is α .

It becomes obvious to accurately predict the strength of large concrete structures where the tensile strength is a governing parameter as it is the case for the TDS, that all possible sources of size effect must be considered. It is also important from a conceptual point of view that the computational model should be capable of reproducing all material features even at the meso-level to guaranty robust predictions.

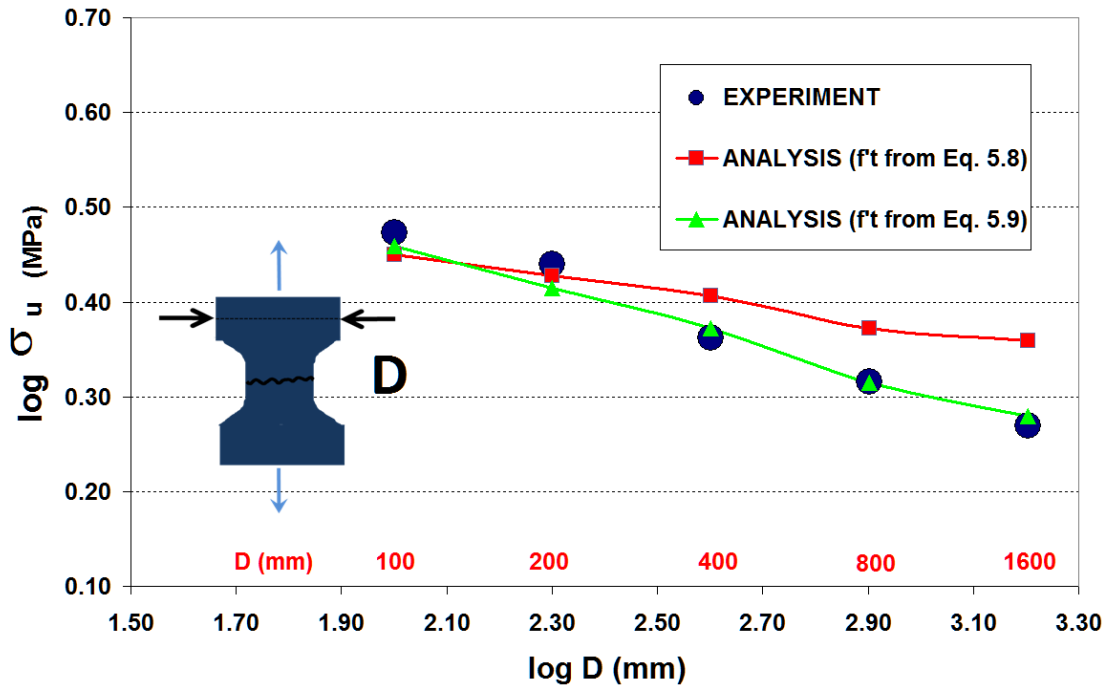


Figure 5.5: Uniaxial tensile test on dog-bone specimens

The statistical size effect has been considered in this study by reducing the tensile strength based on a characteristic dimension D of the member and a decreasing exponential law based on Weibull distribution. The following expression is used for the tensile strength input to the finite element models:

$$f_t' = 0.5\sqrt{f_c'} \left(\frac{D}{150} \right)^{-\frac{n_d}{m}} \quad (5.9)$$

where f_t' and f_c' are uniaxial tensile and compressive strengths of the material expressed in MPa, D is the characteristic dimension of the member, n_d is the dimensional similitude of the structure and m is Weibull modulus. The coefficient n_d / m originates from Weibull theory. Hence, $n_d = 1, 2$, and 3 , respectively, for one, two, and three-dimensional cases. In the current study, and considering the 2-dimensional geometry of the TDS and the related validation experiments, the value of $n_d = 2$ is chosen. Different results in the literature exist, regarding the value of the Weibull modulus m . The most commonly used value is $m = 12$ issued from Zech and Wittmann (1978) based on a series of tensile tests on concrete. It was recently found by Bazant and Novak (2000) that $m \approx 24$ fits better with a more recent and complete data set. Hence, the value of n_d / m will be $1/12$ in case of 2D similitude. The value of $m = 24$ is used in this study.

The term $D/150$ in Eq. 5.9 relates the characteristic dimension of the member (D in mm) to the typical dimension of the experimental specimen used to derive Eq. 5.8. A similar term has been used in Shioya et al. (1989) for handling the size effect in shear strength of large beams, but without accounting for the energetic part of the size effect. The new results of the nominal strength versus D using Eq. 5.9 are plotted in Fig. 5.5 and show good agreement with experimental results.

It is obvious from the preceding discussion that for very large specimen ($D \rightarrow \infty$), the effect of the deterministic-energetic part of size effect disappears and only the statistical part remains. Hence, as D tends toward ∞ , the slope of $\log(\sigma_N)$ versus $\log(D)$ plot approach the value of $-1/12$.

5.7.3. Material inputs and modeling technique

In this work, the compressive strength f'_c of concrete is chosen as the *only* independent variable that leads to the calculation of all the other concrete variables. The other input quantities are calculated using the formulae in Table 5.1. The modeling technique accounted for the presence of reinforcement. In the portions of elements without reinforcement, tension softening was considered using the G_f in both EPM3D and CDP concrete models. In the presence of reinforcement, concrete properties were modified to include tension stiffening effects. It was assumed that the concrete within $7.5 d_b$ from the center of the rebar is affected by the rebar (CEB-FIP 1978), which gives thicknesses from 200 to 300 mm depending on the cover and bar diameter d_b . All of these assumptions were kept constant for all the validation tests.

The material parameter G_f is known to be dependent on the compressive strength of concrete and the maximum aggregate size. An equation for the estimation of this parameter is given for example in the CEB FIP 90 model code. Given the range of concrete compressive strengths of the validation experiments (between 20 and 40 MPa) and generally small aggregate size (below 10 mm) the estimated range of G_f varies between 0.04 and 0.08 N.mm⁻¹ using the CEB-FIP 90 equation. In this work, G_f is chosen constant by hypothesis and equals the value of 0.05 N.mm⁻¹.

Table 5.1: Derivation of input quantities for EPM3D and DPM models

Input variable	Formula	Description
Poisson coefficient	$\nu = 0.18$	
Failure compressive strain	$\epsilon_{co} = -0.0022$	By hypothesis, a constant value is chosen in the unconfined uniaxial case.
Initial tangent Young modulus	$E_0 = 5000\sqrt{f'_c}$ (MPa)	f'_c is the mean compressive strength taken from the documentation of the test.
Tensile resistance	$f_t = 0.5\sqrt{f'_c}\left(\frac{D}{150}\right)^{\frac{n_d}{24}}$ (MPa)	Eq. 5.9
Fracture Energy	$G_f = 0.05$ (N.mm ⁻¹)	G_f is chosen constant by hypothesis.
Failure surface for EPM3D, yield surface and potential surface for DPM	-	Hsieh et al. (1982) surface for EPM3D. Default surfaces parameters for CDP. Modified surface parameters for CDP1.

5.7.4. Validation levels: material, element, and structural levels

Using the same classification as in FIB report, benchmark tests performed in order to assess V_E for each concrete model are given in Appendix 5.1. At the material and element levels, some of the tests are conceptual and not supported by experimental data. These tests are referred as “CON” and can be eventually set as eliminatory tests. The calibration tests in the material level are referred as “CAL”. Both conceptual and calibration tests are not considered in the computation of V_E ($n_i = 0$). More than 60 benchmark tests are selected, based on the following key aspects of the TDS (Fig. 5.4):

Material level validations and calibrations:

- Tensile strength in the concrete structure and its related statistical size effect.
- Tension-stiffening of concrete surface near top and bottom reinforcement (Fig. 5.4c).
- Tension-softening of concrete in the core of the member (Fig. 5.4c).
- Validations relevant to the type of concrete model used: cyclic behavior, dilatancy behavior near peak compression.
- Failure under biaxial and triaxial loading conditions.

Element level validations:

- Mesh-sensitivity issues for post-peak in tension and compression.
- Biaxial softening of concrete due to the expected combination of shear and tension for core and surface concrete elements (Fig. 5.4b), considered using the conceptual test of Willam et al. (1987).
- Tension-compression damage interaction through reinforced concrete panel tests (for surface elements in Fig. 5.4b) using selected specimens of Vecchio and Collins (1982) PV test series with different reinforcement ratios, loading conditions and types of failure.

Structural element validations:

- Shear failure and size effect in shear. The series of Iguro et al. 1985 for simply supported beams failing in shear under uniform loading. This series include the largest beam (3 m deep) ever tested in the world.

- Effect of shear reinforcement. The series of Yoshida (2000) for large beams (2 m deep) falling in shear with different configurations of shear reinforcement.
- Reinforced concrete members with a low ratio of L over H close to the target design structure (Fig. 5.4a) and the deep beam effect.

5.8. Model error computation

5.8.1. Weighting procedure

The weighting procedure for the validation tests is given in Appendix 5.1. As explained earlier, an artificial multiplication number n_i is used for each test i . The general rule is to affect values of 1, 2, and 3, respectively, to material, element, and structural levels. Exceptions to this rule are the cases of calibration tests, erroneous experiments, and suspicious experimental points.

The test b_shi_20 is an example of an erroneous experiment. As pointed out in Maekawa et al. (2003), this test showed an over-strength resulting from the stiffening effect of the loading rubber membrane. In fact, the experimental capacity is higher than the value computed by beam theory. Both EPM3D and CDP model results confirmed this fact.

Examples of suspicious experimental points are identified in Rogowsky et al. (1986) series for the deep beam effect. Considering the results table in Appendix 5.1, the validation tests BM2/1.5/S, BM6/1.5 and BM4/1.5 gave the lowest E_i values in the structural level. On the other side, the validation test BM2/1.0/S gave the highest value of E_i . These 4 tests gave extreme values of E_i that had direct impact on the final COV of the model error. Fig. 5.6 presents a comparison of the ultimate normalized shear stress $\beta_s = v_u / \sqrt{f'_c}$ versus the longitudinal reinforcement ratio in the web area. Both experimental and numerical results using EPM3D model are represented for the cases a/d of 1.0 and 1.5.

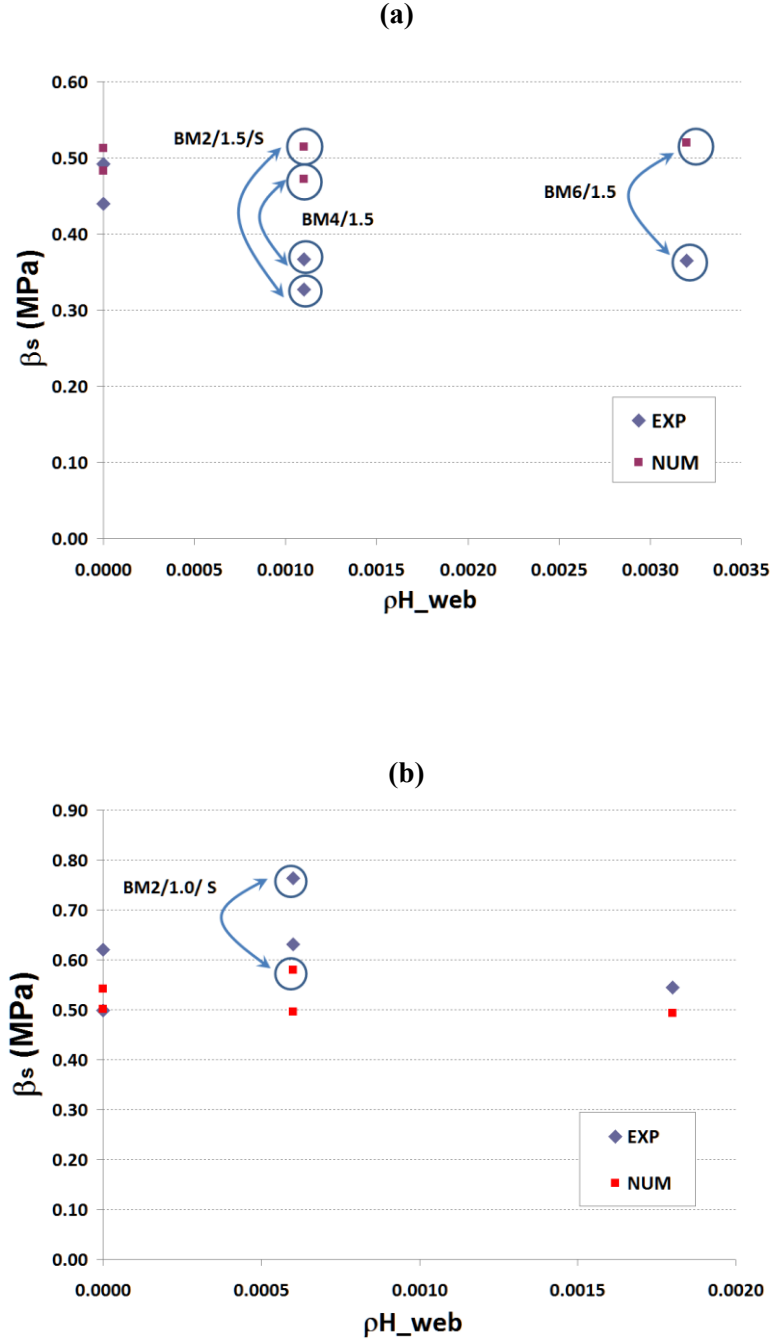


Figure 5.6: Comparison of numerical and experimental results: (a) $a/d = 1.5$; (b) $a/d = 1.0$

For the case $a/d = 1.5$, the increase in the longitudinal reinforcement in the web reduced the shear strength of the experimental points BM2/1.5/S, BM6/1.5 and BM4/1.5 by more than 25% with respect to the case without longitudinal web reinforcement BM7/1.5. This strange tendency was

not found in the numerical case. In fact, the additional longitudinal web reinforcement had little if no beneficial influence on the ultimate shear strength. For the case $a/d = 1.0$, the additional longitudinal reinforcement has increased the strength by more than 50% with respect to the case without web reinforcement BM7/1.0, which is in contradiction to the experimental tendency seen in the previous case. From the physical point of view, the addition of longitudinal web reinforcement has a small effect on the ultimate shear of a deep beam. This in fact was one of the conclusions of the work of Rogowsky et al. (1986), based on the entire series results.

The deviant behavior of the four experimental points mentioned above could be explained either by an insufficient replication number that resulted in a bad estimation of the real mean value E_i (reducible uncertainty), or a vibration problem of concrete around longitudinal web rebars (experimental error). As seen in Appendix 5.1, a low multiplication number $n_i = 1$ was used for these tests.

5.8.2. Results discussion and model error

Details on the computation of the model error are given in Appendix 5.1 for both EPM3D and CDP models (see columns 'EPM3D' and 'CDP'). Calculations gave average model error E_m values of 0.980 and 1.398 for EPM3D and CDP models, respectively, whereas the corresponding values of model error COV V_E are 0.144 and 0.313. The results obtained with EPM3D model are reasonable and of the same order of magnitude as those used for deriving strength reduction factors adopted in design codes (MacGregor 1976). Therefore, the expected design strength given by Eq. 5.4 using the proposed methodology with the EPM3D model should be very similar to that given by the design code equations for simple structural members. However, the high V_E value obtained with the CDP model would likely lead to more conservative results.

Examination of the results for the CDP model shows that the discrepancy between the experimental and the simulated resistances is higher for shear panel tests in the element level, and for deep beam tests in the structural level. Investigations reveal a problem for the shear state of stress when using the default values of the potential surface with the CDP model. The two parameters that control the shape of the flow potential surface in the meridian plane (p,q) are the

eccentricity ε and the dilation angle Ψ . Parameter Ψ represents geometrically the slope of the hyperbolic flow potential function at high confining pressures p , whereas ε defines the shape of the curve at a low confining pressure. Default values are, respectively, 0.1 and 38 deg for ε and Ψ (Hibbitt et al. 2010). Analyses were repeated for the CDP model by using non-default values of 90.0 and 13 deg for ε and Ψ , chosen to provide more curvature to the flow potential function at low pressure. The results presented in Appendix 5.1 in the column 'CDP1' show a better agreement with experimental results, especially for the shear panel and deep beam tests. An average model error of 1.169 and a COV of model error of 0.237 were obtained in this case. Because a better performance is seen with EPM3D, this model is selected to conduct the analyses in the second part of this work.

5.9. Conclusion

The V&V process introduced in other engineering fields was discussed in this work, in the context of design and assessment of large or unusual concrete structures using ANFEA. The current practice for concrete structures is to directly use results from literature experiments to validate concrete models, as opposed to the recommended V&V designed validation experiments. A new intermediate approach presented in this work uses selection and filtering techniques of literature experiments through the definition of a new validation metric. The proposed methodology was applied to the case of a large hydraulic structure and using two candidate concrete models. Calibration and validations were undertaken from material level to structural level. It was shown that the statistical part of the size effect, generally ignored when using macro-level concrete models, can have an influence on the computed resistance. A new expression for the equivalent tensile strength was, therefore, defined in the calibration step at the material level in order to capture the complete size effect relevant for large concrete structures. Statistical properties of the model error were computed for two concrete models using a minimum number of input variables: the concrete compressive strength and the steel yield strength. All other input quantities were derived from these variables. Acceptable results were obtained for the EPM3D concrete model and will be used in the companion paper to design the complex draft tube hydraulic structure.

This paper demonstrates the applicability of the new design approach using ANFEA and the possibility to use it as a replacement approach for the conventional one in case of unusual concrete structures. This is motivated by the low COV of model error obtained for the EPM3D model through the use of only two independent variables. The values of COV of model error shall be less than the COV of the concrete material (typically from 0.15 to 0.20) to obtain design values comparable or less to the design code values. The low number of independent input variables allows for a low number of nonlinear analyses around the mean resistance value for the TDS as it is seen in the companion paper. Furthermore, the use of input variables other than the concrete compressive strength and the steel yield strength is problematic not only from the computational point of view, due to the required number of analyses, but also for finding the statistical properties of these additional variables.

5.10. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the financial support obtained from Natural Sciences and Engineering Council (NSERC) of Canada, the Center for Research on Concrete Infrastructures of Quebec (FQRNT - CRIB), and the Quebec Ministry of Transportation.

5.11. References

- American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). (1998). *Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations*, AIAA-G-077-1998, Reston.
- AASHTO (2008). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 4th Edition*, 2008 Interim Revisions, Washington DC.
- Bažant, Z.P., and OH, B.H. (1983). " Crack band theory for fracture of concrete.", *Materials and structures*, 16, 155-177.
- Bažant, Z.P. and Planas, J. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press, Boca Raton and London, 1998.
- Bažant, Z.P., and Novák, D. (2000). "Energetic statistical size effect in quasibrittle failure at crack initiation.", *ACI Materials Journal*, 97 (3), 381-392.
- Bendat, J.S., Piersol, A.G. *Random data: Analysis and Measurement procedures*, Wiley, New York, 2000.
- Ben Ftima, M. and Massicotte, B. (2004). *Introduction du modèle de Bouzaïene et Massicotte (1995) dans ABAQUS (Version 6.4.1 Standard et Explicit)*, Group for Research in Structural Engineering – GRS, École Polytechnique de Montréal.
- Ben Ftima M. and Massicotte, B. (2012). " Development of a reliability framework for the use of advanced nonlinear finite elements in the design of concrete structures. ", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 138(8), 1054-1064.
- Bernardo, J.M. and Smith, A.F.M. *Bayesian Theory*, John Wiley, New York, 1994.
- Bhide, S. B. and Collins, M.P. (1987). " Reinforced concrete elements in shear and tension.", Publication No 87-02, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- Bouzaïene, A.H. and Massicotte, B. (1995). *Caractérisation et modélisation du comportement non linéaire d'éléments en béton armé et non armé sous sollicitations multi-axiales*, Rapport No EPM/GCS-1995-13, École Polytechnique de Montréal.
- Bresler, B. and Scordelis, A.C. (1963). " Shear strength of reinforced concrete beams." *ACI Journal*, 60, 51-72.

- Chen, W., Xiong Y., Tsui, K.L, and Wang, S. (2006). " Some metrics and a bayesian procedure for validating predictive models in engineering design.", *Proceedings of IDETC/CIE* , Philadelphia, Pennsylvania, USA.
- Canadian Standards Association (CSA). (2004). *Design of concrete structures*. CSA standard A23.3-04, Toronto.
- Collins, M.P. and Kuchma, D. (1999). " How safe are our large lightly reinforced concrete beams, slabs and footings.", *ACI Structural Journal*, 96 (4).
- Comité Euro-International du Béton (CEB-FIP). (1978). *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*, 3rd ed., Lausanne.
- Comite Euro-International du Béton (CEB-FIP). (1993). *CEB-FIP Model Code 1990 – Design code*, Thomas Telford, London.
- Defense Modeling and Simulation Office, United States Department of Defense (DMSO) (1996). *Verification, Validation, and Accreditation*. DoD Instruction 5000.61, www.dmsomil/docslib.
- Fédération Internationale du Béton (FIB). (2008). *Practioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*, State-of-Art Report, CEB-FIB bulletin 45.
- Hanson K.M. (1999). "A framework for assessing uncertainties in simulation predictions. ", *Physica D*, 133,179–188.
- Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. and Sorensen, E. P. (2010). *ABAQUS version 6.10, finite element program*, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I.
- Hills, R.G. and Trucano, T.G. (2002). *Statistical Validation of Engineering and Scientific Models: A Maximum Likelihood Based Metric*, Sandia National Laboratories, SAND2001-1783.
- Hsieh, S.S., Ting, E.C. and Chen, W.F. (1982). " A plasticity-fracture model for concrete.", *International Journal of Solids and Structures*, 60, 371-390.
- Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). (1984). *Standard dictionary of electrical and electronics terms*. ANSI/IEEE Std 100-1984.
- Iguro, M., Shioya, T. Nojiri, and Y. Akiyama H. (1985). " Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load.", *Concrete library of JSCE*, 5, 137-154.

- Japan Society of Civil Engineering (JSCE).(1983). *Recommendations for Limit State Design of Concrete Structures*, Concrete Library No. 52.
- Kupfer, H.B., Hillsdorf, H.K. and Rusch H. (1969). " Behavior of concrete under biaxial stress.", *ACI Journal*, 66, 356-366
- Lee, J. and Fenves, G.L. (1989). " Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. " *Journal of Engineering Mechanics*, 124(8), 892–900.
- Lubliner, J.J., Oliver, S., Oller, S. and Oñate, E. (1989). "A Plastic-Damage Model for Concrete.", *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 229–326.
- MacGregor, J.G. (1976). " Safety and limit states design for reinforced concrete. ", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 3, 484-513.
- MacGregor, J.G. (1997). *Reinforced Concrete, Mechanics and Design, Third Edition*. Prentice Hall, New Jersey.
- Maekawa K., Pimanmas A. and Okamura H. *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*, Spon Press, 2003.
- Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M. and Yildiz, E. (2007). *EPM3D – A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures*, Rapport SR07-10, École Polytechnique de Montréal.
- Massicotte, B., Ben Ftima, M., Nour, A., Yildiz, E., and Conciatori, D. (2012). " Implementation of a validation procedure for using numerical models in concrete structure design and assessment. ", *SSCS conference*, Aix-en-Provence, France.
- McNeice, A.M. (1967). *Elastic-plastic bending of plates and slabs by the finite element method*. Ph.D. Thesis, London University.
- Mirza, S.A., Hatzinikolas, M. and Macgregor J.G. (1979). " Statistical descriptions of the strength of concrete. ", *Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division*, 105, 1021-1037.
- Ngo, D. and Scordelis, A. C. (1967). " Finite element analysis of reinforced concrete beams.", *ACI journal*, 64, 152-163.
- Oberkamppf, W.L. and Barone, M.F. (2006). " Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics. ", *Journal of computational physics*, 217, 5-36.
- Prinja, N.K., Shepherd, D. and Curley, J. (2005). "Simulating structural collapse of a PWR containment. ", *Nuclear Engineering and Design*, 235, 2033-2043.

- Rashid, Y.R. (1968). "Ultimate strength analysis of reinforced concrete pressure vessels.", *Nuclear Engineering and Design*, 7, 334-355.
- Roache, P.J. (1998). *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hermosa Publishers, Albuquerque, NM.
- Rogowsky, D.M., MacGregor, J.G. and Ong, S.Y. (1986). " Tests of reinforced concrete deep beams. ", *ACI journal*, 83(4), 614-623.
- Rosenblueth, E. (1975). "Point estimates for probability moments. ", *Proc., Nat. Acad. of Sci.*, 72(10), 3812–3814.
- Rossi, P., and Richer, S. (1987). " Numerical modeling of concrete cracking based on a stochastic approach.", *Materials and Structures*, 20, 334-337.
- Schickert, G. and Winkler, H. (1977). " Results of test concerning strength and strain of concrete subjected to multiaxial compressive stresses.", *Deutscher Ausschuss Fur Stahlbeton*, Berlin.
- Schlagen, E. and Van Mier, J.G.M. (1992). " Simple Lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials. ", *Materials and Structures*, 25, 534-542.
- Schlesinger S. (1979). "Terminology for model credibility.", *Simulation*, 32(3)103–104.
- Shioya T., Iguro M., Nojiri Y., Akiayma H. and Okada T. (1989). " Shear strength of large reinforced concrete beams.", *Fracture mechanics: Application to concrete*, SP-118, American Concrete Institute, Detroit, 259–279.
- Thacker, B.H, Doebling, S.W., Hemez, F.M., Anderson, M.C., Pepin, J. E. and Rodriguez, E.A., (2004). *Concepts of model verification and validation*. Los Alamos National Laboratory report LA-14167-MS.
- Van Vliet, M.R.A, and Van Mier, J.G.M., (2000). " Experimental investigation of size effect in concrete and standstone under uniaxial tension. ", *Engineering fracture mechanics*, 65, 165-188.
- Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1982). *The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses*. Technical Report Publication No 82-03, University of Toronto, Department of Civil Engineering, Ontario, Canada.
- Vorechovsky, M. and Sadilek, V. (2008). " Computational modeling of size effects in concrete specimens under uniaxial tension. ", *International journal of fracture* , 154, 27-49.
- Weibull, W. (1939). " Phenomenon of Rupture in Solids. " *Ingenioers vetenskaps akademien*, Handlingar proceedings, 153, 1-55.

- Willam, K., Pramono, E. and Sture, S. (1987). " Fundamental issues of smeared crack models." *Proc. of the SEM-RILEM Int. conf. on fracture of concrete and rock*, SEM, 192-207.
- Wittmann, F.H. (1983). *Structure and mechanical properties of concrete*, The Architectural Report of the Tohoku University, 22, 93-112.
- Yoshida, Y. (2000). *Shear reinforcement for large lightly reinforced concrete members*, Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto.
- Zech, B. and Wittmann, F.H., (1978). "A complex study on the reliability assessment of the containment of a PWR. Part II, Probabilistic approach to describe the behavior of materials.", *Nuclear engineering and design*, 48, 563-593.

APPENDIX 5.1: Description of benchmark tests

	Symbol	Description - Aspects investigated	Reference	Type	n_i	Model Error $R/\tilde{R}$		
						EPM3D	CDP	CDP1
MATERIAL LEVEL (I5)	CYC	U: cyclic	-	CON	0	1.000	1.000	1.000
	GEN	U: coupled tension comp. damage, dilatancy near peak comp., tension stiffening, tension softening.	-	CON	0	1.000	1.000	1.000
	SIZE	U: statistical size effect	Van Vliet and Van Mier 2000	CAL	0	-	-	-
	BI_CT	B: comp.-tension state	Kupfer et al. 1969	NUM	1	0.997	1.219	1.186
	BI_CT1	B: comp.-tension state	Kupfer et al. 1969	NUM	1	0.942	1.256	1.278
	BI_CT2	B: comp.-tension state	Kupfer et al. 1969	NUM	1	0.947	1.270	1.310
	BI_CC	B: comp.-comp. state	Kupfer et al. 1969	NUM	1	1.001	0.977	1.000
	BI_CC1	B: comp.-comp. state	Kupfer et al. 1969	NUM	1	0.957	0.972	0.988
	TRI1	T: hydrostatic + deviatoric	Shickert et Winkler 1977	NUM	1	0.928	0.967	0.966
	TRI2	T: hydrostatic + deviatoric	Shickert et Winkler 1977	NUM	1	0.918	0.980	0.988
	TRI3	T: hydrostatic + deviatoric	Shickert et Winkler 1977	NUM	1	0.836	0.945	0.961
	NONPROP	T: non prop. loading	Bouzaïene and Massicotte 1995	NUM	1	0.959	1.019	1.035
	NONPROPI	T: non prop. unloading and loading	Bouzaïene and Massicotte 1995	NUM	1	0.932	1.105	1.122
	CYC_CONF	T: cyclic under low confinement	Bouzaïene and Massicotte 1995	NUM	1	0.943	0.992	1.008
	CYC_CONF1	T: cyclic under moderate confinement	Bouzaïene and Massicotte 1995	NUM	1	0.957	0.945	0.947
ELEMENT LEVEL (I1)	MESH	Mesh insensitivity	-	CON	0	1.000	0.8000	0.8000
	BISOFT	Biaxial tensile softening	Willam et al. 1987	CON	0	1.000	1.000	1.000
	PV10	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	1.114	2.220	1.144
	PV11	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	0.964	1.885	0.962
	PV19	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	0.968	1.929	1.110
	PV22	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	0.966	2.359	1.337
	PV25	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	1.399	2.875	1.920
	PV27	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	0.924	2.080	1.254

APPENDIX 5.1: Description of benchmark tests (cont'd)

STRUCTURAL LEVEL (39)	PV28	ST on RC panel	Vecchio and Collins 1982	NUM	2	0.947	2.160	1.214
	PB18	ST on RC panel	Bhide and Collins 1987	NUM	2	0.900	1.014	0.923
	PB21	ST on RC panel	Bhide and Collins 1987	NUM	2	1.338	1.382	1.090
	B_OA1	SF with no shear reinforcement	Bresler and Scordelis 1963	NUM	3	0.879	1.017	0.684
	B_A1	SF with shear reinforcement	Bresler and Scordelis 1963	NUM	3	1.040	1.176	0.838
	SLAB_MN	Flexure failure of RC slab	McNeice 1967	NUM	3	1.005	1.042	0.991
	B_SHI_20	SF of RC beam: size effect	Iguero et al. 1985	NUM	0	1.520	1.410	1.121
	B_SHI_60	SF of RC beam: size effect	Iguero et al. 1985	NUM	3	0.950	0.900	0.777
	B_SHI_100	SF of RC beam: size effect	Iguero et al. 1985	NUM	3	1.110	1.510	1.159
	B_SHI_200	SF of RC beam: size effect	Iguero et al. 1985	NUM	3	0.972	0.954	1.250
	B_SHI_300	SF of RC beam: size effect	Iguero et al. 1985	NUM	3	0.998	0.851	1.110
	B_YOS_0	SF of RC beam: effect of shear reinf.	Yoshida 2000	NUM	3	0.753	1.297	0.687
	B_YOS_4	SF of RC beam: effect of shear reinf.	Yoshida 2000	NUM	3	0.932	1.403	1.900
	B_YOS_6	SF of RC beam: effect of shear reinf.	Yoshida 2000	NUM	3	0.852	1.171	1.640
	B_YOS_9	SF of RC beam: effect of shear reinf.	Yoshida 2000	NUM	3	0.912	1.545	1.474
	TUNNEL	RC box structure : SF	Kuchma and Collins 1999	NUM	3	0.880	0.900	0.725
	BM1/1.0/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.240	1.719	1.690
	BM1/1.0/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.977	1.560	1.280
	BM1/1.5/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.855	1.337	1.300
	BM1/1.5/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.956	1.490	1.174
	BM1/2.0/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.898	1.988	1.255
	BM1/2.0/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.990	1.090	1.020
	BM2/1.0/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	1	1.315	2.090	1.777
	BM2/1.0/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.168	2.220	1.475
	BM2/1.5/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	1	0.670	0.904	0.957

APPENDIX 5.1: Description of benchmark tests (cont'd)

	BM2/1.5/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.916	1.370	1.030
	BM2/2.0/S	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.880	1.075	1.107
	BM2/2/N	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.951	1.051	0.980
	BM3/1.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.158	1.918	1.311
	BM3/2.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.880	1.004	1.030
	BM4/1.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.270	1.936	1.450
	BM4/1.5	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	1	0.777	1.040	0.982
	BM4/2.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.700	1.040	1.147
	BM5/1.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.948	1.435	1.101
	BM5/1.5	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.943	1.708	1.180
	BM5/2.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.962	1.368	1.125
	BM6/1.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.106	1.796	1.280
	BM6/1.5	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	1	0.702	1.005	1.030
	BM6/2.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.122	1.005	1.293
	BM7/1.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.920	1.491	1.400
	BM7/1.5	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	1.020	1.418	1.320
	BM7/2.0	SF of RC beam: deep beam effect	Rogowsky et al. 1986	NUM	3	0.761	0.823	0.700
E_m						0.980	1.398	1.169
V_E						0.144	0.313	0.237

**Chapitre 6 : ARTICLE 3 : UTILIZATION OF NONLINEAR FINITE ELEMENTS FOR
THE DESIGN AND ASSESSMENT OF LARGE CONCRETE STRUCTURES : PART II:
APPLICATIONS**

Mehdi BEN FTIMA and Bruno MASSICOTTE

(Article soumis dans ASCE Journal of Structural Engineering , Octobre 2013)

Mehdi Ben Ftima

Department of Civil, Geological, and Mining Engineering

Ecole Polytechnique of Montréal

P.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

and

Hydro Division

SNC-Lavalin inc.

1801 McGill College Avenue

Montreal, Qc, Canada H3A 2N4

Bruno Massicotte

Department of Civil, Geological, and Mining Engineering

Ecole Polytechnique of Montréal

P.O. Box 6079, Station Centre-ville

Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Corresponding Author:

Bruno Massicotte

Civil, Geological, and Mining Engineering Department

Ecole Polytechnique of Montréal

P.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7
Tel.: 1-514-340-4711, ext. 4501
Fax: 1-514-340-5881
Email: bruno.massicotte@polymtl.ca

6.1. Abstract

This second part article presents applications of advanced nonlinear finite element into the design of large reinforced concrete structures. Because shear and size effects are fundamental aspects of these structures, the first section of this paper is devoted to prediction of shear failure for very large members more than 3 m deep. It is shown that the tendency of shear strength is much less sensitive to size effects for very large members than the predictions of some design code equations. Applications to the draft tube complex structure are then presented in a second part. Comparison of cracking patterns with an existing powerhouse is performed at the service level. It is shown that thermal effects have an important impact on the final cracking pattern. The draft tube model is then analyzed up to failure. Following a new design methodology proposed by the authors in a previous paper, and using the model error properties computed in part one, the global resistance factor is computed for the ultimate level. The effects of temperature, nominal shear reinforcement, and lateral confinement are discussed.

Keywords: Concrete structures; Nonlinear finite element; Concrete fracture; Thermal effects; Size effect in shear; Design and assessment

6.2. Introduction

6.2.1. Available design methods for large or unusual concrete structures

The behavior of mass reinforced concrete structures is very complex. Typically, these structures include large concrete members generally deeper than one meter. They have a light reinforcement ratio that rarely exceeds 0.5%. From a structural point of view, they are considered as intermediate structures, between conventional reinforced concrete structures (e.g. buildings) and unreinforced concrete structures (e.g. dams).

Examples of such structures can easily be found in the field of hydraulic structures such as the hydro-electric complex shown in Fig. 6.1. This arrangement consists of three powerhouse units separated by vertical contraction joints. This example presents many features that categorize it as an unusual structure: large thickness of the structural members, complex three dimensional geometry resulting from hydraulic performance requirements, presence of high thermal strains (seasonal and hydration) leading to cracking and leakage problems when in operation, effect of foundation restraint, presence of hyperstaticity that allows for redistribution of post-cracking internal forces, and the lack of shear reinforcement which is a common practice for these structures.

The design methods for these structures are basically based on linear elastic studies with uni-dimensional or bi-dimensional and rarely three-dimensional models. Extrapolation of rules and specifications in existing international codes and committees (DNV 2012; ACI Committee 207 1995; CEB-FIP 1990; FERC 2002, etc.) and the experience of previous similar projects are common practices in this field.

Unfortunately, this conventional approach results in an oversimplification of design that can be either on the conservative or non-conservative sides. For example, the consideration of thermal effect using linear elastic analyses leads up to unrealistic reinforcement because cracking and relaxation of thermal stresses are not considered. Hence, unless a semi-empirical method is considered in design, the use of linear elastic models generally leads to the exclusion or an arbitrarily reduction of thermal effects. This inevitably leads to an underestimation of cracking for the service conditions, and underestimation of residual tensile forces in concrete at ultimate.

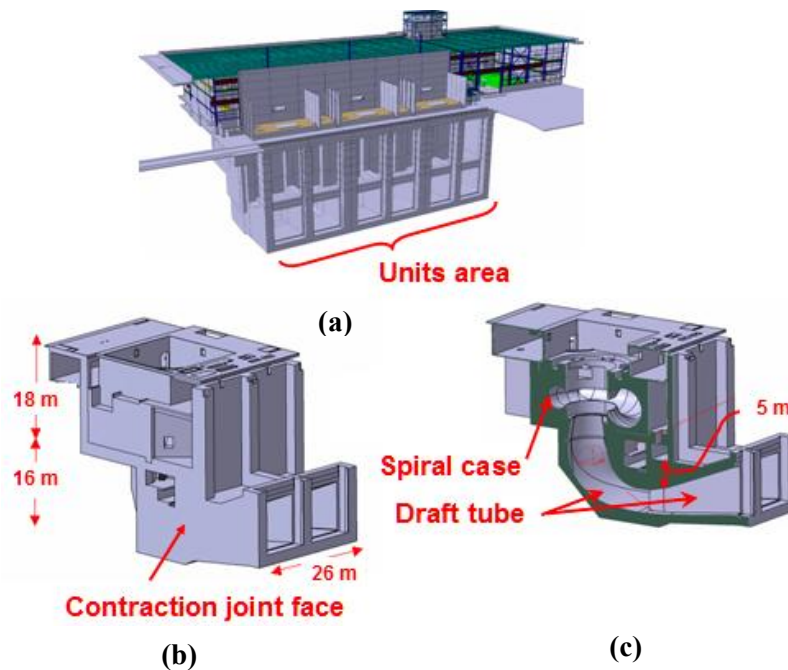


Figure 6.1: Example of hydraulic structure:

**(a) Typical hydro-electric arrangement; (b) Powerhouse unit and dimensions;
(b) Cross section and substructures**

A second example is the presence of a small span to depth ratio (Figs. 6.1b and 6.1c) that makes the Bernoulli hypothesis rarely respected for these specific structures. In the conventional approach, stresses issued from a FE model are integrated into sectional forces and then used to design flexural or shear reinforcement using beam or shell theories assuming that plane sections remain plane (e.g. FIB 2008, Marti 1990). This approach is not adequate for the case of the so-called disturbed regions for which strut and tie models (STM) are recommended (Schlaich et al. 1987). However, STM implicitly assumes a certain ductility or plasticity in the structural behavior to reach the conceived equilibrium and ultimate strength. Furthermore, the use of STM is very complex and not yet well established for 3D structures and in no case can include thermal loads.

All of these considerations lead to the conclusion that the use of nonlinear 3D FE method is the most rigorous way for the design and verification of large or unusual constructions such as hydraulic structures.

6.2.2. Scope of the paper

The reliability framework of these advanced nonlinear FE analyses (ANFEA) has been presented in Ben Ftima and Massicotte (2012) in the context of reinforced concrete structures. In the suggested methodology, both the variability of the model input parameters and precision of the computational models were considered to derive a design resistance based on a computed global resistance factor. Part 1 of this work was dedicated to the first step in the cited methodology in which mean and coefficient of variation (COV) of the model error are estimated throughout a validation process. The objective of this second part is to illustrate the transition from validation to prediction levels of a real structure using ANFE.

First, predictions of the shear strength of large members considering size effect are presented. Computations are performed using the EPM3D nonlinear concrete model (Massicotte et al. 2012) that was selected at the end of the first part, implemented as users' subroutine in ABAQUS/Explicit (Hibbitt et al. 2010). The Iguro et al. (1985) test series including the largest beam ever tested in the world is considered as a reference. It is shown that shear-size effect softens beyond a certain beam depth and its tendency becomes related to the statistical size effect in tension presented in part 1. In a second step, parametric studies are conducted to validate the COV of the computed resistance used for the calculation of the global resistance factor as described in the second step of the methodology presented in Ben Ftima and Massicotte (2012). The sensitivity of this parameter and the importance to validate its calculation for the selected concrete model and the target design structure (TDS) are demonstrated. Finally, the draft tube structure shown in Fig. 6.1c is studied. In service conditions, the damage pattern of a global model is compared to site cracking pattern of an existing similar powerhouse. The importance of thermal induced cracking is revealed. A local model of the draft tube is then loaded up to ultimate load level, and then to failure. Design verification is done for the roof at ultimate through computation of the global resistance factor. Parametric studies are additionally performed to

study the influence of the following design parameters: thermal effects, nominal shear reinforcement and lateral water pressure within inter-units contraction joints.

6.3. Predictions for shear failure

The shear failure of concrete members without shear reinforcement is affected by the member depth. However, the tendency of the shear-size effect for very large concrete members (more than 3 m deep) is not well known due to the lack of experimental evidence. The objective of this section is to present the theoretical background and its validation for considering size effects in shear in a rational way when using ANFEA, applicable from shallow to very deep concrete members, beyond 3 m in depth.

6.3.1. Size effect in shear

Size effect is a phenomenon related more generally to brittle materials. Experimental results have indicated that the nominal strength of these materials decreases with the increasing size of structure. This phenomenon was explained in the late 1940s by Weibull's weakest link theory (Weibull 1939). The lower strength for a larger size structure is due to the fact that the larger the structure is, the higher the probability to encounter a defect in the material will be. For concrete structures, this effect was found at the material level for the compressive and more predominately for the tensile strength. At a higher level, and for reinforced concrete beams, Kani (1967) found through experimental investigation that the shear strength of reinforced concrete beams without shear reinforcement decreases with increasing concrete depth. This observation was confirmed later by Japanese test series on larger specimens of uniformly loaded reinforced concrete beams (Iguro et al. 1985), and then at the University of Toronto (Collins and Kuchma 1999, Yoshida 2000). Despite these evidences, size effect in shear was incorporated only in some design codes, and no more than twenty years ago (e.g. Canadian Code CSA A23.3 1994).

The scientific community seems to converge on the conclusion that two major sources are behind size effect in concrete structures. The first one is statistical and is linked to the heterogeneity of the material and the presence of defects according to Weibull theory. The second source is deterministic and is related to the propagation of the crack usually linked to the field of fracture

mechanics. Because concrete is a quasi-brittle, rather than a brittle, material, failure does not necessarily happen when first cracking occurs due to the possibility of a stable crack propagation. At a higher level, the size effect in shear for reinforced concrete members is more complex. The presence of flexural reinforcement as an additional material, produces interactions between shear and flexural cracking processes, and generates other failure modes such as compressive crushing of concrete struts, dowel bar action, etc.

The accuracy of shear strength predictions given by design equations diminishes with increasing member depth due to the lack of experimental data for deep elements. In fact, the largest beam ever tested in the world is 3 m deep (Iguro et al. 1985). Furthermore, more than 99% of available experimental data is for beams less than 1.1 m deep and more than 86% are related to beams shallower than 500 mm (Bazant and Yu 2005; Reineck et al. 2003).

Size effect in shear is generally expressed by the following relation:

$$\sigma_N = \frac{P_u}{b.D} \propto D^{-N_s} \quad (6.1)$$

where D is characteristic dimension of the structure and σ_N is the nominal shear failure stress. The shear strength reduction tendency is expressed in terms of coefficient N_s . Table 1 issued from Bazant and Yu (2005) shows the multiple possible tendencies for size effect in shear according to different theories and international codes. Obviously, the large range of values can be confusing for engineers and illustrates the lack of consensus within the scientific community.

Table 6.1: Shear size effect tendencies for very large members

	<i>Bazant and Kazemi (1991)</i>	<i>Bazant (1987), Carpinteri (1994), CEB-FIP (1993)</i>	<i>Collins et al. (1996), CSA A23.3 (2004)</i>	<i>ACI (2003)</i>	<i>JSCE (1991)</i>
Ns	1/2	0	1	1/3	1/4

6.3.2. Predictions for shear failure

The test series of Iguro et al. (1985) is herein for comparison purposes with numerical results. Reinforced concrete beams without shear reinforcement were subjected to a uniform pressure. The selected five beam depths varied from 200 to 3000 mm. The span over depth a/d ratio was around 3.0, the flexural reinforcement ratio was 0.4% and the observed failure mode was brittle shear failure. This series was considered in part 1 of this work for validation purposes at the third structural level. Validation points are shown on Fig. 6.2 where β_s is the normalized ultimate shear strength ($\beta_s = v_u / \sqrt{f'_c}$) computed at d from the support. Predictions obtained using concrete model EPM3D show good correlation with experimental results. Numerical simulations allow extending the beam depth range to $d = 4000, 5000, 6000, 12000$ and 24000 mm while maintaining geometrical similarities of the series using the concrete compressive strength of the last experimental point ($f'_c = 24.3$ MPa for $d = 3000$ mm).

Numerical results show that the size effect tendency changes beyond an approximate 4 m depth. The tendency shown in Fig. 6.2 reminds of the tendency of the size effect for unreinforced unnotched three-point bending tests, which is a common result in fracture mechanics (e.g. Ozbolt and Eligehausen 1994). The damage patterns are shown in Fig. 6.2 for the beams with $d = 1000$ mm to 6000 mm for the same loading level $\beta_s = 0.05$, prior failure.

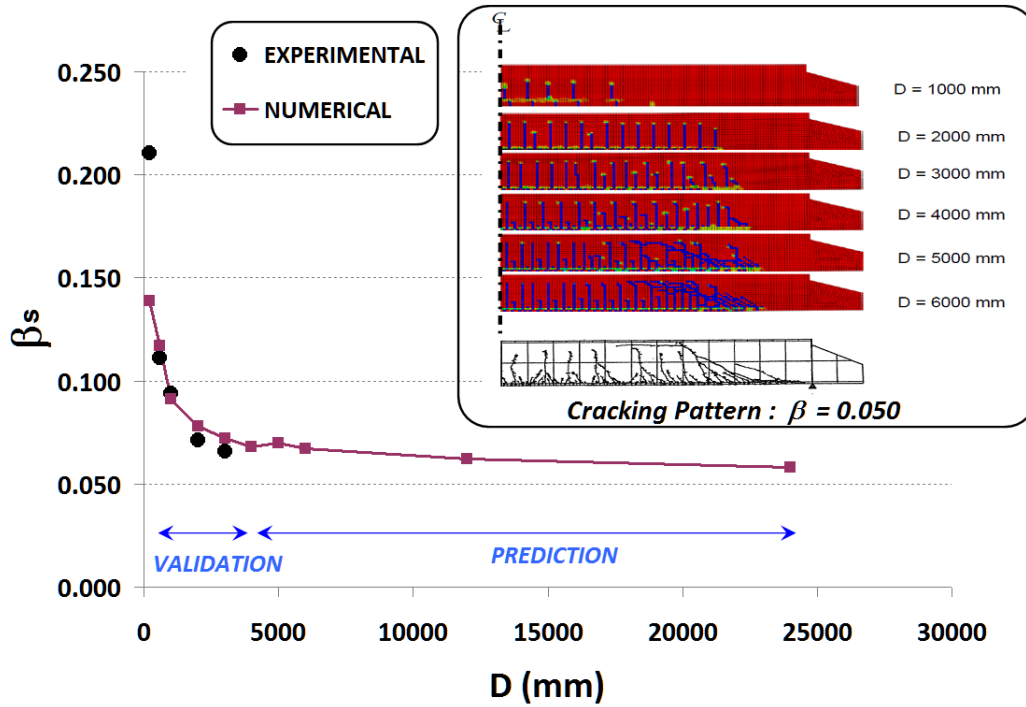


Figure 6.2: Size effect in shear: from validation to prediction

For comparison purposes, the 6 beams are shown with different scales to have the same in plane dimensions. The inspection of crack patterns from beam depth 1000 mm to 6000 mm mistakenly gives the impression of a progressive damage pattern of the same beam: occurrence of the flexural cracks at mid-span (on the left), progression of this pattern toward the support (on the right), occurrence of flexure-shear cracks, propagation of an inclined shear crack that crosses the network of already created flexure-shear cracks, and leading to failure of the specimen. This observation of advancing damage pattern with respect to specimen size is in fact related to the deterministic part of size effect and, for the case of the adopted concrete model, to the conservation of fracture energy G_f . For smaller beams, the size of the fracture process zone is comparable to specimen dimension and, therefore, energy absorbed by this zone is comparable to the released deformation energy. Beyond a certain size, the absorbed energy becomes small compared to the released strain energy at first cracking and the crack crosses the specimen on a longer distance. The instant of failure becomes coincident with the instant of initiation. This seems to be the case for beams deeper than 4 m in this series example. Beyond this depth, the

failure is no longer related to the deterministic part but to the statistical part described by the expression of equivalent tensile strength derived in part 1:

$$f_t' = 0.5\sqrt{f_c'} \left(\frac{D}{150} \right)^{-\frac{n_D}{m}} \quad (6.2)$$

The previous discussion leads to the conclusion that the tendency of size effect in shear for large reinforced concrete members is related to the statistical Weibull theory and, therefore, $N_s = n_D/m$.

This conclusion shall not be generalized to all cases of shear failure. It is possible that a failure mode related to crushing of compressive struts may appear in other conditions: loading conditions, a/d ratio, reinforcement ratio, and relative steel over concrete strength f_y/f_c' .

6.4. Parametric studies on point estimate method (PEM)

6.4.1. Application of PEM

Part 1 of this work focused on the validation of the mean computed resistance of the concrete model $\tilde{R}_m$. From a mathematical point of view, a good correlation between the mean computed and real resistances $\tilde{R}_m$ and R_m does not necessarily induce a good correlation between their respective probabilistic derivatives expressed in terms of standard deviations $\sigma_{\tilde{R}}$ and σ_R or in terms of unitless COVs $V_{\tilde{R}}$ and V_R . The accurate evaluation of the variable $V_{\tilde{R}}$ is very important because it is used in the expression of the design resistance R_d according to part 1:

$$R_d = (e^{-\beta\alpha^2 V_{\tilde{R}}}) \cdot (E_m \cdot e^{-\beta\alpha^2 V_E}) \tilde{R}_m \quad (6.3)$$

In this work, the evaluation of $V_{\tilde{R}}$ is performed through Rosenblueth method (Rosenblueth 1975) as explained in Ben Ftima and Massicotte (2012). Unfortunately, due to the difficulty of estimating R_m with accuracy (as shown in part 1), it is more difficult to accurately estimate V_R for

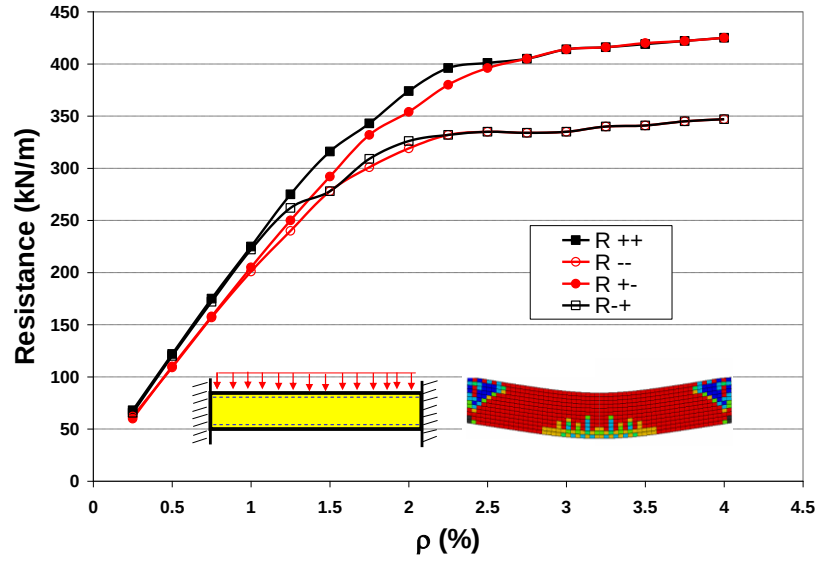
a given experiment. Thus, experimental validation of $V_{\bar{R}}$ is not a possible issue in the context of reinforced concrete structures.

Another possibility is presented in this work through parametric studies and numerical validation tests for which results are predictable by virtue of known resistance mechanisms of reinforced concrete structures. Following the spirit of the proposed design methodology (Ben Ftima and Massicotte 2012), these validation tests shall be preferably representative of the TDS. In the following, three validation examples are presented for the case of the draft tube TDS. Discussions from these examples will facilitate the interpretation of the results of a subsequent section on the draft tube design resistance computation.

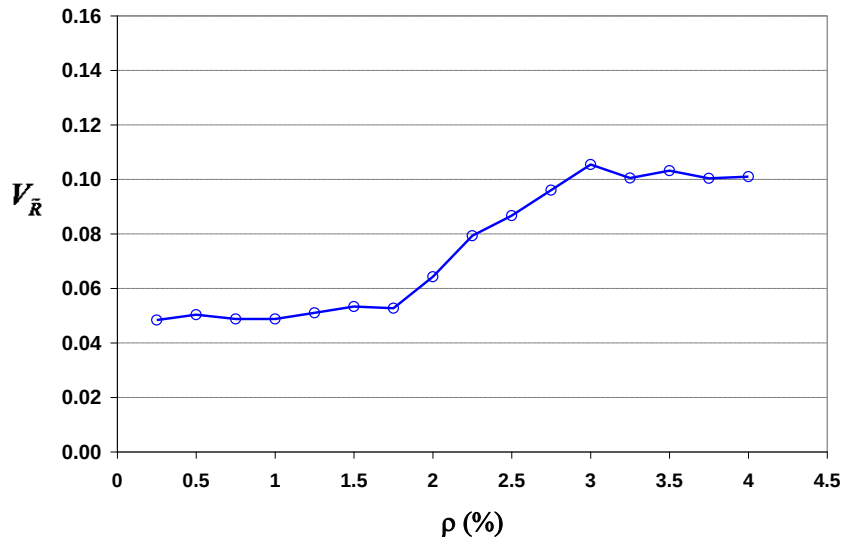
6.4.2. Fixed beam example

The first example is the uniformly loaded fixed ends beam, already considered in Ben Ftima and Massicotte (2012) to validate Rosenblueth method with Monte-Carlo results of Henriques et al. (2002). Figure 3a presents the results of the 4 Rosenblueth analyses when taking f'_c and f_y as governing random variables. The notation format used in Fig. 6.3a, R_{cs} , where c and s are associated with concrete and steel properties, respectively, the (+) sign indicates that the corresponding material properties used in the model are equal to the mean *plus* one standard deviation, whereas the (-) sign corresponds to the mean *minus* one standard deviation. According to the reference work of Henriques et al. (2002), the respective COVs of f'_c and f_y are 0.15 and 0.054 respectively. The resulting COV of the concrete tensile strength f'_t is 0.1 because the CEB-FIP (1993) expression was used and in which f'_t is proportional to $f'_c{}^{2/3}$.

The four curves join into two groups that depend only on the steel strength f_y for low reinforcement ratios, whereas for high reinforcement ratios, the 4 curves join into two groups depending only on the concrete strength f'_c .



(a)



(b)

Figure 6.3: Numerical results for example 1 of beam with fixed ends: (a) Resistance curves for Rosenblueth analyses; (b) COV curves

The transition reinforcement ratio is located around a value of 1.3%. The scatter between the four curves is quantitatively expressed in terms of the COV of the computed resistance V_R shown in Fig. 6.3b. The scatter is small for low reinforcement ratios and V_R almost equals the input V_{fy}

value. It becomes larger for high reinforcement ratios and $V_{\bar{R}}$ joins asymptotically the input V_{f_t} value.

6.4.3. Unreinforced beam example

The second example deals with unreinforced un-notched three-point bending tests with a beam length equal to $4D$, as shown in Fig. 6.4. The ratio $\gamma_V = V_{\bar{R}}/V_{f_t}$ is plotted against the depth D of the beam. Because the beam is not reinforced, failure is due to the initiation and propagation of a discrete crack at mid-span. For high values of D , the ratio γ_V approaches the unit value, showing that failure is only related to the f_t value or, in other words, to the crack initiation. This is not the case for small beams for which the ratio γ_V goes down to 0.67 for $D = 100$ mm. For shallow beams, the specimen failure is not only related to the tensile concrete strength. Inspection of the load displacement curves for small D values shows an increase in the load after the first cracking, up to a peak value when stable crack propagation is no more possible. It is the propagation effect discussed before, and linked for this model to the fracture energy parameter G_f . This effect vanishes for higher values of D as shown before, and the failure is only related to initiation for high D values as confirmed by Fig. 6.4.

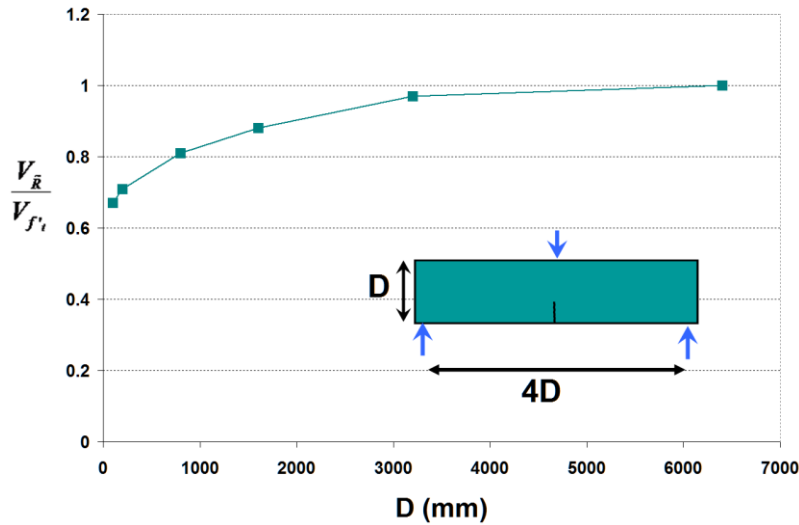


Figure 6.4: Numerical results for example 2

6.4.4. Tunnel example

In example 3, a comparison is made between two reinforced concrete structures tested experimentally at the University of Toronto (Fig. 6.5). The first structure is a three-point bending test of a reinforced concrete beam without shear reinforcement (specimen AW1 of Lubell 2006). The second is a RC box structure without shear reinforcement, representative of a tunnel section tested by Kuzmanovic (1998) and considered in Kuchma and Collins (1999). It is a validation test considered in the third level in part 1, and is considered as the closest experimental test to the TDS. For both tests, failure is due to shear. For the RC box test, the failure occurred in the roof portion. In order to eliminate the D effect already seen in example 2, the depths of the AW1 beam and roof portion of the RC box are chosen almost the same in this example. However, due to the difference in geometry and loading conditions (uniform versus point loading), different a/d ratios are obtained: 3.4 for the AW1 beam, and 1.9 for the roof portion of the box structure.

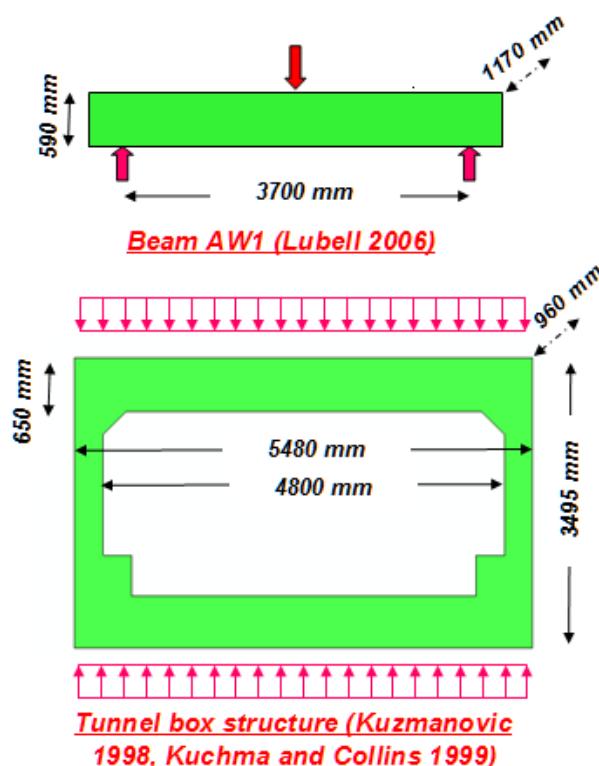


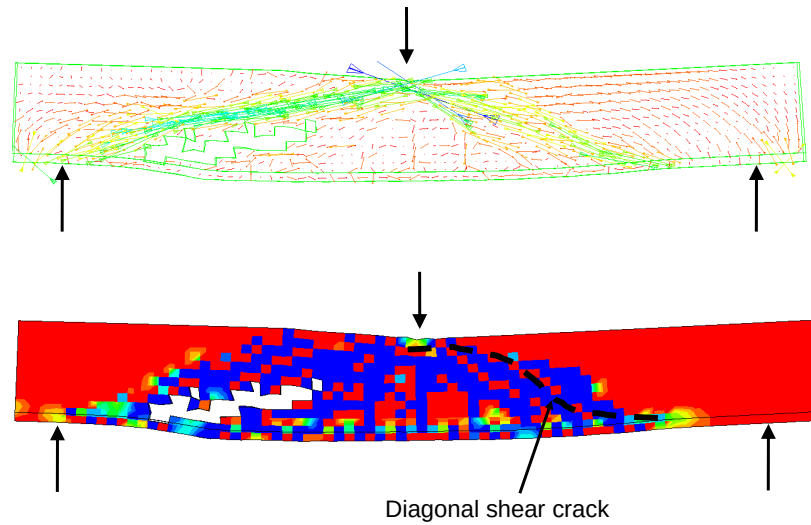
Figure 6.5: Experimental tests considered in example 3

Four Rosenblueth numerical analyses have been carried out for each test for a chosen number of independent variables $N = 2$ for f'_c and f_y . The inputs and results for the analyses are summarized in Table 6.2. Because Eq. 6.2 is used in this example for determining f'_t , the resulting COV of the tensile concrete strength is 0.1.

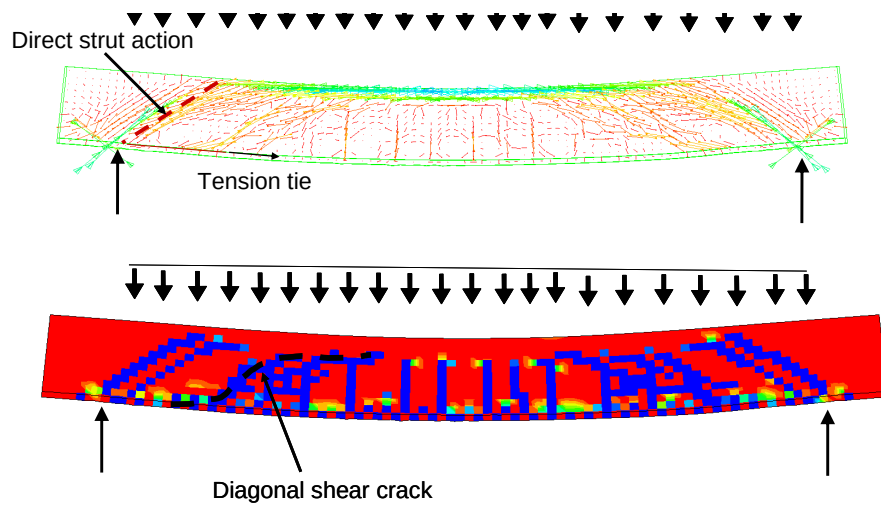
Table 6.2: Input data and results for example 3

	f'_c (MPa)	f_y (MPa)	$cov(f'_c)$	$cov(f_y)$	$R_m = Vu$ (kN)	$\tilde{R}_{++}$ (kN)	$\tilde{R}_{+-}$ (kN)	$\tilde{R}_{--}$ (kN)	$\tilde{R}_{-+}$ (kN)	$\tilde{R}_m$ (kN)	$cov(\tilde{R})$
Beam AW1	37	465	0.2	0.09	585	590	590	479	479	535	0.10
Sub. box structure	45	490	0.2	0.09	799	948	900	834	856	885	0.05

Although shear mode failure was observed as per experimental tests in both numerical series, different conclusions can be derived from Table 6.2. Comparison of the four Rosenblueth analyses shows that the variable f_y has no influence on the final resistances for the beam test, which is not the case for tunnel test. The COV of the resistance of the first test is equal to the COV of the tensile strength. It is half the COV of the tensile strength for the second test. Figure 6.6 shows the damage pattern and principal compressive stresses for both tests for the cases $\tilde{R}_{-+}$. For the AW1 case, the distance between the point load and the support is relatively high, so the failure occurs instantaneously after the development of the first S shaped shear crack. This is not the case for the second example, where a second inclined shear crack appeared after the occurrence of the first S shaped shear crack, indicating that an alternate resistance scheme was possible for the second example. This effect is clearly visible in the principal compressive stress plot where a second strut appears for the tunnel example inclined at 45 deg toward the support. This second resistance scheme cannot develop without the simultaneous tie action from the bottom layer longitudinal reinforcement as shown in Fig. 6.6. This explains the dependency of the resistances in the tunnel example on the reinforcement yield strength.



(a)



(b)

Figure 6.6: Roof portion of subway box structure at failure, compressive stresses and cracking pattern: (a) AW1 beam; (b) Roof portion of subway box structure

6.4.5. Discussion

Analysis of the three examples reveals the high sensitivity of the parameter V_R and the complex behavior of RC structures. The authors believe that this step of validation, comprehension, and interpretation of this second order numerical result is a fundamental step in the design

methodology. Such interpretation could be hardly done in the case of hundreds of Monte-Carlo analyses or other probabilistic methods using a high number of point estimates (Ben Ftima and Massicotte 2012). This highlights the advantage of Rosenblueth method and more generally the proposed design methodology using ANFEA in the context of concrete structures.

More specifically, considering examples 2 and 3 reveals an important aspect on the variability of the shear strength. Most of international design codes assume that shear strength is proportional to tensile strength. A semi empirical formula is generally used for shear in which the term f_c^α appears, where α is a coefficient generally equal to 1/2 or 2/3. Examples 2 and 3 indicate that proportionality of the shear strength to tensile strength is not usually correct. Due to the propagation and resistance mechanisms present in RC structures, at least two damping effects may alter this proportionality. The results of example 2 shows that, for certain conditions, stable crack growth is possible, which is an effect that is well established in fracture mechanics. In example 3, a second damping effect due to the presence of alternate resistance paths, which can be seen as an internal hyperstaticity within the structural member, provides the structural system higher carrying capacity compared to isolated members.

6.5. Application to hydraulic structures

6.5.1. Geometry and loading conditions

The powerhouse central unit substructure (Figs. 6.1b and 6.1c) is considered in this study. More precisely, the draft tube substructure is considered in service conditions and at failure. In the service conditions, the global model shown in Fig. 6.7a is adopted. For the failure analysis, the local model shown in Fig. 6.7b is considered in detail. Materials are shown in Figs. 6.7a and 6.7b. The selection procedure of the input parameters and modeling techniques are those described in part 1. The concrete model EPM3D is used with the solver ABAQUS-Explicit. The rock foundation is considered in both the global and local models. Contact condition with infinite friction is used in the concrete/rock interface (Fig. 6.7c). The load case considered is an empty draft tube with hydrostatic pressure applied only on external faces (Fig. 6.7d). The loads considered are: gravity loads of the draft tube and gravity loads coming from the superstructure (G), external hydrostatic pressure loads (P), and thermal loads (T). Thermal loads on concrete

were applied using an equivalent global uniform temperature reduction $\Delta T = -15^{\circ}\text{C}$. This equivalent loading was validated through thermal transient analyses for concrete at early age and for mass concrete structures. It considers: heat of hydration at early ages, exposition to seasonal variations and low winter temperatures, low concrete modulus at early age, relaxation of concrete at early age, and initial compression due to first days heating. The reinforcement was modeled using special surface elements and a diffusion technique available in Abaqus (Fig. 6.7c). It is issued from a design at both serviceability and ultimate limit states using sectional forces from linear elastic FE models following the design provisions of Canadian Standard CSA A23.3 (2004). The load combination used at service conditions is $1.0 G + 1.0 T + 1.0 P$. Loads are applied successively in the following order: G, T, and P. For the local model, analysis was pursued up to the ultimate state: $1.25 G + 1.25 T + 1.25 P$ by increasing simultaneously the three loads. Following this incremental direction, the model is loaded up to failure (Ben Ftima and Massicotte 2012). This incremental direction (0.25; 0.25; 0.25) at ultimate is considered critical for the draft tube roof design, which is the objective of this application. The average properties of the concrete compressive strength and steel yield strength are: $f'_c = 30\text{MPa}$ et $f_y = 400\text{MPa}$. COVs are, respectively, 0.2 and 0.09 for concrete and steel. The characteristic dimension D in the Eq. 6.2 for the equivalent tensile strength is chosen as 5.0 m and corresponds to the maximum depth of the draft tube roof as shown in Fig. 6.1b.

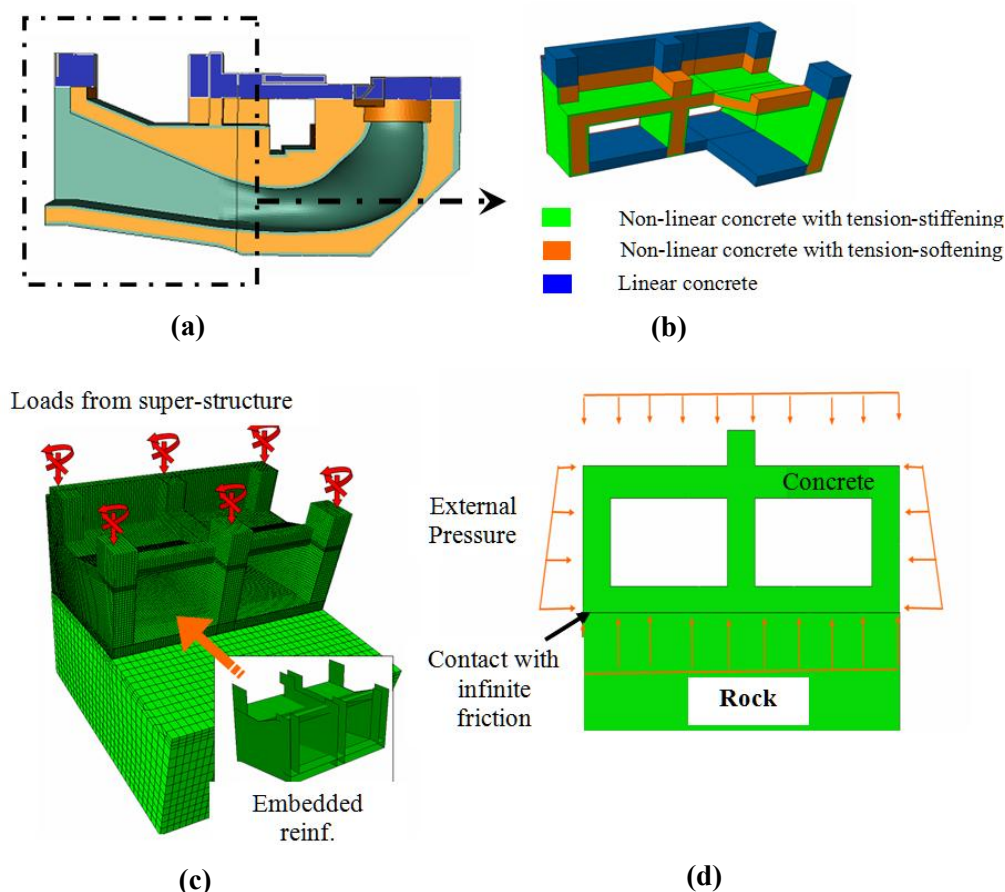


Figure 6.7: Models considered in the analyses:

(a) global draft tube model cross section ; (b) local draft tube model; (c) FE model for the local model; (d) Loads and boundary conditions for the local model

6.5.2. Cracking at service load and comparison to an existing powerhouse

The damage pattern in service conditions for the global model is compared to the real cracking pattern of an existing similar powerhouse in service. The existing powerhouse has a similitude with the model for the geometry of the hydraulic passage but is 20% smaller. The results are shown in Fig. 6.8 for the roof case, the slab and a side wall. There is generally a good similarity in the observed pattern. Numerical analyses revealed that most of the cracks are of thermal origin. The hydrostatic pressure added at the last step lightly opens or closes the cracks already created at the end of step 2.

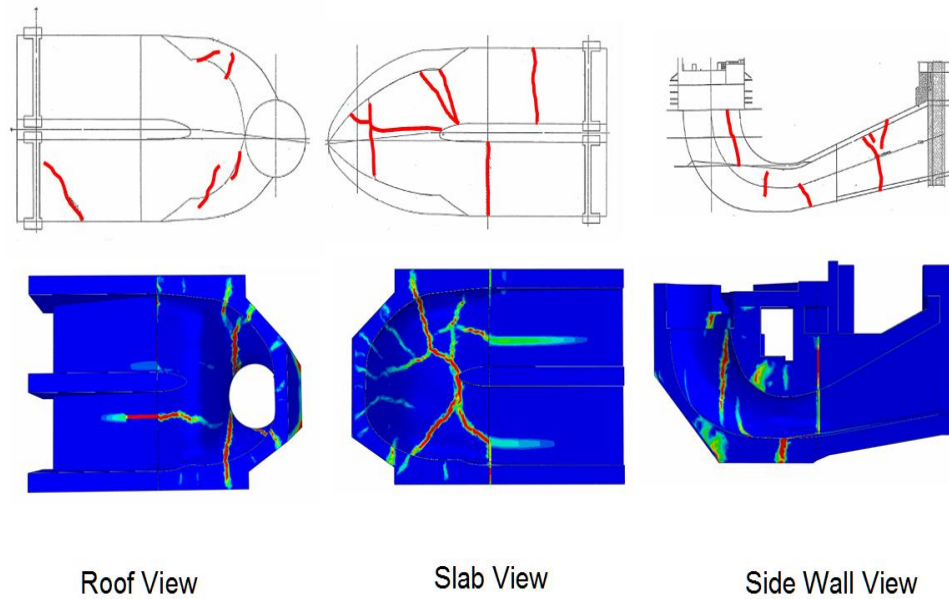


Figure 6.8: Comparison between observed cracking pattern

The cracks seen on the roof are typical for this kind of draft tube and have been observed in other projects. They are localized in the transition zone between the circular cone and the elbow. The numerical model results revealed that these cracks are very deep and extend up to the interior drainage gallery of the powerhouse (Fig. 6.9). They are responsible of the infiltration problems in the drainage gallery generally noted for this type of powerhouses. The effect of additional reinforcement in this area was found to be inefficient in numerical parametric studies but alternate measures could be used to limit these infiltration problems and are not in the scope of this work.

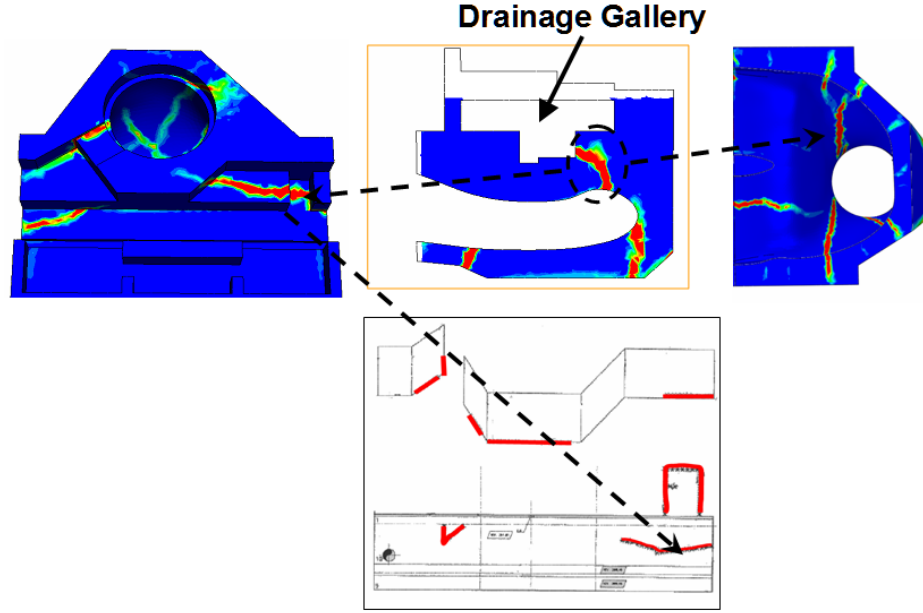


Figure 6.9: Established relation between roof cracking and drainage gallery infiltration problems

6.5.3. Ultimate load prediction

The variables f'_c and f_y were chosen as the independent random variables in Rosenblueth's point estimate method (Ben Ftima and Massicotte 2012). Hence, with $N = 2$, and following the methodology described in Ben Ftima and Massicotte 2012, 2^N analyses were conducted to compute $V_{\tilde{R}}$, whereas an additional analysis with mean strength values was carried out to compute the mean structure resistance. The failure mode of the roof is shown in Fig. 10. It is a quasi-brittle failure initiated by yielding of the top face rebars and followed by a shear failure. Due to the impossibility in this application to detect the flexure cracks, the maximum admissible failure probability p_{f_max} is set to a low value of 10^{-5} . Following Eq. 6.1 in Ben Ftima and Massicotte (2012), the corresponding β_{min} value is 4.25. The load-displacement curves are shown in Fig. 6.11a with the notation Rcs already used in a previous section. The load is the vertical load transferred from the roof to the walls, computed from the FE nodal values. It was normalized by its service level value.

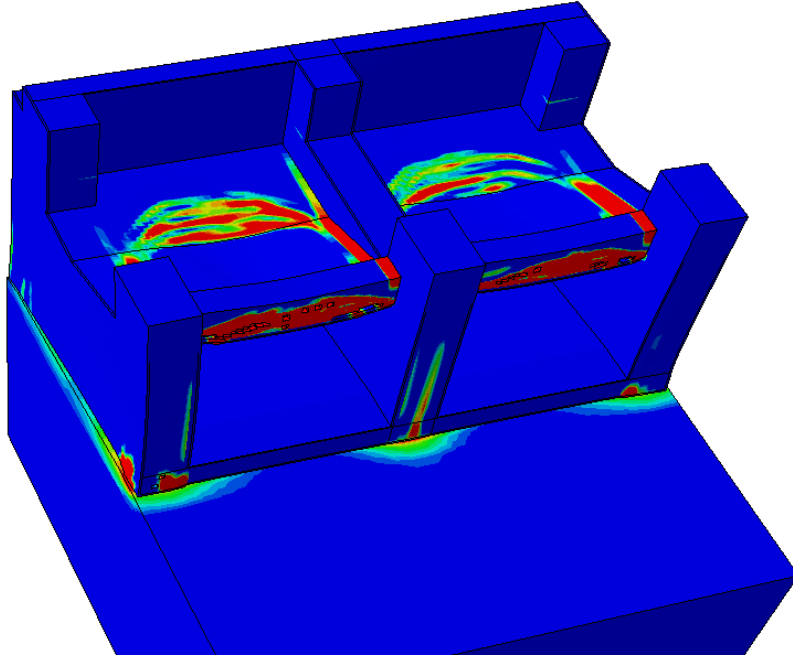


Figure 6.10: Cracking pattern of draft tube local model at failure

The computed $V_{\tilde{R}}$ value was 0.051. Following Eq. 6.4 and using E_m and V_E values found for the EPM3D concrete model in part 1, $R_d = (0.87)(0.66)\tilde{R}_m = 0.57\tilde{R}_m$. Hence, the global resistance factor for this case is $1/0.57$. By comparing the design value of the resistance to the ultimate load level, as shown in Fig. 6.11a, it can be concluded that the design is safe for this load case.

According to parametric studies in the previous section, the low value of $V_{\tilde{R}}$ can be explained by the same arguments used for the roof portion of the tunnel box structure. As already discussed, the effect of stable crack propagation through the fracture energy G_f and the geometry and loading conditions of the roof contribute to a damping effect of the failure that reduces the variability of the resistance between Rosenblueth analyses.

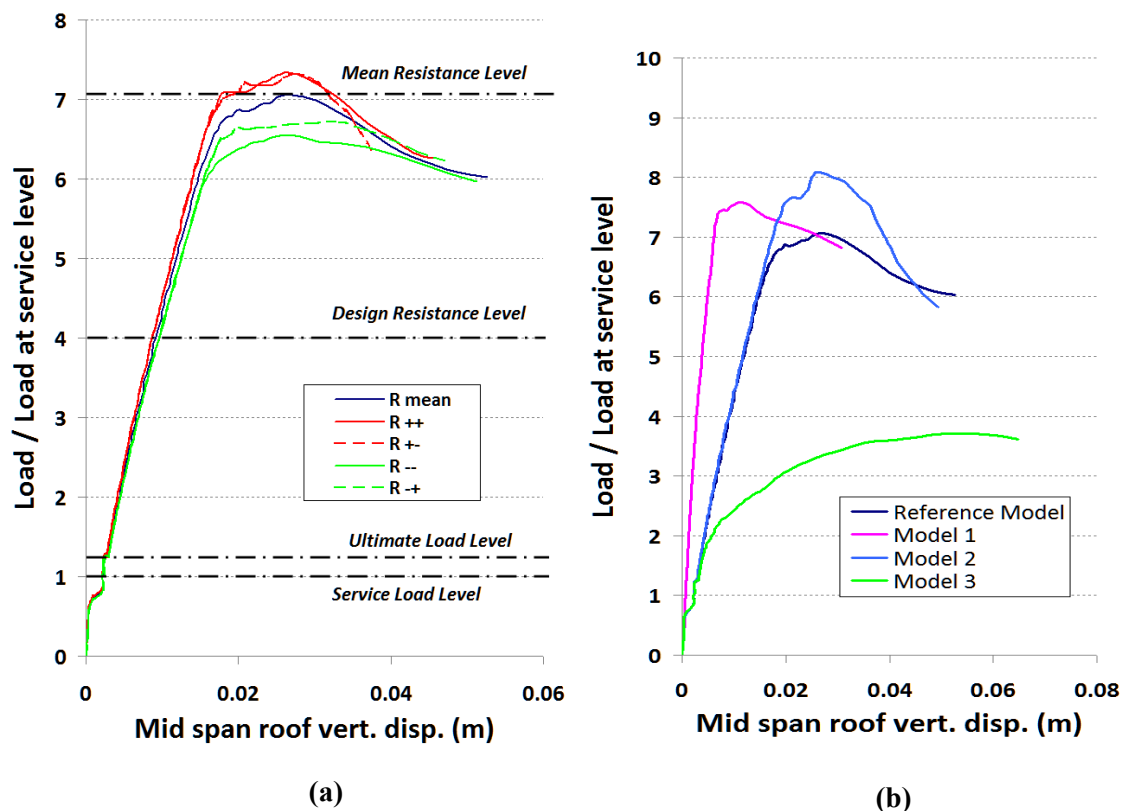


Figure 6.11: Results for draft tube local model analyses:

- (a) Load-displacement curves for Rosenbluth analyses;**
(b) Load-displacement curves for parametric studies.

6.5.4. Temperature, nominal reinforcement, and lateral confinement effects

Three different aspects are considered in this section: temperature effects, effect of nominal shear reinforcement, and effect of lateral water confinement through inter-unit contraction joints. Only mean model results are considered. The results are summarized in Fig. 6.11b. The reference model corresponds to the analysis with mean properties computed in the previous section. In model 1, thermal loads (T) were ignored, whereas model 2 corresponds to the reference model to which shear reinforcement consisting of 25M vertical ties spaced at 900 mm o/c in both horizontal directions was added in the roof. This represents a typical pattern of vertical bars that are used during construction to support the top layer bars of these large roofs. Model 3 corresponds to the reference model in which the lateral external hydrostatic pressures are removed. This typically corresponds to the situation where inter-units waterstops are localized in a downstream position at vertical contraction joint faces of the draft tube (Fig. 6.1b).

The comparison of the results in Fig. 6.11b shows a 7% reduction in strength when including thermal effects (model 1 and reference model). This small effect appears to be contradictory with the significant impact of thermal loads on the cracking pattern discussed in the previous section. In fact, crack occurrence contributes to relaxation of tensile stresses in the roof. Furthermore, it is believed that the restraint of the slab to the rock, which is originally the source of thermal stresses, contributes at a certain extent to the lateral confinement at ultimate of the roof through the supporting walls.

According to the same figure, and by comparing model 2 to reference model, a noticeable benefit is seen from the additional network of construction ties in the roof, with a 14% increase in resistance. These support bars are traditionally ignored in the design because they are designed by the contractor and are less than the code required minimum shear reinforcement (60% of the minimum value in this case). The effect of water pressure in the contraction joint is seen in Fig. 6.11b by comparing model 3 to reference model. An important 47% reduction in strength occurs when these pressures are removed. This demonstrates the need to position the network of inter-units waterstops in the more possible upstream position.

6.6. Conclusion

This second part article presented applications to the calibration and validation steps undertaken in part 1 for large concrete structures using ANFEA tools. The EPM3D concrete model selected at the end of the V&V process was used herein to conduct predictive and design assessments.

Predictive analyses were performed to assess the tendency of size effect in shear for very large concrete members. It was shown that for the case of a uniformly loaded beam, the macro size effect in shear tends asymptotically to the meso statistical size effect in tension previously identified at the material level in the companion paper.

Design assessments were conducted for the draft tube TDS. The importance of considering the thermal effects was shown on the service level for these types of structures and assists the comprehension of the leakage problems seen in existing powerhouses. Nonlinear Rosenblueth

analyses were performed to assess the variability of the resistance of a local model and compute the design resistance. Other design parameters were discussed through additional analyses and demonstrate the possibility to use ANFEA in order to have enhanced and efficient designs.

This work shows, *inter alia*, the applicability of the design methodology for unusual concrete structures, as proposed by the authors in a previous paper. The global resistance factor computed herein for the draft tube example is the result of a two-step process undertaken in parts one and two. It involved selection and filtering of experimental results, calibrations, validations of the mean and COV resistances computed numerically and finally Rosenblueth pushover analyses. This kind of approaches is believed to promote collaborative effort between structure owners, experimental research laboratories, numerical modelers, and expert consulting engineers toward more efficient concrete structures, better oriented experimental programs, and more robust numerical tools.

6.7. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the financial support obtained from Natural Sciences and Engineering Council (NSERC) of Canada, the Center for Research on Concrete Infrastructures of Quebec (FQRNT - CRIB), and the Quebec Ministry of Transportation. The first author would like to express his gratitude to the Hydro division of SNC-Lavalin and Hydro-Québec who directly and indirectly supported this work in an encouraging industrial environment.

6.8. References

ACI Committee 207. (1995). *Effect of Restraint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking in Massive Concrete*. American Concrete Institute, 3-8.

Bazant, Z.P. (1987). " Fracture energy of heterogeneous material and similitude." *Preprints, Proc. SEM-RILEM Int. Conf. on Fracture of Concrete and Rock*, Houston, S.P. Shah and S.E. Swartz, eds., SEM, 390-402.

Bazant, Z.P. and Kazemi, M.T. (1991)."Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups." *ACI Structural Journal*, 88(3), 268-276.

Bazant, Z.P. and Yu, Q. (2005). "Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups.", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 131(12), 1877-1885.

Ben Ftima M. and Massicotte, B. (2012). "Development of a reliability framework for the use of advanced nonlinear finite elements in the design of concrete structures.", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 138(8), 1054-1064.

Canadian Standards Association (CSA). (1994). *Design of concrete structures*. CSA standard A23.3-94, Toronto.

Canadian Standards Association (CSA). (2004). *Design of concrete structures*. CSA standard A23.3-04, Toronto.

Carpintieri, A. (1994)." Fracture nature of materials microstructure and size effects on apparent material properties." *Mech. Mater.*, 18, 89-101.

Collins, M.P., Mitchell, S., Adebar, P. and Vecchio, F.J. (1996). " General shear design method." *ACI Structural Journal*, 96(4), 482-490.

Collins, M.P. and Kuchma, D. (1999). " How safe are our large lightly reinforced concrete beams, slabs and footings.", *ACI Structural Journal*, 96 (4).

Comite Euro-International du Béton (CEB-FIP). (1993). *CEB-FIP Model Code 1990 – Design code*, Thomas Telford, London.

Det Norske Veritas AS (DNV). (2012). *Offshore concrete structures*. DNV-OS-C502, Norway.

Federal Energy Regulatory Commission (FERC). (2002). *Engineering guidelines for the evaluation of hydropower projects*. Department of Energy, Washington.

Fédération Internationale du Béton (FIB). (2008). *Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*, State-of-Art Report, CEB-FIB bulletin 45.

Henrique, A.A.R., Calheiros, F. and Figueiras J.A. (2002). "Safety format for the design of concrete frames. ", *Engineering Computations*, 19 (3), 346-363.

Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. and Sorensen, E. P. (2010). *ABAQUS version 6.10, finite element program*, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I.

Iguro, M., Shioya, T. Nojiri, and Y. Akiyama H. (1985). " Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load.", *Concrete library of JSCE*, 5, 137-154.

Japan Society of Civil Engineers (JSCE) (1991). " Standard specification for design and construction of concrete structures." *Part I (Design)*, Tokyo.

Kani, G. N. J. (1967). "How safe are our large reinforced concrete beams.", *ACI Journal*, 64(3), 128-141.

Kuzmanovic, S. (1998). *An investigation of the shear design of a reinforced concrete box structure*. Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto.

Lubell, A.S. (2006). *Shear in wide reinforced concrete members*. Ph.D Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto.

Marti, P. (1990), "Design of concrete slabs for transverse shear.", *ACI Structural Journal*, 87(2), 180-190.

Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M., Yildiz, E. and Conciatori, D (2012). *EPM3D – V3.1: A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures*, Rapport SR12-03, École Polytechnique de Montréal.

Ozbolt, J. and Eligehausen, R. (1994). Scaling laws in concrete structures. *Fracture and Damage in Quasibrittle Structures*, London.

Reineck, K.H., Kuchma, D.A., Kim, K.S. and Marx, S. (2003). "Shear database for reinforced concrete members without shear reinforcement." *ACI Structural Journal*, 100(2), 240-249.

Rosenblueth, E. (1975). "Point estimates for probability moments. ", *Proc., Nat. Acad. of Sci.*, 72(10), 3812–3814.

Schlaich, J., Schafer, K. and Jennewein, M. (1987). "Toward a consistent design of structural concrete.", *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, 32(3), 74-150.

Weibull, W. (1939). " Phenomenon of Rupture in Solids. " *Ingenioers vetenskaps akademien, Handlingar proceedings*, 153, 1-55.

Yoshida, Y. (2000). *Shear reinforcement for large lightly reinforced concrete members*, Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto.

Chapitre 7 COMPLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES SUR L'EFFET D'ÉCHELLE EN CISAILLEMENT POUR LES TRÈS GRANDES MEMBRURES

7.1. Introduction

L'effet d'échelle en cisaillement a été considéré dans les chapitres 5 et 6 précédents d'un point de vue purement numérique de simulation. La démonstration a été faite dans le cadre de prédiction du modèle numérique (chapitre 6), compte tenu de la "confiance" établie avec le modèle de béton EPM3D validé pour ce genre d'applications (chapitre 5). D'un point de vue V&V, mathématique et statistique, il s'agit d'une approche tout à fait acceptable dans la communauté scientifique. On propose dans ce chapitre de démontrer le même résultat d'un point de vue physique issu de la mécanique de la rupture, suite à l'introduction d'un nouveau modèle méso d'effet d'échelle. Les effets d'échelle en traction et cisaillement sont considérés successivement.

7.2. Modèle méso d'effet d'échelle

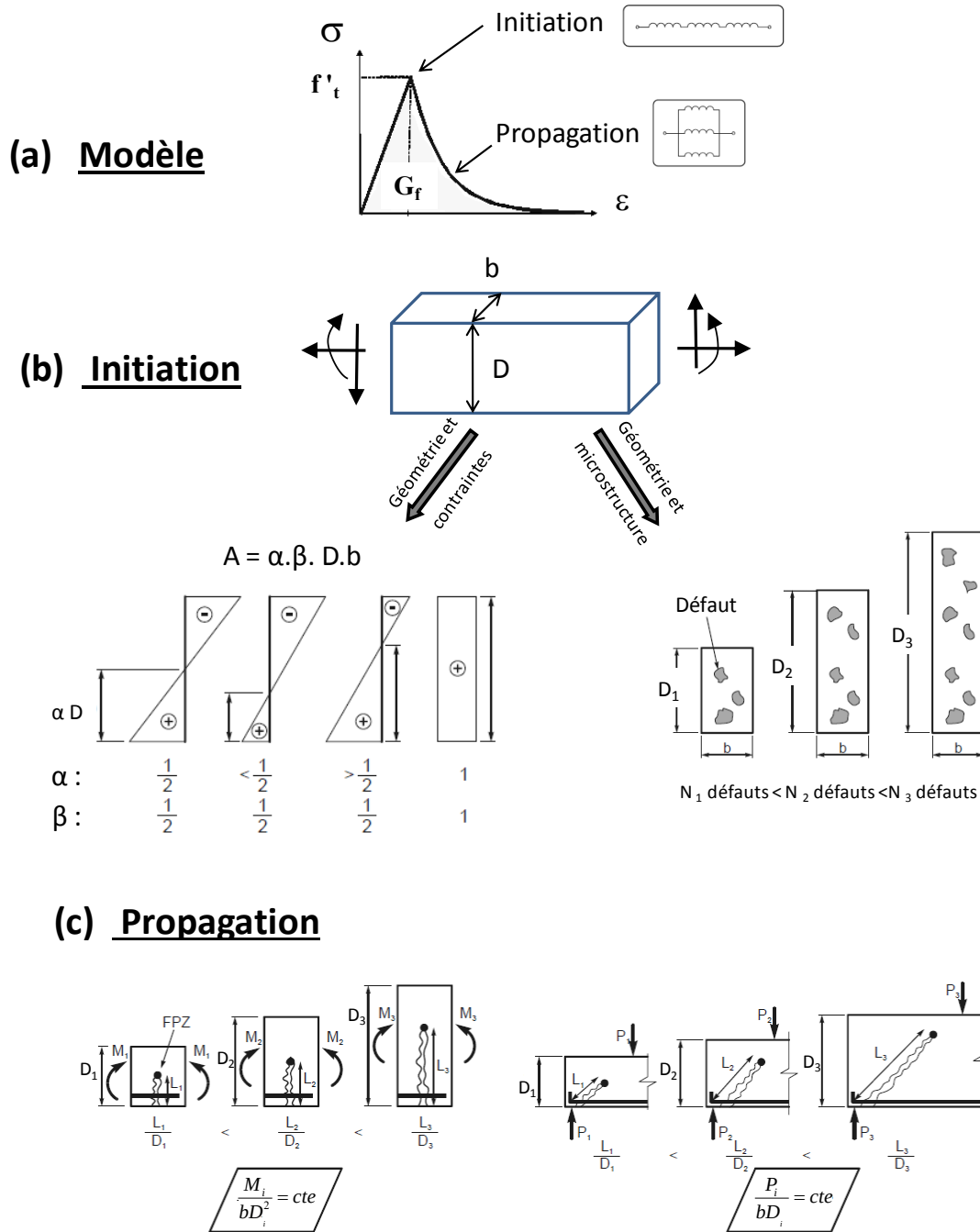


Figure 7.1: Modèle méso d'effet d'échelle

Le modèle d'effet d'échelle est montré à la figure 7.1. La distinction est faite entre initiation et propagation de la fissure au niveau du mode I de fissuration (Figure 7.1a). L'instant d'initiation

correspond à la formation de microfissures qui affaiblissent le matériau dans la direction principale de traction. Le départ de ces microfissures est la zone d'interface granulat- pâte de ciment tel que démontré par des études expérimentales et numériques à l'échelle méso (ex: Schlangen 1993, Lillilu 2007). Ainsi, la résistance en traction f'_t considérée comme caractéristique matérielle pour la communauté macro est liée à *une correspondance entre deux états* (figure 7.1b). Un premier *état de contraintes* linéaire élastique juste avant la fissuration lié au type de chargement de la structure et à sa géométrie. Cet état peut être décrit mathématiquement par le paramètre $A = \alpha\beta bD$ pour l'exemple particulier de poutre. Les termes α et β sont reliés au type de chargement (M, V, N), tandis que b et D sont liés à la géométrie. D'un autre côté, *un état d'hétérogénéité* est lié au matériau en place, décrit par la présence de "défauts". Pour le matériau béton, ces défauts sont l'interface granulat-pâte de ciment. Comme le montre la figure 7.1b, plus la dimension caractéristique de la structure est importante, plus le nombre de défauts est important (considérant le même mélange de béton). Ainsi, la "probabilité" de formation et de branchement des microfissures, donc d'initiation, est plus grande si la taille du spécimen est plus grande, et la zone sollicitée en traction dans l'élément est plus étendue (traction pure : $\alpha = \beta = 1$). Ce cas particulier correspond au cas classique d'une chaîne d'éléments en série et dont la solution a été donnée par la théorie de Weibull pour le cas dimensionnel particulier $n_d = 2$.

En d'autres termes, il est possible de définir d'une manière approximative une résistance *équivalente* en traction du béton qui serait utilisée comme paramètre d'entrée d'un modèle de béton à l'échelle macro. Cette résistance tiendrait compte de l'effet d'échelle statistique d'initiation décrit à la figure 7.1a, considérée comme *minimale* puisqu'elle est liée à l'état de traction pur, et est calibrée à partir des essais de traction pure sur des spécimens de petites tailles. Cette résistance peut être donnée sous la forme suivante:

$$f'_t = f'_{t_ref} \left(\frac{D}{D_{ref}} \right)^{-\frac{n_d}{m}} \quad (7.1)$$

Comme expliqué dans le chapitre 5 de ce travail, n_d est la dimension de similitude du problème, m est le module de Weibull obtenu expérimentalement en traçant la courbe $\log\left(\frac{f'_t}{f'_{t_ref}}\right)$ versus

$\log\left(\frac{D}{D_{ref}}\right)$. L'équation 5.9 proposée au chapitre 5 apparaît donc comme une application directe de l'équation 7.2 plus générale avec: $D_{ref} = 150mm$ et $f'_{t_{ref}} = 0.5\sqrt{f'_c}$.

L'autre partie de l'effet d'échelle est liée à *la propagation* (figure 7.1b). Le réseau de microfissures crée lors de l'initiation converge en une ou quelques fissures macros qui parcourent le spécimen. Ce parcours se fait en consommant une énergie dans les zones d'élaboration de fissures (FPZ) dans lequel les granulats participent activement. Ainsi, les granulats qui jouaient un rôle d'initiateur lors de la première phase (ou plutôt leurs interfaces avec la pâte de ciment), résisteraient maintenant à la propagation de fissures macro. Cet aspect a été démontré numériquement dans les travaux de recherche de Lilliu 2007 en utilisant un modèle de béton méso (*lattice model*) dans lequel les granulats ont été explicitement modélisés. Il a été démontré que pour un même volume, si la densité des particules (ou granulats) augmente, la résistance (pré-pic) diminue, tandis que la ductilité (aire en dessous du post-pic) augmente. De point de vue macro, le paramètre de matériau lié à cette phase de propagation est l'énergie de fissuration G_f . Il a été démontré expérimentalement qu'un effet d'échelle existe pour l'énergie de fissuration G_f (ex: van Vliet et van Mier 2000, Elices et al. 1992, Einsfeld et Velasco 2006). Cet effet d'échelle étant positif (G_f augmente si la taille du spécimen augmente), il serait favorable pour le cas des structures massives en béton armé. De plus, il existe une incertitude au niveau de la littérature concernant son intensité, vu la sensibilité de ce paramètre à cause de la présence d'autres sources possibles de dissipation d'énergie dans le montage expérimental (Guinea et al. 1992) ainsi que l'influence de la méthode de mesure sur les conclusions de l'effet d'échelle (Bazant et Giraudon 2002). À cause de ces différents aspects, l'effet d'échelle lié à l'énergie de fissuration n'a pas été considéré dans cette thèse. Une valeur constante relativement faible a été choisie par hypothèse pour G_f .

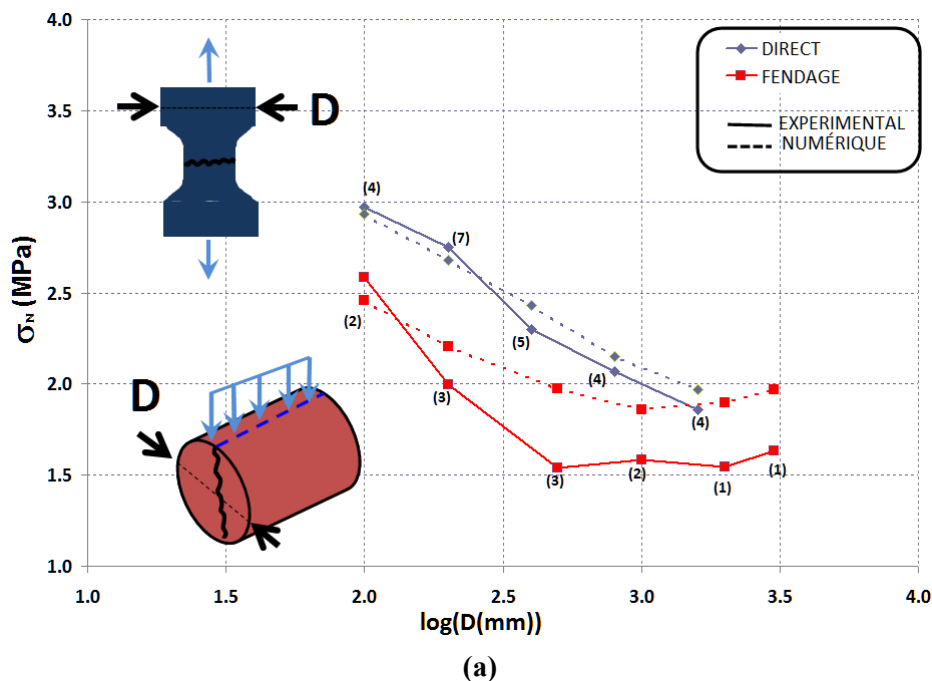
La propagation stable des fissures avant la rupture est possible dans les poutres en béton non armé lorsque la taille du spécimen est comparable à celle de la zone de fissuration FPZ. En béton armé, cette propagation est possible avec la présence de l'armature de flexion comme le montre la figure 7.1c. L'effet d'échelle de propagation est donc possible à ce niveau pour les cas de fissures de flexion et de cisaillement. Pour un même état de chargement, ou une même contrainte

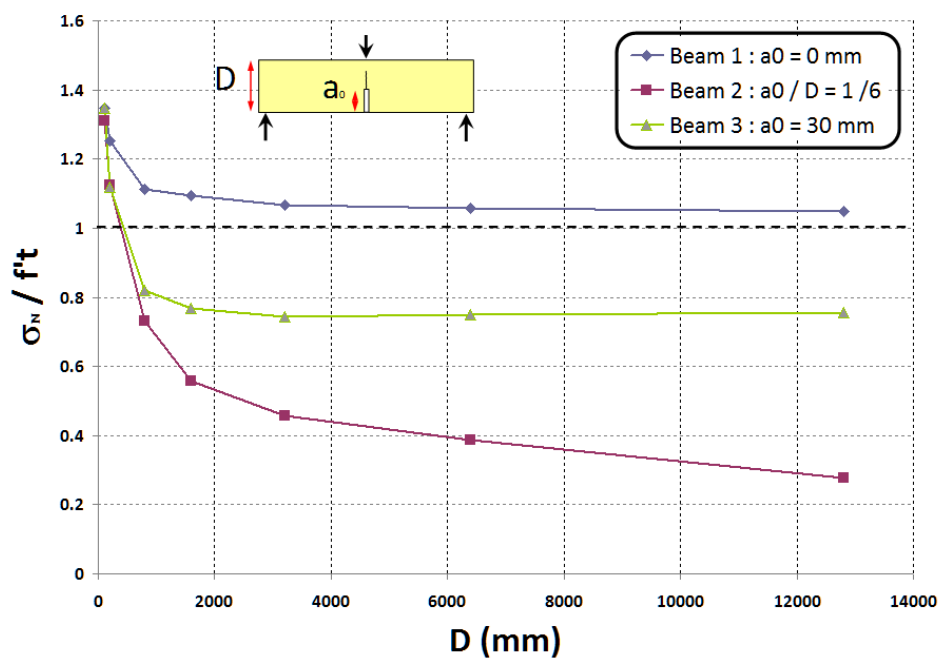
nominale de flexion ou de cisaillement, la longueur de fissure augmente avec la taille du spécimen.

On estime que les deux effets d'échelle d'initiation et de propagation coexistent en réalité dans toutes les structures en béton armé ou non armé. L'effet d'échelle d'initiation est caché par celui de la propagation lorsque la propagation stable de la fissure est possible. Dans le cas contraire, c'est à dire lorsque la rupture se produit suite à l'initiation des premières fissures de traction, l'effet d'échelle statistique lié à l'initiation devient apparent. Ces constatations sont validées par la série de tests suivants réalisés à l'échelle de spécimens pour la traction et flexion en béton non armé et à une échelle plus grande pour la rupture en cisaillement.

7.3. Effet d'échelle en traction

Dans la figure 7.2, on considère trois séries classiques pour l'estimation de la résistance en traction du béton non armé : essai de traction direct, essai de fendage brésilien et essai de flexion de poutre sur trois points. Le modèle de béton EPM3D est utilisé pour les résultats numériques, avec les paramètres G_f et f_t définis au chapitre 5.





(b)

Figure 7.2: Simulations numériques de l'effet d'échelle en traction:
(a) essais de traction direct et brésilien; (b) essais de flexion sur trois points

Les résultats d'essais expérimentaux sont donnés seulement pour les essais de traction directs (van Vliet et van Mier 2000) et de fendage (Hasegawa et al. 1985). Chaque point expérimental représente la moyenne d'un nombre N de réplifications qui est représenté entre parenthèses dans la figure 7.2a. Les contraintes nominales σ_N sont calculées à partir de l'équation 2.2 et du tableau 2.3 (chapitre 2) pour chaque type de test.

Dans la figure 7.2a, la comparaison numérique-expérimental est montrée pour les essais de traction directe et fendage. Pour les deux séries, le modèle numérique semble capter la tendance de l'effet d'échelle obtenue expérimentalement.

Dans la figure 7.2b, la contrainte nominale de rupture divisée par la résistance en traction entrée au modèle non-linéaire est représentée en fonction de la taille du spécimen. Trois cas sont

montrés pour la poutre: sans entaille ($a_0 = 0\text{mm}$), avec entaille de taille fixe ($a_0 = 30\text{ mm}$) et avec entaille de taille proportionnelle ($a_0 = D/6$). Le premier cas correspond au cas le plus courant en conception tandis que le dernier correspond à celui avec une similitude parfaite (Bazant et Planas 1998). Il n'y a pas de courbes expérimentales données pour cette série, mais les résultats concordent bien avec les résultats expérimentaux (Malkov et Kareev 1968, Alexander 1987, Bazant and Pfeiffer 1987) et numériques (Tang et al. 1992, Ozbolt et al. 1994). Pour les cas sans entaille et avec entaille constante, la courbe $\frac{\sigma_N}{f'_t}$ converge vers une valeur constante pour les très

gros spécimens. Pour le cas de similitude parfaite, la courbe continue la descente. Une analyse des résultats montre que l'évolution de la contrainte nominale de rupture est de l'ordre de $D^{-1/2}$ conformément à la théorie de mécanique linéaire de rupture (Bazant et Planas 1998).

Pour le cas particulier de poutre sans entaille, la contrainte nominale de rupture converge vers la valeur entrée de résistance en traction f'_t , ce qui veut dire, que pour de très gros spécimens, la taille de la zone d'élaboration de fissure (FPZ) devient tellement petite par rapport à la profondeur du spécimen que l'instant de rupture correspond à l'instant d'initiation de la première fissure, donc pas de possibilité de propagation stable de la fissure de flexion juste après son initiation.

Ces constatations faites à l'échelle de la résistance en traction vont permettre de comprendre la tendance de l'effet d'échelle en cisaillement pour les très grosses membrures, plus précisément à l'effet d'échelle statistique lié à l'initiation.

7.4. Effet d'échelle en cisaillement

L'effet d'échelle en cisaillement a été considéré pour des poutres sur appuis simples uniformément chargées, en concordance avec la série expérimentale de Iguro et al. 1985. Les résultats ont été montrés sur la figure 6.2 du chapitre précédent. On représente à la figure 7.3 les résultats de fissuration pour 6 poutres correspondant au même niveau de chargement ($\beta = 0.05$). Pour fins de comparaison, la dernière image correspond au profil réel de la fissuration pour le spécimen $D = 3000\text{ mm}$ à l'instant de la rupture.

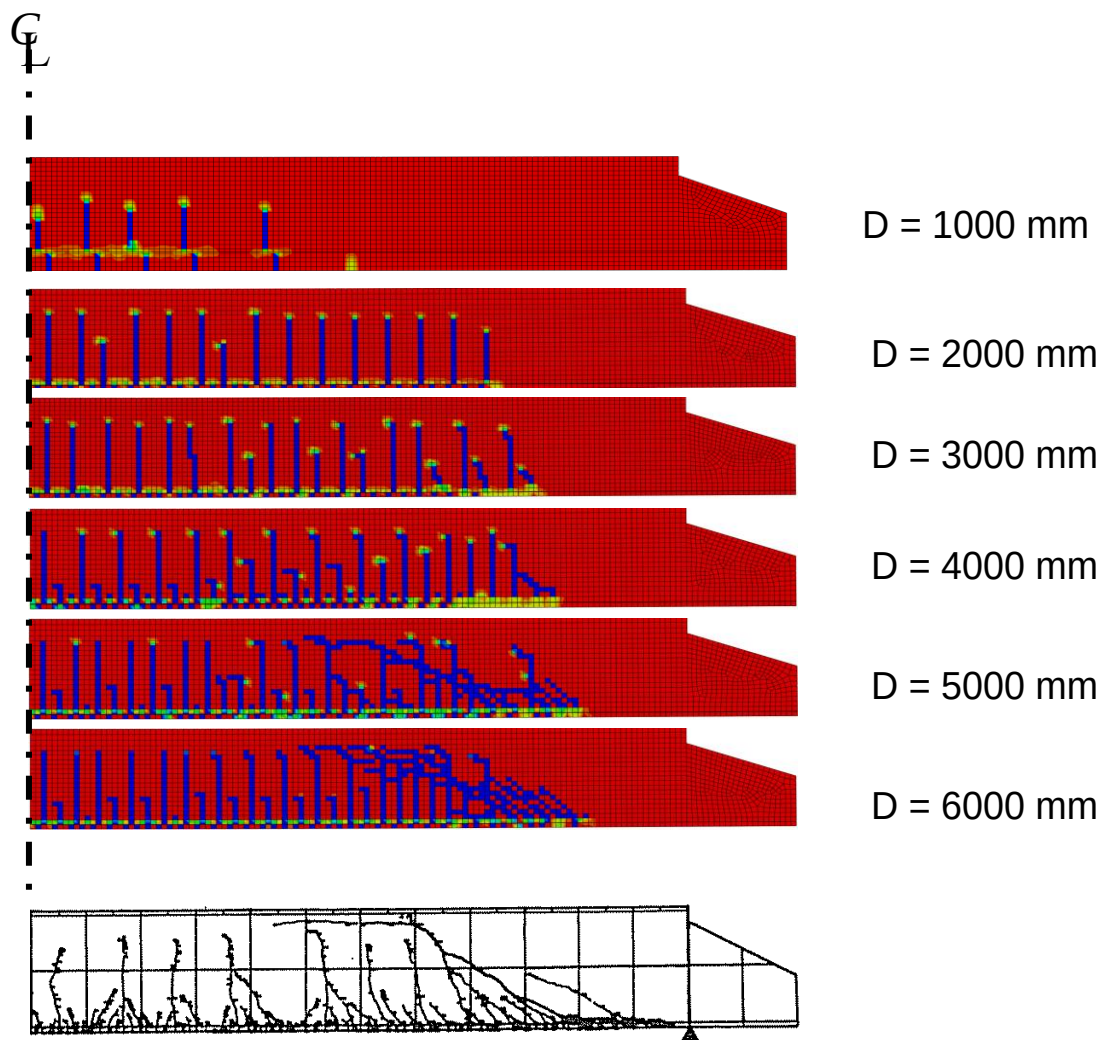


Figure 7.3: Effet d'échelle en cisaillement: patron de fissuration obtenu numériquement pour un même niveau de chargement

L'observation successive des poutres 1000 à 6000 mm donne l'impression d'une série de patrons de fissuration montrés pour une même poutre chargée progressivement : apparition des fissures de flexion en demi portée, rapprochement de ces fissures de l'appui, apparition des fissures de flexion cisaillement, propagation d'une fissure de cisaillement inclinée qui traverse le réseau de fissures créées et qui conduit à la rupture. Il s'agit en fait de l'effet d'échelle lié à la partie propagation comme montré à la figure 7.1c. Cet effet est clairement visible pour les fissures de

flexion au milieu de la portée (extrémité gauche) ainsi que pour les fissures de cisaillement proches de l'appui (extrémité droite).

La rupture de la poutre est liée à l'initiation et la propagation de la fissure de cisaillement dans l'âme de la poutre proche de l'appui. Elle s'initie à mi-hauteur de la poutre et se propage en haut et en bas en forme de 'S'. En absence d'armature de cisaillement, et d'armature de flexion dans la zone de l'âme, la propagation se fait sans résistance de la part d'acier d'armature. La propagation de cette fissure est donc liée au mode de propagation I de mécanique de la rupture tel que montré à la figure 7.1a. Tel que discuté précédemment, la propagation stable est possible si la taille du FPZ est comparable par rapport à la taille du spécimen, et donc un décalage entre l'instant d'initiation et de rupture se fait. Au delà d'une certaine taille du spécimen, la propagation stable n'est plus possible et la rupture se produit tout de suite après initiation de la fissure de cisaillement. À partir de là, l'effet d'échelle lié à la propagation disparaît et c'est l'effet d'échelle statistique lié à l'initiation qui reprend le dessus. Cette situation s'apparente à celle de la poutre 1 montrée à la figure 7.2b dans le cas d'absence d'entaille initiale ($a_0 = 0$), à l'exception faite que la fissure de cisaillement est inclinée. Toute cette argumentation conduit à la conclusion que la tendance de l'effet d'échelle en cisaillement pour les très grandes membrures revient à celle de la résistance en traction. Comme déjà mentionné au chapitre précédent, cette conclusion n'est pas généralisable pour tous les cas de rupture de cisaillement. Il est possible qu'un autre mode de rupture lié à la capacité de la bielle en compression puisse apparaître pour d'autres situations de chargement, d'élancement ratio a/D , de renforcement ρ et de résistance relative acier/béton

$$\frac{f_y}{f'_c}.$$

Chapitre 8 DISCUSSION GÉNÉRALE

L'objectif principal de la thèse est le développement d'une approche rationnelle de conception à l'ultime des structures complexes en béton armé, en utilisant la méthode des éléments finis non-linéaires et les modèles constitutifs de béton. Le domaine des structures massives est pris comme domaine d'application. Afin d'atteindre cet objectif, on a développé successivement trois cadres émergents de la problématique décrite au chapitre 1: cadre de calcul non-linéaire, cadre probabiliste et cadre de vérification et de validation. Cet ordre a dicté la succession des chapitres 3 à 6 de la thèse. On propose dans ce qui suit de faire une revue globale critique de ce travail en suivant un autre ordre, et de parcourir la thèse en considérant les points suivants, relatifs à toute nouvelle approche ou méthodologie: réalité, applicabilité, robustesse et limites.

8.1. Réalité

La "réalité" du béton comme "matériau complexe à cause de son hétérogénéité et comportement hautement non-linéaire" citée dans l'introduction, n'a été que confirmée dans ce travail. Mieux encore, ce travail de doctorat a permis à l'auteur de reconnaître que le béton est "encore plus complexe qu'il ne le pensait"...

Les normes des standards internationaux ou recommandations émises par les comités spécialisés de béton sont une simplification de la réalité et devraient être toujours vues avec œil critique. Cet effort de standardisation et de simplification de la part de la communauté scientifique internationale ne peut qu'être salué. Grâce à cet effort, plusieurs belles structures ont pu être érigées et maintiennent un bon comportement en service, des années même après l'échéance de leur durée de vie prévue. L'évolution souhaitée de la recherche et des codes devrait continuer dans le sens montré à la figure 1.5 de l'introduction: c'est à dire, orientée vers le design optimal, en éliminant progressivement les "couches externes" de conservatisme, tout en préservant le seuil minimal qui est la probabilité de rupture maximale p_{f_max} ou un indice de fiabilité minimal β_{min} .

Cette évolution ne peut se faire sans la connaissance de plus en plus approfondie de ce matériau, menée à la fois expérimentalement et numériquement et qui devrait *idéalement* être menée en parallèle comme discuté au chapitre 5 (figure 5.1). L'idée de remettre en question les résultats expérimentaux, par exemple dans le cas d'un faible nombre de répliques, est fondamentale pour cette évolution. La plupart des références consultées durant la réalisation des travaux présentés dans cette thèse ont calibré ou ajusté leurs modèles numériques en fonction d'un ou quelques tests expérimentaux. Rares sont les références qui ont tenté plutôt de questionner l'expérimental, ne serait-ce qu'en répétant l'expérience avec les conditions aux limites théoriques de leurs modèles (ex: Bentz et Buckley 2005). La "réalité" d'erreur expérimentale aléatoire (appelée aussi erreur non-réductible), mise en évidence par les figures 5.2 et 5.3, est très instructive et elle est à l'origine de l'approche V&V suivie au chapitre 5.

La réalité complexe du "facteur de sécurité" ou "probabilité de rupture" au niveau de la conception apparaît à l'exemple pourtant simple de la poutre doublement encastree considéré au chapitre 4 (exemple 2). Les figures 5.8 et 5.9 reflètent une variation du facteur de résistance en fonction du pourcentage d'armature, du type de modèle, type de distribution considérée et type d'analyse (locale ou globale). Elle renforce l'idée mentionnée aux chapitres 2 et 4 que les structures de nos jours sont conçues pour une probabilité *nominale* et qu'il est impossible de concevoir pour, ou d'estimer la probabilité de rupture *réelle* d'une structure.

La "réalité complexe" du béton se témoigne aussi par la présence de l'effet d'échelle comme caractéristique intrinsèque du matériau. Cet effet, selon certains pionniers de la mécanique de rupture (Bazant et Planas 1998) invaliderait toutes théories de béton basées sur la résistance et serait la raison d'être de la mécanique de la rupture. À cause de cet effet, les propriétés matérielles à l'échelle macro, peuvent être remises en question dans la mesure où elles dépendraient de l'échelle et de la géométrie de la structure.

La question qui se pose alors à ce niveau est la suivante: que faire face à cette complexité?

À la lumière des lectures effectuées à ce sujet depuis les travaux de maîtrise de l'auteur en 2001, trois approches différentes ont été identifiées dans la littérature.

- Première approche : rester dans le matériau et dans le fondamental et développer la théorie constitutive du béton en considérant *tous* les aspects liés à ce matériau: hétérogénéité, variabilité aléatoire, etc. Cette approche fondamentaliste est tributaire de l'avancement de l'outil de calcul, elle insiste sur le côté mathématique beaucoup plus que sur le côté physique. Le domaine d'applicabilité de cette approche est le plus large puisqu'il y a peu d'hypothèses limitatrices émises, mais les exemples d'application sont très limités compte tenu de l'effort numérique demandé. Exemples: modèles méso au niveau de la modélisation du béton, méthodes stochastique ou de Monte Carlo au niveau des méthodes d'analyse.
- Deuxième approche : simplifier le problème et ignorer certains de ces aspects intrinsèques en se basant sur des hypothèses conservatrices. Exemple: codes de conception. En utilisant des hypothèses conservatrices ou en imposant des restrictions, les codes limitent en fait leur domaine d'applicabilité. Exemples: ductilité minimale exigée, armature de cisaillement minimale.
- Troisième approche : adopter une approche intermédiaire progressive qui consiste à intégrer progressivement les complexités du matériau, dans les modèles, méthodes d'analyses, selon l'avancement de la science et surtout des outils de calcul. Cette approche permet aussi progressivement d'élargir le domaine d'applicabilité, au fur et à mesure de l'intégration des complexités.

La démarche suivie dans cette thèse est plus proche de la troisième approche.

8.2. Applicabilité

L'applicabilité est un terme clé pour ce travail. Lors de la rédaction du premier article, il y a quelques années, la question se posait si la méthodologie décrite par la figure 4.11 pouvait être applicable dans le cas industriel réel des structures hydrauliques. En effet, il n'y avait aucune garantie que l'on arrive à avoir un modèle de béton qui puisse donner une faible valeur du coefficient de variation de l'erreur du modèle (V_E) tout en utilisant un nombre minimal de variables indépendantes N , c'est à dire de paramètres d'entrée pour le modèle de béton. En effet, le nombre total d'analyses requises étant $2^N + 1$, la dépendance est presque exponentielle. Le défi

était lancé pour les modèles de béton EPM3D et CDP, pour une structure cible "relativement simple" du domaine des structures hydrauliques qui est le diffuseur et avec un nombre $N = 2$ de paramètres d'entrée. Au fur et à mesure que les analyses de benchmarking (annexe 5.1) avançaient, on pouvait constater la *convergence* des résultats pour EPM3D vers un coefficient de variation proche de 0.15, c'est à dire que les résultats du modèle étaient dans la plupart des cas à 15% près des valeurs expérimentales. Cette convergence permet d'établir un lien de *confiance* entre l'analyste et le modèle de béton pour la structure cible choisie, qui selon l'auteur est *fondamentale* pour la suite de l'exercice de conception, c'est à dire pour les analyses de variabilité de Rosenblueth (branche à gauche de la figure 4.11). Dans les conclusions du premier article, il a été fait mention d'intrusion qualitative possible du concepteur/analyste dans le processus d'évaluation de l'erreur due au modèle de béton. Cette intrusion se manifeste par le processus de filtrage et de sélection décrit dans le deuxième article et qui repose sur une certaine expertise du concepteur/analyste et une confiance qui s'est établie progressivement avec le modèle de béton en parcourant la série des benchmarks de l'échelle du matériau et à l'échelle des structures. Cette notion de confiance est fondamentale puisqu'elle est à la base de toute décision d'ingénierie suite à un exercice de consultation.

Une question pourrait être posée à ce niveau. Dans quelle mesure une valeur de 0.15 est-elle acceptable? La réponse a été brièvement donnée à la conclusion du deuxième article et est développée ici. Le critère d'acceptabilité devrait être basé sur le matériau considéré. Autrement dit, on ne peut pas accepter qu'un modèle de matériau soit plus variable que le matériau lui-même. L'utilisation de toute cette approche sophistiquée perdrait alors son sens dans la mesure où elle deviendrait beaucoup plus conservatrice que le code. La justification quantitative viendrait directement des équations 4.8 et 4.10 du chapitre 4. Le coefficient de variation de la résistance en compression du béton est de l'ordre de 0.15 à 0.20. C'est aussi l'intervalle de variation du coefficient de variation de la résistance en traction (MacGregor 1983). On estime que le coefficient de variation de la résistance (V_R) est inférieur ou égal à 0.15 pour une structure en béton armé. Les études paramétriques du chapitre 6 ont montré que V_R pourrait être encore beaucoup plus bas, à cause de la présence de phénomènes d'amortissement dus à l'hyperstaticité de la structure et des forces de cohésion au front des fissures (ou encore G_f). Si on utilise la valeur

de $\beta = 4.0$ (valeur typique pour les structures en béton armé) dans l'équation 4.8, on obtiendrait d'après l'équation 4.10 :

$$\gamma_G \leq e^{4 \times 0.8 \times \sqrt{2} \times 0.15} \text{ ou encore } \frac{1}{\gamma_G} \geq 0.51 \text{ qui est une valeur un peu plus petite que le coefficient de}$$

tendue ϕ_c du code. Cette valeur est acceptable compte tenu de la complexité de la structure cible considérée et de la possibilité de gain en terme de la résistance moyenne obtenue par le modèle numérique ($\tilde{R}_m$).

Concernant le temps de calcul des analyses non-linéaires, l'approche explicite apporte un avantage en faveur de l'applicabilité de cette approche. Le fait de pouvoir estimer à l'avance les temps de calcul est une condition nécessaire pour que les analyses puissent être faites en milieu industriel. D'après la figure 1.3, le temps d'une itération inclut le temps de prétraitement, analyse et post-traitement. Les logiciels des AANEF sont devenus tellement développés de nos jours que le temps d'une itération se résume à peu près au temps de l'analyse. Même si la notion de temps critique est très dépendante du milieu de travail dans lequel l'ingénieur ou le consultant œuvre, ainsi que du mandat pour lequel l'étude est faite, les critères suivants sont donnés à titre indicatif d'après l'expérience personnelle de l'auteur dans le milieu industriel.

- Moins d'une heure au niveau d'une itération : l'analyse est bonne pour la conception.
- Entre une heure et une demi-journée au niveau d'une itération : le processus commence à devenir lourd. L'analyse est toutefois encore bonne pour la conception.
- Entre une demi-journée et 3 jours : le processus est lourd. L'analyse commence à perdre son utilité pour la conception.
- Plus de 3 jours au niveau d'une itération : le processus est très lourd. L'analyse perd son utilité pour la conception mais elle peut être utilisée pour des fins de vérification et de confirmation d'un design considéré comme quasi-final.

Le calcul parallèle, maintenant disponible avec la version 3.2 de EPM3D, est une véritable révolution dans le domaine du calcul numérique. ABAQUS/Explicit divise le domaine d'analyse en un nombre N_c de cœurs disponibles (*cores*). Le gain en termes de vitesse de calcul est presque proportionnel au nombre de cœurs, avec une légère perte due au nombre d'interfaces entre les

différents sous-domaines pour lesquelles un temps supplémentaire est nécessaire pour l'échange d'informations (ex: accélérations nodales).

À titre d'exemple, le modèle du diffuseur analysé jusqu'à la rupture au chapitre 6 contient plus de 250 000 nœuds. Il nécessite 4 heures pour atteindre la rupture sur une machine 64 bit (12 GIG de RAM) et en utilisant huit cœurs. Le temps total des analyses de Rosenblueth est donc 20 heures. Ce temps est donc considéré lourd pour la conception, mais très acceptable pour la vérification d'un concept ou design préliminaire. Sans le calcul parallèle, le temps requis aurait été de l'ordre de 120 heures, ce qui rend presque inapplicable l'approche proposée.

8.3. Robustesse et limites

La robustesse de cette approche est issue de sa simplicité. Dans les méthodes plus générales de Monte Carlo, le processus de conception est laissé à la machine. En effet, la méthode génère un nombre très grand de points aléatoires issus à la fois de l'espace des charges et de l'espace des résistances afin d'estimer une probabilité de rupture (figure 4.4). Le concepteur n'a aucun contrôle sur le déroulement des calculs et il lui est impossible de détecter les éventuelles erreurs dues au modèle. Dans l'approche considérée utilisant les analyses de Rosenblueth dans l'espace de résistance, le concepteur a le contrôle de la direction de l'analyse dans l'espace des charges (figure 4.3). Le processus de conception ressemble beaucoup au processus conventionnel, exception faite du nombre 2^N d'analyses non-linéaires requises. Comme montré au chapitre 6, les analyses de Rosenblueth ressemblent beaucoup aux analyses paramétriques, qu'un ingénieur devrait normalement faire pour comprendre l'impact des valeurs d'entrée du modèle sur la résistance finale. Vu leur nombre limité, ces analyses permettent aussi de détecter certains comportements physiques qui seraient indétectables si la méthode de Monte Carlo ou autre méthode avaient été utilisées (voir section 6.4 concernant les études paramétriques).

La robustesse de la méthode de Rosenblueth a été démontrée au chapitre 4 puisqu' elle permet d'avoir une bonne estimation des deux premiers moments statistiques de la résistance (moyenne et écart-type) peu importe le type de distribution de la résistance. La limitation dans cette approche n'est pas reliée à la méthode de Rosenblueth, mais plutôt à la forme des équations 4.8 et 4.9 qui assument une distribution normale ou quasi-normale de la résistance. Comme discuté au chapitre 4, cette hypothèse est derrière la quasi-totalité des codes de conception.

L'intégration du processus de V&V à l'intérieur de la méthodologie de design afin d'estimer les propriétés statistiques de l'erreur du modèle (E_m et V_E) est très rassurante en terme de robustesse numérique. La finalité du processus V&V est justement d'avoir des modèles de simulation numériques de plus en plus robustes. Les notions de validation hiérarchique, de quantification des incertitudes dues à l'expérimental ou au modèle numérique, d'expériences de validations sont des notions fondamentales qui ont prouvé leur utilité dans les autres disciplines scientifiques. Malheureusement, et tel que discuté au chapitre 5, certaines de ces notions ne sont pas bien développées dans le domaine des structures en béton. La plus grande limitation à ce niveau est l'absence de réplifications dans le domaine expérimental surtout pour les membrures avec faible pourcentage d'armature, telle que les grandes poutres sans armature de cisaillement.

Pour clore la discussion, on reproduit ci-dessous le résultat d'effet d'échelle en cisaillement pour les membrures uniformément chargées, en rajoutant les résultats basés sur les équations de la méthode simplifiée du code Canadien de béton (CSA A23.3) versions 1994 et 2004. La différence entre les deux versions du code est surprenante. Elle apparaît pour les poutres de plus de 2 m de profondeur et est due à l'exigence de la limite inférieure de la résistance en cisaillement qui était présente dans la version 1994 et éliminée de la version 2004. Comme mentionné aux chapitres 2 et 6, l'effet d'échelle en cisaillement dans le code Canadien est inversement proportionnel à la profondeur de la membrure. Des investigations au près des responsables du code ont montré que le changement du code est dû aux deux derniers points expérimentaux de la série de Iguro et al. 1985, ainsi qu'aux derniers essais réalisés par Yoshida (Yoshida 2000) à l'université de Toronto sur des poutres de 2m de profondeur. Les prédictions du modèle numérique montrent une tendance intermédiaire entre les deux versions du code. Sachant le faible nombre de répétitions de ces essais (1 seule expérience par point), les discussions faites sur les figures 5.2 et 5.3 au chapitre 5 sur la variabilité intrinsèque du béton, et le fait que les équations du code sont basées sur la résistance, il est clair que les résultats du modèle numérique sont plus robustes que les résultats du code. Le changement important des résultats du code d'une version à une autre qui est indétectable pour les membrures conventionnelles de moins de 2m de profondeur, reflète la réalité dure que le domaine des structures massives en béton armé est un domaine "hors norme" tel que mentionné à l'introduction...

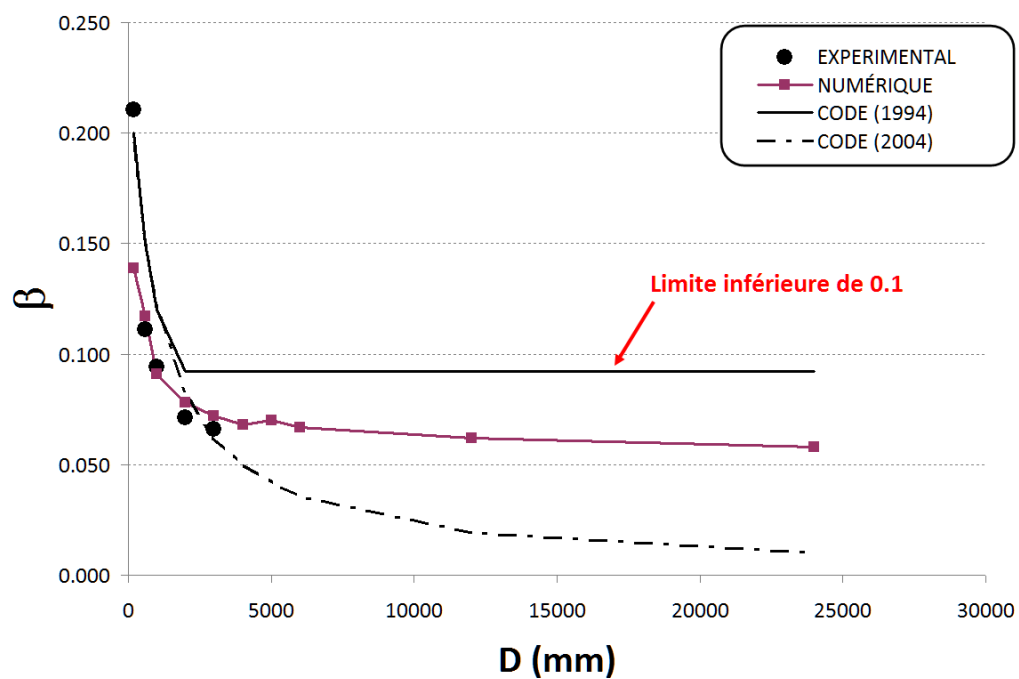


Figure 8.1: Comparaison de la tendance de l'effet d'échelle en cisaillement entre expérimental numérique et code

Chapitre 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Ce chapitre vise à compléter les conclusions émises dans les articles 1 à 3 et non à les répéter. Le lecteur est invité à relire, avant d'aborder ce chapitre, les conclusions des chapitres 4 à 6.

L'utilisation d'outils sophistiqués tel que les éléments finis non-linéaires, dans le domaine des structures en béton a généralement été écartée du milieu industriel. La difficulté de la mise en œuvre de telles analyses pour les structures complexes constitue le premier obstacle : temps de calcul important par rapport aux analyses linéaires, taille énorme des modèles, calcul et problèmes de convergence liés à la fissuration du béton. De plus, la présence d'alternatives de conception et l'absence d'efforts pertinents au niveau de la littérature pour le passage des résultats de ces analyses jusqu'au dimensionnement et au calcul final des armatures ont largement contribué à l'intérêt mitigé pour de telles analyses coûteuses.

Ce projet de recherche peut être inséré dans un cadre plus global, celui de l'intégration de cet outil dans le processus de conception ou d'évaluation des structures non conventionnelles et irrégulières en béton. Il s'agit d'un sujet d'actualité dans le domaine de génie civil dans la mesure où les besoins industriels de tels outils sont énormes. En conception, les propriétaires d'ouvrages cherchent à réduire les coûts liés à la construction de leurs ouvrages et donc à optimiser la conception. En évaluation, les propriétaires sont de plus en plus questionnés sur la fiabilité de leurs ouvrages face aux dégradations des matériaux et aux nouvelles restrictions des codes et normes en vigueur.

Dans ce travail, l'état limite ultime a été considéré dans une perspective de conception, et le domaine des structures massives en béton armé a été considéré comme domaine d'application. La méthodologie décrite dans ce projet est assez générale pour qu'elle puisse être intégrée dans un processus de conception de nouvelles structures ou d'évaluation de structures existantes en béton armé ou non armé. La simplicité, l'applicabilité et la robustesse de l'approche ont été démontrés tout au long de ce rapport.

Certaines des capacités de l'outil non-linéaire ont été brièvement montrées au chapitre 6 d'applications: les capacités de prédiction, d'optimisation et d'évaluation de paramètres de conception. Compte tenu des applications faites jusqu'à présent dans le cadre de cette thèse ou dans le cadre industriel plus large, dans lequel l'auteur est actif depuis une dizaine d'années, l'outil non-linéaire est très prometteur. Il est encore trop tôt pour dire si cette nouvelle génération d'outils va conduire à des structures moins coûteuses, parce que l'état de service n'est pas encore bien couvert. Ce dont on est sûr jusqu'à présent, c'est que cette nouvelle génération d'outils va aboutir à des structures plus performantes en service et à l'ultime et beaucoup moins coûteuses si c'est l'ultime qui gouverne. Ces outils mèneront à une meilleure compréhension des ouvrages complexes, à une meilleure extrapolation des exigences des codes existants et probablement à des changements fondamentaux de concept de design. Cette nouvelle génération d'outils nécessitera une nouvelle génération d'ingénieurs à l'aise avec l'outil informatique, bien informés des caractéristiques et mécanismes de résistance du béton, conscients des limites des codes de conception, des modèles numériques et des essais expérimentaux et surtout dotés d'un sens critique.

L'utilisation de l'approche explicite et la possibilité du calcul parallèle sont deux éléments clés qui vont rendre l'utilisation de l'outil non-linéaire encore plus abordable. L'intégration du modèle de béton EPM3D dans le logiciel ABAQUS/Explicit et l'évolution suivie par EPM3D au cours des dernières années ont abouti à un véritable outil de prédiction pour les structures en béton armé. Une base de données incluant plus d'une vingtaine de tests de vérification et une soixantaine de tests de validations (benchmarks) a été créée et intégrée dans un processus automatisé de vérification et de validation. Cette base de données pourra être enrichie par d'autres tests pertinents couvrant d'autres domaines d'application, ce qui permettra de rendre le modèle EPM3D encore plus performant.

L'effet d'échelle statistique présent au niveau du matériau a été discuté dans cette thèse. La séparation entre cet effet aléatoire et l'effet déterministe lié à l'énergie de fissuration a pu être faite à l'aide de la série de tests réalisés sur des spécimens en traction de van Vliet et van Mier (2000). Tel que discuté au chapitre 7, ces deux effets ont été attribués, selon notre compréhension, aux parties initiation et propagation du mode I du béton. Ceci a conduit à

l'introduction d'une équation simplifiée de la résistance en traction équivalente pouvant être utilisée comme paramètre d'entrée aux modèles macro de béton, et basée sur la théorie statistique de Weibull. La variation de la résistance en traction en fonction de la taille caractéristique est importante pour l'exemple des structures massives en béton, puisque elle impliquerait (selon l'équation 7.1) que la résistance en traction utilisée pour une dalle conventionnelle de plancher de bâtiment serait 60 % plus élevée que celle du plafond de la prise d'eau montré sur la figure 3.19.

À la lumière des discussions faites dans le chapitre précédent ainsi que des chapitres antérieurs, les limites et perspectives suivantes peuvent être notées:

- La restriction faite sur le type de la distribution de la résistance au chapitre 4, pourra être enlevée si plus de points d'analyses sont considérés et d'autres types de méthodes probabilistes sont considérés. On estime que ce passage pourra être prochainement fait, grâce à la possibilité du calcul parallèle maintenant possible et à l'évolution en cours des machines multi-processeurs et des processeurs multi-cœurs. La famille des méthodes probabilistes mixtes citée au chapitre 4 serait le bon candidat pour cette prochaine étape.
- L'importance de l'effet d'échelle statistique a été mise en évidence dans cette thèse, notamment pour les très grandes poutres en cisaillement. Cet effet mériterait plus d'attention expérimentalement et numériquement. Du point de vue expérimental, et selon notre compréhension, la série de tests de van Vliet et van Mier est pratiquement la seule capable d'isoler cet effet. Une autre série expérimentale pourrait être faite en éliminant l'excentricité qui a été laissée dans le test original et en optimisant la forme afin de réduire l'effet de concentration des contraintes du à la forme du spécimen (coefficient α de 1.49 du chapitre 5). Les paramètres expérimentaux suivants pourront être considérés: effet de profondeur ou d'ordre de similitude (2D ou 3D), densité et taille maximale d'agrégat du mélange de béton. De point de vue numérique, la figure conceptuelle de la figure 7.2 pourra être considérée sur des exemples simples de poutres ou tirants et en considérant une variabilité aléatoire des matériaux avec une distribution de Weibull. Les effets de l'excentricité de la traction et de la profondeur du spécimen pourront être considérés. Ces

efforts expérimentaux et numériques pourront mener à une expression plus générale de la résistance équivalente en traction.

- L'effet d'échelle en cisaillement pourra être considéré numériquement avec le modèle EPM3D pour d'autres géométries et conditions de chargement (ex: poutres profondes, charge ponctuelle). La tangente horizontale qui aurait lieu pour la figure 6.2 sans la considération de l'effet d'échelle statistique (en utilisant une résistance en traction constante) pourrait être estimée théoriquement en combinant les analyses par éléments finis linéaires et utilisant les principes de la mécanique linéaire de la rupture pour un matériau fragile, de la même manière que le coefficient α a été estimé au chapitre 5. Vu la divergence entre la version actuelle du code Canadien et les prédictions numériques, et vu l'impact économique possible du plafonnement de l'effet d'échelle en cisaillement dans le domaine des structures hydrauliques, il serait important d'ajouter d'autres points expérimentaux à la série de Iguro et al. (1985) (figure 6.2). On recommande d'ajouter deux points pour $D = 4000$ mm et $D = 5000$ mm, avec un nombre de répliques minimum de 3 pour chaque point.
- Vu l'impact du paramètre d'entrée G_f sur les modèles des structures massives en béton au niveau de l'amortissement et réduction du coefficient de variation de la résistance (tel que trouvé à la section 6.2), il serait bon d'étudier expérimentalement la variabilité de ce paramètre et de l'inclure comme paramètre additionnel dans la méthode de Rosenblueth afin de voir son influence sur le coefficient global de résistance. Une introduction de l'effet d'échelle (positif) présent dans G_f dans les simulations numériques de la figure 6.2 pourrait changer la tendance de l'effet d'échelle en cisaillement pour les très grandes membrures. L'intensité de cet effet étant encore mal cernée, on recommande une série d'investigations numériques et expérimentales afin de le quantifier.
- L'effet du pourcentage d'armature dans l'âme des poutres sur la variabilité de la résistance, détecté à la figure 5.2 pour l'exemple de la série de MacGregor et Rogowsky devrait être investigué d'avantage avec d'autres séries expérimentales puisqu'il permet d'avoir un bon jugement sur les résultats expérimentaux des grandes poutres sans étriers.

- Les bons résultats obtenus avec EPM3D pour la simulation des ruptures en cisaillement amènent des questions relatives à l'origine des mécanismes de résistance contre cette rupture, sachant que le modèle tient compte uniquement du mode I de rupture. Ceci vient à l'encontre de la méthode générale qui est à la base des équations de résistance en cisaillement du code Canadien et qui attribue la résistance en cisaillement principalement à l'effet d'engrènement à l'interface des fissures inclinées de cisaillement, c'est à dire au mode II. Les résultats trouvés par EPM3D viennent en fait confirmer les conclusions de recherches expérimentales sur les fissures en cisaillement qui remettent en question l'importance du mode II (ex: Nooru 1992, Schlangen et van Mier 1991). L'évaluation de l'importance relative des modes I et II dans la rupture de cisaillement est fondamentale à notre avis puisqu'elle peut changer la philosophie de la conception en béton armé.

RÉFÉRENCES

- ACI Committee 207. (1995). *Effect of Restraint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking in Massive Concrete*. American Concrete Institute, 3-8.
- Alexander, M. (1987). *Data from tests on notched concrete beams*. Private communication, University of Witwatersrand, Johannesburg.
- American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). (1998). *Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations*, AIAA-G-077-1998, Reston.
- American Nuclear Society (ANS). (1987). Guidelines for the verification and validation of scientific and engineering computer programs for the nuclear industry, ANSI/ANS-10.4-1987.
- Babuska, I., et Oden, J. T. (2004). "Verification and validation in computational engineering and science: Basic concepts." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(36-38), 4057-4066.
- Barenblatt, G.I. (1962). "The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture." *Advances in Applied Mechanics* 7, 55–129.
- Bazant, Z.P. et Bhat, P. D. (1976). "Endochronic theory of inelasticity and failure of concrete." *Journal of engineering Mechanics Division, ASCE*, 102, 701-722.
- Bazant, Z. P. (1976). "Instability, ductility, and size effect in strain softening concrete." *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 102(2), 331-344.
- Bazant Z.P. et Oh, B. (1983). "Crack band theory for fracture of concrete.", *RILEM Materials and Structures*, 16, 155-177.

Bazant, Z.P., Kazemi, M. T., Hasegawa, T., et Mazars, J. (1991). "Size effect in Brazilian split-cylinder Tests: Measurements and fracture analysis." *ACI Materials journal*, 88(3), 325-332.

Bazant, Z. P., et Kazemi, M. T. (1991). "Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups." *ACI Structural Journal*, 88(3), 268-276.

Bazant, Z.P. et Planas, J. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press, Boca Raton and London, 1998.

Bazant, Z.P. et Giraudon, E. B. (2002). "Statistical prediction of fracture parameters of concret and implications for choice of testing stadard." *Cement and concrete research*, 32, 529-556.

Bathe, K. J. et Ramaswamy, S. (1979)."On three-dimensional nonlinear analysis of concrete structures." *Nuclear Engineering and Design*, 56, 385-409.

Ben Ftima, M. et Massicotte, B. (2004). *Introduction du modèle de Bouzaiene et Massicotte (1995) dans ABAQUS (Version 6.4.1 Standard et Explicit)*. Rapport interne, École Polytechnique de Montréal.

Ben Ftima M. (2005). *Comparaison des trois logiciels d'éléments finis: ANSYS, ADINA et ABAQUS*. Rapport interne, École Polytechnique de Montréal.

Bentz, E.C. et Buckley, S. (2005)."Repeating a classic set of experiments on size effect in shear of members without stirrups." *ACI structural journal*, 102, 832-838.

Bhattacharjee, S. S. (1993). *Smeared fracture analysis of concrete gravity dams for static and seismic loads*. Ph.D Thesis, McGill University.

Bouzaïène, A. et Massicotte, B. (1995). *Caractérisation et modélisation du comportement non linéaire d'éléments en béton armé et non armé sous sollicitations multiaxiales*. École Polytechnique de Montréal, Rapport No EPM/GCS-1995-13.

Bouzaïene, A. et Massicotte, B. (1997). "Hypoelastic tridimensional model for non proportional loading of plain concrete." *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 123(11), 1111-1120.

Canadian Standards Association (CSA). (1994). *Design of concrete structures*. CSA standard A23.3-94, Toronto.

Canadian Standards Association (CSA). (2004). *Design of concrete structures*. CSA standard A23.3-04, Toronto.

Canadian Standards Association (CSA). (2006). *Canadian Highway Bridge Design Code CAN/CSA-S6-06*. Canadian Standards Association, Toronto.

Carpinteri, A. (1994). "Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties." *Mechanics of Materials*, 18(2), 89-101.

Chen W.F. *Plasticity in reinforced concrete*, McGraw- Hill, New York, 1982.

Comite Euro-International du Béton (CEB-FIP). (1993). *CEB-FIP Model Code 1990 – Design code*, Thomas Telford, London.

Collins, M.P. et Kuchma, D. (1999). "How safe are our large lightly reinforced concrete beams, slabs and footings." *ACI Structural Journal*, 96 (4).

Crisfield, M. A. (1980). "Fast incremental iterative solution procedure that handles snap-through." *Computers and Structures*, 13(1-3), 55-62.

Dahlblom, O. et Ottosen, N. S. (1990). "Smeared crack analysis using generalized fictitious crack model." *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 116, 55-76.

De Borst, R. (1987). "Computation of post-bifurcation and post-failure behavior of strain-softening solids." *Computers and Structures*, 25(2), 211-224.

Defense Modeling and Simulation Office, United States Department of Defense (DMSO) (1996). *Verification, Validation, and Accreditation*. DoD Instruction 5000.61, www.dmsomil/docslib.

Det Norske Veritas AS (DNV). (2012). *Offshore concrete structures*. DNV-OS-C502, Norway.

Dhanasekar, M., et Haider, W. (2008). "Explicit finite element analysis of lightly reinforced masonry shear walls." *Computers and Structures*, 86(1-2), 15-26.

Dougill, T. W., Law, J. C. et BURT, N. J. (1977). "Towards a theoretical model for progressive failure and softening in rock, concrete and similar materials." *Mechanics in engineering*, Univeristy of Waterloo Press, 335-355.

Dugdale, D.S. (1960). "Yielding of steel sheets containing slits." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8, 100–108.

Einsfeld, R. A. and Velasco M.S.L. (2006). "Measurement of the ratio G_F/G_f for numerical analysis of concrete structures." *Latin american journal of solids and structures*, (3), 361-376.

Elices, M., Guinea, G.V. et Planas, J. (1992). "Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: 3 - influence of cutting the P- δ tail." *Materials and Structures*, (25) 327-334.

Elwi, A. E. et Murray, D. W. (1979) "Shearing strength of reinforced concrete slabs." *ACI journal*, vol 53, 29-58.

Fafard, M. et Massicotte, B. (1993) "Geometrical interpretation of the arc-length method." *Computers and Structures*, 46, 603-615.

Federal Energy Regulatory Commission (FERC). (2002). *Engineering guidelines for the evaluation of hydropower projects*. Department of Energy, Washington.

Feenstra, P. H. et de Borst, R. (1995)."Constitutiv model for reinforced concrete." *Journal of engineering mechanics division, ASCE*, 12, 587-595.

Ghavamian, S., Carol, I., et Delaplace, A. (2003). "Discussions over MECA project results." *Revue Européenne de Génie Civil*, 7(5), 543-581.

Guinea, G.V., Planas, J. et Elices, M. (1992)."Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 1- Influence of experimental procedures." *Materials and Structures*, 25, 212-218.

Han, D. J. et Chen, W. F. (1985)."A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials." *Mechanics of materials*, 4, 283-302.

Hasegawa, T., Shioya, T. et Okada, T. (1985). "Size effect on splitting tensile strength of concrete." *Proceedings of Japan concrete institute*, 7th conference, Tokyo, Japan, 309-312.

Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. et Sorensen, E. P. (2010). *ABAQUS version 6.10, finite element program*, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I.

Hillerborg, A., Modeer, M. et Petersson, P.E. (1976). "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements.", *Cement and Concrete Research* 6, 773–782.

Hsieh, S. S., Ting, E. C. et Chen, W. F. (1982). "A plasticity-fracture model for concrete." *International journal of solids and structures*, 18, 181-197.

Iguro, M., Shioya, T. Nojiri, Y. et Akiyama H. (1985). "Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load." *Concrete library of JSCE*, 5, 137-154.

Ingraffea, A. R. et Saouma, V. (1985). "Numerical modeling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete." *Fracture mechanics of concrete*, Martinus Nijhoff publishers, Dordrecht, 171-222.

Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). (1984). *Standard dictionary of electrical and electronics terms*. ANSI/IEEE Std 100-1984.

Kani, G. N. J. (1967). "How safe are our large reinforced concrete beams." *ACI Journal*, 64(3), 128-141.

Kostovos, M. D. (1980). "A mathematical model of the deformation behavior of concrete under generalized stress based on fundamental material properties." *Materials and Structures*, RILEM, 13, 289-298.

Kupfer, H.B., Hillsdorf, H.K. et Rusch H. (1969). "Behavior of concrete under biaxial stress." *ACI Journal*, 66, 356-366.

Lee, J. et Fenves, G.L. (1998). "A plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures." *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 124, 892–900.

Lilliu G. (2007). *3D analysis of fracture processes in concrete*. Thèse de doctorat, Université Delft, Hollande.

Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. et Onate, E. (1989). "A plastic-damage model for concrete". *International Journal of Solids Structures*, 25, 299–326.

MacGregor, J.G. (1976). "Safety and limit states design for reinforced concrete." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 3, 484-513.

Malkov, K. et Karavaev, A. (1968). "Abhängigkeit der Festigkeit des Betons auf Zug bei Biegung und ausmittiger Belastung von den Querschnittsabmessungen." *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden*, 17(6), 1545-1547.

Massicotte, B., Elwi, A.E. et MacGregor, J.G. (1988). *Analysis of concrete panels*, Structural engineering report No 161, Department of civil engineering, University of Alberta, Edmonton, Canada.

Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M. et Yildiz, E. (2007). *EPM3D – A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures*, Rapport SR07-10, École Polytechnique de Montréal.

Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*, (2nd ed.), John Wiley & Sons, Chichester, 2001.

Ngo, D. et Scordelis, A.C. (1976) "Finite element analysis of reinforced concrete beams." *Journal of the American Concrete Institute*, 64(3), 152-163.

Nour, A. Ben Ftima, M. et Massicotte, B. "A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures. Part I: Theoretical background", Submitted for possible publication to the *Journal of Structural Engineering*, ASCE, October 2005.

Nooru, E. (1992). *Mixed-mode fracture of concrete: an experimental approach*. Thèse de doctorat, Université Delft, Pays-Bas.

Pramono, E. et Willam, K. J. (1989). "Fracture energy-based plasticity formulation of plain concrete." *Journal of engineering mechanics division, ASCE*, 115, 1183-1204.

Prinja, N. K., Shepherd, D. et Curley, J. (2005). "Simulating structural collapse of PWR containment." *Nuclear Engineering and Design*, 235(17-19), 2033-2043.

Prior, A. M. (1994). "Applications of implicit and explicit finite element techniques to metal forming." *Journal of Materials Processing Technology*, 45(4), 649-656.

Rashid, Y.R. (1968). "Analysis of prestressed concrete pressure vessels." *Nuclear Engineering and design*, 7(4), 334-344.

Rebelo, N., Nagtegaal, J. C., Taylor, L. M., et Passman, R. (1992). "Comparison of implicit and explicit finite element methods in the simulation of metal forming processes." *Proceedings of the 4th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes - NUMIFORM '92*, Valbonne, France.

Riks, E. (1979). "Incremental approach to the solution of snapping and buckling problems." *International Journal of Solids and Structures*, 15(7), 529-551.

Rots, J. G. (1988). "Computational modeling of concrete fracture." Thèse de doctorat, Université Delft, Delft, Pays-Bas.

Schlangen, E. et van Mier, J.G.M. (1991). "Boundary effects in mixed mode I and II fracture of concrete." *Fracture processes in concrete, rock and ceramics, vol II, Chapman & Hall Publishers, London/New York*, 705-716.

Schlangen, E. et van Mier, J.G.M. (1992). "Simple Lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials." *Materials and Structures*, 25, 534-542.

Schlangen E. (1993). *Experimental and numerical analysis of fracture processes in concrete*. Thèse de doctorat, Université Delft, Pays-Bas.

Schlaich, J., Schafer, K. et Jennewein, M. (1987). "Toward a consistent design of structural concrete." *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, 32(3), 74-150.

Schlesinger S. (1979). "Terminology for model credibility." *Simulation*, 32(3), 103–104.

Shah S. P. et McGarry F. J. (1971), "Griffith Fracture Criterion and Concrete" *ASCE, J of Eng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 97, No. EM6, pp. 1663-1676. 13.

Shah, S. P., Swartz, E.S. et Ouyang, C. *Fracture mechanics of concrete*. John Wiley and sons, Toronto, Canada, 1995.

van Mier, J.G.M (1986). "Multiaxial strain softening of concrete, Part I: Fracture" *Materials and Structures*, Rilem, 19, 179-190.

van Vliet, M.R.A, et Van Mier, J.G.M., (2000). "Experimental investigation of size effect in concrete and standstone under uniaxial tension." *Engineering fracture mechanics*, 65, 165-188.

Vecchio, F. J. et Collins, M. P. (1986). "Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear." *ACI Journal*, 83(2), 219-231.

Weibull, W. (1939). "Phenomenon of Rupture in Solids." *Ingenioers vetenskaps akademien*, Handlingar proceedings, 153, 1-55.

Willam, K.J. et Warnke, E. P. (1975). "Constitutive model for triaxial behavior of concrete." *IABSE Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses*, ISMES, IABSE Proceedings, 19, Bergamo, Italy.

Wittmann, F.H. (1983). *Structure and mechanical properties of concrete*, The Architectural Report of the Tohoku University, 22, 93-112.

Yoshida, Y. (2000). Shear *reinforcement for large lightly reinforced concrete members*, Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto.