# MODELISATION ET SIMULATION D'UNE CHAINE DE BROYAGE DE MINERAIS

par

GUY CAZOTTES

74916

Mémoire présenté en vue de l'obtention d'une
Maîtrise en Ingénierie, option Automatique

Département de Génie Electrique
Ecole Polytechnique
Université de Montréal

25 juin 1974

ECOLE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

SOMMAIRE

Thèse de Maîtrise (x) Thèse de Doctorat ( )

Nom CAZOTTES Prénom GUY

Titre du projet de recherche : MODELISATION ET SIMULATION D'UNE CHAINE DE BROYAGE DE MINERAIS

Un modèle mathématique a été construit pour une chaîne de broyage de minerais constituée d'un broyeur à boulets suivi d'une classification granulométrique par hydrocyclone. Ce modèle est non linéaire et d'ordre élevé; il sera utilisé pour la simulation du processus et ultérieurement pour une commande numérique multivariable. Afin de simplifier la synthèse du régulateur un modèle d'ordre réduit a été élaboré, puis linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

La validité des deux modèles a été établie par comparaison avec des résultats expérimentaux publiés dans la littérature.

Directeurs de thèse M. Polis, P. Yansouni Date Le 25 juin 1974

ECOLE POLYTECHNIQUE

DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING

# ABSTRACT

Master Thesis (X) Ph.D. Thesis ( )

Name CAZOTTES Surname GUY

Title of the thesis : MODELING AND SIMULATION OF CLOSED-LOOP GRINDING CIRCUIT

A mathematical model has been developped for a closed loop grinding circuit, including a ball-mill and a hydro-cyclone classification. This model is nonlinear and of high order. It can be used for simulation purpose. However, it was intended as a first step toward real time computer control of the grinding process. In order to simplify the design of the digital controller a reduced order model has been derived and linearized around a steady-state point of operation.

The validity of both models has been established against data published in the literature.

Directors of thesis M. Polis, P. Yansouni Date June 25th, 1974

## REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance à MM. M. POLIS et P. YANSOUNI pour la collaboration étroite qu'ils m'ont apporté tout au long des travaux. Je souligne l'intérêt qu'a succité pour moi le domaine de recherche qu'ils m'ont proposé.

J'affirme ma gratitude envers M. DALLAIRE qui m'a aidé à me familiariser avec le processus étudié.

Je remercie Mlle C. GAGNON qui a dactylographié ce rapport.

Enfin, j'exprime toute ma sympathie à tous ceux qui à titre divers m'ont apporté leur contribution, notamment au cours des difficultés de programmation que j'ai rencontrées.

TABLE DES MATIERES


INTRODUCTION ..... 1

I. GENERALITES SUR LE SYSTEME ETUDIE ..... 3

1. DESCRIPTION DU PROCESSUS DE BROYAGE ..... 3

1.1 Caractéristiques générales ..... 3

1.2 Description des éléments de la chaîne ..... 5

1.2.1 Le broyeur ..... 5

1.2.2 Le réservoir ..... 5

1.2.3 Le cyclone ..... 6

1.2.4 Les canalisations ..... 7

2. CARACTERISATIONS DES SPECIFICATIONS ET PROBLEMES POSES PAR LA REGULATION ..... 8

2.1 Régulation classique du processus ..... 8

2.1.1 Les différentes chaînes de régulation ..... 8

2.1.2 Problèmes posés par ces compensations ..... 11

2.2 Objectif à réaliser ..... 12

2.2.1 Classe de processus étudié ..... 12

2.2.2 Conditions d'un bon fonctionnement ..... 13

II. MODELISATION ET SIMULATION ..... 15

1. MODELISATION DU CIRCUIT DE BROYAGE ..... 15

1.1 Introduction ..... 15

1.2 Le broyeur ..... 15

1.2.1 Généralités ..... 15

1.2.2 Détermination de la fonction de distribution 16

1.2.3 Calcul de l'inventaire ..... 20

1.3 Le réservoir ..... 22

1.3.1 Equation de densité ..... 23

1.3.2 Equation du volume ..... 24

1.4 L'hydrocyclone ..... 25
1.4.1 Généralités ..... 25
1.4.2 Détermination de $d_{50}$ ..... 27
1.4.3 La classification ..... 28
1.4.4 Relations complémentaires ..... 30
1.5 Conclusion ..... 31
2. SIMULATION ..... 32
2.1 Introduction ..... 32
2.2 Calcul des paramètres et choix de la méthode .... 34
2.2.1 Pour le broyeur ..... 34
2.2.2 Pour le cyclone ..... 36
2.2.3 Choix de la méthode ..... 39
2.3 Connections entre chaque bloc et éléments de retard ..... 40
2.3.1 Couplages et équations correspondantes à chaque élément ..... 40
2.3.2 Simulation des retards de propagation ..... 42
2.4 Programmation et résultats ..... 45
2.4.1 Mise en place sur IBM 360 ..... 45
2.4.2 Examen de l'état de régime obtenu ..... 45

III. MODELE LINEARISE DE REGULATION DU PROCESSUS AUTOUR DU POINT DE FONCTIONNEMENT ..... 47
1. INTRODUCTION D'UN MODELE SIMPLIFIE ..... 47
1.1 Généralités ..... 47
1.2 Description du nouveau modèle ..... 48
1.2.1 Equation de distribution pour le broyeur ..... 48
1.2.2 Comportement du cyclone ..... 49
1.3 Simulation du modèle réduit ..... 52
1.3.1 Calcul des paramètres ..... 52
1.3.2 Résultats de la simulation ..... 52

2. LINEARISATION DES EQUATIONS DU MODELE AUTOUR D'UN POINT DE FONCTIONNEMENT ..... 53
2.1 Position du problème ..... 53
2.1.1 Définitions de l'état du système et Equations de contrainte ..... 53
2.1.2 Principe de la linéarisation ..... 55
2.2 Expression des équations linéarisées ..... 56
2.3 Influence des retards de propagation ..... 59
3. MODIFICATION DU MODELE LINEARISE EN VUE DE LA REGULATION ..... 60
3.1 Simplification du modèle ..... 60
3.1.1 Définitions de variables vectorielles ..... 60
3.1.2 Mise sous la forme habituelle ..... 62

CONCLUSION ..... 64

REFERENCES ..... 66

ANNEXE = NOTATIONS ..... 67

ANNEXE 1 ..... 68

ANNEXE 2 ..... 76

ANNEXE 3 ..... 83

# INTRODUCTION

Les circuits de broyage de minerai constituent un système complexe dans lequel les phénomènes physiques sont encore imparfaitement connus. Du point de vue automatisation, les précédents travaux ont contribué le plus souvent à la mise en place de régulateurs analogiques classiques.

L'élaboration d'un modèle global du processus fondé sur des résultats expérimentaux s'impose donc pour aborder la synthèse d'une commande par ordinateur. Partant de modèles de description connus, on s'efforce de structurer ceux-ci suivant l'approche classique en automatique des équations d'états.

Le processus de broyage étudié se compose d'un broyeur à boulet suivi d'un hydrocyclone pour la classification du minerai; un recyclage partiel de matière vers l'entrée du broyeur se produit lorsque l'on considère le circuit de broyage dans son ensemble.

Pour un tel processus complexe l'objectif recherché est la régulation autour d'un point de fonctionnement en présence de perturbations, qui sont des variations des caractéristiques, surtout de la dureté, du minerai d'entrée. Le point de fonctionnement optimal peut-être déterminé à partir d'un critère et d'équations de modèle valides sur tout l'espace de variation de l'état du système dont on ne dispose pas encore. Compte tenu de cette limitation, le choix du point de régime ne se fera que d'après des considérations empiriques basées sur l'expérience acquise. La recherche d'un modèle exploitable en vue de la construction d'un régulateur numérique

se fera selon les étapes suivantes:

- Elaboration d'un modèle complet du circuit de broyage à partir de la littérature disponible en Génie Minier.
- Simplification en un modèle réduit similaire au précédent afin de diminuer la complexité du régulateur.
- Linéarisation autour du point de fonctionnement choisi et mise sous la forme standard d'équations d'état.

Les modèles successifs sont simulés sur ordinateur et leur validité est établie par comparaison avec des résultats expérimentaux.

# I. GENERALITES SUR LE SYSTEME ETUDIE

## 1. DESCRIPTION DU PROCESSUS DE BROYAGE

### 1.1 Caractéristiques générales

Nous allons décrire le fonctionnement global du circuit de broyage par référence à la Fig. 1 qui schématise les divers appareils de la chaîne ainsi que les transferts de matière apparaissant entre eux.

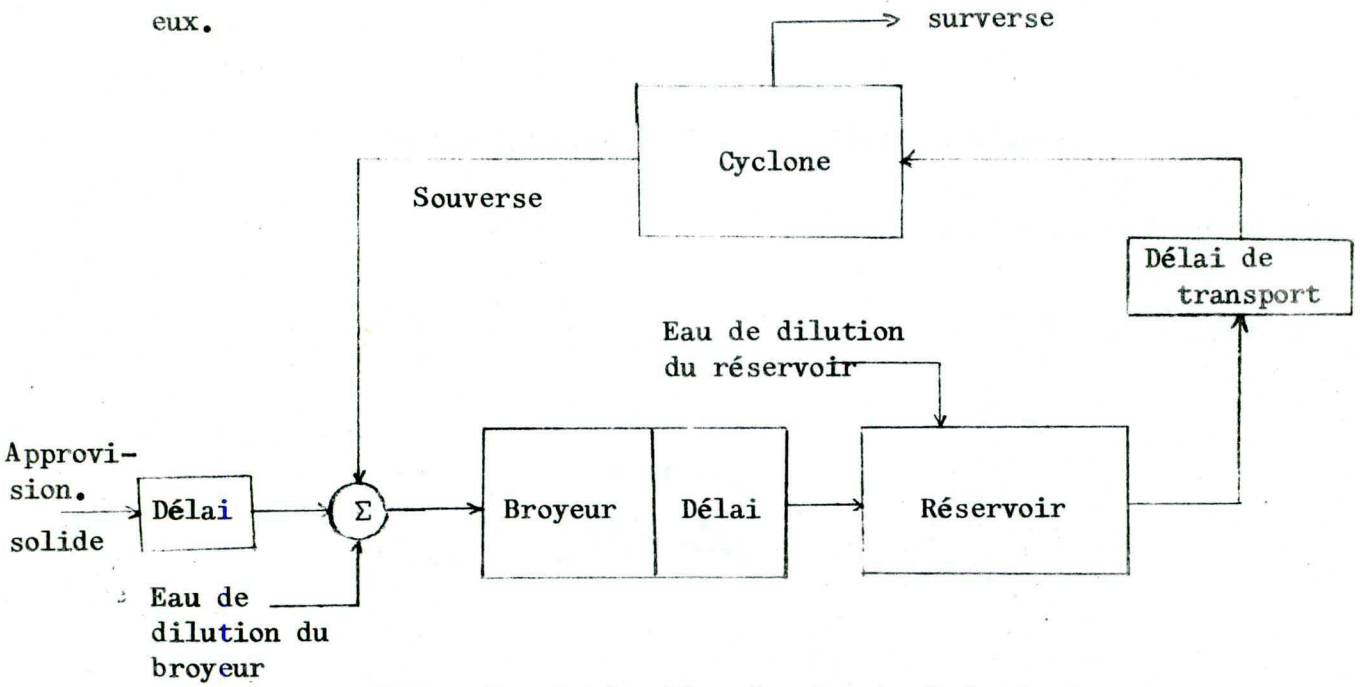



Figure 1:: Schéma bloc du circuit de broyage

Sous forme de schéma-bloc, on peut voir que ce circuit possède une boucle de retour de la sortie vers l'entrée du système. La variable d'entrée la plus importante est l'approvisionnement solide en minerai, la variable de sortie est la quantité de minerai de dimension désirée, obtenue au surverse du cyclone.

Physiquement cet approvisionnement solide est exprimé par un débit solide qui arrive sur la chaîne après un délai de convoyage dans certains cas, à cause de contraintes mécaniques. Nous verrons plus loin que l'utilisation d'un cyclone impose que dans le circuit de broyage, le minerai soit mélangé avec de l'eau; la densité du mélange obtenu étant aussi une variable importante du système, il convient de pouvoir la modifier en divers endroits de chaîne: ceci peut-être réalisé par l'adjonction de deux autres entrées auxiliaires qui sont appelées respectivement eau de dilution du broyeur et du réservoir.

Le mélange eau + minerai appelé pulpe entre dans le broyeur où s'effectue le phénomène de comminution réel; en sortie le minerai va se trouver affiné bien qu'il reste encore des particules de dimension indésirable mais en faible proportion. Le réservoir apparaît comme un élément de transit où s'effectue une sorte d'homogénisation de la pulpe; la fonction du réservoir n'étant pas fondamentale, il est toutefois indispensable car il permet un découplage quasi total entre sortie broyeur et entrée cyclone du point de vue densité de la pulpe et débit. Son implentation s'impose aussi par des considérations mécaniques de mise en place du processus réel. Une pompe envoie le mélange vers le cyclone à travers une canalisation caractérisée par l'introduction d'un nouveau délai. La mission du cyclone est de séparer le minerai de dimensions désirées vers la sortie, du reste de la pulpe qui circule. Pour un cyclone idéal la partie de minerai ayant des dimensions satisfaisantes sortvers le surverse tandis que le reste est renvoyé vers

l'entrée du broyeur.

Globalement, si le fonctionnement de la chaîne est tel que décrit, l'objectif suivant du circuit de broyage est réalisé: A partir d'un minerai contenant des particules de dimensions quelconques, on réussit à conserver seulesles particules dont la dimension est inférieure à un seuil spécifié par l'utilisateur. Le circuit de broyage doit être de plus conçu tel que le débit de minerai produit soit aussi grand que possible. Ceci étant une approche idéale, nous allons voir le comportement réel à travers la description détaillée de chacun des éléments.

## 1.2 Description des éléments de la chaîne

### 1.2.1 Le broyeur

Il s'agit d'un broyeur à boulet comportant une grille à la sortie. Le principe de fonctionnement est alors très simple puisqu'il y a écrasement du minerai par la charge de boulets. L'écoulement à travers la grille dépend de la viscosité de la pulpe ce qui permet de contrôler la charge en minerai du broyeur par action sur l'eau de dilution. La propagation de la pulpe suppose l'introduction d'un délai de transport car les dimensions du broyeur ne sont pas négligeables compte tenu de la valeur du débit d'entrée.

### 1.2.2 Le réservoir

La pulpe à la sortie du broyeur vient se déverser dans le réservoir de dimensionsrelativement petites. Une pompe à vitesse variable

permet d'envoyer la pulpe à un débit variable arbitraire vers le cyclone. Le flot continuel permet de supposer que le mélange est suffisamment agité dans le réservoir pour que la pulpe soit homogène i.e. la densité à la sortie soit égale à celle qui siège dans le réservoir.

1.2.3 Le cyclone

Il a la structure définie à la Figure 2.

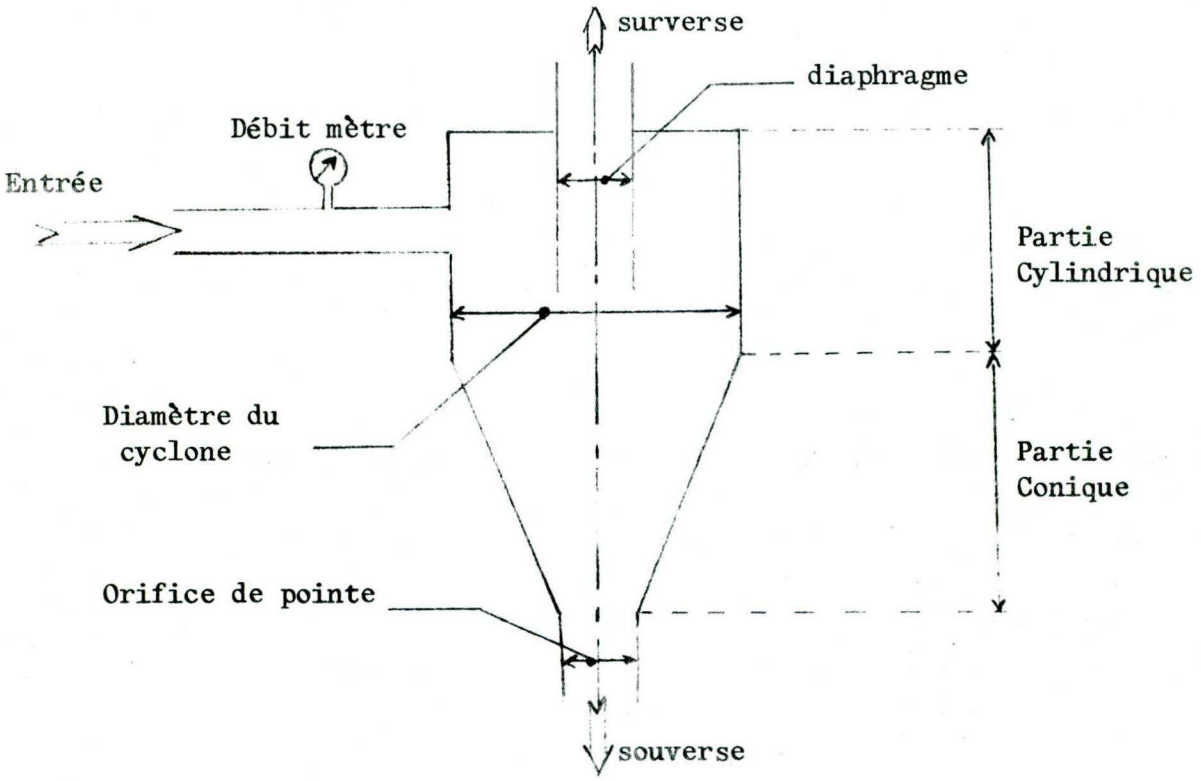



Figure 2: L'Hydrocyclone

L'entrée, mélange de particules solides et d'eau, arrive tangentiellement au cylindre supérieur et un mouvement tourbillonnaire prend naissance. Ce mouvement de rotation dans le cyclone crée la classification des solides sous l'effet de la force centrifuge: Une particule

lourde se dirige vers le cylindre extérieur et sous l'effet de la pesanteur descend naturellement vers le bas. Une particule plus légère restera positionnée près de l'axe et un phénomène d'entraînement par l'eau va la conduire au surverse.

Les performances générales du cyclone dépendront à la fois de ses dimensions propres (ouvertures des diaphragmes) et du débit d'entrée qui est une fonction de la pression d'alimentation et des propriétés physiques de la pulpe.

1.2.4 Les canalisations

Elles introduisent des effets perturbateurs tels que pertes de charges ou délais de transport. Il ne sera tenu compte que du délai dans la canalisation la plus longue du circuit. La propagation à l'intérieur de ces canalisations de la pulpe sera considérée comme étant homogène, i.e., les parties solides et liquides se déplaçant à la même vitesse. Dans ce cas le rapport des débits massiques solide/liquide équivaut au rapport des masses solide/liquide dans une unité de volume donnée.

1.2.5 Les entrées de la chaîne

1.2.5.1 Entrée solide

Le minerai est stocké dans une trémie et l'ouverture d'un diaphragme permet l'écoulement des particules sur un tapis roulant (voir Fig. 3) jusqu'à l'entrée du broyeur. On fait varier le débit en variant l'ouverture du diaphragme. Le délai dans la ligne 1 correspond au temps mis par une particule à se rendre d'une extrémité à l'autre du tapis roulant.

Ce temps de transport peut-être diminué ou annulé en variant le débit par un changement de la vitesse de défilement du tapis roulant.

1.2.5.2 Entrées liquide

L'arrivée de l'eau de dilution est commandable par l'ouverture ou la fermeture des vannes.

Connaissant le fonctionnement général d'un circuit du broyage, on va s'attacher à présent à identifier les variables importantes et à noter les réglages régissant la bonne marche du processus. Cette partie s'inspire des objectifs fixés dans [1] par Freeh, Horst et Adams lors de la mise en place de régulateurs.

## 2. CARACTERISATION DES SPECIFICATIONS ET PROBLEMES POSES PAR LA REGULATION

### 2.1 Régulation classique du processus

La conduite du processus en utilisant des régulateurs analogiques a été réalisée et simulée dans [1]. Comme le processus qu'ils étudient servira de base de comparaison par rapport à nos travaux, nous allons rappeler les principales difficultés qui surgissent à travers cette approche classique.

#### 2.1.1 Les différentes chaînes de régulation

Elles apparaissent sur le schéma global de la Figure 3.

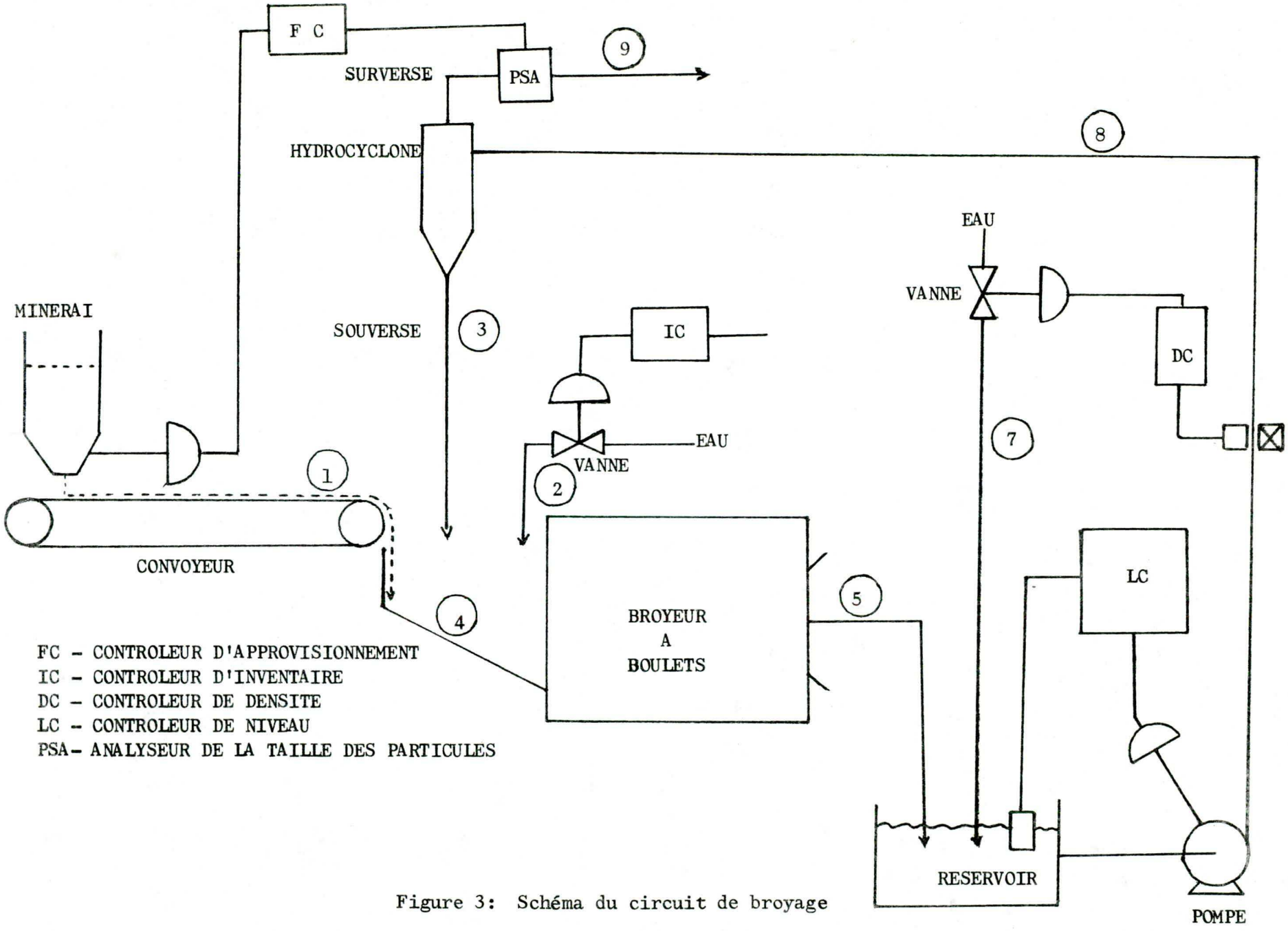



Figure 3: Schéma du circuit de broyage

On dispose des quatre boucles décrites ci-dessous:

i) Contrôle de niveau dans le réservoir avec commande par variation de la vitesse de la pompe ou encore du débit de sortie du réservoir.

ii) Contrôle de la densité de la pulpe à l'entrée du cyclone avec commande d'ouverture d'une vanne pour l'eau de dilution du réservoir.

iii) Contrôle de l'uniformité de la production avec commande par variation de débit solide d'approvisionnement de la chaîne.

iv) Contrôle de l'inventaire du broyeur avec commande d'ouverture d'une vanne pour l'eau de dilution du broyeur. Dans ce cas l'influence de la commande n'est pas évidente par rapport au réglage désiré; néanmoins, le broyeur possédant une grille à sa sortie, le débit de sortie dépend de la dilution de la pulpe et une augmentation de dilution entraîne une diminution de l'inventaire.

Les régulateurs analogiques sont ici du type P.I.D. et l'objectif global à atteindre est de régler les variables à leurs valeurs nominales en présence de perturbations. Celles-ci correspondent toujours à une variation des caractéristiques du minerai à l'entrée. Il peut s'agir soit de variation dans la distribution granulométrique soit plus souvent

de variations de dureté. Cette dernière perturbation est difficilement mesurable et influence toutes les variables du processus de broyage; ses effets doivent être compensés par la régulation.

Nous allons alors étudier les performances générales de ce type de régulation du processus.

2.1.2 Problèmes posés par ces compensations

Supposons une variation en échelon de la dureté du minerai: De façon intuitive, on peut concevoir un broyage de plus longue durée entraînant un débit d'entrée plus lent pour éviter la saturation du broyeur;dans ce cas tous les débits circulant dans le circuit sont plus faibles et le point de fonctionnement choisi peut se trouver perturbé. Les actions des régulateurs à cause de leurs interdépendances peuvent être incohérentes.

De façon plus générale, ces problèmes viennent du fait que les réglages sont effectués indépendamment les uns des autres alors qu'une approche globale de la régulation de tout le système réduirait cet aléa.

Nous pouvons voir les fortes interactions entre les différentes boucles sur quelques exemples:

- Une action sur la vitesse de la pompe pour le réglage de niveau du réservoir perturbe la boucle du contrôle de densité et réciproquemment.
- Une action sur le débit d'entrée pour le réglage de la production perturbe la boucle de contrôle d'inventaire.

A partir de ces observations, il est important de noter qu'un algorithme de découplage déterminant à tout instant les valeurs des contrôles améliorerait sensiblement les performances.

## 2.2 Objectifs à réaliser

Ceux-ci sont définis d'après [1] et ils découlent le plus souvent de considérations empiriques ou intuitives.

Reprenant les travaux de Horst et Freeh [1] à titre de comparaison, il convient avant tout de connaître le système physique avec ses variables importantes du point de vue quantitatif.

### 2.2.1 Classe de processus étudié

Notre simulation va se référer à un circuit de broyage de type industriel quant à son dimensionnement..

Lors de la modélisation, trois types de variables prenant des valeurs différentes en divers points du circuit vont apparaître fondamentales: Ce sont les débits massiques, les densités et les fonctions de distributions, ces dernières exprimant la répartition des dimensions du minerai sur toute l'échelle possible. Pour notre processus, les débits solides seront de quelques centaines de tonnes par heure, le pourcentage massique de solide par rapport à la pulpe sera compris entre 50% et 100%. Du point de vue dimensions du minerai, on suppose ici que le minerai à broyer n'a pas de particule ayant un diamètre moyen supérieur à 2 mm. Le minerai est du porphyre de cuivre dont la densité approximative par rapport à l'eau est 2.8.

En se referrant à la Figure 3, le régime permanent étudié en ce qui concerne les débits et les densités sera décrit par le tableau suivant:

| # du flot (encerclé sur la Fig. 3) | Débit solide en Tonnes/ Heure | Débit liquide en Tonnes/ Heure | Densité % de Solide dans la pulpe |
|---|---|---|---|
| 1 | 105 | - | 100 |
| 2 | - | 31.7 | 0 |
| 3 | 300 | 102.2 | 74.6 |
| 4 | 405 | 133.9 | 75.2 |
| 5 | 405 | 133.9 | 75.2 |
| 7 | | 136.1 | 0 |
| 8 | 405 | 270. | 60 |
| 9 | 105 | 167.8 | 38.5 |

TABLEAU 1

2.2.2 Conditions d'un bon fonctionnement du circuit

La stabilisation de l'inventaire du broyeur (i.e. la masse stockée à tout instant dans le broyeur) est importante; sa valeur nominale est fixée expérimentalement et est fonction des dimensions de l'appareil. Dans le cas où l'inventaire est trop petit, les débits circulant sont faibles et le circuit n'est pas utilisé à son meilleur rendement; par contre si l'inventaire est trop grand, il y a risque de saturation du broyeur. La valeur nominale choisie ici est de 12 tonnes. D'autres

contraintes physiques sont imposées pour le bon fonctionnement des appareils:

- Limitation du volume de pulpe stocké dans le réservoir à 180 $pd^3$ pour éviter le débordement.
- Choix d'un débit d'entrée du cyclone composé par 60% de solide pour se situer en un point de fonctionnement habituel du cyclone.

En plus de ces contraintes inérantes au système, on se fixe une contrainte quant à la qualité du produit de sortie: on s'impose ainsi qu'il y aie moins de 25% de particules du minerai de dimensions supérieures à 75 $\mu$ au surverse du cyclone.

Avec toutes ces contraintes, il apparaît en outre naturel d'essayer de maximiser la quantité de production satisfaisante c'est-à-dire le débit de particules solides de dimensions inférieures à 75 $\mu$ au surverse du cyclone. Empiriquement, ce résultat est atteint en augmentant le débit d'alimentation solide tout en restant assez loin de la zone de saturation du circuit.

Connaissant ainsi les principales variables du système, les contraintes imposées et l'objectif à atteindre, on peut à présent construire un modèle mathématique représentant le comportement du processus; ce modèle pourra être ensuite manipulé en vue d'une régulation ou d'une optimisation.

# II. MODELISATION ET SIMULATION

## 1. MODELISATION DU CIRCUIT DE BROYAGE

### 1.1 Introduction

Nous allons présenter ici un modèle mathématique qui va représenter dans certaines limites le processus réel. Ce modèle doit être conçu en fonction de son utilisation ultérieure; c'est pourquoi nous nous sommes attachés constamment au cours de son élaboration à le simplifier au maximum tout en conservant une bonne approximation du phénomène physique dans une zone de fonctionnement. La description mathématique de chaque élément de la chaîne est tirée de la littérature de Génie Minier: parmi les différents modèles existants nous avons choisis les plus couramment utilisés [2], [3].

Nous présenterons dans ce qui suit, le modèle de chaque élément du circuit successivement en soulignant ses imperfections.

### 1.2 Le broyeur

#### 1.2.1 Généralités

Lorsqu'on aborde le phénomène de broyage avec une approche probabiliste c'est-à-dire en considérant la probabilité de cassure à une abscisse déterminée puis en généralisant à tout l'espace on aboutit à une équation intégro-différentielle avec des variables infinitésimales d'espace et de temps [6]. Les solutions analytiques de cette équation sont difficiles à obtenir sauf dans des conditions particulières. Une approche

consiste à discrétiser la variable d'espace en "n" dimensions possibles. On aboutit alors à la résolution d'un système de "n" équations différentielles variantes dans le temps dont la solution fournit la fonction de distribution du minerai suivant les différentes dimensions discrètes. Si l'on considère de plus des variations lentes dans les propriétés physiques du minerai du broyeur, ce qui est justifiable, on obtient des équations invariantes dans le temps.

Deux approches distinctes données dans [4] conduisent aux fonctions de répartition désirées à la sortie du broyeur: Dans celle qui est utilisée, le broyeur est assimilé à un "réservoir suffisamment agité" de sorte que l'on peut négliger la distribution des paramètres suivant l'axe du broyeur.

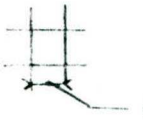
### 1.2.2 Détermination de la fonction de distribution

Nous appliquons ici les résultats de Horst [2] à notre processus. A titre d'approximation on considère que le solide est composé de particules pouvant être classifiées en 7 dimensions discrètes identifiées par le tableau suivant:

| # associée à chaque dim. | i = 1 | i = 2 | i = 3 | i = 4 | i = 5 | i = 6 | i = 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Dimension en mesh (Tyler) | +8 | +14 | +28 | +48 | +100 | +200 | -200 |
| Dimension en $\mu$ | 2362 | 1168 | 589 | 295 | 147 | 74 | 74 >.>0 |

TABLEAU 2

Concrètement cette discrétisation de la distribution granulométrique peut-être obtenu par le passage des particules à travers des tamis composés de mailles de dimensions spécifiées. Ainsi un chiffre de la 3ème ligne du tableau 2 correspond à l'ouverture "d" de la grille:




Nous citons aussi le dimensionnement en mesh (Tyler) car c'est celui qui est constamment utilisé dans le génie minier.

On définit alors le pourcentage de solide de dimension "i" comme étant la fraction de solide par rapport à l'ensemble qui passe à travers le tamis "i" et ne passe pas à travers le tamis "i+1".

Le phénomène de comminution peut alors se présenter comme le passage des particules d'une dimension donnée à une dimension inférieure de la façon suivante:

Notons: $F_e$, $F_s$ : les débits à l'entrée et à la sortie du broyeur.

$x_{ei}$, $x_{si}$ : les pourcentages de dimensions i en entrée et sortie, i = 1 à 7.

W : inventaire du broyeur.

Toutes ces variables sont données implicitement à l'instant "t". Représentons le broyage par le schéma suivant:

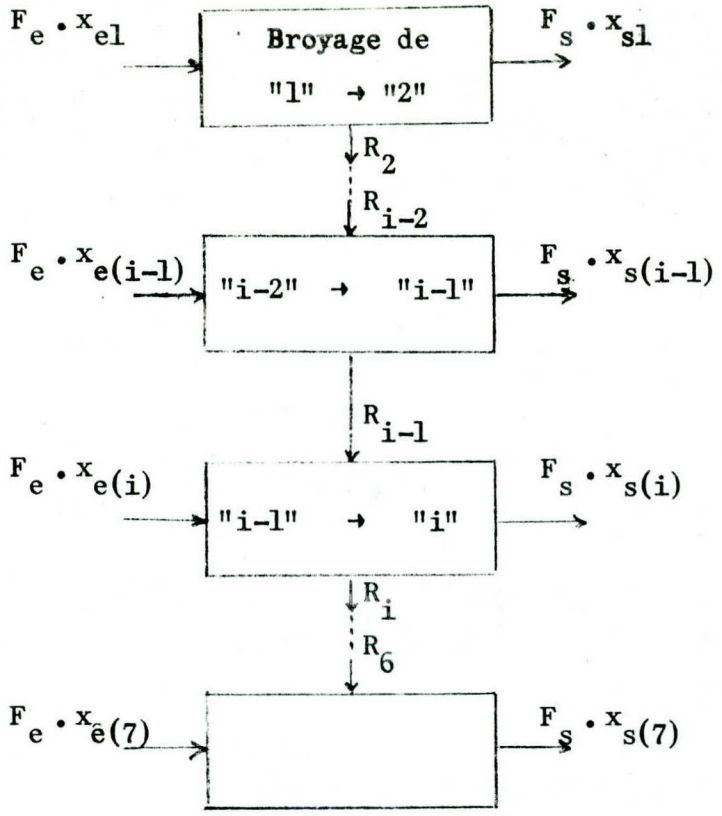



Figure 4

Sur la Figure 4, chaque bloc est associée à l'une des dimensions, ainsi le bloc "i" fait le bilan de ce qui se trouve de dimension "i" à un instant donné: La quantité de particules de dimensions "i" est la somme de ce qui entre $F_e \cdot x_e(i)$ et de ce qui est créé par broyage de la dimension "i-1": $R_{i-1}$. Une grosse particule se brise en donnant des particules beaucoup plus fines: on suppose que cette cassure correspond au passage successif par toutes les dimensions discrètes entre la taille du début et celle de la fin du broyage considéré.

Ainsi le terme de transfet $R_i$ représente le débit de minerai qui passe de la dimension "i" à "i+1". On peut concevoir intuitivement que ceci est proportionnel à ce qui existe à la dimension "i" dans le broyeur à l'instant considéré soit: $R_i = k_i \cdot W \cdot x_{si}$

Ecrivant un bilan massique sur le bloc "i" on obtient:

Variation de la masse = Débit d'Entrée - Débit de Sortie

$$\frac{d(W\, x_{si})}{dt} = R_{i-1} + F_e \cdot x_{e(i)} - R_i - F_s \cdot x_{s(i)} \qquad (1)$$

$$\text{Or} \quad \frac{d\, W\, x_{si}}{dt} = x_{si} \frac{dW}{dt} + W \frac{d\, x_{si}}{dt} \qquad (2)$$

De plus:

$$\frac{dW}{dt} = F_e - F_s \quad \text{(Bilan de masse pour tout le broyeur)} \qquad (3)$$

(1), (2) et (3) →

$$x_{si}\,(F_e - F_s) + \frac{W\, d\, x_{si}}{dt} = k_{i-1}\, W\, x_{s(i-1)} + F_e \cdot x_{e(i)} - k_i W\, x_{s(i)} - F_s \cdot x_{s(i)}$$

$$\frac{d\, x_{si}}{dt} = \frac{F_e}{W}\,(x_{e(i)} - x_{s(i)}) + k_{i-1} x_{s(i-1)} - k_i \cdot x_{s(i)} \qquad (4)$$

En écrivant ceci pour chaque bloc, on déduit que (4) est valide pour $i = 1,\ldots,7$ avec les conditions aux limites particulières:

$$k_{(o)} = 0$$

$$k_{(7)} = 0$$

La fonction de distribution est obtenue en résolvant un système différentiel du type (notation vectorielle)

$$\frac{dx}{dt} = A\,\underline{x} + B\,\underline{u} \qquad (4a)$$

Il est à noter que A et B ne sont pas des matrices constantes mais le système est néanmoins linéaire en $\underline{x}$ autour d'un point de fonctionnement. La difficulté de cette modélisation réside dans le choix des coefficients "$k_i$" auxquels on ne peut donner de signification physique immédiate. Cette liste de paramètres sera alors déterminée à partir de mesures en régime permanent sur le processus. Nous verrons lors de la simulation les difficultés qui s'ensuivent. Les équations (4) requièrent aussi la connaissance de l'inventaire W, nous allons la déterminer à partir des variables d'entrée du broyeur.

1.2.3 Calcul de l'inventaire

Des mesures directes fournissent les deux courbes suivantes:

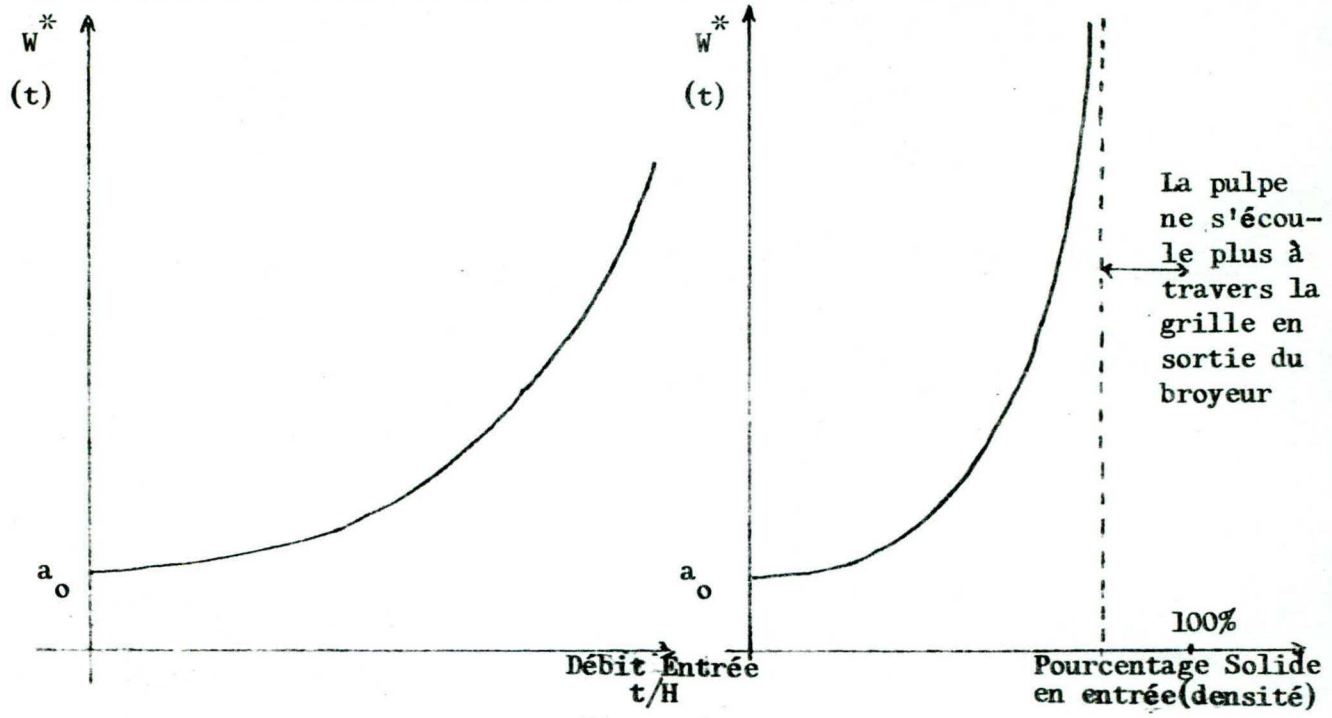



Figure 5

On construit alors l'interdépendance de type suivant:

$$W^{*} = a_0 + a_1 F_e^{a} \cdot Dvs \cdot \Phi_e^{c} \qquad (4b)$$

$a_0$, $a_1$, a, c : constantes.

La constante $a_0$ représente la masse de minerai qui reste accumulée dans le broyeur (à grille) à l'arrêt du circuit.

Avec $\Phi_e$ = Rapport volumétrique entre liquide et solide dans la pulpe.

$D_{vs}$ : Dimension moyenne des particules.

$$D_{vs} = \frac{\sum_{i=1}^{7} (D_i)^3 N_i}{\sum_{i=1}^{7} (D_i)^2 N_i} = \frac{\text{volume moyen}}{\text{surface moyenne}}$$

$D_i$ : diamètre pour "i".

$N_i$ : nombre de particules "i".

$D_{vs}$ peut se déterminer ainsi:

$$N_i = x_{ei} \cdot N$$

(N : nombre total de particules)

$$D_{vs} = \frac{\sum_{i=1}^{7} (D_i)^3 x_{ei}}{\sum_{i=1}^{7} (D_i)^2 x_{ei}}$$

$W^{*}$ représente alors l'inventaire lorsque le régime permanent est atteint.

Le régime transitoire de l'inventaire a été assimilé à un premier ordre après des observations empiriques soit:

$$\tau \frac{dW}{dt} = W^{*} - W \qquad (5)$$

Il est intéressant aussi de connaître le débit solide massique à la sortie du broyeur, il est donné par (3) et (5):

$$F_s = F_e - \frac{W^{*} - W}{\tau} \qquad (6)$$

La densité de la pulpe n'est pas perturbée au passage du broyeur puisqu'on suppose que la propagation du mélange est homogène.

Construit à partir de mesures expérimentales, ce modèle reste valide tant que l'on ne s'éloigne pas trop du point de fonctionnement nominal. Nous verrons au cours de la simulation que ceci constitue un inconvénient important.

## 1.3 Le réservoir

D'après les généralités, il ressort que l'on doit déterminer ici la densité de la pulpe qui siège à l'intérieur, ainsi que le volume occupé par le mélange à partir de la connaissance du débit d'entrée, de la densité d'entrée et des deux commandes; celles-ci sont l'eau de dilution et le débit de la pompe respectivement $\ell$ et $Q_o$ (débits volumétriques).

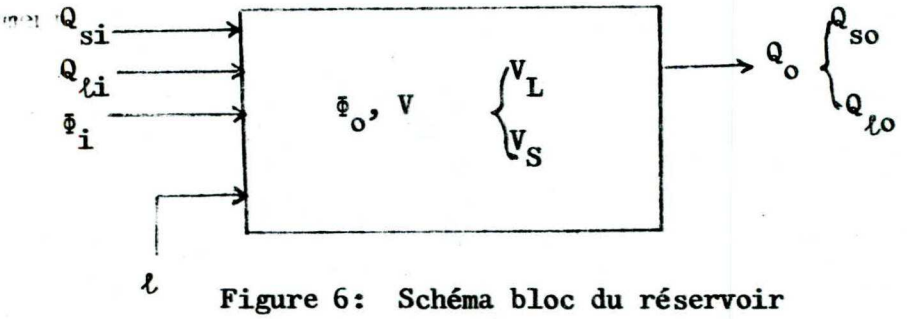



Figure 6: Schéma bloc du réservoir

A présent, on traite la mise en équation en ne considérant que des débits volumétriques.

Soient $Q, \ell$ : Débits

$\Phi$ : Densité

$V$ : Volume

indices $s$ : solide $\quad$ $i$ : entrée

$\ell$ : liquide $\quad$ $o$ : sortie

La densité de sortie est supposée égale à celle de l'intérieur du réservoir. Par définition, on a: $\Phi_o = \frac{V_s}{V_\ell} = \frac{Q_{so}}{Q_{\ell o}}$ (propagation homogène).

1.3.1 Equation de densité

$$Q_o = Q_{so} + Q_{\ell o} = Q_{\ell o}(\Phi_o + 1) = Q_{so}\left(\frac{1 + \Phi_o}{\Phi_o}\right) \tag{7}$$

De même:

$$V = V_s + V_\ell$$

$$V = V_s\left(\frac{\Phi_o + 1}{\Phi_o}\right) \tag{8}$$

$$V = V_\ell\,(\Phi_o + 1)$$

Exprimons $$\frac{d}{dt}\Phi_o = \frac{d}{dt}\frac{V_s}{V_\ell} = \frac{\dot{V}_s V_\ell - \dot{V}_\ell V_s}{V_\ell^2}$$

$$\frac{d}{dt}\Phi_o = \frac{\dot{V}_s}{V_\ell} - \frac{V_s}{V_\ell}\frac{\dot{V}_\ell}{V_\ell} = \frac{1}{V_\ell}(\dot{V}_s - \Phi_o \dot{V}_\ell) \tag{9}$$

$$\text{Or } \dot{V}_s = Q_{si} - Q_{so} = Q_{si} - \frac{\Phi_o}{1+\Phi_o} Q_o$$

$$\dot{V}_\ell = Q_{\ell i} + \ell - Q_{\ell o} = Q_{\ell i} + \ell - \frac{1}{1+\Phi_o} Q_o \qquad (10)$$

(10) dans (9) →

$$\frac{d\Phi_o}{dt} = \frac{(\Phi_o+1)}{V} \left[ Q_{si} - \Phi_o (Q_{\ell i}+\ell) \right] \qquad (11)$$

La solution de cette équation différentielle non linéaire conduit au point d'équilibre stable $\Phi_o = \frac{Q_{si}}{Q_{\ell i}+\ell}$

1.3.2 Equation du volume

Elle se dérive directement de la connaissance des débits volumétriques d'entrée et de sortie de la façon suivante:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{si} + Q_{\ell i} + \ell - Q_o \qquad (12)$$

Nous avons ainsi exprimé en (11) et (12) les équations fournissant les deux variables désirées; par contre, pour intégrer le réservoir dans le circuit il convient d'exprimer les débits volumétriques d'entrée $Q_{si}$ et $Q_{\ell i}$ à partir du débit massique solide d'entrée et de la densité d'entrée connues.

Posons $\rho_L$ : poids volumique de l'eau

$\rho_s$ : poids volumique du minerai

d : densité du minerai par rapport à l'eau

$F_i$ : Débit solide massique

$\rho_s = d\ \rho_L$

$$Q_{si} = \frac{F_i}{\rho_s} = \frac{F_i}{d\ \rho_L} \qquad (13)$$

$$\Phi_i = \frac{Q_{si}}{Q_{\ell i}} \rightarrow Q_{\ell i} = \frac{Q_{si}}{\Phi_i}$$

$$Q_{\ell i} = \frac{F_i}{d\rho_L\ \Phi_i} \qquad (14)$$

(13) et (14) expriment les correspondances recherchées.

Le modèle du réservoir a été établi à partir d'hypothèses d'homogénéité justifiées puisque le réservoir est de petites dimensions: la validité de la description mathématique reste correcte même pour des changements de régime.

## 1.4 L'hydrocyclone

Parmi les nombreux modèles, nous avons choisi celui proposé par Lynch [3] qui s'appuie plus sur des données expérimentales que sur des considérations physiques.

### 1.4.1 Généralités

La fonction de l'hydrocyclone étant d'effectuer une séparation entre les particules suivant leur dimension, on peut visualiser son opération à travers les caractéristiques indicatives suivantes:

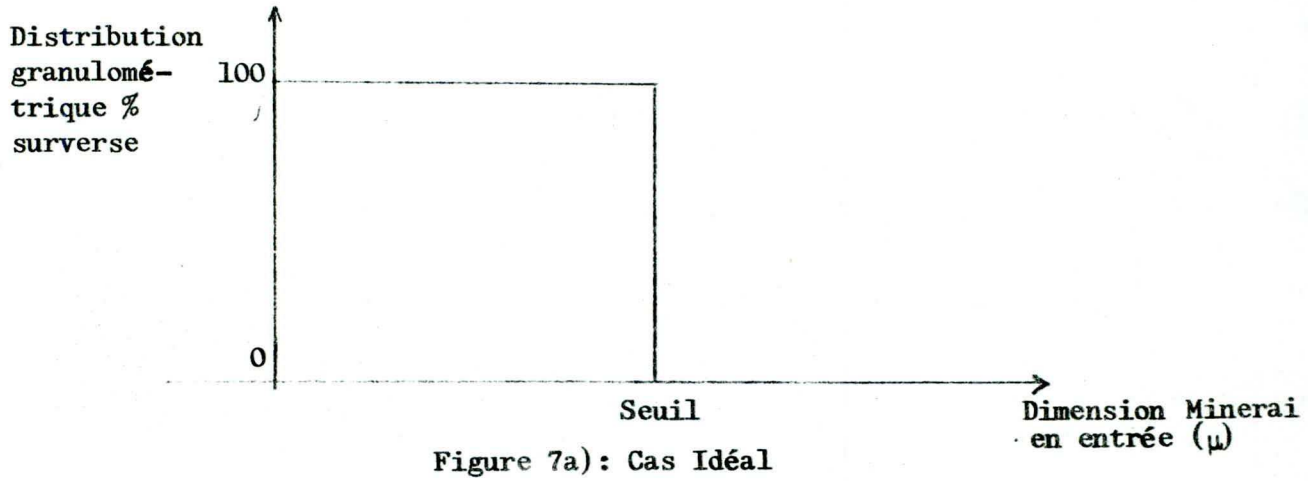



Figure 7a): Cas Idéal

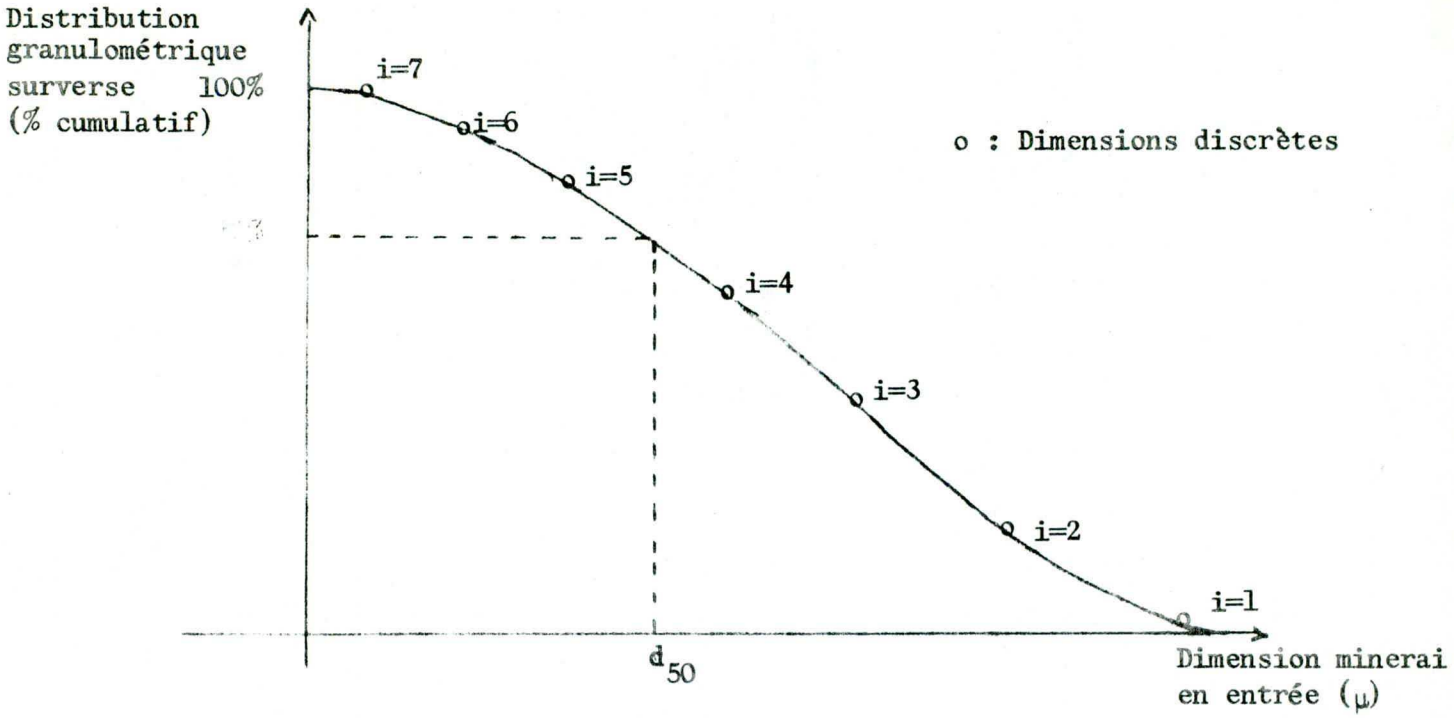



Figure 7b): Cas Réel

Si la classification était parfaite (a), on retrouverait au surverse du cyclone toutes les particules de dimensions inférieures à un seuil choisi arbitrairement. Au contraire, dans le cas réel, la classification est moins rigoureuse et l'on ne peut physiquement empêcher un faible pourcentage de minerai de grande taille de passer au surverse. Sur cette caractéristique (b), les pourcentages notés en ordonnées ne sont pas en échelle linéaire; notre étude se limite aux 7 points de la courbe correspondante aux dimensions discrètes. Nous avons pointé la dimension $d_{50}$ pour laquelle 50% de la masse des particules passe au surverse; cette variable est une importante caractéristique du cyclone car sa variation correspond à un déplacement du seuil dans le cas idéal. Physiquement, $d_{50}$ est la dimension pour laquelle on retrouve autant de particules en masse au surverse qu'au sousverse. Le contrôle de sa valeur est fondamental pour assurer un fonctionnement uniforme du cyclone.

1.4.2 Détermination de $d_{50}$

Intuitivement, on conçoit que la valeur de $d_{50}$ est reliée à la vitesse à laquelle s'effectue le mouvement de rotation dans l'hydrocyclone, ainsi qu'au débit d'eau qui passe au surverse puisque le passage de minerai au surverse se fait par entraînement par l'eau.

On peut caractériser la rotation par la différentielle de pression P existant entre le surverse et l'entrée du cyclone. Cette dernière peut s'exprimer ainsi:

$$P = (Q_i / k_1 \cdot VF \cdot (1 - S_i)^{0.125})^2 \qquad (15)$$

où $Q_i$ est le débit volumétrique d'entrée

$S_i$ est pourcentage solide d'entrée

VF diamètre du diaphragme (cf Fig. 2)

$k_1$ paramètre

La différentielle de pression est reliée au flot d'entrée et à VF, l'ouverture vers le surverse. On suppose ici que la perte de charge dans la conduite entre le réservoir et le cyclone est négligeable vis-à-vis de la perte de charge dans le cyclone.

Le débit d'eau au surverse dépend du débit d'eau en entrée (massique) et de l'ouverture de l'orifice de pointe ainsi:

$$WOF = k_2 + 1.1\, W_i - 10\, S \qquad (16)$$

où $W_i$ : débit massique d'eau en entrée

S : ouverture de l'orifice de pointe

$k_2$ : paramètre

WOF : Débit d'eau au surverse

A partir de là une expression de $d_{50}$ est donnée par:

$$d_{50} = \exp\left(k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52}\right) \qquad (17)$$

Il est naturel que $d_{50}$ soit aussi une fonction des deux ouvertures du surverse et souverse.

Toutes ces expressions ont été obtenues à partir d'études des courbes expérimentales dont le relevé a été conçu d'après une étude physique du phénomène de classification. Connaissant $d_{50}$, on peut alors envisager d'étudier les répartitions granulométriques au surverse et souverse.

1.4.3 La classification

On définit un coefficient de répartition de la façon suivante:

Si $d_i = \frac{x_i}{d_{50}}$ où $x_i$ est la dimension discrète en micron considérée;

$$y_{ci} = \frac{e^{\alpha di} - 1}{e^{\alpha di} + e^{\alpha} - 2} \qquad (18)$$

$\alpha$ : paramètre

$d_i$ représente l'écart relatif entre la dimension "i" et la dimension moyenne $d_{50}$. Le coefficient $y_{ci}$ correspond à la courbe suivante:

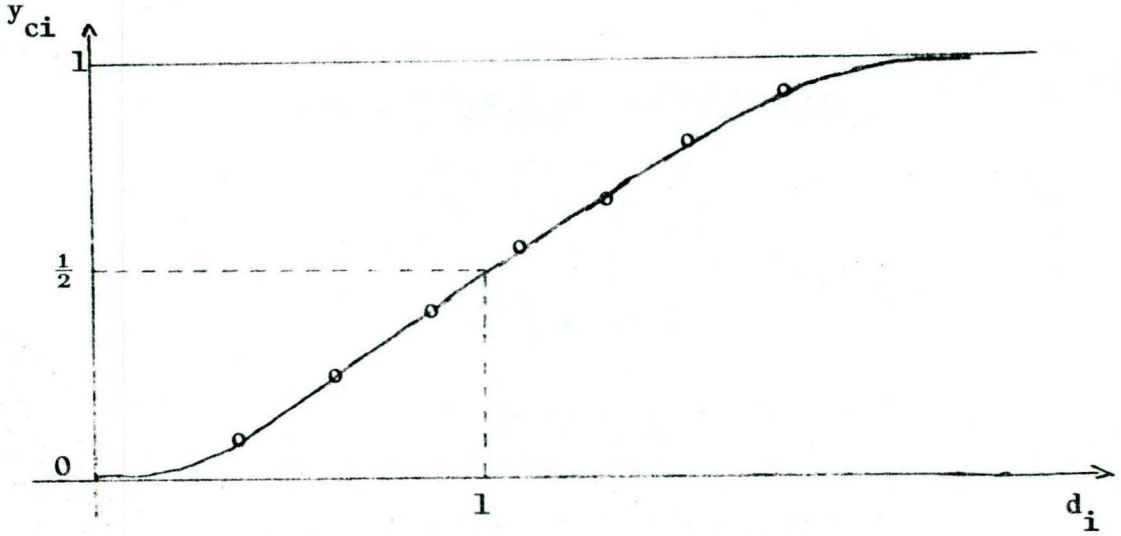



Figure 8

Pour $d_i = 1$ soit $x_i = d_{50}$ on voit que $y_{ci}$ est égal à 1/2 ce qui est normal d'après la définition de $d_{50}$.

En fait $y_{ci}$ exprime la portion de dimension "i" de l'entrée se dirigeant vers le souverse du cyclone. Néanmoins les études expérimentales prouvent qu'il faut corriger ce coefficient en introduisant un facteur de répartition de l'eau:

Soit $$H = (W_i - WOF) / W_i \qquad (19)$$

H exprime la portion de débit d'eau d'entrée passant au souverse. Aini on peut obtenir la répartition du minerai de la façon suivante:

$$F_{ui} = F_i [ Y_{ci} (1-H) + H ] \qquad (20)$$

où $F_i$ : est le débit massique de dimension "i" à l'entrée.

$F_{ui}$ : est le débit massique de dimension "i" au souverse.

Cette équation (20) montre l'importance du phénomène d'entraînement par l'eau pour les petites dimensions: en effet si $x_i << d_{50}$ alors $y_{ci} \to 0$ et (20) devient $F_{ui} = F_i \times H$: les particules se répartissent alors de la même façon que l'eau. Ceci est concevable car à de très petites dimensions les forces d'entraînement visqueux, proportionnelles à la surface (dimension au carré) deviennent grandes par rapport à la force centrifuge, proportionnelle à la masse ou au volume (dimension au cube).

Nous avons donc décrit ici sommairement les équations du cyclone à l'aide de 4 paramètres $k_1$, $k_2$, $k_3$, $\alpha$ dépendants soit du régime étudié,

soit du minerai. Pour intégrer ces équations dans le circuit de broyage il convient encore de relier les variables introduites ici à celles qui sont connues à la sortie du réservoir.

### 1.4.4 Relations complémentaires

Exprimons d'abord la relation fonctionnelle entre $S_i$ (pourcentage solide) et $\bar{\Phi}_i$. Rappelons les définitions:

$$S_i = \frac{M_s}{M_T} = \frac{\text{masse solide}}{\text{masse totale}} \quad \text{par unité de volume}$$

$$\bar{\Phi}_i = \frac{V_s}{V_L} = \frac{\text{volume solide}}{\text{volume liquide}} \quad \text{par unité de volume}$$

$$M_s = \rho_s V_s$$

$$M_T = \rho_s V_s + \rho_L V_L \; ; \quad \rho_s \frac{V_s}{\rho_L V_L}$$

$$S_i = \frac{\rho_s V_s}{\rho_s V_s + \rho_L V_L} = \frac{\frac{\rho_s}{\rho_L} \frac{V_s}{V_L}}{\frac{\rho_s}{\rho_L} \frac{V_s}{V_L} + 1}$$

$$S_i = \frac{d\bar{\Phi}_i}{d\bar{\Phi}_i + 1} \qquad (21)$$

où "d" est la densité.

Expressions des débits massiques solides et liquides à partir du débit volumétrique global:

$$S_i = \frac{M_s}{M_T} = \frac{F_i}{W_i + F_i} \qquad \text{(propagation homogène)}$$

avec $F_i$ : délit massique solide

$W_i$ : débit massique liquide

$Q$ : débit volumétrique global

$$W_i + F_i = \frac{F_i}{S_i}$$

$$W_i = \frac{F_i}{S_i} - F_i \qquad (22)$$

De plus: $$Q = \frac{W_i}{\rho_L} + \frac{F_i}{\rho_s} \qquad (23)$$

(22) et (23) →

$$Q = \frac{W_i}{\rho_L} + \frac{W_i}{\rho_s}\,\frac{S_i}{1-S_i} = W_i \left( \frac{\rho_s(1-S_i)+\rho_L S_i}{\rho_L\,\rho_s\,(1-S_i)} \right)$$

$$W_i = \frac{\rho_L\,\rho_s\,(1-S_i)}{\rho_s(1-S_i)+\rho_L S_i}\,Q \qquad (24)$$

$$F_i = W_i\,\frac{S_i}{1-S_i} \qquad (25)$$

(24) et (25) permettent de définir les débits massiques désirés à partir du débit volumétrique global connu par la vitesse de la pompe.

La modélisation du cyclone bien que mathématiquement assez complexe présente l'avantage de s'inspirer des phénomènes physiques. Il est très important de remarquer que le cyclone ne comporte pas d'équations dynamiques car sa dynamique est négligeable devant celle du broyeur par exemple.

## 1.5 Conclusion

La modélisation qui a été proposée dépend de paramètres supposés constants mais qui effectivement sont fonctionsde l'état et du temps. La dépendance par rapport au temps est une perturbation introduite par les variations de qualité du minerai. La dépendance par rapport à l'état

est une nonlinéarité propre aux appareils utilisés. Le modèle ci-dessus ne sera donc valide qu'aux environs d'un point de fonctionnement pour lequel les paramètres doivent être déterminés expérimentalement. Le domaine de validité du modèle peut ensuite être évalué par simulation.

## 2. SIMULATION

### 2.1 Introduction

Du point de vue de la simulation, il est intéressant d'étudier les équations de chaque élément de la chaîne séparément puis de regrouper l'ensemble suivant le schéma global de la Figure 9 montrant les variables importantes transitant entre deux blocs.

Sur cette figure chaque variable est indicée en correspondance avec le numéro de la ligne où elle se trouve, et l'on a pris les notations déjà utilisés suivantes:

F : Débit solide massique en Tonnes/H

$x_i$ : Pourcentage de dimension i en %

$\Phi$ : Rapport des débits solides sur liquides (massiques) : sans unités

Q : Débit total volumétrique en Gallons US/mn

S : Pourcentage de solide dans la pulpe en %

La simulation du modèle déterminé précédemment nécessite la détermination de paramètres caractéristiques du régime étudié.

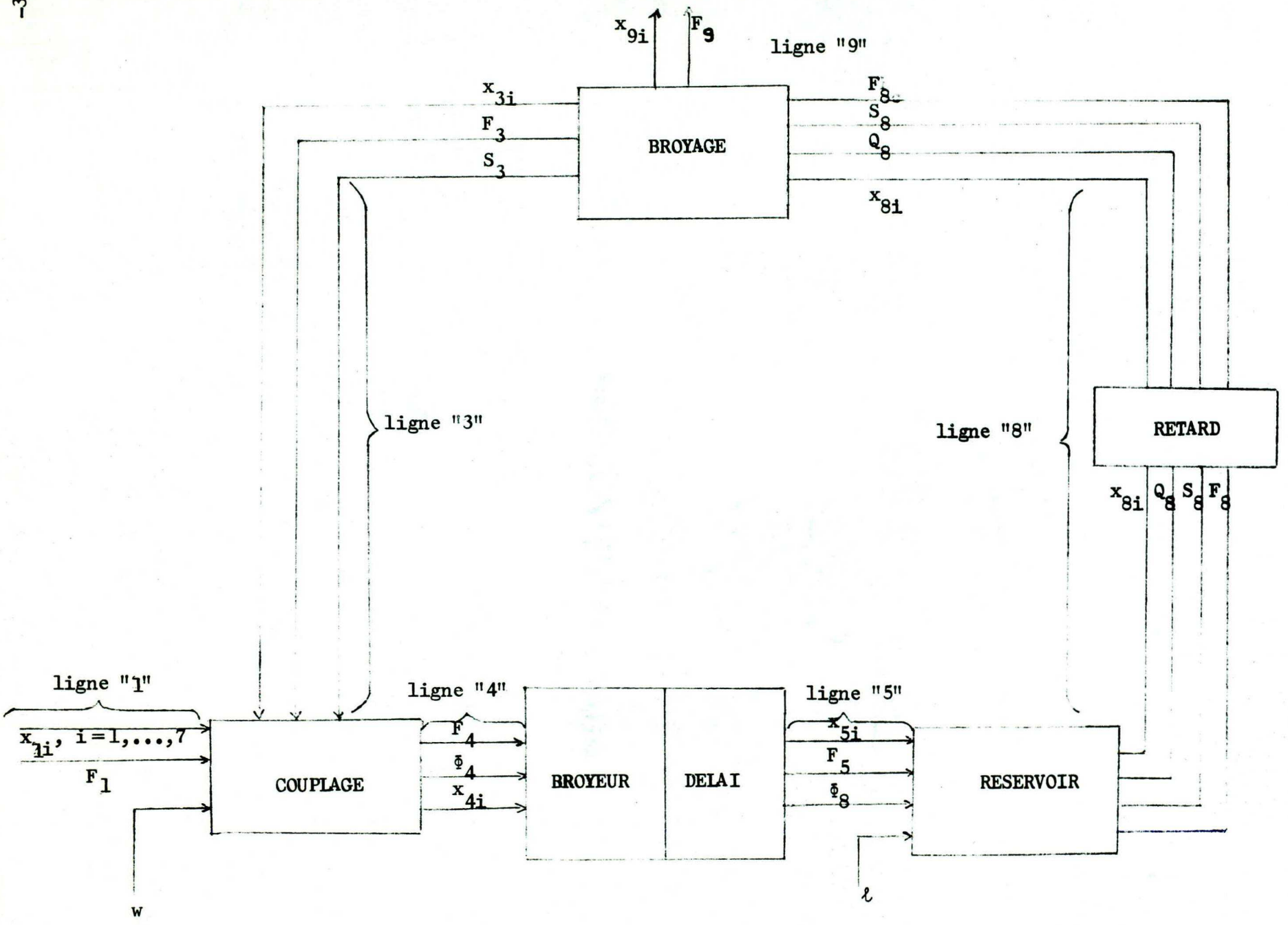

$x_{9i}$
$F_9$
ligne "9"
$x_{3i}$
$F_3$
$S_3$
BROYAGE
$F_8$
$S_8$
$Q_8$
$x_{8i}$
ligne "3"
ligne "8"
RETARD
$x_{8i}$ $Q_8$ $S_8$ $F_8$
ligne "1"
$x_{1i}$, i=1,...,7
$F_1$
ligne "4"
$F_4$
$\Phi_4$
$x_{4i}$
COUPLAGE
BROYEUR
DELAI
ligne "5"
$x_{5i}$
$F_5$
$\Phi_8$
RESERVOIR
w
$\ell$

Figure 9

## 2.2 Calcul des paramètres du modèle et choix de la méthode

### 2.2.1 Pour le broyeur

Le premier problème est d'évaluer les coefficients de broyage $k_i$ introduits dans (4). Nous avons choisi les valeurs conduisant au régime permanent que l'on désirait donné par le tableau 3 et issues des travaux de Horst [1] en ce qui concerne les distributions granulométriques.

| # du flot | i = 1 | i = 2 | i = 3 | i = 4 | i = 5 | i = 6 | i = 7 | SOMME |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0.017 | 0.056 | 0.192 | 0.348 | 0.209 | 0.071 | 0.107 | 1.000 |
| 4 | 0.028 | 0.086 | 0.195 | 0.290 | 0.191 | 0.069 | 0.141 | 1.000 |
| 5 | 0.012 | 0.042 | 0.143 | 0.265 | 0.211 | 0.107 | 0.220 | 1.000 |
| 8 | 0.012 | 0.042 | 0.143 | 0.265 | 0.211 | 0.107 | 0.220 | 1.000 |
| 9 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.030 | 0.218 | 0.209 | 0.209 | 1.000 |

TABLEAU 3

Connaissant $x_{4i}$ et $x_{5i}$ en régime si on écrit (4) il vient alors:

$$\frac{F_4}{W}(x_{4i} - x_{5i}) + k_{i-1}\, x_{5i-1} - k_i\, x_{5i} = 0 \qquad (26)$$

Par procédure itérative, on peut avec (26) calculer les coefficients de broyage. Exemple de calcul:

$$i = 1 \qquad k_1 = \frac{F_4}{W}\left(\frac{x_{41} - x_{51}}{x_{51}}\right)$$

$$i = 2 \qquad k_2 = \frac{F_4}{W}\left(\frac{x_{42} - x_{52}}{x_{52}}\right) + \frac{k_1\, x_{51}}{x_{52}}$$

etc ...

$k_0 = 0$ ; $k_1 = 44.9768\ H^{-1}$ ; $k_2 = 48.1894\ H^{-1}$ ; $k_3 = 26.4199\ H^{-1}$ ;
$k_4 = 17.4391\ H^{-1}$ ; $k_5 = 18.7047\ H^{-1}$ ; $k_6 = 24.9053\ H^{-1}$ ; $k_7 = 0.$

TABLEAU 4

La convergence vers un état stationnaire du système d'équations (4) est assurée car la matrice A donnée en (4a) est triangulaire et de plus l'élément de la ligne "i" sur la diagonale est: $-k_i - \frac{F_4}{W}$ : les valeurs propres sont toutes négatives d'où l'on peut conclure la stabilité du système. Connaissant les valeurs propres $\lambda_i$, nous avons directement toutes les constantes de temps associées $\tau_i = \frac{1}{|\lambda_i|} = \frac{1}{k_i + F_{4/W}}$ (27)

Malgré sa simplicité cette approche ne peut donner des résultats valides que pour de petites variations autour du régime nominal, il apparaît intéressant d'envisager comment se comportent les paramètres $k_i$ lorsque les conditions de fonctionnement changent. Pour une configuration des $k_i$ choisie à un régime on peut tolérer des changements de $\pm$ 10% dans le débit d'alimentation permettant d'obtenir des distributions granulométriques correctes à $\pm$ 10 %. Qualitativement, Horst [2] montre les influences du débit d'entrée $F_4$, de l'inventaire W, de la densité $\Phi_4$ et des distributions $x_{4i}$, $x_{5i}$; la complication du modèle qu'il introduit pour définir de nouveaux coefficients de broyage variables ne semble pas donner des améliorations très significatives. C'est pourquoi nous avons conservé le modèle simple tout en n'excluant pas de trouver la relation fonctionnelle entre les $k_i$ et les variables du système au cours de travaux ultérieurs.

Il est important de remarquer [4] que ces coefficients $k_i$ décrivant

abaques (Fig. 10) pour évaluer la différentielle de pression nominale entre le surverse et l'entrée du cyclone. L'utilisation de cette courbe demande la connaissance du débit volumétrique au surverse.

Connaissant $F_9$, on peut calculer celui-ci facilement avec les relations (13) et (14)

$$Q_{sol} = \frac{F_9}{d\rho_L} \quad \text{(débit solide volumétrique)}$$

$$Q_{liq} = \frac{F_9}{d\rho_L \bar{\Phi}_9} \quad \text{(débit liquide volumétrique)}$$

$$Q_9 = Q_{sol} + Q_{liq} \quad \text{(débit total volumétrique)}$$

D'après le tableau 1

$$F_9 = 105 \text{ T/H}$$

$$\bar{\Phi}_9 = 0.224$$

$$d = 2.8$$

$$\rho_L = 0.0042 \text{ T/Gallons US}$$

$$Q_{sol} = \frac{105}{0.0117} = 900 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_{liq} = \frac{105}{2.8 \cdot 0.0042 \cdot 0.224} = 4000 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_9 = 4900 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_9 = 817 \text{ Gallons US/mn.}$$

Il s'ensuit que P nominal à 22 livres/po$^2$

Le débit $Q_8$ qui est un contrôle est fixé à $Q_8$ = 1650 Gallons/mn.

## Capacité et dimension des cyclones

(Cyclone KREBBS)

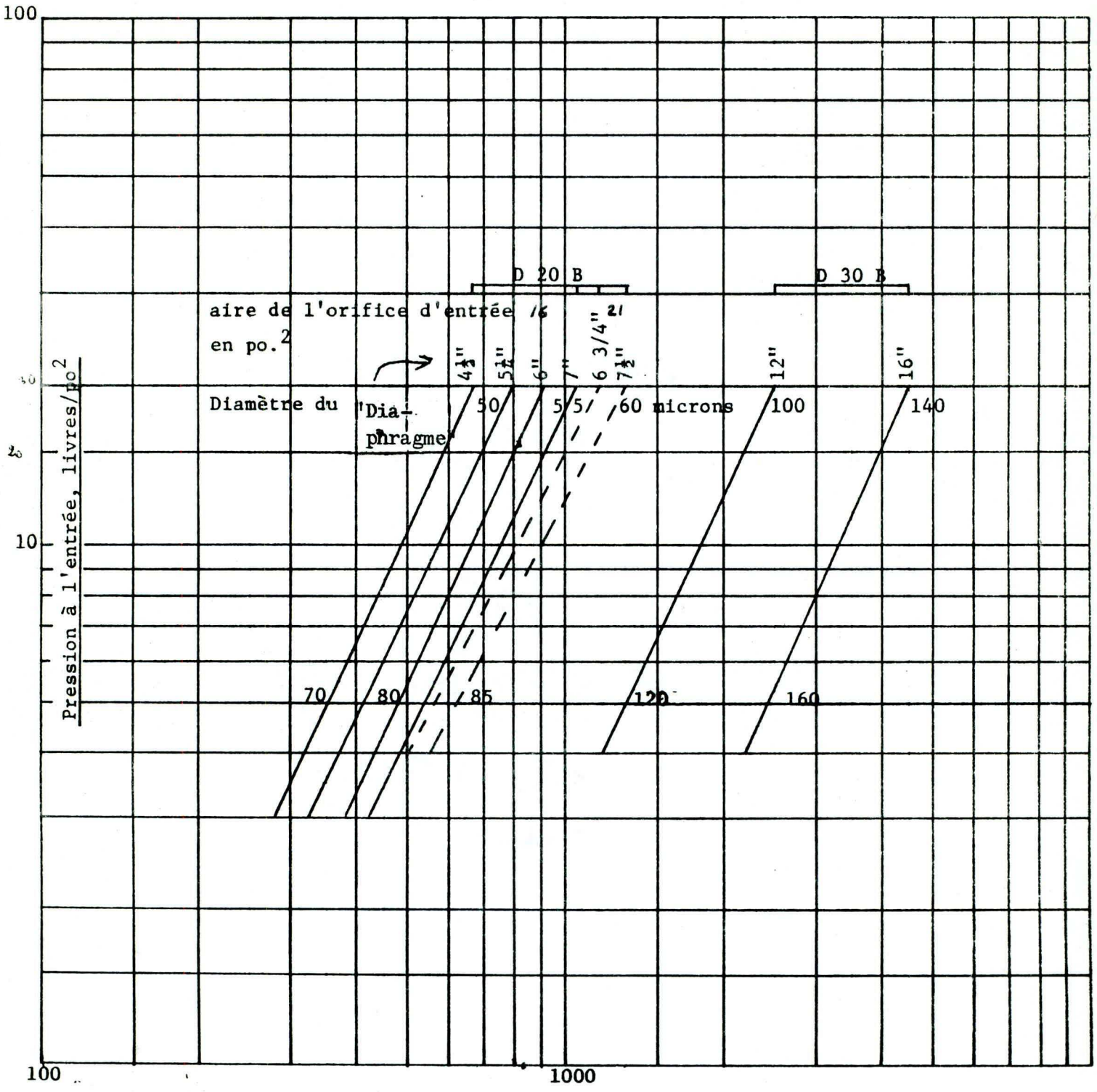



**Figure 10**

**Débit au surverse en gallons américains**

On peut par (15) trouver alors $k_1$ directement:

$$k_1 = 66.5$$

De même $k_2$ au régime : $k_2 = -93.0$ T/H (de(16))

Les résultats du tableau 3 permettent d'affirmer que $d_{50}$ se trouve près de la dimension i = 5 (légèrement supérieur). Par lecture sur le tableau 2 on déduit:

$$d_{50} \tilde{\sim} 150\ \mu$$

Il vient alors (17)

$$k_3 = 4.92$$

Par contre, $\alpha$ est une caractéristique du minerai et Lynch [3] préconise de choisir pour le porphyre de cuivre:

$$\alpha = 2.$$

Pour un autre minerai $\alpha$ peut-être déterminé à partir de relevés expérimentaux. Nous avons donc déterminés tous les paramètres correspondants au régime permanent considéré par identification.

2.2.3 Choix de la méthode

La connaissance des paramètres du broyeur fixe la dynamique des équations différentielles (voir (27)). Les constantes de temps du système étant assez élevées, le régime sera atteint au bout d'un temps assez grand. Le processus évoluant lentement une intégration avec la méthode d'Euler suffit quant à la précision. Le pas d'intégration a été choisi très inférieur à la plus petite des contantes de temps ainsi:

$$\tau_{min} = \frac{1}{\frac{F_4}{W} + k_{i\ max}}$$

$$\tau_{min} = \frac{1}{\frac{405}{42} + 48.19} = \frac{1}{82} = 0.012 \text{ Heure.}$$

On choisit h le pas d'intégration 6 fois plus petit que cette constante de temps minimale du système en boucle ouverte:

$$h = 0.002 \text{ Heure}$$

Pour la résolution des équations différentielles, des conditions initiales réalistes ont été programmées:

$x_{5i} = x_{1i} \quad \forall i = 1,\ldots,7$

V = 100 Gallons US (dans le réservoir)

W = 0 Tonnes (dans le broyeur)

$\Phi_8$ = 1 (Autant de solide que de liquide dans le réservoir au départ)

## 2.3 Connections entre chaque bloc et éléments de retard

### 2.3.1 Couplages et équations correspondantes à chaque élément

Reprenant les équations de modèle précédentes et introduisant de nouvelles relations de couplage faisant appel à des notions de conservation de matière ou de calcul de densité, on peut alors dresser la liste d'équations à résoudre dans chaque bloc du système de la Figure 9. On exprime alors les sorties de l'élément en fonction de ses entrées sans tenir compte des délais (h = Pas d'intégration)

i) Couplage : addition de l'entrée et des produits recyclés.

$$F_4 = F_1 + F_3$$

$$x_{4i} = (F_{1i}\, x_{1i} + F_3\, x_{3i}) / F_4 \qquad \forall i = 1,\ldots,7$$

$$W_3 = F_3\,(1 - S_3) / S_3$$

$$S_4 = (F_3 + F_r) / (F_3 + F_1 + w + W_3)$$

$$\Phi_4 = \frac{1}{d}\,\frac{S_4}{(1 - S_4)}$$

ii) Broyeur

$$W^* = a_o + a_1\, F_4^a\, DVS\, \Phi_4^c$$

$$x_{5i} = x_{5i} + h\,\frac{F_4}{W}\,(x_{4i} - x_{5i}) + (k_{i-1} x_{5i-1} - k_i x_{5i})\; h \qquad \forall i$$

$$W = W + h\,(W^* - W)\,\frac{1}{\tau}$$

$$F_5 = F_4 - \frac{W^* - W}{\tau}$$

$$\Phi_5 = \Phi_4$$

iii) Réservoir

$$Q_{S5} = \frac{F_5}{d\rho_L} \quad ; \quad Q_{\ell 5} = \frac{F_5}{d\rho_L \Phi_5}$$

$$\Phi_8 = \Phi_8 + h\,\left[\frac{\Phi_8 + 1}{V}\,(Q_{S5} - \Phi_8\,(Q_{\ell 5} + \ell))\right]$$

$$V = V + h\,[Q_{S5} + Q_{\ell 5} + \ell - Q_8]$$

$$x_{8i} = x_{5i} \quad ; \quad \forall i$$

iv) Cyclone

$$P = \left[ \frac{Q_8}{k_1 VF (1 - S_8)^{0.125}} \right]^2$$

$$WOF = k_2 + 1.1\ WF - 10\ S$$

$$H = (WF - WOF) / WF$$

$$d_{50} = \exp\left(k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52}\right)$$

$$d_i = \frac{x_i}{d_{50}}$$

$$y_{ci} = \frac{e^{\alpha d_{i-1}}}{e^{\alpha d_i} + e^{\alpha_{-2}}} \quad ; \quad W_i = F_8\ x_{8i}$$

$$W_{ui} = W_i \left[ y_{ci} (1 - H) + H \right]$$

$$F_3 = \sum_{i=1}^{7} W_{ui} \quad ; \quad F_9 = F_8 - F_3$$

$$X_{3i} = W_{ui} / F_3 \quad ; \quad X_{9i} = (X_{8i} F_8 - X_{3i} F_3) / F_9$$

$$S_3 = \frac{F_3}{F_3 + H.WF}$$

La programmation de ces équations séquentiellement permet de connaître à chaque instant discret les valeurs des variables importantes du système dans le cas où l'on négligerait les retards.

### 2.3.2 Simulation des retards de propagation

Pour refléter la réalité nous devons tenir compte de trois délais de transport dans la chaîne:

- Sur le Débit d'approvisionnement

(à cause du tapis roulant)

- Sur le minerai se propageant à l'intérieur du broyeur

- Sur le minerai se propageant dans la conduite entre réservoir et cyclone.

Dans ces deux derniers cas, ayant des débits et des sections (broyeur ou conduites) finis, le mouvement d'une particule se fait alors à une vitesse linéaire telles que le temps mis par une particule pour parcourir la conduite ne peut être négligé.

Ces délais peuvent être exprimés quantitativement pour le circuit de broyage considéré.

i) Le retard d'approvisionnement est estimé à $\Delta_1 = 1.05$ mn.

ii) La valeur du retard de propagation dans le broyeur peut être approximativement calculée connaissant la masse solide stockée dans le broyeur $W^*$ et le débit solide circulant $F_4$. Le rapport $\frac{W^*}{F_4}$ donne le temps de résidence moyen d'une particule à l'intérieur du broyeur qui est aussi le temps de retard

$$\Delta_2 = \frac{W^*}{F_4} = \frac{12}{405} = 0.0296\ H = 1.78 \text{ mn}$$

iii) Pour la conduite, nous connaissons son volume $V_c$ et le débit circulant $Q_8$ alors

$$\Delta_3 = \frac{V_c}{Q_8}$$

$$V_c = 50 \text{ pd}^3$$

$$Q_8 = 1650 \text{ Gallons US/mn} = 220 \text{ pd}^3/\text{mn}.$$

$$\Delta_3 = 0.23 \text{ mn.}$$

Par rapport à l'intervalle des discrétisation temporelle h = 0.002 H nous aurons alors:

$$\Delta_1 = 8 \cdot h$$

$$\Delta_2 = 15 \cdot h$$

$$\Delta_3 = 2 \cdot h$$

Il est à remarquer que le délai $\Delta_1$ peut-être évité si l'on change le mode d'approvisionnement: En effet, si au lieu de varier d'ouverture du diaphragme de la trémie, on laisse celle-ci invariable et on varie la vitesse du tapis roulant, alors le retard n'existe plus. Pour plus de généralité, on a néanmoins conservé $\Delta_1$ dans la simulation. La simulation de ces retards nous contraint de définir de nouvelles variables retardées ainsi:

$$F_{1R}(t) = F_1(t-\Delta_1) \qquad x_{5iR}(t) = x_{5i}(t-\Delta_2) \qquad x_{8iR}(t) = x_{8i}(t-\Delta_3)$$

$$F_{5R}(t) = F_5(t-\Delta_2) \qquad F_{8R}(t) = F_8(t-\Delta_3)$$

$$\Phi_{5R}(t) = \Phi_5(t-\Delta_2) \qquad \Phi_{8R}(t) = \Phi_8(t-\Delta_3)$$

Ces nouvelles variables interviennent dans les équations correspondantes à l'appareil situé immédiatement après le retard considéré.

## 2.4 Programmation et Résultats (voir Annexe 1)

### 2.4.1 Mise en place sur IBM 360

La programmation est faite en FORTRAN IV. Le programme est constitué d'une série de modules représentant chacun, un des éléments de la chaîne. Chaque sous-programme a pu être ainsi testé séparément. De plus quelques sous-programmes de conversions entre variables, dont la relation fonctionnelle est générale dans toute la chaîne, ont été générés.

Les notations utilisées dans le programme sont celles qui ont été introduites ici.

Les quatre contrôles ont été choisis à la valeur du régime proposé en [1] dans un premier temps puis on a affecté chacun d'eux séparément d'une variation de $\pm$ 10% de sa valeur nominale ensuite. Le "listing" du programme est donné en annexe 1.

### 2.4.2 Examen de l'état de régime obtenu

La convergence de toutes les équations du système requiert environ 300 itérations soit 0.6 Heure = 36 mn. L'effet du rebouclage positif du système augmente la valeur des constantes de temps en boucle fermée par rapport à celles trouvées en boucle ouverte. On a relevé le comportement des variables toutes les 100 itérations soit chaque 12 mm dans le tableau A annexe 1.

Les débits et densités sont présentés pour chaque ligne correspondante à la notation de la Fig. 9 ainsi que les distributions granulométriques. On a noté aussi d'autres variables importantes du système.

Toutes les variables convergent au régime vers leur valeur prévue dans les tableaux 1 et 3 avec une erreur de $\pm$ 5% environ. Ce régime stationnaire est atteint lorsque le niveau du réservoir se stabilise et les bilans de matière sur tout le circuit sont satisfaits soient $F_9 = F_1$ et WOF = $\ell + w$.

Un critère de performance a été établi pour introduire quantitativement l'objectif désiré soit d'obtenir le maximum de minerai de dimension inférieur à 75 $\mu$ au surverse du cyclone.

Soit $$J = \sum_{i=6}^{7} F_9 \cdot x_{9i}$$

Les résultats correspondants à la variation en échelon positif du débit d'alimentation donnent une amélioration du critère ce qui est attendu d'après les résultats expérimentaux. Il est à remarquer que pour des changements du contrôle, l'équilibre entre le débit d'entrée et de sortie du réservoir est rompu et le volume de pulpe dans le réservoir ne se stabilise plus.

# III. MODELE LINEARISE DE REGULATION DU PROCESSUS AUTOUR DU POINT DE FONCTIONNEMENT

## 1. INTRODUCTION D'UN MODELE SIMPLIFIE

### 1.1 Généralités

Le modèle développé précédemment introduit la description détaillée du comportement de la distribution du minerai suivant 7 dimensions discrètes. Du point de vue de la régulation, un tel raffinement est inutile puisque seule la dimension de seuil 75 $\mu$ est intéressante pour caractériser les performances désirées. Dans un but de simplification du modèle [7], on se propose alors d'introduire une discrétisation plus forte en définissant: $x_\ell$ : % du minerai inférieur à 75 $\mu$ dans la ligne "$\ell$"

$1 - x_\ell$ : % du minerai supérieur à 75 $\mu$ dans la ligne "$\ell$"

Ainsi chaque fois que 7 équations décrivaient l'évolution de la distribution granulométrique, une seule équation sera suffisante dans ce modèle simplifié. Il est évident que cette nouvelle approche, puisqu'on s'éloigne d'autant plus du cas réel où la distribution est continue, doit donner des résultats moins précis mais autour d'un point de fonctionnement, les résultats obtenus sont proches (10% d'erreur) du cas précédent. Dans le cadre d'une régulation autour d'un régime permanent cette simplification est tout a fait justifiée. La dimension du modèle linéarisé se trouvera considérablement réduite ce qui entraîne une diminution équivalente de la dimensionnalité du régulateur numérique. En limitant le nombre de dimen-

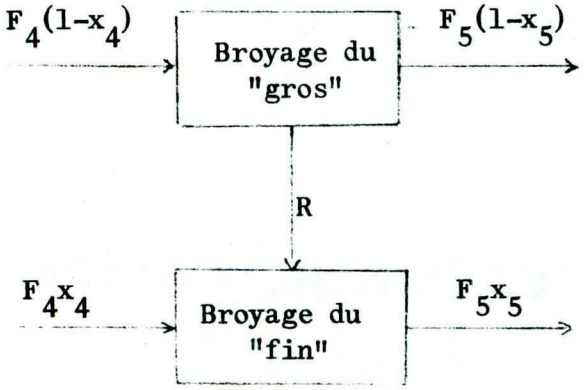
sions discrètes du minerai, c'est le nombre d'états qui est réduit et on simplifie la synthèse du régulateur.

## 1.2 Description du nouveau modèle

Toutes les équations ne concernant pas les distributions granulométriques se trouvent inchangées par rapport à l'approche déjà vue. On reprend ici seulement la détermination de ces distributions dans le broyeur et le cyclone.

### 1.2.1 Equation de distribution dans le broyeur

On considère le schéma suivant:




Entrée du broyeur: ligne 4

Sortie du broyeur: ligne 5

Figure 11

Le broyage du minerai "gros" peut redonner soit du "gros" soit du "fin". Equation de conservation de matière:

$$\frac{d[W\ x_5]}{dt} = R + F_4\ x_4 - F_5\ x_5 = x_5 \frac{dW}{dt} + W \frac{dx_5}{dt}$$

$$\frac{dW}{dt} = F_4 - F_5$$

$$R = k\ W\ (1 - x_5)$$

$$\frac{dx_5}{dt} = \frac{F_4}{W} (x_4 - x_5) + k (1 - x_5) \qquad (30)$$

Cette seule équation décrit la fonction de répartition du minerai à la sortie du broyeur autour du seuil 75 μ.

1.2.2 Comportement du cyclone

Comme auparavant on peut calculer $d_{50}$ à partir des dimensions du cyclone et du débit d'entrée. On introduit une variable "d" caractérisant l'écart relatif entre le seuil et $d_{50}$:

$$d = \frac{\text{SEUIL}}{d_{50}}$$

Si x représente la dimension d'une particule la courbe du coefficient de répartition est:

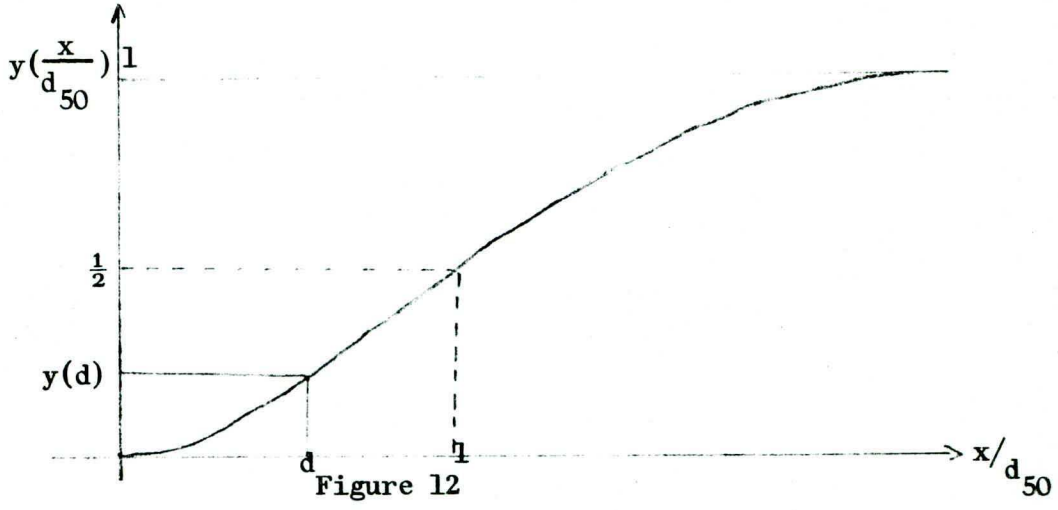



Figure 12

Plutôt que de définir des coefficients de séparation en prenant des valeurs discrètes comme précédemment, on va choisir deux coefficients moyens suivant les zones d'études:

$$y_1 = \bar{y} \text{ pour } 0 < \frac{x}{d_{50}} < d$$

$$y_2 = \bar{y} \text{ pour } d < \frac{x}{d_{50}} < +\infty$$

On obtiendra ainsi les deux coefficients de répartitions pour les deux dimensions discrètes considérées.

$$y_1 = \frac{1}{d}\int_0^d y(u)\,du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x}{d_{50}}$$

Pour $y_2$, il serait nécessaire d'intégrer de "d" à l'infini mais pratiquement dès que $\frac{x}{d_{50}}$ devient assez grand (>10d par exemple), y tend vers 1; la contribution dans le calcul de la moyenne de valeurs de "u" supérieures à cette limite est alors très faible et peut être négligé:

$$y_2 = \frac{1}{10d-d}\int_d^{10d} y(u)\,du$$

Evaluons l'expression de la primitive: $y(u)\,du$.

$$y(u) = \frac{e^{\alpha u} - 1}{e^{\alpha u} + e^{\alpha} - 2}$$

Posons $e^{\alpha u} = x$

$$e^{\alpha u}\,du = dx \rightarrow du = \frac{1}{\alpha x}\,dx$$

$$P = \int y(u)\,du = \int \frac{x-1}{x+b}\,\frac{1}{\alpha x}\,dx \text{ avec } b = e^{\alpha} - 2$$

$$P(x) = \frac{1}{\alpha}\int \frac{1}{x+b}\,dx - \frac{1}{\alpha}\int \frac{1}{(x+b)x}\,dx$$

Les tables d'intégration conduisent directement à:

$$P(x) = \frac{1}{\alpha}\,\text{Log}\,(b+x) + \frac{1}{b\alpha}\,\text{Log}\,\frac{b+x}{x} \qquad (31)$$

Le calcul de cette primitive pour $x = 0$, $e^{\alpha d}$, $e^{10\alpha d}$, conduit aux expressions de $y_1$ et $y_2$

$$y_1 = \frac{1}{d} \left[P(e^{\alpha d}) - P(o)\right] \tag{32}$$

$$y_2 = \frac{1}{10d-d} \left[P(e^{\alpha 10d}) - P(e^{\alpha d})\right] \tag{33}$$

Les coefficients de répartitions sont alors déterminés dès que l'on connaît le seuil choisi et la valeur de $d_{50}$.

Reprenant l'équation (20) avec les notations introduites il vient alors:

$$F_3 (1-x_3) = F_8 (1-x_8) \left[y_2 (1-H) + H\right] \tag{34}$$

$$F_3 x_3 = F_8 x_8 \left[y_1 (1-H) + H\right] \tag{35}$$

(34) + (35) →

$$F_3 = F_8 (1-x_8) \left[y_2 (1-H) + H\right] + F_8 x_8 \left[y_1 (1-H) + H\right] \tag{36}$$

$$x_3 = \frac{F_8 x_8}{F_3} \left[y_1 (1-H) + H\right] \tag{37}$$

Les débits et distributions au souverse sont déterminés par (36) et (37) à partir de la connaissance du flot d'entrée et de H calculé par (19). Au surverse par équation de conservation de matière on aura:

$$F_9 = F_8 - F_3 \tag{38}$$

$$x_9 = \frac{F_8 x_8 - F_3 x_3}{F_9} \tag{39}$$

Le comportement du cyclone se trouve caractérisé entièrement dans ce cadre simplifié.

1.3 Simulation du modèle réduit (voir Annexe 2)

1.3.1 Calcul des paramètres

On doit déterminer le coefficient de comminution k du broyeur: celui-ci sera calculé à partir du régime permanent désiré qui est donné par le tableau 4 (ce dernier est obtenu directement du tableau 3 en considérant la nouvelle discrétisation):

| # flot | 1 | 3 | 4 | 5 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pourcentage de minerai de dim $< 75\,\mu$ | 0.299 | 0.178 | 0.210 | 0.327 | 0.327 | 0.751 |

Tableau 4

Par résolution de l'équation du régime correspondant à (30):

$$\frac{F_4}{W}\,(x_4 - x_5) + k\,(1 - x_5) = 0 \qquad (40)$$

on obtient $k = 5.8865\ H^{-1}$

Tous les autres paramètres restent inchangées puisque leur valeur ne dépendaient que du minerai étudié ou de la classe de processus.

1.3.2 Résultats de la simulation

Ils sont donnés en Annexe 2, et on peut constater la concordance avec ceux qui ont été acquis précédemment. La dynamique se trouve inchangée puisque la convergence survient après 300 itérations encore.

Ce modèle dont l'ordre se trouve très réduit par rapport au précédent donne des résultats aussi valides et c'est celui qui sera utilisé pour effectuer la régulation du processus.

## 2. LINEARISATION DES EQUATIONS DU MODELE AUTOUR DU POINT DE FONCTIONNEMENT

### 2.1 Position du problème

#### 2.1.1 Définitions de l'état du système et Equations de contrainte

Si l'on ne tient pas compte dans un premier temps des délais de transport, on peut organiser les équations du processus en deux ensembles distincts:

i) Les équations différentielles ou équations d'états.

$$\frac{dx_5}{dt} = \frac{F_4}{W}\ (x_4 - x_5) + k\ (1 - x_5) \tag{41}$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{W}{\tau} + \frac{W^*}{\tau} \tag{42}$$

$$\frac{d\Phi_8}{dt} = \frac{\Phi_8 + 1}{V}\left[\frac{F_5}{d\rho_L \cdot 60} - \Phi_8\left(\frac{F_5}{d\rho_L \Phi_4 \cdot 60} + \ell\right)\right] \tag{43}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_5}{d\rho_L\ 60} + \frac{F_5}{d\rho_L \Phi_4\ 60} + \ell - Q_8 \tag{44}$$

Le système se compose de 4 états: $x_5$, $W$, $\Phi_8$ et $V$

ii) Les équations algébriques ou équations de contraintes.

$$W^* = a_o + a_1\ F_4^a\ D_{vs}\ \Phi_4^c \tag{45}$$

$$F_5 = F_4 - \frac{W}{\tau} + \frac{W^*}{\tau} \tag{46}$$

$$P = \left[\frac{Q_8}{k_1 VF(1-S_8)^{0.125}}\right]^2 \tag{47}$$

$$WOF = k_2 + 1.1 \frac{F_8}{d\Phi_8} - 10\ s \tag{48}$$

$$H = (F_8 - WOF\ d\Phi_8) / F_8 \tag{49}$$

$$d_{50} = \exp\left[k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52}\right] \tag{50}$$

$$Y = \frac{1}{\alpha}\left\{ \text{Log}\left(b + e^{\frac{\alpha\ seuil}{d_{50}}}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right) - \frac{1}{b}\ \frac{\alpha\ seuil}{d_{50}} \right\} \tag{51}$$

$$F_3 = F_8 x_8 \left[\frac{(Y-Y_1)(1-H)d_{50}}{seuil}\right] + F_8 (1-x_8) \left[\frac{(Y_2-Y)(1-H)}{CTE - \frac{seuil}{d_{50}}}\right] + F_8 H \tag{52}$$

$$x_3 = \frac{F_8 x_8}{F_3} \left[\frac{(Y-Y_1)(1-H)d_{50}}{seuil} + H\right] \tag{53}$$

$$F_4 = F_1 + F_3 \tag{54}$$

$$x_4 = \frac{F_1 x_1 + F_3 x_3}{F_4} \tag{55}$$

$$S_4 = \frac{F_3 + F_1}{F_3 + F_1 + w + H\ \frac{F_8}{d\Phi_8}} \tag{56}$$

$$\Phi_4 = \frac{1}{d}\ \frac{S_4}{1 - S_4} \tag{57}$$

$$S_8 = \frac{d\Phi_8}{1 + d\Phi_8} \tag{58}$$

$$F_8 = \frac{60\ Q_8\ d\rho_L\ S_8}{S_8 + (1-S_8)d} \tag{59}$$

$$x_8 = x_5 \tag{60}$$

$$x_9 = \frac{F_8 x_8 - F_3 x_3}{F_8 - F_3} \tag{61}$$

La résolution de ces 17 équations jointes aux équations d'état conduit à la solution du système global. On peut remarquer que chacune des équations ci-dessus exprime la relation fonctionnelle entre une variable et les autres. On pourra du point de vue conceptuel, assimiler ces 17 équations comme équations de sortie du système de 4 équations d'états précédent.

2.1.2 Principe de la linéarisation

Sous la forme compacte de la notation vectorielle, si on convient de définir:

$\underline{x}$ : vecteur d'état

$\underline{u}$ : vecteur des commandes

$\underline{y}$ : vecteur des sorties

Remarque: Le vecteur $\underline{y}$ est appelé vecteur de sortie par analogie avec la théorie générale des systèmes. Néanmoins, physiquement chaque composante de ce vecteur n'est pas mesurée sur le processus; c'est plutôt une variable instantanée du circuit de broyage.

On peut alors représenter le système étudié ainsi:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = f(\underline{x},\underline{u},\underline{y}) \qquad (62)$$

$$\underline{y} = g(\underline{x},\underline{u},\underline{y}) \qquad (63)$$

La solution stationnaire de ce système est $(x_o, y_o, u_o)$ donnée à partir de (62a) et (63a) et obtenue par intégration au cours de la simulation (Annexe 2)

$$u \text{ connu} \begin{cases} o = f(x,u,y) & (62a) \\ y = g(x,u,y) & (63a) \end{cases}$$

On s'intéresse à présent aux variations $(\delta u, \delta y, \delta x)$ autour de ces valeurs $(\underline{x}_o, \underline{y}_o, \underline{u}_o)$ de régime pour faire de la régulation. Les équations

régissant le comportement de ces variations sont obtenues directement à partir (62) et (63) en considérant les développements au premier ordre de f et g:

$$\frac{d}{dt}(\underline{x}_o + \delta x) = f(\underline{x}_o, \underline{u}_o, \underline{y}_o) + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_o \delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\Big|_o \delta u + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_o \delta y$$

Soit avec (62)

$$\frac{d}{dt}\delta x = \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_o \delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\Big|_o \delta u + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_o \delta y \qquad (64)$$

$$\underline{y}_o + \delta y = g(\underline{x}_o, \underline{u}_o, \underline{y}_o) + \frac{\partial g}{\partial x}\Big|_o \delta x + \frac{\partial g}{\partial u}\Big|_o \delta u + \frac{\partial g}{\partial y}\Big|_o \delta y$$

Soit avec (63)

$$\delta y = \frac{\partial g}{\partial x}\Big|_o \delta x + \frac{\partial g}{\partial u}\Big|_o \delta u + \frac{\partial g}{\partial y}\Big|_o \delta y \qquad (65)$$

Les équations (64) et (65) représentent respectivement les équations d'état et des sorties du système linéarisé autour du point de fonctionnement noté par l'indice "o".

## 2.2 Expression des équations linéarisées

Suivant la technique exposée, la linéarisation des équations (41) à (61) conduit au nouveau système linéaire:

i) Equations d'états

$$\frac{d\delta x_5}{dt} = \frac{x_{40}-x_{50}}{W_o}\,\delta F_4 - \frac{F_{40}}{W_o^2}(x_{40}-x_{50})\,\delta W - \left(\frac{F_{40}}{W_o}+k\right)\delta x_5 + \frac{F_{40}}{W_o}\,\delta x_4 \qquad (66)$$

$$\frac{d\delta W}{dt} = -\frac{\delta W}{\tau} + \frac{\delta W^*}{\tau} \qquad (67)$$

$$\frac{d\delta\Phi_8}{dt} = -\left(\frac{\Phi_{80}+1}{V_o}\right)\left(\frac{F_{50}}{d\rho_L\Phi_{40}60} + \ell_o\right)\delta\Phi_8 + \left(\frac{\Phi_{80}+1}{V_o}\right)\left(\frac{1}{d\rho_L 60} - \frac{\Phi_{80}+1}{d\rho_L\Phi_{40}60}\right)\delta F_{5R}$$

$$+\left(\frac{\Phi_{80}+1}{V_o}\right)\frac{\Phi_{80}F_{50}}{d\rho_L\Phi_{40}^2 60}\delta\Phi_{4R} - \left(\frac{\Phi_{80}+1}{V_o}\right)\Phi_{80}\,\delta\ell \qquad (68)$$

$$\frac{d\delta V}{dt} = \left(\frac{1}{d\rho_L 60} + \frac{1}{d\rho_L\Phi_{40}60}\right)\delta F_{5R} - \frac{F_{50}}{d\rho_L\Phi_{40}^2 60}\delta\Phi_{4R} + \delta\ell - \delta Q_8 \qquad (69)$$

ii) Equations des sorties

$$\delta S_8 = \frac{d}{(1+d\Phi_{80})^2}\delta\Phi_8 \qquad (70)$$

$$\delta F_8 = \frac{F_{80}}{Q_{80}}\delta Q_8 + 60\,\frac{Q_{80}d^2\delta_L}{[S_{80}+(1-S_{80})d]}\delta S_8 \qquad (71)$$

$$\delta x_9 = F_{30}\,\frac{(x_{30}-x_{80})}{(F_{80}-F_{30})^2}\delta F_8 + \frac{F_{80}}{F_{80}-F_{30}}\delta x_8 + \frac{F_{80}(x_{80}-x_{30})}{(F_{80}-F_{30})^2}\delta F_3$$

$$-\frac{F_{80}}{(F_{80}-F_{30})}\delta x_3 \qquad (72)$$

$$\delta P = \frac{2P_o}{Q_{80}}\delta Q_8 + \frac{0.25\,Q_{80}^2}{k_1^2\,VF^2(1-S_{80})^{1.25}}\delta S_8 \qquad (73)$$

$$\delta F_3 = \frac{F_{30}}{F_{80}}\delta F_8 + \left\{F_{80}\,\frac{(Y_0-Y_1)(1-H_0)}{\text{seuil}}\,d_{500} - F_{80}\,\frac{(Y_2-Y_0)(1-H_0)}{CTE - \frac{\text{seuil}}{d_{500}}}\right\}\delta x_8$$

$$+\left\{\frac{F_{80}x_{80}}{\text{seuil}}(1-H_0)d_{500} - \frac{F_{80}(1-x_{80})(1-H_0)}{CTE - \frac{\text{seuil}}{d_{50}}}\right\}\delta Y$$

$$+\left\{\frac{F_{80}x_{80}}{\text{seuil}}(Y_0-Y_1)(1-H_0) - F_{80}\,\frac{(1-x_{80})(Y_2-Y_0)(1-H_0)}{(CTE - \frac{\text{seuil}}{d_{500}})^2}\times\frac{\text{seuil}}{(d_{500})^2}\right\}\delta d_{50}$$

$$+\left\{-F_{80}x_{80}\frac{(Y_0-Y_1)}{seuil}d_{500}-F_{80}(1-x_{80})\frac{(Y_2-Y_0)}{CTE-\frac{seuil}{d_{500}}}+F_{80}\right\}\delta H \qquad (74)$$

$$\delta F_4 = \delta F_1 + \delta F_3 \qquad (75)$$

$$\delta F_5 = \delta F_4 - \frac{\delta W}{\tau} + \frac{\delta W^*}{\tau} \qquad (76)$$

$$\delta S_4 = \frac{w_0+H_0F_{80}/d\Phi_{80}}{(F_{30}+F_{10}+w_0+H_0F_{80}/d\Phi_{80})^2}\delta F_3 + \frac{w_0+H_0F_{80}/d\Phi_{80}}{D^2}\delta F_1 - \frac{F_{30}+F_{10}}{D^2}\delta W$$

$$-\frac{F_{80}(F_{30}+F_{10})}{d\Phi_{80}D^2}\delta H - \frac{H_0}{d\Phi_{80}}\frac{(F_{30}+F_{10})}{D^2}\delta F_8 + \frac{H_0F_{80}}{d\Phi_{80}^2}\frac{(F_{30}+F_{10})}{D^2}\delta\Phi_8 \qquad (77)$$

$$\delta\Phi_4 = \frac{1}{d}\frac{1}{(1-S_{40})^2}\delta S_4 \qquad (78)$$

$$\delta x_3 = \frac{x_{30}}{F_{80}}\delta F_8 + \frac{x_{30}}{x_{80}}\delta x_8 - \frac{x_{30}}{F_{30}}\delta F_3 + \frac{F_{80}x_{80}d_{500}(1-H_0)}{F_{30}\,seuil}\delta Y$$

$$+\frac{F_{80}x_{80}}{F_{30}}\frac{(Y_0-Y_1)(1-H_0)}{seuil}\delta d_{50} + \frac{F_{80}x_{80}}{F_{30}}\left\{-\frac{(Y_0-Y_1)}{seuil}d_{500}+1\right\}\delta H \qquad (79)$$

$$\delta x_4 = \frac{x_1}{F_{40}}\delta F_1 + \frac{x_{30}}{F_{40}}\delta F_3 + \frac{F_{30}}{F_{40}}\delta x_3 - \frac{x_{40}}{F_{40}}\delta F_4 \qquad (80)$$

$$\delta x_8 = \delta x_{5R} \qquad (81)$$

$$\delta d_{50} = \frac{d_{500}}{1078}\delta P - \frac{d_{500}}{52}\delta WOF \qquad (82)$$

$$\delta H = \frac{WOF_0}{(F_{80})^2}d\Phi_{80}\,\delta F_8 - \frac{WOF_0 d}{F_{80}}\delta\Phi_8 - \frac{d\Phi_{80}}{F_{80}}\delta WOF \qquad (83)$$

$$\delta W^* = a_1 a\, F_{40}^{a-1}\, D_{vs}\, \Phi_{40}^{c}\,\delta F_4 + a_1 c\, F_{40}^{a}\, D_{vs}\, \Phi_{40}^{c-1} \qquad (84)$$

$$\delta Y = \frac{1}{\alpha} \frac{-\frac{\alpha seuil}{d_{500}^2} \exp\left(\frac{\alpha seuil}{d_{500}}\right)}{b + e^{\frac{\alpha seuil}{d_{500}}}} \left(1+\frac{1}{b}\right) + \frac{1}{b} \frac{\alpha seuil}{d_{500}^2} \delta d_{50} \qquad (85)$$

$$\delta WOF = \frac{1.1}{d\Phi_{80}} \delta F_8 - \frac{1.1\, F_{80}}{d\,\Phi_{80}^2} \delta \Phi_8 \qquad (86)$$

Dans les équations (66) à (68):

- le symbole '$\delta$' signifie que l'on considère la variation de la variable correspondante.
- l'indice 'o' signifie que l'on prend la valeur nominale de de la variable

La résolution de ces équations donnerait pour solution les valeurs des variations autour du point de régime en chaque instant "t" pour chaque variable du système.

2.3 Influence des retards de propagation

Compte tenu de la complexité du système linéarisé et du fait que les éléments de retard introduisent la définition de variables supplémentaires pour le système, on va ici faire des simplifications justifiées.

i) Le délai d'approvisionnement est supposé être éliminé en conservant une ouverture de la trémie constante et en faisant varier $F_1$ par modification de la vitesse de défilement du tapis roulant.

ii) Le délai de propagation dans la conduite entre réservoir et cyclone est négligé devant celui du broyeur.

Pour faire intervenir le retard dans le broyeur, on voit sur la Figure 9 que l'on doit définir 3 nouvelles variables: $\delta F_{5R}$, $\delta x_{5R}$ et $\delta \Phi_{4R}$ avec les équations suivantes:

$$\delta F_{5R}(t) = \delta F_5(t - \Delta) \tag{87}$$

$$\delta \Phi_{5R}(t) = \delta \Phi_5(t - \Delta) \tag{88}$$

$$\delta x_{5R}(t) = \delta x_5(t - \Delta) \tag{89}$$

où $\Delta$ est le retard dans le broyeur. Ces trois équations s'ajoutent aux équations de sorties du système linéarisé.

En outre, les variables d'entrée du réservoir sont les variables de sortie du broyeur soit après le délai: en conséquence, dans les équations (68), (69) et (81) les variables $\delta F_5$, $\delta \Phi_5$, $\delta x_5$ doivent être remplacées respectivement par $\delta F_{5R}$, $\delta \Phi_{5R}$, $\delta x_{5R}$.

Le modèle linéarisé est alors un système de 4 états, 4 commandes et 17 sorties et 3 variables retardées.

## 3. MODIFICATION DU MODELE LINEARISE EN VUE DE LA REGULATION

### 3.1 Restructuration du modèle

#### 3.1.1 Définitions de variables vectorielles

Pour l'élaboration du vecteur de sortie $\delta y$, il est préférable de faire figurer sur les premières lignes les variables qui sont mesurables physiquement, c'est pourquoi on a posé:

$\delta S_8$ → mesurable (densité)

$\delta F_8$ → avec un débit mètre

$\delta x_9$ → Analyseur de taille de particule

$\delta P$ → Mesure de pression

} Toutes ces mesures sont faites sur les circuits de broyage

$$\underline{\delta y} = \begin{bmatrix} \delta F_3 \\ \delta F_4 \\ \delta F_5 \\ \delta S_4 \\ \delta \Phi_4 \\ \delta x_3 \\ \delta x_4 \\ \delta x_8 \\ \delta d_{50} \\ \delta WOF \\ \delta H \\ \delta W^* \\ \delta Y \end{bmatrix}$$

Ces variables sont mesurables ou calculables à partir d'autres mesures mais cela nécessite un grand nombre d'appareils de mesures (ne sont pas mesurés sur les circuits réels)

Non mesurables

On définit les vecteurs d'états et de commande:

$$\underline{\delta x} = \begin{bmatrix} \delta x_5 \\ \delta W \\ \delta \Phi_8 \\ \delta V \end{bmatrix} \qquad \text{et} \qquad \underline{\delta u} = \begin{bmatrix} \delta F_1 \\ \delta w \\ \delta \ell \\ \delta Q_8 \end{bmatrix}$$

Les variables retardées sont placées dans un vecteur distinct figurant comme un pseudo vecteur commande.effectuant un bouclage partiel sur le système.

$$\delta v = \begin{bmatrix} \delta F_{5R} \\ \delta \Phi_{4R} \\ \delta x_{5R} \end{bmatrix}$$

Les équations linéarisées deviennent sous forme compacte:

$$\frac{d\,\delta x}{dt} = A\ \underline{\delta x} + B\ \underline{\delta u} + C\ \underline{\delta y} + P\ \underline{\delta v} \qquad (90)$$

$$\underline{\delta y} = D\ \underline{\delta y} + E\ \underline{\delta x} + F\ \underline{\delta u} + Q\ \underline{\delta v} \qquad (91)$$

Le système doit être complété par les équations de retard déjà indiquées (87), (88) et (89). A,B,C,D,E,F,P,Q sont des matrices constantes connues au point de fonctionnement.

3.1.2 Mise sous la forme habituelle

Si l'on élimine la variable $\underline{\delta y}$ dans (90) à l'aide de (91):

$$(I-D)\ \underline{\delta y} = E\ \underline{\delta x} + F\ \underline{\delta u} + Q\ \underline{\delta v}$$

$$\underline{\delta y} = E(I-D)^{-1}\ \underline{\delta x} + F(I-D)^{-1}\ \underline{\delta u} + Q(I-D)^{-1}\ \underline{\delta v} \qquad (92)$$

$$\frac{d\,\underline{\delta x}}{dt} = [A+CE(I-D)^{-1}]\underline{\delta x} + [B+CF(I-D)^{-1}]\underline{\delta u} + [P+Q(I-D)^{-1}]\underline{\delta v} \qquad (93)$$

où I est une matrice unitaire de dimension (17 . 17)

Le système est alors sous la forme générale des équations d'état:

$$\frac{d\,\delta x}{dt} = AA\ \underline{\delta x} + BB\underline{\delta u} + CC\underline{\delta v} \qquad (94)$$

$$\underline{\delta y} = EE\underline{\delta x} + FF\underline{\delta u} + GG\underline{\delta v} \qquad (95)$$

Le vecteur $\underline{\delta v}(t)$ se détermine facilement dès que l'on connaît $\underline{\delta x}(t-\Delta)$ et $\underline{\delta y}(t-\Delta)$.

3.2 Simulation du modèle linéarisé

Les différentes matrices AA, BB, CC, EE, FF, GG ont été calculées à partir de la connaissance des valeurs des variables au régime permanent étudié. Il est à remarquer que la dynamique du nouveau système linéaire est identique à celle du modèle réduit étudié précedemment. Afin de tester la validité de ce modèle linéaire il a été appliqué au système une variation de 10% au contrôle débit d'approvisionnement par rapport à la valeur nominale, l'état et les sorties étant non perturbées initialement. Le pseudo-contrôle $\underline{\delta v}$ est calculé en donnant les valeurs des variables retardées d'un temps $\Delta$ avant t. Tous les résultats de cette simulation sont donnés en Annexe 3; Nous notons que pour la perturbation autour du point de fonctionnement considéré, le nouvel état d'équilibre atteint, coïncide relativement avec celui qui était prévu en Annexe 2 (15% d'erreur) par simulation du modèle réduit.

Le problème complexe de la régulation autour d'un point de fonctionnement pourra alors être résolu avec les approches classiques considérant la difficulté supplémentaire du délai imposé au système.

## CONCLUSION

Le modèle complet proposé donne des résultats en accord avec la pratique. L'intérêt de ce modèle réside dans:

- La simulation détaillée du processus.
- La construction d'un modèle réduit.
- L'utilisation comme modèle référence pour tester la régulation.

Avec la modélisation réduite, la régulation du processus complexe par ordinateur semble possible à partir de mesures faites en temps réel sur le circuit de broyage. Le nombre nécessaire de ces mesures peut-être déterminé en testant l'observabilité du système de même que l'on doit s'assurer de sa contrôlabilité pour la construction du régulateur numérique. Celle-ci pourra se faire en utilisant les résultats de la théorie des systèmes multi-entrée multi-sortie après avoir discrétisé le modèle présenté.

La conception des modèles a été aussi générale que possible et la détermination des paramètres caractéristiques expérimentalement suffit pour appliquer les résultats à un processus de broyage de classe différente. Pour le modèle linéarisé il est en outre nécessaire de choisir empiriquement un point de fonctionnement puisque le domaine de validité des modèles proposés est trop restreint pour envisager une optimisation dynamique du processus. Dans cette optique, il serait envisageable -

d'employer une autre procédure de calcul des paramètres de façon à ce que le modèle reste valide sur tout l'espace de variation: ceci peut être obtenu, soit en analysant les résultats expérimentaux pour divers régimes permettant d'identifier des relations fonctionnelles entre les paramètres et l'état, soit en utilisant les résultats de la théorie des systèmes auto adaptatifs.

La régulation du processus complexe de broyage est donc envisageable à partir de l'implantation sur calculateur numérique d'un algorithme déterminant la commande en temps réel. L'optimisation n'est possible que si l'on trouve un modèle valide sur tout l'espace.

## REFERENCES

[1] E.J. Freeh, W.E. Horst, W.L. Adams: "Use of inventory stabilization to improve control of grate discharge mills".

[2] W.E. Horst: "Mathematical description of a comminution process" Ph.D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, 1967.

[3] A.J. Lynch and T.C. Rao: "The operating caracteristics of hydro-cyclone classifiers".

[4] W.E. Horst, E.J. Freeh: "Mathematical Modeling of a Continuous Communition Process", Transaction SME/AIME, Vol. 252, 1972, p. 160-167.

[5] R.E.J. Putman: "Comparative Computer Study of Ball Mill Control System dynamics and optimization".

[6] A.M. Gaudin & T.P. Meloy: "Model of a comminution distribution equation for repeated fracture", Transaction SME, March 1962, p. 43-50.

[7] M. Vidyassagar: "Modeling and control of the cement grinding mill", Journées de l'Optimisation 1974 (McGill University, Montréal, 25-26 Avril 1974).

```
$JOB            GUY
C*****************************************************************************
C**********NOTATIONS UTILISEES DANS LES PROGRAMMES*********************** **
C*****************************************************************************
C**REMARQUE "J" REPERE LE NUMERO DE LA LIGNE SUR LA FIGURE 9 DU RAPPORT
C
C********VARIABLES DU SYSTEME ET LEURS DIMENSIONS
C
C*  NOM DE LA VARIABLE  *   DEFINITION DE LA VARIABLE      *  UNITES UTILISEES
C
C*F-J                   *DEBIT MASSIQUE SOLIDE LIGNE J     *TONNES/HEURE
C*W-J                   *DEBIT MASSIQUE LIQUIDE LIGNE J    *TONNES/HEURE
C*X-J(I)               *POURCENTAGE DIMENSION I LIGNE J   **%
C*VOL                  *VOLUME DU RESERVOIR               *GALLONS US
C*PHI-J                *RAPPORT DEBITS SOLIDE/LIQUIDE(VOL.*SANS DIMENSION
C*S-J                  *RAPPORT MASSE SOL./MASSE TOTALE   *%
C*Q-J                  *DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL LIGNE J  *GALLONS US/MN
C*QL                   *DEBIT EAU DE DILUTION RESERVOIR   *GALLONS US/MN
C*WA                   *DEBIT EAU DE DILUTION DU BROYEUR  *TONNES/HEURE
C*WT                   *INVENTAIRE INSTANTANE DU BROYEUR  *TONNES
C*W                    *INVENTAIRE EN REGIME DU BROYEUR   *TONNES
C*X(I)                 *DIMENSIONS DISCRETES DU MINERAI   *MICRONS
C*P                    *DIFFERENTIELLE DE PRESSION        *LIVRE/(POUCES)**2
C*D50                  *DIMENSION DE COMPARAISON (CYCLONE)*MICRONS
C*QS-J                 *DEBIT VOL. SOLIDE LIGNE J         *GALLONS US
C*QL-J                 *DEBIT VOL. LIQUIDE LIGNE J        *GALLONS US
C*WF                   *DEBIT EAU APPROVISIONNEMENT CYCLONE*TONNES/HEURE
C*WOF                  DEBIT EAU AU SURVERSE DU CYCLONE   *TONNES/HEURE
C*HH                   *FACTEUR DE REPARTITION EAU (CYCL.)*SANS DIMENSION
C*YC(I)                *COEFF. REPARTITION MINERAI DIM. I *
C*WU(I)                 *PORTION MASSIQUE DIM I AU SOUVERSE*TONNES/HEURE
C
C**************PARAMETRES DU SYSTEME ET LEURS DIMENSIONS
C
C*NOM DU PARAMETRE *DEFINITION DU PARAMETRE                *UNITE
C*
C*BK(I)            *COEFFICIENT DE BROYAGE DIMENSION I     *1/HEURE
C*H                 *PAS D'INTEGRATION                      *HEURE
C*TAU               *CONSTANTE DE TEMPS INVENTAIRE BROYEUR  *HEURE
C*K1,K2,K3,AL      *PARAMETRES CARACTERISTIQUES CYCLONE    *
C*A0,A1,A,DVS,C     *PARAMETRES CARACTERISTIQUES DU BROYEUR *
C*D                 *DENSITE DU MINERAI                     *
C*ROL               *MASSE SPECIFIQUE DE L'EAU              *TONNES/GALLON US
C*ROS               *MASSE SPECIFIQUE DU MINERAI            *TONNES/GALLON US
C*VF                *OUVERTURE DU DIAPHRAGME DU CYCLONE     *POUCES
C*S                 *OUVERTURE DE L'ORIFICE DE POINTE CYCLON*POUCES
C
C
C
C
```





ÉCOLE POLYTECHNIQUE

```
0043            IF(N.NE.100) GO TO 20
              C** ECRITURE DES RESULTATS TOUTES LES 100 ITERATIONS
0044            WRITE(6,21) IT
0045         21 FORMAT(20X,80(1H*),/,10X,'N=',I3,5X,'X4(I)=',5X,'X5(I)=',5X,'X8(I)
               1=',5X,'X9(I)=',5X,'X3(I)=')
0046            WRITE(6,22) (X4(I),X5(I),X8R(I),X9(I),X3(I),I=2,8)
0047         22 FORMAT(7(26X,F5.3,7X,F5.3,7X,F5.3,7X,F5.3,7X,F5.3,/))
0048            WRITE(6,100) IT
0049        100 FORMAT(10X,'IT=  ',I3,/,4X,'NO-1',10X,'NO-2',10X,'NO-3',10X,'NO-4',
               1,10X,'NO-5',10X,'NO-6',10X,'NO-7',10X,'NO-8',10X,'NO-9')
0050            WRITE(6,101) F1,F3,F4,F5,F8,F9
0051        101 FORMAT(1X,'SOL',F10.5,18X,F10.5,4X,F10.5,4X,F10.5,28X,F10.5,4X,F10.
               1.5)
0052            WRITE(6,102) WA,QL
0053        102 FORMAT(1X,'LIQ',11X,F10.5,58X,F10.5)
0054            WRITE(6,104) S3,S4,S8
0055        104 FORMAT(1X,'DEN',28X,F10.5,4X,F10.5,41X,F10.5)
0056            WRITE(6,106) WOF,PHI8,PHI4
0057        106 FORMAT(10X,'WOF=',F10.5,10X,'PHI8= ',F10.5,10X,'PHI4=',F10.5)
0058            WRITE(6,105) VOL,P,D50,WT,W
0059        105 FORMAT(5X,'VOL=',F10.5,5X,'P=',F10.5,5X,'D50=',F10.5,5X,'WT=',F13.
               15,5X,'W=',F13.5)
0060            N=1
0061         20 IF(IT.EQ.325) GO TO 30
0062            IT=IT+1
0063            GO TO 11
              C** CALCUL ET ECRITURE DE LA VALEUR DU CRITERE CHOISI
0064         30 PS=F9*(X9(7)+X9(8))
0065            WRITE(6,70) ITER,PS
0066         70 FORMAT(10X,'ITER= ',I3,10X,'CRITERE= ',F10.5,//)
0067         50 CONTINUE
0068         60 STOP
0069            END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 ENTREE DATE = 74169 11/42/21 PAGE 0001

```
0001            SUBROUTINE ENTREE(X3,S3,F3,X1,F1,WA,F4,PHI4,X4)
              C  ORGANE DE COUPLAGE  ADDITION MINERAI NOUVEAU ET RETOUR DU CYCLONE
0002            DIMENSION X3(8),X4(8),X1(8)
0003            F4=F3+F1
0004            IF(F4.EQ.0.) GO TO 4
              C** ECRITURE D'EQUATIONS DE CONSERVATION DE MATIERE ET D'EQUATION DE DENSITE
              C                    EXPRIMANT LE REGROUPEMENT DES 2 FLOTS NOTES CI-DESSUS
              C              NOTE-WA=DEBIT D'EAU DE DILUTION DU BROYEUR
              C                   W3=DEBIT D'EAU DU SOUVERSE DU CYCLONE
0005            DO 1 I=2,8
0006         1  X4(I)=(F3*X3(I)+F1*X1(I))/F4
0007            IF(S3.EQ.0.) GO TO 2
0008            W3=F3*(1.-S3)/S3
0009            S4=(F3+F1)/(F3+F1+WA+W3)
0010            GO TO 3
0011         2  S4=F1/(F1+WA)
0012         3  CALL CNVSPH(S4,PHI4)
0013            GO TO 10
              C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0014         4  PHI4=0.
0015            DO 5 I=2,8
0016         5  X4(I)=0.
0017        10  RETURN
0018            END
```

```
0001            SUBROUTINE DELAIB(KB,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
              C** SIMULATION DU RETARD DE PROPAGATION DANS LE BROYEUR
0002            DIMENSION TF5(15),X5(8),X5R(8),TX5(8,15),TPHI5(15)
0003            IF(IT.GT.KB) GO TO 1
              C** MISE A ZERO DES VARIABLES DE SORTIE SI LE TEMPS EST INFERIEUR AU RETARD
              C       ET
              C      MISE EN MEMOIRE DES VARIABLES
              C   NB-LES MEMOIRES ONT UN NOM COMMENCANT PAR T
0004            F5R=0.
0005            PHI5R=0.
0006            DO 2 I=2,8
0007         2  X5R(I)=0.
0008            TF5(IT)=F5
0009            TPHI5(IT)=PHI5
0010            DO 3 I=2,8
0011         3  TX5(I,IT)=X5(I)
0012            GO TO 4
0013         1  N=IT/KB
              C** LECTURE DES MEMOIRES ET SORTIE DES VARIABLES RETARDEES
              C     NB-LES VARIABLES RETARDEES ONT UN NOM FINISSANT PAR R
0014            J=IT-N*KB+1
0015            F5R=TF5(J)
0016            PHI5R=TPHI5(J)
0017            DO 5 I=2,8
0018         5  X5R(I)=TX5(I,J)
              C** MISE EN MEMOIRE DES NOUVELLES VALEURS (EN MEME TEMPS)
0019            TF5(J)=F5
0020            TPHI5(J)=PHI5
0021            DO 6 I=2,8
0022         6  TX5(I,J)=X5(I)
0023         4  RETURN
0024            END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          BROYEU          DATE = 74169      11/42/21      PAGE 0001

0001            SUBROUTINE  BROYEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
              C MODELE DU BROYEUR   RESOLUTION EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET ALGEBRIQUES
0002            DIMENSION BK(8),X4(8),X5(8)
0003            DATA AC,A,C,A1,DVS,TAU/2.,0.59,5.43,0.0023,81.7,0.05/
0004            IF(F4.EQ.0.) GO TO 2
              C**CALCUL DE L'INVENTAIRE ET DU DEBIT DE SORTIE
0005            W=AC+(A1*F4**A)*DVS*(PHI4**C)
0006            WT=WT+H*(W-WT)/TAU
0007            F5=F4+(WT-W)/TAU
              C**RESOLUTION ITERATIVE DES 7EQUATIONS DE REPARTITON GRANULOMETRIQUE
0008            DO 1 I=2,8
0009         1  X5(I)=X5(I)+H*(F4/W)*(X4(I)-X5(I))+H*(BK(I-1)*X5(I-1)-BK(I)*X5(I))
0010            PHI5=PHI4
0011            GO TO 10
              C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0012         2  F5=0.
0013            PHI5=0.
0014            DO 3 I=2,8
0015         3  X5(I)=0.
0016            W=0.
0017            WT=0.
0018        10  RETURN
0019            END
```

```
FOR    IV    EVE    1              RV          DAT   741(        1/4          AGE    1

0001              SUBROUTINE RESERV(F5,PHI5,X5,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
                C MODELE DU RESERVOIR  RESOLUTION DES EQUATIONS
0002              DIMENSION X5(8),X8(8)
0003              IF(F5.EQ.0.) GO TO 2
0004              CALL CNVPHS(S5,PHI5)
0005              CALL FQSOL(F5,QS5,QL5,S5)
                C** EQUATIONS ITERATIVES DE DENSITE ET DE VOLUME
0006              PHI8=PHI8+H*(PHI8+1.)*(QS5-PHI8*(QL5+QL))/VOL
0007              VOL=VOL+H*(QS5+QL5+QL-Q8)
                C*** CALCUL D'AUTRES GRANDEURS DE SORTIE
0008              CALLCNVPHS(S8,PHI8)
0009              CALL CNVQF(Q8,F8,S8)
0010              DO 1 I=2,8
0011           1  X8(I)=X5(I)
0012              GO TO 10
                C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0013           2  F8=0.
0014              S8=0.
0015              DO 3 I=2,8
0016           3  X8(I)=0.
0017          10  RETURN
0018              END
FORTRAN IV G LEVEL  21              RETARD          DATE = 74169        11/42/21        PAGE 0001

0001              SUBROUTINE RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,KK,X8R,F8R,Q8R,S8R)
                C  SIMULATION RETARD DES VARIABLES EGAL A KK*H
                C**LES COMMENTAIRES SONT IDENTIQUES A CEUX DE DELAIB
0002              DIMENSION X8(8),X8R(8),TF8(5),TS8(5),TQ8(5),TX8(8,5)
0003              DELAI=KK*H
0004              TEMPS=IT*H
0005              IF(TEMPS.GT.DELAI) GO TO 1
0006              S8R=0.
0007              DO 2 I=2,8
0008           2  X8R(I)=0.
0009              TF8(IT)=F8
0010              F8R=0.
0011              Q8R=0.
0012              TQ8(IT)=Q8
0013              TS8(IT)=S8
0014              DO 3 I=2,8
0015           3  TX8(I,IT)=X8(I)
0016              GO TO4
0017           1  N=IT/KK
0018              J=IT-N*KK
0019              IF(J.NE.0) GO TO 8
0020              J=J+1
0021           8  F8R=TF8(J)
0022              Q8R=TQ8(J)
0023              S8R=TS8(J)
0024              DO 5 I=2,8
0025           5  X8R(I)=TX8(I,J)
0026              TF8(J)=F8
0027              TQ8(J)=Q8
0028              TS8(J)=S8
0029              DO 6 I=2,8
0030           6  TX8(I,J)=X8(I)
0031           4  RETURN
0032              END
```

```
FOR     IV     EVEL                    ON              ATE    416          1/4.                GE

0001                SUBROUTINE CYCLON(X8,F8,Q8,S8,X,F3,S3,X3,F9,S9,X9,WOF,D50,P)
              C   MODELE DU CYCLONE   RESOLUTIONDES EQUATIONS ALGEBRIQUES
0002                DIMENSION X8(8),X(8),X3(8),X9(8),D(8),YC(8),W(8),WU(8)
0003                REAL K1,K2,K3
0004                DATA K1,K2,K3,AL,VF,S/66.5,-93.0,4.98,1.80,6.,3.625/
0005                IF(F8.EQ.0.) GO TO 3
0006                F3=0.
              C** CALCUL DE LA DIFFERENTIELLE DE PRESSION P,DE LA REPARTITION DE L'EAU HH ET
              C                                                              DU D50
0007                P=(Q8/(K1*VF*((1.-S8)**0.125)))**2.
0008                WF=F8/S8-F8
0009                WOF=K2+1.1*WF-10.*S
0010                HH=(WF-WOF)/WF
0011                D50=EXP(K3+(VF/2.6)-(S/3.5)+(P/10.7)-(WOF/52.))
0012                DO 1 I=2,8
0013                D(I)=X(I)/D50
              C** CALCUL DU COEFFICIENT DE REPARTITION DU MINERAI YC(I) ET DE LA REPARTITION
              C                                    MASSIQUE SOLIDE AU SOUVERSE WU(I)
0014                YC(I)=(EXP(AL*D(I))-1.)/(EXP(AL*D(I))+EXP(AL)-2.)
0015                W(I)=F8*X8(I)
0016                WU(I)=W(I)*((YC(I)*(1.-HH))+HH)
0017           1    F3=F3+WU(I)
              C** EQUATIONS DE CONSERVATION DE MATIERE POUR TROUVER LES AUTRES VARIABLES
0018                F9=F8-F3
0019                DO 2 I=2,8
0020                X3(I)=WU(I)/F3
0021           2    X9(I)=(X8(I)*F8-X3(I)*F3)/F9
0022                S9=F9/(F9+WOF)
0023                S3=F3/(F3+WF-WOF)
0024                GO TO 5
              C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0025           3    F3=0.
0026                DO 4 I=2,8
0027           4    X3(I)=0.
0028                S3=0.
0029           5    RETURN
0030                END


FORTRAN IV G LEVEL  21                 DELAIF          DATE = 74169          11/42/21          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE DELAIF(KF,F1,F1R,IT,H)
              C*** SI MULATION DU DELAI D'APPROVISONNEMENT
              C**LES COMMENTAIRES SONT IDENTIQUES A CEUX DE DELAIB
0002                DIMENSION TF1(8)
0003                IF(IT.GT.KF) GO TO 1
0004                F1R=0.
0005                TF1(IT)=F1
0006                GO TO 2
0007           1    N=IT/KF
0008                J=IT-N*KF+1
0009                F1R=TF1(J)
0010                TF1(J)=F1
0011           2    RETURN
0012                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL ..  ...VEL ..        C...PH          ..ATE  .416.      ../42...        ...GE ....

0001                SUBROUTINE CNVSPH(S,PHI)
                  C CONVERSION SLURRY-DENSITY    RAPPORT VOLUMES(SOLIDE/LIQUIDE)
0002                DATA D/2.8/
0003                PHI=S/((1.-S)*D)
0004                RETURN
0005                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          CNVPHS          DATE = 74169        11/42/21        PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVPHS(S,PHI)
                  C CONVERSION RAPPORT VOLUMES    SLURRY-DENSITY
0002                DATA D/2.8/
0003                S=D*PHI/(D*PHI+1.)
0004                RETURN
0005                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          CNVFQ           DATE = 74169        11/42/21        PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVFQ(F,Q,S)
                  C CONVERSION DEBIT SOLIDE   DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL
                  C** F EXPRIME EN TONNES/HEURE
                  C   Q EXPRIME EN GALLON/MN
0002                DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                QL=F/S-F
0005                Q=(F/ROS+QL/ROL)/60.
0006                RETURN
0007                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          FQSQL           DATE = 74169        11/42/21        PAGE 0001

0001                SUBROUTINE FQSQL(F,QS,QL,S)
                  C CONVERSIONDEBIT SOLIDE EN DEBITS SOLIDES ET LIQUIDES (VOLUMETRIQUES)
                  C** QS=DEBIT VOLUMETRIQUE SOLIDE EN GALLON/MN
                  C   QL=DEBIT VOLUMETRIQUE LIQUIDE EN GALLON/MN
0002                DATA ROL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                FL=F/S-F
0005                QS=F/(ROS*60.)
0006                QL=FL/(ROL*60.)
0007                RETURN
0008                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          CNVQF           DATE = 74169        11/42/21        PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVQF(Q,F,S)
                  C CONVERSION DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL EN DEBIT SOLIDE MASSIQUE
0002                DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                QL=60.*Q*(1.-S)*ROS*ROL/(S*ROL+(1.-S)*ROS)
0005                F=S*QL/(1.-S)
0006                RETURN
0007                END
```

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTROLES

F1= 105.00000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

N= 99 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| X4(I) | X5(I) | X8(I) | X9(I) | X3(I) |
|---|---|---|---|---|
| 0.031 | 0.014 | 0.016 | 0.000 | 0.020 |
| 0.101 | 0.051 | 0.061 | 0.000 | 0.076 |
| 0.234 | 0.179 | 0.197 | 0.000 | 0.244 |
| 0.257 | 0.259 | 0.251 | 0.032 | 0.303 |
| 0.163 | 0.187 | 0.177 | 0.194 | 0.172 |
| 0.059 | 0.091 | 0.085 | 0.195 | 0.059 |
| 0.155 | 0.217 | 0.210 | 0.569 | 0.126 |

IT= 99

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 298.69727 | 403.40967 | 365.62939 | | | 370.29541 | 70.39893 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74758 | 0.75274 | | | | 0.56633 | |

WOF= 183.12671 PHI8= 0.46640 PHI4= 1.08729

VOL= 35.13129 P= 21.05917 D50= 109.77763 WT= 10.31297 W= 12.20198

N=198 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| X4(I) | X5(I) | X8(I) | X9(I) | X3(I) |
|---|---|---|---|---|
| 0.027 | 0.012 | 0.012 | 0.000 | 0.016 |
| 0.087 | 0.043 | 0.042 | 0.000 | 0.058 |
| 0.202 | 0.148 | 0.148 | 0.002 | 0.201 |
| 0.270 | 0.255 | 0.256 | 0.081 | 0.319 |
| 0.170 | 0.194 | 0.195 | 0.234 | 0.181 |
| 0.068 | 0.101 | 0.101 | 0.186 | 0.071 |
| 0.176 | 0.248 | 0.246 | 0.498 | 0.155 |

IT= 198

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 298.89697 | 403.92041 | 406.05957 | | | 406.65112 | 107.76587 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74521 | 0.75104 | | | | 0.60047 | |

WOF= 168.36865 PHI8= 0.53677 PHI4= 1.07740

VOL= 25.82988 P= 21.50992 D50= 152.07779 WT= 11.82251 W= 11.71555

N=297 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| X4(I) | X5(I) | X8(I) | X9(I) | X3(I) |
|---|---|---|---|---|
| 0.027 | 0.012 | 0.012 | 0.000 | 0.016 |
| 0.088 | 0.043 | 0.043 | 0.000 | 0.059 |
| 0.202 | 0.149 | 0.148 | 0.002 | 0.201 |
| 0.268 | 0.254 | 0.254 | 0.077 | 0.317 |
| 0.169 | 0.193 | 0.193 | 0.229 | 0.179 |
| 0.068 | 0.100 | 0.100 | 0.184 | 0.070 |
| 0.178 | 0.250 | 0.250 | 0.508 | 0.158 |

IT= 297

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 298.23877 | 403.23804 | 403.34009 | | | 405.24658 | 107.01221 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74488 | 0.75079 | | | | 0.59920 | |

WOF= 168.92334 PHI8= 0.53393 PHI4= 1.07598

VOL= 25.03369 P= 21.49265 D50= 150.22148 WT= 11.64203 W= 11.63692

ITER= 1 CRITERE= 74.02254

TABLEAU A

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTROLES

F1= 115.50000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

N= 99 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.031 | 0.013 | 0.016 | 0.000 | 0.020 |
| 0.102 | 0.050 | 0.060 | 0.000 | 0.075 |
| 0.229 | 0.173 | 0.191 | 0.000 | 0.238 |
| 0.249 | 0.251 | 0.244 | 0.030 | 0.297 |
| 0.164 | 0.187 | 0.177 | 0.187 | 0.174 |
| 0.061 | 0.094 | 0.087 | 0.193 | 0.061 |
| 0.163 | 0.230 | 0.222 | 0.577 | 0.134 |

IT= 99

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 115.50000 | | 296.09985 | 411.31055 | 368.83667 | | | 370.50708 | 73.11914 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74593 | 0.75633 | | | | 0.56654 | |

WOF= 183.07886 PHI8= 0.46679 PHI4= 1.10857

VOL= 37.49835 P= 21.06062 D50= 109.99359 WT= 11.34128 W= 13.46498

N=198 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.028 | 0.012 | 0.011 | 0.000 | 0.016 |
| 0.090 | 0.042 | 0.042 | 0.000 | 0.058 |
| 0.201 | 0.144 | 0.145 | 0.002 | 0.200 |
| 0.258 | 0.245 | 0.246 | 0.084 | 0.309 |
| 0.166 | 0.190 | 0.191 | 0.226 | 0.177 |
| 0.069 | 0.101 | 0.102 | 0.179 | 0.072 |
| 0.188 | 0.266 | 0.264 | 0.508 | 0.169 |

IT= 198

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 115.50000 | | 296.95386 | 412.47339 | 414.59644 | | | 411.94775 | 114.99951 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74362 | 0.75468 | | | | 0.60525 | |

WOF= 166.28979 PHI8= 0.54759 PHI4= 1.09866

VOL= 29.64682 P= 21.57458 D50= 159.24017 WT= 13.04380 W= 12.93764

N=297 X4(I)= X5(I)= X8(I)= X9(I)= X3(I)=

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.028 | 0.012 | 0.012 | 0.000 | 0.016 |
| 0.090 | 0.043 | 0.043 | 0.000 | 0.059 |
| 0.201 | 0.145 | 0.145 | 0.002 | 0.201 |
| 0.257 | 0.244 | 0.244 | 0.081 | 0.307 |
| 0.165 | 0.188 | 0.188 | 0.222 | 0.175 |
| 0.068 | 0.100 | 0.100 | 0.177 | 0.071 |
| 0.190 | 0.268 | 0.268 | 0.518 | 0.172 |

IT= 297

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 115.50000 | | 296.49219 | 411.99146 | 412.02563 | | | 410.71216 | 114.22339 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74340 | 0.75452 | | | | 0.60414 | |

WOF= 166.77637 PHI8= 0.54505 PHI4= 1.09774

VOL= 31.38069 P= 21.55945 D50= 157.53409 WT= 12.88224 W= 12.88053

ITER= 2 CRITERE= 79.36325

```
0001          DIMENSION TF1(8),TF5(15),TX5(15),TPHI5(15),TF8(5),TS8(5),TX8(5),TQ8(5)
              C**********************************************************************
              C******************SIMULATION DU MODELE REDUIT*************************
              C**********************************************************************
              C** LE MINERAI EST REPARTI EN 2 DIMENSIONS SEULEMENT
              C**-------------------X-POURCENTAGE DE DIMENSION INFERIEURE A 75
              C** LE MODE DE PROCEDURE EST IDENTIQUE AU CAS DU MODELE COMPLET
              C** VOIR LE PROGRAMME DU MODELE COMPLET POUR LES COMMENTAIRES
                   18(5)
0002               READ(5,1) BK,X1,SEUIL
0003          1    FORMAT(F7.4,F5.3,F6.1)
0004               DO 50 ITER=1,9
0005               READ(5,51) F1,WA,QL,Q8
0006          51   FORMAT(F5.1,F4.1,F5.1,F6.1)
0007               WRITE(6,98)
0008          98   FORMAT(1H1)
0009               WRITE(6,99)
0010          99   FORMAT(10X,100(1H*),10X,/,50X,'NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE',/120
                  1(1H*))
0011               WRITE(6,71) F1,WA,QL,Q8
0012          71   FORMAT(10X,'VALEURS DES CONTROLES ',///,10X,'F1= ',F10.5,10X,'WAT=
                  1 ',F10.5,10X,'LIQ= ',F10.5,10X,'Q8= ',F10.5,/)
0013          32   H=0.002
              C RESOLUTION DES EQUATIONS DU MODELE MATHEMATIQUE AVEC UN PAS D,INTEGRATION H
0014               S3=0.
0015               PHI8=1.
0016               WT=0
0017               X5=0.
0018               X3=0.
0019               VOL=100.
0020               F3=0.
0021               IT=1
0022               N=1
0023          11   N=N+1
0024               CALL DELAIF(8,F1,F1R,IT,H)
0025               CALL ENTREE(X3,S3,F3,X1,F1R,WA,F4,PHI4,X4)
0026               CALL  BROYEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
0027               CALL CNVPHS(S4,PHI4)
0028               CALL DELAIB(15,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
0029               CALL RESERV(F5R,PHI5R,X5R,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
0030               CALL RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,02,X8R,F8R,Q8R,S8R)
0031               CALL CYCRED(X8R,F8R,Q8R,S8R,SEUIL,F3,X3,D50,P,WOF,S3)
0032               F9=F8R-F3
0033               IF(F9.EQ.0.) GO TO 20
0034               X9=(X8R*F8R-X3*F3)/F9
0035               IF(N.NE.100) GO TO 20
0036               WRITE(6,200)
0037          200  FORMAT(120(1H*))
0038               WRITE(6,100) IT
0039          100  FORMAT(10X,'IT= ',I3,//,4X,'NO-1',10X,'NO-2',10X,'NO-3',10X,'NO-4',
                  1,10X,'NO-5',10X,'NO-6',10X,'NO-7',10X,'NO-8',10X,'NO-9')
0040               WRITE(6,101) F1,F3,F4,F5,F8,F9
0041          101  FORMAT(1X,'SOL',F10.5,18X,F10.5,4X,F10.5,4X,F10.5,28X,F10.5,4X,F10.
                  1.5)
0042               WRITE(6,102) WA,QL
0043          102  FORMAT(1X,'LIQ',14X,F10.5,54X,F10.5)
0044               WRITE(6,104) S3,S4,S8
0045          104  FORMAT(1X,'DEN',28X,F10.5,4X,F10.5,43X,F10.5,/)
```

```
0046              WRITE(6,103) X1,X3,X4,X5,X8,X9
0047          103 FORMAT(2X,'X1= ',F8.4,13X,'X3= ',F8.4,5X,'X4= ',F8.4,5X,'X5= ',F8.
                  14,25X,'X8= ',F8.4,5X,'X9= ',F8.4,//)
0048              WRITE(6,105) VOL,P,D50,WT,W
0049          105 FORMAT(5X,'VOL=',F10.5,5X,'P=',F10.5,5X,'D50=',F10.5,5X,'WT=',F13.
                  15,5X,'W=',F13.5,/)
0050              WRITE(6,106) WOF,PHI8,PHI4
0051          106 FORMAT(10X,'WOF=',F10.5,10X,'PHI8= ',F10.5,10X,'PHI4=',F10.5,/)
0052              N=1
0053          20  IF(IT.EQ.325) GO TO 30
0054              IT=IT+1
0055              GO TO 11
0056          30  PS=X9*F9
0057              WRITE(6,70) ITER,PS
0058          70  FORMAT(10X,'ITER= ',I3,10X,'CRITERE= ',F10.5,//)
0059          50  CONTINUE
0060          60  STOP
0061              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                DELAIF          DATE = 74169        10/22/44          PAGE 0001

0001              SUBROUTINE DELAIF(KF,F1,F1R,IT,H)
0002              DIMENSION TF1(8)
0003              IF(IT.GT.KF) GO TO 1
0004              F1R=0.
0005              TF1(IT)=F1
0006              GO TO 2
0007          1   N=IT/KF
0008              J=IT-N*KF+1
0009              F1R=TF1(J)
0010              TF1(J)=F1
0011          2   RETURN
0012              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                ENTREE          DATE = 74169        10/22/44          PAGE 0001

0001              SUBROUTINE ENTREE(X3,S3,F3,X1,F1,WA,F4,PHI4,X4)
                C  ORGANE DE COUPLAGE  ADDITION MINERAI NOUVEAU ET RETOUR DU CYCLONE
0002              F4=F3+F1
0003              IF(F4.EQ.0.) GO TO 4
0004              X4=(F3*X3+F1*X1)/F4
0005              IF(S3.EQ.0.) GO TO 2
0006              W3=F3*(1.-S3)/S3
0007              S4=(F3+F1)/(F3+F1+WA+W3)
0008              GO TO 3
0009          2   S4=F1/(F1+WA)
0010          3   CALL CNVSPH(S4,PHI4)
0011              GO TO 10
0012          4   PHI4=0.
0013              X4=0.
0014          10  RETURN
0015              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21          BROYEU          DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001            SUBROUTINE BROYEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
              C MODELE DU BROYEUR  RESOLUTION EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET ALGEBRIQUES
0002            DATA AO,A,C,A1,DVS,TAU/2.,0.59,5.43,0.0023,81.7,0.05/
0003            IF(F4.EQ.0.) GO TO 2
0004            H=AO+(A1*F4**A)*DVS*(PHI4**C)
0005            WT=WT+H*(W-WT)/TAU
0006            F5=F4+(WT-W)/TAU
0007            X5=X5+H*(F4/WT)*(X4-X5)+BK*H*(1.-X5)
0008            PHI5=PHI4
0009            GO TO 10
0010        2   F5=0.
0011            PHI5=0.
0012            X5=0.
0013            W=0.
0014            WT=0.
0015        10  RETURN
0016            END

FORTRAN IV G LEVEL 21          DELAIB          DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001            SUBROUTINE DELAIB(KB,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
0002            DIMENSION TF5(15),TX5(15),TPHI5(15)
0003            IF(IT.GT.KB) GO TO 1
0004            F5R=0.
0005            PHI5R=0.
0006            X5R=0.
0007            TF5(IT)=F5
0008            TPHI5(IT)=PHI5
0009            TX5(IT)=X5
0010            GO TO 4
0011        1   N=IT/KB
0012            J=IT-N*KB+1
0013            F5R=TF5(J)
0014            PHI5R=TPHI5(J)
0015            X5R=TX5(J)
0016            TF5(J)=F5
0017            TPHI5(J)=PHI5
0018            TX5(J)=X5
0019        4   RETURN
0020            END

FORTRAN IV G LEVEL 21          RESERV          DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001            SUBROUTINE RESERV(F5,PHI5,X5,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
              C MODELE DU RESERVOIR  RESOLUTION DES EQUATIONS
0002            IF(F5.EQ.0.) GO TO 2
0003            CALL CNVPHS(S5,PHI5)
0004            CALL FQSQL(F5,QS5,QL5,S5)
0005            PHI8=PHI8+H*(PHI8+1.)*(QS5-PHI8*(QL5+QL))/VOL
0006            VOL=VOL+H*(QS5+QL5+QL-Q8)
0007            CALLCNVPHS(S8,PHI8)
0008            CALL CNVQF(Q8,F8,S8)
0009            X8=X5
0010            GO TO 10
0011        2   F8=0.
0012            S8=0.
0013            X8=0.
0014        10  RETURN
0015            END
```

```
TRA   G   L                    RET                    E = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,KK,X8R,F8R,Q8R,S8R)
                C   SIMULATION RETARD DES VARIABLES EGAL A KK*H
0002                DIMENSION TF8(5),TS8(5),TQ8(5),TX8(5)
0003                IF(IT.GT.KK) GO TO 1
0004                F8R=0.
0005                Q8R=0.
0006                S8R=0.
0007                X8R=0.
0008                TF8(IT)=F8
0009                TQ8(IT)=Q8
0010                TS8(IT)=S8
0011                TX8(IT)=X8
0012                GO TO4
0013           1    N=IT/KK
0014                J=IT-N*KK+1
0015           8    F8R=TF8(J)
0016                Q8R=TQ8(J)
0017                S8R=TS8(J)
0018                X8R=TX8(J)
0019                TF8(J)=F8
0020                TQ8(J)=Q8
0021                TS8(J)=S8
0022                TX8(J)=X8
0023           4    RETURN
0024                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                 CYCRED              DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CYCRED(X8,F8,Q8,S8,SEUIL,F3,X3,D50,P,WOF,S3)
0002                REAL K1,K2,K3
0003                DATA K1,K2,K3,AL,VF,S/66.5,-93.0,4.98,2.00,6.,3.625/
0004                IF(F8.EQ.0.) GO TO 3
0005                P=(Q8/(K1*VF*((1.-S8)**0.125)))**2.
0006                WF=F8/S8-F8
0007                WOF=K2+1.1*WF-10.*S
0008                HH=(WF-WOF)/WF
0009                D50=EXP(K3+(VF/2.6)-(S/3.5)+(P/10.7)-(WOF/52.))
0010                D=SEUIL/D50
0011                B=EXP(AL)-2.
0012                XSEUIL=EXP(AL*D)
0013                XMIN=1.
0014                XMAX=EXP(20.*D)
0015                YMIN=Y(XMIN,B,D)
0016                YMAX=Y(XMAX,B,D)
0017                YSEUIL=Y(XSEUIL,B,D)
0018                Y1=(YSEUIL-YMIN)/D
0019                Y2=(YMAX-YSEUIL)/(10.*D-D)
0020                FX3P=F8*X8*(Y1*(1.-HH)+HH)
0021                FX3G=F8*(1.-X8)*(Y2*(1.-HH)+HH)
0022                F3=FX3P+FX3G
0023                X3=FX3P/F3
0024                S3=F3/(F3+WF*HH)
0025                GO TO 10
0026           3    F3=0.
0027                X3=0.
0028           10   RETURN
0029                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    Y                    DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                FUNCTION Y(X,B,D)
                C  CALCUL DE LA VALEUR MOYENNE DU COEFFICIENT DE REPARTITION DU CYCLONE
0002                Y=(ALOG(B+X)+(1./B)*ALOG((B+X)/X))/2.
0003                RETURN
0004                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    CNVQF                DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVQF(Q,F,S)
                C CONVERSION DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL EN DEBIT SOLIDE MASSIQUE
0002                DATA ROL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                QL=60.*Q*(1.-S)*ROS*ROL/(S*ROL+(1.-S)*ROS)
0005                F=S*QL/(1.-S)
0006                RETURN
0007                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    FQSQL                DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE FQSQL(F,QS,QL,S)
                C CONVERSIONCEBIT SOLIDE EN DEBITS SOLIDES ET LIQUIDES (VOLUMETRIQUES)
0002                DATA ROL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                FL=F/S-F
0005                QS=F/(ROS*60.)
0006                QL=FL/(ROL*60.)
0007                RETURN
0008                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    CNVFQ                DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVFQ(F,Q,S)
                C CONVERSION DEBIT SOLIDE   DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL
0002                DATA ROL,D/0.0042,2.8/
0003                ROS=D*ROL
0004                QL=F/S-F
0005                Q=(F/ROS+QL/ROL)/60.
0006                RETURN
0007                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    CNVPHS               DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVPHS(S,PHI)
                C CONVERSION RAPPORT VOLUMES    SLURRY-DENSITY
0002                DATA D/2.8/
0003                S=D*PHI/(D*PHI+1.)
0004                RETURN
0005                END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL 21                    CNVSPH               DATE = 74169          10/22/44          PAGE 0001

0001                SUBROUTINE CNVSPH(S,PHI)
                C CONVERSION SLURRY-DENSITY    RAPPORT VOLUMES(SOLIDE/LIQUIDE)
0002                DATA D/2.8/
0003                PHI=S/((1.-S)*D)
0004                RETURN
0005                END
```

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTROLES

F1= 105.00000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

IT= 99

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 304.41211 | 409.39526 | 405.48975 | | | 405.55176 | 100.88843 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74876 | 0.75362 | | | | 0.59948 | |

X1= 0.2990 X3= 0.1931 X4= 0.2202 X5= 0.3358 X8= 0.3331 X9= 0.7536

VOL= 41.42468 P= 21.49330 D50= 150.28854 WT= 12.36346 W= 12.55873

WOF= 168.90332 PHI8= 0.53454 PHI4= 1.09244

IT= 198

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 303.86035 | 408.86694 | 409.45288 | | | 408.99902 | 105.14478 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74817 | 0.75319 | | | | 0.60260 | |

X1= 0.2990 X3= 0.2017 X4= 0.2267 X5= 0.3440 X8= 0.3437 X9= 0.7540

VOL= 40.98293 P= 21.53848 D50= 155.20671 WT= 12.44818 W= 12.41888

WOF= 167.44849 PHI8= 0.54155 PHI4= 1.08991

IT= 297

| | NO-1 | NO-2 | NO-3 | NO-4 | NO-5 | NO-6 | NO-7 | NO-8 | NO-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SOL | 105.00000 | | 303.62573 | 408.62598 | 408.67310 | | | 408.59790 | 104.97607 |
| LIQ | | 31.70000 | | | | | 539.59985 | | |
| DEN | | | 0.74805 | 0.75310 | | | | 0.60224 | |

X1= 0.2990 X3= 0.2019 X4= 0.2268 X5= 0.3440 X8= 0.3440 X9= 0.7552

VOL= 41.27718 P= 21.53360 D50= 154.66444 WT= 12.39037 W= 12.38802

WOF= 167.60669 PHI8= 0.54073 PHI4= 1.08939

ITER= 1 CRITERE= 79.25180

```
                    NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE
**********************************************************************************************************************
        VALEURS DES CONTROLES

        F1=  115.50000          WAT=   31.70000          LIQ=  539.59985          Q8= 1650.00000
**********************************************************************************************************************
        IT=  99

   NO-1          NO-2          NO-3          NO-4          NO-5          NO-6          NO-7          NO-8          NO-9
SOL 115.50000                 304.49609     420.03149     419.67798                                 414.02051     109.34888
LIQ                 31.70000                                                          539.59985
DEN                               0.74825       0.75794                                                   0.60711

 X1=   0.2990          X3=   0.2078     X4=   0.2327     X5=   0.3562                                X8=   0.3514     X9=   0.7485

    VOL=  40.00169     P=  21.59785     D50= 161.88318     WT=     14.15185     W=     14.16952

        WOF= 165.54688          PHI8=    0.55187          PHI4=   1.11826
**********************************************************************************************************************
        IT= 198

   NO-1          NO-2          NO-3          NO-4          NO-5          NO-6          NO-7          NO-8          NO-9
SOL 115.50000                 302.32959     417.83618     418.86572                                 414.96826     112.67065
LIQ                 31.70000                                                          539.59985
DEN                               0.74682       0.75691                                                   0.60795

 X1=   0.2990          X3=   0.2182     X4=   0.2405     X5=   0.3644                                X8=   0.3645     X9=   0.7570

    VOL=  43.78683     P=  21.61206     D50= 163.51859     WT=     13.82168     W=     13.77020

        WOF= 165.09326          PHI8=    0.55383          PHI4=   1.11204
**********************************************************************************************************************
        IT= 297

   NO-1          NO-2          NO-3          NO-4          NO-5          NO-6          NO-7          NO-8          NO-9
SOL 115.50000                 302.19849     417.69751     417.66089                                 414.20142     112.00586
LIQ                 31.70000                                                          539.59985
DEN                               0.74679       0.75689                                                   0.60727

 X1=   0.2990          X3=   0.2173     X4=   0.2399     X5=   0.3634                                X8=   0.3635     X9=   0.7580

    VOL=  46.83510     P=  21.60225     D50= 162.38989     WT=     13.75869     W=     13.76051

        WOF= 165.40576          PHI8=    0.55224          PHI4=   1.11191

        ITER=   2          CRITERE=   84.86131
```

```
C*******************************************************************************
C***********MODELE LINEARISE AUTOUR D'UN POINT DE REGIME*************************
C*******************************************************************************
C****CE MODELE REPRODUIT SOUS FORME MATRICIELLE LES EQUATIONS (66) A (89)
C                                                              DU RAPPORT
C*** LES MATRICES SONT CONSIDEREES SOUS FORME DE VECTEUR DANS TOUT LE PROGRAMME
C                                                    AVEC LA CONVENTION SUIVANTE
C** SI A(I,J) EST UNE MATRICE DE NL LIGNES ET NC COLONNES ALORS ON LA REPRESENTE
C**** VA(N) VECTEUR AVEC N=(J-1)*NL+I
C** CE QUI SIGNIFIE QUE CE VECTEUR EST CONSTITUE PAR LA SUCCESSION DES LIGNES
C                                                          DE LA MATRICE A(I,J)
0001        REAL K1,K2,K3
0002        REAL MO
0003        DOUBLE PRECISION DVH(289),DET
0004        DOUBLE PRECISION DABS
0005        DIMENSION VHOC(12),VW(12)
0006        DIMENSION VA(16),VB(16),VC(68),VD(289),VE(68),VFF(68),VI(289),VH(2
           189),L(17),M(17),VHE(68),VHF(68),VHEC(16),VHFC(16),VX(16),VU(16),VQ(51),
           1(51),VP(12),VHQ(51),VL4(4),VL17(17),VL3(3)
0007        DIMENSION RR(4),RI(4),IANA(4)
0008        DIMENSION VI4(16),VHVX(16),XV(16),A3(4),XX(4),YY(17),UU(4),A2(4),B
           11(17),B2(17),WW(3),B3(17),A5(4),WR(3),TW(3,15)
0009        DIMENSION ZX(68),ZU(68)
0010        DATA CTE/4.77/
0011        DATA AL/2.0/
0012        DATA TAU,D,K1,K2,K3,BK,ROL,S,VF,A1,A,DVS,C,SEUIL/0.05,2.8,66.5,-93
           1.0,4.98,5.886,0.0042,3.625,6.,0.0023,0.59,81.7,5.43,74.0/
0013        DATA X1,Y1,Y2,B/0.299,1.099,4.876,5.389/
C*** LECTURE DES VALEURS DES DIVERSES VARIABLES AU REGIME CHOISI
C** NB- LES VARIABLES DONT LE NOM SE TERMINE PAR 'O' SONT LES VARIABLES
C                                    CONSIDEREES A LEUR VALEUR NOMINALE
0014        READ(5,1) X30,X40,X50,X80,X90
0015      1 FORMAT(6F5.3)
0016        READ(5,2) F10,F30,F40,F50,F80,F90
0017      2 FORMAT(6F5.1)
0018        READ(5,3) WAO,QLO,Q80
0019      3 FORMAT(2F5.1,F6.1)
0020        READ(5,4) S40,S80,PHI40,PHI80
0021      4 FORMAT(2F5.3,2F5.3)
0022        READ(5,5) MO,WO,VOLO,PO,D500,WOFO,HO,YO
0023      5 FORMAT(2F4.1,2F5.2,F6.2,F5.1,2F5.3)
C*** REMISE A ZERO DE TOUTES LES MATRICES
0024        CALL RAZMAT(VA,16)
0025        CALL RAZMAT(VB,16)
0026        CALL RAZMAT(VC,68)
0027        CALL RAZMAT(VD,289)
0028        CALL RAZMAT(VE,68)
0029        CALL RAZMAT(VFF,68)
0030        CALL RAZMAT(VI,289)
0031        CALL RAZMAT(VP,12)
0032        CALL RAZMAT(VQ,51)
C*** CALCUL DES COMPOSANTES NON NULLES DE CHAQUE MATRICE AVEC LES EXPRESSIONS
C                                                          DONNEES DANS LE RAPPORT
0033        VC(21)=(X40-X50)/WO
0034        VA(5)=-F40*(X40-X50)/(WO**2)
0035        VA(1)=-F40/WO-BK
0036        VC(41)=F40/WO
0037        VA(6)=-1/TAU
```

ANNEXE 3

```
0038                VC(62)=1/TAU
0039                VA(11)=(F50/(60*D*ROL)-PHI80*((F50/(D*ROL*PHI40*60))+QLO))/VOLO-(P
                   1HI80+1)*((F50/(D*ROL*PHI40*60))+QLO))/VOLO
0040                VP(03)=(PHI80+1)*(1/(D*ROL*60)-PHI80/(D*ROL*60*PHI40))/VOLO
0041                VP(07)=(PHI80+1)*PHI80*F50/(VOLO*D*60*ROL*(PHI40**2))
0042                VB(11)=-(PHI80+1)*PHI80/VOLO
0043                VP(04)=1/(D*ROL*60)+1/(D*ROL*PHI40*60)
0044                VP(08)=-F50/(60*D*ROL*(PHI40**2))
0045                VB(12)=1.
0046                VB(16)=-1.
0047                VE(35)=D/((1+D*PHI80)**2)
0048                VD(2)=60*Q80*(D**2)*ROL/((S80+(1-S80)*D)**2)
0049                VFF(53)=F80/Q80
0050                VD(20)=F30*(X30-X80)/((F80-F30)**2)
0051                VD(190)=F80/(F80-F30)
0052                VD(71)=F80*(X80-X30)/((F80-F30)**2)
0053                VD(156)=-F30/(F80-F30)
0054                VFF(55)=2*P0/Q80
0055                VD(4)=(Q80**2)*0.25/(((K1*VF)**2)*((1-S80)**1.25))
0056                VD(22)=F30/F80
0057                VD(192)=F80*(Y0-Y1)*(1-H0)*D500/SEUIL-F80*(Y2-Y0)*(1-H0)/(CTE-SEUI
                   1L/D500)
0058                VD(277)=F80*X80*(1-H0)*D500/SEUIL-F80*(1-X80)*(1-H0)/(CTE-SEUIL/D5
                   U00)
0059                VD(209)=F80*X80*(Y0-Y1)*(1-H0)/SEUIL-F80*(1-X80)*(Y2-Y0)*(1-H0)*SE
                   1UIL/((CTE*D500-SEUIL)**2)
0060                VD(243)=-F80*X80*(Y0-Y1)*D500/SEUIL-F80*(1-X80)*(Y2-Y0)/(CTE-SEUIL
                   1/D500)+F80
0061                VFF(6)=1.
0062                VD(74)=1.
0063                VD(092)=1.
0064                VE(24)=-1/TAU
0065                VD(262)=1/TAU
0066                DEN2=(F30+F10+WA0+H0*F80/(D*PHI80))**2
0067                VD(76)=(WA0+H0*F80/(D*PHI80))/DEN2
0068                VFF(8)=(WA0+H0*F80/(D*PHI80))/DEN2
0069                VFF(25)=-(F30+F10)/DEN2
0070                VD(246)=-(F80/(D*PHI80)*(F30+F10))/DEN2
0071                VD(25)=-(H0*(F30+F10)/(D*PHI80))/DEN2
0072                VE(42)=(H0*F80/(D*(PHI80**2))*(F30+F10))/DEN2
0073                VD(128)=1/(D*((1-S40)**2))
0074                VD(27)=X30/F80
0075                VD(197)=X30/X80
0076                VD(78)=-X30/F30
0077                VD(282)=F80*X80*(1-H0)*D500/(F30*SEUIL)
0078                VD(214)=F80*X80*(Y0-Y1)*(1-H0)/(F30*SEUIL)
0079                VD(248)=F80*X80*(-((Y0-Y1)*D500)/SEUIL-1)/F30
0080                VFF(11)=X1/F40
0081                VD(79)=X30/F40
0082                VD(164)=F30/F40
0083                VD(096)=-X40/F40
0084                VQ(46)=1.
0085                VD(64)=D500/10.7
0086                VD(234)=-D500/52
0087                VD(32)=WOFO*D*PHI80/(F80**2)
0088                VE(49)=-WOFO*D/F80
0089                VD(236)=-D*PHI80/F80
0090                VD(101)=A1*A*(F40**(A-1))*DVS*(PHI40**C)
```

```
0091              VD(152)=AL*C*(F40**A)*DVS*(PHI40**(C-1))
0092              VD(221)=(1/AL)*((1+1/B)*(-AL*SEUIL*EXP(AL*SEUIL/D500)/((B+EXP(AL*SEUIL
                 1EUIL/D500))*(D500**2)))+AL*SEUIL/(B*(D500**2)))
0093              VD(31)=1.1/(D*PHI80)
0094              VE(48)=-1.1*F80/(D*(PHI80**2))
0095              WRITE(6,200)
0096          200 FORMAT(20X,'MATRICE A ')
0097              CALL ECRIT(VA,4,4,VL4)
0098              WRITE(6,102)
0099          102 FORMAT(20X,'MATRICE B ')
0100              CALL ECRIT(VB,4,4,VL4)
0101              WRITE(6,103)
0102          103 FORMAT(20X,'MATRICE C ')
0103              CALL ECRIT(VC,4,17,VL17)
0104              WRITE(6,119)
0105          119 FORMAT(20X,'MATRICE P')
0106              CALL ECRIT(VP,4,3,VL3)
0107              WRITE(6,104)
0108          104 FORMAT(20X,'MATRICE D ')
0109              CALL ECRIT(VD,17,17,VL17)
0110              WRITE(6,105)
0111          105 FORMAT(20X,'MATRICE E ')
0112              CALL ECRIT(VE,17,4,VL4)
0113              WRITE(6,106)
0114          106 FORMAT(20X,'MATRICE F ')
0115              CALL ECRIT(VFF,17,4,VL4)
0116              WRITE(6,118)
0117          118 FORMAT(20X,'MATRICE Q')
0118              CALL ECRIT(VQ,17,3,VL3)
0119              CALL UNITM(VI,17)
0120              DO 10 J=1,289
0121          10  VH(J)=VI(J)-VD(J)
0122              WRITE(6,107)
0123          107 FORMAT(20X,'MATRICE H=(I-D) ')
0124              CALL ECRIT(VH,17,17,VL17)
                C** CETTE PARTIE FAIT APPEL A 4 SOUS-PROGRAMMES DU SYSTEME IBM 360
                C--------MINV-INVERSION D'UNE MATRICE
                C--------MPRD-PRODUIT DE 2 MATRICES
                C--------HSBG-REND UNE MATRICE QUELCONQUE PRESQUE TRIANGULAIRE
                C--------ATEIG-RECHERCHE LES VALEURS PROPRES D'UNE MATRICE PRESQUE TRIANGULAIRE
0125              DO 1000 I=1,289
0126          1000 DVH(I)=VH(I)
0127              CALL DMINV(DVH,17,DET,L,M)
0128              DO 1001 I=1,289
0129          1001 VH(I)=DVH(I)
0130              WRITE(6,108)
0131          108 FORMAT(20X,' MATRICE H INVERSEE ')
0132              CALL ECRIT(VH,17,17,VL17)
0133              WRITE(6,1002) DET
0134          1002 FORMAT(10X,'DET= ',F12.5)
0135              CALL MPRD(VH,VE,VHE,17,17,0,0,4)
0136              WRITE(6,109)
0137          109 FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HE=H*E=MATRICE EE ')
0138              CALL ECRIT(VHE,17,4,VL4)
0139              CALL MPRD(VH,VFF,VHF,17,17,0,0,4)
0140              WRITE(6,110)
0141          110 FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HF=H*F=MATRICE FF')
0142              CALL ECRIT(VHF,17,4,VL4)
```

```
0143              CALL MPRD(VH,VQ,VHQ,17,17,0,0,3)
0144              WRITE(6,120)
0145         120  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HQ=H*Q=MATRICE GG')
0146              CALL ECRIT(VHQ,17,3,VL3)
0147              CALL MPRD(VC,VHE,VHEC,4,17,0,0,4)
0148              WRITE(6,111)
0149         111  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HEC=C*H*E')
0150              CALL ECRIT(VHEC,4,4,VL4)
0151              CALL MPRD(VC,VHF,VHFC,4,17,0,0,4)
0152              WRITE(6,112)
0153         112  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HFC=C*H*F')
0154              CALL ECRIT(VHFC,4,4,VL4)
0155              CALL MPRD(VC,VHQ,VHQC,4,17,0,0,3)
0156              CALL ECRIT(VHQC,4,3,VL3)
0157              WRITE(6,113)
0158         113  FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST SOUS LA FORME',/20X,'X.=AA*X+BB*U+CC*W'
                 1)
0159              DO 11 J=1,16
0160              VX(J)=VA(J)+VHEC(J)
0161              VW(J)=VP(J)+VHQC(J)
0162         11   VU(J)=VB(J)+VHFC(J)
0163              WRITE(6,114)
0164         114  FORMAT(20X,'MATRICE AA ')
0165              CALL ECRIT(VX,4,4,VL4)
0166              WRITE(6,115)
0167         115  FORMAT(20X,'MATRICE BB')
0168              CALL ECRIT(VU,4,4,VL4)
0169              WRITE(6,121)
0170         121  FORMAT(20X,'MATRICE CC')
0171              CALL ECRIT(VW,4,3,VL3)
0172              CALL HSBG(4,VX,4)
0173              WRITE(6,116)
0174         116  FORMAT(10X,'MATRICE AA RENDUE PRESQUE TRIANGULAIRE')
0175              CALL ECRIT(VX,4,4,VL4)
             C CALCUL DES VALEURS PROPRES DU SYSTEME
0176              CALL ATEIG(4,VX,RR,RI,IANA,4)
0177              WRITE(6,117)
0178         117  FORMAT(10X,'VALEURS PROPRES DE LA MATRICE AA',/20X,'RR=PARTIE REELLE',/,20
                 1LE',/,20X,'RI=PARTIE IMAGINAIRE')
0179              DO12 J=1,4
0180              WRITE(6,13) RR(J),RI(J)
0181         13   FORMAT(10X,'RR(J)=',F10.5,10X,'RI(J)=',F10.5)
0182         12   CONTINUE
             C    DEBUT DU TEST DE VALIDITE DU MODELE
             C   REMISE A ZERO DES VARIABLES DU SYSTEME
             C   LES VECTEURS UU,XX,YY,WWW CORRESPONDENT A CEUX DES EQUATIONS (94) ET (95)
             C                                                    DU RAPPORT
0183              CALL RAZMAT(UU,4)
0184              CALL RAZMAT(XX,4)
0185              CALL RAZMAT(YY,20)
0186              CALL RAZMAT(WW,3)
             C    TEST DU MODELE LINEARISE POUR UNE VARIATION DU CONTROLE (PREMIER) DE 10%
0187              UU(1)=10.5
0188              H=0.002
0189              CALL TEST(VX,VU,VHE,VHF,XX,YY,UU,H,WW,VW,VHQ)
0190              STOP
0191              END
```

```
0001            SUBROUTINE TEST(VX,VU,ZX,ZU,XX,YY,UU,H,WW,VW,VHQ)
                C   CE SOUS-PROGRAMME SIMULE LE SYSTEME DEFINI PAR
                C                   (XX)'=AA*XX+BB*UU+CC*WW
                C                   YY=EE*XX+FF*UU+GG*WW
0002            DIMENSION VHQC(12),VW(12)
0003            DIMENSION VA(16),VB(16),VC(68),VD(289),VE(68),VFF(68),VI(289),VH(2
                189),L(17),M(17),VHE(68),VHF(68),VHEC(16),VHFC(16),VX(16),VU(16),VQ(
                1(51),VP(12),VHQ(51),VL4(4),VL17(17),VL3(3)
0004            DIMENSION VI4(16),VHVX(16),XV(16),A3(4),XX(4),YY(17),UU(4),A2(4),B
                11(17),B2(17),WW(3),B3(17),A5(4),WR(3),TW(3,15)
0005            DIMENSION ZX(68),ZU(68)
                C   ON RESOUD PAR LA METHODE D' EULER
                C
                C   CALCUL DE AA+H*I (I MATRICE UNITAIRE)
0006            CALL RAZMAT(VI4,16)
0007            CALL UNITM(VI4,4)
0008            DO 1 J=1,16
0009          1 VHVX(J)=H*VX(J)
0010            DO 2 J=1,16
0011          2 XV(J)=VI4(J)+VHVX(J)
                C   DEBUT DU BOUCLAGE D' INTEGRATION
0012            IT=1
0013            N=1
0014         10 N=N+1
                C   CALCUL DE LA VARIABLE D' ETAT XX A L' INSTANT IT
0015            CALL MPRD(XV,XX,A3,4,4,0,0,1)
0016            CALL MPRD(VU,UU,A2,4,4,0,0,1)
0017            CALL MPRD(VW,WW,A5,4,3,0,0,1)
0018            DO 3 J=1,4
0019          3 XX(J)=A3(J)+(A2(J)+A5(J))*H
                C   CALCUL DE LA VARIABLE DE SORTIE A L' INSTANT IT
0020            CALL MPRD(ZX,XX,B1,17,4,0,0,1)
0021            CALL MPRD(ZU,UU,B2,17,4,0,0,1)
0022            CALL MPRD(VHQ,WW,B3,17,3,0,0,1)
0023            DO 4 J=1,17
0024          4 YY(J)=B1(J)+B2(J)+B3(J)
                C   DEFINITION DES VARIABLES WR DEVANT ETRE RETARDEES
0025            WR(1)=YY(7)
0026            WR(2)=YY(9)
0027            WR(3)=XX(1)
0028            CALL DELAI(WR,WW,H,IT,15)
0029            IF(N.NE.100) GO TO 5
                C   ECRITURE DES RESULTATS TOUTES LES 100 ITERATIONS
0030            WRITE(6,200)
0031        200 FORMAT(120(1H*))
0032            WRITE(6,12) IT
0033         12 FORMAT(10X,'SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES',/,10X,'IT= ',I3)
0034            WRITE(6,6) (XX(J),J=1,4)
0035          6 FORMAT(10X,'VECTEUR D|ETAT',/,10X,'X(J)=',4(10X,F10.5))
0036            WRITE(6,7) (UU(J),J=1,4)
0037          7 FORMAT(10X,'VECTEUR DE CONTROLE',/,10X,'U(J)=',4(10X,F10.5))
0038            WRITE(6,8) (YY(J),J=1,17)
0039          8 FORMAT(10X,'VECTEUR DE SORTIE',/,10X,'Y(J)=',/,5(10X,F10.5))
0040            WRITE(6,20) (WW(J),J=1,3)
0041         20 FORMAT(10X,'VARIABLES RETARDEES',/,10X,'W(J)=',3(10X,F10.5))
0042            N=1
0043          5 IF(IT.EQ.325) GO TO 9
0044            IT=IT+1
```

```
0045              GO TO 10
                C     FIN DE L' INTEGRATION - REGIME PERMANENT ATTEINT
0046             9    RETURN
0047                  END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 DELAI DATE = 74169 14/50/50 PAGE 0001

```
0001                  SUBROUTINE DELAI(WR,WW,H,IT,KB)
                C     CE SOUS-PROGRAMME RETARDE LES VARIABLES WR (QUI DEVIENNENT WW) DE KB ITERA
                C                                                                       TIONS
0002                  DIMENSION WR(3),WW(3),TW(3,15)
0003                  IF(IT.GT.KB) GO TO 1
                C     REMISE A ZERO DES VARIABLES SI IT INFERIEUR A KB
0004                  DO 2 J=1,3
0005                  WW(J)=0.
                C     MISE EN MEMOIRE DE WR(J)
0006             2    TW(J,IT)=WR(J)
0007                  GO TO 4
                C   CALCUL DU POINTEUR I DANS LA MEMOIRE TW(J,I)
0008               1  N=IT/KB
0009                  I=IT-N*KB
0010                  IF(I.EQ.0) I=KB
0011                  DO 5 J=1,3
                C     LECTURE DES VARIABLES RETARDEES WW DANS LA MEMOIRE
0012                  WW(J)=TW(J,I)
                C     ECRITURE DES VARIABLES A RETARDER WR DANS LA MEMOIRE
0013               5  TW(J,I)=WR(J)
0014             4    RETURN
0015                  END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 UNITM DATE = 74169 14/50/50 PAGE 0001

```
0001                  SUBROUTINE UNITM(V,N)
               C** FORMATION D'UNE MATRICE UNITE DE N LIGNES ET N COLONNES
0002                  DIMENSION V(1)
0003                  NM=N**2
0004                  J=1
0005             2    V(J)=1.
0006                  IF(J.EQ.NM) GO TO 1
0007                  J=J+N+1
0008                  GO TO 2
0009             1    RETURN
0010                  END
```

```
:TR/  ' G     L                    EC'              E =     59          0/5          00'

0001              SUBROUTINE ECRIT(V,NL,NC,VL)
                C** ECRITURE D'UNE MATRICE DE NL LIGNES ET NC COLONNES
                C** REMARQUE-LES ELEMENTS DES 10 PREMIERES COLONNES D'UNE MEME LIGNE SONT
                C         ECRITS SUR UNE LIGNE
                C         S'IL Y A PLUS DE 10 COLONNES LA SUITE DE LA LIGNE EST ECRITE
                C         A LA LIGNE SUIVANTE SUR LE PAPIER
0002              DIMENSION V(1),VL(1)
0003              WRITE(6,10)
0004           10 FORMAT(120(1H*))
0005              I=NL
0006           11 J=NL-I+1
0007              L=1
0008            2 VL(L)=V(J)
0009              IF(L.EQ.NC) GO TO 8
0010              J=J+NL
0011              L=L+1
0012              GO TO 2
0013            8 IF(NC-5) 5,5,1
0014            1 WRITE(6,3) (VL(L),L=1,NC)
0015            3 FORMAT(1X,10(F10.5,1X))
0016               GO TO 7
0017            5 WRITE(6,6) (VL(L),L=1,NC)
0018            6 FORMAT(1X,5(F12.5,5X))
0019            7 IF(I.EQ.1) GO TO 4
0020              I=I-1
0021              GO TO 11
0022            4 RETURN
0023              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21          RAZMAT          DATE = 74169          14/50/50          PAGE 0001

0001              SUBROUTINE RAZMAT(V,NM)
                C** REMISE A ZERO D'UNE MATRICE DE NM ELEMENTS
0002              DIMENSION V(1)
0003              DO 1 J=1,NM
0004            1 V(J)=0.
0005              RETURN
0006              END
```

MATRICE A

| | | | |
|---|---|---|---|
| -39.63599 | 0.32906 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | -20.00000 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -41.02715 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

MATRICE B

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.02053 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 1.00000 | -1.00000 |

MATRICE C

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00975 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 33.75000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 20.00000 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |

MATRICE P

| | | |
|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.02749 | 10.06573 | 0.0 |
| 2.72707 | -490.27832 | 0.0 |

MATRICE D

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 1101.90430 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.00405 | 0.0 | 0.0 | 0.00547 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -2.85714 |
| 0.0 | 3.85714 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 13.43962 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.74074 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | -195.19115 | -0.05849 | 0.0 | 155.09708 | 0.0 | 129.86786 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 20.00000 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.00035 | 0.0 | 0.0 | 0.00046 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.37666 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 5.80682 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.00044 | 0.0 | 0.0 | -0.00059 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.54434 | 0.00017 | 0.0 | -0.48327 | 0.0 | 0.56458 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00044 | -0.00052 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.74074 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 14.24299 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -2.93077 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.73431 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.00153 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00370 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| .0 | | ).0 | | 0.0 | -.451 | 0.0 | 0.0 | 49.97743 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.00065 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |

MATRICE E

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.44872 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | -20.00000 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.26683 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -555.88110 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -1.16010 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

MATRICE F

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.24545 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.02607 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.00046 | -0.00139 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.00074 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

MATRICE Q

| | | |
|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 1.00000 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |

MA E H DI

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00000 | 0.0 | 0.C | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| ********** | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.00405 | 1.00000 | 0.0 | -0.00547 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 2.85714 |
| 0.0 | -3.85714 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| -13.43962 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.74074 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 195.19115 | 0.05849 | 0.0 | -155.09708 | 0.0 | -129.86786 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -1.00000 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -1.00000 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -20.00000 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.00035 | 0.0 | 0.0 | -0.00046 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.37666 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -5.80682 | 1.00000 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.00044 | 0.0 | 0.0 | 0.00059 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 |
| 0.0 | -0.54434 | -0.00017 | 0.0 | 0.48327 | 0.0 | -0.56458 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00044 | 0.00052 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.74074 |
| 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -14.24299 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 2.93077 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.73431 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | -0.00153 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00370 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.01451 | 0.0 | 0.0 | -49.97743 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | | | |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.00065 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | | | |

MATRICE H INVERSEE

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 1101.90430 | 1.00000 | 0.0 | 0.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| -2.24352 | -0.00196 | 1.00000 | -0.00658 | 0.00717 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -2.85714 |
| 0.0 | 0.90261 | -0.00046 | -0.00787 | 2.49261 | 0.0 | -0.68210 | | | |
| 13.43961 | -0.00000 | 0.0 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.00000 | -0.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 925.78662 | 0.86502 | -0.00000 | -2.03739 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00000 |
| 0.0 | -195.19115 | -0.14305 | -0.15444 | 155.09708 | 0.0 | 129.86786 | | | |
| 925.78662 | 0.86502 | -0.00000 | -2.03739 | 1.00000 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00000 |
| 0.0 | -195.19115 | -0.14305 | -0.15444 | 155.09708 | 0.0 | 129.86786 | | | |
| 4271.29297 | 3.97491 | 0.00000 | -8.08632 | 3.96896 | 1.29015 | 1.00000 | 5804.19922 | 999.54858 | -0.00000 |
| 0.0 | -774.70557 | -0.56774 | 7.47338 | ********** | 20.00000 | 515.44019 | | | |
| 0.53011 | 0.00049 | 0.00000 | -0.00094 | 0.00046 | 0.0 | -0.00000 | 1.00000 | 0.0 | -0.00000 |
| 0.0 | -0.09009 | -0.00007 | 0.00132 | -0.30508 | 0.0 | 0.05994 | | | |
| 3.07827 | 0.00286 | 0.00000 | -0.00546 | 0.00268 | -0.00000 | -0.00000 | 5.80682 | 1.00000 | -0.00000 |
| 0.0 | -0.52312 | -0.00038 | 0.00768 | -1.77155 | -0.00000 | 0.34805 | | | |
| 0.99512 | 0.00092 | 0.00000 | -0.00160 | -0.00059 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 |
| 0.0 | 0.66016 | -0.00011 | 0.00246 | -0.57529 | 0.0 | 0.48753 | | | |
| 0.66398 | 0.00062 | 0.00000 | -0.00102 | -0.00052 | -0.00052 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.74074 |
| 1.00000 | 0.50443 | -0.00007 | 0.00183 | -0.43840 | 0.0 | 0.35087 | | | |
| 0.00000 | 0.00000 | 0.0 | 0.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 00 | .00( | -( 00 | .0 | | 1.00 | | | |
| ********** | -2.15210 | 0.0 | 14.24299 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 1.00000 | -2.93077 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| 809.14185 | 0.73431 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.00000 | 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| -1.30418 | -0.00118 | -0.00000 | 0.0 | -0.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00000 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00370 | 1.00000 | 0.0 | 0.00000 | | | |
| 167.27531 | 0.15549 | 0.00000 | -0.30245 | 0.14845 | 0.01451 | -0.00000 | 290.20996 | 49.97742 | -0.00000 |
| 0.0 | -28.97572 | -0.02123 | 0.38139 | -86.28745 | 1.00000 | 19.27861 | | | |
| 1.41936 | 0.00140 | 0.0 | -0.00927 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.00065 | 0.00191 | 0.0 | 0.0 | 1.00000 | | | |

DET= 1.00000

MATRICE PRODUIT HE=H*E=MATRICE EE

**********

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.44872 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 494.44409 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.47382 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 6.03059 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 321.33643 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 321.33643 | 0.0 |
| 0.0 | -20.00000 | 1133.14697 | 0.0 |
| 0.0 | 0.00000 | 0.12380 | 0.0 |
| 0.0 | 0.00000 | 0.71890 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.25189 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.71197 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.00000 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 650.95972 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -192.80493 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.31077 | 0.0 |
| 0.0 | 0.00000 | 40.59048 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -0.42383 | 0.0 |

MATRICE PRODUIT HF=H*F=MATRICE FF

**********

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.24545 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00065 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.02607 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.15920 |
| 1.00000 | 0.0 | 0.0 | 0.15920 |
| 3.96896 | -8.08633 | 0.0 | 0.76483 |
| 0.00046 | -0.00139 | 0.0 | 0.00010 |
| 0.00268 | -0.00809 | 0.0 | 0.00056 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00018 |
| 0.00022 | 0.0 | 0.0 | 0.00012 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00000 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.15689 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.18024 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.00029 |
| 0.14845 | -0.40432 | 0.0 | 0.03028 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.00010 |

MATRICE PRODUIT HQ=H*Q=MATRICE GG

**********

| | | |
|---|---|---|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.90261 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | -195.19115 |
| 0.0 | 0.0 | -195.19115 |
| 0.0 | 0.0 | -774.70557 |
| 0.0 | 0.0 | -0.09009 |
| 0.0 | 0.0 | -0.52312 |

```
 0.0                0.0              0.66016
 0.0                0.0              0.50...
 0.0                0.0              1.00000
 0.0                0.0              0.0
 0.0                0.0              0.0
 0.0                0.0              0.0
 0.0                0.0            -28.97572
 0.0                0.0              0.0
                MATRICE PRODUIT HEC=C*H*E
**********************************************************************************************************************
 0.0                0.0            -10.28711          0.0
 0.0              0.00000          811.80957          0.0
 0.0                0.0              0.0              0.0
 0.0                0.0              0.0              0.0
                MATRICE PRODUIT HFC=C*H*F
**********************************************************************************************************************
-0.00233            0.0              0.0              0.00264
 2.96896          -8.08633           0.0              0.60562
 0.0                0.0              0.0              0.0
 0.0                0.0              0.0              0.0
**********************************************************************************************************************
 0.0                0.0             18.92751
 0.0                0.0           -579.51440
 0.0                0.0              0.0
 0.0                0.0              0.0
     LE SYSTEME EST SOUS LA FORME
                X.=AA*X+BB*U+CC*W
                MATRICE AA
**********************************************************************************************************************
-39.63599           0.32906        -10.28711          0.0
 0.0              -20.00000          811.80957          0.0
 0.0                0.0            -41.02715          0.0
 0.0                0.0              0.0              0.0
                MATRICE BB
**********************************************************************************************************************
-0.00233            0.0              0.0              0.00264
 2.96896          -8.08633           0.0              0.60562
 0.0                0.0             -0.02053          0.0
 0.0                0.0              1.00000         -1.00000
                MATRICE CC
**********************************************************************************************************************
 0.0                0.0             18.92751
 0.0                0.0           -579.51440
 0.02749           10.06573           0.0
 2.72707         -490.27832           0.0
     MATRICE AA RENDUE PRESQUE TRIANGULAIRE
**********************************************************************************************************************
-39.63599           0.32906        -10.28711          0.0
 0.0              -20.00000          811.80957          0.0
 0.0                0.0            -41.02715          0.0
 0.0                0.0              0.0              0.0
     VALEURS PROPRES DE LA MATRICE AA
                RR=PARTIE REELLE
                RI=PARTIE IMAGINAIRE
     RR(J)= -20.00000          RI(J)=   0.0
     RR(J)= -39.63599          RI(J)=   0.0
     RR(J)=   0.0              RI(J)=   0.0
     RR(J)= -41.02715          RI(J)=   0.0
**********************************************************************************************************************
     SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES
     IT=  99
```

```
 TEU  ETA
X(J)=          0.01794          2.42000          0.03276          1.    550
VECTEUR DE CONTROLE
U(J)=         10.50000          0.0              0.0              0.0
VECTEUR DE SORTIE
Y(J)=
   0.01239         13.65273          0.02634          0.16652          6.00536
  16.50534         13.02197          0.00694          0.04031          0.00274
   0.00386          0.01469         17.97447         -5.32378          0.00858
   2.25383         -0.01170
VARIABLES RETARDEES
W(J)=         19.13249          0.04485          0.01489
**********************************************************************************************************************
SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES
IT= 198
VECTEUR D'ETAT
X(J)=          0.01883          1.42642          0.00990          11.89916
VECTEUR DE CONTROLE
U(J)=         10.50000          0.0              0.0              0.0
VECTEUR DE SORTIE
Y(J)=
   0.00444          4.89253          0.02255          0.05967         -0.68285
   9.81715          9.02812          0.00429          0.02490          0.01057
   0.01019          0.01979          6.44125         -1.90781          0.00308
   1.38697         -0.00419
VARIABLES RETARDEES
W(J)=          6.94081          0.02420          0.01973
**********************************************************************************************************************
SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES
IT= 297
VECTEUR D'ETAT
X(J)=          0.01699          1.71988          0.01718          15.73366
VECTEUR DE CONTROLE
U(J)=         10.50000          0.0              0.0              0.0
VECTEUR DE SORTIE
Y(J)=
   0.00771          8.49214          0.02326          0.10358          2.24871
  12.74871         13.75885          0.00546          0.03172          0.00673
   0.00712          0.01675         11.18032         -3.31145          0.00534
   1.77038         -0.00728
VARIABLES RETARDEES
W(J)=         14.24344          0.03153          0.01677
```