

<b>Titre:</b>	Étude de l'influence du champ magnétique dans une section d'essais thermohydraulique d'un canal de réacteur nucléaire CANDU 6
<b>Auteur:</b>	Renaud Landry-Lavoie
<b>Date:</b>	2013
<b>Type:</b>	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
<b>Référence:</b>	Landry-Lavoie, R. (2013). Étude de l'influence du champ magnétique dans une section d'essais thermohydraulique d'un canal de réacteur nucléaire CANDU 6 [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <a href="https://publications.polymtl.ca/1077/">https://publications.polymtl.ca/1077/</a>
<b>Citation:</b>	[Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <a href="https://publications.polymtl.ca/1077/">https://publications.polymtl.ca/1077/</a>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1077/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Alberto Teyssedou  
Advisors:

**Programme:** Génie énergétique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS UNE SECTION D'ESSAIS  
THERMOHYDRAULIQUE D'UN CANAL DE RÉACTEUR NUCLÉAIRE CANDU 6

RENAUD LANDRY-LAVOIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)

MARS 2013

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS UNE SECTION D'ESSAIS  
THERMOHYDRAULIQUE D'UN CANAL DE RÉACTEUR NUCLÉAIRE CANDU 6

présenté par : LANDRY-LAVOIE Renaud

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MARLEAU Guy, Ph.D., président

M. TEYSSEDOU Alberto, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre

## DÉDICACE

*À ma famille.*

## **REMERCIEMENTS**

Ce projet de maîtrise a été possible grâce au support et à l'aide que m'a apportée le professeur Alberto Teyssedou. Je désire le remercier pour sa grande disponibilité et pour son aide précieuse en ce qui a trait à l'élaboration et la compréhension de plusieurs modèles et calculs présents dans ce mémoire. Son attitude respectueuse et sa bonne humeur ont été une constante source de motivation et de d'inspiration pour moi.

Je remercie aussi le professeur Guy Marleau pour avoir répondu à plusieurs de mes interrogations tout au long de la durée de ce projet.

Je veux remercier le défunt professeur Andrei Olekhnovitch pour la motivation et l'intérêt qu'il m'a transmis vis-à-vis la science du transfert thermique.

Je remercie Darren Hall pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée pour la clarification et la résolution de certains problèmes liée à la méthode de calcul intégrale de l'aimantation. Je le remercie aussi pour avoir été un camarade de travail agréable et enthousiaste.

Je désire remercier les professeurs, le personnel et mes camarades de l'institut de génie nucléaire et du département de génie physique pour avoir fait du temps nécessaire à cette recherche un moment agréable dont je garderai un très bon souvenir.

Je remercie enfin les membres de ma famille pour leurs constants encouragements, conseils et support.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire traite des effets des champs magnétiques présents dans une section d'essais thermohydraulique de l'industrie nucléaire canadienne. Cette section d'essais sert à déterminer les conditions thermohydrauliques pouvant mener aux flux de chaleur critique dans un canal de réacteur nucléaire CANDU 6. Pour effectuer ces séries d'expériences, la compagnie STERN a eu recours à de forts courants électriques pour chauffer les assemblages de simulation avec une puissance thermique similaire à celle retrouvée dans un canal de réacteur nucléaire CANDU. Les matériaux constitutifs du canal de simulation et de ses supports sont de nature ferromagnétique. Le fort champ magnétique généré par les assemblages de simulation implique que ces derniers sont soumis à une force magnétostatique due à l'aimantation des matériaux ferromagnétiques. L'industrie nucléaire désire savoir si ces efforts, combinés à la force de gravité, sont suffisants pour maintenir en place les assemblages dans le canal de simulation. La question se pose aussi de savoir si le champ magnétique présent dans le canal peut avoir une influence sur les paramètres de transfert thermique par ébullition.

Pour déterminer la distribution du champ magnétique dans le canal de simulation, la méthode des images en magnétostatique a été utilisée ainsi que la méthode intégrale de calcul de l'aimantation. Les résultats des calculs effectués démontrent que l'amplitude de la force magnétostatique exercée par les éléments ferromagnétiques de la section d'essais est inférieure à celle estimée par le laboratoire STERN. Le modèle mécaniste de Sullivan et al. (1964) a été utilisé pour évaluer l'influence possible des champs magnétiques sur le diamètre de détachement des bulles de vapeur. La déviation, quant à la fréquence d'émission des bulles, a été évaluée à l'aide des corrélations de Zuber et al. (1959) et Cole (1960). En introduisant une force magnétostatique dans le modèle d'ébullition et les corrélations, il a été démontré que le champ magnétique présent dans la section d'essais de STERN à une influence négligeable sur le diamètre de détachement des bulles et leur fréquence d'émission. En conclusion, les conditions qui règnent dans la section d'essais sont conformes à celles régnant dans un canal de réacteur CANDU 6.

## ABSTRACT

This memoir deals with the effects of the magnetic fields present in a thermal hydraulic test section of the Canadian nuclear industry. This test section is used to determine the thermal hydraulic conditions that can lead to critical heat flux in a channel of a CANDU 6 nuclear reactor. To perform their series of experiments the STERN Company used strong electric currents to heat the simulation bundles with a thermal power similar to the one found in a channel of a CANDU reactor. The materials constituting the simulation channel and its supports are of ferromagnetic nature. The strong magnetic field generated by the bundles implies that they are subjected to a magnetostatic force due to the magnetization of the ferromagnetic materials. The nuclear industry wants to know if these efforts, combined with the force of gravity, are sufficient to maintain the bundles in place in the simulation channel. The question also arises whether or not the magnetic field present in the channel can affect the parameters of boiling heat transfer.

To determine the magnetic field distribution in the simulation channel, we had recourse to the magnetostatic image method and the integral method of calculation of magnetization. The results of the calculations show that the magnetostatic forces exerted by the ferromagnetic elements of the test section are inferior in magnitude to the one estimated by the STERN laboratorie. We used the mechanistic model of Sullivan et al. (1964) to evaluate the possible influence of the magnetic fields on the departure diameter of the vapor bubbles. The deviation in the frequency of bubble emission was evaluated by using the correlations of Zuber et al. (1959) and Cole (1960). By introducing a magnetostatic force in the boiling model and in the correlations, we demonstrated that the magnetic field present in the STERN test section has a negligible effect on the bubble departure diameter and their emission frequency. We conclude that the conditions in the test section are consistent with those prevailing in the channel of a CANDU 6 reactor.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE .....	iii
REMERCIEMENTS .....	iv
RÉSUMÉ .....	v
ABSTRACT .....	vi
TABLE DES MATIÈRES .....	vii
LISTE DES TABLEAUX .....	ix
LISTE DES FIGURES .....	x
LISTE DES ANNEXES .....	xii
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 SECTION D'ESSAIS STERN .....	4
1.1 Boucle thermohydraulique .....	5
1.2 Section d'essais des laboratoires Stern .....	5
1.3 Méthode expérimentale .....	12
CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE MAGNÉTOSTATIQUE .....	14
2.1 Quantités et équations fondamentales .....	15
2.2 Conditions frontière .....	17
2.3 Le potentiel vecteur et la méthode des courants conjugués .....	18
2.3.1 Potentiel vecteur .....	18
2.3.2 Le Modèle des courants conjugués .....	19
2.4 Équations intégrales de l'aimantation et approche numérique .....	21
2.4.1 Équations intégrales de l'aimantation .....	21
2.4.2 Approche numérique .....	23
2.5 Énergie et forces magnétostatiques .....	26
2.5.1 Énergie magnétostatique due à une distribution de courant .....	26
2.5.2 Énergie magnétique en présence d'un milieu magnétisable .....	27
2.5.3 Forces magnétostatiques .....	28
2.6 Ferromagnétisme et diamagnétisme .....	29
2.6.1 Origine physique du ferromagnétisme .....	29

2.6.2 Propriétés de bases des matériaux ferromagnétiques .....	30
2.6.3 Caractéristiques physiques des matériaux ferromagnétiques constitutifs de la section d'essais STERN .....	33
2.6.4 Diamagnétisme et propriétés magnétiques de l'eau pure .....	37
<b>CHAPITRE 3 RÉSULTATS DE MAGNÉTOSTATIQUES .....</b>	<b>39</b>
3.1 Résultats obtenus à l'aide du modèle des courants conjugués .....	39
3.1.1 Calcul du champ magnétique par le modèle des courants conjugués .....	40
3.1.2 Calcul des efforts électromagnétiques à l'aide du modèle des courants conjugués ..	44
3.2 Résultats obtenus à l'aide de la méthode intégrale .....	46
3.2.1 Distribution du champ .....	46
3.2.2 Calcul des efforts électromagnétiques sur les assemblages .....	53
3.3.3 Erreurs de calcul .....	56
<b>CHAPITRE 4 ÉBULLITION ET CHAMP MAGNÉTOSTATIQUE .....</b>	<b>57</b>
4.1 Ébullition homogène .....	57
4.2 Ébullition hétérogène .....	58
4.2.1 Équation de Laplace-Young et surchauffe nécessaire pour la nucléation .....	59
4.2.2 Bilan d'énergie et début de l'ébullition nucléée .....	61
4.2.3 Dimensions des cavités actives .....	67
4.2.4 Coefficient de Plessel .....	70
4.2.5 Modèle de Sullivan et al. .....	72
4.2.6 Fréquence de détachement des bulles de vapeur .....	77
4.3 Ébullition et champ magnétostatique .....	80
4.3.1 Propriétés thermophysiques de l'eau sous influence d'un champ magnétique .....	80
4.3.2 Forces magnétostatiques sur une bulle de vapeur .....	81
4.3.3 Diamètre de détachement des bulles en présence d'un champ magnétostatique .....	82
4.3.4 Fréquence de détachement des bulles en présence d'un champ magnétostatique .....	84
4.3.5 Effet du champ magnétostatique sur la puissance thermique .....	86
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>87</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>88</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>93</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Propriétés magnétiques de l'acier inoxydable 410 .....	33
Tableau 2.2 : Propriétés magnétiques de l'acier au carbone .....	34
Tableau 2.3: Valeurs des paramètres utilisé pour calculer les courbes de susceptibilité magnétique à l'aide de la formule (2.69). .....	37
Tableau 3.1 : Valeurs minimales, maximales et moyennes de la susceptibilité magnétique, du champ magnétique, de l'aimantation et du champ d'induction magnétique dans les ferromagnétiques. .....	52
Tableau 4.1 : Position où commence l'ébullition nucléée et différence de température $\Delta T_w$ aux lieus correspondants. .....	67
Tableau 4.2: Diamètres minimal et maximal des cavités actives. .....	70
Tableau A.1.1 : Forces exercées sur les crayons des grappes de 28 éléments par le champ magnétostatique. .....	93
Tableau A.1.2 : Forces exercées sur les crayons des grappes de 37 éléments par le champ magnétostatique. .....	94
Tableau A.2.1 : Erreur relative (en %) entre le champ magnétique calculé par la méthode intégrale et celui obtenu à l'aide des formules A.2.1 à A.2.8. .....	98

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Schéma de principe de la boucle thermohydraulique STERN.	5
Figure 1.2 : Canal hydraulique utilisé pour effectuer les expériences.	6
Figure 1.3 : Distribution axiale de flux thermique dans la section d'essais.	7
Figure 1.4 : Grappes de combustibles a) 28 crayons b) 37 crayons.	8
Figure 1.5 : Crayon typique instrumenté avec thermocouples amovibles.	9
Figure 1.6 : Coussinets et rondelles pour isoler les tiges de déplacement des crayons des connecteurs électrique.	9
Figure 1.7 : Composants utilisés pour simuler les plaques d'extrémité d'une grappe réelle. a) schéma de face b) photo prise de côté.	10
Figure 1.8 : Vue en coupe du canal et de ses supports.	11
Figure 1.9 : Dimensions du canal et des supports.	12
Figure 2.1: Cavité cylindrique parcourue par un courant parallèle à son axe et position du courant conjugué.	20
Figure 2.2 : Conventions sur les paramètres de calculs des coefficients de couplage.	25
Figure 2.3: a) Courbe de première aimantation typique b) Relation correspondante de la perméabilité relative versus le champ $H$ appliqué.	32
Figure 2.4 : Courbe d'aimantation de l'acier inoxydable 410	34
Figure 2.5 : Perméabilité magnétique de l'acier inoxydable 410 en fonction du champ $H$ appliqué.	36
Figure 2.6 : Perméabilité magnétique de l'acier au carbone en fonction du champ $H$ appliqué.	36
Figure 3.1 : Cartes de l'amplitude du champ magnétique dans le canal de simulation	42
Figure 3.2: Module du champ magnétique en fonction de la distance à la surface du crayon de combustible.	44
Figure 3.3 : Maillage de simulation utilisée pour calculer le champ magnétique dans la section d'essais STERN.	47
Figure 3.4 : Profil normalisé du champ d'induction magnétique $\vec{B}$ dans toute la section d'essais STERN.	49

Figure 3.5: Profil normalisé du champ magnétique auxiliaire $\vec{H}_m$ dans le tube de force. ....	50
Figure 3.6: Force par unité de longueur sur les assemblages en fonction de l'écart $\varepsilon$ de leur centre géométrique au centre du canal. ....	53
Figure 3.7: Force nette sur les assemblages de combustible en fonction du courant électrique total circulant dans les assemblages de combustible (pour un décentrage $\varepsilon$ de 0.7mm). ....	55
Figure 4.1: Surchauffes nécessaire à la nucléation en fonction du diamètre $D_c$ de la cavité. ....	61
Figure 4.2: Distribution axiale du flux thermique. ....	62
Figure 4.3: Bulle de vapeur croissant dans un médium liquide à température uniforme et animée d'une vitesse de translation $\vec{v}$ . ....	73
Figure 4.4: Diamètre de détachement de la bulle de vapeur en fonction du diamètre de la cavité. ....	76
Figure 4.5: Fréquence de détachement des bulles en fonction de leur diamètre de détachement. ....	79
Figure 4.6: Différence relative (en %) entre le diamètre de détachement des bulles avec présence du champ magnétique et le diamètre de détachement sans champ magnétique ....	83
Figure 4.7: Différence relative (en %) entre la fréquence de détachement des bulles avec et sans champ magnétique. ....	85
Figure A.2.1: Profils des champs vectoriels auxiliaires $\vec{H}$ et $\vec{H}_m$ à proximité d'un long barreau ferromagnétique soumis à un champ d'induction horizontal. ....	95
Figure A.2.2: Profils des champs vectoriels auxiliaires $\vec{H}$ et $\vec{H}_m$ à proximité d'un cylindre ferromagnétique soumis à un champ d'induction horizontal. ....	97
Figure A.3.1: Schéma de principes pour l'ébullition hétérogène en présence d'un gradient de champ magnétique. ....	99

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe 1 : Tableau des forces magnétiques sur les crayons. ....	93
Annexe 2 : Erreurs de calcul liées à l'utilisation de la méthode intégrale. ....	95
Annexe 3 : Calcul de la force magnétostatique sur une bulle. ....	99

## INTRODUCTION

En 1934, Shiro Nukiyama publia le premier article significatif sur le flux de chaleur critique (Nukiyama, 1934; Lienhard V & Lienhard IV, 2011). Dans son article, Nukiyama montrait que, pour une expérience d'ébullition en piscine, le coefficient de transfert de chaleur par convection chute brusquement lors de l'atteinte d'un certain flux de chaleur.

Ce phénomène, appelé crise de l'ébullition, se produit pour une valeur du flux de chaleur appelé flux de chaleur critique (FCC). Une fois atteint le flux de chaleur critique, la température de l'élément chauffant augmente brusquement, car les conditions thermohydrauliques ne permettent plus à ce dernier d'évacuer la chaleur qu'il génère. Si aucune mesure n'est prise, la crise de l'ébullition peut mener à des dommages irréversibles de l'élément chauffant (c.-à-d., il peut se mettre à fondre). Le flux de chaleur critique est essentiellement dû à une génération de vapeur trop importante à la surface de l'élément chauffant. La phase liquide du caloporteur n'est alors plus capable de refroidir la surface, car la vapeur forme une sorte de bouclier qui l'empêche de l'atteindre.

L'expérience réalisée par Nukiyama était une expérience en flux de chaleur contrôlé dans un récipient d'eau au repos (ébullition en piscine). Les réacteurs nucléaires de puissance opèrent aussi en régime de flux de chaleur contrôlé. En effet, l'insertion ou le retrait des barres de contrôle du cœur du réacteur permet de contrôler le taux de fissions nucléaire et par le fait même de contrôler la puissance thermique dégagée par le combustible (Todreas & Kazimi, 1990). Cependant, le cœur des réacteurs nucléaires est refroidi par un écoulement forcé de caloporteur qui passe de la phase liquide, à l'entrée du réacteur, à un mélange diphasique (liquide et vapeur) en sortie du réacteur. Bien que Nukiyama ait effectué son expérience dans un récipient d'eau au repos, le FCC se manifeste aussi dans les systèmes de transfert thermique opérant en régime de convection forcée (tel que les réacteurs nucléaires de puissance) (Tong, 1972; Collier, 1996). Là encore le flux de chaleur critique se traduit par une chute soudaine des capacités de transfert thermique des crayons de combustible nucléaire au caloporteur diphasique. Si le flux de chaleur critique est atteint dans un réacteur nucléaire de puissance, il peut en résulter un accident nucléaire dû à la fonte imminente des assemblages de combustible. L'atteinte du flux de chaleur critique doit donc être impérativement évitée dans les réacteurs nucléaires de puissance. Les réacteurs nucléaires ne peuvent fonctionner au-delà d'une certaine puissance thermique, car

ils risqueraient alors d'atteindre le flux de chaleur critique. Cela limite la température de sortie du caloporteur et, par rendement Carnot, le travail net qui peut être transmis au groupe turbine par le caloporteur.

Il est important, pour la sûreté nucléaire, de connaître les conditions thermohydrauliques menant au flux de chaleur critique dans un réacteur nucléaire de type CANDU 6. C'est dans ce but que les laboratoires STERN, pour le compte d'énergie atomique du Canada (EACL), et les laboratoires de l'université Columbia ont effectué des expériences pleines échelle de FCC (Fortman et al., 1993; Teyssedou & Olekhnovitch, 2007). Des canaux de simulation pleines échelles ont été construits pour la réalisation de ces expériences. Comme ces sections d'essais n'étaient pas situées dans le cœur d'un réacteur nucléaire, elles devaient tirer leur puissance thermique d'un autre phénomène que celui de la fission nucléaire. Les laboratoires en question ont eu recours à l'effet Joule pour générer une puissance thermique, dans les assemblages de simulation du combustible, comparable ou supérieur à la puissance générée dans le canal central d'un réacteur nucléaire CANDU ( $\approx 10$  MW thermiques). Les courants électriques requis pour générer une telle puissance thermique étaient de plusieurs dizaines de milliers d'Ampère. L'application de courants électriques aussi forts génère naturellement de forts champs magnétiques dans le canal de simulation et à proximité de ce dernier. Le tube de force du canal de simulation et ses supports sont constitués de matériaux ferromagnétiques (Fortman, 2007). La nature ferromagnétique de ces composants implique qu'ils exercent nécessairement des efforts électromagnétiques sur les assemblages de combustible (Fortman, 2006; Teyssedou & Lavoie, 2008).

Les assemblages de combustible sont maintenus en place, dans le canal de simulation, par la force de gravité ainsi que par des ressorts les poussant sur la paroi inférieure du canal. L'usage de ces ressorts nécessite la présence d'un jeu entre les assemblages de combustible et la paroi supérieure du canal. Ce jeu implique que les diamètres hydrauliques locaux et par conséquent les résistances hydrauliques dans le haut et le bas des assemblages ne sont pas identiques. Il en résulte un écart entre la vitesse du caloporteur dans le haut et dans le bas des assemblages. Les conditions hydrauliques dans le bas et dans le haut des assemblages ne sont donc pas identiques, contrairement à la situation régnant dans un canal de réacteur nucléaire CANDU. Cette différence sur les conditions de convection du caloporteur dans les parties inférieure et supérieure des assemblages crée nécessairement un écart par rapport aux conditions régnant dans un canal

typique de réacteurs nucléaires CANDU. Par conséquent, les conditions expérimentales deviennent des conditions que les laboratoires STERN tentent d'établir. Il est possible que la gravité et les efforts électromagnétiques, sur les assemblages de combustible, soient suffisants pour maintenir ceux-ci en place et que les ressorts ne sont, en fait, pas nécessaires (Fortman, 1999; Fortman, 2007).

La question se pose aussi sur l'influence possible que pourrait avoir le champ magnétique intense, régnant dans le canal de simulation, sur les mécanismes de transfert thermique à l'œuvre lors des expériences. Si influence il y a, la présence du champ magnétique pourrait biaiser les résultats des expériences effectuées par rapport aux conditions régnantes dans un vrai canal de réacteur nucléaire CANDU 6.

Le premier objectif de notre projet de recherche est de calculer les efforts électromagnétiques agissant sur les assemblages de combustibles dus à la présence du tube de force et des supports ferromagnétiques de la section d'essais. Le second objectif de notre projet est de déterminer si le champ magnétique présent peut modifier les conditions de transfert thermique par ébullition dans le canal de simulation.

Les efforts électromagnétiques ont été calculés, et ces derniers sont d'amplitude inférieure à celle estimée par le laboratoire STERN. Pour ce faire, nous avons utilisé la méthode des courants conjugués (Durand, 1968) et la méthode intégrale (Hoole, 1989) pour calculer la distribution du champ. Nous avons aussi démontré qu'un champ magnétique similaire à celui présent dans la section d'essais a une influence négligeable sur le diamètre de détachement des bulles (Hatton & Hall, 1966) ainsi que sur la fréquence à laquelle elles sont émises (Rohsenow, Harnett & Ganic, 1985). Ceci démontre, dans un cas idéal, que le champ magnétique présent n'a pas d'influence sérieuse sur les paramètres importants de l'ébullition. En conclusion, le champ magnétique n'influence pas les paramètres thermohydrauliques des expériences effectués par les laboratoires STERN.

## CHAPITRE 1

### SECTION D'ESSAIS DE STERN

La crise de l'ébullition représente un risque sérieux d'accident nucléaire, c'est pourquoi il est important d'identifier les conditions thermohydrauliques menant à son apparition. Un grand nombre d'expériences a été mené dans ce but par divers laboratoires à travers le monde. Chacune de ces expériences correspond à des conditions d'opération, de canal et de géométries d'assemblages de combustible propres à un type de réacteur donné.

Plus spécifiquement, deux séries d'expériences indépendantes ont été réalisées par l'université Columbia ainsi que le laboratoire STERN (Fortman, Ayers, & Hayes, 1993; Midvidy & al., 1984; Teyssedou et Olekhnovitch, 2007) pour déterminer les conditions menant à la crise de l'ébullition dans un canal typique de réacteurs nucléaires CANDU 6. La première et la seconde série d'expériences ont, respectivement, été réalisées avec des assemblages de combustibles de 28 et 37 crayons. Mentionnons que les canaux de simulations utilisés étaient les mêmes pour les expériences menées avec les deux types d'assemblage, c.-à-d. seuls les assemblages de combustibles ont été changés dans les sections d'essais. Présentement, le laboratoire STERN est en train d'adapter la section d'essais pour effectuer des expériences sur des assemblages de combustibles conformes à ceux de 43 crayons qui seront utilisés dans les réacteurs nucléaires CANDU de troisième génération (ACR-1000).

Nous concentrerons notre attention, dans ce travail, sur les expériences effectuées par le laboratoire STERN pour le compte d'énergie atomique du Canada. Par conséquent, toutes les données techniques de section d'essais que l'on présentera sont en rapport avec les travaux effectués par ce laboratoire.

Comme les expériences ne peuvent être réalisées dans un vrai réacteur nucléaire CANDU, la puissance thermique des assemblages de crayons doit provenir d'un autre processus que celui de la fission nucléaire. À cet effet, les sections d'essais assemblés par les laboratoires STERN et l'université Columbia sont chauffés par effet Joule à l'aide de forts courants électriques ( $\approx 50\text{ kA}$ ) pour une puissance thermique de l'ordre de  $10\text{ MW}$ .

Ce chapitre vise à décrire le montage utilisé par les laboratoires de la compagnie STERN pour effectuer les expériences de flux de chaleur critique dans des conditions correspondant à un canal central d'un réacteur nucléaire CANDU 6. Les plans complets de conceptions et de fabrication de

la section d'essais sont donnés dans le rapport de Fortman, Ayers, & Hayes (1993). On trouve dans ce document toutes les spécifications techniques nécessaires à la fabrication des diverses composantes constituant la section d'essais ainsi qu'à son assemblage.

## 1.1 Boucle thermohydraulique

La figure 1.1 montre une vue d'ensemble simplifiée du circuit hydraulique utilisé par les laboratoires STERN pour effectuer les expériences sur le flux de chaleur critique.

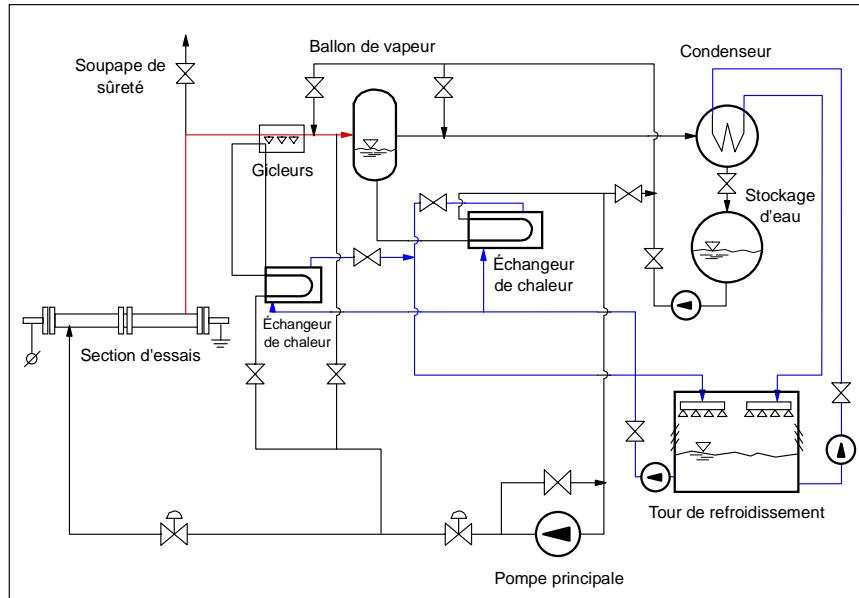


Figure 1.1 : Schéma de principe de la boucle thermohydraulique STERN.

Les conditions thermohydrauliques à l'entrée de la section d'essais, c.-à-d. sous refroidissement et débit, sont contrôlées par un échangeur de chaleur et des vannes de retours. Lors des expériences, on contrôle la pression de l'écoulement à la sortie du canal à l'aide d'un refroidisseur à gicleurs et d'un ballon de vapeur. La puissance thermique ajoutée au système, par la section d'essais, est dégagée dans une tour de refroidissement. Ceci permet d'effectuer les expériences de transfert thermique à l'état stationnaire.

## 1.2 Section d'essais des laboratoires Stern

Le tube de force constituant le canal de la section est constitué de sept tubes identiques de matériaux ferromagnétiques (acier inoxydable 410) solidement rivetés ensemble. La figure 1.2 montre un schéma simplifié du canal de simulation utilisé par le laboratoire Stern (Teyssedou & Olekhnovitch, 2007).

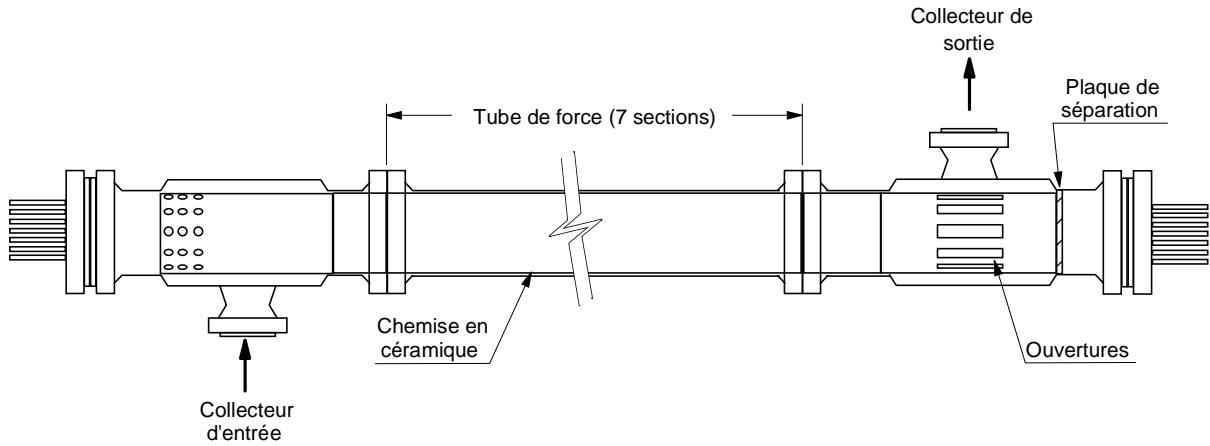


Figure 1.2 : Canal hydraulique utilisé pour effectuer les expériences (Teyssedou & Olekhnovitch, 2007).

Pour être conforme aux conditions de résistance hydraulique régnant aux extrémités des canaux de vrais réacteurs CANDU 6, les collecteurs d'entrée et de sortie étaient respectivement orientés vers le bas et vers le haut. Les connexions avec le circuit d'alimentation électrique (source de puissance thermique), situé à l'extérieur du canal, passent à travers une plaque de séparation et sont directement branchés aux assemblages d'entrées et de sortie de la section d'essais. Afin de ne pas avoir de courant électrique passant par le tube de force, un revêtement de céramique de 9.6 mm d'épaisseur ceinture tout l'intérieur du canal. Ceci permet d'isoler électriquement les assemblages de combustible du reste de la section d'essais constitués de matériaux ferromagnétiques qui peuvent conduire l'électricité.

Comme dans un canal d'un réacteur CANDU 6, la section d'essais comporte 12 assemblages de combustibles de 28, 37 ou 43 crayons selon le type d'expériences. Les crayons de combustible constituant les assemblages sont usinés et composés de divers matériaux pour forcer une distribution axiale de flux thermique ayant la forme de celle donnée à la figure 1.3.

L'usinage a été effectué de manière à obtenir un amincissement de l'épaisseur des crayons situés au centre du canal par rapport à ceux situés aux extrémités de celui-ci (Fortman, Ayers, & Hayes, 1993). En effet, la loi de Joule stipule que la puissance thermique dégagée par une résistance électrique est inversement proportionnelle à la section du conducteur. Aussi la résistivité thermique intrinsèque change d'un matériau à l'autre. Lors de la conception de la section d'essais, le laboratoire Stern a joué sur ces deux paramètres pour obtenir un profil de puissance axial le plus conforme possible à celui d'un véritable canal de réacteur CANDU 6.

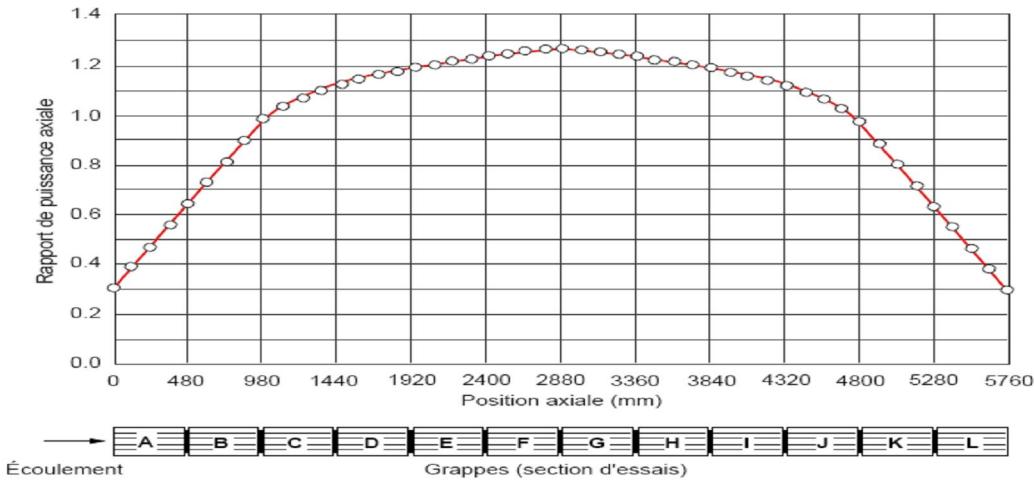


Figure 1.3 : Distribution axiale de flux thermique dans la section d'essais.

Physiquement, le profil de puissance axial dans les réacteurs CANDU est de type sinusoïdal (Todreas & Kazimi, 1990). En effet, dans un canal de réacteur les assemblages situés au centre du canal sont soumis à un bombardement de neutrons plus intense que ceux situés aux extrémités. Ceci implique qu'un plus grand nombre de fissions y est induit et qu'ils dégagent par conséquent une puissance thermique plus grande que les autres assemblages du canal. Mentionnons aussi que le véritable profil de puissance axiale de la section d'essais voit son sommet de puissance thermique axiale décalé vers la sortie de la section (Fortman, Ayers, & Hayes, 1993).

Dans un canal de réacteur CANDU les crayons situés dans la couronne externe des grappes de combustibles ont une puissance thermique environ 15% plus élevée que celle du/des crayons central. Ceci est dû à l'effet d'autoprotection et au fait que les crayons de la couronne externe sont soumis à un flux plus important de neutrons thermiques du simple fait de leur proximité à l'eau lourde circulant dans la calandre. Pour tenir compte de ces effets, les crayons ont été usinés avec une épaisseur de paroi appropriée.

Comme EACL n'a pas encore décidé avec exactitude de la géométrie définitive des grappes de 43 crayons devant constituer le cœur des futurs réacteurs ACR-1000, nous avons concentré notre attention sur les grappes de combustible de 28 et 37 crayons. La figure 1.4 donne une vue en coupe de ces grappes de combustible.

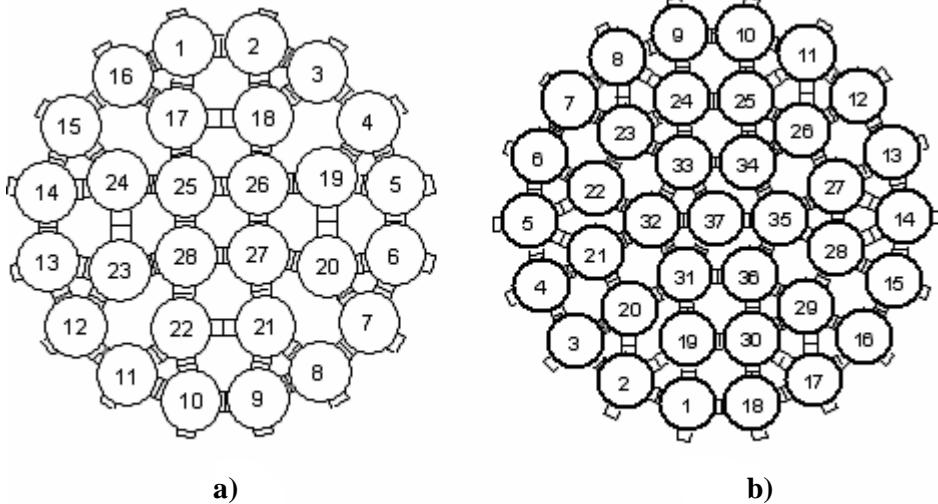
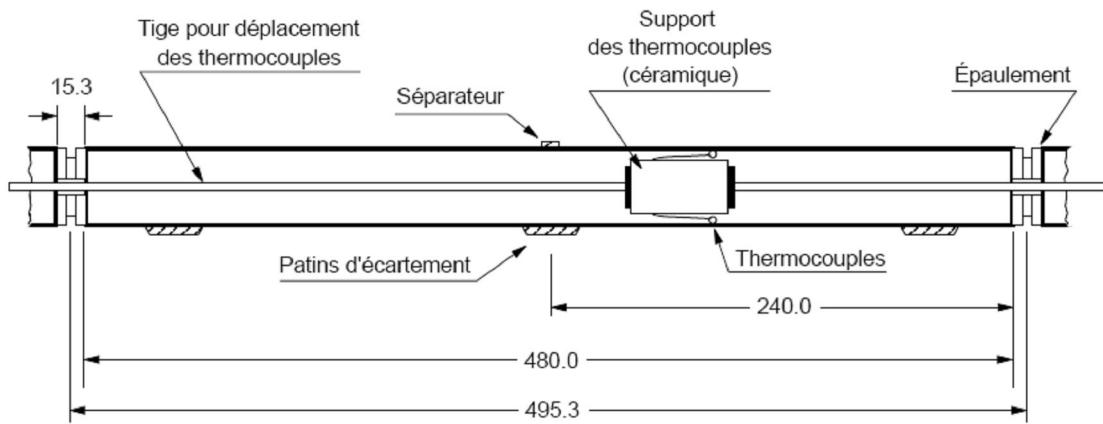


Figure 1.4 : Grappes de combustibles a) 28 crayons b) 37 crayons.

La différence de potentiel électrique entre l'entrée et la sortie de la section d'essais est de 100 V et le courant électrique continu circulant dans les grappes est de plusieurs milliers d'Ampères. Les valeurs de courant électrique utilisées pour nos calculs sont 50.82 kA pour le 37 éléments et 42 kA pour les assemblages de 28 éléments. Ces valeurs de courants électriques représentent le courant circulant dans les assemblages lors de l'apparition de la crise de l'ébullition.

Comme le flux de chaleur critique est plus susceptible de se produire dans les grappes se trouvant en sortie des canaux, seuls les quatre (I, J, K et L sur la figure 1.3) en sortie du canal ont été équipés de thermocouples. Ceux-ci permettent de détecter localement les variations de température à la paroi interne des crayons. Les grappes en question ont été équipées de thermocouples mobiles tant en translation qu'en rotation. Ceux-ci permettent de balayer la surface interne des crayons pour détecter si la température de l'un des points de la surface du crayon augmente brusquement, indiquant ainsi qu'elle peut être soumise à des conditions locales de crise de l'ébullition. La figure 1.5 donne un aperçu de la disposition des thermocouples dans l'un des crayons instrumenté.

La figure 1.5 illustre aussi les patins d'écartement, présents sur les crayons de la couronne externe, qui empêchent d'avoir un contact direct entre leurs surfaces et le tube de force. On peut aussi y observer la présence d'un séparateur qui empêche les crayons des assemblages de combustible de se toucher directement l'un l'autre tout en permettant le passage du courant électrique. La séparation dans l'épaulement est utilisée pour placer un composant qui simule la



Toutes les dimensions sont en mm

Figure 1.5 : Crayon typique instrumenté avec thermocouples amovibles.

plaqué de bout d'une vraie grappe. L'emploi de matériaux ayant une grande conductivité électrique pour la fabrication de l'épaulement permet d'obtenir la réduction du flux thermique (très locale) observé dans les canaux de réacteur CANDU. Cette réduction est naturellement due à la présence des bouchons de fermeture des crayons et des plaques de bout des grappes. Mentionnons que l'emploi de ces connexions électriques implique une orientation uniforme de toutes les grappes qui constituent la section d'essais. Ce qui est un écart par rapport aux véritables conditions d'un canal de réacteur CANDU. En effet, dans un canal de réacteur CANDU, les machines de recharge n'insèrent pas les grappes de combustible neuf dans le canal selon une orientation privilégiée. La résistance hydraulique entre l'entrée et la sortie du canal de simulation est donc nécessairement différente de celle présente dans un canal typique de réacteurs CANDU.

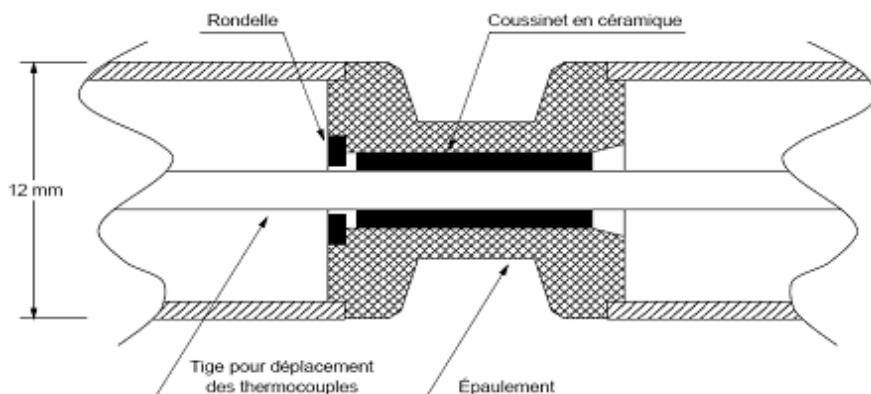


Figure 1.6 : Coussinets et rondelles pour isoler les tiges de déplacement des crayons des connecteurs électriques.

Les plaques de connexions électriques doivent permettre le passage des tiges mécanique pour le déplacement des thermocouples mobiles. Elles doivent aussi empêcher le courant électrique, destiné au chauffage des assemblages de combustible, de passer par lesdites tiges. À cette fin, des coussinets et des rondelles en céramiques (isolant électrique) ont été installés entre les tiges et les plaques de connexions électriques. La figure 1.6 illustre notre description.

Pour maintenir les crayons dans la bonne position radiale et pour simuler les plaques d'extrémités que l'on trouve dans les grappes réelles, on utilise le dispositif montré à la figure 1.7.

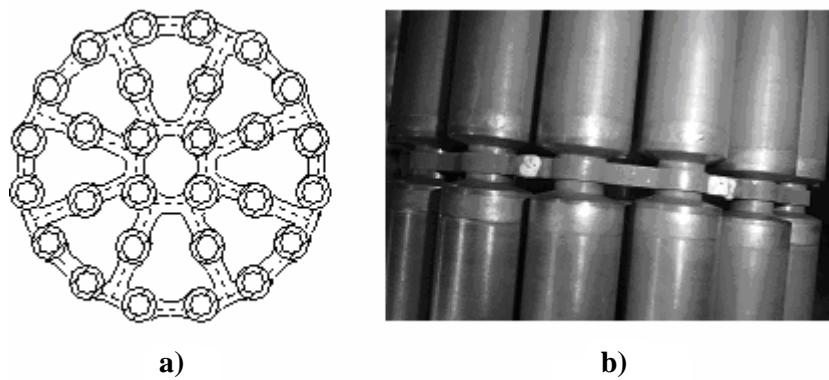


Figure 1.7 : Composants utilisés pour simuler les plaques d'extrémité d'une grappe réelle. a) schéma de face b) photo prise de côté.

Il s'agit d'un composant complexe, constitué de plusieurs morceaux fabriqués à partir de plaques d'Inconel avec un haut degré de précision (Fortman, Ayers, & Hayes 1993; Teyssedou & Olekhnovitch, 2007).

Des prises de pression ont été placées de façons symétriques de part et d'autre du canal qui loge la section d'essais. Pour ce faire, des orifices ont été percés dans la paroi des sections qui constituent le tube de force. Ils sont situés à une position verticale correspondant au milieu de chaque assemblage. Même si un seul capteur est utilisé pour mesurer la pression, en une position axiale donnée de la section d'essais, la décision fut d'en mettre deux pour ne pas briser la symétrie. Cette symétrie est importante par rapport aux lignes de champs magnétiques générés par le courant électrique circulant dans les assemblages de combustible. Mentionnons que les prises de pression ont été fabriquées en utilisant un matériau de perméabilité magnétique négligeable. Ceci peut affecter les calculs de la distribution du champ magnétique à proximité des prises de pression.

Afin de permettre l'insertion de la section d'essais simulant les grappes de combustible dans le canal, la partie supérieure des grappes ne contient pas de patins d'écartement, mais des ressorts qui permettent de les maintenir en place. Ceci introduit une excentricité  $\varepsilon$  (0.7 mm) en ce qui a trait à la position du centre des grappes par rapport au centre géométrique du canal.

Mentionnons enfin que l'ensemble du canal de simulation repose sur deux « I-beams » en acier au carbone de haute perméabilité magnétique. La figure 1.8 illustre une vue en coupe d'une grappe de combustibles dans le canal de simulation. Cette figure montre (de façon schématique) les ressorts dont nous avons parlé plus haut ainsi que la chemise en céramique et les supports en acier au carbone du canal.

La figure 1.9 donne les dimensions (en mm) des supports mécaniques de la section d'essais. Ces dimensions sont celles que nous avons utilisées pour les différents calculs de magnétostatique présentés au chapitre 3.

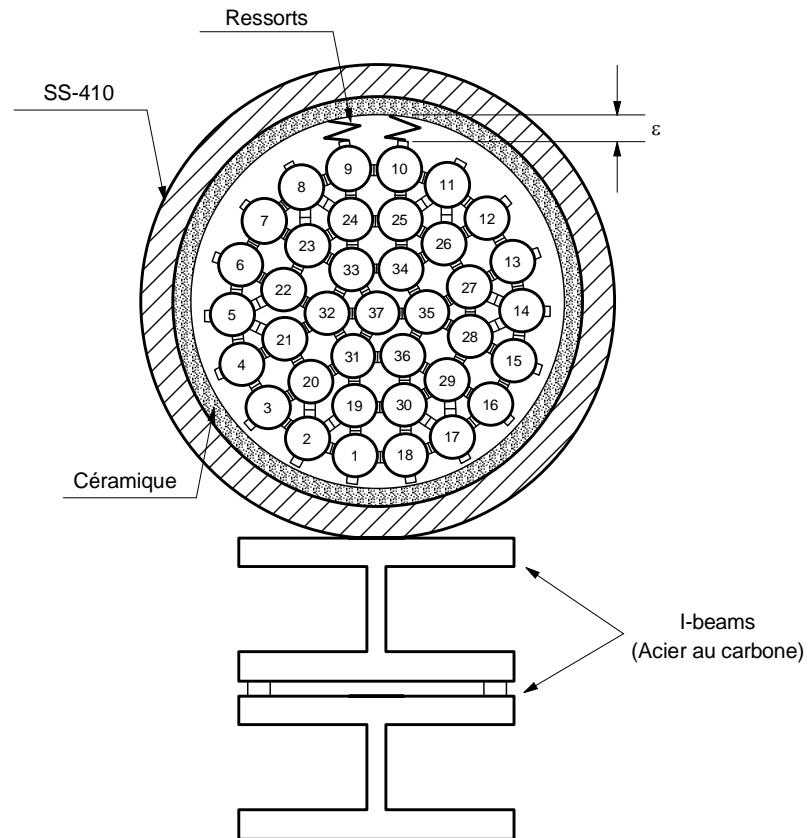


Figure 1.8 : Vue en coupe du canal et de ses supports.

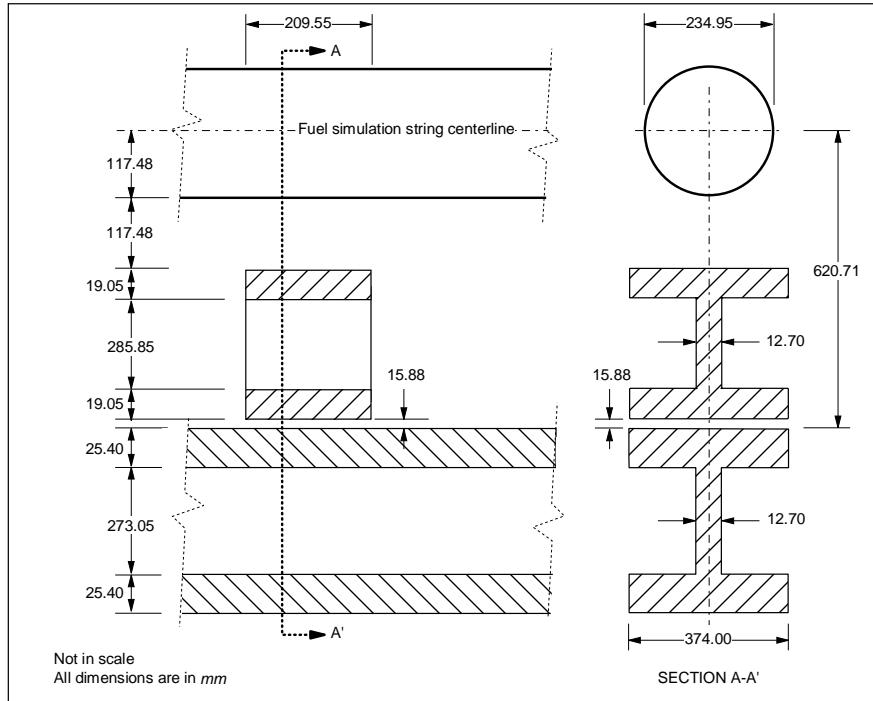


Figure 1.9 : Dimensions du canal et des supports.

### 1.3 Méthode expérimentale

Une description sommaire de la démarche suivie par les laboratoires Stern pour déterminer les conditions thermohydrauliques menant au flux de chaleur critique dans un canal de simulation d'un réacteur nucléaire CANDU 6, est ici présentée (Teyssedou & Olekhnovitch, 2007).

Les expériences de flux de chaleur critique ont été effectuées en deux étapes. La première étape visait à déterminer les endroits où le flux de chaleur critique est le plus susceptible de se produire. Pour la réalisation de cette étape, les boucles thermiques ont été mises en marche avec les conditions désirées de température, pression et débit massique à l'entrée, puis maintenues la plus constante possible lors de toute la durée des expériences. La puissance thermique est alors établie à 90% de celle estimée pour obtenir l'assèchement. Les thermocouples mobiles sont alors mis en mouvement (rotation et translation) à l'intérieur des crayons instrumentés (voir la figure 1.5). Si aucune indication de FCC n'est observée, la puissance thermique est alors augmentée par incrément de environ 5% et les thermocouples sont de nouveaux mis en mouvement pour détecter si un assèchement autour des crayons de combustible a eu lieu.

D'autres expériences de FCC ont été réalisées après exécution de ces premiers tests. Ces tests ont aussi été effectués en établissant préalablement les conditions d'écoulement désiré du caloporteur et en augmentant graduellement la puissance thermique de la section d'essais. Après chaque augmentation de puissance on permettait aux conditions hydrauliques d'atteindre un équilibre (elles pouvaient aussi être ajustées si jugé nécessaire). Lorsque les conditions de FCC sont atteintes, on augmente la puissance thermique jusqu'au moment où plus d'un thermocouple montre une augmentation de température anormale ; le système d'acquisition des données procède alors à l'enregistrement des données retournées par les thermocouples.

Enfin, une deuxième série d'expériences a été menée après avoir tourné les grappes de combustibles d'un angle de 90 degrés. Le but est de déterminer si l'orientation des grappes de combustibles peut affecter les données sur la localisation où se produit le FCC.

## CHAPITRE 2

### ÉLÉMENTS DE MAGNÉTOSTATIQUE

Comme mentionnés dans le chapitre d'introduction, deux des mandats de ce travail de maîtrise sont de calculer adéquatement le champ magnétique dans le canal de simulation et les forces électromagnétiques agissant sur les assemblages de combustible. Ce chapitre expose les concepts et équations nécessaires à la résolution de ces deux problèmes.

Pour enchaîner de façon naturelle sur les concepts et formules importantes pour la résolution de problèmes en magnétostatique, il est important de définir adéquatement les équations fondamentales de l'électromagnétisme et les relations constitutives reliant les diverses quantités physiques entre elles. Ensuite, on est en mesure, par des arguments physiques, de définir les conditions frontière associées à chacun des champs d'importance en magnétostatique. La méthode des images, utile pour la résolution des problèmes ayant un certain degré de symétrie (Durand, 1968), peut être utilisée pour le calcul du champ magnétique dans le canal de simulation STERN si l'on néglige la présence des supports du canal. Pour résoudre le problème, plus complexe, de calculer l'aimantation des matériaux ferromagnétiques constituant la section et le champ magnétique partout dans l'espace, le recours à la formulation intégrale de l'aimantation et des méthodes numériques associées (Hoole, 1989) a été retenu. Une fois obtenues les distributions d'aimantation et de champ magnétique, on peut calculer les forces électromagnétiques sur les assemblages de combustible à l'aide de l'expression la force de Lorentz. Bien sur, une compréhension adéquate du comportement des matériaux magnétiques sous induction est nécessaire pour résoudre tout problème de magnétostatique.

Pour le lecteur intéressé à des développements plus exhaustifs des lois de l'électromagnétisme, que ceux développés dans ce chapitre, on consultera, en première approche, les ouvrages de Purcell (1965) et Griffith (1999). Les livres de niveau plus avancés sont ceux de Knoepfel (2000), Jackson (2001) et de Panofsky & Philips (2005).

## 2.1 Quantités et équations fondamentales

Les lois de l'électromagnétisme peuvent être écrites de façon compacte sous la forme des quatre équations de Maxwell suivantes (Knoepfel, 2000),

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \ , \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \ , \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \ , \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e \ . \quad (2.4)$$

où les cinq vecteurs, la fonction scalaire ainsi que leurs dimensions physiques sont :

$\vec{H}$  , champ magnétique [A/m]

$\vec{B}$  , champ d'induction magnétique [Tesla] c.-à-d. [kg/A·s<sup>2</sup>]

$\vec{D}$  , densité de flux électrique [coulomb/m<sup>2</sup>]

$\vec{E}$  , champ électrique [volt/m] c.-à-d. [N/coulomb]

$\vec{J}$  , densité de courant [A/m<sup>2</sup>]

$\rho_e$  , densité de charges électriques [coulomb/m<sup>3</sup>]

La première équation (2.1), dite équation de Maxwell-Ampère, indique que le champ magnétique  $\vec{H}$  est généré, soit par une distribution de courant électrique  $\vec{J}$  soit par une variation temporelle de la densité de flux électrique  $\vec{D}$  ou par la combinaison de ces deux quantités. La seconde équation (2.2), dite équation de Faraday, exprime le fait que toute variation temporelle du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  entraîne l'apparition d'un champ électrique  $\vec{E}$ . L'équation de Gauss en magnétisme (2.3) indique l'inexistence de monopoles magnétiques. Ce qui revient à dire qu'il n'existe pas de région de l'espace qui agit comme sources ou puits de champ magnétique à divergence non nulle. Le nombre de lignes de champ d'induction magnétique entrant d'un volume de contrôle arbitraire est égal au nombre de lignes de champs qui en sort. Le théorème de Gauss en électrostatique (2.4) stipule que tout champ électrique statique  $\vec{E}$  est créé par une distribution de charges électriques  $\rho_e$ .

Trois autres relations sont nécessaires pour fermer les équations de Maxwell. Soit la loi de Ohm, donnée par :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2.5)$$

et les deux relations constitutives suivantes :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} , \quad (2.6)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} , \quad (2.7)$$

où  $\sigma$  [1/ohm·m] est la conductivité électrique du milieu,  $\mu$  [Henry/m] la perméabilité magnétique et  $\epsilon$  [Farad/m] la permittivité électrique du milieu considéré. L'équation (2.5) exprime le fait que tout courant électrique doit être généré par un champ électrique  $\vec{E}$ . En effet, le champ électrique étant défini comme la force agissant sur une charge test divisée par la valeur de cette même charge (loi de Coulomb), ce dernier fournit la force motrice pour engendrer le mouvement des charges électriques. Les valeurs prises par  $\mu$  dépendent du milieu en question et peuvent être fonctions de plusieurs variables telles que la température, le champ  $\vec{H}$  ainsi que la position et le temps.

La relation constitutive 2.6 entre les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  peut aussi être écrite de la façon suivante,

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H}) , \quad (2.8)$$

Où  $\vec{M}$  [A/m] est appelé *vecteur de polarisation magnétique*. Ce dernier vecteur exprime la contribution locale du matériau au champ d'induction magnétique  $\vec{B}$ . Il représente la contribution locale moyenne de tous les dipôles magnétiques microscopiques  $\vec{m}_i$  présents dans le volume considéré. Le lien entre les dipôles microscopiques et le vecteur de polarisation magnétique est exprimé par :

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{m}_i V_i}{\sum_i V_i} , \quad (2.9)$$

où les  $V_i$  sont les volumes élémentaires associés à chaque dipôle magnétique. Dans le cas où le vecteur de polarisation magnétique est colinéaire au champ magnétique  $\vec{H}$  et en supposant que la réponse du matériau est linéaire, on peut écrire :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} , \quad (2.10)$$

où  $\chi_m$  est appelée la susceptibilité magnétique du milieu. On définit  $\mu_r = \chi_m + 1$ , ce qui permet de réécrire l'équation (2.8) sous la forme :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} , \quad (2.11)$$

où  $\mu_r$  est un paramètre sans dimension appelé perméabilité relative. Une autre équation fondamentale en magnétisme est la loi donnant la force de Lorentz qui agit sur une charge électrique  $q$ , animée d'une vitesse  $\vec{v}$ , en présence d'un champ magnétique, c.-à-d.,

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) . \quad (2.12)$$

Comme le courant électrique est défini comme le nombre de charges électriques passant au travers d'une section quelconque d'un conducteur électrique par unité de temps, la force de Lorentz  $d\vec{F}_L$  agissant sur un élément de courant de longueur différentiel  $d\vec{l}$  est donnée par :

$$d\vec{F}_L = I(\vec{d}l \times \vec{B}) . \quad (2.13)$$

Le produit vectoriel dans l'expression de la force de Lorentz exprime que la force est toujours orthogonale au plan défini par les orientations vectorielles locales du courant électrique et du champ magnétique. Il est intéressant de noter que la dépendance de la force de Lorentz à la vitesse de la charge électrique test indique que le champ magnétique n'est en fait qu'une manifestation relativiste du champ électrique. L'enseignement moderne de l'électromagnétisme gagnerait en clarté si l'on nommait le champ d'induction magnétique « champs électrorelatif ». Les chapitres 5 et 6 du livre de Purcell (1998) sont pertinents pour tout lecteur intéressé par le sujet.

## 2.2 Conditions frontière

Les conditions frontière sur les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  doivent être respectées à l'interface de deux milieux de perméabilités  $\mu_1$  et  $\mu_2$  (Adams, 1941; Teyssedou & Lavoie, 2008). Comme la divergence du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  est toujours nulle, la composante normale du champ à l'interface entre les deux matériaux différents se doit d'être continue, soit :

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{e}_n = 0 , \quad (2.14)$$

avec  $\vec{e}_n$  un vecteur unitaire perpendiculaire à l'interface. Pour une interface ne comprenant pas de

sources de courant électrique, la loi d'Ampère (formule 2.1) s'écrit :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (2.15)$$

Ceci implique que la composante tangentielle du champ  $\vec{H}$  à l'interface doit être continue. En effet, on peut prendre un parcours d'intégration rectangulaire dont les côtés parallèles à l'interface sont infiniment près de ce dernier. Dans ce cas, la composante de la circulation du champ  $\vec{H}$  due à l'intégration sur les cotés du rectangle orthogonal à l'interface tend vers zéro. Pour que l'intégrale 2.15 soit nulle, il faut donc que les composantes tangentielles du champ  $\vec{H}$  à l'interface soient égales pour s'annuler mutuellement. La condition frontière associée au champ auxiliaire  $\vec{H}$  est alors exprimée comme suit :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{e}_n = 0. \quad (2.16)$$

Pour résoudre un problème de magnétostatique, l'on doit généralement avoir recours aux conditions frontière 2.15 et 2.16 pour trouver les valeurs des constantes de la solution générale.

### 2.3 Le potentiel vecteur et la méthode des courants conjugués

Nous donnons ici, en premier lieu, les expressions de base permettant de définir le potentiel vecteur d'une ligne de courant dans un milieu de perméabilité magnétique unitaire. On donne ensuite les relations permettant de calculer le potentiel vecteur dans une cavité cylindrique, invariante par translation, situé dans un milieu de perméabilité autre que la cavité. Ces relations seront utiles pour calculer le champ d'induction magnétique dans le canal de simulation de la section d'essais de STERN.

#### 2.3.1 Potentiel vecteur

L'inexistence expérimentale de monopoles magnétiques (formule 2.3) et le fait mathématique que la divergence d'un champ découlant de l'opérateur rotationnel est toujours nulle nous permettent d'écrire :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (2.17)$$

où  $\vec{A}$  est nommé le potentiel vecteur. Une interprétation physique du potentiel vecteur peut être donnée en mécanique quantique et en électrodynamique classique (Konopinski, 1978; Carron, 1995; Semon & Taylor, 1996) mais il sera traité par nous comme un artifice mathématique. Ses

unités physiques sont le Newton par Ampère. Due aux conditions frontière 2.14 et 2.16 sur les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$ , il est aisément de déterminer que les conditions frontière sur le potentiel vecteur à l'interface de deux matériaux de perméabilités  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont :

$$\vec{A}_1 = \vec{A}_2 \quad (2.18)$$

et

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial}{\partial r} \vec{A}_1 = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial}{\partial r} \vec{A}_2, \quad (2.19)$$

où  $\vec{A}_1$  est le potentiel vecteur dans le matériel de perméabilité  $\mu_1$  et  $\vec{A}_2$  le potentiel vecteur dans le matériel de perméabilités  $\mu_2$ . Pour une ligne de courant infinie orienté selon l'axe des  $z$ , le champ magnétique à une distance  $r$  de la ligne de courant est donné par la loi de Biot-Savart (formule 2.34) et/ou la loi d'Ampère (formule 2.1), soit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} [\hat{z} \times \hat{r}] \quad (2.20)$$

où  $\hat{z}$  est un vecteur unitaire pointant dans le sens du courant électrique et  $\hat{r}$  le vecteur pointant vers l'extérieur de la ligne de courant et orthogonal à cette dernière. Il est équivalent d'écrire la formule précédente sous la forme suivante :

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \nabla \times (\hat{z} \log(r)) \quad (2.21)$$

Ceci, amène à conclure que le potentiel vecteur d'une ligne de courant est donné par la formule suivante :

$$\vec{A} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \log(r) \hat{z} \quad (2.22)$$

### 2.3.2 Le Modèle des courants conjugués

Dans le cas d'une ligne de courant en présence de milieux magnétisables, on ne peut pas écrire que le potentiel vecteur soit donné uniquement par la formule 2.22. En effet, dû à son induction par la ligne de courant, le milieu magnétisable développe, en tout point de l'espace, une contribution au potentiel vecteur.

Pour trouver la distribution du potentiel vecteur dans l'espace, on peut soit résoudre analytiquement ou numériquement l'équation de Poisson associée au potentiel vecteur donné par (Jackson 2001),

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} , \quad (2.23)$$

soit utiliser la méthode des courants conjugués pour des géométries d'interfaces simples. Mentionnons que cette méthode ne peut être utilisée que dans les cas où la perméabilité magnétique de chacun des milieux est homogène et isotrope.

Ici le cas d'intérêt est celui d'une ligne de courant électrique située en un point  $M_1$  à une distance  $d_1$  du centre d'une cavité cylindrique de rayon  $a$ . La méthode des courants conjugués stipule que la composante du potentiel vecteur due au milieu magnétisable est équivalente à la composante qui serait due à un courant virtuel situé sur la droite passant par l'origine et le point  $M_1$ . Le point  $M_2$  où se trouve le courant conjugué est situé à une distance  $d_2$  ( $= d_1/a^2$ ) du centre de la cavité. La figure 2.1 illustre cette situation.

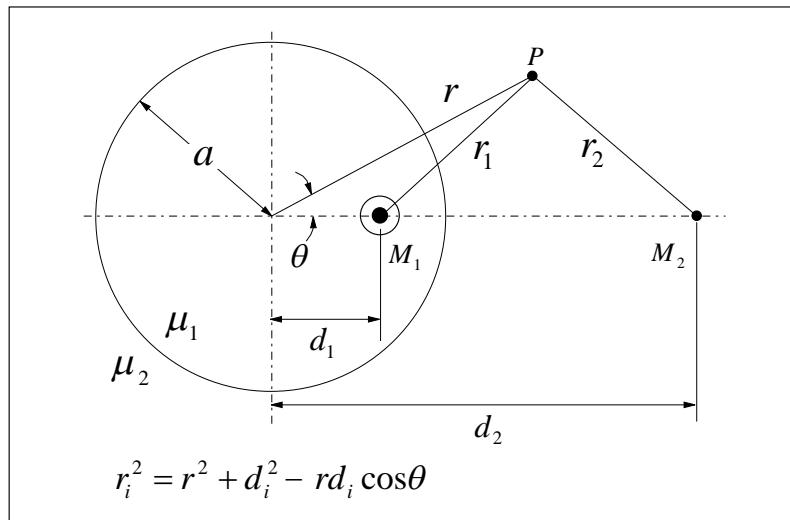


Figure 2.1 Cavité cylindrique parcourue par un courant parallèle à son axe et position du courant conjugué.

Pour un courant électrique circulant dans une cavité cylindrique (infini par translation) de perméabilité  $\mu_1$  et entouré d'un médium infini de perméabilité  $\mu_2$ , il peut-être démontré (Durand,

1968) que les expressions du potentiel vecteur dans les milieux 1 et 2 sont données par :

$$A_1 = -\frac{\mu_1 I}{2\pi} \left[ \log r_1 + \alpha \log \left( \frac{d_1}{a} r_2 \right) \right], \quad (2.24)$$

$$A_2 = -\frac{\mu_1 I}{2\pi} \left[ \beta \log \left( \frac{r}{a} \right) + \gamma \log r_1 \right], \quad (2.25)$$

où,

$$\alpha = \beta = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}.$$

Selon la formule 2.24, le potentiel vecteur dans la cavité est donné par la somme du potentiel vecteur due à la ligne de courant (formule 2.22) et de la ligne de courant virtuelle (parcourue par un courant  $\alpha I$ ).

Dans le cadre de ce travail, la méthode des courants conjugués sera utilisée pour approximer la distribution du champ magnétique dans le canal de simulation de la section d'essais de STERN.

## 2.4 Équations intégrales de l'aimantation et approche numérique

Nous développons ici le système d'équations intégrales qui nous permettra de calculer l'aimantation complète de la section d'essais de STERN (tube de force et supports). On donne aussi les expressions discrètes qui seront utilisées pour l'évaluation numérique du système d'équations intégrale en question.

### 2.4.1 Équations intégrales de l'aimantation

Le champ magnétique  $\vec{H}_m$  créé par un matériau aimanté est par nature irrotationnel (Panofsky & Philips, 2005), ce qui permet d'écrire :

$$\nabla \times \vec{H}_m = \vec{0}, \quad (2.26)$$

Comme le rotationnel du gradient est toujours nul, le champ magnétique dû à un matériau aimanté en un point de l'espace  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  peut s'exprimer comme le gradient d'une fonction potentielle  $\phi_m$ . Soit,

$$\vec{H}_m(\vec{r}) = -\nabla \phi_m(\vec{r}). \quad (2.27)$$

La loi de gauss en magnétisme peut s'écrire comme suit,

$$\nabla \cdot \vec{B} = \mu_0 \nabla \cdot [\vec{H}_0 + \vec{H}_m + \vec{M}] = 0, \quad (2.28)$$

car le champ magnétique local est donné par la somme du champ à vide  $\vec{H}_0$ , du champ  $\vec{H}_m$  généré par le matériau et la contribution locale du champ d'aimantation  $\vec{M}$ . En combinant les formules 2.27 et 2.28 et en tenant compte du fait que la divergence du champ magnétique  $\vec{H}_0$  généré par une ligne de courant est nulle, on obtient :

$$\nabla^2 \phi_m(\vec{r}) = \nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}). \quad (2.29)$$

La solution de cette équation est donnée par l'intégrale suivante :

$$\phi_m(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz' \quad (2.30)$$

où  $\vec{r}' = x' \hat{x} + y' \hat{y} + z' \hat{z}$ . Cette solution est obtenue en remarquant la similitude entre l'équation 2.30 et l'équation de Laplace en électrostatique,  $\epsilon_0 \nabla^2 V = -\rho_e$ , qui donne la relation entre le potentiel électrique  $V(\vec{r})$  et une distribution de charge arbitraire  $\rho_e(\vec{r})$  (Jackson, 2001). En effet, le potentiel électrique  $V(\vec{r})$  est donné par l'intégrale :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho_e(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz' . \quad (2.31)$$

À l'aide de la définition de la dérivée totale et le théorème de la divergence, on peut réécrire l'équation (2.30) de la façon suivante :

$$\phi_m(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' dz' . \quad (2.32)$$

Comme le champ d'aimantation local dans le matériau est donné par le produit de la susceptibilité magnétique avec la somme vectorielle des champs générés par les éléments de courants électriques et les matériaux aimantés, on peut écrire :

$$\vec{M}(\vec{r}) = \chi(\vec{r}) \cdot [\vec{H}_0(\vec{r}) + \vec{H}_m(\vec{r})], \quad (2.33)$$

où le champ magnétique auxiliaire à vide  $\vec{H}_0$  est donné par la loi de Biot-Savart (Jackson, 2001) :

$$\vec{H}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' dz'. \quad (2.34)$$

En vertu des formules (2.27), (2.32) et (2.34), le champ d'aimantation  $\vec{M}(\vec{r})$  est finalement donné par (Hoole, 1988) :

$$\vec{M}(\vec{r}) = \frac{\chi(\vec{r})}{4\pi} \left[ \iiint_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' dz' - \nabla \iiint_{V'} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' dz' \right]. \quad (2.35)$$

Après intégration sur une dimension de l'équation 2.35, on obtient la distribution d'aimantation dans le plan pour un problème invariant par translation (c.-à-d., selon l'axe  $z$ ).

$$\vec{M}(\vec{r}) = \frac{\chi(\vec{r})}{4\pi} \left[ \iint_{A'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dx' dy' - \nabla \iint_{A'} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} dx' dy' \right]. \quad (2.36)$$

L'équation 2.36 exprime la valeur de l'aimantation, en un point  $\vec{r}$ , en fonction du champ magnétique généré par les conducteurs présents et par les différentes portions de matériaux magnétisables contenues dans le domaine d'intégration (c.-à-d., autour de  $\vec{r}$ ).

#### 2.4.2 Approche numérique

Il n'est pas aisé d'obtenir la solution de l'équation 2.36 car le fait que l'intégration doit s'effectuer sur tout le domaine et que le champ d'aimantation à évaluer se trouve des deux côtés de l'égalité en fait une équation implicite. On doit donc avoir recours à une méthode numérique pour trouver le champ d'aimantation donné par la formule 2.36.

La première étape à suivre pour convertir l'équation 2.36 en un système d'équations pouvant être résolue numériquement est de segmenter le domaine d'intégration en  $N$  sous domaines. En posant l'approximation que l'aimantation est constante sur chacun des sous domaines et à l'aide de la formule 2.10, on peut discréteriser l'équation (2.36) (Turner, 1973; Hoole, 1989) pour obtenir le

système d'équations suivant :

$$\sum_{k=1}^N \left\{ \chi_k C_{xx}^{ik} - \delta_{ik} \right\} H_{kx} + \chi_k C_{xy}^{ik} H_{ky} = -H_{0ix}, \quad (2.37)$$

$$\sum_{k=1}^N \left\{ \chi_k C_{yx}^{ik} H_{kx} + \left( \chi_k C_{yy}^{ik} - \delta_{ik} \right) H_{ky} \right\} = -H_{0iy}. \quad (2.38)$$

On obtient alors un système de  $2N$  équations à  $2N$  inconnues aisées à résoudre par inversion matricielle. Mentionnons que la matrice représentant le système d'équation étant pleine, la mémoire de la machine utilisée pour résoudre le système sature rapidement lorsque l'on arrive à un nombre de domaines dépassant le millier. Cependant, ce désagrément est en partie compensé par le fait que l'on n'a pas besoin de discréteriser les portions du domaine qui ont une susceptibilité magnétique nulle.

Les  $C^{ik}$  sont des coefficients de couplage géométriques entre les différents domaines considérés. Leurs expressions analytiques sont données par (Turner, 1973; Hoole, 1989) :

$$C_{xx}^{ik} = -C_{yy}^{ik} = \frac{1}{2\pi} \iint_A \frac{(x-x')^2 - (y-y')^2}{R^4} dx' dy', \quad (2.39)$$

$$C_{xy}^{ik} = C_{yx}^{ik} = \frac{1}{2\pi} \iint_A \frac{(x-x') \cdot (y-y')}{R^4} dx' dy', \quad (2.40)$$

avec  $R = \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 \right]^{1/2}$ . En ayant recours aux méthodes de calcul complexe (c.-à-d. théorème des résidus) et au théorème de Stokes, on peut démontrer que pour des domaines polygonaux à  $n$  cotés (et pour des domaines n'ayant pas d'indentation), les expressions discrètes permettant de calculer les coefficients (2.39) et (2.40) sont données par (Beth, 1966; Turner, 1973; Hall, 2011) :

$$C_{xx}^{ik} = -C_{yy}^{ik} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{s=1}^n \beta_s \sin^2 \theta_s + \sin \theta_s \cos \theta_s \ln \left( \frac{r_{s+1}}{r_s} \right), \quad (2.41)$$

$$C_{xy}^{ik} = C_{yx}^{ik} = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=1}^n \beta_s \sin \theta_s \cos \theta_s + \cos^2 \theta_s \ln \left( \frac{r_{s+1}}{r_s} \right), \quad (2.42)$$

où  $\theta_s$ ,  $r_s$  et  $\beta_s$  sont tels que donnés à la figure 2.2. Il est important de respecter la convention selon laquelle  $\theta_s \in [0, 2\pi]$  et  $\beta_s \in [-\pi, \pi]$  pour que les coefficients (2.41) et (2.42) prennent des

valeurs qui feront converger le système d'équations (2.37) et (2.38) vers une solution physiquement acceptable (Hall, 2011).

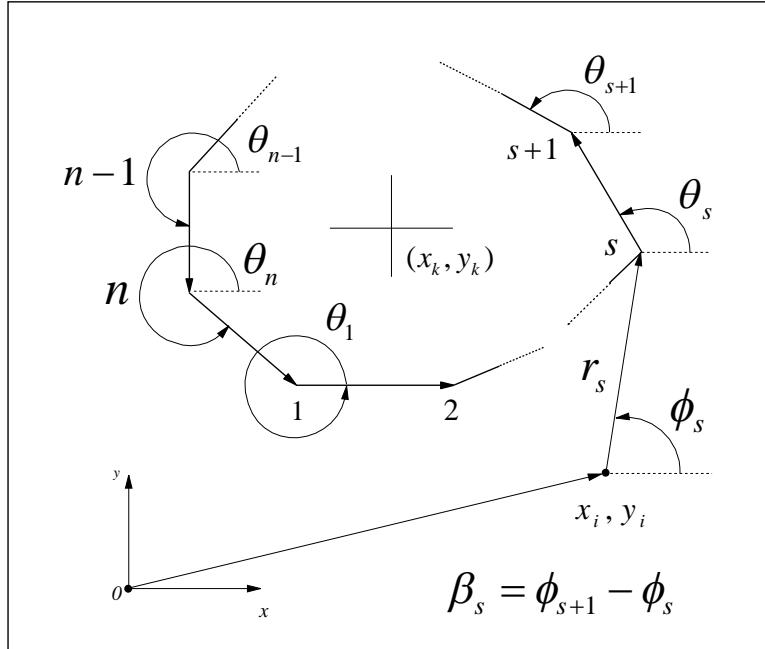


Figure 2.2 : Conventions sur les paramètres de calcul des coefficients de couplage.

Dans le cas où l'indice  $i$  est égal à l'indice  $k$ , on doit appliquer la correction suivante (Turner, 1973; Hoole, 1989, Hall, 2011) pour calculer les coefficients  $C_{yy}^{ii}$  :

$$C_{yy}^{ii} \rightarrow C_{yy}^{ii} - 1 . \quad (2.43)$$

Là encore, il est important de respecter cette règle, car sinon le système d'équations ne convergera pas vers une solution physiquement acceptable.

Nous utilisons la méthode de calcul intégral pour évaluer l'aimantation de toutes les composantes magnétisables de la section d'essais de STERN. Une fois obtenu le champ d'aimantation, on sera en mesure de calculer la distribution du champ magnétique dans le canal de simulation et de déterminer les forces électromagnétiques qui s'exercent sur les assemblages de combustible.

## 2.5 Énergie et forces magnétostatiques

La force exercée par un champ magnétique sur une distribution de courant est toujours orthogonale (localement) à l'orientation du vecteur densité de courant. Étant donné la définition mécanique du travail et son lien avec les fonctions potentielles pouvant en découler (Taylor, 2005), on ne peut pas associer de fonction potentielle aux forces magnétiques. On doit alors considérer le travail effectué par le champ électrique transitoire pour établir une distribution donnée de l'aimantation ou de densité de courant électrique pour calculer l'énergie associée au champ magnétique. Dans cette section, dans un premier temps il sera établi les équations permettant de calculer l'énergie générée par une distribution de courant située dans un milieu de perméabilité relative unitaire. Ensuite, seront établies les équations permettant de calculer l'énergie magnétostatique emmagasinée dans un milieu magnétisable.

### 2.5.1 Énergie magnétostatique due à une distribution de courant

Commençons par l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique produit par une boucle de courant (Coey, 2010). Le flux magnétique  $\phi$  [ $T \cdot m^2$ ] est défini comme l'intégrale de surface du champ magnétique traversant une surface. Soit,

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} . \quad (2.44)$$

Par le théorème de Stokes et la définition du potentiel vecteur, on peut réécrire comme suit le flux magnétique,

$$\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} . \quad (2.45)$$

Maintenant, la loi de Lenz-Faraday stipule que la force électromotrice  $\varepsilon$  (ou différence de potentiel) générée aux bornes d'un circuit est égale à la variation temporelle du flux magnétique qui le traverse. Soit,

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \phi = -L \frac{d}{dt} I, \quad (2.46)$$

où  $L$  [Henrys] (= [Volts·s/A]) est l'inductance du circuit électrique. La puissance  $P$  nécessaire pour faire circuler le courant  $I$  dans le circuit est donnée par :

$$P = -\varepsilon I = LI \frac{d}{dt} I . \quad (2.47)$$

En évaluant l'intégrale de la quantité  $Pdt$ , on trouve l'énergie associée au champ magnétique dans l'espace, généré par le circuit électrique en question. Soit,

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} I \phi, \quad (2.48)$$

où  $\varepsilon_m$  est l'énergie contenue dans le champ magnétique à vide. Cette équation peut être réécrire de la façon suivante en faisant appel à l'équation (2.45) :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \oint \vec{A} \cdot \vec{Idl} . \quad (2.49)$$

La forme générale de l'équation 2.49 est:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \int \vec{j} \cdot \vec{A} d^3r . \quad (2.50)$$

L'intégration est effectuée sur tout l'espace pour donner l'énergie magnétique totale. Considérant qu'en régime statique la densité de courant est donnée par  $\vec{j} = \nabla \times \vec{H}$  (formule 2.1), on peut réécrire l'argument de l'intégrale 2.50 sous la forme suivante :

$$(\nabla \times \vec{H}) \cdot \vec{A} = \nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{A}) + \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{A}) . \quad (2.51)$$

Par le théorème de la divergence, l'intégration du premier terme du membre de droite de l'équation (2.51) est nul, car cette intégrale est égale au flux de  $\vec{H} \times \vec{A}$  à l'infini. En considérant les relations 2.6 et 2.17 qui relient  $\vec{B}$  à  $\vec{A}$  et  $\vec{H}$ , on obtient finalement,

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \mu_0 \int \vec{H}_0^2 d^3r . \quad (2.52)$$

Cette dernière formule donne le moyen de calculer le travail qui doit être effectué par une source de courant pour établir un champ magnétique arbitraire  $\vec{H}_0$  dans tout l'espace.

## 2.5.2 Énergie magnétique en présence d'un milieu magnétisable

En remplaçant  $\vec{H}_0^2$  par le produit scalaire  $\vec{B} \cdot \vec{H}$  dans l'intégrale (2.52) on obtient l'énergie stockée dans l'espace associée à un champ magnétique quelconque (c.-à-d. due à des distributions de courants et à la présence de matériaux aimantés). Si l'on veut calculer l'énergie emmagasinée uniquement dans les matériaux magnétisables, l'on doit retrancher la valeur de l'énergie due aux

sources externes. Cette différence d'énergie peut s'écrire :

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_m} (\vec{B} \cdot \vec{H} - \vec{B}_0 \cdot \vec{H}_0) dV_m. \quad (2.53)$$

Ici,  $V_m$  représente le volume occupé par les matériaux magnétisables. De simples manipulations algébriques (Jackson, 2001), permettent d'écrire l'intégrale précédente sous la forme suivante.

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_m} (\vec{B} \cdot \vec{H}_0 - \vec{H} \cdot \vec{B}_0) dV_m + \int_{V_m} (\vec{B} + \vec{B}_0) \cdot (\vec{H} - \vec{H}_0) dV_m. \quad (2.54)$$

Considérant que  $\vec{H} - \vec{H}_0 = \vec{H}_m = \nabla \phi_m$  et en effectuant une intégration par partie, on peut écrire,

$$\int_{V_1} (\vec{B} + \vec{B}_0) \cdot \nabla \phi_m dV = \int_{V_1} \phi_m \nabla \cdot (\vec{B} + \vec{B}_0) dV. \quad (2.55)$$

Comme la divergence de n'importe quelle combinaison de champs d'induction magnétiques  $\vec{B}$  est toujours nulle, on obtient :

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_1} (\vec{B} \cdot \vec{H}_0 - \vec{H} \cdot \vec{B}_0) dV. \quad (2.56)$$

Il est équivalent d'écrire l'intégrale précédente sous la forme suivante,

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_m} \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \vec{B} \cdot \vec{B}_0 dV_m = \frac{1}{2} \int_{V_1} \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\vec{B}}{\mu} \right) \cdot \vec{B}_0 dV_m. \quad (2.57)$$

Qui selon la relation 2.8 peut finalement s'écrire,

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_m} \vec{M} \cdot \vec{B}_0 dV_m. \quad (2.58)$$

### 2.5.3 Forces magnétostatiques

En tenant compte de la relation 2.10 et de l'équation 2.58, on peut écrire comme suit l'énergie magnétique contenue dans un corps magnétisable :

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_m} \left( \frac{\chi_m}{\mu} \right) \vec{B} \cdot \vec{B}_0 dV_m. \quad (2.59)$$

À titre d'exemple, l'énergie magnétique contenue dans un matériau ferromagnétique (susceptibilité positive) augmentera lorsqu'on le rapprochera des sources du champ  $\vec{H}_0$ . En effet,

la composante  $\vec{M}$  aura tendance à s'aligner avec le champ inducteur en vertu de l'équation 2.10. C'est un fait expérimental que les matériaux sont repoussés par un gradient de champ magnétique si leur susceptibilité magnétique est négative et attirée par le gradient si leur susceptibilité est positive. On doit donc prendre la dérivée positive de la variation d'énergie magnétique contenue dans le corps pour trouver la force qui agit sur lui. La force agissant sur un matériau magnétisable, baignant dans un champ magnétique, est donc donnée par l'équation suivante :

$$\vec{F}_m = \nabla W = \frac{1}{2} \nabla \int_{V_m} \left( \frac{\chi}{\mu} \right) \vec{B} \cdot \vec{B}_0 dV_m . \quad (2.60)$$

## 2.6 Ferromagnétisme et diamagnétisme

Deux types de matériaux au comportement magnétique différents ont été rencontrés lors de la résolution des objectifs liés à notre projet. La première classe, rencontrée lors de la résolution de la force dans la section d'essais, est celle des matériaux ferromagnétiques. La seconde classe, rencontré lors de la modélisation de l'ébullition nucléée est celle des diamagnétiques. Dans cette section, il sera expliqué brièvement le comportement de ces matériaux ainsi que l'origine physique de leurs comportements. Les grandeurs numériques liées aux matériaux rencontrés sont données par la suite, celles-ci sont nécessaires à la résolution des objectifs spécifiques de notre projet.

### 2.6.1 Origine physique du ferromagnétisme

Les propriétés magnétiques des matériaux sont attribuables au spin et au mouvement orbital de leurs électrons qui en eux-mêmes forment de mini dipôles magnétiques (Coey, 2010). Les électrons possèdent en effet un moment magnétique intrinsèque dont la valeur peut être soit positive ou négative dépendamment de la valeur prise par leur spin (c.-à-d.,  $+\frac{1}{2}$  ou  $-\frac{1}{2}$ ). Le moment magnétique net d'un atome est alors donné par la somme des moments magnétiques orbitaux et de spin de ses électrons. Si tous les électrons d'un atome sont appariés (même nombre de spins  $+\frac{1}{2}$  et  $-\frac{1}{2}$ ) et que la somme de ses moments magnétiques orbitaux est nulle, l'atome ne possède aucun moment magnétique permanent.

Selon le principe d'exclusion de Pauli, deux électrons ayant la même valeur de spin ne peuvent occuper la même position (Bailon & Dorlot, 2000). Ceci implique que le nuage d'électrons de deux atomes de fer voisin ayant la même configuration électronique (mêmes spins) de leurs

couches électroniques  $3d$  aura tendance à s'écarter l'un de l'autre (s'ils se recroisent). Il en résulte une diminution de l'énergie associée à la répulsion électrostatique entre les deux nuages électroniques des atomes. Cependant, l'énergie associée à la répulsion des électrons de même spin est plus importante que celle des électrons de spin opposés (principe de Pauli). La variation d'énergie est alors donnée par la somme du gain en énergie due à la répulsion des électrons de même spin moins la diminution de l'énergie associée à la répulsion électrostatique des nuages électroniques. Si la variation d'énergie est négative, le matériau peut être ferromagnétique, car dans ce cas il sera énergétiquement favorable pour le matériau d'aligner ses dipôles électroniques. Sommé sur un volume suffisant, les atomes ayant adoptés une configuration semblable peuvent alors former un domaine ayant un moment magnétique net important.

## 2.6.2 Propriétés de bases des matériaux ferromagnétiques

Pour calculer adéquatement les efforts électromagnétiques présents dans la section d'essais de STERN, il est important de comprendre le comportement des matériaux ferromagnétiques soumis à un champ d'induction magnétique. Il est tout aussi important d'appliquer le système d'unités appropriées pour exprimer les propriétés magnétiques des matériaux en question. Ces sujets sont présentés brièvement dans cette section.

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est soumis à un champ externe  $\vec{H}$ , les domaines magnétiques du matériau tendent à s'orienter dans la direction du champ d'excitation. Conséquemment, le champ magnétique net augmente. Pour un long barreau ferromagnétique, cette situation peut-être considérée comme équivalente à un long solénoïde parcouru par un courant électrique produisant une contribution supplémentaire au champ magnétique total (c.-à-d. analogie d'Ampère). Cette contribution est associée au vecteur de polarisation magnétique  $\vec{M}$  qui dépend des propriétés physiques du matériau considéré. La contribution des deux quantités est exprimée par le vecteur champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  et est donnée par la formule (2.8). Pour des matériaux isotropes, la relation (2.8) peut aussi être exprimée sous la forme :

$$\vec{B} = \mu_0 \left( 1 + \frac{|\vec{M}|}{|\vec{H}|} \right) \vec{H} . \quad (2.61)$$

Toujours pour des matériaux isotropes et en vertu de la définition de la perméabilité relative, la susceptibilité magnétique du matériau est  $\chi_m = |\vec{M}| / |\vec{H}|$ . La relation (2.61) peut alors être écrite sous la forme de l'équation (2.11), c.-à-d. en fonction de la perméabilité relative  $\mu_r$  du matériau.

La contribution des matériaux ferromagnétiques au champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  peut aussi être écrite comme une fonction du vecteur intensité de magnétisation  $\vec{I}$ . Exprimé dans le système d'unités internationales, on a alors :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{I}, \quad (2.62)$$

où le champ  $\vec{B}$  et le vecteur intensité de magnétisation  $\vec{I}$  sont exprimés en *Tesla* et le champ magnétique auxiliaire  $\vec{H}$  en *A/m*. L'équation (2.62) est connue comme la formulation de Kennelly (Jiles, 1998) et est fréquemment utilisée pour caractériser le comportement des matériaux dans les handbook de propriétés des matériaux. L'équation 2.11 peut être utilisée pour caractériser le comportement des matériaux en fonction du champ magnétique appliqué, soit :

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{|\vec{B}|}{|\vec{H}|}. \quad (2.63)$$

Pour les matériaux isotropes, cette équation représente une quantité scalaire, généralement donnée sous la forme d'une relation relativement compliquée appelée courbe de première aimantation (ou courbe de magnétisation).

Si initialement le matériau n'a pas d'aimantation nette et que le changement de valeur de  $|\vec{B}|$  est tracé en fonction du champ  $|\vec{H}|$  augmentant, on obtient une courbe similaire à celle donnée à la figure 2.3a. Un graphique de la perméabilité relative  $\mu_r$  (équation 2.63) en fonction du champ auxiliaire appliqué  $H$ , correspondant à la courbe d'aimantation 2.3a est donné à la figure 2.3 b.

La perméabilité relative maximale du matériau (équation 2.63) se situe au point où le ratio du champ  $B$  et du champ  $H$  est le plus important. Pour un champ magnétique relativement important, le champ d'induction  $B$  demeure constant; condition correspondant à la saturation du matériau. Pour des matériaux ferromagnétiques saturés, tous les domaines magnétiques sont orientés dans la direction du champ d'excitation  $H$ . La contribution du matériau au champ  $B$  ne peut alors plus augmenter avec une augmentation du champ d'excitation. On dit alors que le matériau a atteint sa valeur de saturation du champ d'induction magnétique, c.-à-d.,  $B_{sat}$  sur la figure 2.3a. La différence entre le champ magnétique à saturation et celle du champ magnétique en l'absence du matériau correspond à l'amplitude du vecteur magnétisation, soit :

$$|\vec{M}| = M = B_{sat} - B_0. \quad (2.64)$$

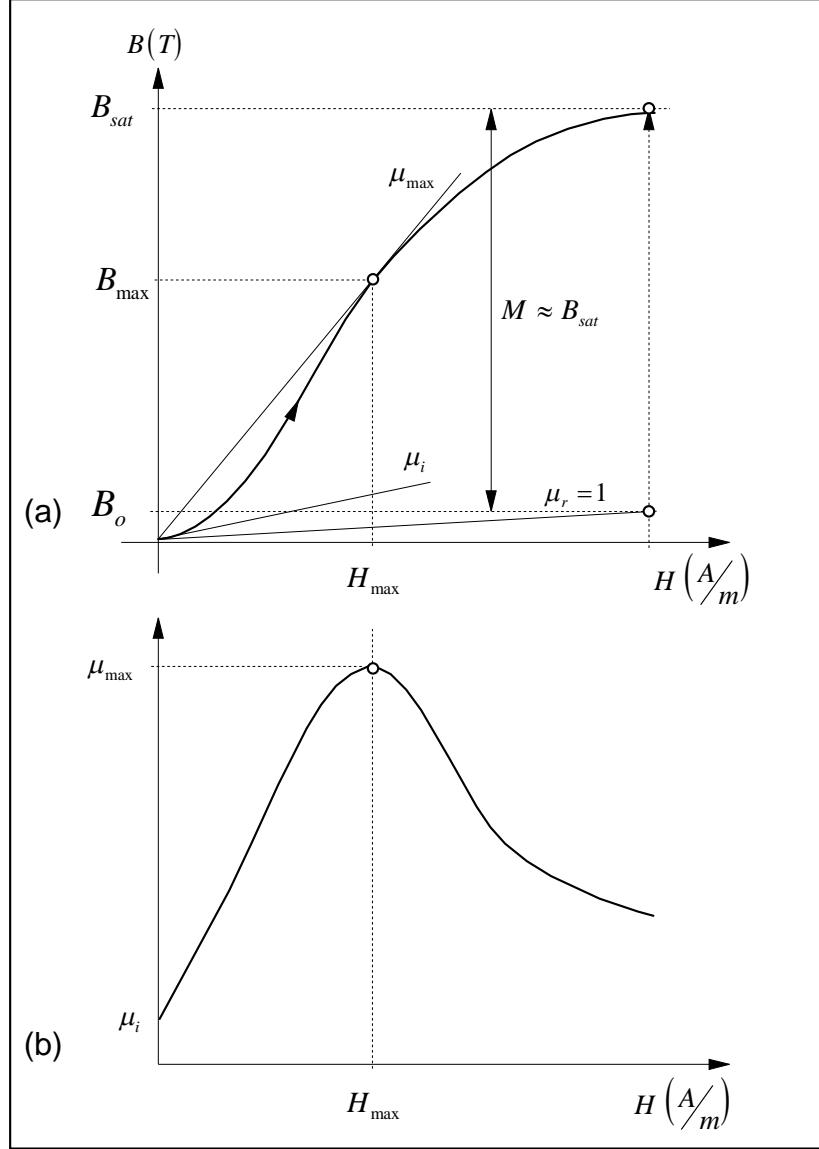


Figure 2.3: Courbe de première aimantation typique a) et relation correspondante de la perméabilité relative versus le champ H appliqué b).

De cette équation, il est évident que les unités ici utilisées pour exprimer l'aimantation  $M$  sont les mêmes que celles utilisées pour exprimer le champ magnétique  $B$ . De plus, pour des matériaux ferromagnétiques caractérisés par de grandes perméabilités relatives, on peut exprimer l'équation (2.64) sous la forme :

$$M \approx B_{sat}. \quad (2.65)$$

Cette approximation montre que pour un matériau ayant une grande perméabilité relative ( $\mu_r \gg 1$ ), cette intensité du vecteur d'aimantation est pratiquement égale au champ  $B$  à saturation.

### 2.6.3 Caractéristiques physiques des matériaux ferromagnétiques constitutifs de la section d'essais de STERN

Les équations données à la section 2.6.2 sont utiles pour caractériser les propriétés magnétiques des matériaux utilisés pour la construction de la section d'essais STERN. Dans cette section, les propriétés magnétiques de ces matériaux sont discutées.

Trois composantes majeures sont suffisamment près de la section d'essais pour causer de possibles interactions électromagnétiques (voir la figure 1.7). Ces composantes sont : i) le tube de force fabriqué en acier inoxydable 410, ii) les supports du tube de force et iii) une lourde poutre en I utilisée pour maintenir toute la section d'essais en place. Les supports et la poutre en I sont tous deux composés d'acier au carbone. Les propriétés magnétiques de ces matériaux sont tirées de Cubberley et al. (1980). Le tableau 2.1 donne les propriétés magnétiques de l'acier inoxydable tiré de cette référence.

Tableau 2.1: Propriétés magnétiques de l'acier inoxydable 410

$B_{sat}$	1.60 (T)
$B_r$	0.80 - 1.20 (T)
$B_{max}$	0.60 - 0.70 (T)
$H_c$	358 - 597 (A/m) pour B=1.0 (T)
$B_i$	0.02 (T)
$\mu_i$	110 - 180
$\mu_{max}$	800 - 1000

Les valeurs données au tableau 2.1 sont représentées schématiquement sur la courbe d'aimantation donnée à la figure 2.4. Les mêmes définitions utilisées pour la figure 2.3 sont ici utilisées.

En plus des propriétés magnétiques données à la figure 2.3a, la figure 2.4 donne aussi le champ coercitif  $H_c$  et le champ d'induction magnétique rémanent  $B_r$  déterminés à partir d'un champ magnétique initial de 1.0 T. Ces informations ne jouent pas de rôle dans les calculs des forces électromagnétiques discutés dans ce mémoire, il ne sera pas discuté de leur nature physique ainsi que de leurs utilités.

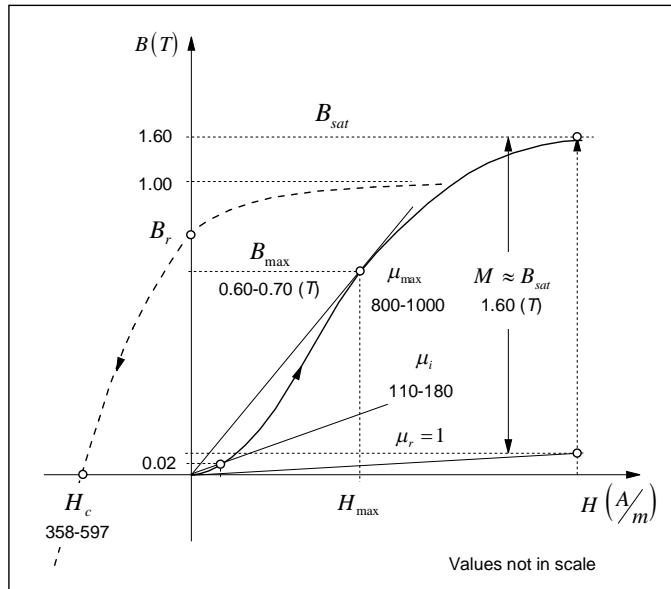


Figure 2.4 : Courbe d'aimantation de l'acier inoxydable 410

Des propriétés similaires pour l'acier au carbone sont données au tableau 2.2 (Cubberley et al., 1980). Il est évident que ces valeurs peuvent aussi être présentées sous la forme d'une courbe de première aimantation similaire à celle donnée à la figure 2.3. On estime, cependant, qu'après avoir correctement compris le comportement de l'acier inoxydable 410, la représentation graphique de l'acier au carbone n'est pas nécessaire.

Tableau 2.2 : Propriétés magnétiques de l'acier au carbone

$B_{sat}$	2.15 (T)
$B_r$	0.70 - 0.85 (T)
$B_{max}$	0.64 - 0.75 (T)
$H_c$	63.66 - 135.29 (A/m) from $B=1.0$ (T)
$H_{max}$	159.16 - 461.56 (A/m) from $B=1.0$ (T)
$B_i$	0.02 (T)
$\mu_i$	500 - 1000
$\mu_{max}$	2200 - 5500

Il doit être mentionné que les propriétés magnétiques à saturation donnée dans *Metals Handbook* (Cubberley et al., 1980, page 598) sont basés sur le système d'unités de Kennelly (Jiles, 1998). Il

est donc important de faire attention lors de l'usage des données du *handbook* si l'on veut en tirer des informations justes quant au vecteur d'aimantation  $\mathbf{M}$ . En utilisant le système d'unités donné dans la référence, le champ d'induction magnétique à saturation  $B_{sat}$  est donné par :

$$B_{sat} = 4\pi I_{sat} , \quad (2.66)$$

où  $I_{sat}$  représente l'intensité d'aimantation (en Tesla). En utilisant cette équation en rapport aux données du tableau 2.1, on peut calculer l'aimantation à saturation de l'acier inoxydable 410, soit,

$$I_{sat} = \frac{B_{sat}}{4\pi} = \frac{1.6T}{4\pi} = 0.127T . \quad (2.67)$$

Conséquemment,

$$M_{sat} = \frac{I_{sat}}{\mu_0} = 101063.4 \text{ A/m} . \quad (2.68)$$

Un traitement similaire doit être appliqué aux autres matériaux pour obtenir la valeur de l'aimantation à saturation exprimée dans le système international d'unités.

À l'aide des données présentées aux tableaux 2.1 et 2.2, on peut lisser des courbes donnant la perméabilité magnétique  $\mu_r$  de l'acier inoxydable 410 et de l'acier au carbone en fonction du champ magnétique  $H$  appliqué. Les figures 2.5 et 2.6 donnent respectivement les courbes obtenues pour l'acier inoxydable 410 et l'acier au carbone.

Les fonctions qui permettent de mieux lisser les courbes 2.5 et 2.6 vis-à-vis les données des tableaux 2.1 et 2.2 sont celles de type Pearson IV. La variable  $H$  représentant le module du champ magnétique appliqué, ces fonctions s'écrivent comme suit :

$$\mu_r = a_1 + \frac{a_2}{k_3} (1 + f^2)^{-a_5} e^{-a_6 \lambda} , \quad (2.69)$$

avec,

$$k_1 = \frac{a_4 \cdot a_6}{2a_5} \quad ; \quad k_2 = \frac{a_6}{2a_5} \quad ; \quad k_3 = (1 + k_2^2)^{-a_5}$$

et

$$f = \frac{H - k_1}{a_4} \quad ; \quad \lambda = \arctan f + \arctan k_2 .$$

Les valeurs des paramètres  $a_i$  sont données au tableau 2.3.

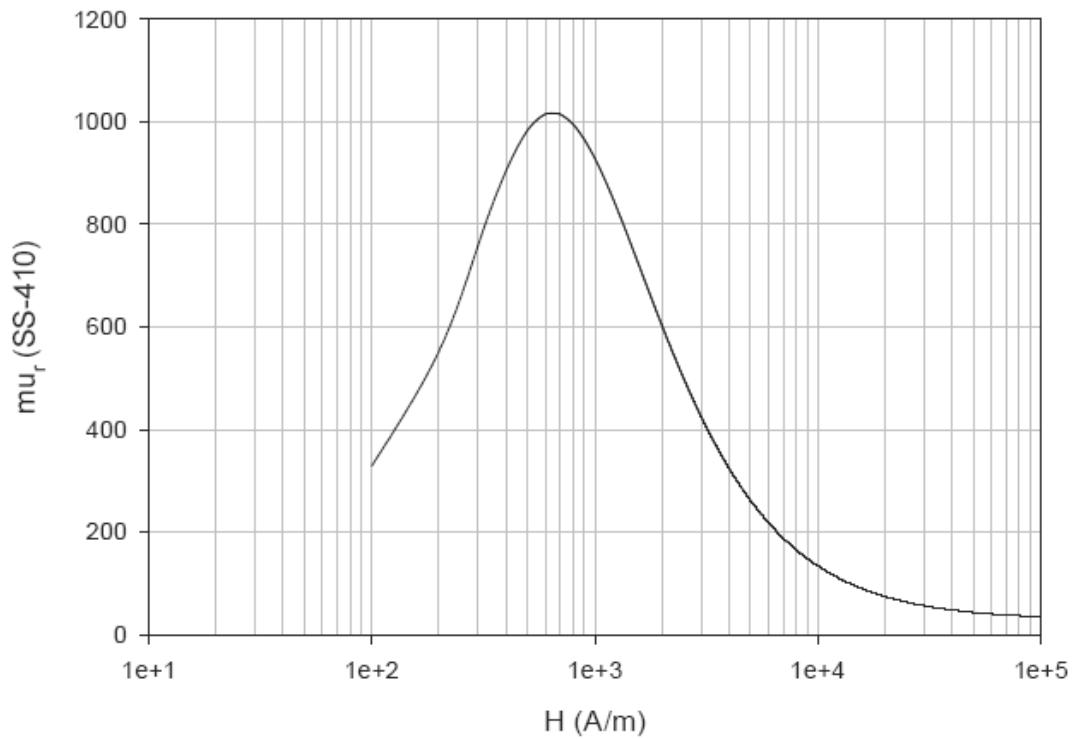


Figure 2.5 : Perméabilité magnétique de l'acier inoxydable 410 en fonction du champ  $H$  appliquée.

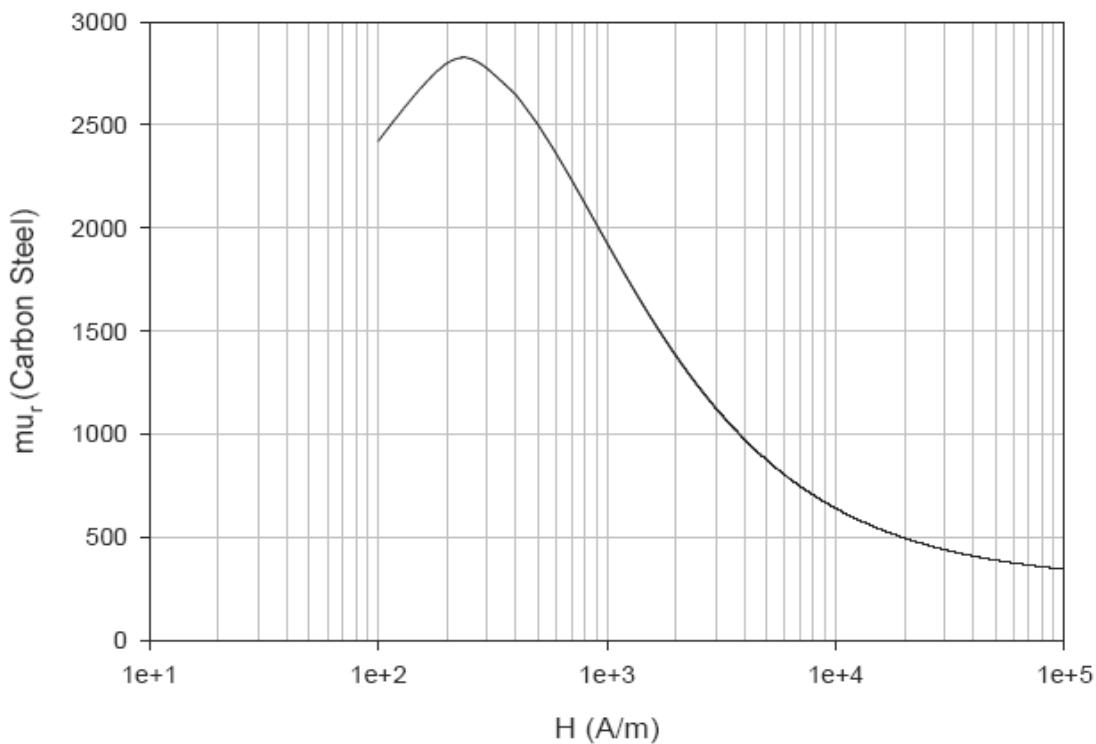


Figure 2.6 : Perméabilité magnétique de l'acier au carbone en fonction du champ  $H$  appliquée.

Tableau 2.3 : Valeurs des paramètres utilisés pour calculer les courbes de susceptibilité magnétique à l'aide de la formule (2.69).

paramètres	acier inoxydable 410	acier au carbone
$a_1$	28.8558	280.1056
$a_2$	988.3280	2532.9428
$a_3$	646.3874	231.5580
$a_4$	303.7043	23.0452
$a_5$	0.6285	0.3792
$a_6$	-2.6429	-9.5616

## 2.6.4 Diamagnétisme et propriétés magnétiques de l'eau pure

Les substances, telles que l'eau, ayant une susceptibilité magnétique négative sont appelées diamagnétiques. La loi de Lenz stipule que la variation de flux magnétique à travers un circuit électrique induit un courant électrique dans ce dernier de manière à s'opposer à cette variation. Pour un circuit sans résistance (tel qu'un supraconducteur ou une orbite atomique), le courant induit reste présent tant que le champ magnétique externe est appliqué. Ce courant crée un moment diamagnétique opposé au champ magnétique appliqué. Le résultat est que les substances qui sont nettement diamagnétiques sont repoussées par un gradient de champs magnétiques. Mentionnons qu'à la base toutes les substances sont diamagnétiques. Cependant, le couplage entre le spin et le moment angulaire des électrons du cortège électronique des atomes des substances paramagnétiques et ferromagnétiques leur donne une susceptibilité nette positive et génère un moment magnétique orienté dans le sens du champ appliqué. Le lecteur intéressé à une explication du diamagnétisme par la mécanique quantique (modèle de Langevin) est invité à consulter le livre de Kittel (1972).

Le diamagnétisme de certaines substances peut être utilisé pour provoquer leur lévitation en présence de champs magnétiques d'intensité modérés ou intenses. L'une des expériences de lévitation la plus célèbre a consisté à faire léviter une grenouille dans un champ magnétostatique généré par un super aimant (Simon & Geim, 2000). En effet, comme tout animal, la grenouille est

constituée en bonne partie de molécules d'eau qui se sont retrouvées repoussées par le gradient de champ magnétique présent dans la cavité du super aimant. La grenouille flotte alors comme si elle était en situation d'apesanteur. L'eau de la section d'essais de STERN se trouve elle aussi en présence d'un gradient de champ magnétique (chapitre 3). On doit donc s'attendre à ce que tout volume élémentaire d'eau dans le canal de simulation subisse une force de lévitation magnétique qui vienne s'ajouter aux forces déjà présentes.

L'eau utilisée comme caloporeur dans les séries d'expériences sur le FCC avait été préalablement distillée et était donc libre de tous polluants normalement retrouvés dans les systèmes de transfert de chaleur (Teyssedou & Olekhnovitch, 2007). Par conséquent, les propriétés magnétiques de l'eau pure sont retenues pour effectuer nos calculs subséquents.

On connaît avec précision la susceptibilité magnétique de l'eau liquide à 20 °C (Durand, 1968), sa valeur est de :

$$\chi_l(20^\circ\text{C}) = -9.07 \cdot 10^{-6}$$

et son module augmente de 0.013% par degré Celsius. On obtient donc la relation suivante donnant la susceptibilité magnétique de l'eau liquide en fonction de la température :

$$\chi_l(20^\circ\text{C} + \Delta T) = -9.07 \cdot 10^{-6} \left(1 + 1.3 \cdot 10^{-4} \Delta T\right). \quad (2.70)$$

Mentionnons aussi que la susceptibilité de l'eau liquide ne dépend pas de l'amplitude du champ magnétique présent. Ce résultat a été établi pour des amplitudes de champ variant de  $1.2 \cdot 10^{-4} T$  à  $4 T$ . Finalement, la susceptibilité magnétique de l'eau varie aussi très peu avec la pression, et ce, pour un large éventail de pression (c.-à-d., 1 à 2900 atm) (Dorsey, 1968).

La susceptibilité magnétique de la vapeur d'eau est beaucoup plus faible que celle de l'eau liquide. Sa valeur est d'environ (Wakayama, 1997) :

$$\chi_g \approx 10^{-9}. \quad (2.71)$$

Nous utiliserons cette valeur pour la susceptibilité de la vapeur d'eau dans nos calculs de modélisation de l'influence du champ magnétique sur l'ébullition nucléée (voir chapitre 4).

## CHAPITRE 3

### RÉSULTATS DE MAGNÉTOSTATIQUES

Dans ce chapitre les différents résultats pertinents sont obtenus à l'aide du modèle des courants conjugués et de la méthode intégrale. Ces résultats visent à déterminer les efforts électromagnétiques exercés sur les assemblages de simulation du combustible d'un réacteur CANDU. Aussi, sont données les distributions de champs magnétiques qui seront utiles pour la modélisation ultérieure de l'influence du champ magnétique sur l'ébullition nucléée (voir chapitre 4).

Le modèle des courants conjugués a été utile pour approximer la distribution du champ magnétique dans le canal de simulation. De cette approximation, ont été tiré une première estimation de la force exercée par le champ magnétique sur chacun des crayons ainsi que de la force nette exercée sur tout l'assemblage dû à la présence du tube de force. Ce modèle permet aussi de calculer la distribution du champ magnétique autour des crayons où le champ magnétique est le plus intense.

La méthode intégrale permet de calculer la force exercée par toute la section d'essais, tube de force et supports, sur les assemblages de combustible. Sont données les figures (profils vectoriels des champs) pertinentes à la compréhension du phénomène d'aimantation de toute la section d'essais de STERN. Les forces évaluées avec la méthode intégrale sont données pour les cas où un ou deux supports sont inclus dans les simulations. Les forces sont évaluées en fonction des grappes de combustible retenues (28 ou 37 crayons), du décentrage des assemblages et de l'intensité du courant électrique. Il est aussi discuté de l'origine physique des forces obtenues ainsi que de l'influence possible des capteurs de pression sur l'orientation et le module de ces forces.

Finalement, il est discuté brièvement de l'erreur associée à nos simulations.

#### **3.1 Résultats obtenus à l'aide du modèle des courants conjugués**

Nous donnons ici les distributions de champs magnétiques et les forces sur les assemblages tels que calculés à l'aide du modèle des courants conjuguées. Les méthodes de calculs employés ainsi qu'une interprétation physique des forces calculées sont aussi données.

### 3.1.1 Calcul du champ magnétique par le modèle des courants conjugués

La nécessité d'utiliser le modèle des courants conjugués s'est imposée à cause de la difficulté rencontrée à modéliser le problème avec la méthode des différences finies. En effet, pour modéliser le système physique à l'aide de la méthode des différences finies, il est nécessaire de spécifier la position des éléments de courants à l'intérieur du canal de simulation. Le décentrage et la géométrie des assemblages de combustible (figure 1.4) empêchaient de faire coïncider, de façon acceptable, les noeuds d'un maillage polaire avec les positions des éléments de courants. Ceci empêchait d'obtenir, avec la méthode des différences finies, des résultats ayant une précision acceptable.

Le courant électrique total circulant dans les assemblages de combustibles pour les grappes de 37 crayons était  $I_{37} = 50.82 \text{ kA}$  (Fortman, 2007) et de  $I_{28} = 42 \text{ kA}$  (Teyssedou & Olekhnovitch, 2007) pour les grappes de 28 crayons. On peut calculer, à l'aide de ces valeurs de courant, les valeurs du champ magnétique auxiliaire aux frontières internes et externes du tube de force. Pour ce faire, on assume que tout le courant électrique circule dans un élément de courant situé au centre du canal et on utilise la formule d'Ampère  $H_0(r) = I / 2\pi r$ . On trouve, par exemple, que pour les assemblages de 37 crayons le module du champ auxiliaire à la frontière interne du tube de force est de  $131.09 \text{ kA/m}$  et de  $96.17 \text{ kA/m}$  à sa frontière externe. À l'aide de ces valeurs et de la formule 2.69 on trouve que les perméabilités relatives  $\mu_r$  du tube de force au rayon interne  $a$  et au rayon externe  $b$  sont  $\mu_r(a) = 33.3$  et  $\mu_r(b) = 35.4$ . Pour effectuer nos calculs, on prendra la valeur moyenne des deux perméabilités relatives, soit  $\bar{\mu}_r^{37} = 34.35$ . De façon similaire, on trouve que la susceptibilité moyenne prise par le tube de force pour les simulations effectuées avec les assemblages de 28 crayons est  $\bar{\mu}_r^{28} = 35.88$ . La perméabilité relative de l'eau ainsi que de la chemise en céramique et de l'Inconel et du monel utilisé pour la fabrication des crayons étant très près de l'unité (voir chapitre 2 pour les propriétés magnétiques de l'eau), on prendra que la perméabilité à l'intérieur du canal est égale à celle du vide.

À l'aide de la formule 2.24, on peut écrire que le potentiel vecteur, dû à un élément de courant  $I_s$ , est donné en tout point à l'intérieur du canal de simulations par la formule :

$$A_z^s = -\frac{\mu_0 \mu_r^{410} I_s}{2\pi} \left[ \ln r_1^s + \frac{\mu_r^{410} - 1}{\mu_r^{410} + 1} \ln \left( \frac{d_1^s}{a} r_2^s \right) \right] , \quad (3.1)$$

où l'indice  $z$  sur le potentiel vecteur indique que ce dernier n'a pas de composante vectorielle selon les axes  $x$  et  $y$  (c.-à-d. le potentiel vecteur est orienté selon l'axe du canal). Ici,  $\mu_r^{410}$  représente la perméabilité relative de l'acier inoxydable 410. Les longueurs  $r_1^s$ ,  $d_1^s$  et  $r_2^s$  correspondent respectivement aux longueurs  $r_1$ ,  $d_1$  et  $r_2$  de la figure 2.1.

Pour modéliser les assemblages de simulation, le courant total est réparti de façon égale sur chacun des crayons. La valeur du courant par crayon est alors donnée simplement par  $I_c = I/N_c$ , où  $N_c$  est le nombre de crayons par assemblages. Due au comportement de la fonction logarithme, lorsque son argument tend vers zéro, le courant  $I_c$  a été réparti sur des sous éléments de courants  $I_s$  disposés en surface de chacun des crayons. Une fois calculé le potentiel vecteur sur tout le maillage de simulation, cette opération permet d'éliminer les singularités apparaissant dans le cas où l'on concentre tout le courant dans un élément de courant équivalent situé au centre du crayon. Le courant  $I_s$  est donné par  $I_s = I_c/N_s$  où  $N_s$  est le nombre de sous éléments de courant par crayon. Si l'on définit le nombre de sous éléments de courants comme étant  $N = N_c \cdot N_s$ , on a que le potentiel vecteur total en un point quelconque du canal de simulation est :

$$A_z = -\frac{\mu_0 \mu_r^{410} I_s}{2\pi} \sum_{k=1}^N \left( \ln r_1^k + \frac{\mu_r^{410} - 1}{\mu_r^{410} + 1} \ln \left( \frac{d_1^k}{a} r_2^k \right) \right). \quad (3.2)$$

Il suffit maintenant, pour obtenir une carte du champ magnétique dans tout le canal de simulation, de générer un maillage polaire centré à l'origine et d'évaluer numériquement le rotationnel du potentiel vecteur en chaque point du maillage. En tenant compte de la définition  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  et des définitions de la dérivée numérique de deuxième ordre (Fortin, 2001) en coordonnées polaires on peut écrire les relations suivantes :

$$B_r^{ij} = \frac{1}{2\Delta\theta} \cdot \frac{1}{r_i} (A_i^{j+1} - A_i^{j-1}), \quad (3.4)$$

$$B_\theta^{ij} = -\frac{1}{2\Delta r} (A_{i+1}^j - A_{i-1}^j), \quad (3.5)$$

où les indices  $i$  et  $j$  sont associés, respectivement, aux positions radiales et angulaires des nœuds du maillage. La quantité  $\Delta\theta$  représente le pas angulaire et  $\Delta r$  le pas radial du maillage.

À l'aide de cette méthode, on obtient les cartes suivantes donnant le module du champ magnétique dans tout le canal de simulation.

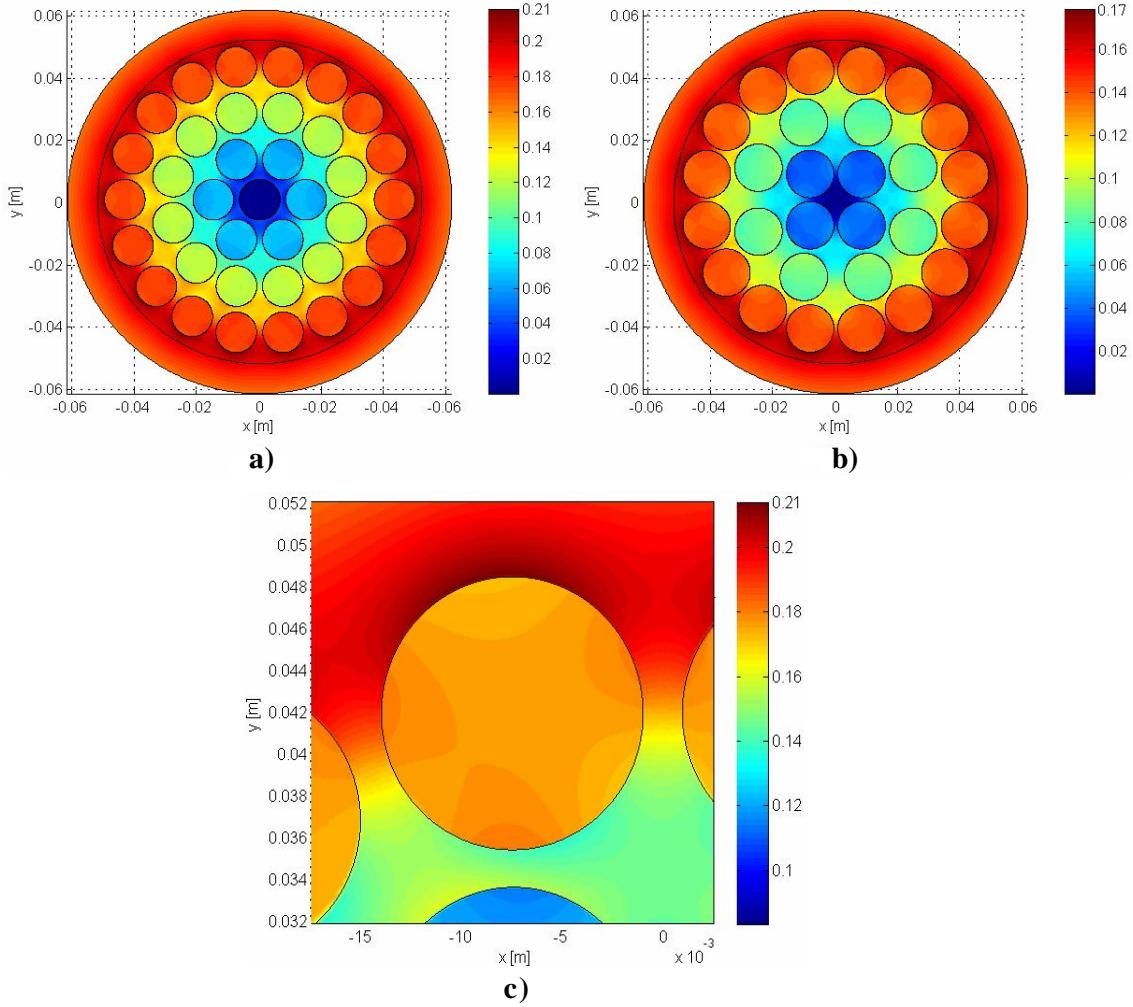


Figure 3.1 Cartes de l'amplitude du champ magnétique dans le canal de simulation a) assemblage de 37 crayons, b) assemblage de 28 crayons, c) au voisinage du crayon no.9 des assemblages de 37 crayons. Les unités physiques sont en Tesla.

Pour obtenir les cartes d'amplitude du champ magnétique montré à la figure 3.1, chacun des crayons de combustible ont été discrétisé en 500 sous éléments de courant. Les nombres de pas radiaux et angulaires de notre maillage polaire étaient tous deux de 500. Les cartes de la figure 3.1 montrent que le module du champ magnétique augmente à mesure que l'on s'éloigne du centre du canal, en accord avec le théorème d'Ampère. De plus, on constate que l'amplitude du champ varie en fonction de l'angle pour un rayon donné par rapport à l'origine. Ces oscillations sont dues au fait que la source du champ magnétique n'est pas ponctuelle, mais distribuée sur l'ensemble des crayons de l'assemblage. Les valeurs maximales de l'amplitude du champ d'induction magnétique sont, respectivement, de 0.218 T et 0.178 T pour les assemblages de 37 et 28 crayons. Il est important de mentionner que l'amplitude maximale du champ calculée est

seulement 3% et 5% plus élevée que s'il s'agissait du champ à vide (c.-à-d. sans matériaux magnétiques) pour les deux types d'assemblages. Cette faible différence a été attribuée au fait que la distribution du courant sur les crayons crée un champ pratiquement circulaire dans le médium magnétisable (c.-à-d. dans le tube de force). Ce dernier agit donc comme un blindage magnétique générant des lignes de champ qui n'ont qu'une très faible tendance à pénétrer dans le canal de simulation.

Une fois obtenues les cartes de champs magnétiques pour les deux types d'assemblages, il est possible de calculer l'énergie magnétique contenue dans le canal de simulation à l'aide d'une version discrète de la formule 2.52. L'énergie magnétostatique  $U_{mag}$  est donnée par :

$$U_{mag} = \frac{1}{2\mu_0} \sum_i r_i \left( \sum_j B_{ij}^2 \right) \Delta r \Delta \theta , \quad (3.6)$$

où les  $r_i$  sont la distance au centre du canal de chacun des domaines de calcul et où  $\Delta r$  et  $\Delta \theta$  sont, respectivement, les pas de simulation radiaux et angulaire. On trouve que l'énergie magnétique, par unité de longueur, contenue dans le canal (avant la chemise en céramique) pour les deux types d'assemblage est :

$$U_{mag}^{28} = 48.1 \text{ J/m} \quad \text{et} \quad U_{mag}^{37} = 74.6 \text{ J/m}$$

Ce résultat donne un indice quant à l'influence possible du champ magnétique sur les processus de transfert thermique dans le canal de simulation. En effet, la section d'essais de STERN dégageant une puissance thermique de plus de 10 mégawatts thermiques, il est peu probable que les valeurs associées aux énergies magnétiques données ci-dessus puissent avoir une influence autre que négligeable sur les résultats des simulations de FCC.

La figure 3.2 donne les courbes de champ magnétique en fonction de la distance à la surface du crayon de combustible à l'endroit où le module du champ magnétique est le plus élevé. Selon nos calculs, il s'agissait des crayons numéro 9 et 10 pour les grappes de 37 crayons et des crayons numéro 1 et 2 pour les grappes de 28 crayons (voir figure 1.4).

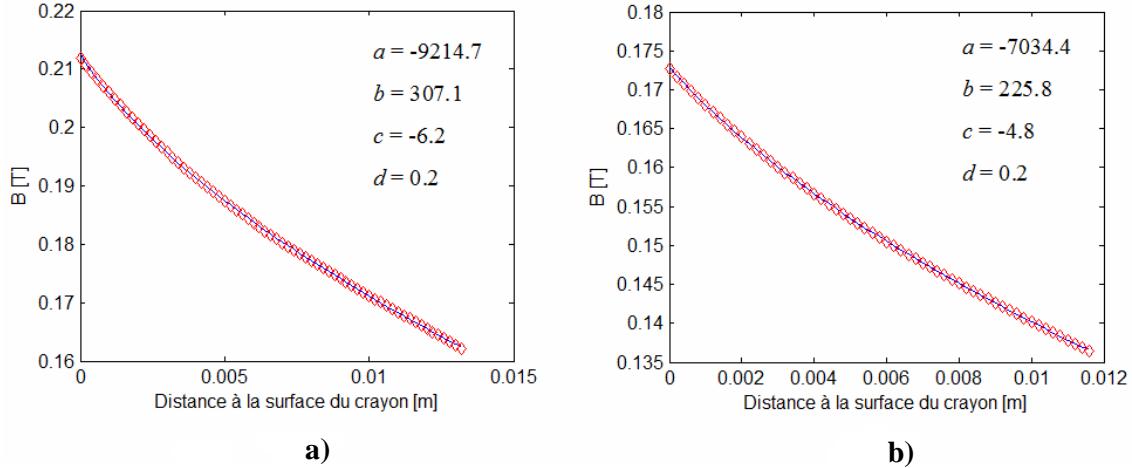


Figure 3.2: Module du champ magnétique en fonction de la distance à la surface du crayon de combustible a) grappe de 37 crayons (crayon no 9 ou 10) b) grappe de 28 crayons (crayon no 1 ou 2).

Les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  donnés sur la figure correspondent aux coefficients du polynôme :

$$B(r) = ar^3 + br^2 + cr + d , \quad (3.7)$$

où  $B$  correspond au module du champ d'induction magnétique et  $r$  à la distance à la surface du crayon de combustible en question. Lors de l'utilisation de l'équation 3.7, les distances à la surface du crayon doivent être prises en mètres. Une loi de puissance était attendue pour décrire le module du champ magnétique en fonction de la distance à la surface du crayon (en accord avec le théorème d'Ampère). Cependant, le fait est que le champ magnétique en fonction de la distance au crayon est mieux représenté par un polynôme. Cette différence est due au fait que le courant est distribué sur chacun des crayons des assemblages et non sur un seul élément de courant.

### 3.1.2 Calcul des efforts électromagnétiques à l'aide du modèle des courants conjugués

Pour calculer la force s'exerçant sur chaque élément de courant  $I_s$ , on génère un maillage permettant d'évaluer les dérivées numériques 3.4 et 3.5 au lieu où il est situé. On génère d'abord un point d'observation à l'intérieur du crayon et à l'extérieur de celui-ci situés sur la droite joignant le centre du crayon au sous élément de courant  $I_s$  considéré. Ces deux points permettent d'évaluer la composante angulaire locale du champ magnétique en accord avec la formule 3.5.

On génère ensuite deux points d'observation de part et d'autre du crayon pour évaluer la composante radiale locale du champ magnétique (formule 3.4). On calcule alors le potentiel vecteur en chacun de ces points dus à tous les sous éléments de courants de tous les crayons formant la grappe de combustible. En effectuant les dérivées numériques mentionnées plus haut on trouve le module du champ magnétique à l'emplacement de chaque courant  $I_s$ .

Les potentiels vecteurs calculés pour l'évaluation des dérivés numériques ne doivent pas sommer le terme source dû au courant en  $s$ . Seule la contribution de sa réponse conjuguée et des autres sous éléments de courant et de leurs réponses conjuguées doivent être sommés. On utilise alors la formule 2.13 pour trouver la force de Lorentz agissant sur chacun des sous éléments de courant  $I_s$ . La force nette agissant sur chaque crayon sera alors donnée par la somme des forces agissant sur tous les sous éléments de courant composant le crayon.

Une fois sommés sur tous les crayons, la force nette sur l'assemblage suivant l'axe horizontal est nulle alors que celle suivant l'axe vertical est de  $-94.32 \text{ N/m}$  pour les assemblages de 37 crayons et de  $-64.42 \text{ N/m}$  pour les assemblages de 28 crayons. Le signe moins veut ici dire que la force est orientée vers le bas du canal. Il est présenté en annexe (annexe 1) deux tableaux donnant le module et l'orientation de la force exercée sur chaque crayon par le champ magnétique.

Mentionnons que les deux composantes vectorielles ( $x$  et  $y$ ) de la force nette sont nulles si l'assemblage est parfaitement centré sur le centre géométrique du canal de simulation. Il est aisé de comprendre l'origine physique de la force qui apparaît si l'on décentre les assemblages, suivant le modèle des courants conjugués. En effet, selon la figure 2.1, si l'on décentre l'assemblage de combustible vers le bas, les courants conjugués associés aux crayons situés au sommet de l'assemblage s'éloignent de la frontière entre les deux milieux alors que ceux associés aux crayons situés dans le bas des assemblages se rapprochent de la frontière entre les deux milieux. Comme la valeur du courant conjugué associé à chacun de ces courants virtuels demeure le même en amplitude et signe (formule 2.24), les courants conjugués associés aux courants en bas des assemblages exercent une influence plus importante (c.-à-d. force au sens de Lorentz) que ceux situés au sommet du canal.

En sommant les composantes tangentielles de la force sur chaque sous élément de courants utilisés pour approximer la densité de courant dans chacun des crayons et en la multipliant par le rayon du crayon, on est en mesure de calculer le moment de force exercé par le champ

magnétique sur chacun des crayons. Aux erreurs numériques près, le moment net sur chacun des crayons est nul. On peut répéter la même procédure pour tout l'assemblage en prenant la composante angulaire de la force appliquée sur le crayon et en la multipliant par le module du vecteur joignant le centre de l'assemblage et le crayon. Là encore, on trouve un moment de force à toute fin pratique nul impliquant que l'assemblage et chacun de ses crayons ne sont soumis à aucun moment de force net.

### 3.2 Résultats obtenus à l'aide de la méthode intégrale

On donne, dans cette section, les divers résultats pertinents quant aux efforts électromagnétiques sur les assemblages de combustible obtenus à l'aide de la méthode intégrale.

#### 3.2.1 Distribution du champ

Une fois encore, la méthode de calcul proposée ici s'est imposée à cause de l'impossibilité apparente de faire coïncider les positions des éléments de courants avec les nœuds d'un maillage polaire. Mais en plus, il est important de calculer la force exercée sur les assemblages en présence des supports du canal de simulation qui sont eux mieux décrite par un système de coordonnées cartésien. Donc, en plus de la difficulté de faire correspondre la position des éléments de courants à la position des noeuds de simulation s'ajoutait la difficulté de faire coïncider un système de coordonnées polaires (tube de force) avec un système de coordonnées cartésien (poutres en I). La méthode intégrale s'est donc imposée naturellement, car cette dernière ne requiert comme information que la position des centroïdes des domaines de simulation et une intégration qui ne tient compte que de la forme géométrique de ces derniers domaines (facteurs de couplages, formules 2.41 et 2.42). De plus, cette méthode ne nécessite pas l'emploi de conditions aux frontières, c.-à-d.,  $\vec{B} \rightarrow \vec{0}$  lorsque  $|\vec{r}| \rightarrow \infty$ .

La première étape à suivre pour utiliser la méthode intégrale est de définir les centroïdes des différents domaines ou sera évalué le champ magnétique auxiliaire  $H$ . La figure 3.3 donne un aperçu d'un maillage typique utilisé par nous pour calculer le champ magnétique dans la section d'essais de STERN.

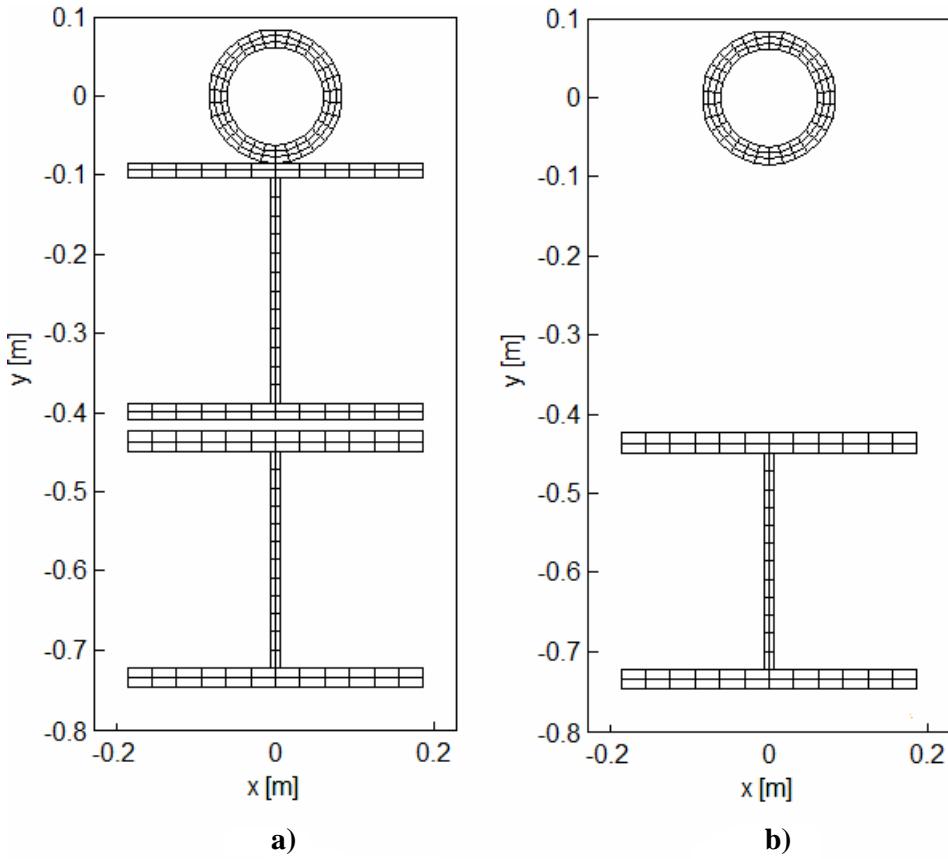


Figure 3.3 : Maillage de simulation utilisée pour calculer le champ magnétique dans la section d'essais de STERN. a) situation avec support du canal et support de la section d'essais b) situation sans support du canal.

La figure 3.3a représente le cas où le tube de force est directement en contact avec un support en acier au carbone alors que la figure 3.3b représente le cas où un espace vide existe entre le tube de force et le support principal de la section d'essais. En accord avec la figure 1.7, on doit calculer la distribution du champ magnétique pour ces deux configurations pour évaluer adéquatement la force par unité de longueur pouvant s'exercer sur les grappes de combustible.

En même temps que l'on définit la position des centroïdes, on spécifie la position des sommets de chacun des côtés des domaines de simulation pour être en mesure de définir les différentes quantités nécessaires à l'évaluation des coefficients 2.41 et 2.42. Une fois définis les domaines de simulation et les différentes quantités géométriques nécessaires à l'évaluation des équations 2.41 et 2.42, on calcule, à l'aide de ces mêmes formules, les coefficients de couplage entre tous les domaines de simulation. L'évaluation de tous les coefficients est l'opération qui demande le plus de temps de calcul à l'algorithme, car pour  $N$  domaines de simulation, on doit effectuer  $(2N)^2$

sommes pour obtenir tous les coefficients. Si les polygones utilisés pour la modélisation des domaines de simulation comprennent chacun  $N'$  côtés, l'algorithme doit effectuer  $(2N \cdot N')^2$  opérations.

Une fois les facteurs de couplages géométriques calculés, on évalue la susceptibilité magnétique sur chacun des domaines à l'aide de la formule 2.69. Le champ magnétique d'excitation utilisé pour calculer la susceptibilité est celui généré par les éléments de courants et calculé directement par la loi d'Ampère (formule 2.1).

Il suffit maintenant d'écrire la matrice de couplage  $G$  donnant les termes de gauche du système d'équation 2.37 et 2.38 et de l'inverser par rapport au vecteur donnant le champ magnétique à vide. On obtient alors le champ magnétique auxiliaire net dans chacun des domaines constituant les ferromagnétiques, soit :

$$\vec{H} = -G^{-1}\vec{H}_0. \quad (3.8)$$

Une fois obtenu le champ magnétique  $\vec{H}$ , on est en mesure de calculer le champ  $\vec{H}_m$  généré par l'aimantation de la section d'essais en tout point  $p$  à l'extérieur des ferromagnétiques grâce à la version modifiée suivante des équations 2.37 et 2.38 :

$$H_{mx}^p = \sum_{k=1}^N \chi_k (C_{xx}^{pk} H_{kx} + C_{xy}^{pk} H_{ky}), \quad (3.9)$$

$$H_{my}^p = \sum_{k=1}^N \chi_k (C_{yx}^{pk} H_{kx} + C_{yy}^{pk} H_{ky}). \quad (3.10)$$

Pour l'évaluation des coefficients de couplage des sommes 3.9 et 3.10, on procède de la même façon que celle employée pour l'évaluation des coefficients des équations 2.37 et 2.38. Cette opération est cependant plus rapide, car pour  $n$  points d'observation l'on a que  $n \cdot (2N)$  sommes à évaluer cette fois. En effet, l'on ne calcule que les coefficients de couplages qui permettent d'évaluer le champ magnétique  $\vec{H}_m$  aux points d'observation, car les points d'observation (à vide) n'introduisent aucune composante de champ  $\vec{H}_m$  dans l'espace. Le champ magnétique  $\vec{H}$  à

l'extérieur des ferromagnétiques et en un point d'observation  $p$  est alors donné par:

$$\vec{H}^p = \vec{H}_0^p + \vec{H}_m^p. \quad (3.11)$$

Une fois obtenue la distribution du champ magnétique dans les ferromagnétiques, on peut aussi obtenir le champ vectoriel  $\vec{M}$  à l'aide de la formule 2.10 et des valeurs préalablement calculées de la susceptibilité magnétique de chacun des domaines de simulation. Sachant que le champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  est quant à lui donné par  $\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H}$ , on est en mesure d'obtenir les champs vectoriels désirés sur tout l'espace. La figure 3.4 donne l'allure du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  pour toute la section d'essais en présence de deux supports en acier au carbone.

Pour des raisons de clarté graphiques, le champ  $\vec{B}$  n'est pas représenté dans le tube de force. Mentionnons que ce dernier a l'allure circulaire qu'il aurait sans la présence des supports de la section. On constate, sur la figure 3.4, que ce sont les têtes des supports de la section qui causent la distorsion des lignes de champs d'induction magnétiques. En leurs absences, les lignes de champs magnétiques seraient circulaires avec leur centre de giration centré sur le canal de

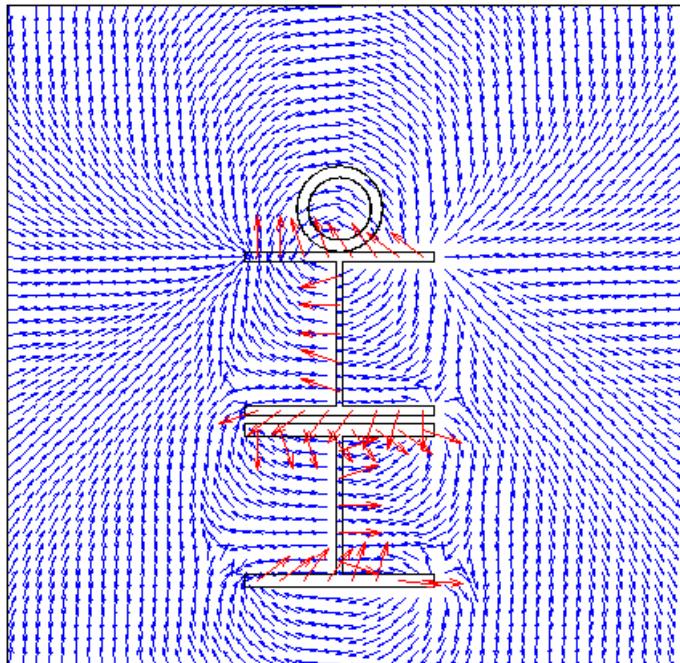


Figure 3.4 : Profil normalisé du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  dans toute la section d'essais de STERN. Les vecteurs en bleu correspondent au champ à l'extérieur du métal et les vecteurs en rouge au champ dans les ferromagnétiques.

simulation. La présence des supports provoque l'apparition de trois champs similaires à ceux d'un long barreau aimanté (voir figure A.3.1 de l'annexe 3). L'attention du lecteur se portera sur l'orientation prise par les lignes de champs magnétiques dans le canal de simulation lui-même. Ces dernières suivent l'orientation des lignes de champs générés par les supports à l'extérieur du canal de simulation, indiquant une fuite du champ généré par les supports dans le canal de simulation. La figure 3.5 donne l'allure du champ  $\vec{H}_m$  dans le tube de force.

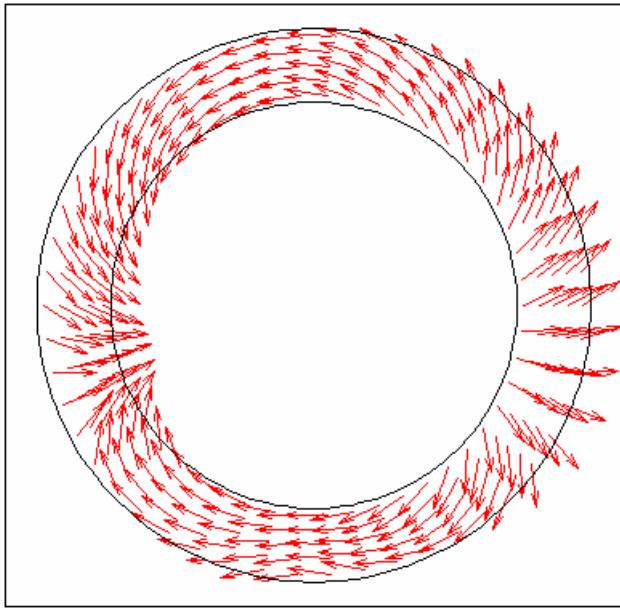


Figure 3.5: profil normalisé du champ magnétique auxiliaire  $\vec{H}_m$  dans le tube de force.

En référence aux figures A.3.1 et A.3.2 de l'annexe 3, et en comparant avec la figure 3.4, on doit conclure que la configuration prise par les lignes de champs dans le canal de simulation est principalement due à une fuite du champ généré par la présence des supports de la section d'essais et non à la réponse du tube de force. Le profil pris par le champ  $\vec{H}_m$ , qui pourrait ici être appelé champ démagnétisant (Coey, 2010), montre clairement la réponse du tube de force au champ magnétique généré par les supports de la section d'essais. Cette réponse se traduit par la génération de deux « pôles magnétiques » opposés au champ magnétique appliqué par les supports de la section d'essais.

Il est clair selon les profils présentés aux figures 3.4 et 3.5 que les calculs présentés dans ce document pourraient être validés ou invalidés par une cartographie des lignes de champs magnétiques à l'aide d'instruments de magnétométrie appropriés lors de la réalisation de séries d'expériences à venir sur le flux de chaleur critique. Pour ce faire, il faudrait cependant s'assurer

d'effectuer les mesures en une position axiale de la section d'essais correspondant le plus possible aux conditions idéales dans lesquelles ont été effectués nos calculs. De plus, de telles mesures permettraient de déterminer à quel point l'approximation d'invariance par translation de la section d'essais est justifiée.

Le tableau 3.1 donne les valeurs minimales, maximales et moyennes de l'amplitude prise par la susceptibilité magnétique et par les divers champs d'intérêt sur le domaine de simulation (c.-à-d. dans les ferromagnétiques). Le nombre de pas utilisés pour la discréétisation du tube de force était de 5 pas radiaux et de 50 pas angulaires. Les têtes des supports ont été discréétisés selon 24 pas en  $x$  et 3 pas en  $y$ . Le nombre de pas pour la région centrale des supports était, respectivement, de 3 et 15 pas en  $x$  et  $y$ .

Les valeurs présentées au tableau 3.1 correspondent aux résultats qu'indique approximativement l'intuition physique. Les susceptibilités minimales et maximales sont, respectivement situées dans les domaines de simulation les plus éloignés et les plus rapprochés de la source du champ magnétique d'excitation  $\vec{H}_0$  (c.-à-d. les assemblages situés dans le canal de simulation). Selon les courbes données aux figures 2.5 et 2.6, la susceptibilité diminue effectivement à mesure que le champ d'excitation baisse en intensité (c.-à-d. éloignement au canal). Les champs magnétiques maximaux dans le tube de force sont inférieurs (en module) au module du champ d'excitation généré par les grappes de combustible. Ceci traduit l'influence du champ magnétique  $\vec{H}_m$  (ou champ démagnétisant) qui tente de diminuer le module du champ magnétique total par rapport au champ source. Les valeurs maximales prises par le champ d'aimantation sont cependant très élevées (facteur 10) par rapport à celle donnée par l'équation 2.68. Ce résultat est imputable à la quantité limitée de données disponibles pour effectuer les lissages donnant les courbes 2.5 et 2.6.

En effet, on ne disposait pas des données nécessaires à une extrapolation précise de la perméabilité magnétique relative prise par les matériaux une fois passé leur point de saturation. Il n'est pas clair quelle valeur de pente doit être prise quant au ratio  $B/H$  (figure 2.3a) pour faire tendre le matériau à saturation une fois passé le point de perméabilité maximale (figure 2.3b). Les valeurs maximales prises par le champ d'induction magnétique  $B$  sont quant à elles très élevées. Due à la valeur très élevée du courant électrique ( $\approx 50 \text{ kA}$ ), on est en droit de s'attendre à des

valeurs de champ d'induction magnétique dépassant le Tesla dans les matériaux. Il doit cependant être mentionné que les valeurs présentées au tableau 3.1 sont certainement supérieures aux valeurs qui pourraient être mesurées expérimentalement dans les ferromagnétiques constituant la section d'essais de STERN. Ceci vient du fait, que les courbes de lissage présentées aux figures 2.5 et 2.6 surestiment les valeurs de perméabilité relative des matériaux une fois passé leurs points de saturation.

Tableau 3.1 : Valeurs minimales, maximales et moyennes de la susceptibilité magnétique, du champ magnétique, de l'aimantation et du champ d'induction magnétique dans les ferromagnétiques.

Valeurs d'intérêts	28 crayons ( $I = 42$ kA)		37 crayons ( $I = 50.82$ kA)	
	Tube de force	Supports	Tube de force	Supports
$\chi_{\min}$	33.699	357.57	32.462	347.050
$\chi_{\max}$	36.012	676.63	34.285	624.603
$\chi_{\text{moyen}}$	34.847	532.32	33.366	499.013
$H_{\min}$ (A/m) $\cdot 10^{-4}$	7.990	0.000027	9.665	0.000049
$H_{\max}$ (A/m) $\cdot 10^{-5}$	1.051	0.063	1.272	0.0786
$H_{\text{moyen}}$ (A/m) $\cdot 10^{-5}$	0.926	0.00534	1.120	0.00670
$M_{\min}$ (A/m) $\cdot 10^{-4}$	286.34	0.0156	330.03	0.0299
$M_{\max}$ (A/m) $\cdot 10^{-4}$	355.91	230.89	414.46	278.52
$M_{\text{moyen}}$ (A/m) $\cdot 10^{-4}$	321.93	21.59	373.10	26.06
$B_{\min}$ (T) $\cdot 10^4$	3.699	1.972	4.269	3.758
$B_{\max}$ (T)	4.605	2.909	5.368	3.510
$B_{\text{moyen}}$ (T)	4.162	0.272	4.829	0.328

### 3.2.2 Calcul des efforts électromagnétiques sur les assemblages

En définissant les points d'observation  $p$  pour l'évaluation des équations 3.9 et 3.10 comme le centre géométrique de chaque crayon, on est en mesure à l'aide de ces mêmes formules, de calculer les composantes  $x$  et  $y$  du champ  $\vec{H}_m$  due aux ferromagnétiques à la localisation du centre de chacun des crayons. Il suffit alors d'utiliser la formule 2.13 (sachant que le courant pointe dans la direction des  $z$  positifs) pour calculer la force de Lorentz exercée par les ferromagnétiques sur chacun des crayons. Il est important de noter que seule la composante  $\vec{H}_m$  du champ magnétique est nécessaire pour calculer la force nette agissant sur l'assemblage. En effet, les composantes de forces dues au champ à vide  $\vec{H}_0$  s'annuleront mutuellement, car ils constituent des efforts internes de l'assemblage considéré ici comme indéformable. Une fois calculée la force sur chaque crayon, il suffit de sommer les composantes  $x$  et  $y$  de ces forces pour trouver la force nette ressentie par l'assemblage. La figure 3.6 donne la force nette ressentie par les assemblages de combustible de 28 et 37 crayons, en fonction du décentrage  $\varepsilon$ , dans le cas a) ou les deux supports de la section sont inclus dans le calcul et dans le cas b) ou seul le support principal de la section d'essais est inclus dans le calcul. Les deux figures ont été obtenues en incluant le tube de force dans les calculs.

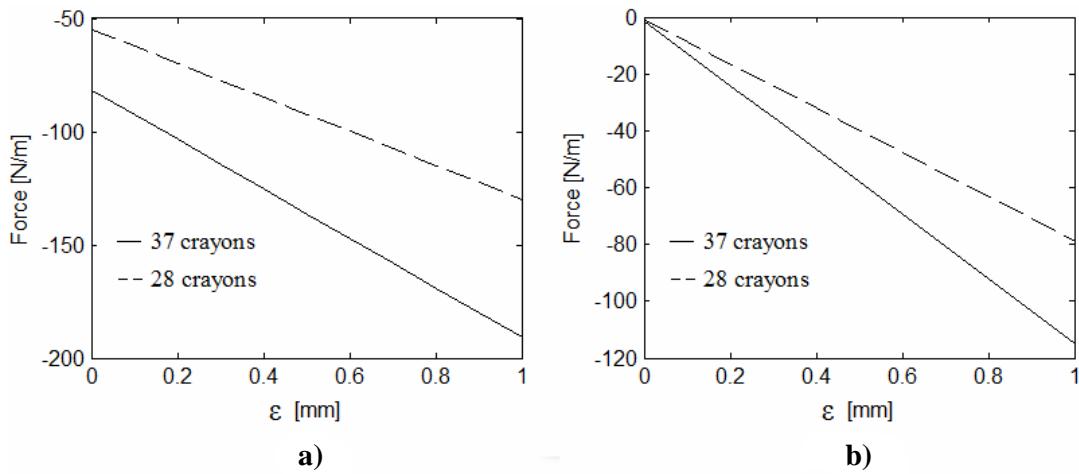


Figure 3.6 : Force par unité de longueur sur les assemblages en fonction de l'écart  $\varepsilon$  de leur centre géométrique au centre du canal a) résultats obtenus en incluant les deux supports de la section, b) résultats obtenus en incluant seulement le support principal de la section d'essais.

On constate sur les figures 3.6a et 3.6b que la force exercée sur les grappes de 28 crayons est plus faible que celle exercée sur les assemblages de 37 crayons dans les cas où un ou deux supports en aciers aux carbones sont présents. En comparant les figures 3.6a et 3.6b, on voit que la force est

plus élevée lorsque les deux supports sont présents que lorsqu'un seul support est présent. Ce résultat s'explique par la fuite plus importante, dans le canal de simulation, du champ magnétique dû aux supports du tube de force. Due à sa proximité plus grande au centre du canal que le support principal il est normal que sa présence induise une force nette plus importante sur les grappes de combustible.

Pour un décentrage  $\varepsilon$  correspondant à  $0.7\text{mm}$  de l'assemblage par rapport au centre du canal et dans le cas où les deux supports sont inclus dans la simulation, la force ressentie par les assemblages de simulation est, respectivement, de  $-107.5\text{ N/m}$  et  $-158.2\text{ N/m}$  pour les grappes de 28 et 37 crayons. Pour le même décentrage, mais pour des simulations incluant uniquement le support principal de la section d'essais, on trouve une force de  $-55.5\text{ N/m}$  pour les assemblages de 28 crayons et de  $-80.8\text{ N/m}$  pour les assemblages de 37 crayons. Il est normal que la force sur les assemblages de 37 crayons soit plus importante que pour les assemblages de 28 crayons, car le courant total y circulant étant plus intense il en résulte une magnétisation moyenne plus élevée de la section d'essais (tableau 3.1) ainsi qu'un courant plus élevé lors de l'évaluation de la force de Lorentz. Au tableau A.3.1 et A.3.2 on donne la force exercée sur chaque crayon par les ferromagnétiques de la section d'essais (avec la présence d'un et deux supports) pour les assemblages de 28 et 37 crayons suivant un décentrage du centre de l'assemblage de  $0.7\text{mm}$ .

Pour une longueur des grappes de combustible de  $0.495\text{ m}$ , la force magnétique totale sur les assemblages de 37 et 28 crayons est, respectivement de  $78.3\text{ N}$  et  $53.2\text{ N}$  si le I-beam principal et les supports sont inclus dans le calcul. Sans la présence des supports, ces forces sont respectivement de  $40.0\text{ N}$  et  $27.5\text{ N}$ . Fortman (2007) estime que la force magnétique est de  $122.3\text{ N}$  par assemblage de 37 crayons lorsque les deux supports de la section et le tube de force sont inclus dans ces calculs. Nos calculs indiquent donc que la force nette exercée par le champ magnétique est inférieure à celle estimée par Fortman.

Au lieu de calculer la force en fonction du décentrage, on peut calculer cette dernière en fonction de l'intensité du courant circulant dans l'assemblage de combustible (pour un décentrage de  $0.7\text{ mm}$ ). Ce résultat peut être pertinent dans le cas où EACL désire effectuer des expériences de transfert de chaleur qui requiert de plus fortes puissances thermiques (c.-à-d. plus fort courants électriques). La figure 3.7 donne la force nette ressentie par les assemblages de combustible de 28

et 37 crayons en fonction de la valeur du courant électrique total circulant dans les grappes de combustible.

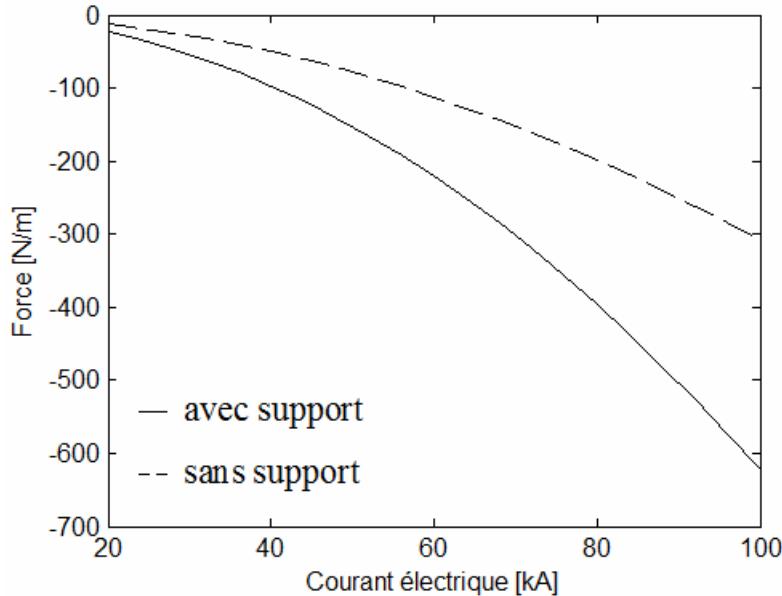


Figure 3.7: Force nette sur les assemblages de combustible en fonction du courant électrique total circulant dans les assemblages de combustible (pour un décentrage  $\varepsilon$  de  $0.7\text{mm}$ ).

On constate, en regardant les courbes de la figure 3.7, que la force est encore une fois plus importante dans le cas où les deux supports sont présents. Mentionnons que, pour cette simulation, nous avons obtenu les mêmes résultats en effectuant les simulations avec les assemblages de 37 ou 28 crayons. Ce résultat montre que pour des courants équivalents, les deux assemblages devraient subir le même effort électromagnétique net.

Il est aussi important de mentionner que les résultats montrés aux figures 3.4 à 3.7 et au tableau 3.1 ne sont pratiquement pas affectés si l'on tourne les assemblages de combustible d'un angle de  $\pi/2$  par rapport à la configuration des assemblages de la figure 1.4.. Pour les assemblages de 28 crayons, ce résultat est parfaitement prévisible, car ces derniers ont une symétrie de rotation de  $\pi/2$ . Le problème est donc identique avant et après rotation d'un quart de tour. Pour les assemblages de 37 crayons (qui ont une symétrie de rotation de  $\pi/3$ ) on attribue ce résultat au fait que le courant étant uniformément distribué sur chacun des crayons, une rotation d'un quart de tour des assemblages ne change le champ source, à la position de chacun de domaines de simulation, que d'une valeur négligeable et n'a que très peu de répercussion sur les résultats finaux.

Finalement, il a aussi été effectué des simulations prenant en compte la présence des capteurs de pression situés de part et d'autre du tube de force. Pour ce faire, on enlevait de notre domaine de simulation (figure 3.3) du matériau ferromagnétique selon une aire équivalente à la projection des capteurs de pression sur le plan transverse à l'axe du canal. Il a été obtenu une force nette orientée vers le haut et d'amplitude bien plus importante que celles données ci-dessus. L'orientation de cette force est due, selon nous, à la fuite alors dominante de la composante du champ  $\vec{H}_m$  alors généré par le tube de force. Son module traduit quant à lui une fuite beaucoup plus importante du champ due aux ferromagnétiques dans le canal de simulation. Il est cependant important de mentionner que ces simulations ne peuvent être représentatives des conditions moyennes régnant dans le canal, car l'approximation d'invariance par translation n'est pas applicable aux lieux, où se situent les capteurs de pression. Des simulations 3D de l'ensemble de la section d'essais de STERN sont nécessaires pour une évaluation complète et adéquate de l'influence des capteurs de pression sur la distribution du champ magnétique et des efforts réels ressentis par les assemblages (du moins aux positions axiales où se situent les capteurs de pression).

### 3.3.3 Erreurs de calcul

Les résultats présentés à l'annexe 2 permettent de croire que, si la susceptibilité magnétique des matériaux, est connue avec précision, les forces nettes calculées sont valables dans une marge d'erreur comprise entre 1% et 5%. Bien que le maillage de simulation utilisé pour simuler le tube de force soit le même que celui utilisé pour calculer la référence donnée à la figure A.3, il n'est cependant pas dit que l'erreur pouvant être introduite sur le champ  $\vec{H}_m$  par la présence des supports dans le domaine de simulation ne fasse pas augmenter sensiblement l'erreur. On observe qu'il est important, pour les domaines à géométrie cartésienne (c.-à-d. supports), que les domaines de simulations se rapprochent le plus possible d'une géométrie carrée pour que la distribution du champ magnétique obtenue se rapproche le plus possible d'une solution physiquement acceptable.

## CHAPITRE 4

### ÉBULLITION ET CHAMP MAGNÉTOSTATIQUE

Dans ce chapitre, on explique pourquoi le champ magnétique généré par les assemblages de simulation de la section d'essais de STERN n'a pas d'influence notable sur les conditions thermohydrauliques menant aux flux de chaleur critique. Pour ce faire, on applique des forces de nature magnétique à un modèle d'ébullition nucléée mettant l'emphasis sur les forces mécaniques agissant sur les bulles présentes sur la surface chauffante lors de l'ébullition (Sullivan, et al., 1964; Hatton & Hall 1966). On démontre alors que, dans les conditions d'opération de la section d'essais, la présence de champs magnétiques a une influence négligeable sur le phénomène d'ébullition.

Plus précisément, on détermine si le champ magnétique peut avoir une influence sur le diamètre de détachement des bulles de vapeur et la fréquence à laquelle elles sont émises des cavités où elles se forment. En effet, le diamètre de détachement des bulles de vapeur et leur fréquence d'émission déterminent quelle est la puissance thermique transférée au caloporteur par celles-ci. Les conditions d'ébullition retenues pour notre étude sont celles de l'ébullition en piscine. Soit, l'ébullition dans un fluide où le liquide n'a pas de vitesse relative nette par rapport à l'élément chauffant, c.-à-d., ébullition en convection naturelle, en absence de tout régime de convection forcée.

On pourra affirmer qu'il est possible que le champ magnétique biaise les résultats expérimentaux s'il a une influence notable sur le diamètre de détachement ou la fréquence de détachement des bulles. Sinon, on pourra affirmer que les concepteurs de la section d'essais n'ont pas à se soucier de possibles effets électromagnétiques. Les conditions régnant dans la section étant alors conforme à celles régnant dans un canal de réacteur nucléaire CANDU (aux limites de conception de la section d'essais près).

#### 4.1 Ébullition homogène

Il est possible, dans un liquide surchauffé, que des molécules ayant une énergie thermique correspondante à des molécules de vapeur s'agglomèrent pour donner un embryon de vapeur qui sera stable ou instable suivant son diamètre initial. Par surchauffe, on entend l'écart de la température du liquide par rapport à sa température de saturation à la pression locale

correspondante. Pour que l'embryon formé soit stable, il faut que la pression nette exercée par la vapeur soit égale à la pression exercée par le milieu liquide et par la tension de surface. La position d'équilibre de la bulle ainsi formé est instable. Si une molécule ayant l'énergie d'agitation d'une molécule de vapeur entre en collision avec l'embryon celui-ci se mettra à croître. À l'inverse, l'embryon condensera s'il perd une de ses molécules de vapeur. Les surchauffes de l'eau liquide requises pour obtenir l'ébullition homogène (Collier, 1996) sont cependant largement supérieures à celles retrouvées dans des équipements similaires à la section d'essais de STERN.

## 4.2 Ébullition hétérogène

On nomme ébullition hétérogène le mode d'ébullition dominant dans les systèmes conventionnels de transfert thermique avec ébullition. En régime d'ébullition hétérogène, les bulles se forment dans les cavités présentes en surface de l'élément chauffant. Ces cavités sont présentes, car l'usinage des surfaces nécessaires aux systèmes de transfert thermique industriel ne permet généralement pas d'éliminer complètement les imperfections de surface. Typiquement, le diamètre de ces cavités peut aller de l'ordre du centième de micron au millimètre.

Pour avoir ébullition hétérogène, les cavités doivent contenir des gaz incondensables ou des restes de vapeur d'une bulle s'étant préalablement détaché de la surface. Si un équipement de transfert thermique a été proprement purgé des gaz piégés dans les cavités, des surchauffes du même ordre de grandeur que celles requises pour obtenir l'ébullition homogène sont requises pour amorcer le cycle d'ébullition (Carey, 2008). Une fois l'ébullition amorcée, la surchauffe nécessaire pour obtenir nucléation chute brusquement, indiquant que les bulles se forment maintenant à partir de poches de vapeur non détachée laissée en place dans les cavités par des bulles précédentes.

Un cycle d'ébullition en surface se déroule comme suit (Carey, 2008). Une surchauffe adéquate permet à l'eau liquide à proximité de la surface de s'évaporer dans l'une des poches de gaz piégées dans l'une des cavités de la surface. Suite à ce transfert de masse de l'eau liquide à l'embryon de bulle, cette dernière croît jusqu'à ce que les forces hydrodynamiques et d'Archimède excèdent celles qui retiennent la bulle à la surface. La bulle de vapeur se détache alors de la cavité et commence son mouvement ascensionnel dans le milieu liquide. L'eau liquide est alors libre de revenir en contact avec le gaz résiduel présent dans la cavité. La couche d'eau

présente à proximité de la cavité se voit alors chauffée jusqu'à atteinte de la température de surchauffe nécessaire à l'amorce d'un nouveau cycle d'ébullition.

#### 4.2.1 Équation de Laplace-Young et surchauffe nécessaire pour la nucléation

L'équation de Laplace-Young (Rohsenow, et al., 1985; White, 2008; Gennes et al., 2005) exprime l'équilibre qui doit exister entre la pression de la phase liquide, la pression de vapeur et la force de tension interfaciale agissant sur une bulle de vapeur, pour que cette dernière soit en équilibre statique. Pour qu'une bulle de vapeur soit en équilibre statique (c.-à-d. son rayon, ne change pas dans le temps), il faut que la pression nette due à la vapeur et au milieu liquide soit parfaitement balancée par la tension superficielle; alors :

$$P_g - P_f = \frac{2\sigma}{r}, \quad (4.1)$$

où  $P_g$  [ $N/m^2$ ] est la pression due à la vapeur,  $P_f$  [ $N/m^2$ ] la pression due à la phase liquide,  $\sigma$  [ $N/m$ ] la tension interfaciale et  $r$  [ $m$ ] le rayon de la bulle. On note immédiatement que si le rayon de la bulle est plus grand que le rayon impliquant un équilibre statique, cette dernière croîtra spontanément alors que si le rayon est plus petit qu'une certaine valeur critique, la bulle condensera jusqu'à disparition. En combinant l'équation de Laplace-Young avec l'équation de Clausius-Clapeyron (Collier, 1996; Tapucu, 2009), on obtient :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg}}{(\nu_g - \nu_f)T}. \quad (4.2)$$

Ici,  $h_{fg}$  [ $J/kg$ ] est la chaleur latente du fluide considéré,  $\nu_g$  et  $\nu_f$  [ $m^3/kg$ ] sont, respectivement, les volumes spécifiques des phases gazeuses et liquides. La variable  $T$  représente la température prise par la vapeur. À partir de cette équation, on est en mesure de trouver la température de surchauffe nécessaire pour un équilibre thermomécanique de la bulle de vapeur. En considérant que  $\nu_g \gg \nu_f$  et en utilisant la loi des gaz parfait,  $P\nu_g = R_g T$ , on est en mesure de réécrire l'équation de Clausius-Clapeyron de la façon suivante :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg} P}{R_g T^2}, \quad (4.3)$$

où la constante des gaz parfaits pour la vapeur d'eau est donnée par  $R_g = 461.5$  [ $J/kg \cdot K$ ]. En approximant  $h_{fg}$  comme une constante, on peut intégrer cette équation de  $P_f$  à  $P_g$  et de  $T_{sat}$  à  $T_g$

pour obtenir :

$$\ln \frac{P_g}{P_f} = \frac{h_{fg}}{R_g} \left( \frac{T_g - T_{sat}}{T_g T_{sat}} \right), \quad (4.4)$$

où  $T_{sat}$  est la température de saturation du liquide à la pression correspondante. Finalement, en combinant l'équation de Laplace-Young avec cette équation, on obtient la surchauffe  $\Delta T = T_g - T_{sat}$  nécessaire pour la formation d'une bulle sphérique de rayon  $r$ , c.-à-d. :

$$\Delta T = \frac{R_g T_{sat}^2}{h_{fg}} \ln \left( 1 + \frac{2\sigma}{P_f r} \right), \quad (4.5)$$

où on pose ici l'approximation  $T_g \approx T_{sat}$ . En prenant le rayon critique de la bulle égale à la moitié du diamètre  $D_c$  de la cavité (Carey, 2008), on obtient la température de surchauffe nécessaire à la formation de la bulle de vapeur en fonction du diamètre de la cavité.

$$\Delta T = \frac{R_g T_{sat}^2}{h_{fg}} \ln \left( 1 + \frac{4\sigma}{P_f D_c} \right), \quad (4.6)$$

Dans le cas où le milieu contient des gaz incondensables, l'équation 4.6 doit tenir compte de leurs pressions partielles  $p_i$ , ainsi elle est réécrite de la façon suivante (Collier, 1996) :

On suppose que l'eau de la section d'essai de STERN ayant été préalablement traitée, la concentration des incondensables est négligeable. On utilise donc la formule 4.6 pour calculer les surchauffes nécessaires à la nucléation. La figure 4.1 donne les surchauffes, calculées à l'aide de l'équation 4.6, nécessaires pour avoir formation d'une bulle statiquement stable en fonction du diamètre de la cavité où elle se forme. Les propriétés thermodynamiques utilisées pour calculer les surchauffes ont été tirées de la table A.3 du livre de Collier (1996).

$$\Delta T = \frac{R_g T_{sat}^2}{h_{fg}} \ln \left( 1 + \frac{4\sigma}{P_f D_c} - \frac{p_i}{P_f} \right), \quad (4.7)$$

La figure 4.1 montre que la surchauffe augmente à mesure que le diamètre de la cavité diminue. En effet, selon l'équation 4.6, plus le diamètre de la cavité est réduit, plus la surchauffe doit être importante pour vaincre les forces de tension de surfaces. Aussi, on remarque que la surchauffe nécessaire à la nucléation diminue avec une augmentation de la pression. On attribue ce

comportement à l'augmentation de la pression dans l'argument du logarithme de l'expression 4.6 et à la diminution de la chaleur latente et de la tension de surface de l'eau avec l'augmentation de la pression.

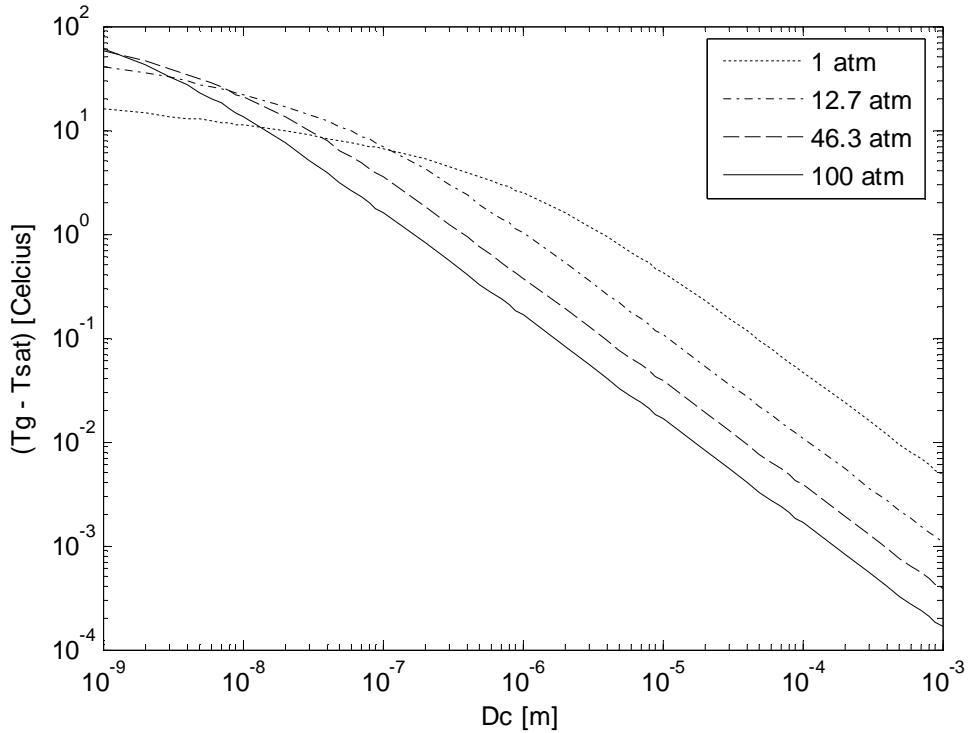


Figure 4.1 : Surchauffe nécessaire à la nucléation en fonction du diamètre  $D_c$  de la cavité.

#### 4.2.2 Bilan d'énergie et début de l'ébullition nucléée

Le flux thermique en fonction de la position axiale  $z$  dans la section d'essais de STERN est donné dans le rapport de Fortman, et al. (1993). Les fonctions qui permettent d'approximer la distribution axiale du flux thermique sont :

$$q''(z) = \begin{cases} q_0''(C_1 + C_2 z) & \text{pour } z \leq 0.48m \\ q_0''(C_3 + C_4 z \sin(\lambda z)) & \text{pour } z > 0.48m \end{cases}, \quad (4.8)$$

avec,

$$C_1 = 0.15, \quad C_3 = 0.25, \quad \lambda = \pi/L,$$

$$C_2 = 0.3142, \quad C_4 = 0.4091,$$

et

$$q''_0 = \frac{\dot{P}_{tot}}{P_{37} \int_0^L q''_n(z) dz} . \quad (4.9)$$

Ici,  $q''$  représente le flux thermique  $[W/m^2]$  et  $q''_n$  la distribution de flux normalisé tel que donné dans le rapport de Fortman, et al. (1993). La puissance thermique totale de la section d'essais est donnée par  $\dot{P}_{tot} = 10MW$ . Le périmètre des assemblages de 37 crayons est noté  $P_{37}$  et  $L = 5.76 m$  donne la longueur totale de la section d'essais. La figure 4.2 donne le flux thermique en fonction de la position axiale dans la section d'essais des laboratoires STERN.

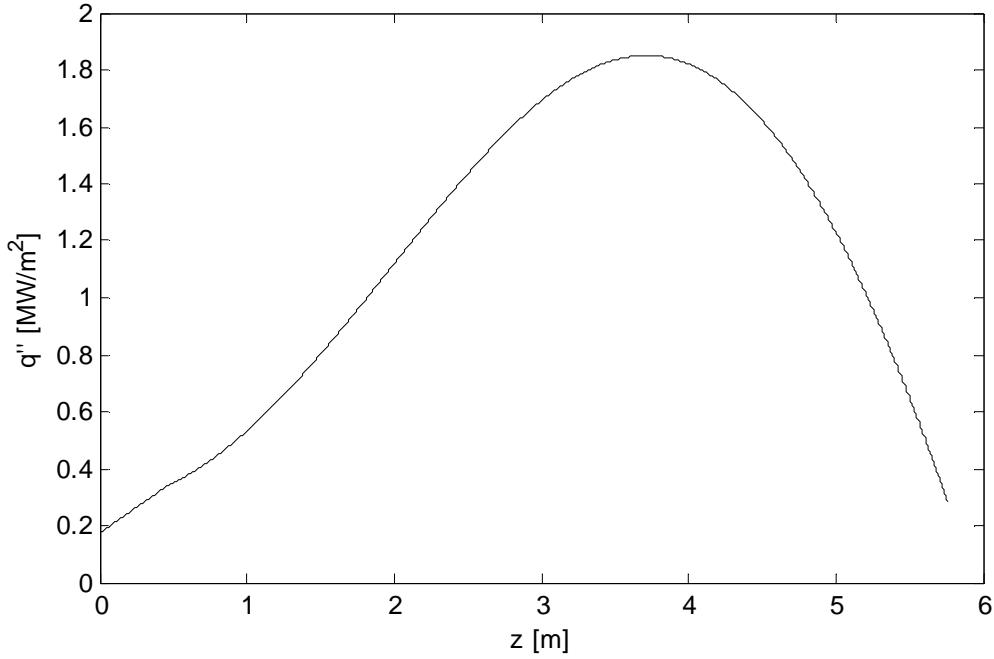


Figure 4.2 : Distribution axiale du flux thermique

Connaissant le flux thermique, il suffit de faire un bilan d'énergie pour calculer la température moyenne  $T_\infty$  du caloporteur en fonction de la position axiale, soit :

$$T_\infty(z) = T_0 + \frac{P_{37} \int_0^z q''(z) dz}{\dot{m} c_{pf}}, \quad (4.10)$$

où  $\dot{m}$   $[kg/s]$  est le débit massique et  $c_{pf}$   $[J/kg \cdot K]$  la capacité calorifique du caloporteur. La

capacité calorifique est celle du caloporteur en régime de transfert de transfert de chaleur monophasique à pression correspondante (100 atmosphères). La température d'entrée du caloporteur est  $T_0 = 267$  °C. En mode de transfert de chaleur par convection forcée monophasique, le flux thermique entre une surface chauffante et le caloporteur est donné par la loi de refroidissement de Newton,

$$q''(z) = h(T_w(z) - T_\infty(z)), \quad (4.11)$$

avec,  $h$  [W/m<sup>2</sup>K] le coefficient de transfert thermique et  $T_w$  la température de la surface chauffante. Comme le flux thermique nous est donné par l'équation 4.8 et que la température moyenne du caloporteur peut être calculée par l'équation 4.10, il suffit d'isoler  $T_w$  dans l'équation précédente pour évaluer la température de surface des crayons de combustible. Cette température est donnée par :

$$T_w(z) = T_\infty(z) + q''(z)/h. \quad (4.12)$$

La seule inconnue restant dans l'équation 4.12 est la valeur du coefficient de transfert thermique. Pour calculer la valeur prise par le coefficient  $h$  on doit évaluer le nombre de Nusselt donné par :

$$\text{Nu} = \frac{hD_e}{k_f}. \quad (4.13)$$

Ici,  $D_e$  est le diamètre hydraulique équivalent de la section d'essais. Ce dernier est donné par :

$$D_e = \frac{4A_f}{P_{37} + P_{\text{canal}}}, \quad (4.14)$$

où  $A_f$  est l'aire par laquelle passe l'écoulement du caloporteur, soit l'aire du canal moins l'aire transverse occupée par les 37 crayons de combustible. La variable  $P_{\text{canal}}$  représente le périmètre interne du canal de simulation. Les corrélations permettant d'évaluer le nombre de Nusselt sont très souvent exprimés en fonction du nombre de Reynolds (Re) et du nombre de Prandtl (Pr). Les

nombres de nombre de Reynolds et de Prandtl sont donnés par :

$$\text{Re} = \frac{\rho_f V D_e}{\mu_f}, \quad (4.15)$$

$$\text{Pr} = \frac{c_{pf} \mu_f}{k_f}. \quad (4.16)$$

Ici,  $V$  est la vitesse moyenne du caloporeur. Lorsqu'un écoulement entre dans une conduite, une certaine longueur est nécessaire pour que les couches limites s'entremêlent et donnent un profil de vitesse de l'écoulement qui ne change plus avec la distance parcourue. Due à la valeur prise par le nombre de Reynolds dans la section d'essais de STERN, l'écoulement est de nature turbulente et en conséquence nous avons pris pour cette distance (Icropera, et al., 2007),  $z_d \approx 12D_e$ , pour évaluer la longueur d'entrée hydraulique  $z_d$  après laquelle l'écoulement dans le canal devient pleinement développé. Pour le diamètre équivalent de la section d'essais de STERN, la longueur  $z_d$  est approximativement de 9 cm. Cette longueur est très courte devant les 5.76 m de la section d'essais. Nous avons donc négligé la longueur d'entrée hydraulique et pris la corrélation de *Dittus-Boelter* pour évaluer le nombre de Nusselt dans nos calculs. La corrélation de *Dittus-Boelter* est valide pour des écoulement pleinement développés et elle est donnée par :

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4}. \quad (4.17)$$

À proximité de la surface chauffante, il existe une zone où l'écoulement est nécessairement laminaire, malgré la nature turbulente de l'écoulement principal. À cause de la condition de non-glissement, la vitesse de l'écoulement diminue à mesure que l'on s'approche de la surface. Conséquemment, le nombre de Reynolds local diminue jusqu'à l'atteinte d'une valeur seuil marquant la transition d'un régime d'écoulement turbulent à un régime laminaire. Le profil de température dans la sous-couche limite laminaire est linéaire (Tapucu, 2009) et on peut utiliser la loi de Fourier pour y calculer le flux thermique par conduction, c.-à-d. :

$$q'' = -k_f \frac{dT}{dy}. \quad (4.18)$$

Comme le profil de température est linéaire, l'intégration de cette équation donne la relation suivante pour la température  $T_f$  du caloporteur en fonction de la distance  $y$  à la surface :

$$T_f(y) = T_w - q'' \frac{y}{k_f}. \quad (4.19)$$

Les conditions d'équilibre thermique d'une bulle hémisphérique de rayon  $r$  en  $y = r$  sont données par :

$$T_f = T_s, \quad (4.20a)$$

où  $T_s$  est la température du liquide nécessaire à un équilibre thermomécanique de la bulle de vapeur. La condition 4.20a exprime que, pour éviter la condensation, la température du liquide au sommet de la bulle doit être égale à la température de surchauffe requise pour maintenir l'équilibre.

$$\frac{dT_f}{dy} = \frac{dT_s}{dr}, \quad (4.20b)$$

Pour sa part, la condition 4.20b exprime la variation de température nécessaire de la phase liquide pour une variation de la température de surchauffe par rapport au rayon  $r$  de la bulle. Pour de hautes pressions et à l'aide d'un développement de Taylor au premier ordre on peut réécrire l'équation 4.6 de la façon suivante :

$$T_s - T_{sat} \cong \frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma}{h_{fg} P_f r}. \quad (4.21)$$

De plus, l'équation 4.19 et la condition 4.20a permettent d'écrire,

$$T_f - T_{sat} = T_w - T_{sat} - q'' \frac{r}{k_f}, \quad (4.22)$$

alors que la condition 4.20b et la relation 4.21 impliquent :

$$\frac{q''}{k_f} = \frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma}{h_{fg} P_f r^2}. \quad (4.23)$$

En isolant  $r$  dans l'expression précédente, on trouve le rayon de la première cavité qui permet la nucléation d'une bulle hémisphérique, c.-à-d. :

$$r = \left( \frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma k_f}{h_{fg} P_f q''} \right)^{1/2}. \quad (4.24)$$

En considérant les équations 4.23 et 4.24, on peut réécrire la relation 4.22 de la façon suivante :

$$\frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma}{h_{fg} P_f} \left( \frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma k_f}{h_{fg} P_f q''} \right)^{-1/2} = T_w - T_{sat} - \frac{q''}{k_f} \left( \frac{2R_g T_{sat}^2 \sigma k_f}{h_{fg} P_f q''} \right)^{1/2}. \quad (4.25)$$

En isolant  $q''$  dans l'équation précédente on obtient le flux thermique  $q''_{DEN}$  nécessaire au début de l'ébullition nucléée (Tapucu 2009, Collier 1996), alors :

$$q''_{DEN} = \frac{h_{fg} k_f P_f}{8R_g T_{sat}^2 \sigma} (T_w - T_{sat})^2. \quad (4.26)$$

Dans la section d'essais de STERN, l'ébullition nucléée débutera à la position axiale où le flux de chaleur  $q''$  (équation 4.8) et le flux de chaleur donné par l'équation 4.26 sont égaux. Les équations 4.8 à 4.17 permettent de calculer la température  $T_w$  et d'obtenir  $q''_{DEN}$  en toute position axiale de la section d'essais. Le tableau 4.1 donne la position axiale  $z_{DEN}$  où commence l'ébullition nucléée ainsi que la différence de température  $\Delta T_w$ , c.-à-d., température de surface des crayons moins la température de saturation du caloporteur.

Les vitesses  $V_{min}$ ,  $V_{max}$  et  $\bar{V}$  correspondent, respectivement, aux vitesses du caloporteur dans les canaux de plus basse, plus haute et moyenne puissance thermique d'un canal de réacteur CANDU. On constate que la distance à l'entrée  $z_{DEN}$  augmente avec la vitesse moyenne du caloporteur. Selon l'équation 4.10 et le profil de puissance donné à la figure 4.2, une augmentation du débit massique (c.-à-d. vitesse du caloporteur) implique que le caloporteur a besoin d'un plus long parcours dans le canal pour que sa température augmente d'une valeur donnée. Aussi, selon les équations 4.15 et 4.17, le coefficient de transfert thermique augmente avec la vitesse du caloporteur. Donc, selon la formule 4.12, la paroi atteint donc la température

de surface nécessaire à l'amorce de l'ébullition, prévue par l'équation 4.26, à une position plus avancée dans le canal pour des vitesses de caloporteur plus élevées.

Tableau 4.1 : Position où commence l'ébullition nucléée et différence de température  $\Delta T_w$  aux lieux correspondants.

Vitesse	$\Delta T_w$ [°C]	$z_{DEN}$ [m]
$V_{\min} = 4.1 \text{ m/s}$	1.3	1.552
$V_{\max} = 10.5 \text{ m/s}$	1.8	2.774
$\bar{V} = 7.3 \text{ m/s}$	1.6	2.213

### 4.2.3 Dimensions des cavités actives

Entre deux nucléations successives se produisant à l'embouchure d'une même cavité, il se passe une certaine période de temps durant laquelle le liquide adjacent à la surface est chauffé. La conduction de la chaleur fait croître cette couche limite thermique dans laquelle se forment les bulles de vapeur (Carey, 2008). Pour des cavités ayant un diamètre en dessous d'une certaine valeur  $D_{c,\min}$ , l'embryon des bulles qui pourraient s'y former est trop petit pour que la surface soit capable de fournir la surchauffe requise à leurs équilibres ou à leur croissance. La force de tension interfaciale vaincra toute bulle qui tenterait de se former dans une cavité ayant un diamètre plus petit que  $D_{c,\min}$ . Si le diamètre de la cavité est supérieur à une valeur maximale  $D_{c,\max}$ , le sommet de la bulle est à même de dépasser la couche limite thermique. Le sommet de la bulle alors exposé à une température du liquide en deçà de sa température de saturation d'équilibre. La condensation de la vapeur empêche alors la bulle de croître davantage et d'atteindre les dimensions requises pour qu'elle puisse se détacher de la cavité.

Le modèle de Hsu (Hsu & Graham, 1986; Yu & Cheng 2002) permet d'estimer l'intervalle des cavités actives pour un système en ébullition en piscine. Pour des différences de température  $\theta_w = T_w - T_\infty$  et  $\theta_s = T_{sat} - T_\infty$ , respectivement, entre la surface chauffante et le caloporteur et la

température de saturation et celle du liquide, les diamètres minimaux et maximaux des cavités actives sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} D_{c,\min} \\ D_{c,\max} \end{Bmatrix} = \frac{\delta_T}{K_1} \left[ 1 - \frac{\theta_s}{\theta_w} \mp \sqrt{\left( 1 - \frac{\theta_s}{\theta_w} \right)^2 - \frac{4\xi K_2}{\delta\theta_w}} \right], \quad (4.27)$$

où

$$K_1 = \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} \quad \text{et} \quad K_2 = 1 + \cos\theta, \quad (4.28)$$

et le paramètre  $\xi$  est défini comme suit,

$$\xi = \frac{2\sigma T_{sat}}{\rho_g h_{fg}}. \quad (4.29)$$

L'épaisseur  $\delta_T$  de la couche limite thermique sera prise comme étant égale à l'épaisseur de la sous-couche limite laminaire. Des études expérimentales suggèrent que l'épaisseur  $\delta_{SL}$  de la sous-couche limite laminaire est donnée par (Bulu, 2013) :

$$\delta_{SL} = \frac{11.6\mu}{\rho V \sqrt{f/8}}. \quad (4.30)$$

Ici,  $f$  est le facteur de frottement. La valeur de  $f$  peut être estimée en utilisant la corrélation de Petukhov (Icropera, et al., 2007) :

$$f = (0.790 \ln(\text{Re}) - 1.64)^{-2}. \quad (4.31)$$

Avec les vitesses moyennes minimales et maximales possibles du caloporeur (voir la section 4.2.2) dans la section d'essais de STERN, l'équation 4.30 donne des épaisseurs de sous-couche limite laminaire de l'ordre de  $\delta_{SL} \approx 10^{-6} m$ . L'expérience avec les systèmes de transfert thermique où se produit l'ébullition nucléée montre que les bulles qui se détachent de la surface chauffante

ont généralement des diamètres pouvant aller du micron au millimètre. Or les conditions 4.20 imposent que la sous-couche limite laminaire doive être plus épaisse que celle prédicta par l'équation 4.30 pour permettre l'ébullition nucléée pour cet intervalle de diamètre de détachement des bulles de vapeur. Comme on cherche la zone de l'écoulement où le profil de vitesse de l'écoulement est linéaire, on approximera l'épaisseur de la couche limite à l'aide de la formule donnant cette épaisseur pour un écoulement libre sur une plaque. On justifie cette approximation par le fait que pour une bulle de vapeur, le rayon de courbure des crayons de combustible est généralement grand devant leur diamètre. Pour un écoulement sur une plaque avec un écoulement libre de vitesse  $V$  dirigé dans la direction de l'axe des  $z$ , le nombre de Reynolds est défini comme :

$$\text{Re}_z = \frac{\rho V z}{\mu}, \quad (4.32)$$

où  $z$  est ici la distance entre le bord de la plaque et la position où on veut évaluer l'épaisseur de la couche limite. L'épaisseur de la couche limite laminaire pour ce type d'écoulement sur une plaque est donnée par la solution de Blasius :

$$\delta_L = \frac{5z}{\sqrt{\text{Re}_z}}. \quad (4.33)$$

Pour les valeurs de vitesses moyennes du caloporeur dans la section STERN, les épaisseurs de couches limites, au lieu où commence l'ébullition nucléée, retournées pas l'équation 4.34 sont de l'ordre de  $\delta_L \approx 10^{-3} m$ . Cette épaisseur est celle que l'on retiendra pour l'épaisseur  $\delta_t$  de la couche limite thermique, nécessaire pour le calcul des diamètres minimaux et maximaux des cavités actives (équation 4.27).

En considérant les surchauffes et les températures moyennes du caloporeur données au tableau 4.1, on est en mesure de trouver les diamètres minimaux et maximaux des cavités actives dans la section de STERN au lieu  $z_{DEN}$  où commence l'ébullition nucléée. Le tableau 4.2 donne les diamètres minimaux et maximaux des cavités actives calculées à l'aide de la formule 4.27. Mentionnons que l'angle de contact entre la bulle et la surface retenu est de  $90^\circ$ . Cet angle est retenu car le développement menant à la formule 4.25 est fait pour des bulles de géométrie hémisphériques.

Tableau 4.2 : Diamètres minimaux et maximaux des cavités actives.

DIAMÈTRES	$V_{\min}$	$V_{\max}$	$\bar{V}$
$D_{c,\min}$ [ $\mu m$ ]	0.31	0.22	0.25
$D_{c,\max}$ [ $\mu m$ ]	203.78	321.55	268.84

#### 4.2.4 Coefficient de Plesset

On développe ici une méthode simple permettant d'évaluer la dynamique de l'expansion d'une bulle de vapeur baignant dans un milieu homogène et isotrope (du moins dans l'entourage immédiat de la bulle) (Plessset & Zwick, 1954). Nous en tirerons l'expression d'un coefficient qui sera plus tard utile pour l'évaluation de certaines forces agissant sur la bulle de vapeur au moment de son détachement de la surface chauffante. Pour ce développement, on suppose que la conduction thermique est le mode de transfert de chaleur prédominant entre la bulle et le milieu liquide l'entourant. Ceci ne saurait être complètement vrai dû au transfert de masse par évaporation entre le milieu et la bulle et au transfert thermique par convection advenant que la bulle de vapeur soit animée d'un mouvement de translation ou de rotation quelconque.

La longueur caractéristique  $l = (\alpha_f t)^{1/2}$  donne la distance sur laquelle on peut considérer que le transfert thermique par conduction se produit entre le liquide et la bulle de vapeur sur un intervalle de temps  $t$ . Le paramètre  $\alpha_f$  [ $m^2/s$ ] est la diffusivité thermique de l'eau en phase liquide. À l'aide de la loi de Fourier,  $\vec{Q} = -k_f \nabla T$  (Icropera, et al., 2007), on peut écrire que la puissance thermique transférée par le milieu à une bulle de vapeur de rayon  $R$  est donnée par :

$$\dot{Q} = \left( \frac{k_f \Delta T}{(\alpha_f t)^{1/2}} \right) \cdot 4\pi R^2. \quad (4.34)$$

Ici,  $\dot{Q}$  est la puissance thermique transférée à la bulle par le liquide et  $k_f$  est la conductivité thermique de l'eau liquide. Cette puissance thermique doit être égale à la variation dans le temps

de la masse de vapeur contenue dans la bulle multipliée par la chaleur latente de l'eau, c.-à-d. :

$$h_{fg} \frac{d}{dt} \left( \rho_g \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \left( \frac{k_f \Delta T}{(\alpha_f t)^{1/2}} \right) \cdot 4\pi R^2. \quad (4.35)$$

En supposant que lors de son expansion la variation de température de la vapeur à l'intérieur de la bulle est faible, on peut considérer la densité de la vapeur comme constante. En évaluant la dérivée et en réarrangeant, on trouve alors :

$$\dot{R} = \frac{k_f \Delta T}{h_{fg} \rho_g (\alpha_f t)^{1/2}}. \quad (4.36)$$

La masse volumique de la vapeur est ici exprimée par  $\rho_g$  [ $kg/m^3$ ]. Cette expression permet d'évaluer le taux de croissance de la bulle en fonction des propriétés thermodynamiques du milieu et de la différence de température entre les phases liquides et vapeur. On constate que cette expression prévoit une croissance plus rapide de la bulle au début de son existence qu'au temps long.

En intégrant l'équation 4.36 par rapport au temps, on trouve la relation simple suivante donnant le diamètre  $D$  de la bulle en fonction du temps.

$$D = 4 \chi_p t^{1/2}, \quad (4.37)$$

où le coefficient  $\chi_p$  est ici donné par l'expression :

$$\chi_p = \frac{k_f \Delta T}{h_{fg} \rho_g \sqrt{\alpha_f}}. \quad (4.38)$$

Plessset et Zwick (1953) suggèrent que le coefficient précédent doit être corrigé par la constante  $\sqrt{3/\pi}$ . Ils effectuent cette correction pour mieux approximer les données expérimentales dont ils disposent sur le comportement du diamètre d'une bulle de vapeur versus le temps. La constante  $\chi_p$  est alors donné par :

$$\chi_p = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{k_f \Delta T}{h_{fg} \rho_g \sqrt{\alpha_f}}. \quad (4.39)$$

#### 4.2.5 Modèle de Sullivan et al.

L'un des paramètres les plus importants pour une bonne évaluation du transfert thermique en présence d'ébullition est le diamètre auquel la bulle de vapeur se détache de la surface. En effet, la quantité de chaleur  $Q$  transportée de la surface chauffante au milieu liquide, par chaque bulle de vapeur, dépend directement de leur diamètre  $D$  ( $Q \propto c_{pg} \rho_f D^3$ ). La puissance transférée au milieu sera quant à elle donnée par le produit de la chaleur transportée par chaque bulle et de la fréquence à laquelle elles se détachent de la surface (section 4.2.6).

Le modèle mécaniste de Sullivan, et al. (1964), tel que présenté dans l'article de Hatton & Hall (1966) nous permet de prédire le diamètre que doit avoir atteint une bulle de vapeur pour se détacher de la surface. En effet, la bulle de vapeur se détachera de la surface lorsque la somme des forces agissant sur elle deviendra positive. Le diamètre de la bulle pour lequel la somme des forces agissant sur elle est nulle est appelé diamètre de détachement (ici, noté  $D$ ). La bulle de vapeur doit atteindre ce diamètre critique (ou minimal) pour pouvoir se détacher de la cavité où elle s'est formée. Les forces qui tentent de détacher la bulle sont la poussée d'Archimède et la force due à l'excès de pression de la vapeur produite dans la cavité. La gravité, le frottement avec le liquide, l'inertie du liquide et la tension de surface entre la bulle et l'ouverture de la cavité tendent quant à elles à retenir la bulle en place.

Le modèle physique présenté par Hatton et Hall (1966) permet de prendre en compte toutes ces forces. Mentionnons que ce modèle a précisément été retenu à cause de sa nature mécaniste. Ce modèle permettra par la suite d'introduire des forces de nature magnétique agissant sur la bulle. On pourra alors prédire si les conditions régnant dans la section d'essais de STERN affectent le diamètre de détachement des bulles de vapeur par rapport à des conditions normales (absence de champ magnétique).

On développe maintenant en détail ce modèle (Hatton & Hall, 1966) qui permet d'évaluer le diamètre critique de détachement d'une bulle de vapeur croissant dans une cavité de type conique présente sur une surface chauffante. En situation de convection forcée, le milieu est animé d'une vitesse  $\vec{v}$  augmentant avec la distance à la surface. Aussi, le profil de température n'est généralement pas uniforme avec l'éloignement à la surface. Par souci de simplicité, nous assumons que la vitesse de translation du milieu est nulle et que la température du liquide est

uniforme. La figure 4.3 donne une représentation schématique d'une bulle croissant dans un milieu liquide à température uniforme et animée d'une vitesse de translation  $\vec{v}$  par rapport à la surface chauffante.

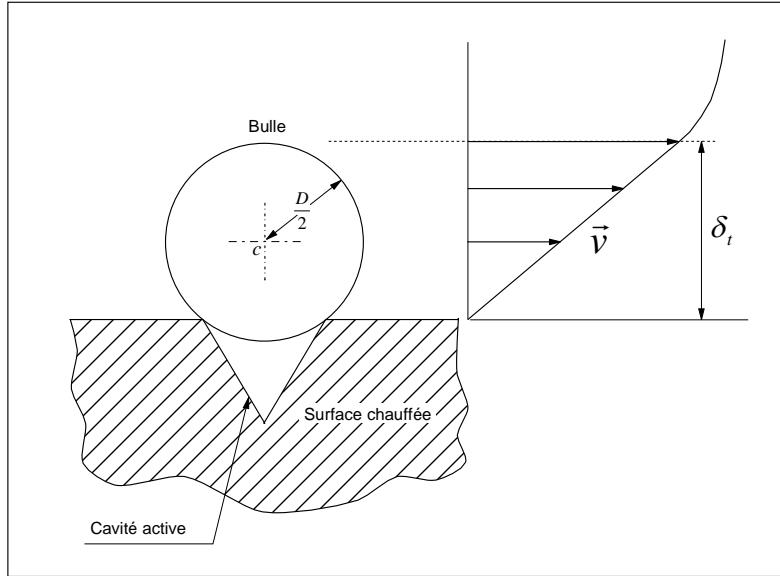


Figure 4.3 : Bulle de vapeur croissant dans un médium liquide à température uniforme et animée d'une vitesse de translation  $\vec{v}$ .

Pour une bulle de vapeur croissant dans un milieu liquide, la vitesse à laquelle se déplace l'interface liquide vapeur est donnée par :

$$V_i = \frac{d}{dt} D = 2\chi_p t^{-1/2}, \quad (4.40)$$

alors, on peut aussi écrire:

$$D \frac{d}{dt} D = 8\chi_p^2, \quad (4.41)$$

$$D^3 \frac{d}{dt} V_i = D^3 \frac{d^2}{dt^2} D = -64\chi_p^4. \quad (4.42)$$

Une simple observation géométrique permet de constater que la vitesse du centre de la bulle, tant qu'elle est attachée à la cavité, est donnée par:

$$V_c = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} D. \quad (4.43)$$

Les équations 4.41, 4.42 et 4.43 nous permettent alors d'écrire:

$$DV_c = \frac{1}{2}D \frac{d}{dt}D = 4\chi_p^2, \quad (4.44)$$

$$D^3 \frac{d}{dt}V_c = \frac{1}{2}D^3 \frac{d^2}{dt^2}D = -32\chi_p^4. \quad (4.45)$$

La force nécessaire pour vaincre l'inertie du liquide est  $m_f \frac{dV_i}{dt}$  où  $m_f$  représente la masse de liquide déplacée et est donné par :

$$m_f = C\rho_f \left( \frac{4}{3}\pi \left( \frac{D}{2} \right)^3 \right) = \frac{1}{6}\pi C \rho_f D^3, \quad (4.46)$$

où  $C$  est une constante égale à 1/2 pour un mouvement irrotationnel du fluide (Sullivan, et al., 1964; Hatton & Hall, 1966). On assume, en effet, que la croissance de la bulle de vapeur n'entraîne qu'un mouvement radial de la phase liquide. La force nécessaire au déplacement du liquide est donc donnée par :

$$m_f \frac{d}{dt}V_i = \frac{1}{6}\pi C \rho_f D^3 \frac{d^2}{dt^2}D = \frac{1}{6}\pi C \rho_f (-64\chi_p^4) = -\frac{64}{12}\pi \rho_f \chi_p^4. \quad (4.47)$$

Le taux de variation de la quantité de mouvement de la bulle est donné par :

$$\frac{d}{dt}(m_b V_c) = m_b \frac{d}{dt}V_c + V_c \frac{dm_b}{dD} \cdot \frac{dD}{dt} = m_b \frac{d}{dt}V_c + \left( \frac{1}{2} \frac{dD}{dt} \right) \frac{dm_b}{dD} \cdot \frac{dD}{dt}, \quad (4.48)$$

où  $m_b$  est la masse de la bulle de vapeur. Écrite de façon plus compacte, cette équation se réduit à :

$$\frac{d}{dt}(m_b V_c) = m_b \frac{d}{dt}V_c + \frac{1}{2} \frac{dm_b}{dD} \left( \frac{dD}{dt} \right)^2. \quad (4.49)$$

Sachant que la masse  $m_b$  de la bulle est donnée par le produit de son volume par la masse volumique de la vapeur quelle contient, on a que :

$$\frac{dm_b}{dD} = \frac{1}{2}\pi \rho_g D^2. \quad (4.50)$$

Finalement, on trouve,

$$\frac{d}{dt}(m_b V_c) = \frac{1}{6} \pi \rho_g D^3 \frac{d}{dt} V_c + \frac{1}{6} \pi \rho_g \left( D \frac{d}{dt} D \right)^2 = \frac{32}{3} \pi \rho_g \chi_p^4. \quad (4.51)$$

La somme  $F_A$  des forces d'Archimède et gravitationnelles peut être exprimée de la façon compacte suivante :

$$F_A = \frac{\pi}{6} (\rho_f - \rho_g) g D^3. \quad (4.52)$$

En prenant l'équation de frottement hydrodynamique (White, 2008) on trouve que la force de frottement exercée sur la bulle est donnée par:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho_f \left( \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \right) V_i^2 = \frac{\pi}{8} C_D \rho_f (D V_i)^2 = 8 \pi C_D \rho_f \chi_p^4, \quad (4.53)$$

où  $C_D$  est le coefficient de frottement entre la bulle de vapeur et l'eau liquide. Hatton et Hall (1966) ont fixé  $C_D = 2$ . On utilise aussi cette valeur dans nos calculs. Il existe aussi une force due au fait que la base de la bulle est en contact avec la cavité où sa croissance a initialement commencé. La vapeur contenue dans la cavité pousse sur la bulle vers le haut sur une aire égale à celle de la cavité. De la pression de vapeur  $P_g$  doit être soustrait la pression due au liquide  $P_f$  sur la même aire pour trouver l'excès de pression net. En considérant l'équation 4.1, la force d'excès de pression  $F_E$  est donné par :

$$F_E = \frac{\pi}{4} D_c^2 (P_g - P_f) = \pi \left( \frac{D_c^2}{D} \right) \sigma. \quad (4.54)$$

La dernière force, agissant sur la bulle, à considérer est celle due à la tension de surface existant entre la bulle et la surface chauffante. Le module de cette force est toujours négatif et dépend de l'angle de contact entre l'interface liquide vapeur et la surface. Si on assume que la force de tension de surface  $F_S$  s'exerce toujours dans le plan tangent à la bulle au point de contact on a :

$$F_S = -\pi D_c \sigma \sin \theta. \quad (4.55)$$

En tenant compte de l'orientation de chacune des forces, on peut écrire la somme des forces sur

la bulle comme suit :

$$\frac{32}{3}\pi\rho_g\chi_p^4 = -\frac{64}{12}\pi\rho_f\chi_p^4 + \frac{\pi}{6}(\rho_f - \rho_g)gD^3 - 8\pi C_D\rho_f\chi_p^4 + \pi\sigma\left(\frac{D_c^2}{D}\right) - \pi D_c\sigma \sin\theta. \quad (4.56)$$

Cette équation peut s'écrire de façon plus compacte :

$$\frac{1}{6}(\rho_f - \rho_g)gD^3 = 64\chi_p^4\left(\frac{C_D\rho_f}{8} - \frac{\rho_f}{12} + \frac{\rho_g}{6}\right) - \sigma\left(\frac{D_c^2}{D} - D_c \sin\theta\right). \quad (4.57)$$

Une méthode itérative permet, de trouver les racines de l'équation précédente et d'évaluer pour quel diamètre de la bulle la somme des forces agissant sur elle est égal à zéro. On assume que les racines de cette équation donneront le diamètre auquel la bulle de vapeur se détachera de la surface chauffante. La figure 4.4 donne les racines de l'équation 4.57 en fonction du diamètre de la cavité, pour une pression de 100 atmosphères et un angle de contact  $\pi/2$  entre la bulle et la cavité.

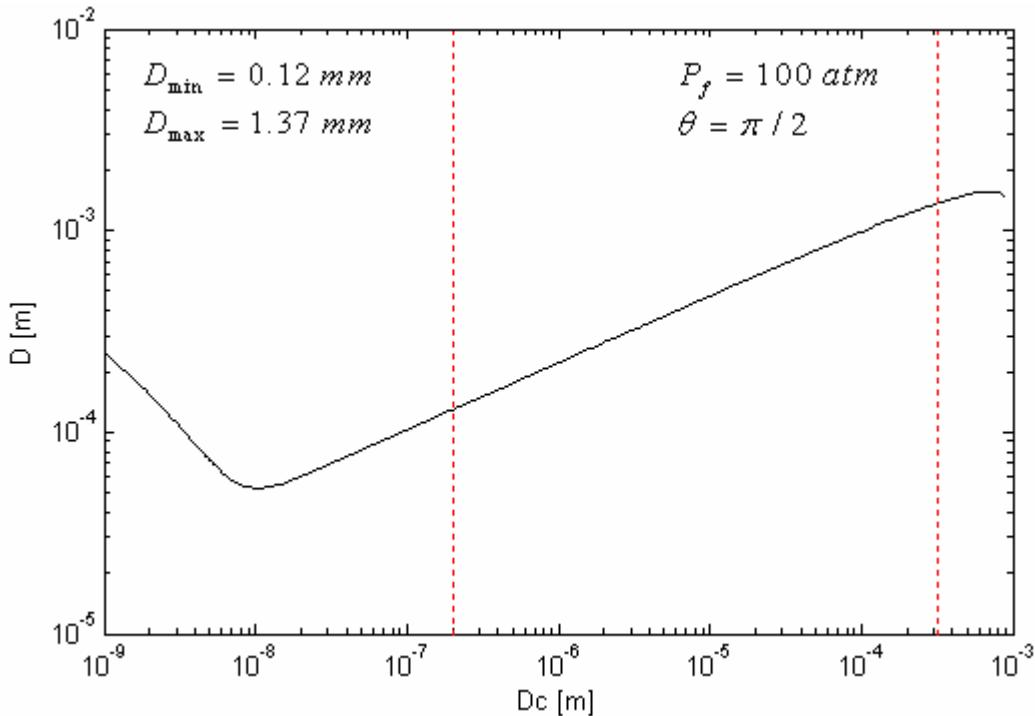


Figure 4.4 : Diamètre de détachement de la bulle de vapeur en fonction du diamètre de la cavité. Les diamètres de détachement de la bulle ont été calculés en évaluant les racines de l'équation 4.57 à l'aide de la méthode de la bissection. Veuillez noter que les lignes pointillées verticales donnent l'intervalle des cavités actives calculé par l'équation 4.27.

Pour les cavités actives, le diamètre de détachement minimal ( $D = 0.12 \text{ mm}$ ) se produit pour une cavité de diamètre  $D_c = 0.2 \mu\text{m}$  et le diamètre de détachement maximal ( $D = 1.37 \text{ mm}$ ) pour une cavité de diamètre  $D_c = 0.32 \text{ mm}$ . L'allure de la courbe présentée à la figure 4.4, peut être comprise par inspection de l'équation 4.32 (Hatton & Hall, 1966). Comme elle est calculée à l'aide de la surchauffe et des vitesses de déplacement de l'interface, du centre de la bulle et du liquide, nous appelons *force dynamique* le premier membre de droite de l'équation 4.32.

Le comportement de l'équation peut être interprété comme suit. Pour des très petits diamètres de cavités ( $D_c < 10^{-8} \text{ m}$ ), les forces d'excès de pression et de tension de surface sont faibles devant la force dynamique et la poussée d'Archimède. Les surchauffes nécessaires à la nucléation sont très importantes pour des cavités aussi petites (figure 4.1). Le taux d'expansion de la bulle (équation 4.41) et sa vitesse de translation (équation 4.44) sont plus importants que pour les cavités de plus grands diamètres. À mesure que le diamètre de la cavité diminue, la bulle de vapeur doit atteindre des diamètres de plus en plus importants pour que la poussée d'Archimède puisse vaincre la force dynamique. Le minimum du diamètre de détachement de la bulle ( $D_c \approx 10^{-8} \text{ m}$ ) correspond au point où la force d'excès de pression balance la somme de la force de tension de surface et de la force dynamique. Pour des diamètres de cavité plus importants ( $D_c \geq 10^{-8} \text{ m}$ ), l'importance de la force dynamique diminue, car les surchauffes nécessaires à la nucléation sont de moins en moins importantes. Les forces d'excès de pression et de surface jouent maintenant le rôle important alors que la force dynamique devient négligeable. L'augmentation du diamètre de la cavité se traduit par un diamètre de détachement de la bulle plus important pour que les forces d'Archimède et d'excès de pression puissent vaincre l'augmentation de la force de tension de surface.

#### 4.2.6 Fréquence de détachement des bulles de vapeur

Un cycle complet d'ébullition comprend les mécanismes de chauffage de la sous-couche laminaire, la nucléation, la croissance de la bulle, son détachement et l'ascension de cette dernière dans le milieu liquide (Carey, 2008). La fréquence à laquelle ce cycle se répète est déterminée par le diamètre de détachement de la bulle ainsi que par son temps de croissance. En effet, le diamètre que la bulle doit atteindre, pour pouvoir se détacher de la surface détermine son temps de croissance et le temps nécessaire pour chauffer la micro couche, décide, du temps

nécessaire pour amorcer une nouvelle nucléation. Si l'on définit  $t_w$  comme le temps nécessaire au chauffage de la couche de liquide et  $t_D$  comme le temps nécessaire à la croissance de la bulle, on peut écrire :

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{t_w + t_D} , \quad (4.58)$$

Les bulles générées par une cavité, transfèrent une puissance thermique  $\dot{P}_e$  au milieu liquide à un taux proportionnel à la quantité de chaleur qu'elles transportent (donc à leurs volumes et/ou masses) et à la leurs fréquences d'émission. On peut établir une relation de proportionnalité qui exprime la relation entre la puissance émise par une cavité et le diamètre et la fréquence d'émission des bulles.

$$\dot{P}_e \propto f D^3 . \quad (4.59)$$

Plusieurs études théoriques et expérimentales ont tentées de déterminer la fréquence à laquelle se détachent les bulles de vapeur. L'étude expérimentale du diamètre et de leur fréquence de détachement est souvent allée de pair, car les expériences en question utilisaient des procédés photographiques pour déterminer simultanément ces deux paramètres (Carey, 2008). On donne ici deux corrélations importantes quant à la fréquence à laquelle se détachent les bulles de vapeur des cavités ou elles se forment.

Selon Zuber (1959) :

$$Df = 1.18 \frac{t_c}{t_c + t_w} \left[ \frac{\sigma g (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{\frac{1}{4}} , \quad (4.60)$$

Selon Cole (1960) :

$$Df^2 = \frac{4}{3} \frac{g (\rho_f - \rho_g)}{C_D \rho_f} . \quad (4.61)$$

La figure 4.5 donne les fréquences calculées à l'aide des corrélations 4.60 à 4.61 en fonction du diamètre des bulles de vapeur. Pour la corrélation de Zuber (formule 4.60), on utilise un rapport  $t_c/(t_c + t_w)$  égal à l'unité. Pour la corrélation de Cole (formule 4.61), on utilise un coefficient de friction  $C_D = 2$ . Les propriétés thermophysiques utilisées correspondent à une pression de 100 atmosphères.

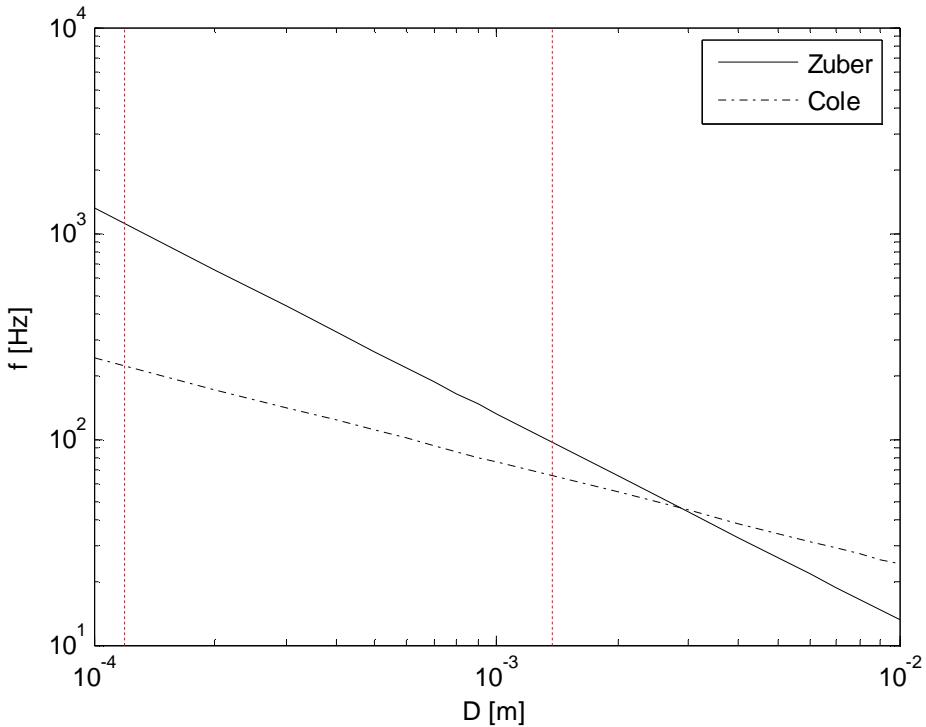


Figure 4.5 : Fréquence de détachement des bulles en fonction de leur diamètre de détachement. Veuillez noter que les lignes pointillées verticales en rouge donnent l'intervalle correspondant aux diamètres minimaux et maximaux de détachement des bulles de vapeur obtenus à la figure 4.4.

Pour les diamètres minimaux et maximaux des cavités actives, la corrélation de Zuber retourne, respectivement, des fréquences de détachement des bulles de vapeur de  $1.11 \text{ kHz}$  et  $97.08 \text{ Hz}$ . Pour ces mêmes diamètres de cavités, la corrélation de Cole donne des fréquences de  $223.84 \text{ Hz}$  et  $66.25 \text{ Hz}$ . La différence entre les fréquences retournées par les corrélations de Zuber et Cole sont attribuables à la variation en  $1/D$  dans la corrélation de Zuber et en  $1/D^{1/2}$  dans la corrélation de Cole.

En connaissant le diamètre de détachement des bulles (figure 4.4) et leur fréquence d'émission (figure 4.5), on est en mesure d'estimer la quantité de chaleur transférée au caloporeur en régime d'ébullition nucléée (formule 4.59). La quantité de chaleur transférée au caloporeur (en régime convectif) lors de l'ébullition nucléée détermine où s'amorceront les divers régimes d'écoulement

ainsi que les topologies diphasiques en aval de la section. Par le fait même, ceci détermine si les conditions seront propices à l'apparition de l'une des configurations possibles de la crise de l'ébullition. La question se pose donc de savoir si le champ magnétique présent dans la section d'essais de STERN a un effet notable sur le diamètre de détachement des bulles ou leur fréquence d'émission. Le cas échéant, on pourra affirmer que le champ magnétique est susceptible de biaiser les résultats expérimentaux des laboratoires STERN.

### 4.3 Ébullition et champ magnétostatique

Nous présentons ici le modèle et les résultats de calcul retenus pour l'évaluation de l'influence du champ magnétique, dans la section d'essais STERN, sur le diamètre et la fréquence de détachement des bulles de vapeur.

#### 4.3.1 Propriétés thermophysiques de l'eau sous influence d'un champ magnétique

Fujimura et Lino (2008) rapportent que la tension de surface de l'eau, à température et pression normale, augmente d'environ 2% lorsque soumise à un champ magnétique de 10 Tesla pour un temps d'exposition de 15 à 55 minutes. Pour les vitesses de caloporeur considérées, ce dernier a un temps de résidence de moins de deux secondes dans les six mètres de la section d'essais. L'amplitude maximale du champ magnétique dans la section est quant à lui largement en dessous de 10 Tesla (voir figure 3.1). On peut donc assumer que la tension de surface de l'eau dans la section d'essais demeure à toute fin pratique la même avec ou sans champ magnétique.

Par simulation numérique, Chang et Weng (2006) ont obtenus que la diffusivité thermique de l'eau liquide diminue de 14% lorsque soumise à un champ magnétique de 10 Tesla à une température de 300 K. Cependant, la diminution est de moins de 1% pour des champs magnétiques d'intensité comprise entre 0.1 et 0.2 Tesla. Là encore, on doit considérer que le champ magnétique a une influence négligeable sur la diffusivité thermique de l'eau liquide.

Par simulation Monte-Carlo, Zhou et al., (2000) ont obtenu que la capacité calorifique de l'eau liquide (à 300 K) oscillait de 1% à -1.4% pour un champ magnétique variant de 0 à 0.2 Tesla. Ghauri et Ansari (2006) ont obtenu expérimentalement que la viscosité de l'eau augmente d'environ 0.1% (pour des températures allant de 298 à 323 K) pour un champ magnétique appliqué de 0.75 Tesla.

La littérature consultée rapporte donc de très faibles variations des propriétés thermophysiques de l'eau pour des champs magnétostatiques similaires à ceux retrouvés dans la section d'essais de STERN. Considérant aussi que l'agitation moléculaire  $k_B T$  de l'eau dans la section de STERN est beaucoup plus élevée qu'en conditions normales, on a utilisé les propriétés thermodynamiques usuelles à 100 atmosphères pour nos différents calculs.

### 4.3.2 Forces magnétostatiques sur une bulle de vapeur

La formule 2.59 nous permet d'écrire que la force magnétostatique  $dF^m$  agissant sur un volume élémentaire d'eau  $dV$  est donnée par :

$$dF^m = \frac{\chi_m}{2\mu} \nabla B^2 dV, \quad (4.62)$$

où  $\chi_m$  et  $\mu$  représentent ici la susceptibilité et la perméabilité magnétique de l'eau (liquide ou vapeur). La susceptibilité magnétique de l'eau liquide et de la vapeur sont toutes deux négatives (voir section 2.6.4) et le champ magnétique diminue à mesure que l'on s'éloigne des crayons de la section d'essais de STERN (c.-à-d.,  $\nabla B^2 < 0$ ). La formule 4.62 indique donc que le champ magnétique présent aura pour effet de repousser l'eau liquide et la vapeur d'eau de la surface du crayon.

En notant  $\chi_g$  la susceptibilité magnétique de la vapeur d'eau, on peut écrire que la force magnétique agissant directement sur un volume de vapeur  $dV$  est donnée par :

$$dF_g^m = \frac{\chi_g}{2\mu_0(1+\chi_g)} \nabla B^2 dV. \quad (4.63)$$

Le principe d'Archimède stipule que tout corps plongé dans un fluide au repos est soumis à une force ascensionnelle égale au poids de fluide qu'il déplace. Comme le poids net de l'eau liquide est diminué par la présence du gradient de champ magnétique, la poussée d'Archimède nette de l'eau liquide sur la bulle s'en trouve aussi diminuée. On peut donc écrire que la poussée d'Archimède due au « poids magnétique » de l'eau liquide est :

$$dF_f^m = -\frac{\chi_f}{2\mu_0(1+\chi_f)} \nabla B^2 dV \quad (4.64)$$

En effectuant l'intégration des forces élémentaires 4.63 et 4.64 sur tout le volume de la bulle, on trouve l'expression suivante pour la force magnétostatique  $F_m$  exercée sur la bulle de vapeur (Wakayama, 1997),

$$F_m = \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\chi_g}{1+\chi_g} - \frac{\chi_f}{1+\chi_f} \right) \int_0^s \nabla B^2 dV. \quad (4.65)$$

La borne d'intégration supérieure  $s$  indique la distance de la surface du crayon au sommet de la bulle de vapeur. Considérant que la susceptibilité magnétique de l'eau liquide est approximativement trois ordres de grandeur supérieurs à celle de la vapeur (voir section 2.6.4) et que le gradient du champ magnétique est négatif, l'expression 4.65 indique que le champ magnétique aura tendance à pousser la bulle de vapeur sur la surface du crayon.

A l'aide des lissages sur l'amplitude du champ magnétique donnés à la section 3.1.1 et de l'équation 4.65, on trouve que la force nette exercée par le champ magnétique sur la bulle est donnée par (voir annexe 3) :

$$F_m = K_m [c_1 D^3 + c_2 D^4 + c_3 D^5 + c_4 D^6 + c_5 D^7 + c_6 D^8], \quad (4.66)$$

avec,

$$K_m = \frac{\pi}{2\mu_0} \left( \frac{\chi_g}{1+\chi_g} - \frac{\chi_f}{1+\chi_f} \right) \quad (4.67)$$

Les expressions des coefficients  $c_1$  à  $c_6$  sont données à l'annexe 3.

### 4.3.3 Diamètre de détachement des bulles en présence d'un champ magnétostatique

Le diamètre de détachement de la bulle de vapeur, en fonction du diamètre de la cavité, initialement donné par les racines de l'équation 4.57 est maintenant calculé à partir des racines de l'équation suivante.

$$\frac{1}{6} (\rho_f - \rho_g) g D^3 - 64 \chi_p^4 \left( \frac{C_D \rho_f}{8} - \frac{\rho_f}{12} + \frac{\rho_g}{6} \right) + \sigma \left( \frac{D_c^2}{D} - D_c \sin \theta \right) + \frac{1}{\pi} F_m = 0 \quad (4.68)$$

La figure 4.6 donne la différence relative  $(D_m - D)/D$  en pourcentage du diamètre de détachement des bulles de vapeur, pour quelques angles de contact. Ici,  $D_m$  représente le diamètre de détachement des bulles de vapeur en présence d'un gradient de champ magnétique. La force  $F_m$  a été calculée à l'aide du modèle présenté à l'annexe 3. La distribution de champ magnétique retenu est celle donnée par le polynôme ayant pour coefficients ceux donnés à la figure 3.2a, soit le crayon le plus sollicité des assemblages de 37 crayons.

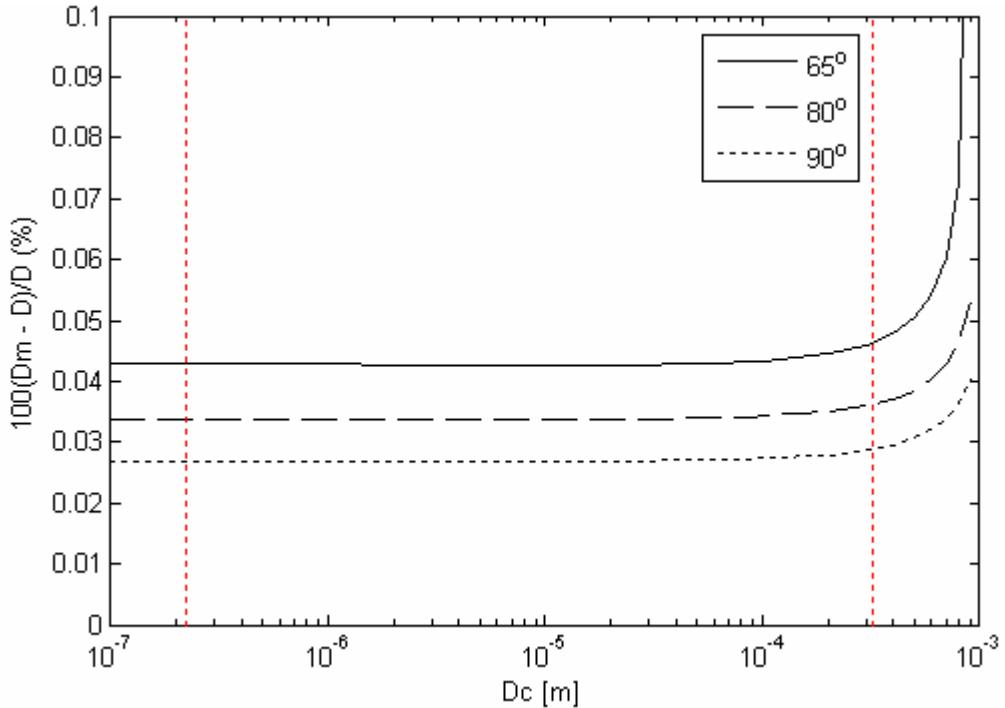


Figure 4.6 : Différence relative (en %) entre le diamètre de détachement des bulles avec présence du champ magnétique et le diamètre de détachement sans champ magnétique.

Dans cette figure, la différence relative est donnée en fonction du diamètre des cavités et de quelques angles de contact. On remarque tout de suite que la différence relative quant aux diamètres de détachement des bulles est très faible. On peut attribuer cette très petite différence à la faible valeur de la susceptibilité magnétique de l'eau et par conséquent à la valeur prise par la constante  $K_m$ . Dû à cette constante, le module de la force magnétique  $F_m$  est approximativement dix mille fois plus faible que celui de la poussée d'Archimède. Pour  $D_c \geq 10^{-4} m$ , on attribue l'augmentation de la différence relative à la diminution de l'importance de la force d'excès de pression avec une augmentation du diamètre des cavités. En effet, selon la figure 4.4 le diamètre de détachement pris alors par les bulles de vapeurs amène une diminution de l'amplitude prise

par la force d'excès de pression (formule 4.68). Les forces volumiques (Archimède et magnétique) prennent alors une importance accrue quant aux valeurs prises par les racines de l'équation 4.68. Bien que négligeable, la force magnétique devient plus significative et elle mène à une augmentation du diamètre de détachement de la bulle de vapeur. Le diamètre de détachement augmente, car le poids net de l'eau diminue à cause de l'effet de lévitation provoqué par le champ magnétique. La bulle doit donc atteindre un diamètre plus important pour que la poussée d'Archimède puisse l'amener à se détacher de la surface. On constate aussi que la différence relative diminue avec une augmentation de l'angle de contact. Selon le modèle présenté à l'annexe 3, pour un même diamètre de cavité, le volume de la bulle de vapeur est plus important lorsque que l'angle de contact est en dessous de  $\pi/2$ . Par conséquent, l'influence de la force magnétique se fait sentir sur un plus grand volume et mène à une différence relative de détachement plus importante.

#### 4.3.4 Fréquence de détachement des bulles en présence d'un champ magnétostatique

Connaissant l'expression de la force d'Archimède  $F_A$  (formule 4.52), on peut réécrire les corrélations 4.60 et 4.61 donnant la fréquence  $f$  d'émission des bulles en fonction de leur diamètre de la façon suivante :

(Zuber)

$$f = 1.18 \frac{t_c}{t_c + t_w} \left( \frac{1}{D^{7/4}} \right) \left[ \frac{6\sigma}{\pi \rho_f^2} F_A \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.69)$$

(Cole)

$$f = \left( \frac{8}{3\pi C_D \rho_f} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{1}{D^2} \right) \cdot F_A^{1/2} \quad (4.70)$$

En remplaçant la poussée d'Archimède conventionnelle (c.-à-d. sans champ magnétique) par la somme de cette même poussée et de la poussée magnétique (c.-à-d.  $F_A \rightarrow F_A + F_m$ ), on est en mesure de calculer la différence relative (en %) entre la fréquence à laquelle sont émises les bulles avec et sans champ magnétique.

La figure 4.7 donne la différence relative ( $f - f_m$ )/ $f$  en pourcentage de la fréquence de détachement des bulles de vapeur. Ici,  $f_m$  représente la fréquence d'émission des bulles de vapeur

en présence d'un gradient de champ magnétique. La force  $F_m$  a été calculée à l'aide du modèle présenté à l'annexe 3 pour un angle de contact de  $\pi/2$ . La distribution de champ magnétique retenu est la même que celle retenue pour l'obtention de la figure 4.6.

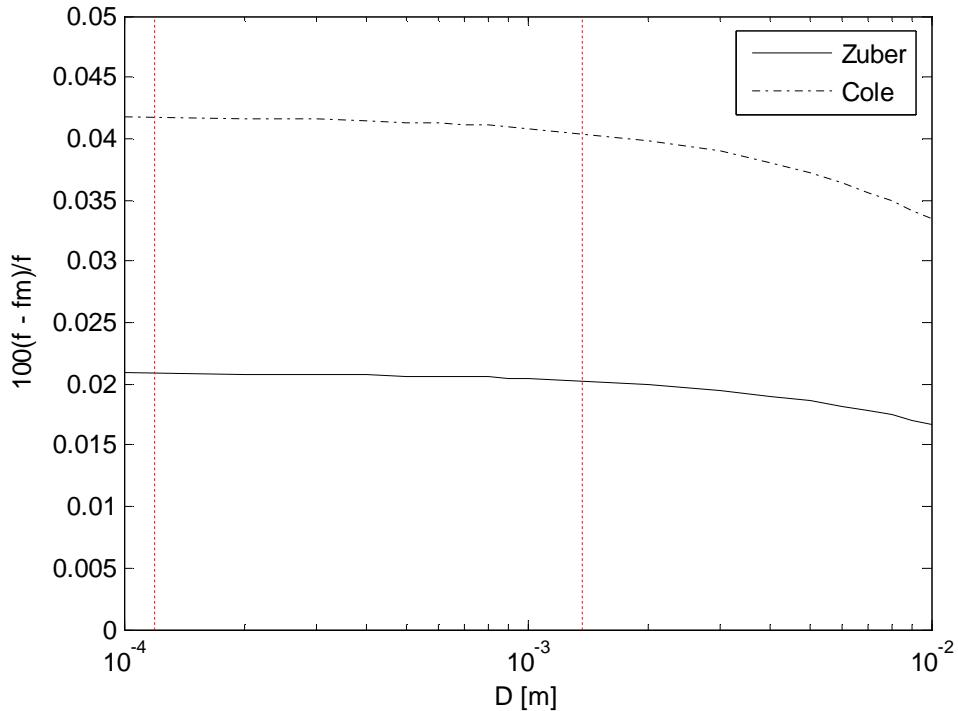


Figure 4.7 : Différence relative (en %) entre la fréquence de détachement des bulles avec et sans champ magnétique.

Les lignes pointillées verticales donnent le diamètre maximal de détachement présenté à la figure 4.4. Selon l'échelle utilisée pour l'ordonnée du graphique, la fréquence d'émission est moindre en présence d'un gradient de champ magnétique. Là encore, on constate que l'influence de la poussée magnétique est négligeable quant à la fréquence de détachement des bulles de vapeur. On remarque aussi que la différence relative quant à la fréquence d'émission est quasi constante pour des diamètres de cavités  $D_c < 10^{-3} m$ . Pour des cavités plus grandes, il est normal que la différence relative diminue, car le ratio de la force magnétique sur la force d'Archimède décroît avec une augmentation du volume de la bulle de vapeur.

### 4.3.5 Effet du champ magnétostatique sur la puissance thermique

À l'aide de la formule 4.60, on peut estimer la différence relative entre la puissance thermique transférée à la phase liquide du caloporeur en présence du champ magnétique et sans la présence de ce dernier. Cette différence relative (en %), peut être calculée à l'aide de la formule 4.71, pour un diamètre  $D_m$  et une fréquence  $f_m$  donnée en présence du champ magnétique et les quantités correspondante sans champ magnétique.

$$\frac{\dot{\Delta P}_e}{\dot{P}_e} \cdot 100\% = \frac{f_m D_m^3 - f D^3}{f D^3} \cdot 100\% \quad (4.71)$$

Le diamètre de détachement maximal des bulles de vapeur, figure 4.3, est de  $D = 1.37 \text{ mm}$  et la fréquence d'émission des bulles la plus élevée retournée par la corrélation de Zuber, figure 4.4, est d'environ  $f \approx 1.1 \text{ kHz}$ . Connaissant les différences relatives maximales sur le diamètre de détachement des bulles ( $\approx 0.05\%$ ), figure 4.6, et leurs fréquences d'émission ( $\approx 0.02\%$ , corrélation de Zuber), figure 4.7, on est en mesure d'estimer une borne supérieure à la différence relative de puissance transférée par ébullition au caloporeur.

$$\left( \frac{\dot{\Delta P}}{\dot{P}_e} \right)_{\max} \cdot 100\% = 0.13\% \quad (4.72)$$

Nous avons pris les valeurs maximales associées aux diamètres et fréquences ainsi que les différences relatives maximales dans l'unique but d'évaluer une borne maximale à la différence relative sur la puissance thermique transférée par ébullition.

Une différence relative de 0.13 % sur la puissance thermique transférée par ébullition est très faible. Le champ magnétique dans la section de STERN n'affecte donc pas de façon significative la puissance thermique transférée au caloporeur par le processus d'ébullition. On en conclut que le champ magnétique présent dans la section d'essais de STERN n'a pas d'influence sur la position axiale de la section où se produit le FCC.

## CONCLUSION

Ce mémoire de maîtrise a présenté les calculs de la distribution du champ magnétique dans toute la section d'essais de STERN. L'obtention de cette distribution a permis de calculer les efforts électromagnétiques sur les assemblages de combustible. Nous avons obtenu une force d'amplitude inférieure à celle calculée par les laboratoires STERN. Pour tenir compte de façon adéquate de l'effet dû à la présence des capteurs de pression, il serait nécessaire de calculer la distribution du champ en trois dimensions.

Il a aussi été démontré que des champs magnétiques similaires à ceux rencontrés dans la section d'essais de STERN n'ont qu'une influence négligeable sur les paramètres fondamentaux de l'ébullition. Les diamètres de détachement des bulles de vapeur ainsi que leurs fréquences d'émission ne changent pas de façon significative avec la présence de la distribution de champ magnétique calculé. La puissance transférée au caloporteur par ébullition n'est donc pas affectée de façon significative par la présence du champ. Il peut en être conclu que le champ magnétique n'influence pas les conditions d'ébullition menant au flux de chaleur critique dans la section d'essais de STERN.

Il serait pertinent d'effectuer des expériences, avec des caméras hautes vitesses, permettant de visualiser une quelconque perturbation, par un champ magnétique, de régimes d'ébullitions contrôlés. Les résultats de ces expériences établiraient, de façon expérimentale, l'influence du champ magnétique sur l'ébullition. Ces résultats permettraient aussi de confirmer ou d'invalider, de façon expérimentale, les résultats présentés dans ce mémoire. Advenant le cas où le champ magnétique ait une influence non négligeable sur les processus d'ébullition imaginés, les séquences photographiques obtenues pourraient aussi aider à la modélisation de l'influence du champ magnétique.

## BIBLIOGRAPHIE

- Adams, S.J. (1941). *Electromagnetic theory* (1<sup>ière</sup> édition). U.S.A.: McGraw-Hill.
- Bailon, J. & DORLOT, J. (2000). *Des matériaux* (3<sup>e</sup> édition). Montréal : Presses internationales polytechnique.
- Beth, R.A. (1966). Complex representation and computation of two-dimensional magnetic fields. *Journal of applied Physics*, 37 (7), 2568-2571.
- Bulu, A. Flow under pressure in pipes. Consulté le 10 Janvier 2013. Tiré de [http://personals.okan.edu.tr/atal.bulu/hydraulics\\_files/lecture\\_notes\\_02.pdf](http://personals.okan.edu.tr/atal.bulu/hydraulics_files/lecture_notes_02.pdf)
- Carey, V.P. (2008). *Liquid-vapor phase-change phenomena* (2<sup>e</sup> édition), New York : Taylor & Francis.
- Carron, N.J. (1995). On the fields of a torus and the role of the vector potential. *American journal of physics*, 63 (8), 717-729.
- Chang, K., & Weng, C. (2006). The effect of an external magnetic field on the structure of liquid water using molecular dynamics simulation. *Journal of applied physics*, 100(4), 043917-043917-6.
- Coey, J.M.D. (2010). *Magnetism and magnetic materials* (1<sup>ière</sup> édition). Cambridge : Cambridge.
- Cole, R. (1960), A photographic study of pool boiling in the region of critical heat flux. *A.I.Ch.E.J.*, 6 (4), 533-538.
- Collier, J.G. (1996). *Convective boiling and condensation* (3<sup>e</sup> édition). Oxford : Oxford university press.
- Cubberly, W., Unterweiser, P.M., Benjamin, D., Kirkpatrick, C.W., Knoll, V. & Nieman K. (1980). *Metals Handbook* (Vol.3, 9<sup>e</sup> edition). Ohio : ASM.
- Dorsey, N.E. (1968). *Properties of ordinary water-substance* (1<sup>ière</sup> édition). New York : Hafner publishing company.

Durand, E. (1968). *Magnétostatique* (1<sup>ière</sup> édition). Paris : Masson et Cie.

Fortin, A. (2001). *Analyse numérique pour ingénieurs* (2<sup>e</sup> édition). Montréal : Presses internationales polytechnique.

Fortman, R.A., Ayers, E.R.C., & Hayes, R.C. (1993). *37-element CHF program design and documentation of the fuel string and test section* (COG-92-238).

Fortman, R.A. (2007). *Bearing pad heights and downward forces during the 37-element tests* (STLM-055). Stern laboratories Inc.

Fujimura, Y. & Lino, M. (2008). The surface tension of water under high magnetic fields. *Journal of applied physics*, 103 (12), 123903-123903-4.

Gennes, P., Brochard, F. & Quéré, D. (2005). *Gouttes, bulles, perles et ondes* (2<sup>e</sup> édition), Paris : Belin.

Ghauri, S.A. & Ansari, M.S. (2006). Increase of water viscosity under the influence of magnetic field. *Journal of applied Physics*, 100 (6), 066101-066101-2.

Griffiths, D.J. (1999). *Introduction to electrodynamics* (3<sup>e</sup> édition). Upper Saddle River, New Jersey : PEARSON Addison Wesley.

Hall, D. (2011). *Integral method in inhomogenous media*. Institut de génie nucléaire, Département de génie physique, École polytechnique de Montréal.

Hatton, A.P. & Hall, I.S. (1966), Photographic study of boiling on prepared surfaces. *3<sup>rd</sup> international heat transfer conference—proceedings*,: Chicago, Il.

Hoole, S.R.H. (1988). *Computer aided analysis of electromagnetic devices* (1<sup>ière</sup> édition). New York : Elsevier science Ltd.

Hsu, Y.Y. & Graham, R.W. (1986). *Transport processs in boiling and two-phase systems* (1<sup>ière</sup> édition). La Grange Park : American nuclear society.

Icropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L., & Lavine, A.S. (2007). *Fundamentals of heat and mass transfer* (6<sup>e</sup> édition), New Jersey : John Wiley & Sons.

Jackson, J.D. (2001). *Électrodynamique classique* (1<sup>ière</sup> édition). Paris : DUNOD.

Jiles, D. (1998). *Introduction to magnetism and magnetic materials* (2<sup>e</sup> édition), Boca Raton : CRC Taylor & Francis group.

Kittel, C. (1972). *Introduction à la physique de l'état solide* (3<sup>e</sup> édition). Paris : DUNOD.

Knoepfel, H.E. (2000). *Magnetic fields: A comprehensive theoretical treatise for practical use* (1<sup>ière</sup> édition). New York : John Wiley & Sons, Inc.

Konopinski, E.J. (1978). What the electromagnetic vector potential describes. *American journal of physics*, 46 (5), 499-502.

Lienhard V, J.H. & Lienhard IV, J.H. (2011). *A heat transfer textbook* (4<sup>e</sup> édition). Mineola: Dover.

Midvidy, W.I. & M. Kwee (1984). *Critical Heat Flux and Pressure Drop in 28-Element Fuel* (84072). Ontario Hydro.

Nukiyama, S. (1934). The maximum and minimum values of the heat  $Q$  from metal to boiling water under atmospheric pressure, *Journal Japan Soc. Mech. Engrs*, 37, 367-374.

Panofsky, W.K.H. & Phillips, M. (2005). *Classical electricity and magnetism* (2<sup>e</sup> édition). Mineola : Dover publications, Inc.

Plessset, M.S. & Zwick, S.A (1954). The growth of vapor bubbles in superheated liquids. *Journal of applied physics*, 25 (4), 493-500.

Purcell, E.M. (1998). *Électricité et magnétisme* (1<sup>ière</sup> édition). Paris : DUNOD.

Rohsenhow, W.M., Hartnett, J.P., & Ganic, E.N. (1985). *Handbook of heat transfer fundamentals* (2<sup>e</sup> édition). U.S.A. : McGraw-Hill.

Semon, M.D. & Taylor J.R. (1996). Thoughts on the magnetic vector potential. *American journal of physics*, 64 (11), 1361-1369.

Simon, M.D., & Geim, A.K. (2000). Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets. *Journal of applied physics*, 87 (9), 6200-6204.

Sullivan, J.R., Hardy, B.W. & Holland, C.D. (1964). Formation of air bubbles at orifices submerged beneath liquids. *A.I.Ch.E.J.* 10 (6), 848-854.

Tapucu, A. (2009). *The thermal-hydraulics of two-phase systems*. Institut de génie nucléaire, Département de génie physique, École polytechnique de Montréal.

Taylor, J.R. (2005). *Classical mechanics* (1<sup>ière</sup> édition). U.S.A. : University science books.

Teyssedou, A. & Lavoie R. (2008). *Electromagnetic interactions between a fuel simulation string and ferromagnetic components in the 37-element Stern laboratory test section*. Institut de génie nucléaire, Département de génie physique, École polytechnique de Montréal.

Teyssedou, A. & Oleknovitch, A. (2007). *Independent review of 28-element CHF and PDO tests at Stern laboratories*, Institut de génie nucléaire, Département de génie physique, École polytechnique de Montréal.

Todreas, N.E. & Kazimi, M.S. (1990). *Nuclear systems 1* (1<sup>ière</sup> édition). New York : Taylor & Francis.

Tong, L.S. (1972). *Boiling crisis and critical heat flux* (1<sup>ière</sup> édition). U.S. ATOMIC ENERGY COMMISSION Office of information services.

Turner, L.R. (1973). *Direct calculation of magnetic fields in the presence of iron, as applied to the computer program GFUN*. (RL-73-102). Chilton, Rutherford high energy laboratory.

Wakayama, N.I. (1997). Magnetic buoyancy force acting on bubbles in nonconducting and diamagnetic fluids under microgravity. *Journal of applied physics*, 81 (7), 2980-2984.

White, F.M. (2008), *Fluid mechanics* (6<sup>e</sup> édition). New York : McGraw-Hill.

Yu, B., & Cheng, P. (2002). A fractal model for nucleate pool boiling heat transfer. *Journal of heat transfer*, 124 (6), 1117-1124.

Zhou, K.X., Lu, G.W., Zhou Q.C. & Song, J.H. (2000). Monte Carlo simulation of liquid water in amagnetic field. *Journal of applied physics*, 88 (4), 1802-1805.

Zuber, N. (1959). *Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer*. Thèse de doctorat, Université de la Californie, Los Angeles, Californie, États-unis d'Amérique.

## ANNEXE 1

**TABLEAU DES FORCES MAGNÉTIQUES SUR LES CRAYONS**

Sont données ici les forces magnétiques agissant sur chacun des crayons de la section d'essais. Le tableau A.1.1 donne les forces sur les assemblages de 28 crayons ( $I = 42 \text{ kA}$ ) et le tableau A.1.2 Donne les forces sur les assemblages de 37 crayons ( $I = 50.82 \text{ kA}$ ). Les forces données ayant été calculées avec la méthode des courants conjugués sont celles dues au champ magnétique total (champ à vide + champ conjugué). Les forces données ayant été calculées avec la méthode intégrale (MI) représentent les forces dues uniquement aux ferromagnétiques et n'incluent pas celles dues au champ à vide. Les angles donnés sont ceux que font les forces avec un axe polaire orienté vers la droite.

Tableau A.1.1 : Forces exercées sur les crayons des grappes de 28 éléments par le champ magnétostatique.

no. du crayon	Courants conjugués		M.I. 2 supports		M.I. 1 support	
	force (N/m)	angle (Rad)	force (N/m)	angle (Rad)	force (N/m)	angle (Rad)
1	205.2	1.38	4.998	4.82	1.934	4.71
2	206.0	0.97	4.353	4.91	1.980	4.72
3	206.6	0.59	4.067	4.93	2.004	4.72
4	207.2	0.17	3.824	4.91	2.031	4.73
5	208.0	6.08	3.644	4.88	2.031	4.73
6	209.2	5.67	3.296	4.83	1.906	4.73
7	209.8	5.31	3.269	4.78	1.932	4.72
8	209.8	4.89	3.295	4.73	1.972	4.71
9	209.8	4.53	3.346	4.69	2.003	4.72
10	209.8	4.12	3.423	4.64	2.023	4.71
11	209.2	3.75	3.296	4.60	1.906	4.71
12	208.0	3.34	3.491	4.55	1.940	4.70
13	207.2	2.97	3.767	4.51	2.001	4.70
14	206.6	2.55	4.132	4.50	2.037	4.71
15	206.0	2.18	4.665	4.51	2.074	4.71
16	205.3	1.76	5.001	4.61	1.939	4.72
17	123.5	1.19	4.343	4.79	1.969	4.71
18	124.8	0.36	3.937	4.84	1.995	4.72
19	126.5	5.89	3.663	4.81	2.009	4.72
20	127.8	5.08	3.572	4.75	2.036	4.71
21	127.8	4.35	3.360	4.68	1.915	4.71
22	126.5	3.53	3.553	4.61	1.948	4.71
23	124.8	2.79	3.940	4.58	1.995	4.71
24	123.5	1.95	4.480	4.64	2.030	4.71
25	56.5	0.76	4.117	4.76	2.054	4.71
26	59.8	5.47	3.581	4.75	1.923	4.71
27	59.8	3.95	3.637	4.68	1.953	4.71
28	56.5	2.39	3.993	4.67	1.992	4.71

Tableau A.1.2 : Forces exercées sur les crayons des grappes de 37 éléments par le champ magnétostatique.

Courants conjugués			M.I. 2 supports		M.I. 1 support	
no. du crayon	force (N/m)	angle (Rad)	force (N/m)	angle (Rad)	force (N/m)	angle (Rad)
1	237.4	1.40	5.702	4.817	2.155	4.71
2	236.6	1.04	5.091	4.917	2.181	4.72
3	238.3	0.69	4.646	4.936	2.202	4.72
4	239.1	0.34	4.344	4.924	2.220	4.72
5	239.0	6.27	4.141	4.897	2.240	4.72
6	240.9	5.92	3.767	4.862	2.123	4.72
7	241.6	5.58	3.697	4.821	2.141	4.72
8	241.1	5.23	3.672	4.778	2.163	4.72
9	242.4	4.88	3.686	4.734	2.189	4.71
10	242.4	4.54	3.733	4.691	2.217	4.71
11	241.1	4.19	3.581	4.647	2.109	4.71
12	241.6	3.84	3.698	4.604	2.141	4.70
13	240.9	3.50	3.864	4.563	2.178	4.70
14	239.0	3.15	4.091	4.527	2.213	4.70
15	239.1	2.80	4.401	4.500	2.249	4.70
16	238.3	2.45	4.533	4.489	2.148	4.70
17	236.7	2.10	5.094	4.508	2.183	4.71
18	237.4	1.74	5.853	4.608	2.212	4.71
19	161.5	1.31	5.109	4.774	2.231	4.71
20	162.2	0.77	4.781	4.844	2.255	4.72
21	163.3	0.26	4.192	4.853	2.136	4.72
22	164.7	5.00	3.993	4.828	2.155	4.72
23	165.8	5.50	3.888	4.786	2.175	4.72
24	166.4	4.96	3.864	4.738	2.198	4.71
25	166.4	4.46	3.913	4.687	2.226	4.71
26	165.8	3.93	3.792	4.639	2.121	4.71
27	165.7	3.43	3.993	4.597	2.155	4.70
28	163.3	2.89	4.299	4.572	2.191	4.70
29	162.2	2.38	4.723	4.580	2.228	4.71
30	161.5	1.63	5.176	4.651	2.261	4.71
31	86.6	1.03	4.449	4.756	2.141	4.71
32	86.6	6.25	4.186	4.783	2.160	4.72
33	91.0	5.22	4.031	4.742	2.180	4.71
34	91.0	4.20	4.083	4.682	2.208	4.71
35	88.9	3.17	4.348	4.642	2.244	4.71
36	86.6	2.11	4.450	4.668	2.141	4.71
37	2.5	4.71	4.219	4.712	2.161	4.71

## ANNEXE 2

### ERREURS DE CALCUL LIÉES À L'UTILISATION DE LA MÉTHODE INTÉGRALE

#### A.2.1 Profil du champ magnétique à proximité d'un long barreau ferromagnétique soumis à un champ d'induction externe

Les figures A.2.1 a) et b) donnent les profils de champ associés aux champs magnétiques auxiliaires  $\vec{H}$  et  $\vec{H}_m$  à proximité d'un long barreau de métal ferromagnétique. Le champ d'induction (ou champ à vide) n'a qu'une composante vectorielle orientée vers la droite de la figure.

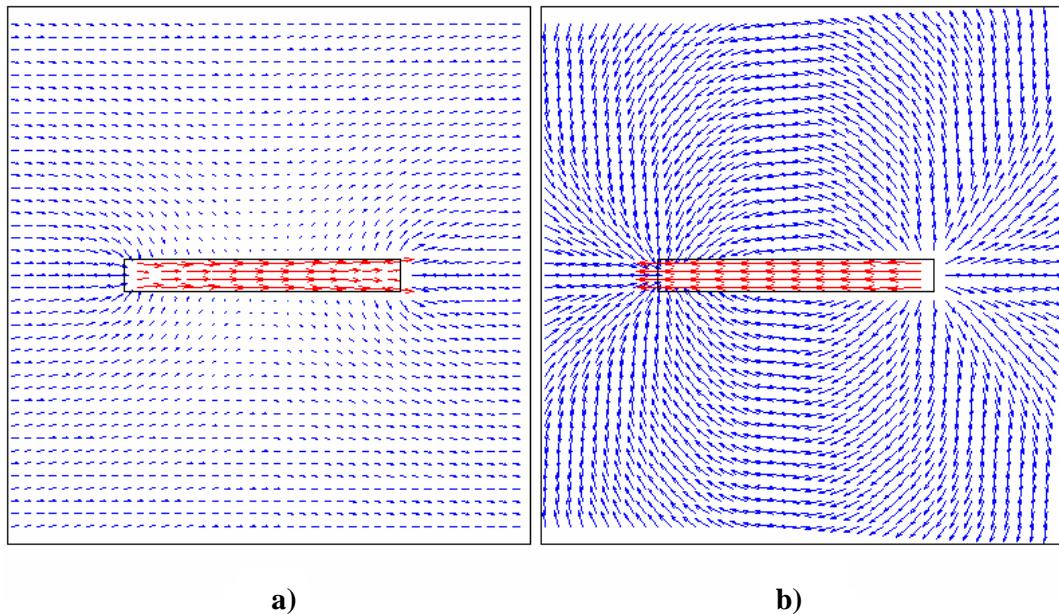


Figure A.2.1: Profils des champs vectoriels auxiliaires  $\vec{H}$  et  $\vec{H}_m$  à proximité d'un long barreau ferromagnétique soumis à un champ d'induction horizontal. La figure A.2.1 a) donne l'orientation et l'amplitude relative du vecteur  $\vec{H}$ . La figure A.2.1 b) représente uniquement l'orientation prise par le champ vectoriel  $\vec{H}_m$ , car ce dernier a été normalisé.

On donne les figures A.2.1 a) et b) pour convaincre le lecteur que l'algorithme programmé retourne bel et bien les solutions physiques auxquels l'on s'attend (Coey 2010, Jiles 1998). On constate en effet sur la figure A.2.1 a) que le matériau draine les lignes de champs magnétiques et que le module du champ est le plus élevé dans le ferromagnétique. La figure A.2.1 b) montre que le barreau émet un champ  $\vec{H}_m$  à la façon d'un aimant ayant sa face nord à droite et sa face sud à gauche. Les flèches représentant le champ magnétique  $\vec{H}_m$  (ou démagnétisant) dans le matériau (en rouge) s'opposent au champ d'induction dans le ferromagnétique, comme attendu.

### A.2.2 Profil du champ magnétique à proximité d'un cylindre ferromagnétique soumis à un champ d'induction externe

Il peut être démontré (Durand 1968) que le champ magnétique auxiliaire  $\vec{H}$  à proximité d'un cylindre ferromagnétique de perméabilité relative  $\mu_r$ , de rayon interne  $a$  et de rayon externe  $b$ , soumis à un champ d'induction externe uniforme  $H_0$  orienté vers la droite (figure A.2.2) est donné par :

$$\vec{H} = -\nabla\Psi, \quad (\text{A.3.1})$$

où,

$$\Psi_1 = -A \cos\theta \quad \text{pour } r < a \quad (\text{A.2.2})$$

$$\Psi_2 = -(Br + C/r) \cos\theta \quad \text{pour } a < r < b \quad (\text{A.2.3})$$

$$\Psi_3 = -(H_0 r + D/r) \cos\theta \quad \text{pour } r > b \quad (\text{A.2.4})$$

Les indices 1, 2 et 3 réfèrent, respectivement, aux valeurs prises par le potentiel  $\Psi$  à l'intérieur de la cavité, dans le métal et à l'extérieur du cylindre. Les constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont quant à elles données par :

$$A = \frac{4\mu_r H_0}{[1 + \mu_r]^2 - [\mu_r - 1]^2 (a/b)^2} \quad (\text{A.2.5})$$

$$B = \frac{2(1 + \mu_r)H_0}{[1 + \mu_r]^2 - [\mu_r - 1]^2 (a/b)^2} \quad (\text{A.2.6})$$

$$C = \frac{2(\mu_r - 1)a^2 H_0}{[1 + \mu_r]^2 - [\mu_r - 1]^2 (a/b)^2} \quad (\text{A.2.7})$$

$$D = \frac{(\mu_r^2 - 1)(a^2 - b^2)H_0}{[1 + \mu_r]^2 - [\mu_r - 1]^2 (a/b)^2} \quad (\text{A.2.8})$$

On peut obtenir, à l'aide des équations A.2.1 à A.2.8 la valeur vectorielle analytique du champ magnétique auxiliaire  $\vec{H}$  en tout point d'intérêts. Les figures A.2.2 a) et b) donnent les profils, obtenus à l'aide de la méthode intégrale, du champ  $\vec{H}$  et du champ  $\vec{H}_m$ , respectivement, alentour d'un cylindre de perméabilité relative  $\mu_r$  soumis à un champ d'induction externe uniforme.

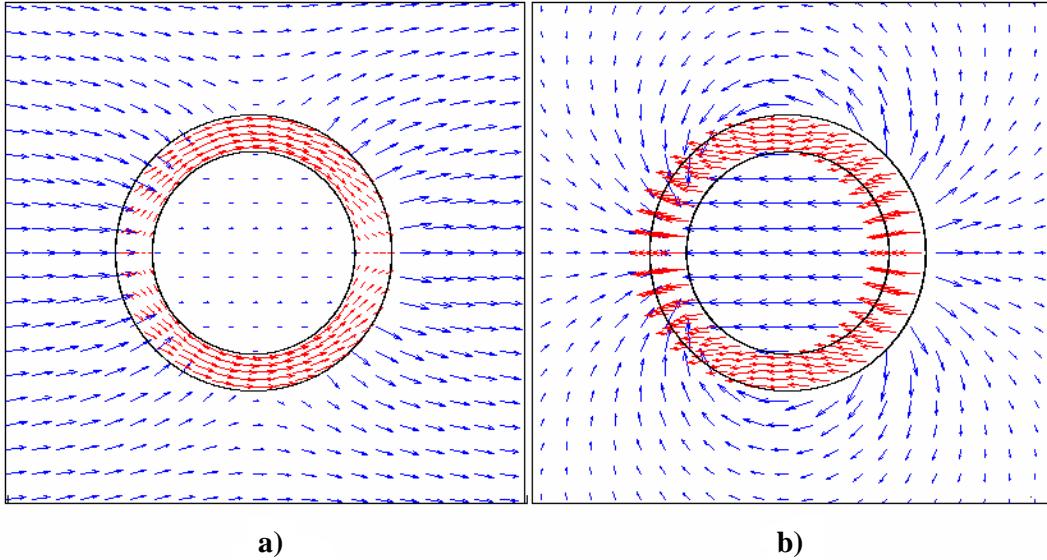


Figure A.2.2: Profils des champs vectoriels auxiliaires  $\vec{H}$  et  $\vec{H}_m$  à proximité d'un cylindre ferromagnétique soumis à un champ d'induction horizontal. La figure A.2.2 a) donne l'orientation et l'amplitude relative du vecteur  $\vec{H}$ . La figure A.2.2 b) donne l'orientation et l'amplitude relative du champ vectoriel  $\vec{H}_m$ .

Pour un point d'observation  $p$ , on peut définir comme suit l'erreur relative (en pourcentage) sur les valeurs vectorielles calculées à l'aide de la méthode intégrale.

$$\varepsilon = \frac{|\vec{H}_N| - |\vec{H}_A|}{|\vec{H}_A|} \cdot 100\% \quad (\text{A.2.9})$$

Ou  $\vec{H}_N$  est la valeur vectorielle du champ calculée à l'aide de la méthode intégrale (formules 2.37, 2.38 et formules 3.9 et 3.10) et  $\vec{H}_A$  est la valeur vectorielle analytique du champ calculée à l'aide des formules A.2.1 à A.2.8.

Les erreurs relatives, retournées par la formule A.2.9, pour un cylindre ayant les mêmes dimensions que celui défini pour l'obtention des résultats du chapitre 3 sont données au tableau A.2.1.

Tableau A.2.1. : Erreur relative (en %) entre le champ magnétique calculé par la méthode intégrale et celui obtenu à l'aide des formules A.2.1 à A.2.8.

	Erreur relative dans le métal	Erreur relative à l'extérieur du métal
minimale	0.298	0.001
maximale	5.250	5.55
moyenne	2.062	0.789
Écart type	1.012	1.306

Le nombre de pas radiaux et angulaires utilisés pour l'évaluation du champ magnétique auxiliaire par la méthode intégrale était les mêmes que ceux utilisés pour l'obtention des résultats du chapitre 3.

### ANNEXE 3

#### CALCULS DE LA FORCE MAGNÉTOSTATIQUE SUR UNE BULLE

Nous donnons ici le modèle de calcul retenu pour évaluer l'intégrale 4.41 donnant la force magnétostatique agissant sur une bulle de vapeur de diamètre  $D$  dont l'interface fait un angle  $\theta$  avec l'ouverture de la cavité où elle se forme (voir figure A.3.1). Rappelons que dans notre modèle la bulle est attachée à la surface supérieure du crayon no.9 (ou no.10) de l'assemblage de 37 crayons.

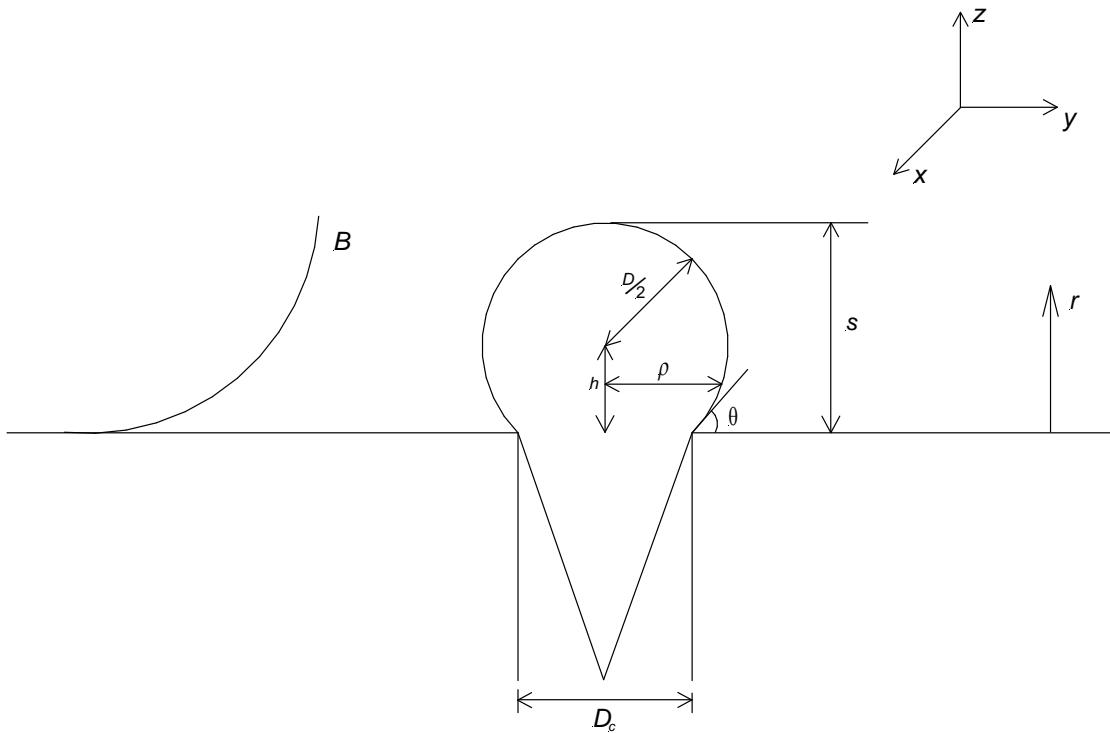


Figure A.3.1 : Schéma de principes pour l'ébullition hétérogène en présence d'un gradient de champ magnétique.

En assumant que la bulle à une géométrie sphérique, les distances  $h$  de son centre géométrique et  $s$  de son sommet à la surface du crayon sont données par :

$$h = \frac{D}{2} \cos \theta \quad \text{et} \quad s = \frac{D}{2} (1 + \cos \theta). \quad (\text{A.3.1})$$

La sphéricité de la bulle implique que la relation suivante :

$$x^2 + y^2 + (r - h)^2 = (D/2)^2, \quad (\text{A.3.2})$$

doit toujours être respectée à la surface de la bulle (c.-à-d. interface liquide-vapeur). En notant :

$$\rho^2 = x^2 + y^2, \quad (\text{A.3.3})$$

on a que :

$$\rho^2 = (D/2)^2 - (r-h)^2. \quad (\text{A.3.4})$$

Un volume infinitésimal  $dV$  de la bulle de vapeur est donc donné par :

$$dV = \pi \rho^2 dr = \pi [(D/2)^2 - (r-h)^2] dr. \quad (\text{A.3.5})$$

Maintenant, le module du champ magnétique en fonction de la distance  $r$  à la surface du crayon est donné par la relation 3.7, soit :

$$B(r) = ar^3 + br^2 + cr + d. \quad (\text{A.3.6})$$

La relation A.3.6 implique que le gradient du carré du module du champ d'induction magnétique  $B$  doit prendre la forme suivante :

$$\nabla B^2 = b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + b_3 r^3 + b_4 r^4 + b_5 r^5. \quad (\text{A.3.7})$$

Les coefficients  $b_i$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} b_0 &= 2cd & b_2 &= 6ad + 6bc & b_4 &= 10ab \\ b_1 &= 4bd + 2c^2 & b_3 &= 8ac + 4b^2 & b_5 &= 6a^2 \end{aligned}$$

Pour trouver la force magnétostatique appliquée par le champ  $B$  sur la bulle de vapeur, il suffit maintenant d'évaluer l'intégrale 4.41, soit,

$$F_m = K_m \int_0^s \nabla B^2 dV. \quad (\text{A.3.8})$$

À l'aide des relations A.3.5 et A.3.7, on peut écrire l'intégrale A.3.8 de la façon suivante :

$$F_m = \pi K_m \int_0^s (b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + b_3 r^3 + b_4 r^4 + b_5 r^5) [(D/2)^2 - (r-h)^2] dr. \quad (\text{A.3.9})$$

Avec les valeurs de  $h$  et  $s$  données en A.3.1, on trouve que :

$$F_m = K_m [c_1 D^3 + c_2 D^4 + c_3 D^5 + c_4 D^6 + c_5 D^7 + c_6 D^8]. \quad (\text{A.3.10})$$

Les coefficients  $c_1$  à  $c_6$  sont donnés ci-dessous.

$$c_1 = b_0 \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{8} \cos \theta - \frac{1}{24} \cos^3 \theta \right)$$

$$c_2 = b_1 \left( \frac{1}{64} + \frac{1}{24} \cos \theta + \frac{1}{32} \cos^2 \theta - \frac{1}{192} \cos^4 \theta \right)$$

$$c_3 = b_2 \left( \frac{1}{240} + \frac{1}{64} \cos \theta + \frac{1}{48} \cos^2 \theta + \frac{1}{96} \cos^3 \theta - \frac{1}{960} \cos^5 \theta \right)$$

$$c_4 = b_3 \left( \frac{1}{768} + \frac{1}{160} \cos \theta + \frac{3}{256} \cos^2 \theta + \frac{1}{96} \cos^3 \theta + \frac{1}{256} \cos^4 \theta - \frac{1}{3840} \cos^6 \theta \right)$$

$$c_5 = b_4 \left( \frac{1}{2240} + \frac{1}{384} \cos \theta + \frac{1}{160} \cos^2 \theta + \frac{1}{128} \cos^3 \theta + \frac{1}{192} \cos^4 \theta + \frac{1}{640} \cos^5 \theta - \frac{1}{13440} \cos^7 \theta \right)$$

$$c_6 = b_5 \left( \frac{1}{6144} + \frac{1}{896} \cos \theta + \frac{5}{1536} \cos^2 \theta + \frac{1}{192} \cos^3 \theta + \frac{5}{1024} \cos^4 \theta + \frac{1}{384} \cos^5 \theta + \frac{1}{1536} \cos^6 \theta - \frac{1}{43008} \cos^8 \theta \right)$$