



**Titre:** Conception axiomatique des joints hybrides à recouvrement simple  
Title: en matériaux composites

**Auteur:** Marc Ouellet  
Author:

**Date:** 2013

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Ouellet, M. (2013). Conception axiomatique des joints hybrides à recouvrement simple en matériaux composites [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1153/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1153/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Aurelian Vadean  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONCEPTION AXIOMATIQUE DES JOINTS HYBRIDES À RECOUVREMENT  
SIMPLE EN MATÉRIAUX COMPOSITES

MARC OUELLET  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
JUN 2013

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONCEPTION AXIOMATIQUE DES JOINTS HYBRIDES À RECOUVREMENT  
SIMPLE EN MATÉRIAUX COMPOSITES

présenté par : OUELLET Marc

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. TROCHU François, Ph.D., président

M. VADEAN Aurelian, Doct., membre et directeur de recherche

M. BOUKHILI Rachid, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Tout d’abord, je souhaite remercier mon directeur de recherche Aurelian Vadean qui m’a dirigé, soutenu et grandement aidé lors de la réalisation de ce projet.

Je remercie spécialement M. Rachid Boukhili et M. François Trochu, professeurs à Polytechnique de Montréal pour avoir accepté de faire partie du jury d’évaluation de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier Guillaume Biron pour son aide pour l’utilisation du logiciel ANSYS APDL ainsi que son support lors de mes travaux liés aux méthodes d’optimisation et aux plans d’expériences.

Je me dois aussi de remercier Samuel Brossard-Pellerin pour sa collaboration dans le cadre d’un projet UPIR. Son travail fut grandement apprécié pour l’avancement des tâches liées au modèle analytique.

Je veux aussi remercier tous mes collègues qui m’ont donné de leur temps afin de discuter de mon projet. Je tiens principalement à remercier Simon Dulong, Armin Hadadian, Maxime Lapalme, Lionel Michel, Laurent Rousseau et François Torrent.

Finalement, je remercie mes parents et amis pour leur support et leurs encouragements lors de mes études. Je remercie principalement Marie-Line pour son soutien au quotidien.

À toutes les autres personnes qui m’ont aidé dans mes études et qui ne sont pas mentionnées dans ces lignes, merci.

## RÉSUMÉ

La minimisation du poids étant un objectif primordial pour l'industrie de l'aéronautique et de l'automobile, les matériaux composites sont des éléments importants de la conception des composantes mécaniques puisqu'ils possèdent une résistance élevée par rapport à leur masse. Lorsque ceux-ci sont utilisés afin de concevoir des structures complexes, il est souvent impossible de les concevoir en une seule pièce, ce qui nécessite l'utilisation de joints. Ces joints introduisent des discontinuités dans la répartition des contraintes à l'intérieur des composantes et sont souvent des sites de concentration de contraintes. Par conséquent, ils peuvent limiter les performances d'une structure, en plus d'en augmenter la masse de façon significative suite à l'utilisation d'éléments d'assemblages mécaniques tels que des boulons ou des rivets. C'est pourquoi les joints collés sont de plus en plus populaires car ceux-ci sont beaucoup plus légers que les joints boulonnés ou rivetés en plus d'être souvent plus rigides. Malheureusement, il est très difficile d'inspecter un joint collé pour en identifier les défauts car la présence de fissures dans l'adhésif ne peut être observée à l'oeil nu. C'est pourquoi, en aéronautique, ce type de joints n'est pas accepté pour des applications structurales par les autorités de certification. Pour palier à ce problème, l'utilisation de joints hybrides, c'est-à-dire des joints utilisant un adhésif et des éléments de fixations mécaniques, sont de plus en plus populaires. Par contre, ces joints sont souvent très peu optimisés suite à un manque de connaissances des interactions entre les méthodes d'assemblages utilisées.

L'objectif principal de ce travail est de proposer une nouvelle méthodologie de conception des joints hybrides. Pour ce faire, des outils d'analyses performants permettant d'améliorer la compréhension du comportement des joints hybrides lorsque soumis à un effort externe ont été mis en place. Une meilleure compréhension des interactions entre les paramètres du joint était aussi requise.

Afin d'approfondir nos connaissances sur le sujet, une revue de littérature a été réalisée. Celle-ci a été structurée afin de mettre l'emphasis sur le comportement des joints hybrides à recouvrement simple lorsque soumis à une force externe en traction. Suite à cette revue de littérature, une analyse de la répartition des contraintes à l'intérieur du joint a été réalisée à l'aide de la méthode des éléments finis. Le modèle et les résultats obtenus ont été comparés avec ceux de deux articles afin de valider la qualité de la représentation. Par la suite, une modification a été apportée à un modèle analytique existant afin d'y ajouter la précontrainte des boulons. Ces deux modèles, soit le modèle d'éléments finis et le modèle analytique, ont

ensuite été utilisés dans le but d'effectuer une étude de sensibilité à l'aide de la méthode des plans d'expériences statistiques. Pour effectuer cette analyse, un modèle de krigeage a été utilisé afin de réduire le temps de calcul. Finalement, les joints hybrides à recouvrement simples ont été analysés grâce à la conception axiomatique afin de proposer de nouvelles approches de conception.

Les résultats de ces travaux peuvent être séparés en trois parties. Premièrement, un modèle analytique identifié dans la revue de littérature a été amélioré afin de prendre en considération la précontrainte des boulons. Les résultats obtenus sont satisfaisants à l'intérieur des limitations du modèle initial. Celui-ci ne considère pas le comportement non-linéaire des matériaux des joints analysés. L'analyse de sensibilité réalisée à partir du modèle analytique et du modèle par éléments finis a permis d'identifier l'influence des paramètres du joint sur ses performances mécaniques. Il est à noter que la largeur du joint est l'un des paramètres les plus importants, ainsi que l'épaisseur des substrats. L'analyse de sensibilité a aussi permis d'identifier l'effet très important du jeu radial sur les performances du joint. Ce paramètre devrait être minimisé afin de maximiser les performances. Finalement, la géométrie obtenue par l'intégration physique permet de réduire la contrainte de pelage maximale de façon considérable. L'utilisation de rondelles modifiées sur le principe des ressorts Bellevilles a permis d'augmenter significativement la zone affectée par la précontrainte des boulons. La géométrie ainsi obtenue devrait donc accroître significativement la charge externe maximale exercée sur le joint ainsi que sa vie en fatigue.

Au final, une géométrie améliorée a été proposée par la méthode de la conception axiomatique. L'utilisation de chanfreins aux extrémités du joint, l'ajout de rondelles modifiées et l'utilisation d'un adhésif plus rigide entre les deux boulons ont permis de réduire considérablement la contrainte de pelage maximale dans la couche d'adhésif. Ces changements ont aussi accru la rigidité du joint. Par contre, les analyses réalisées n'ont pas démontré une diminution de la contrainte de cisaillement maximale. Par conséquent, des travaux additionnels sont requis afin d'évaluer l'effet de certains paramètres du joint amélioré sur la répartition de la contrainte de cisaillement à l'intérieur du joint. Parmi ces paramètres, on peut noter le rapport entre les surfaces collées par chacun des deux adhésifs utilisés ainsi que les dimensions des chanfreins et des rondelles modifiées.

## ABSTRACT

Minimizing weight is a primary objective in every system design in the aerospace and automotive industry. Therefore, the use of composite materials has become an integral part of the design of mechanical components. However, in composite structure design, their complexity normally makes it impossible to design them as a single part. This leads to the necessity of using joints. Sadly, these joints introduce discontinuities in the stress distribution within the components and are often the sites of stress concentration. Therefore, they may limit the performance of a structure, in addition to increasing the overall mass significantly due to the use of mechanical fasteners such as bolts and rivets. This is why bonded joints are increasingly popular. They are much lighter than bolted or riveted joints and are often more rigid. Unfortunately, it is very difficult to inspect a bonded joint for defects since the presence of cracks in the adhesive cannot be observed with the naked eye. This is why, in the aeronautic industry, this type of joint is not accepted for structural applications by the authorities of certification. To correct this problem, the use of hybrid joints, that is to say joints using an adhesive and a mechanical fastener, are becoming increasingly popular. However, these joints are often poorly optimized due to a lack of knowledge of the interactions between the joining methods.

The main objective of this work is to propose a new design methodology for hybrid joints. To accomplish this, it is necessary to establish reliable analysis tools to improve our understanding of the behavior of these joints when subjected to an external force. A better understanding of the interactions between the parameters is also required.

To improve our knowledge on the subject, a literature review was conducted. This review was structured as to emphasize on the behavior of hybrid single lap joints when subjected to an external force in tension. Following this literature review, an analysis of the stress distribution within the joint was carried out using a finite element model. The model and the results were compared with those from two papers in order to validate the quality of representation. Subsequently, a modification was made to an existing analytical model in order to add the bolts' preload as a parameter. These two models, namely the finite element model and the analytical model, were then used for a sensitivity study using a design of experiments. To perform this analysis, a kriging model was used to reduce the computing time. Finally, the hybrid single lap joint was analyzed using axiomatic design in order to propose new approach to design these joints.

The results of this work can be divided into three parts. First, an analytical model identified in the literature review has been improved to take into account the bolts' preload. The results are satisfactory within the limitations of the original model. It must be pointed out that this model does not consider the non-linear behavior of materials used in the joint, which can lead to poor reliability when highly non-linear materials are used. The sensitivity analysis carried out using the analytical model and the finite element model identified the influence of the parameters on the mechanical performances of the joint. It should be noted that the width of the joint is one of the most important parameter, as well as the thickness of the adherents. The sensitivity analysis also identified the notable effect of the radial clearance of the bolt shank. This parameter should be minimized in order to maximize performances. Finally, the geometry obtained with the axiomatic design and through physical integration reduced the maximum peel stress considerably. The use of washers based on Belleville springs allowed to significantly increase the area affected by the bolts' preload. Therefore, this final geometry should significantly increase the maximum external load that can be supported by the joint and increase its fatigue life.

Finally, an improved geometry was proposed using the theory of axiomatic design. The use of chamfers at the ends of the adherents, the addition of modified washers and the use of a stiffer adhesive between the two bolts have significantly reduced the maximum peel stress in the adhesive layer. These changes have also increased the rigidity of the joint. However, analyzes have not demonstrated a decrease in the maximum shear stress inside the adhesive. Therefore, further work should be considered to assess the effect of some parameters of the improved joint on the distribution of shear stress in the adhesive layer. Among the parameters to consider, the ratio between the surfaces bonded by each of the two adhesives and the dimensions of the chamfers and the modified washers should be analyzed.



## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	.xviii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xix
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	3
2.1 Types de joints collés et boulonnés . . . . .	3
2.2 Contraintes dans un joint hybride . . . . .	4
2.3 Joints hybrides . . . . .	5
2.3.1 Comportement d'un joint hybride à recouvrement simple soumis à un effort en traction . . . . .	5
2.3.2 Modes de défaillance . . . . .	13
2.3.3 Vie en fatigue d'un joint à recouvrement simple soumis à un effort externe en traction . . . . .	16
2.4 Joints avec renforts . . . . .	17
2.5 Modèles analytiques . . . . .	18
2.5.1 Modèle analytique à une dimension . . . . .	18
2.5.2 Modèle analytique à deux dimensions . . . . .	19
2.5.3 Modèle analytique fondé sur les modes de défaillance . . . . .	21
2.5.4 Modèle analytique fondé sur le principe du travail virtuel . . . . .	22
2.6 Conclusion . . . . .	24

CHAPITRE 3	MODÈLE PAR ÉLÉMENTS FINIS	26
3.1	Géométrie et maillage	26
3.1.1	Géométrie et maillage du joint hybride à recouvrement simple	26
3.2	Conditions aux rives et contacts	28
3.2.1	Encastrement	28
3.2.2	Précontrainte et chargement externe	29
3.2.3	Symétrie	29
3.2.4	Contact	30
3.3	Comparaison avec les résultats expérimentaux de Kelly	31
3.3.1	Matériaux	31
3.3.2	Géométrie, conditions aux rives et chargement	32
3.3.3	Résultats	33
3.4	Comparaison avec les résultats expérimentaux de Paroissien	37
3.4.1	Matériaux	37
3.4.2	Géométrie, conditions aux rives et chargement	38
3.4.3	Résultats	39
3.5	Conclusion	44
CHAPITRE 4	AMÉLIORATION DU MODÈLE DE PAROISSIEN	45
4.1	Présentation du modèle analytique initial	45
4.1.1	Généralité	45
4.1.2	Équations constitutives	47
4.1.3	Conditions aux rives	49
4.2	Modification apportée au modèle analytique initial	50
4.2.1	Généralité	50
4.3	Comparaison entre les deux modèles	51
4.3.1	Géométrie et matériaux	51
4.3.2	Résultats	53
4.4	Comparaison avec les éléments finis	56
4.4.1	Géométrie et matériaux	56
4.4.2	Résultats	56
4.4.3	Seconde analyse par éléments finis	58
4.4.4	Résultats	58
4.5	Conclusion	60

CHAPITRE 5	ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES JOINTS HYBRIDES PAR LA MÉTHODE DES PLANS D'EXPÉRIENCES . . . . .	62
5.1	Généralité sur les plans d'expériences statistiques . . . . .	63
5.1.1	Introduction aux plans Hypercubes latins . . . . .	63
5.1.2	Mesure de la qualité d'un plan LHD . . . . .	64
5.1.3	Création d'un plan d'expériences hypercube latin optimal (OLHD) . . .	65
5.2	Modèle substitut . . . . .	66
5.2.1	Généralité . . . . .	66
5.2.2	Types de modèles substitués . . . . .	66
5.2.3	Modèle de krigeage . . . . .	67
5.3	Amélioration du modèle de krigeage . . . . .	70
5.3.1	Validation croisée . . . . .	71
5.4	Étude de sensibilité . . . . .	73
5.4.1	Algorithme d'analyse de sensibilité . . . . .	73
5.4.2	Coefficient de sensibilité . . . . .	74
5.5	Étude de sensibilité d'un joint hybride à l'aide d'un modèle analytique . . . .	75
5.5.1	Géométrie, espace de conception et méthodologie . . . . .	75
5.5.2	Résultats . . . . .	76
5.6	Étude de sensibilité d'un joint hybride à l'aide d'un modèle par éléments finis .	79
5.6.1	Paramètres de l'analyse . . . . .	79
5.6.2	Méthodologie . . . . .	80
5.6.3	Précision du modèle substitut . . . . .	80
5.6.4	Résultats . . . . .	82
5.7	Conclusion . . . . .	85
CHAPITRE 6	CONCEPTION D'UN JOINT HYBRIDE OPTIMAL PAR LA MÉTHODE DE L'AXIOMATIC DESIGN . . . . .	87
6.1	Définition de l'axiomatic design . . . . .	87
6.1.1	Introduction à l'axiomatic design . . . . .	87
6.1.2	Domaines . . . . .	88
6.1.3	Décomposition d'un produit en FR, mappage et zigzagging . . . . .	90
6.1.4	Axiome d'indépendance . . . . .	90
6.1.5	Axiome d'information . . . . .	92
6.1.6	Intégration physique . . . . .	92
6.2	Conception d'un joint hybride par la méthode de l'axiomatic design . . . . .	93
6.2.1	Définition du problème . . . . .	93

6.2.2	Décomposition FR-DP du joint : premier niveau . . . . .	94
6.2.3	Analyse de la matrice de couplage FR-DP : premier niveau . . . . .	95
6.2.4	Décomposition FR-DP du joint : deuxième niveau . . . . .	95
6.3	Modification de la conception pour éliminer les couplages . . . . .	99
6.3.1	Décomposition FR-DP du joint : premier niveau . . . . .	99
6.3.2	Analyse de la matrice de couplage FR-DP : premier niveau . . . . .	100
6.3.3	Décomposition FR-DP du joint : deuxième niveau . . . . .	101
6.4	Intégration physique . . . . .	103
6.5	Conclusion . . . . .	111
CHAPITRE 7 CONCLUSION . . . . .		113
7.1	Synthèse des travaux . . . . .	113
7.2	Améliorations futures . . . . .	114
RÉFÉRENCES . . . . .		116
ANNEXES . . . . .		121

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Propriétés des couches époxy/fibres de carbone utilisées par Kelly (2006)	31
Tableau 3.2	Propriétés des matériaux utilisés/es par Paroissien (2006)	38
Tableau 4.1	Valeurs des paramètres du joint	52
Tableau 5.1	Espace de conception du joint hybride pour le modèle analytique	76
Tableau 5.2	Espace de conception du joint hybride à recouvrement simple avec deux boulons	80
Tableau 5.3	Évaluation du niveau d'erreur de chacune des réponses en fonction du nombre de points du plan d'expériences	81
Tableau 6.1	Propriétés de la fibre de carbone/epoxy T700/Epicote 828LV (Sjogren <i>et al.</i> , 2001)	107
Tableau A.1	Options utilisées pour la définition des éléments de contact CONTA174	121
Tableau A.2	Constantes utilisées pour la définition des éléments de contact CONTA174	122
Tableau B.1	Résultats des essais de création d'un plan d'expériences OLHD pour deux algorithmes	124
Tableau D.1	Espace de conception du joint hybride à recouvrement simple avec deux boulons	130

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Exemples de joints collés . . . . .	4
Figure 2.2	Contraintes principales dans un joint hybride : (1) pelage dans l'adhésif, (2) cisaillement de l'adhésif, (3) matage des substrats, (4) force normale dans les substrats . . . . .	5
Figure 2.3	Déformations dans un joint hybride à recouvrement simple soumis à un effort en traction . . . . .	6
Figure 2.4	Influence de la présence d'un jeu radial entre la tige du boulon et son trou dans un joint hybride . . . . .	7
Figure 2.5	Comparaison des courbes force/déformation d'un joint boulonné avec un jeu radial nul (C1) et d'un joint boulonné avec un grand jeu radial (C4). Les lignes pleines représentent les résultats en laboratoire. Les lignes pointillées sont des courbes ajustées (McCarthy et McCarthy, 2005) . . . . .	7
Figure 2.6	Comparaison des courbes force/déformation d'un joint hybride et d'un joint collé (Kelly, 2006) . . . . .	8
Figure 2.7	Contrainte de pelage dans l'adhésif suivant la direction longitudinale d'un joint à recouvrement simple . . . . .	10
Figure 2.8	Contrainte de cisaillement dans l'adhésif suivant la direction longitudinale d'un joint à recouvrement simple . . . . .	11
Figure 2.9	Mode de défaillance statique des joints boulonnés en matériaux composites : a) Rupture en traction b) Rupture en cisaillement c) Rupture par clivage d) Matage (Shivashankar et Vijayarangan, 2005) . . . . .	13
Figure 2.10	Mode de défaillance statique des joints collés en matériaux composites lorsque soumis à un chargement dans le plan du joint : a) Rupture cohésive de l'adhésif b) Rupture interfaciale c) Rupture mixte d) Défaillance du substrat (Kweon <i>et al.</i> , 2006) . . . . .	13
Figure 2.11	Courbe contrainte-déformation d'un joint hybride jusqu'à sa défaillance (Lee <i>et al.</i> , 2010) . . . . .	14
Figure 2.12	Configuration du joint hybride avec renforts proposée par Kumar <i>et al.</i> (1989) . . . . .	18
Figure 2.13	Forces internes dans une section i du joint hybride (Paroissien <i>et al.</i> , 2007a) . . . . .	19
Figure 2.14	Maillage de la géométrie du joint hybride (Paroissien <i>et al.</i> , 2007b) . . . . .	20

Figure 2.15	Contraintes dans l'adhésif pour différents types de chargement du joint (Barut et Madenci, 2009) . . . . .	24
Figure 3.1	Géométrie du joint hybride modélisé et séparation en volumes . . . . .	27
Figure 3.2	Maillage de la zone de recouvrement du joint hybride . . . . .	27
Figure 3.3	Modélisation du boulon . . . . .	28
Figure 3.4	Conditions aux rives des substrats . . . . .	28
Figure 3.5	Plan de symétrie du joint . . . . .	29
Figure 3.6	Surfaces de contact entre le boulon et les substrats . . . . .	30
Figure 3.7	Courbe contrainte-déformation en traction de l'adhésif Pilogrip 7400/7410 (Kelly, 2005) . . . . .	32
Figure 3.8	Géométrie du joint hybride analysé par Kelly (2006) . . . . .	33
Figure 3.9	Comparaison de la rigidité obtenue en laboratoire par Kelly (2006) et des résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410 . . . . .	34
Figure 3.10	Comparaison du taux de transfert de charge par les boulons obtenue numériquement par Kelly (2006) et des résultats du modèle d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410 . . . . .	35
Figure 3.11	Contrainte hors-plan (SZ) due à une précontrainte des boulons de 5 kN pour deux niveaux de la charge externe . . . . .	35
Figure 3.12	Pression de contact entre la tige du boulon et les substrats en fonction de la force externe appliquée sur le joint . . . . .	36
Figure 3.13	Courbe contrainte-déformation de l'aluminium 5086 H111L (Paroissien, 2006) . . . . .	37
Figure 3.14	Géométrie du joint hybride analysé par Paroissien (2006) . . . . .	38
Figure 3.15	Comparaison de la rigidité obtenue en laboratoire par Paroissien (2006) et les résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410 . . . . .	39
Figure 3.16	Charge reprise par les boulons et comparaison du taux de transfert de charge par les boulons entre les résultats obtenus en laboratoire par Paroissien (2006) et les résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410 . . . . .	40
Figure 3.17	Résultats d'éléments finis sur un joint hybride à deux boulons pour un niveau de charge externe de 14 KN . . . . .	41
Figure 3.18	Contrainte longitudinale dans la zone de recouvrement du boulon . . . . .	42
Figure 3.19	Contraintes dans l'adhésif pour une charge externe de 13.8kN . . . . .	43
Figure 4.1	Maillage du joint hybride et conditions aux rives (Paroissien <i>et al.</i> , 2007b) . . . . .	46

Figure 4.2	Élément collé/boulonné et ses degrés de liberté (Paroissien <i>et al.</i> , 2007b)	46
Figure 4.3	Liaison des boulons aux éléments poutre collée/boulonnée (BB) (Paroissien <i>et al.</i> , 2007b) . . . . .	49
Figure 4.4	Géométrie du joint hybride analysé par Paroissien <i>et al.</i> (2007b) . . . .	52
Figure 4.5	Comparaison de la contrainte de pelage obtenue à partir du modèle de Paroissien <i>et al.</i> (2007b) et du modèle amélioré . . . . .	53
Figure 4.6	Comparaison de la contrainte de cisaillement obtenue à partir du modèle de Paroissien <i>et al.</i> (2007b) et du modèle modifié amélioré . . . . .	54
Figure 4.7	Comparaison du déplacement en x du substrat 2 obtenu à partir du modèle de Paroissien <i>et al.</i> (2007b) et du modèle amélioré . . . . .	55
Figure 4.8	Comparaison de la contrainte normale dans les substrats obtenue à partir du modèle de Paroissien <i>et al.</i> (2007b) et du modèle amélioré . .	55
Figure 4.9	Rigidité d'un joint hybride calculé avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3 . . . . .	56
Figure 4.10	Contrainte de pelage dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3 . . . . .	57
Figure 4.11	Contrainte de cisaillement dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3 . . . . .	58
Figure 4.12	Rigidité d'un joint hybride calculé avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3 . . . . .	59
Figure 4.13	Contrainte de pelage dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3 . . . . .	59
Figure 5.1	Exemples de plans d'expériences LHD avec 2 paramètres et 16 points (Viana <i>et al.</i> , 2010) . . . . .	64
Figure 5.2	Méthodologie de calcul de la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) . . . . .	72
Figure 5.3	Comparaison de la précision d'un modèle de krigeage en fonction de la valeur du paramètre $\theta$ (Biron, 2011) . . . . .	73
Figure 5.4	Algorithme d'analyse de sensibilité à partir d'un plan d'expériences OLHD . . . . .	74
Figure 5.5	Géométrie analysée lors de l'étude de sensibilité réalisée à partir du modèle analytique . . . . .	75
Figure 5.6	Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique . . . . .	77
Figure 5.7	Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique . . . . .	78



Figure 5.8	Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique . . . . .	78
Figure 5.9	Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis . . . . .	83
Figure 5.10	Analyse de sensibilité du taux de transfert de charge par les boulons et l'adhésif réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis . . . . .	83
Figure 5.11	Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis . . . . .	84
Figure 5.12	Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis . . . . .	84
Figure 5.13	Récapitulation de l'influence des paramètres sur les performances mécaniques du joint (valeurs absolues) . . . . .	86
Figure 6.1	Domaines de l'axiomatic design et leur variable . . . . .	88
Figure 6.2	Zigzagging en axiomatic design . . . . .	91
Figure 6.3	Types de matrices de conceptions en axiomatic design . . . . .	91
Figure 6.4	Évaluation de la probabilité de succès d'une solution pour un FR donné	93
Figure 6.5	Matrice de décomposition FR-DP du premier niveau . . . . .	95
Figure 6.6	Matrice de décomposition FR-DP complète . . . . .	99
Figure 6.7	Matrice de décomposition FR-DP du premier niveau . . . . .	100
Figure 6.8	Matrice de décomposition FR-DP complète . . . . .	102
Figure 6.9	Distribution du cône de compression de la précontrainte des boulons sous une rondelle de faible rigidité . . . . .	103
Figure 6.10	Géométrie finale obtenue par l'intégration physique . . . . .	104
Figure 6.11	Géométrie de référence du joint hybride à recouvrement simple . . . . .	105
Figure 6.12	Géométrie du joint hybride à recouvrement simple amélioré . . . . .	105
Figure 6.13	Courbes de contraintes-déformations en traction de l'adhésif Pilogrip 7400/7410 et de l'adhésif Epibond 1590 A/B (Kelly, 2006) . . . . .	106
Figure 6.14	Comparaison de la rigidité du joint hybride à recouvrement simple entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence . . . . .	108
Figure 6.15	Comparaison des taux de transfert de charges par les boulons entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence . . . . .	108
Figure 6.16	Comparaison de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence . . . . .	109
Figure 6.17	Comparaison de la contrainte de pelage au centre du joint entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence . . . . .	110

Figure 6.18	Comparaison de la contrainte de pelage dans l'adhésif entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence . . . . .	111
Figure C.1	Algorithme utilisé pour calculer les meilleurs candidats à ajouter au plan d'expériences par la méthode du <i>jackknifing</i> . . . . .	126
Figure C.2	Algorithme de génération du modèle de krigeage . . . . .	127
Figure C.3	Comparaison des performances entre un plan OLHD et un plan d'expériences obtenu par jackknifing pour un problème à deux dimensions .	128
Figure D.1	Géométrie et paramètres du joint hybride analysé lors du plan d'expériences . . . . .	129
Figure D.2	Géométrie et dimensions des boulons utilisés lors du plan d'expériences	130
Figure D.3	Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle par éléments finis . . . . .	132
Figure D.4	Analyse de sensibilité du transfert de charge entre l'adhésif et les boulons réalisée à l'aide du modèle par éléments finis . . . . .	132
Figure D.5	Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif réalisée à l'aide du modèle par éléments finis . . . . .	133
Figure D.6	Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage du joint hybride réalisée à l'aide du modèle par éléments finis . . . . .	133
Figure D.7	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $E_s$ . . . . .	134
Figure D.8	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $e_s$ . . . . .	135
Figure D.9	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $e_a$ . . . . .	136
Figure D.10	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $D_b$ . . . . .	137
Figure D.11	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $lb$ . . . . .	138
Figure D.12	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $lb_2$ . . . . .	139
Figure D.13	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de $b$ . . . . .	140
Figure D.14	Performances mécaniques du joint hybride en fonction du jeu radial .	141
Figure D.15	Performances mécaniques du joint hybride en fonction de la précontrainte des boulons . . . . .	142

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	OPTIONS DE CONTACT UTILISÉS DANS ANSYS . . . . .	121
Annexe B	CRÉATION D'UN PLAN D'EXPÉRIENCES OLHD . . . . .	123
Annexe C	AMÉLIORATION DU MODÈLE DE KRIGEAGE PAR LE JACKK- NIFING . . . . .	125
Annexe D	PREMIÈRE ITÉRATION DE L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES JOINTS HYBRIDES UTILISANT LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS . . . . .	129

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$\Delta$	Longueur d'un Élément collé/boulonné
BB	Élément collé/boulonné
b	Largeur du joint
CN	Customer needs
CON	Contrainte
$D_b$	Diamètres des boulons
DDL	Degré de liberté
DP	Design parameter
$E_s$	Module de Young des substrats
$e_a$	Épaisseur de l'adhésif
$e_s$	Épaisseur des substrats
FR	Functional requirement
$K_{BB}$	Matrice de rigidité des éléments collés/boulonnés
$L_b$	Distance des bords libres
$L_{b2}$	Entraxe entre les boulons
$M_{1,2}(x)$	Moments de flexion dans les substrats 1 et 2
LHD	Latin hypercube design (plan d'expériences hypercube latin)
MADS	Mesh adaptavite direct search
MOGA	Multi-objective genetic algorithm (Algorithme génétique multi-objectif)
MPC	Multi-point constraints
$N_{1,2}(x)$	Forces normales dans les substrats 1 et 2
n	Nombre de boulons
OLHD	Optimal latin hypercube design (plan d'expériences hypercube latin optimal)
PV	Process variable
Q	Précontrainte des boulons
S	Contrainte de pelage dans l'adhésif
T	Contrainte de cisaillement dans l'adhésif
$V_{1,2}(x)$	Forces transverses dans les substrats 1 et 2
VNS	Variable neighborhood search

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

En génie mécanique, l'étude des méthodes d'assemblages des composantes d'un produit est un domaine de recherche important. L'ajout d'éléments de liaison introduit normalement des discontinuités et résulte souvent en des concentrations de contraintes qui peuvent affaiblir la structure. Pour cette raison, il est important de bien concevoir ces jonctions afin de maximiser la résistance des structures visées. De plus, l'ajout de matière ou de composantes mécaniques tels que les boulons ou les rivets représente des coûts de fabrication parfois très élevés en plus d'augmenter la masse du produit. Par conséquent, la bonne conception des joints est primordiale afin de maximiser les performances d'un produit et de minimiser ses coûts de production.

Les méthodes d'assemblages par collage sont de plus en plus populaires en aéronautique, en bonne partie grâce à l'utilisation importante de matériaux composites dans ce domaine. Les joints collés ont l'avantage d'être très rigides et très légers. De plus, le perçage des trous de passage des boulons dans des composants en matériaux composites est coûteux et peut affaiblir la structure localement par délamination. Par conséquent, lorsque possible, l'utilisation de joints collés est beaucoup plus attrayant que l'utilisation de joints boulonnés. Malheureusement, les règles de certification ne permettent pas toujours l'utilisation de joint seulement collés. Pour palier à ce problème, il est fréquent que des boulons ou des rivets soient ajoutés à un joint collé afin de profiter de la grande rigidité de ces joints et permettre la certification du produit. Ces éléments de fixations mécaniques additionnels sont souvent placés de façon à assurer la certification mais ne permettent pas toujours une amélioration des performances mécaniques du joint puisque les deux méthodes d'assemblages ne travaillent pas toujours en synergie. L'objectif principal de ce projet est donc d'obtenir un joint hybride (boulonnée/collé) où les performances mécaniques sont optimales.

Le deuxième chapitre de ce mémoire présente une revue des publications disponibles sur les joints hybrides. Cette revue de littérature présentent les observations de plusieurs auteurs concernant les performances mécaniques des joints hybrides ainsi que leurs conclusions sur les façons dont les charges sont transférées dans ce type de joint. Ce chapitre présente aussi la répartitions des contraintes principales à l'intérieur des joints hybrides. Finalement, la revue de littérature se termine avec une revue des différents modèles analytiques développés par

différents auteurs afin d'analyser les joints hybrides.

Le troisième chapitre présente le modèle par éléments finis développé afin d'analyser les joints hybrides. Le modèle est présenté en détails et est ensuite comparé avec les résultats publiés par deux auteurs. Ces deux analyses sont aussi utilisées afin d'observer la répartition des contraintes dans le joint ainsi que les mécanismes de transfert de charge par les boulons.

Le quatrième chapitre présente une modification apportée à un modèle analytique. Ce chapitre commence avec l'introduction du modèle analytique initial ainsi que les équations utilisées afin de modifier le modèle. Par la suite, une comparaison entre le modèle initial et le modèle amélioré ainsi qu'une comparaison avec le modèle par éléments finis du deuxième chapitre sont présentées. Ces comparaisons permettent de valider le modèle et de conclure sur son utilité.

Le cinquième chapitre présente une analyse de sensibilité réalisée afin de déterminer quels sont les paramètres les plus influents sur les performances mécaniques du joint. Puisque le modèle par éléments finis du Chapitre 3 est utilisé, cette analyse est réalisée à l'aide d'une méthodologie basée sur les plans d'expériences. Un modèle substitut est alors construit à partir du plan d'expériences et c'est sur ce dernier que l'étude de sensibilité est réalisée. Cette étude permet de déterminer les limites de la géométrie étudiée avant de commencer les travaux de conception optimale du sixième chapitre.

Le sixième et dernier chapitre présente une approche à la conception d'un joint hybride basée sur la théorie de l'axiomatic design. Pour commencer, le joint hybride est défini selon la théorie de l'axiomatic design afin d'identifier ses fonctions et ses paramètres. Cette décomposition du joint permet ensuite d'identifier le couplage entre les différentes fonctions du joint avant d'effectuer une intégration physique de ses paramètres de conception. Cette dernière opération permet d'obtenir une nouvelle géométrie améliorée du joint hybride. Celle-ci est ensuite comparée à une géométrie de référence en utilisant un modèle par éléments finis.

Finalement, la conclusion de ce travail présente un retour sur les résultats obtenus dans chacun des chapitres. La conclusion se termine par une ouverture sur des projets futures pouvant découler de ce travail.

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LITTÉRATURE

Tout d’abord, il est important de prendre connaissance des travaux qui ont déjà été réalisés dans le domaine des joints hybrides. Pour y arriver, une revue de littérature a été réalisée afin de donner une vue d’ensemble des travaux et des connaissances acquises dans ce domaine. Cette revue sera divisée en 4 sections. La première présentera quelques géométries de joints utilisées pour l’assemblage de pièces collées et/ou boulonnées. La seconde section présentera de façon exhaustive les notions acquises sur les joints hybrides à recouvrement simple et à recouvrement double à partir de la revue de littérature. La troisième section présentera les résultats de certaines recherches sur des joints à configuration différentes. Finalement, la dernière section présentera les modèles analytiques qui ont été développés afin d’analyser et concevoir des joints hybrides.

#### 2.1 Types de joints collés et boulonnés

Il existe plusieurs types de joints utilisés en matériaux composites. La Figure 2.1 montre plusieurs configurations possibles. Sur cette figure, les joints sont représentés avec de la colle bien que plusieurs de ces configurations soient aussi réalisables avec des boulons et rivets.

Parmi les types de joints représentés sur la Figure 2.1, les joints à recouvrement simples sont les plus faciles à réaliser. Malgré leur résistance inférieure à celle de certaines autres configurations de joint, leur faible coût de fabrication et leur simplicité de mise en œuvre leur permettent d’être régulièrement utilisés. Cette configuration de joint est d’ailleurs particulièrement privilégiée par plusieurs chercheurs. Les travaux de ce document seront principalement orientés vers l’analyse de cette configuration de joint.

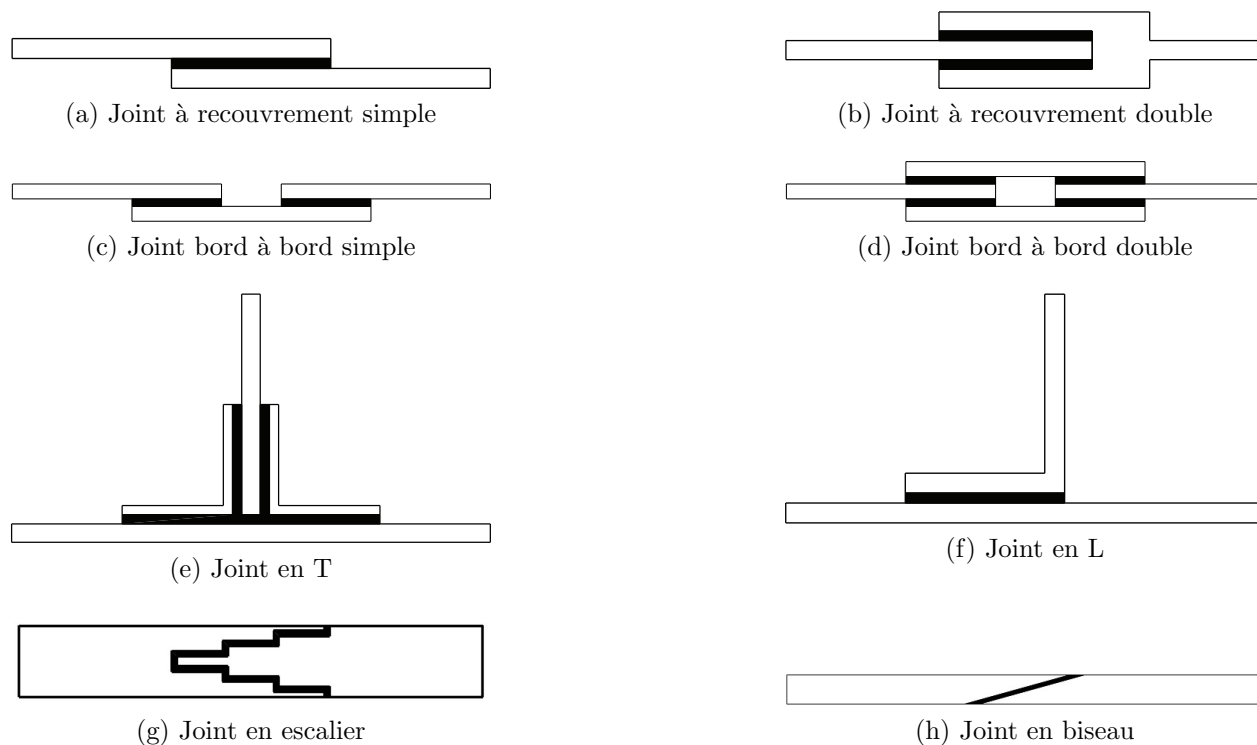


Figure 2.1 Exemples de joints collés

## 2.2 Contraintes dans un joint hybride

Un joint hybride est obtenu en assemblant deux composants, appelés substrats<sup>1</sup>, à l'aide d'au moins deux méthodes d'assemblage simultanément. Dans le cadre de ces travaux, les joints collés et boulonnés seront utilisés.

Pour ce type de joint, il existe 4 types de contraintes qui sont principalement étudiées. La plus importante est la contrainte de pelage dans l'adhésif causée par la force de séparation entre les substrats. Toujours dans l'adhésif, la contrainte de cisaillement causée par les forces parallèles aux surfaces collées est très importante. Ensuite, les forces de contact entre la tige du boulon et les substrats au niveau du trou de passage causent des contraintes parfois très élevées appelées matage. Finalement, il faut aussi considérer les contraintes normales dans les substrats provenant des charges externes. Ces contraintes sont représentées sur la Figure 2.2.

---

1. Nom générique désignant tout matériau devant être assemblé par collage



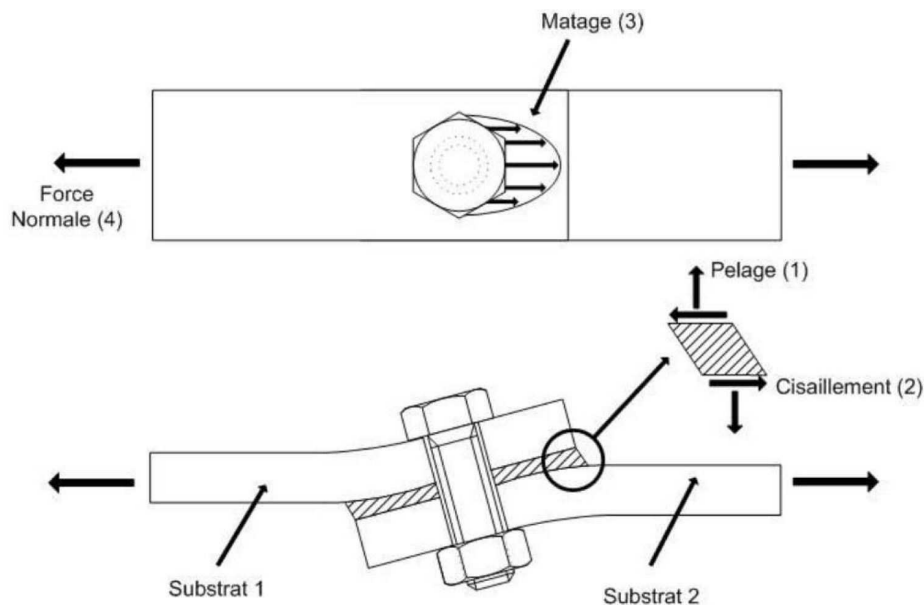


Figure 2.2 Contraintes principales dans un joint hybride : (1) pelage dans l'adhésif, (2) cisaillement de l'adhésif, (3) matage des substrats, (4) force normale dans les substrats

## 2.3 Joints hybrides

### 2.3.1 Comportement d'un joint hybride à recouvrement simple soumis à un effort en traction

#### Flexion secondaire

La Figure 2.3 illustre de façon exagérée la façon dont un joint à recouvrement simple se déforme lorsque soumis à une force de traction. Dans ce type de joint, la charge est excentrée par rapport aux axes neutres des substrats, ce qui cause une flexion secondaire<sup>2</sup> dans le joint. Cette flexion des substrats entraîne des contraintes de pelage dans l'adhésif tel que montré à la Figure 2.2.

Pour un joint en matériaux composites, il est possible de réduire la flexion secondaire en repositionnant les plis orientés dans la direction de la charge plus près du plan du joint. Ceci permet de réduire l'excentricité entre les chemins de transfert de charge des deux substrats (Stewart, 1997). Augmenter l'épaisseur des substrats permet aussi de réduire la flexion secondaire en augmentant la rigidité de flexion des substrats (Kelly, 2005).

2. Flexion qui est causée par une excentricité entre l'axe neutre de la pièce et le chargement externe et non pas par un moment de flexion externe.

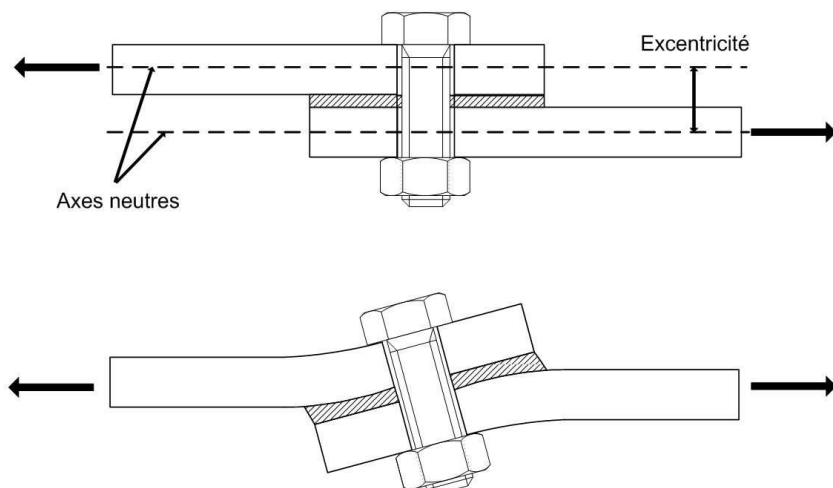


Figure 2.3 Déformations dans un joint hybride à recouvrement simple soumis à un effort en traction

### Transfert de charge par les boulons

Selon Hart-Smith (1985), les boulons ne participent pas au transfert de charge dans un joint hybride tant que l'adhésif reste intact. Cette conclusion fut obtenue par une étude analytique réalisée sur un joint en escalier (voir Figure 2.1) utilisant 7 rangées de boulons et un adhésif possédant une rigidité élevée. La Figure 2.4 illustre ce raisonnement. La présence d'un jeu radial entre la tige du boulon et le trou dans les laminés empêche le boulon de participer au transfert de charge tant que le déplacement relatif entre les deux laminés n'aura pas comblé ce jeu radial (Hart-Smith, 1985). Cette situation diffère du cas des joints boulonnés où la friction entre les pièces permet aux boulons de participer au transfert de charge même s'il n'y a pas de contact entre la tige et les pièces. La présence de l'adhésif fait en sorte qu'il n'y a pas de friction entre les pièces.

Par le fait même, le transfert de charge par le boulon diminue lorsque la rigidité de l'adhésif augmente. Selon Kelly (2005) : « avec un adhésif à grande rigidité, la charge transférée par le boulon est de l'ordre de 2% alors qu'elle peut atteindre jusqu'à 35% avec un adhésif moins rigide. »

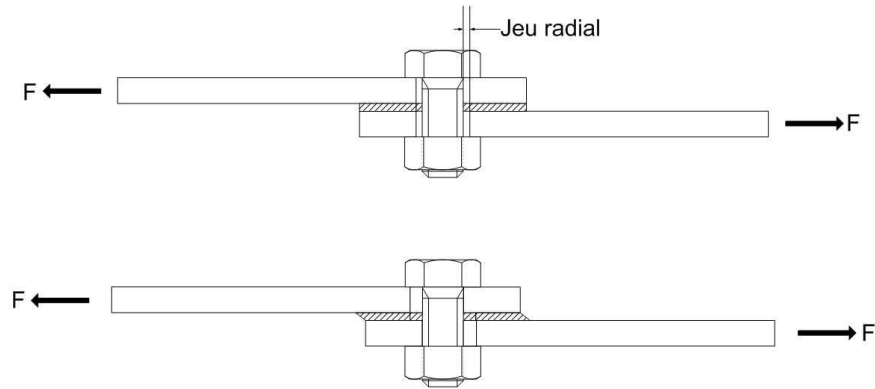


Figure 2.4 Influence de la présence d'un jeu radial entre la tige du boulon et son trou dans un joint hybride

La Figure 2.5 montre des résultats expérimentaux obtenus par McCarthy et McCarthy (2005) sur des joints boulonnés pour deux valeurs du jeu radial autour du boulon. Cette figure montre bien « *l'effet de retard* » dans le transfert de charge par contact entre les plaques et la tige du boulon lorsqu'il y a présence d'un jeu radial.

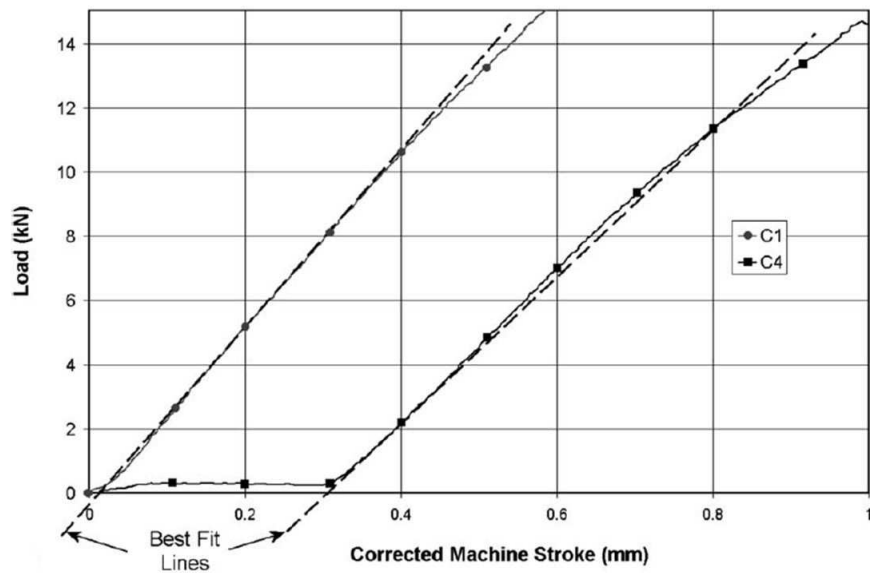


Figure 2.5 Comparaison des courbes force/déformation d'un joint boulonné avec un jeu radial nul (C1) et d'un joint boulonné avec un grand jeu radial (C4). Les lignes pleines représentent les résultats en laboratoire. Les lignes pointillées sont des courbes ajustées (McCarthy et McCarthy, 2005)

La Figure 2.6 montre le comportement d'un joint à recouvrement simple soumis à un effort externe en traction. Cette figure compare un joint collé et un joint hybride utilisant un adhésif dont le comportement suit une courbe élastique-plastique. Lorsque la charge externe est faible, les deux joints se comportent de façon très similaire. Par contre, lorsque la charge devient assez grande pour causer des déformations plastiques dans l'adhésif, la rigidité du joint collé diminue. Dans le cas du joint hybride, cette diminution de la rigidité de l'adhésif entraîne une augmentation du taux de transfert de charge des boulons. Par conséquent, les deux types de joints offrent une rigidité similaire à faible charge mais le joint hybride présente une plus grande rigidité lorsque la charge externe augmente (Kelly, 2006; Paroissien, 2006).

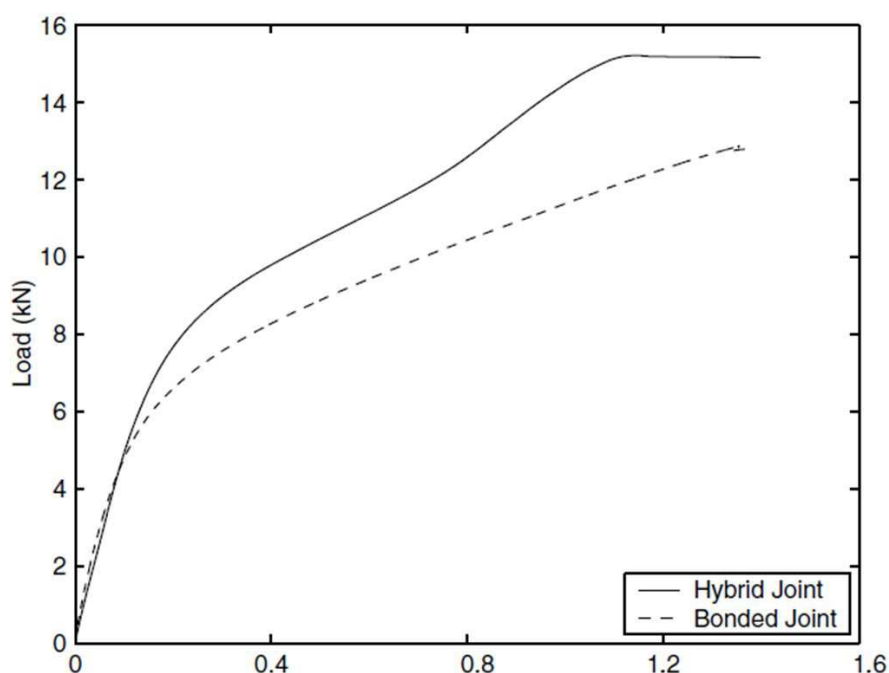


Figure 2.6 Comparaison des courbes force/déformation d'un joint hybride et d'un joint collé (Kelly, 2006)

Selon les travaux réalisés par Kelly (2005) ainsi que ceux de Ganji (2007), le transfert de charge des boulons est affecté par plusieurs paramètres autres que la rigidité de l'adhésif :

- Une augmentation de l'épaisseur de la couche d'adhésif entraîne une augmentation du déplacement relatif entre les substrats pour le même niveau de chargement externe, ce qui résulte en une augmentation du transfert de charge par les boulons.

- Une augmentation de la longueur du recouvrement résulte en une augmentation de la rigidité du joint collé correspondant à l’augmentation de la surface collée. L’augmentation de la rigidité du joint collé résulte en une diminution du transfert de charge par les boulons. Pour la même raison, augmenter la distance entre les boulons réduit aussi le transfert de charge par les boulons suite à l’augmentation résultante de la longueur du joint de colle.
- La charge transférée par les boulons augmente avec une augmentation de l’épaisseur des substrats. Ceci est le résultat de deux interactions différentes à l’intérieur du joint. Pour commencer, l’augmentation de l’épaisseur des substrats résulte en une diminution de la flexion secondaire. Cette diminution du niveau de déformation hors-plan introduit une augmentation du niveau de déformation dans le plan, et donc une augmentation de la charge transférée par les boulons. De plus, la plus grande résistance au matage des substrats plus épais permet aussi aux boulons de transférer une plus grande charge.
- Selon Ganji (2007), les propriétés des matériaux utilisés pour les substrats influencent grandement le transfert de charge par les boulons. Les résultats obtenus par l’auteur montrent une augmentation du transfert de charge par les boulons lorsque la rigidité axiale du matériau des substrats diminue.

### Contrainte dans l’adhésif

La Figure 2.7 montre la répartition de la contrainte de pelage dans un joint hybride. Sur cette figure obtenue à l’aide du modèle analytique décrit à la section 2.5.2, la contrainte de pelage atteint un maximum aux extrémités du joint. D’après plusieurs auteurs (Kelly, 2005; Hart-Smith, 1985; Paroissien, 2006), la présence des boulons n’influence pas la contrainte de pelage dans l’adhésif aux extrémités du joint. Par contre, cette contrainte varie le long de la région collée et atteint un minimum près du boulon (Kelly, 2005). Des analyses par éléments finis ont aussi démontré qu’il n’y a aucun effet de la présence des rivets sur la contrainte de pelage aux extrémités du joint (Imanaka *et al.*, 1995). La concentration de contraintes aux extrémités de la zone collée peut être diminuée en utilisant un filet de colle. Ceci permet d’augmenter la résistance du joint (Lin et Jen, 1999). Augmenter l’épaisseur de l’adhésif permet aussi de réduire cette concentration de contrainte (Kelly, 2005).

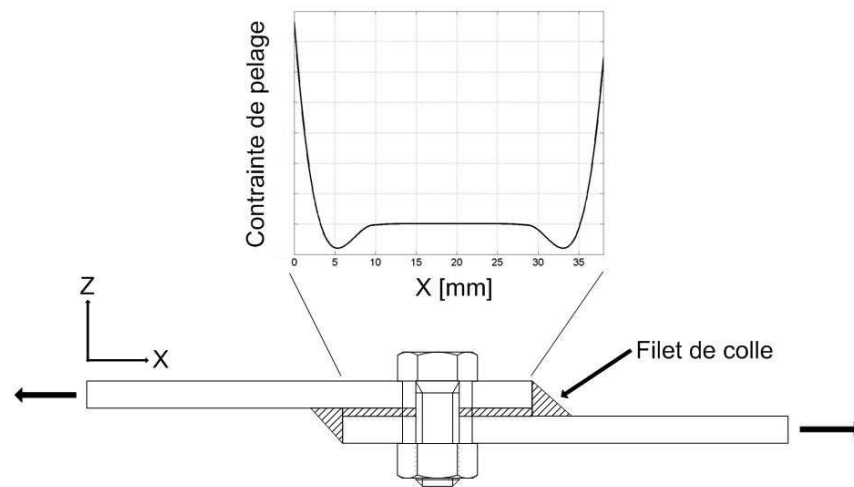


Figure 2.7 Contrainte de pelage dans l'adhésif suivant la direction longitudinale d'un joint à recouvrement simple

La Figure 2.8 montre la contrainte de cisaillement dans l'adhésif pour un joint hybride. Lorsque le module de cisaillement de l'adhésif utilisé est faible, l'ajout de boulons peut permettre de réduire la contrainte de cisaillement dans l'adhésif de près de 50% par rapport à un joint collé (Kelly, 2005). Cette diminution de la contrainte moyenne est directement liée à la charge transférée par le boulon. Dans un joint à recouvrement simple, la contrainte de cisaillement est aussi liée à l'épaisseur des substrats. En augmentant l'épaisseur des substrats, les déformations liées à la flexion secondaire sont réduites. Cette réduction des déformations en flexion entraîne une augmentation des déformations dans le plan du joint ainsi qu'une augmentation des déplacements relatifs entre les substrats, ce qui permet un plus grand transfert de charge par le boulon mais aussi une plus grande contrainte de cisaillement dans l'adhésif (Kelly, 2005).

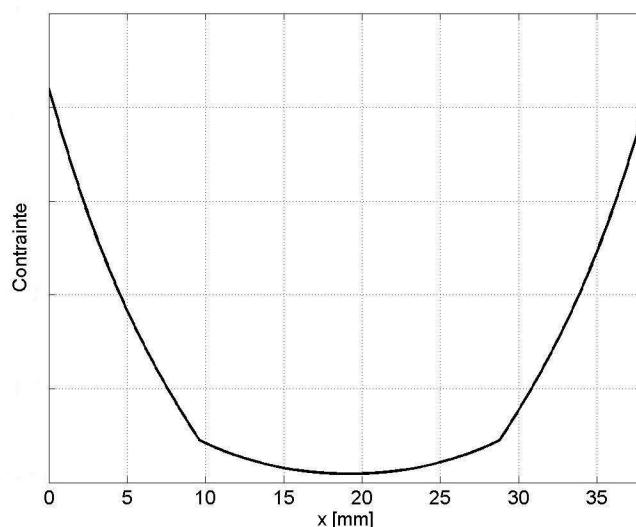


Figure 2.8 Contrainte de cisaillement dans l’adhésif suivant la direction longitudinale d’un joint à recouvrement simple

### Résistance des joints hybrides

La résistance des joints hybrides est grandement affectée par les paramètres des joints boulonnés et collés équivalents. Les travaux de Lee *et al.* (2010) démontrent la complexité d’analyse des joints hybrides. Dans ses travaux, l’auteur effectue des tests destructifs sur des joints hybrides aluminium-à-composite. Dans un premier temps, un adhésif très rigide est utilisé. Les conclusions de cette première expérience sont les suivantes :

- Seulement 3% de la charge externe est transférée par les boulons.
- À la rupture finale du joint, la charge maximale<sup>3</sup> mesurée est identique entre le joint collé et le joint hybride. Ceci indique que, pour ce joint, la résistance du joint collé équivalent est supérieure à la résistance au matage du joint boulonné équivalent. Autrement-dit, au moment où l’adhésif se rompt complètement lors de l’application de la charge maximale, la charge transférée au boulon est déjà supérieure à sa résistance maximale. Le boulon ne permet donc pas au joint hybride de transférer une charge supérieure à celle du joint collé équivalent.

---

3. Charge externe maximale appliquée sur le joint lors d’un cycle de chargement menant à la rupture

- Finalement, sur cette configuration de joint hybride, la défaillance finale se produit à un niveau de déformation supérieur à celui du joint boulonné équivalent, indiquant que la défaillance en matage s'était déjà produite au moment de la rupture de l'adhésif.

Dans un second temps, Lee *et al.* (2010) effectuent les mêmes tests que précédemment avec un adhésif beaucoup moins rigide. Ses observations sont les suivantes :

- À la rupture du joint, la charge maximale appliquée sur le joint hybride est supérieure à celle des joints collés et boulonnés équivalents.
- Si l'on analyse séparément les joints seulement collés et seulement boulonnés équivalents au joint hybride analysé lors de cette expérience, la résistance du joint hybride est supérieure à celle de ces deux autres joints et est égale à 84% de la somme de leur résistance. Par conséquent, il y a une interaction entre les deux méthodes d'assemblage. Une meilleure compréhension de ce phénomène est donc requise afin de tirer un maximum de performance d'un joint hybride.

## Contraintes environnementales

Pour un joint collé, la température de service a un effet très marqué sur les performances du joint. Une augmentation de la température résulte en une diminution de la rigidité ainsi qu'une diminution de sa résistance (Moroni *et al.*, 2010). Puisque le comportement mécanique des joints hybrides utilisant des éléments de fixations mécaniques (boulons, rivets, etc.) est principalement dicté par le comportement de l'adhésif, la température peut grandement influencer ce type de joint. Suite à ses travaux sur des joints hybrides collés/soudés, Moroni *et al.* (2010) concluent que malgré l'influence de la température de service sur les performances mécaniques des joints testés, ceux-ci performant, dans tous les cas, aussi bien sinon mieux qu'un joint collé lorsque soumis à un changement de température puisque les soudures (ou les boulons/rivets) peuvent compenser la diminution des performances mécaniques du joint collé.



### 2.3.2 Modes de défaillance

#### Généralités

Les Figure 2.9 et Figure 2.10 montrent différents modes de défaillance statique des joints boulonnés et des joints collés en matériaux composites. Dans le cas des joints hybrides, la défaillance du joint peut se produire selon un ou plusieurs de ces modes (Lee *et al.*, 2010).

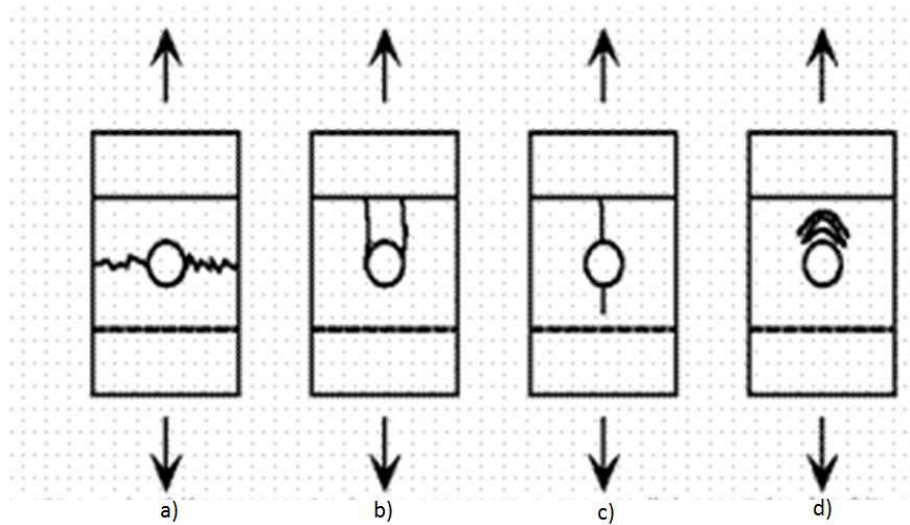


Figure 2.9 Mode de défaillance statique des joints boulonnés en matériaux composites : a) Rupture en traction b) Rupture en cisaillement c) Rupture par clivage d) Matage (Shivashankar et Vijayarangan, 2005)

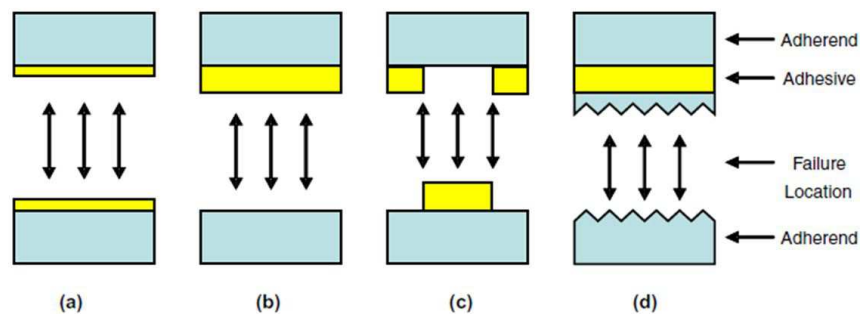


Figure 2.10 Mode de défaillance statique des joints collés en matériaux composites lorsque soumis à un chargement dans le plan du joint : a) Rupture cohésive de l'adhésif b) Rupture interfaciale c) Rupture mixte d) Défaillance du substrat (Kweon *et al.*, 2006)

## Modification du mode de transfert de charge

La Figure 2.11 montre les courbes de contraintes-déformations d'un joint hybride en matériaux composites lorsque soumis à une force en traction. La courbe représente la force exercée par la machine de traction alors que les points proviennent de mesures acoustiques du joint. Par comparaison avec un joint collé, Lee *et al.* (2010) ont déterminé que les fréquences acoustiques obtenues lors des deux pics correspondent à la défaillance de l'adhésif. Par conséquent, en fonction des paramètres utilisés, les joints testés démontrent une défaillance initiale de l'adhésif suivie d'une seconde phase de chargement possédant une rigidité légèrement inférieure jusqu'à la rupture totale du joint. Cette phase correspond à l'augmentation graduelle du taux de transfert par les boulons alors que la fissure dans l'adhésif se propage. Ces résultats dépendent des paramètres géométriques du joint ainsi que des matériaux utilisés.

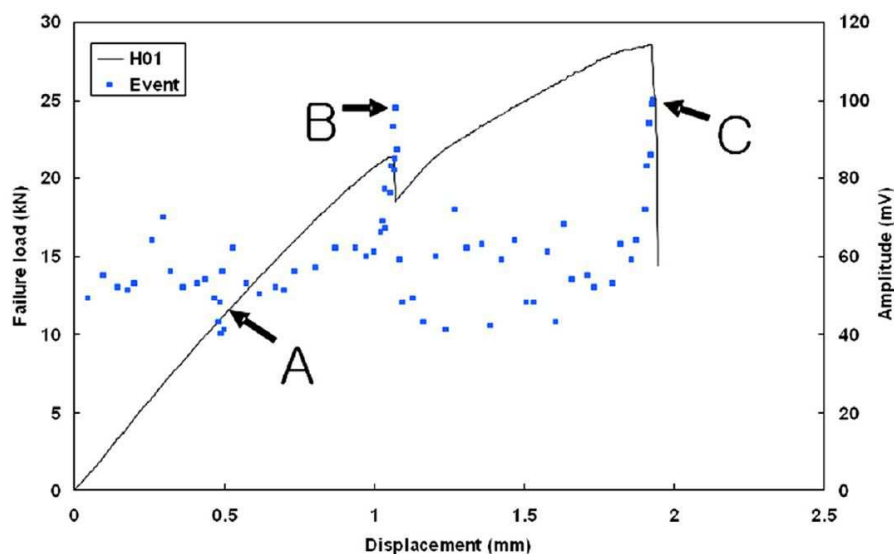


Figure 2.11 Courbe contrainte-déformation d'un joint hybride jusqu'à sa défaillance (Lee *et al.*, 2010)

Dans ses essais en laboratoire, Wang (2010) obtient des résultats similaires pour les joints hybrides testés. Par contre, la résistance ultime des joints testés est dictée entièrement par le joint collé. Une fois la défaillance de l'adhésif survenue, la charge est transférée au boulon jusqu'à la rupture des laminés par matage. La résistance résiduelle du joint suite à la rupture de l'adhésif (2<sup>e</sup> pic) est environ la moitié de la résistance initiale (1<sup>re</sup> pic).

## Propagation de fissure

Selon les études réalisées par Hart-Smith (1985) sur un joint en escalier joignant un substrat en titane à un substrat en carbone, la présence des boulons permet de ralentir la propagation de fissures. Lorsqu'une fissure se développe dans l'adhésif de l'une des marches, la charge initialement transférée par l'adhésif à cet endroit est reprise par le boulon et ensuite transférée aux autres marches du joint. Ceci permet de ralentir ou même freiner la propagation de fissures. Fu et Mallick (2001) ont aussi démontré l'efficacité de la présence de précontrainte des boulons afin de ralentir la propagation de fissure dans la zone précontrainte.

## Défaillance par matage

Dans un joint hybride, le faible transfert de charge entre l'adhésif et les boulons fait en sorte que les contraintes de matage dans les laminés sont relativement faibles. Des analyses par éléments finis effectuées par Chan (2001) ont permis d'arriver à la conclusion que la défaillance par matage d'un joint hybride est très peu probable. Dans une majorité des cas, ce type de défaillance ne devrait se produire que suite à la défaillance initiale du joint collé.

## Séquence d'empilement et délamination

Dans ses travaux, Stewart (1997) analyse expérimentalement l'influence de la séquence d'empilement des laminés sur le mode de défaillance en statique du joint. La fissure initiale se produit dans l'adhésif aux extrémités de la zone de recouvrement suite à la présence de contraintes de pelage plus élevées dans ces zones tel qu'indiqué sur la Figure 2.7. Par la suite, la fissure se propage à l'intérieur des laminés par délamination.

Dans un premier laminé  $[+45, -45, 0, +45, -45, -45, +45, -45, +45]_T$ , le seul pli orienté à  $0^\circ$  se retrouve relativement éloigné du plan du joint, ce qui force la fissure à traverser plusieurs plis à  $45^\circ$  en plus de changer de direction à plusieurs reprises avant la rupture finale du joint. Par contre, dans un second laminé,  $[-45, +45, -45, +45, +45, -45, 0, +45, -45]_T$  le pli à  $0^\circ$  est plus proche du plan du joint. Par conséquent, la fissure l'atteint rapidement et se propage alors très rapidement par délamination le long de la zone de recouvrement en suivant le pli à  $0^\circ$ . Dans une telle configuration, l'initiation de la fissure, sa propagation et la rupture finale se produisent pratiquement au même moment. Il est à noter que, malgré tout, le fait de rapprocher le pli à  $0^\circ$  du plan du joint diminue les déformations par flexion secondaire, ce qui résulte en une résistance statique plus importante malgré la défaillance finale plus rapide

une fois l'apparition d'une fissure initiale (Stewart, 1997).

### 2.3.3 Vie en fatigue d'un joint à recouvrement simple soumis à un effort externe en traction

Un joint collé à recouvrement simple est très résistant en cisaillement mais a tendance à briser suite aux contraintes de pelage importantes issues de la configuration du joint (Lees et Makarov, 2004). Comme la Figure 2.7 le démontre, les contraintes de pelage sont maximales aux extrémités de la zone de recouvrement. Par conséquent, ces endroits sont des sites d'initiation de fissures.

#### Effet de la précontrainte

Comme plusieurs auteurs le mentionnent (Kelly, 2006; Imanaka *et al.*, 1995; Fu et Mallick, 2001), dans un joint hybride, la présence de zones sous contraintes de compression limite la propagation de fissures. La zone sous contrainte peut soit provenir de la force de serrage utilisée pour l'installation des boulons ou de la force de compression requise pour installer les rivets (Imanaka *et al.*, 1995). Dans un joint où la précontrainte n'est appliquée que sur une partie de la zone de recouvrement, une fissure peut apparaître aux extrémités de la zone de recouvrement et se propager vers le centre. En se rapprochant du centre, la contrainte de pelage diminue et peut même devenir négative, c'est-à-dire en compression, dans la zone de précontrainte. Selon Fu et Mallick (2001), cette contrainte négative permet de stopper la propagation de la fissure jusqu'à ce que les forces externes soient assez importantes pour générer une contrainte de pelage positive dans cette zone. Ils ont démontré à l'aide d'analyses par éléments finis sur des joints collés que la précontrainte des boulons peut réduire efficacement la contrainte de pelage maximale seulement si cette précontrainte s'étend sur la totalité du recouvrement.

Selon les tests en laboratoires effectués par Kelly (2006) sur des joints hybrides utilisant un adhésif de grande rigidité, le nombre de cycles avant l'initiation de fissure n'est pas affecté par la présence du boulon. Par contre, la fissure se propage moins rapidement dû à la présence de zones en compression. En moyenne, le nombre de cycles avant la défaillance des joints hybrides mesurés expérimentalement par Kelly (2006) est 10 fois supérieur à celle des joints collés.

## Effet des joints collés et rivetés équivalents

Dans leurs travaux sur des joints hybrides collés/rivetés, Imanaka *et al.* (1995) ont testé l'influence du ratio entre la résistance du joint équivalent collé par rapport au joint équivalent riveté. En utilisant un adhésif dont la résistance à la fatigue du joint collé est 2.5 fois plus élevée que celle d'un joint riveté de dimensions identiques, il n'y a pratiquement aucun gain sur la vie en fatigue en utilisant un joint hybride collé/riveté. Lorsque la résistance à la fatigue du joint collé est grandement supérieure ou inférieure au joint riveté, les rivets se brisent au même moment que l'adhésif. Les expériences effectuées ne démontrent donc aucune augmentation de la résistance du joint collé par l'ajout de rivets. Par contre, lorsque la résistance à la fatigue du joint collé est similaire à celle du joint riveté, la résistance du joint est améliorée par la présence de rivets. Par conséquent, les auteurs concluent qu'il ne semble y avoir une augmentation de la résistance du joint qu'à l'intérieur d'une certaine limite du ratio de la résistance du joint collé sur la résistance du joint riveté (Imanaka *et al.*, 1995).

## 2.4 Joints avec renforts

Une configuration de joints hybrides avec renforts a été proposée par Kumar *et al.* (1989). Dans cette configuration de joint hybride à recouvrement simple, un renfort en aluminium est collé de chaque côté du joint tel que présenté sur la Figure 2.12. Les expériences en laboratoire effectuées par Kumar et As. montrent que les charges externes lors de la défaillance initiale et finale de ce type de joint sont environ 75% plus élevées que celles d'un joint collé, boulonné ou hybride ayant les mêmes dimensions. La résistance spécifique<sup>4</sup> du joint hybride avec renforts est environ 60% plus élevée que pour un joint hybride conventionnel en utilisant des spécimens en aluminium (Kumar *et al.*, 1989). La rigidité de ce joint hybride modifié est aussi plus grande que celle des autres types de joints de mêmes dimensions. Les résultats d'éléments finis démontrent aussi que les renforts réduisent les contraintes de cisaillement et de pelage significativement par rapport à un joint hybride conventionnel.

---

4. Mesurée ici comme la force en tension divisée par la masse totale du joint

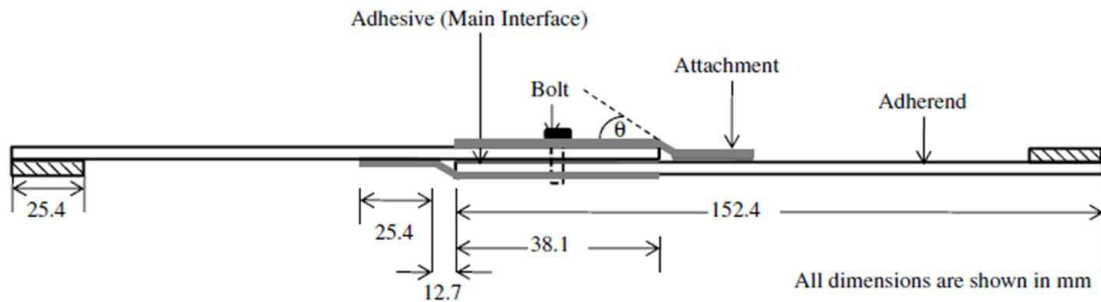


Figure 2.12 Configuration du joint hybride avec renforts proposée par Kumar *et al.* (1989)

## 2.5 Modèles analytiques

### 2.5.1 Modèle analytique à une dimension

Deux modèles analytiques à une dimension, c'est-à-dire avec un seul degré de liberté, ont été développés par Paroissien (Paroissien, 2006; Paroissien *et al.*, 2007a). L'objectif de ces deux modèles est d'évaluer la portion de la force externe qui est transmise par les boulons. Ces deux modèles donnent essentiellement les mêmes résultats et ne seront pas explicités dans ces travaux.

Le premier modèle analytique est fondé sur un mélange de deux modèles analytiques traitant des joints boulonnés ou collés séparément. Le but est d'obtenir un modèle dont le comportement est continu par parties. Chaque partie représente une des sections du joint entre les boulons. Ce modèle est fondé sur plusieurs hypothèses :

- Le comportement des matériaux de l'adhésif, des laminés et des boulons est considéré élastique.
- Aucune flexion n'est considérée dans le calcul de la contrainte dans les substrats.
- Les forces de pelage ne sont pas considérées dans le calcul de la contrainte dans l'adhésif. Ceci est une limitation majeure de ce modèle analytique.
- L'épaisseur de l'adhésif est constante pour toute la zone de recouvrement.

- Tous les boulons ont les mêmes paramètres de rigidité.

La Figure 2.13 montre les efforts internes dans une section du joint hybride. Les sections sont délimitées par la position des boulons. Ce modèle permet de faire une évaluation rapide du taux de transfert de charge des boulons en fonction de quelques paramètres du joint. Sur cette figure, les termes  $\text{Fix}$ ,  $\tau_i$ ,  $T_i$  et  $N_i$  représentent respectivement les boulons, le taux de transfert de charge, la contrainte de cisaillement dans l'adhésif et la contrainte normale à l'intérieur des substrats. Par contre, puisque les forces de pelage dans l'adhésif ne sont pas calculées, l'utilisation de ce modèle est très limitée car il est impossible de prévoir la résistance du joint.

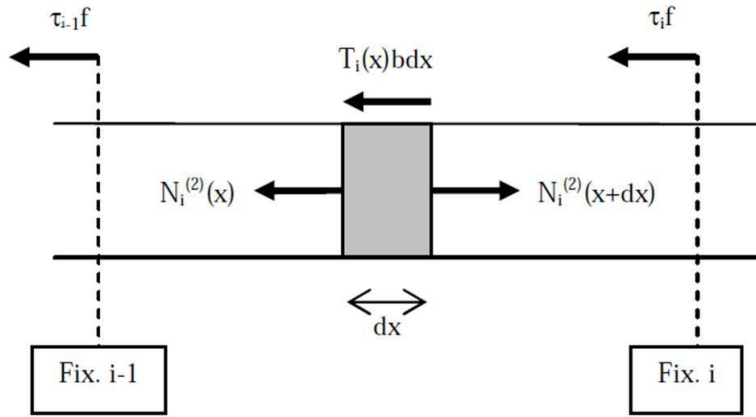


Figure 2.13 Forces internes dans une section  $i$  du joint hybride (Paroissien *et al.*, 2007a)

Il est à noter que dans le travail de Paroissien *et al.* (2007a), les auteurs proposent aussi une modification du modèle afin de considérer le comportement élasto-plastique de l'adhésif. Pour y arriver, les auteurs modifient les conditions aux rives du problème afin d'imposer une force maximale pouvant être transférée par l'adhésif dans les zones plastifiées aux extrémités du joint. Les résultats obtenus par les auteurs confirment que la plastification de l'adhésif engendre une augmentation du taux de transfert de charge des boulons.

### 2.5.2 Modèle analytique à deux dimensions

Paroissien a aussi développé un modèle analytique à deux dimensions, soit avec un degré de liberté longitudinal et un degré de liberté transversal (séparation des substrats) (Paroissien, 2006; Paroissien *et al.*, 2007b). Ce modèle est fondé sur la théorie des éléments finis.

La Figure 2.14 montre la façon dont la géométrie du joint hybride est maillée. Des éléments poutres sont utilisés pour mailler les parties libres des laminés aux deux extrémités du joint. Des éléments hybrides, appelés *poutre collée/boulonnée*, ont été développés dans (Paroissien, 2006) afin de représenter les parties collées du joint. Finalement, des éléments rigides sont ajoutés afin de simuler les fixations.

Ce modèle est fondé sur quelques hypothèses dont :

- L'épaisseur de la couche d'adhésif est constante sur tout le recouvrement.
- Un comportement élastique des matériaux de l'adhésif et des substrats est considéré.
- Le joint est de type équilibré<sup>5</sup>

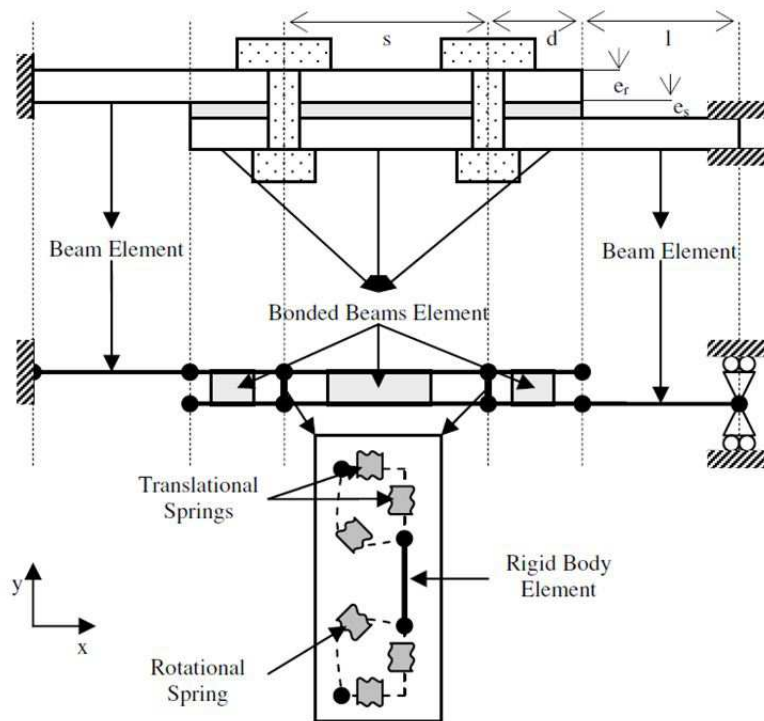


Figure 2.14 Maillage de la géométrie du joint hybride (Paroissien *et al.*, 2007b)

5. Un joint à recouvrement simple est dit « équilibré » si ses substrats sont de dimensions et de rigidités identiques.



Les éléments hybrides développés dans (Paroissien, 2006; Paroissien *et al.*, 2007b) sont des éléments 2D à 4 nœuds avec 3 degrés de liberté à chaque nœud, soit deux translations et une rotation dans le plan. Ces éléments permettent de représenter le comportement des laminés et de l'adhésif à l'intérieur d'un seul élément. Les équations constitutives de ces éléments sont basées sur les travaux de Goland et Reissner (1944), desquels sont tirées les expressions de la contrainte de cisaillement (équation 2.1) et de pelage (équation 2.2).

$$T = \frac{G_s}{E_s}(u_2 - u_1 - \frac{1}{2}e_r(\theta_1 + \theta_2)) \quad (2.1)$$

$$S = \frac{E_s}{e_s}(v_1 - v_2) \quad (2.2)$$

Ce modèle a l'avantage d'être simple d'utilisation et d'offrir des résultats acceptables. Par contre, l'utilisation d'éléments rigides pour simuler les boulons fait en sorte que la précontrainte ne peut pas être considérée. Les équations présentées dans (Paroissien *et al.*, 2007b) sont basées sur l'hypothèse que le joint est équilibré. Bien que Paroissien (2006) ait développé dans son mémoire les équations nécessaires au calcul d'un joint non équilibré, la mise en application et la précision de ces équations ne sont pas démontrées.

L'auteur a réalisé des expériences statiques en laboratoire afin de valider son modèle. Des analyses par éléments finis ont aussi été présentées dans sa thèse (Paroissien, 2006). Par contre, aucune comparaison graphique n'est présentée permettant de visualiser la qualité de la représentation du modèle analytique.

### 2.5.3 Modèle analytique fondé sur les modes de défaillance

Le modèle analytique développé par Bois *et al.* (2011) est fondé sur un des modèles analytiques 1D développés par Paroissien *et al.* (2007a). Le modèle est modifié afin de tenir compte du taux de transfert de charge entre le boulon et l'adhésif à partir de l'équation 2.3. La solution est obtenue à partir d'un système d'équations basés sur l'équilibre des forces entre les différentes pièces autour des trous de passage des boulons. L'avantage de ce modèle est de pouvoir « introduire aisément un comportement élastoplastique parfait de l'adhésif ce qui est incontournable pour l'étude des assemblages hybrides (Bois *et al.*, 2011) ».

$$F_i = \tau_i F = k_i(u_i(d_i) - u_i^2(d_i)) \quad (2.3)$$

Où  $F_i$  est la force exercée sur chaque section des pièces,  $\tau_i$  est le taux de transfert de charge,  $d_i$  est le diamètre du boulon et  $u_i$  est le déplacement.

Puisque le modèle analytique utilisé ne considère pas les contraintes de pelage, les auteurs ont décidé d'appliquer leur modèle à l'analyse des joints à recouvrement double utilisant un adhésif souple, ce qui réduit grandement la contrainte de pelage et la rend secondaire par rapport à la contrainte de cisaillement. Le critère de rupture de l'adhésif utilisé est alors basé sur la déformation de cisaillement maximale. Du côté des laminés, le critère de rupture est basé sur les travaux de Hart-Smith (2004). Le principe exploité ici est d'ajouter un facteur de concentration de contraintes près du trou lors de l'évaluation de la contrainte dans les laminés. De plus, puisque le modèle initial est fondé sur l'hypothèse d'un comportement élastique des matériaux, un facteur de correction est ajouté au coefficient de concentration de contraintes tel que proposé par Hart-Smith (2004). C'est par ce facteur de correction que le comportement élastoplastique des matériaux est considéré.

Ce modèle permet d'imaginer des applications intéressantes mais les auteurs précisent qu'il faudra compléter les tests en laboratoire afin de le valider.

#### 2.5.4 Modèle analytique fondé sur le principe du travail virtuel

Ce modèle développé par Barut et Madenci (2009) a pour but de déterminer la contrainte dans les laminés, dans l'adhésif ainsi que dans le boulon pour un joint à recouvrement simple avec un seul boulon précontraint lorsque le joint est soumis à des efforts externes. Ces efforts externes peuvent être des forces de tension-compression dans le plan du joint, des moments de flexion ou des pressions distribuées sur les laminés.

L'approche utilisée par les auteurs consiste à calculer l'énergie potentielle totale du joint. Lorsqu'une charge externe est appliquée sur le joint, il est possible de déterminer la répartition des efforts internes en forçant la dérivée de l'expression de l'énergie potentielle égale à 0 ( $\partial\Pi = 0$ ). L'équation 2.4 représente l'expression de l'énergie potentielle totale du joint :

$$\begin{aligned} \Pi = & \sum_{p=1}^2 U(p) + U(a) + U(b) + \sum_{p=1}^2 V_c^{b,p} + \sum_{p=1}^2 \Omega_{cl}^{b,p} + \sum_{p=1}^2 \Omega_u^p + \sum_{p=1}^2 \Omega_\delta^p \\ & + \sum_{p=1}^2 V_\delta^p + \sum_{p=1}^2 V_{pr}^p + \sum_{p=1}^2 V_\sigma^p \end{aligned} \quad (2.4)$$

Où  $U(p)$ ,  $U(a)$  et  $U(b)$  sont respectivement les énergies liées aux déformations des laminés, de l'adhésif et du boulon. Les termes  $V_c^{b,p}$ ,  $\Omega_{cl}^{b,p}$  et  $\Omega_u^p$  représentent l'énergie de contact entre les laminés et la tige du boulon, l'énergie de contact entre la tête du boulon et les laminés et l'énergie associée aux conditions de déplacement imposées aux rives des laminés. Les termes  $\Omega_\delta^p$  et  $V_\delta^p$  représentent l'énergie de déformation des ressorts simulant les conditions aux rives pour des charges externes appliquées sur une fixture rigide et l'énergie associée aux contraintes normales et de cisaillement attribuées à l'application de ces charges sur la fixture rigide. Cette fixture permet de simuler l'application de charges externes par un appareil très rigide semblables aux conditions rencontrées en laboratoire lorsque les charges sont appliquées par des mors en acier. Finalement, les termes  $V_{pr}^p$  et  $V_\sigma^p$  représentent l'énergie potentielle provenant de la pression externe et l'énergie potentielle résultant des efforts externes distribués sur les extrémités libres du joint.

Un des points importants de ce modèle analytique est sa capacité à prendre en considération la précontrainte du boulon, ce que les modèles précédents ne permettent pas. La mise en œuvre de ce modèle est complexe car sa résolution est fondée sur des fonctions inconnues exprimant les conditions de contact entre le boulon et les laminés. Ces fonctions font aussi appel à des fonctions d'interpolations afin de les représenter. Finalement, puisque les conditions de contact du boulon sont représentées par des fonctions inconnues variant en fonction des déplacements du boulon, c'est-à-dire de l'évolution du jeu radial entre le trou et la tige du boulon, il n'est pas possible de résoudre le problème sans faire appel à un processus itératif. Aussi, la définition utilisée de l'énergie potentielle totale est fondée sur des petites déformations et sur des lois de comportement des matériaux linéaires. Par conséquent, bien que la solution soit itérative, ce modèle ne permet pas de prendre en considération les aspects non linéaires de l'adhésif et des laminés. Il n'est pas non plus possible d'analyser le joint jusqu'à sa rupture. Cependant, le modèle a l'avantage de pouvoir considérer la répartition non symétrique des contraintes dans l'adhésif résultant d'un chargement mixte entre les pressions externes exercées sur les laminés et les charges appliquées aux extrémités des laminés. Par contre, le couplage entre les déformations transverses et le cisaillement n'est pas considéré, ce qui fait en sorte que le modèle ne prévoit aucune influence du niveau de précontrainte du boulon sur la contrainte de cisaillement dans l'adhésif. La Figure 2.15 montre bien l'effet du chargement externe et de la précontrainte dans les boulons sur la répartition des contraintes de pelage et de cisaillement dans l'adhésif.

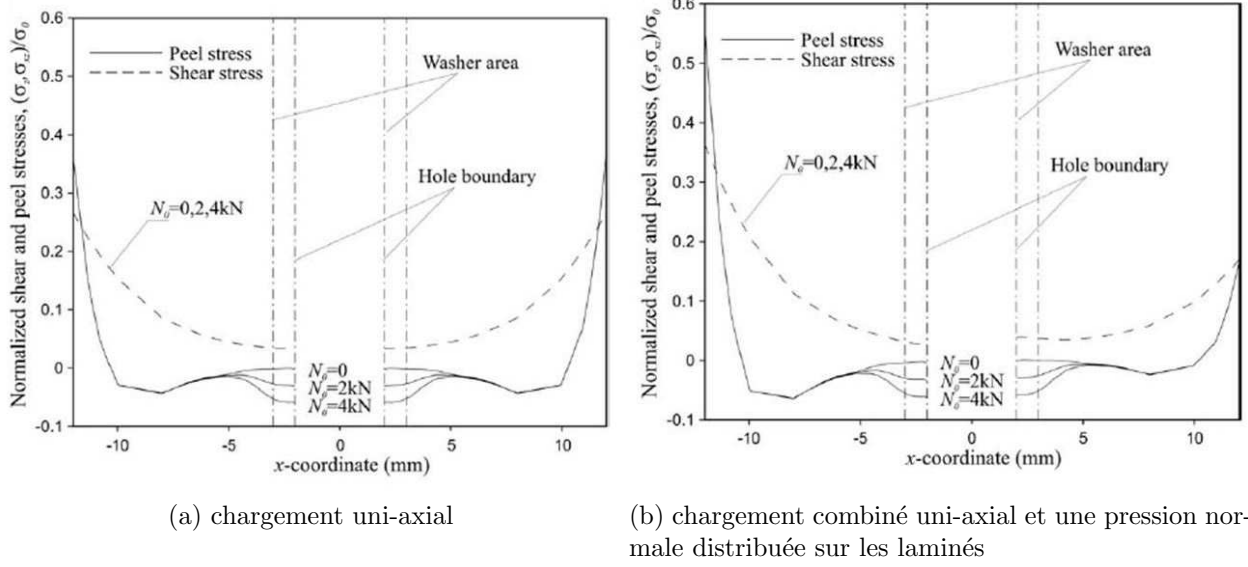


Figure 2.15 Contraintes dans l'adhésif pour différents types de chargement du joint (Barut et Madenci, 2009)

La définition des termes de l'équation 2.4 utilise des termes séparés pour la définition des dimensions et des rigidités des deux laminés. À priori, ce modèle possède donc les termes nécessaires afin d'analyser le cas des joints non équilibrés. Par contre, dans leur article, les auteurs ne font aucune mention de cette possibilité et toutes les analyses présentées sont réalisées sur des joints équilibrés (Barut et Madenci, 2009). Il n'y a donc aucune information disponible sur la précision des analyses réalisées sur les joints non équilibrés.

## 2.6 Conclusion

À la lumière des informations présentées dans cette revue de littérature, il semble que les conclusions des différents auteurs se contredisent. Alors que certain prétendent qu'il n'y a aucune amélioration des performances mécanique des joints collés par l'ajout d'éléments de fixations mécaniques, d'autres concluent que les joints hybrides performant mieux en statique et en fatigue que leurs équivalents collés. Bien qu'il y ait plusieurs publications portant sur les joints hybrides, la plupart ne se concentrent que sur un nombre limité de paramètres et sur un nombre encore plus limité de variation des valeurs de ces paramètres. Par conséquent, l'effet de chaque paramètre ainsi que ses interactions avec les autres paramètres n'est que très peu connu.

Les travaux de ce document seront donc dirigés en partie à améliorer la compréhension du comportement des joints hybrides et en partie à tenter d’optimiser les performances mécaniques du joint à partir d’un nombre donné de paramètres. Pour y arriver, le Chapitre 3 portera sur la création d’un modèle par éléments finis. Cette méthode est largement utilisée en mécanique afin d’analyser la répartition des contraintes dans des pièces ou des assemblages de pièces. Par la suite, une amélioration d’un modèle analytique existant sera présentée au Chapitre 4. L’objectif sera de modifier le modèle à 2 dimensions de Paroissien (2006) afin d’y ajouter l’effet de la précontrainte des boulons. Ce modèle sera aussi comparé aux résultats du modèle par éléments finis du Chapitre 3 afin de bien comprendre ses limites. Ce modèle pourra être utilisé afin d’analyser rapidement l’interaction entre quelques uns des paramètres initiaux et d’en éliminer quelques uns avant de poursuivre l’analyse. L’analyse de sensibilité du joint sera présentée au Chapitre 5. Cette analyse sera présentée à partir de la méthode des plans d’expériences. Finalement, le Chapitre 6 présentera la conception optimale du joint par la théorie de l’*axiomatic design*.

## CHAPITRE 3

### MODÈLE PAR ÉLÉMENTS FINIS

Afin de pouvoir concevoir un joint hybride, il est important de bien comprendre la façon dont les charges sont transmises à l'intérieur du joint. La revue de littérature du chapitre 2 a permis de dresser le portrait du comportement du joint hybride lorsqu'une charge externe est appliquée. Par contre, dans le cadre de ces travaux, il est important de bien comprendre ce comportement. C'est pour cette raison que ce chapitre présentera deux analyses réalisées sur deux modèles de joints différents à l'aide de la méthode des éléments finis. Cette méthode a été choisie car elle permet de prédire les déformations des composants du joint ainsi que de visualiser la répartition des contraintes à l'intérieur du joint. De plus, elle permet aussi de considérer tous les paramètres du joint, incluant la précontrainte des boulons, ainsi que le comportement non linéaire des matériaux utilisés dans la littérature, ce qui n'est pas possible avec les modèles analytiques présentés à la section 2.5.

Dans ce chapitre, le modèle par éléments finis créé afin d'analyser un joint hybride sera présenté. Dans un premier temps, la géométrie et le maillage seront présentés. Par la suite, les conditions aux rives ainsi que la modélisation des zones de contact seront introduites. Finalement, le modèle sera comparé aux résultats expérimentaux obtenus par Kelly (2006) ainsi que ceux obtenus par Paroissien (2006).

#### 3.1 Géométrie et maillage

##### 3.1.1 Géométrie et maillage du joint hybride à recouvrement simple

La Figure 3.1 présente la géométrie du joint hybride à un boulon analysée. Cette géométrie ne possède aucune variation de l'épaisseur des substrats ou de l'adhésif. Aucun filet de colle n'a été modélisé aux extrémités du recouvrement. Dans la zone du recouvrement, les substrats sont séparés en plusieurs volumes afin de contrôler la création d'un maillage réglé.

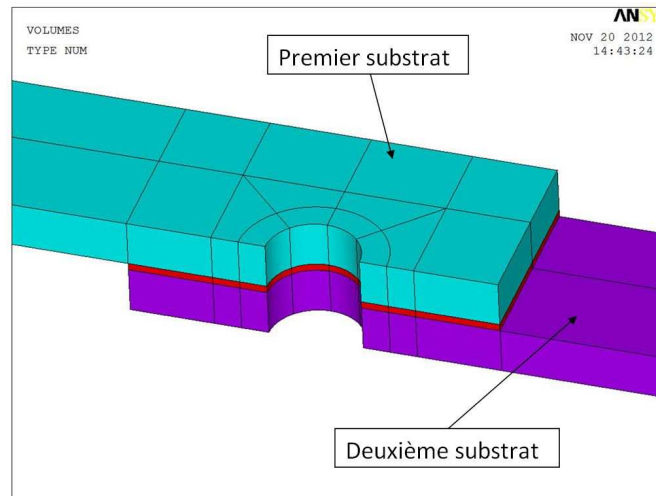


Figure 3.1 Géométrie du joint hybride modélisé et séparation en volumes

Le maillage des substrats et de l'adhésif est fait à partir d'éléments de type SOLID185 dans ANSYS. Ces éléments sont des éléments solides 3D à 8 nœuds et 24 degrés de liberté. Ils sont principalement utilisés en analyse structurale. La Figure 3.2 montre le maillage utilisé dans la zone de recouvrement. Un maillage plus grossier a été utilisé afin de modéliser les parties libres des substrats à l'extérieur de la zone de recouvrement.

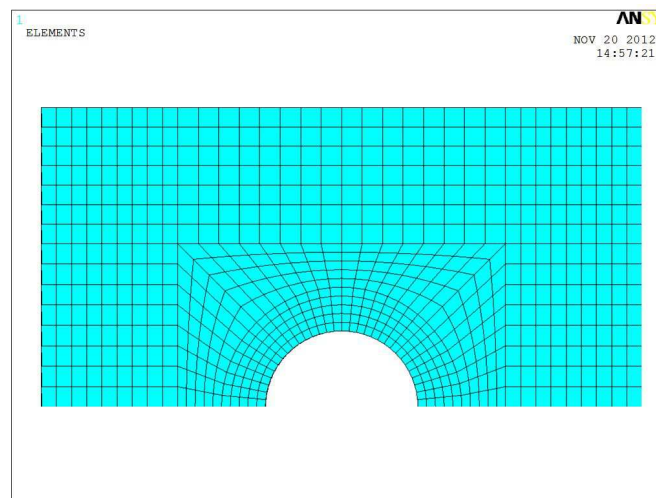
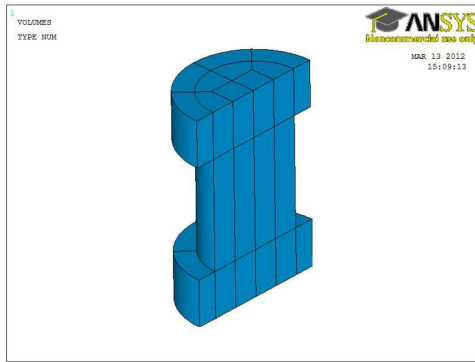
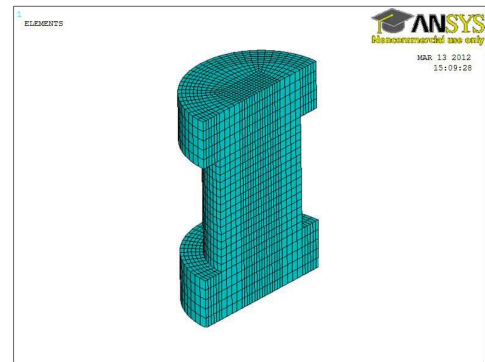


Figure 3.2 Maillage de la zone de recouvrement du joint hybride

Le boulon est lui aussi modélisé avec des éléments SOLID185 dans ANSYS. Une séparation en plusieurs volumes est nécessaire afin d'obtenir un maillage réglé du boulon. La Figure 3.3 montre le résultat obtenu.



(a) Séparation en volumes du boulon



(b) Maillage du boulon

Figure 3.3 Modélisation du boulon

## 3.2 Conditions aux rives et contacts

### 3.2.1 Encastrement

Le substrat du dessus est encastré à son extrémité la plus éloignée de la zone de recouvrement. Afin de pouvoir comparer les résultats avec ceux obtenus en laboratoire par certains auteurs, une zone équivalente à la région sous les mors d'une machine de traction a été modélisée sur les deux substrats (McCarthy et McCarthy, 2005). Les conditions aux rives sont ensuite appliquées seulement sur les nœuds des surfaces en contact avec les mors. Pour le premier substrat, les trois translations sont bloquées à l'encastrement. Pour le deuxième substrat, seulement les translations transversales ( $Y, Z$ ) sont bloquées.

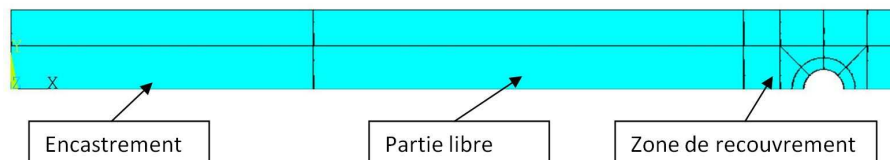


Figure 3.4 Conditions aux rives des substrats



### 3.2.2 Précontrainte et chargement externe

Le chargement externe est appliqué sur le deuxième substrat à l'aide d'un déplacement imposé sur les nœuds en contact avec les mors selon la direction longitudinale (X). Ce déplacement est appliqué selon une rampe en 20 incréments. Ces incréments sont nécessaires afin de pouvoir tracer les courbes de force/déplacement nécessaires à l'évaluation de la rigidité du joint. La valeur de la force externe est obtenue en sommant les forces de réactions aux nœuds d'application du déplacement imposé.

La précontrainte dans le boulon est appliquée à l'aide des éléments PRETS179. Lorsque cet élément est appliqué sur un boulon déjà maillé, celui-ci est séparé en deux volumes à l'aide d'un plan de coupe défini par l'utilisateur. Les deux sont ensuite reliés par des ressorts. Afin de s'assurer que les boulons sont précontraints avant l'application de la charge externe, la précontrainte est appliquée indépendamment sur un premier cas de chargement. Une fois la solution obtenue, ANSYS enregistre les déplacements provenant de l'application de la précontrainte et les conserve lors des cas de chargement subséquents.

### 3.2.3 Symétrie

Dans le cadre de l'étude réalisée dans ces travaux, il est possible d'exploiter la symétrie axiale du joint afin de diminuer la taille du modèle. Les conditions de symétrie sont appliquées sur les nœuds du plan central du joint tel que présenté à la Figure 3.5.

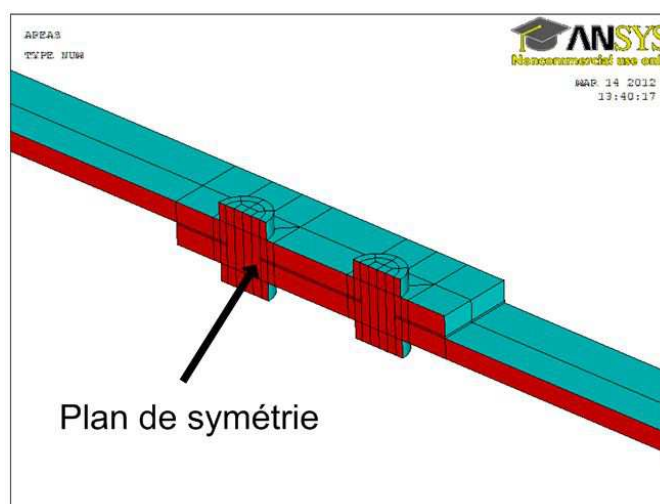


Figure 3.5 Plan de symétrie du joint

### 3.2.4 Contact

Afin de pouvoir analyser l'effet de la précontrainte et du jeu radial du boulon sur le transfert de charge à l'intérieur du joint, il est nécessaire de modéliser le boulon avec des éléments 3D (Montgomery, 2002) et d'utiliser des interfaces de contact entre le boulon et les substrats. Les contacts sont modélisés à l'aide de deux types d'éléments différents formant des couples de contacts. Les réactions dues aux contacts sont calculées à l'aide d'algorithmes de recherche de pénétration et de calcul des forces entre les différents éléments d'un même couple de contact. Dans le cadre de ce travail, l'algorithme utilisé est un algorithme de type Lagrangien augmenté, tel que suggéré par Lanoue *et al.* (2009). Pour chaque boulon, trois couples de contact ont été définis, soit un pour le contact avec la tête de la vis, un autre pour le contact avec la tige de la vis et un dernier pour le contact avec l'écrou. La Figure 3.6 montre ces trois couples de contacts. Les options de contacts utilisées sont présentées plus en détails à l'annexe A.

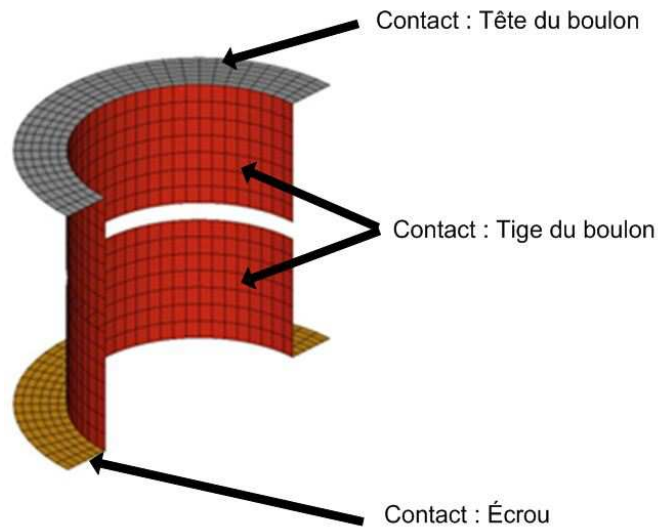


Figure 3.6 Surfaces de contact entre le boulon et les substrats

### 3.3 Comparaison avec les résultats expérimentaux de Kelly

Cette section présente la comparaison entre les résultats d'éléments finis d'un modèle avec un seul boulon et les travaux de Kelly (2006). Cette analyse a été réalisée afin de comparer les résultats obtenus avec ceux d'expériences en laboratoire utilisant des boulons précontraints.

#### 3.3.1 Matériaux

##### Substrats

Dans ses travaux, Kelly (2006) utilise des laminés époxy/fibres de carbone dont les propriétés sont présentées dans le Tableau 3.1. Pour cette analyse, seule la séquence d'empilement  $[0/45/90/-45]_{2s}$  sera analysée. Afin de simplifier la modélisation, les propriétés du matériau ont été modélisées à l'aide des propriétés linéaires orthotropiques équivalentes calculées selon la théorie des stratifiés. Ces propriétés ont été calculées à l'aide du module HyperLaminate dans Altair HyperWorks.

Tableau 3.1 Propriétés des couches époxy/fibres de carbone utilisées par Kelly (2006)

Matériau	$E_{11}$ (MPa)	$E_{22}$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$\nu_{12}$
Monocouche	98000	7800	4700	0.34
Laminé $[0/45/90/-45]_{2s}$	39135	39135	15029	0.302

##### Adhésif

L'adhésif utilisé est un adhésif bicomposant polyuréthane nommé Pilogrip 7400/7410. Cet adhésif est aussi utilisé par Paroissien (2006). La courbe contrainte-déformation en tension de l'adhésif est présentée à la Figure 3.7. Puisque cet adhésif possède un comportement hautement non linéaire, il a été modélisé en utilisant une loi de comportement multilinéaire plastique avec l'option KINH dans ANSYS.

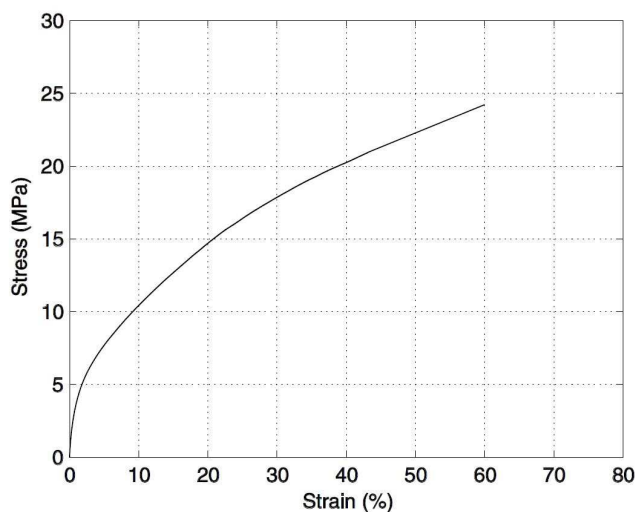


Figure 3.7 Courbe contrainte-déformation en traction de l'adhésif Pilogrip 7400/7410 (Kelly, 2005)

## Boulon

Le boulon est modélisé en utilisant de l'acier. Un module de Young de 205 GPa et un coefficient de Poisson de 0.3 ont été utilisés.

### 3.3.2 Géométrie, conditions aux rives et chargement

La Figure 3.8 présente la géométrie analysée. Cette géométrie est légèrement simplifiée par rapport à celle utilisée par Kelly (2006). Dans ses travaux, l'auteur utilise un filet d'adhésif afin de réduire la contrainte de pelage maximale (voir Figure 2.7). Par contre, la géométrie de ces filets est très onéreuse à mailler en éléments finis et a donc été retirée du modèle. Cette décision repose sur l'hypothèse que leur influence sur le taux de transfert de charge par le boulon et sur la rigidité globale du joint devrait être négligeable. Les conditions aux rives sont appliquées de la même façon que pour le modèle précédent. Le déplacement externe maximal est de 1 mm.



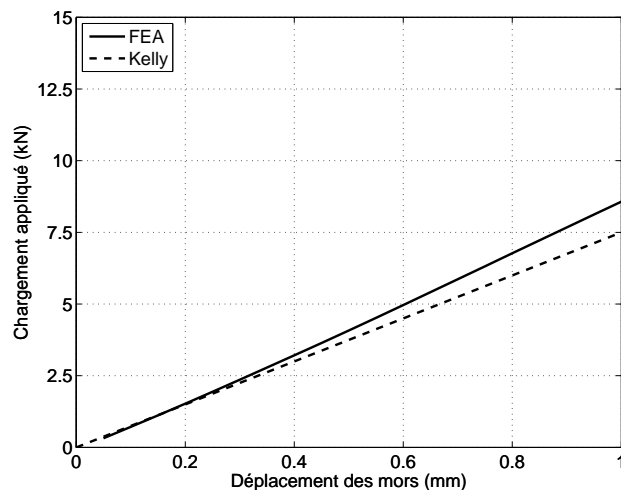


Figure 3.9 Comparaison de la rigidité obtenue en laboratoire par Kelly (2006) et des résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410

### Transfert de charge par le boulon

La Figure 3.10 montre les courbes de transfert de charge des boulons en fonction de la charge externe. Les deux résultats montrent une bonne corrélation. Il est aussi à noter que les résultats du taux de transfert de charge par les boulons présentés par Kelly (2006) sont obtenus par la méthode des éléments finis et non pas par des expériences en laboratoire. Encore une fois, ces résultats sont jugés acceptables afin de pouvoir utiliser ce modèle dans le cadre d'un plan d'expériences.

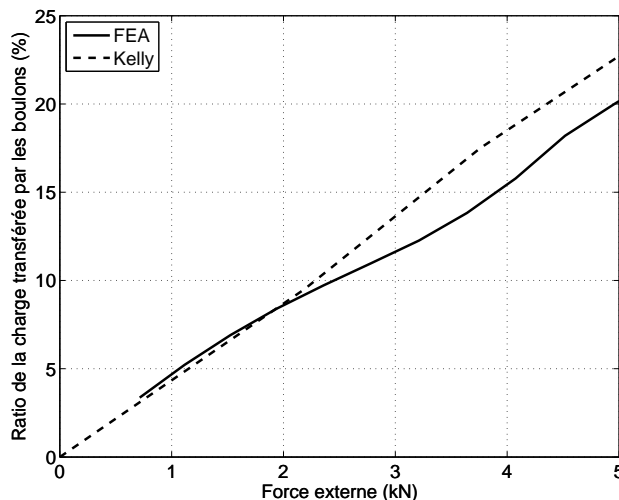
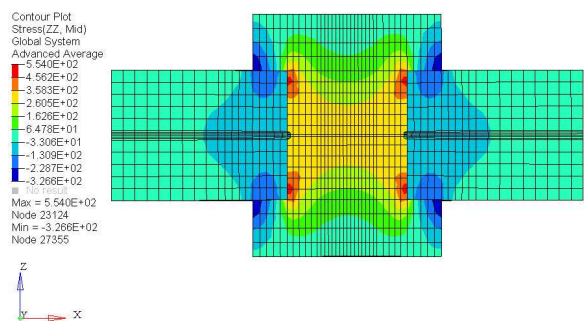


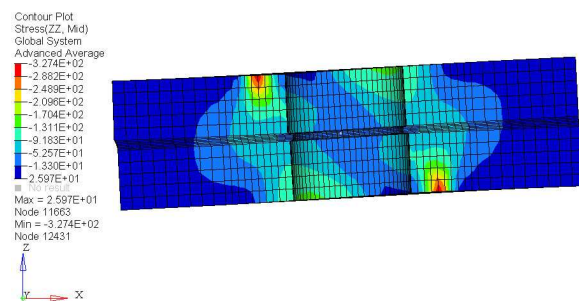
Figure 3.10 Comparaison du taux de transfert de charge par les boulons obtenue numériquement par Kelly (2006) et des résultats du modèle d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410

## Précontrainte

La Figure 3.11 montre la répartition de la contrainte hors-plan suite à l'application de la précontrainte. Cette figure montre très bien le cône de compression créé par la précontrainte du boulon. Avec l'application d'un chargement externe, le cône de compression devient moins important jusqu'au point où seule la zone sous la tête du boulon est affectée par la précontrainte. Par conséquent, la précontrainte du boulon risque d'avoir un effet très limité sur la contrainte de pelage maximale aux extrémités du joint.



(a) Force externe : 0.0 kN

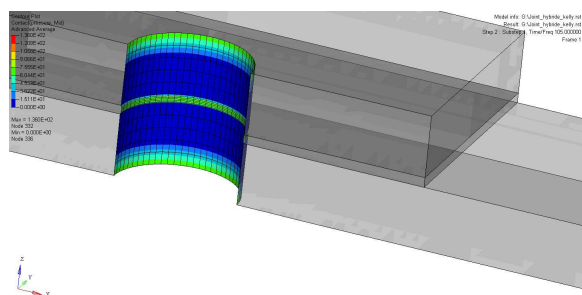


(b) Force externe : 8.5 kN

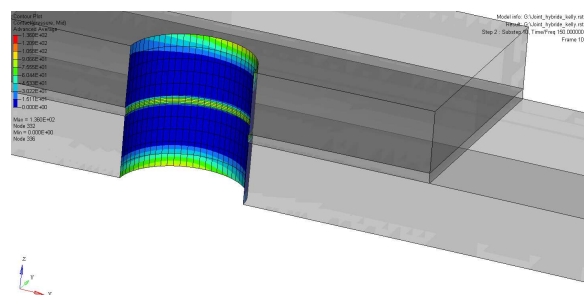
Figure 3.11 Contrainte hors-plan (SZ) due à une précontrainte des boulons de 5 kN pour deux niveaux de la charge externe

## Pression de contact du boulon

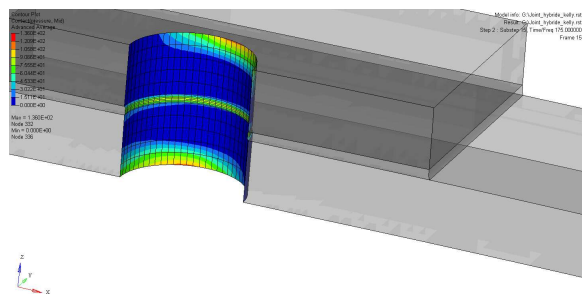
La Figure 3.12 montre l'évolution de la pression de contact lors de la phase de chargement externe. Initialement, la pression de contact est très faible. La précontrainte introduit une déformation initiale dans la zone sous contrainte. Le trou, à cet endroit, prend la forme d'un tonneau. Cette déformation initiale fait en sorte que seul les portions les plus proches de la tête du boulon et de l'écrou sont en contact avec la tige. Les figures c) et d) montrent que, avec l'augmentation de la force externe, la pression de contact augmente et se répand sur l'épaisseur des substrats. Néanmoins, bien que le chargement soit dans le plan du joint, il faut s'attendre à obtenir une répartition non homogène des contraintes selon l'épaisseur des substrats. Dans l'éventualité où des travaux futurs voudraient prédire la résistance des joints hybrides, cette répartition non-homogène devra probablement être considérée afin de prédire la force externe maximale avant le matage des substrats.



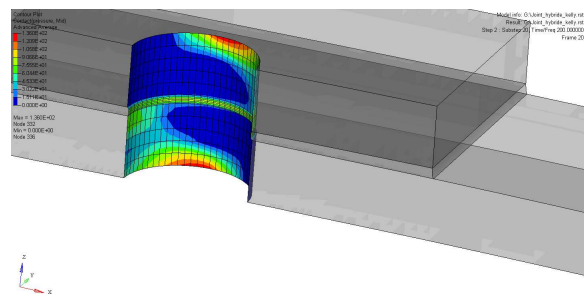
(a) Force externe : 0.3 kN



(b) Force externe : 4.1 kN



(c) Force externe : 6.3 kN



(d) Force externe : 8.6 kN

Figure 3.12 Pression de contact entre la tige du boulon et les substrats en fonction de la force externe appliquée sur le joint



### 3.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux de Paroissien

La validation du modèle par éléments finis a été réalisée en comparant les résultats du modèle de la section précédente aux résultats expérimentaux présentés dans la thèse de Paroissien (2006). Dans sa thèse, l'auteur présente des résultats expérimentaux effectués sur des assemblages d'éprouvettes boulonnées, collées et hybrides. Ces résultats ont été choisis car ce sont les seuls tests expérimentaux accessibles dans la littérature sur des joints hybrides à recouvrement simple avec deux boulons.

#### 3.4.1 Matériaux

##### Substrats

Dans les travaux de Paroissien (2006), les substrats sont fabriqués en aluminium 5086 H111. La courbe contrainte-déformation de cet aluminium est présentée dans la Figure 3.13. Cette courbe a été modélisée dans ANSYS en utilisant l'option KINH, qui permet de modéliser une courbe multilinéaire plastique à l'aide du critère de Von Mises.

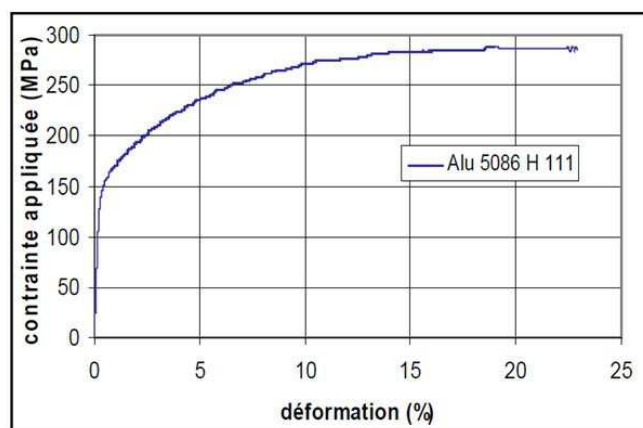


Figure 3.13 Courbe contrainte-déformation de l'aluminium 5086 H111L (Paroissien, 2006)

## Boulons

Les boulons sont fabriqués à partir de titane. Les propriétés du titane utilisé par Paroissien ne sont pas présentées dans sa thèse. En se référant aux informations présentées lors de la revue de littérature du Chapitre 2, il est à prévoir que le niveau de charge dans les boulons sera relativement faible. Par conséquent, l'influence du matériau du boulon sur la précision du modèle par éléments finis devrait être très faible. Les propriétés utilisées proviennent donc de Matweb.com<sup>1</sup> et l'ensemble des matériaux du joint sont présentés dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Propriétés des matériaux utilis/'es par Paroissien (2006)

Matériau	E1 (MPa)	$\sigma_e$ (MPa)	$\sigma_r$ (MPa)	$\nu_1$	$\epsilon_t$ (%)
Aluminium 5086 H111	67500	120	283	0.33	23
Pilogrip 7400/7410	620	3	24	0.42	60
Titane Ti-6Al-4V (grade 5)	114000	1100	1170	0.33	10

### 3.4.2 Géométrie, conditions aux rives et chargement

Les dimensions du joint sont présentées sur la Figure 3.14. Les boulons ont un diamètre de 9.52 mm. Les conditions aux rives sont imposées sur les derniers 50 mm des substrats. La charge externe est appliquée à l'aide d'un déplacement imposé sur les nœuds du substrat 2. Ce déplacement varie en fonction du temps jusqu'à un déplacement maximal de 0.6 mm. L'objectif est d'obtenir une courbe contrainte-déformation pour le joint afin d'évaluer sa rigidité. La charge maximale visée est de 14 kN lors des tests effectués par Paroissien (2006). L'auteur a choisi ce niveau de charge afin de limiter les tests au domaine élastique du joint.

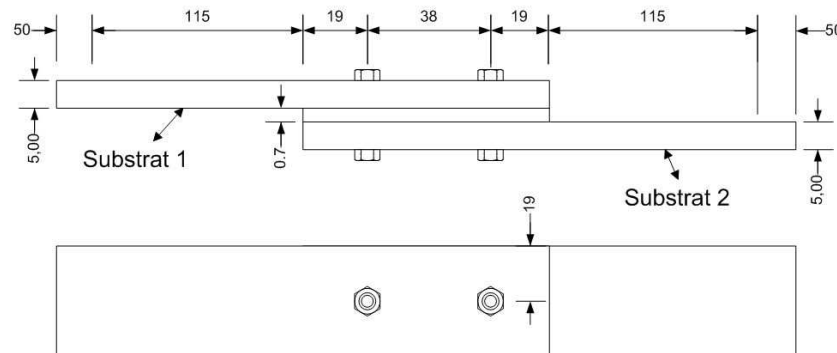


Figure 3.14 Géométrie du joint hybride analysé par Paroissien (2006)

1. <http://matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=b350a789eda946c6b86a3e4d3c577b39>

### 3.4.3 Résultats

#### Analyse de la rigidité

La Figure 3.15 montre la courbe force/déplacement des mors pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410. Les résultats du modèle d'éléments finis sont près de ceux obtenus en laboratoire par Paroissien (2006). Ces résultats, ainsi que ceux obtenus à la section 3.3.3 permettent de bâtir une bonne confiance en la qualité de la représentation du modèle pour la rigidité du joint hybride.

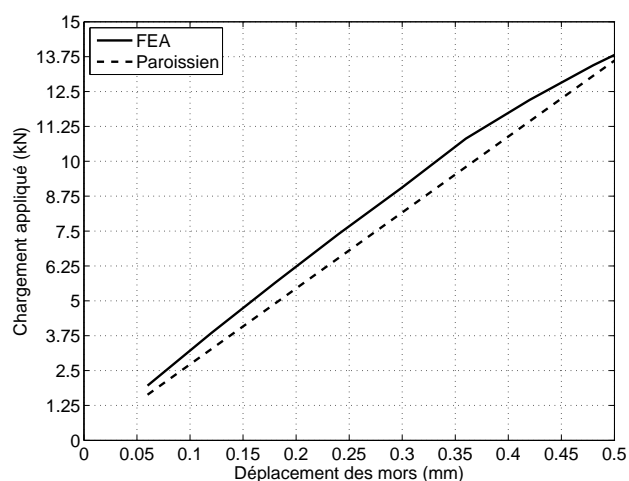


Figure 3.15 Comparaison de la rigidité obtenue en laboratoire par Paroissien (2006) et les résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410

## Analyse du transfert de charge par les boulons

La Figure 3.16 montre les courbes du taux de transfert de charge par les boulons en fonction de la charge externe. Selon cette figure, la charge transférée par les boulons obtenue par la méthode des éléments finis est environ cinq fois supérieure à celle obtenue en laboratoire par Paroissien (2006) (modèle 2). Après plusieurs vérifications du modèle, aucune explication permettant d'expliquer cette différence n'a été trouvée. Par contre, lorsque l'on compare les résultats du modèle d'éléments finis de la section précédente avec les résultats obtenus par Kelly (modèle 1), le modèle performe relativement bien. Par conséquent, le modèle est considéré acceptable afin de continuer ces travaux.

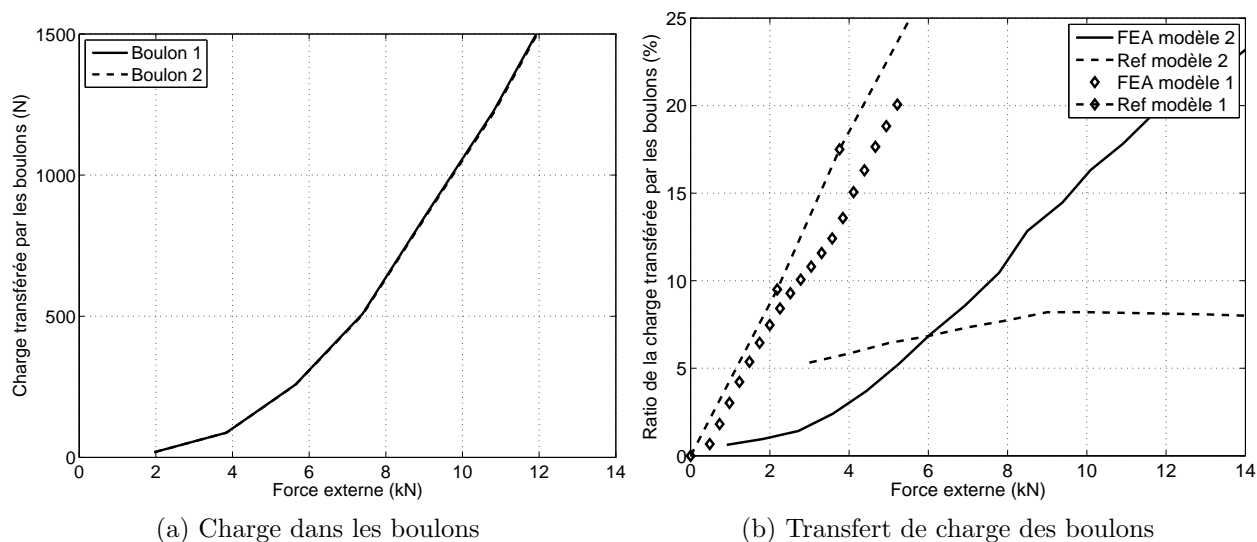
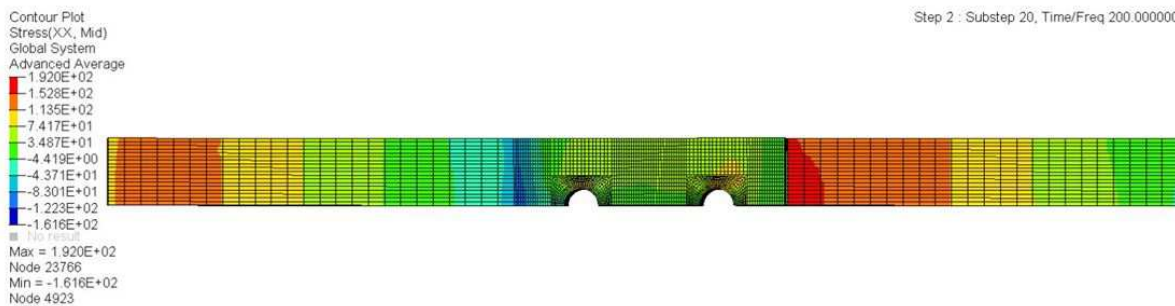


Figure 3.16 Charge reprise par les boulons et comparaison du taux de transfert de charge par les boulons entre les résultats obtenus en laboratoire par Paroissien (2006) et les résultats d'analyse par éléments finis pour un joint hybride avec l'adhésif Pilogrip 7400/7410

### Analyse de la déformée et de la répartition des contraintes dans les substrats

La Figure 3.17 présente la contrainte longitudinale et la déformée totale du joint. Sur la Figure 3.17a, il est intéressant de noter que la contrainte longitudinale à ce niveau de chargement externe est maximale et minimale en amont et en aval du joint, aux limites de la zone de recouvrement. La variation brusque d'épaisseur des substrats à ces endroits crée des zones de concentration de contraintes. De plus, la flexion secondaire causée par la géométrie du joint crée un gradient de contrainte important à l'intérieur de l'épaisseur des substrats. La Figure 3.17b permet de bien visualiser la déformée du joint et la flexion secondaire.



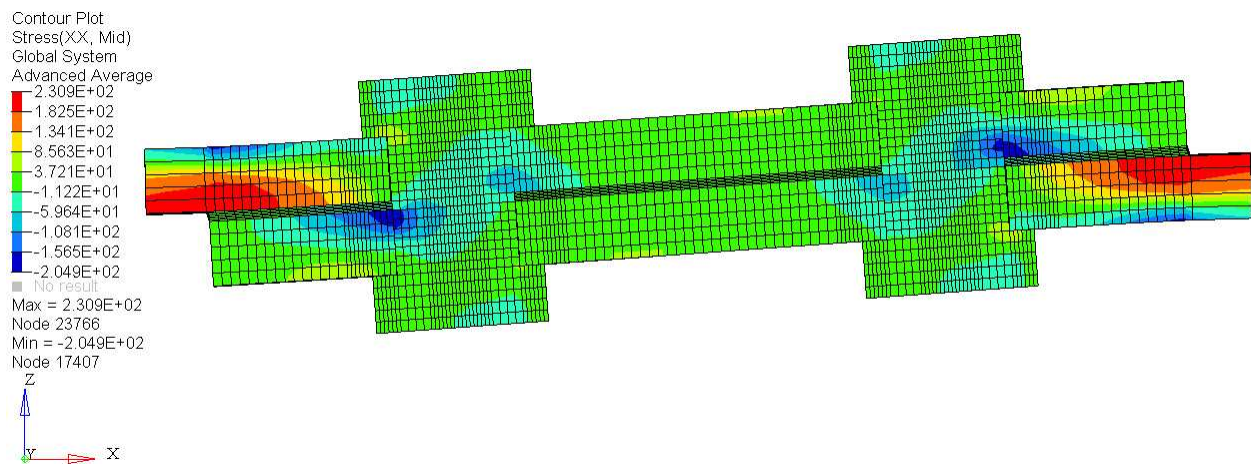
(a) Contrainte-longitudinale (SX)



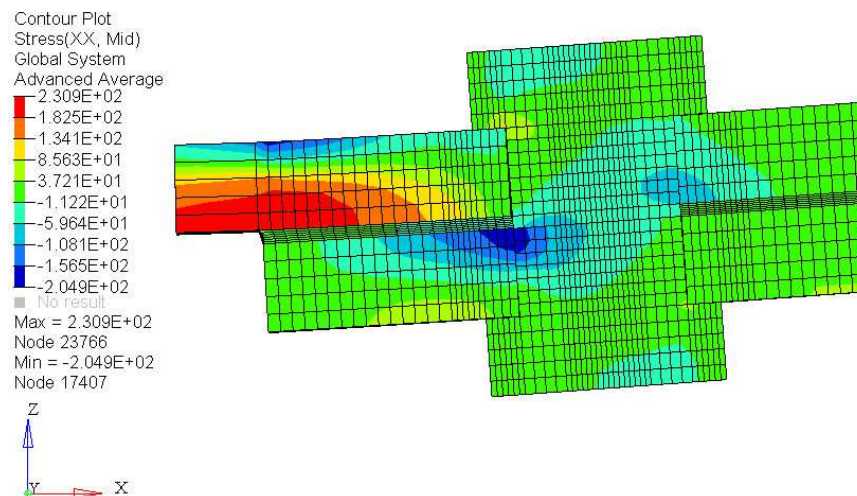
(b) Déformée totale du joint (échelle des déformations = 5 :1)

Figure 3.17 Résultats d'éléments finis sur un joint hybride à deux boulons pour un niveau de charge externe de 14 KN

La Figure 3.18 présente la contrainte longitudinale dans la zone de recouvrement selon une vue du plan de symétrie. Cette figure permet de bien voir le gradient de contrainte dans l'épaisseur des substrats. Elle permet aussi de visualiser la façon dont la charge est transférée par le boulon. Sans précontrainte, le boulon participe au transfert de charge que par contact entre sa tige et les substrats. La présence de l'adhésif limite aussi beaucoup la capacité du boulon de transférer une partie de la charge par friction entre les pièces. La pression de contact entre les substrats et le boulon est beaucoup plus élevée près du plan du joint. Il y a donc un gradient de contrainte dans l'épaisseur des substrats. Il est aussi possible de visualiser le jeu radial qui se crée dans le trou du boulon. Seulement une partie de la tige reste en contact avec les substrats suite aux déformations provenant de la charge externe.



(a) Contrainte longitudinale dans le joint

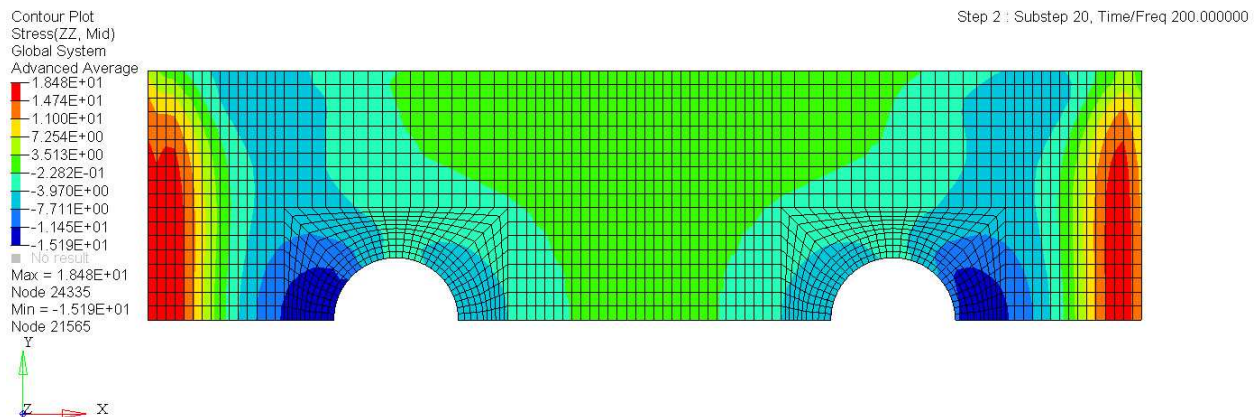


(b) Vue rapprochée sur un boulon

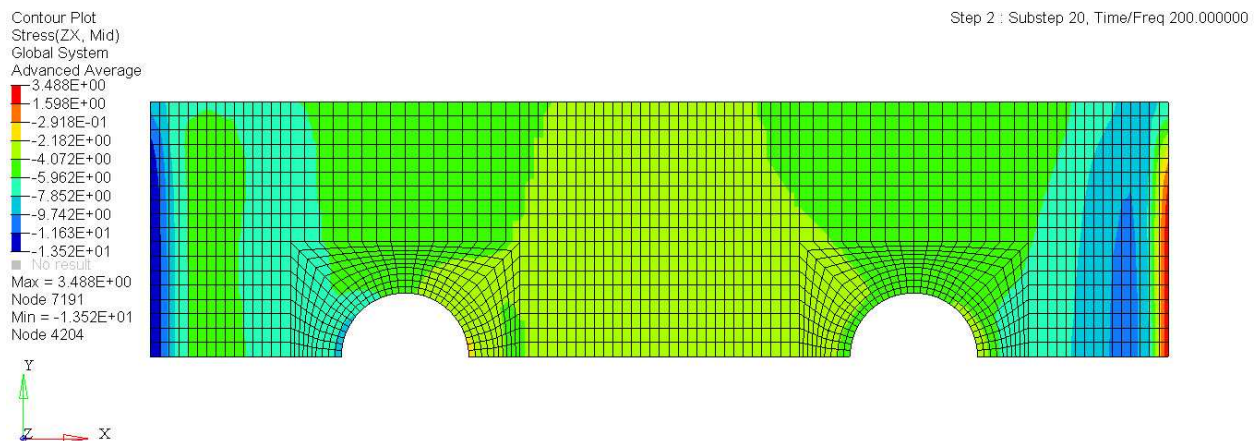
Figure 3.18 Contrainte longitudinale dans la zone de recouvrement du boulon

## Contraintes dans l'adhésif

La Figure 3.19 présente la répartition des contraintes de pelage et de cisaillement dans l'adhésif. Dans les deux cas, il y a un gradient très important aux extrémités du joint. Lors de cette analyse, aucune précontrainte n'a été appliquée aux boulons. Malgré tout, la contrainte de pelage atteint un minimum près des boulons. Les têtes des boulons limitent la séparation des pièces à ces endroits, ce qui résulte en une zone de contrainte de pelage minimal. Le cisaillement semble moins affecté par la présence des boulons.



(a) Contrainte de pelage



(b) Contrainte de cisaillement (ZX)

Figure 3.19 Contraintes dans l'adhésif pour une charge externe de 13.8kN

### 3.5 Conclusion

L'objectif du modèle par éléments finis est d'aider à l'analyse de la répartition des contraintes et des forces dans un joint hybride suite à l'application d'un chargement externe. La comparaison des résultats obtenus avec ceux publiés par Kelly (2006) et par Paroissien (2006) a permis de bâtir un modèle fiable avec une bonne répétition de l'ensemble des phénomènes d'un joint hybride.

Au total, deux analyses ont été réalisées. Celles-ci ont permis d'améliorer la compréhension des effets du chargement externe sur la répartition des contraintes dans le joint. Dans le cas des joints à deux boulons, les résultats ont montré que la répartition de la charge est distribuée également sur les deux boulons. Avec l'adhésif utilisé, le ratio de transfert de la charge externe par les boulons et l'adhésif atteint des valeurs de plus de 20%. Finalement, l'analyse du contact entre la tige des boulons et les substrats a mis en évidence la répartition non homogène des contraintes de contact dans l'épaisseur des substrats. Ceci est une observation importante car cette répartition non homogène des forces de contact pourrait accélérer l'apparition de matage dans les substrats.

Pour la géométrie utilisée par Kelly (2006), il a aussi été démontré que la précontrainte des boulons est très peu active loin du boulon. Ceci concorde avec les observations relevées lors de la revue de littérature du Chapitre 2. Il est à prévoir que ce paramètre influencera très peu les contraintes de pelage et de cisaillement maximales dans l'adhésif étant donné l'emplacement éloigné des boulons par rapport à la zone d'intérêt. Par contre, l'étude de l'effet de la précontrainte sur les contraintes maximales dans le joint reste un élément important de ces travaux puisque, en fonction de sa méthode d'application, la précontrainte a le potentiel d'améliorer la vie en fatigue des joints hybrides.



## CHAPITRE 4

### AMÉLIORATION DU MODÈLE DE PAROISSIEN

Tel que mentionné dans le Chapitre 2, plusieurs auteurs (Paroissien *et al.*, 2007a,b; Bois *et al.*, 2011; Oterkus *et al.*, 2007) se sont intéressés à développer des modèles analytiques pour l'analyse des joints hybrides. Par contre, tous ces modèles sont fondés sur des hypothèses qui les rendent utilisables que pour certain cas particuliers. Dans le cadre de ces travaux, l'intérêt est de déterminer l'influence des différents paramètres du joint sur ses performances mécaniques. Pour y arriver, l'utilisation d'un modèle analytique est une option très intéressante car elle permet de faire une analyse de sensibilité des paramètres très rapide avant d'utiliser des méthodes plus complètes et nécessitant un opérateur qualifié, tel que le modèle par éléments finis présenté au Chapitre 3.

Ce chapitre présente le modèle analytique à deux dimensions développé par Paroissien *et al.* (2007b). Tel qu'indiqué au Chapitre 2, ce modèle ne permet pas de considérer la précontrainte des boulons. Par conséquent, une modification a été apportée à ce modèle afin de tenir compte de ce paramètre additionnel. Cet ajout fut motivé par l'importance de la précontrainte sur la contrainte de pelage dans l'adhésif lorsque la précontrainte est appliquée assez près de l'extrémité de la zone de recouvrement, tel que présenté par Fu et Mallick (2001). Finalement, le modèle analytique modifié est comparé au modèle initial et aux résultats obtenus à partir du modèle par éléments finis du Chapitre 3.

#### 4.1 Présentation du modèle analytique initial

##### 4.1.1 Généralité

Le modèle initial développé par Paroissien *et al.* (2007b) est fondé sur la méthode des éléments finis. Le principe est de représenter le joint comme un assemblage d'éléments simples dans un plan tel que présenté à la Figure 4.1. Ce modèle a été choisi parmi tous ceux présentés au Chapitre 2 car il est simple d'implémentation et peut ainsi être facilement modifié.

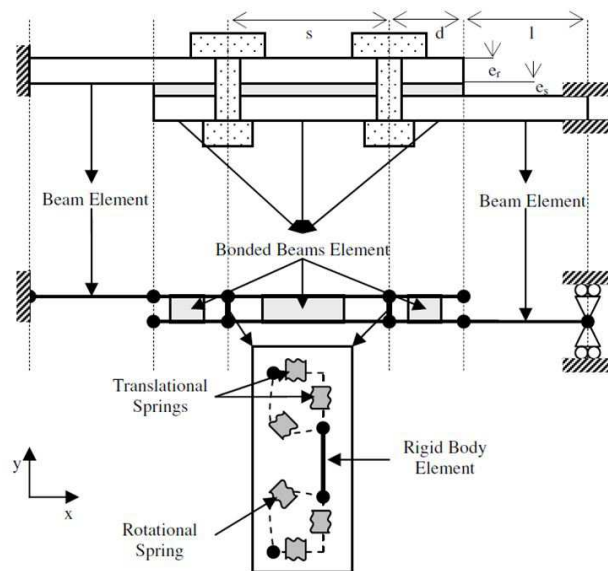


Figure 4.1 Maillage du joint hybride et conditions aux rives (Paroissien *et al.*, 2007b)

Afin de représenter adéquatement le comportement particulier des sections collées du joint, l'auteur a développé un nouvel élément plan à quatre nœuds appelé *poutre collée/boulonnée* (BB). Cet élément est présenté à la Figure 4.2. Chaque nœud possède trois degrés de libertés (DDL), soit les translations en x et en y ainsi que la rotation dans le plan xy.

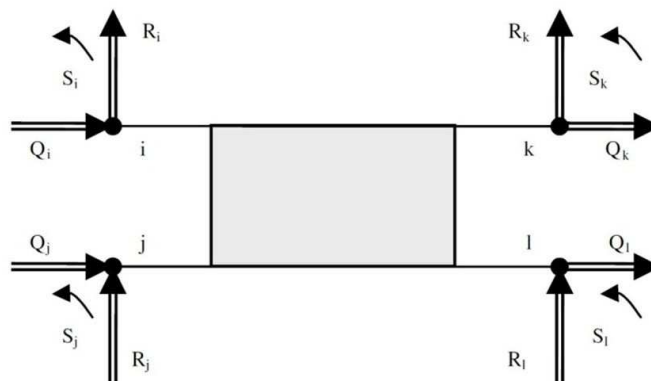


Figure 4.2 Élément collé/boulonné et ses degrés de liberté (Paroissien *et al.*, 2007b)

### 4.1.2 Équations constitutives

#### Éléments collés

Les équations constitutives de ces éléments sont fondées sur les travaux de Goland et Reissner (1944), desquelles sont tirées les expressions de la contrainte de cisaillement (T) (équation 4.1) et de pelage (S) (équation 4.2).

$$T = \frac{G_a}{E_a}(u_2 - u_1 - \frac{1}{2}e_s(\theta_1 + \theta_2)) \quad (4.1)$$

$$S = \frac{E_a}{e_a}(w_1 - w_2) \quad (4.2)$$

Où  $u_i$ ,  $w_i$  et  $\theta_i$  sont respectivement les déplacements selon l'axe des x, des y<sup>1</sup> et la rotation dans le plan xy pour les substrats 1 et 2.  $E_a$  et  $G_a$  sont les modules de Young et de cisaillement de l'adhésif. Finalement,  $e_s$  et  $e_a$  sont respectivement l'épaisseur des substrats et l'épaisseur de la couche d'adhésif.

En notant que les termes  $N_{1,2}(x)$ ,  $V_{1,2}(x)$  et  $M_{1,2}(x)$  sont respectivement les expressions des forces normales, transverses et des moments de flexion dans les substrats 1 et 2, il est possible d'évaluer les forces nodales dans les éléments BB à partir des équations 4.3, 4.4 et 4.5. Dans le cadre de ces travaux, les expressions des termes  $N_{1,2}(x)$ ,  $V_{1,2}(x)$  et  $M_{1,2}(x)$  ne seront pas explicitées puisque leur formulation est relativement complexe et nécessite la présentation de plusieurs constantes d'intégrations.

$$\begin{cases} Q_i = -N_1(0) \\ Q_j = -N_2(0) \\ Q_k = N_1(\Delta) \\ Q_l = N_2(\Delta) \end{cases} \quad (4.3)$$

---

1. Voir la Figure 4.1 pour l'orientation des axes.

$$\begin{cases} R_i = -V_1(0) \\ R_j = -V_2(0) \\ R_k = V_1(\Delta) \\ R_l = V_2(\Delta) \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} S_i = -M_1(0) \\ S_j = -M_2(0) \\ S_k = M_1(\Delta) \\ S_l = M_2(\Delta) \end{cases} \quad (4.5)$$

Où  $\Delta$  est la longueur de l'élément BB. Ces équations permettent de définir la matrice de rigidité des éléments BB, notée  $K_{BB}$ , explicitée dans l'équation 4.6. La matrice de rigidité globale peut ensuite être obtenue à partir des principes d'assemblage utilisés dans la théorie des éléments finis.

$$K_{BB} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_\sigma}{\partial u_\tau} \\ \frac{\partial R_\sigma}{\partial u_\tau} \\ \frac{\partial S_\sigma}{\partial u_\tau} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_\sigma}{\partial w_\tau} \\ \frac{\partial R_\sigma}{\partial w_\tau} \\ \frac{\partial S_\sigma}{\partial w_\tau} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_\sigma}{\partial \theta_\tau} \\ \frac{\partial R_\sigma}{\partial \theta_\tau} \\ \frac{\partial S_\sigma}{\partial \theta_\tau} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \sigma, \quad \tau = i, j, k, l \quad (4.6)$$

## Boulons

Dans ce modèle analytique, les boulons sont modélisés à l'aide d'éléments rigides. Chaque élément rigide est composé de deux nœuds notés  $r_m$  et  $s_m$  sur la Figure 4.3. Ces deux nœuds sont liés aux nœuds des éléments BB à l'aide de ressorts de rigidité  $C_u$ ,  $C_w$  et  $C_\theta$ . Les ressorts  $C_w$  et  $C_\theta$  sont définis par des paramètres géométriques et sont proportionnels à la valeur de la rigidité du ressort  $C_u$ . Par contre, la rigidité du ressort  $C_u$  doit être définie à l'aide de résultats

de tests en laboratoire ou d'éléments finis afin d'assurer la précision du modèle analytique. Finalement, puisque les boulons sont modélisés par des éléments rigides, les degrés de liberté des deux nœuds d'un même boulon sont liés par des *multi-point constraints* (MPC) afin de réduire le nombre de DDL du modèle en ne conservant que ceux du nœud  $r_m$ . L'équation 4.7 présente la formulation de ces MPC.

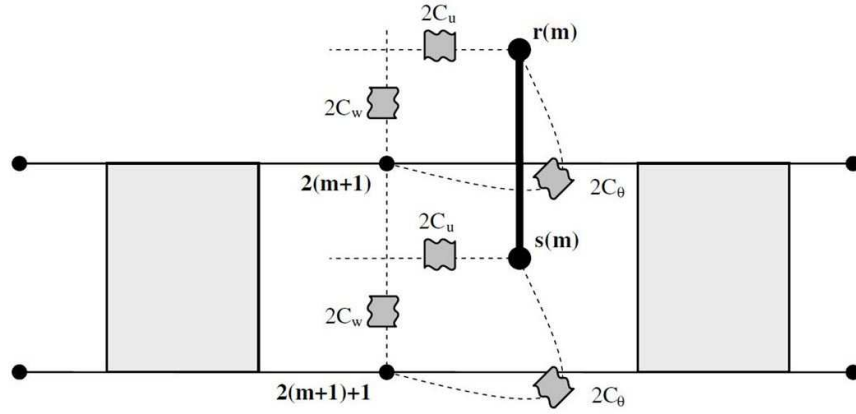


Figure 4.3 Liaison des boulons aux éléments BB (Paroissien *et al.*, 2007b)

$$\begin{cases} u_{s(m)} = u_{r(m)} + l_b \theta_{r(m)} \\ w_{s(m)} = w_{r(m)} \\ \theta_{s(m)} = \theta_{r(m)} \end{cases}, \quad m = 1, \dots, n \quad (4.7)$$

Où  $l_b$  est la longueur du boulon et  $n$  est le nombre de boulons.

#### 4.1.3 Conditions aux rives

Ce modèle a été conçu afin de ne considérer qu'une seule force externe, soit la force normale selon l'axe des  $x^2$ . Le premier substrat est alors encasté à son extrémité la plus éloignée de la zone de recouvrement. La force externe est appliquée sur le second substrat. Le déplacement selon  $x$  est libre à l'extrémité de ce substrat alors que la translation selon  $y$  et la rotation dans le plan  $xy$  sont bloquées.

---

2. voir la Figure 4.1 pour la définition des axes

## 4.2 Modification apportée au modèle analytique initial

### 4.2.1 Généralité

Le modèle analytique présenté à la section 4.1 permet de considérer plusieurs paramètres du joint. Par contre, puisque ce modèle utilise des éléments rigides afin de représenter les boulons, il n'est pas possible de considérer l'effet de la précontrainte des boulons sur le joint. En pratique, il est rare qu'un joint utilisant des boulons soit assemblé sans précontrainte. Par conséquent, il a été décidé de modifier ce modèle analytique afin de considérer la précontrainte des boulons.

L'approche utilisée afin d'ajouter la précontrainte des boulons est de modifier les conditions initiales du problème en ajoutant une déformation initiale ( $d_{ini}$ ) des boulons correspondant à la précontrainte appliquée. La déformation initiale du boulon est calculée à partir des paramètres géométriques du boulon, de son matériau ainsi et la valeur de la précontrainte désirée. L'équation 4.8 présente la méthodologie employée pour calculer la déformation initiale du boulon. Elle est ensuite appliquée sur chacun des nœuds du boulon. L'équation 4.9 présente la méthodologie employée afin d'appliquer cette précontrainte au système d'équations. En procédant ainsi, la déformation initiale est ajoutée au vecteur de force externe.

$$d_{ini} = \frac{F_{precontrainte}}{\frac{\pi D_b^2}{4}} l_b \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} [K]\{d\} &= \{F\} \\ [K](\{d\} + \{d_{ini}\}) &= \{F\} \\ [K]\{d\} &= \{F\} - [K]\{d_{ini}\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Où  $l_b$  est la longueur du boulon et  $D_b$  le diamètre du boulon.

Cette modification du modèle est réalisée avant la réduction du nombre de DDL par l'application des MPC. Puisque cette méthodologie utilise les mêmes éléments rigides que le modèle initial, les MPC utilisés sont donc décrits à l'équation 4.7. Ces MPC permettent de définir une matrice de réduction  $R$ . La solution finale du problème est obtenue à l'aide d'une décomposition LU du système d'équation 4.10.

$$\begin{aligned}
\{\tilde{d}\} &= [R]^T \{d\} \\
[\tilde{K}] &= [R]^T [K] [R] \\
\{\tilde{F}\} &= [R]^T \{F\} \\
[\tilde{K}]\{\tilde{d}\} &= \{\tilde{F}\}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

### 4.3 Comparaison entre les deux modèles

Afin de valider les modifications apportées au modèle, une première comparaison a été effectuée avec le modèle analytique initial. Cette comparaison a été effectuée sur la même géométrie que celle utilisée dans la publication de Paroissien *et al.* (2007b).

#### 4.3.1 Géométrie et matériaux

Les dimensions et propriétés des matériaux du problème analysé sont présentées dans le Tableau 4.1. La Figure 4.4 permet de visualiser la géométrie et les dimensions du joint hybride.

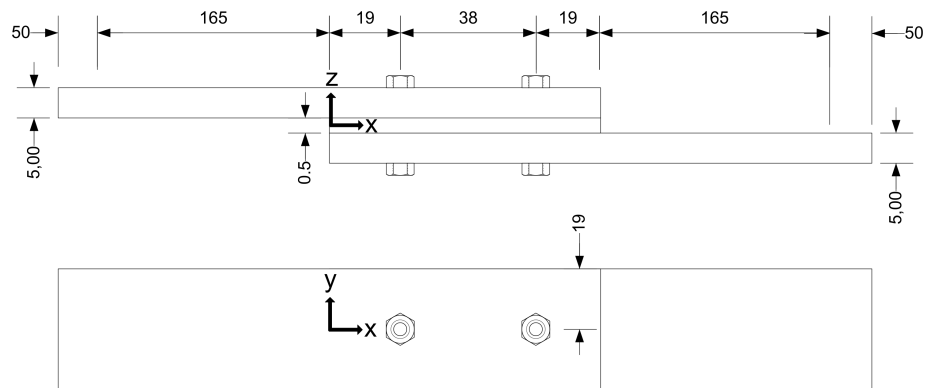


Figure 4.4 Géométrie du joint hybride analysé par Paroissien *et al.* (2007b)

Tableau 4.1 Valeurs des paramètres du joint

Paramètres	Symboles	Valeurs
Nombre de boulons	$n$	2
Force externe (N)	$F_{ext}$	100
Largeur du joint (mm)	$w$	38
Distance des bords libres aux boulons (mm)	$e$	19
Distance entre les boulons (mm)	$s$	38
Diamètre des boulons (mm)	$D_b$	9.52
Longueur de la partie non collée (mm)	$L$	115
Épaisseur des substrats (mm)	$t$	5
Épaisseur de l'adhésif (mm)	$t_a$	0.7
Module de Young des substrats [MPa]	$E$	72000
Module de Young de l'adhésif [MPa]	$E_a$	540
Module de Young des boulons [MPa]	$E_b$	110000
Coefficient de poisson de l'adhésif	$\mu_a$	0.35



### 4.3.2 Résultats

La Figure 4.5 présente la comparaison entre les deux modèles pour la contrainte de pelage dans l'adhésif. La Figure 4.5a démontre que la contrainte de pelage calculée avec les deux modèles est identique lorsque aucune précontrainte n'est appliquée sur les boulons. La Figure 4.5b permet de comparer les deux modèles lorsqu'une précontrainte de 1000 N est appliquée sur les boulons. Cette figure permet de visualiser les observations présentées dans la revue de littérature du Chapitre 2. La précontrainte des boulons agit localement en introduisant une contrainte de pelage négative près des boulons. Par contre, pour cette géométrie, le modèle analytique prévoit une déformation importante des substrats sous la précontrainte, ce qui résulte en une augmentation de la contrainte de pelage aux extrémités du joint.

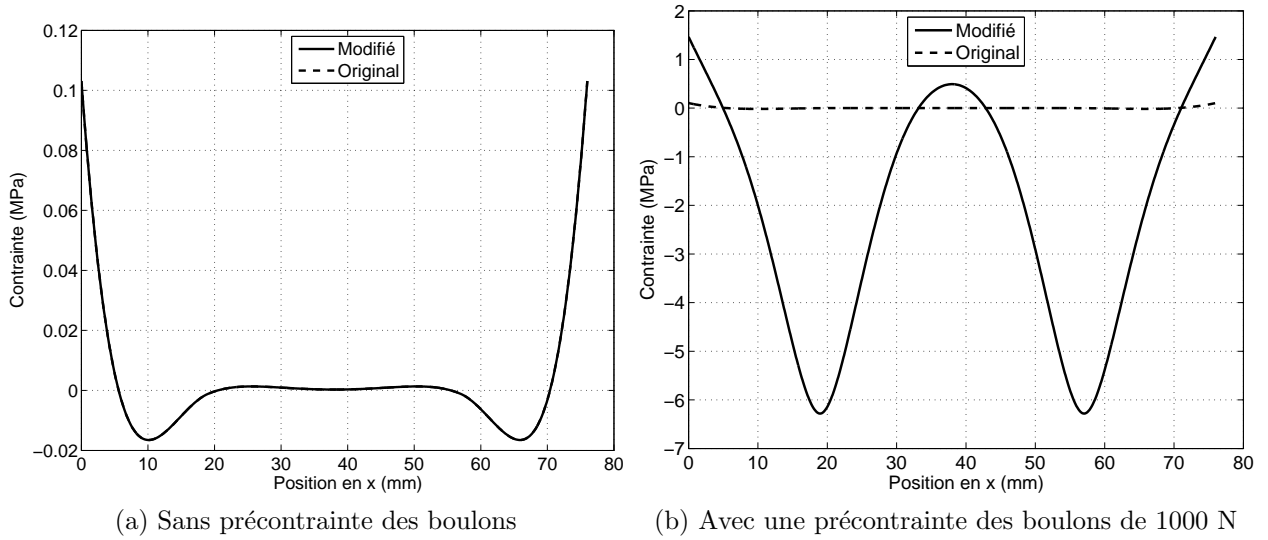


Figure 4.5 Comparaison de la contrainte de pelage obtenue à partir du modèle de Paroissien *et al.* (2007b) et du modèle amélioré

La Figure 4.6 présente la comparaison entre les deux modèles pour la contrainte de cisaillement dans l'adhésif. Tel qu'attendu, les deux modèles analytiques ne prévoient aucune modification de la contrainte de cisaillement suite au serrage des boulons. Ceci correspond aux observations réalisées lors de l'analyse par éléments finis du Chapitre 3.

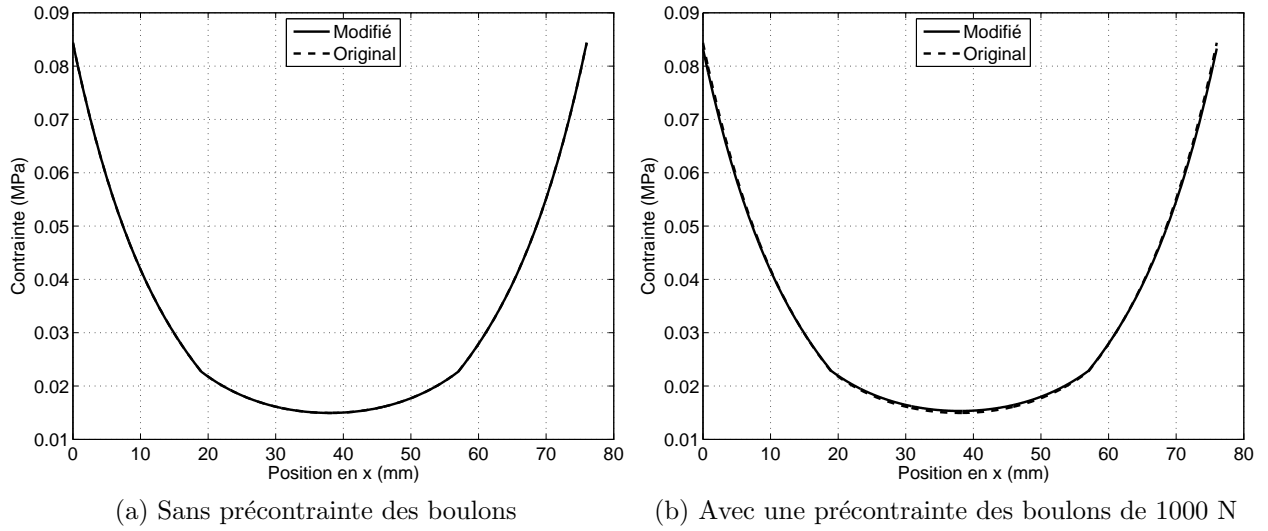


Figure 4.6 Comparaison de la contrainte de cisaillement obtenue à partir du modèle de Paroissien *et al.* (2007b) et du modèle modifié amélioré

La Figure 4.7 présente la comparaison du déplacement des substrats pour les deux modèles. La mesure du déplacement est réalisée à l'extrémité du 2<sup>e</sup> substrat. Le modèle analytique modifié prévoit un déplacement initial plus important selon la direction longitudinale. Ce déplacement est le résultat des déformations imposées au joint par l'ajout de la précontrainte. Près des boulons, les substrats sont compressés, ce qui produit une légère flexion dans la région avoisinante des trous. Puisque le plan neutre du joint ne coïncide pas avec les plans neutres des substrats (voir Figure 2.3), la précontrainte introduit une flexion secondaire du joint. Pour cette raison, le modèle analytique prévoit un déplacement initial des substrats suite à l'application de la précontrainte.

Finalement, la Figure 4.8 présente la comparaison du déplacement des substrats pour les deux modèles. Puisque la rigidité des boulons selon l'axe  $x$  est déterminée seulement par le paramètre  $C_u$ , le niveau de précontrainte des boulons n'affecte pas le transfert de charge par les boulons sans recalculer la valeur du paramètre  $C_u$ . Par contre, puisque ce paramètre doit être calculé à partir de résultats d'expériences en laboratoire ou d'analyses par éléments finis, il est très peu pratique de recalculer ce paramètre pour différents joints hybrides.

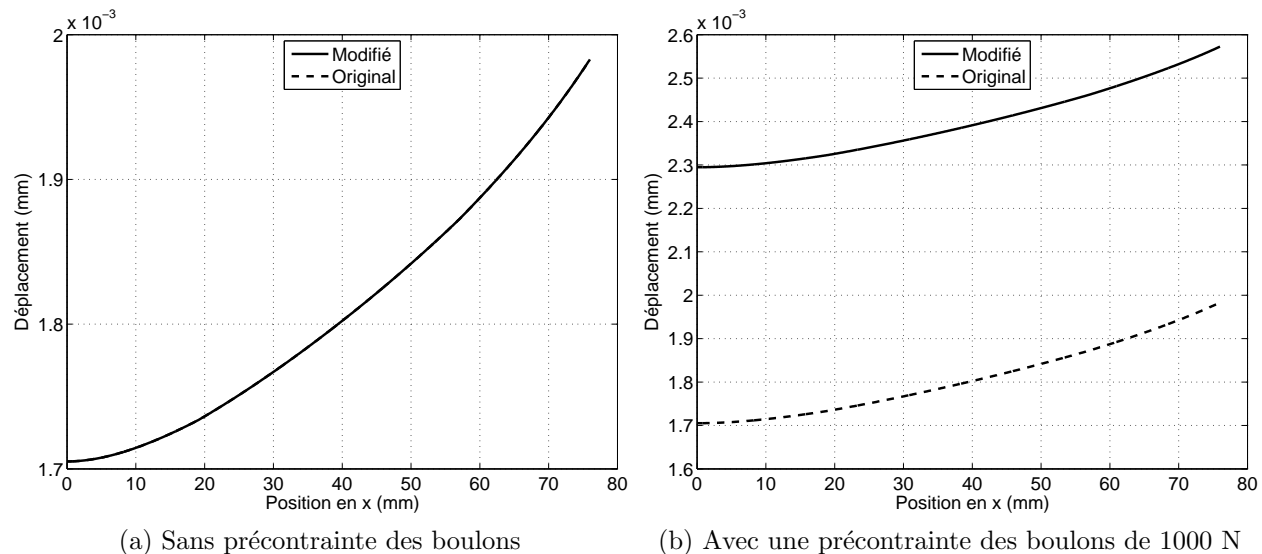


Figure 4.7 Comparaison du déplacement en x du substrat 2 obtenu à partir du modèle de Paroissien *et al.* (2007b) et du modèle amélioré

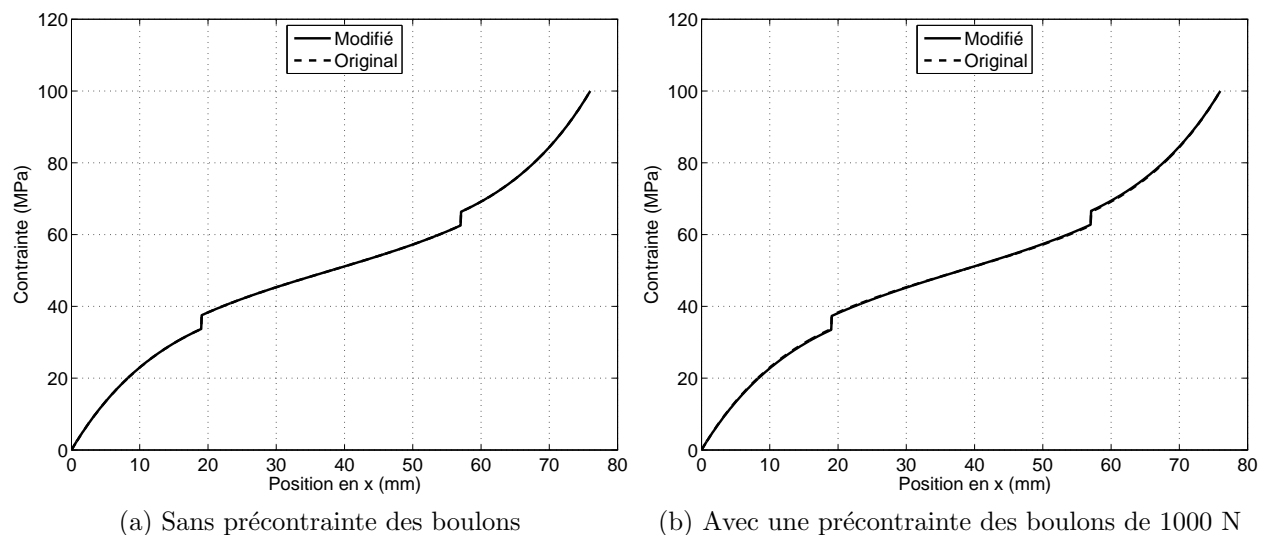


Figure 4.8 Comparaison de la contrainte normale dans les substrats obtenue à partir du modèle de Paroissien *et al.* (2007b) et du modèle amélioré

## 4.4 Comparaison avec les éléments finis

Afin de valider l'effet de l'ajout de la précontrainte des boulons dans le modèle analytique, le modèle a été comparé aux résultats obtenus avec le modèle d'éléments finis présenté au Chapitre 3.

### 4.4.1 Géométrie et matériaux

La géométrie analysée est la même que celle présentée lors de l'analyse précédente et identifiée dans le Tableau 4.1. Par contre, une précontrainte des boulons de 1500 N a été ajoutée et le chargement externe atteint 14 kN.

### 4.4.2 Résultats

La Figure 4.9 montre la rigidité du joint calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle par éléments finis. Le modèle analytique initial de Paroissien *et al.* (2007b) est fondé sur l'hypothèse que l'adhésif possède un comportement élastique parfait. La rigidité du joint ne varie donc pas en fonction de la charge externe. Ceci explique la différence entre les deux courbes de la Figure 4.9. Somme toute, les résultats obtenus sont acceptables.

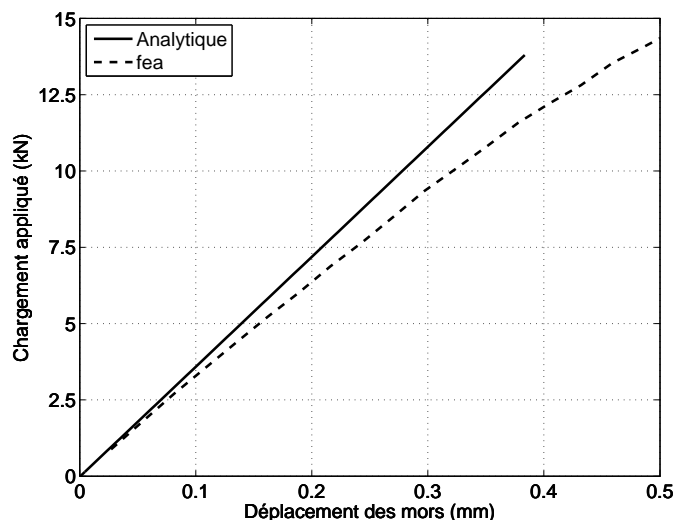


Figure 4.9 Rigidité d'un joint hybride calculé avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3

La Figure 4.10 présente la contrainte de pelage calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis. Les deux modèles présentent une bonne similitude. La valeur de la contrainte de pelage maximale est pratiquement identique pour les deux modèles. Par contre, il y a une bonne différence entre les résultats des deux modèles pour la contrainte de pelage minimale. Le modèle par éléments finis prévoit une contrainte minimale presque deux fois plus grande, en valeur absolue, que celle du modèle analytique modifié. Cette différence provient de la méthodologie utilisée afin d'ajouter la précontrainte des boulons dans le modèle analytique modifié. Cette précontrainte est ajoutée au modèle par l'entremise de la déformation initiale du boulon, qui impose ensuite une force transverse aux substrats par les ressorts liant les boulons aux éléments BB. La géométrie des laminés n'est donc pas considérée. Dans le cas du modèle par éléments finis, la précontrainte des boulons est appliquée aux substrats principalement en dessous de la tête du boulon et de l'écrou. Elle est donc appliquée sur une surface relativement faible des substrats suite à la présence des trous de passage des boulons. Ceci explique la valeur plus grande, en valeur absolue, de cette contrainte calculée par le modèle par éléments finis.

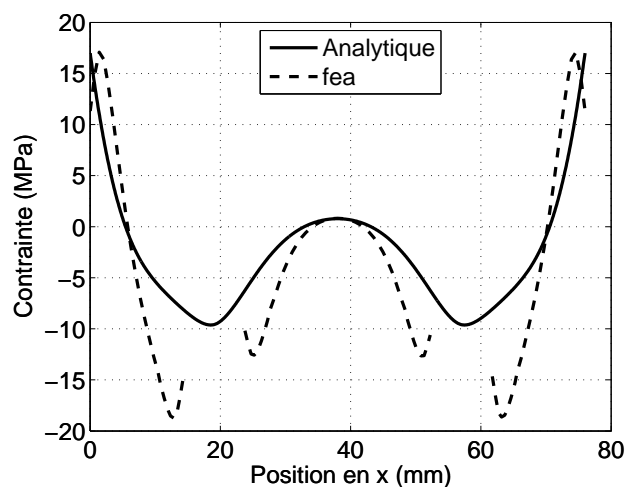


Figure 4.10 Contrainte de pelage dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3

Finalement, la Figure 4.11 présente la contrainte de cisaillement dans le joint hybride. Selon cette figure, il y a une grande marge d'erreur entre les résultats du modèle analytique et du modèle par éléments finis. En utilisant des lois de comportement linéaires pour l'adhésif, la rigidité de l'adhésif ne varie pas en fonction du niveau de chargement. Ceci résulte en une surestimation de la rigidité des extrémités du joint. Par conséquent, le modèle analytique surestime aussi les contraintes aux extrémités du joint.

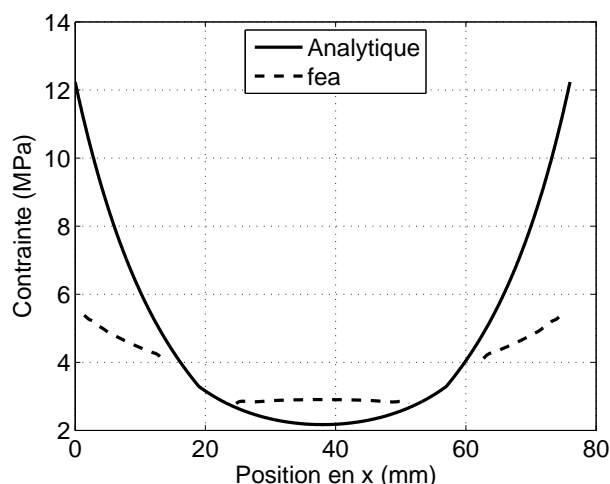


Figure 4.11 Contrainte de cisaillement dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3

#### 4.4.3 Seconde analyse par éléments finis

Une seconde analyse a été réalisée afin de comparer les résultats lorsque les boulons sont plus proches des extrémités du joint. En comparant avec les dimensions de la Figure 4.4, seule la distance aux bords libres a été changée. Celle-ci est passée de 19mm à 9mm. Dans cette situation, la précontrainte des boulons devrait avoir une plus grande influence sur la contrainte de pelage maximale dans l'adhésif.

#### 4.4.4 Résultats

Les Figures 4.12 et Figures 4.13 présentent respectivement les courbes de rigidités ainsi que la contrainte de pelage dans l'adhésif. Les résultats obtenus sont similaires à ceux de l'analyse précédente. Comme lors de celle-ci, le modèle analytique surestime la rigidité du joint puisque celui-ci ne considère pas les caractéristiques non-linéaires de l'adhésif. Pour ce qui est de la contrainte de pelage, le modèle analytique et le modèle par éléments finis se rapprochent aux extrémités du joints, mais le modèle analytique ne représente pas de façon fiable la contrainte locale près des boulons. Dans des travaux futures, il serait intéressant de revoir la formulation de la déformation initiale afin d'améliorer la précision du modèle. En modifiant la valeur de la déformation initiale afin de prendre en considération le comportement des plaques et de l'adhésif ou en ajoutant un facteur de correction pour considérer l'effet du diamètre de la tête des boulons, il pourrait être possible d'obtenir de meilleurs résultats.

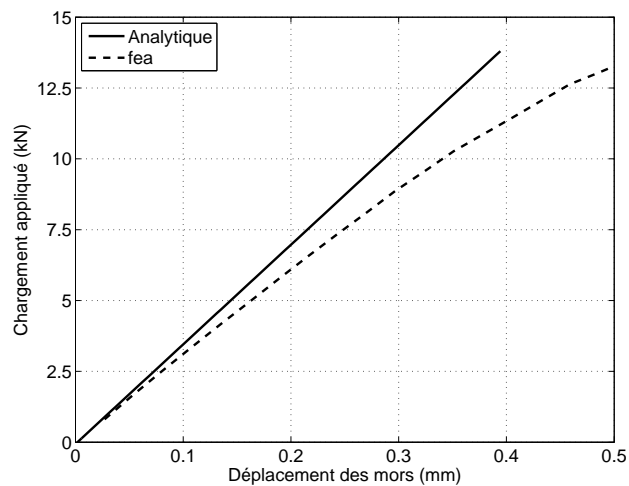


Figure 4.12 Rigidité d'un joint hybride calculé avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3

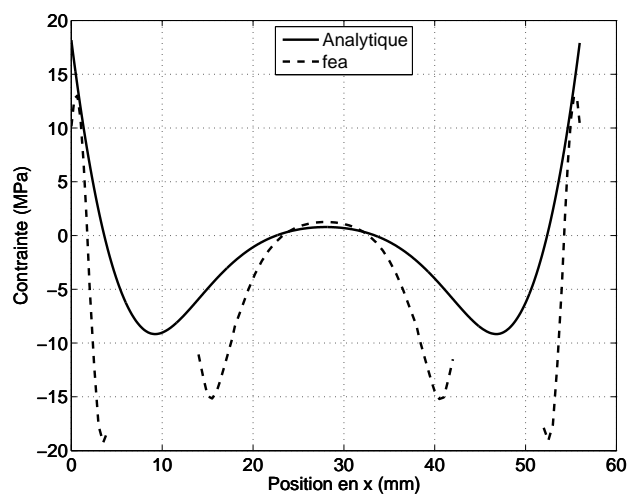


Figure 4.13 Contrainte de pelage dans un joint hybride calculée avec le modèle analytique modifié et le modèle d'éléments finis du Chapitre 3

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle analytique de Paroissien *et al.* (2007b) a été modifié afin de lui permettre de considérer la précontrainte des boulons. En modifiant le modèle initial de Paroissien *et al.* (2007b) afin d'introduire une déformation initiale du joint liée à la précontrainte des boulons, il a été possible d'obtenir un modèle analytique à deux dimensions fiable du joint hybride à recouvrement simple.

Le modèle obtenu a ensuite été comparé au modèle initial de Paroissien *et al.* (2007b). Sans précontrainte, les deux modèles permettent d'obtenir les mêmes résultats. L'ajout de la précontrainte n'affecte que la contrainte de pelage. Suite au serrage des boulons, le modèle modifié prévoit une zone en compression près des boulons. Le serrage des boulons introduit aussi une légère flexion des substrats. Le résultat de cette flexion est que le modèle prévoit un déplacement initial en x. Bien que ce déplacement initial cause un décalage entre les résultats des deux modèles, ceci n'affecte que très peu le comportement du joint.

La comparaison entre le modèle analytique modifié et le modèle par éléments finis du Chapitre 3 a permis de démontrer les limitations du modèle analytique. Pour commencer, la précision de la prédiction de la rigidité du joint est affectée par l'utilisation d'une loi de comportement linéaire. Ceci cause une surévaluation de la rigidité lorsque les matériaux utilisés répondent à un comportement non linéaire tel que celui de l'adhésif Pilogrip 7400/7410. Ensuite, le modèle analytique a bien performé pour prédire la contrainte de pelage maximale. La même chose ne peut pas être dite pour la prédiction de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif. Dans ce cas-ci, le modèle analytique a grandement surévalué la contrainte de cisaillement maximale.

Dans des travaux futures, la faible précision de la prédiction de la contrainte de pelage près des boulons devrait être adressée. Modifier la façon dont la déformation initiale des boulons est calculée pourrait améliorer la précision du modèle. Deux avenues sont envisageables, soit de modifier le calcul afin de considérer les plaques et l'adhésif lors du calcul ou ajouter un facteur de correction afin de considérer l'effet de la présence des trous de passages ainsi que le diamètre de la tête du boulon sur l'aire d'application de la précontrainte.



En conclusion, le modèle obtenu est suffisamment fiable afin d'être utilisé pour une étude de sensibilité de la rigidité des boulons et de la contrainte de pelage maximale. Sa plus grande limitation est que la rigidité des boulons est ajoutée au modèle à partir de ressorts liant les boulons aux substrats. La rigidité de ces ressorts doit normalement être calculée à partir d'une expérience en laboratoire ou d'une analyse par éléments finis. Puisque ces méthodes sont très coûteuses en temps et en ressources, ce modèle sera utilisé sans mise à jour de la rigidité de ces ressorts entre chaque modification des dimensions et paramètres du joint. Ce modèle pourra alors être utilisé afin d'analyser le comportement global du joint mais son manque de précision ne pourra pas lui permettre de remplacer le modèle par éléments finis du Chapitre 3.

## CHAPITRE 5

### ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES JOINTS HYBRIDES PAR LA MÉTHODE DES PLANS D'EXPÉRIENCES

La performance des joints hybrides est influencée par plusieurs paramètres de conception tels que le choix des matériaux et les dimensions des composants du joints. Par contre, suite à la revue de littérature du Chapitre 2, il est très difficile d'identifier les paramètres les plus influents du joint. Par conséquent, une analyse de sensibilité permettra de mieux comprendre l'influence de ces paramètres et ainsi faciliter la conception optimale des joints hybrides. Par contre, puisque le modèle analytique du Chapitre 4 ne permet pas de remplacer entièrement le modèle beaucoup plus coûteux d'analyse par éléments finis du Chapitre 3, l'utilisation d'un modèle substitut représente une avenue très intéressante pour ce type de démarche.

Dans un premier temps, ce chapitre présente la méthodologie employée afin de générer un modèle substitut par la méthode du krigeage. Dans le cadre de ces travaux, le modèle de krigeage est développé à partir d'un plan d'expériences hypercube latin optimal. Une fois le modèle de krigeage initial obtenu, celui-ci a été optimisé par la méthode de la validation croisée afin d'améliorer la qualité de la représentation du modèle.

Dans un second temps, l'algorithme utilisé afin d'effectuer l'analyse de sensibilité est présenté. Cet algorithme repose sur un principe utilisant les plans d'expériences hypercubes latins optimaux, ce qui le rend particulièrement intéressant à utiliser avec un modèle de krigeage fondé sur le même type de plan d'expériences. L'analyse de sensibilité est ensuite réalisée à l'aide du modèle analytique du Chapitre 4. Cette première analyse est utilisée afin de déterminer les paramètres les plus importants à considérer avant d'effectuer une analyse plus poussée à l'aide du modèle par éléments finis du Chapitre 3.

## 5.1 Généralité sur les plans d'expériences statistiques

Les plans d'expériences sont des méthodes statistiques permettant d'analyser des procédés, des systèmes, etc. Ils sont souvent utilisés afin de déterminer l'influence de certains paramètres d'entrée sur les paramètres de sortie d'un système avec un minimum de points d'expériences. En laboratoire, les plans d'expériences factoriels  $2^k$ , fractionnaires  $2^{k-p}$  et central-composites sont très utilisés. Par contre, ces méthodes nécessitent beaucoup de points d'expériences lorsque le nombre de paramètres ( $k$ ) augmente et ne sont pas très bien adaptés aux problèmes fortement non linéaires.

Lorsque le problème est de type déterministe et fortement non linéaire, les plans d'expériences hypercube latin (LHD) sont mieux adaptés (Clement, 2011). Ces plans ont l'avantage de bien couvrir l'espace de conception contrairement aux plans d'expériences classiques qui exploitent principalement les extrémités des espaces de conception. De plus, lorsque le nombre de paramètres augmente, les plans LHD nécessitent moins de points d'expériences que les plans fractionnaires ou central-composite (Biron *et al.*, 2012).

### 5.1.1 Introduction aux plans Hypercubes latins

Les plans d'expériences LHD sont conçus en divisant l'espace expérimental en  $n$  intervalles. Le plan d'expériences est ensuite construit afin que chacun des ces intervalles ne soit utilisés qu'une seule fois par paramètre. En autre mots, chaque paramètre du plan d'expériences ne peut prendre les valeurs adimensionnelles  $[1, 2, 3, \dots, n]$  qu'une seule fois chacune. Le plan d'expériences est donc une matrice  $[n \times k]$  où chaque colonne est une permutation aléatoire du vecteur  $[1, 2, 3, \dots, n]^T$  (Ye *et al.*, 2000).

Générer un plan d'expériences LHD comporte quelques défis. Un des objectifs principal est de couvrir le plus uniformément possible l'espace de conception afin d'éviter que des zones de l'espace de conception ne soient pas explorées. La Figure 5.1 montre deux plans d'expériences à deux paramètres avec 16 points. Le plan d'expériences présenté à gauche comporte deux lacunes. La première est que les deux paramètres sont parfaitement corrélés, autrement dit, les valeurs du paramètre 2 sont proportionnelles aux valeurs du paramètre 1. Ceci fait en sorte qu'il est impossible de différencier les effets et interactions des deux paramètres lors de l'analyse des résultats (Joseph et Hung, 2008). Le deuxième problème est qu'il y a des zones importantes de l'espace de conception qui ne sont pas couvertes par le plan d'expériences. Le plan de droite sur la Figure 5.1 est de bien meilleure qualité puisque les points sont mieux distribués sur l'ensemble de l'espace expérimental.



Figure 5.1 Exemples de plans d'expériences LHD avec 2 paramètres et 16 points (Viana *et al.*, 2010)

### 5.1.2 Mesure de la qualité d'un plan LHD

Il existe plusieurs critères afin de mesurer la qualité d'un plan d'expériences LHD. La méthode utilisée dans les travaux de ce mémoire est celle de Joseph et Hung (2008), qui s'attardent principalement à la corrélation entre les paramètres ainsi qu'à la distance entre chaque points du plan d'expériences.

#### Mesure de la corrélation

Tel que mentionné à la section précédente, la corrélation entre les paramètres est une mesure importante de la qualité d'un plan d'expériences. Un plan dont ses colonnes sont grandement corrélées ne permet pas de différencier les effets des différents paramètres. C'est pourquoi un critère de mesure de la corrélation a été développé par Owen (1994) :

$$\rho^2 = \frac{\sum_{i=2}^k \sum_{j=1}^{i-1} \rho_{ij}}{k(k-1)/2} \quad (5.1)$$

Où  $\rho_{ij}$  est le coefficient de corrélation entre les colonnes  $i$  et  $j$  de la matrice du plan d'expériences et  $k$  est le nombre de paramètres.

## Mesure de la distance

Des méthodes d'optimisations sont souvent utilisées afin de générer un plan d'expériences LHD. Les plans obtenus à partir d'une maximisation de la distance minimale entre chacun des points du plan d'expériences sont appelées : plans hypercubes latins optimaux (OLHD). La mesure de la distance entre chacun des points est calculée par :

$$\phi_p = \left( \sum_{i=1}^{\binom{n}{2}} \frac{1}{d_i^p} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (5.2)$$

Où  $p$  est un entier positif et  $d_i$  est calculé à partir de la distance rectangulaire entre deux points notés  $s$  et  $t$  :

$$d_i(s, t) = \sum_{j=1}^k |s_j - t_j| \quad (5.3)$$

## Critère mixte de la qualité du plan d'expériences OLHD

Afin de tenir compte de ces deux critères d'optimisation, Joseph et Hung (2008) proposent un critère mixte fondé sur une sommation ponctuée des deux critères précédents tel que :

$$\psi_p = \omega \rho^2 + (1 - \omega) * \frac{\phi_p - \phi_{p,L}}{\phi_{p,U} - \phi_{p,L}} \quad (5.4)$$

Où  $\phi_{p,L}$  et  $\phi_{p,U}$  sont des facteurs calculés en fonction de la distance moyenne théorique et de la répartition des distances entre les points. Le paramètre  $\omega$  est un facteur de poids entre les deux paramètres. La valeur  $\omega = 0.5$  sera utilisée dans le cadre de ces travaux. Cette valeur est celle utilisée par les auteurs afin de valider leur algorithme. Puisque les deux critères sont normalisés dans la somme du critère mixte  $\psi_p$ , un facteur de poids de  $\omega = 0.5$  donne sensiblement la même importance entre le critère de corrélation et le critère de distance.

### 5.1.3 Création d'un plan d'expériences OLHD

La création d'un plan d'expériences OLHD nécessite l'utilisation d'un procédé d'optimisation. Plusieurs algorithmes existent permettant de générer ces plans. Lors de ces travaux, deux méthodes ont été comparées, soit l'algorithme de Joseph et Hung (2008) et l'algorithme offert dans la suite Altair Hyperworks V10.1. Une description de ces deux algorithmes ainsi que la comparaison de leur performance sont présentées à l'Annexe B. Au final, tous les plans d'expériences utilisés dans ces travaux ont été obtenus à partir de l'algorithme offert dans la

suite Altair Hyperworks V10.1 puisque cet algorithme a été jugé plus performant.

## 5.2 Modèle substitut

### 5.2.1 Généralité

Un modèle substitut (« *surrogate* » en anglais) est un modèle simplifié permettant d'évaluer rapidement une fonction. Ces modèles sont très populaires en ingénierie. Ils servent à remplacer des méthodes d'analyses longues et coûteuses telle que la méthode des éléments finis en mécanique. Les modèles substituts permettent d'estimer de façon quasi-instantanée la solution d'un problème qui pourrait nécessiter plusieurs minutes voir plusieurs heures avec d'autres méthodes.

### 5.2.2 Types de modèles substituts

#### Moindres carrés

La méthode des moindres carrés est utilisée afin de générer une surface de réponse à partir d'équations polynomiales d'ordre prédéfinie. Elles sont souvent utilisées pour des problèmes où le nombre de points est supérieur au nombre de coefficients inconnus des équations polynomiales utilisées. La résolution de ces problèmes surdéterminés résulte en une surface de réponse lisse mais inexacte aux points d'analyse (Yeten *et al.*, 2005). Cette méthode est principalement conseillée si le comportement du processus n'est pas trop irrégulier (Clement, 2011).

#### Surface de réponses

La méthode des surfaces de réponses est fondée sur l'utilisation d'équations polynomiales. En général, des équations d'ordre quadratiques sont utilisées, ce qui les rends mal adaptées aux problèmes fortement non linéaires. Des équations d'ordre plus élevés peuvent aussi être utilisées mais le nombre de points d'expériences requis afin d'évaluer tous les paramètres des équations polynomiales augmente très rapidement (Simpson *et al.*, 2001). Cette méthode est souvent utilisée avec d'autres méthodologies visant à minimiser la zone d'intérêt et ainsi réduire l'ordre des équations polynomiales utilisées.

#### Krigeage

Le krigeage est une méthode d'interpolation utilisée afin de prédire les valeurs inconnues d'une fonction ou d'un processus aléatoire (Kleijnen et van Beers, 2004). Cette méthode est

efficace lorsque le comportement du processus est hautement non linéaire (Clement, 2011). Cette méthode a l'avantage d'être exacte aux points d'expériences mais performe très mal à l'extérieur de leur zone de définition (extrapolation) (Kleijnen et van Beers, 2004).

## Réseaux de neurones artificiels

Les réseaux de neurones artificiels sont des processus statistiques dont la structure est inspirés des neurones biologiques (Hopfield, 1982). Leur fonctionnement est fondé sur des liaisons utilisant des poids entre les différents neurones. Ils sont principalement utiles lorsque le nombre de points est très élevé et que le krigeage devient difficilement applicable (Clement, 2011; Yeten *et al.*, 2005). Comme pour la méthode des moindres carrés, la réponse est inexacte aux points d'analyse.

## Choix du modèle substitut utilisé

La méthode utilisée dans le cadre de ces travaux est le krigeage. Puisque le problème étudié sera analysé à l'aide des éléments finis, le nombre de points du plan d'expériences devra rester relativement faible. L'utilisation d'un réseau de neurones ne semble donc pas adéquat. Selon la revue de littérature du Chapitre 2, il est à prévoir que le problème des joints hybrides est non linéaire et requiert l'analyse de plusieurs paramètres, soit entre 8 et 10. Pour ce type de problème, Simpson *et al.* (2001) indique que le krigeage performe mieux que les méthodes polynomiales et de surface de réponses.

### 5.2.3 Modèle de krigeage

Le modèle de krigeage est obtenue à l'aide du DACE toolbox de Matlab. Les sections qui suivent présenteront les équations utilisées afin de générer le modèle de krigeage. Lors d'opérations nécessitant plusieurs évaluations du modèle de krigeage, certaines fonctions Matlab ont été modifiées afin d'optimiser le temps de calcul.

## Facteurs et réponses

Pour commencer, le modèle de krigeage est généré en utilisant des données normalisées. La matrice contenant les points d'expériences  $S(s_1, s_2, \dots, s_n)^T$  de dimension  $[n \times k]$  et les vecteurs de réponses  $Y$   $[n \times q]$  doivent respecter les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \mu[S_{[1:n],j}] &= 0 & V[S_{[1:n],j}, S_{[1:n],j}] &= 1 & j &= 1, \dots, k \\ \mu[Y] &= 0 & V[Y_{[1:n],j}, Y_{[1:n],j}] &= 1 & j &= 1, \dots, q \end{aligned} \quad (5.5)$$

Où  $\mu$  est la moyenne,  $V$  la covariance,  $n$  le nombre de points du plan d'expériences,  $k$  le nombre de facteurs et  $q$  le nombre de réponses. Dans le DACE Toolbox, les opérations nécessaires afin de normaliser ces matrices sont effectuées à l'intérieur des fonctions Matlab déjà programmées (Lophaven *et al.*, 2002).

## Réponses estimées

Les réponses sont approximées par une fonction d'approximation de la forme (Sacks *et al.*, 1989) :

$$\hat{y}_\ell(x) = \sum_{j=1}^p \beta_j f_j(x) + Z(x) \quad (5.6)$$

Cette équation est fondée sur une combinaison linéaire de  $p = k+1$  fonctions  $f(x)$ . Les coefficients  $\beta_j$  sont les coefficients du modèle de régression. Comme Biron *et al.* (2012), les fonctions  $f(x)$  utilisées pour ces travaux sont linéaires, donc :

$$f_1(x) = 1 \quad f_2(x) = x_1, \dots, f_{k+1}(x) = x_k \quad (5.7)$$

La fonction  $Z(x)$  est une fonction de covariance généralisée. Sa moyenne est nulle et elle doit respecter la condition suivante :

$$E[z_\ell(w)z_\ell(x)] = \sigma_\ell^2 R(\theta, w, x) \quad \ell = 1, \dots, q \quad (5.8)$$

Où  $R$  est un modèle de corrélation utilisant le paramètre  $\theta$  entre les points  $w$  et  $x$ . En utilisant une matrice de corrélation de Gauss, cette matrice est définie par les termes :

$$\begin{aligned} R_{ij} &= R(\theta, s_i, s_j), \quad i, j = 1, \dots, n \\ R(\theta, w, x) &= \prod_{j=1}^n R_j(\theta, w_j - x_j) \\ R_j(\theta, w_j - x_j) &= e^{\theta_j (w_j - x_j)^2} \end{aligned} \quad (5.9)$$



### Définition de la fonction de krigeage

La première étape de création de la fonction de krigeage est de définir la matrice de design étendue  $F$   $[n \times p]$  définie à partir des points  $s_i$  de la matrice du plan d'expériences et des fonctions  $f(x)$  définis à l'équation 5.7 tel que :

$$\begin{aligned} F &= [f(s_1), f(s_2), \dots, f(s_n)]^T \\ F_{ij} &= f_j(s_i) \end{aligned} \quad (5.10)$$

De plus, la fonction de krigeage emploie aussi un vecteur de corrélation entre les points du plan d'expériences et les points non-testés définis à l'aide de l'équation 5.9 tel que :

$$r = [R(\theta, s_1, x), \dots, R(\theta, s_n, x)]^T \quad (5.11)$$

Finalement, selon Sacks *et al.* (1989) et Lophaven *et al.* (2002), la fonction de krigeage s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{y}(x) &= r^T R^{-1} Y - (F^T R^{-1} r - f)^T \beta^* \\ &= f^T \beta^* + r^T R^{-1} (Y - F \beta^*) \\ &= f(x)^T \beta^* + r(x)^T \gamma^* \end{aligned} \quad (5.12)$$

Où

$$\begin{aligned} \beta^* &= (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y \\ \gamma^* &= R^{-1} (Y - F \beta^*) \end{aligned} \quad (5.13)$$

### Application numérique du krigeage

Afin d'éviter d'inverser la matrice  $R$  lors du calcul des paramètres  $\beta^*$  et  $\gamma^*$ , Lophaven *et al.* (2002) propose d'utiliser une décomposition de Cholesky pour  $R$  et une décomposition QR de  $\tilde{F}$ , noté QG ici puisque  $R$  est déjà utilisé, tel que :

$$R = C C^T \quad (5.14)$$

$$\tilde{F} = Q G^T \quad (5.15)$$

Où

$$\begin{aligned} C\tilde{F} &= F \\ C\tilde{Y} &= Y \\ \tilde{F}\beta &= \tilde{Y} \end{aligned} \tag{5.16}$$

En substituant les équations 5.14, 5.15 et 5.16 dans la définitions des paramètres  $\beta^*$  et  $\gamma^*$  de l'équation 5.13, il est possible réduire la définition de ces paramètres à :

$$\begin{aligned} \beta^* &= G^{-1}(Q^T\tilde{Y}) \\ \gamma^* &= (\tilde{Y} - \tilde{F}\beta^*)(C^T)^{-1} \end{aligned} \tag{5.17}$$

### 5.3 Amélioration du modèle de krigeage

La création d'un modèle substitut fiable est une opération complexe. La qualité du modèle de krigeage tel que définie à la section 5.2.3 dépend fortement du choix du nombre de points  $s_i$  et de leur positionnement ainsi que du choix du paramètre  $\theta$ . Un mauvais choix de l'un de ces paramètres peut rendre le modèle substitut pratiquement inutilisable. Par conséquent, il est important d'avoir une méthodologie efficace afin de le générer. De plus, lorsque l'exécution du modèle réel est très longue à réaliser, il devient très important de réduire le plus possible le nombre de points d'expériences afin de minimiser le temps de calcul. Cette approche fut donc nécessaire puisque la résolution du modèle par éléments finis en 3 dimensions du joint hybride peut prendre plus d'une heure par simulation. Ce temps de calcul est inévitable puisque le modèle doit être résolu de façon non-linéaire suite à l'utilisation d'éléments de contact et de propriétés de matériaux non linéaires.

Une première méthodologie fondée sur les travaux de Kleijnen et van Beers (2004) utilisant une méthodologie d'amélioration séquentielle du plan d'expériences par le « *jackknifing* » a été testée. Cette approche a pour objectif d'ajouter des points aux endroits où l'algorithme prévoit la plus grande variation de la fonction objective afin d'augmenter la densité de points dans les endroits où il y a de fortes non linéarités. Malheureusement, les résultats obtenus par cette approche n'ont pas offert d'amélioration par rapport à l'utilisation d'un plan d'expériences OLHD pour les différents problèmes testés. L'annexe C présente les travaux réalisés afin de tester cette approche. Au final, le modèle de krigeage a été généré à l'aide d'un plan OLHD et a ensuite été optimisé par la méthode de la validation croisée. La section suivante

présente l’approche de la validation croisée pour l’optimisation du modèle de krigeage.

### 5.3.1 Validation croisée

#### Objectif de la validation croisée

La validation croisée est une méthode permettant d’augmenter la précision d’un modèle de krigeage en effectuant une minimisation des moindres carrées de l’erreur aux points d’expériences. Cette méthodologie est recommandée par plusieurs auteurs (Biron *et al.*, 2012; Kleijnen et van Beers, 2004; Lophaven *et al.*, 2002; Dubrule, 1983; Martin et Simpson, 2004).

#### Implémentation de la validation croisée

L’implémentation de la validation croisée se fait selon le même algorithme que celui utilisée par Biron *et al.* (2012). Cet algorithme est illustré à la Figure 5.2. Par contre, les outils utilisés ont été modifiés. Les calculs sont effectués à partir de MATLAB et de NOMAD (Audet *et al.*, 2009) alors que Biron *et al.* (2012) ont utilisé le logiciel Altair Hyperworks. L’avantage principale de l’utilisation du logiciel NOMAD est que, contrairement à Altair Hyperworks, celui-ci offre la possibilité d’automatiser la validation croisée pour des problèmes possédants plusieurs réponses (Y) plutôt que de définir un problème d’optimisation séparé pour chaque réponse tel que réalisé par Biron *et al.* (2012) lors de ses travaux. Cette amélioration par rapport à la méthodologie utilisée par Biron *et al.* (2012) faisait d’ailleurs partie des considérations futures de l’auteur.

La Figure 5.2 montre la méthode utilisée afin de déterminer la racine de l’erreur quadratique moyenne (RMSE) du modèle de krigeage pour un  $\theta$  donné. À chaque itération, l’erreur RMSE est calculée pour une valeur de  $\theta_j$  déterminée par NOMAD. Ce processus est itératif et consiste à retirer un point  $s_i$  du plan d’expériences et ensuite définir une fonction de krigeage utilisant  $\theta_j$  pour les  $n-1$  points restants. La fonction de krigeage obtenue est ensuite évaluée au point  $s_i$  afin de déterminer l’erreur à ce point. L’erreur totale pour une valeur donnée de  $\theta_j$  est calculée à partir de l’équation 5.18. L’objectif de ce processus est de minimiser l’erreur RMSE. Par conséquent, le solveur NOMAD évalue cette erreur pour différentes valeurs du paramètre  $\theta$  et s’arrête seulement lorsqu’il a effectué un nombre prédéterminé d’itérations consécutives sans amélioration de la solution ou lorsqu’il a atteint un nombre total d’itérations défini au début du processus d’optimisation.

$$RMSE_{vc} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i(\theta) - y_i)^2 \quad (5.18)$$

Où  $\hat{y}_i(\theta)$  est la valeur estimée de Y au point  $s_i$  et  $y_i$  est la valeur réelle.

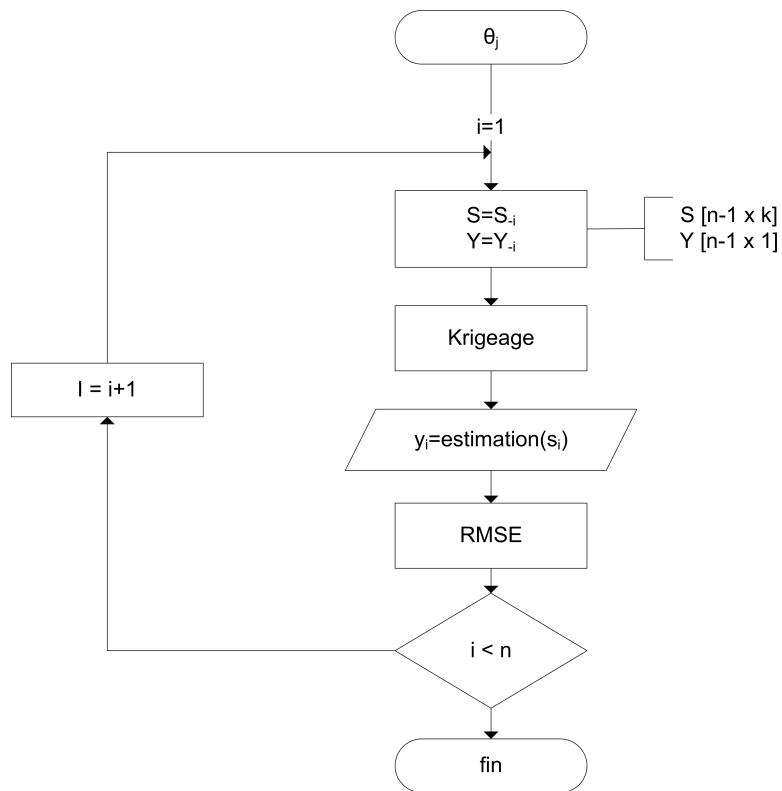


Figure 5.2 Méthodologie de calcul de la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE)

La Figure 5.3 montre la précision d'un modèle de krigeage en fonction de la valeur du paramètre  $\theta$ . D'après cette figure, il est évident que l'optimisation du paramètre  $\theta$  peut grandement influencer la qualité de la représentation du modèle.

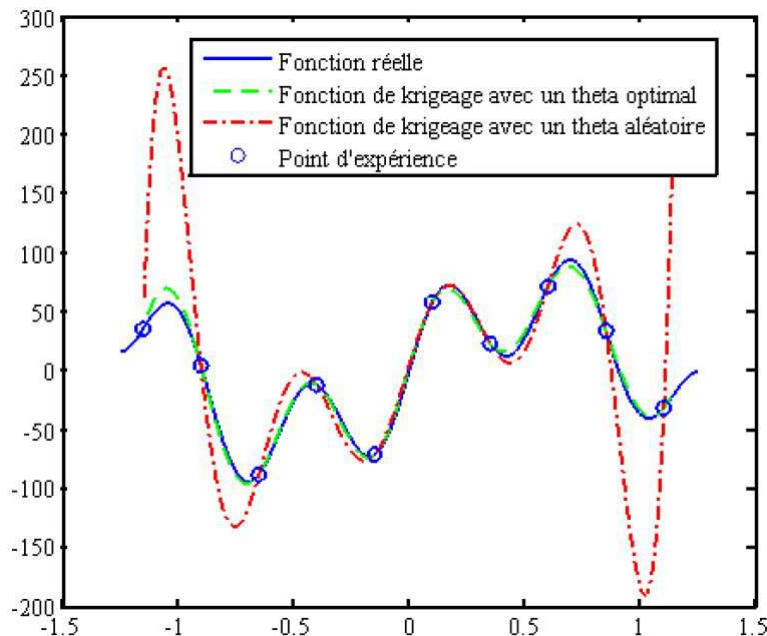


Figure 5.3 Comparaison de la précision d'un modèle de krigeage en fonction de la valeur du paramètre  $\theta$  (Biron, 2011)

## 5.4 Étude de sensibilité

L'analyse de sensibilité d'un processus à partir d'un plan d'expériences OLHD est plus complexe que pour certains autres types de plans. Très peu d'auteurs s'attardent à cette partie du problème puisque ces plans sont principalement utilisés afin d'effectuer de l'optimisation séquentielle. Cette section présentera l'algorithme utilisé afin d'évaluer l'influence de chacun des facteurs et les équations nécessaires afin de calculer un critère global permettant de comparer leur poids.

### 5.4.1 Algorithme d'analyse de sensibilité

La méthodologie utilisée dans le cadre de ces travaux est celle proposée par Yeten *et al.* (2005). La Figure 5.4 montre une version légèrement modifiée de la méthodologie proposée afin de l'appliquer aux plans d'expériences OLHD.

Cette méthodologie permet d'obtenir un vecteur de moyennes ( $m_j$ ) et d'écart-types ( $v_j$ ) pour chacun des  $k$  paramètres. Ces vecteurs permettent ensuite d'analyser l'effet de chacun des paramètres sur la réponse ainsi que l'effet des autres paramètres pour une valeur donnée

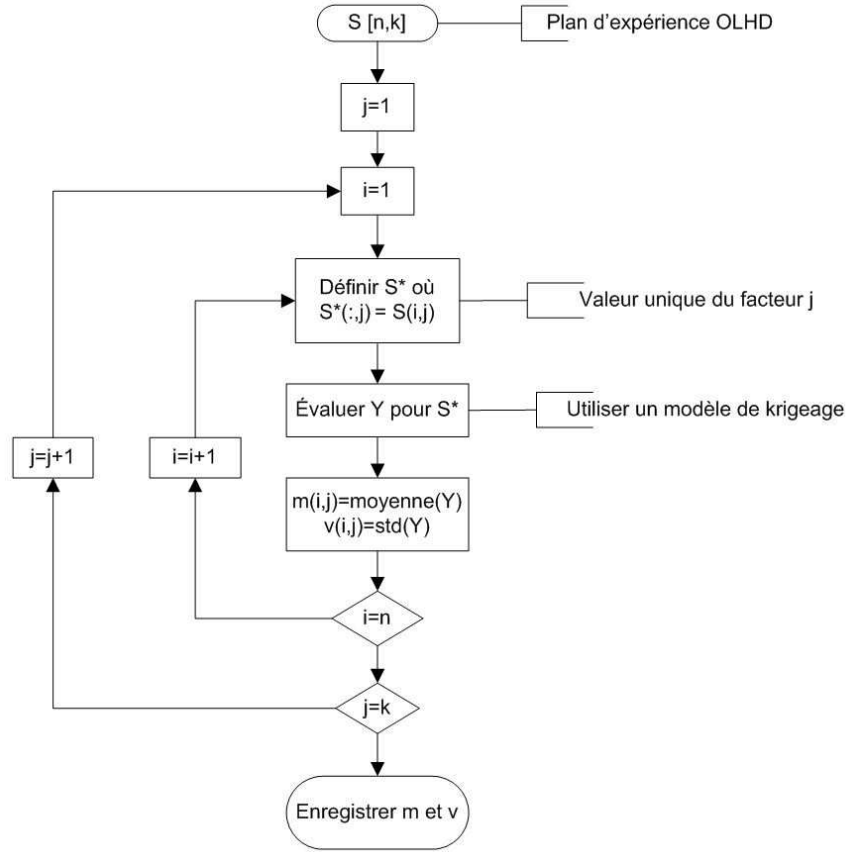


Figure 5.4 Algorithme d'analyse de sensibilité à partir d'un plan d'expériences OLHD

du paramètre  $k_j$  grâce au vecteur des écarts-types.

#### 5.4.2 Coefficient de sensibilité

Yeten *et al.* (2005) propose aussi un critère permettant d'effectuer une comparaison directe de l'influence de chacun des paramètres du problème. Ce critère est calculé à partir de l'équation 5.19. Cette méthode consiste à diviser l'écart-type des moyennes du vecteur  $m_j$  par la moyenne du vecteur  $v_j$  obtenu pour le même paramètre  $k_j$ . L'idée est qu'un paramètre ayant une grande influence sur la réponse devrait avoir un écart-type du vecteur des moyennes ( $m_j$ ) élevée. Inversement, si un paramètre est beaucoup plus influent que les autres, la moyenne du vecteur des écart-types ( $v_j$ ) pour une valeur donnée du paramètre  $k_j$  devrait être faible. L'équation 5.19 permet donc d'obtenir une valeur unique permettant de comparer l'influence des différents paramètres sur la réponse.

$$\xi = \frac{\sigma(m)}{E(v)} \quad (5.19)$$

Où  $\sigma(m)$  est l'écart type du vecteur  $m$  et  $E(s)$  est la moyenne du vecteur  $v$ .

## 5.5 Étude de sensibilité d'un joint hybride à l'aide d'un modèle analytique

### 5.5.1 Géométrie, espace de conception et méthodologie

La Figure 5.5 montre la géométrie étudiée lors de cette première phase d'analyse de sensibilité. Les dimensions de l'espace de conception étudié sont présentées dans le Tableau 5.1. Au total, 9 facteurs seront étudiés lors de cette première étude de sensibilité. Ces neuf facteurs forment l'ensemble des facteurs pouvant être étudiés par le modèle analytique amélioré au Chapitre 4. L'objectif de cette première étude de sensibilité est de déterminer si certains de ces paramètres peuvent être retirés d'un plans d'expériences subséquent utilisant le modèle par éléments finis du Chapitre 3 afin de diminuer le nombre de simulations requises. L'algorithme de la Figure 5.4 sera utilisé et couplé directement au modèle analytique puisque le faible temps de calcul du modèle analytique ne justifie pas l'utilisation d'un modèle substitut. Par contre, l'algorithme d'étude de sensibilité requiert un plan d'expériences, celui-ci détermine les valeurs des facteurs à utiliser afin d'évaluer le critère de sensibilité. Un plan OLHD de 9 facteurs et 90 points a donc été généré par le *sampling module* de *Altair Hyperworks V10.1*.

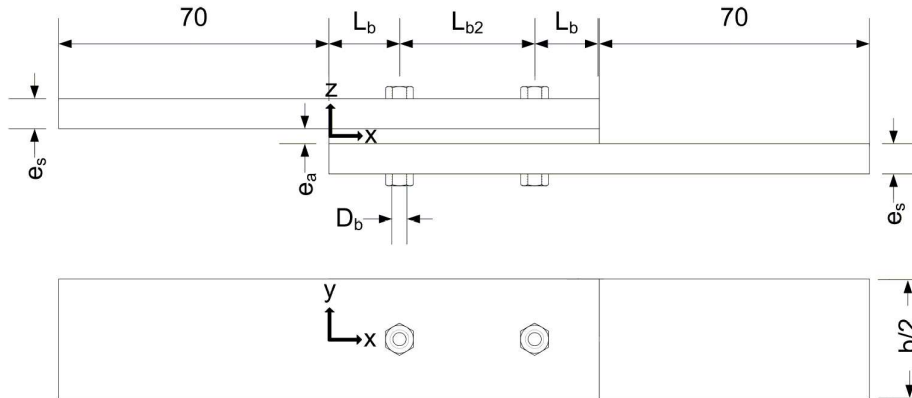


Figure 5.5 Géométrie analysée lors de l'étude de sensibilité réalisée à partir du modèle analytique

Tableau 5.1 Espace de conception du joint hybride pour le modèle analytique

#	Variable	Description	Unité	Min	Max
1	$E_s$	Module de Young des substrats	MPa	40000	210000
2	$e_s$	Épaisseur des substrats	mm	2	10
3	$e_a$	Épaisseur de l'adhésif	mm	0.25	1
4	$E_a$	Module de Young de l'adhésif	MPa	100	1400
5	$D_b$	Diamètres des boulons	mm	2	10
6	$L_b$	Distance des bords libres	mm	$1.5D_b$	$5D_b$
7	$L_{b2}$	Entraxe entre les boulons	mm	$3D_b$	$5D_b$
8	b	Largeur du joint	mm	$1.5D_b$	$5D_b$
9	Q	Précontrainte des boulons	MPa	0	150

### 5.5.2 Résultats

Les résultats de l'analyse de sensibilité du joint hybride sont présentés sur les Figures 5.6, 5.7 et 5.8. D'après ces résultats les performances du joint sont grandement influencées par les paramètres liés à la rigidité des substrats. Ceci se traduit par l'influence prépondérante de la largeur du joint (b), l'épaisseur des substrats ( $e_s$ ) et le module de Young des substrats ( $E_s$ ).

D'après ces résultats, le diamètre des boulons ( $D_b$ ) a une influence très limitée sur les performances du joint. Ceci est dû au manque de paramètres liés au diamètre du boulon dans la définition du modèle analytique. Afin de capter l'effet du diamètre des boulons, il aurait été nécessaire de mettre à jour les paramètres de rigidité des boulons ( $C_u$ ,  $C_u$ ,  $C_\theta$ ) à chaque itération. Par contre, tel que mentionné au Chapitre 4, ce paramètre doit être vérifié à l'aide de résultats d'expériences en laboratoire ou d'analyses par éléments finis, ce qui n'était pas possible pour cette analyse.

Pour ce qui est de la précontrainte (Q), celle-ci n'a aucun effet sur la rigidité et sur les contraintes de cisaillement et de pelage maximale. Lorsqu'une précontrainte est appliquée sur les boulons, celle-ci génère une zone de compression dans la région avoisinante des boulons (cône de compression). Par conséquent, son influence est très limitée loin des boulons. En pratique, la distance aux bords libres d'un joint est rarement inférieure à 2 fois le diamètre des boulons. Par conséquent, la précontrainte des boulons a un effet très limité sur les contraintes de cisaillement et de pelage maximales puisque celles-ci se situent loin des boulons, soit aux extrémités du joint.



Les résultats obtenus montrent une faible influence des paramètres liés à la rigidité de l'adhésif, soit le module de Young de l'adhésif ( $E_a$ ) ainsi que son épaisseur ( $e_a$ ), sur la rigidité du joint. Par contre, ces deux paramètres ont une influence beaucoup plus marquée sur les contraintes maximales. En modifiant  $E_a$  et  $e_a$ , il est possible de rendre l'adhésif plus souple, ce qui permet de diminuer les contraintes maximales pour un même niveau de déformations. Aussi, il est à prévoir que lorsque l'adhésif est plus souple, une plus grande partie de la charge externe sera reprise par les boulons.

Finalement, les paramètres liés au positionnement des boulons, soit la distance des bords libres ( $L_b$ ) et l'entraxe entre les boulons ( $L_{b2}$ ), ont une influence similaire à celle du module de Young de l'adhésif ( $E_a$ ). Ceux-ci influencent la rigidité de l'adhésif principalement en augmentant la surface collée. Leurs influences sur les contraintes de cisaillement et de pelage maximales sont aussi similaires à celle du module de Young de l'adhésif.

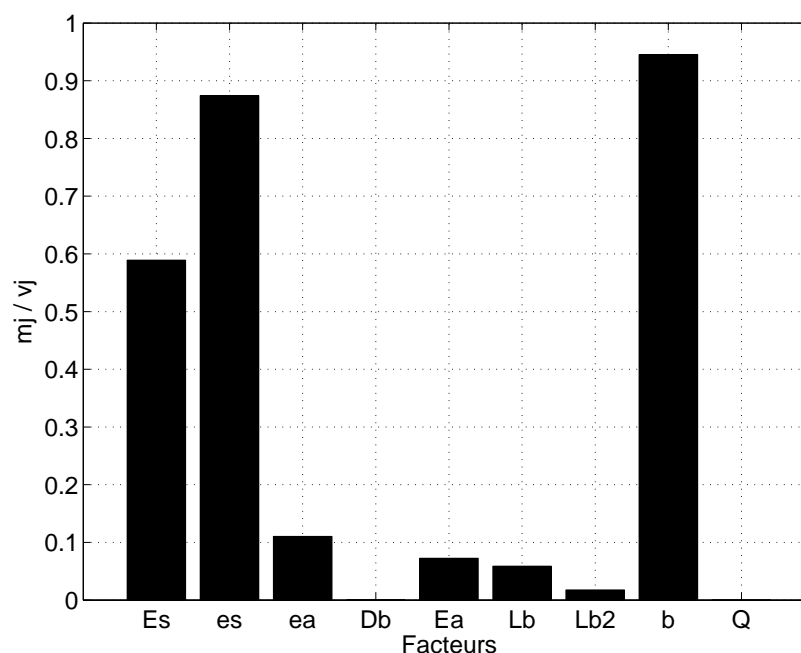


Figure 5.6 Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique

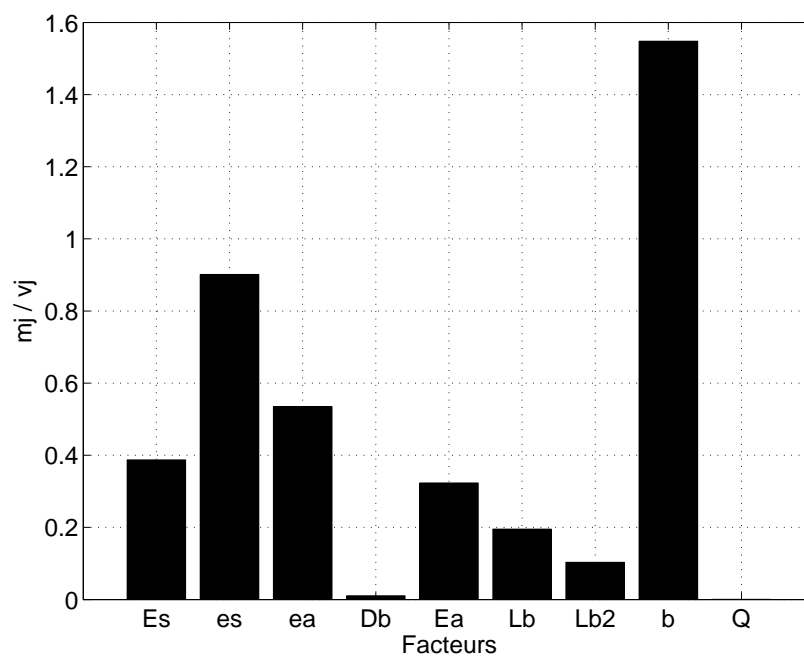


Figure 5.7 Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique

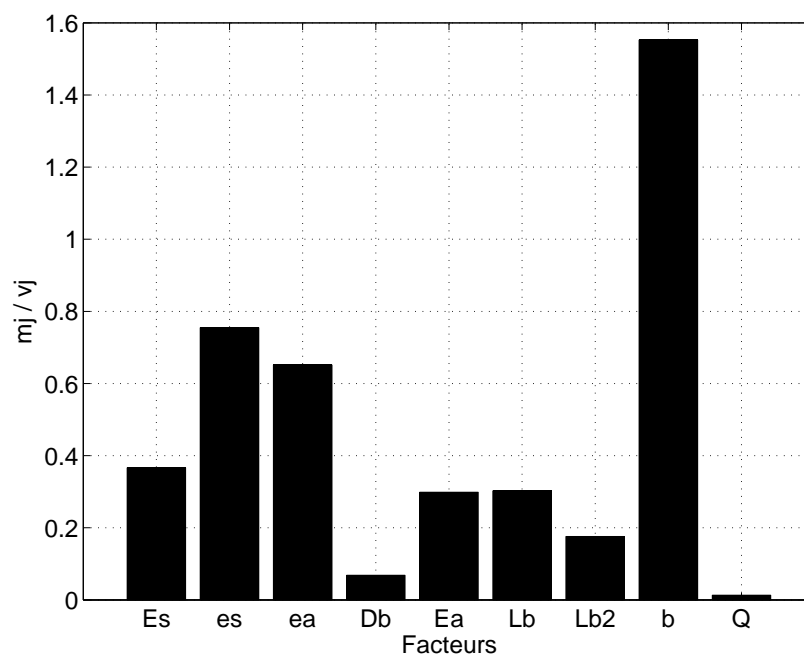


Figure 5.8 Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage du joint hybride réalisée à l'aide du modèle analytique

## 5.6 Étude de sensibilité d'un joint hybride à l'aide d'un modèle par éléments finis

Pour la deuxième itération du plan d'expériences, la précontrainte des boulons a été retirée puisque celle-ci n'a pratiquement aucune influence sur les performances mécanique pour cette configuration de joints. Le diamètre des boulons a aussi été retiré du plan. Selon l'analyse de l'annexe D ainsi que l'analyse de la section 5.5.2, ce paramètre influence le transfert de charges des boulons mais aucune des autres réponses analysées. Il a été décidé de suivre les recommandations de Hart-Smith (2003) et d'utiliser un boulon d'un diamètre équivalent à l'épaisseur substrats. Selon l'auteur, ce choix de conception permet de maximiser la contrainte de matage des plaques minces en matériaux composites.

### 5.6.1 Paramètres de l'analyse

L'implémentation d'un plan d'expériences OLHD nécessite l'utilisation de plusieurs niveaux différents pour chacun des paramètres. Puisque la rigidité de l'adhésif est définie par une courbe contrainte/déformation non linéaire spécifique à chaque adhésif utilisé, il est très peu applicable de faire varier la rigidité de façon continue et réaliste. Afin de considérer ce paramètre dans l'analyse de sensibilité avec le modèle par éléments finis, il aurait été nécessaire de ne considérer que la portion linéaire de la courbe contrainte/déformation de l'adhésif afin de la faire varier d'un point à l'autre du plan d'expériences. Par contre, cette modification du modèle par éléments finis va à l'encontre d'une des force de ce modèle, soit de considérer le comportement non linéaire des matériaux. Par conséquent, il a été décidé de ne pas faire varier la rigidité de l'adhésif. Cette analyse de sensibilité est donc réalisée avec le même adhésif pour chacun de points du plan d'expériences. Par contre, le jeu radial entre la tige des boulons et leur trous de passage a été ajouté. Ce paramètre devrait avoir une influence sur le taux de transfert de charge par les boulons.

Les autres dimensions ont été légèrement modifiées afin de diminuer l'étendue de la zone de conception dans le but d'améliorer la qualité de la représentation du modèle de krigeage. Le Tableau 5.2 présente les dimensions de l'espace de conception analysé. Un plan d'expériences à 7 facteurs et 70 points a été utilisé pour cette étape.

Tableau 5.2 Espace de conception du joint hybride à recouvrement simple avec deux boulons

#	Variable	Description	Unité	Min	Max
1	$E_s$	Module de Young des substrats	MPa	40000	210000
2	$e_s$	Épaisseur des substrats	mm	2	10
3	$e_a$	Épaisseur de l'adhésif	mm	0.25	2
4	$L_b$	Distance des bords libres	mm	$1.5e_s$	$3e_s$
5	$L_{b2}$	Entraxe entre les boulons	mm	$2e_s$	$4e_s$
6	b	Largeur du joint	mm	$1.5e_s$	$3e_s$
7	jeu	Jeu radial des boulons	mm	0	$0.025e_s$

### 5.6.2 Méthodologie

Afin de réaliser cette analyse de sensibilité, un modèle substitut a été utilisé car les simulations du modèle par éléments finis sont très longues à réaliser. L'analyse a été réalisée selon les étapes suivantes :

1. Création d'un plan d'expériences OLHD (voir section 5.1) à 7 facteurs et 70 points à l'aide du logiciel Altair Hyperworks V10.1.
2. Exécution du plan d'expériences à l'aide du modèle par éléments finis du Chapitre 3.
3. Lecture et traitement des résultats afin de pouvoir les utiliser dans MATLAB et NOMAD.
4. Création du modèle de krigeage et amélioration par la méthode de la validation croisée (voir section 5.3)
5. Analyse de sensibilité à l'aide de l'algorithme de la section 5.4.

### 5.6.3 Précision du modèle substitut

La précision d'un modèle de krigeage peut être complexe à évaluer. Puisque les modèles de krigeage sont exactes aux points utilisés afin de les générer, le niveau d'erreur ne peut pas être mesuré directement à ces points. D'un autre côté, puisque le modèle par éléments finis requiert plusieurs minutes (environ 60 à 90 minutes par simulation), l'évaluation de points additionnels afin d'évaluer la précision du modèle nécessiterait un effort considérable. De plus, si le nombre de points utilisé est trop faible, l'espace de conception sera mal couvert. Afin d'éviter ces problèmes, la précision du modèle substitut a été mesurée en utilisant une approche similaire à celle utilisée afin d'effectuer la validation croisée. En utilisant les mêmes paramètres  $\theta$  que ceux obtenus par la validation croisée, le modèle substitut a été recalculé n fois avec n-1 points à chaque itération. La solution a ensuite été évaluée au point manquant afin de déterminer l'erreur à cet endroit. L'évaluation de la précision du modèle a donc été

obtenue en calculant la moyenne des erreurs entre le modèle de krigeage à  $n-1$  points et les résultats du modèle par éléments finis. Par contre, cette approche a le désavantage de surestimer l'erreur car, à chaque fois qu'un point du plan d'expériences est retiré du modèle, la précision de ce dernier s'en retrouve diminuée localement. L'évaluation obtenue du niveau d'erreur du modèle est donc conservatrice.

Le Tableau 5.3 montre les résultats obtenus en fonction du nombre de points total du plan d'expériences. La première itération contient 65 points. Des 70 points du plan initial, 5 ont été retirés suite à des problèmes de convergence du modèle par éléments finis (problème de raideurs de contact pour certaines configurations particulières du joint). Par la suite, des points ont été ajoutés au modèle de façon aléatoire. Le Tableau 5.3 permet de voir l'effet de l'ajout de points sur la précision du modèle. L'ajout de 12 points au plan d'expériences a permis de réduire considérablement le niveau d'erreur sur l'évaluation de la rigidité du joint ainsi que sur le taux de transfert de charges du boulon. Pour cette dernière réponse, les résultats obtenus sont présentés en valeur absolue afin d'éviter de diviser par zéro (soit le minimum possible pour cette réponse). Bien que le niveau d'erreur soit encore relativement élevé pour certaines des réponses du modèle, cette erreur n'a aucun effet sur les résultats de l'analyse de sensibilité. Pour cette analyse, l'objectif est de déterminer l'importance relative de chacun des paramètres du joint sur ses performances mécaniques. D'après les résultats obtenus, l'importance relative de chacun des paramètres n'a pas été affectée par l'amélioration de la précision du modèle entre les trois modèles du Tableau 5.3. Au final, le modèle de krigeage utilisant 77 points d'expériences a été jugé suffisamment précis afin de procéder avec l'analyse de sensibilité.

Tableau 5.3 Évaluation du niveau d'erreur de chacune des réponses en fonction du nombre de points du plan d'expériences

Nb points	65	73	77
Rigidité (%)	27.2	16.0	15.1
Tau de transfert (absolu)	0.067	0.030	0.033
Contrainte de cisaillement (%)	9.2	8.1	7.9
Contrainte de pelage (%)	8.0	4.8	5.7

#### 5.6.4 Résultats

Les Figures 5.9, 5.10, 5.11 et 5.12 présentent les résultats de l'analyse de sensibilité. Un signe a été ajouté manuellement aux résultats obtenus afin de visualiser le sens général de l'influence de chacun des paramètres. Ce signe provient des figures présentées à l'Annexe D. Ces résultats diffèrent de ceux obtenus à l'aide du modèle analytique. Il est à noter que la variation de l'espace de conception ainsi que l'utilisation de propriétés non-linéaires pour l'adhésif peuvent avoir une influence sur les résultats obtenus.

Ces résultats permettent de mieux comprendre l'influence de chacun des paramètres sur les performances du joint. En comparaison avec l'analyse de la section 5.5, ce qui ressort le plus de cette deuxième analyse est l'effet très important du jeu radial entre la tige du boulon et son trou de passage dans les substrats. Lorsque ce jeu radial augmente, le transfert de charges par les boulons diminue drastiquement, ceci résulte en une diminution de la rigidité du joint ainsi qu'une augmentation de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif. Ceci implique aussi que le transfert de charges par les boulons peut jouer un rôle important dans le but de réduire la contrainte de cisaillement dans l'adhésif. Des solutions afin d'augmenter le transfert de charge par les boulons devraient donc être envisagées afin d'augmenter les performances d'un joint hybride lorsqu'il y a défaillance par cisaillement de l'adhésif. Contrairement aux résultats obtenus à l'aide du modèle analytique, ces résultats indiquent une grande importance de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur les performances du joint. Le bon contrôle de l'épaisseur de la couche d'adhésif semble donc primordial afin de contrôler la contrainte de pelage maximale dans l'adhésif ou dans le but de maximiser la rigidité du joint.

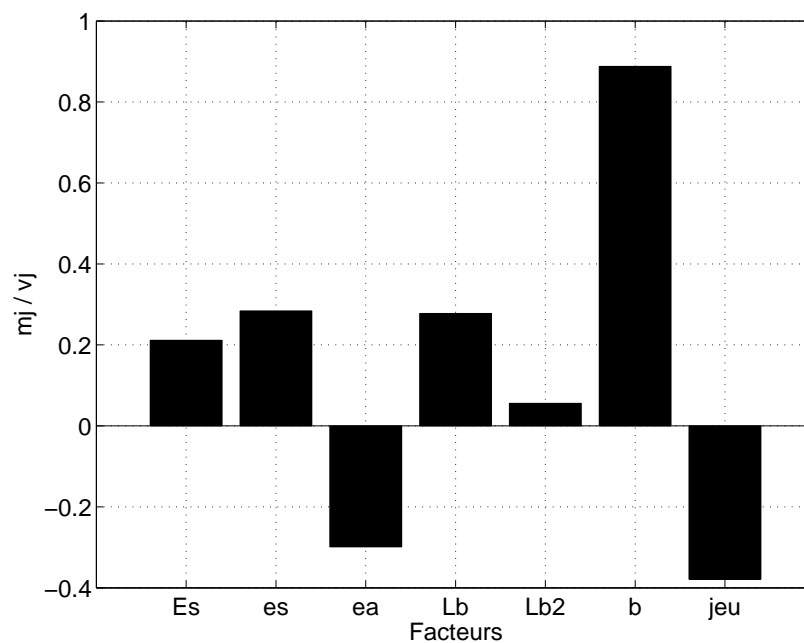


Figure 5.9 Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis

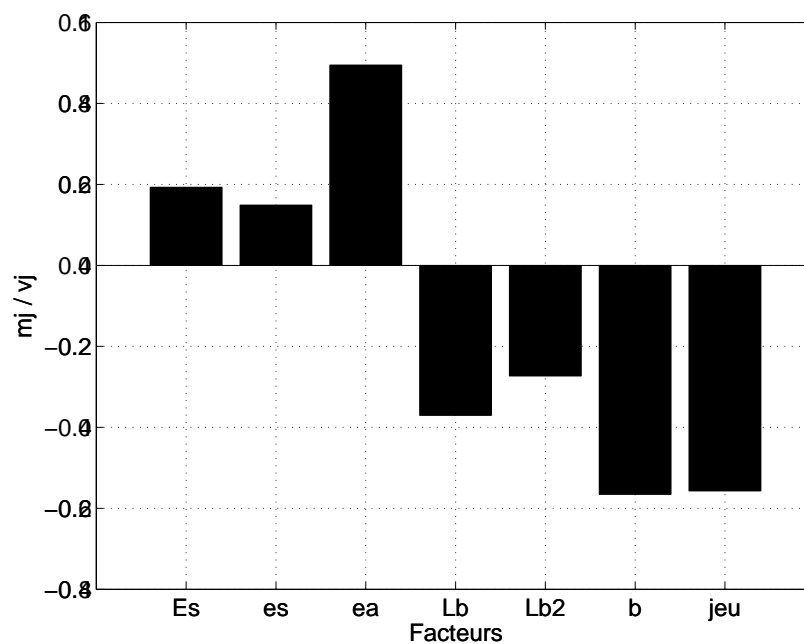


Figure 5.10 Analyse de sensibilité du taux de transfert de charge par les boulons et l'adhésif réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis

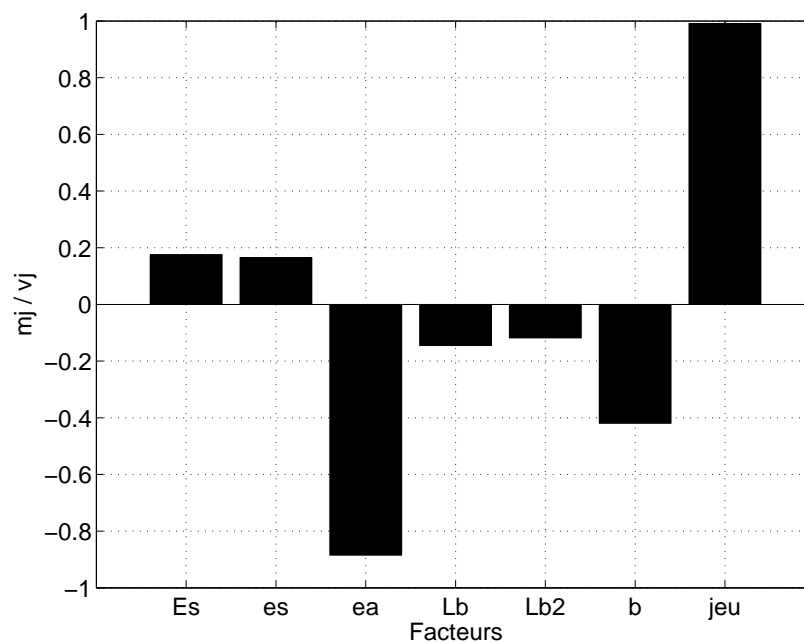


Figure 5.11 Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis

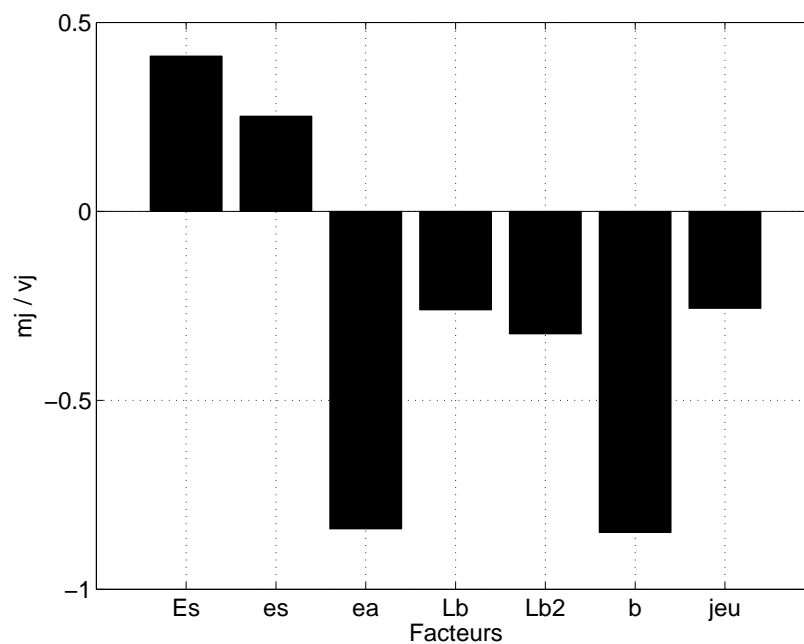


Figure 5.12 Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage réalisée à l'aide du modèle d'éléments finis



## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse de sensibilité du joint hybride a été réalisée afin de mieux comprendre l'influence des différents paramètres de conception du joint hybride sur sa rigidité, le taux de transfert de charge par les boulons et les contraintes de cisaillement et de pelage maximales dans la couche d'adhésif.

Deux analyses furent réalisées. La première utilisant le modèle analytique amélioré au Chapitre 4 a servi à définir les dimensions de l'espace de conception et les paramètres à étudier lors de la seconde analyse réalisée à l'aide du modèle par éléments finis du Chapitre 3. Cette seconde analyse a également permis de considérer un paramètre que le modèle analytique ne prend pas en compte, soit le jeu radial entre la tige des boulons et les substrats.

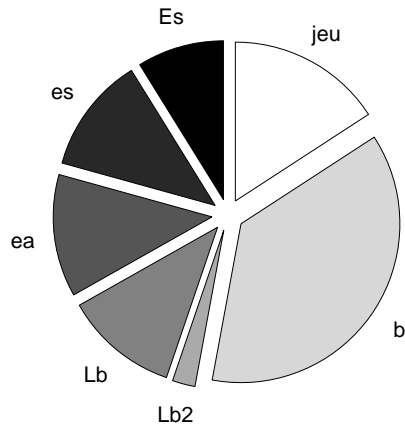
La méthodologie employée afin d'effectuer l'analyse de sensibilité fut fondée sur un algorithme utilisant des plans d'expériences hypercubes latins optimaux. Afin de réduire le temps de calcul, un modèle de krigeage a été généré. En ordre d'importance pour chacune des réponses, les résultats de l'analyse de sensibilité montrent que :

- La rigidité du joint augmente avec : la largeur du joint, l'épaisseur des substrats, la distance des bords libres, le module de Young des substrats et l'entraxe entre les boulons
- La rigidité du joint diminue avec : le jeu radial des boulons et l'épaisseur de l'adhésif
- Le taux de transfert de charges par les boulons augmente avec : l'épaisseur de l'adhésif, le module de Young des substrats et l'épaisseur des substrats
- Le taux de transfert de charges par les boulons diminue avec : la largeur du joint, le jeu radial des boulons, la distance des bords libres et l'entraxe entre les boulons
- La contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif augmente avec le jeu radial des boulons, le module de Young des substrats et l'épaisseur des substrats
- La contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif diminue avec : l'épaisseur de l'adhésif, la largeur du joint, la distance des bords libres et l'entraxe entre les boulons
- La contrainte de pelage maximale dans l'adhésif augmente avec : le module de Young des substrats et l'épaisseur des substrats
- La contrainte de pelage maximale dans l'adhésif diminue avec : la largeur du joint, l'épaisseur de l'adhésif, l'entraxe entre les boulons, la distance des bords libres et le jeu radial des boulons

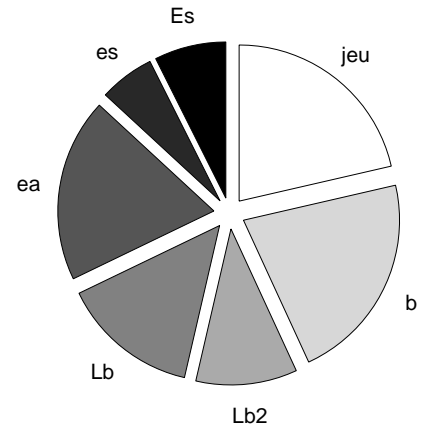
La Figure 5.13 présente une synthèse graphique de l'analyse de sensibilité des performances mécaniques du joint hybride.

Variable	Description	Variable	Description
$E_s$	Module de Young des substrats	$e_s$	Épaisseur des substrats
$e_a$	Épaisseur de l'adhésif	$b$	Largeur du joint
$L_b$	Distance des bords libres	$L_{b2}$	Entraxe entre les boulons
jeu	Jeu radial des boulons		

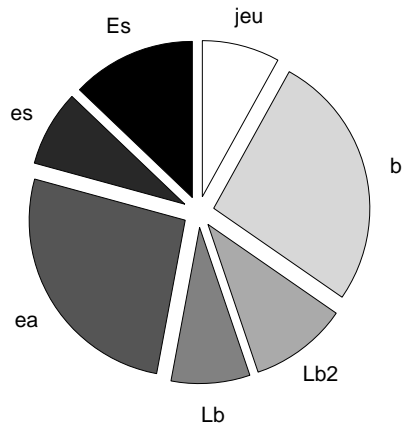
(a) Légende



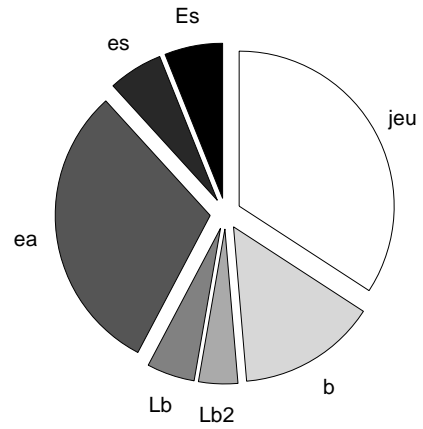
(b) Rigidité du joint



(c) Taux de transfert de charge par les boulons



(d) Contrainte de pelage maximale



(e) Contrainte de cisaillement maximale

Figure 5.13 Récapitulation de l'influence des paramètres sur les performances mécaniques du joint (valeurs absolues)

## CHAPITRE 6

### CONCEPTION D'UN JOINT HYBRIDE OPTIMAL PAR LA MÉTHODE DE L'AXIOMATIC DESIGN

Tel que présenté lors de l'analyse de sensibilité du Chapitre 5, les performances des joints hybrides dépendent de plusieurs paramètres. Par conséquent, leur conception devient très complexe lorsque l'on tente d'optimiser plusieurs paramètres à la fois. Pour cette raison, l'utilisation d'un outil de conception tel que l'axiomatic design est très intéressante. Cet outil de conception permet d'identifier le couplage entre les différentes fonctions d'un produit ou d'un système et permet ensuite de déterminer un ordre de conception afin de réduire grandement les itérations de conception d'un produit.

Dans ce chapitre, la théorie de l'axiomatic design sera présentée. Par la suite, cet outil de conception sera utilisé afin d'analyser les joints hybrides à recouvrement simple. L'objectif étant d'identifier les fonctions du joint ainsi que leurs paramètres de conception associés. À partir de cette information, une nouvelle géométrie de joints hybrides sera proposée à l'aide du principe de l'intégration physique présenté dans la première section de ce chapitre. Finalement, la géométrie améliorée des joints hybrides sera comparée à celle d'un joint de référence similaire à ceux analysés dans les chapitres précédents afin d'analyser l'amélioration obtenue sur les performances du joint.

#### 6.1 Définition de l'axiomatic design

##### 6.1.1 Introduction à l'axiomatic design

L'axiomatic design est une théorie de conception développée par le professeur Nam P. Suh du Massachusetts Institute of Technology. Cette théorie est fondée sur le principe d'une carte relationnelle (mappage) (Suh, 1990). Ce principe consiste à diviser systématiquement un système ou une idée en sous-composantes plus détaillées. En ce sens, l'axiomatic design est en quelque sorte analogue au principe de l'approche descendante (Chung et Suh, 2002). À chaque étape, les paramètres du produit sont définis en fonction de différents domaines liés au développement du produit. Les paramètres choisis sont ensuite analysés selon deux axiomes de conception, soit l'axiome d'indépendance et l'axiome d'information. Le premier soutient que le meilleur concept est celui qui vise l'indépendance (minimise l'interaction) entre les différentes fonctions d'un produit. En d'autres mots, chaque variable indépendante d'un

produit ne devrait être associée qu'à une seule variable dépendante. L'axiome d'information stipule que le meilleur concept parmi tous ceux qui respectent l'axiome d'indépendance est celui qui contient le minimum de quantité d'information requise afin de spécifier une solution. Plus celle-ci est réduite plus les chances de réussite sont grandes. Cette mesure est souvent obtenue par un calcul de probabilités. L'utilisation de ces deux axiomes permet d'ordonner et de structurer l'approche de conception d'un produit afin d'identifier clairement les requis d'un produit ainsi que les solutions proposées afin de satisfaire ces requis. Lorsque plusieurs solutions sont obtenues, l'axiome d'information permet d'analyser ces solutions et de faire un choix parmi celles-ci grâce à une approche quantitative (mathématique).

Cette théorie a pour but de minimiser le nombre d'itérations requises lors du processus de conception d'un produit en minimisant les interactions entre les différents paramètres, ou fonctions, du produit. L'axiomatic design comporte deux axiomes qui sont l'essence même de cette théorie. Le premier est l'axiome d'indépendance. Cet axiome soutient que le meilleur concept est celui qui minimise l'interaction entre les différentes fonctions du produit. Le second est l'axiome d'information. Si l'on considère une solution à une fonction d'un produit, plus les chances de réussite de cette solution sont faibles, plus il sera nécessaire d'ajouter de l'information afin de spécifier cette solution et d'assurer sa réussite. Par conséquent, la meilleure solution à un problème est celle qui minimise la quantité d'information du produit.

### 6.1.2 Domaines

En axiomatic design, le processus de conception de produit est séparé en différents domaines. Chacun représente une étape spécifique de la définition du produit et est associé à des variables distinctes. La Figure 6.1 résume les différents domaines et leur variable.

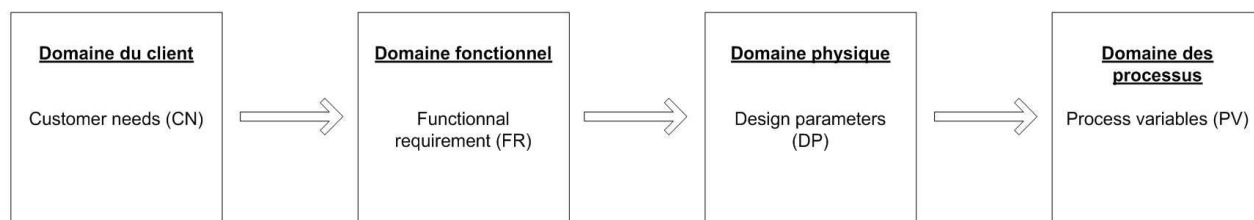


Figure 6.1 Domaines de l'axiomatic design et leur variable

## Domaine client

Ce domaine contient toutes les informations provenant des besoins du client. Une fois toutes les informations recueillies, il faut décortiquer cette information afin de la simplifier sous la forme de variables appelées « *customer needs* » (CN). Les besoins du client doivent correspondre à notre perception des attributs que le client recherche dans son produit (Lee et Suh, 2006).

## Domaine fonctionnel

Ce domaine correspond aux fonctions du produit et est associé aux variables appelées « *functional requirements* » (FR). La nomenclature de l'axiomatic design exige que chaque FR commence par un verbe. Pour illustrer ce domaine, disons qu'un besoin du client est que son produit soit capable de se déplacer sur l'autoroute. Ce seul besoin du client peut correspondre à plusieurs requis fonctionnels tel que : être dirigeable, posséder un système de propulsion, etc.

Les FR doivent être définies dans un « environnement sans solutions » (Lee et Suh, 2006). En d'autres mots, les FR doivent représenter les fonctions d'un produit sans faire référence à une solution ou des produits déjà existants. Ils doivent aussi permettre d'établir des bornes pour les performances requises.

## Domaine physique

Le domaine physique correspond aux solutions envisagées pour répondre aux requis fonctionnels. Ce domaine est associé aux variables appelées « *design parameters* » (DP). L'écriture des DP commence toujours par un nom car ils représentent des solutions à des problèmes. Par exemple, si un FR d'un produit est « transformer de l'énergie », le DP associé à ce FR pourrait être « moteur ». Il n'est pas requis que chaque DP corresponde à une pièce physique unique.

## Domaine des processus

Le dernier domaine est celui des processus. En mécanique, ce domaine correspond souvent aux procédés de fabrication et d'assemblage d'un produit. Les variables de ce domaine sont nommées « *process variables* » (PV).

## Contraintes

Finalement, la définition d'un produit peut comporter des contraintes (CON). Celles-ci correspondent aux bornes acceptables à l'intérieur desquelles le produit doit opérer. Il existe deux types de contraintes :

- Les contraintes d'entrée qui sont des contraintes imposées par la définition du produit.
- Les contraintes du système qui sont imposées par les limites d'utilisation découlant des choix faits lors de l'identification des FR, DP ou PV.

### 6.1.3 Décomposition d'un produit en FR, mappage et zigzaging

La définition d'un produit doit se faire par l'élaboration d'un groupe de FR fondés sur les CN. Les FR doivent représenter le groupe minimal de FR qui répondent à tous les CN (Lee et Suh, 2006). Le processus de définition des FR se fait en interaction avec les DP.

1. Pour commencer, un premier niveau de FR doit être défini. à chaque niveau, il faut que les FR soient indépendants entre-eux afin d'éviter le couplage et qu'ils forment un ensemble de fonctions exhaustives clarifiant le FR parents (Brown, 2006).
2. Une fois les FR définis à un niveau, il faut trouver des DP qui répondent à ces FR. Chaque FR ne devrait avoir qu'un seul DP afin de respecter l'axiome d'indépendance.
3. Une fois les DP définis, il est possible de réécrire le problème sous la forme de l'équation 6.1 exprimant la relation entre les FR et les DP sous une forme matricielle. La matrice de couplage  $[A]$  permet ensuite de déterminer si les DP choisis respectent l'axiome d'indépendance.
4. Après avoir déterminé les DP d'un niveau, il est ensuite possible de retourner dans le domaine fonctionnel et définir les FR du niveau inférieur. Ces FR devront découler des FR et DP des niveaux supérieurs en les clarifiant. Ce processus de décomposition par niveau et passant d'un domaine à un autre est appelé le « zigzaging » et est illustré à la Figure 6.2.

$$[FR] = [A][DP] \quad (6.1)$$

### 6.1.4 Axiome d'indépendance

L'axiome d'indépendance dit qu'un domaine devrait être satisfait de façon indépendante des choix réalisés dans le domaine suivant (Park, 2007). En d'autres mots, chaque FR ne devrait être satisfait que par un seul DP. Suh (2001) précise aussi que : « L'axiome d'indépendance est souvent mal compris. Plusieurs personnes mélangent l'indépendance fonctionnelle

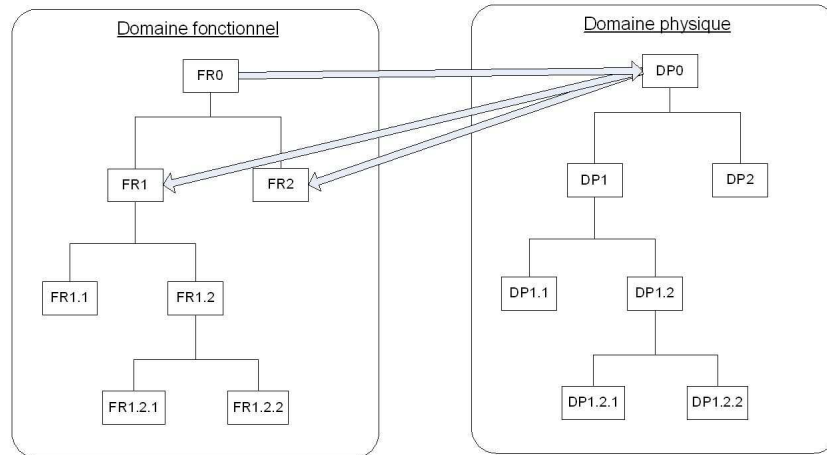


Figure 6.2 Zigzagging en axiomatic design

de l'indépendance physique. L'axiome d'indépendance requiert que les fonctions du design soient indépendantes entre-elles, mais pas les pièces physiques ».

Si l'on représente la relation entre les FR et les DP sous forme de matrice, il est possible d'obtenir une des trois matrices de la Figure 6.3. Si un produit est défini par une matrice découplée (Figure 6.3a), cela veut dire que chaque FR n'est affecté que par un seul DP. Ce type de système est optimal. L'obtention d'une matrice quasi-couplée (Figure 6.3b) est aussi une solution acceptable selon l'axiome d'indépendance. Avec ce type de produit, il est possible de déterminer un ordre dans lequel chacun des DP sera défini afin de respecter tous les FR. Finalement, un système possédant une matrice couplée (Figure 6.3c) est une mauvaise conception car, pour satisfaire tous les FR, il sera nécessaire de procéder à plusieurs itérations lors de la définition des DP. Lorsqu'un concept couplé est obtenu, il faut modifier ce concept en changeant certains DP afin d'obtenir un concept découplé ou quasi-couplé.

	DP1	DP2	DP3
FR1	X		
FR2		X	
FR3			X

(a) Matrice découplée

	DP1	DP2	DP3
FR1	X		
FR2	X	X	
FR3	X	X	X

(b) Matrice quasi-couplée

	DP1	DP2	DP3
FR1	X	X	X
FR2	X	X	X
FR3	X	X	X

(c) Matrice couplée

Figure 6.3 Types de matrices de conceptions en axiomatic design

### 6.1.5 Axiome d'information

L'axiome d'information dit que le concept qui possède le plus petit nombre d'information est le meilleur concept. L'information se mesure par la somme des logarithmes des probabilités de respecter les FR. L'équation 6.2 montre comment calculer la quantité d'information d'un système. Puisque chacune des probabilités de répondre à un FR varient entre 0 et 1, un système dont toutes les probabilités sont égales à 1 possédera une quantité d'information nulle alors qu'un système ayant un ou plusieurs FR ayant une probabilité de réussite de 0 possédera une quantité d'information infinie. En règle générale, l'application de l'axiome d'information se fait sans l'utilisation de facteurs de poids entre les FR et les DP puisque leur importance relative peut se refléter à l'intérieur de leur zone de conception (Lee et Suh, 2006).

$$I_{sys} = \sum P_{FR_i} = \sum_{i=1}^n \log_2 P_i \quad (6.2)$$

La Figure 6.4 démontre la façon d'évaluer la probabilité de respecter un FR. La formulation des FR implique l'identification d'une zone de conception, ou plutôt de bornes à l'intérieur desquelles le système doit performer. Ces bornes peuvent aussi être définies par les contraintes. Lorsqu'un DP est choisi, celui-ci peut varier dans un intervalle donné, ce qui forme la zone du système. Cette zone est le résultat d'incertitudes telles que les tolérances de fabrication, etc. Finalement le chevauchement entre ces deux zones est appelé la zone commune. La probabilité de réussite d'une solution peut alors être définie comme la fraction de la zone commune sur la zone du système.

### 6.1.6 Intégration physique

L'intégration physique est le processus par lequel tous les composants, ou DP, sont réunis en un seul produit (Brown, 2006). Il est important de s'assurer que les axiomes sont respectés lors de cette étape. Il est possible que l'intégration physique permette de réduire la quantité d'information d'un produit, par exemple en diminuant le nombre de composants qui respectent tous les FR et les DP. Par contre, il est aussi possible de créer un couplage entre les fonctions du produit lors de l'intégration physique. Brown (2006) donne l'exemple du porte gobelet d'une Subaru 1996. Lorsque le porte gobelet est utilisé, le gobelet limite l'accès aux contrôles de la radio et de la ventilation. Par contre, ce couplage n'existait pas lors de la décomposition FR-DP et provient d'une mauvaise intégration physique. Il faudrait alors repenser l'intégration physique de ces composants afin d'éviter le couplage.



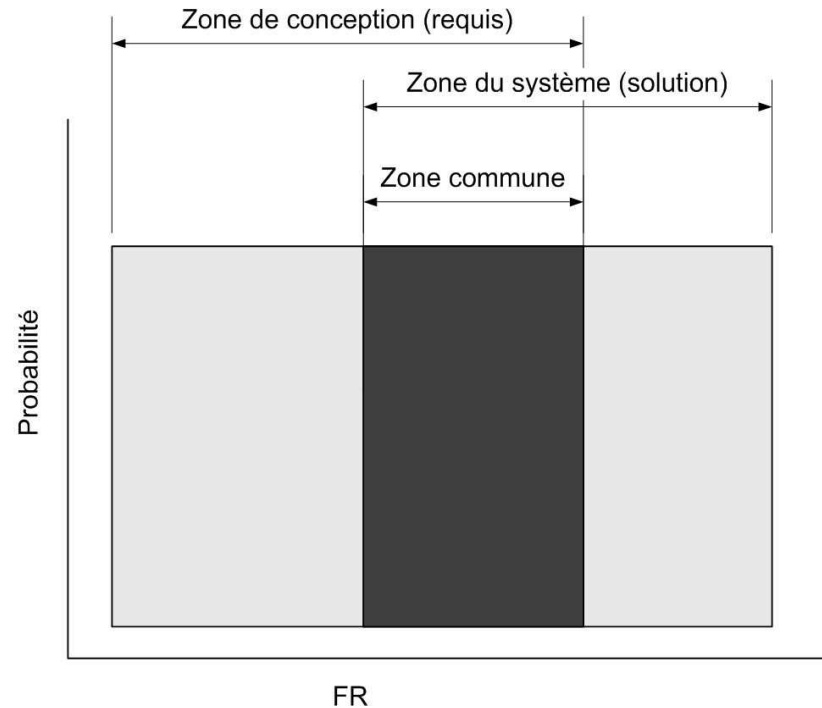


Figure 6.4 Évaluation de la probabilité de succès d'une solution pour un FR donné

## 6.2 Conception d'un joint hybride par la méthode de l'axiomatic design

### 6.2.1 Définition du problème

L'objectif de cette section est de déterminer la meilleure méthodologie à employer lors de la conception d'un joint hybride. L'utilisation de l'axiomatic design pour ce problème peut permettre la réingénierie d'un joint hybride grâce à l'identification claire et précise des fonctions du joints ainsi que l'identification de solutions efficaces pour répondre à ces fonctions. L'objectif est donc d'utiliser le premier axiome afin d'identifier le couplage entre les fonctions et les solutions du joint dans le but de déterminer un ordre de sélection de ses paramètres qui soit efficace et qui permette la minimisation des itérations lors de la conception d'un joint hybride. Par la suite, l'intégration physique sera utilisée afin d'obtenir une géométrie optimisée. Dans un soucis de continuité avec les travaux présentés précédemment, ce sont des joints hybrides à recouvrement simple utilisant 2 boulons par rangés qui seront analysés.

Le requis principal résumant le besoin du project (FR0) ainsi que sa solution globale (DP0) sont donc :

- FR0 : Joindre deux pièces
- DP0 : Joint hybride à recouvrement simple

### 6.2.2 Décomposition FR-DP du joint : premier niveau

La décomposition du joint est basée sur les connaissances acquises sur les joints hybrides lors des chapitres précédents. Les joints hybrides à recouvrement simples sont conçus afin d'être chargés dans le plan du joint. Par contre, leur géométrie fait en sorte que la défaillance se produit normalement par une propagation de fissures initiées par la contrainte de pelage aux extrémités du joint. Ceci est le résultat d'une flexion secondaire causée par l'excentricité des chemins de transfert de charges entre les deux substrats, c'est-à-dire de l'excentricité entre les plans neutres des deux substrats (voir Figure 2.3). Par conséquent, afin d'améliorer les performances mécaniques du joint, il faut trouver une façon de retarder l'initiation et la propagation de fissures. Il est aussi possible d'y parvenir en minimisant la flexion secondaire. Puisque les contraintes de pelage et de cisaillement sont maximales aux extrémités de la zone de recouvrement, les performances du joint peuvent être améliorées par l'uniformisation des transferts de charges à l'intérieur du joint. Finalement, dans le cas où il y a plastification ou défaillance de l'adhésif, les boulons peuvent assurer l'intégrité de la structure. Par contre, pour y arriver, il faut maximiser leur capacité de transfert de charge. Au final, les requis fonctionnels du premier niveau peuvent s'écrire tel que :

- FR1 : Maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons
- FR2 : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)
- FR3 : Minimiser la flexion secondaire
- FR4 : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint

Avec les FR du premier niveau définis, il faut déterminer des solutions (DP) permettant de respecter ces requis. Pour commencer, la capacité de transfert de charges par les boulons est liée au contact entre les tiges des boulons et leurs trous de passage. Ensuite, selon la revue de littérature, la défaillance de l'adhésif peut être retardée grâce à la précontrainte des boulons si celle-ci est appliquée assez proche des extrémités du joint. L'équation 6.3 illustre ce comportement où  $\sigma_z$  est la contrainte de pelage issue de la flexion secondaire et  $Q$  est la précontrainte des boulons. Par conséquent, la solution retenue est l'application d'une force axiale transverse aux substrats. Par la suite, l'ampleur de la flexion secondaire peut être contrôlée par la modification de la rigidité en flexion des substrats. Finalement, l'uniformisation des transferts de charges dans le joint est liée à la rigidité du joint selon la direction du

chargement externe.

$$Pelage_{max} > \sigma_z - Q \quad (6.3)$$

- DP1 : Contact entre les tiges et les trous
- DP2 : Force axiale transverse
- DP3 : Rigidité en flexion des substrats
- DP4 : Rigidité dans la direction du chargement

### 6.2.3 Analyse de la matrice de couplage FR-DP : premier niveau

La Figure 6.5 présente la matrice FR-DP du premier niveau. À ce stade-ci, il n'y a pas de couplage entre les différentes fonctions du joint. Par contre, puisque le couplage entre les fonctions provient souvent de leurs enfants, il est possible que du couplage apparaisse suite à la définition des FR et DP du second niveau après l'application du zigzagging.

	DP <sub>1</sub>	DP <sub>2</sub>	DP <sub>3</sub>	DP <sub>4</sub>
FR <sub>1</sub>	X	0	0	0
FR <sub>2</sub>	0	X	0	0
FR <sub>3</sub>	0	0	X	0
FR <sub>4</sub>	0	0	0	X

Figure 6.5 Matrice de décomposition FR-DP du premier niveau

### 6.2.4 Décomposition FR-DP du joint : deuxième niveau

Pour le FR1 (Maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons), deux enfants ont été définis. Afin de maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons, il faut maximiser la charge pouvant être transférée par le contact entre les tiges des boulons et les substrats, soit la charge maximale avant l'apparition du matage. La valeur de cette charge maximale est intimement liée au diamètre des boulons et donc implicitement à l'aire total du contact entre les boulons et les substrats. Le deuxième enfant est l'élimination de l'effet de retard au niveau du transfert de charges par les boulons (Voir Figure 2.5). Ceci est important car si cet effet de retard est trop élevé, il peut y avoir défaillance de l'adhésif avant que les boulons ne commencent à transférer une partie de la charge externe. L'effet est contrôlé

principalement par le jeu radial entre les tiges des boulons et leurs trous de passage.

- FR1 : Maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons
- FR1.1 : Maximiser la capacité de transfert de charges par matage
- FR1.2 : Éliminer l'effet de retard (Contact des tiges des boulons)
  
- DP1 : Contact entre les tiges et les trous
- DP1.1 : Diamètre des boulons
- DP1.2 : Jeu radial / procédure d'assemblage

La solution au FR2 (Retarder la défaillance de l'adhésif) est d'appliquer une force axiale transverse sur les substrats. Par le zigzagging, deux fonctions enfants ont été trouvées. La première est d'appliquer la force axiale transverse et la seconde est de la distribuer. La force axiale transverse est appliquée sur les substrats par l'application d'une précontrainte des boulons. La distribution de la précontrainte est assurée par la surface sur laquelle la précontrainte est appliquée. L'utilisation d'une rondelle ou d'une plus grosse tête des boulons peut aider à appliquer la précontrainte sur une plus grande surface.

- FR2 : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)
- FR2.1 : Appliquer la force axiale transverse
- FR2.2 : Distribuer la force axiale transverse
  
- DP2 : Force axiale transverse
- DP2.1 : Précontrainte des boulons
- DP2.2 : Surface d'application augmentée (Rondelles ou dimension de la tête du boulon)

La réduction de la flexion secondaire (FR3) peut être atteinte par deux approches. La première est de diminuer l'ampleur des moments de flexion. Pour des substrats en matériaux composites, ceci peut être réalisé en modifiant la séquence d'empilement des substrats afin de diminuer l'excentricité entre les chemins de transfert de charges tel que présenté par Stewart (1997) (voir section 2.3.2). La seconde approche est d'augmenter la rigidité en flexion des substrats. Une solution possible à ce FR est d'augmenter l'épaisseur des substrats.

- FR3 : Minimiser la flexion secondaire
- FR3.1 : Diminuer les moments de flexion secondaires
- FR3.2 : Augmenter la rigidité en flexion des substrats

- DP3 : Rigidité en flexion des substrats
- DP3.1 : Positionnement des axes neutres (séquence d'empilement)
- DP3.2 : Épaisseur des substrats

Les charges à l'intérieur du joint sont normalement mal distribuées. Les extrémités du joint transfèrent normalement une plus grande partie des charges externes par rapport à la section entre les deux boulons. L'objectif est d'uniformiser ces transferts de charges afin d'éviter que des sections soient plus chargées, ce qui cause des concentrations de contraintes. Ce requis fonctionnel se sépare en deux enfants, soit de transférer plus de charges entre les deux boulons et d'uniformiser le transfert de charges dans les extrémités du joint. Ces requis fonctionnels peuvent être respectés en modifiant les rigidités de ces sections du joint, soit par la modification de la rigidité des extrémités ou par l'utilisation d'un adhésif plus rigide entre les deux boulons (Pires *et al.*, 2003).

- FR4 : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint
- FR4.1 : Transférer plus de charges par l'adhésif entre les deux boulons
- FR4.2 : Uniformiser le transfert de charges dans les extrémités
  
- DP4 : Rigidité dans la direction du chargement
- DP4.1 : Adhésif plus rigide entre les deux boulons
- DP4.2 : Rigidité variable des extrémités (épaisseur et géométrie des substrats et de l'adhésif)

### Analyse de la matrice de couplage FR-DP : deuxième niveau

La Figure 6.6 montre les interactions entre les différents FR et les DP. La matrice obtenue est une matrice couplée. Par conséquent, d'après la définition utilisée pour le joint hybride, il est impossible de définir un ordre de sélection des paramètres du joint sans devoir faire des itérations lors de la conception du joint. Les interactions identifiées dans la Figure 6.6 sont définies dans les lignes suivantes :

- FR1.1 et DP3.1 : La capacité de transfert de charges par matage peut être affectée par la séquence d'empilement puisque celle-ci peut modifier la résistance au matage des laminés (Hart-Smith, 2003).
- FR1.1 et DP3.2 : La charge maximale pouvant être transférée avant le matage des laminés est directement liée à l'épaisseur des substrats.
- FR1.2 et DP4.1 : L'ajout d'un adhésif plus rigide entre les deux boulons devrait dimi-

nuer la charge transférée par les boulons ainsi que les déformations du joint à un niveau de charge comparable. Par conséquent, le DP4.1 devrait augmenter l'effet de retard dans le transfert de charge par les boulons.

- FR1.2 et DP4.2 : En modifiant la rigidité des extrémités des laminés, ceux-ci devraient transférer moins de charge et donc permettre aux boulons de commencer à transférer une partie de la charge externe plus rapidement.
- FR2.1 et DP1.1 : La valeur de la précontrainte maximale pouvant être appliquée dépend du diamètre de la tête des boulons utilisés car cette dimension influence directement la contrainte générée dans les substrats à l'intérieur du cône de compression.
- FR2.2 et DP1.1 : La grosseur de la tête des boulons dépend du diamètre de celui-ci.
- FR2.2 et DP3.2 : L'épaisseur des laminés influence les dimensions du cône de compression sous la tête des boulons. La dimension requise de la surface d'application de la précontrainte varie donc en fonction de l'épaisseur des substrats.
- FR3.2 et DP2.2 : La présence d'une surface d'application augmentée peut influencer la rigidité en flexion du joint hybride en augmentant l'épaisseur totale de la structure dans la zone de recouvrement.
- FR3.2 et DP3.1 : La séquence d'empilement influence directement la rigidité en flexion des laminés.
- FR3.2 et DP4.2 : Dépendamment de la solution utilisée pour faire varier la rigidité des extrémités des laminés dans le sens du chargement, la rigidité en flexion des laminés peut être affectée.
- FR4.1 et DP1.2 : La présence d'un jeu radial entre les tiges des boulons et les substrats influence le transfert de charges par les boulons, et donc aussi la quantité de charges pouvant être transférée par l'adhésif entre les deux boulons.
- FR4.1 et DP4.2 : En transférant moins de charge aux extrémités du joint, la partie centrale entre les deux boulons en transfèrera plus.
- FR4.2 et DP1.2 : L'uniformisation des transferts de charges dans les extrémités des boulons est influencée par la répartition des charges à l'intérieur du joint. La présence d'un jeu radial peut donc influencer la répartition des charges partout dans le joint.
- FR4.2 et DP3.1 : La séquence d'empilement des laminés peut influencer la quantité de charge transférée aux extrémités du joint.
- FR4.2 et DP3.2 : L'épaisseur des laminés a un effet direct sur leur rigidité et sur leur transfert de charges.
- FR4.2 et DP4.1 : En utilisant un adhésif plus rigide entre les deux boulons, la quantité de charge transférées aux extrémités sera affectée.

	DP <sub>1</sub> : Contact entre les tiges et les trous	DP <sub>1,1</sub> : Diamètre des boulons	DP <sub>1,2</sub> : Jeu radial / procédure d'assemblage	DP <sub>2</sub> : Force axiale transverse	DP <sub>2,1</sub> : Précontrainte des boulons	DP <sub>2,2</sub> : Surface d'application augmentée	DP <sub>3</sub> : Rigidité en flexion des substrats	DP <sub>3,1</sub> : Positionnement des axes neutres	DP <sub>3,2</sub> : Épaisseur des substrats	DP <sub>4</sub> : Rigidité dans la direction du chargement	DP <sub>4,1</sub> : Adhésif plus rigide entre les deux boulons	DP <sub>4,2</sub> : Rigidité variable des extrémités
FR <sub>1</sub> : Maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons	X						X			X		
FR <sub>1,1</sub> : Maximiser la capacité de transfert de charges par matage		X						X	X			
FR <sub>1,2</sub> : Éliminer l'effet de retard (Contact des tiges des boulons)			X								X	X
FR <sub>2</sub> : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)	X			X								
FR <sub>2,1</sub> : Appliquer la force axiale transverse		X			X	X						
FR <sub>2,2</sub> : Distribuer la force axiale transverse		X				X						
FR <sub>3</sub> : Minimiser la flexion secondaire				X			X			X		
FR <sub>3,1</sub> : Diminuer les moments de flexion secondaires								X				
FR <sub>3,2</sub> : Augmenter la rigidité en flexion des substrats						X		X	X			X
FR <sub>4</sub> : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint	X						X			X		
FR <sub>4,1</sub> : Transférer plus de charges par l'adhésif entre les boulons			X								X	X
FR <sub>4,2</sub> : Uniformiser le transfert de charges dans les extrémités			X					X	X		X	X

Figure 6.6 Matrice de décomposition FR-DP complète

### 6.3 Modification de la conception pour éliminer les couplages

Puisque la première itération du système possède plusieurs couplages, il faut tenter de modifier la décomposition FR-DP afin d'en éliminer. Pour y arriver, il faut soit réordonner les FR ou revoir le choix des DP. La section qui suit présente l'approche utilisée afin d'éliminer une partie du couplage ainsi qu'une solution physique obtenue à partir de la matrice FR-DP finale.

#### 6.3.1 Décomposition FR-DP du joint : premier niveau

Reconsidérons le FR1 (maximiser la capacité de transfert de charges par les boulons). Ce FR ainsi que ses enfants sont grandement couplés avec les autres requis fonctionnels du joint. L'approche habituellement utilisée afin de réduire le couplage est de réordonner ou reformuler certains FRs ou DPs. Dans ce cas-ci, un grande partie du couplage apparaît entre FR1 et FR4 (uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint). Par conséquent, il serait logique de réordonner FR1 et FR4. Par contre, la matrice actuelle fait en sorte que cette solution ne permet pas d'éliminer le couplage. La solution proposée est donc de déplacer les enfants de

FR1 afin de les ajouter FR4. Cette opération fait aussi en sorte que FR1 est éliminé de la décomposition FR-DP. Par contre, cette solution seule ne suffit pas à réduire tous les problèmes de couplage. En effet, le FR1.1 (maximiser la capacité de transfert de charges par matage) ainsi que le DP1.1 (contact entre les tiges et les trous) sont grandement couplés et le fait de les réordonner ne permet pas d'éliminer tout le couplage présent. Par conséquent, la solution envisagée est de retirer ce FR et ce DP du système. Cette décision est fondée sur les recommandations de Hart-Smith (2003) pour les joints boulonnés en matériaux composites. Selon l'auteur, afin de maximiser la résistance au matage, les boulons devraient avoir un diamètre similaire à celui des plaques pour des plaques de moins de 10mm d'épaisseur. Par conséquent, le  $DP_{1.1}$  et le  $FR_{1.1}$  peuvent être éliminés et seront traités comme des contraintes du problème.

- FR1 : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)
- FR2 : Minimiser la flexion secondaire
- FR3 : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint
  
- DP1 : Force axiale transverse
- DP2 : Rigidité en flexion des substrats
- DP3 : Rigidité dans la direction du chargement

### 6.3.2 Analyse de la matrice de couplage FR-DP : premier niveau

À ce stade de la décomposition FR-DP du joint, les fonctions semblent indépendantes entre-elles. La matrice obtenue est donc une matrice découplée. Du couplage pourrait apparaître après le zigzagging.

	DP <sub>1</sub>	DP <sub>2</sub>	DP <sub>3</sub>
FR <sub>1</sub>	X	0	0
FR <sub>2</sub>	0	X	0
FR <sub>3</sub>	0	0	X

Figure 6.7 Matrice de décomposition FR-DP du premier niveau



### 6.3.3 Décomposition FR-DP du joint : deuxième niveau

Pour les FR1 et FR2, les mêmes enfants ont été définis. Par contre, les enfants du FR2 (Retarder la défaillance de l'adhésif) ont été inversés afin d'obtenir une matrice triangulaire inférieure.

- FR1 : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)
- FR1.1 : Distribuer la force axiale transverse
- FR1.2 : Appliquer la force axiale transverse
  
- DP1 : Force axiale transverse
- DP1.1 : Surface d'application augmentée (rondelles ou dimension de la tête du boulon)
- DP1.2 : Précontrainte des boulons
  
- FR2 : Minimiser la flexion secondaire
- FR2.1 : Diminuer les moments de flexions secondaires
- FR2.2 : Augmenter la rigidité en flexion des substrats
  
- DP2 : Rigidité en flexion des substrats
- DP2.1 : Positionnement des axes neutres (séquence d'empilement)
- DP2.2 : Épaisseur des substrats

Suite aux modifications effectuées lors de cette itération, le FR3 possède maintenant 3 enfants. Le premier enfant concerne l'effet de retard du transfert de charges par les boulons introduit par la présence d'un jeu radial entre les tiges des boulons et leurs trous de passage. Ce FR a été déplacé ici puisqu'il est considéré influent au niveau de l'uniformisation des transferts de charges à l'intérieur du joint. Les deux autres enfants sont les mêmes que lors de l'itération précédente.

- FR3 : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint
- FR3.1 : Éliminer l'effet de retard (transfert de charges des boulons)
- FR3.1 : Transférer plus de charges par l'adhésif entre les deux boulons
- FR3.2 : Uniformiser le transfert de charges dans les extrémités
  
- DP3 : Rigidité dans la direction du chargement
- DP3.1 : Jeu radial minimal / procédure d'assemblage
- FR3.1 : Adhésif plus rigide entre les deux boulons

- DP3.2 : Rigidité variable des extrémités (épaisseurs et géométrie des sustrats et rigidité de l'adhésif)

### Analyse de la matrice de couplage FR-DP : deuxième niveau

Suite aux modifications apportées à la décomposition FR-DP du joint, la matrice de couplage de la Figure 6.8 est désormais une matrice triangulaire inférieure. Par conséquent, il est maintenant possible d'utiliser cette matrice afin d'effectuer l'intégration physique du joint.

	DP <sub>1</sub> : Force axiale transverse	DP <sub>1,1</sub> : Précontrainte des boulons	DP <sub>1,2</sub> : Surface d'application augmentée	DP <sub>2</sub> : Rigidité en flexion des sustrats	DP <sub>2,1</sub> : Positionnement des axes neutres	DP <sub>2,2</sub> : Épaisseur des sustrats	DP <sub>3</sub> : Rigidité dans la direction du chargement	DP <sub>3,1</sub> : Jeu radial / procédure d'assemblage	DP <sub>3,2</sub> : Adhésif plus rigide entre les deux boulons	DP <sub>3,3</sub> : Rigidité variable des extrémités
FR <sub>1</sub> : Retarder la défaillance de l'adhésif (fissuration, pelage)	X									
FR <sub>1,1</sub> : Appliquer la force axiale transverse		X								
FR <sub>1,2</sub> : Distribuer la force axiale transverse		X	X							
FR <sub>2</sub> : Minimiser la flexion secondaire	X			X						
FR <sub>2,1</sub> : Diminuer les moments de flexion secondaires					X					
FR <sub>2,2</sub> : Augmenter la rigidité en flexion des sustrats			X		X	X				
FR <sub>3</sub> : Uniformiser les transferts de charges à l'intérieur du joint				X			X			
FR <sub>3,1</sub> : Éliminer l'effet de retard (Contact des tiges des boulons)								X		
FR <sub>3,2</sub> : Transférer plus de charges par l'adhésif entre les boulons									X	
FR <sub>3,3</sub> : Uniformiser le transfert de charges dans les extrémités					X	X				X

Figure 6.8 Matrice de décomposition FR-DP complète

## 6.4 Intégration physique

Suite à la définition du joint hybride par l'axiomatic design, il faut procéder à l'intégration physique du système. Cette étape consiste à générer un composant physique correspondant aux informations contenues dans la définition des FR-DP.

D'après les conclusions des chapitres précédents ainsi que la décomposition FR-DP de la section précédente, minimiser la contrainte de pelage devrait être l'un des objectifs principaux lors de la conception d'un joint à recouvrement simple puisque cette contrainte a un effet très marqué sur la résistance du joint. Pour y arriver, la décomposition FR-DP obtenue propose d'introduire une précontrainte des boulons et insiste aussi sur une méthode afin de distribuer cette précontrainte. La solution proposée par le DP1.1 est d'utiliser des rondelles. Cette solution a l'avantage d'aider à distribuer la précontrainte, de réduire la déformation locale près du trou et aussi d'augmenter la rigidité en flexion du joint en augmentant l'épaisseur totale de la structure. Par contre, à moins d'utiliser une rondelle dont la rigidité est très élevée, celle-ci peut se déformer sous la précontrainte des boulons ce qui réduit l'efficacité de cette solution. La Figure 6.9 illustre la façon dont la précontrainte des boulons est distribuée par une rondelle de faible rigidité.

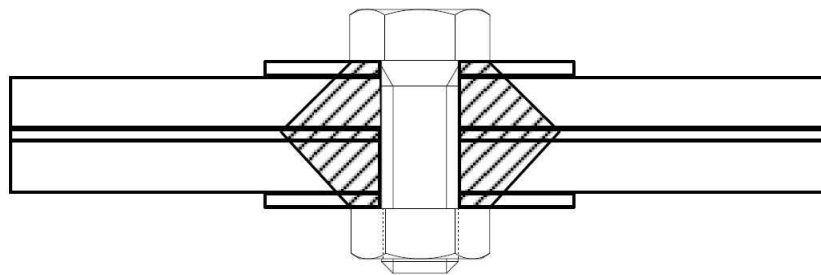


Figure 6.9 Distribution du cône de compression de la précontrainte des boulons sous une rondelle de faible rigidité

Afin d'améliorer la distribution de la précontrainte à l'intérieur du joint, des rondelles modifiées ont été introduites. Ces rondelles sont basées sur le principe des ressorts Bellevilles. L'objectif est d'augmenter la distance entre le fût du boulon et le point de contact des rondelles avec les substrats. En procédant ainsi, la précontrainte peut être distribuée beaucoup plus loin du boulon et ainsi augmenter l'effet de la précontrainte sur la contrainte de pelage aux extrémités du joint.

Un autre point qui ressort de la décomposition FR-DP est la réduction de la rigidité aux extrémités du joint. L'objectif est de diminuer la rigidité des substrats dans cette région afin de réduire les concentrations de contraintes causées par une augmentation subite de la rigidité et de l'épaisseur totale des composantes. Pour y arriver, un chanfrein a été ajouté à l'un des substrats. Cette modification de la géométrie à deux effets importants : la réduction de la rigidité dans le plan suite à une diminution de l'épaisseur de l'un des substrats et la réduction du moment de flexion secondaire par la diminution de l'excentricité des plans neutres dans cette région.

Finalement, afin de limiter d'avantage le transfert de charges aux extrémités du joint, un second adhésif a été introduit entre les deux boulons. L'objectif est d'utiliser un adhésif de grande rigidité au centre de la zone de recouvrement et un adhésif de faible rigidité aux extrémités du joint. Cette configuration permettra de transférer plus de charges dans les régions moins affectées par la contrainte de pelage, soit entre les deux boulons. Par conséquent, pour le même niveau de chargement externe, les régions aux extrémités de la zone de recouvrement se retrouveront également moins chargées. La géométrie finale obtenue est présentée à la Figure 6.10.

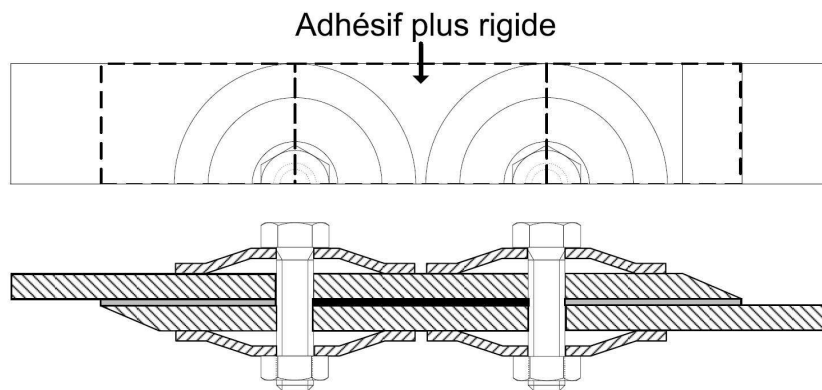


Figure 6.10 Géométrie finale obtenue par l'intégration physique

## Comparaison des résultats avec un modèle de référence

### Géométrie

Les Figures 6.11 et 6.12 présentent respectivement la géométrie de référence analysée et la géométrie améliorée par l'axiomatic design. Les dimensions entre les deux géométries ont été conservées. Les différences résident dans l'ajout des rondelles, des extrémités chanfreinées et d'un second adhésif entre les deux boulons.

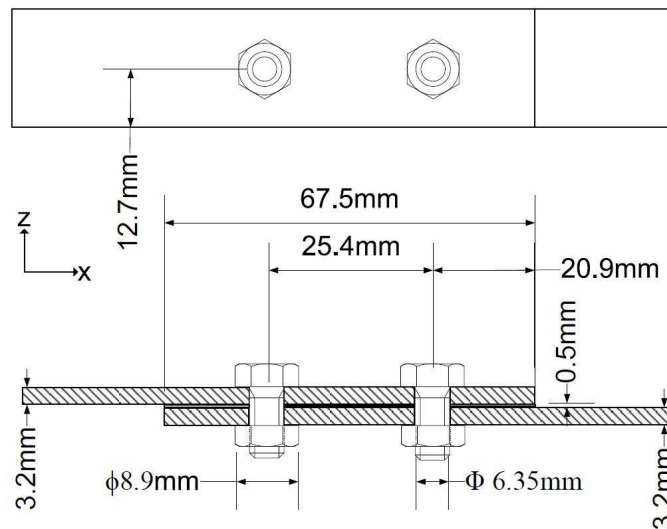


Figure 6.11 Géométrie de référence du joint hybride à recouvrement simple

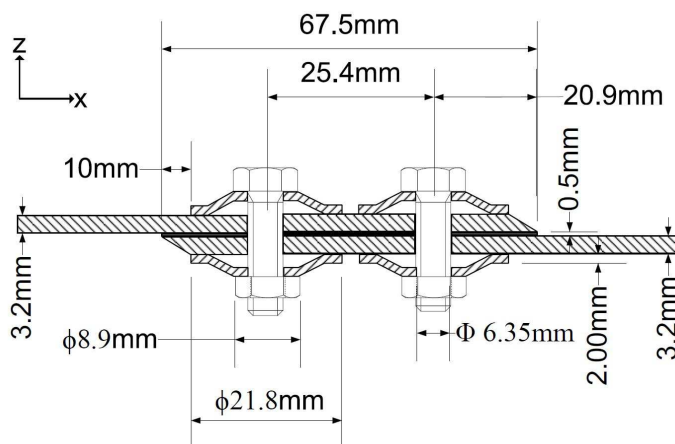


Figure 6.12 Géométrie du joint hybride à recouvrement simple amélioré

## Matériaux

Pour les adhésifs, les courbes de contraintes-déformations proviennent des travaux de Kelly (2006) et sont présentées à la Figure 6.13. La géométrie de référence utilise l'adhésif Pilogrip 7400/7410 alors que la géométrie améliorée par l'axiomatic design utilise aussi l'adhésif Epibond 1590 A/B entre les deux boulons. Pour ce qui est des substrats, l'analyse a été réalisée avec le même empilement quasi-isotropique  $[0, +45, -45, 90]_{S2}$  pour les deux géométries. L'effet de la modification de la séquence d'empilement n'est donc pas analysé. Ceci a été décidé afin de simplifier l'analyse. De plus, l'impact de la séquence d'empilement sur les performances des joints hybrides a déjà été analysé par Stewart (1997). Finalement, le matériau utilisé est une fibre de carbone/époxy (T700/Epicote 828LV) dont les propriétés sont présentées dans le tableau 6.1.

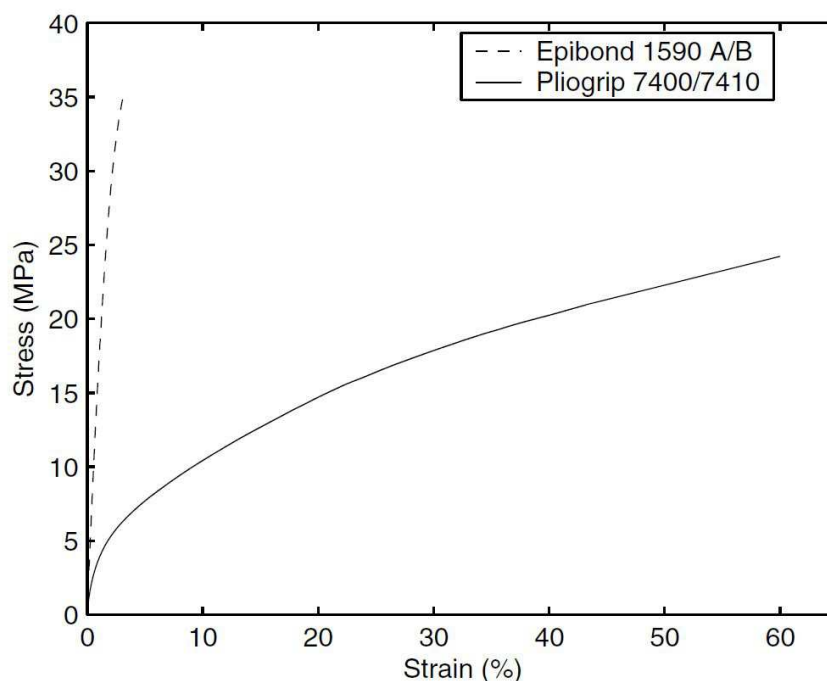


Figure 6.13 Courbes de contraintes-déformations en traction de l'adhésif Pilogrip 7400/7410 et de l'adhésif Epibond 1590 A/B (Kelly, 2006)

Tableau 6.1 Propriétés de la fibre de carbone/epoxy T700/Epicote 828LV (Sjogren *et al.*, 2001)

Paramètre	Valeur
$E_{11}$	140 GPa
$E_{22}$	10 GPa
$E_{33}$	5.2 GPa
$\nu_{12}$	0.3
$\nu_{13}$	0.3
$\nu_{23}$	0.5
$G_{12}$	5.2 GPa
$G_{13}$	5.2 GPa
$G_{23}$	3.9 GPa

### Comparaison des résultats

La Figure 6.14 montre les courbes de contraintes-déformations obtenues pour les deux configurations de joints. Pour le joint amélioré par l'axiomatic design, sa rigidité est supérieure à celle du joint de référence par environ 35%. Ceci est attribuable à l'ajout d'un second adhésif plus rigide entre les deux boulons. Ce résultat était prévisible puisque l'adhésif est la méthode de transfert de charge principale à l'intérieur d'un joint hybride. Par conséquent, une augmentation de la rigidité de l'adhésif utilisé a une influence très importante sur la rigidité du joint.

La Figure 6.15 montre les courbes de ratio de transfert de charges par les boulons pour les deux géométries. Pour la géométrie améliorée, les modifications apportées résultent en une diminution du transfert de charges par les boulons. Ceci peut être attribué à l'augmentation du transfert de charges par l'adhésif entre les deux boulons. Il est aussi à prévoir que la présence des rondelles permet aux boulons de transférer une plus grande partie de la charge externe par friction. Par ailleurs, il serait intéressant d'étudier en détails ce phénomène lors de travaux futurs. Une meilleure compréhension de cette méthode de transfert de charge pourrait ouvrir la porte à d'autres solutions permettant de réduire la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en réduisant sa quantité de charge transférée.

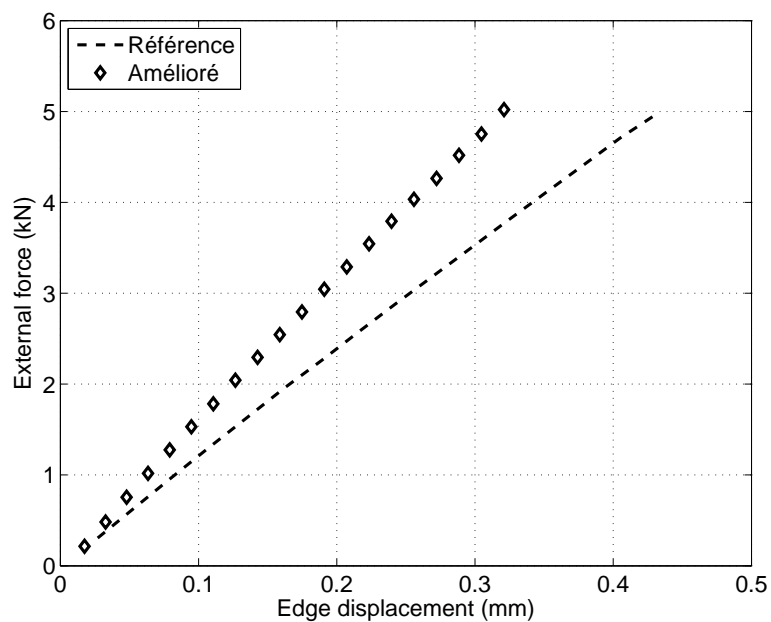


Figure 6.14 Comparaison de la rigidité du joint hybride à recouvrement simple entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence

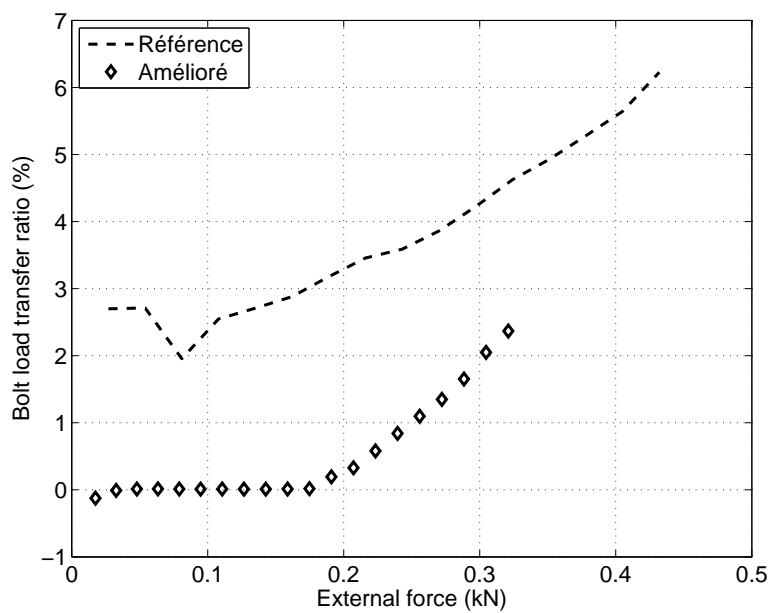


Figure 6.15 Comparaison des taux de transfert de charges par les boulons entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence



La Figure 6.16 montre la comparaison de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif. D'après cette figure, les modifications apportées à la géométrie du joint ont permis de modifier la position de la contrainte de cisaillement maximale. Dans le cas du joint de référence, la contrainte de cisaillement maximale se trouve aux extrémités du joint. Par contre, pour la géométrie obtenue par l'intégration physique, la contrainte de cisaillement maximale se trouve le long de l'interface entre les deux adhésifs. L'ajout d'un second adhésif a introduit un changement brusque de rigidité à cet endroit, ce qui résulte en une augmentation importante de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif plus rigide. Au final, l'ajout du second adhésif a permis de réduire la contrainte de cisaillement maximale aux extrémités du joint par un facteur de 12.9%. Ceci est bénéfique puisque la défaillance du joint est normalement initiée à cet endroit. Par contre, il serait intéressant d'effectuer des analyses additionnelles afin d'évaluer l'effet sur la contrainte de cisaillement lorsque la surface collée par l'adhésif plus rigide augmente ou diminue.

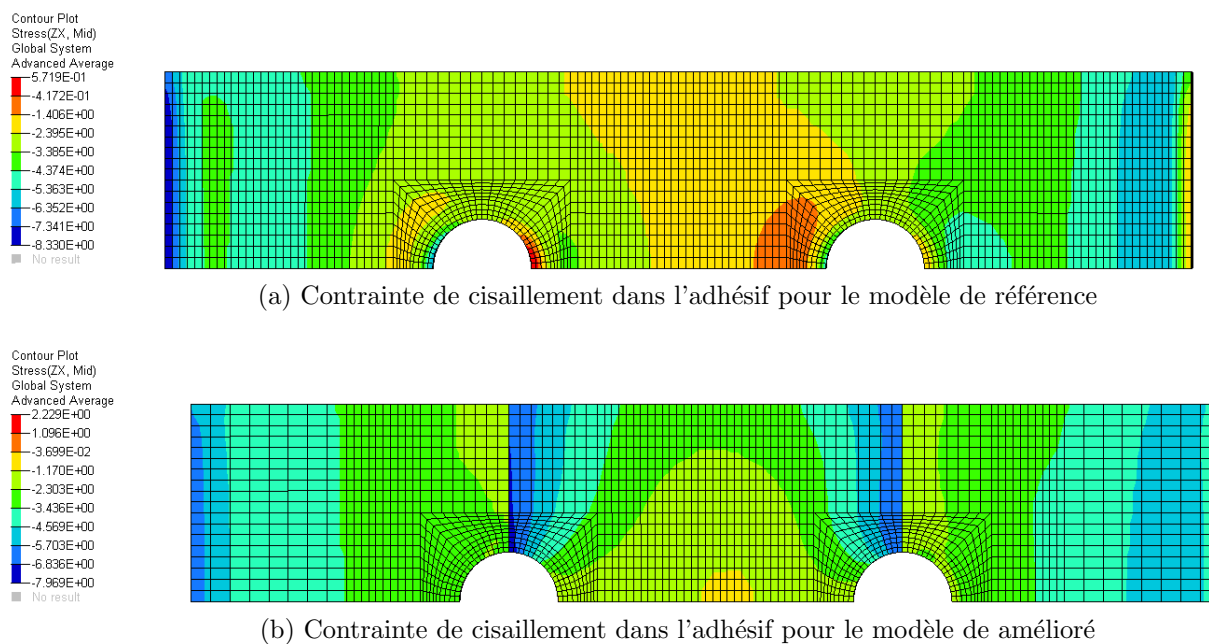


Figure 6.16 Comparaison de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence

Les Figure 6.17 et Figure 6.18 montrent la contrainte de pelage maximale dans l'adhésif. L'ajout des rondelles modifiées permet de répartir la précontrainte des boulons sur une plus grande surface des substrats. Ceci résulte en une réduction des concentrations de contraintes près des boulons. Aussi, ces figures montrent la diminution non-négligeable de la contrainte de pelage maximale entre la géométrie de référence (13.4 MPa) et la géométrie améliorée (9.5 MPa). Cette réduction de la contrainte de pelage maximale est très importante. Puisque la défaillance des joints collés à recouvrement simples est souvent le résultat de la propagation de fissures initiées dans l'adhésif aux extrémités du joint suite aux contraintes de pelage élevées à ces endroits, il est à prévoir qu'une diminution de cette contrainte devrait permettre au joint de résister à un niveau de charge externe plus élevé avant la défaillance et ce malgré une diminution de la quantité de charge transférée par les boulons (Figure 6.15).

car elle peut permettre au joint de transférer une plus grande charge externe avant la défaillance ainsi que d'améliorer la vie en fatigue du joint. en retardant l'initiation et la propagation de fissures.

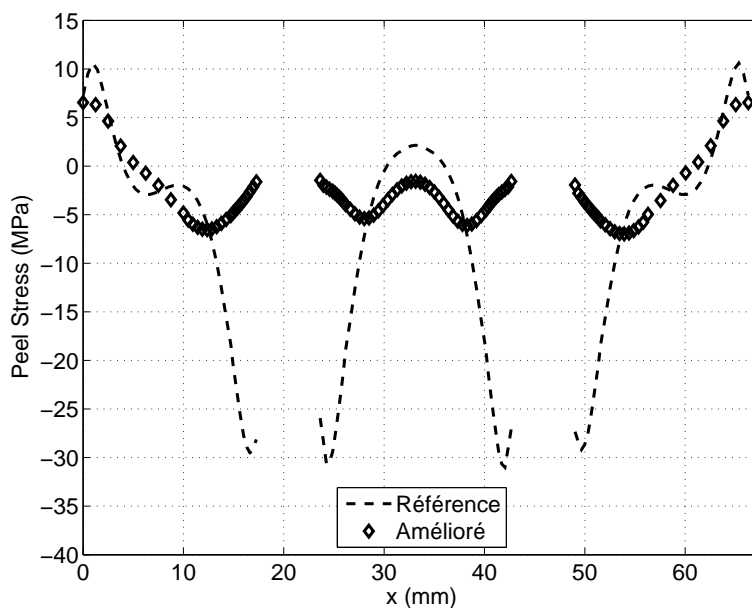


Figure 6.17 Comparaison de la contrainte de pelage au centre du joint entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence

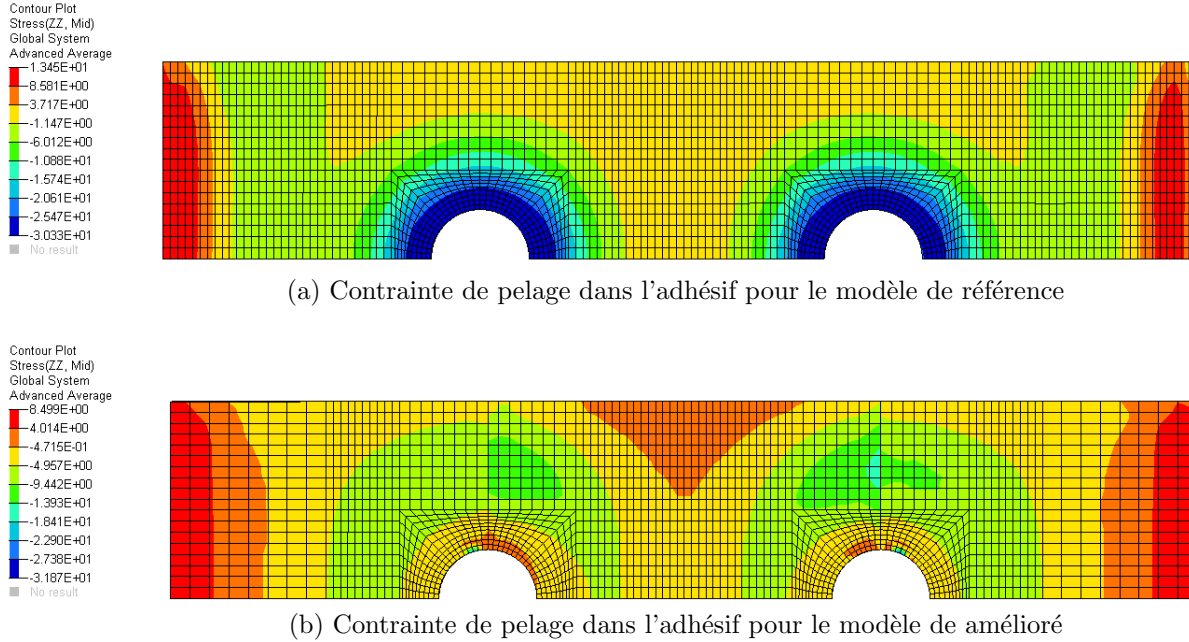


Figure 6.18 Comparaison de la contrainte de pelage dans l'adhésif entre la géométrie améliorée et la géométrie de référence

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les joints hybrides à recouvrement simple ont été analysés à l'aide de la théorie de l'axiomatic design. Pour commencer, les « *functional requirements* » et les « *design parameters* » du joint ont été définis. À l'aide de ces éléments, les interactions entre les différents paramètres du joint ont été identifiées en utilisant la matrice de couplage FR-DP. Un système quasi-couplé fut obtenu à la deuxième itération de la décomposition FR-DP. Finalement une nouvelle géométrie de joint hybride a été proposée suite à l'intégration physique des DP du joint.

La géométrie proposée par l'intégration physique introduit trois changements majeurs par rapport à la géométrie de base analysée à plusieurs reprises dans ces travaux. Pour commencer, afin de mieux distribuer la précontrainte des boulons, des rondelles similaires à des ressorts Bellevilles ont été ajoutées au modèle. Celles-ci permettent d'appliquer la précontrainte beaucoup plus loin du fut des boulons par rapport à des rondelles plates conventionnelles. Ensuite, la géométrie des substrats a été modifiée afin d'ajouter un biseau aux extrémités de la zone de recouvrement, l'objectif étant de réduire à la fois le moment de flexion secondaire à cet endroit ainsi que la rigidité et le transfert de charges aux extrémités des substrats. Finalement un second adhésif plus rigide a été ajouté entre les deux boulons. Encore une

fois, l'objectif est d'augmenter le transfert de charges entre les deux boulons dans le but de réduire la contrainte de cisaillement aux extrémités du joint.

Les résultats obtenus sont très encourageants. L'ajout d'un adhésif plus rigide entre les deux boulons permet d'augmenter de façon considérable la rigidité du joint, malgré la diminution résultante du taux de transfert de charges par les boulons. Cette modification du joint permet aussi de réduire la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif. Pour le joint amélioré, la contrainte de cisaillement maximale se situe le long de l'interface entre les deux adhésifs et non pas aux extrémités de la zone de recouvrement. Finalement, les autres modifications apportées au joint permettent de réduire la contrainte de pelage maximale par un facteur de 29% pour la géométrie testée. Cette réduction de la contrainte de pelage maximale est attribuable à la réduction de la rigidité des substrats dans cette région ainsi qu'à la présence de la précontrainte des boulons appliquée à l'aide des rondelles modifiées.

Dans des travaux futures, il serait intéressant d'étudier plus précisément le transfert de charges par friction par les rondelles modifiées. Dans un joint boulonné, la majorité de la charge externe est normalement transférée entre les plaques suite à la présence de friction entre-elles. Il est donc à prévoir que l'ajout des rondelles modifiées ainsi que l'application de la précontrainte des boulons permettent d'augmenter la quantité de charge externe transférée par friction. Des limitations logicielles n'ont pas permis de mesurer ce phénomène dans le cadre de ces travaux. L'augmentation de la surface de contact offre aussi l'avantage d'augmenter la précontrainte maximale pouvant être appliquée par les boulons, ce qui pourrait augmenter la quantité de charge pouvant être transférée par friction par rapport à la géométrie de référence. Finalement, puisque l'ajout d'un second adhésif plus rigide a une influence très importante sur les performances du joint, il serait intéressant d'étudier en détails l'influence du positionnement de l'interface entre les deux adhésifs. Il est à prévoir que ce paramètre aura une influence importante sur la contrainte de cisaillement maximale dans chacun des deux adhésifs, ainsi que sur la rigidité du joint.

## CHAPITRE 7

### CONCLUSION

#### 7.1 Synthèse des travaux

Ce travail de recherche avait comme objectifs d'améliorer nos connaissances du comportement des joints hybrides à recouvrement simple soumis à un effort en traction ainsi que de proposer une nouvelle configuration de joints hybrides (boulonnés/collés) plus performante. Pour y arriver, une revue de littérature exhaustive a été rédigée et présentée au Chapitre 2. Cette revue de littérature a permis d'identifier un manque de connaissances dans ce champ d'études. En effet, plusieurs auteurs arrivent à des conclusions différentes suite à l'utilisation de cadres expérimentaux différents. Alors que certains ne voient que très peu d'avantages à utiliser des joints hybrides, d'autres auteurs démontrent clairement les bénéfices des joints hybrides sur la résistance statique et la vie en fatigue des joints. Cette revue de littérature a également permis d'identifier certains paramètres importants de la conception des joints hybrides, notamment l'utilisation de la précontrainte des boulons afin de réduire la contrainte de pelage maximale dans le joint.

Suite à la revue de littérature, le Chapitre 3 présente un modèle par éléments finis en trois dimensions généré afin d'analyser la répartition des contraintes et des forces dans un joint hybride soumis à un chargement externe. La précision du modèle a été démontrée à l'aide de résultats publiés par deux auteurs. Ce modèle a permis de démontrer que, pour un joint hybride à recouvrement simple avec deux boulons, la charge est répartie également entre les boulons. De plus, en utilisant un adhésif polyuréthane de faible rigidité, plus de 20% de la charge externe était transférée par les boulons. Ceux-ci étaient donc actifs dans le transfert de charge. Finalement, en n'utilisant aucune rondelle, il a été prouvé que la précontrainte des boulons est très peu active loin du boulon. Par conséquent, elle influence très peu la contrainte de pelage et de cisaillement maximale à l'intérieur d'un joint hybride lorsque aucun élément additionnel n'est ajouté afin de répartir la précontrainte sur une plus grande surface.

Puisque le modèle d'éléments finis généré au Chapitre 3 requiert beaucoup de ressources suite à l'utilisation d'éléments 3D et d'interfaces de contact, un modèle analytique provenant de la littérature a été modifié au Chapitre 4. L'objectif était d'ajouter l'effet de la précontrainte des boulons à un modèle existant puisque ce paramètre a le potentiel d'avoir un effet

très important sur la contrainte de cisaillement maximale à l'intérieur du joint. Des résultats prometteurs ont été obtenus. Par contre, la précision de la représentation du modèle amélioré dans ce chapitre est limitée par certaines hypothèses du modèle initial ainsi qu'une représentation trop simpliste de l'interaction entre les éléments du joint suite à l'application de la précontrainte. Somme toute, la représentation du modèle analytique amélioré a été jugée assez précise pour effectuer une première analyse de sensibilité.

Le Chapitre 5 présente une analyse de sensibilité réalisée dans le but de mieux comprendre l'influence des différents paramètres de conception du joint hybride sur la rigidité du joint, le taux de transfert de charge par les boulons et les contraintes de cisaillement et de pelage maximales dans la couche d'adhésif. Cette analyse réalisée à l'aide de la méthode des plans d'expériences statistiques a permis d'identifier l'influence des paramètres du joint sur ses performances. Cette analyse a aussi fourni l'occasion de pondérer l'influence de chacun des paramètres et de présenter graphiquement les résultats obtenus.

Finalement, en utilisant les connaissances acquises lors des chapitres précédents, une nouvelle géométrie de joint hybride a été présentée au Chapitre 6. Cette géométrie a été obtenue à l'aide de la théorie de l'axiomatic design. Suite à la décomposition du joint hybride en « *functional requirements* » et en « *design parameters* », le principe de l'intégration physique a été utilisé afin d'obtenir une nouvelle géométrie plus performante des joints hybrides. Une étude comparative avec un modèle de référence a démontré que l'ajout de biseaux aux extrémités des substrats, l'utilisation de rondelles modifiées basées sur des ressorts Bellevilles et l'ajout d'un second adhésif plus rigide entre les deux boulons a permis de diminuer de façon significative les contraintes de cisaillement et de pelage maximales en plus d'augmenter la rigidité du joint.

## 7.2 Améliorations futures

Pour commencer, plusieurs améliorations sont envisageables pour le modèle analytique modifié au Chapitre 4. Les équations utilisées afin de calculer la déformation initiale du joint suite à l'application de la précontrainte devraient être modifiées afin de considérer la surface de la tête du boulon ou même l'utilisation de rondelles. Ceci permettrait d'augmenter la précision du modèle près des boulons. De plus, plusieurs adhésifs possèdent un comportement non linéaire. Par conséquent, la précision du modèle pourrait être grandement améliorée si les équations constitutives du modèle étaient modifiées afin de considérer le comportement

non linéaire des matériaux du joint.

Pour ce qui est de la géométrie proposée au Chapitre 6 grâce à l'axiomatic design, des analyses additionnelles sont nécessaires. Pour commencer, l'utilisation des rondelles modifiées permet d'augmenter la surface d'application de la précontrainte des boulons. Il serait ainsi possible d'augmenter la précontrainte maximale appliquée avant d'endommager les substrats. De plus, l'augmentation de la précontrainte peut entraîner une augmentation de la quantité de charge externe transférée par friction avec les boulons. Il faudrait mener une étude plus approfondie de ce phénomène. Il est à prévoir que l'augmentation de la quantité de charge transférée par friction pourrait diminuer la contrainte de cisaillement dans l'adhésif, résultant en une augmentation de la résistance du joint. Si cette méthode de transfert de charge a un effet positif sur les performances du joint, des méthodes additionnelles afin d'augmenter ce type de transfert de charge seraient à considérer, telles que de coller les rondelles sur les substrats avec un adhésif de grande rigidité.

## RÉFÉRENCES

- AUDET, C., LE DIGABEL, S. et TRIBES, C. (2009). Nomad user guide. Rapport technique G-2009-37, Les cahiers du GERAD.
- BARUT, A. et MADENCI, E. (2009). Analysis of bolted-bonded composite single-lap joints under combined in-plane and transverse loading. *Composite Structures*, vol. 88, pp. 579–596.
- BIRON, G. (2011). *Optimisation des assemblages par interférence soumis à des sollicitations de fatigue*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- BIRON, G., VADEAN, A. et TUDOSE, L. (2012). Optimal design of interference fit assemblies subjected to fatigue loads. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pp. 1–11.
- BOIS, C., COLT, M., WARGNIER, H. et WAHL, J.-C. (2011). Étude du tranfer de charge dans les assemblages composites hybrides boulonnés et collés. *17èmes Journées Nationales sur les Composites*.
- BROWN, C. A. (2006). *Elements of Axiomatic Design : a simple and practical approach to engineering design*. <http://www.axiomaticdesign.org/docs/ElementsofAxiomaticDesign.pdf>.
- CHAN, W. S. (2001). Analysis of composite bonded/bolted joints used in repairing. *Journal of Composite Materials*, vol. 32, pp. 1045–1061.
- CHUNG, J. et SUH, N. P. (2002). Computer aided geometric topology and shape design within axiomatic design framework. *Second International Conference on Axiomatic Design*. Cambridge, MA.
- CLEMENT, B. (2011). Plans sur ordinateurs. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal.
- DUBRULE, O. (1983). Cross validation of kriging in a unique neighborhood. *Mathematical Geology*, vol. 15, pp. 687–699.
- FU, M. et MALLICK, P. K. (2001). Fatigue of hybrid (adhesive/bolted) joints in SRIM. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 21, pp. 145–159.
- GANJI, N. (2007). *Parametric study of load transfer in two-bolted single lap hybrid (bonded/bolted) shear joints* Academic Department : Department of Mechanical Engineering. Mémoire de maîtrise, Wichita State University.
- GOLAND, M. et REISSNER, E. (1944). The stress in cemented joints. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 11, pp. A-17–27.



- HART-SMITH, L. J. (1985). Bonded-Bolted Composite Joints. *Journal of Aircraft*, vol. 22, pp. 993–1000.
- HART-SMITH, L. J. (2003). *Recent advances in Structural Joints and Repairs for Composite Materials*, Kluwer Academic Publishers. pp. 211–257.
- HART-SMITH, L. J. (2004). Bolted joint analyses for composite structures - Current empirical methods and future scientific prospects. *Symposium on Joining and Repair of Composite Structures*. pp. 127–160.
- HOPFIELD, J. J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. vol. 79, pp. 2554–2558.
- IMANAKA, M., HARAGA, K. et NISHIKAWAT, T. (1995). Fatigue Strength of Adhesive/Rivet Combined Lap Joints. *Adhesion 93, 5th International Conference of the Adhesives-Section of the Polymer-Industry-Division of the Institute-of-Materials*. vol. 49, pp. 197–209.
- JOSEPH, V. R. et HUNG, Y. (2008). Orthogonal-maximin latin hypercube designs. *Statistica Sinica*, vol. 18, pp. 171–186.
- KELLY, G. (2005). Load transfer in hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints. *Composite Structures*, vol. 69, pp. 35–43.
- KELLY, G. (2006). Quasi-static strength and fatigue life of hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints. *Composite Structures*, vol. 72, pp. 119–129.
- KLEIJNEN, J. et VAN BEERS, W. (2004). Application-driven sequential designs for simulation experiments : Kriging metamodeling. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 55, pp. 883–876.
- KUMAR, B., SUN, C. T., WANG, P. H. et STERKENBURG, R. (1989). Adding Additional Load Paths in a Bonded/Bolted Hybrid Joint. *Journal of Aircraft*, vol. 45, pp. 1593–1598.
- KWEON, J.-H., JUNG, J.-W., KIM, T.-H., CHOI, J.-H. et KIM, D.-H. (2006). Failure of carbon composite-to-aluminum joints with combined mechanical fastening and adhesive bonding. *Composite Structures*, vol. 75, pp. 192–198.
- LANOUE, F., VADEAN, A. et SANSCHAGRIN, B. (2009). Finite element analysis and contact modelling considerations of interference fits for fretting fatigue strength calculations. *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, pp. 1587–1602.
- LEE, D. G. et SUH, N. P. (2006). *Axiomatic design and fabrication of composite structures : application in robots, machine tools, and automobiles*. Oxford University Press, New York.

- LEE, Y.-H., LIM, D.-W., CHOI, J.-H., KWEON, J.-H. et YOON, M.-K. (2010). Failure Load Evaluation and Prediction of Hybrid Composite Double Lap Joints. *Composite Structures*, vol. 92, pp. 2916–2926.
- LEES, J. M. et MAKAROV, G. (2004). Mechanical/bonded joints for advanced composite structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers : Structures and Buildings*. vol. vol. 157, pp. 91–97.
- LIN, W.-H. et JEN, M.-H. R. (1999). The Strength of Bolted and Bonded Single-Lapped Composite Joints in Tension. *Journal of Composite Materials*, vol. 33, pp. 640–666.
- LOPHAVEN, S. N., NIELSEN, H. B. et SONDERGAARDT, J. (2002). A Matlab Kriging Toolbox. Rapport technique, Technical University of Denmark.
- LUNDY, M. et MEES, A. (1986). Convergence of an annealing algorithm. *Mathematical Programming*, vol. 34, pp. 111–124.
- MARTIN, J. D. et SIMPSON, T. W. (2004). On the use of kriging models to approximate deterministic computer models. *ASME 2004 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Salt Lake City, Utah, USA, 12 pages.
- MCCARTHY, C. T. et MCCARTHY, M. A. (2005). Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints : Part II—effects of bolt-hole clearance. *Composite Structures*, vol. 71, pp. 159–175.
- MONTGOMERY, J. (2002). Methods for Modeling Bolts in the Bolted Joint. Rapport technique, Siemens Westinghouse Power Corporation.
- MORONI, F., PIRONDI, A. et KLEINER, F. (2010). Experimental analysis and comparison of the strength of simple and hybrid structural joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 30, pp. 367–379.
- OTERKUS, E., BARUT, A., MADENCI, E. et AMBUR, D. (2007). Analysis of bolted-bonded composite lap joints. *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conferences*. vol. vol. 6, pp. 5750–5776.
- OWEN, A. B. (1994). Controlling correlations in latin hypercube samples. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 89, pp. 1517–1522.
- PARK, G.-J. (2007). *Analytic Methods for Design Practice*. Springer, London.
- PAROISSIEN, E. (2006). *Contribution aux assemblages hybrides (boulonnés/collés) - Application aux jonctions aéronautiques*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse III.
- PAROISSIEN, E., SARTOR, M. et HUET, J. (2007a). Hybrid (bolted/bonded) joints applied to aeronautic parts : Analytical one-dimensional models of a single-lap joint. S. Tichkie-

witch, M. Tollenaere et P. Ray, éditeurs, *Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering II*, Springer Netherlands. 95–110.

PAROISSIEN, E., SARTOR, M., HUET, J. et LACHAUD, F. (2007b). Analytical two-dimensional model of a hybrid (bolted/bonded) single-lap joint. *Journal of Aircraft*, vol. 44, pp. 573–582.

PIRES, I., QUINTINO, L., DURODOLA, J. F. et BEEVERS, A. (2003). Performance of bi-adhesive bonded aluminium lap joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 23, pp. 215–223.

SACKS, J., WELCH, W. J., MITCHELL, T. J. et WYNN, H. P. (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical Science*, vol. 4, pp. 409–423.

SHIVASHANKAR, G. S. et VIJAYARANGAN, S. (2005). A Numerical Approach on Load Sharing Analysis and Optimization of Bolted Joint Efficiency. *Academic Open Internet Journal*, vol. 15.

SIMPSON, T. W., MAURERY, T. M., KORTE, J. J. et MISTREE, F. (2001). Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 39, pp. 2233–2241.

SJOGREN, A., KRASNIKOVS, A. et VARNA, J. (2001). Experimental determination of elastic properties of impact damage in carbon fiber/epoxy laminates. *Composite Part A : applied science and manufacturing*, vol. 32, pp. 1237–1242.

STEWART, M. L. (1997). Experimental investigation of composite bonded and/or bolted repairs using single lap joint designs. *Proceedings of the 1997 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Part 4 (of 4)*. AIAA, New York, NY, United States, vol. 4, pp. 2752–2760.

SUH, N. P. (1990). *The principles of design*. Oxford University Press, New York.

SUH, N. P. (2001). *Axiomatic Design : Advances and Applications*. Oxford University Press, New York.

VIANA, F. A. C., VENTER, G. et BALABANOV, V. (2010). An algorithm for fast optimal latin hypercube design of experiments. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 82, pp. 135–156.

WANG, P. H. (2010). The Effects of Adding Attachments in Conventional Composite Hybrid Joints on Tensile Strength. Rapport technique, Purdue University.

YE, K. Q., LI, W. et SUDJANTO, A. (2000). Algorithmic construction of optimal symmetric latin hypercube designs. *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 90, pp. 145–159.

YETEN, B., CASTELLINI, A., GUYAGULER, B. et CHE, W. H. (2005). A comparison study on experimental design and response surface methodologies. *SPE Reservoir Simulation Symposium*. Houston, TX, 15 pages.

## ANNEXE A

### OPTIONS DE CONTACT UTILISÉS DANS ANSYS

Les éléments de contacts sont modélisés à l'aide d'éléments de type CONTA173 dans ANSYS. Ces éléments sont modélisés sur les surfaces des substrats et leurs nœuds sont coïncidents avec ceux des éléments des substrats. Du côté des boulons, ce sont des éléments cibles de type TARGE170 qui sont utilisés. Selon l'aide d'ANSYS, il est recommandé d'appliquer les éléments cibles sur le composant le plus rigide du couple de contact. Dans le cas de plaques minces en composite ou en aluminium, les boulons en acier sont considérés comme les composants les plus rigides. Les options utilisées afin de définir les contact sont décrites dans le Tableau A.1 et dans le Tableau A.2.

Tableau A.1 Options utilisées pour la définition des éléments de contact CONTA174

KEYOPT	Description	Valeur	Note
1	Degrés de libertés du contact	0	ux, uy, uz
2	Algorithme de contact	0	Lagrange augmenté
4	Point de détection du contact	0	Sur les points d'intégration (Gauss)
5	CNOF/ICONT ajustement automatique	0	Aucun ajustement automatique
6	Variation de la rigidité de contact	0	Valeur par défaut sauf si KEYOPT(10) > 0
7	Contrôle du pas de temps	0	Aucun contrôle
8	Contact Asymétrique	0	Aucune action
9	Effet de la pénétration initiale	2	Inclure la pénétration initiale ou jeu initiale ainsi que les décalages avec un effet de rampe
10	Mise à jour de la rigidité de contact	5	à chaque itération basé sur la contrainte dans les éléments
11	Effet de l'épaisseur des plaques	0	Exclure
12	Comportement de la surface de contact	0	Standard

Tableau A.2 Constantes utilisées pour la définition des éléments de contact CONTA174

Constante	Nom	Description	Valeur
3	FKN	Facteur de pénalité sur la rigidité normale	1.0
4	FTOLN	Facteur de tolérance sur la pénétration	-5E-3
9	TAUMAX	Contrainte de friction maximale	1.0E20
13	COHE	Cohésion de contact	0.0
21	FACT	Ratio statique/dynamique	1.0
22	DC	Coefficient de décroissance exponentiel (friction)	0.0
23	SLTO	Glissement élastique acceptable	-1E-4

## ANNEXE B

### CRÉATION D'UN PLAN D'EXPÉRIENCES OLHD

Cet annexe présente la comparaison entre deux algorithmes utilisés afin de générer un plan d'expériences OLHD. La comparaison est effectuée en comparant la qualité des plans d'expériences à 9 facteurs obtenus avec les deux algorithmes.

#### Algorithme de génération d'un plan OLHD par recuit simulé

Le plan d'expériences OLHD débute par la génération d'un plan LHD initial aléatoire. Par la suite, un algorithme d'optimisation est utilisé afin de minimiser un critère choisi tel que la maximisation de la distance minimale entre tous les points du plan. Le recuit simulé est l'un des algorithmes souvent utilisé. À chaque itération, deux éléments d'une même colonne sont permutés afin de générer un plan  $X_{Try}$ . Le critère est ensuite évalué et comparé à celui de l'itération précédente  $X_j$ . Si  $X_{Try}$  représente une amélioration, il est accepté et devient  $X_{j+1}$ , sinon une probabilité d'acceptation est calculée, ce qui lui donne la possibilité d'être quand même accepté. Cette façon de procéder de l'algorithme de recuit simulé a pour but de réduire les chances de s'arrêter sur un minimum local.

L'algorithme présenté par Joseph et Hung (2008) fait appel au même procédé à l'exception qu'une probabilité d'amélioration est calculée pour chacun des termes de la matrice du plan d'expériences. Les candidats sont quand même choisis aléatoirement mais en tenant compte des probabilités d'amélioration calculées. Les candidats ont alors plus de chances d'être choisis dans une colonne qui est fortement corrélées aux autres colonnes. Les lignes à permuter sont choisies afin de déplacer préférentiellement les points qui sont les plus proches de leurs voisins. Cette méthodologie a pour but de guider l'algorithme dans ses choix de candidats afin d'accélérer le processus tout en conservant une méthodologie aléatoire.

#### Génération d'un plan d'expériences à l'aide de la suite Altair Hyperworks V10.1

La génération d'un plan d'expériences OLHD dans Altair Hyperworks se fait à l'aide du *sampling module* qui n'est offert que dans la version 10.1 du logiciel. L'aide du logiciel indique que le plan d'expériences est généré par maximisation de la distance entre tous les points d'expériences. Aucune information n'est présentée sur l'algorithme utilisé.

## Génération du plan d'expériences

Afin d'obtenir un plan d'expériences OLHD, les deux algorithmes présentés aux section précédentes ont été comparés. Les éléments choisis afin de comparer les différents plans d'expériences obtenus sont : le critère mixte de la section 5.1.2 et la distance minimale entre les points d'expériences. L'objectif était de minimiser le critère mixte et, par le fait même, maximiser la distance minimale entre les points.

Le Tableau B.1 présente les résultats obtenus pour les deux algorithmes. Les plans d'expériences obtenus avec l'algorithme de recuit simulé programmé selon les travaux de Lundy et Mees (1986) et ceux de Joseph et Hung (2008) ont donné des résultats moins bons que les plans obtenus à l'aide de l'algorithme offert dans la suite Altair HyperWorks V10.1. Par conséquent, seulement l'algorithme d'Altair HyperWorks V10.1 fut retenu. Cet algorithme a aussi l'avantage d'être beaucoup plus rapide. Le plan numéro #5 du Tableau B.1 a été retenu comme étant le meilleur plan d'expériences à 9 facteurs obtenu à l'aide des deux algorithmes d'optimisation. Bien qu'il n'ait pas la distance minimale la plus élevée, le critère d'évaluation  $\psi_p$  de ce plan est minimal, ce qui veut dire qu'il s'agit du plan d'expériences possédant les meilleures capacités de remplissage de l'espace de conception parmi les plans obtenus.

Tableau B.1 Résultats des essais de création d'un plan d'expériences OLHD pour deux algorithmes

Algorithme	# test	Nb itérations	$\psi_p$	$D_{min}$
Recuit simulé	1	6434	0.00286	152
Recuit simulé	2	12294	0.00276	150
Recuit simulé	3	50458	0.00348	147
Recuit simulé	4	90305	0.00360	147
Altair HyperWorks	5	-	0.00194	147
Altair HyperWorks	6	-	0.00242	140



## ANNEXE C

### AMÉLIORATION DU MODÈLE DE KRIGEAGE PAR LE JACKKNIFING

Cet annexe présente des travaux réalisés dans le but d'améliorer les performances du modèle de krigeage par une amélioration de la qualité du plan d'expériences en utilisant une méthode appelée *jackknifing*. Cette méthode permet d'ajouter des points au plan d'expériences à des endroits où la pente de la fonction de krigeage est très élevée. L'objectif est d'obtenir une répartition des points du plan d'expériences permettant une meilleure représentation de la fonction réelle par le modèle de krigeage pour un nombre de points fixe.

#### Jackknifing

Le *jackknifing* consiste à évaluer, pour plusieurs candidats à l'intérieur de la zone d'intérêt, un critère représentant la variabilité du modèle de krigeage pour chaque candidat. La méthodologie utilisée dans ces travaux est basée sur celle de Kleijnen et van Beers (2004) et est représentée à la Figure C.1. Pour commencer, un nombre ( $m$ ) de candidats sont choisis pour lesquels seront effectués les calculs du *jackknifing*. Pour chaque candidat, une matrice des *pseudos-valeurs* est calculée de façon analogue à la méthode de la validation croisée. Chaque élément de cette matrice représente la variation du modèle de krigeage à un point  $c_i$  lorsqu'un point  $s_i$  du plan d'expériences initial est retiré du modèle de krigeage. Cette variation est calculée à l'aide d'une somme ponctuelle tel que :

$$y_{j,i} = n\hat{Y}_j^{(-0)} - (n-1)\hat{Y}_j^{(-i)} \quad j = 1, \dots, m \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{C.1})$$

Où  $\hat{Y}_j^{(-0)}$  est le modèle de krigeage complet et  $\hat{Y}_j^{(-i)}$  est le modèle de krigeage sans  $s_i$ . La variance du modèle de krigeage pour chacun des candidats est ensuite calculée à l'aide de :

$$s_j^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (y_{j,i} - \bar{y}_j)^2 \quad (\text{C.2})$$

Où

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{j,i} \quad (\text{C.3})$$

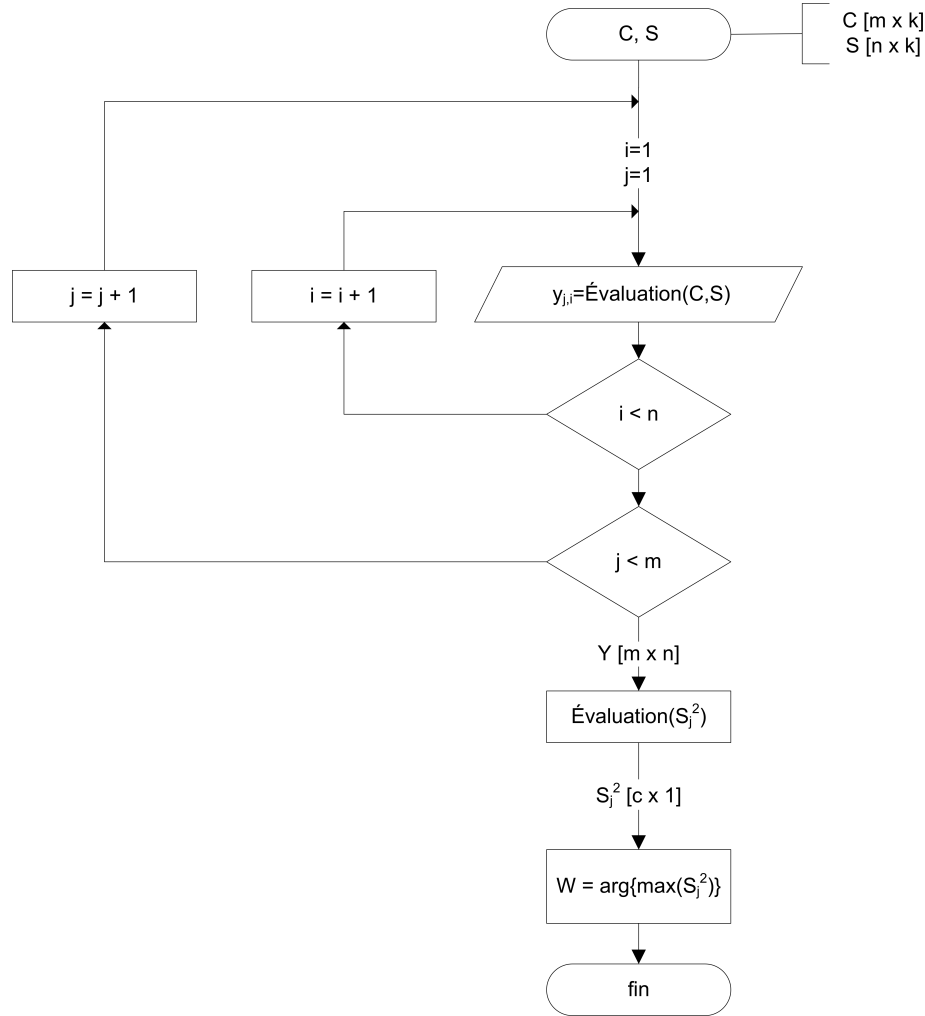


Figure C.1 Algorithme utilisé pour calculer les meilleurs candidats à ajouter au plan d'expériences par la méthode du *jackknifing*

### Algorithme de krigeage basé sur le jackknifing

La Figure C.2 montre l'algorithme complet utilisé afin de générer le modèle de krigeage à l'aide du *jackknifing*. L'algorithme commence par un plan OLHD initial. Un premier modèle de krigeage est ensuite généré et optimisé par la validation croisée. À chaque itération de l'algorithme, une série de candidats sont choisis. Les *pseudos-valeurs* de chacun des candidats sont ensuite calculés à l'aide du *jackknifing*. Le candidat pour lequel la variance du modèle de krigeage est la plus élevée est ensuite ajouté au plan d'expériences. L'algorithme s'arrête lorsqu'un nombre de points prédéterminés ont été ajoutés au plan d'expériences. Dans un cas où il y a plusieurs réponses (q) au problème analysés, plusieurs candidats, notés (m) sur la Figure C.2, peuvent être ajoutés à chaque itération afin d'accélérer le processus.

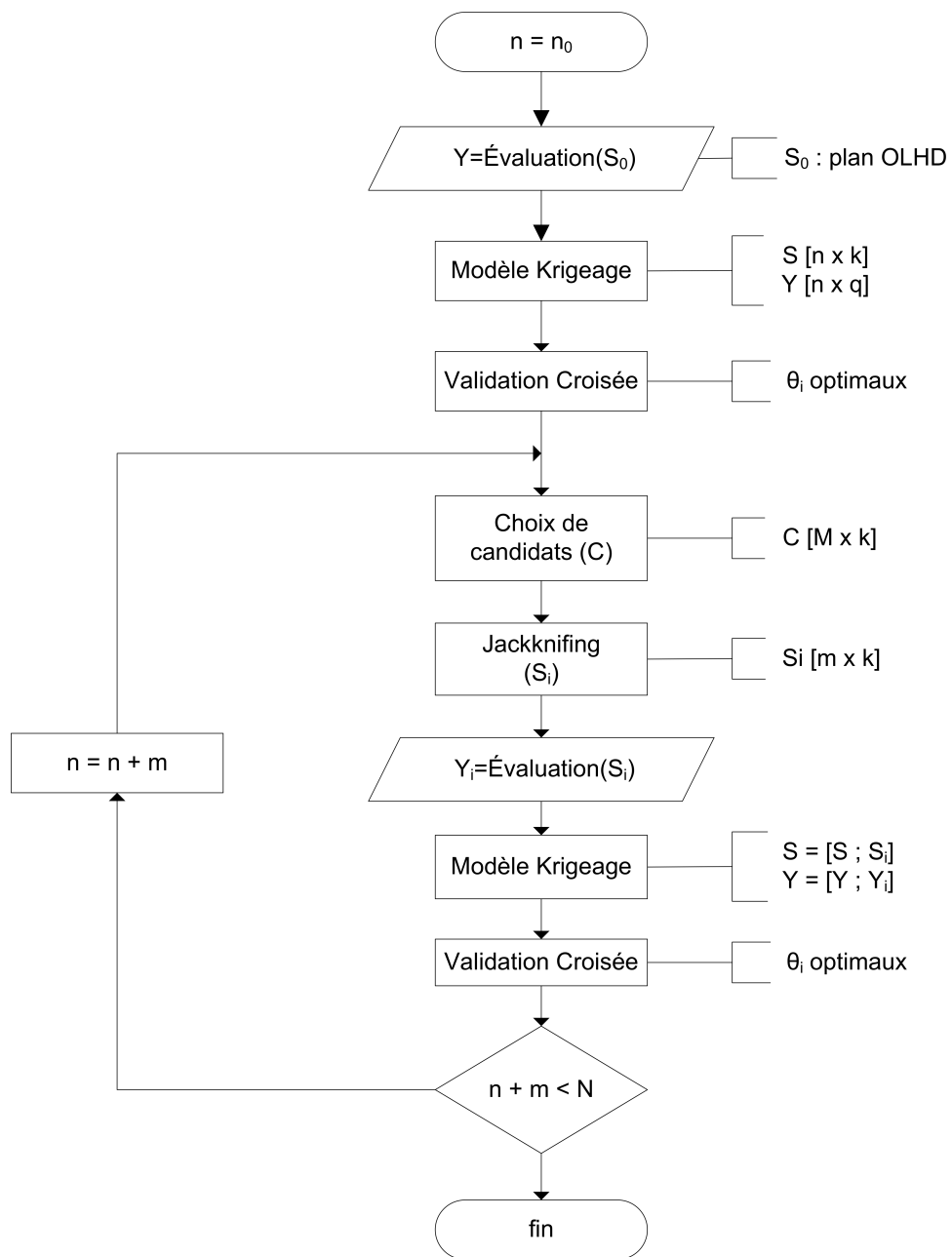
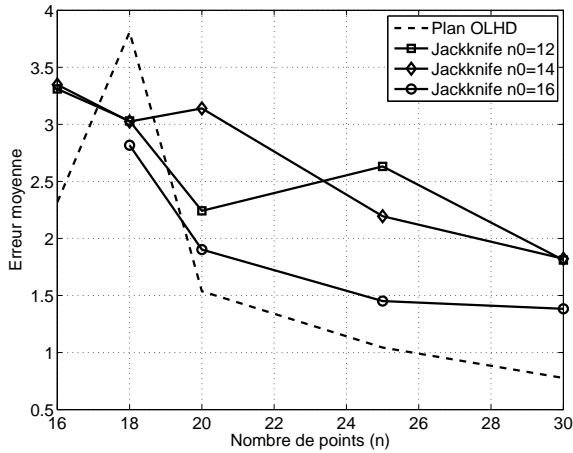


Figure C.2 Algorithme de génération du modèle de krigeage

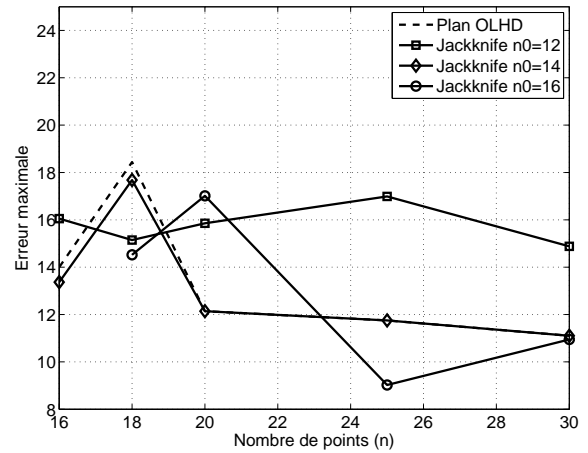
## Résultats

Une première analyse a été réalisée afin de comparer les résultats d'un modèle de krigeage obtenu par la méthode du *jackknifing* et par un plan OLHD. La méthodologie utilisée consiste à générer un premier plan OLHD avec un nombre ( $n_0$ ) de points initiaux. Des points ont ensuite été ajoutés au plan par la méthode du *jackknifing*. Par la suite, la fonction de krigeage a été utilisée afin d'évaluer plusieurs autres points (1000 dans ce cas-ci) à l'intérieur de la zone de conception. Ces points ont permis de déterminer l'erreur moyenne et l'erreur maximale de la fonction de krigeage en comparant la prédiction de la fonction de krigeage à la fonction réelle de l'équation C.4. Finalement, un plan OLHD a été généré avec le même nombre de points que le plan final obtenu par le *jackknifing*. L'erreur moyenne et maximale du modèle de krigeage obtenu ont été évaluées avec les mêmes 1000 points que le plan précédent. La Figure C.3 permet de visualiser les résultats obtenus pour différentes valeurs de  $n_0$ . Pour ce problème, l'utilisation du *jackknifing* n'apporte pas d'amélioration à la qualité du modèle de krigeage. Cette méthodologie a aussi été utilisée pour analyser un problème plus complexe à 10 facteurs utilisé dans la thèse de Biron (2011). La conclusion de ces calculs ont été les mêmes que pour le problème 2D de l'équation C.4 et ne seront pas présentés dans ce document.

$$Y = x_1^4 - 6x_2^4 - 6x_1^3 + x_1^3x_2^2\sin(2x_1) + 9x_2^2; \quad (C.4)$$



(a) Erreur moyenne sur l'ensemble de la zone de conception



(b) Erreur maximale dans la zone de conception

Figure C.3 Comparaison des performances entre un plan OLHD et un plan d'expériences obtenu par jackknifing pour un problème à deux dimensions

## ANNEXE D

### PREMIÈRE ITÉRATION DE L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES JOINTS HYBRIDES UTILISANT LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Cet annexe présente les résultats d'une première itération du plan d'expériences réalisée pour l'analyse de sensibilité du joint hybride à deux boulons. Ces simulations ont été réalisées préalablement aux analyses du Chapitre 5. Par contre, l'analyse de ces résultats a été réalisée en parallèle aux travaux du Chapitre 5 et servent donc de compléments aux résultats déjà présentés.

#### Géométrie et espace de conception

La Figure D.1 montre la géométrie analysée lors du plan d'expériences. Comme lors des travaux présentés au Chapitre 5, les paramètres  $l_g$  et  $l_d$  ne sont pas analysés et sont gardés constants à la valeur arbitraire de 75 mm. Lors de ce plan d'expériences, la précontrainte des boulons ainsi que le diamètre des boulons ont été considérés comme des facteurs indépendants du plan d'expériences. La charge externe est appliquée sur le joint à l'aide d'un déplacement axial imposé de 0.5 mm à l'extrémité du substrats du dessous. Finalement, la Figure D.2 montre les dimensions utilisées pour modéliser les boulons et le Tableau D.1 résume les bornes de l'espace de conception analysé.

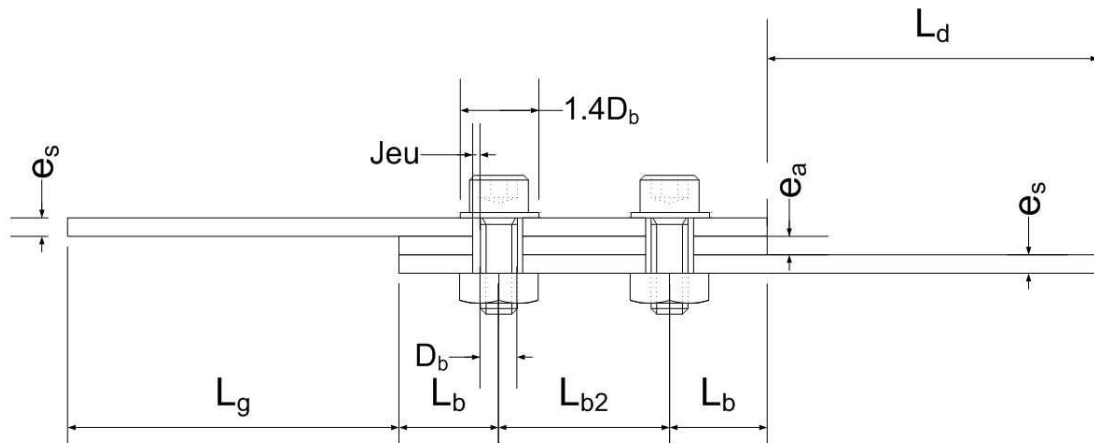


Figure D.1 Géométrie et paramètres du joint hybride analysé lors du plan d'expériences

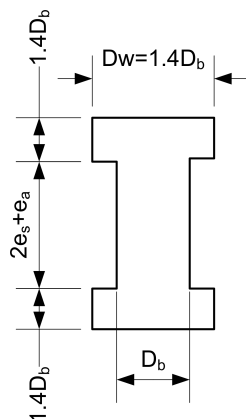


Figure D.2 Géométrie et dimensions des boulons utilisés lors du plan d'expériences

Tableau D.1 Espace de conception du joint hybride à recouvrement simple avec deux boulons

#	Variable	Description	Unité	Min	Max
1	$E_s$	Module de Young des substrats	MPa	40000	210000
2	$e_s$	Épaisseur des substrats	mm	2	10
3	$e_a$	Épaisseur de l'adhésif	mm	0.25	1
4	$D_b$	Diamètres des boulons	mm	2	10
5	$L_b$	Distance des bords libres	mm	$1.5D_b$	$5D_b$
6	$L_{b2}$	Entraxe entre les boulons	mm	$3D_b$	$5D_b$
7	b	Largeur du joint	mm	$1.5D_b$	$5D_b$
8	jeu	Jeu radial des boulons	mm	0	$0.05D_b$
9	Q	Prétention des boulons	MPa	0	150

Encore une fois, plusieurs paramètres ont été modélisés en fonction du diamètre de la tige du boulon. Ceci permet d'assurer la fabricabilité du joint.

### Simulations du plan d'expériences

Les analyses par éléments finis ont été effectuées sur le plan d'expériences OLHD généré à l'aide du logiciel Altair Hyperworks V10.1. Au total, 90 simulations ont été effectuées. Les résultats conservés sont ceux nécessaires afin de mesurer les quatre réponses suivantes :

- La rigidité du joint
- Le transfert de charge par les boulons
- La contrainte de cisaillement maximale
- La contrainte de pelage maximale

## Résultats

Les Figure D.3 à D.6 montrent les différentes analyses de sensibilité réalisées. Une des premières conclusions pouvant être tirées de ces analyses est que, pour la configuration de joints actuelle, la précontrainte des boulons n'apporte aucun avantage aux joints hybrides lorsqu'ils sont chargés en statique. Par conséquent, pour tirer profit de l'utilisation de boulons précontraints, il serait nécessaire de modifier la géométrie du joint.

Les Figure D.7 à D.15 présentent l'influence de chacun des facteurs du joint sur ses performances mécaniques. En regardant principalement les contraintes dans l'adhésif, les conclusions suivantes peuvent être obtenues :

- La contrainte de pelage maximale dans la couche d'adhésif augmente lorsque  $E_s$  et  $e_s$  augmentent.
- La contrainte de pelage maximale dans la couche d'adhésif diminue lorsque  $b$  et  $e_a$  augmentent.
- La contrainte de cisaillement maximale dans la couche d'adhésif augmente lorsque  $E_s$  et  $e_s$  augmentent.
- La contrainte de cisaillement maximale dans la couche d'adhésif diminue lorsque  $e_a$  augmente.

Ces résultats sont importants puisque les modes de défaillances des joints hybrides sont souvent liés à la défaillance de l'adhésif. Par conséquent, l'optimisation de la résistance des joints hybrides est intimement liée à la rigidité des substrats, leur épaisseur, à l'épaisseur de la couche d'adhésif et à la distance transversale entre chaque rangée de boulons ( $b$ ).

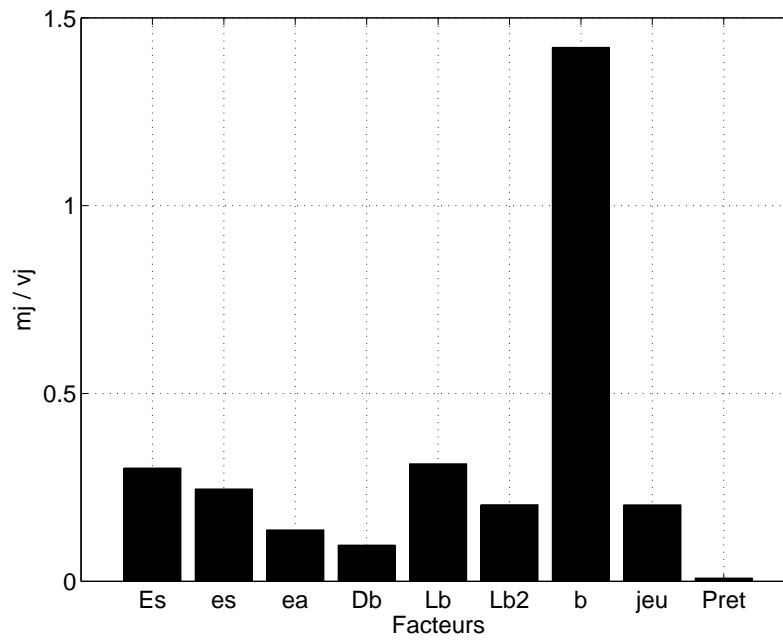


Figure D.3 Analyse de sensibilité de la rigidité du joint hybride réalisée à l'aide du modèle par éléments finis

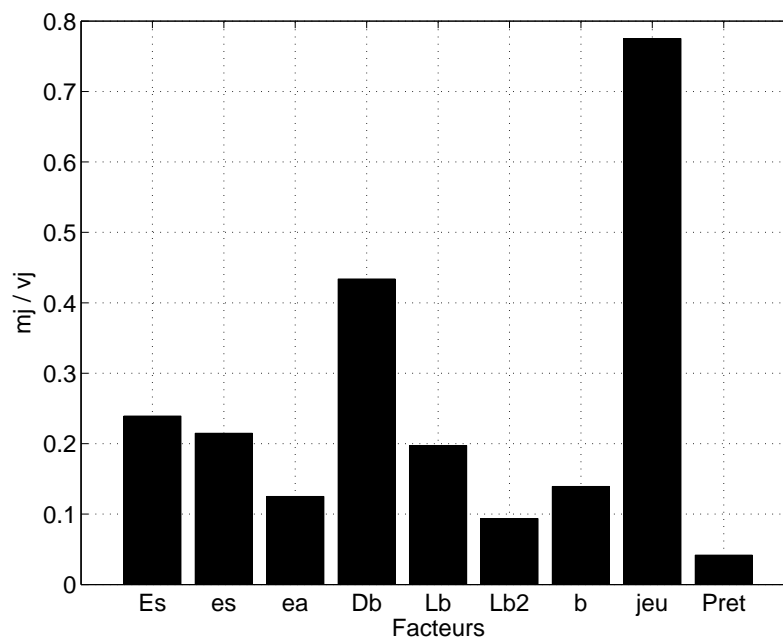


Figure D.4 Analyse de sensibilité du transfert de charge entre l'adhésif et les boulons réalisée à l'aide du modèle par éléments finis



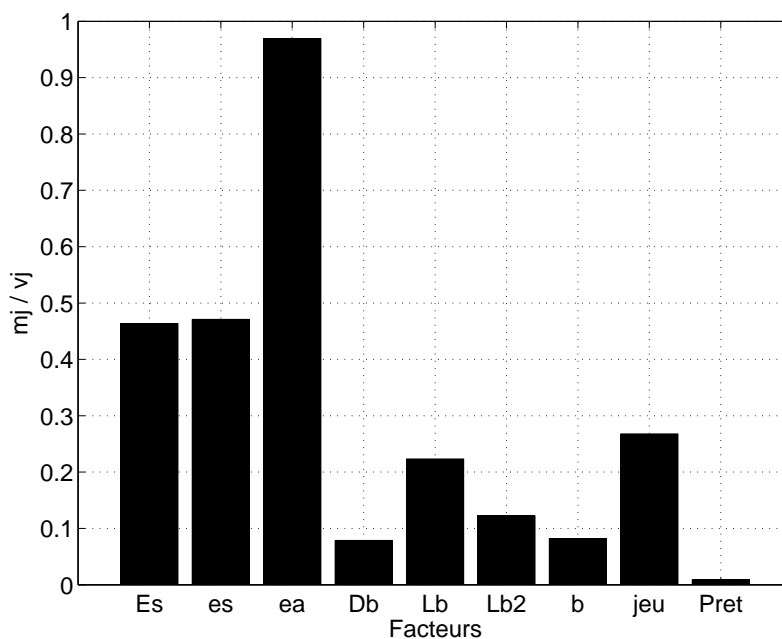


Figure D.5 Analyse de sensibilité de la contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif réalisée à l'aide du modèle par éléments finis

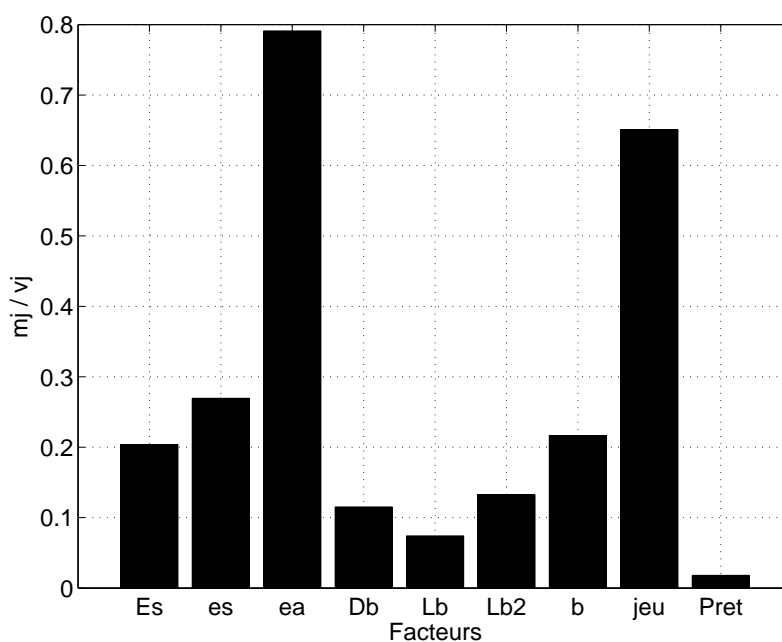
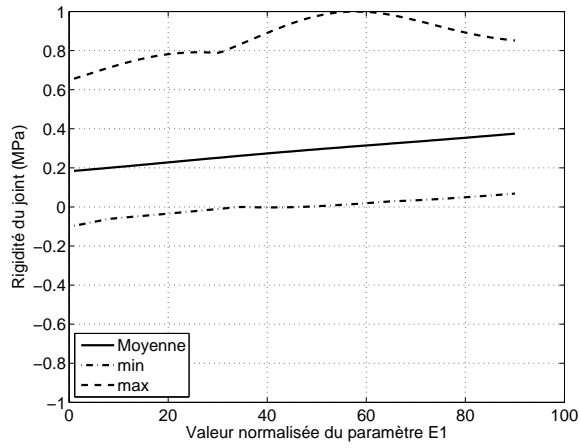
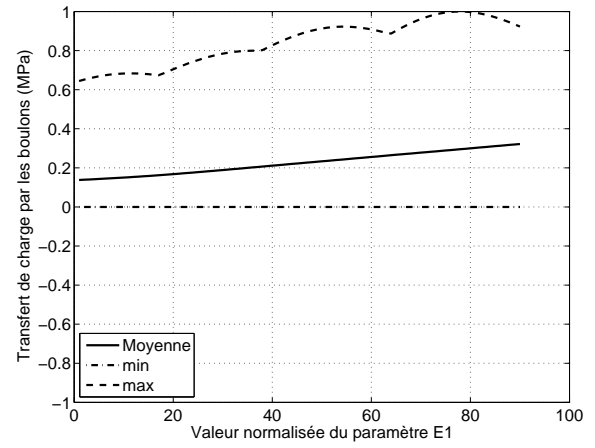
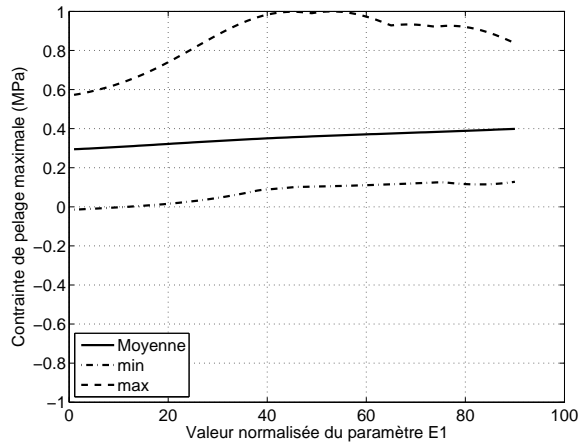
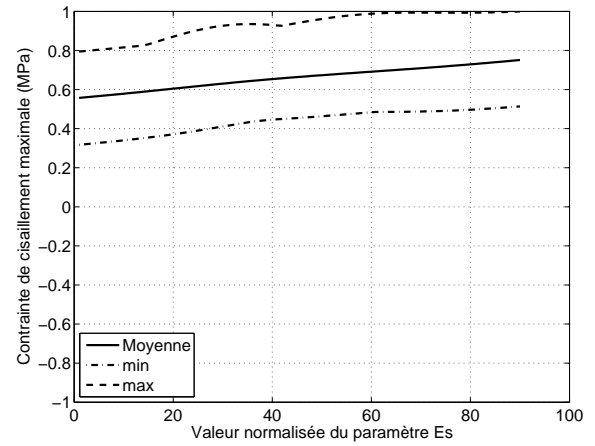
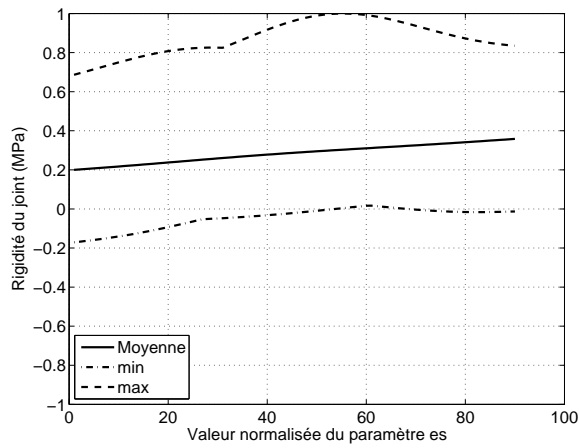
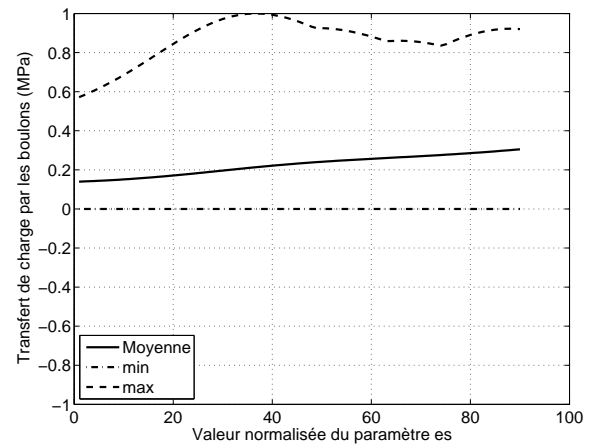
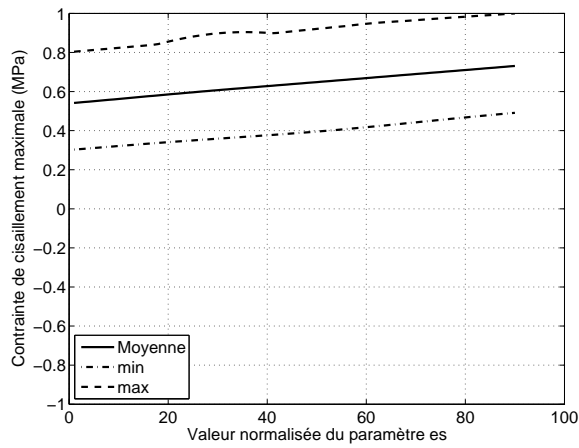
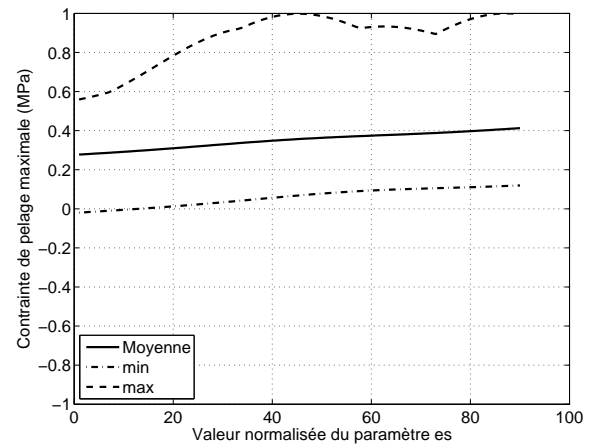
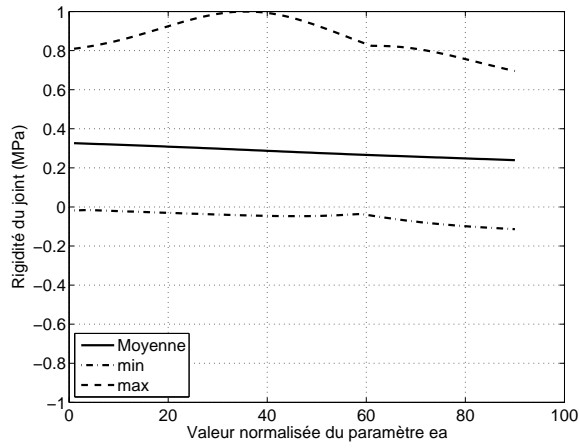
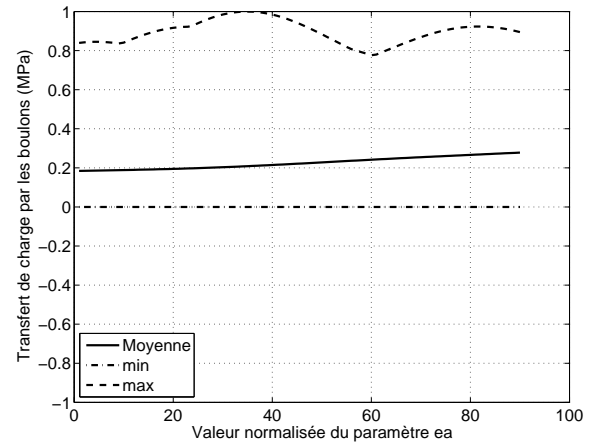
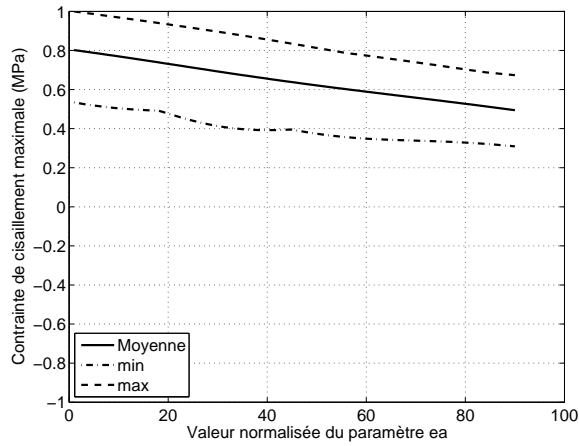
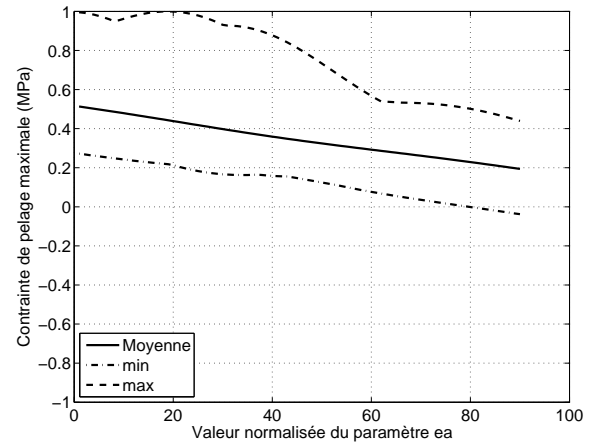
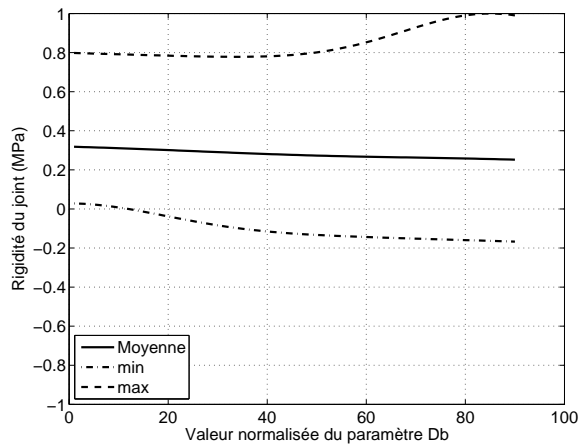
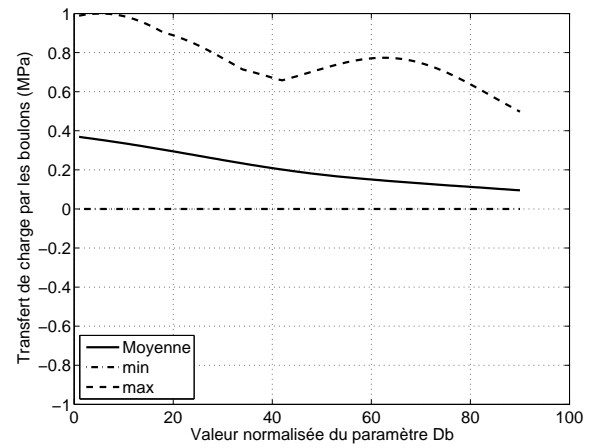
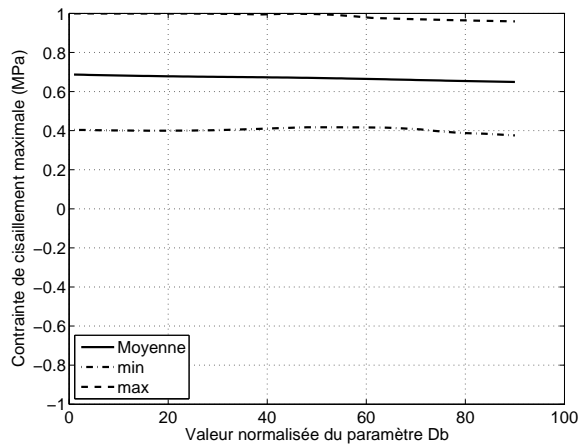
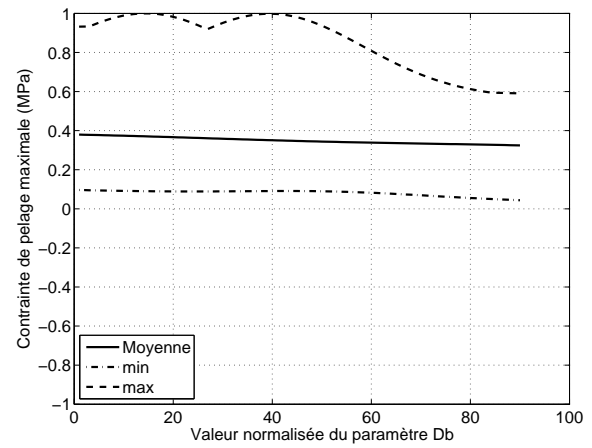


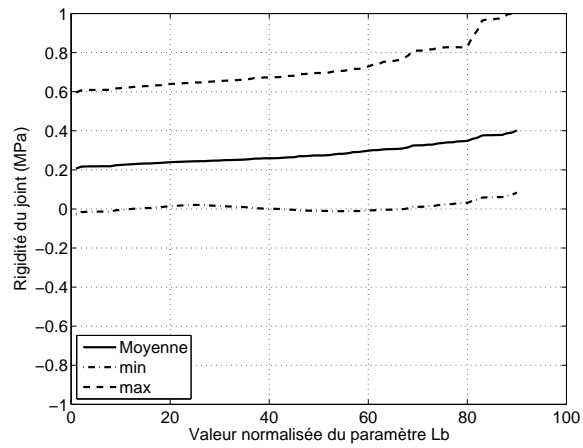
Figure D.6 Analyse de sensibilité de la contrainte de pelage du joint hybride réalisée à l'aide du modèle par éléments finis

(a) Rigidité du joint en fonction de  $E_s$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $E_s$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $E_s$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $E_s$ Figure D.7 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $E_s$

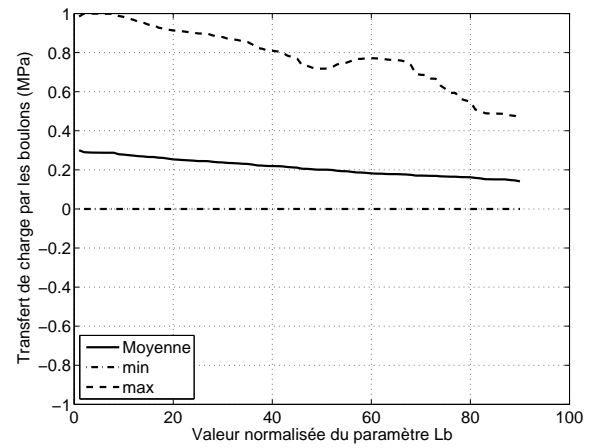
(a) Rigidité du joint en fonction de  $e_s$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $e_s$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $e_s$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $e_s$ Figure D.8 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $e_s$

(a) Rigidité du joint en fonction de  $e_a$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $e_a$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $e_a$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $e_a$ Figure D.9 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $e_a$

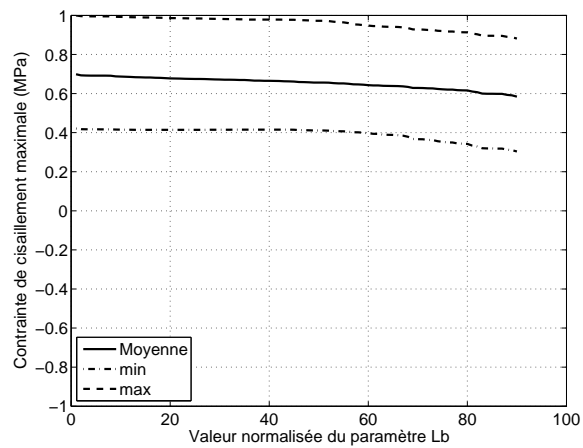
(a) Rigidité du joint en fonction de  $D_b$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $D_b$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $D_b$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $D_b$ Figure D.10 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $D_b$



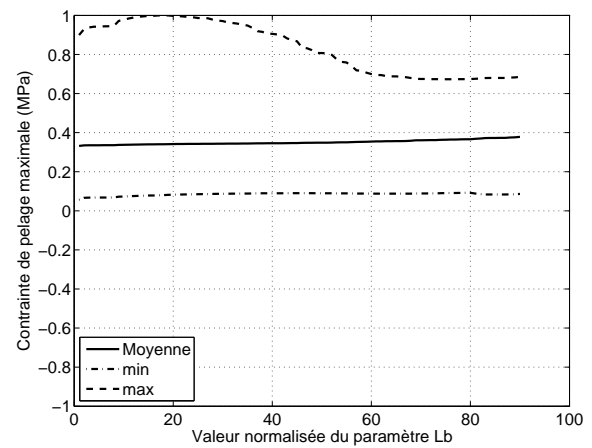
(a) Rigidité du joint en fonction de lb



(b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de lb

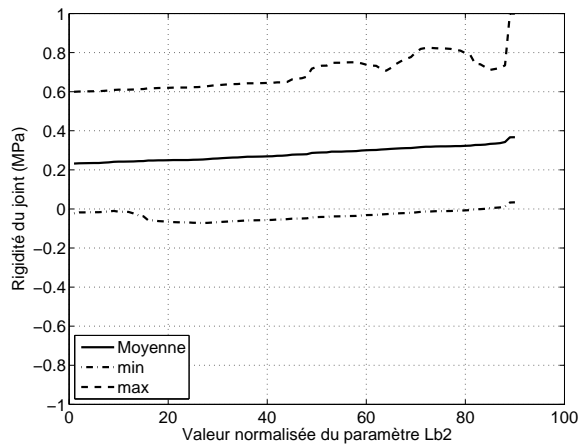
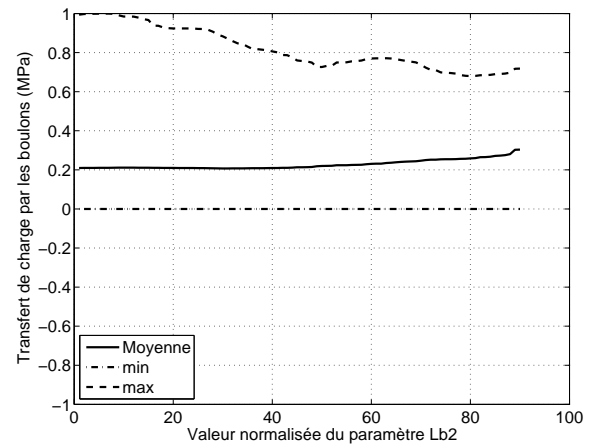
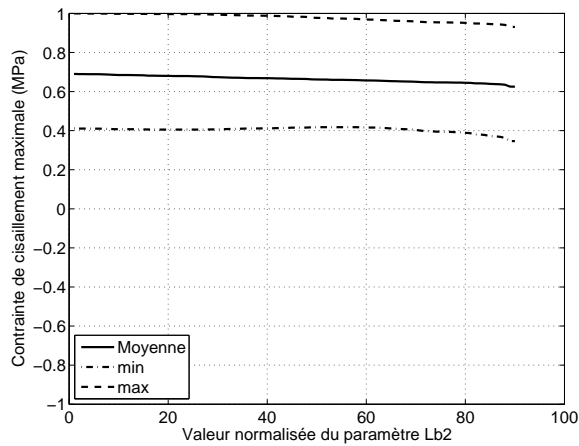
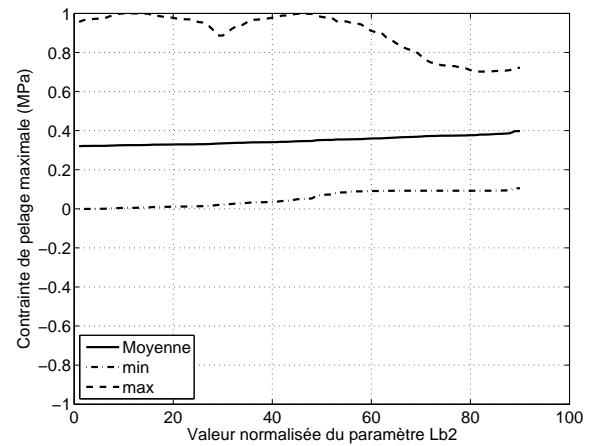


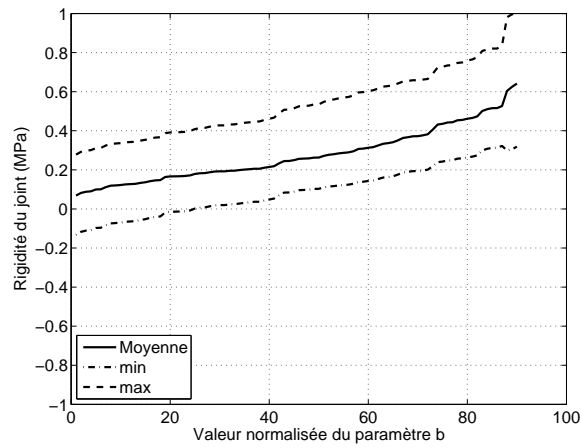
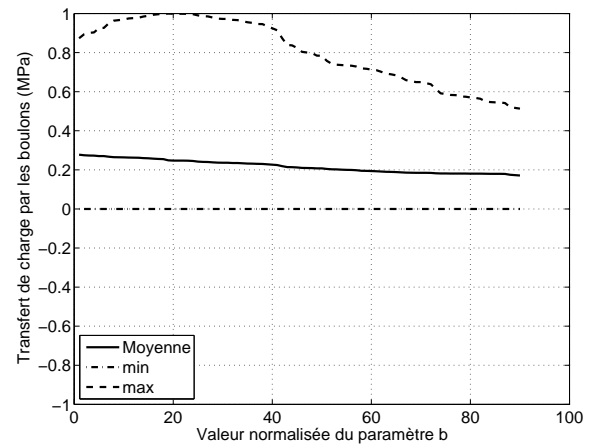
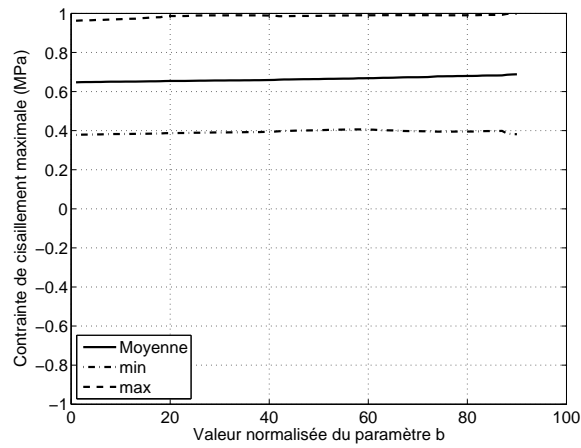
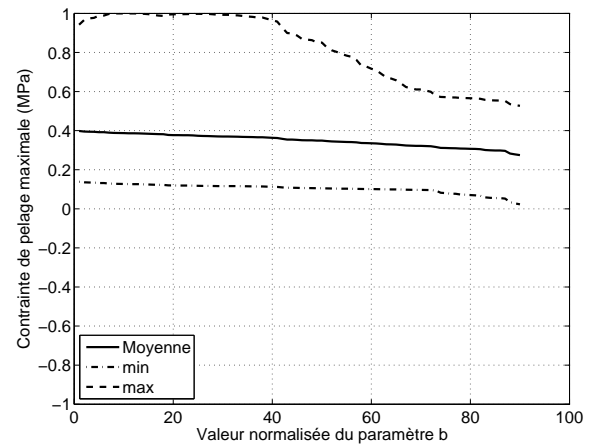
(c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de lb



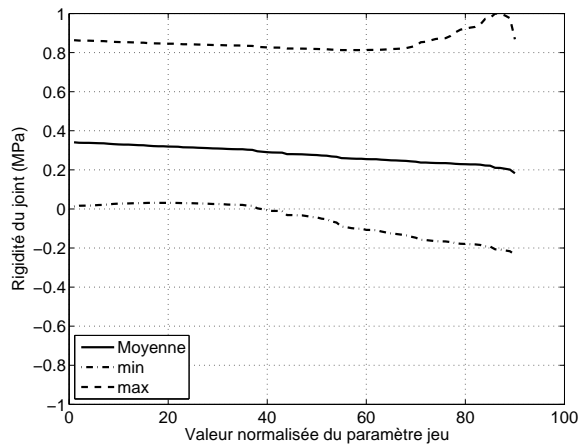
(d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de lb

Figure D.11 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de lb

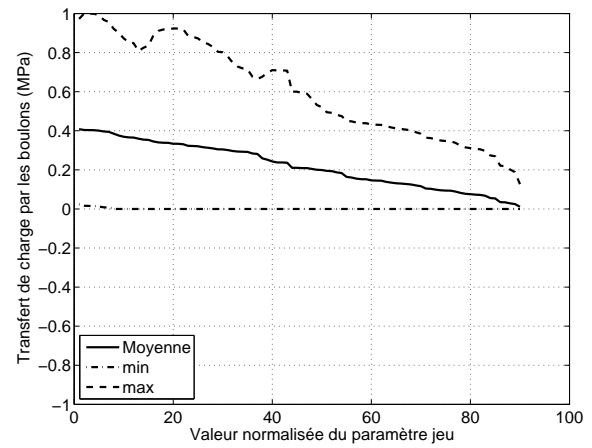
(a) Rigidité du joint en fonction de  $lb_2$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $lb_2$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $lb_2$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $lb_2$ Figure D.12 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $lb_2$

(a) Rigidité du joint en fonction de  $b$ (b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de  $b$ (c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de  $b$ (d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de  $b$ Figure D.13 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de  $b$

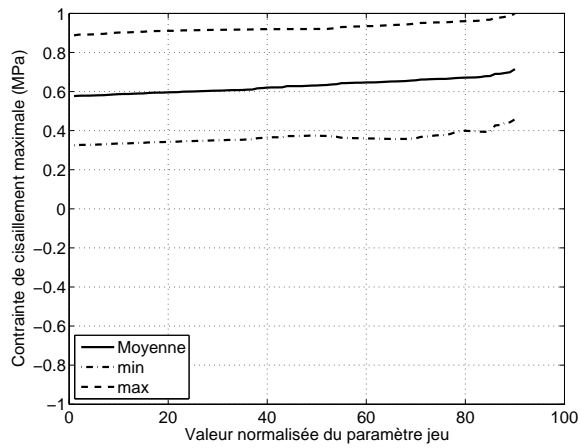




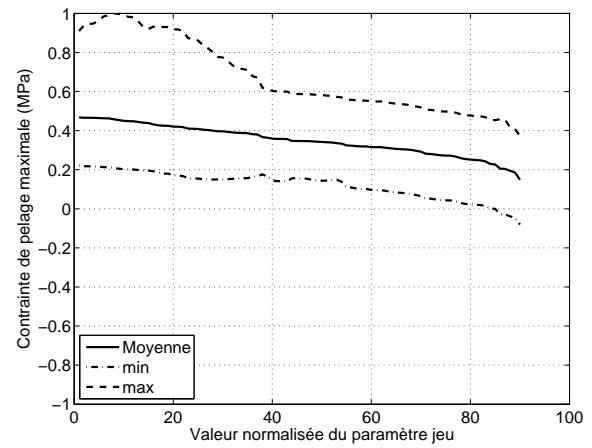
(a) Rigidité du joint en fonction du jeu radial



(b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction du jeu radial

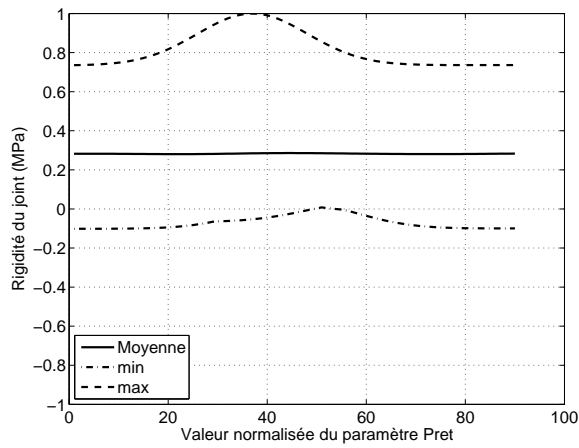


(c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction du jeu radial

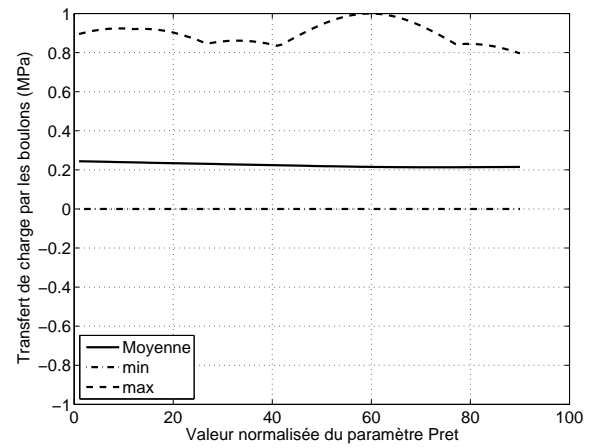


(d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction du jeu radial

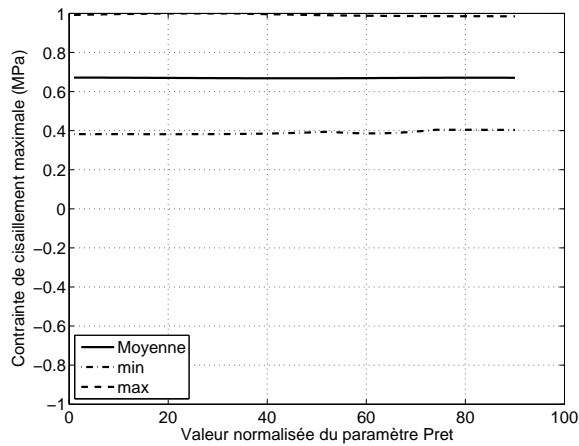
Figure D.14 Performances mécaniques du joint hybride en fonction du jeu radial



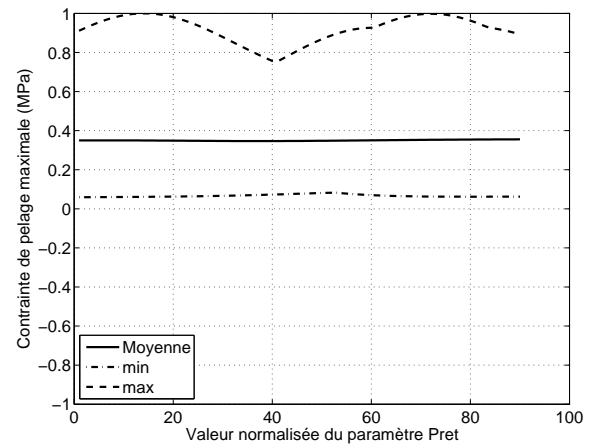
(a) Rigidité du joint en fonction de la précontrainte des boulons



(b) Ratio de transfert de charge par les boulons en fonction de la précontrainte des boulons



(c) Contrainte de cisaillement maximale dans l'adhésif en fonction de la précontrainte des boulons



(d) Contrainte de pelage maximale dans l'adhésif en fonction de la précontrainte des boulons

Figure D.15 Performances mécaniques du joint hybride en fonction de la précontrainte des boulons