ANALYSE GÉOMÉTRIQUEMENT NON LINÉAIRE DES STRUCTURES TRIDIMENSIONNELLES

par

PAUL CROTEAU

Mémoire présenté en vue de l'obtention d'une

Maîtrise ès sciences appliquées

Département de Génie civil

École Polytechnique

Université de Montréal

Juillet 1977

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été mené sous la direction du Dr. René A. Tinawi: qu'il me soit permis de lui exprimer mes plus sincères remerciements pour ses conseils précieux et ses encouragements toujours renouvelés.

La contribution financière du Conseil National de la Recherche du Canada sous forme de bourse d'étude et de la subvention de recherche NRC A8958 a été grandement appréciée.

Les données pour l'analyse du pylône ont été gracieusement fournies par MM. Noël Souchereau et Georges Papadopoulos, de la division Etudes et Normalisation de l'Hydro-Québec. MM. Jean-Robert Murat et François Lamontagne ont contribué par l'écriture de certaines sous-routines du programme. La présentation du texte est l'oeuvre de Mlle Anne Lauber et Mme Diane Ménard. Ces personnes sont grandement remerciées pour leur collaboration.

Enfin, à MM. Normand Morin et Guy Pichette du Bureau d'Etudes de Lignes de Transport, à mes confrères étudiants à la maîtrise, MM. Pierre Laplante et Michel Saint-Germain, ainsi qu'à tout le personnel de la division Structures de l'Ecole Polytechnique, je désire exprimer ma reconnaissance pour leurs encouragements soutenus.

TABLE DES MATIERES

		Page
Chapitre I - Introduction		1
1.1	INTERET D'UNE METHODE EXACTE	2
1.2	OBJET	5
1.3	CONTENU DU MEMOIRE	6
Chapitre 2 - Aspects théoriques		
2.1	EFFET DU CISAILLEMENT EN THEORIE DE FLEXION	10
2.2	RAIDEUR D'UNE POUTRE EN FLEXION COMPOSEE	11
2.2.1	Equation différentielle de la flexion composée	12
2.2.2	Construction de la matrice de rigidité à partir des équations de déplacement	15
2.2.2.1	Déplacement ω_1	16
2.2.2.2	Rotation Θ_1	18
2.2.2.3	Déplacement ω_2	19
2.2.2.4	Rotation Θ_2	20
2.2.2.5	Coefficients de rigidité pour une force axiale de compression	21
2.2.3	Coefficients de rigidité pour une force axiale en traction	22
2.2.4	Coefficients de rigidité pour une force axiale nulle	23
2.2.5	Relations algébriques utiles	25
2.2.6	Matrice de rigidité d'une poutre bidimensionnelle en flexion composée	25
2.3	MATRICE DE RIGIDITE POUR UNE POUTRE DANS L'ESPACE	27
2.4	MATRICE DE RIGIDITE D'UN ELEMENT POUTRE-BARRE ET D'UN ELEMENT BARRE	31
2.4.1	Poutre rotulée à une extrémité en flexion composée	31
2.4.2	Poutre rotulée à deux extrémités en flexion composée	36
2.5	CHARGEMENTS EN TRAVEE	39
2.5.1	Calcul des chargements d'extrémité équivalents	39
2.5.1.1	Chargement d'extrémité équivalent à une charge uniformément répartie	39
2.5.1.2	Chargement d'extrémité équivalent à une charge ponctuelle en travée	45
2.5.1.3	Chargement d'extrémité équivalent à une variation de température de l'élément	50
2.5.1.4	Chargement d'extrémité équivalent au poids propre	50
2.5.2	Calcul de la sollicitation à mi-portée	51
2.5.2.1	Sollicitation au centre de travée causée par une charge uniformément distribuée	51
2.5.2.2	Sollicitation au centre de travée causée par une charge ponctuelle en travée	53

Page

2.6 TRANSFORMATIONS GEOMETRIQUES..... 55
2.6.1 Matrice de transformation de coordonnées..... 55
2.6.2 Simulation d'un plancher rigide pour l'analyse des bâtiments..... 59
2.7 ANALYSE NON LINEAIRE: TRAITEMENT DE L'EFFET P-DELTA..... 61
2.7.1 Approche du phénomène..... 61
2.7.1.1 Réajustement géométrique..... 63
2.7.1.2 Chargement additionnel..... 64
2.7.1.3 Rigidité différentielle..... 65
2.7.2 Evaluation qualitative des méthodes..... 69
2.7.2.1 Réajustement géométrique..... 69
2.7.2.2 Chargement additionnel..... 70
2.7.2.3 Rigidité différentielle..... 70
2.7.3 Analyse d'un poteau encastré..... 71
2.7.4 Etudes de stabilité élastique..... 72

Chapitre 3 - Présentation du programme d'analyse

3.1 DIVERS ASPECTS OPERATIONNELS..... 91
3.2 TESTS DE CONVERGENCE SUR LE PROCEDE ITERATIF..... 93
3.3 SYSTEMES DE COORDONNEES ET SIGNES..... 94
3.4 SYSTEMES D'UNITES..... 96
3.5 PREPARATION DES DONNEES..... 97
3.5.1 (A) Titre et (B) Contrôle..... 97
3.5.2 (C) Information concernant les noeuds..... 97
3.5.3 (D) Information concernant les éléments..... 99
3.5.4 (E) Information concernant les chargements..... 101
3.5.5 (F) Fin des données..... 103

Chapitre 4 - Cas d'application du programme

4.1 EFFET DE LA DEFORMATION DE CISAILLEMENT..... 109
4.1.1 Poutre en porte-à-faux..... 109
4.1.2 Poutre simple chargée uniformément..... 109
4.2 CALCUL DES EFFORTS A MI-PORTEE LE LONG D'UNE POUTRE CONTINUE..... 110
4.3 ANALYSE DE STRUCTURES TRIDIMENSIONNELLES..... 111
4.3.1 Cadres spaciaux A et B..... 111
4.3.2 Bâtiment en L à vingt étages..... 112
4.4 PROBLEMES DE STABILITE ELASTIQUE..... 113
4.4.1 Deux treillis..... 114
4.4.2 Colonne à treillis..... 115
4.4.3 Cadre planaire..... 117
4.4.4 Portique tridimensionnel..... 117
4.5 L'EFFET P-DELTA..... 118
4.5.1 Bâtiment en L à vingt étages: étude non linéaire..... 119
4.5.2 Mât haubané sollicité latéralement..... 120
4.5.3 Cadre à six poteaux..... 122

Page

Chapitre 5 - Etude d'un pylône haubané

5.1 DESCRIPTION DE LA STRUCTURE..... 150
5.2 DESCRIPTION DU MODELE ANALYTIQUE..... 151
5.3 NECESSITE D'UNE ETUDE DES CONNEXIONS EN LABORATOIRE..... 152
5.4 GLISSEMENTS INELASTIQUES DANS LES CONNEXIONS BOULONNEES..... 153
5.4.1 Eclisse dans la membrure principale..... 153
5.4.2 Connexion des diagonales au montant..... 154
5.5 INTEGRATION DES EFFETS INELASTIQUES A L'ANALYSE PAR CALCUL DE LA DEFORMEE RESIDUELLE..... 156
5.6 RESULTATS TENANT COMPTE DES NON-LINEARITES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES..... 158
5.7 CONCLUSION..... 160

Chapitre 6 - Conclusion

Appendice A.1 Programme PDELTA - liste des énoncés..... 169

Appendice A.2 Préparation des données..... 222

Appendice A.3 Données pour l'analyse du pylône haubané..... 254
A.3.1 Modèle original, initialement droit..... 255
A.3.2 Géométrie tenant compte des glissements inélastiques - déformée résiduelle..... 276

LISTE DES REFERENCES..... 282

LISTE DES FIGURES

Page

2.1 Déformations dues au cisaillement..... 76
2.2 Poutre en flexion..... 76
2.3 Equilibre des forces sur une poutre..... 77
2.4a) Déplacement d'extrémité ω_1..... 77
2.4b) Rotation d'extrémité θ_1..... 77
2.5 Valeurs relatives des coefficients de rigidité..... 78
2.6 Degrés de liberté d'une poutre tridimensionnelle..... 79
2.7 Différentes conditions de rotation aux extrémités de l'élément..... 79
2.8 L'élément poutre-barre..... 80
2.9 Moment plastique à une extrémité de la poutre..... 80
2.10 L'élément barre..... 81
2.11 Poutre soumise à une charge uniformément distribuée..... 81
2.12 Superposition des états pour le calcul du chargement d'extrémité équivalent à une charge répartie (avec ou sans effort axial)..... 82
2.13 Equilibre des forces sur une poutre chargée uniformément.... 82
2.14 Poutre soumise à une charge transversale ponctuelle..... 83
2.15 Superposition des états pour le calcul du chargement d'extrémité équivalent à une charge ponctuelle (avec ou sans effort axial)..... 83
2.16 Equilibre des forces sur la région de la poutre à gauche de la charge ponctuelle..... 83
2.17 Equilibre des forces sur la région de la poutre à droite de la charge ponctuelle..... 84
2.18 Poutre soumise à une charge uniformément répartie, en position déformée..... 84
2.19 Poutre soumise à une charge ponctuelle en position déformée..... 85
2.20 La poutre dans l'espace: ses systèmes de référence..... 85
2.21 La barre dans l'espace: ses systèmes de référence..... 86
2.22 Déplacement d'un diaphragme rigide..... 86
2.23 Comportement non linéaire d'un poteau encastré..... 87
2.24 Méthode du cisaillement horizontal pour le traitement de l'effet P-Delta..... 87
2.25 Déplacements au sommet d'un poteau encastré..... 88

Chapitre 3

3.1 Systèmes de coordonnées globales..... 104
3.2 Système de coordonnées locales dans l'espace..... 104
3.3 Système de coordonnées locales dans le plan..... 105
3.4 Assemblage rotulé de pièces à noeuds rigides..... 105

Page

Chapitre 4

4.1 Déplacements d'extrémité d'un porte-à-faux..... 123
4.2 Flèche à mi-portée d'une poutre simple..... 124
4.3 Poutre continue à trois travées..... 125
4.4 Cadre spacial A..... 126
4.5 Cadre spacial B..... 127
4.6 Bâtiment en L à vingt étates - Géométrie d'ensemble et identification des sections des colonnes..... 128
4.7 Section typique des poutres et des colonnes..... 128
4.8 Plancher typique - Géométrie, identification des sections des poutres, description du chargement..... 129
4.9 Déplacements de l'étage supérieur..... 130
4.10 Treillis à deux éléments..... 131
4.11 Treillis à sept éléments..... 132
4.12 Deux idéalisations d'une colonne à treillis..... 133
4.13 Comportement des deux modèles de la colonne à treillis..... 134
4.14 Instabilité d'un cadre planaire..... 135
4.15 Stabilité d'un portique tridimensionnel..... 136
4.16 Déplacements suivant l'axe Y. Bâtiment en L à vingt étages..... 138
4.17 Moments de flexion, face X = 0. Bâtiment en L à vingt étages..... 140
4.18 Mât haubané sollicité latéralement..... 141
4.19 Déversement latéral du mât haubané..... 144
4.20 Moments fléchissant dans le mât haubané..... 145
4.21 Cadre à six poteaux: déplacements flexionnels..... 146
4.22 Cadre à six poteaux: déplacements torsionnels..... 147

Chapitre 5

5.1 Modèle analytique du pylône d'angle GM-90-L..... 161
5.2 Flèches relatives du pylône GM-90-L..... 162
5.3 Loi force-glissement pour les éclisses des membrures principales..... 163
5.4 Glissement inélastique des diagonales..... 164
5.5 Déformée résiduelle du pylône GM-90-L..... 165

LISTE DES TABLEAUX

Page

Chapitre 2

2.1 Déplacements au sommet d'un poteau encastré..... 89

Chapitre 3

3.1 Degrés de liberté actifs et bloqués..... 106
3.2 Propriétés requises pour les sections selon le type de structure..... 106

Chapitre 4

4.1 Déplacements d'extrémité d'un porte-à-faux..... 123
4.2 Flèche à mi-portée d'une poutre simple..... 124
4.3 Cadre spacial A..... 126
4.4 Cadre spacial B..... 127
4.5 Charges critiques d'un portique tridimensionnel..... 137
4.6 Déplacement suivant l'axe Y . Bâtiment en L à vingt étages..... 139
4.7 Coordonnées des noeuds du mât haubané..... 142
4.8 Définition et propriétés des éléments du mât haubané..... 143

Chapitre 5

5.1 Distribution des efforts axiaux dans les diagonales des faces transversales du pylône GM-90-L..... 166

SOMMAIRE

ANALYSE GEOMETRIQUEMENT NON LINEAIRE

DES STRUCTURES TRIDIMENSIONNELLES

par

PAUL CROTEAU

Présenté en juillet 1977, en vue de l'obtention de la Maîtrise en Sciences Appliquées.

Un programme d'analyse des structures tridimensionnelles à comportement géométriquement non linéaire a été développé. La méthode itérative employée dans le calcul procède par réajustement de la rigidité des éléments et utilise une formulation basée sur les équations d'équilibre exactes d'une poutre en flexion composée. Les systèmes étudiés sont conservatifs.

La méthode proposée est appliquée à plusieurs exemples traités dans la littérature; la comparaison des résultats d'analyse avec les solutions existantes permet de vérifier le fonctionnement du programme et d'apprécier la justesse des réponses obtenues.

Un cas d'analyse majeure, soit l'étude d'un pylône haubané, est présenté. Les résultats se comparent favorablement aux observations expérimentales.

Chapitre 1

Introduction

La majorité des structures rencontrées dans le domaine du génie civil présentent, lorsque constituées de matériaux élastiques, un comportement linéaire: ainsi, les petits déplacements du système évoluent de façon proportionnelle aux efforts externes appliqués. Cependant, dans le cas de constructions flexibles, les déplacements sont susceptibles d'affecter suffisamment la configuration pour occasionner une redistribution des efforts internes: ils rendent nécessaire la formulation des équations d'équilibre en considérant la géométrie déformée et la relation charge-déplacement devient alors non linéaire. Ce phénomène de non-linéarité géométrique est souvent appelé "effet P-Delta" par référence à une poutre-colonne qui, déviée latéralement d'une distance Δ entre ses extrémités, voit son moment fléchissant majoré en raison de l'excentricité donnée à sa charge axiale P.

En ce qui concerne les structures composées d'éléments rectilignes, les équations décrivant exactement le phénomène sont connues depuis longtemps (réf. 1, 2, 4). Par ailleurs, un grand nombre de méthodes approximatives de traitement, la plupart adaptées à l'ordinateur, ont été mises au point: les grandes lignes de ces développements qu'il serait inutile de détailler ici sont synthétisées dans un excellent ouvrage de Cook (réf. 20).

1.1 INTERET D'UNE METHODE EXACTE.

Bon nombre de programmes commerciaux sont pourvus de la capacité d'effectuer des analyses non linéaires; les plus importants et notamment

STRUDL, MARK et NASTRAN (réf. 14) utilisent une formulation approximative des équations P-Delta et emploient le concept de "matrice géométrique". Cette matrice qui contient des termes uniquement dépendants de la longueur de l'élément et de son effort axial est ajoutée à la matrice de rigidité élastique normale pour donner les propriétés structurales de l'élément en flexion composée donc, tenant compte de l'interaction effort axial-flexion.

Cette formulation est utile sous bien des points de vue: en premier lieu, et c'est là son principal avantage, elle ne requiert qu'une seule inversion de la matrice globale du système. En effet, comme les termes non linéaires sont découplés dans les équations d'équilibre, ils peuvent être transférés du côté connu de l'égalité, donc ajoutés aux chargements, une fois qu'on connaît, après la première itération, l'intensité des charges axiales. Cette expression de la rigidité où sont séparées les parties linéaires et non linéaires des équations permet de formuler en un problème de valeur propre l'étude de la stabilité élastique, c'est-à-dire la recherche des charges critiques de la structure. De plus, comme la rigidité P-Delta des éléments finis de membrane de plaque ou de coque est donnée par le truchement d'une matrice géométrique, cette forme permet de traiter aisément des assemblages de poutres avec ces éléments.

Toutefois, étant donné la nature approximative de la méthode, l'exactitude de la solution dépend du degré de raffinement du modèle analytique: par exemple (réf. 11), pour le cas d'une poutre biencastrée dont on recherche

la charge critique, les résultats de l'analyse sont erronés de 22%, 1% et 0% par rapport à la réponse exacte si la structure est idéalisée avec 1, 2 ou 5 éléments respectivement. Bien sûr, une telle subdivision est inutile avec une formulation rigoureuse et la solution juste est toujours obtenue.

Quant à la prédiction des charges de flambage, la formulation exacte proposée ici ne permet pas la séparation des termes linéaires et non linéaires dans les équations de sorte qu'une solution par vecteur propre n'est pas possible. La réponse peut cependant être trouvée en analysant la structure pour plusieurs niveaux de chargement: l'évolution du déterminant de la matrice de rigidité du système nous indique sous quel chargement l'instabilité est produite puisque ce déterminant devient alors nul.

Mentionnons que, de toute façon, un calcul de charge critique par une formulation en problème de vecteur propre ne donne pas le cheminement des efforts dans la structure lors de l'accroissement des charges: l'apparition d'une rotule plastique ou d'une déformation inacceptable dans une partie quelconque de la structure avant que l'on atteigne la charge critique calculée pourrait alors passer inaperçue. Le fait d'être obligé de suivre la déformation pour prédire l'état d'instabilité n'est pas sous cet aspect, un désavantage puisque la connaissance de la charge de flambage théorique n'est, somme toute, que d'intérêt académique: au contraire, à mesure que les conditions de chargements s'approchent de la situation instable, il devient de plus en plus important de travailler avec une

formulation aussi précise que possible.

L'utilisation d'une méthode exacte pour le traitement de l'effet P-Delta se justifie donc bien dans le cadre d'un programme de petite dimension (par rapport aux grands systèmes NASTRAN et autres) même s'il exige que l'inversion de la matrice de rigidité du système soit répétée à chaque itération: premièrement, les réponses finales sont exactes, deuxièmement, la convergence est rapide (deux inversions étant généralement suffisantes) et troisièmement, comme le coût de calcul exigé par un programme à but spécifique est largement inférieur à celui que requiert un grand programme à large spectre, la méthode proposée est relativement très peu coûteuse malgré l'obligation de resolutionner le système d'équations à chaque itération: pour deux itérations, l'analyse géométriquement non linéaire du pylône présenté au chapitre 5 a coûté deux fois moins cher en utilisant notre méthode qu'avec NASTRAN.

1.2 OBJET.

La présente poursuit l'objectif premier de faire l'intégration des développements théoriques exacts concernant la théorie de flexion composée dans les poutres tout en tenant compte de la déformation due au cisaillement.

En second lieu, un programme d'ordinateur est réalisé pour l'analyse linéaire et non linéaire des structures composées d'éléments unidimensionnels. Le programme peut traiter des problèmes tridimensionnels mais cette

généralité ne rend pas plus complexe la préparation des données pour les problèmes planaires. Les éléments de poutre peuvent être spécifiés avec des rotules à l'une ou aux deux extrémités si nécessaire. Au point de vue du contrôle des degrés de liberté, il est permis de simuler des diaphragmes rigides dans le plan horizontal, de scinder des degrés de libertés ensemble, de bloquer complètement des déplacements ou des rotations ou d'incorporer des restreintes élastiques. Quant aux chargements, outre les charges aux noeuds et les charges transversales uniformes ou ponctuelles en travée, les variations de température et l'inclusion automatique du poids propre sont possibles.

La troisième étape du travail consiste à appliquer le programme d'analyse, d'abord à une série de problèmes plus ou moins complexes pour vérifier la programmation puis, à la solution d'une structure importante pour comparer les résultats d'analyse aux données expérimentales disponibles. Les nombreux exemples présentés concernent trois cas de treillis planaires, trois poutres et un cadre planaire et sept structures spatiales.

1.3 CONTENU DU MEMOIRE.

Le chapitre 2 présente de façon détaillée les principaux aspects théoriques du travail. On y trouve la formulation de la matrice de rigidité de l'élément de poutre en flexion composée incluant l'effet de la déformation de cisaillement, la formulation des sollicitations d'extrémité équivalentes à des charges appliquées transversalement en travée et celle des transformations géométriques utilisées dans le programme

d'ordinateur. La dernière section décrit le procédé itératif employé pour le traitement de l'effet P-Delta et compare brièvement diverses méthodes d'analyse non linéaire.

Le chapitre 3 sert à présenter le programme d'ordinateur mis au point. Les caractéristiques opérationnelles et un aperçu de la préparation des données requises sont donnés.

Au chapitre 4, plusieurs cas d'application sont exposés. Les problèmes, pour la plupart solutionnés dans la littérature, couvrent essentiellement tous les aspects théoriques traités au chapitre 2 et constituent autant de vérifications du programme d'analyse.

Le chapitre 5 présente l'étude d'une structure métallique majeure à comportement non linéaire. Un pylône haubané utilisé par l'Hydro-Québec sur ses lignes de transport est analysé et les résultats de calcul sont comparés aux observations expérimentales recueillies lors de l'analyse expérimentale d'un prototype.

Au chapitre 6, finalement, quelques idées sont suggérées en vue de travaux futurs dans le domaine.

Chapitre 2

Aspects théoriques

L'objectif de ce chapitre consiste d'abord à présenter les dérivations de la théorie de flexion composée pour les poutres. L'effet du cisaillement est inclus de façon simplifiée afin de procurer une formulation plus générale. La matrice de rigidité de l'élément de poutre planaire est développée et ensuite généralisée pour convenir à des problèmes tridimensionnels. Une condensation statique est effectuée sur les rotations d'extrémité de l'élément et la raideur d'une poutre articulée à une extrémité ou aux deux est obtenue.

Les chargements transversaux en travée sont ensuite examinés. Les sollicitations équivalentes d'extrémités tenant compte de l'interaction effort axial-flexion sont établies pour une charge uniformément distribuée le long de la poutre et pour une charge concentrée. La formulation des sollicitations résultantes à mi-portée en fonction des réactions d'extrémité est également donnée.

La transformation géométrique nécessaire pour exprimer la raideur de l'élément dans le système de coordonnées globales de la structure est ensuite indiquée. De même, on présente une matrice de transformation utilisée pour la simulation d'un plancher rigide dans un bâtiment.

La chapitre se termine sur un bref exposé de la méthode itérative employée pour les solutions non linéaires. Une comparaison avec d'autres méthodes est établie d'abord qualitativement, puis à l'aide d'un exemple

simple avec calculs à l'appui. L'implication de la formulation développée relativement aux problèmes de stabilité élastique est aussi mise en évidence.

2.1 EFFET DU CISAILLEMENT EN THEORIE DE FLEXION.

Les formules conventionnelles de la théorie de flexion sont dérivées en ne prenant pour énergie de déformation que le travail effectué par le moment fléchissant. Cette approximation est d'ailleurs justifiée pour des poutres de proportions normales. Cependant, lorsque le rapport de la portée sur la profondeur diminue, les contraintes de cisaillement et par conséquent la portion de la flèche qui leur est attribuable peuvent devenir importantes.

Comme on a ignoré l'énergie de cisaillement dans le calcul de la flèche due à la flexion ω_f, on négligera l'énergie de flexion pour estimer la flèche ω_c causée par les efforts de cisaillement. On supposera en outre que la distorsion γ_c est constante sur toute la hauteur de la poutre et que les sections planes restent planes après déformation (figure 2.1).

La distorsion γ_c peut être exprimée en fonction de la contrainte de cisaillement moyenne

$$\gamma_c = -\frac{d\omega_c}{dx} = \frac{\tau}{G}$$

avec ω_c la flèche causée par la contrainte de cisaillement τ et G, le module de cisaillement du matériau

$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}$$

E est le module d'élasticité et υ le coefficient de Poisson.

Mais τ s'écrit $\frac{V}{A_s}$ si V est l'effort tranchant et A_s, l'aire efficace en cisaillement. On a donc

$$\gamma_c = \frac{V}{GA_s} \qquad (2.1)$$

Cet effet additionnel du cisaillement sur la rotation de la section fléchie sera donc tenu en considération dans les développements qui suivent.

2.2 RAIDEUR D'UNE POUTRE EN FLEXION COMPOSEE

L'utilisation d'une méthode matricielle d'analyse des structures implique en premier lieu une idéalisation de la structure en un assemblage d'éléments reliés entre eux en un nombre déterminé de points dans l'espace, les noeuds. La rigidité de l'ensemble ne sera ni plus ni moins que la somme des rigidités des éléments.

La matrice de raideur $[K_L]$ d'un élément représente le terme de proportionnalité entre les forces $\{F_L\}$ qui lui sont appliquées et les déplacements correspondants $\{\delta_L\}$ qui en résultent.

$$\{F_L\} = [K_L]\{\delta_L\} \tag{2.2}$$

Pour les fins de la présente démonstration, les déplacements ou degrés de liberté choisis sont les flèches ω_1 et ω_2 aux deux extrémités de la poutre et les rotation θ_1 et θ_2 . Les forces appliquées correspondantes sont désignées V_1 et V_2 , les efforts tranchants et M_1 et M_2 , les moments de flexion. Les directions positives sont indiquées sur la figure 2.2 et la force P est l'effort axial sur l'élément.

$$\{F_L\} = \begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} \qquad [K_L] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \{\delta_L\} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

2.2.1 Equation différentielle de la flexion composée.

La théorie élémentaire pour une poutre fléchie établit une proportion directe entre les charges appliquées et les déplacements encourus. Tant que la loi de Hooke régit le comportement de la structure, le principe de superposition s'applique.

La présence d'une force axiale P simultanément à un chargement de flexion vient toutefois perturber le comportement de façon appréciable. Les charges fléchissantes produisent des déflections primaires; ces déplacements donnant une excentricité Δ à la force P, ils permettent la création de moments secondaires qui à leur tour ajouteront à la déformation de la poutre. Nous aurons donc à traiter un comportement qui n'est plus linéaire, qui ne répond plus à une proportionnalité directe. Il s'agit de l'effet P-Delta.

Examinons la poutre en porte-à-faux illustrée à la figure 2.3 et distinguons ω_f, la flèche due à l'énergie de flexion produite par le moment M et ω_c, la flèche due à l'énergie de cisaillement produite par l'effort tranchant V. La déformée totale de la poutre ω s'écrit

$$\omega = \omega_f + \omega_c$$

De même on peut exprimer la rotation d'une section de la poutre en ajoutant au terme de flexion celui du cisaillement

$$-\frac{d\omega}{dx} = \theta_f + \gamma_c$$

le signe négatif du membre de gauche n'intervenant que pour garder consistantes les orientations choisies. En utilisant la relation 2.1, on peut écrire l'équation précédente sous la forme

$$- \frac{d\omega}{dx} = \Theta_f + \frac{V}{GA_s} \tag{2.3}$$

L'effort axial P choisi pour l'instant en compression produit en une section quelconque une force verticale d'intensité $P \sin \Theta_f$ et une force horizontale d'intensité $P \cos \Theta_f$. Pour Θ_f petit, l'équilibre vertical permet d'écrire

$$V = V_1 + P \sin \Theta_f = V_1 + P\Theta_f$$

En reportant ce résultat dans l'équation 2.3, on trouve

$$- \frac{d\omega}{dx} = \Theta_f + \frac{V_1 + P\Theta_f}{GA_s}$$

Posons $\psi = \frac{P}{GA_s}$; on a alors

$$- \frac{d\omega}{dx} = (1+\psi)\ \Theta_f + \frac{V_1}{GA_s} \tag{2.4}$$

dont la dérivée est

$$- \frac{d^2\omega}{dx^2} = (1+\psi)\ \frac{d\Theta_f}{dx}$$

Mais la variation de rotation due à la flexion est proportionnelle au moment

$$\frac{d\Theta_f}{dx} = - \frac{M}{EI}$$

de sorte que

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = (1+\psi)\ \frac{M}{EI}\ .$$

L'équilibre exigeant que $M = V_1x + M_1 - P\ (\omega-\omega_1)$, l'expression suivante est obtenue

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI}\ \omega = \frac{(1+\psi)}{EI}\ (V_1x + M_1 + P\omega_1) \qquad (2.5)$$

En posant $\alpha = L\ \sqrt{\frac{P(1+\psi)}{EI}}$, la solution de cette équation différentielle s'écrit

$$\omega = C_1\ \cos\ \frac{\alpha x}{L} + \ C_2\ \sin\ \frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P}\ (V_1x + M_1 + P\omega_1) \qquad (2.6)$$

La rotation est simplement la dérivée de la flèche, soit

$$\frac{d\omega}{dx} = -\ \frac{\alpha}{L}\ C_1\ \sin\ \frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}\ C_2\ \cos\ \frac{\alpha x}{L} + \frac{V}{P} \qquad (2.7)$$

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 restent à être déterminées suivant les conditions d'extrémités de la poutre.

2.2.2 Construction de la matrice de rigidité à partir des équations de déplacement.

On a déjà mentionné que la matrice de rigidité reliait les forces aux déplacements suivant la relation 2.2 qui s'écrit de façon détaillée

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

Chaque terme k_{ij} de la matrice $[K_L]$ peut être considéré comme la force qu'il faut appliquer dans la direction i de façon à produire un déplacement unitaire dans la direction j et un déplacement nul dans les autres directions. Supposons par exemple un déplacement unitaire ω_1, et imposons ω_2, θ_1 et θ_2 nuls. On peut écrire

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \\ k_{41} \end{bmatrix} \omega_1$$

La construction de $[K_L]$ se fera donc en soumettant la poutre à des déplacements unitaires ω_1, θ_1 , ω_2, θ_2 successifs tout en bloquant les trois autres déplacements et en calculant pour chaque cas les forces d'extrémité à appliquer.

2.2.2.1 Déplacement ω_1.

Les conditions d'extrémité pour l'élément soumis à un déplacement ω_1 seulement (figure 2.4 a) sont les suivantes:

(1) $\theta_f = 0 \quad @ \quad x = 0$

(2) $\theta_f = 0 \quad @ \quad x = L$

(3) $\omega = 0 \quad @ \quad x = L$

Les deux premières conditions donnent, à partir de l'équation 2.4

$$-\frac{d\omega}{dx} = \frac{V_1}{GA_s}$$

On évalue donc C_1 et C_2 de l'équation 2.7

$$C_1 = \frac{V_1 L}{P\alpha} \frac{(1+\psi)\ (1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$C_2 = -\frac{V_1 L}{P\alpha}\ (1+\psi) \qquad (2.8)$$

L'utilisation de la troisième condition d'extrémité nous mène à une expression de V_1 et de M_1 en fonction de ω_1, donc à k_{11} et k_{21}. L'équilibre de l'élément devant être assuré, on obtient V_2 et M_2 ou, k_{31} et k_{41}.

$$k_{11} = \frac{EI}{L^3} \frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{21} = -\frac{EI}{L^2} \alpha^2 (1-\cos\alpha) \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{31} = -\frac{EI}{L^3} \frac{\alpha^3 \sin\alpha}{(1+\psi)} \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{41} = -\frac{EI}{L^2} \alpha^2 (1-\cos\alpha) \quad \frac{1}{D}$$

$$D = 2(1+\psi)\ (1-\cos\alpha) - \alpha \sin\alpha \qquad (2.9)$$

2.2.2.2 Rotation θ_1.

Les conditions aux extrémités pour une rotation θ_1 à gauche (figure 2.4 b) sont celles-ci:

(1) $\omega = 0 \quad @ \quad x = 0$

(2) $\omega = 0 \quad @ \quad x = L$

(3) $\theta_f = 0 \quad @ \quad x = L$

On en tire C_1 et C_2

$$C_1 = - \frac{M_1}{P}$$

$$C_2 = - \frac{1}{P \sin \alpha} \left[M_1 (1-\cos \alpha) + V_1 L \right] \qquad (2.10)$$

et, finalement,

$$k_{21} = - \frac{EI}{L^2} \alpha^2 (1-\cos \alpha) \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{22} = \frac{EI}{L} \alpha \left[(1+\psi) \sin \alpha - \alpha \cos \alpha \right] \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{32} = \frac{EI}{L^2} \alpha^2 (1-\cos \alpha) \quad \frac{1}{D}$$

$$k_{42} = \frac{EI}{L} \alpha \left[\alpha - (1+\psi) \sin \alpha \right] \quad \frac{1}{D} \qquad (2.11)$$

2.2.2.3 Déplacement ω_2.

Le travail effectué par un chargement A sur les déplacements causés par un chargement B est égal au travail du chargement B agissant sur les déplacements causés par le chargement A. Voilà l'énoncé de la loi de Betti qui pourrait s'exprimer en notation matricielle

$$\{F_A\}^t \{\delta_B\} = \{F_B\}^t \{\delta_A\} \tag{2.12}$$

Soit $\{\delta_A\}$ le vecteur représentant un déplacement unitaire ω_1 et $\{\delta_B\}$ le vecteur représentant un déplacement unitaire ω_2;

$$\{\delta_A\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \{\delta_B\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Alors $\{F_B\}$ est le résultat cherché et $\{F_A\}$ est déjà connu.

$$\{F_A\} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \\ k_{41} \end{bmatrix} \qquad \{F_B\} = \begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ k_{33} \\ k_{43} \end{bmatrix}$$

En utilisant (2.12), on déduit que $k_{13} = k_{31}$. De façon analogue, on pourrait montrer que pour tout i , différent de j ,

$$k_{ij} = k_{ji} \tag{2.13}$$

On tire donc k_{13} et k_{23} et ensuite par équilibre, k_{33} et k_{43}.

$$\begin{aligned} k_{13} &= -\frac{EI}{L^3} \frac{\alpha^3 \sin \alpha}{(1+\psi)} \frac{1}{D} \\ k_{23} &= \frac{EI}{L^2} \alpha^2(1-\cos \alpha) \frac{1}{D} \\ k_{33} &= \frac{EI}{L^3} \frac{\alpha^3 \sin \alpha}{(1+\psi)} \frac{1}{D} \\ k_{43} &= \frac{EI}{L^2} \alpha^2(1-\cos \alpha) \frac{1}{D} \end{aligned} \tag{2.14}$$

2.2.2.4 Rotation θ_2.

Le principe de réciprocité (2.13) permet d'écrire

$$\begin{aligned} k_{14} &= k_{41} \\ k_{24} &= k_{42} \\ k_{34} &= k_{43} \end{aligned}$$

et l'équilibre fournit k_{44}.

$$k_{14} = -\frac{EI}{L^2}\ \alpha^2(1-\cos\alpha)\ \frac{1}{D}$$

$$k_{24} = \frac{EI}{L}\ \alpha\left[\alpha-(1+\psi)\ \sin\alpha\right]\ \frac{1}{D}$$

$$k_{34} = \frac{EI}{L^2}\ \alpha^2(1-\cos\alpha)\ \frac{1}{D}$$

$$k_{44} = \frac{EI}{L}\ \alpha\left[(1+\psi)\ \sin\alpha-\alpha\ \cos\alpha\right]\ \frac{1}{D} \qquad (2.15)$$

2.2.2.5 Coefficients de rigidité pour une force axiale de compression.

Les termes k_{ij} de la matrice de rigidité peuvent tous s'exprimer comme une expression algébrique en $\sin\alpha$ et $\cos\alpha$ affectée d'un facteur $\frac{EI}{L}$, $\frac{EI}{L^2}$ ou $\frac{EI}{L^3}$. Afin d'alléger les dérivations subséquentes, on pose, pour un élément comprimé

$$\phi_1 = \alpha\left[(1+\psi)\ \sin\alpha-\alpha\ \cos\alpha\right]\ \frac{1}{D}$$

$$\phi_2 = \alpha\left[\alpha-(1+\psi)\ \sin\alpha\right]\ \frac{1}{D}$$

$$\phi_3 = \alpha^2(1-\cos\alpha)\ \frac{1}{D}$$

$$\phi_4 = \frac{\alpha^3\ \sin\alpha}{(1+\psi)}\ \frac{1}{D}$$

avec

$$D = 2\ (1+\psi)\ (1-\cos\alpha)-\alpha\ \sin\alpha \qquad (2.16)$$

2.2.3 Coefficients de rigidité pour une force axiale en traction.

Lorsqu'un élément supportant des charges de flexion est soumis à une charge axiale de traction, on conçoit que l'application de cet effort axial tendra à augmenter la raideur de cette poutre. Pour nous en fournir une démonstration analytique, il suffit de substituer -P pour P dans les expressions trouvées précédemment. On a alors

$$\alpha_t = L\sqrt{\frac{-P(1+\psi)}{EI}} = i\alpha \qquad (i = \sqrt{-1})$$

Il en découle que

$$\sin \alpha_t = \sin i\alpha = -\frac{1}{i} \sinh \alpha$$

$$\cos \alpha_t = \cos i\alpha = \cosh \alpha$$

Après remplacement dans les équations (2.16), on obtient, pour un élément tendu

$$\phi_1 = -\alpha\left[(1+\psi) \sinh \alpha - \alpha \cosh \alpha\right] \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_2 = -\alpha\left[\alpha-(1+\psi) \sinh \alpha\right] \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_3 = -\alpha^2(1-\cosh \alpha) \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_4 = \frac{\alpha^3 \sinh \alpha}{(1+\psi)} \qquad \frac{1}{D}$$

$$k_{14} = -\frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha)\qquad\frac{1}{D}$$

$$k_{24} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[\alpha-(1+\psi)\sin\alpha\right]\qquad\frac{1}{D}$$

$$k_{34} = \frac{EI}{L^2}\,\alpha^2(1-\cos\alpha)\qquad\frac{1}{D}$$

$$k_{44} = \frac{EI}{L}\,\alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha-\alpha\cos\alpha\right]\qquad\frac{1}{D}\qquad(2.15)$$

2.2.2.5 Coefficients de rigidité pour une force axiale de compression.

Les termes k_{ij} de la matrice de rigidité peuvent tous s'exprimer comme une expression algébrique en $\sin\alpha$ et $\cos\alpha$ affectée d'un facteur $\frac{EI}{L}$, $\frac{EI}{L^2}$ ou $\frac{EI}{L^3}$. Afin d'alléger les dérivations subséquentes, on pose, pour un élément comprimé

$$\phi_1 = \alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha-\alpha\cos\alpha\right]\qquad\frac{1}{D}$$

$$\phi_2 = \alpha\left[\alpha-(1+\psi)\sin\alpha\right]\qquad\frac{1}{D}$$

$$\phi_3 = \alpha^2(1-\cos\alpha)\qquad\frac{1}{D}$$

$$\phi_4 = \frac{\alpha^3\sin\alpha}{(1+\psi)}\qquad\frac{1}{D}$$

avec

$$D = 2\,(1+\psi)\,(1-\cos\alpha)-\alpha\sin\alpha\qquad(2.16)$$

2.2.3 Coefficients de rigidité pour une force axiale en traction.

Lorsqu'un élément supportant des charges de flexion est soumis à une charge axiale de traction, on conçoit que l'application de cet effort axial tendra à augmenter la raideur de cette poutre. Pour nous en fournir une démonstration analytique, il suffit de substituer -P pour P dans les expressions trouvées précédemment. On a alors

$$\alpha_t = L\sqrt{\frac{-P(1+\psi)}{EI}} = i\alpha \qquad (i = \sqrt{-1})$$

Il en découle que

$$\sin \alpha_t = \sin i\alpha = -\frac{1}{i} \sinh \alpha$$
$$\cos \alpha_t = \cos i\alpha = \cosh \alpha$$

Après remplacement dans les équations (2.16), on obtient, pour un élément tendu

$$\phi_1 = -\alpha\left[(1+\psi) \sinh \alpha - \alpha \cosh \alpha\right] \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_2 = -\alpha\left[\alpha-(1+\psi) \sinh \alpha\right] \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_3 = -\alpha^2(1-\cosh \alpha) \qquad \frac{1}{D}$$

$$\phi_4 = \frac{\alpha^3 \sinh \alpha}{(1+\psi)} \qquad \frac{1}{D}$$

avec

$$D = 2(1+\psi)\ (1-\cosh\alpha) + \alpha \sinh\alpha \qquad (2.17)$$

2.2.4 Coefficients de rigidité pour une force axiale nulle.

Tâchons maintenant d'évaluer ϕ_1, ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 lorsqu'on fait tendre la valeur de P vers zéro.

$$P \longrightarrow 0 \qquad \text{d'où} \qquad \alpha \longrightarrow 0$$

Mais trouvons d'abord l'expression de $(1+\psi)$ en fonction de α. On a déjà défini

$$\psi = \frac{P}{GA_s} \qquad (2.4)$$

et

$$\alpha = L\sqrt{\frac{|P|\ (1+\psi)}{EI}} \qquad (2.6)$$

En posant maintenant

$$\phi = \frac{12EI}{GA_s L^2} \qquad (2.18)$$

on peut écrire

$$\psi(1+\psi) = \frac{\alpha^2\phi}{12}$$

Il suffit de trouver la solution de cette équation quadratique, d'en développer le radical en négligeant les termes du second ordre pour obtenir

$$\psi = \frac{\alpha^2\phi}{12} \qquad (2.19)$$

A l'aide de (2.19), on évalue maintenant les ϕ_i (2.16) pour $\alpha = 0$. On trouve une indétermination de la forme $\frac{0}{0}$ et l'on doit appliquer quatre fois consécutives la règle de l'Hospital pour lever l'indétermination.

On arrive à

$$\phi_1 = \frac{4 + \phi}{1 + \phi}$$
$$\phi_2 = \frac{2 - \phi}{1 + \phi}$$
$$\phi_3 = \frac{6}{1 + \phi}$$
$$\phi_4 = \frac{12}{1 + \phi} \qquad (2.20)$$

résultat identique à celui de Przemieniecki (réf. 3)

2.2.5 Relations algébriques utiles.

On peut facilement démontrer les relations suivantes:

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_3$$

$$\phi_1^2 - \phi_2^2 = (1+\psi)\ \phi_4$$

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\phi_4}{\phi_3}(1+\psi) = \frac{\alpha \sin \alpha}{1-\cos \alpha}$$

$$\phi_4 - 2\phi_3 = -\frac{\alpha^2}{1-4} = -\frac{|P|\ L^2}{EI} \qquad (2.21)$$

Ces résultats sont utiles pour les développements ultérieurs.

2.2.6 Matrice de rigidité d'une poutre bidimensionnelle en flexion composée.

Les dérivations précédentes concernant la raideur d'un élément de poutre en flexion composée s'expriment de la façon suivante en forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EI}{L^3}\phi_4 & -\frac{EI}{L^2}\phi_3 & -\frac{EI}{L^3}\phi_4 & -\frac{EI}{L^2}\phi_3 \\ -\frac{EI}{L^2}\phi_3 & \frac{EI}{L}\phi_1 & \frac{EI}{L^2}\phi_3 & \frac{EI}{L}\phi_2 \\ -\frac{EI}{L^3}\phi_4 & \frac{EI}{L^2}\phi_3 & \frac{EI}{L^3}\phi_4 & \frac{EI}{L^2}\phi_3 \\ -\frac{EI}{L^2}\phi_3 & \frac{EI}{L}\phi_2 & \frac{EI}{L^2}\phi_3 & \frac{EI}{L}\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \Theta_1 \\ \omega_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix}$$

(2.22)

avec

	P:0	P:COMPRESSION	P:TRACTION
ϕ_1	$\frac{4+\phi}{1+\phi}$	$\alpha\left[(1+\psi)\sin\alpha - \alpha\cos\alpha\right]\frac{1}{D}$	$-\alpha\left[(1+\psi)\sinh\alpha - \alpha\cosh\alpha\right]\frac{1}{D}$
ϕ_2	$\frac{2-\phi}{1+\phi}$	$\alpha\left[\alpha-(1+\psi)\sin\alpha\right]\frac{1}{D}$	$-\alpha\left[\alpha-(1+\psi)\sinh\alpha\right]\frac{1}{D}$
ϕ_3	$\frac{6}{1+\phi}$	$\alpha^2(1-\cos\alpha)\frac{1}{D}$	$-\alpha^2(1-\cosh\alpha)\frac{1}{D}$
ϕ_4	$\frac{12}{1+\phi}$	$\frac{\alpha^3\sin\alpha}{(1+\psi)}\frac{1}{D}$	$\frac{\alpha^3\sinh\alpha}{(1+\psi)}\frac{1}{D}$
D		$2(1+\psi)(1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha$	$2(1+\psi)(1-\cosh\alpha) + \alpha\sinh\alpha$

et

$$\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI}} \qquad \phi = \frac{12EI}{GA_s L^2} \qquad \psi = \frac{P^{(*)}}{GA_s} \simeq \frac{\alpha^2\phi}{12} \tag{2.23}$$

Afin d'illustrer plus nettement l'influence de l'effort axial sur la rigidité de l'élément poutre, un graphique montrant la variation relative des coefficients ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 et ϕ_4 est présenté à la figure 2.5. Pour plus de simplicité on a négligé l'effet de l'énergie de cisaillement de sorte que ϕ et ψ sont nuls. Les valeurs tracées représentent le facteur d'amplification ou de réduction par lequel il faut multiplier le coefficient calculé pour une charge axiale nulle (équations 2.20).

(*) Dans le calcul de ψ, P est positif en compression et négatif en traction.

2.3 MATRICE DE RIGIDITE POUR UNE POUTRE DANS L'ESPACE

Une fois établies les équations forces-déplacements pour la flexion suivant un plan, il nous faut généraliser ces relations pour un élément dans l'espace et ajouter aussi d'autres degrés de liberté supposés indépendants de la flexion, à savoir le déplacement axial et la torsion.

L'élément de poutre est donc rectiligne et de section constante; il est capable de reprendre des efforts axiaux, des moments fléchissants selon ses deux axes d'inertie dans le plan de la section transversale ainsi qu'un moment de torsion autour de son axe. Les directions positives des forces et des déplacements sont indiquées à la figure 2.6, les axes locaux de référence de l'élément coïncidant avec les axes principaux de la section.

La matrice de rigidité (12 x 12) se compose de deux sous-matrices (2 x 2), l'une contenant les termes de rigidité axiale, l'autre, l'expression de la raideur torsionnelle en plus des deux sous-matrices (4 x 4) représentant la rigidité en flexion selon les plans xz et xy.

L'analyse se fait en supposant de petites déformations axiales. On fait donc abstraction des extensions ou contractions induites par le changement de courbure de l'élément et on peut écrire

$$\overline{P} = - N_1 = N_2 = \frac{EA_x}{L} (u_2 - u_1) \qquad (2.24)$$

où $\bar{P}$, la valeur de la force axiale est positive en traction; A_x est l'aire de la section transversale et L, la longueur de la poutre. L'approximation introduite ici ne trouve pas sa justification dans le fait que les déplacements axiaux dus à la courbure soient réellement négligeables mais plutôt parce qu'étant non linéaires, ils entraîneraient des complications indues dans le traitement du problème. Pour la majorité des structures cependant, l'effet est minime sous charges de service.

Au point de vue torsion, on utilise simplement l'expression linéaire

$$T = - T_1 = T_2 = \frac{GJ}{L} (\theta_{x2} - \theta_{x1}) \qquad (2.25)$$

où T, le couple, est positif s'il tord la poutre dans le sens horaire pour l'observateur regardant dans le sens positif de l'axe des x. J est l'inertie de St-Venant en torsion. L'équation 2.25 sous-entend que l'effet secondaire du gauchissement de la section est nul et que le centre de torsion coïncide avec le centre de gravité.

Pour ce qui est de la flexion, l'énergie de cisaillement de même que l'effet P-Delta sont tenus en considération. Les termes $\frac{EI_y}{L}$ et $\frac{EI_z}{L}$ représentent la raideur dans les plans xz et xy respectivement. Le comportement en flexion dans chacun de ces deux plans est considéré comme indépendant puisque les axes z et y coïncident avec les directions principales de la section. L'analyse présentée dans la section 2.2 s'applique donc à un plan comme à l'autre.

La matrice de rigidité $[K_L]$ d'une poutre dans l'espace dans ses coordonnées locales s'écrit donc suivant la relation 2.26 où ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4 sont calculés par les relations données à la section 2.2.6 avec

$$\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI_y}}$$

$$\phi = \frac{12EI_y}{GA_z L^2}$$

$$\psi = -\frac{\overline{P}}{GA_z}$$

et ϕ_1', ϕ_2', ϕ_3', ϕ_4' sont calculés avec les mêmes relations mais cette fois les paramètres sont

$$\alpha' = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI_z}}$$

$$\phi' = \frac{12EI_z}{GA_y L^2}$$

$$\psi' = -\frac{\overline{P}}{GA_z}$$

A_y et A_z sont les aires effectives en cisaillement dans les directions y et z respectivement et $\overline{P}$ est substitué avec une valeur positive pour de la traction dans le calcul de ψ et ψ'. Ces variables sont donc positives pour une force axiale en compression.

$$
[K_L] = \begin{bmatrix}
\frac{EA_x}{L} & & & & & & -\frac{EA_x}{L} & & & & & & u_1 \\
& \frac{EI_z}{L^3}\phi_4' & & & \frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & -\frac{EI_z}{L^3}\phi_4' & & & \frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & v_1 \\
& & \frac{EI_y}{L^3}\phi_4 & & & -\frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & -\frac{EI_y}{L^3}\phi_4 & & & -\frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & \omega_1 \\
& & & \frac{GJ}{L} & & & & & & -\frac{GJ}{L} & & & & \theta_{x1} \\
& & -\frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & \frac{EI_y}{L}\phi_1 & & & \frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & \frac{EI_y}{L}\phi_2 & & \theta_{y1} \\
& \frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & \frac{EI_z}{L}\phi_1' & & & -\frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & \frac{EI_z}{L}\phi_2' & & \theta_{z1} \\
-\frac{EA_x}{L} & & & & & & \frac{EA_x}{L} & & & & & & u_2 \\
& -\frac{EI_z}{L^3}\phi_4' & & & -\frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & \frac{EI_z}{L^3}\phi_4' & & & -\frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & v_2 \\
& & -\frac{EI_y}{L^3}\phi_4 & & & \frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & \frac{EI_y}{L^3}\phi_4 & & & \frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & \omega_2 \\
& & & -\frac{GJ}{L} & & & & & & \frac{GJ}{L} & & & & \theta_{x2} \\
& & -\frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & \frac{EI_y}{L^2}\phi_2 & & & \frac{EI_y}{L^2}\phi_3 & & & \frac{EI_y}{L}\phi_1 & & \theta_{y2} \\
& \frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & \frac{EI_z}{L}\phi_2' & & & -\frac{EI_z}{L^2}\phi_3' & & & \frac{EI_z}{L}\phi_1' & & \theta_{z2}
\end{bmatrix}
$$

Matrice de rigidité d'une poutre dans l'espace. (2.26)

2.4 MATRICE DE RIGIDITE D'UN ELEMENT POUTRE-BARRE ET D'UN ELEMENT BARRE.

Souvent dans l'analyse d'une structure, on doit simuler la présence d'une rotule au bout d'un élément ou même à ses deux extrémités (figure 2.7). Qu'il s'agisse d'une rotule de construction ou d'une rotule plastique, le résultat est le même au point de vue de la matrice de rigidité: la valeur du moment à la rotule est indépendant des déplacements de l'élément. Elle est fixée à zéro dans le cas d'une rotule de construction et à $M = \pm M_p$ dans le cas d'une rotule plastique.

2.4.1 Poutre rotulée à une extrémité en flexion composée.

Considérons d'abord la poutre-barre de la figure 2.8, articulée à son noeud de droite, le noeud 2. Le moment M_2 au noeud 2 a donc une valeur prédéterminée. L'égalité

$$\left[\begin{array}{c} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ \hline M_2 \end{array}\right] = EI \left[\begin{array}{cccc} \frac{\phi_4}{L^3} & -\frac{\phi_3}{L^2} & -\frac{\phi_4}{L^3} & -\frac{\phi_3}{L^2} \\ -\frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_1}{L} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_2}{L} \\ -\frac{\phi_4}{L^2} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_4}{L^3} & \frac{\phi_3}{L^2} \\ \hline -\frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_2}{L} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_1}{L} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \hline \theta_2 \end{array}\right]$$

peut aussi s'écrire

$$\{F_L\} = \left\langle \begin{matrix} F_r \\ F_e \end{matrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{er} & K_{ee} \end{bmatrix} \left\langle \begin{matrix} \delta_r \\ \delta_e \end{matrix} \right\rangle$$

en séparant les degrés de liberté éliminés, notés par l'indice e des degrés de liberté restants, notés r .

On peut démontrer que le vecteur chargement $\{F_r^*\}$ et les degrés de liberté restants $\{\delta_r\}$ sont reliés de la façon suivante par la matrice de rigidité réduite $[K_r^*]$.

$$\{F_r^*\} = [K_r^*] \{\delta_r\} \tag{2.27}$$

où

$$[K_r^*] = [A]^t [K_L] [A] \tag{2.28}$$

$$\{F_r^*\} = [A]^t \{F_L\} \tag{2.29}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{ee}]^{-1} [K_{er}] \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

En remarquant que

$$[K_{ee}] = \frac{EI}{L} \phi_1$$

et que

$$[K_{er}] = \left[-\frac{EI}{L^2} \phi_3 \quad \frac{EI}{L} \phi_2 \quad \frac{EI}{L^2} \phi_3 \right],$$

la matrice $[A]$ s'écrit alors

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \\ \frac{\Phi 3}{\phi_1 L} & -\frac{\Phi 2}{\phi_1} & -\frac{\Phi 3}{\phi_1 L} \end{bmatrix} .$$

On trouve donc

$$[K_r^*] = [A]^t [K_L][A] = EI \begin{bmatrix} (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & -(\phi_3 - \frac{\phi_2\phi_3}{\phi_1})\frac{1}{L^2} & -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} \\ -(\phi_3 - \frac{\phi_2\phi_3}{\phi_1})\frac{1}{L^2} & (\phi_1 - \frac{\phi_2^2}{\phi_1})\frac{1}{L} & (\phi_3 - \frac{\phi_2\phi_3}{\phi_1})\frac{1}{L^2} \\ -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & (\phi_3 - \frac{\phi_2\phi_3}{\phi_1})\frac{1}{L^2} & (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} \end{bmatrix}$$

En ajoutant une rangée et une colonne de zéros afin de conserver l'ordre de la matrice, on obtient finalement, à l'aide des relations 2.21

$$\{F_L^*\} = [\bar{K}_L^*] \{\delta_L^*\}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ M_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & -\frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & 0 \\ -\frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L} & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & 0 \\ -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1})\frac{1}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \Theta_1 \\ \omega_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} \qquad (2.31)$$

D'autre part, lorsqu'on a rotule au noeud 1, la symétrie permet d'écrire:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1}) \frac{1}{L^3} & 0 & -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1}) \frac{1}{L^3} & -\frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1}) \frac{1}{L^3} & 0 & (\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1}) \frac{1}{L^3} & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} \\ -\frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & 0 & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L^2} & \frac{\phi_4(1+\psi)}{\phi_1 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Nous avons donc une relation entre les déplacements des extrémités $\{\omega_1\ \theta_1\ \omega_2\ \theta_2\}$ et les réactions $\{V_1\ M_1\ V_2\ M_2\}$.

Réexaminons la poutre articulée à droite et supposons-lui des déplacements $\{\delta_L^*\}$ connus; le produit $[K_L^*]$ $\{\delta_L^*\}$ nous donne un vecteur $\{F_L^*\}$ dont la composante M_2 est inévitablement nulle. On simule donc correctement une rotule de construction mais pour représenter une rotule plastique, M_2 doit égaler $\pm M_p$. En vertu du principe de superposition, il est permis d'ajouter un vecteur $\{F^P\}$ au vecteur $\{F_L^*\}$ pour inclure dans le vecteur réaction $\{F_T^*\}$ l'effet du moment plastique

$$\{F_T^*\} = \{F_L^*\} + \{F^P\}, \tag{2.33}$$

le vecteur $\{F^P\}$ n'étant en définitive que l'expression d'une charge $M_2 = M_p$ appliquée de part et d'autre de la rotule tel qu'illustré à la figure 2.9.

Pour un moment M_p positif en bout de l'élément, le vecteur chargement sur le noeud s'écrit:

$$\{F_L\} = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad -M_p\}$$

En utilisant l'équation 2.29, on trouve

$$\{F^P\} = [A]^t \{F_L\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \phi_3/\phi_1 L \\ 0 & 1 & 0 & -\phi_2/\phi_1 \\ 0 & 0 & 1 & -\phi_3/\phi_1 L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -M_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_3/\phi_1 L \\ \phi_2/\phi_1 \\ \phi_3/\phi_1 L \end{bmatrix} M_P$$

Afin de conserver quatre composantes au vecteur chargement, on écrit

$$\{F^P\} = \begin{bmatrix} -\frac{\phi 3}{\phi_1 L} \\ \frac{\phi 2}{\phi 1} \\ \frac{\phi 3}{\phi_1 L} \\ 1 \end{bmatrix} M_P$$

Pour une poutre avec une rotule plastique à droite, l'expression forces-déplacements est donc

$$\{F_T^*\} = [K_L^*] \{\delta_L^*\} + \{F^P\} \qquad (2.34)$$

ou

$$\begin{bmatrix} V_1^* \\ M_1^* \\ V_2^* \\ M_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^* & k_{12}^* & k_{13}^* & 0 \\ k_{21}^* & k_{22}^* & k_{23}^* & 0 \\ k_{31}^* & k_{32}^* & k_{33}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ \frac{\phi_2}{\phi_1} \\ \frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ 1 \end{bmatrix} M_P \tag{2.35}$$

Si la rotule plastique est à gauche, on aura

$$\begin{bmatrix} V_1^* \\ M_1^* \\ V_2^* \\ M_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^* & 0 & k_{13}^* & k_{14}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31}^* & 0 & k_{33}^* & k_{34}^* \\ k_{41}^* & 0 & k_{43}^* & k_{44}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ 1 \\ \frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ \frac{\phi 2}{\phi 1} \end{bmatrix} M_P \tag{2.36}$$

Les termes k_{ij}^* pour les expressions 2.35 et 2.36 sont ceux des équations 2.31 et 2.32 respectivement.

2.4.2 Poutre rotulée aux deux extrémités en flexion composée.

Considérons l'élément barre de la figure 2.10. Les moments d'extrémité ont une valeur prédéterminée de $\pm M_p$ s'il s'agit d'une rotule

plastique ou de zéro s'il s'agit d'une rotule de construction.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \hline M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = EI \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\phi_4}{L^3} & -\frac{\phi_4}{L^3} & -\frac{\phi_3}{L^2} & -\frac{\phi_3}{L^2} \\ -\frac{\phi_4}{L^3} & \frac{\phi_4}{L^3} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_3}{L^2} \\ \hline -\frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_1}{L} & \frac{\phi_2}{L} \\ -\frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_3}{L^2} & \frac{\phi_2}{L} & \frac{\phi_1}{L} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \hline \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix}$$

Cette fois, on a que

$$[K_{ee}] = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_2 & \phi_1 \end{bmatrix}, \quad [K_{er}] = \frac{EI}{L^2}\begin{bmatrix} -\phi_3 & \phi_3 \\ -\phi_3 & \phi_3 \end{bmatrix}.$$

La matrice $[A]$ s'écrit alors

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

et l'on trouve

$$\{K_r^*\} = [A]^t\,[K]\,[A] = \frac{\phi_4 - 2\phi_3}{L^3} EI \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Mais $\phi_4 - 2\phi_3$ peut s'écrire $-\frac{PL^2}{EI}$ (2.21) d'où

$$\left[K_r^*\right] = \begin{bmatrix} -\frac{P}{L} & \frac{P}{L} \\ \frac{P}{L} & -\frac{P}{L} \end{bmatrix}$$

Pour $M_1 = M_2 = 0$, en complétant la matrice pour conserver le même ordre, on obtient

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{P}{L} & 0 & \frac{P}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P}{L} & 0 & -\frac{P}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Lorsque $M_1 = M_1^P = \pm M_P$ et $M_2 = M_2^P = \pm M_P$, l'expression reliant les forces et déplacement s'écrit

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{P}{L} & 0 & \frac{P}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P}{L} & 0 & -\frac{P}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \theta_1 \\ \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{M_1^P + M_2^P}{L} \\ M_1^P \\ \frac{M_1^P + M_2^P}{L} \\ M_2^P \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

2.5 CHARGEMENTS EN TRAVEE

La resolution d'un problème par une méthode d'éléments finis consiste à appliquer des charges {F} dans le sens des degrés de liberté {δ} et à trouver le vecteur des déplacements résultants. Dans le cas d'une structure composée d'éléments poutres, barres ou mixtes, les degrés de liberté utilisés sont les translations et les rotations des noeuds d'extrémité des éléments; tout chargement doit donc être exprimé en termes de charges équivalentes aux noeuds.

2.5.1 Calcul des chargements d'extrémité équivalents.

On peut démontrer dans le cas des éléments qui nous intéressent ici, que les charges d'extrémité correspondant aux sollicitations en travée sont en fait les efforts d'encastrement parfait produits par ces sollicitations en travée.

Nous considérons successivement trois cas de chargement en travée, soit la charge transversale uniformément distribuée, la charge transversale et l'effet d'une variation de température.

2.5.1.1 Chargement d'extrémité équivalent à une charge uniformément répartie.

On cherche donc les efforts d'encastrement parfait pour une poutre sous une charge axiale et une charge transversale uniformément distribuée p, tel qu'illustré à la figure 2.11.

La procédure suivie est indiquée à la figure 2.12: on analyse d'abord le comportement de la poutre sur appuis simples sous le chargement considéré et l'on détermine les rotations Θ_1 et Θ_2. Ensuite, à l'aide de la matrice de raideur de l'élément de poutre, on calcule les moments M_1 et M_2 qu'il faut appliquer pour rendre ces rotations nulles; ces moments de même que la somme des cisaillements trouvés constituent les efforts d'encastrement cherchés.

On a déjà démontré que

$$-\frac{d\omega}{dx} = \Theta_f + \frac{V}{GA_s} \tag{2.3}$$

Dans le cas considéré, l'équilibre vertical (voir figure 2.13) exige que

$$V = V_1 - P\,(-\Theta_f) + px$$

et en outre que

$$V_1 = V_2 = -\frac{pL}{2}\,.$$

En posant une fois de plus

$$\psi = \frac{P}{GA_s} \tag{2.4}$$

l'équation 2.3 peut alors s'écrire

$$-\frac{d\omega}{dx} = (1+\psi)\Theta_f - \frac{pL}{2GA_s} + \frac{px}{GA_s} \tag{2.39}$$

En prenant la dérivée par rapport à x, on a

$$- \frac{d^2\omega}{dx^2} = (1+\psi) \frac{d\Theta f}{dx} + \frac{p}{GA_s} .$$

Imposons maintenant l'équilibre des moments:

$$M = V_1 x - P\omega + \frac{px^2}{2} .$$

Comme, par ailleurs

$$\frac{d\Theta_f}{dx} = - \frac{M}{EI} ,$$

l'équation du dépassement vertical ω en forme différentielle s'écrit

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI} \omega = \frac{(1+\psi)}{EI} \left[- \frac{pL}{2} x + \frac{px^2}{2} - \frac{p}{P} \frac{EI}{(1+\psi)} \psi \right] \qquad (2.40)$$

avec $\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI}}$ la solution est

$$\omega = C_1 \cos \frac{\alpha x}{L} + C_2 \sin \frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P} \left[- \frac{pL}{2} x + \frac{px^2}{2} + \frac{pL^2}{\alpha^2} (1+\psi) \right] \qquad (2.41)$$

et la rotation, dérivée de la flèche est

$$\frac{d\omega}{dx} = - \frac{\alpha}{L} C_1 \sin \frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L} C_2 \cos \frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P} \left[- \frac{pL}{2} + \frac{p}{x} \right] \qquad (2.42)$$

Les conditions d'extrémité doivent maintenant être décrites afin d'évaluer les constantes d'intégration.

(1) $\omega = 0$ @ $x = 0$

(2) $\omega = 0$ @ $x = L$

De (2.41), l'on tire

$$C_1 = \frac{p}{P} \frac{L^2}{2} (1+\psi)$$

$$C_2 = \frac{p}{P} \frac{L^2}{\alpha^2} \frac{(1+\psi)\ (1-\cos\ \alpha)}{\sin\ \alpha}$$

En substituant ces constantes dans l'expression de la rotation (2.42) et en introduisant le tout dans (2.39), la rotation due à la flexion au noeud 1 s'écrit

$$\Theta_1 = \frac{pL}{2P} - \frac{pL}{P\alpha} \frac{(1-\cos\ \alpha)}{\sin\ \alpha} \tag{2.43}$$

Par symétrie, on a

$$\Theta_2 = -\Theta_1 \tag{2.44}$$

Appliquons maintenant des moments d'extrémité M_1 et M_2 de façon à annuler ces rotations. Pour $\omega_1 = \omega_2 = 0$, la matrice de raideur (2.22) nous fournit les relations suivantes

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{EI}{L} (\Theta_1 \phi_1 + \Theta_2 \phi_2) \\ M_2 &= -\frac{EI}{L} (\Theta_1 \phi_2 + \Theta_2 \phi_1) \end{aligned} \tag{2.45}$$

Après quelques substitutions, l'on obtient

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{pL^2}{\alpha^2} (1+\psi) \left[1 - \frac{\frac{\alpha}{2}}{\tanh \frac{\alpha}{2}} \right] \\ M_2 &= -M_1 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Les moments aux noeuds équivalents à un chargement uniformément distribué sur une poutre comprimée (2.46) peuvent être transformés pour le cas où l'effort axial est en traction. On reprend pour cela les substitutions de la section 2.2.3 et on trouve

$$M_1 = \frac{pL^2}{\alpha^2}(1+\psi)\left[\frac{\frac{\alpha}{2}}{\tanh\frac{\alpha}{2}} - 1\right] \qquad (2.47)$$

$$M_2 = -M_1$$

Si la charge axiale est nulle, on utilise l'expression (2.19) de la section 2.2.4 et après avoir appliqué trois fois la règle de l'Hôpital sur (2.46) on arrive au résultat bien connu

$$M_1 = \frac{pL^2}{12} \qquad (2.48)$$

$$M_2 = -\frac{pL^2}{12}$$

Elément articulé

La présence d'une rotule à une ou aux deux extrémités de la poutre affecte nécessairement la répartition des charges équivalentes. Le vecteur chargement

$$\{F\} = \{V_1 \; M_1 \; V_2 \; M_2\}$$

est transformé à l'aide de la matrice $[A]$ issue de la condensation statique. Dans le cas d'une poutre articulée à droite, on a

$$\{F_r^*\} = [A]^t \{F\} \tag{2.29}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^* \\ M_1^* \\ V_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{\phi_2}{\phi_1} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{\phi_3}{\phi_1 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{pL}{2} \\ M_1 \\ -\frac{pL}{2} \\ -M_1 \end{bmatrix}$$

On en tire directement

$$M_1^* = \frac{\phi_3}{\phi_1} M_1 \tag{2.49}$$

$$M_2^* = 0$$

$$V_1^* = -\frac{pL}{2} - \frac{M_1^*}{L}$$

$$V_2^* = -\frac{pL}{2} + \frac{M_1^*}{L}$$

Si l'élément rotulé à droite est comprimé, de (2.46) et (2.49) on trouve, pour le moment à l'encastrement

$$M_1^* = \frac{pL^2}{\alpha} \tan \alpha \left[\frac{\tan \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}}{\tan \alpha - \frac{\alpha}{(1+\psi)}} \right] \tag{2.50}$$

S'il est tendu on obtient

$$M_1^* = \frac{pL^2}{\alpha} \tanh \alpha \left[\frac{\tanh \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}}{\tanh \alpha - \frac{\alpha}{(1+\psi)}} \right] \tag{2.51}$$

Lorsque l'effort axial est nul, on a bien sûr

$$M_1^* = \frac{pL^2}{8} \tag{2.52}$$

2.5.1.2 Chargement d'extrémité équivalent à une charge ponctuelle en travée.

Considérons maintenant une charge ponctuelle Q appliquée à une distance a de l'extrémité gauche (figure 2.14). On cherche donc les efforts d'encastrement parfait pour une poutre sous une charge axiale et une charge transversale ponctuelle en travée (figure 2.15).

A nouveau, nous utilisons le principe de superposition et l'équation (2.4) s'applique

$$-\frac{d\omega_A}{dx} = (1+\psi)\ \Theta_f + \frac{V_1}{GA_s} \tag{2.4}$$

Pour la région A, où $x \leqslant a$ (figure 2.16), on sait que

$$V_1 = -Q\,\frac{(L-a)}{L}$$

d'où

$$-\frac{d\omega_A}{dx} = (1+\psi)\ \Theta_f - \frac{Q(L-a)}{GA_s\ L} \tag{2.53}$$

En dérivant par rapport à x l'expression précédente, on obtient

$$-\frac{d^2\omega_A}{dx^2} = -(1+\psi)\frac{d\Theta_f}{dx} = (1+\psi)\frac{M}{EI}$$

Mais, par équilibre, $M = V_1 x - P\omega_A$, ce qui permet d'écrire

$$\frac{d^2\omega_A}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI}\omega_A = \frac{(1+\psi)}{EI}\left[-Q\frac{(L-a)}{L}x\right] \qquad (2.54)$$

En utilisant encore $\alpha = L\sqrt{\frac{|P|(1+\psi)}{EI}}$, la solution est

$$\omega_A = C_1 \cos\frac{\alpha x}{L} + C_2 \sin\frac{\alpha x}{L} - \frac{Q}{P}\frac{(L-a)}{L}x \qquad (2.55)$$

et sa dérivée

$$\frac{d\omega_A}{dx} = -\frac{\alpha}{L}C_1 \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}C_2 \cos\frac{\alpha x}{L} - \frac{Q}{P}\frac{(L-a)}{L} \qquad (2.56)$$

<u>Pour la région B</u>, où $x \geq a$ (figure 2.17), on sait que

$$V = V_2 = \frac{Qa}{L}$$

d'où

$$-\frac{d\omega_B}{dx} = (1+\psi)\Theta_f + \frac{Qa}{GA_s L} \qquad (2.57)$$

La dérivée

$$\frac{d^2\omega_B}{dx^2} = -(1+\psi)\Theta_f = (1+\psi)\frac{M}{EI}$$

et le fait que

$$M = V_1 x - P\omega_B + Q(x-a) = \frac{Qa}{L}(x-L) - P\omega_B$$

conduisent à l'équation différentielle

$$\frac{d^2\omega_B}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI}\,\omega_B = \frac{(1+\psi)}{EI}\,\frac{Qa}{L}\,(x-L) \qquad (2.58)$$

dont la solution s'écrit comme suit

$$\omega_B = C_1' \cos\frac{\alpha x}{L} + C_2' \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{Q}{P}\,(x-L)\,\frac{a}{L} \qquad (2.59)$$

De plus,

$$\frac{d\omega_B}{dx} = -\frac{\alpha}{L}\,C_1' \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{\alpha}{L}\,C_2' \cos\frac{\alpha x}{L} + \frac{Qa}{PL} \qquad (2.60)$$

Quatre constantes d'intégration sont donc apparues: C_1', C_2', C_3' et C_4'. Les conditions de frontière sont les suivantes:

(1) $\omega_A = 0$ @ $x = 0$

(2) $\omega_B = 0$ @ $x = L$

(3) la flèche est continue en $x = a$: $\omega_A = \omega_B$

(4) la rotation due à la flexion est continue en $x = a$: $\Theta_{fA} = \Theta_{fB}$

Une fois les substitutions faites, on obtient

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{QL}{P\alpha}(1+\psi)\,(\cos\frac{\alpha a}{L} - \sin\frac{\alpha a}{L}\cot\alpha)$$

$$C_1' = \frac{QL}{P\alpha}(1+\psi)\sin\frac{\alpha a}{L}$$

$$C_2' = -\frac{QL}{P\alpha}(1+\psi)\sin\frac{\alpha a}{L}\cot\alpha \qquad (2.61)$$

et, par la suite, avec (2.53) et (2.56), on trouve

$$\Theta_1 = \frac{Q}{P}\left[\frac{L-a}{L} - \frac{\sin\frac{\alpha(L-a)}{L}}{\sin\alpha}\right] \tag{2.62a}$$

puis, avec (2.57) et (2.60)

$$\Theta_2 = \frac{Q}{P}\left[-\frac{a}{L} + \frac{\sin\frac{\alpha a}{L}}{\sin\alpha}\right] \tag{2.62b}$$

En faisant maintenant intervenir les équations 2.45 pour connaître M_1 et M_2, les moments d'extrémité capables de produire des rotations $-\Theta_1$ et $-\Theta_2$, il devient apparent qu'à moins de traiter un cas particulier simple tel $a = \frac{L}{2}$, les expressions explicites pour M_1 et M_2 sont fort encombrantes. Il est donc préférable de s'en tenir à la formulation de Θ_1 et Θ_2 (2.62) et d'utiliser les équations 2.45 avec des valeurs de Θ_i toutes calculées.

En passant à nouveau par les substitutions des sections 2.2.3 et 2.2.4, les rotations pour un effort axial de traction s'écrivent

$$\Theta_1 = -\frac{Q}{|P|}\left[\frac{(L-a)}{L} - \frac{\sinh\frac{\alpha(L-a)}{L}}{\sinh\alpha}\right]$$

$$\Theta_2 = -\frac{Q}{|P|}\left[-\frac{a}{L} + \frac{\sinh\frac{\alpha a}{L}}{\sinh\alpha}\right] \tag{2.63}$$

et pour un effort axial nul

$$\Theta_1 = \frac{Q(L-a)}{6EIL}\,(a^2 - 2aL)$$

$$\Theta_2 = \frac{Qa}{6EIL}\,(L^2 - a^2) \qquad (2.64)$$

Elément articulé

La présence d'une rotule au noeud de droite se traduirait en modifiant le vecteur chargement équivalent à l'aide de la matrice $[A]$.

$$\{F_r^*\} = [A]^t \{F\}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^* \\ M_1^* \\ V_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\phi_3}{\phi_1 L} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{\phi_2}{\phi_1} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{\phi_3}{\phi_1 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix}$$

On obtient

$$V_1^* = V_1 + \frac{\phi_3}{\phi_1 L}\, M_2$$

$$M_1^* = M_1 - \frac{\phi_2}{\phi_1}\, M_2$$

$$V_2^* = V_2 - \frac{\phi_3}{\phi_1 L}\, M_2$$

$$M_2^* = 0$$

En somme, pour le cas de l'élément soumis à une charge ponctuelle transversale en travée, les expressions pour les moments d'encastrement

parfait sont trop complexes pour qu'il soit utile de les développer et de les présenter sous une forme explicite. Nous préférons procéder par calcul numérique des rotations θ_1 et θ_2 pour ensuite évaluer M_1 et M_2 en utilisant les coefficients de rigidité $\frac{EI}{L}\,\phi_1$ et $\frac{EI}{L}\,\phi_2$ (voir 2.45). S'il y a rotule à l'une ou l'autre extrémité de la poutre, ou aux deux, la condensation statique sera réalisée elle aussi de façon numérique.

2.5.1.3 Chargement d'extrémité équivalent à une variation de température de l'élément.

Une poutre droite, prismatique de longueur L soumise à un accroissement de température t s'allonge spontanément d'une quantité $\alpha^T tL$ avec α^T le coefficient de dilatation thermique du matériau. Si la poutre n'est pas libre de se déformer de la sorte, ses extrémités étant encastrées, alors un effort axial de compression est induit. Le vecteur de chargement équivalent prend alors la forme

$$\{E\alpha^T tL \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -E\alpha^T tL \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

puisque seuls les degrés de liberté de translation axiale sont influencés. Un refroidissement de t degrés se traduit de façon analogue par un vecteur chargement de signe contraire.

2.5.1.4 Chargement d'extrémité équivalent au poids propre.

Le calcul automatique du poids propre s'effectue par concentration de la masse de l'élément en ses extrémités. Ainsi une poutre droite de

longueur L, de poids spécifique γ et de section A_x voit son poids représenté par une force $\frac{A_x L}{2}\gamma$ à chacune de ses extrémités, force qui s'applique dans la direction négative de l'axe global Z.

2.5.2 Calcul de la sollicitation à mi-portée.

Lorsqu'on analyse le comportement d'une structure en augmentant la charge jusqu'à la rupture, il importe de connaître les sollicitations en bout des éléments afin de déceler la formation des rotules plastiques. D'autre part, le mécanisme d'effondrement peut parfois être déclenché par la création d'une rotule plastique en travée plutôt qu'en bout de poutre. Il est donc utile de calculer les sollicitations en travée sinon en un très grand nombre de points, du moins à mi-portée.

2.5.2.1 Sollicitation au centre de travée causée par une charge uniformément distribuée.

Considérons une poutre en équilibre soumise à une charge transversale uniformément répartie et à des efforts externes V_1, V_2, M_1, M_2 aux extrémités. Il est à noter ici que ces efforts externes contiennent déjà des termes qui représentent l'effet de la charge répartie puisque la poutre est en équilibre (figure 2.18).

Les expressions de l'effort tranchant et du moment de flexion à mi-portée s'écrivent:

$$V_c = V_1 + \frac{pL}{2}$$

$$M_c = M_1 + V_1 \frac{L}{2} + P\,(\omega_1 - \omega_c) + \frac{pL^2}{8} \qquad (2.65)$$

L'équation d'équilibre du système étant

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{P(1+\psi)}{EI}\,\omega = \frac{(1+\psi)}{EI}\,(M_1 + V_1 x + P\omega_1 + \frac{px^2}{2}),$$

la déformée ω s'exprime de la façon suivante

$$\omega = C_1 \cos\frac{\alpha x}{L} + C_2 \sin\frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P}\,(M_1 + V_1 x + P\omega_1 + \frac{px^2}{2} - \frac{pL^2}{\alpha^2})$$

Appliquons maintenant les conditions d'extrémité afin de déterminer les constantes d'intégration C_1 et C_2.

(1) $\omega = \omega_1$ @ $x = 0$

(2) $\omega = \omega_2$ @ $x = L$

On évalue donc sans difficulté ces constantes

$$C_1 = -\frac{1}{P}\,(M_1 - p\frac{L^2}{\alpha^2})$$

$$C_2 = -\frac{1}{P \sin\alpha}\left[(M_1 - p\frac{L^2}{\alpha^2})\,(1-\cos\alpha) + V_1 L + P\,(\omega_1 - \omega_2) + p\frac{L^2}{2}\right] \qquad (2.66)$$

de sorte que l'expression de la flèche $\omega_c{}^P$ au centre de la poutre sous une charge uniforme p et un effort de compression P devient pour $x = \frac{L}{2}$

$$\omega_c{}^P = \frac{1}{|P|}\,(M_1 - p\frac{L^2}{\alpha^2} + V_1\frac{L}{2})\,(1-2\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}) + \omega_1 + (\omega_2-\omega_1)\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}$$

$$+ \frac{pL^2}{4|P|}(\frac{1}{2} - 2\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}) \qquad (2.67)$$

Lorsque P tend vers zéro, l'expression $\omega_c{}^P$ devient

$$\omega_c{}^P = - (M_1 + V_1 \frac{L}{2}) \frac{L^2}{8EI} + \frac{\omega_1+\omega_2}{2} - \frac{7}{384} \frac{pL^4}{EI} \qquad (2.68)$$

Si, d'autre part, P est une force de traction,

$$\omega_c{}^P = \frac{-1}{|P|} (M_1 + p \frac{L^2}{\alpha^2} + V_1 \frac{L}{2}) (1 - 2 \frac{\sinh \frac{\alpha}{2}}{\sinh \alpha}) + \omega_1 + (\omega_2-\omega_1) \frac{\sinh \frac{\alpha}{2}}{\sinh \alpha}$$

$$- \frac{pL^2}{4|P|} (\frac{1}{2} - 2 \frac{\sinh \frac{\alpha}{2}}{\sinh \alpha}) \qquad (2.69)$$

2.5.2.2 Sollicitation au centre de travée causée par une charge ponctuelle en travée.

Considérons maintenant une poutre en équilibre soumise à une charge transversale ponctuelle Q appliquée en $x = a \geq \frac{L}{2}$ (figure 2.19). Les expressions de l'effort tranchant et du moment au centre de la travée sont:

$$V_c = V_1$$

$$M_c = M_1 + V_1 \frac{L}{2} + P (\omega_1-\omega_c)$$

La solution de l'équation différentielle d'équilibre donne, comme à la section 2.5.1.2, deux expressions pour la flèche: ω_A, pour la région des x inférieurs à a et ω_B, pour l'autre région.

$$\omega_A = C_1 \cos \frac{\alpha x}{L} + C_2 \sin \frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P} (M_1 + V_1 x + P\omega_1)$$

$$\omega_B = C_1' \cos \frac{\alpha x}{L} + C_2' \sin \frac{\alpha x}{L} + \frac{1}{P} (M_1 + V_1 x + P\omega_1 + Q(x-a))$$

(2.70)

Les constantes d'intégration sont déterminées à partir des conditions suivantes:

(1) $\omega_A = \omega_1 \quad @ \quad x = 0$

(2) $\omega_B = \omega_2 \quad @ \quad x = L$

(3) la flèche est continue en x = a $\omega_A = \omega_B$

(4) la rotation due à la flexion est continue en x = a $\Theta_{fA} = \Theta_{fB}$

L'on trouve alors

$$C_1 = - \frac{M_1}{P} \tag{2.71}$$

$$C_2 = - \frac{1}{P \sin \alpha} \left[P(\omega_1 - \omega_2) + M_1(1 - \cos \alpha) + V_1 L \right] + \frac{Q}{\alpha P \sin \alpha} \left[L \sin \frac{\alpha(L-a)}{L} - \alpha(L-a) \right]$$

et ω_A (2.70) évalué en $x = \frac{L}{2}$ devient

$$\omega_c{}^Q = \frac{1}{|P|} \left(M_1 + V_1 \frac{L}{2} \right) \left(1 - 2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} \right) + \omega_1 + (\omega_2 - \omega_1) \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha}$$

$$+ \frac{Q}{\alpha |P|} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} \left[L \sin \frac{\alpha(L-a)}{L} - \alpha(L-a) \right] \tag{2.72}$$

En faisant tendre P vers zéro, on obtient

$$\omega_c{}^Q = - \left(M_1 + V_1 \frac{L}{2} \right) \frac{L^2}{8EI} + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - Q \frac{(L-a)^3}{12EI} + \omega_1 . \tag{2.73}$$

Si P est une force de traction, l'équation (2.72) s'écrit:

$$\omega_c^Q = -\frac{1}{|P|}\left(M_1 + V_1\frac{L}{2}\right)\left(1 - 2\frac{\sinh\frac{\alpha}{2}}{\sinh\alpha}\right) + \omega_1 + (\omega_2-\omega_1)\frac{\sinh\frac{\alpha}{2}}{\sinh\alpha}$$

$$-\frac{Q}{\alpha|P|}\frac{\sinh\frac{\alpha}{2}}{\sinh\alpha}\left[L\sinh\frac{\alpha(L-a)}{L} - \alpha(L-a)\right]. \qquad (2.74)$$

2.6 TRANSFORMATIONS GEOMETRIQUES

Une fois établies les relations forces-déplacements pour une poutre unique, il faut songer à faire l'assemblage des raideurs individuelles des éléments pour constituer la matrice de rigidité de la structure entière. Mais avant de procéder à l'assemblage comme tel, il est nécessaire d'exprimer la raideur des éléments par rapport au même référentiel. De plus, c'est à ce stade-ci qu'on doit faire intervenir les relations géométriques spéciales entre les éléments par exemple, les diaphragmes rigides dans leur plan.

2.6.1 Matrice de transformation de coordonnées.

Afin de traduire en termes de coordonnées globales de la structure les degrés de liberté à chaque extrémité des éléments, les déplacements et les efforts externes en bout des éléments de même que les rigidités doivent être modifiées à l'aide d'une matrice de transformation géométrique (figure 2.20).

Soit donc, une poutre dans l'espace définie par deux noeuds d'extrémité (1), (2) qui donnent la direction de l'axe x. De plus, un troisième

noeud (3) est donné: non situé sur l'axe x, il sert à définir le plan x-z, le plan de l'âme de la poutre. La matrice $[\lambda']$ cherchée unit les coordonnées locales (x, y, z) et les coordonnées globales (X, Y, Z).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} & \lambda'_{12} & \lambda'_{13} \\ \lambda'_{21} & \lambda'_{22} & \lambda'_{23} \\ \lambda'_{31} & \lambda'_{32} & \lambda'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = [\lambda'] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \qquad (2.75)$$

Considérons un vecteur $\overrightarrow{V_{12}}$ dirigé du noeud (1) au noeud (2) et un autre $\overrightarrow{V_{13}}$ dirigé de (1) vers (3).

$$\overrightarrow{V_{12}} = \begin{bmatrix} X_{12} = X_2 - X_1 \\ Y_{12} = Y_2 - Y_1 \\ Z_{12} = Z_2 - Z_1 \end{bmatrix} \qquad \overrightarrow{V_{13}} = \begin{bmatrix} X_{13} = X_3 - X_1 \\ Y_{13} = Y_3 - Y_1 \\ Z_{13} = Z_3 - Z_1 \end{bmatrix}$$

On peut créer un vecteur $\vec{A}$, orienté dans la direction y et donc perpendiculaire au plan formé par $\overrightarrow{V_{13}}$ et $\overrightarrow{V_{12}}$.

$$\vec{A} = \overrightarrow{V_{13}} \times \overrightarrow{V_{12}} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_{13} & Y_{13} & Z_{13} \\ X_{12} & Y_{12} & Z_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_X = Y_{13}Z_{12} - Y_{12}Z_{13} \\ A_Y = X_{12}Z_{13} - X_{13}Z_{12} \\ A_Z = X_{13}Y_{12} - X_{12}Y_{13} \end{bmatrix}$$

La norme de ce vecteur s'écrit

$$|A| = \sqrt{A^2_X + A^2_Y + A^2_Z}$$

et on a donc

$$\lambda'_{21} = \cos(y, X) = \frac{A_X}{|A|}$$

$$\lambda'_{22} = \cos(y, Y) = \frac{A_y}{|A|}$$

$$\lambda'_{23} = \cos(y, Z) = \frac{A_z}{|A|}$$

De plus,

$$\lambda'_{11} = \cos(x, X) = \frac{X_{12}}{L}$$

$$\lambda'_{12} = \cos(x, Y) = \frac{Y_{12}}{L}$$

$$\lambda'_{13} = \cos(x, Z) = \frac{Z_{12}}{L}$$

où $L = \sqrt{X^2_{12} + Y^2_{12} + Z^2_{12}}$, la longueur de l'élément.

Etant donné, d'autre part, que la matrice $[\lambda']$ est orthogonale, c'est-à-dire que

$$[\lambda']^{-1} = [\lambda']^t$$

d'où

$$[\lambda'][\lambda']^t = [I] \qquad (2.76)$$

et

$$|\lambda'| = 1 \qquad (2.77)$$

on peut écrire, en développant (2.76) que

$$\lambda'_{11}{}^2 + \lambda'_{12}{}^2 + \lambda'_{13}{}^2 = 1$$

$$\lambda'_{21}{}^2 + \lambda'_{22}{}^2 + \lambda'_{23}{}^2 = 1$$

$$\lambda'_{31}{}^2 + \lambda'_{32}{}^2 + \lambda'_{33}{}^2 = 1 \qquad (2.78)$$

En calculant l'expression 2.77, on obtient

$$\begin{aligned} |\lambda'| = {} & \lambda'_{31}(\lambda'_{12}\lambda'_{23} - \lambda'_{22}\lambda'_{13}) \\ & + \lambda'_{32}(\lambda'_{21}\lambda'_{13} - \lambda'_{23}\lambda'_{11}) \\ & + \lambda'_{33}(\lambda'_{11}\lambda'_{22} - \lambda'_{21}\lambda'_{12}) = 1 \end{aligned} \qquad (2.79)$$

De (2.78) et (2.79), on conclut que

$$\lambda'_{31} = \lambda'_{12}\lambda'_{23} - \lambda'_{22}\lambda'_{13}$$

$$\lambda'_{32} = \lambda'_{21}\lambda'_{13} - \lambda'_{23}\lambda'_{11}$$

$$\lambda'_{33} = \lambda'_{11}\lambda'_{22} - \lambda'_{21}\lambda'_{12} \qquad (2.80)$$

Il convient ici de mentionner le cas particulier où l'élément est une barre articulée aux deux extrémités et ce, pour toutes les directions de flexion. A ce moment, l'inertie n'intervient nulle part dans la matrice de raideur et il devient superflu de spécifier un troisième noeud pour identifier les plans principaux de la section. Dans ce cas, par convention, l'axe y sera toujours dirigé horizontalement et l'axe z vers le haut (figure 2.21).

On aura

$$\lambda'_{21} = \cos(y, X) = -\frac{Y_{12}}{|XY|}$$

$$\lambda'_{22} = \cos(y, Y) = \frac{X_{12}}{|XY|}$$

$$\lambda'_{32} = \cos(y, Z) = 0 \qquad (2.81)$$

où $|XY| = \sqrt{X^2_{12} + Y^2_{12}}$: la projection de l'élément sur le plan horizontal.

Lorsque $\frac{|XY|}{L}$ tend vers zéro, cela indique que la barre est presque verticale. Dans ce cas, non seulement l'axe y mais aussi l'axe z est dirigé horizontalement. Par convention encore, on fait coincider l'axe y avec l'axe Y de sorte que

$$\lambda'_{21} = 0$$

$$\lambda'_{22} = 1 \qquad (2.82)$$

2.6.2 Simulation d'un plancher rigide pour l'analyse des bâtiments.

Dans l'étude d'un bâtiment multi-étagé, il peut être utile, pour diminuer le nombre d'inconnues à résoudre, de considérer les dalles de plancher comme des corps rigides dans leur propre plan. Cela permet d'exprimer les déplacements horizontaux u et v et la rotation Θ_z autour de l'axe vertical Z de tout point du diaphragme en fonction de la translation horizontale et de la rotation d'un seul point.

Pour tout point j du plancher rigide,

$$\begin{bmatrix} u_j \\ v_j \\ \Theta_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta Y_j \\ 0 & 1 & \Delta X_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_F \\ v_F \\ \Theta_{zF} \end{bmatrix} = [T_j] \begin{bmatrix} u_F \\ v_F \\ \Theta_{zF} \end{bmatrix} \qquad (2.83)$$

les symboles étant illustrés sur la figure 2.22.

Ainsi, pour l'assemblage de la matrice de rigidité et du chargement de même que pour le vecteur des déplacements du système, les degrés de liberté u_j, v_j et Θ_{zj} de tous les points j d'un même diaphragme rigide sont représentés par les degrés de liberté u_F, v_F et Θ_{zF} du point de référence F. L'opération se fait à l'aide de la matrice de transformation $[T_j]$.

L'intérêt de simuler un plancher rigide est double: non seulement l'influence du plancher est elle considérée dans l'analyse mais, comme on l'a mentionné, le nombre total de degrés de liberté est réduit de façon importante. En fait, on soustrait de l'analyse un nombre de 3d(n-1) degrés de liberté avec d, le nombre de planchers rigides identiques et n, le nombre de noeuds par plancher. Pour l'édifice de vingt étages à dix colonnes solutionné à la section 4.3.2 par exemple, pour lequel on a : 3d (n-1) = 3 x 20 x (10-1) = 540,
on passe de 1220 inconnues à (1220 - 540 =) 680, une économie de 44%.

2.7 ANALYSE NON LINEAIRE: TRAITEMENT DE L'EFFET P-DELTA

Plusieurs méthodes ont été mises au point pour analyser le comportement géométriquement non linéaire des structures. Toutes utilisent un processus itératif. Il s'agira ici d'introduire brièvement le phénomène et quelques méthodes de solution par le biais d'un exemple simple.

2.7.1 Approche du phénomène.

Considérons donc un poteau de longueur L, d'inertie I, encastré à sa base et soumis à une charge axiale P et une charge transversale H à l'extrémité libre (figure 2.23).

Une analyse conventionnelle indique un déversement à l'extrémité libre de $= \frac{HL^3}{3EI}$. On sait dès lors que cette excentricité de l'effort axial donne lieu à un moment additionnel sur le poteau qui produit un déversement supplémentaire Δ'. Mais Δ' fournit un nouveau bras de levier à la force P et engendre un déversement Δ''. Le processus est ainsi poursuivi jusqu'à ce que $\Delta^{(i)}$ soit si petit qu'il n'influence en rien la valeur du moment et que la colonne ait alors atteint un état d'équilibre. D'autre part, si les $\Delta^{(i)}$ n'allaient pas en s'atténuant à cause d'une valeur élevée de P, on arriverait vite à une déformation très grande et l'on aurait alors simulé l'état de flambage de l'élément.

Examinons maintenant le problème sous un autre angle: lorsque soumis à une charge axiale, l'élément voit sa raideur modifiée tel qu'en témoigne

la matrice de rigidité développée plus haut. Pour l'exemple proposé, l'on obtient facilement à partir des équations de la section 2.2.6 l'expression suivante pour la flèche d'extrémité:

$$\Delta = \frac{HL^3}{EI} \frac{1}{\phi_4 - \frac{\phi_3^2}{\phi_1}} \qquad (2.84)$$

Dans cette optique, la solution sera donc entièrement déterminée au moment où l'on connaîtra la charge axiale dans le poteau, charge à partir de laquelle on calculera les facteurs ϕ_i. Pour le présent exemple, cette charge axiale P s'obtient immédiatement par inspection. Le calcul du déplacement est direct.

D'une façon plus générale, pour une structure hyperstatique, une première analyse linéaire s'impose afin de déterminer la distribution des efforts axiaux. A partir de ceux-ci, l'on peut alors calculer les coefficients de rigidité de chacun des éléments et resolutionner. On détermine alors de nouveaux déplacements, différents de ceux de l'analyse linéaire qui nous permettent de calculer une nouvelle distribution de forces axiales, compatibles avec l'état de déformation atteint. De même, on peut reprendre le cycle de calcul jusqu'à ce que des valeurs consécutives des déplacements ou des efforts axiaux soient égales.

En somme, la position d'équilibre et la distribution des efforts à l'intérieur d'une structure géométriquement non linéaire peut s'obtenir en effectuant une série d'analyses linéaires. A chaque cycle de calcul,

le comportement de la structure doit progresser le long d'une droite tangente à la courbe force-déplacement du système afin d'assurer une convergence monotone. L'efficacité du processus dépend donc essentiellement de la façon dont est modifié le modèle de la structure d'une itération à l'autre: plus l'évolution est proche d'être tangentielle à la courbe, meilleure est la convergence.

Plusieurs méthodes d'analyse non linéaire procèdent selon ce schéma de base. Elles se distinguent les unes des autres uniquement par le stratagème employé pour modifier la structure entre deux itérations successives. Examinons brièvement trois méthodes: la première procédant par réajustement géométrique, la deuxième, par calcul d'un chargement additionnel et la troisième, par rigidité différentielle des éléments.

2.7.1.1 Réajustement géométrique.

La première méthode est basée davantage sur une approche intuitive du problème que sur un raisonnement théorique. Elle consiste à introduire les déplacements encourus dans la géométrie de la structure afin que les excentricités responsables du comportement non linéaire puissent exister dans le modèle et qu'elles engendrent les efforts supplémentaires attendus. Après l'analyse linéaire de départ, les déplacements obtenus sont donc ajoutés aux coordonnées initiales des noeuds et une analyse linéaire est effectuée sur la nouvelle structure ainsi définie.

Une telle méthode permet certes une estimation des conséquences de l'effet P-Delta. En outre, l'analyse peut s'effectuer à l'aide d'un programme d'analyse linéaire sans qu'on n'ait à lui apporter de modification: il suffit de refaire la géométrie après chaque solution et de resoumettre le travail.

2.7.1.2 Chargement additionnel.

Une autre approche au traitement de la non-linéarité géométrique découle de la présence, après l'analyse linéaire du système, de forces non équilibrées engendrées par les grands déplacements.

Une des méthodes développées dans cette optique consiste à introduire dans le haut et dans le bas des colonnes un cisaillement additionnel dont l'effet sur le moment de flexion d'extrémité est analogue à l'effet P-Delta. Cette méthode a été largement diffusée par Adams et ses collaborateurs de l'Université de l'Alberta (réf. 7.8).

Pour le poteau de la figure 2.24 montré en position déformée, Adams écrit que le moment à l'extrémité supérieure est

$$M_c = VL + P\Delta$$

où le produit $P\Delta$ représente le moment secondaire engendré par l'excentricité de la force verticale. D'autre part, le moment M_c serait de même intensité si l'on augmentait la réaction horizontale V d'une quantité $\frac{P\Delta}{L}$ et que l'on prenait la relation $M_c = VL$ utilisée normalement dans les analyses où la charge axiale n'est pas considérée.

Le principe est simple et d'application facile: il suffit, après une analyse conventionnelle du premier ordre, de calculer les cisaillements additionnels $\frac{P\Delta}{L}$ pour chaque élément et de construire le chargement équivalent à la somme de ces efforts tranchants pour l'ensemble de la structure. On refait ensuite une nouvelle analyse avec en plus des efforts externes de départ, ce chargement secondaire: on répète ainsi jusqu'à ce que les déplacements aient convergé à une solution stable.

Cette procédure, outre le fait qu'elle est aisément programmable pour un calcul à l'ordinateur, offre l'avantage majeur suivant: elle ne requiert qu'une seule inversion de la matrice de rigidité globale du système puisque les corrections pour l'effet P-Delta s'effectuent sur le chargement et non sur la matrice. Puisque l'inversion constitue l'étape déterminante sur le temps de calcul, la méthode décrite est donc généralement peu coûteuse. La valeur des résultats et la rapidité de convergence sont illustrées et commentées plus loin.

2.7.1.3 Rigidité différentielle.

Les programmes commerciaux les plus au point en ce qui concerne l'analyse géométriquement non linéaire utilisent le concept de la matrice géométrique. La relation locale force-déplacement d'un élément s'écrit

$$\{F_L\} = \left[[K_E] + [K_G]\right] \{\delta_L\}$$

où $[K_E]$ est la matrice de rigidité élastique définie à l'équation 2.22 avec l'effort axial P égal à zéro et $[K_G]$ est la matrice géométrique.

Afin de pouvoir interpréter physiquement le sens de cette dernière, nous passerons rapidement en revue les étapes suivies pour son développement mathématique. Remarquons que la démarche constitue l'approche classique pour la formulation directe des éléments finis, telle que proposée à l'origine par Argyris.

Le comportement d'un élément est décrit par un nombre arbitraire de degrés de liberté. Dans le cas de la poutre, on a choisi les flèches ω_1 et ω_2 ainsi que les rotations Θ_1 et Θ_2 aux deux extrémités (figure 2.2):

$$\{\delta_L\} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \Theta_1 \\ \omega_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix}$$

Le déplacement transversal ω de tout point le long de l'élément doit être défini de façon unique en fonction de ces quatre valeurs. La représentation la plus simple de la fonction ω est donc un polynôme cubique

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \qquad (2.85)$$

où les constantes α_i s'évaluent en utilisant les conditions suivantes aux noeuds:

$$\omega = \omega_1 \ , \quad -\frac{d\omega}{dx} = \Theta_1 \qquad \text{en} \quad x = 0$$

$$\omega = \omega_2 \ , \quad -\frac{d\omega}{dx} = \Theta_2 \qquad \text{en} \quad x = L$$

On trouve donc, en posant $\xi = \frac{x}{L}$,

$$\omega = (1-3\xi^2+2\xi^3)\omega_1 + (-\xi+2\xi^2-3\xi^3)L\Theta_1 + (3\xi^2-2\xi^3)\omega_2 + (\xi^2-\xi^3)L\Theta_2 \qquad (2.86)$$

L'équation qui définit le champ des déformations en fonction des déplacements transversaux s'écrit

$$\varepsilon_x = \frac{d\omega}{dx} - Z\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 . \qquad (2.87)$$

Les deux premiers termes bien connus représentent la déformation axiale et flexionnelle respectivement, Z étant la distance du point considéré à l'axe neutre. Le troisième terme représente l'interaction non linéaire flexion-effort axial.

L'énergie de déformation s'exprime comme

$$U_d = \frac{1}{2}\int_V E\varepsilon_x^2 dV \qquad (2.88)$$

l'intégrale étant évaluée sur le volume V de l'élément. Par substitution de (2.87) dans (2.88) et en négligeant le terme de dernier ordre $\frac{EA}{4}\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^4$, on fait apparaître P l'effort axial;

$$U_d = \frac{1}{2}\int_V \left[EA\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 + EI\left(\frac{d^2\omega}{dx^2}\right)^2 + P\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 \right] dx \qquad (2.89)$$

On reprend maintenant la représentation polynômiale du déplacement ω et on met de côté le terme de déformation axiale pure qui est d'ailleurs indépendant; on trouve après les manipulations d'usage, l'énergie dont

la forme quadratique est

$$U_d = \frac{1}{2} \{\delta_L\}^T [K_L] \{\delta_L\}$$

en fonction des degrés de liberté $\{\delta_L\}$ avec $[K_L]$, la matrice de rigidité cherchée. En outre, il est possible de séparer les termes dépendants de P de façon à ce que $[K_L]$ s'exprime comme la somme de deux matrices $[K_E]$ et $[K_G]$. La première, matrice issue du deuxième terme de l'équation (2.89), est la matrice de rigidité habituelle

$$[K_E] = 2 \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & -3L & -6L & -3L \\ -3L & 2L^2 & 3L & L^2 \\ -6 & 3L & 6 & 3L \\ -3L & L^2 & 3L & 2L^2 \end{bmatrix}$$

La seconde, dérivée du dernier terme de (2.89) est la matrice de rigidité différentielle

$$[K_G] = \frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix} \qquad (2.90)$$

P est positif pour une force axiale de traction. On note que $[K_G]$ ne dépend, outre l'effort axial, que de la dimension de l'élément d'où son nom de matrice géométrique. Comme elle est dérivée à partir du même polynôme que la matrice $[K_E]$, on l'appelle aussi matrice géométrique cohérente.

Il est intéressant de mentionner que la matrice $[K_G]$, basée sur un polynôme du premier degré pour la flèche, s'écrit:

$$[K_G] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.91)$$

Ce résultat est identique à l'équation 2.37, la matrice de raideur P-Delta d'un élément biarticulé.

2.7.2 Evaluation qualitative des méthodes.

Une fois introduites les trois méthodes de calcul, il s'agit maintenant d'en comparer les avantages et les inconvénients en regard de la méthode proposée, basée sur l'équation d'équilibre exacte.

2.7.2.1 Réajustement géométrique.

La méthode relativement intuitive du réajustement géométrique demande le même effort de calcul que la méthode "exacte" puisque l'inversion de la matrice de raideur est requise à chaque itération. En outre, elle n'offre aucune certitude quant à la convergence des résultats et même si l'on arrive à trouver une solution apparamment stable, on en ignore la précision. En effet, la géométrie déformée à partir de laquelle on détermine la réponse introduit des discontinuités angulaires entre les éléments du modèle, ses distorsions n'existant évidemment pas

dans la structure réelle. Il est par ailleurs impossible de prédire dans quel sens (sécuritaire ou antisécuritaire) ces discontinuités affectent le comportement.

2.7.2.2 Chargement additionnel.

Au plan théorique, la méthode de Adams équivaut à la méthode de rigidité différentielle avec comme point de départ une variation linéaire du déplacement de l'élément. Elle donne l'effet P-Delta applicable à la structure dont on considérerait tous les éléments comme des barres. En effet, l'équation 2.37 applicable à un élément biarticulé de même que l'équation 2.91 peuvent s'écrire

$$V_1^* = \frac{P}{L} (\omega_2 - \omega_1) = \frac{P\Delta}{L}$$

$$V_2^* = \frac{P}{L} (\omega_1 - \omega_2) = -\frac{P\Delta}{L}$$

ce qui revient à considérer un cisaillement transversal additionnel dans le chargement.

Comme nous le soulignions plus haut, l'avantage prépondérant de la méthode réside dans le fait qu'une seule inversion de la matrice de rigidité est requise. Quant à la rapidité de convergence, elle dépend largement de l'importance de la charge axiale: ce point apparaît clairement dans la solution de l'exemple de la section 2.7.3.

2.7.2.3 Rigidité différentielle.

La matrice géométrique cohérente procure de toute évidence une

Il est intéressant de mentionner que la matrice $[K_G]$, basée sur un polynôme du premier degré pour la flèche, s'écrit:

$$[K_G] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.91)$$

Ce résultat est identique à l'équation 2.37, la matrice de raideur P-Delta d'un élément biarticulé.

2.7.2 Evaluation qualitative des méthodes.

Une fois introduites les trois méthodes de calcul, il s'agit maintenant d'en comparer les avantages et les inconvénients en regard de la méthode proposée, basée sur l'équation d'équilibre exacte.

2.7.2.1 Réajustement géométrique.

La méthode relativement intuitive du réajustement géométrique demande le même effort de calcul que la méthode "exacte" puisque l'inversion de la matrice de raideur est requise à chaque itération. En outre, elle n'offre aucune certitude quant à la convergence des résultats et même si l'on arrive à trouver une solution apparamment stable, on en ignore la précision. En effet, la géométrie déformée à partir de laquelle on détermine la réponse introduit des discontinuités angulaires entre les éléments du modèle, ses distorsions n'existant évidemment pas

dans la structure réelle. Il est par ailleurs impossible de prédire dans quel sens (sécuritaire ou antisécuritaire) ces discontinuités affectent le comportement.

2.7.2.2 Chargement additionnel.

Au plan théorique, la méthode de Adams équivaut à la méthode de rigidité différentielle avec comme point de départ une variation linéaire du déplacement de l'élément. Elle donne l'effet P-Delta applicable à la structure dont on considérerait tous les éléments comme des barres. En effet, l'équation 2.37 applicable à un élément biarticulé de même que l'équation 2.91 peuvent s'écrire

$$V_1^* = \frac{P}{L} (\omega_2 - \omega_1) = \frac{P\Delta}{L}$$

$$V_2^* = \frac{P}{L} (\omega_1 - \omega_2) = -\frac{P\Delta}{L}$$

ce qui revient à considérer un cisaillement transversal additionnel dans le chargement.

Comme nous le soulignions plus haut, l'avantage prépondérant de la méthode réside dans le fait qu'une seule inversion de la matrice de rigidité est requise. Quant à la rapidité de convergence, elle dépend largement de l'importance de la charge axiale: ce point apparaît clairement dans la solution de l'exemple de la section 2.7.3.

2.7.2.3 Rigidité différentielle.

La matrice géométrique cohérente procure de toute évidence une

solution plus fiable que la méthode de Adams. Par analogie avec la méthode de Rayleigh pour la recherche des charges critiques d'une structure, on sait que le choix d'une fonction appropriée pour décrire la déformée est déterminant sur la précision du résultat. Il va de soi qu'un polynôme du troisième degré constitue une meilleure approximation de la courbe élastique qu'une fonction linéaire.

De la même façon le procédé par rigidité différentielle conduit à une réponse légèrement erronée puisque la fonction utilisée pour traduire le déplacement est approximative. Le fait d'imposer à l'élément une forme de déplacement inexacte équivaut à restreindre son mouvement donc à le rendre plus rigide. L'utilisation d'une théorie approximative donnera donc des déplacements sous-estimés et, dès lors, une solution du côté non sécuritaire.

2.7.3 Analyse d'un poteau encastré.

Pour comparer quantitativement les différentes méthodes d'analyse non linéaire, reprenons le poteau de la figure 2.23 en lui donnant une hauteur de 120 pouces et une inertie de 10 pouces^4. On lui applique un effort horizontal au sommet de 100 livres (0.1 kip) et l'on fait croître graduellement l'effort axial. Le module de Young est de 30 000 kips/po^2.

Les résultats apparaissent au tableau 2.1 et le diagramme effort axial-déversement est tracé à la figure 2.25. L'on remarque immédiatement

la similitude des résultats de l'analyse par rigidité différentielle avec polynôme cubique avec ceux de l'analyse exacte par la méthode présentée ici. De plus, comme l'effort axial est connu dès le départ, la réponse s'obtient directement, sans itération.

En outre, on observe que la méthode de Adams conduit effectivement au même résultat que l'analyse par rigidité différentielle avec polynôme linéaire. Cependant, alors que la dernière méthode ne requiert qu'un calcul, la première demande un nombre important d'itérations pour converger exactement à la valeur finale. Le nombre d'itérations nécessaires s'élève d'autant plus qu'on s'approche de la charge critique du poteau. Il faut souligner, d'autre part, que pour les derniers cycles de calcul sous une valeur d'effort axial donnée, l'écart entre le résultat courant et la valeur finale figurant au tableau 2.1 est très minime. Par exemple, pour P égal à 30 kips, la méthode du cisaillement additionnel exige 9 itérations pour atteindre le déplacement de 0.369 pouce calculé avec l'approximation linéaire de la rigidité différentielle mais on obtient un déversement de 0.350 pouce après seulement 4 étapes de calcul, ce qui laisse une marge de convergence de seulement 5%.

2.7.4 Etudes de stabilité élastique.

La non-linéarité géométrique du comportement des structures est étroitement liée aux phénomènes de flambage. Il suffit de constater à la figure 2.25 la progression galoppante du déversement au sommet du

poteau lorsque l'effort axial approche de la charge critique d'Euler. L'évolution des déplacements fournit donc un bon aperçu de l'état de stabilité lorsque, comme dans l'exemple de la section précédente, il existe une perturbation capable de mettre en évidence les modifications de cet état dans le sens d'un affaiblissement de la structure.

Mais, lorsque la structure est en état d'équilibre neutre, comment détecter le flambage s'il n'est amorcé par aucune imperfection initiale ou aucune action latérale? Si par exemple, le poteau parfaitement droit de la section 2.7.3 n'est soumis qu'à une charge axiale croissante, aucun déversement ne peut apparaître à l'extrémité libre même pour une force P bien au-delà de la charge critique. Le calcul du déterminant de la matrice de rigidité P-Delta fournit un indicateur exceptionnel en ce sens.

L'énergie potentielle globale d'un système s'exprime comme

$$U = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K] \{\delta\} + \overline{V} \qquad (2.92)$$

avec $\overline{V}$, le travail fourni par le chargement $\{F\}$. Le chargement est supposé conservatif, c'est-à-dire que $\overline{V}$ ne dépend que des positions initiales et finales, non pas du trajet du point d'application de la charge.

Pour une situation d'équilibre stable, le principe de l'énergie minimum nous apprend que la première dérivée du potentiel est nulle

$$dU = 0$$

ce qui nous ramène à l'équation

$$\{F\} = [K]\{\delta\}.$$

Lorsqu'il y a flambage, on observe une bifurcation de l'état d'équilibre caractérisée par un point d'inflexion dans la fonction U . On doit donc recourir à la seconde dérivée de cette fonction pour s'assurer qu'il s'agit d'une condition d'équilibre neutre et l'on écrit

$$d\,(dU) = 0$$

d'où

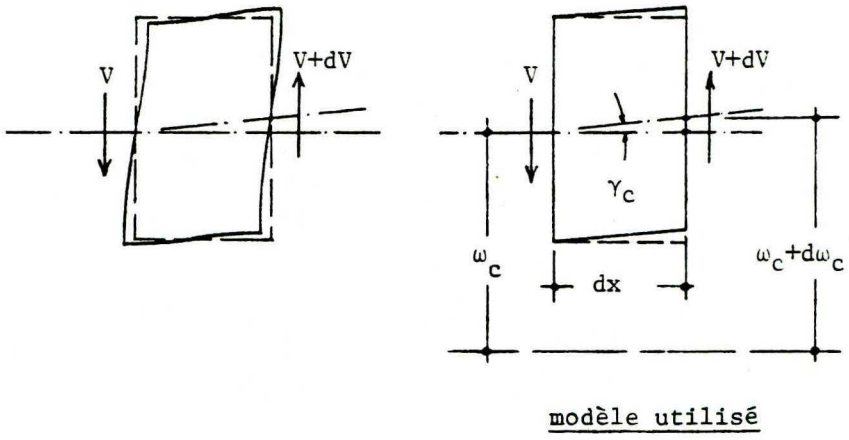
$$\{d\delta\}^T[K]\{d\delta\} = 0. \qquad (2.93)$$

La condition nécessaire et suffisante pour satisfaire (2.93) est que le déterminant de $[K]$ soit nul:

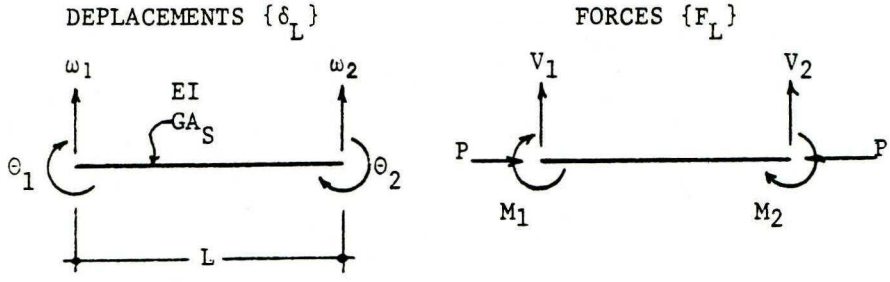
$$\det\,[K] = 0.$$

La valeur du déterminant de la matrice de rigidité globale formulée en tenant compte de la non-linéarité géométrique constitue par conséquent le paramètre idéal pour détecter l'instabilité. A un chargement pour lequel l'équilibre est stable, le déterminant a nécessairement une valeur positive puisque le potentiel ne peut être que positif; à mesure que la stabilité se détériore, ce paramètre prend une valeur de plus en plus faible et atteint zéro à la charge critique.

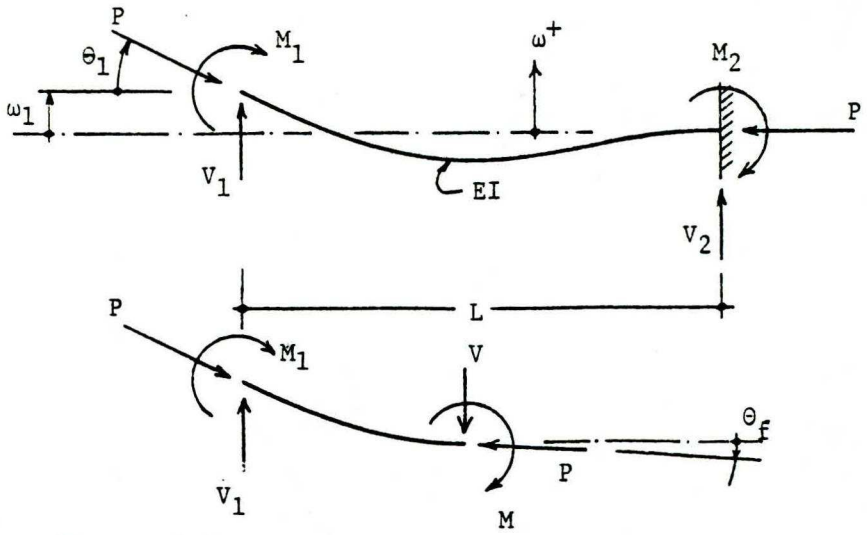
Quelques exemples présentés à la section 4.4 serviront à illustrer l'évolution du déterminant et son utilité dans la prédiction du flambage.



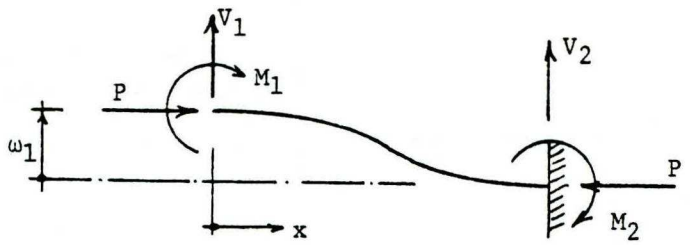
(figure 2.1) Déformations dues au cisaillement.



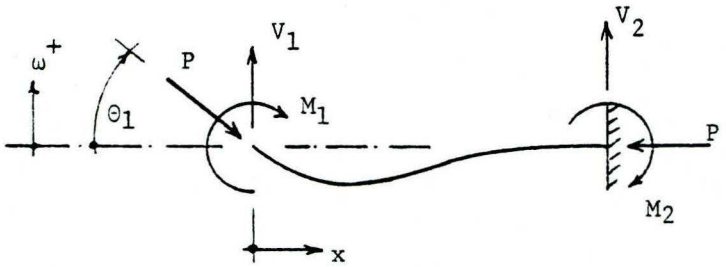
(figure 2.2) Poutre en flexion composée.



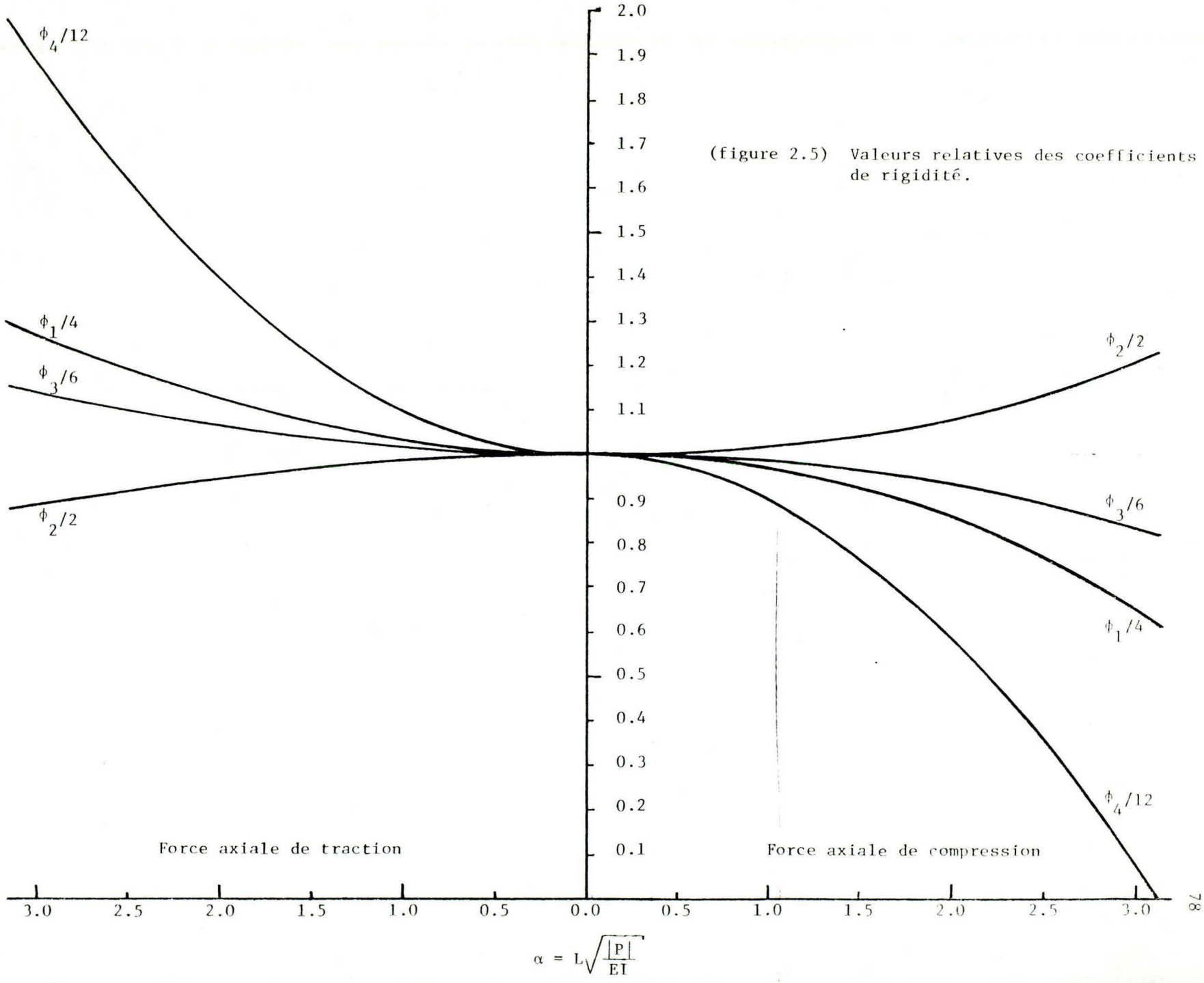
(figure 2.3) Equilibre des forces sur une poutre.



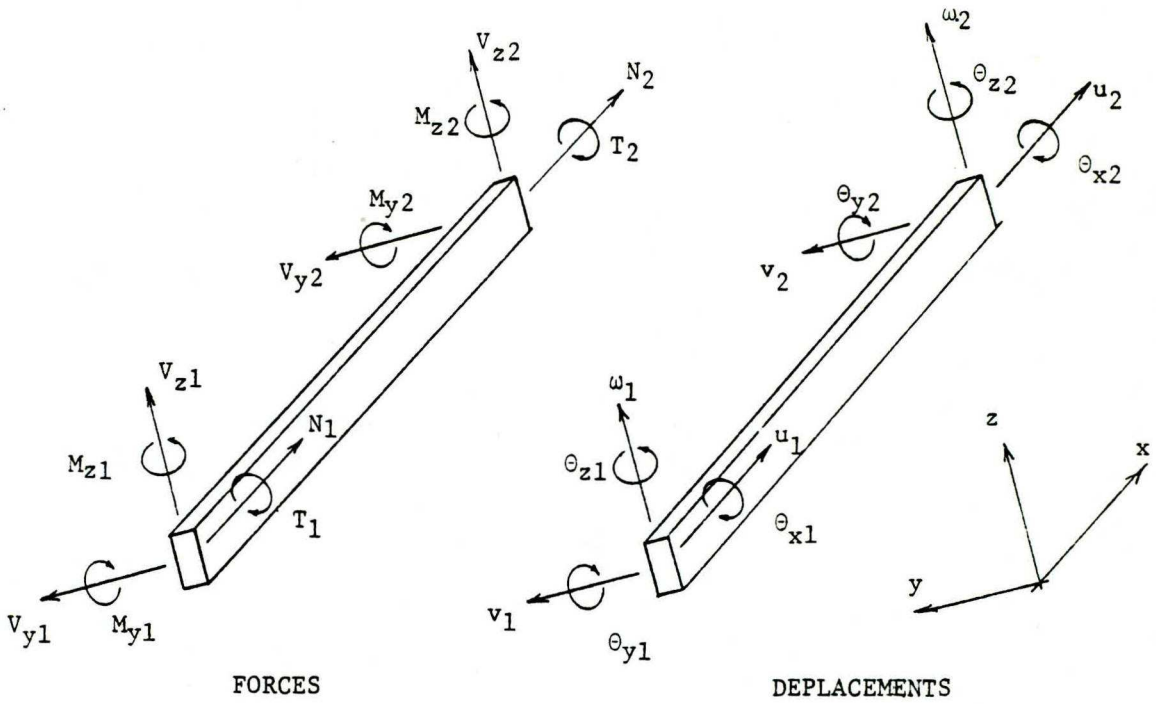
(figure 2.4 a)) Déplacement d'extrémité ω_1.



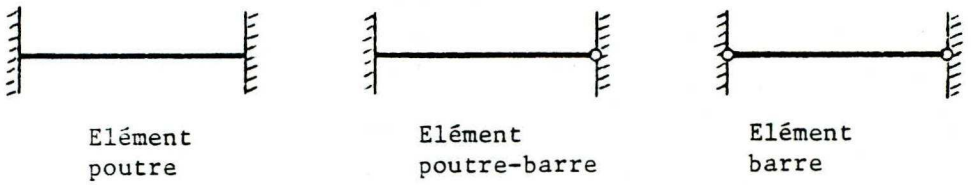
(figure 2.4 b)) Rotation d'extrémité Θ_1.



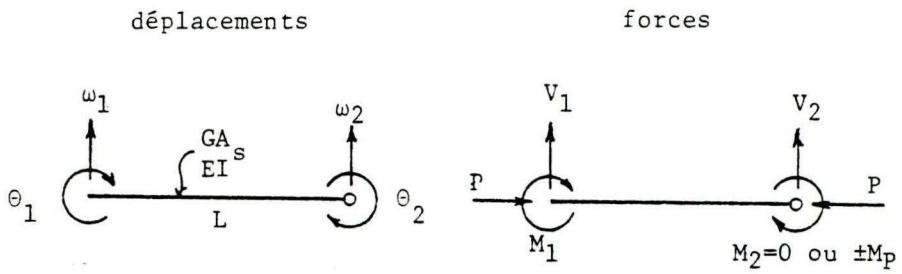
(figure 2.5) Valeurs relatives des coefficients de rigidité.



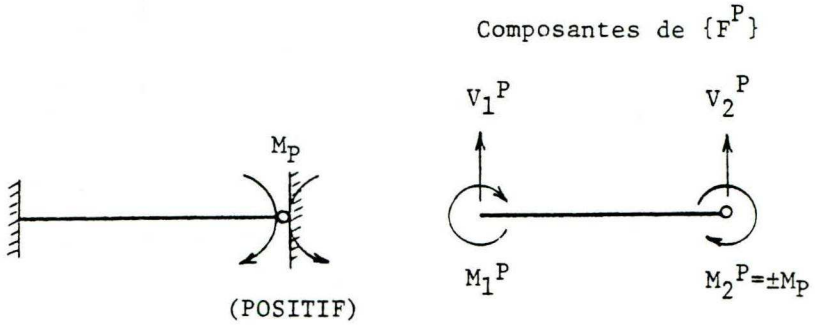
(figure 2.6) Degrés de liberté d'une poutre tridimensionnelle.



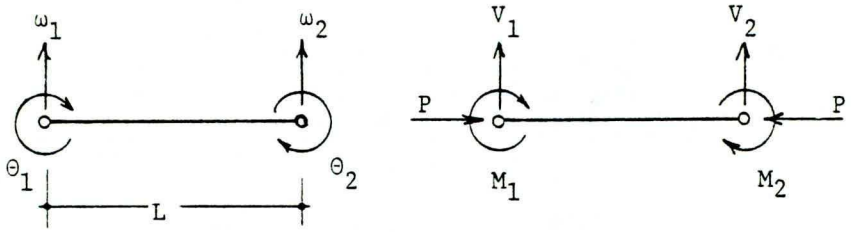
(figure 2.7) Différentes conditions de rotation aux extrémités de l'élément.



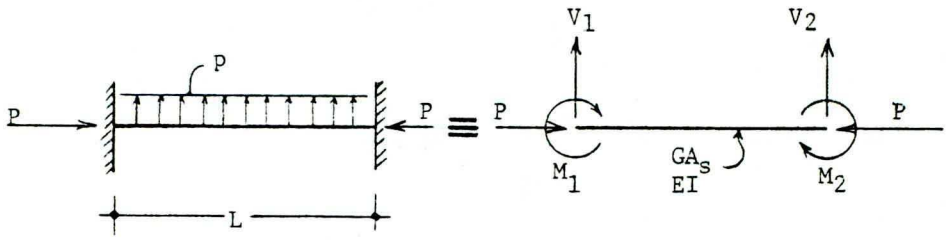
(figure 2.8) L'élément poutre-barre.



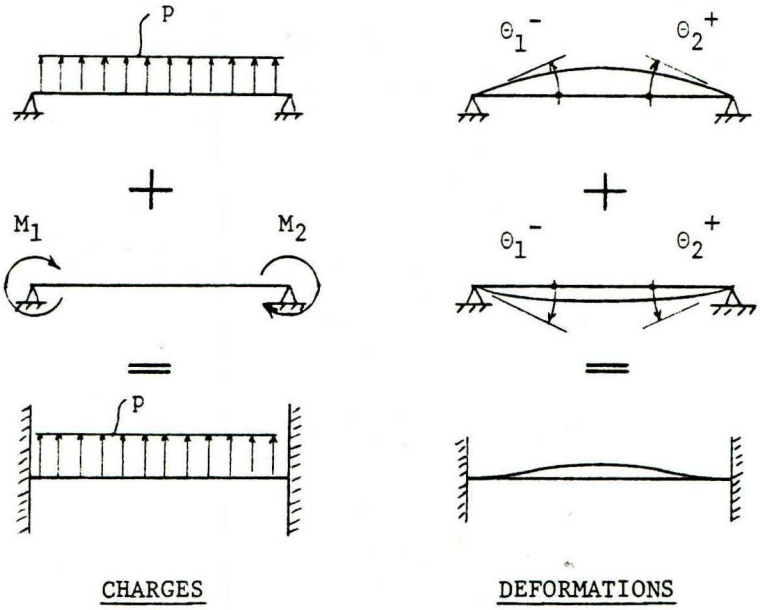
(figure 2.9) Moment plastique à une extrémité de la poutre.



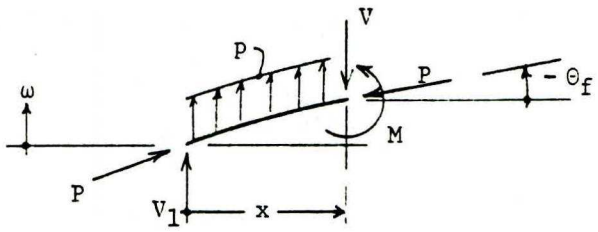
(figure 2.10) L'élément barre.



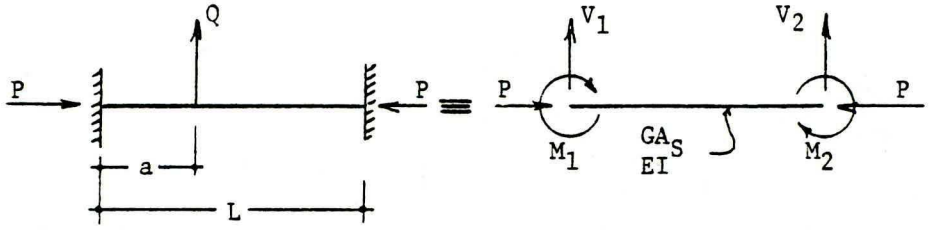
(figure 2.11) Poutre soumise à une charge uniformément distribuée.



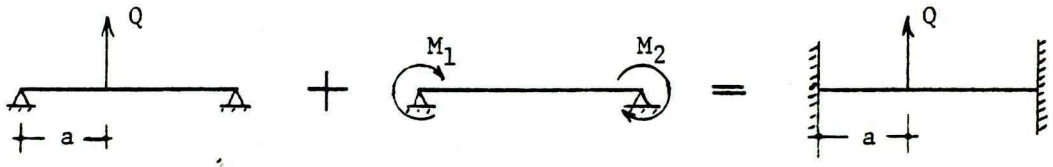
(figure 2.12) Superposition des états pour le calcul du chargement d'extrémité équivalent à une charge répartie (avec ou sans effort axial).



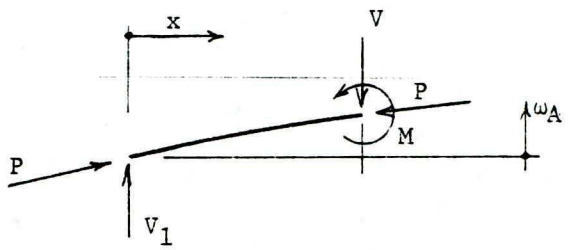
(figure 2.13) Equilibre des forces sur une poutre chargée uniformément.



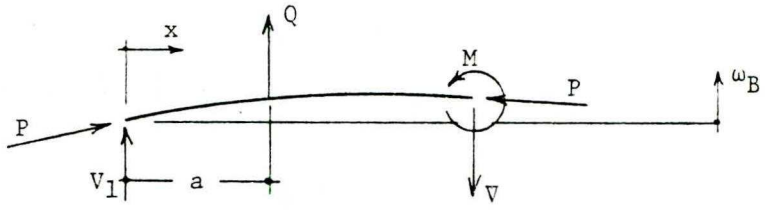
(figure 2.14) Poutre soumise à une charge transversale ponctuelle.



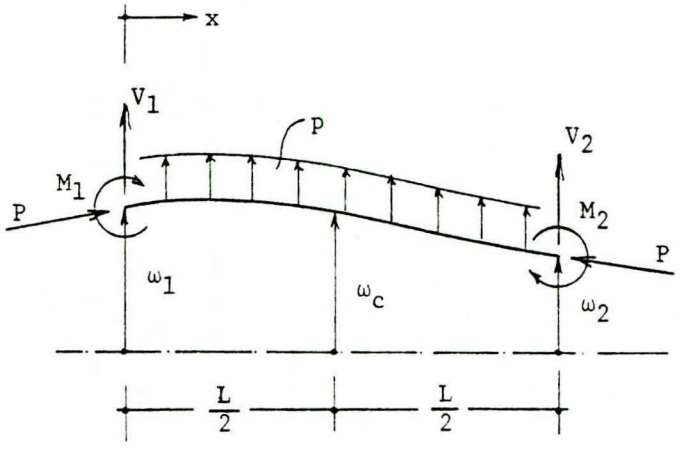
(figure 2.15) Superposition des états pour le calcul du chargement d'extrémité équivalent à une charge ponctuelle (avec ou sans effort axial).



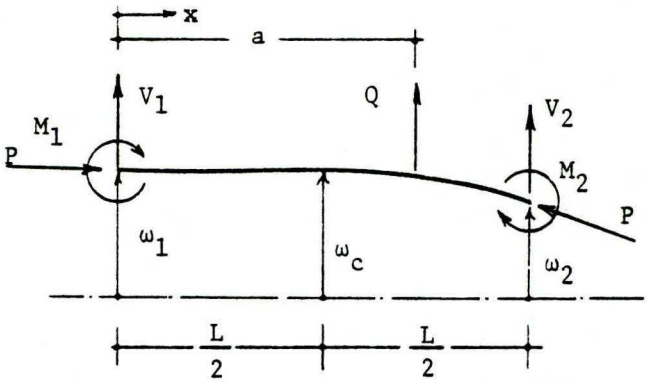
(figure 2.16) Equilibre des forces sur la région de la poutre à gauche de la charge ponctuelle.



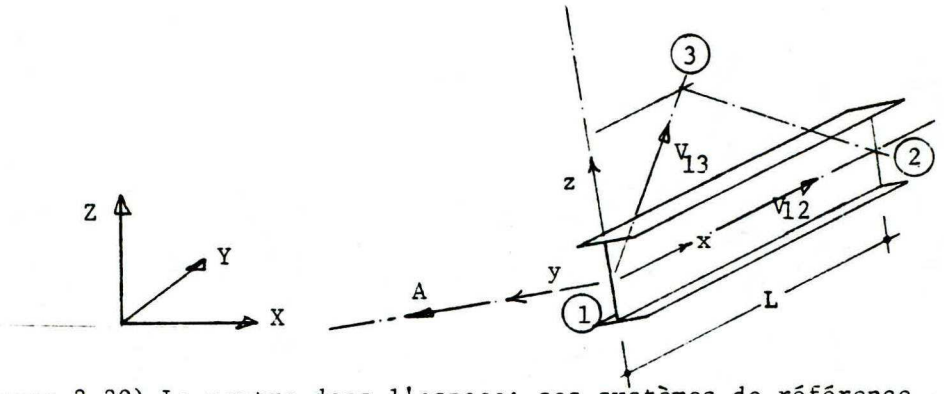
(figure 2.17) Equilibre des forces sur la région de la poutre à droite de la charge ponctuelle.



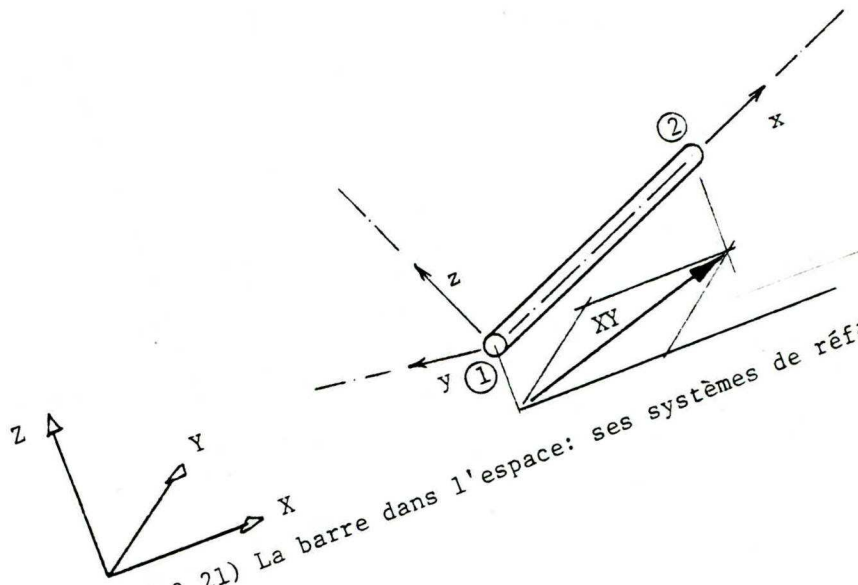
(figure 2.18) Poutre soumise à une charge uniformément répartie, en position déformée.



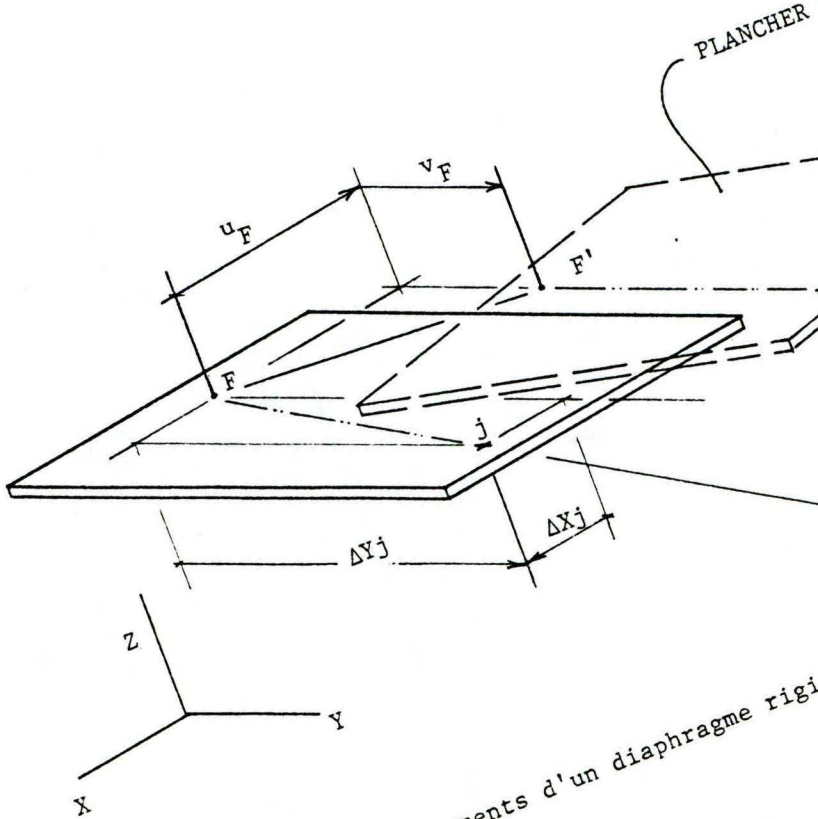
(figure 2.19) Poutre soumise à une charge ponctuelle en position déformée.



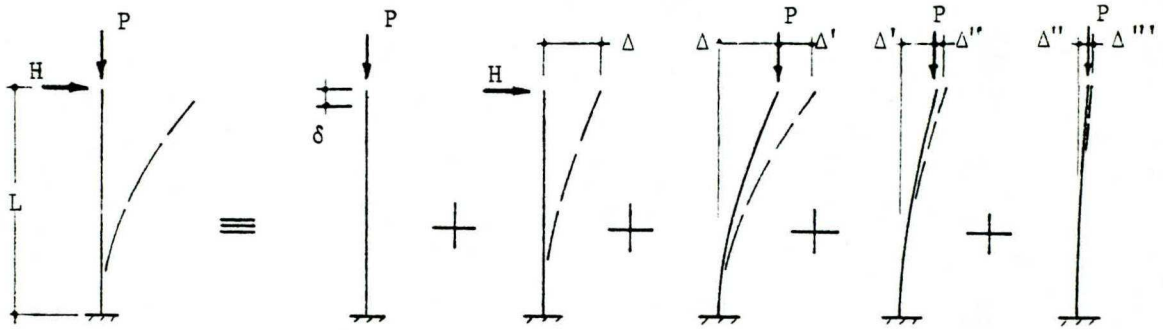
(figure 2.20) La poutre dans l'espace: ses systèmes de référence.



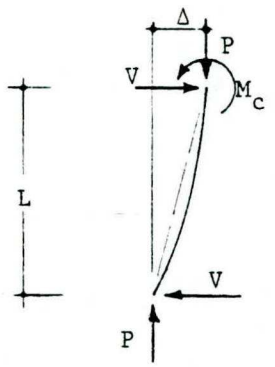
(figure 2.21) La barre dans l'espace: ses systèmes de référence.



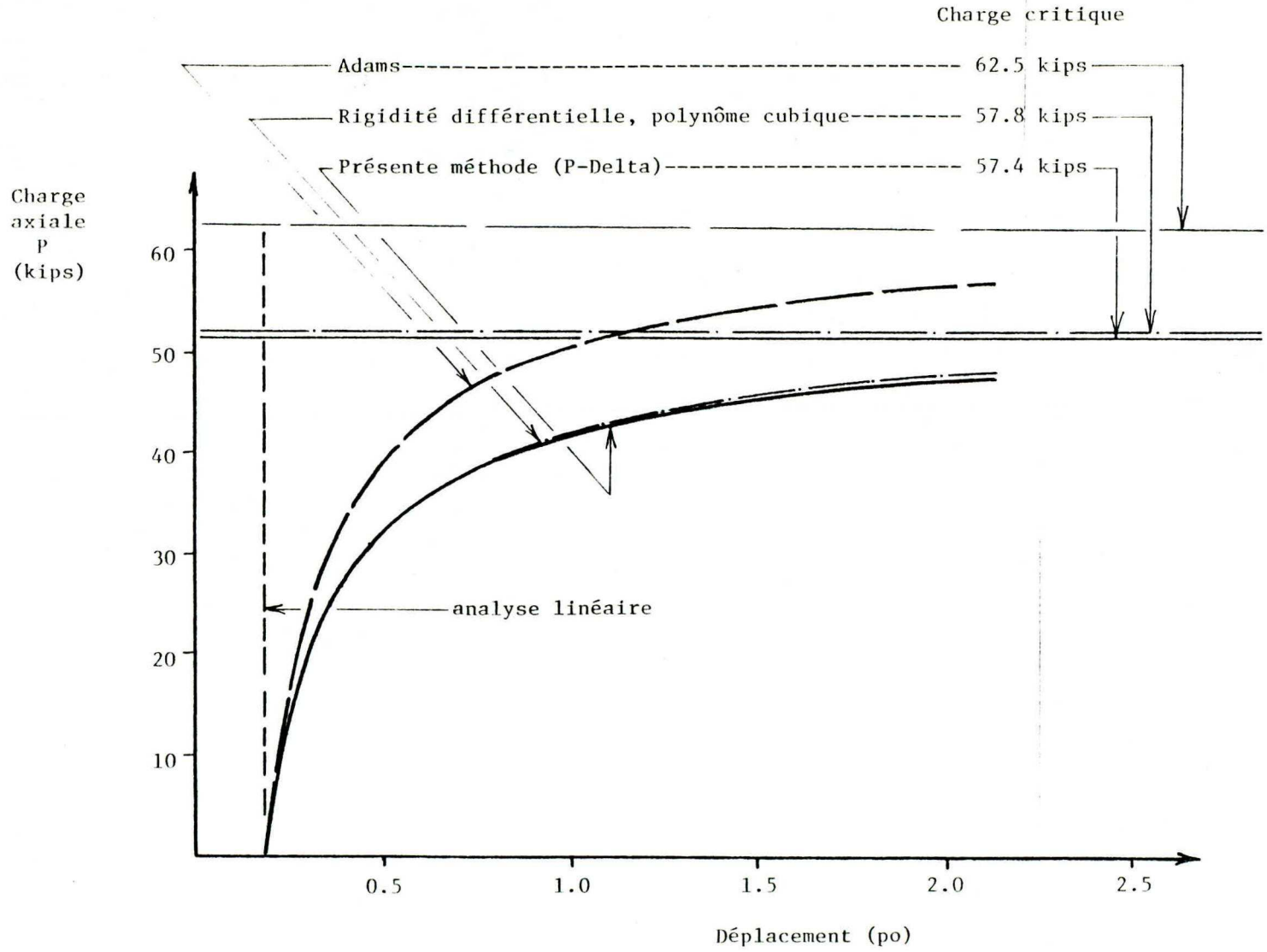
(figure 2.22) Déplacements d'un diaphragme rigi



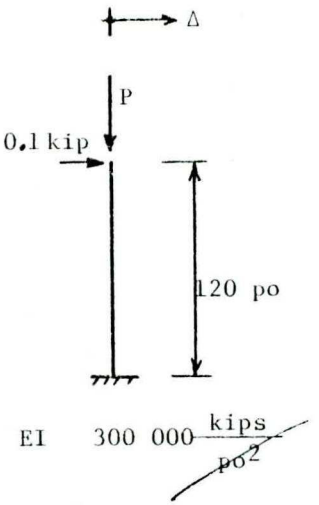
(figure 2.23) Comportement non linéaire d'un poteau encastré.



(figure 2.24) Méthode du cisaillement horizontal pour le traitement de l'effet P-Delta.



(figure 2.25) Déplacements au sommet d'un poteau encastré.



P (kips)	Méthode de Adams: Δ (po)	Méthode de Adams: itérations requises	Méthode de rigidité différentielle: approximation linéaire Δ (po)	Méthode de rigidité différentielle: approximation cubique Δ (po)	Présente méthode (équation 2.84) Δ (po)
0	0.192	(1)	0.192	0.192	0.192
10	0.229	(5)	0.229	0.238	0.238
20	0.282	(6)	0.282	0.312	0.313
30	0.369	(9)	0.369	0.455	0.457
40	0.533	(15)	0.533	0.839	0.856
50	0.960	(34)	0.960	5.520	6.930
51.4					∞
~~51.8~~ 57.7				∞	
60	4.800	(> 100)	4.800		
62.5			∞		

(tableau 2.1) Déplacements au sommet d'un poteau encastré.

Chapitre 3

Présentation du programme d'analyse

Le programme PDELTA présenté ici exécute l'analyse d'une structure plane ou spatiale composée de poutres et de barres prismatiques. L'effet secondaire de l'effort axial sur les moments de flexion, appelé effet P-Delta peut, si on le désire, être considéré dans l'analyse, de même que l'effet de l'énergie de cisaillement sur le comportement en flexion.

Le programme permet en outre d'inclure des restreintes rigides, donc, de bloquer complètement certains degrés de liberté et aussi des restreintes élastiques, utilisées pour connaître les réactions d'appui ou pour représenter une fondation élastique. On peut également simuler un ou plusieurs planchers rigides et scinder ensemble certains degrés de liberté, par exemple les déplacements horizontaux de tous les points d'une poutre.

Au point de vue du chargement, il est possible d'appliquer, en plus des efforts aux noeuds, des charges transversales en travée de deux types: la charge uniformément répartie sur toute la travée et les charges ponctuelles. De plus, grâce aux restreintes élastiques, il est facile de simuler un mouvement d'appui. Le programme permet aussi d'étudier l'effet des changements de température dans un ou plusieurs éléments et offre la possibilité de calculer automatiquement l'effet du poids propre.

3.1 DIVERS ASPECTS OPERATIONNELS

Le programme, dont la liste des énoncés apparaît à l'appendice A.1, a été conçu pour être exécuté entièrement en mémoire centrale et mis au point sur une machine IBM 360-75. Il requiert un compilateur FORTRAN-IV, niveau H qui optimise la séquence des opérations et exige un espace-mémoire d'environ

170 k en plus de l'espace nécessaire pour contenir la matrice de rigidité en mots de huit octets sous forme vectorielle. Tous les calculs sont effectués en double précision, cette mesure de prudence étant nécessaire pour assurer la fiabilité des résultats calculés sur ordinateur IBM. L'espace-mémoire requis est donc

$$170 + \frac{8 * (\text{espace requis pour la matrice})}{1{,}000}$$

milliers d'octets (k-bytes). La capacité du programme est donc limitée par l'espace disponible en mémoire centrale.

La version actuelle du programme prévoit les limites supérieures suivantes:

ISPACE,	la longueur de la matrice de rigidité	135 000
NDDL,	le nombre total de degrés de liberté actifs	1 500
N,	le nombre de noeuds	250
NNC,	le nombre de chargements sur les noeuds	illimité
M,	le nombre d'éléments	600
NEC,	le nombre de chargements en travée	300
NMAT,	le nombre de matériaux différents	5
NSECT,	le nombre de sections différentes pour les éléments	30
NRES,	le nombre d'appuis élastiques	20
NPLAN,	le nombre de planchers rigides	30
NIDENT,	le nombre de degrés de liberté scindés	500

Naturellement, ces limites peuvent être modifiées en changeant les déclarations de dimension des tableaux et vecteurs. Afin de rendre plus aisée cette transformation, les déclarations dimensionnelles des sous-routines sont généralement définies à l'aide de variables qui sont transférées du programme d'appel à la sous-routine en question. Ainsi, il suffit de modifier les énoncés DIMENSION au début du programme principal pour ajuster les limites aux besoins du problème. Cependant, l'utilisateur qui désire changer la longueur disponible de la matrice de rigidité doit aussi modifier les énoncés dimensionnels des sous-routines de décomposition et de solution du système (S/R DBAND et SBAND). En outre, le tableau IPLAN de la sous-routine LEPLAN doit être redimensionné si l'on veut varier le nombre de planchers rigides disponibles.

La solution du système d'équations est effectuée par décomposition de la matrice de rigidité en un triple produit de matrice. Les matrices triangulaires supérieures et inférieures sont la transposée l'une de l'autre avec des termes unitaires sur la diagonale tandis que la matrice intermédiaire est diagonale. L'algorithme utilisé correspond à la méthode de Gauss.

3.2 TESTS DE CONVERGENCE SUR LE PROCEDE ITERATIF

L'analyse non linéaire des structures tenant compte de l'effet P-Delta se fait par le processus itératif décrit à la section 2.7. A la première résolution, comme on ignore la valeur des efforts axiaux P_i dans

chacun des éléments, les déplacements sont calculés en supposant nulles ces forces. La série de déplacements trouvés permet d'obtenir les efforts normaux P'_i, lesquels sont utilisés pour évaluer la rigidité modifiée des éléments et de là, une seconde série de déplacements et d'efforts P'_i.

Le test de convergence porte sur le vecteur des déplacements. Pour tout déplacement généralisé, on fait la différence entre sa valeur courante et la valeur qu'il avait à l'itération précédente. Cette variation est comparée à un écart maximal admissible, calculé comme un pourcentage donné de la valeur du déplacement considéré. Toutefois, le test n'est pas exécuté pour les translations ou les rotations inférieures à 0.001 en valeur absolue, ceci pour éviter que des déplacements sans importance ne contrôlent l'issue du test.

Le pourcentage d'écart sur les déplacements consécutifs peut être spécifié par l'utilisateur du programme, à défaut de quoi il est fixé à 2%. De plus, un contrôle sur le nombre d'itérations est possible, ceci pour éviter des calculs inutilement longs lorsque la structure est chargée juste en deçà de sa charge critique et, par conséquent, que la convergence est lente. Le calcul est automatiquement arrêté après cinq (5) itérations, à moins que l'utilisateur n'impose une limite différente.

3.3 SYSTEMES DE COORDONNEES ET SIGNES

La convention de signes utilisée pour les entrées/sorties du programme

PDELTA est reliée aux systèmes droits de coordonnées cartésiennes utilisés pour la description de la structure.

La géométrie des noeuds est constituée dans ce qu'on appelle le système de coordonnées globales. C'est donc à ce système de coordonnées globales que se réfèrent les charges appliquées aux noeuds de même que les déplacements et les rotations des noeuds. Pour une structure tridimensionnelle, on utilise de préférence un système dont l'axe Z est pointé vers le haut. Cette convention est d'ailleurs obligatoire si l'on doit simuler un ou plusieurs planchers rigides puisque la transformation s'effectue en termes de translations en X et Y et d'une rotation autour de Z. Pour un problème plan, on doit procéder dans le plan XZ puisque le programme assigne les restreintes nécessaires de façon automatique. Il faut noter également que le calcul automatique du poids propre applique les charges dans la direction des Z négatifs.

Dans la définition des éléments, on introduit un système de coordonnées qu'on dit locales. Pour les problèmes dans l'espace, en plus de spécifier les noeuds gauche (1) et droit (2), il est nécessaire d'avoir recours à un troisième noeud (3), pour déterminer les plans principaux d'inertie de l'élément. On choisit le système de coordonnées locales avec son axe x dirigé de (1) vers (2) et son axe z dans le plan formé par les noeuds (1), (2) et (3) et dirigé du même côté de l'axe x que le noeud (3). L'axe y est placé de façon à ce que les trois forment un système droit (figure 3.2). Pour les problèmes bidimensionnels, l'axe x

va de (1) vers (2) et l'axe z se place perpendiculairement, ayant subi une rotation anti-horaire de 90° (figure 3.3).

Ce système de coordonnées locales sert à définir les propriétés des éléments, en particulier les aires utiles en cisaillement A_s (A_y et A_z) et les inerties de flexion I (I_y et I_z). Les figures 3.2 et 3.3 illustrent l'interprétation des propriétés. Les coordonnées locales servent en outre, de système de référence pour les chargements en travée et pour les réactions en bout ou au centre des éléments. Par exemple sur la figure 3.2, une charge en travée dirigée vers le bas aura une composante positive en y et négative en z pour la poutre [1], positive en y et positive en z pour la poutre [2], négative selon ces deux mêmes axes pour la poutre [3].

3.4 SYSTEMES D'UNITES

Pour une structure donnée, toutes les longueurs et toutes les forces doivent normalement être données en unités consistantes. Si par exemple, l'unité de longueur est le pouce et l'unité de force, le kip, les aires sont en pouce^2, les inerties en pouce^4, les modules d'élasticité et de cisaillement en kips/pouce^2, les moments en kips-pouce. Il est cependant permis de spécifier tout le problème en pieds mais avec les propriétés des matériaux et des éléments en pouces sous réserve d'entrer la variable IPIED = 1. Dans ce cas, toutes les données de la structure sont imprimées telles que lues et, s'il y a lieu, transformées en pieds avant

la résolution. Les déplacements sont alors en pieds, les moments en force-pied.

3.5 PREPARATION DES DONNEES

Les données du problème à analyser sont fournies en cinq blocs distincts: le titre (A) est suivi de la carte de contrôle (B), puis de la description des noeuds (C), des éléments (D) et des chargements (E). Ces trois derniers blocs sont eux-mêmes subdivisés en sous-blocs. Chaque bloc et sous-bloc doit être annoncé par une carte de séparation avec une étoile (*) en première colonne. Cette procédure, en plus de fournir à l'utilisateur un ensemble de données plus aéré et plus facilement identifiable permet également un contrôle plus rigoureux de la cohérence des entrées.

Toutes les données sont lues en FORMAT fixe, les entiers en cinq caractères (I5), les réels en dix (F10.0).

3.5.1 (A) Titre et (B) Contrôle.

Le bloc TITRE permet à l'utilisateur d'identifier le travail. La carte de CONTROLE contient les paramètres requis pour décrire la structure, le chargement et le mode d'exécution désiré.

3.5.2 (C) Information concernant les noeuds.

Le premier sous-bloc (C-1) de la description des NOEUDS détermine

la géométrie de la structure. On peut spécifier chaque noeud et ses coordonnées X, Y et Z sur une carte ou, si l'arrangement le permet, faire générer automatiquement toute une série de noeuds équidistants le long d'une même droite.

Le sous-bloc C-2 contient les restreintes rigides. Ici encore on peut avoir recours à un algorithme d'assignation automatique. Les degrés de liberté qu'on déclare bloqués ne sont pas assemblés dans la matrice de rigidité globale et les réactions pour empêcher ces déplacements ne sont pas calculées. Pour simuler un appui rigide dont on veut connaître la réaction, la façon de procéder sera d'imposer une restreinte élastique d'une grande raideur (voir D-4).

Le programme étant conçu pour analyser des ossatures tridimensionnelles à noeuds rigides, on assigne normalement six degrés de liberté par noeud, soit les trois translations selon X, Y et Z et les trois rotations autour de ces mêmes axes. Pour des problèmes de treillis dans l'espace, on n'utilise que les trois degrés de liberté de translation. Pour les cadres dans le plan, seulement les déplacements X et Z et la rotation autour de Y sont actifs et cette dernière bloquée pour des treillis bidimensionnels. Le programme assigne automatiquement ces restreintes en correspondance avec le type de structure indiquée sur la carte de contrôle (B) (voir tableau 3.1). L'utilisateur est libre cependant de spécifier une structure rigide tridimensionnelle et d'appliquer lui-même les restreintes voulues s'il désire par exemple étudier un problème

planaire dans un autre plan que le plan X-Z.

Au sous-bloc C-3, on identifie les planchers rigides qui peuvent être générés de façon automatique si chacun d'eux contient le même nombre de noeuds. On ne peut simuler de diaphragmes rigides que dans le plan X-Y.

Le sous-bloc C-4 sert à indiquer les degrés de liberté qu'on veut, pour une raison ou une autre accoupler. Pour représenter par exemple une poutre horizontale parfaitement rigide axialement, il suffit de définir comme identiques les déplacements horizontaux de tous les noeuds de la poutre. Plusieurs autres situations peuvent être traitées de façon élégante en scindant les degrés de liberté, par exemple, le cas d'un assemblage rotulé de deux parties à noeuds rigides (figure 3.4). En un pareil cas, il suffit de définir deux noeuds distincts A et B ayant les mêmes coordonnées et d'identifier les déplacements u_B et ω_B à u_A et ω_A respectivement. On se trouve donc, en définitive, avec un noeud à quatre degrés de liberté soit u, ω, Θ_A et Θ_B au lieu de seulement trois.

3.5.3 (D) Information concernant les éléments.

La définition des ELEMENTS se fait en trois étapes: la description des matériaux, des propriétés géométriques des sections et des incidences des éléments.

Les matériaux sont identifiés au bloc D-1. Chacun d'eux se voit assigner un module d'élasticité E, un module de cisaillement G, un coefficient de dilatation thermique et un poids spécifique.

Au sous-bloc D-2, on décrit les sections utilisées. On leur attribue une aire transversale, une aire utile en cisaillement suivant les deux directions (si l'on désire inclure l'effet du cisaillement sur la flexion), une inertie en torsion et une inertie en flexion autour de chacun des axes principaux. Cependant, de toutes ces propriétés géométriques, l'utilisateur n'est tenu de spécifier que celles qui sont nécessaires à l'établissement de la matrice de raideur. Pour un cadre planaire, par exemple, on est dispensé de fournir l'inertie de torsion, l'aire en cisaillement suivant y et l'inertie de flexion autour de z. De la même façon, un treillis tridimensionnel ou planaire n'exige que la section transversale.

Le dernier sous-bloc D-3 dans la définition des éléments donne les points d'attache et l'orientation dans l'espace des directions principales d'inertie. Le noeud auxiliaire (3) situé dans le plan local x-z de l'élément remplit cette dernière fonction. D'autre part, l'élément de treillis n'ayant aucune rigidité de flexion et la poutre planaire se voyant directement assigner le plan de flexion x-z, il est inutile d'indiquer un noeud auxiliaire en pareil cas. Un algorithme pour générer automatiquement les incidences des éléments est disponible. Le bloc D-3 sert de plus à indiquer la présence des rotules aux extrémités des poutres lorsque nécessaire.

Les appuis élastiques sont définis au sous-bloc D-4 par les noeuds auxquels ils sont attachés, leur rigidité et leur direction d'action qui peut être translationnelle suivant X, Y ou Z ou rotationnelle autour de ces axes. Plusieurs ressorts identiques peuvent être générés automatiquement par une seule commande.

Les cas où l'on désire expliciter une réaction d'appui ne représentent pas les seules situations où les ressorts s'utilisent avec profit. Les problèmes de structures sur fondation souple peuvent être abordés grâce à cet artifice pourvu qu'on connaisse le module de fondation. Aussi, l'imposition de déplacements initiaux se réalise aisément: il suffit d'appliquer au noeud une force F de sorte que le ressort qui s'y trouve soit déformé dans la direction voulue. Si on a eu soin de prendre un ressort suffisamment rigide, le déplacement sera à toutes fins pratiques égal au rapport de la force sur la constante du ressort ($\Delta = F/k$).

Le traitement interne des appuis élastiques se fait, au niveau de la matrice de raideur du système, en ajoutant sur le terme de la diagonale correspondant au degré de liberté concerné un coefficient égal à la rigidité k du ressort. On se trouve simplement alors à assembler un élément supplémentaire au noeud.

3.5.4 (E) Information concernant les chargements.

Le programme d'analyse permet un nombre illimité de cas de chargement,

chacun pouvant être composé de charges aux noeuds, de charges en travée et de variations de températures locales ou généralisées. Chaque cas de chargement représente un bloc E autonome: le programme ne prévoit donc pas la possibilité de combiner ensemble plusieurs cas de chargement. Cet inconvénient est toutefois atténué vu la possibilité de générer automatiquement les charges.

La première section (E-1) du bloc annonce le numéro du cas de chargement, son titre et les paramètres de contrôle quant au nombre de charges aux noeuds, en travée et de température. On y indique de plus si le poids propre doit être considéré dans le calcul.

Le sous-bloc (E-2) fournit les charges nodales, le sous-bloc (E-3), les charges transversales sur les éléments. Dans ce dernier cas, il importe de spécifier correctement la direction d'application de la charge en travée, codée 1 pour l'axe local z et 2 pour l'axe local y. De plus, la distance entre le point d'application de la charge et l'extrémité gauche de l'élément (le noeud 1) est indiquée. Si elle est laissée en blanc ou définie comme nulle, alors on simule un chargement uniformément distribué et l'intensité de la charge est interprétée comme étant une force par unité de longueur.

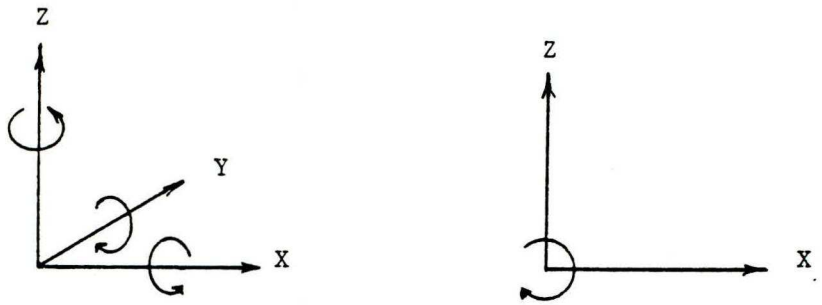
Les variations de température des éléments sont fournies sur les cartes du sous-bloc (E-4). Il est à noter qu'un changement thermique peut s'appliquer à un ou plusieurs éléments comme à toute la structure

et que l'on peut soumettre différentes parties d'une structure à des variations de température distinctes. Les chargements de variation de température peuvent s'utiliser pour simuler la précontrainte dans les éléments ou les erreurs d'assemblage.

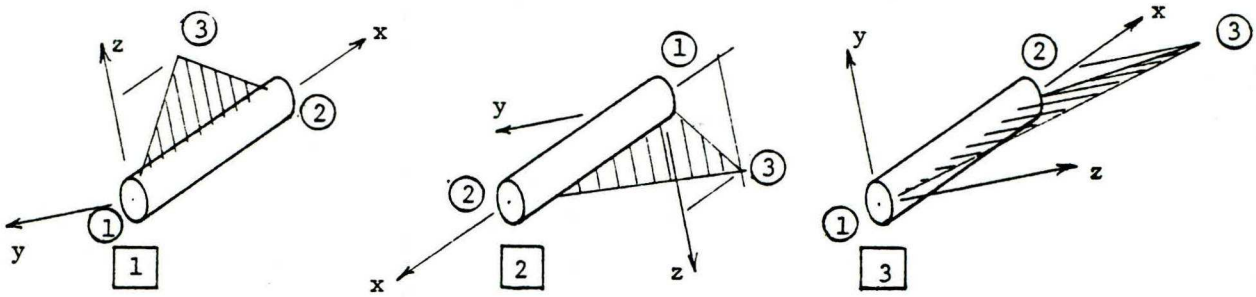
3.5.5 (F) Fin des données.

Le programme PDELTA permet de solutionner en une seule phase plusieurs problèmes différents. Il suffit alors d'annexer le fichier du problème suivant au précédent en reprenant les données à partir du bloc TITRE. Pour indiquer la fin des données structurales, l'utilisateur a recours aux cartes du bloc F. Il peut à ce moment demander le traçage de la dernière déformée calculée ou terminer les données purement et simplement.

Le lecteur est prié de se référer à l'appendice A.2 pour une présentation plus schématique et plus détaillée de la préparation des données.



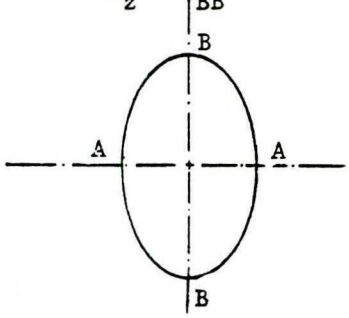
(figure 3.1) Systèmes de coordonnées globales.



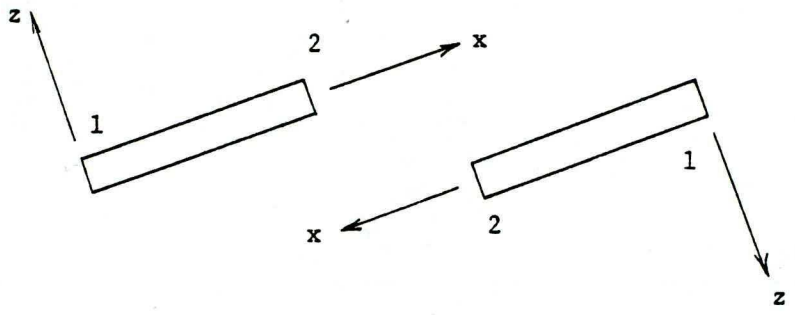
$I_y = I_{AA}$
$I_z = I_{BB}$
$A_y = A_{AA}$
$A_z = A_{BB}$

$I_y = I_{AA}$
$I_z = I_{BB}$
$A_y = A_{AA}$
$A_z = A_{BB}$

$I_y = I_{BB}$
$I_z = I_{AA}$
$A_y = A_{BB}$
$A_z = A_{AA}$



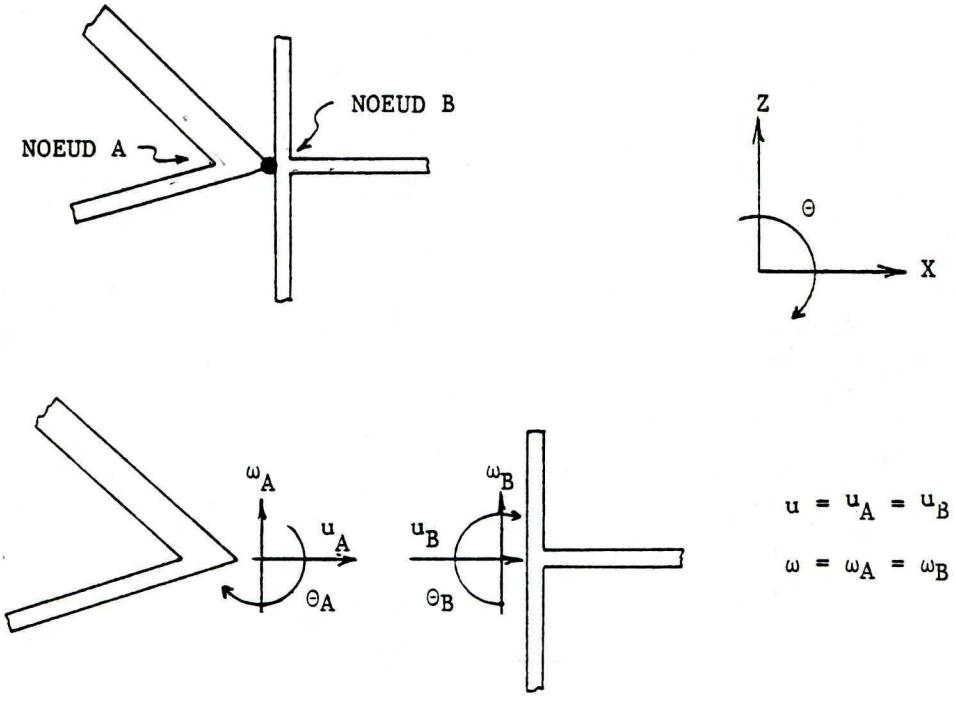
(figure 3.2) Système de coordonnées locales dans l'espace.



$I = I_y$

$A_s = A_z$

(Figure 3.3) Système de coordonnées locales dans le plan.



(Figure 3.4) Assemblage rotulé de pièces à noeuds rigides.

Type de structure	Dépl-X	Dépl.-Y	Dépl.-Z	Rot-X	Rot-Y	Rot-Z
1. Cadre 3-D	0	0	0	0	0	0
2. Treillis 3-D	0	0	0	1	1	1
3. Cadre 2-D	0	1	0	1	0	1
4. Treillis 2-D	0	1	0	1	1	1

(Tableau 3.1) Degrés de liberté actifs (0) et bloqués (1).

Type de structure	Section transversale	Aires en cisaillement		Inertie torsion	Inerties en flexion	
	A_x	A_y	A_z	J	I_y	I_z
1. Cadre 3-D	oui	oui	oui	oui	oui	oui
2. Treillis 3-D	oui	non	non	non	non	non
3. Cadre 2-D	oui	non	oui	non	oui	non
4. Treillis 2-D	oui	non	non	non	non	non

(Tableau 3.2) Propriétés requises pour les sections selon le type de structure.

Chapitre 4

Cas d'application du programme

Le présent chapitre passe en revue un grand nombre d'exemples d'application au programme PDELTA. Les cas traités illustrent les divers aspects théoriques présentés au chapitre 2 et les résultats analytiques obtenus sont généralement vérifiables à la main ou dans la littérature. Cette partie du travail vise donc essentiellement à confirmer la validité de la formulation et du programme.

La dérivation relative à la déformation de cisaillement dans les poutres est d'abord vérifiée. Deux exemples de poutres isostatiques planes sont présentés et les solutions s'accordent bien à celles qui découlent de la théorie de l'élasticité.

Une poutre continue à trois travées sert ensuite à illustrer le calcul des sollicitations à mi-portée.

L'étude de deux cadres simples et d'une ossature de bâtiment à planchers rigides introduit le calcul élastique linéaire pour des structures tridimensionnelles.

Subséquemment, on examine quelques problèmes de stabilité élastique: trois treillis planaires d'abord, un cadre planaire ensuite et enfin, un cadre spacial à noeuds rigides.

Le chapitre se termine avec trois applications dans le domaine de la non-linéarité géométrique. Une structure de bâtiment, un mât haubané et un petit cadre à six poteaux sont alors analysés.

4.1 EFFET DE LA DEFORMATION DE CISAILLEMENT

Dans la théorie de poutre l'énergie de déformation due au cisaillement est négligeable étant données les faibles dimensions de la section par rapport à la longueur de l'élément. Les deux exemples qui suivent illustrent bien l'importance croissante du cisaillement sur le déplacement à mesure que la section devient de plus en plus profonde.

4.1.1 Poutre en porte-à-faux.

Le porte-à-faux de la figure 4.1 est soumis à une charge d'extrémité. L'idéalisation pour le calcul suivant la théorie du chapitre 2 comporte un seul élément. Pour un rapport de forme de 1:1, la flèche à l'extrémité libre n'est sous-évaluée que d'environ 10%; l'erreur est de 48% si l'on utilise la théorie de poutre. On remarque par ailleurs que l'effet du cisaillement n'affecte le déplacement que de 1% lorsque le rapport de forme est de 10:1.

4.1.2 Poutre simple chargée uniformément

Le second exemple est celui d'une poutre simple soumise à une charge transversale uniformément distribuée sur toute sa longueur. Deux éléments ont été utilisés pour l'analyse et les résultats concordent bien avec ceux de Timoshenko (réf. 12). Pour un rapport de forme de 1:1, l'erreur encourue se chiffre à moins de 7% versus 70% en théorie de poutre. L'importance du cisaillemnet devient négligeable pour une portée supérieure à 10 fois la profondeur.

Il est intéressant de comparer les déviations aux réponses théoriques pour chacun des deux exemples présentés. Dans le cas du porte-à-faux le déplacement est sous-évalué parce que la théorie utilisée ne permet pas le gauchissement de la section. Pour le cas de la poutre simple, on s'attendrait à une erreur dans le même sens pour la même raison. Cependant, étant donné que l'effort tranchant est supposé constant le long de l'élément (figure 2.3) dans le calcul de ses coefficients de rigidité (alors qu'il varie linéairement), la raideur est sous-estimée. On ajoute donc à l'erreur causée par la restreinte du gauchissement une erreur dans le sens opposé avec le résultat que le déplacement est finalement sur-évalué. D'une façon générale, les résultats confirment bien la validité de la formulation simplifiée pour l'effet du cisaillement et marquent une amélioration importante de la théorie de poutre pour les cas présentés.

4.2 CALCUL DES EFFORTS A MI-PORTEE LE LONG D'UNE POUTRE CONTINUE

La poutre continue à trois travées montrée à la figure 4.3 est présentée pour vérifier le calcul des sollicitations à mi-portée et s'assurer que la superposition des charges en travée s'effectue correctement lors du calcul.

Les diagrammes des efforts tranchants et des moments de flexion pour l'analyse linéaire (sous charge axiale nulle) apparaissent en trait plein et sont aisément vérifiables à la main. Les sollicitations de la même structure soumise en plus à une charge axiale de tension et de compression sont indiquées. On remarque que les efforts tranchants ne sont pratiquement

pas affectés par cette force axiale. Les moments fléchissants, pour leur part sont passablement changés: la compression les fait tous augmenter et la tension les fait tous diminuer, exception faite du moment central de la travée intermédiaire. Dans l'exemple proposé, sous charge de compression, une analyse linéaire aurait donné pour le moment au centre de la travée de gauche une valeur sous-estimée de 44% (17.26 au lieu de 24.77).

4.3 ANALYSE DE STRUCTURES TRIDIMENSIONNELLES

Trois exemples de cadres tridimensionnels sont présentés. Les deux premiers problèmes ont été solutionnés par Gere et Weaver (réf. 6); l'autre a fait l'objet d'une publication de Weaver et Nelson (réf. 5). La reprise de ces exemples a pour but premier de valider les matrices de transformation mais sert aussi à vérifier le fonctionnement intégral du programme dans le domaine linéaire.

4.3.1 Cadres spaciaux A et B.

Le cadre spacial A est formé de trois éléments dont les propriétés sont identiques. Le plan XZ constitue un plan principal d'inertie pour le poteau AB et la poutre BB'C. Le poteau incliné CD a un plan principal vertical donc, parallèle à l'axe global Z. Le troisième noeud servant à indiquer l'orientation des directions principales d'inertie des éléments peut donc être placé en C'.

L'arrangement géométrique, les propriétés et le chargement du cadre A sont indiqués à la figure 4.4. On présente au tableau 4.3 certains résultats significatifs dont les déplacements des trois points de la poutre BB'C; le diagramme des moments fléchissants de la même poutre est tracé.

Les trois poutres constituant le cadre spacial B montré à la figure 4.5 ont leur plan majeur d'inertie qui contient le point O', lui-même faisant partie du plan formé par les trois appuis E_1, E_2, E_3 de la structure.

Le tableau 4.4 donne les résultats d'analyse sous le cas de chargement indiqué. Les moments de flexion dans le plan majeur d'inertie et les efforts axiaux des trois éléments sont présentés.

Les résultats obtenus pour ces deux structures corroborent parfaitement les solutions fournies par Gere et Weaver (réf. 6).

4.3.2 Bâtiment en L à vingt étages

La figure 4.6 montre l'ossature d'un édifice à vingt étages. Les planchers dont une vue de plan apparaît à la figure 4.8 sont constitués d'une dalle de béton reposant sur des poutrelles d'acier. Les poutres ont les mêmes dimensions à tous les étages mais les colonnes deviennent plus importantes à mesure que l'on descend vers la fondation: toutefois, les colonnes d'un étage donné sont identiques. Chaque élément de l'ossature est entouré de béton de la façon indiquée à la figure 4.7 et les

propriétés des sections basées sur la section d'acier plus l'aire brute de béton transformée en équivalent d'acier sont données au tableau 4.5. L'acier a un module d'élasticité de 30,000 kips/po^2, le béton, de 3333 kips/po^2.

Chaque plancher est soumis à un poids de 100 lb/pi^2 qu'on applique ponctuellement au droit des colonnes. La face correspondant au plan Y = 0 subit une pression de vent égale à 20 lb/pi^2, ce qui correspond pour chaque niveau à des forces de 2.88 kips aux colonnes externes et 5.76 kips aux colonnes intermédiaires tel qu'indiqué à la figure 4.8. Le vingtième étage ne subit que la moitié des forces de vent décrites puisque la surface exposée qui lui est tributaire correspond à la hauteur d'un demi-étage seulement.

L'analyse se fait en utilisant la transformation géométrique simulant le mouvement rigide des planchers (section 2.6.2). Les déplacements de l'étage supérieur à l'analyse linéaire concordent bien avec les résultats de Weaver et Nelson mais sont tous sous-évalués de 3% (figure 4.9). Cela nous laisse supposer que ces auteurs ont utilisé 29,000 au lieu de 30,000 comme module d'élasticité (30,000/29,000 = 1.03). En réajustant les résultats de PDELTA en fonction de ce facteur, on obtient une parfaire concordance des réponses.

4.4 PROBLEMES DE STABILITE ELASTIQUE

Comme nous en faisions mention au chapitre 2, il y a une parenté très

proche entre les problèmes de non-linéarité géométrique et de stabilité élastique. Les deux phénomènes s'étudient d'ailleurs à partir des mêmes équations fondamentales, celles-là mêmes que nous avons exposées plus haut.

Il arrive rarement en pratique du génie civil que nous ayons à déterminer la charge critique d'une structure. Le plus souvent, les sollicitations imposées dépasseront la capacité des matériaux avant que la stabilité élastique du système ne soit mise en danger. Il n'en demeure pas moins que les problèmes de stabilité constituent la meilleure vérification possible pour un programme d'analyse non linéaire et c'est à ce titre que nous en présentons quelques-uns ici.

4.4.1 Deux treillis.

Les deux treillis présentés aux figures 4.10 et 4.11 ont été étudiés par Timoshenko et Gere (réf. 4) du point de vue de leur stabilité élastique. Pour chacun la charge critique est donnée par une formule simple: les dimensions et les différents paramètres des structures ont été choisis afin de conduire à une valeur de 100 pour cette charge de flambage théorique.

Comme nous le soulignions au chapitre 2, l'étude de l'évolution du déterminant (dét $[K]$) permet de cerner précisément la charge critique, ce déterminant devenant nul lorsqu'on atteint la condition d'équilibre neutre.

Pour chacun des deux treillis étudiés, les figures 4.10 et 4.11

fournissent une courbe de la dégradation du déterminant en fonction de la charge appliquée et aussi, un graphique de la relation force-déplacement pour un degré de liberté significatif Δ. Dans chaque cas, les courbes annoncent clairement l'état d'instabilité à la charge de 100 kips prévue par la solution théorique.

4.4.2 Colonne à treillis.

La charge critique d'une colonne à treillis s'avère toujours inférieure à celle d'une colonne solide de même section et de même inertie: l'écart est avant tout attribuable à la plus grande susceptibilité des colonnes à treillis aux déformations de cisaillement.

Des solutions analytiques ont été formulées pour différentes dispositions du contreventement de telles structures (réf. 4). Le mât élancé présenté à la figure 4.12 (b) constitue ainsi un exemple intéressant.

Deux idéalisations de ce mât sont montrées à la figure 4.12: le premier modèle (a) prend avantage de la symétrie globale et n'utilise que la moitié de la structure alors que la seconde (b) représente la structure complète.

Le modèle tronqué se comporte selon la prédiction théorique et le flambage se manifeste autant dans l'évolution du déterminant que dans celle du déversement relatif entre l'extrémité rotulée et la section à mi-hauteur. La déformée prend l'allure d'une sinusoidale avec un point

d'inflexion à chaque appui: l'on obtient ainsi la charge critique d'Euler correspondant au premier mode de flambage.

L'idéalisation du mât tout entier conduit à des résultats non moins intéressants. Le déterminant devient encore une fois nul à la charge théorique calculée de 136 kips mais, cette fois, les déplacements évoluent dans le sens du deuxième mode d'instabilité, avec un point d'inflexion additionnel à mi-hauteur. Le seul examen de la courbe de l'effort P en fonction du déversment Δ_C laisse donc croire que le flambage n'apparaît pas à une charge inférieure à 358 kips; cette valeur peut d'ailleurs s'obtenir si, en supposant une instabilité suivant le second mode, on substitue pour la longueur L dans la formule de la figure 4.12, la valeur $\frac{L}{2}$. Le déterminant pour sa part traduit fidèlement l'état de stabilité et révèle bien la charge critique minimale à 136 kips.

L'importance de considérer la valeur du déterminant est donc évidente. Ce critère devient en effet l'unique indicateur de l'instabilité dans un cas semblable où l'anti-symétrie des contreventements, par exemple, empêche le modèle mathématique de décrire un cheminement des déplacements.

Les trois exemples relatifs à la stabilité élastique traités jusque-là concernaient des éléments de barre ou encore, des poutres biarticulées. Les problèmes abordés aux paragraphes suivants impliquent des structures à noeuds rigides et constituent en cela des applications plus générales du programme d'analyse.

4.4.3 Cadre planaire.

Le schéma de la figure 4.14 montre un cadre bidimensionnel formé d'une poutre de longueur 2L au centre de laquelle vient s'attacher un poteau de longueur L. Le lien entre les deux éléments est parfaitement rigide et la poutre se voit appliquer un effort axial P.

Ici, encore, il est permis d'observer la décroissance du déterminant de la matrice de rigidité et son passage à une valeur négative au-delà de la charge critique. Le déplacement généralisé choisi pour caractériser la progression du comportement est la rotation du point de jonction des deux pièces. L'augmentation asymptotique de cette rotation au voisinage de la charge de flambage est très bien illustrée à la figure 4.14.

4.4.4 Portique tridimensionnel.

La stabilité du portique spacial dessiné à la figure 4.15 a été étudiée par quelques auteurs. Parmi eux, Tebedge et Tall (réf. 10) utilisent une formulation d'élément fini avec une matrice géométrique basée sur un polynôme cubique pour décrire le déplacement flexionnel et la rotation autour de l'axe longitudinal. Il s'agit essentiellement de la matrice présentée à la section 2.7.13 à laquelle s'ajoutent des termes permettant de représenter l'interaction entre l'effort axial et le moment de torsion dans la poutre.

La structure, soumise à des charges verticales à chaque noeud, présente deux modes d'instabilité globale pour des niveaux de chargement très près

l'un de l'autre. Le premier mode qu'on qualifie de flexionnel constitue en un déversement du portique et le second, dit torsionnel, se manifeste comme une rotation d'ensemble (figure 4.16). Il convient de mentionner que le terme torsionnel s'applique uniquement au comportement d'ensemble du modèle et que ce second mode n'engage en fait que la raideur en flexion des poteaux.

La courbe du déterminant en fonction de la charge appliquée révèle, comme il se doit, l'existence des deux charges critiques décrites (figure 4.15).

Le tableau 4.6 donne une comparaison des résultats du programme PDELTA avec ceux de Morino, Tebedge et Tall (réf. 10). A la suite des dérivations du chapitre 2, les valeurs des charges critiques s'avèrent inférieures aux prédictions des autres auteurs: dans le cas de ces derniers, la déformée de la structure est forcée d'épouser une fonction approximative qui ne traduit pas exactement son état d'énergie minimum. Notons par ailleurs que Tebedge et Tall utilisent deux éléments pour idéaliser chaque poteau plutôt qu'un seul comme nous l'avons fait; malgré cela, leur réponse est sur-estimée de 4% pour le premier mode et de 3% pour le second.

4.5 L'EFFET P-DELTA

A l'exception du tout dernier, les exemples d'application examinés jusqu'ici permettaient qu'on puisse vérifier d'assez près les solutions présentées soit à partir de la littérature théorique soit par l'entremise d'un programme d'analyse reconnu.

Au chapitre des problèmes proprement non linéaires cependant, les solutions exactes sont introuvables sauf pour des cas élémentaires telle une poutre-colonne ou un portique planaire simple. C'est donc à ce point-ci que l'effort de recherche commence à trouver sa justification, au moment donc d'aborder des problèmes plus complexes et plus concrets à la fois.

4.5.1 Bâtiment en L à vingt étages: étude non linéaire.

L'étude de l'ossature de la figure 4.6 est prolongée ici dans le domaine non linéaire. Les déplacements dans la direction Y des arêtes de la face exposée au vent sont présentés sous forme tabulaire (tableau 4.7) et tracés à la figure 4.16. L'analyse P-Delta révèle des écarts de 5 à 7% avec la solution du premier ordre.

L'influence de la non-linéarité sur les moments de flexion dans les pièces de l'assemblage s'illustre dans la figure 4.17. On y observe les efforts de flexion pour les quatre niveaux inférieurs dans la direction d'action du vent. Ici encore, les écarts avec les réponses linéaires se chiffrent entre 4 et 7%.

Les forces axiales dans les colonnes du rez-de-chaussée ne sont affectées que de façon négligeable par la considération des non-linéarités; la plus sollicitée d'entre elles, la colonne au droit au point C (figure 4.8) voit sa charge passer de 921 à 931 kips, soit une augmentation de 1%.

4.5.2 Mât haubané sollicité latéralement.

La structure montrée à la figure 4.18 est un pylône utilisé aux points de bifurcation d'une ligne de transport d'énergie. Soumis, donc à un chargement latéral très important, le mât est maintenu par deux haubans principaux inclinés de 45 degrés à la verticale et fixés au point d'attache du conducteur électrique. Deux autres câbles, les haubans secondaires, assurent la stabilité du pylône en torsion.

Le modèle analytique simplifié a été obtenu en calculant les propiétés axiales et flexionnelles équivalentes de l'ensemble des quatre membrures principales. Le mât est alors idéalisé comme une poutre continue à section et inertie variables dont le module d'Young est de 29,000 kips/po^2. Les haubans secondaires qui deviennent passablement lâches sous le cas de chargement étudié sont exclus du modèle; les haubans principaux, pour leur part, sont représentés par des barres et leur module d'élasticité est de 25,000 kips/po^2. Le tableau 4.8 contient les coordonnées des noeuds tandis que la définition et les propriétés des éléments apparaissent au tableau 4.9.

Les conditions d'appui de la structure sont réalisées par l'imposition de restreintes translationnelles à la fondation (noeud 1) et à la mise à terre des haubans (noeuds 29 et 30); notons par ailleurs que le noeud 32, utilisé pour définir la direction des plans d'inertie principaux, doit être complètement bloqué.

Le diagramme de la figure 4.19 montre le déversement latéral de la

structure tel que calculé par le programme. Le trait discontinu représente le résultat obtenu au premier cycle de calcul et la courbe en trait plein est la déformée issue de l'analyse non linéaire. La convergence de la solution est très rapide de telle sorte que la réponse s'obtient après deux itérations seulement.

La cambrure peut se calculer comme le déplacement latéral relatif à une droite joignant la fondation et la base de la pyramide d'attache des conducteurs. La flèche trouvée de la sorte au niveau 70 pieds passe de 3.40 pouces pour l'analyse linéaire à 4.62 pouces pour la solution non linéaire soit une progression de 36%.

Tel que prévu, le moment fléchissant au même point accuse une augmentation du même ordre, passant de 505.4 kips-po à 686.5 kips-po. La figure 4.20 montre par ailleurs que les efforts flexionnels sont affectés sensiblement dans la portion du pylône au-dessous de l'attache des haubans principaux et des conducteurs c'est-à-dire au-dessous du lieu d'application de l'énorme effort axial.

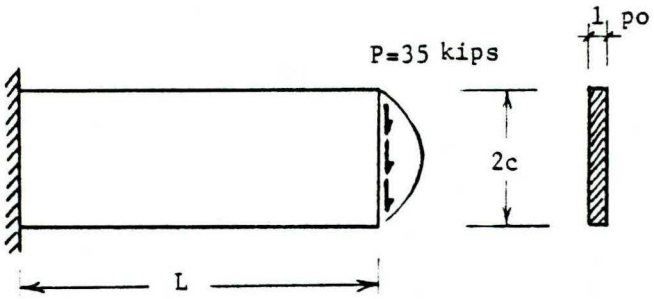
Les résultats de l'analyse effectuée à l'aide de PDELTA ont été comparés aux réponses fournies par le programme bien connu NASTRAN (réf.14). Etant donné le raffinement du modèle structural qui comprend vingt éléments dans la zone fortement comprimée, les deux solutions se sont avérées à toutes fins utiles identiques, les écarts maxima se chiffrant à 0.1%.

4.5.3 Cadre à six poteaux.

La structure tridimensionnelle présentée à la figure 4.21 a été analysée par Tezcan et Mahapatra (réf. 15) en utilisant une méthode basée sur la prise en compte des forces de débalancement issues des grands déplacements encourus. La formulation d'une matrice de rigidité dite tangentielle est utilisée et les résultats obtenus par ces auteurs apparaissent sur le graphique des déplacements du point A dans la direction Y.

L'utilisation du programme PDELTA conduit, tel qu'en témoignent les valeurs tracées à la figure 4.21, à une prédiction du comportement passablement différente. Alors que les auteurs cités obtenaient une matrice singulière sous un effort P de 1650 kips, l'asymptote se déclare à 1450 kips. D'autre part, l'évolution du déterminant révèle une instabilité sous 1100 kips environ. La figure 4.22 illustre le déplacement des points B et C dans la direction Y et met en évidence un mode de flambage torsionnel de l'ensemble, sous ce niveau d'effort; les mouvements observés résultent de l'application de petites forces de dérangement d'amplitude P/1000 dirigées dans la direction des X positifs aux noeuds chargés verticalement. On trouve donc deux modes d'instabilité, le premier torsionnel sous 1100 kips, le second, flexionnel sous 1450 kips.

L'utilité d'une formulation exacte de la matrice de raideur et de l'examen de son déterminant est donc encore une fois mise en évidence de façon convaincante.



$E = 30{,}000 \text{ kips/po}^2$

$G = 12{,}000 \text{ kips/po}^2$

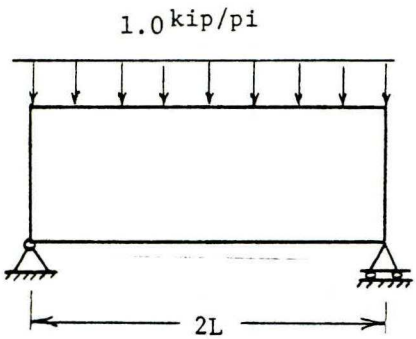
$c = 10 \text{ po}$

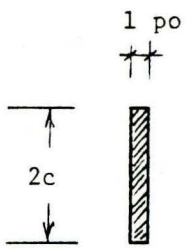
$I = 666.67 \text{ po}^4$

$A_s = \frac{20}{1.2} = 16.67 \text{ po}^2$

Rapport de forme L:2c	Solution théorique (réf. 12)	Théorie de poutre	(erreur)	Présente méthode	(erreur)
1:1	0.00904	0.00467	(-48.3%)	0.00817	(-9.6%)
2:1	0.04608	0.03733	(-19.0%)	0.04433	(-3.8%)
3:1	0.1391	0.1260	(- 9.4%)	0.1365	(-1.9%)
4:1	0.3162	0.2987	(- 5.5%)	0.3127	(-1.1%)
5:1	0.6052	0.5833	(- 3.6%)	0.6008	(-0.7%)
10.1	4.710	4.667	(- 0.9%)	4.702	(-0.2%)

(figure 4.1) Déplacements d'extrémité d'un porte-à-faux.
(tableau 4.1)





$E = 30{,}000 \text{ kips/po}^2$

$\nu = 0.3$

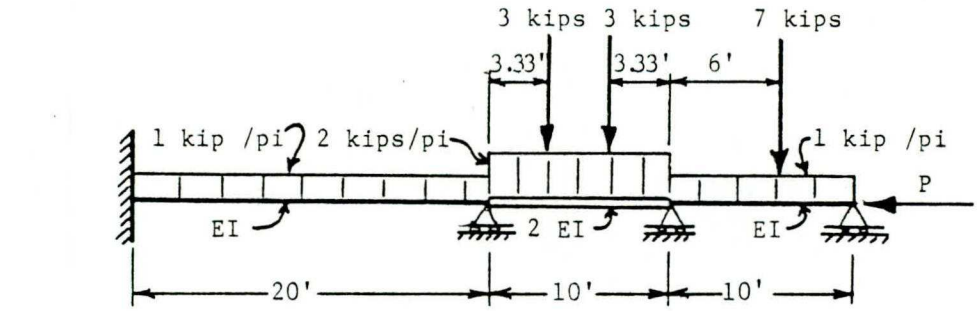
$c = 10 \text{ po}$

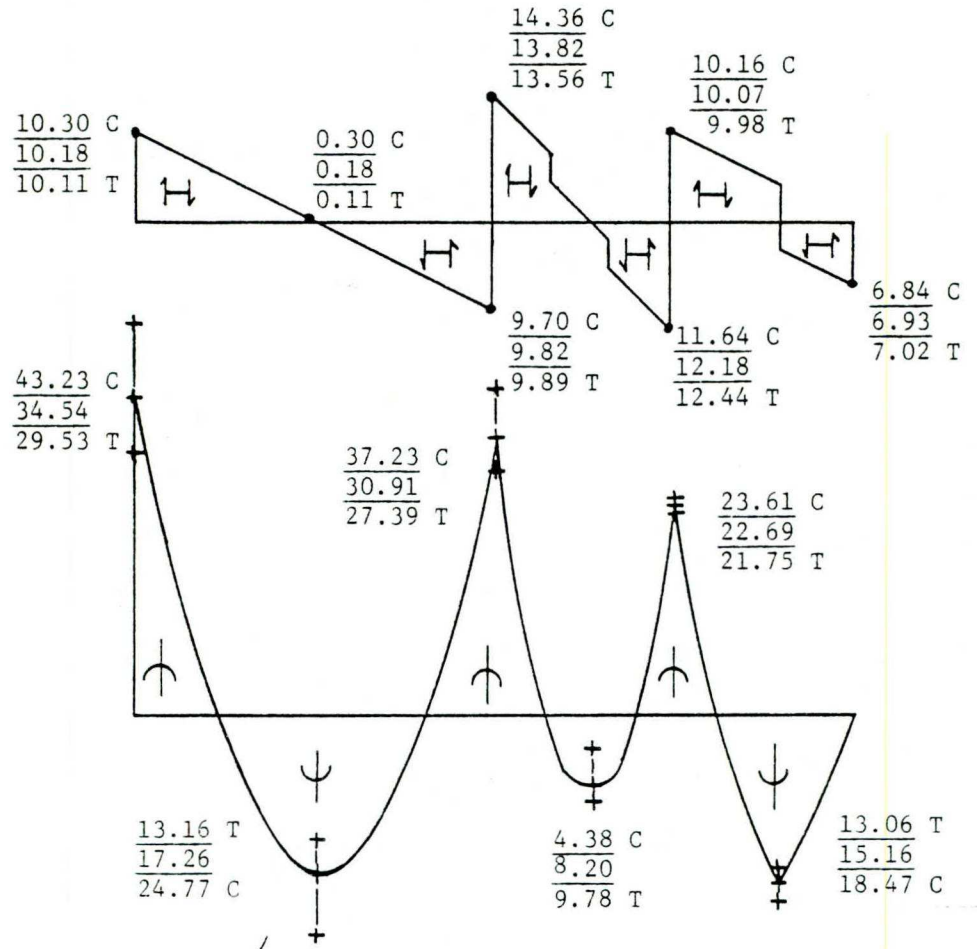
$I = 666.67 \text{ po}^4$

$A_s = \frac{20}{1.2} = 16.67 \text{ po}^2$

Rapport de forme L:c	Solution théorique (réf. 12)	Théorie de poutre	(erreur)	Présente méthode	(erreur)
1:1	0.00103	0.00031	(-69.5%)	0.00109	(+6.5%)
2:1	0.00785	0.00500	(-36.3%)	0.00812	(+3.4%)
3:1	0.03172	0.02531	(-20.2%)	0.03233	(+1.9%)
4:1	0.09140	0.08000	(-12.5%)	0.09248	(+1.2%)
5:1	0.2131	0.1953	(- 8.3%)	0.2148	(+0.8%)
10:1	3.196	3.125	(- 2.2%)	3.203	(+0.2%)

(figure 4.2) Flèche à mi-portée d'une poutre simple.
(tableau 4.2)





Effort tranchant (kips)

Moment de flexion (kips-pi)

EI = 3,000,000 kips/po^2

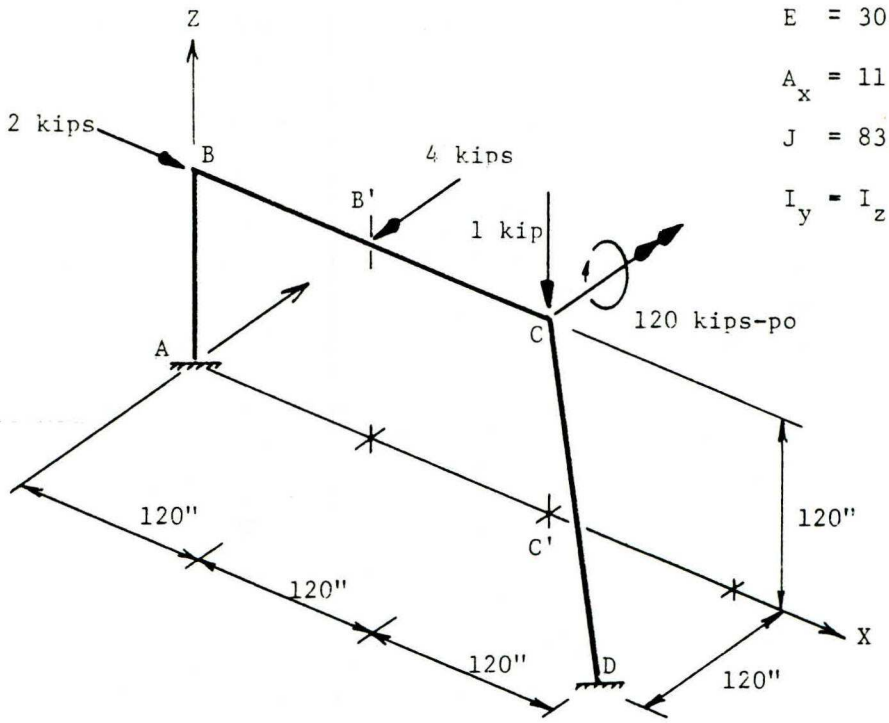
A = 1,0 po^2

P = ± 500. kips

échelles - longueurs 1" = 10'
- forces 1" = 20 kips
- moments 1" = 20 kips/pi

légendes C: avec force axiale de compression
T: avec force axiale de tension

(figure 4.3) Poutre continue à trois travées.



$E = 30{,}000 \text{ kips/po}^2$

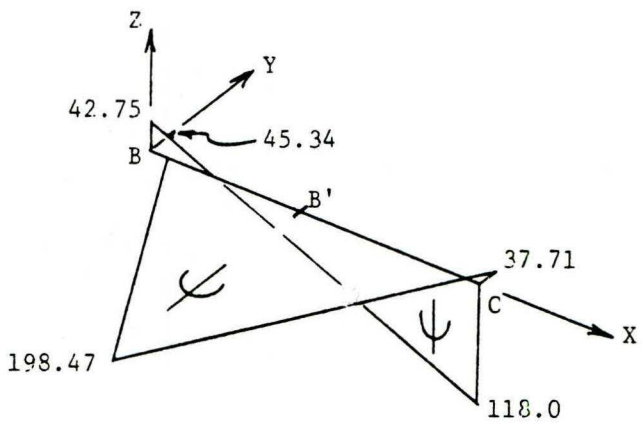
$A_x = 11.0 \text{ po}^2$

$J = 83.0 \text{ po}^4$

$I_y = I_z = 56.0 \text{ po}^4$

Noeud	suivant X	suivant Y	suivant Z
B	-0.1528	-0.6263	0.0002436
B'	-0.1535	-1.128	0.3894
C	-0.1542	-0.6139	0.4562

Déplacements de la poutre BC (pouces)



Moments fléchissants sur la poutre BC (kips-po)

(figure 4.4) Cadre spacial A.
(tableau 4.3)

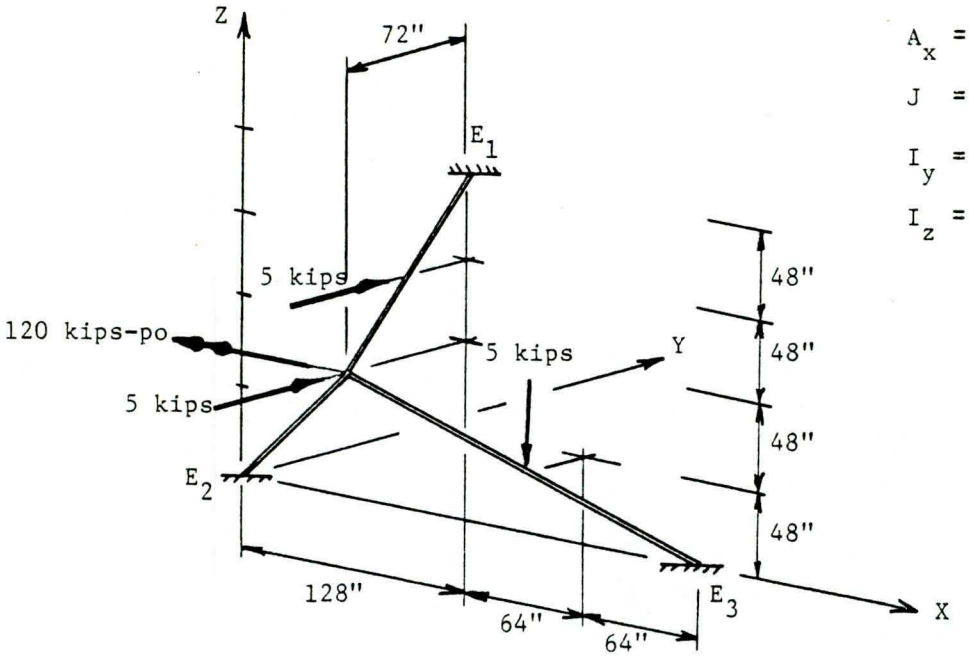
$E = 10{,}000 \text{ kips/po}^2$

$A_x = 9.0 \text{ po}^2$

$J = 64.0 \text{ po}^4$

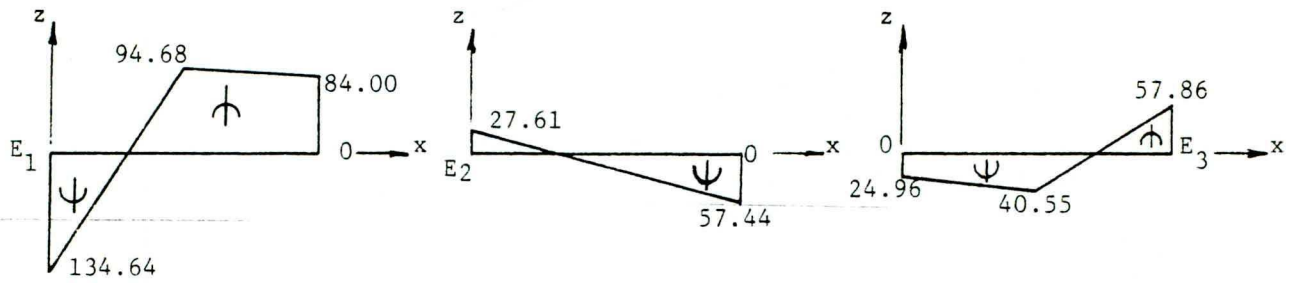
$I_y = 80.0 \text{ po}^4$ *

$I_z = 28.0 \text{ po}^4$



déplacement X -0.0002181	rotation X -0.005202
déplacement Y 0.01674	rotation Y 0.004495
déplacement Z -0.004062	rotation Z 0.0001870

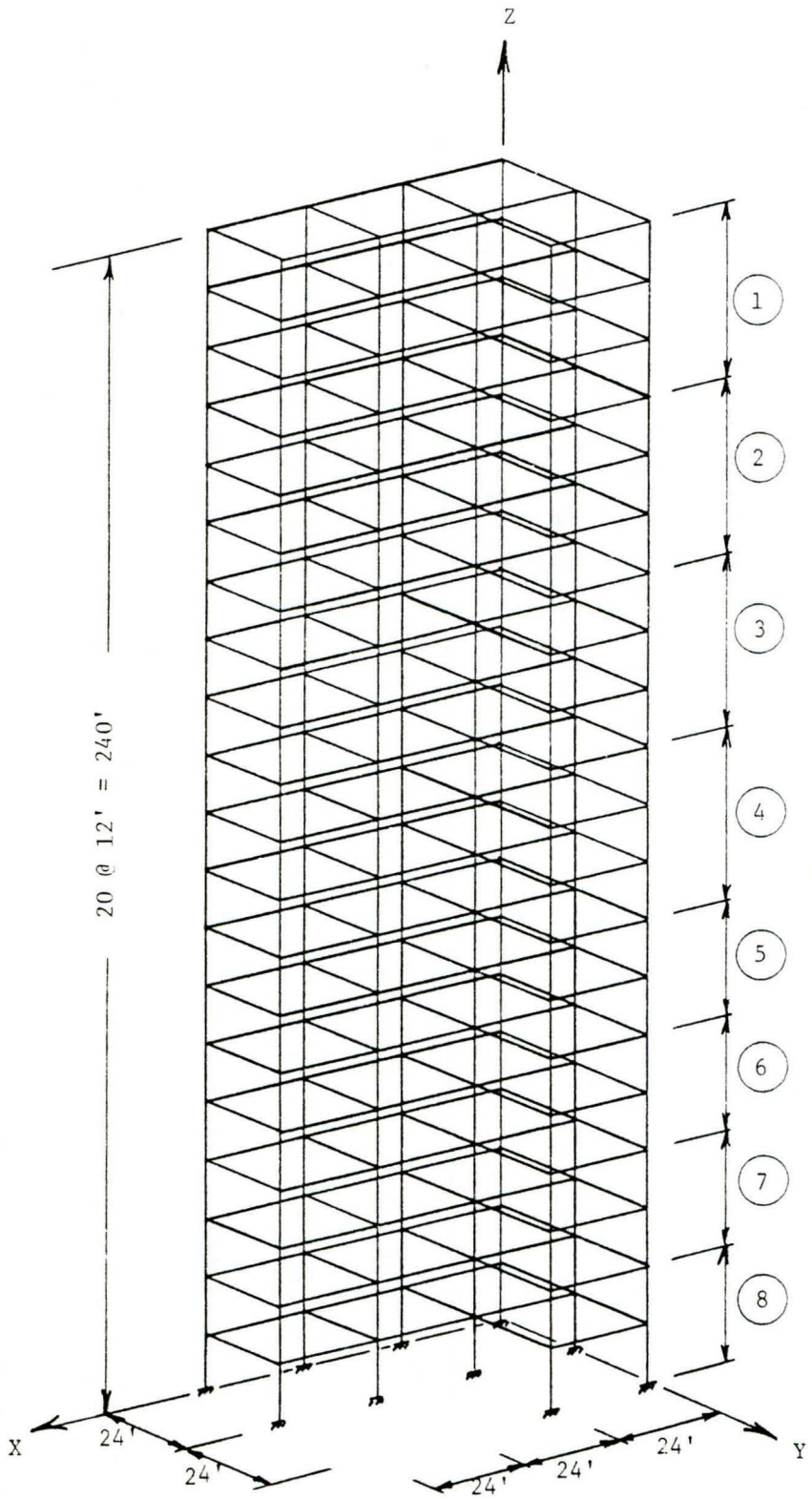
Déplacements et rotations du noeud 0 (po et rad.)



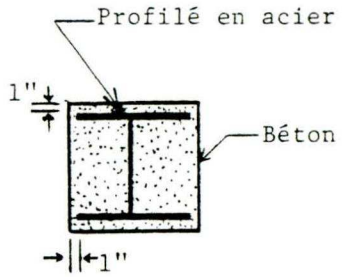
Moments fléchissants autour des axes locaux y (kips-po)

* L'inertie I_y concerne le plan de flexion $E_i 00'$.

(figure 4.5) Cadre spacial B.
(tableau 4.4)



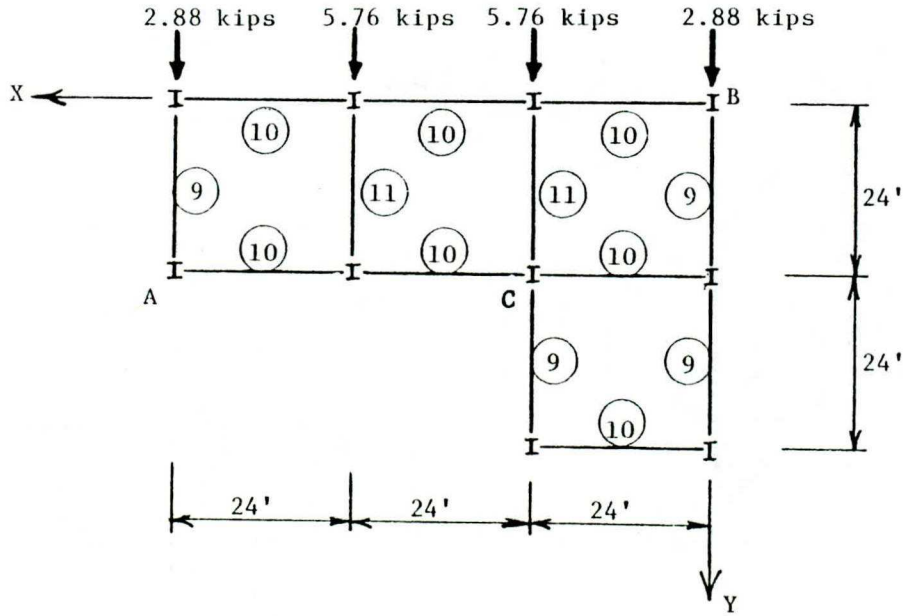
(figure 4.6) Bâtiment en L à vingt étages.
Géométrie d'ensemble et identification des sections des colonnes.



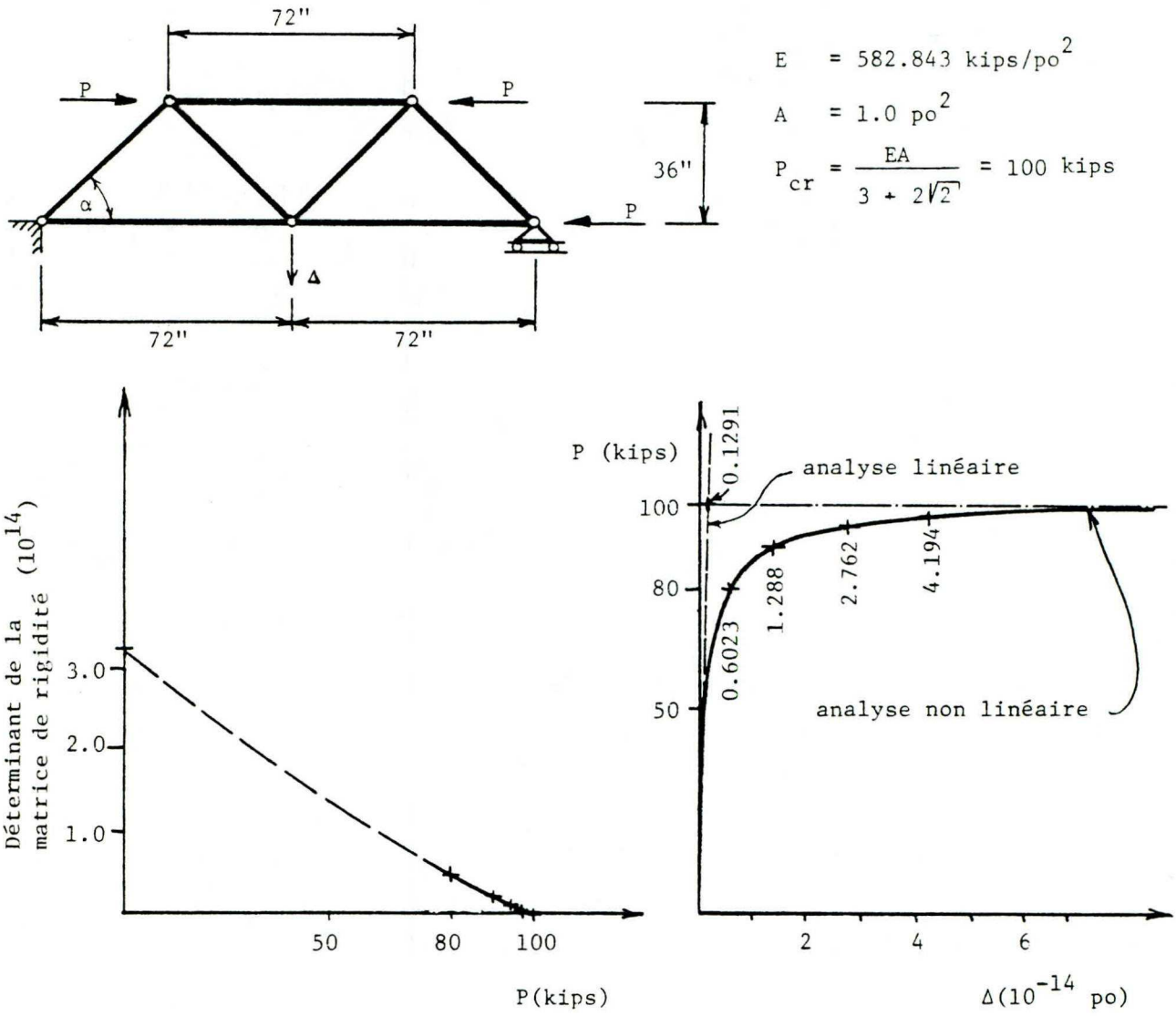
(figure 4.7) Section typique des poutres et des colonnes.

	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ
1	8 WF 31	19.20	0.0	0.0	156.00	203.00	130.00
2	10 WF 60	32.20	0.0	0.0	342.00	550.00	316.00
3	12 WF 85	45.00	0.0	0.0	653.00	1120.00	612.00
4	12 WF106	51.30	0.0	0.0	698.00	1370.00	698.00
5	14 WF127	64.00	0.0	0.0	1200.00	2190.00	1240.00
6	14 WF142	69.70	0.0	0.0	1340.00	2430.00	1490.00
7	14 WF158	74.50	0.0	0.0	1390.00	2700.00	1600.00
8	14 WF176	79.80	0.0	0.0	1440.00	2990.00	1710.00
9	16 WF 36	27.30	0.0	0.0	329.00	920.00	144.00
10	12 WF 27	20.30	0.0	0.0	197.00	418.00	97.70
11	21 WF 55	40.30	0.0	0.0	648.00	2260.00	274.00

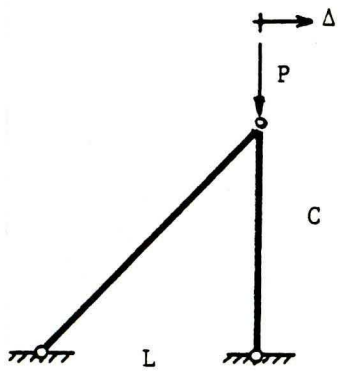
(tableau 4.5) Propriétés des sections.



(figure 4.8) Plancher typique - Géométrie, identification des sections des poutres, description du chargement.



(figure 4.11) Treillis à sept éléments.

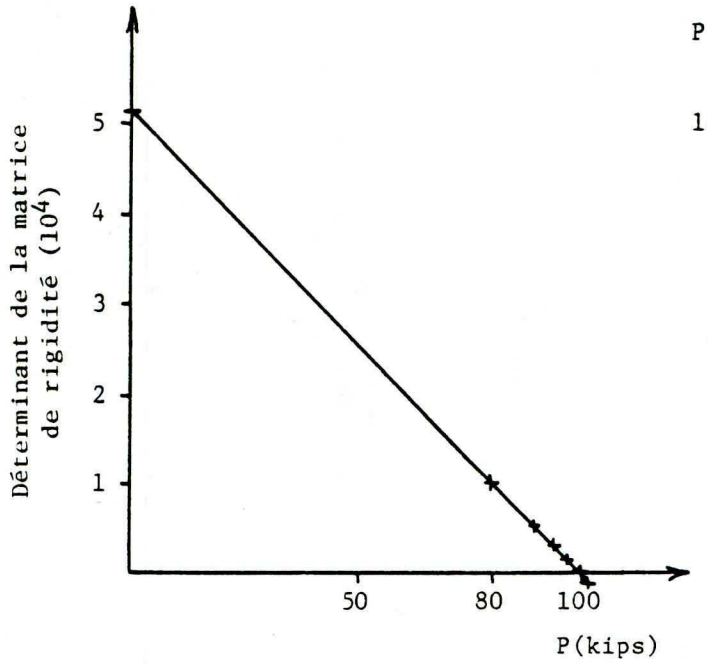


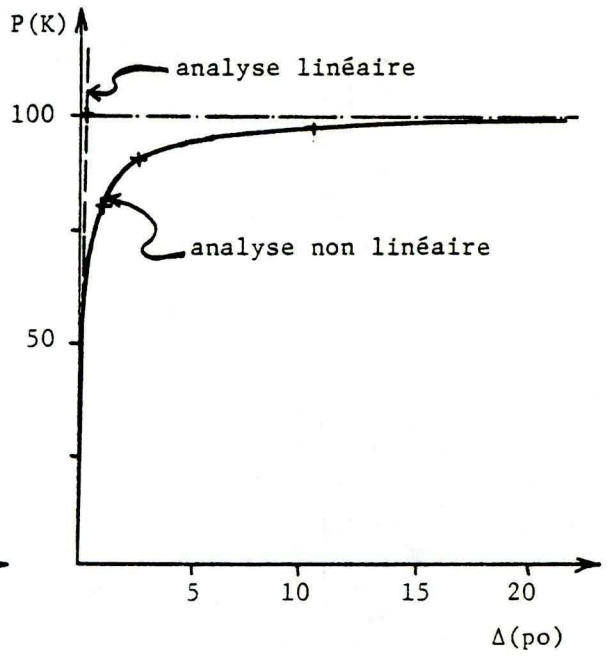
$E = 382.843 \text{ kips/po}^2$

$A = 1.0 \text{ po}^2$

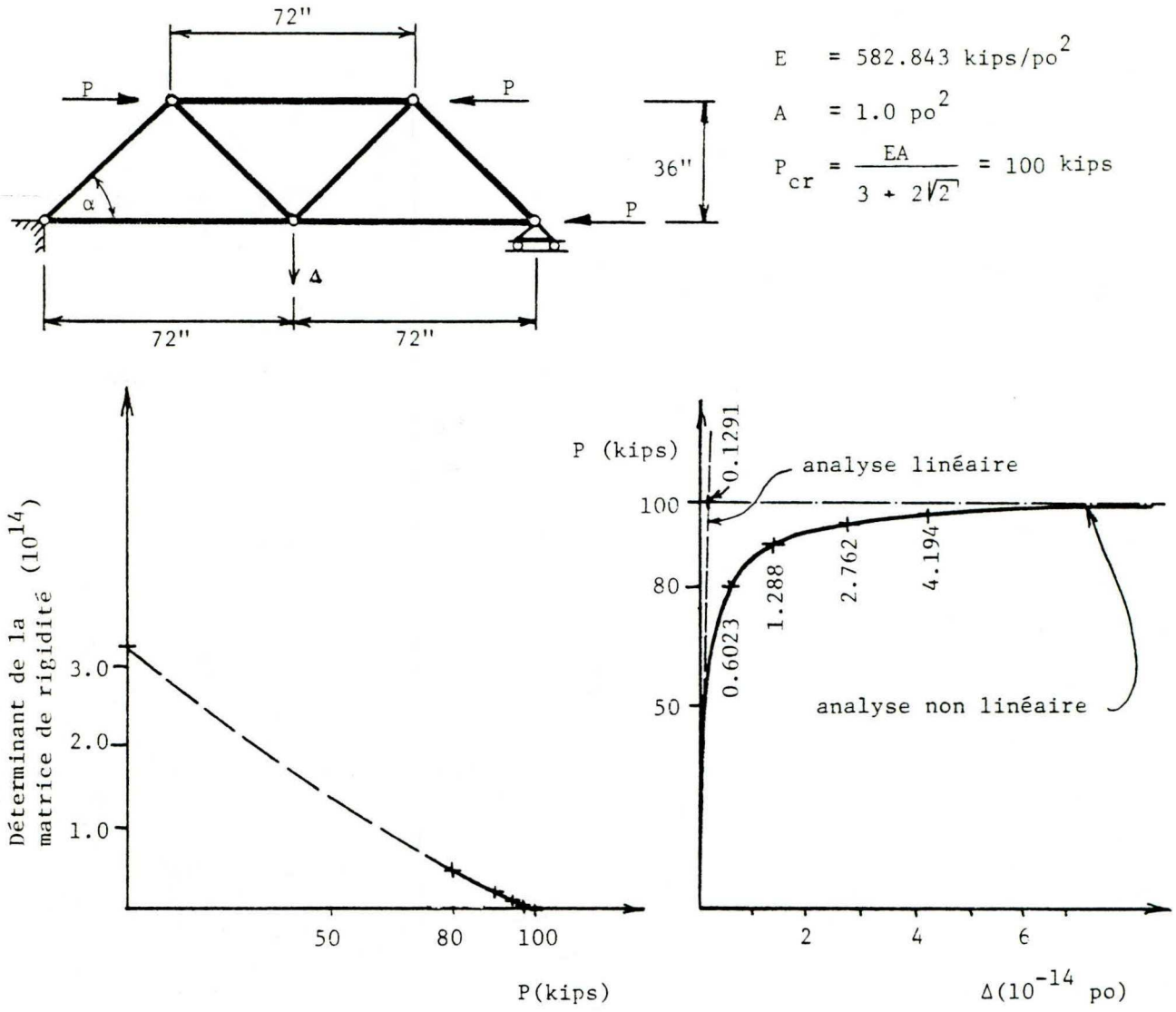
$L = 1.0 \text{ po}$

$P_{cr} = \frac{EA}{1 + 2\sqrt{2}} = 100.K$

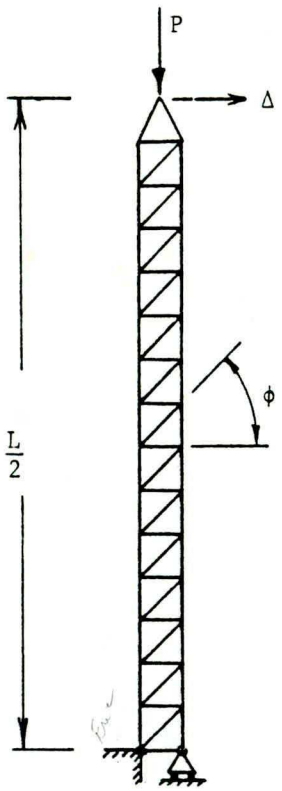




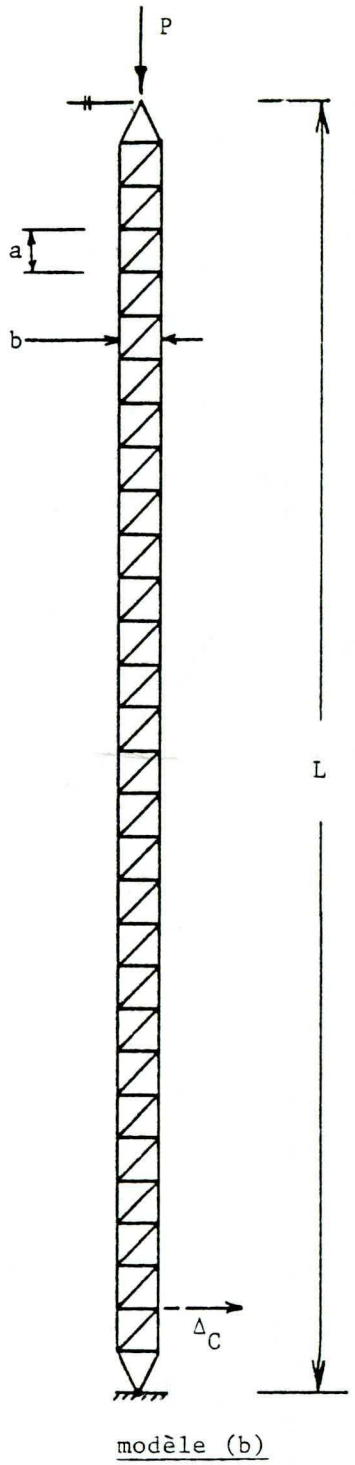
(figure 4.10) Treillis à deux éléments.



(figure 4.11) Treillis à sept éléments.



modèle (a)



modèle (b)

$L = 60 \text{ pi} \times 12 = 720$

$a = b = 2 \text{ pi}$

$\phi = 45^{o}$

$E = 30{,}000 \text{ kips/po}^2$

$A_m = 1.0 \text{ po}^2$

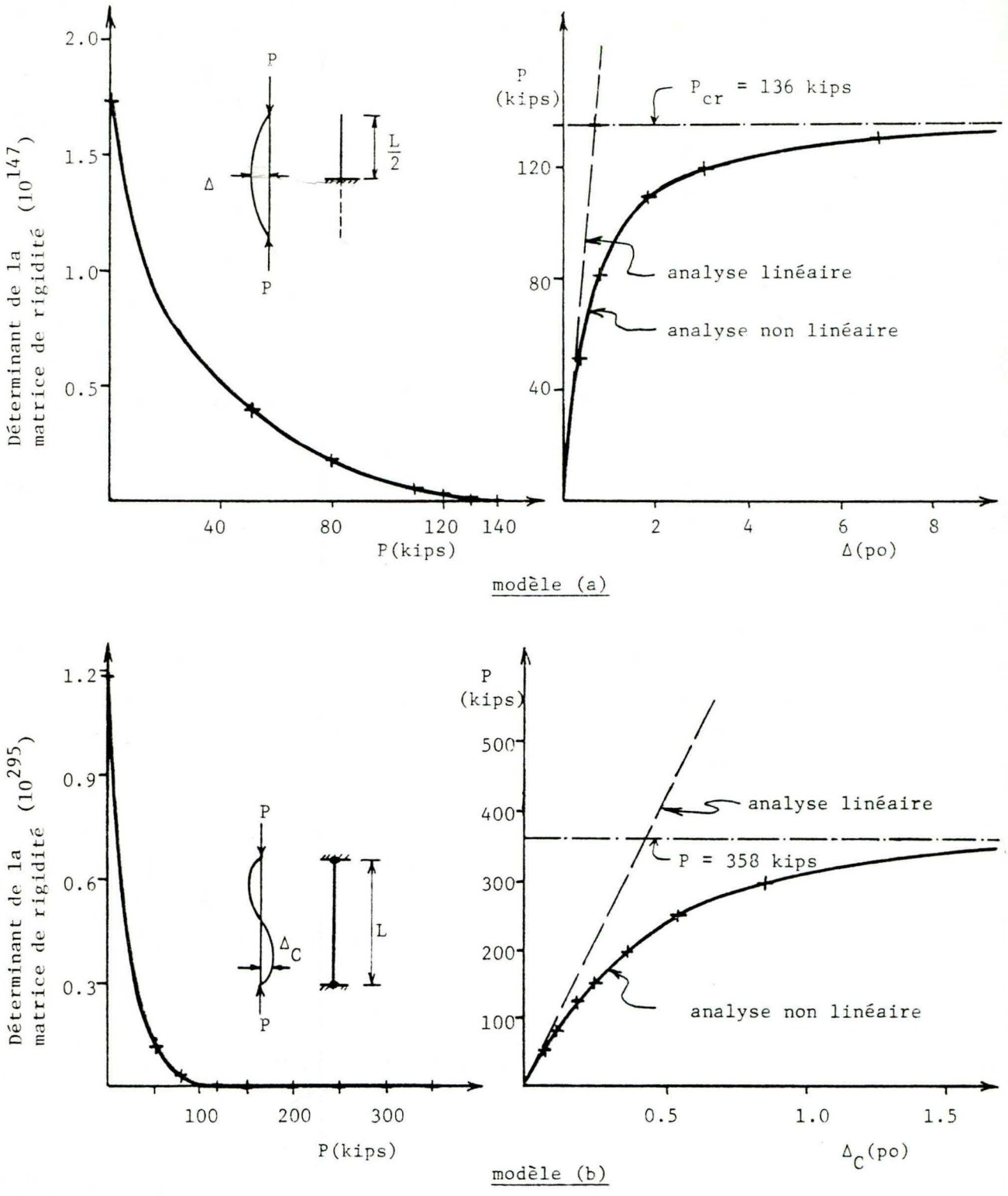
$A_d = A_h = 0.1 \text{ po}^2$

$I = \frac{Ab^2}{2} = 288 \text{ po}^4$

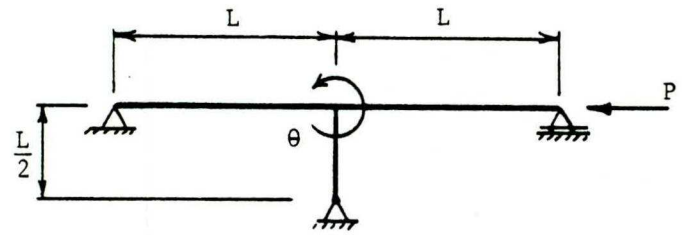
$$P_{cr}^{*} = \frac{\Pi^2 EI}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\Pi^2 EI}{L^2}\left(\frac{1}{A_d E \sin\phi \cos^2\phi} + \frac{b}{aA_h E}\right)} = 136 \text{ kips}$$

(figure 4.12) Deux idéalisations d'une colonne à treillis.

(*) réf. 4



(figure 4.13) Comportement des deux modèles de la colonne à treillis.



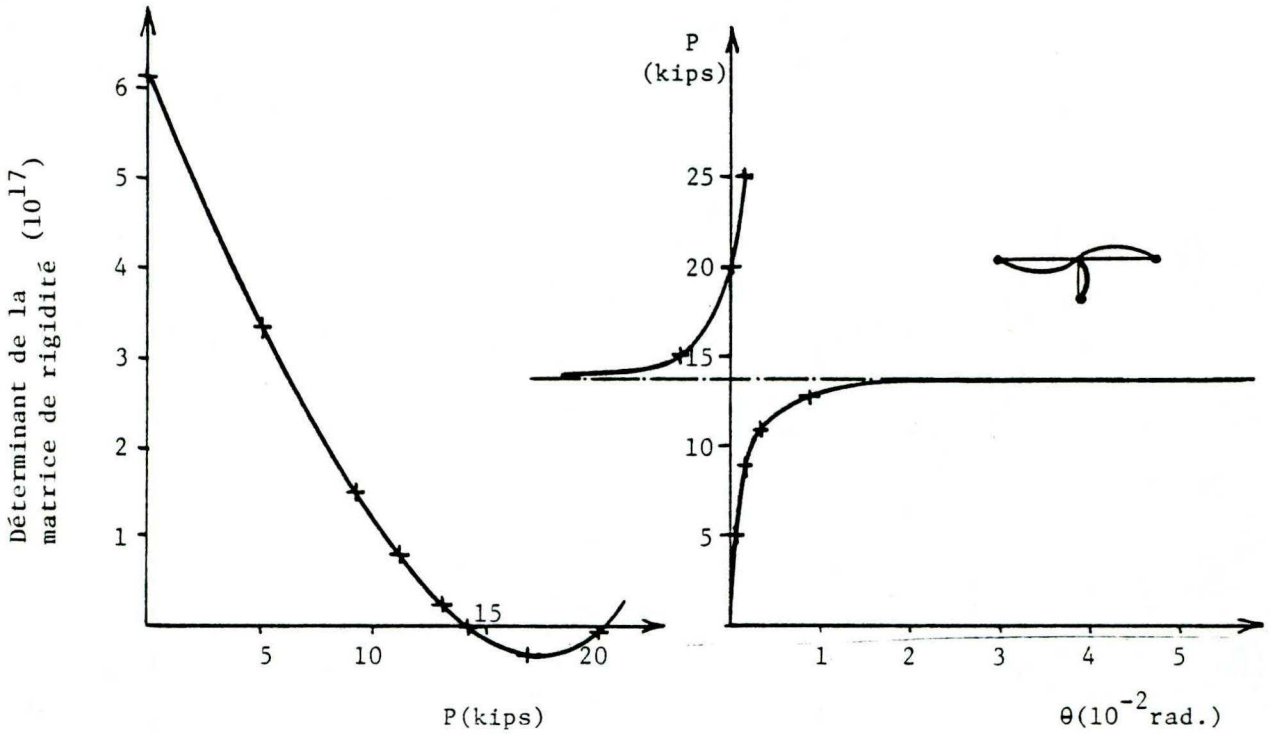
$E = 10{,}000 \text{ kips/po}^2$

$I = 4 \text{ po}^4$

$L = 200''$

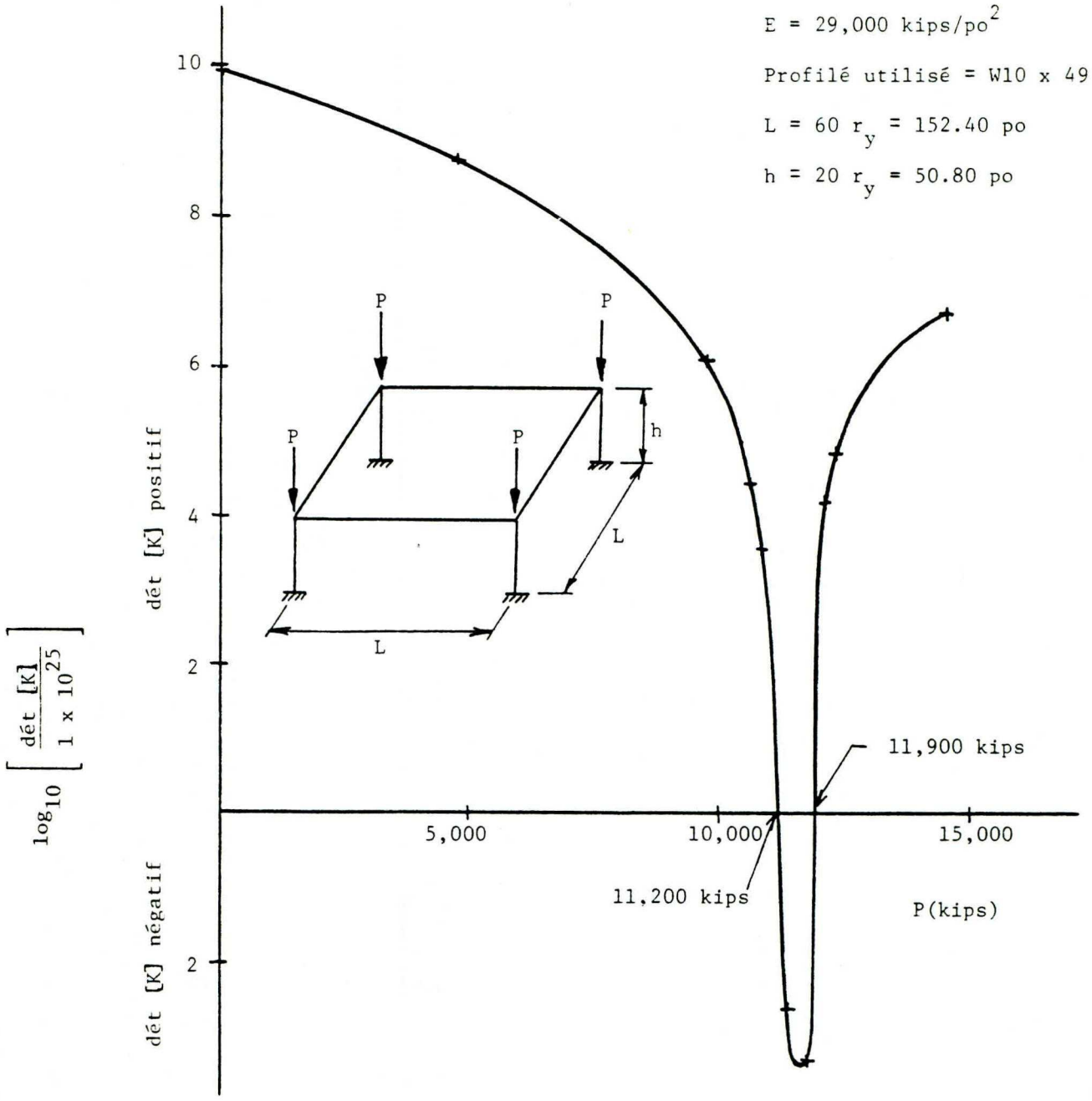
$A = 1 \text{ po}^2$

$P_{cr}^{*} = 13.9 \frac{EI}{L^2} = 13.9 \text{ kips}$

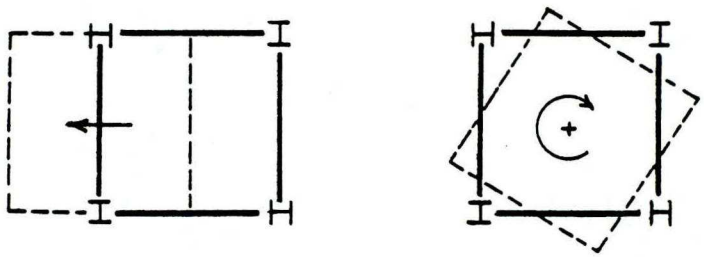


(figure 4.14) Instabilité d'un cadre planaire.

(*) réf. 4

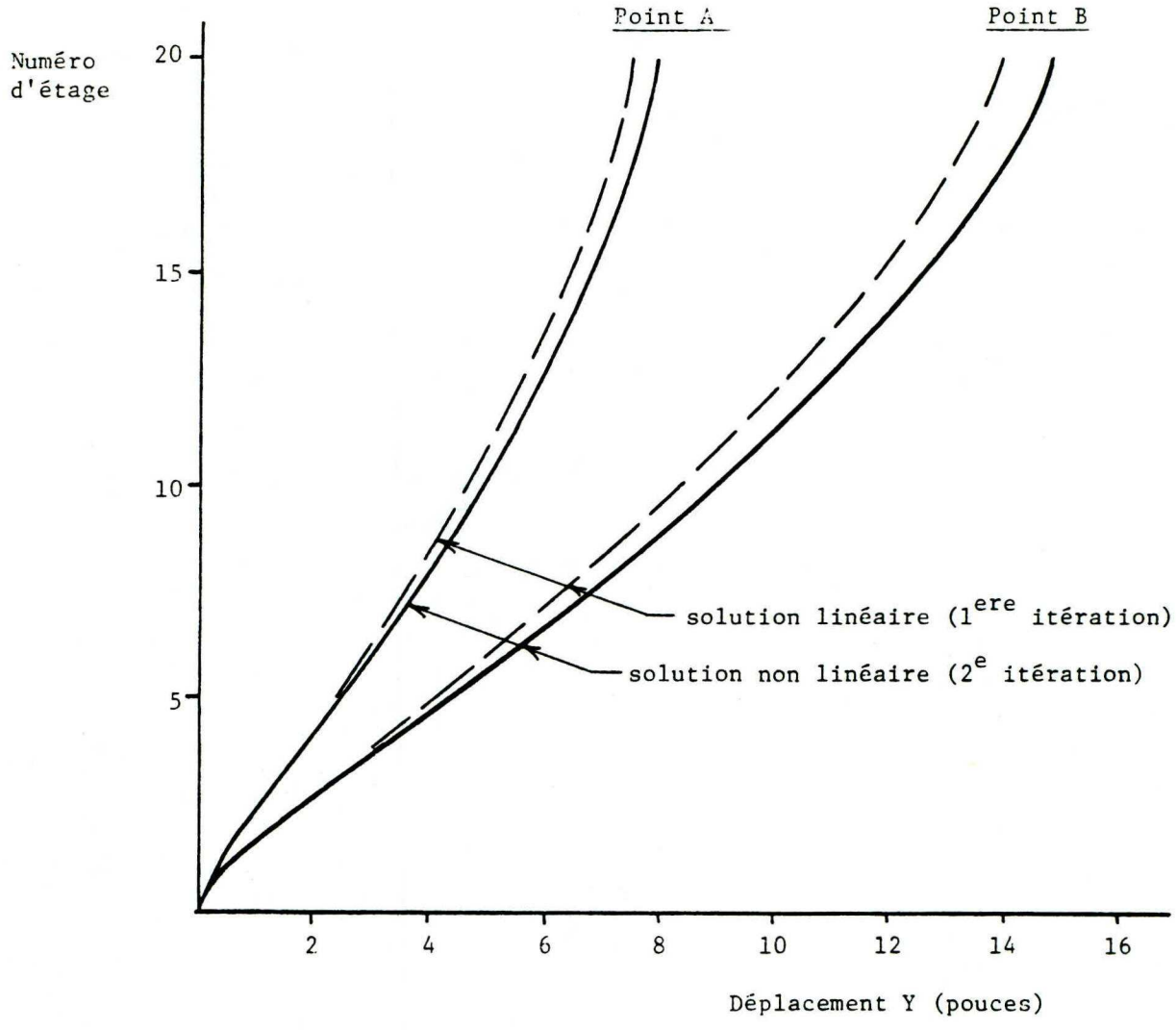


(figure 4.15) Stabilité d'un portique tridimensionnel.



	Flambage flexionnel (premier mode)	Flambage torsionnel (second mode)
Morino	11.9	12.0
Tebedge & Tall	11.7	12.3
Présente Méthode (PDELTA)	11.2	11.9

(tableau 4.5) Charges critiques d'un portique tridimensionnel.

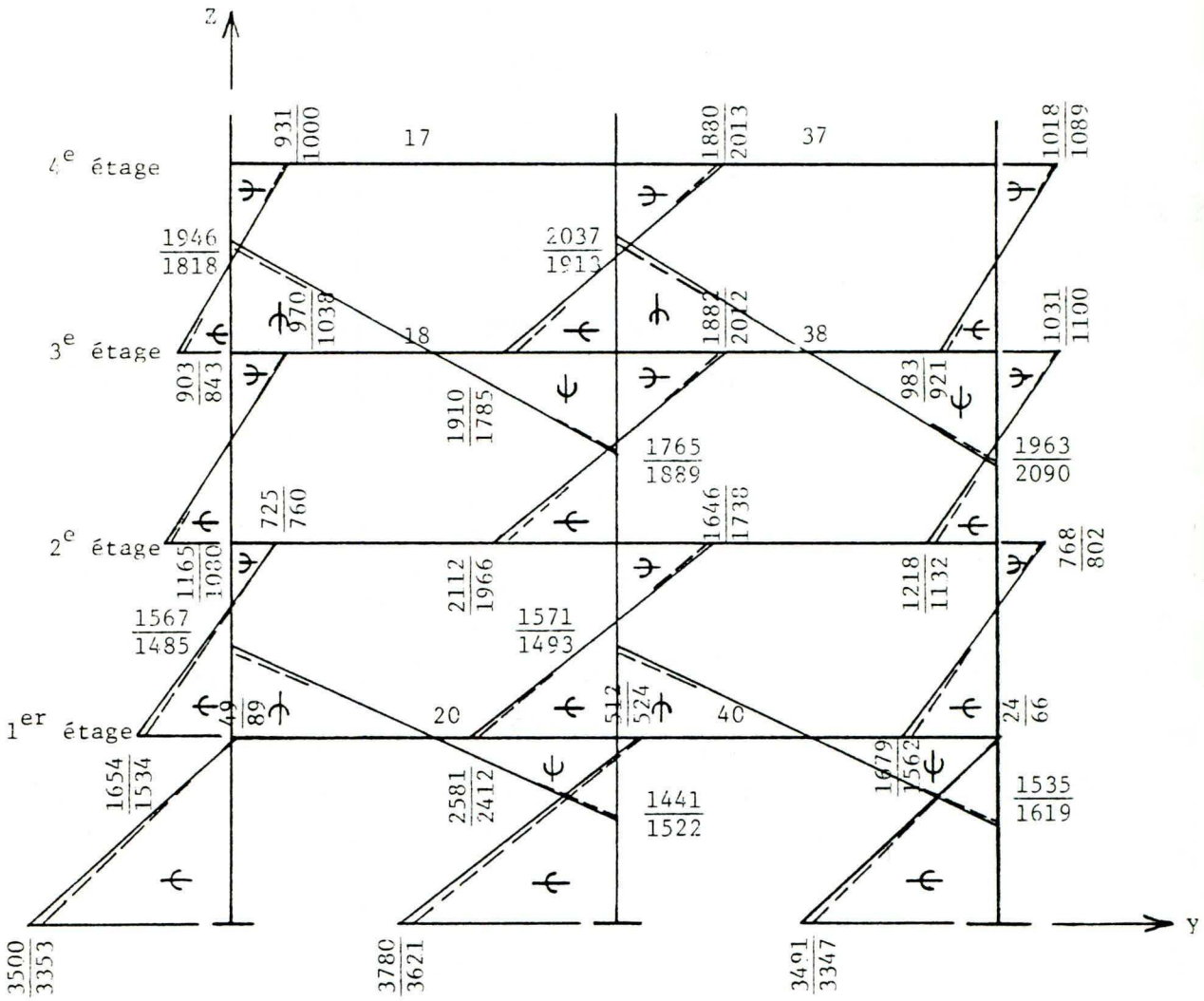


(figure 4.16) Déplacements suivant l'axe Y.
Bâtiment en L à vingt étages.

	Point A		Point B	
Etage	Linéaire	Non linéaire	Linéaire	Non linéaire
20	7.53	7.95	13.98	14.86
19	7.43	7.85	13.73	14.60
18	7.24	7.65	13.35	14.20
17	6.95	7.35	12.82	13.64
16	6.72	7.10	12.35	13.15
15	6.43	6.80	11.80	12.57
14	6.09	6.45	11.16	11.90
13	5.78	6.13	10.55	11.26
12	5.44	5.77	9.89	10.56
11	5.06	5.37	9.17	9.79
10	4.66	4.95	8.42	8.99
9	4.23	4.49	7.61	8.13
8	3.77	4.00	6.75	7.22
7	3.32	3.53	5.91	6.32
6	2.84	3.02	5.02	5.37
5	2.34	2.49	4.11	4.39
4	1.82	1.93	3.17	3.38
3	1.29	1.36	2.21	2.35
2	0.75	0.79	1.26	1.34
1	0.26	0.27	0.43	0.45

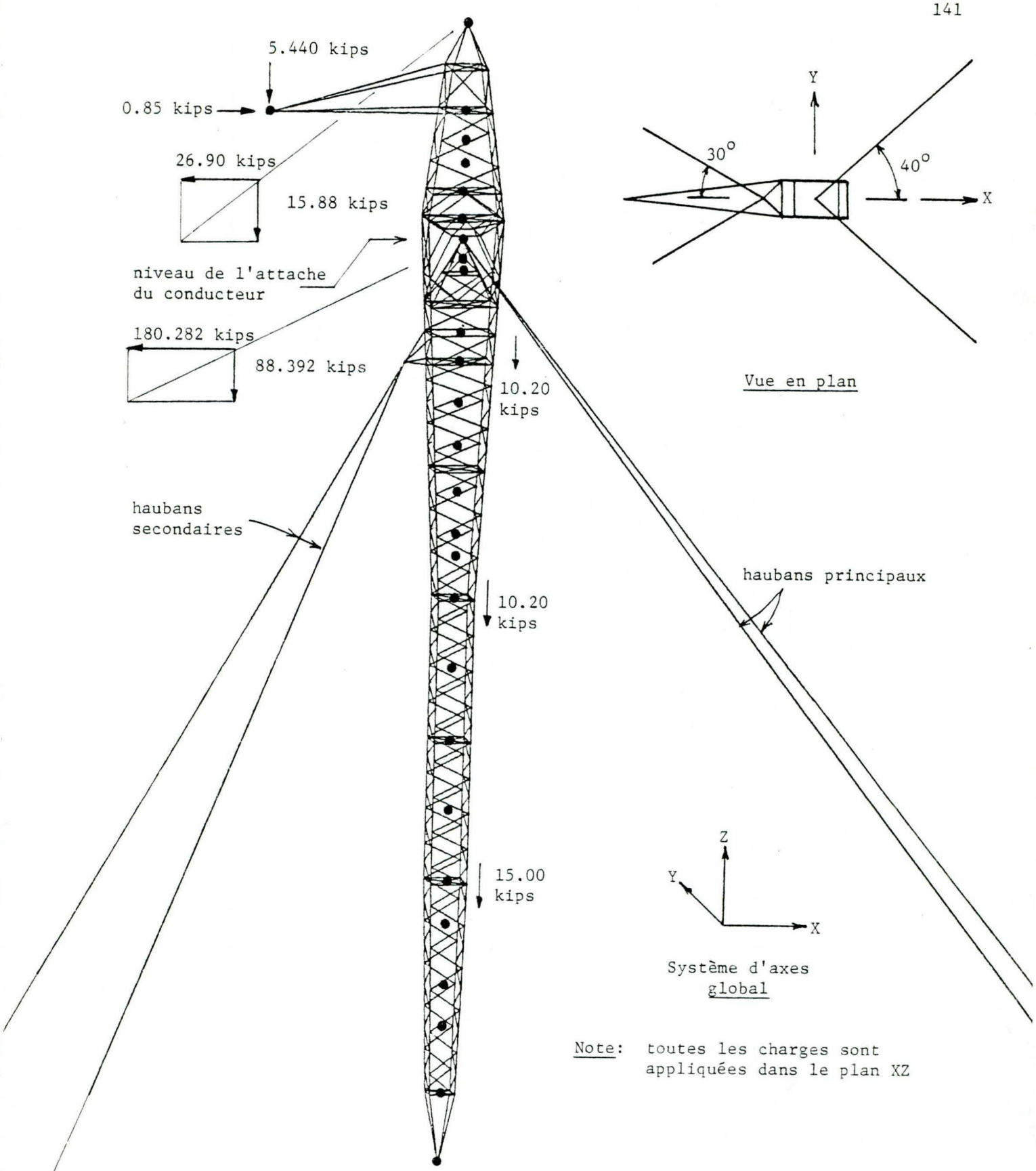
Note: Les déplacements sont donnés en pouces.

(tableau 4.6) Déplacements suivant l'axe Y.
Bâtiment en L à vingt étages.



Les moments fléchissants sont en kips-pouces.

(figure 4.17) Moments de flexion, face X = 0.
Bâtiment en L à vingt étages.



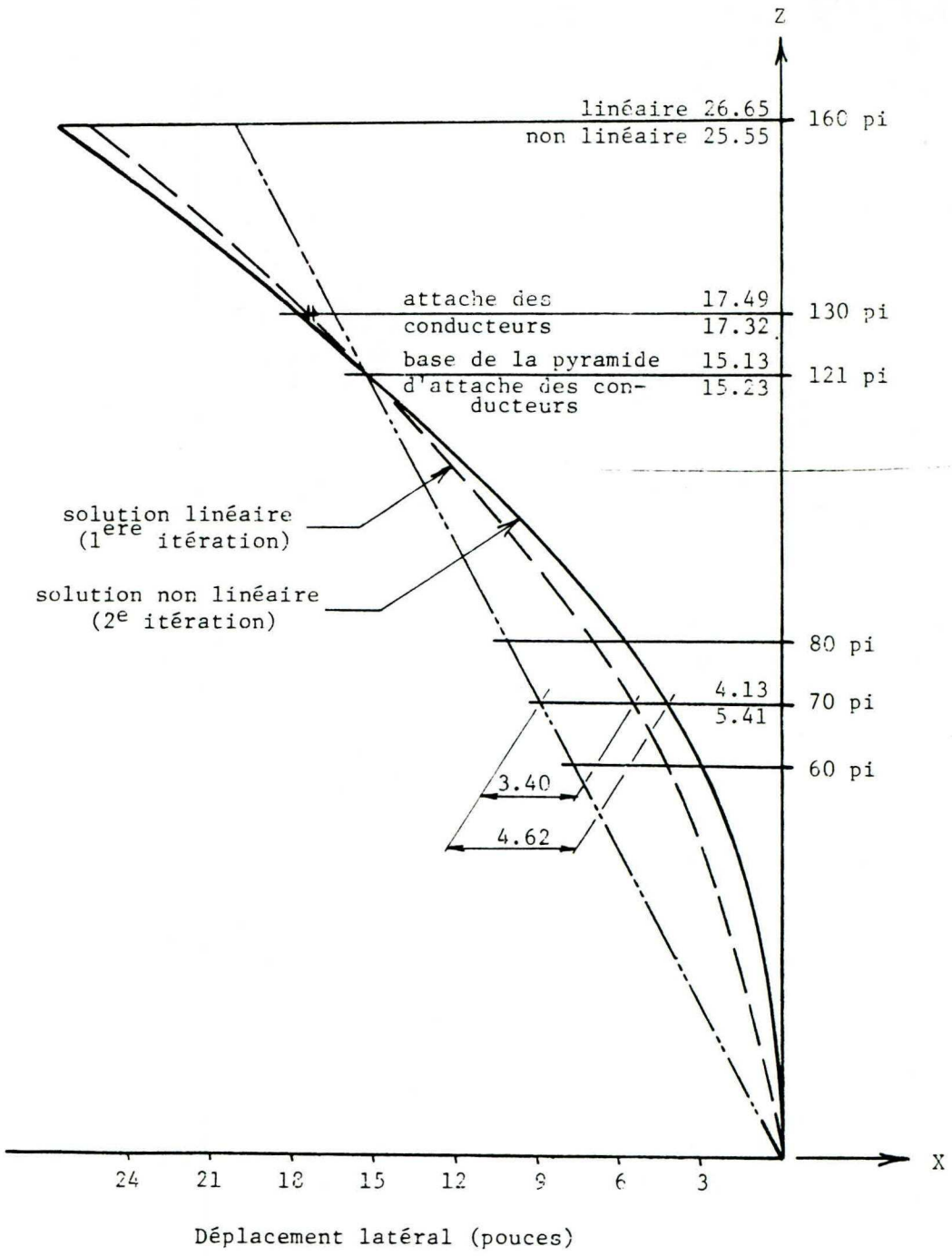
(figure 4.18) Mât haubané sollicité latéralement.

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z
1	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	120.000
3	0.000	0.000	228.000
4	0.000	0.000	300.000
5	0.000	0.000	408.000
6	0.000	0.000	480.000
7	0.000	0.000	600.000
8	0.000	0.000	720.000
9	0.000	0.000	840.000
10	0.000	0.000	960.000
11	0.000	0.000	1032.000
12	0.000	0.000	1068.000
13	0.000	0.000	1140.000
14	0.000	0.000	1212.000
15	0.000	0.000	1284.000
16	0.000	0.000	1356.000
17	0.000	0.000	1404.000
18	0.000	0.000	1452.000
19	0.000	0.000	1512.000
20	0.000	0.000	1560.000
21	0.000	0.000	1524.000
22	0.000	0.000	1596.000
23	0.000	0.000	1644.000
24	0.000	0.000	1692.000
25	0.000	0.000	1740.000
26	0.000	0.000	1776.000
27	0.000	0.000	1848.000
28	0.000	0.000	1920.000
29	-324.000	0.000	1776.000
30	1195.080	1002.720	0.000
31	1195.080	-1002.720	0.000
32	0.000	100.000	0.000

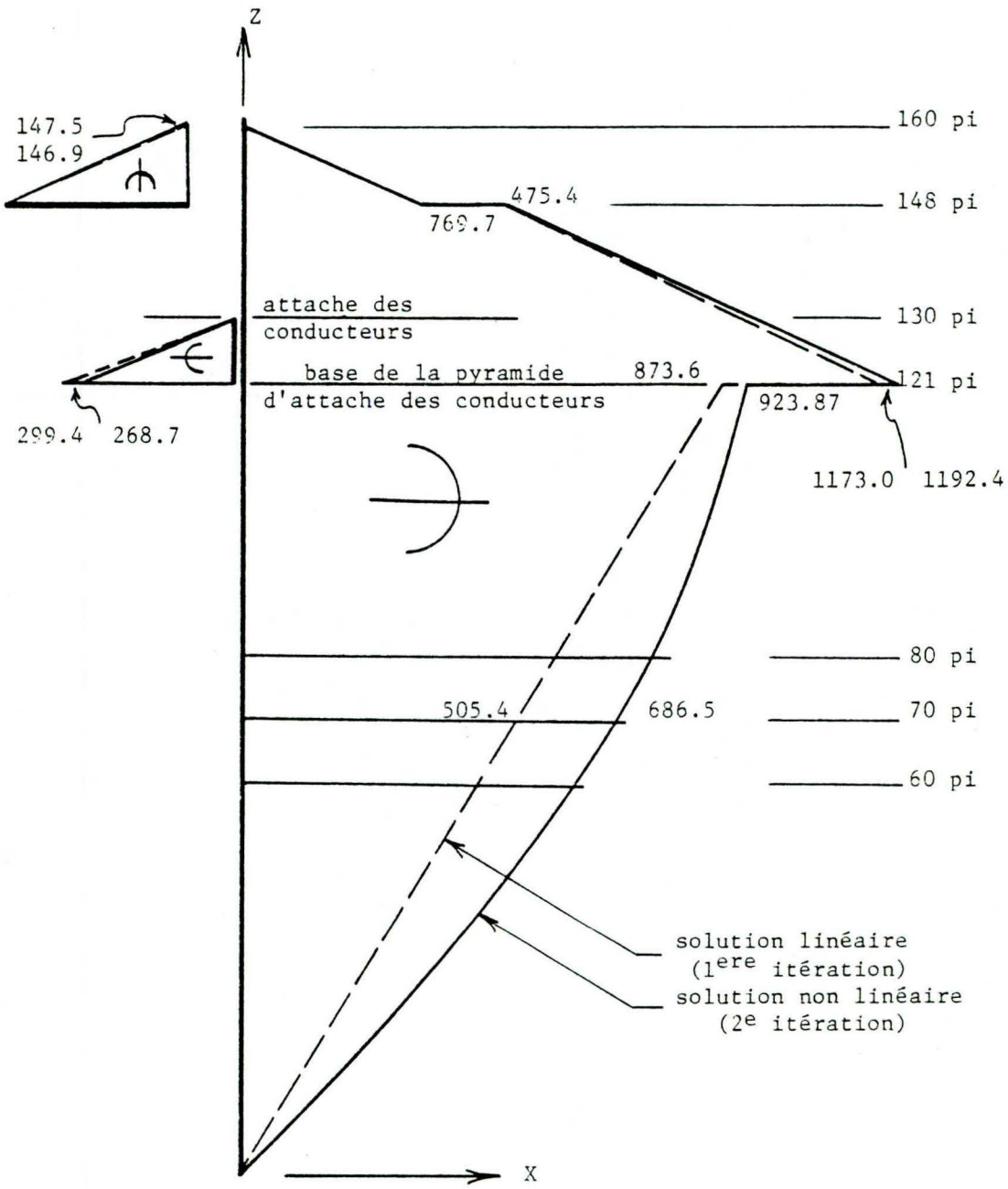
(tableau 4.7) Coordonnées des noeuds du mât haubané.

ELEMENT	N1	N2	N3	AX	J	IY	IZ
1	1	2	32	11.40	25000.00	2986.00	2986.00
2	2	3	32	15.00	25000.00	8379.00	8379.00
3	3	4	32	15.00	25000.00	9472.00	9472.00
4	4	5	32	15.00	25000.00	10639.00	10639.00
5	5	6	32	15.00	25000.00	11868.00	11868.00
6	6	7	32	15.00	25000.00	12459.00	12459.00
7	7	8	32	15.00	25000.00	12459.00	12459.00
8	8	9	32	15.00	25000.00	12459.00	12459.00
9	9	10	32	15.00	25000.00	12459.00	12459.00
10	10	11	32	15.00	25000.00	12459.00	13877.00
11	11	12	32	15.00	25000.00	12459.00	16859.00
12	12	13	32	15.00	25000.00	12459.00	20133.10
13	13	14	32	15.00	25000.00	12459.00	23697.00
14	14	15	32	15.00	25000.00	12459.00	27969.00
15	15	16	32	15.00	25000.00	12459.00	33471.70
16	16	17	32	15.00	25000.00	12459.00	38447.00
17	17	18	32	15.00	25000.00	12459.00	42322.00
18	18	19	32	15.00	25000.00	10371.00	26294.00
19	19	20	32	15.00	25000.00	4141.00	4141.00
20	18	21	32	15.00	25000.00	12459.00	47456.00
21	21	22	32	15.00	25000.00	12459.00	53966.00
22	22	23	32	8.36	25000.00	7035.60	29052.30
23	23	24	32	8.36	25000.00	7035.70	23195.70
24	24	25	32	8.36	25000.00	7035.60	18000.00
25	25	26	32	8.36	25000.00	7035.60	13959.00
26	26	27	32	8.36	25000.00	7035.60	9693.60
27	27	28	32	4.36	25000.00	1856.20	1856.20
28	26	29	28	4.00	25000.00	25000.00	25000.00
29	20	30	1	2.09	.65	.34	.34
30	20	31	1	2.09	.65	.34	.34

(tableau 4.8) Définition et propriétés des éléments du mât haubané.

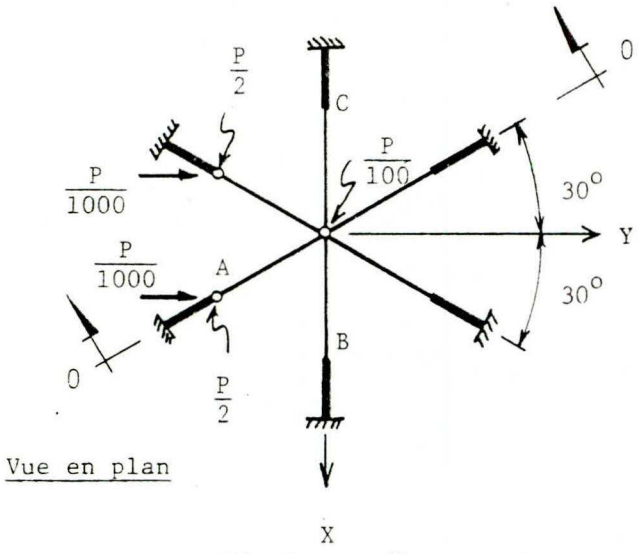


(figure 4.19) Déversement latéral du mât haubané.

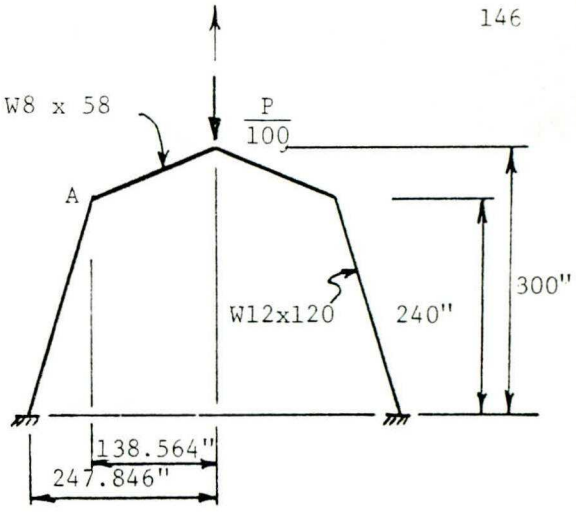


Les moments sont en kips-pi

(figure 4.20) Moments fléchissant dans le mât haubané.



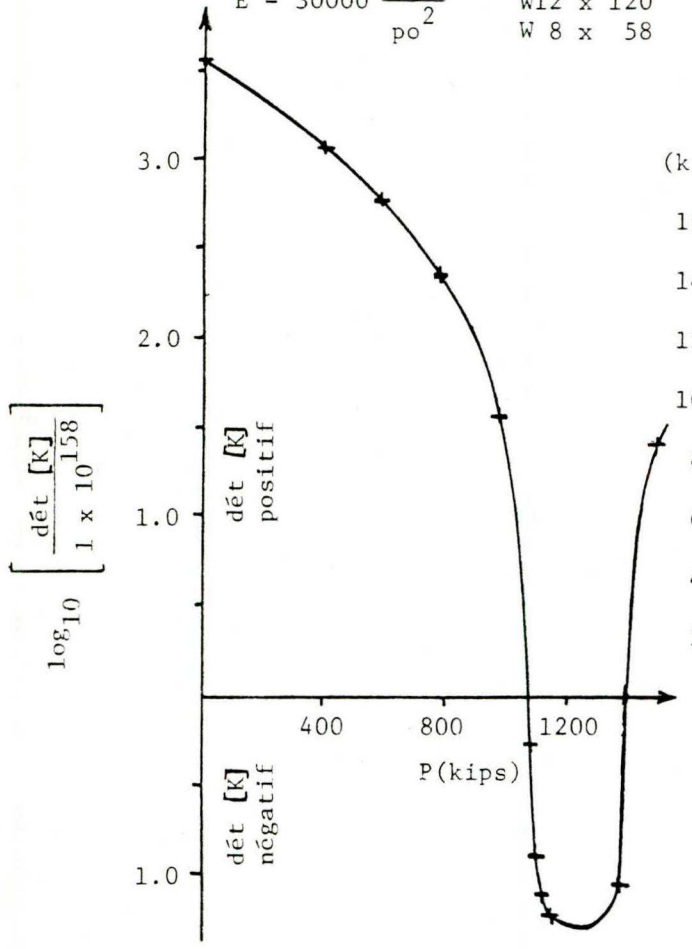
Vue en plan

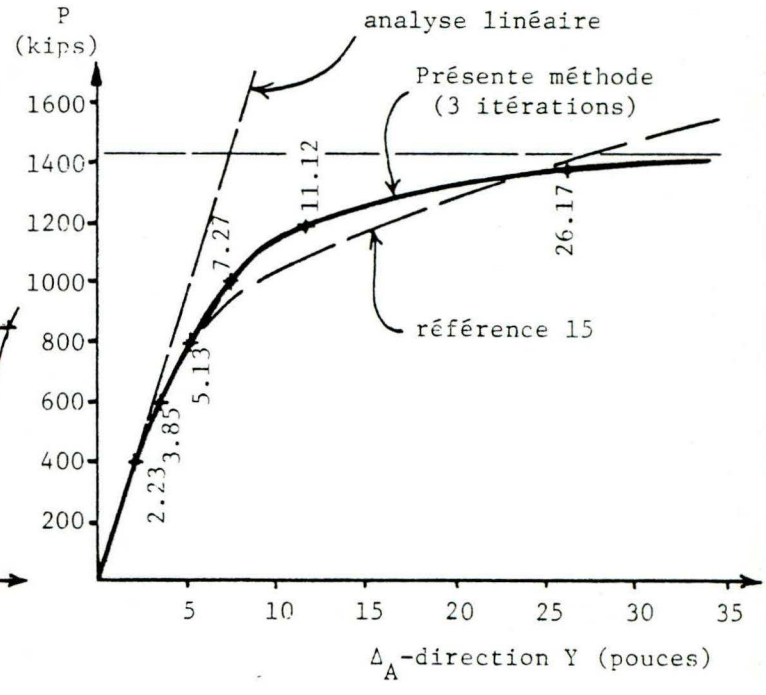


coupe 00

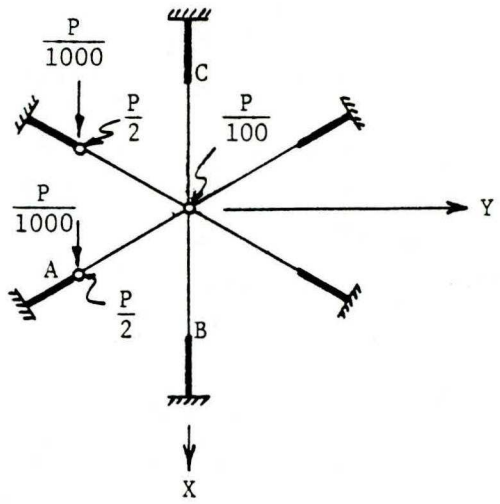
	A	J	Imax	Imin
W12 x 120	35.31	13.13	1071.7	345.1
W 8 x 58	17.06	3.37	227.3	74.9

E = 30000 kips/po²

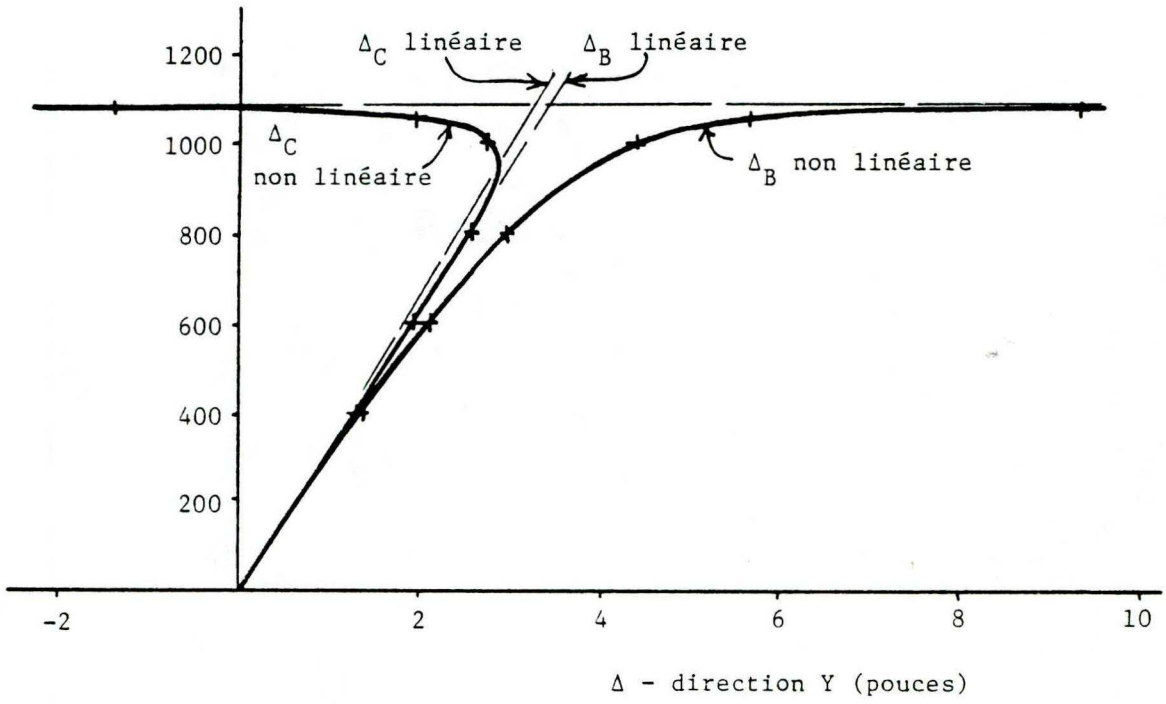




(figure 4.21) Cadre à six poteaux: déplacements flexionnels.



Vue en plan



(figure 4.22) Cadre à six poteaux : déplacements torsionnels.

Chapitre 5

Etude d'un pylône haubané

Les supports des lignes aériennes de transport d'énergie figurent parmi les structures les plus intéressantes dans l'optique du présent travail: le fait qu'ils soient composés d'éléments élancés pour la plupart sollicités en compression, leur confert généralement un comportement géométriquement non linéaire. De plus, l'efficacité structurale des pylônes se voulant optimale étant donnée leur production en grand nombre, les facteurs de sécurité sont appliqués au niveau des chargements externes et le dimensionnement est fondé sur un calcul structural à l'état limite. La conception des pylônes exige donc un effort analytique plus poussé que celui qu'on porte à la majorité des structures rencontrées dans la pratique du génie civil.

Par ailleurs, un essai de chargement en vraie grandeur est effectué sur un prototype avant que ne soit lancée la fabrication en série. Les lectures expérimentales alors obtenues constituent donc des points de repère fiables auxquelles les résultats analytiques peuvent être comparés.

Le présent chapitre présente donc un cas d'application pratique du programme PDELTA. La structure étudiée est le pylône d'angle GM-90-L qui sera utilisé par l'Hydro-Québec sur ses lignes de transport à très haute tension (735 kV) en provenance de la Baie James.

Il convient de noter, dès le départ, que certaines non-linéarités en plus de l'effet P-Delta, ont dû être prises en considération dans l'analyse. Cependant, comme nous le verrons, ces influences additionnelles ont été

intégrées dans la configuration initiale de la structure et l'analyse non linéaire a ensuite été effectuée de la façon normale à l'aide du programme.

5.1 DESCRIPTION DE LA STRUCTURE

Le pylône GM-90-L est un mât de 160 pieds de hauteur rotulé à sa base et maintenu latéralement par deux haubans principaux attachés sur son axe vertical à 130 pieds du sol. Deux haubans secondaires, fixés à une console située au niveau 113 pieds, assurent la stabilité torsionnelle du pylône. La tension dans les conducteurs vient s'appliquer au point d'attache des haubans principaux: à cause du changement de direction de la ligne qui peut bifurquer d'un angle allant jusqu'à 90 degrés, une forte sollicitation horizontale en plus de la composante verticale s'exerce en ce point. Le câble de garde qui s'attache tout à fait au sommet de la structure engendre lui aussi des réactions horizontales et verticales. La console supérieure à 148 pieds de hauteur sert de support aux conducteurs qui doivent être déviés localement pour assurer un dégagement suffisant de ces câbles à la structure d'acier.

Un dessin du modèle structural tracé par ordinateur est présenté à la figure 5.1. On y trouve l'identification des différents niveaux et des tronçons du mât avec en plus une description du chargement appliqué lors de la simulation du chargement maximal de glace sur les conducteurs lors du test en vraie grandeur.

5.2 DESCRIPTION DU MODELE ANALYTIQUE

La géométrie originale de la structure, les propriétés des matériaux et des sections, l'identification des éléments et la description du chargement sont fournis à l'appendice A.3.

Les membrures principales du modèle analytique sont considérées comme des poutres continues; leurs moments d'inertie sont donnés suivant les axes principaux de la section, donc dans une direction tournée de 45 degrés par rapport à l'orientation des semelles. Les contreventements, pour leur part, sont rotulés autour de l'axe des boulons. Dans l'autre plan, ces cornières sont supposées encastrées aux membrures principales. L'acier a un module d'élasticité de 29,000,000 lb/po^2.

Les haubans principaux d'un diamètre de 1 3/16 pouce sont simulés comme des barres droites ne possédant qu'une rigidité axiale. Leur module élastique, fourni par le fabricant, est fixé à 19,500,000 lb/po^2 tandis que leur section d'acier est de 1.48 po^2. Les haubans secondaires ne peuvent être introduits avec leur véritable raideur axiale sans quoi, ils deviendraient fortement comprimés dans l'analyse. Afin de pallier à cet inconvénient tout en conservant ces câbles dans le modèle, leur module élastique est donné comme 1 lb/po^2. Les points d'ancrage de tous les haubans sont positionnés de la même façon que lors de la mise à l'épreuve au banc d'essai.

Les conditions d'appui à la fondation empêchent toute translation de

la base du mât. La friction développée dans cette rotule est par ailleurs suffisante pour prévenir en ce point, une rotation autour de l'axe vertical. Des restreintes sont donc incorporées au modèle de façon à représenter correctement ce support.

5.3 NECESSITE D'UNE ETUDE DES CONNEXIONS EN LABORATOIRE

Une analyse du modèle décrit fut effectuée à l'aide du programme PDELTA. Les déplacements obtenus à la première et la seconde itérations sont illustrés en trait fin à la figure 5.2 sous forme de flèches relatives. Celles-ci furent calculées comme les déviations latérales du mât par rapport à une ligne joignant le pied de la structure et le point central de la base de la pyramide qui supporte les haubans principaux et les conducteurs. Les flèches relatives calculées à partir des observations expérimentales apparaissent également à la figure 5.2.

Les résultats de l'analyse non linéaire marquèrent manifestement une amélioration sur ceux de l'analyse du premier ordre mais ne parvinrent pas à rendre compte des faits d'une façon satisfaisante: la discontinuité angulaire très nette à la hauteur de 80 pieds ne fut pas reproduite et la cambrure globale resta encore fortement sous-estimée.

Par la suite, les imperfections de la structure, c'est-à-dire les déviations du modèle idéalisé utilisé dans l'analyse par rapport au prototype réel ont été mises en cause. Il devenait alors impératif de caractériser ces imperfections attribuables aux connexions boulonnées afin de

les incorporer à un modèle qui permette de simuler adéquatement le comportement du pylône.

Une étude expérimentale exécutée au laboratoire de structures de l'Ecole Polytechnique pour l'Hydro-Québec porta donc sur les deux principaux types d'assemblages utilisés dans les pylônes constitués de profilés en L: il s'agit des éclisses dans les membrures principales et des connexions des diagonales avec les montants. Pour chacun, des glissements inélastiques attribuables à la tolérance de montage de 1/16 de pouce entre le boulon et le trou sont apparus clairement et une évaluation quantitative a été avancée.

L'exposé en cours concernant avant tout la non-linéarité géométrique de la structure à l'étude, la prise en considération des effets inélastiques, tout en étant indispensable pour une prédiction juste du comportement, demeure néanmoins accessoire dans le cadre de ce travail. La présentation de la nature des phénomènes inélastiques sera donc volontairement abrégée et les lois de comportement seront indiqués de façon idéalisée. Ultérieurement, la technique employée pour intégrer ces influences à l'analyse sera indiquée.

5.4 GLISSEMENTS INELASTIQUES DANS LES CONNEXIONS BOULONNEES

5.4.1 Eclisse dans la membrure principale.

Le raccordement entre les profilés formant les membrures principales

d'un pylône est illustré à la figure 5.3 de même que l'affaissement inélastique qu'on y a observé lors des essais en laboratoire. La loi décrivant le glissement axial comporte trois plages distinctes: une première région schématisée par le trait OA indique qu'aucun mouvement inélastique ne survient en-deçà d'une charge donnée correspondant à la résistance frictionnelle de l'assemblage. La valeur de ce seuil de glissement correspond d'ailleurs très bien à celle qu'on peut calculer en s'inspirant de la formule de la section 13.12.1 du code ACNOR S16.1 - 1974 (réf. 16) relative à la capacité des assemblages par friction réalisés avec des boulons A-325. Les déplacements relatifs se développent ensuite librement, sans augmentation d'effort une fois vaincu le frottement statique. Puis, la progression bifurque au point B pour suivre une droite qui semble alignée sur le point 0 à l'origine des axes. L'allure ascendante de la relation force-glissement entre les points B et C reflète l'entrée en action progressive des boulons à mesure que la charge s'accroît. Le cheminement de la courbe dans cette troisième phase du déplacement est donc prescrit par la position initiale des boulons relativement aux trous et par les déviations plus ou moins aléatoires des trous à leur position théorique sur les pièces en contact.

5.4.2 Connexion des diagonales au montant.

La figure 5.4 montre une attache de deux pièces de contreventement à la membrure principale formant un des montants d'un pylône. La description graphique du glissement inélastique des diagonales relativement à la

cornière principale y est aussi illustrée. On remarque à nouveau les trois modes de déformation qui s'étaient manifestées dans le cas des éclisses.

On doit souligner ici que la longueur de la plage AB dépend uniquement de la position initiale du boulon par rapport aux trous: la valeur de 1/16 de pouce indiquée sur la courbe est par ailleurs la borne supérieure observée lors des essais.

A l'échelle d'un pylône entier, une appréciation quantitative du mouvement inélastique imposé à une diagonale s'obtient par le raisonnement suivant: en considérant qu'au départ les boulons soient statistiquement positionnés au centre des trous, le glissement encouru à chaque noeud se chiffre à 1/32 de pouce, soit la moitié de la limite établie lors des tests. Globalement, l'imperfection produit donc sur chaque pièce de contreventement sollicité au-delà de son seuil de glissement, une variation apparente de longueur de 1/16 de pouce. De plus, étant donné que le phénomène s'actualise à des centaines d'exemplaires à l'intérieur de la structure, l'on conçoit aisément qu'un mouvement supérieur à la moyenne occasionné dans une des pièces par une position initiale défavorable sera contrebalancé dans les cornières adjacentes par un glissement réduit. Ainsi, le critère d'un jeu moyen de 1/16 de pouce semble acceptable pour caractériser l'imperfection résultant des glissements de diagonales.

5.5 INTEGRATION DES EFFETS INELASTIQUES A L'ANALYSE PAR CALCUL DE LA DEFORMEE RESIDUELLE

Envisageons maintenant de quelle façon les effets inélastiques décrits se manifestent dans les comportements d'ensemble du pylône sous un cas de chargement donné. Lors de l'accroissement des charges et à mesure que les efforts grandissent dans les pièces, les dislocations mentionnées se développent dans les connexions en même temps que la déformation élastique. L'espace disponible entre les boulons et les trous des membrures est repris soit subitement, s'il s'agit d'une diagonale qui franchit son seuil de glissement, soit de manière progressive dans les éclisses. En relâchant ensuite la sollicitation externe, la déformation élastique est restituée mais celle qui a été engendrée par les glissements encourus demeure puisqu'il ne se produit aucun renversement d'effort susceptible de faire revenir ces mouvements. Une nouvelle montée des charges qui s'arrêteraient au niveau maximum atteint précédemment redonnerait à la structure la même déformée finale observée lors du premier cycle de mise en charge.

Le comportement du pylône tel qu'il vient d'être décrit et qui a été confirmé à l'examen des lectures expérimentales, suggère d'emblée une approche analytique. Il s'agit de reproduire la géométrie de la structure telle qu'elle se présente sous sollicitation nulle après un cycle de chargement. Cette configuration résultant du déploiement de tous les mouvements inélastiques constitue alors un état de déformation résiduelle à partir duquel le comportement devient uniquement élastique. A ce moment,

le problème devient facilement traitable à l'aide d'un programme d'analyse tenant compte de l'effet P-Delta.

La configuration géométrique du mât sous chargement nul après l'apparition des mouvements inélastiques est obtenue en imposant aux éléments les allongements ou les raccourcissements apparents issus des ajustements différentiels décrits à la section 5.4. La méthode toute indiquée pour produire dans les pièces ces variations de longueur consiste à soumettre les éléments du modèle à des changements de température. En utilisant d'une part les résultats analytiques dont nous disposons déjà pour estimer l'intensité et le sens des efforts dans les membrures et, d'autre part, les lois de glissement obtenues en laboratoire, les changements thermiques capables de simuler les mouvements inélastiques voulus peuvent être aisément calculés. Une analyse linéaire est alors effectuée et la déformée résiduelle est obtenue. La figure 5.5 indique l'allure que prend le pylône GM-90-L à cette étape; les nouvelles coordonnées des noeuds sont données à l'appendice A.3. Puisque cette configuration ne résulte que d'une série de mouvements libres, l'état est sans contrainte et les réactions obtenues dans les éléments doivent être ignorées.

Notons que la justesse de la déformée résiduelle calculée dépend essentiellement de l'écart entre les efforts axiaux dans les pièces obtenus de l'analyse préliminaire et les véritables efforts trouvés au terme du processus de calcul. Par exemple, si la première analyse indique qu'une diagonale est sollicitée en-deçà de son seuil de glissement et que l'analyse finale lui attribue un effort supérieur au seuil, c'est

donc dire que la pièce aurait dû connaître un mouvement inélastique qui a été ignoré lors du calcul de la géométrie modifiée. De même pour les éclisses, les affaissements imposés peuvent avoir été mésestimés à la suite d'une évaluation médiocre des charges dans ces connexions. Il devient donc nécessaire d'effectuer un nouveau cycle complet de calcul si l'on découvre à la fin du premier que les déplacements inélastiques ont été incorrectement appliqués.

L'étape subséquente, soit l'analyse élastique non linéaire, s'effectue à partir de la géométrie obtenue qui tient compte des effets inélastiques; le déversement total de la structure sous une sollicitation donnée est donc la somme des déplacements élastiques calculés et des déplacements initiaux déterminés précédemment.

5.6 RESULTATS TENANT COMPTE DES NON-LINEARITES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

La configuration résultant de l'imposition des glissements, la déformée résiduelle, est illustrée à la figure 5.2. Les déformées linéaires et non linéaires calculées à partir de cette géométrie imparfaite sont également tracées. Soulignons que le déterminant de la matrice de raideur est positif au terme de l'analyse.

On note donc l'influence importante des non-linéarités géométriques sur le comportement du pylône. Par ailleurs, la prédiction de cambrure obtenue après deux itérations seulement lors de l'analyse P-Delta s'avère remarquablement conforme aux observations de l'essai en vraie grandeur.

La distribution des forces dans les diagonales des faces transversales du mât est montrée au tableau 5.1. La charge ultime que peuvent supporter les pièces est calculée conformément au devis de conception de l'Hydro-Québec relatif aux pylônes à treillis pour les lignes de transport. Les résultats indiquent donc que les composantes de la structure sont adéquatement dimensionnées pour résister au chargement imposé. La membrure la plus sollicitée est la diagonale B11, située au bas de la rallonge: elle supporte un effort correspondant à 97% de la capacité nominale calculée en fonction de la contrainte d'appui dans le trou de boulon. Les diagonales du tronçon IV (pyramide inférieure) ne suscitent aucune inquiétude, la plus chargée d'entre elles, F11, conservant une réserve de 12%. Quant aux contreventements du tronçon III (pyramide supérieure), les F23 et F24 représentent les rapports effort/résistance maxima de 0.92 et 0.93 respectivement: leur capacité est contrôlée par le flambage élastique d'Euler. Les montants sont également satisfaisants puisque le plus chargé d'entre eux, situé au niveau 80 pieds juste au-dessus du diaphragme, encaisse 183 kips, ce qui représente une marge de 17% par rapport à sa charge critique de 215 kips.

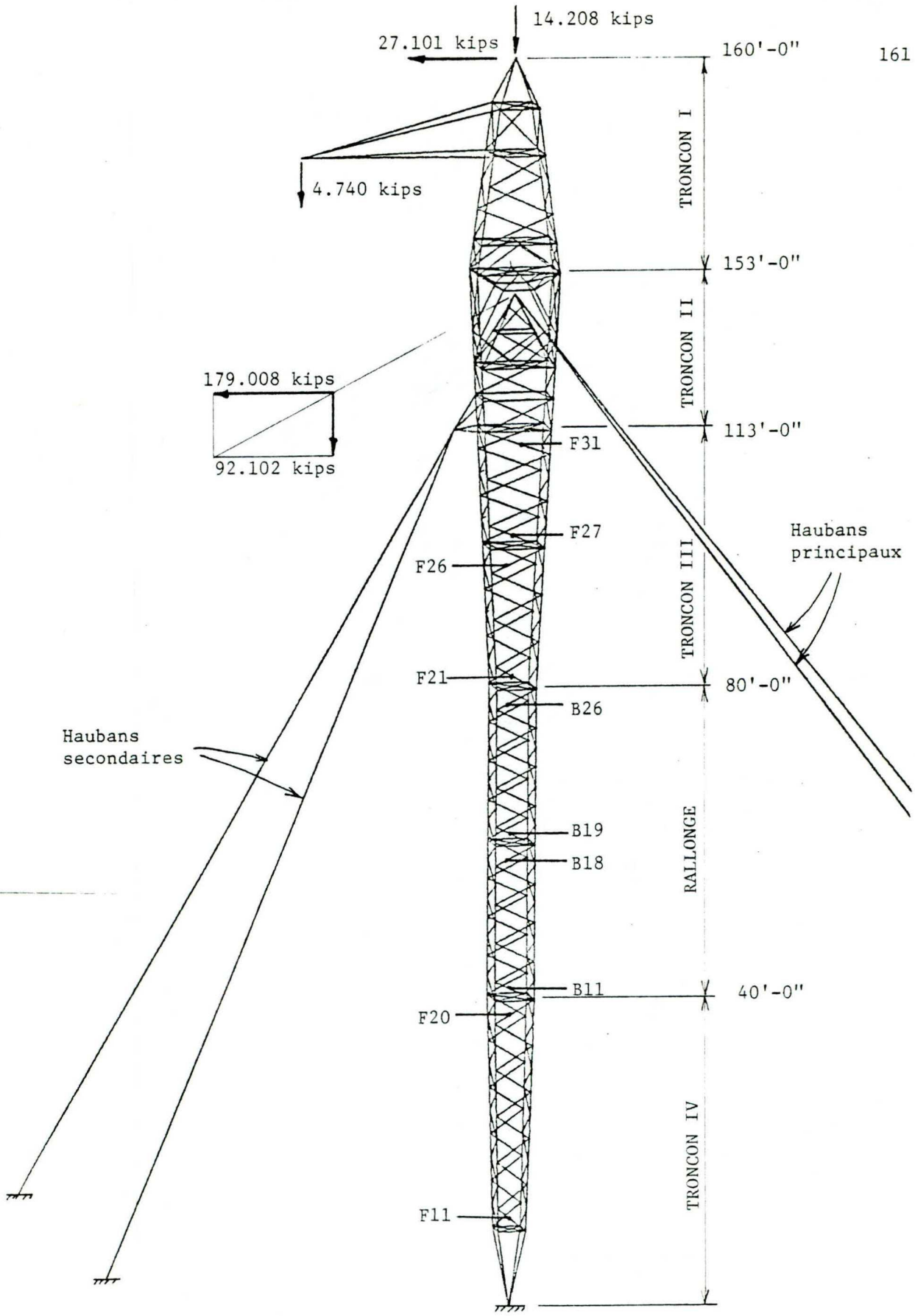
Une analyse sous 105% du chargement externe dont les résultats ne sont pas présentés ici, a par la suite été menée afin de corroborer la charge d'effondrement du pylône observée lors de l'essai en vraie grandeur. Cette analyse révéla un état de surcharge dans quelques composantes notamment B11, F23 et F24 qui devinrent sollicitées à 103%, 102% et 104% de leur capacité. On confirma ainsi la rupture du prototype d'essai

survenue par flambage d'une diagonale inférieure du tronçon III en atteignant le coefficient de charge de 105%.

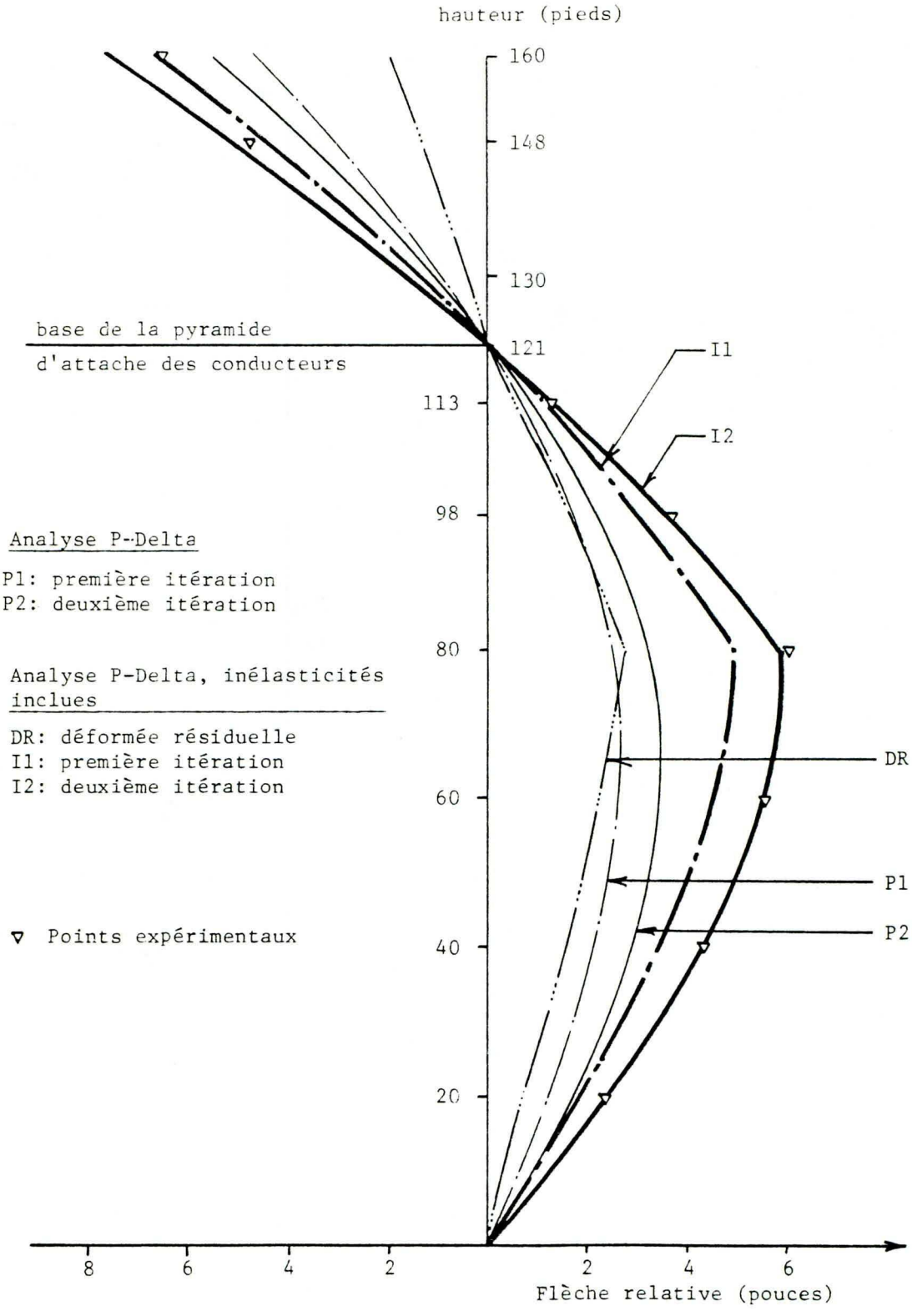
5.7 CONCLUSION

L'analyse effectuée sur le mât d'angle GM-90-L à l'aide du programme PDELTA conduit donc à des résultats très consistants, avec la réalité observée lors des essais de validation du pylône. Les déformations ont été prédites avec une exactitude remarquable et l'estimation de la capacité globale de la structure s'est avérée très juste.

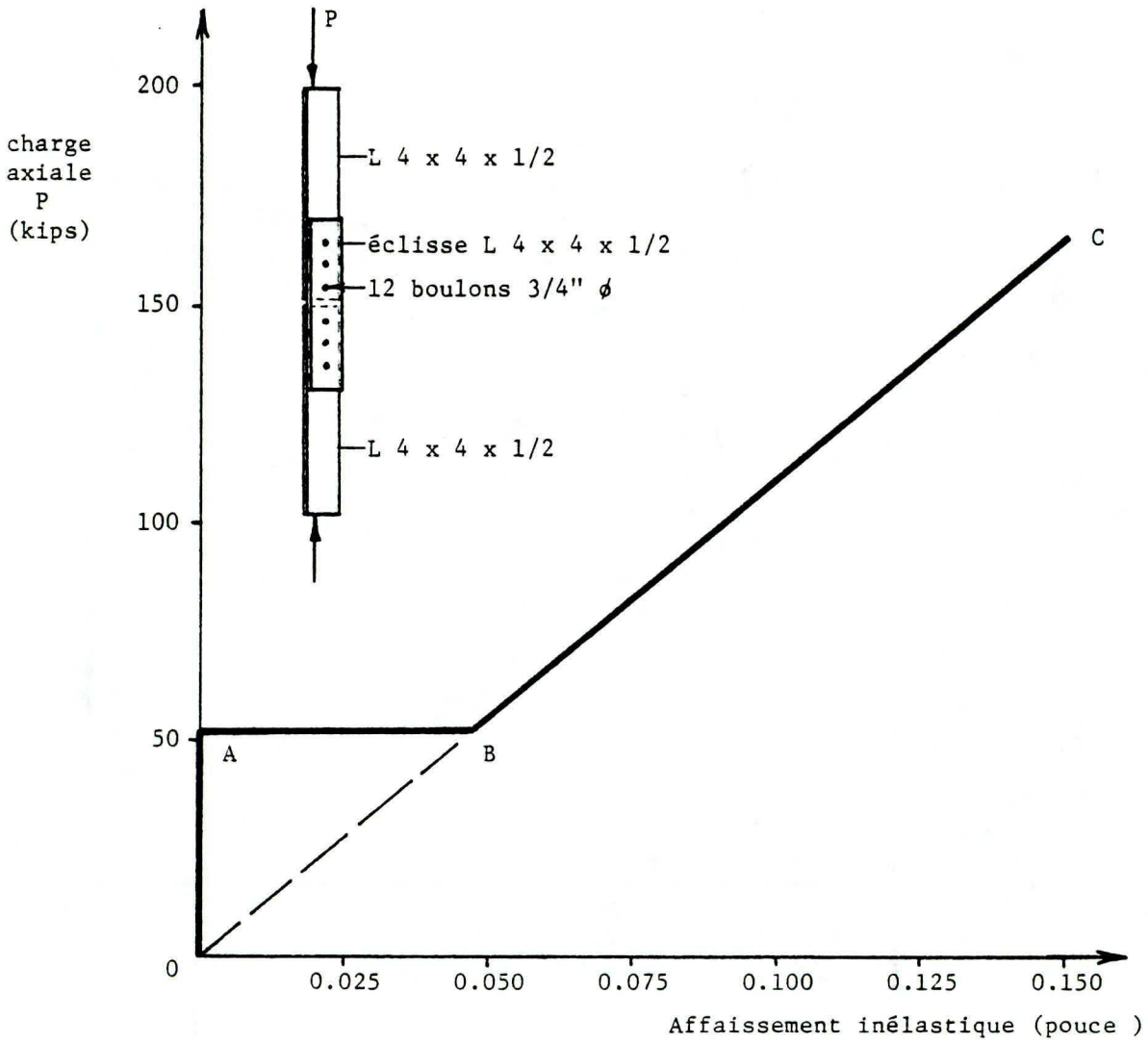
Soulignons de plus que la technique de calcul a par la suite été appliquée à un autre modèle de mât haubané, le GM-60-L et que les résultats furent à nouveau très conformes aux observations expérimentales.



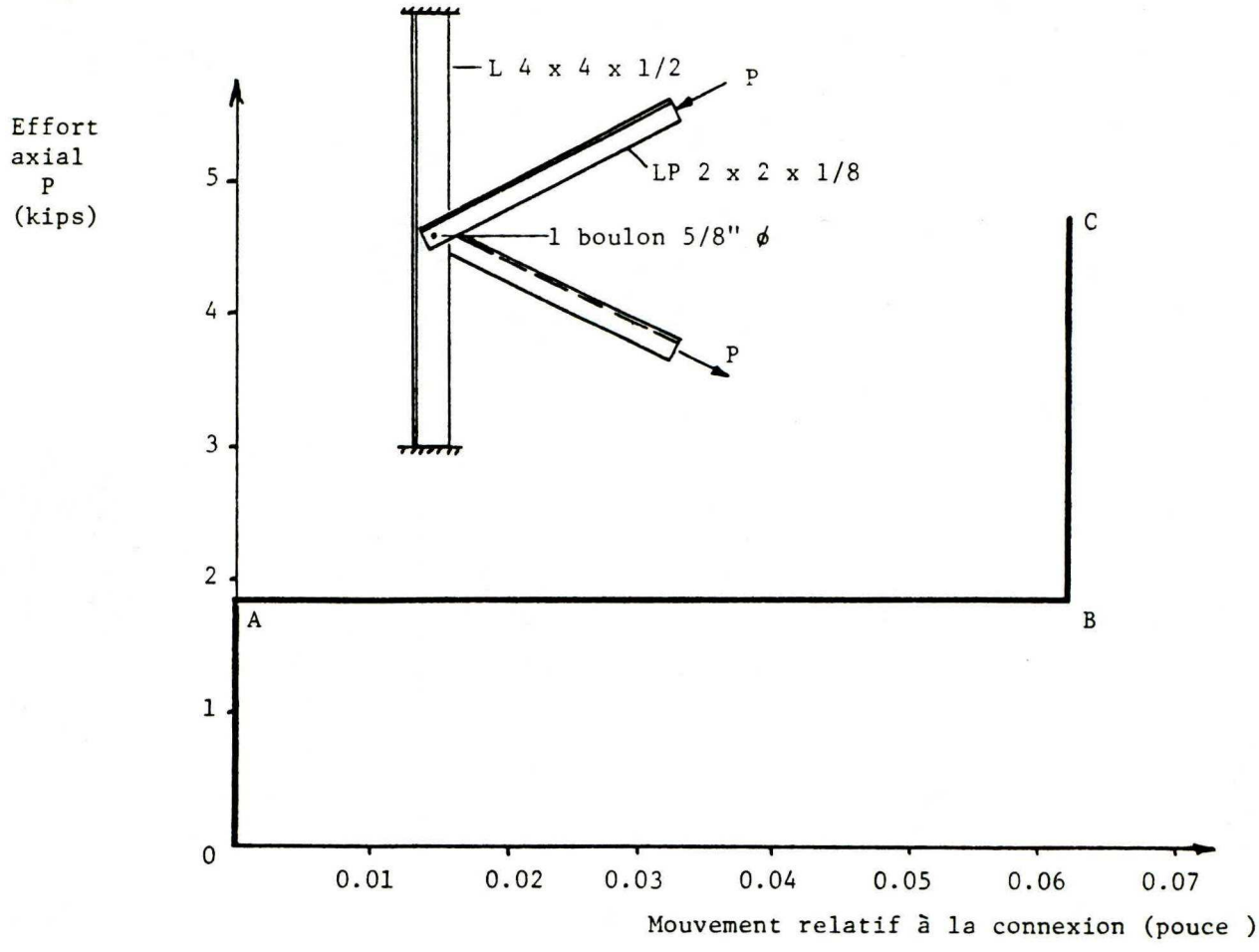
(figure 5.1) Modèle analytique du pylône d'angle GM-90-L.



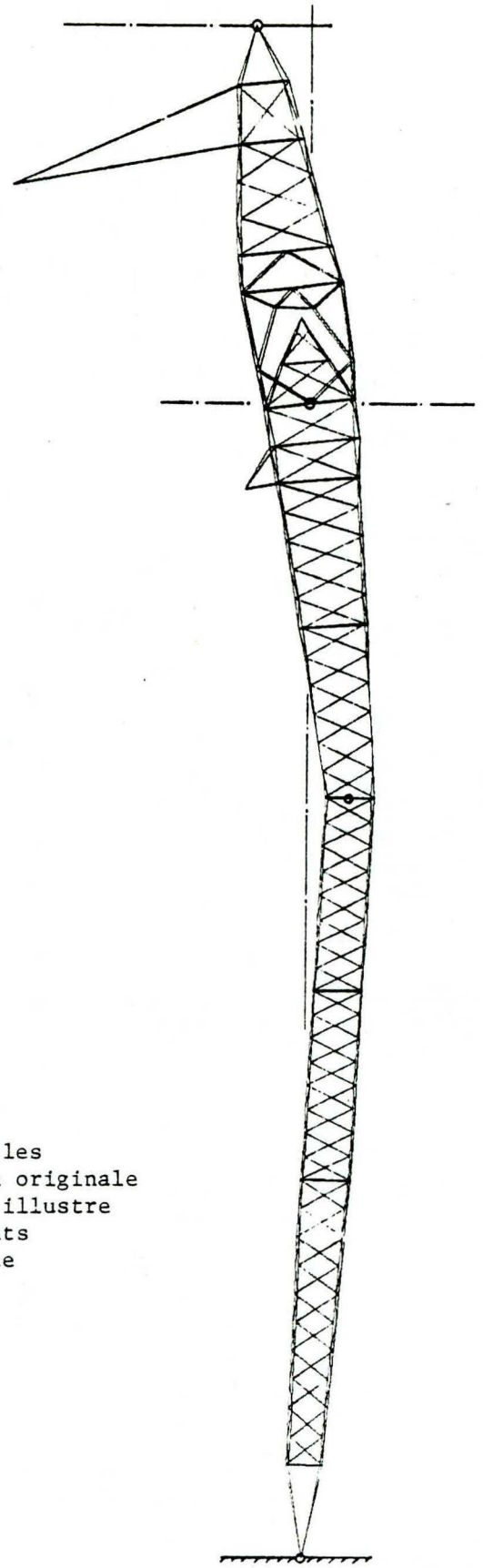
(figure 5.2) Flèches relatives du pylône GM-90-L.



(figure 5.3) Loi force-glissement pour les éclisses des membrures principales.



(figure 5.4) Glissement inélastique des diagonales.



Cette configuration dont les déviations de la position originale sont amplifiées 25 fois, illustre l'influence des glissements inélastiques prenant place dans les connexions.

(figure 5.5) Déformée résiduelle du pylône GM-90-L.

	Identification	Section	Capacité nominale (kips)		Efforts axiaux (kips)	
			Compression	Tension	Face rapprochée	Face éloignée
TRONCON IV	F11	LP2½x2½x5/32	-7.87	+7.87	-6.94	6.10
	F12	" "	"	"	6.28	-6.13
	F13	" "	"	"	-5.86	5.84
	F14	" "	"	"	5.51	-5.43
	F15	" "	"	"	-5.16	5.07
	F16	" "	"	"	4.83	-4.75
	F17	" "	"	"	-4.55	4.41
	F18	" "	"	"	4.33	-4.08
	F19	" "	"	"	-4.11	3.96
	F20	" "	"	"	3.55	-4.37
RALLONGE	B11	LP 2½x2½x1/8	-6.30	+6.30	-6.09	5.19
	B12	" "	"	"	5.81	-5.81
	B13	" "	"	"	-5.81	5.81
	B22	" "	"	"	4.77	-4.95
	B26	" "	"	"	2.54	-4.17
TRONCON III	F21	LP 2 x2 x5/32	-7.87	+7.87	5.86	-7.27
	F22	" "	"	"	-6.84	6.94
	F23	" "	-7.53	"	6.66	-6.98
	F24	" "	-6.95	"	-6.38	6.76
	F25	LP 2½x2½x3/16	-7.20	+9.45	6.08	-6.52
	F26	" "	-6.73	"	-6.00	5.86
	F27	LP 3x2½x3/16	-9.45	"	5.35	-6.49
	F28	" "	-8.85	"	-5.52	5.86
	F29	" "	-8.24	"	5.34	-5.62
	F30	" "	-7.67	"	-5.03	5.54
	F31	L 3x3x3/16	-9.45	"	4.62	-5.47

Notes:
- les désignations "face rapprochée" et "face éloignée" sont relatives au dessin de la figure 5.1.
- les forces en compression sont négatives, celles en tension, positives.
- le calcul tient compte des non-linéarités géométriques et des glissements aux connexions.

(tableau 5.1) Distribution des efforts axiaux dans les diagonales des faces transversales du pylône GM-90-L.

Chapitre 6

Conclusion

Un programme d'ordinateur a donc été mis au point pour exécuter l'analyse non linéaire des structures composées d'éléments rectilignes. Les dérivations de la matrice de rigidité et l'expression des charges aux noeuds équivalentes à des forces appliquées transversalement sur la portée sont basées sur l'équation d'équilibre exacte de la poutre en flexion composée. L'application de la procédure d'analyse à des cas pratiques a démontré l'avantage de cette formulation rigoureuse sur d'autres méthodes approximatives particulièrement en ce qui concerne la prédiction des charges critiques des sytèmes structuraux. De plus, le programme a permis d'obtenir une simulation analytique remarquablement juste du comportement d'une structure majeure pour laquelle des observations expérimentales étaient disponibles.

Les items suivants sont suggérés en vue d'études ultérieures à partir du présent travail:

1) Les non-linéarités physiques telles que l'influence des glissements inélastiques aux connexions boulonnées ou la création des rotules plastiques dans les poutres ont été abordées sommairement ici: leur traitement pourrait être assuré par un procédé systématique directement intégré au programme d'ordinateur;

2) l'addition d'un élément de câble tenant compte de la relation force-allongement non linéaire engendrée par l'effet de chaînette (réf. 19) serait intéressante du point de vue des lignes de transport ou pour l'analyse des tours de télécommunication haubanées.

Appendice A.1

Programme PDELTA - liste des énoncés

```
      COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                         SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR
ISN 0002              IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
                C*****
                C*****
ISN 0003              REAL*4 SS1,SS2,SS3
ISN 0004              DATA IPLOT/1HP/
                C*****
                C*****
ISN 0005              DIMENSION GRK(135000)
ISN 0006              COMMON /BGRK/ GRK,ISPACE
                C
                C    GRK(I)     MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE DE LA STRUCTURE
                C                EN FORME VECTORIELLE
                C    IAD(I)     VECTEUR UTILISE A L* ASSEMBLAGE ET CONTENANT
                C                L* ADRESSE DES 12 D.D.L. DE L* ELEMENT CONSIDERE
                C    DDD(I)     VECTEUR DES DEPLACEMENTS DES 12 D.D.L. DE
                C                L* ELEMENT CONSIDERE UTILISE AU CALCUL DES
                C                REACTIONS
                C               VECTEUR DES CHARGES EQUIVALENTES EN BOUT DES
                C                ELEMENTS UTILISE DANS LA CONSTRUCTION DU
                C                VECTEUR CHARGEMENT
                C    REACT(I)   REACTIONS EN BOUT DE L* ELEMENT
                C    PTK(I,J)   MATRICE DE RIGIDITE D* UN ELEMENT
                C    COOR(I,J)  MATRICE DES COORDONNEES DES NOEUDS,
                C                J=1 POUR X
                C                J=2 POUR Y
                C                J=3 POUR Z
                C    IFIX(I,J)  VECTEUR INDIQUANT LES RESTREINTES A CHAQUE NOEUD
                C                I ET, PAR LA SUITE, LA NUMEROTATION DE TOUS
                C                LES D.D.L. ACTIFS
                C
                C    POUR UN MATERIAU I
                C
                C    -E(I)       MODULE D* ELASTICITE
                C    -G(I)       MODULE DE CISAILLEMENT
                C    -CDT(I)     COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE
                C    -GAMMA(I)   POIDS SPECIFIQUE
                C
ISN 0007              DIMENSION IAD(12),DDD(12),REACT(12),
                     1          PTK(12,12),COOR(251,3),IFIX(250,6),
                     2          E(5),G(5),CDT(5),GAMMA(5),
                     3          AX(30),AZY(30,2),
                     4          XJ(30),YZI(30,2),MAT(30)
                C
                C    POUR UNE SECTION I
                C
                C    -AX(I)      AIRE DE LA SECTION TRANSVERSALE
                C    -AZY(I,J)   AIRE EFFECTIVE EN CISAILLEMENT DANS LA DIRECTION
                C                Z (J=1) ET Y (J=2)
                C    -XJ(I)      MOMENT D* INERTIE EN TORSION DE ST-VENANT
                C    -YZI(I,J)   MOMENT D* INERTIE AUTOUR DE L* AXE Y (J=1) ET
                C                Z (J=2)
                C    -MAT(I)     NUMERO DU MATERIAU
                C
                C    MINC(I,J)  INCIDENCES DES ELEMENTS, NOEUDS J=1,2,3
                C    MSECT(I)   NUMERO DE SECTION DE L* ELEMENT I
                C    NROT(I)    ENTIER DE 5 CARACTERES DONT CHACUN INDIQUE LA
```

```
C                PRESENCE OU NON D* UNE ROTULE DE CONSTRUCTION
C                DANS UNE DIRECTION DETERMINEE SUR L* ELEMENT I.
C                ROTULE AUTOUR DE X                (1     )
C                ROTULE AUTOUR DE Y AU NOEUD 1 ( 1    )
C                ROTULE AUTOUR DE Y AU NOEUD 2 (  1   )
C                ROTULE AUTOUR DE Z AU NOEUD 1 (   1  )
C                ROTULE AUTOUR DE Z AU NOEUD 2 (    1)
C    P(I)       CHARGE AXIALE DANS L* ELEMENT I (POSITIVE EN
C                TRACTION)
C
ISN 0008          DIMENSION MINC(600,3),MSECT(600),NROT(600),P(600),
                 1          MTRA(300,2),RTRA(300,2),
                 2          CHN(1500),CHE(1500),D(1500),DD(1500)
C
C    MTRA(I,J) VECTEUR DES VALEURS ENTIERES DEFINISSANT LE
C                CHARGEMENT I EN TRAVEE
C    RTRA(I,J) VECTEUR DES VALEURS NON-ENTIERES DEFINISSANT
C                LE CHARGEMENT I EN TRAVEE
C               MTRA(I,1) NUMERO DE L* ELEMENT CHARGE
C               MTRA(I,2) DIRECTION DU CHARGEMENT (AXE Z,=1
C                         AXE Y,=2)
C               RTRA(I,1) INTENSITE DE LA CHARGE
C               RTRA(I,2) DISTANCE DU POINT D* APPLICATION DE
C                         LA CHARGE A PARTIR DE L* EXTREMITE
C                         GAUCHE DE L* ELEMENT (0.0 SI CHARGE
C                         UNIFORMEMENT DISTRIBUEE)
C    CHN(I)     VECTEUR DES CHARGES APPLIQUEES DIRECTEMENT AUX
C                NOEUDS
C    CHE(I)     VECTEUR DES CHARGES TOTALES (CHN(I) + CHARGES
C                EQUIVALENTES AUX NOEUDS)
C    DD (I)     DEPLACEMENTS DE TOUTE LA STRUCTURE
C    D  (I)     DD (I)  DE L* ITERATION PRECEDENTE, CONSERVE
C                POUR FAIRE LE TEST DE CONVERGENCE
C    ITITRE(I) TITRE DU TRAVAIL EN 20 MOTS DE 4 CARACTERES
C                UTILISE AU DEBUT DE L* EXECUTION COMME ENTETE
C               NOM DU CHARGEMENT EN 14 MOTS DE 4 CARACTERES
C                UTILISE A CHAQUE CAS DE CHARGEMENT NOUVEAU
C    RES(I)     CONSTANTE ELASTIQUE DU RESSORT I
C    IDIRES(I) DIRECTION D* ACTION DU RESSORT I
C                1 DEPL-X     4 ROT-X
C                2 DEPL-Y     5 ROT-Y
C                3 DEPL-Z     6 ROT-Z
C
ISN 0009          DIMENSION ITITRE(20),RES(20),IDIRES(20),LROT(5)
ISN 0010          DIMENSION WC(2),FW(2),Q(2),QX(2),ALFA(2)
C
C    LROT(K)    VECTEUR INDIQUANT LA PRESENCE DE ROTULES DE CONS-
C                TRUCTION (=1) OU PAS (=0) POUR UN ELEMENT
C                DONNE
C                ROTULE AUTOUR DE Y AU NOEUD 1 (K=1)
C                ROTULE AUTOUR DE Y AU NOEUD 2 (K=2)
C                ROTULE AUTOUR DE Z AU NOEUD 1 (K=3)
C                ROTULE AUTOUR DE Z AU NOEUD 2 (K=4)
C                ROTULE AUTOUR DE X            (K=5)
C    WC(I)      FLECHE A MI-PORTEE SUIVANT L* AXE Z (I=1) ET Y
C                (I=2)
C    FW(I)      INTENSITE DE LA CHARGE UNIFORMEMENT REPARTIE SUR
C                UN ELEMENT, APPLIQUEE SUIVANT L* AXE Z (I=1)
```

```
C                ET Y (I=2)
C    Q(I)       INTENSITE DE LA CHARGE PONCTUELLE SUR UN ELEMENT
C                APPLIQUEE SUIVANT L* AXE Z (I=1) ET Y (I=2)
C    QX(I)      MOMENT A MI-PORTEE CAUSEE PAR LA CHARGE PONCTUEL-
C                LE SEULEMENT, SUIVANT Z (I=1) ET Y (I=2)
C    ALFA(I)    VALEUR DE ALFA SUIVANT Z (I=1) ET Y (I=2)
C    IPLAN(I,J) VECTEUR CONTENANT POUR CHAQUE PLANCHER RIGIDE,
C                LE NUMERO DU PREMIER NOEUD DU PLANCHER (J=1)
C                ET CELUI DU DERNIER (J=2). TOUS LES NUMEROS DES
C                NOEUDS DU PLANCHER I CONSIDERE SONT COMPRIS
C                ENTRE IPLAN(I,1) ET IPLAN(I,2) ET, (IPLAN(I,2)-
C                IPLAN(I,1)) DONNE LE NOMBRE DE NOEUDS DU PLAN-
C                CHER I
C
ISN 0011          DIMENSION IPLAN(30,2),ITEMP(10,3),TEMP(10)
C
C    TEMP(I)    VECTEUR CONTENANT LES VALEURS EN DEGRES DES
C                CHANGEMENTS DE TEMPERATURE
C    ITEMP(I,J) VECTEUR CONTENANT LES VALEURS ENTIERES
C                DEFINISSANT UN CHARGEMENT DE VARIATION DE
C                TEMPERATURE
C                J=1  NUMERO DU PREMIER ELEMENT DE LA SERIE
C                J=2  INTERVALLE D* ASSIGNATION DES NUMEROS
C                     D* ELEMENTS DE LA SERIE
C                J=3  NUMERO DU DERNIER ELEMENT DE LA SERIE
C               TOUS LES ELEMENTS AINSI DESIGNES SONT SOUMIS
C                A  UN CHANGEMENT DE TEMPERATURE TEMP(I)
C
ISN 0012          IN=5
ISN 0013          IO=6
C
ISN 0014       1000 FORMAT (A1)
ISN 0015       1001 FORMAT (20A4)
ISN 0016       1002 FORMAT (13I5,F5.0,2I5)
ISN 0017       1004 FORMAT (I5,3F10.0,2I5,3F10.0)
ISN 0018       1005 FORMAT (I5,4X,6I1,2I5)
ISN 0019       1006 FORMAT  (I5,4F10.0)
ISN 0020       1106 FORMAT (I5,2X,2A4,I5,6F10.0)
ISN 0021       1007 FORMAT (9I5)
ISN 0022       1008 FORMAT (2I5,F10.0,2I5)
ISN 0023       1009 FORMAT (4I5,14A4,A3,I1)
ISN 0024       1010 FORMAT (2I5,F10.0,2I5)
ISN 0025       1110 FORMAT (I5,F10.0,2I5)
ISN 0026       1011 FORMAT (2I5,F10.0,2I5,F10.0)
ISN 0027       1012 FORMAT (4I5)
ISN 0028       1013 FORMAT (5I5)
C
ISN 0029       2000 FORMAT ('1PROGRAMME P-DELTA 3-D',////,
                   1          1X,82('*')/,' *',20A4,'*'/,1X,82('*')///,
                   2          1X,'TYPE DE STRUCTURE')
ISN 0030       2001 FORMAT (1X,'---- CADRE 3-D')
ISN 0031       2002 FORMAT (1X,'---- TREILLIS 3-D')
ISN 0032       2003 FORMAT (1X,'---- CADRE 2-D')
ISN 0033       2004 FORMAT (1X,'---- TREILLIS 2-D')
 SN 0034       2005 FORMAT (///,' ANALYSE LINEAIRE')
ISN 0035       2006 FORMAT (///,' ANALYSE NON-LINEAIRE'/,
                   1          '       CONVERGENCE A ',F4.2,' %'/,
                   2          '       EU ',I2,' ITERATIONS')
```

```
ISN 0036      2007 FORMAT (//,' LONGUEURS EN PIEDS')
ISN 0037      2008 FORMAT (//,' NOMBRE DE NOEUDS                =',I5/,
                  1         ' NOMBRE D* ELEMENTS               =',I5/,
                  2         ' NOMBRE DE MATERIAUX              =',I5/,
                  2         ' NOMBRE DE TYPES D* ELEMENTS      =',I5/,
                  3         ' NOMBRE DE NOEUDS BLOQUES         =',I5/,
                  4         ' NOMBRE D* APPUIS ELASTIQUES      =',I5/,
                  5         ' NOMBRE DE PLANCHERS RIGIDES      =',I5/,
                  6         ' NOMBRE DE COUPLES DE D.D.L.',/,
                  7         '                    IDENTIQUES    =',I5)
ISN 0038      2009 FORMAT ('1',6X,3(' COORDONNEE'),5X,
                  1        'DEGRES - - - DE - - - LIBERTE'/,
                  2        ' NOEUD',8X,'X',11X,'Y',11X,'Z',10X,
                  3        'DX   DY   DZ    RX   RY   RZ'//)
ISN 0039      2010 FORMAT (1X,I5,1X,3F12.3,3X,3I5,1X,3I5)
ISN 0040      2011 FORMAT ('1'/,' PROPRIETES DES ELEMENTS'//,
                  1        ' DESCRIPTION DES MATERIAUX'/,44X,'COEFF.  DE'/,
                  2        ' TYPE',12X,'E',15X,'G',10X,'DILATATION',8X,
                  3        'POIDS'/,44X,'THERMIQUE',7X,'SPECIFIQUE'/)
ISN 0041      2111 FORMAT (1X,I3,1X,4E16.6)
ISN 0042      2012 FORMAT (//////,' DESCRIPTION DES SECTIONS'//,
                  1        ' SECTION',8X,'MATERIAU',9X,'AX',12X,'AY',12X,'AZ',
                  2        14X,'J',17X,'IY',16X,'IZ'//)
ISN 0043      2112 FORMAT (1X,I5,3X,2A4,I3,4X,3F14.4,3F18.6)
ISN 0044      2013 FORMAT ('1'/,' DEFINITION DES ELEMENTS'/)
ISN 0045      2113 FORMAT (' ELEMENT',3X,'N1',5X,'N2',5X,'N3',3X,'ROTULES',
                  1        ' MATERIAU SECTION',5X,
                  2        'AX',7X,'AY',7X,'AZ',10X,'J',
                  3        10X,'IY',10X,'IZ', 11X,'L'/,
                  4        31X,'XYYZZ'/,32X,'1212'/)
ISN 0046      2014 FORMAT (1X,I5,3I7,I9,I7,I9,1X,3F9.2,3F12.2,F13.3)
ISN 0047      2015 FORMAT (' VERIFIER LA LONGUEUR DE L* ELEMENT PRECEDENT')
ISN 0048      2016 FORMAT (////,' NOMBRE D* EQUATIONS =',I6/,
                  1        ' LARGEUR DE BANDE    =',I6,
                  2        '   DUE A L* ELEMENT ',I3/,
                  3        ' ESPACE REQUIS       =',I6)
ISN 0049      2017 FORMAT ('1'/,' APPUIS ELASTIQUES'//,
                  1        ' RESSORT',3X,'NOEUD',2X,'DIRECTION',4X,
                  2        'D.D.L.',6X,'K'//)
ISN 0050      2018 FORMAT (1X,I5,2I9,4X,I7,E13.3)
ISN 0051      2019 FORMAT ('1',/,' CHARGEMENT NO',I5,5X,14A4,A3/,
                  1              ' ******************'/)
ISN 0052      2020 FORMAT (       ' NOMBRE DE CHARGES AUX NOEUDS =',I5/,
                  1              ' NOMBRE DE CHARGES EN TRAVEE  =',I5/,
                  2              ' NOMBRE D* ELEMENTS SOUMIS A'/,
                  3              ' UN CHANGEMENT DE TEMPERATURE =',I5)
ISN 0053      2120 FORMAT (' POIDS PROPRE CONSIDERE')
ISN 0054      2021 FORMAT (//,' CHARGES AUX NOEUDS'/,
                  1              ' ------------------'//,
                  2              ' NOEUD DIRECTION     FORCE'/)
ISN 0055      2022 FORMAT (1X,I5,I7,4X,E13.6)
ISN 0056      2023 FORMAT (//,' CHARGES EN TRAVEE'/,
                  1              ' ------------------'/,32X,'DISTANCE  DU'/,
                  2              ' ELEMENT DIRECTION     FORCE',4X,
                  3             'NOEUD GAUCHE'/)
ISN 0057      2024 FORMAT (1X,I5,I7,4X,E13.6,F12.3)
ISN 0058      2121 FORMAT (//,' VARIATIONS DE TEMPERATURE'/,
                  1              ' -------------------------'/)
```

```
ISN 0059      2122 FORMAT (' LES',I5,' ELEMENTS DONT LES NUMEROS VONT DE',
                  1        I5,' A',I5,' PAR INTERVALLES DE',I5,/,
                  2       '     SONT SOUMIS A UNE VARIATION DE TEMPERATURE',
                  3       ' DE',F8.2,' DEGRES'/)
ISN 0060      2025 FORMAT (' DEPLACEMENTS DES NOEUDS',50X,'APRES',I3,
                  1        ' ITERATION(S)'//,' NOEUD',7X,'DEPL-X',8X,
                  2        'DEPL-Y',8X,
                  3        'DEPL-Z',10X,'ROT-X',9X,'ROT-Y',9X,'ROT-Z'//)
ISN 0061      2026 FORMAT (1X,I5,3X,3E14.4,2X,3E14.4)
ISN 0062      2027 FORMAT (///////,' REACTIONS DES APPUIS ELASTIQUES',39X,
                  1        'APRES',I3,
                  2        ' ITERATION(S)'//,' RESSORT',3X,'NOEUD',2X,
                  3        'DIRECTION',6X,'FORCE'//)
ISN 0063      2028 FORMAT (1X,I5,2I9,7X,E18.8)
ISN 0064      2029 FORMAT (' REACTIONS EN BOUT DES ELEMENTS',80X,'APRES',I3,
                  1        ' ITERATION(S)'//,25X,'C I S A I L L E M E N T',
                  2        11X,'M O M E N T  D E  F L E X I O N',9X,
                  3        'A X I A L',7X,'T O R S I O N'/,
                  4        ' ELEMENT',2X,'NOEUD',10X,'AXE Y',13X,
                  5        'AXE Z',15X,'AXE Y',13X,'AXE Z'//)
ISN 0065      2030 FORMAT (1X,I5,I8,3X,2E18.8,2X,2E18.8)
ISN 0066      2031 FORMAT (17X,2E18.8,2X,2E18.8)
ISN 0067      2032 FORMAT (8X,I8,3X,2E18.8,2X,2E18.8,2X,2E18.8)
ISN 0068      2033 FORMAT (92X,'ALPHA Y=',E11.4/,92X,'ALPHA Z=',E11.4)
ISN 0069      2035 FORMAT (1H1)
ISN 0070      2036 FORMAT (20X,' WC(1)=',E11.4,'    WC(2)=',E11.4)
              C
              C          1. TITRE
              C
ISN 0071            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0072       3999 CONTINUE
ISN 0073            READ (IN,1001) ITITRE
ISN 0074            WRITE (IO,2000) ITITRE
              C
              C          2. CONTROLE
              C
ISN 0075            READ (IN,1000) ISTAR
              C
              C    ITYPE      VARIABLE INDIQUANT LE TYPE DE STRUCTURE
              C                1  CADRE 3-D
              C                2  TREILLIS 3-D
              C                3  CADRE 2-D
              C                4  TREILLIS 2-D
              C    IPIED      VARIABLE INDIQUANT LE SYSTEME D* UNITES
              C                0  UNITES CONSISTANTES
              C                1  LONGUEURS EN PIEDS MAIS PROPRIETES DES
              C                   SECTIONS EN POUCES
              C    N          NOMBRE DE NOEUDS
              C    M          NOMBRE D* ELEMENTS
              C    NMAT       NOMBRE DE MATERIAUX
              C    NSECT      NOMBRE DE SECTIONS
              C    NFIX       NOMBRE DE NOEUDS OU IL Y A RESTREINTE RIGIDE
              C    NRES       NOMBRE D* APPUIS ELASTIQUES
              C    NPLAN      NOMBRE DE PLANCHERS RIGIDES
              C    NIDENT     NOMBRE DE D.D.L. IDENTIQUES
              C
ISN 0076            READ (IN,1002) ITYPE,IPIED,N,M,NMAT,NSECT,NFIX,NRES,
                  1                NPLAN,NIDENT,NCC,IPDEL,ITER,CONV,LSUR2,
```

```
                2                ISTOP
              C
              C   NCC        NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT
              C   IPDEL      VARIABLE INDIQUANT LE TYPE D* ANALYSE
              C                0  LINEAIRE
              C                1  NON-LINEAIRE (EFFET P-DELTA)
              C   ITER       NOMBRE MAXIMUM D* ITERATIONS POUR UN MEME CAS
              C                DE CHARGEMENT (=5 PAR DEFAUT)
              C   CONV       TOLERANCE POUR LE TEST DE CONVERGENCE (=2.0 P.C.
              C                PAR DEFAUT)
              C   LSUR2      VARIABLE COMMANDANT LE CALCUL DES EFFORTS A
              C                MI-PORTEE DES ELEMENTS CHARGES EN TRAVEE SI =1
              C                LE CALCUL N* EST PAS FAIT SI =0
              C   ISTOP      VARIABLE PERMETTANT L* EXECUTION COMPLETE DU
              C                PROBLEME (=0) OU LA VERIFICATION DES DONNEES
              C                SEULEMENT (=1)
              C
ISN 0077            GO TO (1,2,3,4),ITYPE
ISN 0078          1 WRITE (IO,2001)
ISN 0079            GO TO 4000
ISN 0080          2 WRITE (IO,2002)
ISN 0081            GO TO 4000
ISN 0082          3 WRITE (IO,2003)
ISN 0083            GO TO 4000
ISN 0084          4 WRITE (IO,2004)
ISN 0085       4000 CONTINUE
ISN 0086            IF (ITER.EQ.0) ITER=5
ISN 0088            IF (CONV.EQ.0.0) CONV=2.0
ISN 0090            IF (IPDEL.EQ.0) GO TO 5
ISN 0092            IPDEL=1
ISN 0093            WRITE (IO,2006) CONV,ITER
ISN 0094            CONV=CONV/100.0
ISN 0095            GO TO 6
ISN 0096          5 WRITE (IO,2005)
ISN 0097          6 IF (IPIED.EQ.1) WRITE (IC,2007)
ISN 0099            WRITE (IO,2008) N,M,NMAT,NSECT,NFIX,NRES,NPLAN,NIDENT
              C
              C        3. GEOMETRIE
              C
ISN 0100            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0101            ICONT=0
ISN 0102            DO 8 I=1,N
ISN 0103            READ (IN,1004) NI,X,Y,Z,INC,NF,XF,YF,ZF
ISN 0104            COOR(NI,1)=X
ISN 0105            COOR(NI,2)=Y
ISN 0106            COOR(NI,3)=Z
ISN 0107            ICONT=ICONT+1
ISN 0108            IF (ICONT.EQ.N) GO TO 9
ISN 0110            IF (INC.EQ.0) GO TO 8
ISN 0112            NINC=(NF-NI)/INC
ISN 0113            X=(XF-X)/NINC
ISN 0114            Y=(YF-Y)/NINC
ISN 0115            Z=(ZF-Z)/NINC
ISN 0116            NI=NI+INC
ISN 0117            DO 7 J=NI,NF,INC
ISN 0118            JM=J-INC
ISN 0119            COOR(J,1)=COOR(JM,1)+X
ISN 0120            COOR(J,2)=COOR(JM,2)+Y
```

```
ISN 0121            COOR(J,3)=COOR(JM,3)+Z
ISN 0122            ICONT=ICONT+1
ISN 0123            IF (ICONT.EQ.N) GO TO 9
ISN 0125          7 CONTINUE
ISN 0126          8 CONTINUE
ISN 0127          9 CONTINUE
                  C
                  C        4. RESTREINTES
                  C
ISN 0128            DO 10 I=1,N
ISN 0129            DO 10 J=1,6
ISN 0130         10 IFIX(I,J)=1
ISN 0131            IF (NFIX.EQ.0) GO TO 13
ISN 0133            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0134            ICONT=0
ISN 0135            DO 12 I=1,NFIX
ISN 0136            READ (IN,1005) NI,N1,N2,N3,N4,N5,N6,INC,NF
ISN 0137            N1=1-N1
ISN 0138            N2=1-N2
ISN 0139            N3=1-N3
ISN 0140            N4=1-N4
ISN 0141            N5=1-N5
ISN 0142            N6=1-N6
ISN 0143            IF (IFIX(NI,1).NE.0) IFIX(NI,1)=N1
ISN 0145            IF (IFIX(NI,2).NE.0) IFIX(NI,2)=N2
ISN 0147            IF (IFIX(NI,3).NE.0) IFIX(NI,3)=N3
ISN 0149            IF (IFIX(NI,4).NE.0) IFIX(NI,4)=N4
ISN 0151            IF (IFIX(NI,5).NE.0) IFIX(NI,5)=N5
ISN 0153            IF (IFIX(NI,6).NE.0) IFIX(NI,6)=N6
ISN 0155            ICONT=ICONT+1
ISN 0156            IF (ICONT.EQ.NFIX) GO TO 13
ISN 0158            IF (INC.EQ.0) GO TO 12
ISN 0160            NI=NI+INC
ISN 0161            DO 11 J=NI,NF,INC
ISN 0162            IF (IFIX(J,1).NE.0) IFIX(J,1)=N1
ISN 0164            IF (IFIX(J,2).NE.0) IFIX(J,2)=N2
ISN 0166            IF (IFIX(J,3).NE.0) IFIX(J,3)=N3
ISN 0168            IF (IFIX(J,4).NE.0) IFIX(J,4)=N4
ISN 0170            IF (IFIX(J,5).NE.0) IFIX(J,5)=N5
ISN 0172            IF (IFIX(J,6).NE.0) IFIX(J,6)=N6
ISN 0174            ICONT=ICONT+1
ISN 0175            IF (ICONT.EQ.NFIX) GO TO 13
ISN 0177         11 CONTINUE
ISN 0178         12 CONTINUE
ISN 0179         13 CONTINUE
                  C
                  C        4.1. RESTREINTE AUTOMATIQUE
                  C
ISN 0180            GO TO (20,18,16,14),ITYPE
ISN 0181         14 DO 15 I=1,N
ISN 0182            IFIX(I,2)=0
ISN 0183            IFIX(I,4)=0
ISN 0184            IFIX(I,5)=0
ISN 0185         15 IFIX(I,6)=0
ISN 0186            GO TO 20
                  C
ISN 0187         16 DO 17 I=1,N
ISN 0188            IFIX(I,2)=0
```

```
ISN 0189            IFIX(I,4)=0
ISN 0190         17 IFIX(I,6)=0
ISN 0191            GO TO 20
                 C
ISN 0192         18 DO 19 I=1,N
ISN 0193            IFIX(I,4)=0
ISN 0194            IFIX(I,5)=0
ISN 0195         19 IFIX(I,6)=0
ISN 0196         20 CONTINUE
                 C
                 C          4.2. PLANCHERS RIGIDES
                 C
ISN 0197            IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5004
ISN 0199            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0200            ICONT=0
ISN 0201            DO 5003 I=1,NPLAN
ISN 0202            READ (IN,1012) NI,NFPL,INC,NF
ISN 0203            ICONT=ICONT+1
ISN 0204            N1=NI+1
ISN 0205            IPLAN(ICONT,1)=NI
ISN 0206            IPLAN(ICONT,2)=NFPL
ISN 0207            DO 5000 J=N1,NFPL
ISN 0208            IFIX(J,1)=0
ISN 0209            IFIX(J,2)=0
ISN 0210            IFIX(J,6)=0
ISN 0211       5000 CONTINUE
ISN 0212            IF (ICONT.EQ.NPLAN) GO TO 5004
ISN 0214            IF (INC.EQ.0) GO TO 5003
ISN 0216            N2=IPLAN(I,1)+INC
ISN 0217            DO 5002 NI=N2,NF,INC
ISN 0218            ICONT=ICONT+1
ISN 0219            N1=NI+1
ISN 0220            NFPL=NFPL+INC
ISN 0221            IPLAN(ICONT,1)=NI
ISN 0222            IPLAN(ICONT,2)=NFPL
ISN 0223            DO 5001 J=N1,NFPL
ISN 0224            IFIX(J,1)=0
ISN 0225            IFIX(J,2)=0
ISN 0226            IFIX(J,5)=0
ISN 0227       5001 CONTINUE
ISN 0228            IF (ICONT.EQ.NPLAN) GO TO 5004
ISN 0230       5002 CONTINUE
ISN 0231       5003 CONTINUE
ISN 0232       5004 CONTINUE
                 C
                 C          4.3. D.D.L.IDENTIQUES
                 C
ISN 0233            IF (NIDENT.EQ.0) GO TO 5007
ISN 0235            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0236            ICONT=0
ISN 0237            DO 5006 I=1,NIDENT
ISN 0238            READ (IN,1013) N1,N2,NDDL,INC,NF
ISN 0239            ICONT=ICONT+1
ISN 0240            MINC(I,1)=N1
ISN 0241            MINC(I,2)=N2
ISN 0242            MINC(I,3)=NDDL
ISN 0243            MSECT(I) =INC
ISN 0244            NROT(I)  =NF
```

```
ISN 0245            IFIX(N2,NDDL)=0
ISN 0246            IF (ICONT.EQ.NIDENT) GO TO 5007
ISN 0248            IF (INC.EQ.0) GO TO 5006
ISN 0250            N2=N2+INC
ISN 0251            DO 5005 J=N2,NF,INC
ISN 0252            ICONT=ICONT+1
ISN 0253            IFIX( J,NDDL)=0
ISN 0254            IF (ICONT.EQ.NIDENT) GO TO 5007
ISN 0256         5005 CONTINUE
ISN 0257         5006 CONTINUE
ISN 0258         5007 CONTINUE
                 C
                 C          4.4. NUMEROTATION DES D.D.L.
                 C
ISN 0259            NDDL=0
ISN 0260            DO 21 I=1,N
ISN 0261            DO 21 J=1,6
ISN 0262            NDDL=NDDL+IFIX(I,J)
ISN 0263         21 IFIX(I,J)=NDDL*IFIX(I,J)
                 C
ISN 0264            IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5016
ISN 0266            ICONT=0
ISN 0267            DO 5015 I=1,NPLAN
ISN 0268            NI  =IPLAN(I,1)
ISN 0269            NFPL=IPLAN(I,2)
ISN 0270            N1=NI+1
ISN 0271            DO 5015 J=N1,NFPL
ISN 0272            IFIX(J,1)=IFIX(NI,1)
ISN 0273            IFIX(J,2)=IFIX(NI,2)
ISN 0274            IFIX(J,6)=IFIX(NI,6)
ISN 0275         5015 CONTINUE
ISN 0276         5016 CONTINUE
                 C
ISN 0277            IF (NIDENT.EQ.0) GO TO 5010
ISN 0279            ICONT=0
ISN 0280            DO 5009 I=1,NIDENT
ISN 0281            ICONT=ICONT+1
ISN 0282            N1=MINC(I,1)
ISN 0283            N2=MINC(I,2)
ISN 0284            N3=MINC(I,3)
ISN 0285            INC=MSECT(I)
ISN 0286            NF=NROT(I)
ISN 0287            IFIX(N2,N3)=IFIX(N1,N3)
ISN 0288            IF (ICONT.EQ.NIDENT) GO TO 5010
ISN 0290            IF (INC.EQ.0) GO TO 5009
ISN 0292            N2=N2+INC
ISN 0293            DO 5008 J=N2,NF,INC
ISN 0294            ICONT=ICONT+1
ISN 0295            IFIX( J,N3)=IFIX(N1,N3)
ISN 0296            IF (ICONT.EQ.NIDENT) GO TO 5010
ISN 0298         5008 CONTINUE
ISN 0299         5009 CONTINUE
ISN 0300         5010 CONTINUE
                 C
                 C          4.5. IMPRESSION DE LA GEOMETRIE ET DES D.D.L.
                 C
ISN 0301            N1=1
ISN 0302            N2=0
```

```
ISN 0303       4CC1 N2=N2+50
ISN 0304            IF (N2.GT.N) N2=N
ISN 0306            WRITE (IO,2009)
 SN 0307            DO 22 I=N1,N2
ISN 0308            WRITE (IO,2010) I,(CCCR(I,J),J=1,3),(IFIX(I,J),J=1,6)
ISN 0309         22 CONTINUE
ISN 0310            N1=N1+50
ISN 0311            IF (N1.LE.N) GO TO 4CC1
                 C
                 C        5. PROPRIETES DES ELEMENTS
                 C        5.1. DESCRIPTION DES MATERIAUX
                 C
ISN 0313            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0314            WRITE (IO,2011)
ISN 0315            DO 123 I=1,NMAT
ISN 0316            READ (IN,1006) N1,E(I),G(I),CDT(I),GAMMA(I)
ISN 0317            IF (G(I).EQ.0.0) G(I)=E(I)/2.6
ISN 0319            WRITE (IO,2111) N1,E(I),G(I),CDT(I),GAMMA(I)
ISN 0320       123 CONTINUE
                 C
                 C        5.2. DESCRIPTION DES SECTIONS
                 C
ISN 0321            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0322            WRITE (IO,2012)
ISN 0323            DO 23 I=1,NSECT
ISN 0324            READ (IN,1106) N1,ITITRE(1),ITITRE(2),MAT(N1),AX(N1),
                   1               AZY(N1,2),AZY(N1,1),XJ(N1),YZI(N1,1),
                   2               YZI(N1,2)
ISN 0325            IF (YZI(N1,1).EQ.0.0) YZI(N1,1)=1.0
ISN 0327            IF (YZI(N1,2).EQ.0.0) YZI(N1,2)=1.0
ISN 0329            WRITE (IO,2112) N1,ITITRE(1),ITITRE(2),MAT(N1),AX(N1),
                   1               AZY(N1,2),AZY(N1,1),XJ(N1),YZI(N1,1),
                   2               YZI(N1,2)
ISN 0330       23 CONTINUE
                 C
                 C        6. DEFINITION DES ELEMENTS
                 C
ISN 0331            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0332            ICONT =0
ISN 0333            DO 25 I=1,M
ISN 0334            READ (IN,1007) NI,N1,N2,N3,N5,INC,NF,N4   ,N6
ISN 0335            MINC(NI,1)=N1
ISN 0336            MINC(NI,2)=N2
ISN 0337            MINC(NI,3)=N3
ISN 0338            NROT(NI)=N4
ISN 0339            MSECT(NI)=N5
ISN 0340            ICONT=ICONT+1
ISN 0341            IF (ICONT.EQ.M) GO TO 26
ISN 0343            IF (INC.EQ.0) GO TO 25
ISN 0345            IF (No.EQ.0) N6=1
ISN 0347            NI=NI+N6
ISN 0348            DO 24 J=NI,NF,N6
ISN 0349            JM=J-N6
ISN 0350            MINC(J,1)=MINC(JM,1)+INC
 SN 0351            MINC(J,2)=MINC(JM,2)+INC
ISN 0352            MINC(J,3)=N3
ISN 0353            NROT(J)=N4
ISN 0354            MSECT(J)=N5
```

```
ISN 0355            ICONT=ICUNT+1
ISN 0356            IF (ICONT.EQ.M) GO TO 26
ISN 0358         24 CONTINUE
 SN 0359         25 CONTINUE
ISN 0360         26 CONTINUE
                 C
ISN 0361            N4=1
ISN 0362            N6=0
ISN 0363       4002 N6=N6+50
ISN 0364            IF (N6.GT.M) N6=M
ISN 0366            WRITE (IO,2013)
ISN 0367            WRITE (IO,2113)
ISN 0368            DO 27 I=N4,N6
ISN 0369            N1=MINC(I,1)
ISN 0370            N2=MINC(I,2)
ISN 0371            N3=MINC(I,3)
ISN 0372            N5=MSECT(I)
ISN 0373            DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                   1          +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                   2          +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0374            WRITE (IO,2014) I,N1,N2,N3,NRCT(I),MAT(N5),N5,AX(N5),
                   1                AZY(N5,2),AZY(N5,1),XJ(N5),YZI(N5,1),
                   2                YZI(N5,2),DL
ISN 0375            IF (DL.LE.0.001) WRITE (IO,2015)
ISN 0377         27 CONTINUE
ISN 0378            N4=N4+50
ISN 0379            IF (N4.LE.M) GO TO 4002
                 C
ISN 0381            IF (ITYPE.EQ.1) GO TO 4004
ISN 0383            NDUM=N+1
ISN 0384            COOR(NDUM,1)=0.0
ISN 0385            COOR(NDUM,2)=0.0
ISN 0386            COOR(NDUM,3)=0.0
ISN 0387            DO 4003 I=1,M
ISN 0388            MINC(I,3)=NDUM
ISN 0389       4003 CONTINUE
ISN 0390       4004 CONTINUE
                 C****
                 C****
ISN 0391            REWIND 81
ISN 0392            DO 7001 I=1,M
ISN 0393       7001 WRITE(81) I,MINC(I,1),MINC(I,2)
                 C****
                 C****
                 C
                 C          7. CALCUL DE LA LARGEUR DE BANDE
                 C
                 C    NDDL       NOMBRE D* INCONNUES A RESOUDRE (NOMBRE DE D.D.L.)
                 C    NBW        LARGEUR DE BANDE
                 C    MBAND      ELEMENT RESPONSABLE DE LA LARGEUR DE BANDE
                 C    ISPACE     LONGUEUR DU VECTEUR GRK
                 C
ISN 0394            NBW= 0
ISN 0395            DO 39 I=1,M
 SN 0396            MIN=NDDL
ISN 0397            MAX= 0
ISN 0398            N1=MINC(I,1)
ISN 0399            N2=MINC(I,2)
```

```
                C
ISN 0400            DO 29 J=1,6
ISN 0401            IF (IFIX(N1,J).EQ.0) GO TO 28
 SN 0403            IF (IFIX(N1,J).LT.MIN) MIN=IFIX(N1,J)
ISN 0405            IF (IFIX(N1,J).GT.MAX) MAX=IFIX(N1,J)
                C
ISN 0407         28 IF (IFIX(N2,J).EQ.0) GO TO 29
ISN 0409            IF (IFIX(N2,J).LT.MIN) MIN=IFIX(N2,J)
ISN 0411            IF (IFIX(N2,J).GT.MAX) MAX=IFIX(N2,J)
ISN 0413         29 CONTINUE
                C
ISN 0414            IF (MIN.EQ.NDDL) MIN=0
ISN 0416            IBW=MAX-MIN+1
ISN 0417            IF (IBW.LE.NBW) GO TO 39
ISN 0419            NBW=IBW
ISN 0420            MBAND=I
ISN 0421         39 CONTINUE
ISN 0422            ISPACE=NDDL*NBW-NBW*(NBW-1)/2
ISN 0423            WRITE (IO,2016) NDDL,NBW,MBAND,ISPACE
                C
                C       8. CONVERSION EN PIEDS
                C
ISN 0424            IF (IPIED.EQ.0) GO TO 41
ISN 0426            DO 40 I=1,NSECT
ISN 0427            AX(I)=AX(I)/144.0
ISN 0428            AZY(I,2)=AZY(I,2)/144.0
ISN 0429            AZY(I,1)=AZY(I,1)/144.0
ISN 0430            XJ(I)=XJ(I)/20736.0
ISN 0431            YZI(I,1)=YZI(I,1)/20736.0
ISN 0432            YZI(I,2)=YZI(I,2)/20736.0
ISN 0433         40 CONTINUE
ISN 0434            DO 140 I=1,NMAT
ISN 0435            E(I)=E(I)*144.0
ISN 0436            G(I)=G(I)*144.0
ISN 0437            GAMMA(I)=GAMMA(I)*1728.0
ISN 0438        140 CONTINUE
ISN 0439         41 CONTINUE
                C
                C       9. APPUIS ELASTIQUES
                C
ISN 0440            IF (NRES.EQ.0) GO TO 44
ISN 0442            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0443            WRITE (IO,2017)
ISN 0444            ICONT=0
ISN 0445            DO 43 I=1,NRES
ISN 0446            READ (IN,1008) NI,N6,RESS,INC,NF
ISN 0447            ICONT=ICONT+1
ISN 0448            IDIRES(ICONT)=IFIX(NI,N6)
ISN 0449            RES(ICONT)=RESS
ISN 0450            WRITE (IO,2018) ICONT,NI,N6,IDIRES(ICONT),RES(ICONT)
ISN 0451            IF (ICONT.EQ.NRES) GO TO 44
ISN 0453            IF (INC.EQ.0) GO TO 43
                C
ISN 0455            NI=NI+INC
 SN 0456            DO 42 J=NI,NF,INC
ISN 0457            ICONT=ICONT+1
ISN 0458            IDIRES(ICONT)=IFIX(J,N6)
ISN 0459            RES(ICONT)=RESS
```

```
ISN 0460            WRITE (IO,2018) ICONT,J,N6,IDIRES(ICONT),RES(ICONT)
ISN 0461            IF (ICONT.EQ.NRES) GO TO 44
ISN 0463         42 CONTINUE
 SN 0464         43 CONTINUE
ISN 0465         44 CONTINUE
ISN 0466            DWC=0.0
                 C
                 C        10. CHARGEMENT
                 C
ISN 0467            DO 100 NUCC=1,NCC
                 C
                 C        10.1. CONTROLE
                 C
ISN 0468            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0469            READ (IN,1009) NOCC,NNC,NEC,NECT,(ITITRE(J),J=1,15),NGAM
ISN 0470            WRITE (IO,2019) NCCC,(ITITRE(J),J=1,15)
ISN 0471            WRITE (IO,2020) NNC,NEC,NECT
ISN 0472            IF (NGAM.NE.0) WRITE (IO,2120)
                 C
                 C        10.2. CHARGES AUX NOEUDS
                 C
ISN 0474            DO 45 I=1,NDDL
ISN 0475            CHN(I)=0.0
ISN 0476         45 CONTINUE
                 C
ISN 0477            IF (NNC.EQ.0) GO TO 48
ISN 0479            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0480            WRITE (IO,2021)
ISN 0481            ICONT=0
ISN 0482            DO 47 I=1,NNC   NO  IDIR
ISN 0483            READ (IN,1010) NI,N2,F,INC,NF
ISN 0484            ICONT=ICONT+1
ISN 0485            WRITE (IO,2022) NI,N2,F
ISN 0486            N1=IFIX(NI,N2)
ISN 0487            IF (N1.NE.0) CHN(N1)=CHN(N1)+F
                 C
ISN 0489            IF (N2.GT.2) GO TO 5013
ISN 0491            IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5013
ISN 0493            N4=LEPLAN(NI,IPLAN,NPLAN)
ISN 0494            IF (N4.EQ.0) GO TO 5013
ISN 0496            N5=IFIX(N4,6)
ISN 0497            IF (N5.EQ.0) GO TO 5013
ISN 0499            GO TO (5011,5012),N2
ISN 0500       5011 CHN(N5)=CHN(N5)-F*(CCOR(NI,2)-CCOR(N4,2))
ISN 0501            GO TO 5013
ISN 0502       5012 CHN(N5)=CHN(N5)+F*(CCOR(NI,1)-CCOR(N4,1))
ISN 0503       5013 CONTINUE
                 C
ISN 0504            IF (ICONT.EQ.NNC) GO TO 48
ISN 0506            IF (INC.EQ.0) GO TO 47
ISN 0508            NI=NI+INC
ISN 0509            DO 46 J=NI,NF,INC
ISN 0510            ICONT=ICONT+1
ISN 0511            WRITE (IO,2022) J,N2,F
 SN 0512            N1=IFIX(J,N2)
ISN 0513            IF (N1.NE.0) CHN(N1)=CHN(N1)+F
                 C
ISN 0515            IF (N2.GT.2) GO TO 5023
```

```
ISN 0517            IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5023
ISN 0519            N4=LEPLAN( J,IPLAN,NPLAN)
ISN 052C            IF (N4.EQ.0) GO TO 5023
 SN 0522            N5=IFIX(N4,6)
ISN 0523            IF (N5.EQ.0) GO TO 5023
ISN 0525            GO TO (5021,5022),N2
ISN 0526         5021 CHN(N5)=CHN(N5)-F*(COOR( J,2)-CCOR(N4,2))
ISN 0527            GO TO 5023
ISN 0528         5022 CHN(N5)=CHN(N5)+F*(CCCR( J,1)-CCOR(N4,1))
ISN 0529         5023 CONTINUE
                 C
ISN 0530            IF (ICONT.EQ.NNC) GO TO 48
ISN 0532          46 CONTINUE
ISN 0533          47 CCNTINUE
ISN 0534          48 CONTINUE
                 C
                 C        10.3. CHARGES EN TRAVEE
                 C
ISN 0535            IF (NEC.EQ.0) GO TO 51
ISN 0537            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0538            WRITE (IO,2023)
ISN 0539            ICONT=0
ISN 0540            DO 50 I=1,NEC   NO IOIR F INC NF A
ISN 0541            READ (IN,1011) NI,N4,F,INC,NF,A
ISN 0542            ICONT=ICONT+1
ISN 0543            MTRA(ICONT,1)=NI
ISN 0544            MTRA(ICONT,2)=N4
ISN 0545            RTRA(ICONT,1)= F
ISN 0546            RTRA(ICONT,2)= A
ISN 0547            WRITE (IO,2024) NI,N4,F,A
ISN 0548            IF (ICONT.EQ.NEC) GC TC 51
ISN 0550            IF (INC.EQ.0) GO TO 50
ISN 0552            NI=NI+INC
ISN 0553            DO 49 J=NI,NF,INC
ISN 0554            ICONT=ICONT+1
ISN 0555            MTRA(ICONT,1)= J
ISN 0556            MTRA(ICONT,2)=N4
ISN 0557            RTRA(ICONT,1)= F
ISN 0558            RTRA(ICONT,2)= A
ISN 0559            WRITE (IO,2024) J,N4,F,A
ISN 056C            IF (ICONT.EQ.NEC) GC TC 51
ISN 0562          49 CONTINUE
ISN 0563          50 CONTINUE
ISN 0564          51 CONTINUE
                 C
                 C        10.4. VARIATIONS DE TEMPERATURE
                 C
ISN 0565            IF (NECT.EQ.0) GO TO 5027
ISN 0567            READ (IN,1000) ISTAR
ISN 0568            WRITE (IO,2121)
ISN 0569            NTEMP=0
ISN 057C            ICONT=0
ISN 0571            DO 5026 I=1,NECT
ISN 0572            READ (IN,1110) NI,F,INC,NF
 SN 0573            IF (NF.EQ.0) NF=NI
ISN 0575            IF (INC.EQ.0) INC=1
ISN 0577            NTEMP=NTEMP+1
ISN 0578            ITEMP(NTEMP,1)=NI
```

```
ISN 0579            ITEMP(NTEMP,2)=INC
ISN 0580            ITEMP(NTEMP,3)=NF
ISN 0581            TEMP (NTEMP)  =F
ISN 0582            N5=(NF-NI+INC)/INC
ISN 0583            ICONT=ICONT+N5
ISN 0584            WRITE (IO,2122) N5,NI,NF,INC,F
ISN 0585            IF (ICONT.EQ.NECT) GO TO 5027
ISN 0587         5026 CONTINUE
ISN 0588         5027 CONTINUE
                C
ISN 0589            IF (ISTOP.NE.0) GO TO 100
                C
                C        10.5. POIDS PROPRE
                C
ISN 0591            IF (NGAM.EQ.0) GO TO 300
ISN 0593            DO 299 I=1,M
ISN 0594            N1=MINC(I,1)
ISN 0595            N2=MINC(I,2)
ISN 0596            N5=MSECT(I)
ISN 0597            NM=MAT(N5)
ISN 0598            DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                   1          +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                   2          +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0599            F=AX(N5)*DL*GAMMA(NM)/2.0
ISN 0600            N4=IFIX(N1,3)
ISN 0601            CHN(N4)=CHN(N4)-F
ISN 0602            N4=IFIX(N2,3)
ISN 0603            CHN(N4)=CHN(N4)-F
ISN 0604          299 CONTINUE
ISN 0605          300 CONTINUE
                C
                C        11. INITIALISATION DES EFFORTS AXIAUX
                C
ISN 0606            DO 52 I=1,M
ISN 0607            P(I)=0.0
ISN 0608           52 CONTINUE
ISN 0609            DO 4007 I=1,NDDL
ISN 0610            D(I)=0.0
ISN 0611         4007 CONTINUE
                C
                C        12. PROCESSUS D* ITERATION
                C
ISN 0612            NITER=0
ISN 0613            IF (IPDEL.EQ.0.AND.NUCC.GT.1) GO TO 60
                C
                C        12.1. CONSTRUCTION DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE
                C
ISN 0615         4008 CONTINUE
ISN 0616            DO 53 I=1,ISPACE
ISN 0617           53 GRK(I)=0.0D0
                C
                C        12.1.1. MATRICE DE RIGIDITE DE L* ELEMENT
                C
ISN 0618            DO 57 I=1,M
ISN 0619            N1=MINC(I,1)
ISN 0620            N2=MINC(I,2)
ISN 0621            N3=MINC(I,3)
ISN 0622            N5=MSECT(I)
```

```
ISN 0623              NM=MAT(N5)
ISN 0624              DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                     1         +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                     2         +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0625              LROT(5)=NROT(I)/10000
ISN 0626              LROT(1)=NROT(I)/1000-10*LROT(5)
ISN 0627              LROT(2)=NROT(I)/100-100*LROT(5)-10*LROT(1)
ISN 0628              LROT(3)=NROT(I)/10-1000*LROT(5)-100*LROT(1)-10*LROT(2)
ISN 0629              LROT(4)=NROT(I)-10000*LROT(5)-1000*LROT(1)-100*LROT(2)
                     1        -10*LROT(3)
ISN 0630              CALL POUTRE (ITYPE,NITER,E(NM),G(NM),AX(N5),AZY(N5,2),
                     1             AZY(N5,1),
                     2             XJ(N5),YZI(N5,1),YZI(N5,2),DL,P(I),ALFA,
                     3             COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N1,3),
                     4             COOR(N2,1),COOR(N2,2),COOR(N2,3),
                     5             COOR(N3,1),COOR(N3,2),COOR(N3,3),
                     6             LROT,0,PTK)
                C
ISN 0631              IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5033
ISN 0633              L1=LEPLAN(N1,IPLAN,NPLAN)
ISN 0634              L2=LEPLAN(N2,IPLAN,NPLAN)
ISN 0635              IF (L1.EQ.0.AND.L2.EQ.0) GO TO 5033
ISN 0637              X=0.0
ISN 0638              Y=0.0
ISN 0639              XF=0.0
ISN 0640              YF=0.0
ISN 0641              IF (L1.EQ.0) GO TO 5030
ISN 0643              X=COOR(L1,1)
ISN 0644              Y=COOR(L1,2)
ISN 0645       5030 IF (L2.EQ.0) GO TO 5031
ISN 0647              XF=COOR(L2,1)
ISN 0648              YF=COOR(L2,2)
ISN 0649       5031 CALL TPLAN (L1,L2,COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N2,1),
                     1             COOR(N2,2),X,Y,XF,YF,PTK,0)
ISN 0650       5033 CONTINUE
                C
                C         12.1.2. ASSEMBLAGE DE L* ELEMENT
                C
ISN 0651              DO 54 J=1,6
ISN 0652              IAD(J  )=IFIX(N1,J)
ISN 0653              IAD(J+6)=IFIX(N2,J)
ISN 0654           54 CONTINUE
                C
ISN 0655              DO 56 N4=1,12
ISN 0656              II=IAD(N4)
ISN 0657              IF (II.EQ.0) GO TO 56
ISN 0659              DO 55 N6=1,12
ISN 0660              JJ=IAD(N6)-II
ISN 0661              IF (JJ.LT.0) GO TO 55
ISN 0663              N5=II+JJ*NDDL-JJ*(JJ-1)/2
ISN 0664              GRK(N5)=GRK(N5)+PTK(N4,N6)
ISN 0665           55 CONTINUE
ISN 0666           56 CONTINUE
ISN 0667           57 CONTINUE
                C
                C         12.1.3. ASSEMBLAGE DES APPUIS ELASTIQUES
                C
ISN 0668              IF (NRES.EQ.0) GO TO 59
```

```
ISN 0670            DO 58 I=1,NRES
ISN 0671            II=IDIRES(I)
ISN 0672            GRK(II)=GRK(II)+RES(I)
ISN 0673         58 CONTINUE
ISN 0674         59 CONTINUE
                 C
ISN 0675            CALL DBAND (IO,NDDL,NBW)
ISN 0676            IF (NBW.EQ.0) GO TO 101
                 C
                 C        12.2. CONSTRUCTION DU VECTEUR CHARGEMENT
                 C
ISN 0678         60 CONTINUE
ISN 0679            DO 4009 I=1,NDDL
ISN 0680            CHE(I)=CHN(I)
ISN 0681       4009 CONTINUE
                 C
ISN 0682            IF (NEC.EQ.0) GO TO 4011
ISN 0684            DO 4010 I=1,NEC
ISN 0685            J =MTRA(I,1)
ISN 0686            N1=MINC(J,1)
ISN 0687            N2=MINC(J,2)
ISN 0688            N3=MINC(J,3)
ISN 0689            N4=MTRA(I,2)
ISN 0690            N5=MSECT(J)
ISN 0691            NM=MAT(N5)
ISN 0692            DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                   1          +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                   2          +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0693            IF (ITYPE.EQ.2.OR.ITYPE.EQ.4) GO TO 4016
ISN 0695            LROT(5)=NROT(J)/10000
ISN 0696            LROT(1)=NROT(J)/1000-10*LROT(5)
ISN 0697            LROT(2)=NROT(J)/100-100*LROT(5)-10*LROT(1)
ISN 0698            LROT(3)=NROT(J)/10-1000*LROT(5)-100*LROT(1)-10*LROT(2)
ISN 0699            LROT(4)=NROT(J)-10000*LROT(5)-1000*LROT(1)-100*LROT(2)
                   1          -10*LROT(3)
ISN 0700            L2=2*N4-1
ISN 0701            L1=LROT(L2  )
ISN 0702            L2=LROT(L2+1)
ISN 0703            GO TO 4017
ISN 0704       4016 L1=1
ISN 0705            L2=1
ISN 0706       4017 CONTINUE
ISN 0707            IV=4-N4
ISN 0708            IM=4+N4
ISN 0709            ISIGNE=3-2*N4
                 C
ISN 0710            IF (RTRA(I,2).EQ.0.0) CALL UNIF  (ITYPE,NITER,ISIGNE,0,
                   1         DWC,RTRA(I,1),E(NM),G(NM),YZI(N5,N4),AZY(N5,N4),
                   2         DL,L1,L2,P(J),COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N1,3),
                   3                       COOR(N2,1),COOR(N2,2),COOR(N2,3),
                   4                       COOR(N3,1),COOR(N3,2),COOR(N3,3),
                   5                       DDD,0)
ISN 0712            IF (RTRA(I,2).NE.0.0) CALL PONCT (ITYPE,NITER,ISIGNE,0,
                   1         DWC,RTRA(I,1),RTRA(I,2),
                   2         E(NM),G(NM),YZI(N5,N4),AZY(N5,N4),
                   3         DL,L1,L2,P(J),COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N1,3),
                   4                       COOR(N2,1),COOR(N2,2),COOR(N2,3),
                   5                       COOR(N3,1),COOR(N3,2),COOR(N3,3),
```

```
                     5                              DDD,0)
                    C
ISN 0714                  IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5035
 SN 0716                  N6=LEPLAN(N1,IPLAN,NPLAN)
ISN 0717                  IF (N6.EQ.0) GO TO 5034
ISN 0719                  DDD(6)=DDD(6)-DDD(1)*(COOR(N1,2)-COOR(N6,2))
                         1                 +DDD(2)*(COOR(N1,1)-COOR(N6,1))
ISN 0720           5034 N6=LEPLAN(N2,IPLAN,NPLAN)
ISN 0721                  IF (N6.EQ.0) GO TO 5035
ISN 0723                  DDD(12)=DDD(12)-DDD(7)*(COOR(N2,2)-COOR(N6,2))
                         1                   +DDD(8)*(COOR(N2,1)-COOR(N6,1))
ISN 0724           5035 CONTINUE
                    C
ISN 0725                  DO 4010 II=1,6
ISN 0726                  IV1=IFIX(N1,II)
ISN 0727                  IV2=IFIX(N2,II)
ISN 0728                  IF (IV1.NE.0) CHE(IV1)=CHE(IV1)+DDD(II  )
ISN 0730                  IF (IV2.NE.0) CHE(IV2)=CHE(IV2)+DDD(II+6)
ISN 0732           4010 CONTINUE
ISN 0733           4011 CONTINUE
                    C
ISN 0734                  IF (NECT.EQ.0) GO TO 5039
ISN 0736                  DO 5038 I=1,NTEMP
ISN 0737                  NI=ITEMP(I,1)
ISN 0738                  INC=ITEMP(I,2)
ISN 0739                  NF=ITEMP(I,3)
ISN 0740                  F=TEMP(I)
ISN 0741                  DO 5037 J=NI,NF,INC
ISN 0742                  N1=MINC(J,1)
ISN 0743                  N2=MINC(J,2)
ISN 0744                  N3=MINC(J,3)
ISN 0745                  DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                         1          +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                         2          +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0746                  N5=MSECT(J)
ISN 0747                  NM=MAT(N5)
ISN 0748                  CALL THERM (E(NM),CDT(NM),AX(N5),F,DL,
                         1             COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N1,3),
                         2             COOR(N2,1),COOR(N2,2),COOR(N2,3),DDD,1)
ISN 0749                  DO 5036 II=1,3
ISN 0750                  IV1=IFIX(N1,II)
ISN 0751                  IV2=IFIX(N2,II)
ISN 0752                  IF (IV1.NE.0) CHE(IV1)=CHE(IV1)+DDD(II)
ISN 0754                  IF (IV2.NE.0) CHE(IV2)=CHE(IV2)-DDD(II)
ISN 0756           5036 CONTINUE
ISN 0757           5037 CONTINUE
ISN 0758           5038 CONTINUE
ISN 0759           5039 CONTINUE
                    C
                    C         12.3. SOLUTION ET TEST DE CONVERGENCE
                    C
ISN 0760                  CALL SBAND (CHE,DD,NDDL,NBW)
ISN 0761                  NITER=NITER+1
ISN 0762                  ISORT=(NITER-ITER)*IPDEL
 SN 0763                  IF (ISORT.EQ.0) GO TO 4013
ISN 0765                  IF (NITER.EQ.1) GO TO 62
ISN 0767                  DO 61 I=1,NDDL
ISN 0768                  IF (DABS(DD(I)).LT.0.001) GO TO 61
```

```
ISN 0770            DDT=DABS(DD(I)-D(I))-DABS(CONV*DD(I))
ISN 0771            IF (DDT.GT.0.0) GO TO 62
ISN 0773         61 CONTINUE
 SN 0774            ISORT=0
ISN 0775            GO TO 4013
ISN 0776         62 DO 4012 I=1,NDDL
ISN 0777            D(I)=DD(I)
ISN 0778       4012 CONTINUE
                C
                C         12.4. EXPANSION DU VECTEUR DEPLACEMENT
                C
ISN 0779       4013 N1=0
ISN 0780            DO 64 I=1,N
ISN 0781            II=N-I+1
ISN 0782            DO 63 J=1,6
ISN 0783            JJ=7-J
ISN 0784            N1=N1+1
ISN 0785            N2=6*N-N1+1
ISN 0786            N5=IFIX(II,JJ)
ISN 0787            IF (N5.EQ.0) DD(N2)=0.0
ISN 0789            IF (N5.GT.0) DD(N2)=DD(N5)
ISN 0791         63 CONTINUE
ISN 0792         64 CONTINUE
                C
ISN 0793            IF (NPLAN.EQ.0) GO TO 5041
ISN 0795            DO 5040 I=1,NPLAN
ISN 0796            NI=IPLAN(I,1)
ISN 0797            NF=IPLAN(I,2)
ISN 0798            N3=NI+1
ISN 0799            DO 5040 J=N3,NF
ISN 0800            N1=6*(NI-1)+1
ISN 0801            N2=N1+1
ISN 0802            N6=N1+5
ISN 0803            N4=6*( J-1)+1
ISN 0804            N5=N4+1
ISN 0805            DD(N4)=DD(N1)-DD(N6)*(COOR(J,2)-COOR(NI,2))
ISN 0806            DD(N5)=DD(N2)+DD(N6)*(COOR(J,1)-COOR(NI,1))
ISN 0807       5040 CONTINUE
ISN 0808       5041 CONTINUE
                C
                C         13. CALCUL DES EFFORTS AXIAUX
                C
ISN 0809            IF (ISORT.EQ.0) GO TO 4014
ISN 0811            DO 65 I=1,M
ISN 0812            N1=MINC(I,1)
ISN 0813            N2=MINC(I,2)
ISN 0814            N5=MSECT(I)
ISN 0815            NM=MAT(N5)
ISN 0816            X12=COOR(N2,1)-COOR(N1,1)
ISN 0817            Y12=COOR(N2,2)-COOR(N1,2)
ISN 0818            Z12=COOR(N2,3)-COOR(N1,3)
ISN 0819            DL=DSQRT(X12*X12+Y12*Y12+Z12*Z12)
ISN 0820            N1=6*(N1-1)
ISN 0821            N2=6*(N2-1)
 SN 0822            P(I)=E(NM)*AX(N5)*( X12*(DD(N2+1)-DD(N1+1))
                   1                   +Y12*(DD(N2+2)-DD(N1+2))
                   2                   +Z12*(DD(N2+3)-DD(N1+3)) )/DL/DL
ISN 0823         65 CONTINUE
```

```
                C
                C        14. DEPLACEMENTS DES NOEUDS
                C
 SN 0824         4014 N6=IPDEL*NITER
ISN 0825              N2=1
ISN 0826              N3=0
ISN 0827         4015 N3=N3+50
ISN 0828              IF (N3.GT.N) N3=N
ISN 0830              WRITE (IO,2019) NOCC,(ITITRE(I),I=1,15)
ISN 0831              WRITE (IO,2025) N6
                C
ISN 0832              DO 66 I=N2,N3
ISN 0833              N1=6*(I-1)
ISN 0834              S1=DD(N1+1)
ISN 0835              S2=DD(N1+2)
ISN 0836              S3=DD(N1+3)
ISN 0837              S4=DD(N1+4)
ISN 0838              S5=DD(N1+5)
ISN 0839              S6=DD(N1+6)
ISN 0840              WRITE (IO,2026) I,S1,S2,S3,S4,S5,S6
ISN 0841           66 CONTINUE
ISN 0842              N2=N2+50
ISN 0843              IF (N2.LE.N) GO TO 4015
                C
                C        15. REACTIONS DES APPUIS ELASTIQUES
                C
ISN 0845              IF (NRES.EQ.0) GO TO 70
ISN 0847              WRITE (IO,2027) N6
ISN 0848              DO 69 N1=1,NRES
ISN 0849              DO 67 I=1,N
ISN 0850              DO 67 J=1,6
ISN 0851              IF (IFIX(I,J).EQ.IDIRES(N1)) GO TO 68
ISN 0853           67 CONTINUE
ISN 0854           68 II=6*(I-1)+J
ISN 0855              F=-DD(II)*RES(N1)
ISN 0856              WRITE (IO,2028) N1,I,J,F
ISN 0857           69 CONTINUE
ISN 0858           70 CONTINUE
                C
ISN 0859              IF (ISORT.EQ.0) GO TO 71
ISN 0861              IF (NITER.NE.1) GO TO 4008
ISN 0863           71 CONTINUE
                C
                C        16. REACTIONS EN BOUT DES ELEMENTS
                C                    ET A MI-PORTEE
                C
ISN 0864              J=1
ISN 0865              K=0
ISN 0866           78 K=K+58
ISN 0867              IF (K.GT.M) K=M
ISN 0869              WRITE (IO,2019) NOCC,(ITITRE(I),I=1,15)
ISN 0870              WRITE (IO,2029) N6
                C
                C        16.1. REACTIONS DUES AUX DEPLACEMENTS
                C
ISN 0871              DO 77 I=J,K
ISN 0872              N1=MINC(I,1)
ISN 0873              N2=MINC(I,2)
```

chaque
element

```
ISN 0874              N3=MINC(I,3)
ISN 0875              N5=MSECT(I)
ISN 0876              NM=MAT(N5)
ISN 0877              DL=DSQRT( (COOR(N2,1)-COOR(N1,1))*(COOR(N2,1)-COOR(N1,1))
                     1          +(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))*(COOR(N2,2)-COOR(N1,2))
                     2          +(COOR(N2,3)-COOR(N1,3))*(COOR(N2,3)-COOR(N1,3)) )
ISN 0878              IF (ITYPE.EQ.4) GO TO 4018
ISN 0880              IF (ITYPE.EQ.2) GO TO 4019
ISN 0882              LROT(5)=NROT(I)/10000
ISN 0883              LROT(1)=NROT(I)/1000-10*LROT(5)
ISN 0884              LROT(2)=NROT(I)/100-100*LROT(5)-10*LROT(1)
ISN 0885              LROT(3)=NROT(I)/10-1000*LROT(5)-100*LROT(1)-10*LROT(2)
ISN 0886              LROT(4)=NROT(I)-10000*LROT(5)-1000*LROT(1)-100*LROT(2)
                     1         -10*LROT(3)
ISN 0887              GO TO 4020
ISN 0888         4018 LROT(4)=1
ISN 0889              LROT(3)=1
ISN 0890         4019 LROT(2)=1
ISN 0891              LROT(1)=1
ISN 0892         4020 CONTINUE
ISN 0893              CALL POUTRE (ITYPE,NITER,E(NM),G(NM),AX(N5),AZY(N5,2),
                     1             AZY(N5,1),
                     2             XJ(N5),YZI(N5,1),YZI(N5,2),DL,P(I),ALFA,
                     3             COOR(N1,1),COOR(N1,2),COOR(N1,3),
                     4             COOR(N2,1),COOR(N2,2),COOR(N2,3),
                     5             COOR(N3,1),COOR(N3,2),COOR(N3,3),
                     6             LROT,1,PTK)
ISN 0894              IM1=6*(N1-1)
ISN 0895              IM2=6*(N2-1)
ISN 0896              DO 72 N4=1,6
ISN 0897              N6=IM1+N4
ISN 0898              DDD(N4   )=DD(N6)
ISN 0899              N6=IM2+N4
ISN 0900              DDD(N4+6)=DD(N6)
ISN 0901           72 CONTINUE
ISN 0902              DO 73 N6=1,12
ISN 0903              REACT(N6)=0.0
ISN 0904              DO 73 N4=1,12
ISN 0905              REACT(N6)=REACT(N6)+PTK(N6,N4)*DDD(N4)
ISN 0906           73 CONTINUE
                  C
                  C        16.2. REACTIONS DUES AUX VARIATIONS DE TEMPERATURE
                  C
ISN 0907              IF (NECT.EQ.0) GO TO 5050
ISN 0909              DO 5048 N6=1,NTEMP
ISN 0910              NF=ITEMP(N6,3)
ISN 0911              IF (I.GT.NF) GO TO 5048
ISN 0913              NI=ITEMP(N6,1)
ISN 0914              IF (I.LT.NI) GO TO 5048
ISN 0916              INC=ITEMP(N6,2)
ISN 0917              DO 5047 N4=NI,NF,INC
ISN 0918              IF (I.EQ.N4) GO TO 5049
ISN 0920         5047 CONTINUE
ISN 0921         5048 CONTINUE
ISN 0922              GO TO 5050
ISN 0923         5049 F=E(NM)*AX(N5)*CDT(NM)*TEMP(N6)
ISN 0924              REACT(1)=REACT(1)+F
ISN 0925              REACT(7)=REACT(7)-F
```

```
ISN 0926       5050 CONTINUE
                    C
                    C         16.3. REACTIONS DUES AUX CHARGES EN TRAVEE
                    C
ISN 0927             ILSUR2=0
ISN 0928             IF (NEC.EQ.0) GO TO 76
ISN 0930       4021  N6=1
ISN 0931       4022  DO 74 II=N6,NEC
ISN 0932             N4=MTRA(II,1)
ISN 0933             IF (N4.EQ.I) GO TO 75
ISN 0935          74 CONTINUE
ISN 0936             GO TO 76
                    C
ISN 0937          75 IF (N6.NE.1.OR.LSUR2.EQ.0) GO TO 4023
ISN 0939             CALL POUTRE (ITYPE,NITER,DDD(1),DDD(2),DDD(3),DDD(7),
                    1                                 DDD(8),
                    2                                  DDD(9),DDD2,DDD3,DDD8,DDD9,0.0D0,
                    3                                 0.0D0,0.0D0,0.0D0,
                    4                                 0.0D0,0.0D0,0.0D0,
                    5                                 0.0D0,0.0D0,0.0D0,
                    6                                  LROT,9,PTK)
ISN 0940             ILSUR2=1
ISN 0941             DLSUR2=DL/2.0
ISN 0942             X=0.0
ISN 0943             IF (NITER.NE.1) X=ALFA(1)
ISN 0945             WC(1)=FLSUR2(1,REACT(3),REACT(5),REACT(7),X,
                    1      DDD3,DDD9,DL,C.0D0,E(NM),YZI(N5,1))
ISN 0946             IF(ITYPE.GE.3)  GO TO 5051
ISN 0948             X=0.0
ISN 0949             IF (NITER.NE.1) X=ALFA(2)
ISN 0951             WC(2)=FLSUR2(-1,REACT(2),REACT(6),REACT(7),X,
                    1       DDD2,DDD8,DL,C.0D0,E(NM),YZI(N5,2))
ISN 0952             GO TO 5052
ISN 0953       5051  WC(2)=0.0
ISN 0954       5052  CONTINUE
ISN 0955             FW(1)=0.0
ISN 0956             FW(2)=0.0
ISN 0957             Q (1)=0.0
ISN 0958             Q (2)=0.0
ISN 0959             QX(1)=0.0
ISN 0960             QX(2)=0.0
ISN 0961       4023  N4=MTRA(II,2)
ISN 0962             IV=4-N4
ISN 0963             IM=4+N4
ISN 0964             ISIGNE=3-2*N4
ISN 0965             L2=2*N4-1
ISN 0966             L1=LROT(L2   )
ISN 0967             L2=LROT(L2+1)
                    C
                    C    DWC        FLECHE ADDITIONNELLE A MI-PORTEE
                    C
ISN 0968             IF (RTRA(II,2).NE.0.0) GO TO 4024
ISN 0970             CALL UNIF  (ITYPE,NITER,ISIGNE,LSUR2,DWC,
                    1          RTRA(II,1),E(NM),G(NM),YZI(N5,N4),AZY(N5,N4),
                    2          DL,L1,L2,P(I),C.0D0,0.0D0,C.0D0,
                    3                          0.0D0,0.0D0,C.0D0,
                    4                          0.0D0,0.0D0,C.0D0,DDD,1)
ISN 0971             FW(N4)=FW(N4)+RTRA(II,1)
```

```
ISN 0972              GO TO 4025
ISN 0973         4024 CALL PUNCT (ITYPE,NITER,ISIGNE,LSUR2,DWC,RTRA(II,1),
                     1         RTRA(II,2),E(NM),G(NM),YZI(N5,N4),AZY(N5,N4),
                     2         DL,L1,L2,P(I),C.ODC,0.0D0,0.CD0,
                     3                       C.ODC,0.0DC,C.CD0,
                     4                       0.0D0,0.0DC,0.0D0,DDD,1)
ISN 0974              IF (LSUR2.EQ.0) GO TO 4026
ISN 0976              BRAS=DLSUR2-RTRA(II,2)
ISN 0977              IF (BRAS.LE.0.0) GO TO 4025
ISN 0979              Q (N4)=Q (N4)+RTRA(II,1)
ISN 0980              QX(N4)=QX(N4)+RTRA(II,1)*BRAS
ISN 0981         4025 IF (LSUR2.NE.0) WC(N4)=WC(N4)+DWC
                C
ISN 0983         4026 CONTINUE
ISN 0984              REACT(IV  )=REACT(IV  )+DDD(1)
ISN 0985              REACT(IM  )=REACT(IM  )+DDD(2)
ISN 0986              REACT(IV+6)=REACT(IV+6)+DDD(3)
ISN 0987              REACT(IM+6)=REACT(IM+6)+DDD(4)
ISN 0988              N6=II+1
ISN 0989              IF (N6.LE.NEC) GO TO 4022
ISN 0991           76 WRITE (IO,2030) I,N1,REACT(2),REACT(3),REACT(5),
                     1                 REACT(6)
ISN 0992              IF (ILSUR2.EQ.0) GO TO 4030
ISN 0994              DDD8=0.0
ISN 0995              IF (NITER.NE.1) DDD8=P(I)
ISN 0997              Y         =-(REACT(2)+   FW(2)*DLSUR2+ Q(2))
ISN 0998              Z         =-(REACT(3)+   FW(1)*DLSUR2+ Q(1))
ISN 0999              YF        =-(REACT(5)+REACT(3)*DLSUR2-DDD8*(DDD3  -WC(1))
                     1           +FW(1)*DLSUR2*DLSUR2/2.0+QX(1))
ISN 1000              ZF        =-(REACT(6)-REACT(2)*DLSUR2+DDD8*(DDD2  -WC(2))
                     1           +FW(2)*DLSUR2*DLSUR2/2.0+QX(2))
ISN 1001              WRITE (IO,2036) WC(1),WC(2)
ISN 1002              WRITE (IO,2031) Y,Z,YF,ZF
ISN 1003         4030 WRITE (IO,2032) N2,REACT(8),REACT(9),REACT(11),
                     1                 REACT(12),REACT(7),REACT(10)
ISN 1004              WRITE (IO,2033) ALFA(1),ALFA(2)
ISN 1005           77 CONTINUE
ISN 1006              J=J+58
ISN 1007              N6=IPDEL*NITER
ISN 1008              IF (J.LE.M) GO TO 78
ISN 1010              IF (ISORT.NE.0) GO TO 4008
ISN 1012          100 CONTINUE
                C
ISN 1013          101 READ (IN,1000) NICO
ISN 1014              IF (ISTAR.EQ.NICO) GO TO 3999
ISN 1016              WRITE (IO,2035)
                C
                C          SI LE CARACTERE P APPARAIT EN PREMIERE COLONNE
                C          DE LA CARTE DE FIN,  LES CARTES QUI SUIVENT
                C          SERVENT AU TRACAGE DE LA DERNIERE DEFORMEE
                C          CALCULEE
                C
ISN 1017              IF (NICO.NE.IPLOT) STOP
ISN 1019              READ (IN,7010) F
                C          F    = FACTEUR D* AMPLIFICATION DES DEPLACEMENTS
                C                 POUR TRACAGE DE LA DEFORMEE
ISN 1020           7010 FORMAT (F10.0)
                C****
```

```
                C****
ISN 1021              REWIND 80
ISN 1022              IF(NBW.EQ.0) GO TO 7020
ISN 1024              DO 7002 I=1,N
ISN 1025              N1=6*(I-1)
ISN 1026              SS1=  F *DD(N1+1)+CCCR(I,1)
ISN 1027              SS2=  F *DD(N1+2)+CCCR(I,2)
ISN 1028              SS3=  F *DD(N1+3)+CCCR(I,3)
ISN 1029           7002 WRITE(80) I,SS1,SS2,SS3
ISN 1030              GO TO 7040
ISN 1031           7020 DO 7003 I=1,N
ISN 1032              N1=6*(I-1)
ISN 1033              SS1=  F *D(N1+1)+COCR(I,1)
ISN 1034              SS2=  F *D(N1+2)+COCR(I,2)
ISN 1035              SS3=  F *D(N1+3)+COCR(I,3)
ISN 1036           7003 WRITE(80) I,SS1,SS2,SS3
ISN 1037           7040 CONTINUE
ISN 1038              CALL TRELFI
                C****
                C****
ISN 1039              STOP
ISN 1040              END
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR
ISN 0002            SUBROUTINE POUTRE (ITYPE,IPDEL,E,G,AX,AY,AZ,XJ,YI,ZI,DL,
                   1                   P,ALFA,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,
                   2                   LROT,LAMBDA,PTK)
                C
                C       MATRICE DE RIGIDITE DE L* ELEMENT POUTRE, BARRE
                C       OU MIXTE ET TRANSFORMATION DE COORDONNEES
                C
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DIMENSION PTK(12,12),PTKI(12,12),T(3,3),LROT(5),ALFA(2)
ISN 0005            IF (LAMBDA.EQ.9) GO TO 900
ISN 0007            DO 1 I=1,12
ISN 0008            DO 1 J=1,12
ISN 0009          1 PTK(I,J)=0.0
ISN 0010            ALFA(1)=0.0
ISN 0011            ALFA(2)=0.0
                C
                C          1. TERMES DE RIGIDITE AXIALE
                C
ISN 0012            PTK(1,1)= E*AX/DL
ISN 0013            PTK(7,7)= PTK(1,1)
ISN 0014            PTK(1,7)=-PTK(7,7)
ISN 0015            IF (IPDEL.EQ.LAMBDA) GO TO 5
ISN 0017            PTK(2,2)= P/DL
ISN 0018            PTK(3,3)= PTK(2,2)
ISN 0019            PTK(8,8)= PTK(3,3)
ISN 0020            PTK(9,9)= PTK(8,8)
ISN 0021            PTK(2,8)=-PTK(9,9)
ISN 0022            PTK(3,9)= PTK(2,8)
ISN 0023          5 CONTINUE
ISN 0024            IF (ITYPE.EQ.2) GO TO 300
ISN 0026            IF (ITYPE.EQ.4) GO TO 325
                C
                C          2. IDENTIFICATION DES ROTULES
                C
ISN 0028            L1Y=LROT(1)
ISN 0029            L2Y=LROT(2)
ISN 0030            L1Z=LROT(3)
ISN 0031            L2Z=LROT(4)
                C
                C          3. TERMES DE RIGIDITE EN FLEXION
                C
                C          3.1 FLEXION DANS LE PLAN X-Z
                C
ISN 0032            IBAR=L1Y+L2Y
ISN 0033            XI=YI
ISN 0034            AS=AZ
ISN 0035            I1=3
ISN 0036            I2=5
ISN 0037            I3=9
ISN 0038            I4=11
ISN 0039            SIGNE= 1.0
                C
                C             . .A  CALCUL DES PARAMETRES DE FLEXION
                C
ISN 0040         50 UNPSI=1.0
ISN 0041            IF (IPDEL.EQ.0.AND.LAMBDA.EQ.0) GO TO 130
```

```
                C         P POSITIF POUR TRACTION
ISN 0043                IF (AS.NE.0.0) UNPSI=1.0-P/G/AS
                C                 *
ISN 0045                A=DSQRT(UNPSI*DABS(P)*DL*DL/E/XI)
ISN 0046                ALFA(I4-10)=A
ISN 0047                IF (IBAR.EQ.2) GO TO 200
ISN 0049                IF (IPDEL.EQ.LAMBDA) GO TO 130
ISN 0051                IF (P) 110,130,100
                C         *
ISN 0052              100 S=DSINH(A)
                C         *
ISN 0053                C=DCOSH(A)
ISN 0054                D=2.0*  UNPSI   *(C-1.0)-A*S
ISN 0055                DD=-D
ISN 0056                GO TO 120
                C
                C         *
ISN 0057              110 S=DSIN(A)
                C         *
ISN 0058                C=DCOS(A)
ISN 0059                D=2.0*  UNPSI   *(1.0-C)-A*S
ISN 0060                DD=D
                C
ISN 0061              120 IF (A.LT.0.005) GO TO 130
ISN 0063                PHI1=A*(  UNPSI   *S-A*C)/D
ISN 0064                PHI2=A*(A-  UNPSI   *S)/D
ISN 0065                PHI3=PHI1+PHI2
ISN 0066                PHI4=A*A*A*S/DD/  UNPSI
ISN 0067                GO TO 140
                C
ISN 0068              130 PHI=0.0
ISN 0069                IF (AS.NE.0.0) PHI=12.0*E*XI/G/AS/DL/DL
ISN 0071                D=1.0+PHI
ISN 0072                PHI1=(4.0+PHI)/D
ISN 0073                PHI2=(2.0-PHI)/D
ISN 0074                PHI3=6.0/D
ISN 0075                PHI4=12.0/D
                C
                C          . .8  CALCUL DES TERMES DE RIGIDITE
                C
ISN 0076              140 IF (IBAR.GE.1) GO TO 150
                C
                C          . . . POUTRE ENCASTREE-ENCASTREE
                C
ISN 0078                PTK(I1,I1)= E*XI*PHI4/DL/DL/DL
ISN 0079                PTK(I3,I3)= PTK(I1,I1)
ISN 0080                PTK(I1,I3)=-PTK(I3,I3)
ISN 0081                PTK(I3,I4)= E*XI*PHI3/DL/DL *SIGNE
ISN 0082                PTK(I2,I3)= PTK(I3,I4)
ISN 0083                PTK(I1,I2)=-PTK(I2,I3)
ISN 0084                PTK(I1,I4)= PTK(I1,I2)
ISN 0085                PTK(I2,I2)= E*XI*PHI1/DL
ISN 0086                PTK(I4,I4)= PTK(I2,I2)
ISN 0087                PTK(I2,I4)= E*XI*PHI2/DL
 SN 0088                GO TO 200
                C
                C          . . . POUTRE ENCASTREE-ROTULEE
                C
```

```
ISN 0089        150 PTK(I1,I1)= E*XI*(PHI4-PHI3*PHI3/PHI1)/DL/DL/DL
ISN 0090            PTK(I3,I3)= PTK(I1,I1)
ISN 0091            PTK(I1,I3)=-PTK(I3,I3)
 SN 0092            PTK(I2,I2)= E*XI*  UNPSI  *PHI4/PHI1/DL
ISN 0093            PTK(I1,I2)=-PTK(I2,I2)/DL *SIGNE
ISN 0094            PTK(I2,I3)=-PTK(I1,I2)
ISN 0095            PTK(I1,I4)=0.0
ISN 0096            PTK(I2,I4)=0.0
ISN 0097            PTK(I3,I4)=0.0
ISN 0098            PTK(I4,I4)=0.0
ISN 0099            IF (L1Y.EQ.0) GO TO 200
                C
                C          . . . POUTRE ROTULEE-ENCASTREE
                C
ISN 0101            PTK(I4,I4)= PTK(I2,I2)
ISN 0102            PTK(I3,I4)= PTK(I2,I3)
ISN 0103            PTK(I1,I4)=-PTK(I3,I4)
ISN 0104            PTK(I1,I2)=0.0
ISN 0105            PTK(I2,I2)=0.0
ISN 0106            PTK(I2,I3)=0.0
ISN 0107            PTK(I2,I4)=0.0
                C
ISN 0108        200 IF (I1.NE.3) GO TO 300
ISN 0110            IF (ITYPE.NE.1) GO TO 325
                C
                C          5.2  FLEXION DANS LE PLAN X-Y
                C
ISN 0112            IBAR=L1Z+L2Z
ISN 0113            XI=ZI
ISN 0114            AS=AY
ISN 0115            I1=2
ISN 0116            I2=6
ISN 0117            I3=8
ISN 0118            I4=12
ISN 0119            L1Y=L1Z
ISN 0120            SIGNE=-1.0
ISN 0121            GO TO 50
                C
                C          4.  TERMES DE RIGIDITE EN TORSION
                C
ISN 0122        300 IF (LROT(5).NE.0) GO TO 325
ISN 0124            PTK( 4, 4)= G*XJ/DL
ISN 0125            PTK(10,10)= PTK( 4, 4)
ISN 0126            PTK( 4,10)=-PTK(10,10)
                C
                C          5.  MATRICE DE TRANSFORMATION LAMBDA (OU T)
                C
ISN 0127        325 CALL TRANSF (ITYPE,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,DL,T)
                C
                C          5.1 PTK * LAMBDA
                C
ISN 0128            DO 350 IBLOC=1,4
ISN 0129            DO 350 JBLOC=IBLOC,4
ISN 0130            II=(IBLOC-1)*3
 SN 0131            JJ=(JBLOC-1)*3
ISN 0132            DO 350 I=1,3
ISN 0133            DO 350 J=1,3
ISN 0134            PTK((I+II,J+JJ)=0.0
```

```
ISN 0135              DO 350 K=1,3
ISN 0136          350 PTKI(I+II,J+JJ)=PTKI(I+II,J+JJ)+PTK(I+II,K+JJ)*T(K,J)
                  C
ISN 0137                IF (LAMBDA.EQ.0) GO TO 360
ISN 0138              DO 353 JBLOC=2,4
ISN 0140              DO 353 IBLOC=JBLOC,4
ISN 0141              II=(IBLOC-1)*3
ISN 0142              JJ=(JBLOC-2)*3
ISN 0143              DO 353 I=1,3
ISN 0144              DO 353 J=1,3
ISN 0145              PTKI(I+II,J+JJ)=0.0
ISN 0146              DO 353 K=1,3
ISN 0147          353 PTKI(I+II,J+JJ)=PTKI(I+II,J+JJ)+PTK(K+JJ,I+II)*T(K,J)
ISN 0148              DO 355 I=1,12
ISN 0149              DO 355 J=1,12
ISN 0150          355 PTK(I,J)=PTKI(I,J)
ISN 0151              RETURN
                  C
                  C         5.2 LAMBDA**T * PTK * LAMBDA
                  C
ISN 0152          360 DO 370 IBLOC=1,4
ISN 0153              DO 370 JBLOC=IBLOC,4
ISN 0154              II=(IBLOC-1)*3
ISN 0155              JJ=(JBLOC-1)*3
ISN 0156              DO 370 I=1,3
ISN 0157              DO 370 J=1,3
ISN 0158              PTK(I+II,J+JJ)=0.0
ISN 0159              DO 370 K=1,3
ISN 0160          370 PTK(I+II,J+JJ)=PTK(I+II,J+JJ)+T(K,I)*PTKI(K+II,J+JJ)
                  C
                  C         6. CONSTRUCTION DU TRIANGLE INFERIEUR DE PTK
                  C
ISN 0161              DO 375 IBLOC=2,4
ISN 0162              DO 375 JBLOC=IBLOC,4
ISN 0163              II=(IBLOC-2)*3
ISN 0164              JJ=(JBLOC-1)*3
ISN 0165              DO 375 I=1,3
ISN 0166              DO 375 J=1,3
ISN 0167          375 PTK(J+JJ,I+II)=PTK(I+II,J+JJ)
                  C
ISN 0168              RETURN
                  C
                  C         TRANSFORMATION DES DEPLACEMENTS D* EXTREMITE
                  C          POUR LE CALCUL DES EFFORTS A MI-PORTEE
                  C
ISN 0169          900 YI=T(2,1)*E  +T(2,2)*G  +T(2,3)*AX
ISN 0170              ZI=T(3,1)*E  +T(3,2)*G  +T(3,3)*AX
ISN 0171              DL=T(2,1)*AY+T(2,2)*AZ+T(2,3)*XJ
ISN 0172              P  =T(3,1)*AY+T(3,2)*AZ+T(3,3)*XJ
ISN 0173              RETURN
ISN 0174              END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=00000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =      173 ,PROGRAM SIZE =      5662

*STATISTICS*  NO DIAGNOSTICS GENERATED
```

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                   SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR..
ISN 0002        SUBROUTINE TRANSF (ITYPE,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,
               1                   DL,T)
C
C          CALCUL DE LA MATRICE DE TRANSFORMATION GEOMETRIQUE
C          DE L'ELEMENT
C
ISN 0003        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004        DIMENSION T(3,3)
C
ISN 0005        DO 1 I=1,3
ISN 0006        DO 1 J=1,3
ISN 0007      1 T(I,J)=0.0
ISN 0008        X12=X2-X1
ISN 0009        Z12=Z2-Z1
ISN 0010        T(1,1)=X12/DL
ISN 0011        T(1,3)=Z12/DL
C
ISN 0012        GO TO (40,30,20,20),ITYPE
C
C          TREILLIS OU CADRE 2-D
C
ISN 0013     20 T(3,3)= T(1,1)
ISN 0014        T(3,1)=-T(1,3)
ISN 0015        IF (ITYPE.EQ.3) T(2,2)=1.0
ISN 0017        RETURN
C
C          TREILLIS 3-D
C
ISN 0018     30 Y12=Y2-Y1
ISN 0019        T(1,2)=Y12/DL
ISN 0020        XY=DSQRT(X12*X12+Y12*Y12)
C          BARRE VERTICALE
ISN 0021        V=XY/DL
ISN 0022        T(2,1)=0.0
ISN 0023        T(2,2)=1.0
ISN 0024        IF (V.LT.0.0001) GO TO 35
ISN 0026        T(2,1)=-Y12/XY
ISN 0027        T(2,2)= X12/XY
C
ISN 0028     35 T(2,3)=0.0
ISN 0029        T(3,1)=-T(2,2)*T(1,3)
ISN 0030        T(3,2)= T(2,1)*T(1,3)
ISN 0031        T(3,3)= T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
ISN 0032        RETURN
C
C          CADRE 3-D
C
ISN 0033     40 Y12=Y2-Y1
ISN 0034        T(1,2)=Y12/DL
ISN 0035        X13=X3-X1
ISN 0036        Y13=Y3-Y1
ISN 0037        Z13=Z3-Z1
ISN 0038        AX=Y13*Z12-Y12*Z13
ISN 0039        AY=X12*Z13-X13*Z12
ISN 0040        AZ=X13*Y12-X12*Y13
ISN 0041        AN=DSQRT(AX*AX+AY*AY+AZ*AZ)
```

```
   ISN 0042            T(2,1)=AX/XY
   ISN 0043            T(2,2)=AY/XY
   ISN 0044            T(2,3)=AZ/XY
   ISN 0045            T(3,1)=T(1,2)*T(2,3)-T(2,2)*T(1,3)
   ISN 0046            T(3,2)=T(2,1)*T(1,3)-T(2,3)*T(1,1)
   ISN 0047            T(3,3)=T(1,1)*T(2,2)-T(2,1)*T(1,2)
   ISN 0048            RETURN
   ISN 0049            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*      SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*     SOURCE STATEMENTS =       48 ,PROGRAM SIZE =      1232

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1131K BYTES OF
```

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                   SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR
ISN 0002            SUBROUTINE DBAND (IC,N,LB)
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DIMENSION A(1500000)
ISN 0005            COMMON /BGRK/ A,NTMR
ISN 0006            REAL*4 AMANT,X1,XX1,XX,X2
                    C
                    C   PUT  DECOMPOSE UNE MATRICE BANDEE SYMETRIQUE EN UNE MATRICE
                    C     TRIANGULAIRE SUPERIEURE (BANDEE) ET UNE MATRICE DIAGONALE.
                    C      PREPARE LA RESOLUTION DU SYSTEME PAR LA METHODE DE GAUSS.
                    C   VARIABLES
                    C      A   = MATRICE DONNEE..REMPLACEE PAR LA MATRICE TRIANGULAIRE.
                    C      N   = ORDRE DE LA MATRICE A.
                    C      LB  = DEMI LARGEUR DE BANDE DE A.
                    C      NTMR= NOMBRE DE TERMES DANS LE VECTEUR A.
                    C   SI LA MATRICE EST SINGULIERE, LB EST MIS = 0
                    C   AUTEUR
                    C         J.P. MURAT  28/2/74
                    C
ISN 0007            DO 4 I=1,N
ISN 0008            IF (A (I).EQ.0.0) GO TO 8
ISN 0010            JJ=N-I+1
ISN 0011            IF(JJ.GT.LB) JJ=LB
ISN 0013            NJ=N+2
ISN 0014            IJ=I-N-1
ISN 0015            IF(JJ.LE.0) GOTO 2
ISN 0017            DO 7 J=1,JJ
ISN 0018            NJ=NJ-1
ISN 0019            IJ=IJ+NJ
ISN 0020            SUM=A (IJ)
ISN 0021            K1=1
ISN 0022            K2=IJ
ISN 0023            N1=N
ISN 0024            N2=N-J+1
ISN 0025            KF=LB-J
ISN 0026            IF(KF.GE.I-1) KF=I-1
ISN 0028            IF(KF.LE.0) GOTO 9
ISN 0030            MU=1
ISN 0031            DO 5 K=1,KF
ISN 0032            N2=N2-1
ISN 0033            N1=N1-1
ISN 0034            K1=K1+N1
ISN 0035            K2=K2+N2
ISN 0036            MU=MU-1
ISN 0037          5 SUM=SUM-A (K1)*A (K2)*A (MU)
ISN 0038          9 CONTINUE
ISN 0039            IF(J.NE.1) GOTO 6
ISN 0041            IF(SUM.EQ.0. ) GOTO 8
ISN 0043            TEMP=1./SUM
ISN 0044            A(IJ)=SUM
ISN 0045            GOTO 7
ISN 0046          6 A(IJ)=SUM*TEMP
ISN 0047          7 CONTINUE
ISN 0048          2 CONTINUE
ISN 0049          4 CONTINUE
                    C
                    C    CALCUL DU DETERMINANT
```

```
                C
   ISN 0050             XX1=1.0
   ISN 0051             IX2=0
   ISN 0052             J=1
   ISN 0053             K=0
   ISN 0054          25 K=K+97
   ISN 0055             IF (K.GT.N) K=N
   ISN 0057             DO 26 I=J,K
   ISN 0058             XX=A(I)
   ISN 0059             IF (XX.GT.0.0) X2=ALOG10( XX)
   ISN 0061             IF (XX.LT.0.0) X2=ALOG10(-XX)
   ISN 0063             IEXP=INT(X2)
   ISN 0064             XX1=XX1*XX/10.0**IEXP
   ISN 0065             IX2=IX2+IEXP
   ISN 0066          26 CONTINUE
   ISN 0067             XX=XX1
   ISN 0068             IF (XX.GT.0.0) X2=ALOG10( XX)
   ISN 0070             IF (XX.LT.0.0) X2=ALOG10(-XX)
   ISN 0072             IEXP=INT(X2)
   ISN 0073             XX1=XX/10.0**IEXP
   ISN 0074             IX2=IX2+IEXP
   ISN 0075             J=J+97
   ISN 0076             IF (J.LE.N) GO TO 25
   ISN 0078             WRITE (IO,99) XX1,IX2
   ISN 0079          99 FORMAT (///,' DETERMINANT DE LA MATRICE DE RIGIDITE =',
                     1          E15.4,' *10.0**',I10)
   ISN 0080             RETURN
   ISN 0081           8 LB=0
   ISN 0082             WRITE (IO,100) I
   ISN 0083         100 FORMAT (35H1MATRICE SINGULIERE ---- RANGEE NO.,I4/,1H1)
   ISN 0084             RETURN
   ISN 0085             END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =       84 ,PROGRAM SIZE =      1500

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                    1131K BYTES OF
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXRE
ISN 0002            SUBROUTINE SBAND (B,X,N,LB)
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DIMENSION A(135000)
ISN 0005            COMMON /BGRK/ A,NTMR
                    C
                    C       METHODE DE GAUSS  RESOLUTION DU SYSTEME
                    C
ISN 0006            DIMENSION B(N),X(N)
ISN 0007            L1=-N
ISN 0008            L1=L1+N
ISN 0009            X(L1+1)=B(L1+1)/A (1)
ISN 0010            DO 1 I=2,N
ISN 0011            IL1=I+L1
ISN 0012            SUM=B(IL1)
ISN 0013            JF=I-1
ISN 0014            IF(JF.GE.LB-1) JF=LB-1
ISN 0016            I1=I
ISN 0017            N1=N
ISN 0018            I2=IL1
ISN 0019            DO 2 J=1,JF
ISN 0020            N1=N1-1
ISN 0021            I1=I1+N1
ISN 0022            I2=I2-1
ISN 0023          2 SUM=SUM-A (I1)*X(I2)*A (I2)
ISN 0024            X(IL1)=SUM/A (I)
ISN 0025          1 CONTINUE
ISN 0026            I1=N+L1
ISN 0027            DO 3 I=2,N
ISN 0028            I1=I1-1
ISN 0029            I2=I1
ISN 0030            I3=I1
ISN 0031            SUM=X(I1)
ISN 0032            N1=N+1
ISN 0033            JF=I-1
ISN 0034            IF(JF.GE.LB-1) JF=LB-1
ISN 0036            DO 4 J=1,JF
ISN 0037            I3=I3+1
ISN 0038            N1=N1-1
ISN 0039            I2=I2+N1
ISN 0040          4 SUM=SUM-X(I3)*A (I2)
ISN 0041          3 X(I1)=SUM
ISN 0042            RETURN
ISN 0043            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*      SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*     SOURCE STATEMENTS =       42 ,PROGRAM SIZE =       822

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

*:   ** END OF COMPILATION ******                                  1143K BYTES C
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
ISN 0002            SUBROUTINE UNIF (ITYPE,IPDEL,ISIGNE,LSUR2,WC,F,E,G,XI,
                   1                 AS,DL,L1,L2,P,
                   2                 X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,DDD,LAMBDA)
                C
                C       CHARGEMENT AUX NOEUDS EQUIVALENTS A UN CHARGEMENT
                C       UNIFORMEMENT DISTRIBUE ET TRANSFORMATION DE
                C       COORDONNEES
                C
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DOUBLE PRECISION M1,M2
ISN 0005            DIMENSION T(3,3),DDD(12)
ISN 0006            IBAR=L1+L2
ISN 0007            IF (IBAR.NE.2) GO TO 10
                C
                C       ..ELEMENT BARRE
                C
ISN 0009            M1=0.0
ISN 0010            M2=M1
ISN 0011            V1=-F*DL/2.0
ISN 0012            V2=V1
ISN 0013            GO TO 60
                C
                C       ..ELEMENT POUTRE
                C
ISN 0014         10 A=0.0
ISN 0015            IF (IPDEL.EQ.LAMBDA) GO TO 30
ISN 0017            UNPSI=1.0
                C     P POSITIF POUR TRACTION
ISN 0018            IF (AS.NE.0.0) UNPSI=1.0-P/G/AS
                C                  *
ISN 0020            A=DSQRT(UNPSI*DABS(P)*DL*DL/E/XI)
ISN 0021            ASUR2=A/2.0
ISN 0022            IF (A.LT.0.005) GO TO 30
ISN 0024            IF (P) 20,30,40
                C
                C       .. .COMPRESSION
                C        *
ISN 0025         20 TAN2=DTAN(ASUR2)
                C                    *
ISN 0026            IF (IBAR.EQ.1) TAN=DTAN(A)
ISN 0028            GO TO 50
                C
                C       .. .FORCE AXIALE NULLE
                C
ISN 0029         30 IF (IBAR.EQ.1) GO TO 35
ISN 0031            M1= F*DL*DL/12.0
ISN 0032            M2=-M1
ISN 0033            V1=-F*DL/2.0
ISN 0034            V2=V1
ISN 0035            GO TO 60
ISN 0036         35 M1= F*DL*DL/8.0
ISN 0037            M2=0.0
ISN 0038            V1=-5.0*F*DL/8.0
ISN 0039            V2=-3.0*F*DL/8.0
ISN 0040            IF (L2.EQ.1) GO TO 60
ISN 0042            M2=-M1
```

```
ISN 0043            M1=V1
ISN 0044            V1=V2
ISN 0045            V2=M1
ISN 0046            M1=0.0
ISN 0047            GO TO 60
                C
                C       .. .TRACTION
                C         *
ISN 0048         40 TAN2=DTANH(ASUR2)
                C                    *
ISN 0049            IF (IBAR.EQ.1) TAN=DTANH(A)
                C
ISN 0051         50 IF (IBAR.EQ.1) GO TO 55
                C
                C       ..POUTRE BI-ENCASTREE
                C
ISN 0053            M1= F*DL*DL*UNPSI*(1.0-ASUR2/TAN2)/A/A
ISN 0054            IF (P.GT.0.0) M1=-M1
ISN 0056            M2=-M1
ISN 0057            V1=-F*DL/2.0
ISN 0058            V2=V1
ISN 0059            GO TO 60
                C
                C       ..POUTRE ENCASTREE-ROTULEE
                C
ISN 0060         55 M1= F*DL*DL*TAN*(TAN2-ASUR2)/(TAN-A/UNPSI)/A
ISN 0061            M2=-F*DL/2.0
ISN 0062            V1=M2-M1/DL
ISN 0063            V2=M2+M1/DL
ISN 0064            M2=0.0
ISN 0065            IF (L2.EQ.1) GO TO 60
                C
                C       ..POUTRE ROTULEE-ENCASTREE
                C
ISN 0067            M2=-M1
ISN 0068            M1=V1
ISN 0069            V1=V2
ISN 0070            V2=M1
ISN 0071            M1=0.0
                C
ISN 0072         60 M1=M1*ISIGNE
ISN 0073            M2=M2*ISIGNE
ISN 0074            IF (LAMBDA.EQ.0) GO TO 70
ISN 0076            DDD(1)=V1
ISN 0077            DDD(2)=M1
ISN 0078            DDD(3)=V2
ISN 0079            DDD(4)=M2
ISN 0080            IF (LSUR2.EQ.0) RETURN
ISN 0082            V2=0.0
ISN 0083            IF (IPDEL.NE.1) V2=A
ISN 0085            WC=FLSUR2(ISIGNE,V1,M1,P,V2,0.0D0,0.0D0,DL,F,E,XI)
ISN 0086            RETURN
ISN 0087         70 CONTINUE
                C
                C       TRANSFORMATION
                C
ISN 0088            CALL TRANSF (ITYPE,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,DL,T)
ISN 0089            DO 80 I=1,3
```

```
ISN 0090            J=3
ISN 0091            IF (ISIGNE.EQ.-1) J=2
ISN 0093            JJ=J-ISIGNE
ISN 0094            DDD(I   )=-T( J,I)*V1
ISN 0095            DDD(I+3)=-T(JJ,I)*M1
ISN 0096            DDD(I+6)=-T( J,I)*V2
ISN 0097            DDD(I+9)=-T(JJ,I)*M2
ISN 0098         80 CONTINUE
ISN 0099            RETURN
ISN 0100            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =       99 ,PROGRAM SIZE =      2344

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

***** END OF COMPILATION ******                                  1131K BYTES OF
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR
ISN 0002            FUNCTION FLSUR2 (ISIGNE,V1,M1,P,ALFA,W1,W2,DL,F,E,XI)
                    C
                    C       FLECHE A MI-PORTEE SOUS UN CHARGEMENT D*EXTREMITES
                    C       ET UNE CHARGE UNIFORMEMENT DISTRIBUEE
                    C
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DOUBLE PRECISION M1
ISN 0005            IF (ALFA.LT.0.005) GO TO 5
ISN 0007            IF (P) 2,5,3
ISN 0008          2 S=DSIN (ALFA/2.0)/DSIN (ALFA)
ISN 0009            SIGNE=1.0
ISN 0010            GO TO 4
ISN 0011          3 S=DSINH(ALFA/2.0)/DSINH(ALFA)
ISN 0012            SIGNE=-1.0
ISN 0013          4 FLSUR2=-(M1*ISIGNE+V1*DL/2.0-SIGNE*F*DL*DL/ALFA/ALFA)
                   1         *(1.0-2.0*S)/P  -F*DL*DL*(0.5-2.0*S)/4.0/P
                   2                         +(W2-W1)*S+ W1
ISN 0014            RETURN
ISN 0015          5 FLSUR2=-(M1*ISIGNE+V1*DL/2.0)*DL*DL/8.0/E/XI
                   1        -7.0*F*(DL**4.0)/384.0/E/XI
                   3        +(W1+W2)/2.0  +W1
ISN 0016            RETURN
ISN 0017            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*      SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*     SOURCE STATEMENTS =       16 ,PROGRAM SIZE =      1050

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1143K BYTES OF
```

```
      COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                         SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
ISN 0002              SUBROUTINE PONCT (ITYPE,IPDEL,ISIGNE,LSUR2,WC,F,A,E,G,
                     1                  XI,AS,DL,L1,L2,P,
                     2                  X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,DDD,LAMBDA)
                C
                C       CHARGEMENT AUX NOEUDS EQUIVALENTS A UN CHARGEMENT
                C       PONCTUEL EN TRAVEE ET TRANSFORMATION DE COORDONNEES
                C
ISN 0003              IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004              DOUBLE PRECISION M1,M2
ISN 0005              DIMENSION T(3,3),DDD(12)
ISN 0006              IBAR=L1+L2
ISN 0007              B=DL-A
ISN 0008              IF (IBAR.NE.2) GO TO 5
                C
                C       . BARRE
                C
ISN 0010              M1=0.0
ISN 0011              M2=0.0
ISN 0012              V1=-F*B/DL
ISN 0013              V2=-F*A/DL
ISN 0014              GO TO 100
                C
                C       . POUTRE
                C
ISN 0015            5 ALFA=0.0
ISN 0016              IF (IPDEL.EQ.LAMBDA) GO TO 40
ISN 0018              UNPSI=1.0
                C       P POSITIF POUR TRACTION
ISN 0019              IF (AS.NE.0.0) UNPSI=1.0-P/G/AS
                C                    *
ISN 0021              ALFA=DSQRT(UNPSI*DABS(P)*DL*DL/E/XI)
ISN 0022              IF (ALFA.LT.0.005) GO TO 40
ISN 0024              IF (P) 10,40,20
                C
                C       .. POUTRE BI-ENCASTREE
                C
ISN 0025           10 S =DSIN(ALFA      )
ISN 0026              SA=DSIN(ALFA*A/DL)
ISN 0027              SB=DSIN(ALFA*B/DL)
                C       *
ISN 0028              C =DCOS(ALFA      )
ISN 0029              D=2.0*UNPSI*(1.0-C)-ALFA*S
ISN 0030              GO TO 25
                C
ISN 0031           20 S =DSINH(ALFA      )
ISN 0032              SA=DSINH(ALFA*A/DL)
ISN 0033              SB=DSINH(ALFA*B/DL)
                C       *
ISN 0034              C =DCOSH(ALFA      )
ISN 0035              D=2.0*UNPSI*(C-1.0)-ALFA*S
                C
ISN 0036           25 PHI1=ALFA*(UNPSI*S-ALFA*C)/D
ISN 0037              PHI2=ALFA*(ALFA  -UNPSI*S)/D
ISN 0038              PHI3=PHI1+PHI2
ISN 0039              THE1=( B/DL-SB/S)*F/P
ISN 0040              THE2=(-A/DL+SA/S)*F/P
```

```
ISN 0041            M1= (THE1*PHI1+THE2*PHI2)*E*XI/DL
ISN 0042            M2= (THE1*PHI2+THE2*PHI1)*E*XI/DL
ISN 0043            D = (M1+M2)/DL
ISN 0044            V1=-F*B/DL-D
ISN 0045            V2=-F*A/DL+D
ISN 0046            IF (IBAR.EQ.0) GO TO 100
                C
                C       .. POUTRE ROTULEE-ENCASTREE
                C
ISN 0048            IF (L2.EQ.1) GO TO 30
ISN 0050            D = M1
ISN 0051            M1=-M2
ISN 0052            M2=- D
ISN 0053            D = V1
ISN 0054            V1= V2
ISN 0055            V2=  D
                C
ISN 0056         30 C=PHI3/PHI1/DL
ISN 0057            D=PHI2/PHI1
ISN 0058            RV1=V1+C*M2
ISN 0059            RM1=M1-D*M2
ISN 0060            RV2=V2-C*M2
ISN 0061            IF (L2.EQ.1) GO TO 35
ISN 0063            M1=0.0
ISN 0064            M2=-RM1
ISN 0065            V1= RV2
ISN 0066            V2= RV1
ISN 0067            GO TO 100
ISN 0068         35 M1= RM1
ISN 0069            M2=0.0
ISN 0070            V1= RV1
ISN 0071            V2= RV2
ISN 0072            GO TO 100
                C
                C       .. POUTRE, FORCE AXIALE NULLE
                C
ISN 0073         40 IF (IBAR.EQ.1) GO TO 50
ISN 0075            M1= F*A*B*B/DL/DL
ISN 0076            M2=-F*A*A*B/DL/DL
ISN 0077            GO TO 60
ISN 0078         50 IF (L2.EQ.1) GO TO 55
ISN 0080            D=A
ISN 0081            A=B
ISN 0082         55 M1=(A*A*A+2.0*A*DL*DL-3.0*A*A*DL)*F/2.0/DL/DL
ISN 0083            M2=0.0
ISN 0084            IF (L2.EQ.1) GO TO 60
ISN 0086            A=D
ISN 0087            M2=-M1
ISN 0088            M1=0.0
                C
ISN 0089         60 D=(M1+M2)/DL
ISN 0090            V1=-F*B/DL-D
ISN 0091            V2=-F*A/DL+D
                C
 SN 0092        100 M1=M1*ISIGNE
ISN 0093            M2=M2*ISIGNE
ISN 0094            IF (LAMBDA.EQ.0) GO TO 110
ISN 0096            DDD(1)=V1
```

```
   ISN CC97              DDD(2)=M1
   ISN CC98              DDD(3)=V2
   ISN CC99              DDD(4)=M2
   ISN 0100              IF (LSUR2.EQ.0) RETURN
   ISN 0102              C=A
   ISN 0103              D=DL/2.0-A
   ISN 0104              IF (D.LE.0.0) GO TO 200
   ISN 0106              V1=V2
   ISN 0107              M1=-M2
   ISN 0108              C=DL-A
   ISN 0109          200 V2=0.0
   ISN 0110              IF (IPDEL.NE.1) V2=ALFA
   ISN 0112              WC=QLSUR2(ISIGNE,V1,M1,P,V2   ,DL,F,C,E,XI,UNPSI)
   ISN 0113              RETURN
                     C
                     C        TRANSFORMATION
                     C
   ISN 0114          110 CALL TRANSF (ITYPE,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,DL,T)
   ISN 0115              DO 120 I=1,3
   ISN 0116              J=3
   ISN 0117              IF (ISIGNE.EQ.-1) J=2
   ISN 0119              JJ=J-ISIGNE
   ISN 0120              DDD(I   )=-T( J,I)*V1
   ISN 0121              DDD(I+3)=-T(JJ,I)*M1
   ISN 0122              DDD(I+6)=-T( J,I)*V2
   ISN 0123              DDD(I+9)=-T(JJ,I)*M2
   ISN 0124          120 CONTINUE
   ISN 0125              RETURN
   ISN 0126              END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =      125 ,PROGRAM SIZE =      3006

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1127K BYTES OF
```

```
LEVEL 21.8 ( JUN 74 )                          OS/360  FORTRAN H                    210

          COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                             SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
   ISN 0002            FUNCTION QLSUR2(ISIGNE,V1,M1,P,ALFA,DL,Q,A,E,XI,UNPSI)
                     C
                     C          FLECHE A MI-PORTEE SOUS UNE CHARGE PONCTUELLE EN
                     C          TRAVEE
                     C
   ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
   ISN 0004            DOUBLE PRECISION M1
   ISN 0005            IF (ALFA.LT.0.005) GO TO 5
   ISN 0007            IF (P) 2,5,3
   ISN 0008          2 S=DSIN (ALFA/2.0)/DSIN (ALFA)
   ISN 0009            SC=DL*DSIN(ALFA*(DL-A)/DL)-ALFA*(DL-A)
   ISN 0010            GO TO 4
   ISN 0011          3 S=DSINH(ALFA/2.0)/DSINH(ALFA)
   ISN 0012            SC=DL*DSINH(ALFA*(DL-A)/DL)-ALFA*(DL-A)
   ISN 0013          4 QLSUR2=(-(M1*ISIGNE+V1*DL/2.0)*(1.0-2.0*S)
                      1         -Q*S*SC/ALFA)/P
   ISN 0014            RETURN
   ISN 0015          5 QLSUR2=-(M1*ISIGNE+V1*DL/2.0)*DL*DL/8.0/E/XI
                      1        -Q*(DL-A)**3.0/12.0/E/XI
   ISN 0016            RETURN
   ISN 0017            END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =       16 ,PROGRAM SIZE =      1094

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                    1143K BYTES C
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
ISN 0002            SUBROUTINE THERM (E,CDT,AX,T,DL,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,DDD,
                   1                  LAMBDA)
                    C
                    C       CHARGES AUX NOEUDS EQUIVALENTES A UNE VARIATION DE
                    C       TEMPERATURE ET TRANSFORMATION DE COORDONNEES
                    C
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
ISN 0004            DIMENSION DDD(12)
ISN 0005            P=E*AX*CDT*T
ISN 0006            IF (LAMBDA.NE.0) GO TO 1
ISN 0008            DDD(1)= P
ISN 0009            DDD(2)=-P
ISN 0010            RETURN
ISN 0011          1 CONTINUE
                    C
                    C       TRANSFORMATION
                    C
ISN 0012            T11=(X2-X1)/DL
ISN 0013            T12=(Y2-Y1)/DL
ISN 0014            T13=(Z2-Z1)/DL
ISN 0015            DDD(1)=-T11*P
ISN 0016            DDD(2)=-T12*P
ISN 0017            DDD(3)=-T13*P
ISN 0018            RETURN
ISN 0019            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*      SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*     SOURCE STATEMENTS =       18 ,PROGRAM SIZE =       564

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1143K BYTES OF
```

```
         COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                            SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
   ISN 0002             FUNCTION LEPLAN (N,IPLAN,NPLAN)
   ISN 0003             DIMENSION IPLAN(30,2)
                C
                C          RECHERCHE DU PLAN 'LEPLAN' DONT FAIT PARTIE LE
                C          NOEUD N
                C
   ISN 0004             LEPLAN=0
   ISN 0005             DO 1 I=1,NPLAN
   ISN 0006             J1=IPLAN(I,1)
   ISN 0007             J2=IPLAN(I,2)
   ISN 0008             IF (N.GT.J1.AND.N.LE.J2) GO TO 2
   ISN 0010           1 CONTINUE
   ISN 0011             RETURN
   ISN 0012           2 LEPLAN=J1
   ISN 0013             RETURN
   ISN 0014             END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =       13 ,PROGRAM SIZE =       350

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                    1143K BYTES OF
```

```
        COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                           SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF
ISN 0002            SUBROUTINE TPLAN (L1,L2,X1,Y1,X2,Y2,XF1,YF1,XF2,YF2,
                   1                  PTK,LAMBDA)
C
C          TRANSFORMATION DE COORDONNEES POUR SIMULATION D* UN
C          PLANCHER RIGIDE
C
ISN 0003            IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
ISN 0004            DIMENSION PTK(12,12)
C
C             PTK * LAMBDA
C
ISN 0005            IF (L1.EQ.0) GO TO 10
ISN 0007            X1=X1-XF1
ISN 0008            Y1=Y1-YF1
ISN 0009            DO 5 I=1,12
ISN 0010            PTK(I,6)=PTK(I,6)-PTK(I,1)*Y1+PTK(I,2)*X1
ISN 0011          5 CONTINUE
ISN 0012         10 IF (L2.EQ.0) GO TO 20
ISN 0014            X2=X2-XF2
ISN 0015            Y2=Y2-YF2
ISN 0016            DO 15 I=1,12
ISN 0017            PTK(I,12)=PTK(I,12)-PTK(I,7)*Y2+PTK(I,8)*X2
ISN 0018         15 CONTINUE
C
C             LAMBDA**T * PTK * LAMBDA
C
ISN 0019         20 IF (LAMBDA.NE.0) RETURN
ISN 0021            IF (L1.EQ.0) GO TO 30
ISN 0023            DO 25 I=1,12
ISN 0024            PTK(6,I)=PTK(6,I)-PTK(1,I)*Y1+PTK(2,I)*X1
ISN 0025         25 CONTINUE
ISN 0026         30 IF (L2.EQ.0) GO TO 40
ISN 0028            DO 35 I=1,12
ISN 0029            PTK(12,I)=PTK(12,I)-PTK(7,I)*Y2+PTK(8,I)*X2
ISN 0030         35 CONTINUE
ISN 0031         40 RETURN
ISN 0032            END

*OPTIONS IN EFFECT*      NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*      SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =       31 ,PROGRAM SIZE =       748

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1139K BYTES OF
```

```
      COMPILER OPTIONS - NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,
                         SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXR
ISN 0002              SUBROUTINE TRELFI
ISN 0003              DATA ICTL,IPRT,IPND,IFPT,IFTR,IFQD,IFCU,IDES,ICNE/5,6,80,81,82,
                     1 84,91,92/
ISN 0004              REAL*8 AX,TYPE
ISN 0005              LOGICAL*1 C1,TTITRE,IPLOT,OUI,NON,FOIS1,IECHEL,PTITRE
ISN 0006              DIMENSION N15(15),TTITRE(80),AX(3),S(500),T(500),ND(500),SIZE
ISN 0007              LOGICAL*1 FOISD,INDELE,INDNEU
ISN 0008              DIMENSION ICO(3),CO(3),NN(20),PTITRE(80),TYPE(8)
ISN 0009              DATA TYPE(2),TYPE(3),TYPE(4),TYPE(8)/'POUTRE  ','TRIANGLE',
                     1'QUADRIL.','CUBE 8 N'/
ISN 0010              DATA AXES/4HAXES/,PLOD/4HPLOT/,TITRE/4HTITR/
ISN 0011              DATA P,PN,PD,PND/4HP   ,4HPN  ,4HP  D,4HPN D/
ISN 0012              DATAT1,T2,TD,TND/4HT   ,4HTN  ,4HT  D,4HTN D/
ISN 0013              DATA Q,QN,QD,QND/4HQ   ,4HQN  ,4HQ  D,4HQN D/
ISN 0014              DATA C,CN,CD,CND/4HC   ,4HCN  ,4HC  D,4HCN D/
ISN 0015              DATA IX,IY,IZ/1,2,3/
ISN 0016              DATA AX/8HPROFOND.,8HHORIZON.,8HVERTICAL/
ISN 0017              DATA NMAXND/500/,GRN/.14/,GRE/.21/
ISN 0018              DATA OUI,NON/.TRUE.,.FALSE./
ISN 0019                DATA IPB30/ 300/,SIZET/9.5,27.5/
ISN 0020              DATA PMAX/0./,IPAP/0/,NDES/0/
ISN 0021              DATA XF/4./,TTITRE(1)/1H /,GRT/.125/,ANGT/0./,NCART/1/
ISN 0022              FOISD=NON
ISN 0023              FOIS1=OUI
ISN 0024              IPLOT=NON
ISN 0025           63 READ(ICTL,1,END=2)C4,C1,(N15(II),II=1,15)
ISN 0026            1 FORMAT(A4,A1,15I5)
ISN 0027              IF (C4.EQ.AXES)GOTO 3
ISN 0029              IF (C4.EQ.TITRE)GOTO 4
ISN 0031              IF (C4.EQ.PLOD)GOTO 5
ISN 0033              IB=0
ISN 0034              INDELE=NON
ISN 0035              JA=1
ISN 0036              IF (C4.EQ.P)IB=1
ISN 0038              IF (C4.EQ.PN)IB=2
ISN 0040              IF (C4.EQ.PD)IB=3
ISN 0042              IF (C4.EQ.PND)IB=4
ISN 0044              IF(C4.EQ.T1)IB=5
ISN 0046              IF (C4.EQ.T2)IB=6
ISN 0048              IF (C4.EQ.TD)IB=7
ISN 0050              IF (C4.EQ.TND)IB=8
ISN 0052              IF (C4.EQ.Q)IB=9
ISN 0054              IF (C4.EQ.QN)IB=10
ISN 0056              IF (C4.EQ.QD)IB=11
ISN 0058              IF (C4.EQ.QND)IB=12
ISN 0060              IF (C4.EQ.C)IB=13
ISN 0062              IF (C4.EQ.CN)IB=14
ISN 0064              IF (C4.EQ.CD)IB=15
ISN 0066              IF (C4.EQ.CND)IB=16
ISN 0068              IF(IB.EQ.0)GOTO 995
ISN 0070              IF(IB.EQ.2.OR.IB.EQ.4.OR.IB.EQ.6.OR.IB.EQ.8.OR.IB.EQ.10.OR.IB.
                     1 12.OR.IB.EQ.14.OR.IB.EQ.16) INCELE=OUI
 SN 0072              IF(IB.EQ.3.OR.IB.EQ.4.OR.IB.EQ.7.OR.IB.EQ.8.OR.IB.EQ.11.OR.IB
                     1 12.OR.IB.EQ.15.OR.IB.EQ.16) JA=2
ISN 0074              GOTO(6,6,6,6,10,10,10,10,14,14,14,14,18,18,18,18),IB
ISN 0075           995 WRITE(IPRT,62)C4,C1,N15
```

```
ISN 0076          62 FORMAT(//,' ERREUR SUR LA CARTE=''',A4,A1,15I5,'''')
ISN 0077             GOTO 63
ISN 0078           2 FCISO=OUI
ISN 0079             GOTO 997
ISN 0080         999 RETURN
                 C
                 C
                 C
                 C**** COMMANDE AXES
ISN 0081           3 IF(N15(1).NE.1)GOTO 31
ISN 0083             IX=1
ISN 0084             IY=2
ISN 0085             IZ=3
ISN 0086             GOTO 32
ISN 0087          31 IF(N15(1).NE.2) GOTO 33
ISN 0089             IX=2
ISN 0090             IY=3
ISN 0091             IZ=1
ISN 0092             GOTO 32
ISN 0093          33 IF(N15(1).EQ.3)GOTO 34
ISN 0095             WRITE(IPRT,35)N15(1)
ISN 0096          35 FORMAT(//,' ERREUR COMMANDE AXES''.',3X,I5,3X,'EST INVALIDE COM
                    1SYSTEME D''AXES.')
ISN 0097             GOTO 63
ISN 0098          34 IX=3
ISN 0099             IY=1
ISN 0100             IZ=2
ISN 0101          32 WRITE(IPRT,36)AX(IX),AX(IY),AX(IZ)
ISN 0102          36 FORMAT(//,' DEFINITION DES AXES--',/,10X,'L''AXE ''X'' DE L''US
                    1R EST L''AXE ',A8,/,10X,'L''AXE ''Y'' DE L''USAGER EST L''AXE '
                    1,/,10X,'L''AXE ''Z'' DE L''USAGER EST L''AXE ',A8)
ISN 0103             GOTO 63
                 C**** FIN COMMANDE AXES
                 C
                 C
                 C
                 C**** COMMANDE TITRE
ISN 0104           4 NCART=N15(1)
ISN 0105             GRT=N15(2)/100.
ISN 0106             IF(GRT.GT.0.5)GRT=0.5
ISN 0108             ANGT=(MOD(N15(3),3)-1)*90.
ISN 0109             IF(NCART.GT.80) NCART=80
ISN 0111             READ (ICTL,41)TTITRE
ISN 0112          41 FORMAT(80A1)
ISN 0113             GOTO 63
                 C**** FIN COMMANDE TITRE
                 C
                 C
                 C
                 C**** COMMANDE PLOT
ISN 0114           5 IF(.NOT.IPLOT)GOTO 59
                 C    TRACER DESSIN PRECEDENT
ISN 0116         997 IPLOT=NON
ISN 0117             IF ((TMAX-TMIN).LE.1.E-10) GOTO 513
 SN 0119             IF(((SMAX-SMIN)/(TMAX-TMIN)).GE.XF)GOTO 513
ISN 0121             A=PSIZE/(TMAX-TMIN)
ISN 0122             IF(.NOT.IECHEL)GOTO 515
ISN 0124             IF(ECHD.GT.A)GOTO 514
```

```
ISN 0126            A=ECHD
ISN 0127            GOTO 515
ISN 0128        514 WRITE(IPRT,516)A
 SN 0129        516 FORMAT(//,' ECHELLE DEMANDEE TROP GRANDE.L''ECHELLE UTILISEE '
                   1UNE UNITE= ',E15.7,' POUCE(S)')
ISN 0130        515 YI=-A*TMIN
ISN 0131            XI=-A*SMIN
ISN 0132            PMAX=A*SMAX+XI
ISN 0133            ECHD=1./A
ISN 0134            WRITE(IPRT,552) ECHD
ISN 0135        552 FORMAT(////,' ',10X,'L''ECHELLE DU DESSIN EST--  1 POUCE= ',
                   1 E15.7,' UNITES')
ISN 0136            GOTO 517
ISN 0137        513 IF((SMAX-SMIN).LE.1.E-10) GOTO 530
ISN 0139            A=PSIZE*XF/(SMAX-SMIN)
ISN 0140            IF(.NOT.IECHEL)GOTO 519
ISN 0142            IF(ECHD.GT.A)GOTO 518
ISN 0144            A=ECHD
ISN 0145            GOTO 519
ISN 0146        530 WRITE(IPRT,531)
ISN 0147        531 FORMAT(//,' ERREUR COMMANDE PLOT. LE DESSIN EST UN POINT. IL N
                   1RA PAS TRACE.')
ISN 0148            GOTO 525
ISN 0149        518 WRITE(IPRT,516)A
ISN 0150        519 XI=-A*SMIN
ISN 0151            YI=-A*TMIN
ISN 0152            PMAX=PSIZE*XF
ISN 0153        517 I1=0
ISN 0154            WRITE(IDES)I1,I1
ISN 0155            REWIND IDES
ISN 0156            REWIND ICNE
ISN 0157        521 READ (IDES)I1,I2
ISN 0158            IF(I1.GE.0) GOTO 523
ISN 0160            IF(I2.LE.0)GOTO 536
ISN 0162            READ(ICNE)SN,TN,ANGL
ISN 0163            CALL NUMBER(SN*A+XI,TN*A+YI,GRE,FLOAT(-I1),ANGL,-1)
ISN 0164            I2=-I1
ISN 0165        536 GOTO 521
ISN 0166        524 CALL SYMBOL(0.,-0.5      ,GRT,PTITRE,ANGT,NCARP)
ISN 0167            GOTO 525
ISN 0168        526 CALL SYMBOL(-.25,0.,GRT,PTITRE,ANGT,NCARP)
ISN 0169            GOTO 525
ISN 0170        523 IF(I1.EQ.0) GOTO 520
ISN 0172            CALL PLOT(S(I1)*A+XI,T(I1)*A+YI,3)
ISN 0173            CALL PLOT(S(I2)*A+XI,T(I2)*A+YI,2)
ISN 0174            GOTO 521
ISN 0175        520 IF(.NOT.INONEU)GOTO 538
ISN 0177            DO 539 I=1,NND
ISN 0178            IF(ND(I).GT.0)GOTO 539
ISN 0180            CALL NUMBER(S(I)*A+XI,T(I)*A+YI,GRN,FLOAT(-ND(I)),ANGT,-1)
ISN 0191        539 CONTINUE
ISN 0182        538 IF(ANGT.LT.1.)GOTO 524
ISN 0184            IF(ANGT.LT.91.)GOTO526
ISN 0186            IF(ANGT.LT.181.)CALL SYMBOL(PMAX,-.5  ,GRT,PTITRE,ANGT,NCARP)
 SN 0188        525 IF(.NOT.FOISD)GOTO 59
ISN 0190            CALL PLOT(PMAX+2.,0.,-3)
ISN 0191            CALL PLOT(0.,0.,999)
ISN 0192            GOTO 999
```

```
                C       FIN TRACER DESSIN
ISN 0193           59 ICO(IX)=N15(1)
ISN 0194              ICO(IY)=N15(2)
ISN 0195              ICO(IZ)=N15(3)
ISN 0196              XO=ICO(1)
ISN 0197              YO=ICO(2)
ISN 0198              ZO=ICO(3)
ISN 0199              ALPHA=N15(4)*3.141593/180.
ISN 0200              REWIND IDES
ISN 0201              REWIND ICNE
ISN 0202              IF(N15(9).GT.0)GRN=N15(9)/100.
ISN 0204              IF(N15(10).GT.0)GRE=N15(10)/100.
ISN 0206              INONEU=NON
ISN 0207              IF(N15(8).EQ.1)INCNEU=OUI
ISN 0209              DO 550 III=1,80
ISN 0210          550 PTITRE(III)=TTITRE(III)
ISN 0211              NCARP=NCART
ISN 0212              IF(.NOT.FOIS1)GOTO 551
ISN 0214              IPAP=0
ISN 0215              IF(N15(7).GT.1)N15(7)=1
ISN 0217              IF(N15(7).EQ.1)IPAP=IP830
ISN 0219              IF(IPAP.EQ.0)N15(7)=0
ISN 0221              PSIZE=SIZET(N15(7)+1)
ISN 0222          551 IPLOT=OUI
ISN 0223              SMIN=1.E+74
ISN 0224              TMIN=SMIN
ISN 0225              SMAX=-SMIN
ISN 0226              TMAX=SMAX
ISN 0227              IECHEL=NON
ISN 0228              ECHD=0.
ISN 0229              IF(N15(6).EQ.0)GOTO 51
ISN 0231              ECHD=FLOAT(N15(5))/FLOAT(N15(6))
ISN 0232              IECHEL=OUI
ISN 0233           51 IF(XO.EQ.0.) GOTO 52
ISN 0235              GAMMA=-ATAN(YO/XO)
ISN 0236              IF(XO.LT.0.)GAMMA=GAMMA+3.141593
ISN 0238              BETA=ATAN(ZO/XO)
ISN 0239              GOTO 53
ISN 0240           52 IF(YO.EQ.0.)GOTO 54
ISN 0242              GAMMA=YO/ABS(YO)*(-1.570796)
ISN 0243              BETA=ATAN(ZO/XO)
ISN 0244              GOTO 53
ISN 0245           54 GAMMA=0.
ISN 0246              IF(ZO.EQ.0.) GOTO 55
ISN 0248              BETA=ZO/ABS(ZO)*(1.570796)
ISN 0249              GOTO 53
ISN 0250           55 BETA=0.
ISN 0251           53 CG=COS(GAMMA)
ISN 0252              SG=SIN(GAMMA)
ISN 0253              CB=COS(BETA)
ISN 0254              SB=SIN(BETA)
ISN 0255              CA=COS(ALPHA)
ISN 0256              SA=SIN(ALPHA)
ISN 0257              NDES=NDES+1
 SN 0258              WRITE(IPRT,534)NDES,TTITRE
ISN 0259          534 FORMAT(1H1,10('*'),' DESSIN NC. ',I3,' ***** ',80A1,' *****')
ISN 0260              WRITE(IPRT,540)XO,YC,ZC
ISN 0261          540 FORMAT(//,' LES COORDONNEES DE L''OBSERVATEUR SONT- PROFONDEUR=
```

```
                1F15.7,' ; HORIZONTAL= ',E15.7,' ; VERTICAL= ',E15.7,' ;')
ISN 0262         WRITE(IPRT,511)
ISN 0263      511 FORMAT(1H-,T10,'NUMERO DU NOEUD',T32,'PROFONDEUR',T47,'HORIZON
                1,T62,'VERTICAL',T77,'S DESSIN',T91,' T DESSIN',//)
ISN 0264         REWIND IFND
ISN 0265         DO 57 I=1,NMAXND
ISN 0266         READ(IFND,END=56)ND(I), CO(IX),CO(IY),CO(IZ)
ISN 0267         X=CO(1)
ISN 0268         Y=CO(2)
ISN 0269         Z=CO(3)
ISN 0270         F1=SG*X+CG*Y
ISN 0271         F2=SB*(CG*X-SG*Y)-CB*Z
ISN 0272         S(I)=CA*F1+SA*F2
ISN 0273         T(I)=SA*F1-CA*F2
ISN 0274         WRITE(IPRT,512)ND(I),X,Y,Z,S(I),T(I)
ISN 0275      512 FORMAT(1H ,T15,I5,T30,E15.7,T45,E15.7,T60,E15.7,T75,E15.7,T90
                17)
ISN 0276         IF(ND(I).LE.0)WRITE(IPRT,537)
ISN 0278      537 FORMAT(/,' LE NUMERO DE NOEUD PRECEDENT EST INVALIDE. ERREUR-
ISN 0279       57 CONTINUE
ISN 0280         NND=NMAXND
ISN 0281         WRITE(IPRT,58)NND
ISN 0282       58 FORMAT(//,' COMMANDE PLOT--ERREUR.SEULS LES ',1X,I5,1X,'PREM.
                1NOEUDS ONT ETE CONSERVES ',/,' A CAUSE DE LA LIMITE D''ESPACL
                1IRE.')
ISN 0283       56 NND=I-1
ISN 0284         IF(.NOT.FOIS1)GOTO 510
ISN 0286         CALL PLOTS
ISN 0287         IF(IPAP.NE.0)CALL SPFORM(IPAP)
ISN 0289      510 CALL PLOT(PMAX+2.,-PSIZE-5.,-3)
ISN 0290         CALL PLOT(0.,1.0    ,-3)
ISN 0291         FOIS1=NON
ISN 0292         WRITE(IPRT,535)
ISN 0293      535 FORMAT(1H1,'LISTE DES ELEMENTS TRACES',////,' ELEMENT',T11,
                1'TYPE',T27,'NOEUDS',//)
ISN 0294         GOTO 63
               C**** FIN COMMANDE PLOT
               C
               C
               C
               C**** BLOC COMMUM AUX COMMANDES RELATIVES AUX DIFFERENTS ELEMENTS
               C
               C**** COMMANDES P,PN,PD,PND
ISN 0295         6 IFILE=IFPT
ISN 0296         N=2
ISN 0297         GOTO 1000
               C
               C**** COMMANDES T,TN,TD,TND
ISN 0298        10 IFILE=IFTR
ISN 0299         N=3
ISN 0300         GOTO 1000
               C
               C**** COMMANDES Q,QN,QD,QND
ISN 0301        14 IFILE=IFQD
 SN 0302         N=4
ISN 0303         GOTO 1000
               C
               C**** COMMANDES C,CN,CD,CND
```

```
ISN 0304          18 IFILE=IFCU
ISN 0305             N=8
                  C
.SN 0306          1000 GOTO(1001,1002),JA
ISN 0307          1001 IPLOT=OUI
ISN 0308             REWIND IFILE
ISN 0309          1005 READ(IFILE,END=63)NE,(NN(I),I=1,N)
ISN 0310             DO 1003 I=1,15
ISN 0311             IF(N15(I).EQ.NE)GOTO 1004
ISN 0313          1003 CONTINUE
ISN 0314             GOTO 1005
ISN 0315          1004 WRITE(IPRT,1030)NE,TYPE(N),(NN(I),I=1,N)
ISN 0316          1030 FORMAT(' ',I5,T11,A8,8(5X,I5))
ISN 0317             DO 1006 I=1,NND
ISN 0318             DO 1007 J=1,N
ISN 0319             IF(IABS(ND(I)).EQ.NN(J))NN(J)=-I
ISN 0321          1007 CONTINUE
ISN 0322             DO 1008 J=1,N
ISN 0323             IF(NN(J).GT.0)GOTO 1006
ISN 0325          1008 CONTINUE
ISN 0326             GOTO 1009
ISN 0327          1006 CONTINUE
ISN 0328             DO 1010 I=1,N
ISN 0329             IF(NN(I).GT.0)WRITE(IPRT,1011)NE,NN(I)
ISN 0331          1011 FORMAT(    ' ERREUR- ELEMENT NO. ',I5,' LE NUMERO ',I5,' EST ABS
                     1 DE LA TABLE DES NOEUDS. L''ELEMENT N''EST PAS TRACE'//)
ISN 0332          1010 CONTINUE
ISN 0333             GOTO 1012
ISN 0334          1009 DO 1013 I=1,N
ISN 0335             NN(I)=-NN(I)
ISN 0336          1013 ND(NN(I))=-IABS(ND(NN(I)))
ISN 0337             NE=-NE
ISN 0338             N2=NE
ISN 0339             IF(INOELE)N2=-NE
ISN 0341             WRITE(IDES)NE,N2
ISN 0342             IF(.NOT.INOELE)GOTO 1014
ISN 0344             SN=0
ISN 0345             TN=0
ISN 0346             DO 1015 I=1,N
ISN 0347             SN=SN+S(NN(I))
ISN 0348          1015 TN=TN+T(NN(I))
ISN 0349             SN=SN/N
ISN 0350             TN=TN/N
ISN 0351             ANGL=ANGT
ISN 0352             IF(N.NE.2) GOTO 1021
ISN 0354             N1=NN(1)
ISN 0355             N2=NN(2)
ISN 0356             IF(S(N1).EQ.S(N2))GOTO 1022
ISN 0358             IF(S(N1).GT.S(N2))GOTO 1023
ISN 0360             ANGL=ATAN((T(N2)-T(N1))/(S(N2)-S(N1)))
ISN 0361             GOTO 1024
ISN 0362          1023 ANGL=ATAN((T(N1)-T(N2))/(S(N1)-S(N2)))
ISN 0363          1024 ANGL=ANGL*180./3.141593
ISN 0364             IF(ANGL.LT.0.)ANGL=360.-ANGL
 SN 0366             GOTO 1021
ISN 0367          1022 ANGL=90.
ISN 0368          1021 WRITE(ICNE)SN,TN,ANGL
ISN 0369          1014 NNN=N-1
```

```
ISN 0370              DO 1018 I=1,NNN
ISN 0371        1018  WRITE(IDES )NN(I),NN(I+1)
ISN 0372              IF(N.EQ.2)GOTO 1020
ISN 0374              WRITE(IDES)NN(N),NN(1)
ISN 0375        1020  DO 1019 I=1,N
ISN 0376              SMIN=AMIN1(SMIN,S(NN(I)))
ISN 0377              SMAX=AMAX1(SMAX,S(NN(I)))
ISN 0378              TMIN=AMIN1(TMIN,T(NN(I)))
ISN 0379        1019  TMAX=AMAX1(TMAX,T(NN(I)))
ISN 0380        1012  GOTO(1005,1016),JA
ISN 0381        1002  IPLOT=OUI
ISN 0382              REWIND IFILE
ISN 0383              NE1=N15(1)
ISN 0384              NE2=N15(2)
ISN 0385              NE3=N15(3)
ISN 0386        1016  READ(IFILE,END=63)NE,(NN(I),I=1,N)
ISN 0387              DO 1017 I=NE1,NE2,NE3
ISN 0388              IF(NE.EQ.I)GOTO 1004
ISN 0390        1017  CONTINUE
ISN 0391              GOTO 1016
                C**** FIN BLOC COMMUN
                C
                C
                C
                C***************** FIN PROGRAMME **********************
ISN 0392              END

*OPTIONS IN EFFECT*       NAME=  MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SIZE=0000K,

*OPTIONS IN EFFECT*       SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,ID,NOXREF

*STATISTICS*      SOURCE STATEMENTS =      391 ,PROGRAM SIZE =     14428

*STATISTICS*  NO  DIAGNOSTICS GENERATED

****** END OF COMPILATION ******                                  1067K BYTES
```

Appendice A.2

Préparation des données

A - TITRE DU TRAVAIL

i. Carte de séparation (A1)

"*TITRE"

ii. Titre (20A4)

colonne variable

1 - 80 ITITRE(20) le message est transcrit sur la feuille de sortie.

B - CARTE DE CONTROLE

i. Carte de séparation (A1)

"*CONTROLE"

ii. Paramètres de contrôle (1315, F5.0, 2I5) (1)

colonne variable

1 - 5 ITYPE indicateur du type de structure

si 1: cadre 3-D

2: treillis 3-D

3: cadre 2-D

4: treillis 2-D (2)

6 - 10 IPIED indicateur du système d'unités

si 0: unités consistantes

1: longueurs en pieds, mais propriétés des matériaux et des sections en pouces (3)

11 - 15 N nombre total de noeuds dans la structure (4)

16 - 20 M nombre total d'éléments dans la structure (5)

21 - 25 NMAT nombre de matériaux composant la structure (6)

26 - 30	NSECT	nombre de sections d'éléments	(7)
31 - 35	NFIX	nombre de noeuds comportant une ou plusieurs restreintes rigides	(8)
36 - 40	NRES	nombre d'appuis élastiques translationnels ou rotationnels	
41 - 45	NPLAN	nombre de planchers rigides	
46 - 50	NIDENT	nombre de couples de degrés de liberté identiques	
51 - 55	NCC	nombre de cas de chargement étudiés	
56 - 60	IPDEL	indicateur du type d'analyse si 0: analyse linéaire 1: analyse non-linéaire (effet P-Delta)	(9)
61 - 65	ITER	nombre maximum d'itérations pour chaque cas de chargement	(10)
66 - 70	CONV	pourcentage de tolérance sur le test de convergence	(11)

71 - 75 LSUR2 indicateur pour le calcul des sollicitations à mi-portée des éléments chargés en travée
si 0: le calcul n'est pas fait
1: le calcul est fait (12)

76 - 80 ISTOP mode d'exécution du programme
si 0: solution du problème
1: vérification des données seulement

Remarques:

1) Certains paramètres de contrôle ne sont connus de l'utilisateur que lorsqu'il a terminé de préparer les données du problème. Il est donc recommandable de reviser les paramètres inscrits avant l'exécution du travail.

2) ITYPE contrôle l'assigation des restreintes automatiques (si différent de 1) et le calcul des termes de la matrice de rigidité locale des éléments et de la matrice de transformation géométrique. Aucun terme de ces matrices n'est donc calculé inutilement.

3) IPIED égal à 1 commande la multiplication des modules d'élasticité E et de cisaillement G par 144.0, la division des aires A_x, A_y et A_z par 144.0 et la division des inerties J, I_y, I_z par 20736.0 avant l'exécution des calculs.

4) chaque noeud est identifié par un entier positif inférieur ou égal à N.

5) Chaque élément est identifié par un entier positif inférieur ou égal à M.

6) Chaque matériau est identifié par un entier positif inférieur ou égal à NMAT.

7) Chaque section est identifiée par un entier positif inférieur ou égal à NSECT.

8) NFIX n'inclut pas les noeuds où une ou plusieurs restreintes sont assignées automatiquement en vertu du type de structure (ITYPE).

9) Lorsqu'on demande une analyse non-linéaire on obtient toujours après la première itération les résultats d'une analyse linéaire. Les valeurs des déplacements, des réactions aux appuis élastiques et des efforts dans les éléments sont imprimés au complet après la première itération et après la dernière (i.e. quand la convergence désirée ou le nombre maximal d'itérations est atteint). A chaque itération intermédiaire, on imprime les déplacements et les réactions seulement.

10) ITER est sans importance si IPDEL est nul. Cependant, il prend la valeur 5 à défaut d'être spécifié quand on désire une analyse non-linéaire.

11) CONV est sans importance si IPDEL est nul. Cependant, on lui assigne la valeur 2.0 s'il n'est pas spécifié et qu'une analyse non linéaire est demandée (donc par défaut, 2% de tolérance).

12) Lorsque LSUR2 est égal à 1, le programme imprime les efforts à mi-portée dans la convention de signes du noeud de droite (2) et pour les éléments chargés en travée seulement.

C - INFORMATION CONCERNANT LES NOEUDS

C-1. Géométrie

i. Carte de séparation (AI)

"*GEOMETRIE"

ii. Coordonnées des noeuds (I5, 3F10.0, 2I5, 3F10.0)

colonne variable

1 - 5 NO	numéro du noeud	(1)
6 - 15 XO	coordonnée X du noeud NO	
16 - 25 YO	coordonnée Y du noeud NO	
26 - 35 ZO	coordonnée Z du noeud NO	(2)
36 - 40 INC	intervalle d'assignation des numéros de noeuds pour la génération automatique des coordonnées	
41 - 45 N1	numéro du dernier noeud de la série pour la génération automatique des coordonnées	
46 - 55 X1	coordonnée X du noeud N1	
56 - 65 Y1	coordonnée Y du noeud N1	
66 - 75 Z1	coordonnée Z du noeud N1	(3)

Remarques:

1) Les numéros des noeuds vont de 1 à N. Les coordonnées nodales doivent être définies pour chacun de ces N noeuds. L'ordre de lecture n'a pas d'importance.

2) Pour les problèmes tri-dimensionnels, il est recommandé d'utiliser un système de coordonnées globales avec l'axe Z, dirigé vers le haut. Pour les problèmes planaires, on est tenu de travailler dans le plan X-Z à moins de spécifier ITYPE = 1 (cadres) ou 2 (treillis) et d'appliquer "manuellement" les restreintes dans la direction voulue. Donc, pour les problèmes bi-dimensionnels, on aura en général Y = 0.0 (ou laissé en blanc).

3) Chaque noeud peut être défini à l'aide de ses coordonnées sur une carte individuelle. D'autre part, la position de toute une série de noeuds peut être établie à l'aide d'une seule carte, si l'on utilise l'option de génération automatique. Ainsi, les noeuds NO, NO + INC, NO + (INC * 2), NO + (INC * 3) ... N1, seront définis en un seul énoncé si l'on spécifie les valeurs appropriées dans les colonnes 36 @ 75. Remarquons que tous les noeuds déterminés de la sorte doivent se trouver à espacement égal le long de la droite qui unit NO et N1. Si INC est fourni comme nul ou laissé en blanc, aucune génération n'est effectuée et la carte ne définit qu'un seul noeud, le noeud NO.

C - 2. Restreintes rigides (facultatives)

i. Carte de séparation (A1)

"* RESTREINTES RIGIDES"

ii. Définition des restreintes rigides (I5, 4X, 6I1, 2I5)

colonne variable

1 - 5 NO numéro du noeud où s'exerce une restreinte rigide

10 IFIX (NO,1) code de restreinte du déplacement - X
11 IFIX (NO,2) code de restreinte du déplacement - Y
12 IFIX (NO,3) code de restreinte du déplacement - Z
13 IFIX (NO,4) code de restreinte de la rotation - X
14 IFIX (NO,5) code de restreinte de la rotation - Y
15 IFIX (NO,6) code de restreinte de la rotation - Z
si 0: degré de liberté actif
1: degré de liberté bloqué (3)

16 - 20 INC intervalle d'assignation des numéros de noeuds pour la génération automatique des restreintes.

21 - 25 N1 numéro du dernier noeud de la série pour la génération automatique des restreintes (4)

Remarques:

1) Les restreintes suivantes sont générées par le programme en vertu de la déclaration ITYPE et n'ont pas à être incluses dans le bloc C-2.

ITYPE	description	restreintes fournies
2	treillis 3-D	rot-X, rot-Y, rot-Z
3	cadre 2-D	dépl-Y, rot-X, rot-Z
4	treillis 2-D	dépl-Y, rot-X, rot-Y, rot-Z.

2) Les degrés de liberté bloqués ne sont pas assemblés dans la matrice de rigidité globale de la structure. Ainsi, on crée une équation d'équilibre pour chaque degré de liberté actif seulement. Le programme ne calcule pas les réactions dans le sens des degrés de libertés maintenus rigidement.

3) Les situations suivantes dictent l'application de restreintes rigides:
   - appuis dont on ne veut pas expliciter les réactions.
   - noeuds auxiliaires N3 pour la définition des éléments et auxquels ne s'attache aucun élément (on doit bloquer les six degrés de liberté)
   - noeud d'une structure du type cadre (1 ou 3) où la rigidité rotationnelle n'est pas définie, par exemple si seulement des éléments rotulés s'y joignent (on doit alors bloquer les trois rotations).

4 - Le mécanisme de génération automatique permet à plusieurs noeuds dont l'état de restreinte est le même et dont les numéros sont à intervalle régulier, de se voir assigner leurs restreintes communes en un seul énoncé. Il n'est pas interdit de spécifier deux ou plusieurs fois un même numéro de noeud dans le bloc C-2 à condition que NFIX soit compté comme s'il s'agissait de noeuds distincts. Par exemple, les noeuds 5, 10, 15 et 20 sont des appuis rotulés d'une structure spatiale. Sur la première carte de restreintes, on aura:

" 5 111000 5 20"

avec NFIX préalablement défini à 4. Si la structure est modifiée et qu'on a encastrement en 5 et 20, il suffit d'ajouter une seconde carte de restreintes

" 5 000111 15 20"

et de fournir NFIX = 6.

Aucune génération automatique n'est exécutée si INC est nul ou indéfini.

C - 3. Planchers rigides (facultatifs)

i. Carte de séparation (A1)

"*PLANCHERS RIGIDES"

ii. Définition des planchers rigides (415)

colonne variable

1 - 5	NI	numéros du noeud de référence pour le plancher rigide décrit
6 - 10	NFPL	numéro du dernier noeud du plancher rigide décrit (1)
11 - 15	INC	intervalle d'assignation de NI et de NFPL pour générer automatiquement d'autres planchers rigides
16 - 20	NF	numéro du dernier noeud appartenant au dernier plancher rigide généré (2)

Remarques:

1) Tous les noeuds appartenant à un même plancher rigide doivent être numérotés en suite croissante et ininterrompue. NI est le plus petit de ces nombres, NFPL, le plus grand. Le mouvement rigide de chaque noeud du diaphragme est exprimé à l'aide d'une matrice de transformation fonction des déplacements X et Y et de la rotation Z du point NI. Les planchers rigides doivent donc se trouver dans le plan XY uniquement.

2) On peut faire la génération automatique de plusieurs diaphragmes rigides pourvu qu'ils contiennent tous le même nombre de noeuds et que les premiers noeuds de chacun soient numérotés à intervalle fixe INC.

Aucun travail de génération automatique ne se fait si INC est nul ou indéfini.

C - 4 Degrés de liberté identiques (facultatifs)

i. Carte de séparation (A1)

"*D.D.L. IDENTIQUES"

ii. Accouplage des degrés de liberté (5I5)

colonne variable		
1 - 5	N1	numéro du noeud de référence
6 - 10	N2	numéro du noeud dont le degré de liberté NDDL est scindé à celui du noeud N1
11 - 15	NDDL	degré de liberté scindé si 1: déplacement - X 2: déplacement - Y 3: déplacement - Z 4: rotation - X 5: rotation - Y 6: rotation - Z
16 - 20	INC	intervalle d'assignation des N2 pour générer automatiquement d'autres noeuds pour lesquels NDDL est identique à celui de N1.
21 - 25	NF	numéro du dernier noeud N2 pour la génération automatique des degrés de liberté scindés.

Remarques;

1) La possibilité d'associer des degrés de libertés, de les rendre identiques permet de simuler des liens rigides dans la structure.

2) Même si une série de degrés de liberté identiques forment un ensemble de plus de deux, le programme exige qu'ils soient signifiés par couples: un au noeud de référence et un autre au noeud qui lui est associé. Par exemple, pour une poutre continue composée de N noeuds, alignés parallèlement à l'axe des X, on simulera la rigidité axiale complète de la structure en déclarant N-1 paires de déplacements suivant X comme devant être réciproquement identiques. La variable NIDENT sera alors égale à N-1. INC nul ou indéfini indique qu'il n'y a pas de génération automatique.

D - INFORMATION CONCERNANT LES ELEMENTS

D - 1. Matériaux

i. Carte de séparation (A1)

"*MATERIAUX"

ii. Description des matériaux (15,3F10.0)

colonne	variable		
1 - 5	MAT	numéro d'identification du matériau	(1)
6 - 15	E	module d'élasticité	
16 - 15	G	module de cisaillement	(2)
26 - 35	CDT	coefficient de dilatation thermique	
36 - 45	GAMMA	poids spécifique	

Remarques:

1) Chaque matériau est identifié par un entier positif inférieur ou égal à NMAT, le nombre de matériaux composant la structure.

2) S'il y a plus d'un matériau, l'ordre de lecture des cartes de matériaux n'a pas d'importance.

3) Si le module de cisaillement est donné comme nul, le programme lui assigne automatiquement la valeur E/2.6, ce qui correspond à un coefficient de Poisson de 0.3.

D - 2. Sections

i. Cartes de séparation (A1)

"*SECTIONS"

ii. Propriétés des sections (I5, 2X, 2A4, I5, 6F10.0)

colonne variable		
1 - 5	MSECT	numéro d'identification de la section (1)
8 - 15	NOM	description de la section transcrite sur la feuille de sortie (2)
16 - 20	MAT	numéro du matériau constitutif de la section (3)
21 - 30	A_x	section transversale
31 - 40	A_y	aire effective en cisaillement selon l'axe local y (4)
41 - 50	A_z	aire effective en cisaillement selon l'axe local z (4)
51 - 60	J	inertie en torsion de St-Venant

61 - 70	I_y	moment d'inertie en flexion autour de l'axe local y
71 - 80	I_z	moment d'inertie en flexion autour de l'axe local z (5)

Remarques:

1) Chaque section est identifiée par un entier positif inférieur ou égal à NSECT, le nombre total de sections d'éléments. L'ordre de lecture des cartes de sections n'a pas d'importance.

2) Pour des éléments d'acier, on peut inscrire le numéro du profilé (W10 X 49 par exemple), pour des éléments en bois ou en béton, la dimension nominale (8 x 14 par exemple). Ce message ne sert qu'à l'utilisatteur pour lui permettre d'identifier plus facilement les sections et il est imprimé sur la sortie.

3) Deux sections dont les propriétés géométriques sont identiques mais dont le matériau constitutif diffère devront être considérées comme deux sections différentes.

4) Les aires utiles en cisaillement ne sont indiquées que si l'énergie de cisaillement doit être considérée dans l'analyse.

5) Pour certains types de problèmes, il n'est pas obligatoire d'indiquer toutes les propriétés énumérées: le tableau suivant illustre les valeurs qui sont requises pour les cas rencontrés.

Type de structure	section transversale	aires en cisaillement		inertie en torsion	inerties en flexion	
	A_x	A_y	A_z	J	I_y	I_z
1. Cadre 3-D	oui	oui	oui	oui	oui	oui
2. Treillis 3-D	oui	non	non	non	non	non
3. Cadre 2-D	oui	non	oui	non	oui	non
4. Treillis 2-D	oui	non	non	non	non	non

Le fait de ne pas spécifier une valeur de propriété nécessaire pour l'analyse rend la matrice de rigidité singulière puisque le degré de liberté concerné se voit assigner une raideur nulle.

D - 3. Incidences des éléments

i. Carte de séparation (A1)

"*ELEMENTS"

ii. Définition des éléments (8I5)

colonne variable			
1 - 5	MU	numéro de l'élément	(1)
6 - 10	N1	noeud gauche de l'élément	
11 - 15	N2	noeud droit de l'élément	(2)
16 - 20	N3	noeud auxiliaire définissant l'axe local z de l'élément	(3)
21 - 25	MSECT	numéro de la section de l'élément	
26 - 30	INC	intervalle d'assignation des noeuds N1 et N2 pour générer automatiquement d'autres éléments.	
31 - 35	MF	numéro du dernier élément de la série pour la génération automatique des éléments	(4)

37	LROT (1)	condition de rotation -Y au noeud 1
38	LROT (2)	condition de rotation -Y au noeud 2
39	LROT (3)	condition de rotation -Z au noeud 1
40	LROT (4)	condition de rotation -Z au noeud 2 si 0 : connexion rigide si 1 : connexion articulée (rotule)
41 - 45	MINC	intervalle d'assignation des numéros d'éléments pour la génération automatique (fixé à 1 par défaut).

Remarques:

1) Les numéros des éléments vont de 1 à M. Les M éléments doivent être définis soit par une carte individuelle, soit implicitement à l'aide d'une assignation automatique.

2) Le noeud N2 peut porter un numéro plus grand ou plus petit que le noeud N1. Le sens de numérotation des noeuds gauche et droit affecte seulement la position du système de coordonnées locales de l'élément et, par conséquent, la convention de signe des charges en travée et des réactions sur l'élément.

3) La position du noeud auxiliaire N3 sert à indiquer la direction des orientations principales de la section. Il n'a pas à être défini si ITYPE est différent de 1 (i.e. si l'on ne traite pas un problème de cadre spatial).

4) La génération automatique des incidences éléments se fait de la façon suivante:

élément généré	noeud gauche	noeud droit
MO + MINC * 1	N1 + INC * 1	N2 + INC * 1
MO + MINC * 2	N1 + INC * 2	N2 + INC * 2
...		
MF	N1 + INC * K	N2 + INC * K

où K est le nombre d'éléments générés automatiquement. A noter que les numéros d'éléments sont assignés par intervalle de MINC de MO à MF et que le noeud auxiliaire N3, le numéro de section et les conditions de rotation des extrémités sont identiques pour tous les éléments générés par une même commande. Aucune génération automatique n'est faite si INC est nul ou indéfini.

D - 4. Appuis élastiques (facultatifs)

i. Carte de séparation (A1)

"*RESSORTS"

ii. Description des appuis élastiques (2I5, F10.0, 2I5)

colonne variable			
1 - 5	N	point d'attache du ressort	(1)
6 - 10	IDIR	direction d'action du ressort si 1: translation -X 2: translation -Y 3: translation -Z 4: rotation -X 5: rotation -Y 6: rotation -Z	(2)
11 - 20	RESS	rigidité du ressort	(3)
21 - 25	INC	intervalle d'assignation des points d'attache pour la génération automatique des ressorts.	
26 - 30	NF	numéro du noeud où s'attache le dernier ressort généré automatiquement	(4)

Remarques;

1) Si plusieurs ressorts doivent s'attacher à un même noeud, il faudra une carte nouvelle pour chacun.

2) Les ressorts peuvent être translationnels ou rotationnels mais toujours suivant un des axes de référence de la structure. Un appui élastique oblique devra être simulé par un élément de barre.

3) La rigidité d'un ressort translationnel s'exprime en force par unité de longueur, celle d'un ressort rotationnel en moment par angle de rotation (radians).

4) Tous les ressorts générés par une même commande ont la même direction d'action et la même rigidité. Si INC est nul ou indéfini, le programme n'assigne qu'un ressort au noeud N.

E - INFORMATION CONCERNANT LES CHARGEMENTS

E - 1. Contrôle du cas de chargement

i. Carte de séparation (A1)

"*CHARGEMENT"

ii. Paramètres de contrôle (4I5, 15A4)

colonne	variable		
1 - 5	NOCC	numéro du cas de chargement	(1)
6 - 10	NNC	nombre de charges aux noeuds	
11 - 15	NEC	nombre de charges en travée	
16 - 20	NECT	nombre d'éléments soumis à une variation de température	
21 - 79	NOM	titre du cas de chargement	(1)
80	NGAM	indicateur pour le calcul automatique du poids propre si 0: le calcul n'est pas fait 1: le calcul est fait	(2)

Remarques:

1) Le choix du numéro et du titre du cas de chargement sont laissés à la discrétion de l'utilisateur. Ils ne constituent que des messages qui seront transcrits sur la feuille de sortie.

2) Le poids propre est calculé par concentration de la masse aux extrémités de l'élément et s'exerce dans la direction négative de l'axe global Z.

3) Un ensemble de cartes formant un bloc E distinct est écrit pour chaque cas de chargement différent. Les blocs E sont lus les uns après les autres et traités chacun à leur tour de façon indépendante.

E - 2.Charges appliquées aux noeuds

i. Carte de séparation (A1)

"*CH.NOEUDS"

ii. Description des charges aux noeuds (2I5, F10.0, 2I5)

Colonne variable		
1 - 5	NO	numéro du noeud chargé (1)
6 - 10	IDIR	direction d'application de la charge si 1: force -X 2: force -Y 3: force -Z 4: moment -X 5: moment -Y 6: moment -Z
11 - 20	F	intensité de la charge
21 - 25	INC	intervalle d'assignation des noeuds pour la génération automatique des charges aux noeuds.
26 - 30	NF	numéro du dernier noeud de la série pour la génération automatique des charges aux noeuds (2)

Remarques:

1) Si plusieurs charges s'appliquent à un même noeud, une nouvelle carte devra être écrite pour chacune.

2) Toutes les charges générées par une même commande ont la même direction d'application et la même intensité. Si INC est nul ou indéfini, le programme applique un chargement au noeud NO seulement.

E - 3.Charges appliquées en travée

i. Carte de séparation (A1)

"*CH.TRAVEE"

ii. Description des charges en travée (2I5, F10.0, 2I5, F10.0)

colonne variable

1 - 5	MO	numéro de l'élément chargé (2)
6 - 10	IDIR	Orientation de la charge en travée si 1: selon l'axe local z 2: selon l'axe local y
11 - 20	F	intensité de la charge
21 - 25	INC	intervalle d'assignation des éléments pour la génération automatique des charges en travée
26 - 30	MF	numéro du dernier élément de la série pour la génération automatique des charges en travée (3)
31 - 40	A	distance du noeud gauche (N1) de l'élément au point d'application de la charge ; si 0.0 ou indéfini, charge uniformément distribuée (4)

Remarques:

1) Le programme ne traite que des charges en travée transversales donc s'appliquant perpendiculairement à l'axe de l'élément.

2) Si plusieurs charges s'appliquent sur un même élément, chacun devra faire l'objet d'une carte différente.

3) Toutes les charges en travée générées par une même commande sont de même intensité, de même orientation et ont le même point d'application (s'il y a lieu). Le programme ne fait aucune génération de charges si INC est nul ou indéfini.

4) Lorsque A est non nul, l'intensité de la charge est une force; pour A nul, c'est alors une force par unité de longueur.

E - 4. Variations de température

i. Carte de séparation (A1)

"*CH. TEMPERATURE"

ii. Description des changements de température (I5, F10.0, 2I5)

colonne variable		
1 - 5	MO	numéro de l'élément soumis à un changement de température
6 - 15	TEMP	variation de température sur l'élément si positive: réchauffement négative: refroidissement
16 - 20	INC	intervalle d'assignation des éléments pour la génération automatique des changements de température
21 - 25	MF	numéro du dernier élément de la série pour la génération automatique des changements de température (1)

Remarques:

1) Tous les éléments affectés par une même commande sont soumis à une variation de température identique. Aucun travail de génération automatique ne se fait si INC est nul ou indéfini.

F - FIN DES DONNEES

Remarques:

1) Si un nouveau problème doit être résolu, les données qui le décrivent suivent immédiatement la dernière carte du premier problème et débutent par une carte "*TITRE". Le programme lit le premier caractère de cette carte et constate alors que c'est une étoile (*).

2) Si un caractère autre que (*) est trouvé en première colonne de cette carte, l'exécution s'arrête. On termine donc les données du problème avec une carte vierge s'il n'y a pas d'autre structure à analyser.

3) Si le caractère trouvé en première colonne est un P , le programme lira les cartes suivantes comme les données en vue du traçage de la dernière déformée calculée. La première carte à suivre, la carte F, indique en format F10.0, le facteur d'amplification des déplacements pour le traçage et les cartes subséquentes sont les données du programme TRELFI.

Appendice A.3

Données pour l'analyse du pylône haubané

A.3.1 Modèle original, initialement droit

- paramètres de calcul
- géométrie et identification des degrés de liberté
- matériaux
- sections
- éléments
- appuis élastiques
- chargement

A.3.2 Géométrie tenant compte des glissements inélastiques - déformée résiduelle

Appendice A.3.1

Modèle original, initialement droit

```
PROGRAMME P-DELTA


**********************************************************************************************
* PYLONE GM90L                                                                               *
**********************************************************************************************


TYPE DE STRUCTURE
---- CADRE 3-D


ANALYSE NON-LINEAIRE
      CONVERGENCE A 2.00 %
      OU  2 ITERATIONS


NOMBRE DE NOEUDS                =   219
NOMBRE D* ELEMENTS              =   515
NOMBRE DE MATERIAUX             =     3
NOMBRE DE TYPES D* ELEMENTS     =    30
NOMBRE DE NOEUDS BLOQUES        =     4
NOMBRE D* APPUIS ELASTIQUES     =     4
NOMBRE DE PLANCHERS RIGIDES     =     0
NOMBRE DE COUPLES DE D.D.L.
                 IDENTIQUES     =    24
```

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES - - - DE - - - LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
1	0.000	0.000	1920.000	1	2	3	4	5	6
2	30.000	30.000	1848.000	7	8	9	10	11	12
3	30.000	-30.000	1848.000	13	14	15	16	17	18
4	-30.000	-30.000	1848.000	19	20	21	22	23	24
5	-30.000	30.000	1848.000	25	26	27	28	29	30
6	0.000	-324.000	1776.000	31	32	33	34	35	36
7	30.000	39.430	1776.000	37	38	39	40	41	42
8	30.000	-39.430	1776.000	43	44	45	46	47	48
9	-30.000	-39.430	1776.000	49	50	51	52	53	54
10	-30.000	39.430	1776.000	55	56	57	58	59	60
11	30.000	45.320	1731.000	61	62	63	64	65	66
12	30.000	-45.320	1731.000	67	68	69	70	71	72
13	-30.000	-45.320	1731.000	73	74	75	76	77	78
14	-30.000	45.320	1731.000	79	80	81	82	83	84
15	30.000	51.210	1686.000	85	86	87	88	89	90
16	30.000	-51.210	1686.000	91	92	93	94	95	96
17	-30.000	-51.210	1686.000	97	98	99	100	101	102
18	-30.000	51.210	1686.000	103	104	105	106	107	108
19	30.000	57.110	1641.000	109	110	111	112	113	114
20	30.000	-57.110	1641.000	115	116	117	118	119	120
21	-30.000	-57.110	1641.000	121	122	123	124	125	126
22	-30.000	57.110	1641.000	127	128	129	130	131	132
23	30.000	0.000	1641.000	133	134	135	136	137	138
24	-30.000	0.000	1641.000	139	140	141	142	143	144
25	30.000	63.000	1596.000	145	146	147	148	149	150
26	30.000	-63.000	1596.000	151	152	153	154	155	156
27	-30.000	-63.000	1596.000	157	158	159	160	161	162
28	-30.000	63.000	1596.000	163	164	165	166	167	168
29	30.000	0.000	1596.000	169	170	171	172	173	174
30	-30.000	0.000	1596.000	175	176	177	178	179	180
31	30.000	23.820	1572.000	181	182	183	184	185	186
32	30.000	-23.820	1572.000	187	188	189	190	191	192
33	-30.000	-23.820	1572.000	193	194	195	196	197	198
34	-30.000	23.820	1572.000	199	200	201	202	203	204
35	0.000	0.000	1560.000	205	206	207	208	209	210
36	702.490	813.930	460.330	0	0	0	0	0	0
37	-1000.350	1192.160	3.740	0	0	0	0	0	0
38	30.000	58.020	1500.000	211	212	213	214	215	216
39	30.000	-58.020	1500.000	217	218	219	220	221	222
40	-30.000	-58.020	1500.000	223	224	225	226	227	228
41	-30.000	58.020	1500.000	229	230	231	232	233	234
42	30.000	58.020	1500.000	211	212	213	214	215	216
43	30.000	-58.020	1500.000	217	218	219	220	221	222
44	-30.000	-58.020	1500.000	223	224	225	226	227	228
45	-30.000	58.020	1500.000	229	230	231	232	233	234
46	5.000	9.260	1542.000	235	236	237	238	239	240
47	5.000	-9.260	1542.000	241	242	243	244	245	246
48	-5.000	-9.260	1542.000	247	248	249	250	251	252
49	-5.000	9.260	1542.000	253	254	255	256	257	258
50	15.030	29.310	1503.000	259	260	261	262	263	264

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES - - - DE - - - LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
51	15.830	-29.310	1503.000	265	266	267	268	269	270
52	-15.830	-29.310	1503.000	271	272	273	274	275	276
53	-15.830	29.310	1503.000	277	278	279	280	281	282
54	30.000	55.530	1452.000	283	284	285	286	287	288
55	30.000	-55.530	1452.000	289	290	291	292	293	294
56	-30.000	-55.530	1452.000	295	296	297	298	299	300
57	-30.000	55.530	1452.000	301	302	303	304	305	306
58	30.000	0.000	1452.000	307	308	309	310	311	312
59	-30.000	0.000	1452.000	313	314	315	316	317	318
60	30.000	53.040	1404.000	319	320	321	322	323	324
61	30.000	-53.040	1404.000	325	326	327	328	329	330
62	-30.000	-53.040	1404.000	331	332	333	334	335	336
63	-30.000	53.040	1404.000	337	338	339	340	341	342
64	30.000	50.550	1356.000	343	344	345	346	347	348
65	30.000	-50.550	1356.000	349	350	351	352	353	354
66	-30.000	-50.550	1356.000	355	356	357	358	359	360
67	-30.000	50.550	1356.000	361	362	363	364	365	366
68	0.000	-92.000	1356.000	367	368	369	370	371	372
69	30.000	48.680	1320.000	373	374	375	376	377	378
70	30.000	-48.680	1320.000	379	380	381	382	383	384
71	-30.000	-48.680	1320.000	385	386	387	388	389	390
72	-30.000	48.680	1320.000	391	392	393	394	395	396
73	30.000	46.810	1284.000	397	398	399	400	401	402
74	30.000	-46.810	1284.000	403	404	405	406	407	408
75	-30.000	-46.810	1284.000	409	410	411	412	413	414
76	-30.000	46.810	1284.000	415	416	417	418	419	420
77	30.000	44.940	1248.000	421	422	423	424	425	426
78	30.000	-44.940	1248.000	427	428	429	430	431	432
79	-30.000	-44.940	1248.000	433	434	435	436	437	438
80	-30.000	44.940	1248.000	439	440	441	442	443	444
81	30.000	43.080	1212.000	445	446	447	448	449	450
82	30.000	-43.080	1212.000	451	452	453	454	455	456
83	-30.000	-43.080	1212.000	457	458	459	460	461	462
84	-30.000	43.080	1212.000	463	464	465	466	467	468
85	30.000	41.210	1176.000	469	470	471	472	473	474
86	30.000	-41.210	1176.000	475	476	477	478	479	480
87	-30.000	-41.210	1176.000	481	482	483	484	485	486
88	-30.000	41.210	1176.000	487	488	489	490	491	492
89	30.000	39.340	1140.000	493	494	495	496	497	498
90	30.000	-39.340	1140.000	499	500	501	502	503	504
91	-30.000	-39.340	1140.000	505	506	507	508	509	510
92	-30.000	39.340	1140.000	511	512	513	514	515	516
93	30.000	37.470	1104.000	517	518	519	520	521	522
94	30.000	-37.470	1104.000	523	524	525	526	527	528
95	-30.000	-37.470	1104.000	529	530	531	532	533	534
96	-30.000	37.470	1104.000	535	536	537	538	539	540
97	30.000	35.600	1068.000	541	542	543	544	545	546
98	30.000	-35.600	1068.000	547	548	549	550	551	552
99	-30.000	-35.600	1068.000	553	554	555	556	557	558
100	-30.000	35.600	1068.000	559	560	561	562	563	564

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES - - - DE - - - LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
101	30.000	33.740	1032.000	565	566	567	568	569	570
102	30.000	-33.740	1032.000	571	572	573	574	575	576
103	-30.000	-33.740	1032.000	577	578	579	580	581	582
104	-30.000	33.740	1032.000	583	584	585	586	587	588
105	30.000	31.870	996.000	589	590	591	592	593	594
106	30.000	-31.870	996.000	595	596	597	598	599	600
107	-30.000	-31.870	996.000	601	602	603	604	605	606
108	-30.000	31.870	996.000	607	608	609	610	611	612
109	30.000	30.000	960.000	613	614	615	616	617	618
110	30.000	-30.000	960.000	619	620	621	622	623	624
111	-30.000	-30.000	960.000	625	626	627	628	629	630
112	-30.000	30.000	960.000	631	632	633	634	635	636
113	30.000	30.000	930.000	637	638	639	640	641	642
114	30.000	-30.000	930.000	643	644	645	646	647	648
115	-30.000	-30.000	930.000	649	650	651	652	653	654
116	-30.000	30.000	930.000	655	656	657	658	659	660
117	30.000	30.000	900.000	661	662	663	664	665	666
118	30.000	-30.000	900.000	667	668	669	670	671	672
119	-30.000	-30.000	900.000	673	674	675	676	677	678
120	-30.000	30.000	900.000	679	680	681	682	683	684
121	30.000	30.000	870.000	685	686	687	688	689	690
122	30.000	-30.000	870.000	691	692	693	694	695	696
123	-30.000	-30.000	870.000	697	698	699	700	701	702
124	-30.000	30.000	870.000	703	704	705	706	707	708
125	30.000	30.000	840.000	709	710	711	712	713	714
126	30.000	-30.000	840.000	715	716	717	718	719	720
127	-30.000	-30.000	840.000	721	722	723	724	725	726
128	-30.000	30.000	840.000	727	728	729	730	731	732
129	30.000	30.000	810.000	733	734	735	736	737	738
130	30.000	-30.000	810.000	739	740	741	742	743	744
131	-30.000	-30.000	810.000	745	746	747	748	749	750
132	-30.000	30.000	810.000	751	752	753	754	755	756
133	30.000	30.000	780.000	757	758	759	760	761	762
134	30.000	-30.000	780.000	763	764	765	766	767	768
135	-30.000	-30.000	780.000	769	770	771	772	773	774
136	-30.000	30.000	780.000	775	776	777	778	779	780
137	30.000	30.000	750.000	781	782	783	784	785	786
138	30.000	-30.000	750.000	787	788	789	790	791	792
139	-30.000	-30.000	750.000	793	794	795	796	797	798
140	-30.000	30.000	750.000	799	800	801	802	803	804
141	30.000	30.000	720.000	805	806	807	808	809	810
142	30.000	-30.000	720.000	811	812	813	814	815	816
143	-30.000	-30.000	720.000	817	818	819	820	821	822
144	-30.000	30.000	720.000	823	824	825	826	827	828
145	30.000	30.000	690.000	829	830	831	832	833	834
146	30.000	-30.000	690.000	835	836	837	838	839	840
147	-30.000	-30.000	690.000	841	842	843	844	845	846
148	-30.000	30.000	690.000	847	848	849	850	851	852
149	30.000	30.000	660.000	853	854	855	856	857	858
150	30.000	-30.000	660.000	859	860	861	862	863	864

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES - - - DE - - - LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
151	-30.000	-30.000	660.000	865	866	867	868	869	870
152	-30.000	30.000	660.000	871	872	873	874	875	876
153	30.000	30.000	630.000	877	878	879	880	881	882
154	30.000	-30.000	630.000	883	884	885	886	887	888
155	-30.000	-30.000	630.000	889	890	891	892	893	894
156	-30.000	30.000	630.000	895	896	897	898	899	900
157	30.000	30.000	600.000	901	902	903	904	905	906
158	30.000	-30.000	600.000	907	908	909	910	911	912
159	-30.000	-30.000	600.000	913	914	915	916	917	918
160	-30.000	30.000	600.000	919	920	921	922	923	924
161	30.000	30.000	570.000	925	926	927	928	929	930
162	30.000	-30.000	570.000	931	932	933	934	935	936
163	-30.000	-30.000	570.000	937	938	939	940	941	942
164	-30.000	30.000	570.000	943	944	945	946	947	948
165	30.000	30.000	540.000	949	950	951	952	953	954
166	30.000	-30.000	540.000	955	956	957	958	959	960
167	-30.000	-30.000	540.000	961	962	963	964	965	966
168	-30.000	30.000	540.000	967	968	969	970	971	972
169	30.000	30.000	510.000	973	974	975	976	977	978
170	30.000	-30.000	510.000	979	980	981	982	983	984
171	-30.000	-30.000	510.000	985	986	987	988	989	990
172	-30.000	30.000	510.000	991	992	993	994	995	996
173	30.000	30.000	480.000	997	998	999	1000	1001	1002
174	30.000	-30.000	480.000	1003	1004	1005	1006	1007	1008
175	-30.000	-30.000	480.000	1009	1010	1011	1012	1013	1014
176	-30.000	30.000	480.000	1015	1016	1017	1018	1019	1020
177	29.100	29.100	444.000	1021	1022	1023	1024	1025	1026
178	29.100	-29.100	444.000	1027	1028	1029	1030	1031	1032
179	-29.100	-29.100	444.000	1033	1034	1035	1036	1037	1038
180	-29.100	29.100	444.000	1039	1040	1041	1042	1043	1044
181	28.200	28.200	408.000	1045	1046	1047	1048	1049	1050
182	28.200	-28.200	408.000	1051	1052	1053	1054	1055	1056
183	-28.200	-28.200	408.000	1057	1058	1059	1060	1061	1062
184	-28.200	28.200	408.000	1063	1064	1065	1066	1067	1068
185	27.300	27.300	372.000	1069	1070	1071	1072	1073	1074
186	27.300	-27.300	372.000	1075	1076	1077	1078	1079	1080
187	-27.300	-27.300	372.000	1081	1082	1083	1084	1085	1086
188	-27.300	27.300	372.000	1087	1088	1089	1090	1091	1092
189	26.400	26.400	336.000	1093	1094	1095	1096	1097	1098
190	26.400	-26.400	336.000	1099	1100	1101	1102	1103	1104
191	-26.400	-26.400	336.000	1105	1106	1107	1108	1109	1110
192	-26.400	26.400	336.000	1111	1112	1113	1114	1115	1116
193	25.500	25.500	300.000	1117	1118	1119	1120	1121	1122
194	25.500	-25.500	300.000	1123	1124	1125	1126	1127	1128
195	-25.500	-25.500	300.000	1129	1130	1131	1132	1133	1134
196	-25.500	25.500	300.000	1135	1136	1137	1138	1139	1140
197	24.600	24.600	264.000	1141	1142	1143	1144	1145	1146
198	24.600	-24.600	264.000	1147	1148	1149	1150	1151	1152
199	-24.600	-24.600	264.000	1153	1154	1155	1156	1157	1158
200	-24.600	24.600	264.000	1159	1160	1161	1162	1163	1164

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES - - - DE - - - LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
201	23.700	23.700	228.000	1165	1166	1167	1168	1169	1170
202	23.700	-23.700	228.000	1171	1172	1173	1174	1175	1176
203	-23.700	-23.700	228.000	1177	1178	1179	1180	1181	1182
204	-23.700	23.700	228.000	1183	1184	1185	1186	1187	1188
205	22.800	22.800	192.000	1189	1190	1191	1192	1193	1194
206	22.800	-22.800	192.000	1195	1196	1197	1198	1199	1200
207	-22.800	-22.800	192.000	1201	1202	1203	1204	1205	1206
208	-22.800	22.800	192.000	1207	1208	1209	1210	1211	1212
209	21.900	21.900	156.000	1213	1214	1215	1216	1217	1218
210	21.900	-21.900	156.000	1219	1220	1221	1222	1223	1224
211	-21.900	-21.900	156.000	1225	1226	1227	1228	1229	1230
212	-21.900	21.900	156.000	1231	1232	1233	1234	1235	1236
213	21.000	21.000	120.000	1237	1238	1239	1240	1241	1242
214	21.000	-21.000	120.000	1243	1244	1245	1246	1247	1248
215	-21.000	-21.000	120.000	1249	1250	1251	1252	1253	1254
216	-21.000	21.000	120.000	1255	1256	1257	1258	1259	1260
217	0.000	0.000	0.000	1261	1262	1263	1264	1265	1266
218	385.850	-752.280	36.220	0	0	0	0	0	0
219	-362.200	-704.720	75.200	0	0	0	0	0	0

PROPRIETES DES ELEMENTS

DESCRIPTION DES MATERIAUX

TYPE	E	G	COEFF. DE DILATATION THERMIQUE	POIDS SPECIFIQUE
1	.290000E+08	.111538E+08	.550000E-05	.283360E+00
2	.195000E+08	.750000E+07	.550000E-05	.287730E+00
3	.100000E+01	.384615E+00	.550000E-05	.267290E+00

DESCRIPTION DES SECTIONS

SECTION		MATERIAU	AX	AY	AZ	J	IY	IZ
1	5XX7M	1	4.1800	-0.0000	-0.0000	.259000	4.010000	15.990000
2	5XX7M	1	4.1800	-0.0000	-0.0000	.259000	4.010000	15.990000
3	3.5XX5	1	2.0900	-0.0000	-0.0000	.066000	1.000000	3.800000
4	4XX8	1	3.7500	-0.0000	-0.0000	.299000	2.280000	8.920000
5	3.5X3X5	1	1.9300	-0.0000	-0.0000	.061000	2.300000	1.600000
6	3.5XX5M	1	2.0900	-0.0000	-0.0000	.066000	1.000000	3.880000
7	5XX8M	1	4.7500	-0.0000	-0.0000	.383000	4.560000	18.040000
8	3XX3M	1	1.0900	-0.0000	-0.0000	.013000	.580000	1.540000
9	3.5XX6	1	2.4900	-0.0000	-0.0000	.112000	2.900000	2.900000
10	3XX3	1	1.0900	-0.0000	-0.0000	.013000	.960000	.960000
11	3X2.5X4	1	1.3100	-0.0000	-0.0000	.027000	1.200000	.740000
12	3X2.5X5	1	1.0000	-0.0000	-0.0000	.011000	.910000	.580000
13	3XX5	1	1.7800	-0.0000	-0.0000	.055000	1.500000	1.500000
14	2.5XX2	1	.5900	-0.0000	-0.0000	.003000	.370000	.370000
15	2.5X2X3	1	.7600	-0.0000	-0.0000	.004000	.480000	.230000
16	2.5X2X2.	1	.6500	-0.0000	-0.0000	.003000	.410000	.240000
17	2.5XX2.	1	.7300	-0.0000	-0.0000	.006000	.450000	.450000
18	4XX6	1	2.4600	-0.0000	-0.0000	.130000	4.400000	4.400000
19	2XX2	1	.4600	-0.0000	-0.0000	.002000	.180000	.180000
20	2XX3	1	.6700	-0.0000	-0.0000	.003000	.260000	.260000
21	1.75XX2	1	.4000	-0.0000	-0.0000	.002000	.120000	.120000
22		1	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.000000	1.000000	1.000000
23	3X2.5X5*	1	1.0000	-0.0000	-0.0000	.011000	6.000000	6.000000
24		1	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.000000	1.000000	1.000000
25	4XX7*	1	3.3100	-0.0000	-0.0000	.293000	8.000000	8.000000
26	HAUB 1	2	1.4800	-0.0000	-0.0000	-0.000000	1.000000	1.000000
27	HAUB 2	3	.4670	-0.0000	-0.0000	-0.000000	1.000000	1.000000
28	3.5X3X4	1	1.3600	-0.0000	-0.0000	.032000	1.300000	1.300000
29	2.5XX3	1	.3500	-0.0000	-0.0000	.010000	.520000	.320000
30	3XX4	1	1.4400	-0.0000	-0.0000	.029000	1.200000	1.200000

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
1	1	2	4	-0	1	8	1.09	-0.00	-0.00	.01	.38	1.54	83.570
2	2	7	4	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	72.615
3	7	11	4	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
4	11	15	4	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
5	15	19	4	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.385
6	19	25	4	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
7	23	25	14	-0	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	77.421
8	1	3	5	-0	1	8	1.09	-0.00	-0.00	.01	.38	1.54	83.570
9	3	8	5	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	72.615
10	8	12	5	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
11	12	16	5	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
12	16	20	5	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.385
13	20	26	5	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
14	86	85	81	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	82.420
15	3	2	7	1100	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	60.000
16	3	7	8	1100	1	11	1.31	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	100.023
17	8	7	2	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	78.860
18	12	7	8	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	95.956
19	12	15	8	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	106.504
20	20	15	8	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	117.295
21	20	23	16	1000	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	57.110
22	23	19	15	100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	57.110
23	23	26	20	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	77.421
24	26	29	20	1000	1	13	1.78	-0.00	-0.00	.06	1.50	1.50	65.000
25	29	25	19	100	1	13	1.78	-0.00	-0.00	.06	1.50	1.50	65.000
26	1	5	3	-0	1	8	1.09	-0.00	-0.00	.01	.38	1.54	83.570
27	5	10	3	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	72.615
28	10	14	3	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
29	14	18	3	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
30	18	22	3	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.385
31	24	28	24	-0	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	77.421
32	22	28	3	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
33	1	4	2	-0	1	8	1.09	-0.00	-0.00	.01	.38	1.54	83.570
34	4	9	2	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	72.615
35	9	13	2	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
36	13	17	2	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
37	17	21	2	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.385
38	21	27	2	-0	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	45.384
39	86	87	82	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	82.420
40	4	5	10	1100	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	60.000
41	5	9	10	1100	1	11	1.31	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	100.023
42	9	10	5	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	78.860
43	9	14	10	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	95.956
44	14	17	10	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	106.504
45	17	22	10	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	117.295
46	21	24	17	1000	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	57.110
47	24	22	18	100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	57.110
48	27	24	21	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	77.421
49	27	30	21	1000	1	13	1.78	-0.00	-0.00	.06	1.50	1.50	65.000
50	30	28	22	100	1	13	1.78	-0.00	-0.00	.06	1.50	1.50	65.000

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
51	2	5	10	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	60.000
52	2	10	7	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	94.196
53	7	10	5	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
54	10	11	7	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.231
55	11	18	7	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.231
56	18	19	7	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.232
57	19	22	10	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
58	19	28	10	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	75.231
59	25	22	10	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	75.231
60	25	28	10	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	60.000
61	87	88	83	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	82.420
62	4	3	9	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	60.000
63	4	8	3	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	94.196
64	9	8	4	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
65	8	13	9	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.231
66	13	16	8	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.231
67	16	21	8	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	75.232
68	21	20	8	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
69	21	26	8	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	75.231
70	27	20	8	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	75.231
71	27	26	8	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	60.000
72	85	88	84	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
73	2	4	5	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
74	5	5	2	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
75	7	9	8	1100	1	19	.46	-0.00	-0.00	.00	.18	.18	99.090
76	8	10	7	1100	1	19	.46	-0.00	-0.00	.00	.18	.18	99.090
77	19	21	20	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	129.020
78	20	22	21	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	129.020
79	25	27	26	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	139.556
80	26	28	25	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	139.556
81	24	30	25	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	60.000
82	8	6	3	-0	1	23	1.00	-0.00	-0.00	.01	6.00	6.00	286.147
83	6	9	4	-0	1	23	1.00	-0.00	-0.00	.01	6.00	6.00	286.147
84	3	6	8	-0	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	304.171
85	6	4	9	-0	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	304.171
86	23	42	4	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	96.129
87	143	144	142	11	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
88	42	54	4	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
89	54	60	4	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
90	60	68	4	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
91	26	39	5	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	96.129
92	141	144	142	11	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
93	43	55	5	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
94	55	61	5	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
95	61	69	5	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
96	26	32	29	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.46	.46	46.117
97	29	32	26	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	55.675
98	29	31	25	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	55.675
99	31	25	29	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.46	.46	46.117
100	32	43	31	1100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.40	2.40	74.796

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
101	32	31	29	-0	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	47.240
102	31	42	43	1100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	79.796
103	35	47	112	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	20.851
104	35	46	111	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	20.851
105	47	51	112	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	45.170
106	46	50	111	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	45.170
107	51	55	112	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	59.070
108	50	54	111	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	59.070
109	46	51	50	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	55.910
110	50	51	47	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	58.620
111	50	55	54	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	99.998
112	43	58	55	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	75.302
113	42	58	54	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	75.302
114	55	58	43	1000	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	55.530
115	58	54	42	100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	55.530
116	55	60	54	1100	1	18	2.06	-0.00	-0.00	.13	4.40	4.40	118.707
117	68	61	60	1100	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.88	68.716
118	60	61	54	1100	1	5	1.93	-0.00	-0.00	.06	2.30	1.60	106.080
119	60	65	64	1100	1	18	2.06	-0.00	-0.00	.13	4.40	4.40	114.170
120	65	64	60	1100	1	3	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.60	101.100
121	68	65	61	-0	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	51.167
122	85	87	46	1100	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	101.946
123	28	41	3	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	96.129
124	141	143	144	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
125	45	57	3	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
126	57	83	3	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
127	83	87	3	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
128	27	40	2	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	96.129
129	142	144	141	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
130	44	56	2	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
131	56	82	2	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
132	82	86	2	-0	1	1	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	48.065
133	27	33	30	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.46	46.117
134	33	30	27	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	33.673
135	30	34	28	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	33.673
136	34	28	30	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.46	46.117
137	44	33	45	1100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	79.796
138	33	34	28	-0	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	47.240
139	34	45	44	1100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	79.796
140	35	48	109	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	20.851
141	33	49	110	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	20.851
142	48	52	109	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	45.170
143	49	53	110	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	45.170
144	52	56	109	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	59.070
145	53	57	110	-0	1	4	3.75	-0.00	-0.00	.30	2.28	8.92	59.070
146	48	53	49	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	55.910
147	53	52	49	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	58.620
148	52	57	53	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	99.998
149	45	59	57	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	75.302
150	44	59	56	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	75.302

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
151	56	59	44	1000	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	55.530
152	59	57	45	100	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	55.530
153	57	62	56	1100	1	18	2.06	-0.00	-0.00	.13	4.40	4.40	118.707
154	68	62	65	1100	1	6	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.00	68.716
155	63	62	57	1100	1	5	1.93	-0.00	-0.00	.06	2.30	1.60	106.080
156	62	67	63	1100	1	18	2.06	-0.00	-0.00	.13	4.40	4.40	114.170
157	66	67	53	1100	1	3	2.09	-0.00	-0.00	.07	1.00	3.00	101.100
158	68	66	72	-0	1	9	2.48	-0.00	-0.00	.11	2.90	2.90	51.167
159	86	88	95	1100	1	16	.65	-0.00	-0.00	.01	.41	.24	101.946
160	28	38	25	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	113.317
161	25	41	28	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	113.317
162	38	37	54	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	76.878
163	41	54	37	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	76.878
164	49	50	35	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	48.548
165	53	50	46	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	31.660
166	53	54	33	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	73.409
167	57	54	45	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	60.000
168	54	63	57	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	76.878
169	141	142	144	11	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.32	60.000
170	63	58	54	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	60.000
171	63	64	67	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	76.878
172	64	67	53	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	60.000
173	26	40	27	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	113.317
174	27	39	26	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	113.317
175	39	36	26	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	76.878
176	40	35	26	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	76.878
177	52	47	35	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	48.548
178	51	52	35	1100	1	15	.76	-0.00	-0.00	.01	.48	.28	31.660
179	51	56	33	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	73.409
180	55	56	44	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	60.000
181	56	61	53	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	76.878
182	142	143	144	11	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.32	60.000
183	61	62	53	1100	1	28	1.56	-0.00	-0.00	.03	1.90	1.30	60.000
184	61	66	65	1100	1	30	1.44	-0.00	-0.00	.03	1.20	1.20	76.878
185	65	66	61	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	60.000
186	54	55	53	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	126.231
187	55	57	56	1100	1	11	1.51	-0.00	-0.00	.03	1.20	.74	126.231
188	64	66	53	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	117.564
189	63	67	56	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	117.564
190	64	59	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
191	65	70	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
192	66	71	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
193	67	72	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
194	69	73	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
195	70	74	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
196	71	75	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
197	72	76	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
198	73	77	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
199	74	78	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
200	75	79	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
201	76	80	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
202	77	81	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
203	78	82	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
204	79	83	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
205	80	84	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
206	81	85	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
207	82	86	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
208	83	87	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
209	84	88	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
210	85	89	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
211	86	90	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
212	87	91	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
213	88	92	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
214	89	93	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
215	90	94	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
216	91	95	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
217	92	96	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
218	93	97	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
219	94	98	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
220	95	99	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
221	96	100	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
222	97	101	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
223	98	102	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
224	99	103	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
225	100	104	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.048
226	101	105	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
227	102	106	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
228	103	107	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
229	104	108	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
230	105	109	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
231	106	110	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
232	107	111	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
233	108	112	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	36.049
234	109	113	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
235	110	114	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
236	111	115	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
237	112	116	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
238	63	69	64	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	105.558
239	69	74	70	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	102.051
240	74	77	70	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	98.560
241	77	82	70	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	95.097
242	82	85	70	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	91.656
243	85	90	70	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	88.229
244	90	93	70	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	84.828
245	93	98	70	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	81.457
246	98	101	70	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	78.128
247	101	106	70	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	74.838
248	106	109	70	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	71.581
249	67	71	66	1100	1	10	1.09	-0.00	-0.00	.01	.96	.96	105.558
250	71	76	72	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	102.051

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
251	76	79	72	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	98.560
252	79	84	72	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	95.097
253	84	87	72	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	91.656
254	87	92	72	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	88.229
255	92	95	72	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	84.828
256	95	100	72	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	81.457
257	100	103	72	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	78.128
258	103	108	72	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	74.838
259	108	111	72	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	71.581
260	64	72	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
261	72	73	69	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
262	73	80	69	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
263	80	81	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
264	81	88	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
265	88	89	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
266	89	96	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
267	96	97	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
268	97	104	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
269	104	105	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
270	105	112	73	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
271	66	70	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
272	70	75	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
273	75	78	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
274	78	83	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
275	83	86	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
276	86	91	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
277	91	94	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
278	94	99	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
279	99	102	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
280	102	107	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
281	107	110	71	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	69.996
282	113	117	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
283	114	118	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
284	115	119	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
285	116	120	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
286	117	121	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
287	118	122	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
288	119	123	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
289	120	124	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
290	121	125	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
291	122	126	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
292	123	127	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
293	124	128	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
294	125	129	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
295	126	130	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
296	127	131	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
297	128	132	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
298	129	133	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
299	130	134	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000
300	131	135	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.58	4.56	18.04	50.000

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
301	132	136	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
302	133	137	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
303	134	138	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
304	135	139	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
305	136	140	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
306	137	141	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
307	138	142	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
308	139	143	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
309	140	144	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
310	141	145	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
311	142	146	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
312	143	147	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
313	144	148	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
314	145	149	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
315	146	150	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
316	147	151	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
317	148	152	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
318	149	153	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
319	150	154	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
320	151	155	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
321	152	156	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
322	153	157	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
323	154	158	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
324	155	159	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
325	156	160	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
326	157	161	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
327	158	162	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
328	159	163	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
329	160	164	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
330	161	165	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
331	162	166	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
332	163	167	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
333	164	168	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
334	165	169	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
335	166	170	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
336	167	171	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
337	168	172	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
338	169	173	111	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
339	170	174	112	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
340	171	175	109	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
341	172	176	110	-0	1	7	4.75	-0.00	-0.00	.38	4.56	18.04	30.000
342	173	177	111	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
343	174	178	112	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
344	175	179	109	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
345	176	180	110	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
346	109	114	113	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
347	114	117	113	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
348	117	122	113	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
349	122	125	113	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
350	125	130	113	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
351	130	133	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
352	133	138	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
353	138	141	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
354	141	146	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
355	146	149	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
356	149	154	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
357	154	157	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
358	157	162	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
359	162	165	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
360	165	170	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
361	170	173	118	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
362	173	178	118	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	69.207
363	111	116	112	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
364	116	119	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
365	119	124	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
366	124	127	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
367	127	132	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
368	132	135	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
369	135	140	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
370	140	143	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
371	143	148	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
372	148	151	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
373	151	156	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
374	156	159	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
375	159	164	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
376	164	167	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
377	167	172	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
378	172	175	120	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
379	175	180	120	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	69.207
380	112	113	109	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
381	113	120	116	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
382	120	121	117	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
383	121	128	117	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
384	128	129	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
385	129	136	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
386	136	137	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
387	137	144	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
388	144	145	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
389	145	152	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
390	152	153	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
391	153	160	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
392	160	161	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
393	161	168	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
394	168	169	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
395	169	176	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
396	176	177	121	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	69.207
397	110	115	114	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
398	115	118	119	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
399	118	123	119	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
400	119	125	121	1100	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
401	126	131	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
402	131	134	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
403	134	139	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
404	139	142	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
405	142	147	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
406	147	150	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
407	150	155	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
408	155	158	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
409	158	163	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
410	163	166	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
411	166	171	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
412	171	174	119	11∞0	1	14	.59	-0.00	-0.00	.00	.37	.37	67.082
413	174	179	119	11∞0	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	69.207
414	177	181	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
415	178	182	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
416	179	183	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
417	180	184	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
418	181	185	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
419	182	186	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
420	183	187	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
421	184	188	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
422	185	189	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
423	186	190	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
424	187	191	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
425	188	192	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
426	189	193	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
427	190	194	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
428	191	195	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
429	192	196	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
430	193	197	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
431	194	198	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
432	195	199	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
433	196	200	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
434	197	201	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
435	198	202	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
436	199	203	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
437	200	204	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
438	201	205	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
439	202	206	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
440	203	207	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
441	204	208	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
442	205	209	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
443	206	210	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
444	207	211	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
445	208	212	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
446	209	213	175	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
447	210	214	176	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
448	211	215	173	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
449	212	216	174	-0	1	2	4.18	-0.00	-0.00	.26	4.01	15.99	36.022
450	213	217	215	-0	1	5	5.31	-0.00	-0.00	.20	8.00	8.00	125.020

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	Ax	AY	AZ	J	IY	IZ	L
451	214	217	216	-0	1	25	5.51	-0.00	-0.00	.20	8.00	8.00	123.620
452	215	217	213	-0	1	25	5.51	-0.00	-0.00	.20	8.00	8.00	123.620
453	216	217	214	-0	1	25	5.51	-0.00	-0.00	.20	8.00	8.00	123.620
454	178	181	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	67.676
455	181	186	132	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	66.159
456	186	189	132	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	64.657
457	189	194	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	63.170
458	194	197	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	61.699
459	197	202	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	60.247
460	202	205	132	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	58.814
461	205	210	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	57.401
462	210	213	182	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	56.011
463	180	183	184	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	67.676
464	183	188	134	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	66.159
465	188	191	134	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	64.657
466	191	196	184	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	63.170
467	196	199	184	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	61.699
468	199	204	134	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	60.247
469	204	207	184	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	58.814
470	207	212	184	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	57.401
471	212	215	134	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	56.011
472	177	179	180	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	67.676
473	184	185	181	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	66.159
474	185	192	181	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	64.657
475	192	193	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	63.170
476	193	200	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	61.699
477	200	201	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	60.247
478	201	208	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	58.814
479	208	209	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	57.401
480	209	216	185	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	56.011
481	179	182	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	67.676
482	182	187	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	66.159
483	187	190	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	64.657
484	190	195	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	63.170
485	195	198	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	61.699
486	198	203	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	60.247
487	203	206	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	58.814
488	206	211	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	57.401
489	211	214	183	1100	1	17	.73	-0.00	-0.00	.01	.45	.45	56.011
490	111	112	109	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
491	111	110	109	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
492	110	109	111	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
493	109	112	111	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
494	109	111	112	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
495	110	112	111	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
496	173	176	174	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
497	176	175	174	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
498	175	174	176	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
499	174	173	176	1100	1	29	.86	-0.00	-0.00	.01	.52	.52	60.000
500	173	175	176	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853

DEFINITION DES ELEMENTS

ELEMENT	N1	N2	N3	ROTULES XYYZZ 1212	MATERIAU	SECTION	AX	AY	AZ	J	IY	IZ	L
501	174	176	173	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	84.853
502	213	216	214	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	42.000
503	216	215	214	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	42.000
504	215	214	216	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	42.000
505	214	213	216	1100	1	12	1.00	-0.00	-0.00	.01	.91	.58	42.000
506	215	213	216	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	59.397
507	214	216	213	1100	1	20	.67	-0.00	-0.00	.01	.26	.26	59.397
508	31	28	25	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	75.676
509	34	29	28	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	75.676
510	32	27	26	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	75.676
511	33	26	27	1100	1	21	.40	-0.00	-0.00	.00	.12	.12	75.676
512	35	36	217	11111	2	26	1.48	-0.00	-0.00	-0.00	1.00	1.00	1535.881
513	35	37	217	11111	2	26	1.48	-0.00	-0.00	-0.00	1.00	1.00	2200.884
514	68	218	217	11111	3	27	.47	-0.00	-0.00	-0.00	1.00	1.00	1516.787
515	66	219	217	11111	3	27	.47	-0.00	-0.00	-0.00	1.00	1.00	1465.286

NOMBRE DE EQUATIONS = 1266
LARGEUR DE BANDE = 102 DUE A L'ELEMENT 113
ESPACE REQUIS =123981

APPUIS ELASTIQUES

RESSORT	NOEUD	DIRECTION	D.D.L.	K
1	217	1	1261	.100E+16
2	217	2	1262	.100E+16
3	217	3	1263	.100E+16
4	217	5	1265	.100E+16

CHARGEMENT NO 100 CHARGES A 1.00 (S.A.E.)
****

NOMBRE DE CHARGES AUX NOEUDS = 5
NOMBRE DE CHARGES EN TRAVEE = 0
NOMBRE D* ELEMENTS SOUMIS A
UN CHANGEMENT DE TEMPERATURE = 0
POIDS PROPRE CONSIDERE

CHARGES AUX NOEUDS

NOEUD	DIRECTION	FORCE
1	2	-.271010E+05
1	3	-.142080E+05
6	3	-.474000E+04
55	2	-.179000E+06
55	3	-.921020E+05

Appendice A.3.2

Géométrie tenant compte des glissements inélastiques - déformée résiduelle

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES DE LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
1	.040	-1.700	1919.840	1	2	3	4	5	6
2	29.980	28.350	1847.980	7	8	9	10	11	12
3	30.090	-31.440	1847.730	13	14	15	16	17	18
4	-29.980	-31.490	1847.800	19	20	21	22	23	24
5	-29.950	28.310	1847.980	25	26	27	28	29	30
6	.230	-323.250	1774.980	31	32	33	34	35	36
7	29.970	30.190	1775.990	37	38	39	40	41	42
8	30.020	-40.070	1775.770	43	44	45	46	47	48
9	-29.980	-40.710	1775.770	49	50	51	52	53	54
10	-30.030	30.150	1775.990	55	56	57	58	59	60
11	29.980	44.230	1731.020	61	62	63	64	65	66
12	30.010	-46.350	1730.740	67	68	69	70	71	72
13	-29.980	-46.410	1730.740	73	74	75	76	77	78
14	-30.060	44.250	1731.020	79	80	81	82	83	84
15	29.980	30.400	1640.050	85	86	87	88	89	90
16	30.030	-32.020	1685.710	91	92	93	94	95	96
17	-29.980	-32.080	1685.710	97	98	99	100	101	102
18	-30.040	30.360	1640.050	103	104	105	106	107	108
19	29.950	30.530	1641.080	109	110	111	112	113	114
20	30.050	-37.090	1640.880	115	116	117	118	119	120
21	-29.970	-37.130	1640.880	121	122	123	124	125	126
22	-30.030	30.490	1641.080	127	128	129	130	131	132
23	30.000	-.380	1640.880	133	134	135	136	137	138
24	-30.000	-.020	1640.880	139	140	141	142	143	144
25	29.940	82.070	1595.100	145	146	147	148	149	150
26	30.050	-83.330	1595.660	151	152	153	154	155	156
27	-29.970	-83.370	1595.660	157	158	159	160	161	162
28	-30.030	82.030	1595.100	163	164	165	166	167	168
29	30.000	-.330	1595.380	169	170	171	172	173	174
30	-30.000	-.370	1595.380	175	176	177	178	179	180
31	29.990	23.370	1571.950	181	182	183	184	185	186
32	30.000	-23.670	1571.600	187	188	189	190	191	192
33	-29.980	-23.910	1571.600	193	194	195	196	197	198
34	-30.030	23.330	1571.950	199	200	201	202	203	204
35	-0.000	-.190	1559.060	205	206	207	208	209	210
36	102.990	813.930	460.350	0	0	0	0	0	0
37	-1000.350	1192.150	3.740	0	0	0	0	0	0
38	29.960	58.020	1500.080	211	212	213	214	215	216
39	30.030	-58.020	1499.840	217	218	219	220	221	222
40	-29.980	-58.060	1499.840	223	224	225	226	227	228
41	-30.050	57.980	1500.080	229	230	231	232	233	234
42	29.960	58.020	1500.080	211	212	213	214	215	216
43	30.030	-58.020	1499.840	217	218	219	220	221	222
44	-29.980	-58.060	1499.840	223	224	225	226	227	228
45	-30.050	57.980	1500.080	229	230	231	232	233	234
46	4.930	4.110	1541.060	235	236	237	238	239	240
47	5.020	-49.540	1541.610	241	242	243	244	245	246
48	-4.950	-3.340	1541.000	247	248	249	250	251	252
49	-5.010	4.050	1541.060	253	254	255	256	257	258
50	15.050	24.240	1582.950	259	260	261	262	263	264

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES DE LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
51	15.650	-29.540	1502.780	265	266	267	268	269	270
52	-15.610	-29.540	1502.770	271	272	273	274	275	276
53	-15.650	29.450	1502.440	277	278	279	280	281	282
54	29.450	29.540	1452.070	283	284	285	286	287	288
55	30.030	-55.570	1451.690	289	290	291	292	293	294
56	-29.970	-55.410	1451.690	295	296	297	298	299	300
57	-30.050	55.650	1452.070	301	302	303	304	305	306
58	30.000	.150	1451.080	307	308	309	310	311	312
59	-30.010	.120	1451.340	313	314	315	316	317	318
60	29.950	55.570	1404.050	319	320	321	322	323	324
61	30.030	-52.710	1403.700	325	326	327	328	329	330
62	-29.970	-52.750	1403.700	331	332	333	334	335	336
63	-30.050	53.320	1404.050	337	338	339	340	341	342
64	29.950	51.050	1356.050	343	344	345	346	347	348
65	30.030	-50.090	1355.710	349	350	351	352	353	354
66	-29.970	-50.130	1355.710	355	356	357	358	359	360
67	-30.050	51.000	1356.050	361	362	363	364	365	366
68	.060	-41.330	1355.380	367	368	369	370	371	372
69	29.950	49.370	1320.040	373	374	375	376	377	378
70	30.020	-48.000	1319.710	379	380	381	382	383	384
71	-29.970	-48.030	1319.720	385	386	387	388	389	390
72	-30.050	49.310	1320.040	391	392	393	394	395	396
73	29.950	47.700	1284.050	397	398	399	400	401	402
74	30.020	-45.320	1283.730	403	404	405	406	407	408
75	-29.980	-45.370	1283.730	409	410	411	412	413	414
76	-30.050	47.650	1284.050	415	416	417	418	419	420
77	29.950	45.020	1248.020	421	422	423	424	425	426
78	30.020	-43.660	1247.740	427	428	429	430	431	432
79	-29.980	-43.700	1247.740	433	434	435	436	437	438
80	-30.050	45.590	1248.020	439	440	441	442	443	444
81	29.950	44.350	1212.010	445	446	447	448	449	450
82	30.020	-41.010	1211.750	451	452	453	454	455	456
83	-29.980	-41.050	1211.750	457	458	459	460	461	462
84	-30.050	44.310	1212.010	463	464	465	466	467	468
85	29.950	42.670	1176.000	469	470	471	472	473	474
86	30.010	-39.730	1175.760	475	476	477	478	479	480
87	-29.990	-39.790	1175.760	481	482	483	484	485	486
88	-30.050	42.630	1176.000	487	488	489	490	491	492
89	29.950	40.290	1139.990	493	494	495	496	497	498
90	30.010	-37.760	1139.760	499	500	501	502	503	504
91	-29.990	-37.740	1139.770	505	506	507	508	509	510
92	-30.050	40.980	1139.990	511	512	513	514	515	516
93	29.950	39.230	1103.980	517	518	519	520	521	522
94	30.010	-35.630	1103.770	523	524	525	526	527	528
95	-29.990	-35.580	1103.780	529	530	531	532	533	534
96	-30.050	39.250	1103.980	535	536	537	538	539	540
97	29.950	37.600	1067.970	541	542	543	544	545	546
98	29.990	-33.630	1067.780	547	548	549	550	551	552
99	-29.990	-33.630	1067.790	553	554	555	556	557	558
100	-30.050	37.570	1067.980	559	560	561	562	563	564

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES DE LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
101	29.940	55.920	1051.950	565	566	567	568	569	570
102	30.010	-31.270	1051.790	571	572	573	574	575	576
103	-30.010	-31.080	1051.800	577	578	579	580	581	582
104	-30.050	55.890	1051.970	583	584	585	586	587	588
105	29.950	54.250	995.950	589	590	591	592	593	594
106	30.080	-29.320	995.800	595	596	597	598	599	600
107	-29.990	-29.370	995.800	601	602	603	604	605	606
108	-30.050	54.180	995.960	607	608	609	610	611	612
109	29.950	52.490	959.950	613	614	615	616	617	618
110	30.080	-27.460	959.950	619	620	621	622	623	624
111	-29.930	-27.010	959.950	625	626	627	628	629	630
112	-30.050	52.390	959.950	631	632	633	634	635	636
113	29.950	52.460	929.950	637	638	639	640	641	642
114	30.110	-27.360	929.950	643	644	645	646	647	648
115	-29.920	-27.060	929.950	649	650	651	652	653	654
116	-30.040	52.320	929.950	655	656	657	658	659	660
117	29.940	52.360	899.950	661	662	663	664	665	666
118	30.090	-27.050	899.950	667	668	669	670	671	672
119	-29.920	-27.760	899.950	673	674	675	676	677	678
120	-30.050	52.240	899.950	679	680	681	682	683	684
121	29.940	52.280	869.950	685	686	687	688	689	690
122	30.070	-27.720	869.950	691	692	693	694	695	696
123	-29.920	-27.040	869.950	697	698	699	700	701	702
124	-30.060	52.150	869.950	703	704	705	706	707	708
125	29.950	52.200	839.950	709	710	711	712	713	714
126	30.080	-27.000	839.950	715	716	717	718	719	720
127	-29.920	-27.920	839.950	721	722	723	724	725	726
128	-30.060	52.030	839.950	727	728	729	730	731	732
129	29.940	52.120	809.950	733	734	735	736	737	738
130	30.080	-27.080	809.950	739	740	741	742	743	744
131	-29.920	-28.080	809.950	745	746	747	748	749	750
132	-30.060	52.000	809.950	751	752	753	754	755	756
133	29.940	52.040	779.950	757	758	759	760	761	762
134	30.060	-27.950	779.950	763	764	765	766	767	768
135	-29.920	-28.080	779.950	769	770	771	772	773	774
136	-30.060	51.920	779.950	775	776	777	778	779	780
137	29.940	51.960	749.950	781	782	783	784	785	786
138	30.070	-28.040	749.950	787	788	789	790	791	792
139	-29.930	-28.170	749.950	793	794	795	796	797	798
140	-30.060	51.830	749.950	799	800	801	802	803	804
141	29.940	51.880	719.950	805	806	807	808	809	810
142	30.070	-28.120	719.950	811	812	813	814	815	816
143	-29.930	-28.250	719.950	817	818	819	820	821	822
144	-30.060	51.750	719.950	823	824	825	826	827	828
145	29.940	51.800	689.950	829	830	831	832	833	834
146	30.070	-28.200	689.950	835	836	837	838	839	840
147	-29.930	-28.330	689.950	841	842	843	844	845	846
148	-30.060	51.670	689.950	847	848	849	850	851	852
149	29.940	51.720	659.950	853	854	855	856	857	858
150	30.070	-28.280	659.950	859	860	861	862	863	864

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES DE LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
151	-29.930	-28.410	659.950	865	866	867	868	869	870
152	-30.060	31.590	659.950	871	872	873	874	875	876
153	29.940	31.640	629.950	877	878	879	880	881	882
154	30.070	-29.350	629.950	883	884	885	886	887	888
155	-29.930	-28.490	629.950	889	890	891	892	893	894
156	-30.060	31.510	629.950	895	896	897	898	899	900
157	29.940	31.560	599.950	901	902	903	904	905	906
158	30.070	-28.440	599.950	907	908	909	910	911	912
159	-29.940	-28.380	599.950	913	914	915	916	917	918
160	-30.060	31.420	599.950	919	920	921	922	923	924
161	29.940	31.480	569.950	925	926	927	928	929	930
162	30.070	-28.520	569.950	931	932	933	934	935	936
163	-29.940	-28.860	569.950	937	938	939	940	941	942
164	-30.060	31.340	569.950	943	944	945	946	947	948
165	29.940	31.400	539.950	949	950	951	952	953	954
166	30.060	-28.590	539.950	955	956	957	958	959	960
167	-29.930	-28.740	539.950	961	962	963	964	965	966
168	-30.060	31.250	539.950	967	968	969	970	971	972
169	29.940	31.320	509.950	973	974	975	976	977	978
170	30.070	-28.590	509.950	979	980	981	982	983	984
171	-29.940	-28.650	509.950	985	986	987	988	989	990
172	-30.050	31.140	509.950	991	992	993	994	995	996
173	29.930	31.240	479.950	997	998	999	1000	1001	1002
174	30.090	-28.810	480.010	1003	1004	1005	1006	1007	1008
175	-29.960	-28.940	480.010	1009	1010	1011	1012	1013	1014
176	-30.060	31.120	479.950	1015	1016	1017	1018	1019	1020
177	29.940	30.250	445.950	1021	1022	1023	1024	1025	1026
178	29.180	-27.980	444.000	1027	1028	1029	1030	1031	1032
179	-29.020	-28.150	444.010	1033	1034	1035	1036	1037	1038
180	-29.140	30.050	443.950	1039	1040	1041	1042	1043	1044
181	29.140	29.200	407.950	1045	1046	1047	1048	1049	1050
182	28.280	-27.190	408.000	1051	1052	1053	1054	1055	1056
183	-28.110	-27.360	408.000	1057	1058	1059	1060	1061	1062
184	-28.260	29.030	407.950	1063	1064	1065	1066	1067	1068
185	27.240	28.180	371.950	1069	1070	1071	1072	1073	1074
186	27.380	-26.420	372.000	1075	1076	1077	1078	1079	1080
187	-27.220	-26.380	372.000	1081	1082	1083	1084	1085	1086
188	-27.360	28.030	371.950	1087	1088	1089	1090	1091	1092
189	26.350	27.170	335.950	1093	1094	1095	1096	1097	1098
190	26.470	-25.650	336.000	1099	1100	1101	1102	1103	1104
191	-26.350	-25.780	336.000	1105	1106	1107	1108	1109	1110
192	-26.460	27.020	335.950	1111	1112	1113	1114	1115	1116
193	25.440	26.160	299.950	1117	1118	1119	1120	1121	1122
194	25.570	-24.940	299.950	1123	1124	1125	1126	1127	1128
195	-25.450	-24.980	299.950	1129	1130	1131	1132	1133	1134
196	-25.550	26.020	299.970	1135	1136	1137	1138	1139	1140
197	24.540	25.150	265.970	1141	1142	1143	1144	1145	1146
198	24.670	-24.960	265.950	1147	1148	1149	1150	1151	1152
199	-24.540	-24.190	265.950	1153	1154	1155	1156	1157	1158
200	-24.660	25.010	265.970	1159	1160	1161	1162	1163	1164

NOEUD	COORDONNEE X	COORDONNEE Y	COORDONNEE Z	DEGRES-----DE-----LIBERTE DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
201	23.640	24.140	227.970	1165	1166	1167	1168	1169	1170
202	23.770	-23.260	227.990	1171	1172	1173	1174	1175	1176
203	-23.640	-23.390	227.990	1177	1178	1179	1180	1181	1182
204	-23.760	24.010	227.970	1183	1184	1185	1186	1187	1188
205	22.130	23.130	191.970	1189	1190	1191	1192	1193	1194
206	22.860	-22.450	191.990	1195	1196	1197	1198	1199	1200
207	-22.130	-22.590	191.990	1201	1202	1203	1204	1205	1206
208	-22.860	23.000	191.990	1207	1208	1209	1210	1211	1212
209	21.050	22.110	155.990	1213	1214	1215	1216	1217	1218
210	21.960	-21.670	155.980	1219	1220	1221	1222	1223	1224
211	-21.050	-21.800	155.980	1225	1226	1227	1228	1229	1230
212	-21.950	22.010	155.990	1231	1232	1233	1234	1235	1236
213	21.010	21.130	119.980	1237	1238	1239	1240	1241	1242
214	21.070	-20.950	120.000	1243	1244	1245	1246	1247	1248
215	-20.990	-21.000	120.000	1249	1250	1251	1252	1253	1254
216	-21.060	21.070	119.980	1255	1256	1257	1258	1259	1260
217	-0.000	0.000	0.000	1261	1262	1263	1264	1265	1266
218	385.050	-752.280	30.220	0	0	0	0	0	0
219	-382.200	-704.720	75.200	0	0	0	0	0	0

LISTE DES REFERENCES

1. F. Bleich, Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.

2. R.K. Livesley, Matrix Methods of Structural Analysis, Permagon Press, 1964.

3. J.S. Przemieniecki, Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, 1968.

4. S.P. Timoshenko, J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1969.

5. W. Weaver, M.F. Nelson, Three-Dimensional Analysis of Tier Buildings, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 92, No. ST6, 1966.

6. W. Weaver, J.M. Gere, Analysis of Framed Structures, Van Nostrand, 1965.

7. P.F. Adams, The Design of Steel Beam-columns, Canadian Steel Industries Construction Council, 1974.

8. J.H. Wynhoven, P.F. Adams, Elastic-Plastic Analysis of Three-Dimensional Structures, University of Alberta, 1970.

9. O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, 1971.

10. N. Tebedge, L. Tall, Linear Stability Analysis of Beam-Columns, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, No ST12, 1973.

11. R.H. Gallagher, Finite Element Analysis Fundamentals, Prentice-Hall, 1975.

12. S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1951.

13. R.J. Roark, Formulas for Stress and Strain, McGraw-Hill, 1954.

14. NASTRAN Theoretical Manual, NASTRAN User's Manual, The MacNeal-Schwendler Corp., 1972.

15. S.S. Tezcan, B.C. Mahapatra, Tangent Stiffness Matrix for Space Frame Members, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 95, No ST6, 1969.

16. Steel Structures for Buildings - Limit States Design, Canadian Standard Association, S16.1 - 1974.

17. Devis technique pour la conception et l'étude des pylônes à treillis en acier galvanisé pour les lignes de transport, Hydro-Québec.

18. Guide for Design of Steel Transmission Towers, Americal Society of Civil Engineers, Manual No. 52, 1971.

19. T.J. Poskitt, R.K. Livesley, Structural Analysis of Guyed Masts, Journal of the Institute of Civil Engineers, vol. 24, 1963.

20. R.D. Cook, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Wiley, 1974, chapitre 14.