

Titre: Caractérisation expérimentale des interactions et de la coalescence
entre deux bulles d'air dans de l'eau du robinet stagnante

Auteur: Guénaël Biette

Date: 2022

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Biette, G. (2022). Caractérisation expérimentale des interactions et de la
coalescence entre deux bulles d'air dans de l'eau du robinet stagnante [Mémoire
de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/10738/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/10738/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Cédric Béguin, Bruno Blais, & Stéphane Étienne
Advisors:

Programme: Génie mécanique
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Caractérisation expérimentale des interactions et de la coalescence entre deux bulles d'air dans de l'eau du robinet stagnante

GUÉNAËL BIETTE

Département de génie mécanique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie mécanique

Décembre 2022

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Caractérisation expérimentale des interactions et de la coalescence entre deux bulles d'air dans de l'eau du robinet stagnante

présenté par **Guénaël BIETTE**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Étienne ROBERT, président

Cédric BÉGUIN, membre et directeur de recherche

Stéphane ÉTIENNE, membre et codirecteur de recherche

Bruno BLAIS, membre et codirecteur de recherche

Frédéric GOSSELIN, membre

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|------|
| TABLE DES MATIÈRES | iii |
| LISTE DES TABLEAUX | vi |
| LISTE DES FIGURES | vii |
| REMERCIEMENTS | xii |
| RÉSUMÉ | xiii |
| ABSTRACT | xiv |
| LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS | xv |
| CHAPITRE 1 INTRODUCTION | 1 |
| 1.1 Mise en contexte | 1 |
| 1.2 Sommaire des objectifs | 2 |
| 1.3 Plan du mémoire | 3 |
| CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE | 4 |
| 2.1 Hydrodynamique d'une bulle seule | 4 |
| 2.1.1 Comportement d'une bulle | 6 |
| 2.1.2 Forces sur la bulle | 17 |
| 2.2 Hydrodynamique de deux bulles | 24 |
| 2.2.1 Phénomène de coalescence | 24 |
| 2.2.2 Interaction entre deux bulles côte-à-côte | 31 |
| 2.2.3 Interaction entre deux bulles en ligne | 35 |
| 2.2.4 Interaction entre deux bulles : cas général | 41 |
| 2.3 Modèles numériques de coalescence | 43 |
| CHAPITRE 3 DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MÉTHODOLOGIE DE TRAITEMENT | 46 |
| 3.1 Description générale | 46 |
| 3.2 Dispositif expérimental | 48 |
| 3.2.1 Cadre métallique | 48 |
| 3.2.2 Cuve | 49 |

| | | |
|---|--|-----|
| 3.2.3 | Dispositif de création des bulles | 51 |
| 3.2.4 | Pousse-seringue | 54 |
| 3.2.5 | Plateforme mobile | 54 |
| 3.2.6 | Caméra haute vitesse | 56 |
| 3.2.7 | Miroir 50/50 | 57 |
| 3.2.8 | Miroirs | 57 |
| 3.2.9 | Sources de lumière | 58 |
| 3.3 | Méthodologie de traitement | 59 |
| 3.3.1 | Capture des images et amélioration du montage | 59 |
| 3.3.2 | Traitement des bulles | 65 |
| 3.4 | Erreurs de mesure | 73 |
| CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS | | 75 |
| 4.1 | Comportement d'une bulle seule | 76 |
| 4.1.1 | Trajectoire | 76 |
| 4.1.2 | Rapport d'aspect | 77 |
| 4.1.3 | Vitesses | 79 |
| 4.1.4 | Énergies et puissances | 81 |
| 4.2 | Comportement de deux bulles | 83 |
| 4.2.1 | Trajectoire | 83 |
| 4.2.2 | Rapport d'aspect | 85 |
| 4.2.3 | Vitesses | 86 |
| 4.2.4 | Énergies et puissances | 87 |
| 4.3 | Comparaison une bulle et deux bulles avec la littérature | 88 |
| 4.3.1 | Vitesse terminale | 88 |
| 4.3.2 | $\mathbf{Re} = \mathbf{f}(\mathbf{Eo})$ | 90 |
| 4.3.3 | $\mathbf{Eo} = \mathbf{f}(\mathbf{Ga})$ | 91 |
| 4.3.4 | Temps d'atteinte du régime établi | 93 |
| 4.3.5 | Rapport d'aspect | 94 |
| 4.3.6 | Fréquence relâché tourbillonnaire | 95 |
| 4.3.7 | Tenseur de Reynolds | 97 |
| 4.4 | Contact entre les bulles : rebond et coalescence | 99 |
| 4.4.1 | Coalescence | 99 |
| 4.4.2 | Rebond | 105 |
| 4.4.3 | Contacts et statistiques | 109 |
| 4.5 | Influence des conditions initiales | 115 |

| | | |
|---|------------------------------|-----|
| 4.6 | Autres discussions | 117 |
| CHAPITRE 5 BILAN DES TRAVAUX, AMÉLIORATIONS ET TRAVAUX FUTURS | | 118 |
| 5.1 | Bilan des travaux | 118 |
| 5.2 | Améliorations | 119 |
| 5.3 | Travaux futurs | 120 |
| CHAPITRE 6 CONCLUSION | | 121 |
| RÉFÉRENCES | | 123 |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-------------|--|----|
| Tableau 2.1 | Définition du nombre de Reynolds (Re) et du nombre de Weber (We) | 6 |
| Tableau 2.2 | Relations de traînée en fonction du Re | 21 |
| Tableau 3.1 | Caractéristiques des aiguilles utilisées | 52 |
| Tableau 3.2 | Erreurs de mesure | 74 |
| Tableau 4.1 | Principaux intervalles de paramètres des expériences | 75 |

LISTE DES FIGURES

| | | |
|-------------|--|----|
| Figure 2.1 | Cartographie des différents régimes d'une bulle proposée par Bhaga et Weber (1981) [1]. | 7 |
| Figure 2.2 | Description du rapport d'aspect de la bulle (symétrie de révolution) . | 8 |
| Figure 2.3 | Vue isométrique du début de la trajectoire d'une bulle. | 9 |
| Figure 2.4 | Résultats expérimentaux de vitesse terminale selon z en fonction du diamètre équivalent de bulle tirée de [2]. | 11 |
| Figure 2.5 | Reproduction de la cartographie des différents régimes d'une bulle rapide proposée par Tripathi <i>et al.</i> [3]. | 12 |
| Figure 2.6 | Évolution typique de la forme d'une bulle en jupe (région III), inspiré des simulations de Sharaf <i>et al.</i> [4]. | 15 |
| Figure 2.7 | Illustration des forces s'exerçant sur la bulle | 17 |
| Figure 2.8 | Tracé du coefficient de traînée C_D en fonction du nombre de Reynolds. | 22 |
| Figure 2.9 | Illustration du processus de coalescence entre deux bulles. | 26 |
| Figure 2.10 | Reproduction de la carte réalisée par Horn <i>et al.</i> [5] traçant la concentration de sel en fonction de la vitesse d'approche. | 28 |
| Figure 2.11 | Reproduction de la carte réalisée par Horn <i>et al.</i> [5] indiquant les différents régimes de collision de bulles avec des résultats de la littérature superposés dessus. | 30 |
| Figure 2.12 | Évolution de l'isosurface de la vorticité selon y inspiré de Mirsandi <i>et al.</i> [6]. | 33 |
| Figure 2.13 | Représentation des trajectoires vues de face obtenues par Agrawal <i>et al.</i> [7]. | 34 |
| Figure 2.14 | Schématisation du phénomène DKT (<i>Drafting Kissing Tumbling</i>). | 36 |
| Figure 2.15 | Copie des résultats de Zhang <i>et al.</i> [8] (diagramme (Ga, Eo) et (Re, χ)). | 38 |
| Figure 2.16 | Copie des résultats de Zhang <i>et al.</i> [9] (diagramme (Ga, Eo) et (Re, χ)). | 39 |
| Figure 2.17 | Reproduction du schéma résumant les différents modèles de coalescence réalisé par Liao et Lucas [10]. | 45 |
| Figure 3.1 | Deux vues de l'ensemble du dispositif expérimental. | 47 |
| Figure 3.2 | Vue de haut et vue isométrique du cadre métallique tiré de [11]. | 48 |
| Figure 3.3 | Vue globale et vue éclatée de la CAO du bas de la cuve. | 50 |
| Figure 3.4 | Ensemble des pièces utilisées dans le système de création des bulles allant d'une seringue aux aiguilles immergées. | 51 |
| Figure 3.5 | Photo des aiguilles utilisées dans les expériences. | 52 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figure 3.6 | Photo du bas de la cuve avec le système de création de bulles. | 53 |
| Figure 3.7 | Photo du pousse-seringue Cole Parmer utilisé pour les expériences . . | 54 |
| Figure 3.8 | Photo de la plateforme mobile | 55 |
| Figure 3.9 | Caméra rapide et lentille utilisée dans les expériences. | 56 |
| Figure 3.10 | Schéma vu de haut montrant comment le miroir 50/50 superpose deux images | 57 |
| Figure 3.11 | Photos de la caméra et d'un miroir. | 58 |
| Figure 3.12 | Photo d'un panneau LED. | 58 |
| Figure 3.13 | Schéma vu de haut de la plateforme et de l'ensemble des éléments permettant de capturer les images. | 59 |
| Figure 3.14 | Exemple d'image prise avec la caméra rapide. | 60 |
| Figure 3.15 | Différence de position (en pixels) entre deux trous sur une languette au cours du temps. | 61 |
| Figure 3.16 | Vitesse de la plateforme mobile montant à la main en fonction du temps avant et après fixation des miroirs. | 62 |
| Figure 3.17 | Schéma expliquant comment la différence d'échelle a été gérée pour obtenir la position des bulles. | 63 |
| Figure 3.18 | Image permettant de réaliser l'échelle progressive à l'avant. | 64 |
| Figure 3.19 | Exemple de différence de la position z (en mm) en fonction du temps (s) entre l'image de gauche et l'image de droite. | 65 |
| Figure 3.20 | Modélisation de la bulle comme deux demi-ellipsoïdes de révolution. . | 66 |
| Figure 3.21 | Exemple de détection des contours sur l'image de droite | 67 |
| Figure 3.22 | Schéma explicatif du calcul de l'erreur. | 68 |
| Figure 3.23 | Tracé typique de l'erreur en mm. | 68 |
| Figure 3.24 | Image issue du post-traitement montrant les contours en vert et les projections des bulles reconstituées en orange et bleu. | 69 |
| Figure 3.25 | Illustration des étapes de traitement de reconstitution d'une bulle. . . | 70 |
| Figure 3.26 | Positions du centre d'une bulle en fonction du temps. | 71 |
| Figure 3.27 | Trajectoires en 3D de deux bulles. | 72 |
| Figure 3.28 | Évolution du diamètre équivalent en fonction du temps. | 74 |
| Figure 4.1 | Trajectoires 3D de plusieurs bulles créées avec des embouts différents. | 77 |
| Figure 4.2 | Évolution de la forme d'une bulle de diamètre équivalent $D_e = 5.45$ mm (vue de gauche seulement). | 78 |
| Figure 4.3 | Évolution de la forme d'une bulle de diamètre équivalent $D_e = 2.21$ mm (vue de gauche seulement). | 78 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figure 4.4 | Tracé du rapport d'aspect χ en fonction du temps (s) pour deux tailles de bulles différentes. | 79 |
| Figure 4.5 | Tracé des vitesses en fonction du temps pour quatre tailles de bulles différentes. | 80 |
| Figure 4.6 | Tracé des énergies cinétique et potentielle pour deux tailles de bulles différentes. | 82 |
| Figure 4.7 | Tracé des puissances cinétique, potentielle élastique et potentielle de pesanteur pour deux tailles de bulles différentes. | 82 |
| Figure 4.8 | Trajectoires 3D de plusieurs paires de bulles créées avec des embouts différents. | 84 |
| Figure 4.9 | Évolution de la forme d'une bulle lente de diamètre équivalent $D_e = 4.52$ mm (vue de gauche). L'écart de temps entre deux images est de $4/600$ secondes. | 85 |
| Figure 4.10 | Tracé du rapport d'aspect en fonction du temps pour deux bulles lentes et deux bulles rapides. | 85 |
| Figure 4.11 | Tracé des vitesses selon x, y et z de deux paires de bulles pour deux tailles d'aiguilles différentes. | 86 |
| Figure 4.12 | Tracé des énergies et puissances de deux bulles en fonction du temps sans contact. | 87 |
| Figure 4.13 | Tracé de la vitesse terminale selon z de toutes les bulles de nos expériences en fonction du diamètre équivalent. | 89 |
| Figure 4.14 | Tracé de la différence de vitesse terminale ($v_T - v_{zT}$) de toutes les bulles de nos expériences en fonction du diamètre équivalent. | 90 |
| Figure 4.15 | Tracé du nombre de Reynolds (basé sur la vitesse terminale v_T) en fonction du nombre de Eötvös superposé à la carte de Bhaga et Weber [1] | 91 |
| Figure 4.16 | Tracé du nombre d'Eötvös en fonction du nombre de Galilée superposé à la carte de Tripathi <i>et al.</i> [3]. | 92 |
| Figure 4.17 | Temps d'atteinte du régime établi en fonction du diamètre des bulles. | 93 |
| Figure 4.18 | Rapport d'aspect moyen terminal en fonction du nombre de Weber basé sur la vitesse terminale v_T | 95 |
| Figure 4.19 | Tracé de la fréquence du relâché tourbillonnaire en fonction de la vitesse réduite et de l'écart-type de la vitesse en fonction de la fréquence du relâché tourbillonnaire. | 96 |
| Figure 4.20 | Tracé des différents termes du tenseur de Reynolds pour les bulles adimensionnés avec la vitesse terminale | 98 |
| Figure 4.21 | Illustration d'une coalescence entre deux petites bulles. | 99 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| Figure 4.22 | Illustration d'une coalescence entre deux grosses bulles. | 100 |
| Figure 4.23 | Trajectoire en 3D et évolution de la distance centre à centre l de deux bulles rapides qui coalescent. | 100 |
| Figure 4.24 | Vitesses selon z et vitesses relatives de deux bulles rapides qui coalescent. | 101 |
| Figure 4.25 | Tracé du rapport d'aspect de deux bulles rapides qui coalescent en fonction du temps. | 102 |
| Figure 4.26 | Illustration d'une coalescence entre une bulle lente et une bulle rapide donnant une bulle lente. | 103 |
| Figure 4.27 | Illustration d'une coalescence entre une bulle lente et une bulle rapide donnant une bulle rapide. | 103 |
| Figure 4.28 | [Tracé du rapport d'aspect en fonction du temps d'une bulle lente et d'une bulle rapide qui coalescent, donnant une bulle lente ou une bulle rapide. | 104 |
| Figure 4.29 | Tracé de la vitesse selon z en fonction du temps d'une bulle lente et d'une bulle rapide qui coalescent, donnant une bulle lente ou une bulle rapide. | 105 |
| Figure 4.30 | Illustration d'un rebond typique entre deux bulles. | 106 |
| Figure 4.31 | Tracé du rapport d'aspect de deux bulles qui rebondissent au cours du temps. | 106 |
| Figure 4.32 | Tracé des vitesses selon x , y et z et de la norme de la vitesse en fonction du temps de deux bulles qui rebondissent. | 107 |
| Figure 4.33 | Tracé des vitesses relatives et de la distance centre à centre en fonction du temps de deux bulles qui rebondissent. | 108 |
| Figure 4.34 | Illustration d'un rebond DKT entre deux bulles. | 109 |
| Figure 4.35 | Tracé des vitesses radiales avant contact en fonction de la moyenne des diamètres équivalents des bulles. | 110 |
| Figure 4.36 | Histogramme du nombre de coalescences et de rebonds par intervalle de vitesse radiale d'approche et pourcentage de coalescence sur le nombre de contacts par intervalle de vitesse d'approche. | 110 |
| Figure 4.37 | Tracé de la concentration de sel en fonction de la vitesse d'approche des bulles (en rouge clair), superposé à la carte de Horn <i>et al.</i> [5]. . . | 111 |
| Figure 4.38 | Tracé des coefficients de rebond en fonction des diamètres équivalents et des angles avant contact avec la verticale. | 113 |
| Figure 4.39 | Tracé des énergies et puissances cinétiques et potentielles en fonction du temps pour deux bulles qui rebondissent. | 114 |

| | | |
|-------------|---|-----|
| Figure 4.40 | Carte des dépassements en fonction des distances initiales et histogramme en 3D donnant le pourcentage de dépassements par zones de conditions initiales. | 115 |
| Figure 4.41 | Carte des contacts en fonction des distances initiales et histogramme en 3D donnant le pourcentage de contacts par zones de conditions initiales. | 116 |

REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord mon directeur Cédric Béguin grâce à qui j'ai eu la chance de réaliser cette maîtrise. Sa réactivité, son expertise et son optimisme m'auront gardé motivé tout au long de ce projet.

Je remercie également mes codirecteurs Stéphane Étienne et Bruno Blais qui m'ont grandement aidé à l'aide de nombreuses suggestions et analyses.

Je souhaite également offrir un remerciement particulier à mes amis du laboratoire Jieyao Deng et Nabil Nemer qui m'ont aidé à concevoir mon montage expérimental et réaliser mes expériences.

Je remercie également toutes les personnes avec qui j'ai coopéré incluant Lucka Barbeau, Grégoire Recchia, Florentin Anne et Thomas Ledoux, ainsi que les techniciens Philippe Massé et Vincent Mayer qui m'ont aidé à réaliser mon montage.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes amis pour leur soutien durant cette maîtrise.

RÉSUMÉ

Les bulles sont des entités présentes dans beaucoup d'applications industrielles. Elles peuvent être bénéfiques ou néfastes et leur comportement doit donc être étudié afin de comprendre et gérer leur influence. Par exemple, dans le cas des barrages hydroélectriques, des bulles sont injectées au niveau des turbines afin de réoxygéner l'eau. Or, celles-ci interagissent entre elles et peuvent même coalescer, ce qui réduit la surface de contact avec l'eau et donc l'oxygénation. Afin de réaliser des modèles numériques de nuages de bulles, il faut comprendre leur comportement et interaction. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressés dans notre étude expérimentale au cas de deux bulles s'élevant dans l'eau.

Pour cela, nous avons conçu un montage permettant de créer deux bulles dans une cuve d'eau stagnante et de les filmer sur une distance d'environ 500 mm. Nous avons réalisé un total de 34 expériences avec une bulle seule et 352 expériences avec deux bulles comprenant 25 coalescences, pour des tailles allant de 2.02 mm à 5.73 mm de diamètre équivalent, et des conditions initiales variant verticalement et horizontalement. Dans nos expériences, le nombre d'Eötvös est compris entre 0.14 et 1.1 environ, le nombre de Galilée entre 100 et 478 et le nombre de Reynolds entre 657 et 1422.

Les bulles d'air que nous avons observées suivent une trajectoire zig-zag ou hélicoïdale et prennent une forme ellipsoïdale variant plus ou moins en fonction de leur taille. Nous avons aussi réussi à créer quelques bulles lentes prenant une forme plus sphérique et s'élevant plus lentement que celles rapides. Nous avons remarqué que la présence d'une deuxième bulle avait tendance à forcer une trajectoire spirale rapidement. Une interaction est clairement visible jusqu'à environ 6 à 7 diamètres de distance initialement : les bulles côte-à-côte vont avoir tendance à se rapprocher horizontalement tandis que dans la configuration en ligne ou quelconque, la bulle de derrière est aspirée par celle de devant en entrant dans son sillage. Les fluctuations de vitesse et rapport d'aspect ne semblent cependant pas être impactées sauf lorsqu'il y a un contact. Dans ce cas, les bulles peuvent soit coalescer, soit rebondir. La probabilité qu'elles coalescent est d'autant plus élevée que la vitesse radiale d'approche est grande, ce qui est en contradiction avec les principaux résultats de la littérature. Un coefficient de rebond a aussi été défini comme le rapport des vitesses radiales avant et après contact. Celui-ci est souvent plus grand que 1, ce qui signifie que les bulles ont parfois tendance à s'éloigner plus rapidement qu'elles se sont approchées. Plusieurs origines sont possibles pour un tel phénomène : variation d'énergie potentielle, interaction avec les sillages...

Ce mémoire présente plus en détail la démarche expérimentale et les différents résultats. Ceux-ci pourront être utilisés pour améliorer les simulations numériques de bulles.

ABSTRACT

Bubbles can be found in a lot of industrial applications and their presence is either beneficial or problematic. Therefore, their behaviour must be studied to better understand their impact on the efficiency of a process. For instance, bubbles are injected in hydroelectric dams to reoxygenate water. However, if they coalesce, the contact surface with water is diminished and so is the oxygenation. In order to run proper numerical simulations on bubble swarms, it is necessary to understand their dynamics and interactions. This is why we have led an experimental study on two bubbles rising in water.

To do so, we designed an experimental set-up with a two bubbles creation system that allowed us to track bubbles over a distance of approximately 500 mm. We then carried out 34 experiments with one single bubble and 352 experiments with a pair of bubbles, including 25 cases of coalescence. The equivalent diameters varied from 2.02 mm to 5.73 mm and the initial horizontal and vertical distances were controlled. The Eötvös number varies from 0.14 to 1.1, the Galilei number from 100 to 478 and the Reynolds number from 657 to 1422.

We observed zigzagging and spiralling bubbles with a varying ellipsoidal shape. We also managed to create a few slow bubbles with a more spherical shape, and smaller rising velocity compared to fast ones. We noticed that bubbles tended to go on a spiralling motion more quickly with the presence of another one. Indeed, an interaction is clearly visible until an initial distance of approximately 6 or 7 diameters. Side-by-side bubbles are attracting each other and so do in-line ones: when the trailing bubble enters the leading bubble wake, it is accelerated. However, terminal velocity fluctuations and aspect ratios do not seem to be different from those of single bubbles, except when there is a contact. In that case, they can either bounce or coalesce. The higher the radial approach velocity is and the higher the coalescence probability becomes, which seems to be in contradiction with the main results in the literature. A bouncing coefficient has also been defined as the ratio of the radial velocities before and after contact. We surprisingly found that this coefficient is sometimes bigger than 1 which means that the bubble moves faster after the bouncing than before it. This phenomenon's origin can be for example the potential energy variation or the wake interactions.

In this thesis, we present the experimental approach and our results, that can be used to improve numerical simulation on bubble pairs or bubble swarms.

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Abréviations :

| | |
|-----|--|
| LB | <i>Leading Bubble</i> |
| TB | <i>Trailing Bubble</i> |
| DKT | <i>Drafting Kissing Tumbling</i> |
| ASE | <i>Asymmetric Side Escape</i> |
| CIZ | <i>Coplanar Independent Zigzagging</i> |
| NIZ | <i>Non-coplanar Independent Zigzagging</i> |
| IFS | <i>Interacting Flattened Spiralling</i> |
| SIE | <i>Small-amplitude Independent Erratic</i> |
| PBE | <i>Population Balance Equation</i> |
| ID | Diamètre Intérieur |
| OD | Diamètre Extérieur |

Nomenclature :

| | |
|----------------------|--|
| D_e | Diamètre équivalent |
| V_{bulle} | Volume de la bulle |
| σ | Tension de surface |
| g | Accélération gravitationnelle, $g \simeq 9.81 \text{ m/s}^2$ |
| ρ_l | Masse volumique du liquide |
| ρ_g | Masse volumique du gaz |
| μ_l | Viscosité dynamique du liquide |
| μ_g | Viscosité dynamique du gaz |
| v_T | Vitesse terminale de la bulle |
| v_{zT} | Vitesse terminale selon z de la bulle |
| $\ v\ $ | Vitesse de la bulle, $\ v\ = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ |
| χ | Rapport d'aspect de la bulle |
| χ_T | Rapport d'aspect moyen terminal de la bulle |
| a | Demi grand axe de la bulle |
| c_1, c_2 | Demis petits axes de la bulle |
| α_1, α_2 | Angles de rotations de la bulle |
| F_B | Force d'Archimède |
| F_D | Force de traînée |

| | |
|------------|--|
| C_D | Coefficient de traînée |
| F_M | Force de masse ajoutée |
| C_M | Coefficient de masse ajoutée |
| Γ | Fréquence de coalescence |
| h | Fréquence de collision |
| λ | Efficacité de coalescence |
| l | Distance centre à centre des bulles |
| l_H | Distance centre à centre initial horizontal des bulles |
| l_V | Distance centre à centre initial vertical des bulles |
| θ | Angle entre la droite reliant le centre des deux bulles et la verticale |
| c_r | Coefficient de rebond |
| E_c | Énergie cinétique de la bulle |
| E_σ | Énergie potentielle élastique de la bulle |
| E_g | Énergie potentielle de pesanteur de la bulle |
| P_c | Puissance cinétique de la bulle, $P_c = \frac{dE_c}{dt}$ |
| P_σ | Puissance potentielle élastique de la bulle, $P_\sigma = \frac{dE_\sigma}{dt}$ |
| P_g | Puissance potentielle de pesanteur de la bulle, $P_g = \frac{dE_g}{dt}$ |
| Re_T | Nombre de Reynolds basé sur la vitesse terminale v_T de la bulle |
| We_T | Nombre de Weber basé sur la vitesse terminale v_T de la bulle |

Nombres adimensionnels :

| | |
|----------|---|
| Ga | Nombre de Galilée, $Ga = \sqrt{\rho_l(\rho_l - \rho_g)gD_e^3}/\mu_l$ |
| Eo | Nombre d'Eötvös, $Eo = (\rho_l - \rho_g)gD_e^2/\sigma$ |
| Bo | Nombre de Bond; $Bo = Eo$ |
| ρ_r | Ratio de densité, $\rho_r = \rho_g/\rho_l$ |
| μ_r | Ratio de viscosité, $\mu_r = \mu_g/\mu_l$ |
| Mo | Nombre de Morton, $Mo = Eo^3/Ga^4$ |
| Re | Nombre de Reynolds, $Re = \rho_l v D_e / \mu_l$ |
| We | Nombre de Weber, $We = \rho_l v^2 D_e / \sigma$ |
| Ar | Nombre d'Archimède, $Ar = g D_e^3 \rho_l (\rho_l - \rho_g) / \mu_l^2$ |
| St | Nombre de Strouhal, $St = D_e f_{lt} / v$ |

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

Dans plusieurs applications industrielles, des nuages de bulles sont présents. Des simulations numériques existent permettant de prédire le comportement de ces nuages. Cependant, pour que les simulations soient proches de la réalité, il est important qu'elles prennent en compte les interactions entre les bulles, ainsi que leur coalescence ou rupture. L'étude actuelle permettra donc de mieux comprendre comment deux bulles interagissent et sous quelles conditions elles auront tendance à coalescer.

Cette problématique de coalescence est présente dans de nombreux processus industriels tels que les chambres à bulles ou les barrages hydroélectriques. Selon le contexte, les bulles peuvent être un atout (vinification, émulsions, écumage, sonoluminescence) ou un défaut à éliminer (cavitation, fabrication du verre ou des métaux), et donc leur coalescence un effet souhaitable ou non [12].

Par exemple, dans le cas des barrages, de l'air est injecté au niveau des turbines afin de ré-oxygéner l'eau. Lorsque les bulles coalescent, cela réduit la surface de contact entre les deux fluides et donc diminue l'oxygénation.

Cet oxygène dissous est un gage de qualité de l'eau et sa présence est nécessaire en quantité suffisante afin de permettre à un écosystème de survivre. Cependant, le niveau d'oxygène n'est parfois pas suffisant, comme par exemple dans les régions où le froid provoque le gel de la surface des rivières et crée donc une barrière empêchant l'oxygénation. C'est aussi le cas au niveau des barrages, où des retenues d'eau sont créées, réduisant l'hydrodynamisme et donc la quantité d'oxygène dissous dans les couches les plus profondes [13].

Cette baisse du niveau d'oxygène a de nombreuses conséquences. Elle va grandement affecter le taux d'alimentation, l'éclosion et même la survie des poissons et des espèces de macroinvertébrés benthiques [14].

Les projets hydrauliques susceptibles de développer des problèmes liés au manque d'oxygène sont ceux avec les paramètres suivants : une profondeur de réservoir supérieur à 15 m, une puissance supérieur à 10 MW, un volume de réservoir supérieur à $6.1 \times 10^7 m^3$, un nombre de Froude inférieur à 7 et un temps de rétention supérieur à 10 jours [15].

Face à cette problématique, plusieurs solutions permettant de réoxygéner l'eau ont été développées. En particulier, des turbines aérées ont été conçues : l'air est injecté au niveau des

aubes.

Pour bien comprendre le comportement d'un nuage de bulle, il est nécessaire de s'intéresser au comportement d'une bulle seule puis de deux bulles. Connaissant les interactions deux à deux et les conditions de coalescence, cela permettra de prédire en partie le comportement d'un nuage de bulles.

Ainsi, l'objectif principal de cette maîtrise est de comprendre et caractériser expérimentalement les interactions et la coalescence entre deux bulles d'air s'élevant dans de l'eau du robinet stagnante. En effet, ces bulles peuvent, en fonction des conditions initiales, entrer en contact et rebondir ou coalescer, ou bien simplement s'élever séparément en interagissant. Pour mener cette étude à bien, deux bulles ont été créées à l'aide d'aiguilles au fond d'une cuve remplie d'eau. Elles ont été filmées lors de leur montée et leur trajectoire a été reconstituée en trois dimensions à l'aide d'un post-traitement. Leur comportement a pu donc être analysé et des statistiques réalisées sur l'ensemble des expériences menées.

1.2 Sommaire des objectifs

Objectif principal

Caractériser l'interaction et la coalescence entre deux bulles d'air s'élevant dans de l'eau du robinet stagnante.

Objectifs spécifiques

- Identifier les conditions de coalescence ou de rebonds entre deux bulles d'air dans de l'eau stagnante.
- Développer une méthodologie de post-traitement des images afin d'étudier les interactions entre les bulles et reconstituer leurs trajectoires en trois dimensions.

Bien que cette étude n'ait pas d'application industrielle directe, elle aura un impact sur l'avancement des connaissances dans le domaine de la coalescence et des interactions entre les bulles. Elle permettra aussi de construire une base de données expérimentales pour la validation de modèles numériques d'interactions et de coalescence entre deux bulles. Elle pourrait permettre de vérifier statistiquement si une coalescence a lieu entre les bulles en fonction de leurs positions et vitesses d'approche.

Comment les résultats de cette recherche pourront être utilisés concrètement pour améliorer les modèles existants n'a pas été étudié précisément dans cette maîtrise, par manque de temps.

1.3 Plan du mémoire

Le but principal de ce mémoire est de présenter les travaux effectués dans le cadre de cette maîtrise. Pour les lecteurs les plus curieux, beaucoup de références sont données permettant une meilleure appréhension des phénomènes mis en jeu.

Tout d'abord, dans le chapitre 2, est présentée une revue de la littérature, en rapport aux principaux sujets de ce projet. Le chapitre 3 propose une description de l'ensemble du matériel expérimental ainsi que de la méthode de post-traitement utilisée. Le chapitre 4 présente tous les résultats de ce mémoire. Il s'agit entre autres des trajectoires, vitesses, rapport d'aspect et énergies pour une bulle seule et deux bulles sans contact ou avec coalescence ou avec rebond. Une comparaison avec quelques résultats de la littérature est aussi menée. Le chapitre 5 résume les travaux effectués lors de cette maîtrise, propose quelques améliorations et suggère des travaux futurs. Finalement, le chapitre 6 conclut ce mémoire.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Dans notre étude, nous nous sommes intéressés à deux bulles d'air de taille similaire, s'élevant dans de l'eau du robinet stagnante. La présence d'une deuxième bulle va modifier le comportement de la première : il y a une interaction. Si celle-ci est élevée, les deux bulles peuvent entrer en contact et coalescer dans certains cas.

Pour bien comprendre la nature de cette interaction, nous nous sommes tout d'abord intéressés à l'hydrodynamique d'une bulle seule dans différents fluides newtoniens (dont de l'eau). Puis nous avons cherché à comprendre comment une deuxième bulle peut influencer la première en fonction notamment de leur position. En particulier nous avons cherché à comprendre le phénomène de coalescence. Enfin, nous nous sommes rapidement intéressés à comment intégrer cette interaction et coalescence dans les modèles de simulations numériques.

Ce chapitre est donc découpé en trois parties :

- la première partie décrit l'hydrodynamique d'une bulle seule dans différents fluides newtoniens et les forces s'appliquant sur elle
- la deuxième partie présente le phénomène de coalescence et les interactions entre deux bulles dans différentes positions (côte-à-côte, en ligne et cas général)
- la troisième partie aborde rapidement les modèles numériques de coalescence.

2.1 Hydrodynamique d'une bulle seule

Une bulle est par définition un fluide séparé d'un autre fluide par une frontière de forme variable. Nous considérerons ici le cas le plus courant, c'est-à-dire une bulle de gaz (par exemple de l'air) dans un liquide (par exemple de l'eau). Cette entité est très présente dans la vie de tous les jours et dans de nombreuses applications industrielles (barrages hydroélectriques par exemple). Par conséquent, elle a fait l'objet de beaucoup d'études, et elle est encore aujourd'hui un sujet de recherche actif [16].

Une bulle peut être décrite par sept nombres dimensionnels [3] : D_e le diamètre équivalent de la bulle ($D_e = \left(\frac{6 \cdot V_{bulle}}{\pi}\right)^{1/3}$), σ la tension de surface, g l'accélération gravitationnelle ($g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$), ρ_l , μ_l et ρ_g , μ_g , les densités et viscosités des fluides externe (liquide) et interne (gaz) respectivement. En appliquant le théorème de Π -Buckingham, les quatre nombres adimensionnels suivants sont retenus :

— le nombre de Galilée (Ga) ou Archimède (Ar) :

$$\sqrt{Ar} = Ga = \frac{\sqrt{\rho_l(\rho_l - \rho_g)gD_e^3}}{\mu_l} = \frac{\text{gravité}}{\text{viscosité}}$$

— le nombre d'Eötvös (Eo) ou Bond (Bo) :

$$Bo = Eo = \frac{(\rho_l - \rho_g)gD_e^2}{\sigma} = \frac{\text{gravité}}{\text{tension de surface}}$$

— le ratio de densité (ρ_r) :

$$\rho_r = \frac{\rho_g}{\rho_l}$$

— le ratio de viscosité (μ_r) :

$$\mu_r = \frac{\mu_g}{\mu_l}$$

Dans de nombreuses situations, il est possible de négliger la densité du gaz devant celle du liquide : $\rho_g \ll \rho_l$.

Le nombre de Morton, qui est une combinaison du nombre d'Eötvös et du nombre de Galilée, est aussi souvent utilisé :

$$Mo = \frac{Eo^3}{Ga^4} = \frac{(\rho_l - \rho_g)g\mu_l^4}{\rho_l^2\sigma^3} \underset{\rho_g \ll \rho_l}{=} \frac{g\mu_l^4}{\rho_l\sigma^3}$$

Ce nombre adimensionnel ne dépend que des propriétés des fluides interne et externe. Il est donc constant pour un couple donné.

D'autres nombres adimensionnels résultants des précédents sont parfois utilisés tels que les nombres de Reynolds (Re) ou de Weber (We) [1, 17, 18]. Ceux-ci peuvent être définis à tout instant en fonction de la vitesse, mais sont souvent basés sur la vitesse terminale pour décrire la bulle dans son état stationnaire. Ils ne sont pas toujours directement utilisés car il est parfois difficile expérimentalement d'obtenir une vitesse terminale très précise.

Un autre nombre adimensionnel résultant très utilisé pour décrire la bulle est le rapport d'aspect χ décrit un peu plus loin. Celui-ci peut aussi être défini en fonction des autres nombres adimensionnels cités dans le régime établi de la bulle.

Tableau 2.1 Définition du nombre de Reynolds (Re) et du nombre de Weber (We)

| Re_T | We_T |
|------------------------------|-----------------------------------|
| $\frac{\rho_l v_T D_e}{\mu}$ | $\frac{\rho_l v_T^2 D_e}{\sigma}$ |

Avec v_T la vitesse terminale de la bulle.

2.1.1 Comportement d'une bulle

Le comportement d'une bulle de gaz, que ce soit au niveau de sa forme ou de sa trajectoire, a fait l'objet de nombreuses études.

Bhaga et Weber [1] ont proposé en 1981 une carte (voir la figure 2.1) permettant de classer les bulles en fonction de leur forme : sphérique, ellipsoïdale, en jupe, en chapeau sphérique.

Sur cette carte, la courbe rouge correspond au couple de fluide air/eau. En effet, nous nous intéresserons tout particulièrement à ce couple car toutes nos expériences ont été réalisées par injection d'air ambiant dans une cuve remplie d'eau du robinet, dans le laboratoire de dynamique des fluides de Polytechnique Montréal.

Le choix de ce couple de fluide a plusieurs implications. Tout d'abord, l'air étant beaucoup moins dense que l'eau, il sera possible de négliger sa masse volumique devant celle de l'eau. Ensuite, des contaminants sont présents dans de l'eau du robinet (contrairement à de l'eau hyper purifiée utilisée par d'autres auteurs [33]). Ainsi, lorsque la bulle va se déplacer, des surfactants vont venir se coller à sa surface, pouvant créer une condition d'adhérence (surtout à l'arrière de la bulle où les contaminants s'accumulent) [19]. Sur le reste de la bulle, l'air ayant une viscosité très petite devant celle de l'eau, il n'y aura presque pas de contrainte à la surface et la condition sera dite de glissement. Enfin, le nombre de Morton est constant pour un couple de fluide donné, pour le couple eau/air il vaut :

$$Mo = 2.529.10^{-11}$$

Une carte similaire à celle de Bhaga et Weber a été réalisée par Clift *et al.* [20]. Pour réaliser ces études, des expériences ont été conduites sur une bulle d'air s'élevant dans un liquide visqueux pour différents nombres de Morton (donc différents couples de fluides). Des formes de bulle ont été identifiées dans le plan associé aux nombres de Reynolds et d'Eötvös (telles que sphérique, ellipsoïdale, oscillant, en jupe, à capuchon sphérique et alvéolé).

En général, dans un système gaz/liquide quelconque, les bulles avec une tension de surface

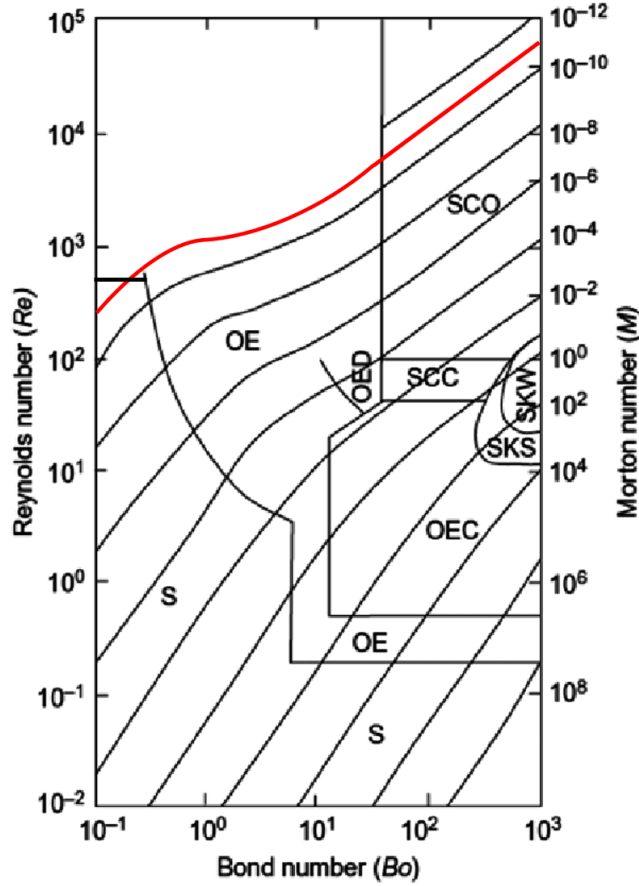


Figure 2.1 Cartographie des différents régimes d'une bulle proposée par Bhaga et Weber (1981) [1]. La ligne rouge correspond au couple de fluides air/eau.

Légende : **s**, sphérique ; **oe**, ellipsoïde oblate ; **oed**, ellipsoïde oblate en disque ; **oec**, calotte ellipsoïdale oblate ; **scc**, calotte sphérique avec sillage fermé et stable ; **sco**, calotte sphérique avec sillage ouvert et instable ; **sks**, à jupe stable ; **skw**, à jupe instable.

grande par rapport à la force d'Archimède ($Eo < 0.25$) conservent une forme sphérique jusqu'à $Re_T = 500$ (indépendamment du Mo) [21] et il n'y a pas de tourbillons derrière la bulle. En revanche, si le nombre d'Eötvös augmente, il y a moins de contribution de la tension superficielle et les bulles deviennent donc ellipsoïdales. La déformation de la bulle est décrite à l'aide du ratio d'aspect χ , qui est défini comme le maximum de son grand axe $2a$ divisé par le maximum de son petit axe ($c_1 + c_2$) (voir figure 2.2) :

$$\chi = \frac{2a}{c_1 + c_2} \quad (2.1)$$

Notons ici que c_2 peut être positif ou négatif.

En équilibrant les forces de pression dynamique et de tension de surface, Moore [22] a relié le rapport d'aspect au nombre de Weber pour $\chi \approx 1$:

$$\chi = 1 + \frac{9}{64}We \quad (2.2)$$

Il a ensuite étendu cette relation à de plus grands rapports d'aspects en considérant une bulle ellipsoïdale, mais cela surestimait légèrement l'aplatissement de la bulle. Legendre [17] a alors proposé une autre relation avec les nombres de Weber et de Morton allant jusqu'à $\chi = 2.5$:

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{9}{64}We(1 + 0.2Mo^{0.1}We)^{-1}} \quad (2.3)$$

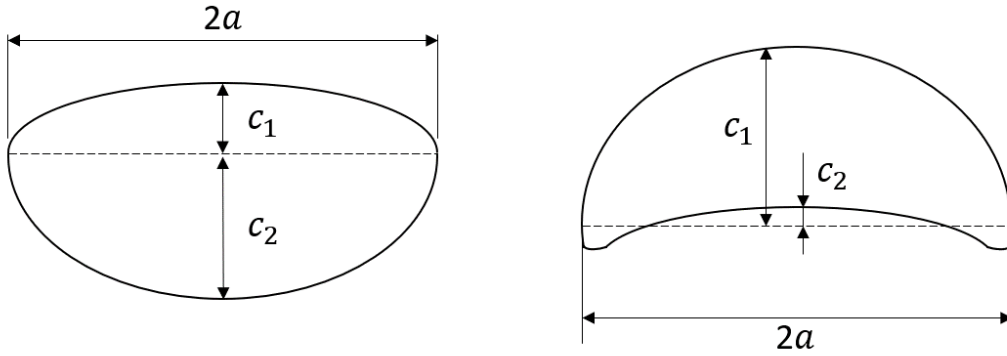


Figure 2.2 Description du rapport d'aspect de la bulle (symétrie de révolution)

Il est important de noter que χ ne permet pas de définir complètement la forme de la bulle. En effet des bulles de formes différentes peuvent avoir le même rapport d'aspect.

En augmentant le rapport d'aspect tout en gardant les autres propriétés constantes, des tourbillons peuvent apparaître derrière la bulle et des régions de recirculation peuvent se former au niveau du sillage [23]. Il a aussi été montré que la symétrie longitudinale de la bulle détermine le début de la séparation de l'écoulement. Pour des nombres de Reynolds élevés, le bord avant de la bulle étant plus plat que l'arrière, le point de décollement de la couche limite est reculé.

Plutôt que de décrire les bulles avec leur forme, il est aussi possible d'utiliser leur vitesse ou

leur trajectoire. Deux types de bulles peuvent être identifiées très facilement expérimentalement : les bulles lentes et les bulles rapides [18]. Les premières ont des formes sphériques et des vitesses d'ascension faibles tandis que les secondes ont des formes plus aplaties et des vitesses d'ascension plus grandes. Les bulles rapides suivent généralement des trajectoires zig-zag ou spirale tandis que les bulles lentes peuvent aussi suivre une trajectoire rectiligne. Ces trois trajectoires semblent se succéder : rectiligne puis zig-zag puis spirale [24].

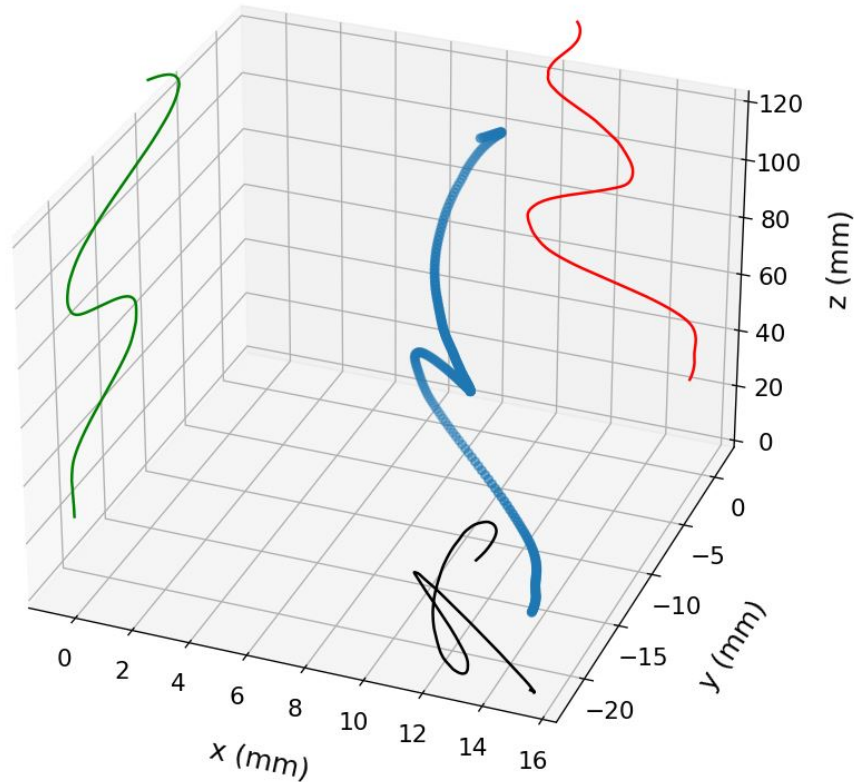


Figure 2.3 Vue isométrique du début de la trajectoire d'une bulle de nos expériences ($De = 3.69$ mm). Les courbes rouge, noire et verte sont les projections dans les plans (x,z) , (x,y) et (y,z) respectivement. On voit que la bulle commence à s'élever de manière rectiligne puis bascule rapidement en zig-zag puis hélicoïdale.

Ces différences dans les trajectoires et les vitesses, bien observées expérimentalement, ont d'abord été associées à la condition à la surface de la bulle. En effet, des surfactants et contaminants peuvent être présents dans le liquide, influençant la condition à la surface de la bulle. Si la viscosité du fluide interne est négligeable devant celle du fluide externe, il n'y a presque pas de contraintes à la surface et on considère une condition de glissement. Cependant, si des contaminants sont présents dans le liquide (comme dans de l'eau du robinet), des surfac-

tants vont venir se coller à l'interface de la bulle et la condition de glissement ne sera plus complètement respectée. Plus précisément, ces surfactants vont se déplacer vers l'arrière de la bulle où une condition d'adhérence apparaît [19].

Cette différence au niveau des conditions limites a longtemps été considérée comme l'origine de la différence des vitesses terminales observées expérimentalement (bulles lentes et rapides), comme c'est décrit dans une revue de littérature [25]. Cependant, la déformation initiale de la bulle a montré avoir aussi une influence menant aux différents comportements observés [18, 19, 26]. Une déformation initiale élevée mènera plutôt à une bulle rapide de forme ellipsoïdale, tandis qu'une déformation initiale faible mènera à une bulle lente de forme sphérique. Cette corrélation entre déformation initiale et bulle lente/rapide a été observée expérimentalement dans de l'eau du robinet [2, 18].

La bistabilité des bulles (lentes et rapides) est encore un débat scientifique d'actualité car il n'a toujours pas été compris l'origine précise qui fait qu'une bulle sera plutôt d'un type ou de l'autre.

Dans de l'eau du robinet, il est possible d'observer des bulles lentes et rapides. Si l'eau est très contaminée, les bulles auront tendance à être lentes, mais il peut être parfois dur de les observer car si leur forme varie beaucoup lors de leur création et durant leur ascension, elles pourraient "chasser" les contaminants à la surface. Les bulles rapides peuvent aussi parfois être dures à observer en raison de la présence de contaminants dans l'eau, surtout si elles sont petites. Pelletier [2] a tout de même observé les deux types de bulles dans de l'eau du robinet. Les principaux résultats sur les bulles lentes et rapides sont résumés dans la figure 2.4. Fortin [27] a tenté d'étudier numériquement la théorie de bistabilité des bulles lentes et rapides sans contamination. Cependant, il n'a pas réussi à obtenir des bulles lentes dans ses simulations, ce qui semble donc bien appuyer la théorie du rôle des contaminants à la surface. Avant lui, Yang *et al.* [28] avaient aussi tenté sans succès de reproduire les résultats expérimentaux des bulles lentes numériquement.

Une fois une bulle créée, elle peut suivre un mouvement rectiligne (si son diamètre est inférieur à 1.5 mm) ou zig-zag ou spirale (si son diamètre est plus élevé) [18]. Pour les bulles d'air lentes dans l'eau, la forme reste sphérique pour un nombre d'Eötvös inférieur à environ 0.1 – 1 (ce qui correspond à $D_e \in [0.86 \text{ mm}, 2.7 \text{ mm}]$) et un nombre de Reynolds inférieur à 200. Dans cette zone, Peters *et al.* [18] ont trouvé que la relation suivante est proche des résultats

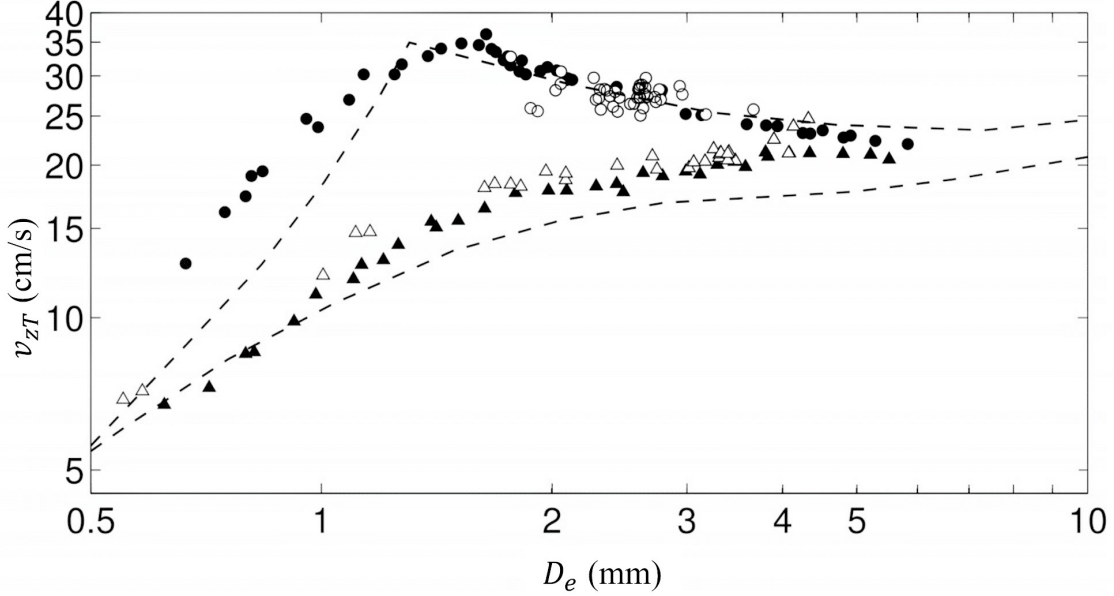


Figure 2.4 Résultats expérimentaux de vitesse terminale selon z en fonction du diamètre équivalent de bulle tirée de [2]. (\triangle) et (\circ) sont les bulles lentes et rapides obtenues par Pelletier [2] respectivement. (\blacktriangle) et (\bullet) sont les bulles lentes et rapides obtenues par Peters et Christian [18] respectivement. (---) sont les courbes proposées par Clift *et al.* [20].

expérimentaux et permet d'exprimer le Re_z en fonction du Ga :

$$\frac{Eo^{3/2}}{Mo^{1/2}} = Ga^2 = Ar = \alpha Re_z + \beta Re_z^2 \quad (2.4)$$

avec Re_z le nombre de Reynolds basé sur la vitesse terminale selon z , α et β des coefficients précisés dans leur étude. Au-delà de cette limite associée au Eo et Re précisés précédemment, la bulle va présenter des oscillations dans sa forme et une trajectoire qui n'est plus rectiligne. Pour les bulles rapides, l'équation suivante est proche des résultats expérimentaux jusqu'à $Re = 560$ et $Ar = 4 \times 10^4$ (donc $D_e \simeq 1.6$ mm) :

$$Ar = 6.603650 \times 10^{-7} Re_z^4 - 6.539956 \times 10^{-4} Re_z^3 + 2.995249 \times 10^{-1} Re_z^2 - 1.588642 \times 10^1 Re_z + 2.446153 \times 10^3 \quad (2.5)$$

Les équations (2.4) et (2.5) ne sont pas les corrélations de Clift *et al.* [29] mais correspondent tout de même à des bulles lentes et rapides pour de petits diamètres selon les expériences de Peters *et al.* [18]. Les équations des courbes de la partie droite de la figure 2.4 proviennent de la corrélation de Clift *et al.* et de l'étude théorique de Tomiyama *et al.* [19]. Elles sont

données dans le chapitre 4 (éq. (4.5) et (4.6)) dans lequel nous superposons nos résultats sur ces courbes.

Expérimentalement, il existe plusieurs limites à l'étude des bulles telles que la quantité de surfactants présents dans le liquide ou la condition initiale de la bulle. En effet, la taille et la forme initiales de la bulle ne sont pas toujours bien contrôlées et dépendent du matériel expérimental [30, 31]. Par exemple, il a été constaté que plus de bulles lentes étaient créées avec des embouts en plastique plutôt qu'en métal [2].

Il est donc dur d'étudier les bulles expérimentalement à cause de l'influence non contrôlée des conditions expérimentales sur le comportement de la bulle.

Des études numériques ont alors été menées, permettant d'identifier plus précisément le comportement d'une bulle, en se détachant des contraintes expérimentales et en utilisant des conditions initiales idéales. Elles ont permis de préciser les frontières entre les régions des cartes existantes [23, 32]. Cependant, il n'a à notre connaissance pas encore été possible de simuler des bulles lentes malgré quelques tentatives [33].

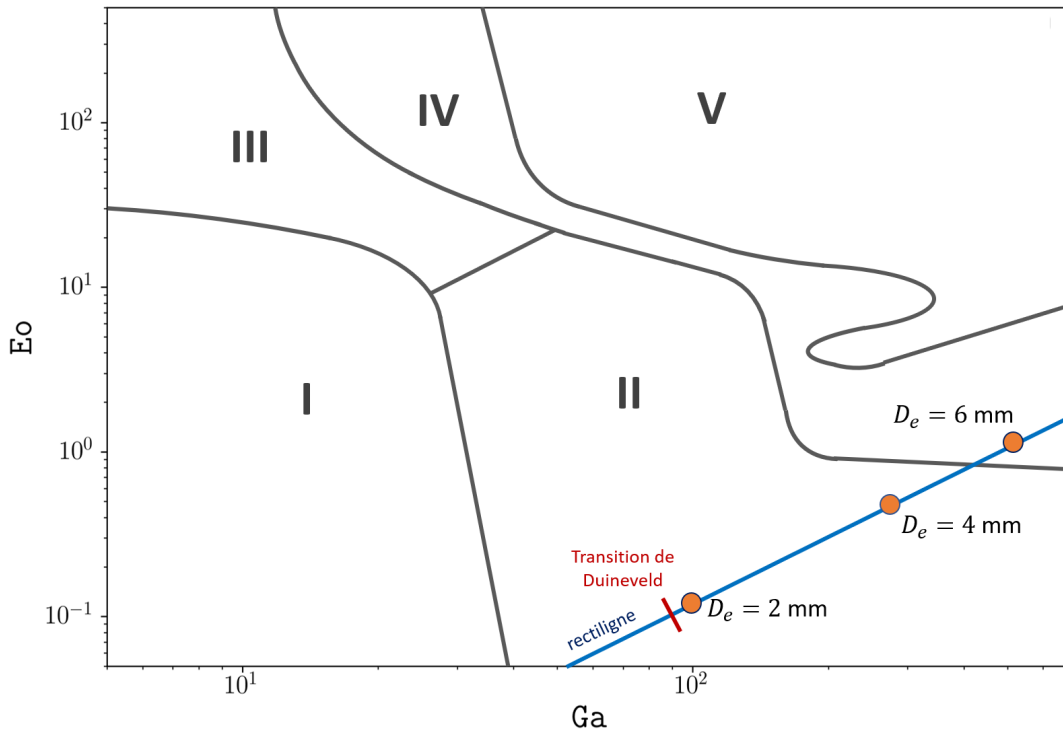


Figure 2.5 Reproduction de la cartographie des différents régimes d'une bulle rapide proposée par Tripathi *et al.* [3]. La droite bleue correspond au couple de fluide air/eau ($Mo = 2.529 \cdot 10^{-11}$). Légende : I, axisymétrique ; II, oscillant ; III, en jupe ; IV, rupture périphérique ; V, rupture centrale.

En 2015, Tripathi *et al.* [3] ont réalisé une nouvelle carte qui est liée, non plus seulement à la forme de la bulle, mais aussi à sa trajectoire. Ils ont identifié cinq régions différentes dans le plan lié aux nombres d'Eötvös et de Galilée (voir la figure 2.5) pour une bulle rapide initialement sphérique s'élevant dans un liquide au repos.

Région I axisymétrique :

Dans cette région se situant à bas Ga et à bas Eo , la tension de surface est élevée ainsi que la viscosité. Il paraît donc logique que la bulle maintienne son intégrité. Elle prend une forme axisymétrique sphérique, elliptique ou alvéolée et sa trajectoire est rectiligne.

Sharaf *et al.* [4] ont ensuite vérifié ces résultats expérimentalement. Leurs observations pour cette région sont en adéquation avec la carte de Tripathi. En gardant le Ga constant, ils ont augmenté le Eo (ce qui signifie diminuer la tension superficielle) et ont remarqué que la forme de la bulle passait de sphérique à oblique puis alvéolée. Ces résultats sont en adéquation avec les observations de Clift *et al.* [20] qui ont observé des bulles sphériques pour un Eo inférieur à 0.2 environ.

De plus, la vitesse de montée des bulles dans cette région décroît avec l'augmentation du Eo . En effet, une bulle sphérique aura une vitesse plus élevée qu'une bulle oblique ou alvéolée car sa force de traînée est plus faible, même si le volume reste constant.

Dans cette région, la vitesse de la bulle atteint progressivement la vitesse terminale puis reste constante.

Région II oscillant :

Cette région correspond à un bas Eo et haut Ga . La tension de surface et l'inertie sont donc élevées et approximativement du même ordre. La bulle présente de fortes oscillations dans sa forme, ce qui la rend non axisymétrique, et s'élève en suivant une trajectoire zig-zag ou spirale.

Le phénomène à l'origine de ces trajectoires particulières est intitulé l'instabilité de la trajectoire. Il a pour la première fois été retranscrit par Leonardo Da Vinci. C'est pourquoi Prosperetti (2004), en découvrant les notes de ce savant, lui a donné le nom de paradoxe de Leonardo. À ce moment, il n'était pas encore connu pourquoi une bulle initialement axisymétrique empruntait un chemin en zig-zag ou en spirale.

Ce phénomène a ensuite été le sujet de nombreuses études, à la fois expérimentales [19,34–36], numériques [23,37] et analytiques [38,39]. Duineveld [40] a, par exemple, montré expérimen-

talement que dans de l'eau hyper purifiée, la bulle a une trajectoire non rectiligne lorsque son diamètre est plus grand que 1.8 mm.

Les trois trajectoires semblent se succéder : d'abord rectiligne puis zig-zag et enfin spirale. En effet, il n'a pas été observé de transition spirale à zig-zag ou zig-zag à rectiligne.

Il semble y avoir un lien entre cette instabilité de la trajectoire, la forme de la bulle et la présence de tourbillons derrière elle. Il a longtemps été considéré que ces tourbillons étaient à l'origine de cette instabilité [23, 37]. Cependant, elle a aussi été observée dans certaines situations où les tourbillons n'étaient pas présents [23, 26, 36]. Il est possible d'observer cette instabilité à bas nombre de Reynolds si le ratio d'aspect χ est suffisamment grand, et à haut Re , elle est d'autant plus présente. Pour le mouvement en zig-zag, on peut observer deux structures tourbillonnaires contrarotatives qui augmentent en intensité avant de diminuer et de changer de direction. L'amplitude et la fréquence des oscillations augmentent si le nombre d'Eötvös augmente [41]. Mais la trajectoire peut aussi être spirale [42] : c'est dû à la formation d'une paire de tourbillons dans le sens du courant qui sont enroulés l'un autour de l'autre selon une trajectoire hélicoïdale. Il est difficile de comprendre pourquoi une bulle transite de la trajectoire zig-zag à hélicoïdale. Il a été avancé que c'était lié à la forme asymétrique de la bulle, qui provoque une distribution déséquilibrée des tourbillons [43]. Des études récentes sont encore menées pour mieux comprendre ce phénomène [44].

Enfin, les régions où l'instabilité de la trajectoire a été observée dans les différentes études expérimentales mentionnées correspondent bien approximativement à la région II de la carte étudiée.

Dans cette région, des variations dans la vitesse sont présentes : la bulle alternativement accélère puis ralentit. Cependant, l'amplitude de ces variations diminue avec le temps.

Région III en jupe :

Cette région correspond à un haut Eo et bas Ga . La forme de la bulle est caractérisée par un capuchon axisymétrique et une jupe sur le bas de la bulle. Cette jupe possède des modes de vibration qui enlèvent le caractère axisymétrique de la bulle au global.

Les bulles suivent ici une trajectoire rectiligne lors de leur ascension, et atteignent rapidement leur vitesse terminale.

L'étude de la jupe demande une extrême finesse et est donc un défi pour les études numériques. Elle a été analysée numériquement [3, 45, 46] et expérimentalement [1, 4]. Dans les deux cas, une alvéole se forme rapidement au début puis évolue en jupe qui va s'allonger et

osciller.

Finalelement, il est observé dans cette région des petites variations dans la vitesse au début, mais une vitesse finale est tout de même atteinte.



Figure 2.6 Évolution typique de la forme d'une bulle en jupe (région III), inspiré des simulations de Sharaf *et al.* [4].

Région IV de rupture périphérique :

Cette région assez étroite est caractérisée par une rupture périphérique de la bulle. Celle-ci semble se briser en une calotte sphérique axisymétrique et de nombreuses petites bulles satellites.

Avant la rupture, la forme de la bulle reste pratiquement symétrique. Après la rupture, la calotte sphérique retrouve une forme constante (et axisymétrique) et sa vitesse terminale se stabilise.

Sharaf *et al.* [4] ont observé cette région expérimentalement, mais pas pour les mêmes Eo et Ga . En effet, ils n'ont pas observé de rupture pour des Eo plus petits que 10 et des ruptures périphériques avaient lieu dans la région V (rupture centrale).

Dans cette région, la bulle connaît de grandes variations irrégulières dans sa vitesse, mais qui diminuent avec le temps. Sa vitesse finale est assez proche de sa vitesse maximale atteinte précédemment.

Région V de rupture centrale :

Finalelement, cette région correspond à une inertie élevée, mais une tension superficielle faible (Eo et Ga élevés). Une fossette se forme en bas de la bulle et remonte jusqu'à lui donner une forme de tore. Proche de la limite avec la région IV, des bulles satellites peuvent être présentes. Cependant, plus on s'éloigne de cette limite et plus une forme axisymétrique de l'ensemble de la bulle est observée. Ce phénomène est éphémère et la bulle finit par se briser et évoluer en plusieurs fragments.

Dans cette région, la vitesse connaît de grandes variations irrégulières. Après rupture, ce qui reste de la bulle se stabilise à environ la moitié de sa vitesse initiale.

Sharaf *et al.* [4] n'ont pas réussi à observer expérimentalement cette région. Ils ont observé des ruptures périphériques pour des Eo et Ga similaires.

Il est important de noter que les différents régimes identifiés numériquement par Tripathi *et al.* [3] ont pour condition initiale une bulle parfaitement sphérique. Expérimentalement, il est difficile de contrôler précisément les conditions initiales de la bulle et donc de vérifier les résultats numériques. Les conditions initiales sont d'autant plus importantes si la bulle est grosse.

Pour des bulles non sphériques initialement, des différences ont pu être observées avec les différents régimes présentés ci-dessus. Grâce *et al.* [47] ont par exemple réussi à créer des bulles en forme de calotte sphérique initialement, évoluant donc de manière différente que celles sphériques initialement. Batchelor [48] a quant à lui cherché à obtenir la plus grosse bulle stable (qui ne subit pas de rupture) possible. La bulle qu'il a réussi à obtenir (qui n'est pas initialement sphérique) se trouve dans la région V sur la carte de Tripathi.

Sur la carte de Tripathi *et al.* [2], un couple de fluide correspond à une droite. Nous avons donc reporté la droite correspondant au couple air/eau en faisant varier le rayon de la bulle (voir figure 1.7).

On constate d'après cette carte qu'une bulle d'air dans de l'eau peut se trouver dans les régions II (oscillant) et IV (de rupture périphérique). La carte ne permet cependant pas de déterminer précisément où la droite croise la région I (axisymétrique) car elle s'arrête à un nombre d'Eotvos de 0.1. Il est donc bien possible d'observer expérimentalement des bulles d'air sphériques et s'élevant suivant une trajectoire rectiligne dans l'eau [15]. En revanche, Duineveld [33] a réalisé des expériences dans de l'eau hyper purifiée (donc théoriquement sans contaminants) et n'a pas observé de bulles sphériques s'élevant de manière rectiligne. Ces résultats ont ensuite été reproduits par Fdhila et Duineveld [57] qui ont contrôlé la contamination de l'eau afin d'étudier son influence sur la bulle.

Dans plusieurs études, la bulle a été reconstituée en 3D en supposant une forme de deux demies-ellipsoïdes de révolution [2, 49–52]. Nous avons donc également choisi cette forme pour post-traiter nos images. D'autres études ont utilisé des techniques différentes, ou plus de caméras pour reconstituer la bulle de manière plus exacte [53, 54]. Cependant, nous n'avons pas besoin d'une forme de bulle plus complexe pour étudier leur coalescence et interactions.

2.1.2 Forces sur la bulle

Étudions ici quelles sont les forces qui s'appliquent sur une bulle de gaz s'élevant dans un fluide au repos. On se place dans le cas où le régime établi a été atteint. On distingue trois principales forces qui dépendent entre autre de l'écoulement autour de la bulle :

- la force d'Archimède (F_B) :
- la force de traînée (F_D) :
- la force de masse ajoutée (F_M) :

On néglige le poids qui est très faible dans le cadre d'une bulle de gaz. La force de traînée est dépendante de la vitesse tandis que la force de masse ajoutée résulte de l'accélération du fluide autour de la bulle.

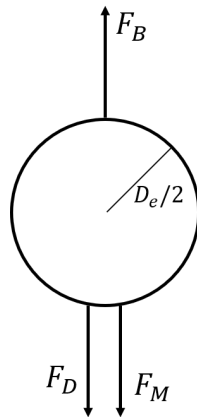


Figure 2.7 Illustration des forces s'exerçant sur la bulle

Force d'Archimède F_B :

La force d'Archimède est dirigée vers la surface libre et est égale au poids du fluide déplacé. Son point d'application est le centre de gravité de la bulle.

$$F_B = \rho_l g V_{bulle} \quad (2.6)$$

avec V_{bulle} le volume de la bulle.

Force de traînée F_D :

La force de traînée comprend deux phénomènes : la force de frottement visqueuse à la surface de la bulle, et la force liée au gradient de pression à la surface de la bulle, dans la direction du mouvement. Elle est calculée à partir du coefficient de traînée C_D à l'aide de la formule suivante :

$$F_D = \frac{1}{8} C_D \rho_l v^2 \pi D_e^2 \quad (2.7)$$

avec v la vitesse de la bulle et D_e le diamètre équivalent de la bulle.

Par analyse dimensionnelle, il est possible de montrer que le coefficient de traînée est lié au nombre de Reynolds (Re), au nombre d'Eötvös (EO) et au nombre de Morton (Mo) [20].

En revanche, pour une bulle sphérique, le coefficient de traînée ne dépend que du nombre de Reynolds. Nous allons donc par la suite séparer les bulles sphériques des bulles non sphériques.

Les bulles sphériques ont un C_D qui ne dépend que du Re .

Pour un nombre de Reynolds très petit $Re \leq 1$, dans le régime de Stokes, le coefficient de traînée d'une bulle de gaz dans un liquide pur (donc avec une condition de glissement à l'interface) peut s'exprimer [55] :

$$C_D = \frac{16}{Re} \quad (2.8)$$

En revanche, pour un nombre de Reynolds plus élevé, dans un fluide non visqueux (dans lequel on peut négliger l'influence de la friction visqueuse), et avec toujours une condition de glissement à la surface, le coefficient de traînée peut s'exprimer [56] :

$$C_D = \frac{48}{Re} \quad (2.9)$$

D'autres études ont ensuite été menées pour prendre en compte l'effet de la couche limite [57] puis la formule du coefficient de traînée a été résumée pour tout Re par Tomiyama *et al.* [58]. Elle a ensuite été améliorée et approximée par Mei *et al.* [59] :

$$C_D = \frac{16}{Re} \left[1 + \left(\frac{8}{Re} + \frac{1}{2} \left(1 + 3.315 Re^{-1/2} \right) \right)^{-1} \right] \quad (2.10)$$

Dans un environnement contaminé, la formule suivante pour une sphère rigide s'applique [29, 58] :

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0.15 Re^{0.687} \right) \quad (2.11)$$

Les bulles non sphériques en revanche, ont un C_D qui dépend du Re , du Eo et du Mo . En réalité, il va surtout dépendre de la forme de la bulle et il est donc parfois plus simple de l'exprimer en fonction du rapport d'aspect χ .

Une expression du coefficient de traînée a été proposée par Ishii et Chawla [60] et une corrélation existe entre le nombre de Reynolds et les nombres d'Eötvös et de Morton [61].

Tomiyama *et al.* [58] a ensuite proposé un modèle contenant les contributions des nombres de Reynolds et d'Eötvös dans un liquide pur pour une bulle sphérique ou non sphérique :

$$C_D = \max \left[\min \left[\frac{16}{Re} \left(1 + 0.15Re^{0.687} \right), \frac{48}{Re} \right], \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \quad (2.12)$$

Dijkhuizen *et al.* [62] ont aussi proposé le modèle suivant qui est une combinaison des deux contributions :

$$C_D = \sqrt{C_D(Re)^2 + C_D(Eo)^2} \quad (2.13)$$

avec $C_D(Re)$ la formule proposée par Mei *et al.* [59] (équation (2.10)) et $C_D(Eo)$:

$$C_D(Eo) = \frac{4Eo}{Eo + 9.5} \quad (2.14)$$

Dans un environnement contaminé, la condition à la surface de la bulle change. En effet, les contaminants s'accrochent à la surface de la bulle et glissent vers l'arrière, créant un gradient de contamination et donc une condition à la limite entre l'adhérence et le glissement. Tomiyama *et al.* [58] a modifié légèrement l'équation (2.12) en une version partiellement contaminée (équation (2.15)) et complètement contaminée (équation (2.16)) :

$$C_D = \max \left[\min \left[\frac{24}{Re} \left(1 + 0.15Re^{0.687} \right), \frac{72}{Re} \right], \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \quad (2.15)$$

$$C_D = \max \left[\frac{24}{Re} \left(1 + 0.15Re^{0.687} \right), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \quad (2.16)$$

Des relations existent aussi entre le ratio d'aspect χ et le coefficient de traînée C_D . Avec une condition de non-glissement à l'interface, Moore [22] a avancé la relation suivante dans le cas d'un écoulement potentiel autour d'un ellipsoïde de révolution :

$$C_D = \frac{48}{Re} G(\chi) \left(1 + \frac{K(\chi)}{\sqrt{Re}} \right) \quad (2.17)$$

avec :

$$G(\chi) = \frac{1}{3}\chi^{4/3} (\chi^2 - 1)^{3/2} \frac{\sqrt{(\chi^2 - 1)} - (2 - \chi^2) \sec^{-1}(\chi)}{(\chi^2 \sec^{-1}(\chi) - \sqrt{\chi^2 - 1})^2} \quad (2.18)$$

et la fonction K peut être approximée par le polynôme suivant :

$$K(\chi) = 0.0195\chi^4 - 0.2134\chi^3 + 1.7026\chi^2 - 2.1461\chi - 1.5732 \quad (2.19)$$

Pour les bulles ellipsoïdales sans région de recirculation, Moore [22] a aussi développé une relation entre le rapport d'aspect χ et le nombre de Weber We , ce qui permet d'écrire le coefficient de traînée sous la forme suivante :

$$\frac{C_D}{C_{D,s}} = \left[1 - \left(\frac{We}{4} \right)^{1.167} \right]^{-0.92} \quad (2.20)$$

avec $C_{D,s}$ le coefficient de traînée pour une bulle sphérique présentée à l'équation (2.10) par Mei *et al.* [59].

Cependant, il a été observé des différences par Duineveld [40] entre le ratio d'aspect de leurs expériences et le ratio d'aspect avancé par Moore : il était plus grand dans les expériences. L'équation précédente ne paraît donc valable que pour des nombres de Weber faibles.

Récemment, Zhang *et al.* [63] ont développé un nouveau modèle empirique par des simulations numériques qui est plus précis que le dernier modèle présenté (à l'équation (2.20)) :

$$\frac{C_D}{C_{D,s}} = \left[(Re^{0.036} - 0.94) We^{0.43 Re^{0.25}} + 1 \right] \quad (2.21)$$

Ce modèle est valable pour $1 \leq Re \leq 1000$ et $0 \leq We \leq 20$.

En supposant une force de traînée simplement opposée à la force d'Archimède ($F_D = F_B$), on peut trouver une relation entre le C_D et A_r :

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{A_r}{Re^2} \quad (2.22)$$

Alors, en reprenant les équations développées par Peters [18] reliant A_r à Re (équations (2.4) et (2.5)), on peut trouver deux autres relations reliant le C_D au Re pour les bulles lentes :

$$C_D = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{Re} + \beta \right) \quad (2.23)$$

et les bulles rapides :

$$C_D = \frac{4}{3} (6.603650 \times 10^{-7} Re^2 - 6.539956 \times 10^{-4} Re + 2.995249 \times 10^{-1} - \frac{1.588642 \times 10^1}{Re} + \frac{2.446153 \times 10^3}{Re^2}) \quad (2.24)$$

Ces expressions ont été trouvées en prenant les Re basés sur la vitesse d'ascension v_z de la bulle. En réalité celle-ci peut effectuer des mouvements zig-zag ou hélicoïdaux, ce qui change légèrement la vitesse totale.

Nous avons réuni quelques expressions de C_D en fonction du Re dans le tableau 2.2 et les avons tracé sur un même graphe (voir figure 2.8).

Tableau 2.2 Relations de traînée en fonction du Re

| | | |
|----------------------|---|---|
| Hadamart (1911) [55] | $C_D = \frac{16}{Re}$ | Stokes autour d'une sphère. Glissement. |
| Clift (1971) [29] | $C_D = \frac{24}{Re}$ | Stokes autour d'une sphère. Adhérence. |
| Levich (1962) [56] | $C_D = \frac{48}{Re}$ | Euler autour d'une sphère. Glissement. |
| Mei (1994) [59] | $C_D = \frac{16}{Re} \left[1 + \left(\frac{8}{Re} + \frac{1}{2} (1 + 3.315 Re^{-1/2}) \right)^{-1} \right]$ | Sphère. Glissement. |
| Clift (1971) [29] | $C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687})$ | Sphère. Adhérence. |
| Peters (2012) [18] | $C_D = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{Re} + \beta \right)$ | Corrélation bulles lentes. |
| Peters (2012) [18] | voir éq.(2.24) | Corrélation bulles rapides. |

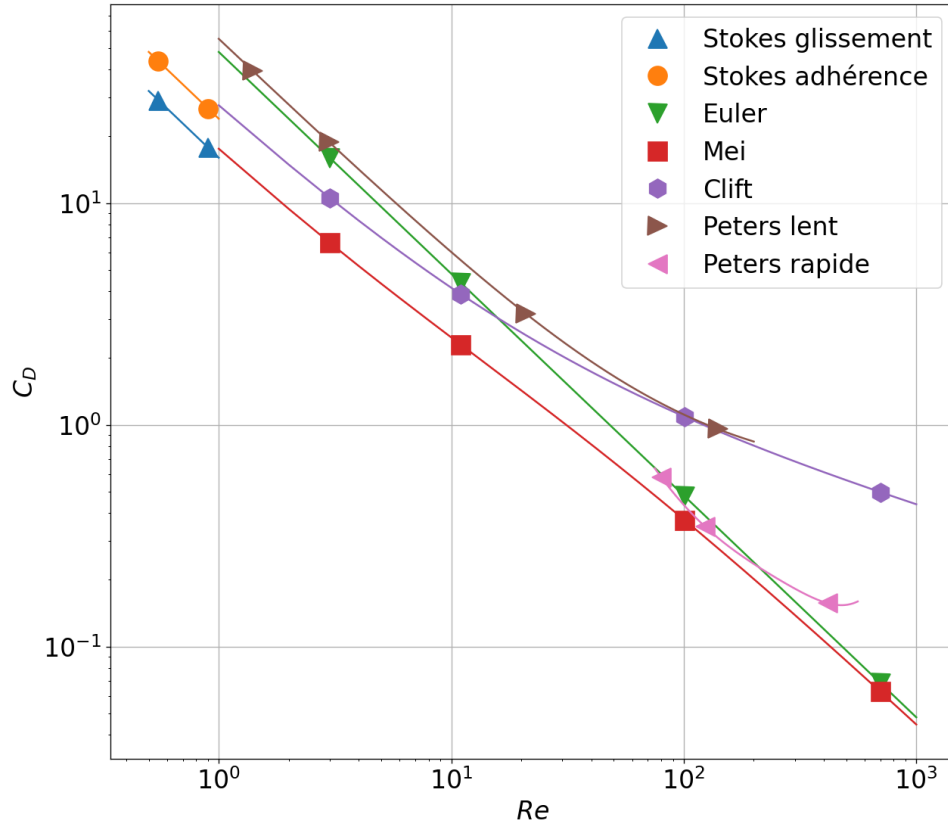


Figure 2.8 Tracé du coefficient de traînée C_D en fonction du nombre de Reynolds. En bleu : éq.(2.9) ; en orange : éq.(2.10) ; en vert : éq.(2.11) ; en rouge éq.(2.23) ; en violet : éq.(2.24).

Force de masse ajoutée F_M :

La force de masse ajoutée provient de l'accélération de la bulle relativement au fluide qui l'entoure. Elle est définie mathématiquement comme :

$$F_M = \rho_l V_{bulle} C_M \left\| \frac{dv}{dt} \right\| \quad (2.25)$$

avec C_M le coefficient de masse ajoutée, V_{bulle} le volume de la bulle et $\frac{dv}{dt}$ l'accélération de la bulle.

Pour une bulle sphérique, le coefficient C_M est constant :

$$C_M = \frac{1}{2} \quad (2.26)$$

En revanche, généralement les bulles plus grosses ne seront plus sphériques, mais plutôt ellipsoïdales. Ainsi le coefficient de masse ajoutée dépendra du rapport d'aspect χ [64]. Il a

été montré que ce coefficient peut s'exprimer de la manière suivante [65, 66] :

$$C_M = \frac{\alpha}{2 - \alpha} \quad (2.27)$$

avec :

$$\alpha = \frac{2\chi^2}{\chi^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{\chi^2 - 1} \cdot \cos^{-1} \left(\frac{1}{\chi} \right) \right) \quad (2.28)$$

Cette équation a ensuite été linéarisée par Klaseboer *et al.* [64] :

$$C_M = 0.62\chi - 0.12 = 0.5 + 0.62(\chi - 1) \quad (2.29)$$

Cette expression (équation (2.29)) est une bonne approximation pour $0.9 \leq \chi \leq 1.25$ selon les travaux de Pelletier [2]. On remarque aussi que l'on retrouve bien $C_M = 0.5$ lorsque $\chi = 1$.

Kendoush [67] a développé une expression semi-analytique pour les bulles en calotte sphérique :

$$C_M = \left[2 \left[1 - \frac{6.613}{64} We^2 \right]^3 \left[1 + \frac{3}{32} We^2 \right]^2 \left[1 - \frac{3}{16} We^2 \right] \right]^{-1} \quad (2.30)$$

2.2 Hydrodynamique de deux bulles

Bien que les études sur une bulle seule aient apporté beaucoup d'information sur leur comportement, les applications industrielles mettent plutôt en avant des nuages de bulles. Dans ce cas, la dynamique va être différente car les bulles vont avoir des influences les unes sur les autres. Nous allons nous intéresser ici plus en détail à l'interaction entre deux bulles de taille similaire.

Lorsque deux bulles sont créées dans un liquide, elles vont non seulement subir les forces présentées à la section précédente, mais elles vont aussi avoir une influence l'une sur l'autre. Cette influence va dépendre de leur positionnement dans l'espace (côte-à-côte ou en ligne par exemple) et de leur taille. Deux bulles peuvent notamment fusionner pour n'en former qu'une seule : c'est ce qu'on appelle la coalescence. Elles peuvent aussi rebondir et se repousser. Nous allons tout d'abord nous intéresser au mécanisme de coalescence.

2.2.1 Phénomène de coalescence

La coalescence de bulles est un phénomène courant dans de nombreux processus industriels tels que les réacteurs à colonnes à bulles [68] ou encore les réacteurs métallurgiques [69]. En général, les études portant sur la coalescence peuvent être classées en quatre catégories [70] : une collision entre une bulle et une surface libre, une collision entre deux bulles s'élevant l'une derrière l'autre (en ligne), une collision entre deux bulles s'élevant l'une à côté de l'autre (côte-à-côte) et une collision entre deux bulles lors de leur création à partir de deux embouts adjacents ou directement opposés. La collision entre une bulle et une surface libre peut en réalité être considérée comme la collision entre deux bulles en ligne avec celle du haut ayant un diamètre tendant vers l'infini. Nous nous intéresserons ici à la collision entre deux bulles approximativement de même taille s'élevant dans un fluide au repos, ainsi qu'à leurs conditions de coalescence.

Le phénomène de coalescence a été l'objet de nombreuses études à la fois expérimentales et numériques. Par exemple, Bhaga et Weber [71] ont cherché expérimentalement dans quelles conditions a lieu la coalescence dans un liquide visqueux. Ils ont trouvé comme critères qu'il faut avoir un nombre de Morton supérieur à 0.004, ainsi que $10 < Re < 100$. Duineveld [72] a étudié expérimentalement la collision entre deux bulles s'élevant côte-à-côte dans de l'eau pure. Il a trouvé le nombre de Weber critique basé sur la vitesse d'approche de 0.18 en dessous duquel la coalescence a lieu. Dans le cas contraire, les bulles rebondissent. Ce résultat est cohérent avec l'étude de Chesters et Hofman [73].

De nombreux modèles de coalescence ont été développés, à la fois empiriques et physiques. Comme ce phénomène n'a pas toujours lieu lorsque deux bulles se rencontrent, une fréquence de coalescence Γ a été introduite. Cette fréquence est liée à la fréquence de collision h et l'efficacité de la coalescence λ . Les différents modèles sont bien détaillés dans la revue de littérature réalisée en 2010 par Liao et Lucas [10]. La fréquence de collision est liée au phénomène qui va provoquer la rencontre des bulles : mouvements turbulents, tourbillons, flottabilité ou effet de sillage. Ce dernier cas est lié au liquide qui accélère derrière la bulle pendant sa montée. Lorsqu'une bulle entre dans le sillage d'une autre, elle va être accélérée et peut alors rencontrer celle de dessus. Pour l'efficacité de la coalescence, trois principaux modèles ont été utilisés dans la littérature : le modèle d'énergie, le modèle de la vitesse critique d'approche et le modèle de drainage du film. Le dernier est le plus populaire. Les équations liées à ces modèles et leur utilisation dans les études numériques sont détaillées dans la partie 2.3 de la revue de littérature.

Trois étapes sont généralement identifiées dans le processus de coalescence de deux bulles [74] (voir figure 2.9) :

- les deux bulles se rapprochent et leurs surfaces peuvent se déformer (alvéole). Il se forme un film de liquide entre les deux bulles.
- l'épaisseur du film diminue par drainage du liquide le composant.
- le film atteint une épaisseur critique et se brise, permettant aux deux bulles de coalescer.

De nombreux paramètres vont influencer sur la présence ou non d'alvéole entre deux bulles et sur la vitesse avec laquelle elles coalescent. La viscosité semble par exemple diminuer le Weber critique selon les travaux expérimentaux de Sanada *et al.* [75]. La coalescence semble aussi être beaucoup plus rapide dans de l'eau ultra-pure ou lors de la formation des bulles plutôt que pendant leur ascension. Yang *et al.* [70] ont récemment étudié plus précisément dans quelles situations la coalescence a lieu : dans leurs expériences une bulle ascendante impacte une bulle retenue sous une coupole fixe. Ils ont trouvé que les bulles coalescent lorsque $(1 - B^2) < 0.16 + B/24$, avec B un paramètre d'impact qu'ils ont défini, dépendant de la distance entre les deux bulles relativement à leur vitesse relative et de leurs rayons. Ils ont aussi remarqué que les deux bulles coalescent lorsque la longueur du film séparant les deux bulles à l'impact est inférieure à 0.43-0.45 mm.

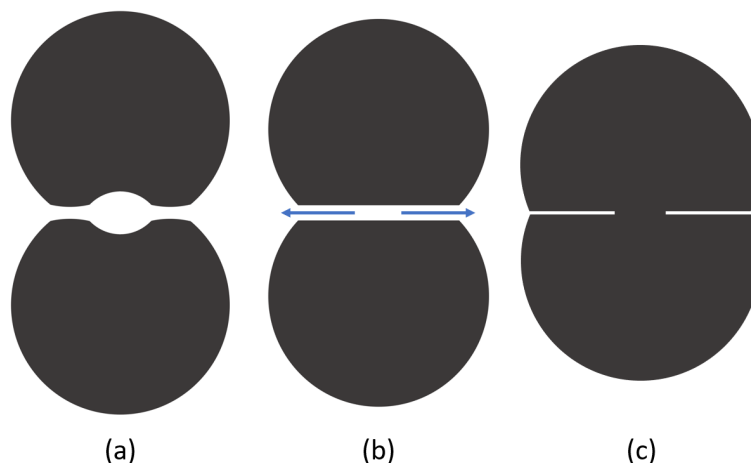


Figure 2.9 Illustration du processus de coalescence entre deux bulles : (a) rapprochement des deux bulles et formation d'un film liquide les séparant, (b) drainage du film liquide, (c) rupture du film liquide et coalescence.

En fait, la coalescence peut être évitée ou retardée par deux facteurs : le temps nécessaire au drainage du liquide entre les deux bulles, et les forces répulsives entre les deux surfaces [5]. L'épaisseur critique du film liquide est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres. Si cette épaisseur critique est atteinte suffisamment rapidement (autrement dit si le drainage du film liquide est rapide) alors les bulles coalescent. Au contraire, si le drainage est trop lent ($t_{\text{drainage}} > t_{\text{déformation}}$, avec le temps de déformation lié au mode 2 de la bulle), alors les bulles vont sûrement rebondir et il n'y aura donc pas de coalescence.

Lorsque les bulles sont très proches, elles vont être déformées par leur tension de surface et les forces hydrodynamiques liées à leur forme avant le contact. Ainsi, il peut se former au contact des deux bulles une inversion de la courbure locale appelée "dimpling" (ou alvéole). Cette déformation peut influencer le drainage de film liquide et donc la coalescence.

Pour des fluides newtoniens (comme c'est notre cas ici pour l'eau), le drainage du film liquide peut être décrit par les équations de Navier-Stokes en utilisant l'approximation de lubrification [5]. Un des éléments très importants à prendre en considération est la condition à la limite à appliquer à la surface des bulles. Cette condition va grandement influencer la rapidité avec laquelle la coalescence va s'effectuer. Avec une condition de glissement, donc une surface sans contaminants, le drainage sera rapide car la résistance tangentielle sera négligeable à la surface, alors qu'à l'inverse avec une condition d'adhérence, le drainage sera beaucoup plus lent.

En effet, Liu *et al.* [76] rapportent que dans de l'eau ultra pure, la coalescence s'effectue 3 à 4 fois plus rapidement que dans un milieu contaminé. Plus l'interface sera propre et plus

la coalescence pourra s'effectuer rapidement (en quelques millisecondes seulement) [77]. En revanche, plusieurs études ont montré qu'une variation de la tension superficielle de $10^{-4}N/m$ ou 0.1% est suffisante pour rendre la surface immobile [77–79]. En fait, un très petit gradient dans la tension de surface est suffisant pour immobiliser l'interface [80]. Ces études ont été réalisées pour un drainage qui est dominé par les effets visqueux avec un profil de vitesse de type Poiseuille. En revanche le modèle évoqué plus tôt développé par Chesters et Hofman [73] met en avant un drainage dominé par les effets inertiels et des bulles avec des interfaces mobiles.

D'autres modèles prennent plutôt en compte la viscosité du gaz à l'intérieur de la bulle et prédisent aussi une coalescence très rapide comme par exemple le travail de Davis *et al.* [81].

Lorsque l'épaisseur critique du film est atteinte, les forces de Van der Waals deviennent suffisamment grandes pour permettre aux deux bulles de se regrouper. En revanche, certaines forces répulsives peuvent être présentes et ainsi empêcher la coalescence. Elles proviennent des charges électriques à la surface ou bien de la présence de grosses molécules qui créent une répulsion stérique [82].

Un autre critère pouvant influencer sur la coalescence entre deux bulles est la vitesse d'approche des bulles. Certaines études [83, 84] rapportent qu'augmenter la vitesse d'approche diminue la coalescence tandis que d'autres [82, 85] rapportent l'inverse.

En 2011, Horn *et al.* [5] ont proposé une carte (voir figure 2.10) permettant de regrouper et résumer plusieurs études portant sur la coalescence en prenant en compte différents critères. Cette carte log-log présente la concentration en électrolyte en fonction de la vitesse d'approche des bulles. Les facteurs incluent le drainage du film visqueux ou inertiel, la déformation de la surface, son élasticité, la mobilité de l'interface et la pression. Les données ont été récupérées de précédentes études pour des bulles millimétriques dans des solutions d'eau et de NaCl.

Pour mieux comprendre cette carte, il faut comprendre comment les limites ont été trouvées et quelles sont les études qui ont permis de définir ces zones. Nous allons essayer de détailler cela ici.

La carte présentée (figure 2.10) présente différentes limites mises en avant à travers de précédentes études. Ainsi, pour la frontière (1), Chesters et Hofman [73] estiment la vitesse d'approche critique à partir de laquelle les bulles ne vont plus coalescer pour des surfaces mobiles : $v_{CH} = \sqrt{\sigma/\rho_l D_e}$, avec D_e le diamètre équivalent égal pour les deux bulles, σ la

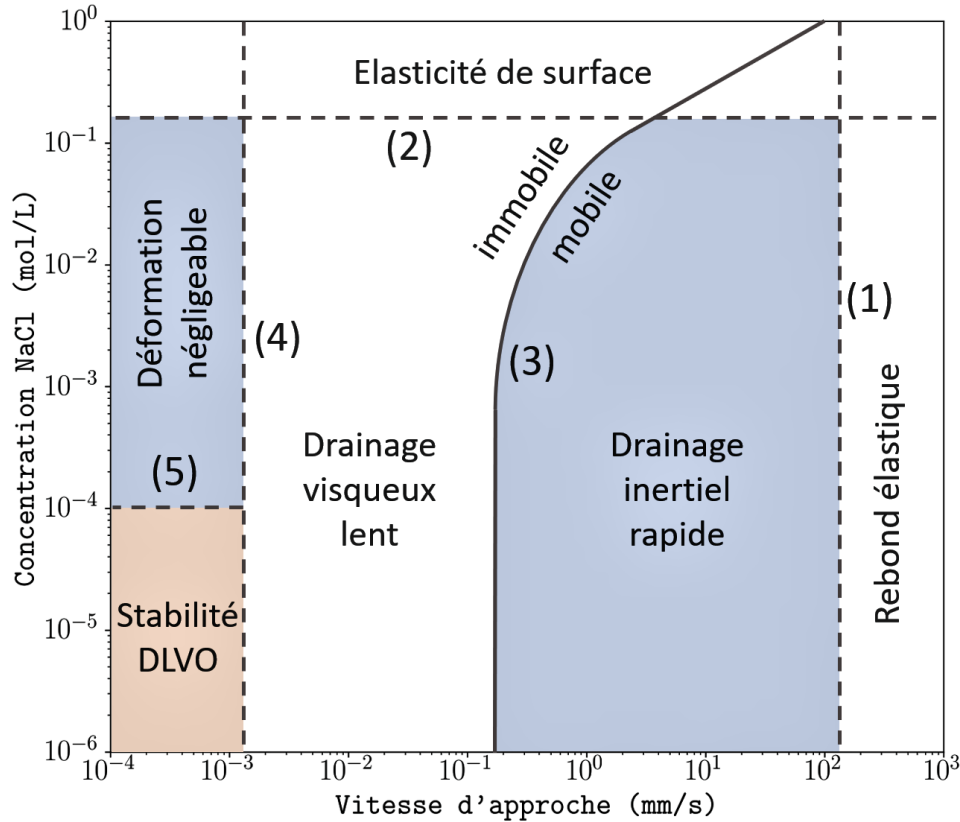


Figure 2.10 Reproduction de la carte réalisée par Horn *et al.* [5] traçant la concentration de sel en fonction de la vitesse d'approche et indiquant la transition entre différents régimes durant la collision des bulles, affectée par les forces de surface, le drainage du film liquide et les conditions limites. Les zones bleues correspondent à des zones de coalescence rapide, les zones blanches à une coalescence lente ou rebond et la zone orange à une zone où la coalescence ne peut pas avoir lieu car les bulles se repoussent à cause de la pression double-couche et la pression de Van der Waals. Les différentes lignes associées à un numéro représentent les résultats de différents auteurs : (1) est la vitesse critique v_{CH} trouvée par Chesters et Hofman [73], (2) est la concentration critique c_{PB} calculée par Prince et Blanch [86], (3) est la transition immobile-mobile calculée par Yaminsky *et al.* [82], (4) est la limite critique estimée par Klaseboer *et al.* [87] et (5) est la limite de répulsion de la double-couche électrique pour stabiliser le film de liquide. Tous les calculs ont été menés avec des bulles de $D_e \sim 4$ mm.

tension de surface et ρ_l la masse volumique du fluide. Cette vitesse semble plutôt indépendante de la concentration en électrolytes et apparaît donc comme une droite verticale sur la carte. La frontière (2) correspond à la concentration critique en électrolytes à partir de laquelle ils empêchent la coalescence. Une première explication a été donnée en 1969 par Marrucci [88] puis Prince et Blanch [86] ont réalisé un modèle de drainage du film liquide avec des interfaces mobiles et ont établi une expression pour la concentration critique. Cette expression est indépendante de la vitesse d'approche des bulles et apparaît donc comme ho-

horizontale sur la carte. La frontière (3) correspond à une limite entre une coalescence rapide à haute vitesse et basse concentration en électrolytes et une coalescence retardée pour des vitesses plus faibles et une plus haute concentration. Cette vitesse critique dépendant de la concentration en électrolytes a été mise en avant par Yaminsky *et al.* [82] qui ont réalisé un modèle de drainage du film liquide avec les surfaces immobilisées par le gradient de la tension de surface. Cette coalescence critique peut donc s'opérer jusqu'à la vitesse critique décrite plus tôt et correspondant à la frontière (1). La frontière (4) met en évidence une vitesse critique à partir de laquelle des alvéoles peuvent apparaître à cause d'une condition de non-glissement à la surface. Cette vitesse critique a été proposée par Klaseboer *et al.* [87] qui ont développé un modèle numérique de drainage pour deux sphères dans le cas où l'écoulement est dominé par les effets visqueux et les surfaces sont immobiles. Ainsi, si la vitesse d'approche est inférieure à cette vitesse critique, les bulles ne se déformeront pas ou peu avant d'atteindre l'épaisseur du film critique et donc de coalescer. En revanche, pour des vitesses supérieures à cette limite, les surfaces vont se déformer et atteindre l'épaisseur critique prendra beaucoup plus de temps. Ainsi, à moins que les bulles restent en contact pour une longue durée (supérieure à la seconde), elles ne coalesceront pas. Finalement, la frontière (5) correspond à une limite de concentration d'électrolytes (10^{-4} mol/L) en dessous de laquelle une répulsion entre les deux bulles est présente (la pression double-couche et la pression de Van der Waals) et empêche le film liquide séparant les deux bulles d'atteindre son épaisseur critique et donc de coalescer. Cela a été mis en évidence par Yaminsky *et al.* [82].

La deuxième carte (figure 2.11) permet de comparer la carte théorique réalisée avec les différents modèles expliqués précédemment et des données expérimentales. Pour cela, Horn *et al.* [5] ont récupéré les données d'autres auteurs et ont parfois dû faire des approximations plausibles si la vitesse terminale n'était pas fournie. Ainsi, les zones blanches correspondent aux zones où la coalescence est lente ou n'a pas lieu alors que les zones bleues correspondent à une coalescence rapide. La zone orange correspond à là où les forces de la double-couche peuvent empêcher la coalescence. Les expériences sont représentées par des barres : pleines si la coalescence est lente ($> 1s$) ou n'a pas lieu et blanche si une coalescence rapide a lieu. On remarque que globalement, les données expérimentales semblent plutôt bien correspondre à la carte théorique. Nous n'allons pas détailler ici toutes les études mises en avant, mais simplement les citer et discuter des différences présentes. Ainsi les données marquées comme KL, DW, D, RM, L, Y, LZ et CNP sont très proches de la carte théorique. En revanche les données de K et C diffèrent légèrement de la carte théorique car une coalescence rapide est observée dans la zone où justement elle est censée être lente ou inexistante selon le modèle de Yaminsky. Pour Christenson [91], un temps de contact parfois long peut être à l'origine

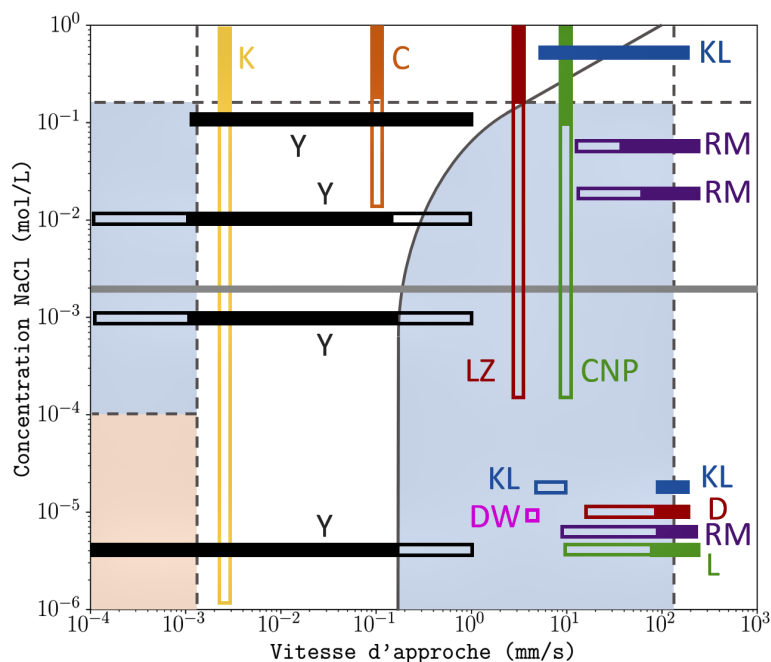


Figure 2.11 Reproduction de la carte réalisée par Horn *et al.* [5] indiquant les différents régimes de collision de bulles avec des résultats de la littérature superposés dessus. Les zones bleues correspondent à une coalescence rapide, les zones blanches à une coalescence lente ou un rebond et la zone orange à une non-coalescence. Chaque barre correspond à un intervalle de résultats obtenus dans la littérature : Y pour Yaminsky *et al.* [82,89] ; K pour Karakashev *et al.* [90] ; C pour Christenson *et al.* [91] ; KL pour Kirkpatrick et Lockett [83] ; RM pour Ribeiro et Mewes [84] ; LZ pour Lessard et Zieminsky [92] ; CNP pour Craig, Ninham et Pashley [93] ; DW pour Drogaris et Weiland [94] ; D pour Duineveld [72] et L pour Lehr *et al.* [95]. La barre horizontale grise correspond à de l'eau du robinet.

de la coalescence observée dans cette zone.

Dans nos expériences, nous nous intéressons uniquement à de l'eau du robinet, pour laquelle la concentration en NaCl est estimée à environ 10^{-3} mol/L. Nous l'avons représentée par une ligne grise horizontale sur la figure 2.11. Nous pourrions donc positionner par la suite nos résultats par rapport à cette carte.

Cependant, cette carte ne prend en compte que la concentration de NaCl alors que d'autres contaminants ou électrolytes peuvent être présents et donc influencer les différentes zones.

2.2.2 Interaction entre deux bulles côte-à-côte

Nous allons ici nous intéresser à l'interaction entre deux bulles de taille similaire s'élevant côte-à-côte dans de l'eau stagnante. Lorsque ces bulles vont monter vers la surface sous l'effet de la flottabilité, elles vont interagir entre elles et parfois entrer en contact. Dans ce cas, elles peuvent potentiellement coalescer.

De nombreuses études se sont déjà intéressées à ce sujet précis, que ce soit théoriquement [96, 97], numériquement [98–101] ou expérimentalement [7, 72, 102, 103].

Trois résultats principaux ont été résumés par Agrawal *et al.* [7] :

- dans un écoulement de Stokes, deux bulles côte-à-côte vont rester à égale distance l'une de l'autre
- à bas nombre de Reynolds, les bulles se repoussent
- à haut nombre de Reynolds, les bulles s'attirent

Legendre *et al.* [98] ont étudié numériquement l'interaction et la distance entre deux bulles sphériques pour un nombre de Reynolds allant de 0.02 à 500. Ils ont montré que pour un Re élevé, les tourbillons derrière les bulles sont confinés dans une couche limite plus petite que la distance entre les deux bulles. Dans ce cas, il y a une attraction des deux bulles entre elles. En revanche, pour des Re plus faibles, le champ des tourbillons est plus large ce qui résulte en une répulsion des deux bulles. Ce résultat a été confirmé dans une étude de Zhang *et al.* [101] dans laquelle l'interaction des tourbillons des deux bulles a été analysée en détail grâce à une étude DNS (*Direct Numerical Simulation*).

Hallez et Legendre [104] ont étudié l'influence de l'angle initial sur l'interaction entre les deux bulles et ont trouvé que la configuration la plus stable est celle côte-à-côte. Ils n'ont cependant pas pris en compte la déformation initiale des bulles à cause des limites de leur modèle numérique.

Le comportement de trois types de bulles s'élevant côte-à-côte a été récemment étudié numériquement par Mirsandi *et al.* [6] dans des liquides avec différentes viscosités :

- bulles sphériques à bas nombre de Reynolds : ces bulles, si seules, s'élèvent en gardant une forme sphérique et en suivant une trajectoire rectiligne. Pour deux bulles côte-à-côte, l'interaction est répulsive. La vitesse horizontale des bulles augmente jusqu'à un maximum puis décroît, indiquant une distance d'équilibre entre les deux bulles. Le rapport d'aspect en revanche reste constant. Plus la distance initiale entre les deux bulles est grande et moins la répulsion est importante, et plus elle tarde à arriver. Le

champ de vorticité derrière chaque bulle est aussi modifié par la présence d'une autre bulle.

- bulles ellipsoïdales : lorsque seules, elles s'élèvent en gardant une forme sphéroïdale, en suivant une trajectoire rectiligne et avec une vitesse terminale plus   lev  e que pour les bulles sphériques. Dans le cas de deux bulles, elles vont avoir tendance à s'attirer et même rebondir si la distance initiale est suffisamment petite. En revanche, si la distance initiale augmente, l'effet attractif baisse rapidement. Cet effet attractif est expliqué par les auteurs comme étant dû à l'effet de Bernoulli (la pression entre les bulles est plus petite que la pression autour). En effet, selon Magnaudet et Mougin [37], il n'y a pas de tourbillons derrière des bulles avec un tel rapport d'aspect. Cependant, en observant la vorticité, il est observé que deux vortex se créent au moment du rebond, créant une portance repoussant les deux bulles (voir figure 2.12).
- bulles déformables : en fonction du nombre de Morton, ces bulles peuvent avoir une trajectoire rectiligne ou bien développer une instabilité de la trajectoire (comme décrite précédemment) et donc avoir un mouvement zig-zag ou spiral. Dans le cas de deux bulles côte-à-côte, celles-ci ont tendance à s'attirer, rebondir puis continuer en suivant chacune une trajectoire qui leur est propre. Comme pour la catégorie de bulles précédente, plus la distance initiale entre les deux bulles augmente et plus l'interaction sera faible.

Mirsandi *et al.* [6] ont comparé leurs résultats théoriques à ceux expérimentaux de Kong *et al.* [105]. Globalement, les deux études ont montré des résultats très similaires, ce qui a permis de valider le modèle numérique utilisé. Cependant une différence notable dans le comportement des bulles déformables est qu'expérimentalement, elles avaient tendance à se rapprocher de nouveau après contact et même rebondir plusieurs fois pendant leur ascension. En revanche numériquement, ce phénomène n'a jamais été observé. L'explication donn  e par Mirsandi *et al.* est le fait que le sillage de bulles précédentes était toujours présent expérimentalement.

D'autres études ont confirmé les résultats énoncés précédemment et ont mis en avant le rôle important des tourbillons dans l'interaction entre les bulles [99]. Certains ont aussi fait le rapprochement entre le sillage des bulles et leur coalescence ou rebond [40, 72, 102]. Sanada *et al.* [102] ont notamment effectué des études expérimentales et ont conclu qu'il s'agissait du facteur principal de distinction. Sone *et al.* [103] ont étudié expérimentalement le mouvement de deux bulles qui ont un mouvement zig-zag. Pour différentes distances initiales, ils ont classé les interactions en trois catégories différentes en utilisant le nombre adimensionnel l/D_e (l

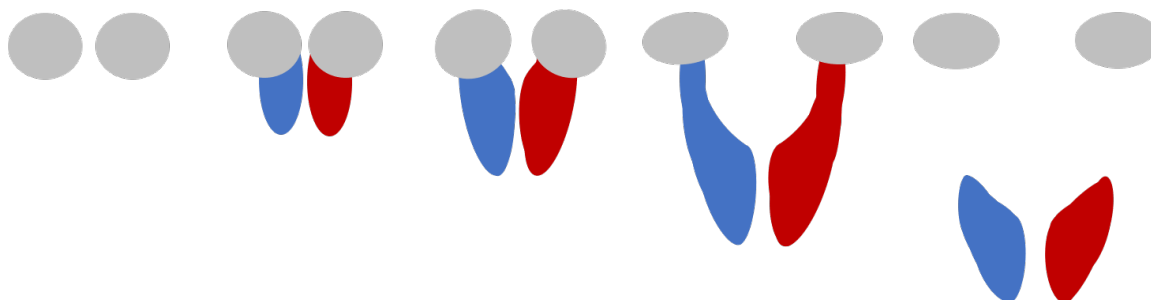


Figure 2.12 Évolution de l'isosurface de la vorticité selon y inspir e de Mirsandi *et al.* [6]. Les tourbillons derrière les bulles se créent lors du contact et vont induire une force de portance qui va repousser les deux bulles.

est la distance centre à centre et D_e est le diamètre équivalent) :

- pas d'interaction ($l/D_e > 3.1$) : dans ce cas, les trajectoires et vitesses observées sont les mêmes dans le cas de deux bulles que d'une seule.
- interaction sans collision ($1.5 < l/D_e < 3.1$) : dans ce cas, les vitesses verticales ne varient pas beaucoup entre une ou deux bulles, mais les vitesses horizontales sont en revanche de deux bulles sont d ephass ees par rapport à une bulle seule.
- interaction avec collision ($l/D_e < 1.5$) : dans ce cas, après collision, les bulles peuvent soit coalescer, soit rebondir. Dans le cas d'un rebond, deux observations ont été faites : soit seule la vitesse horizontale des deux bulles diminue grandement, soit les vitesses horizontales et verticales diminuent.

Plus récemment, Agrawal *et al.* [7] ont également  etudi e l'interaction entre deux bulles s'élevant côte-à-côte et suivant une trajectoire zig-zag, mais aussi spirale. Leur étude a port e sur des bulles allant de 3 mm à 8 mm de rayon et permet grâce à un système de miroirs de reconstituer la trajectoire en trois dimensions des bulles. Elle est donc très proche des expériences menées dans cette maîtrise. Il est important de préciser ici que les bulles ont une grande variation dans leur forme au cours de la trajectoire, alors que certaines études précédentes s'intéressaient plutôt à des bulles sphériques ou ellipsoïdales. Contrairement à Sone *et al.* [103], ils ont avanc e que la trajectoire de deux bulles est différente de celle d'une seule lorsque $l/D_e > 7$ (avec l et D_e les mêmes quantités qu' enonc e plus haut).

Pour une distance centre-à-centre élevée, les deux bulles suivent une trajectoire spirale périodique (comme pour une bulle seule). Cependant, pour une distance centre-à-centre plus petite, l'une des deux bulles se met à suivre une trajectoire hélicoïdale non périodique. Il y a, pour deux bulles, une baisse de l'amplitude et une augmentation de la longueur d'onde (des trajectoires) en comparaison d'une bulle seule. Cette réduction du mouvement oscillatoire est

associée par les auteurs à la déformation des bulles et à la force d'attraction entre les deux bulles.

Pour des distances encore plus proches, les deux bulles semblent avoir une trajectoire hélicoïdale non périodique ce qui prouve une forte influence des deux bulles entre elles. Sur la figure 2.13, on remarque que les deux bulles semblent avoir une influence l'une sur l'autre jusqu'à $l/D_e = 7.0$. Au-delà, leur comportement devient semblable à celui d'une bulle seule.

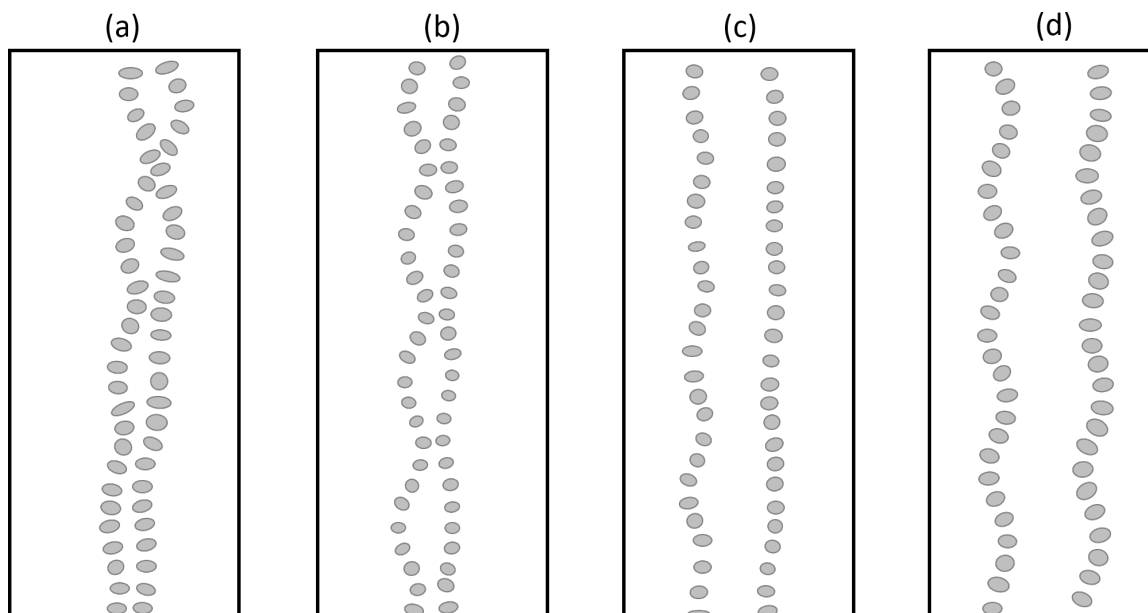


Figure 2.13 Représentation des trajectoires vues de face obtenues par Agrawal *et al.* [7] pour : (a) $l/D_e = 2.7$; (b) $l/D_e = 3.6$; (c) $l/D_e = 7.0$; (d) $l/D_e = 9.6$. Les autres paramètres sont : $D_e = 5.8\text{mm}$, $Ga = 489$, $EO = 1.13$. La forme des bulles est schématisée.

Finalement, ils ont aussi modifié la taille de la bulle et ont observé deux phénomènes : une baisse de l'amplitude de la longueur d'onde de la trajectoire et une baisse de la période des fluctuations des vitesses selon x et z .

Tripathi *et al.* [99] ont étudié numériquement la montée de deux bulles côte-à-côte. Ils se sont placés dans les régimes I et II de leur carte présentée précédemment (voir figure 2.5). Ils ont constaté que les bulles ont tendance à se repousser à cause des tourbillons formés derrière. De plus, la probabilité de passer à une trajectoire hélicoïdale est plus élevée. Les tourbillons font que les deux bulles ont tendance à avoir un mouvement symétrique l'une par rapport à l'autre. La présence d'une deuxième bulle va réduire l'amplitude des spirales, comme dans l'étude précédente.

2.2.3 Interaction entre deux bulles en ligne

L'autre configuration très étudiée dans la littérature est lorsque les deux bulles sont relâchées l'une derrière l'autre : on appelle cela la configuration "en ligne". Tandis que certains ont confiné les bulles pour forcer leur alignement en montée, d'autres ont plutôt étudié l'interaction entre une bulle et la surface libre (qui peut être considérée comme étant une bulle de diamètre très grand) ou d'autres encore ont simplement relâché les bulles l'une derrière l'autre et ont observé leurs comportements.

En considérant un écoulement irrotationnel, une fine couche limite et un sillage derrière chaque bulle, Harper [106] a trouvé l'existence d'une distance à l'équilibre entre les deux bulles. Il s'agit de la balance entre une force répulsive liée au flux irrotationnel et une force attractive liée à l'influence de la couche limite de la première bulle sur la couche limite de la deuxième. Ce résultat a été confirmé par Yuan et Prosperetti [107] et Hallez et Legendre [104]. Ces auteurs ont aussi prouvé l'existence d'une position d'équilibre pour de bas nombres de Reynolds pour un régime axisymétrique.

Des expériences ont été réalisées par Katz et Meneveau [108] pour des nombres de Reynolds encore plus petits dans un régime inertiel en utilisant de l'eau distillée. Dans ce cas, les bulles coalesçaient à chaque fois. En revanche, dans le même régime, les expériences de Watanabe et Sanada [109] dans de l'huile silicone ont montré des rebonds et non des coalescences. Dans des régimes inertiels intermédiaires, ces auteurs n'ont pas observé de rebonds de bulles et la distance d'équilibre est instable. Kusuno et Sanada [110] et Kusuno *et al.* [111] ont étudié des bulles dans ce régime avec de l'eau ultra-pure ou de l'huile silicone.

Lorsque la bulle de derrière est attirée par la première bulle, un phénomène connu peut se produire : il s'agit du *drafting-kissing-tumbling* (DKT, voir figure 2.14). Ce phénomène a été bien étudié dans le cas de la sédimentation de particules sphériques [112–114] et dans certaines conditions de sphéroïdes allongées [115]. Concrètement, la bulle de derrière va rattraper la bulle de devant (*drafting*) jusqu'à la collision (*kissing*). Les deux bulles vont ensuite perdre leur alignement vertical (*tumbling*) et vont avoir tendance à s'aligner horizontalement. Dans ce cas, les bulles vont continuer à s'élever, mais dans une configuration maintenant côte-à-côte. Kusuno *et al.* [111] ont observé ce phénomène pour des bulles avec $10 < Re < 25$ et $0.3 < We < 1.1$.

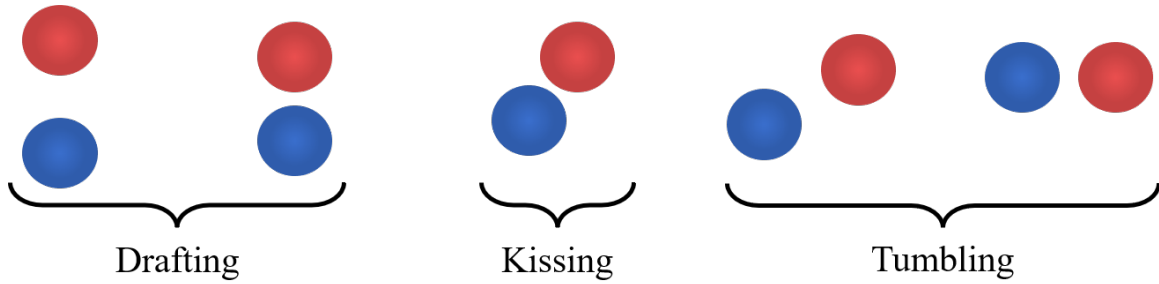


Figure 2.14 Schématisation du phénomène DKT (*Drafting Kissing Tumbling*). En rouge est la LB (*Leading Bubble*) et en bleu la TB (*Trailing Bubble*). La TB se rapproche progressivement de la LB puis la "pousse" vers le côté pour finalement la rattraper.

Par la suite, pour désigner la bulle de devant, nous utiliserons l'acronyme LB (*Leading Bubble*) et pour désigner la bulle de derrière, nous utiliserons TB (*Trailing Bubble*).

Plus récemment, Zhang *et al.* [8] ont réalisé des simulations 3D plus réalistes que les précédentes pour étudier l'évolution d'une paire de bulles déformables relâchées initialement en ligne. Ils ont utilisé une condition de glissement à la surface de la bulle ce qui va générer des bulles rapides. Ils se sont tout d'abord intéressés au régime dominé par les effets inertiels dans lequel la trajectoire d'une bulle simple est rectiligne ($10 \leq Ga \leq 30$ et $0.02 \leq Eo \leq 1.0$). Il s'agit donc de bas nombres de Reynolds (de l'ordre de 10 à 100). Ils ont trouvé que les bulles pouvaient avoir une distance finale d'équilibre ou bien entrer en contact et coalescer. Cependant, la distance d'équilibre est trouvée comme étant instable en trois dimensions (ce qui confirme les affirmations de Harper [106]). En effet, toute déviation de la bulle de derrière par rapport à celle de devant est amplifiée en raison de la force de portance qui tend à la chasser du sillage de la première bulle. Dans la plage de Ga et Bo donnés, ces auteurs ont distingué deux configurations : axisymétrique et tridimensionnelle.

Dans la configuration axisymétrique, ils ont pu vérifier leur modèle numérique à l'aide des données des différentes études citées précédemment. Ils ont confirmé l'existence d'une distance d'équilibre entre les deux bulles dont la première approximation pour toutes leurs expériences est :

$$l_e = 2.025 \log Re - 3.56 - 0.98We - 0.36We^2 \quad (2.31)$$

Lorsque cette distance devient suffisamment petite, cela signifie que les bulles vont coalescer. Elles ont aussi tendance à ne pas garder une forme totalement sphérique, mais à s'aplatir légèrement.

Dans la configuration tridimensionnelle, cette distance d'équilibre n'existe pas à cause de perturbations non axisymétriques. Zhang *et al.* [8] ont observé trois comportements différents (voir figure 2.15) :

- DKT : dans cette situation, les bulles dévient de manière presque symétrique de leur chemin initial lorsqu'elles sont très proches l'une de l'autre. L'espacement minimal entre les deux bulles est de l'ordre de leur rayon ou moins. Une fois ce phénomène DKT passé, elles se mettent à monter de manière côte-à-côte avec une distance centre à centre horizontale de l'ordre de 3 rayons. Elles ont tendance à rester dans un plan vertical et aucun tourbillon n'est observé derrière elles. Lors du DKT, leurs vitesses évoluent : tout d'abord les deux bulles ont la même vitesse, puis la TB va accélérer jusqu'à rattraper la LB et donc la "pousser". Elles vont donc atteindre la même vitesse avant de se séparer et ralentir toutes les deux pour atteindre une vitesse d'équilibre similaire.
- ASE (*Asymmetric Side Escape*) : dans cette situation, la TB va se séparer de la trajectoire de la LB alors qu'elles sont encore loin l'une de l'autre. Elles vont ensuite remonter chacune de leur côté avec une inclinaison constante entre 30 et 40. Pas de tourbillons stables sont observés derrière les bulles. Durant ce phénomène, la LB ne va presque pas avoir de variations dans ses vitesses horizontale et verticale alors que TB va voir une augmentation dans ses deux vitesses puis quelques oscillations avant de se stabiliser.
- collision et coalescence : parfois aucun des deux phénomènes précédents ne se produit et les deux bulles vont entrer en collision et coalescer. C'est le cas à partir d'un certain Eo limite, variant en fonction du nombre de Galilée (voir figure 2.15). En effet, la vorticité g  n  r  e par une bulle est proportionnelle à la courbure de sa surface. Ainsi, l'interaction du sillage de la première bulle sur la deuxième sera plus forte si sa courbure est plus   lev  e, et donc si le Eo est plus grand. Cela va stabiliser la configuration en ligne en retardant les perturbations non axisymétriques, favoriser la succion de la deuxième bulle par la première et ainsi favoriser la coalescence. Les auteurs précisent que pour de tels nombres d'Eötvös, il n'y a pas d'alvéole (*dimple*) qui se développe sur la surface de la bulle. Après coalescence, la bulle résultante a un plus gros diamètre, mais continue de monter de manière rectiligne car elle est toujours en dessous (mais proche) de la limite pour laquelle l'instabilité de la trajectoire se développe.

Zhang *et al.* [8] ont aussi étudié l'influence des conditions initiales sur le comportement des bulles. Une déviation initiale très petite est suffisante pour avoir un impact sur leur comportement et notamment le régime DKT n'est plus présent. En effet, dès le début la bulle de derrière sera soumise à un écoulement non axisymétrique, ce qui va faciliter sa déviation de

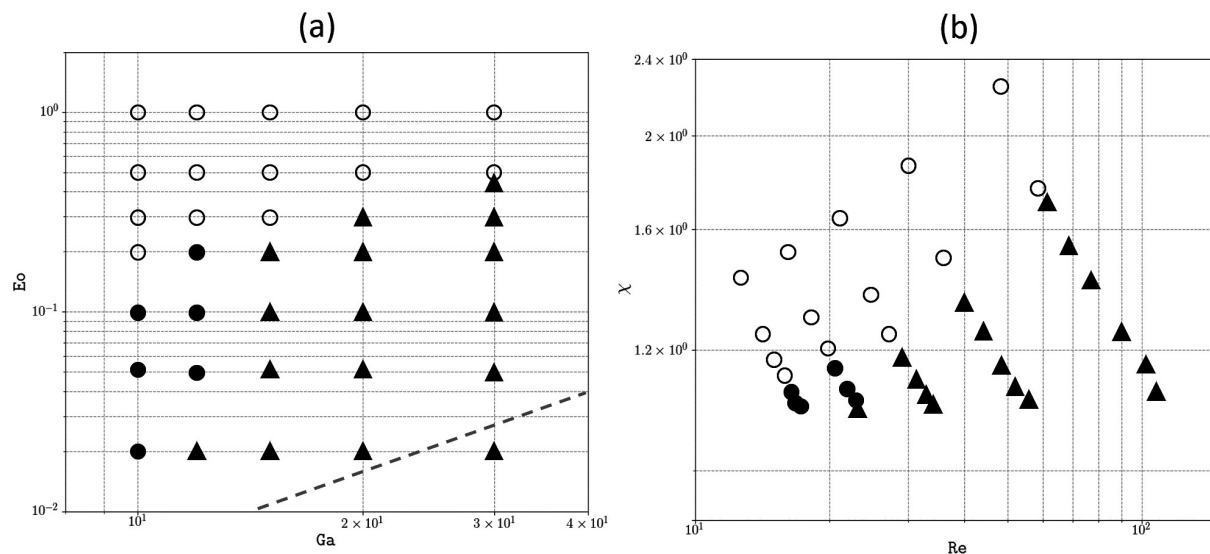


Figure 2.15 Copie des résultats de Zhang *et al.* [8]. (a) Diagramme (Ga , E_o). (b) Diagramme (Re , χ).

Légende : \circ : collision suivie de coalescence ; \bullet : phénomène DKT (*Drafting Kissing Tumbling*) ; \blacktriangle : phénomène ASE (*Asymmetric Side Escape*) ; (- -) courbe pour l'eau.

la trajectoire de la première bulle. Cela peut permettre d'éviter la coalescence tant que la force latérale est dominée par la force de portance induite par le cisaillement. En revanche, ce ne peut plus être le cas lorsque la bulle n'est plus sphérique.

Les études précédemment citées dans la configuration en ligne sont limitées à des nombres de Reynolds bas (10 à 100), et des trajectoires rectilignes. En effet, le ratio de densité liquide-gaz est souvent petit ce qui fait que la bulle sera moins sensible aux possibles fluctuations. Dans d'autres cas, les auteurs ont forcé la bulle à garder une forme sphérique [116]. Dans des simulations plus récentes, ces contraintes ont été enlevées, mais les paramètres sont tout de même choisis afin que les bulles ne soient pas soumises à l'instabilité de la trajectoire (zig-zag ou spirale) [117, 118].

Cependant, ces résultats ne sont pas du tout représentatifs de la plupart des expériences réalisées dans de l'eau et donc des différentes applications industrielles. La plupart se sont concentrés sur de faibles nombres de Reynolds (10 à 100) correspondant à un régime inertiel modéré [111].

La deuxième étude de Zhang *et al.* [9] se concentre quant à elle sur la configuration en ligne

pour des nombres de Reynolds allant de 100 à 1000 environ, des nombres de Galilée de 40 à 90 et des nombres d'Eotvos de 0.02 à 1.0. Les bulles suivent donc une trajectoire zig-zag ou hélicoïdale.

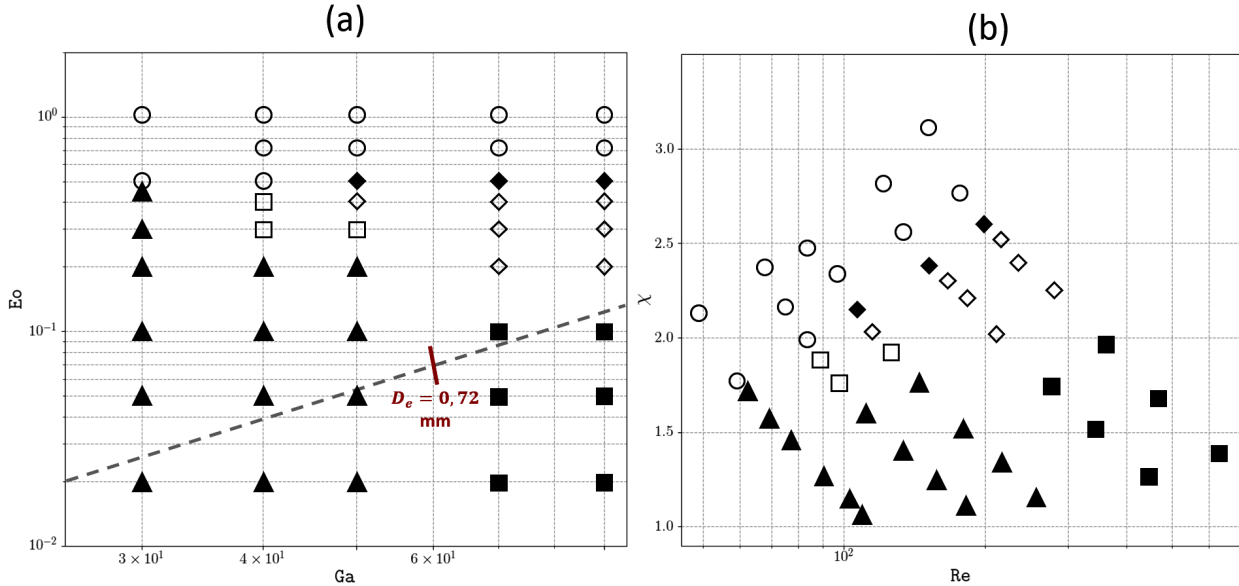


Figure 2.16 Copie des résultats de Zhang *et al.* [9]. (a) Diagramme (Ga, Eo). (b) Diagramme (Re, χ).

Légende : \circ : collision suivie de coalescence ; \blacktriangle : phénomène ASE (*Asymmetric Side Escape*) ; \square : phénomène CIZ (*Coplanar Independent Zigzagging*) ; \blacksquare : phénomène SIE (*Small-amplitude Independent Erratic*) ; \diamond : phénomène NIZ (*Non-coplanar Independent Zigzagging*) ; \blacklozenge : phénomène IFS (*Interacting Flattened Spiralling*) ; (- -) : courbe pour l'eau.

Six comportements différents ont pu être observés par les auteurs, et sont mis en avant dans la carte (Ga, Bo) (voir figure 2.16) :

- ASE (*Asymmetric Side Escape*) : en dessous d'un seuil et pour des nombres de Galilée allant jusqu'à 70, les bulles subissent le même effet que vu précédemment. La TB va sortir de la trajectoire de la LB et les bulles vont monter séparément.
- collision : au-delà d'un autre seuil, les deux bulles vont toujours entrer en contact. Les détails de la collision n'ont pas été étudiés par les auteurs.
- CIZ (*Coplanar Independent Zigzagging*) : dans ce régime, la TB se détache complètement du sillage de la LB et les deux bulles vont s'élever dans le même plan vertical en effectuant de larges amplitudes de zig-zag.
- NIZ (*Non-coplanar Independent Zigzagging*) : dans ce régime, le Eo a été légèrement augmenté par rapport au régime CIZ. Ici encore, après la déviation de la TB par

rapport à la LB, elles vont monter en suivant une trajectoire zig-zag ou spirale aplatie, mais cette fois dans deux plans différents. La différence entre les régimes CIZ et NIZ est liée à la capacité de la LB à développer son instabilité de la trajectoire. En effet, les deux bulles ont tendance à évoluer naturellement dans le même plan si le rapport d'aspect de la LB est en dessous de 2.2 car elle va être influencée par le mouvement de la TB. Cependant, lorsqu'elle est suffisamment aplatie, elle va développer son instabilité de la trajectoire indépendamment de la bulle en dessous.

- IFS (*Interacting Flattened Spiralling*) : en augmentant encore légèrement le Eo , les deux bulles vont encore évoluer en suivant une trajectoire zig-zag ou spirale, mais la LB va produire un sillage suffisamment fort pour que la TB entre de nouveau dedans une ou plusieurs fois. À cause des tourbillons présents derrière la première bulle, il est possible d'observer des déviations marquées dans la trajectoire de la deuxième bulle.
- SIE (*Small-amplitude Independent Erratic*) : dans ce régime présent pour de forts Ga et faibles Bo , les bulles suivent un scénario ASE, mais avec de faibles amplitudes d'oscillations dans leur trajectoire.

Les auteurs ont ensuite essayé de désaligner les deux bulles très légèrement. Ils ont remarqué que cela favorisait des oscillations des deux bulles dans le même plan vertical. Puis dépendamment de la distance qui va les séparer, leurs interactions peuvent être augmentées ou diminuées. Ils ont aussi essayé de faire varier la distance initiale entre les bulles et ont aussi remarqué un changement dans certains comportements. Dans les régimes CIZ et NIZ, augmenter la distance initiale va diminuer leur inclinaison finale. Pour le régime IFS, l'influence est plus complexe. Augmenter la distance initiale va avoir tendance à diminuer la déviation horizontale de la TB et donc réaligner leurs trajectoires ce qui peut engendrer d'autres interactions. Cependant, ces interactions sont d'autant plus faibles que leur distance est élevée. Pour le régime de collision, la distance initiale ne semble pas avoir d'influence car la collision est tout de même observée.

2.2.4 Interaction entre deux bulles : cas général

Contrairement aux deux cas présentés précédemment (côte-à-côte et en ligne), le cas de deux bulles s'élevant dans une configuration quelconque a été relativement peu étudié alors que c'est le plus répandu dans les différentes applications industrielles.

Pour des bulles sphériques, en notant θ l'angle entre la droite reliant le centre des deux bulles et la verticale, Kok [97], dans son étude théorique en écoulement potentiel, a trouvé l'existence d'un angle critique $\theta^* = 54.73$ en dessous duquel les bulles se repoussent ou au-dessus duquel elles s'attirent. Duineveld [72] a ensuite confirmé ces résultats et les a étendus à de plus grosses bulles (allant jusqu'à 2 mm de diamètre équivalent) qui ne conservent plus une forme sphérique, mais qui deviennent ellipsoïdales. Plus précisément, l'auteur a trouvé une concentration critique de surfactants pour laquelle le comportement va changer. En dessous de cette concentration (comme dans de l'eau pure), les bulles relâchées dans une configuration qui n'est pas côte-à-côte ont tendance à se repousser alors qu'au-delà de cette concentration critique, elles ont tendance à s'attirer.

Hallez et Legendre [104] ont étudié l'interaction entre deux bulles sphériques pour différentes positions initiales, dont différents θ . Ils se sont notamment intéressés aux forces de traînée et portance agissant sur les bulles. Ils ont finalement conclu que la position finale stable correspondait aux deux bulles s'élevant côte-à-côte donc pour $\theta = 90^\circ$.

Zhang *et al.* [8,9] ont aussi un peu étudié une position quelconque dans leur étude sur deux bulles relâchées en ligne. Ils ont regardé l'effet d'un léger décalage de la bulle de derrière par rapport à l'axe vertical de celle de devant. Ils ont trouvé que même si le décalage était très petit, cela pouvait avoir une grande influence car la configuration est dès le début non axisymétrique.

Dans le cas de leurs premières expériences pour de faibles nombres de Reynolds et de Galilée [8], la déviation de la bulle de derrière est déclenchée beaucoup plus tôt que dans une configuration où les deux bulles sont parfaitement alignées dès le début. Dès une déviation initiale de $\theta_0 = 2^\circ$, le régime DKT (*drafting-kissing-tumbling*) décrit dans la partie précédente n'existe plus. De plus, le nombre d'Eötvös critique à partir duquel les bulles entraînent en collision et potentiellement coalesçaient est nettement augmenté car la bulle de derrière a un temps plus long pour quitter le sillage de la première bulle. Finalement, lorsque deux bulles n'entrent pas en collision, elles vont avoir une séparation finale plus petite que si elles avaient

été alignées verticalement. Cela est dû au fait que la portance générée sur la deuxième bulle est plus faible.

Dans le cas de leurs deuxièmes expériences pour des Re et Ga plus élevés [9], l'angle initial de relâché va avoir une grande influence sur la tridimensionnalité de la trajectoire. Elles vont notamment faire que les bulles vont avoir tendance à développer une trajectoire dans le plan vertical qui passait par leurs centres initialement. En effet, la bifurcation de la bulle de derrière est influencée par la position de celle de devant et va donc déclencher le zig-zag préférentiellement dans ce plan. Une conséquence importante du décalage initial est aussi le fait que les bulles vont avoir tendance à faire de larges zig-zag lorsque l'instabilité de la trajectoire est déclenchée (donc après le régime ASE) et donc leur distance sera suffisamment élevée pour que l'interaction soit faible. Il n'y aura plus de régime IFS, mais plutôt un régime CIZ à la place. Cependant, la bulle de derrière va quand même avoir tendance à entrer dans le sillage de la bulle de devant plusieurs fois, ce qui peut modifier sa vitesse par exemple.

2.3 Modèles numériques de coalescence

L'étude et la compréhension du comportement d'une bulle ou de deux bulles ont pour objectif final de comprendre le comportement d'un essaim de bulles. En effet, dans plusieurs applications industrielles, de tels essaims peuvent être utilisés ou générés pour la réoxygénation de l'eau par exemple. Comprendre le comportement et l'interaction entre deux bulles va ainsi améliorer les simulations numériques en simulant des interactions deux-à-deux plus proches de la réalité. Cependant, il est encore nécessaire de faire de nombreuses approximations car l'interaction entre plus de deux bulles est particulièrement complexe. Afin de déterminer l'évolution d'une population de bulles, l'équation d'équilibre de la population de bulles est généralement utilisée (PBE : *Population Balance Equation*) [10] :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla [vn] = S(V_{bulle}) \quad (2.32)$$

avec n la densité de bulles de volume V_{bulle} , v la vitesse des bulles et S un terme source (prenant en compte la coalescence, fractionnement, changement de phase, transfert de masse, réaction chimique...).

Nous allons essayer ici de voir un peu plus en détail quels modèles sont utilisés dans le terme source pour la coalescence.

Les modèles de coalescence de bulles ont été rapidement mentionnés dans la partie 2.2.1. Comme dit dans cette sous-section, deux paramètres principaux sont considérés pour modéliser le comportement de deux bulles : la fréquence de collision $h(V_1, V_2)$ et l'efficacité des collisions $\lambda(V_1, V_2)$, avec V_1 et V_2 les volumes des deux bulles.

Le terme source de l'équation (2.32) devient alors pour la coalescence :

$$S_c(V) = \frac{1}{2} \int_0^V h(V - V', V') \lambda(V' - V, V') n(V - V', t) n(V', t) dV' - n(V, t) \int_0^\infty \lambda(V, V') h(V, V') n(V, t) dV \quad (2.33)$$

Ce terme est séparé en deux, permettant de considérer la création et la disparition des bulles de volume V . La première partie de l'équation correspond à la création de bulles de volume V à partir de la coalescence de deux bulles de volume $V - V'$. La deuxième partie correspond à la disparition de bulles de volume V par coalescence avec d'autres bulles.

Les modèles pour la fréquence et l'efficacité des collisions sont construits en estimant la surface de contact entre les deux bulles $S_{c,V-V'}$ et leur vitesse relative $u_{r,V-V'}$. Un des modèles de fréquence les plus utilisés est celui proposé par Lee *et al.* [119] qui est lié à la turbulence :

$$h(V_1, V_2) = T \frac{\pi}{4} (d_1 + d_2)^2 (d_1^{2/3} + d_2^{2/3})^{1/2} \epsilon^{1/3} \quad (2.34)$$

avec d_1 et d_2 les diamètres des deux bulles et T une constante.

Des facteurs peuvent aussi être ajoutés afin d'intégrer les caractéristiques dépendantes du taux de vide tel que γ prenant en compte l'augmentation du nombre de collisions ou Π prenant en compte les différences de grandeurs entre l'amplitude du mouvement turbulent et leurs distances.

L'efficacité de coalescence permet ensuite de considérer le fait que les bulles ne coalescent pas toujours lors d'un contact. Il existe trois principaux modèles de coalescence comme mentionnés dans la partie 2.2.1 :

- modèle de drainage du fluide : ce modèle, proposé par Shinnar et Church [120], qui est celui présenté à la partie 2.2.1 est le modèle le plus répandu. L'efficacité de coalescence s'exprime sous la forme : $\lambda = \exp(-\frac{t_{\text{drainage}}}{t_{\text{contact}}})$.
- modèle d'énergie des collisions : ce modèle développé par Howarth [121] considère l'énergie cinétique relative des bulles. Celles-ci fusionnent lorsque l'énergie dégagée lors de la collision est supérieure à un seuil. L'efficacité s'exprime alors $\lambda = \exp(-\frac{E_\sigma}{E_c})$ avec E_σ dépendant de la tension de surface et E_c de la vitesse relative.
- modèle de vitesse critique d'approche : ce modèle se base sur les travaux de Duineveld [122] qui a trouvé que l'efficacité de coalescence est plus importante lorsque la vitesse relative est faible. On a alors : $\lambda = \min(\frac{v_{\text{crit}}}{v_{\text{rel}}}, 1)$ [95].

Liao et Lucas [10] ont résumé les différents modèles dans un schéma (voir figure 2.17).

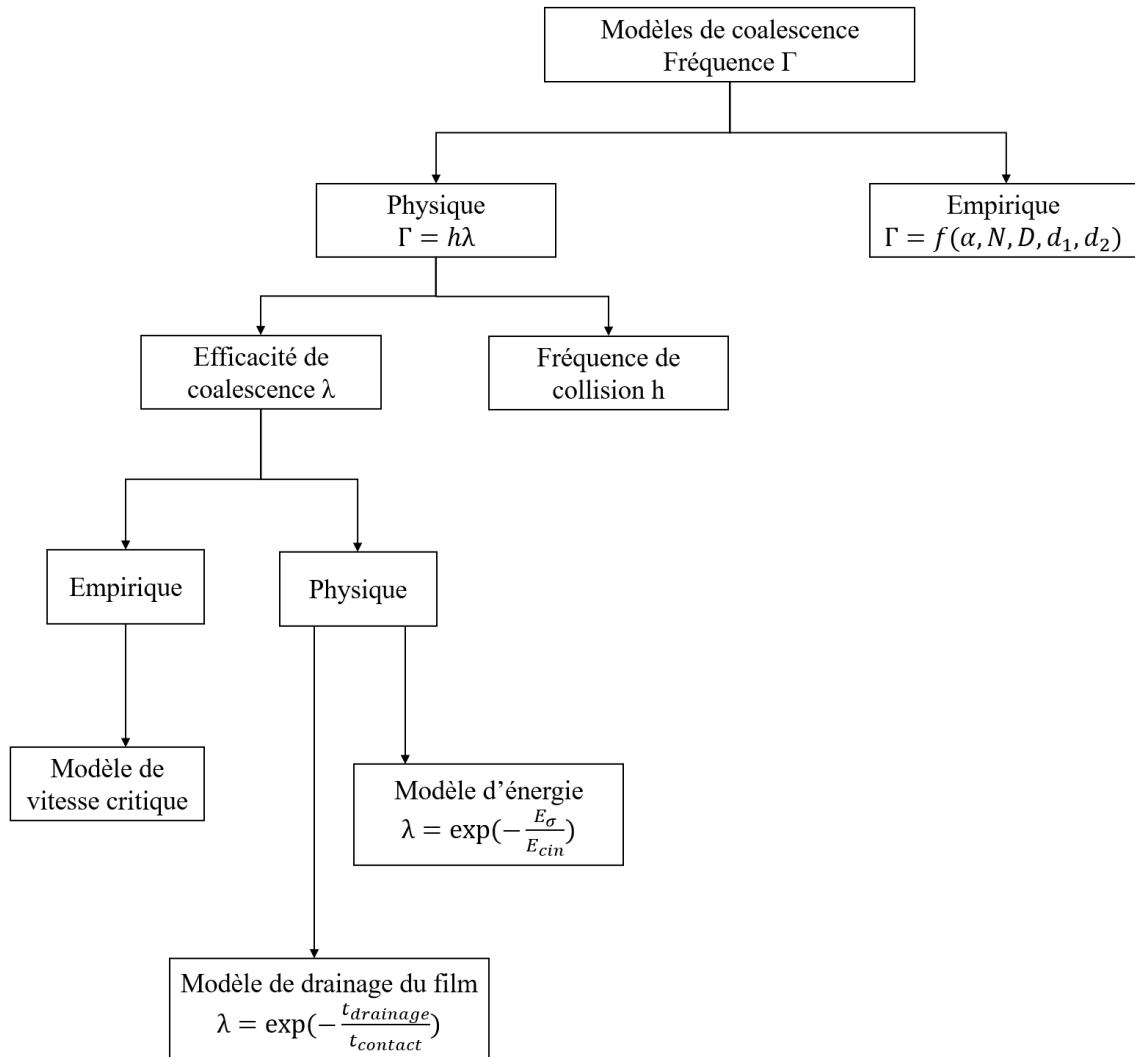


Figure 2.17 Reproduction du schéma résumant les différents modèles de coalescence réalisé par Liao et Lucas [10].

CHAPITRE 3 DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MÉTHODOLOGIE DE TRAITEMENT

Dans ce projet, il a fallu concevoir et construire un dispositif expérimental, ainsi que développer une méthodologie de traitement des données récoltées. Dans ce chapitre, une description générale est tout d’abord donnée. Ensuite, chaque élément du dispositif expérimental est décrit. Enfin, le processus de traitement des données est présenté.

3.1 Description générale

Le dispositif expérimental a été conçu afin de répondre à plusieurs objectifs. Nous avons cherché à créer de manière efficace deux bulles de taille similaire, et de les observer sur une distance la plus longue possible. Nous voulions reconstituer par la suite la trajectoire des bulles en trois dimensions afin d’étudier leur comportement.

Pour cela, nous nous sommes inspirés des travaux effectués dans la littérature, mais aussi de ceux réalisés dans le laboratoire de dynamique des fluides de Polytechnique Montréal. Nous avons décidé de séparer notre montage en quatre principales parties sur lesquelles se fixent tous les autres éléments présents sur la figure 3.1 :

- un cadre métallique permettant de supporter l’ensemble du montage
- une cuve transparente remplie d’eau dans laquelle les bulles seront créées
- une plateforme mobile fixée au cadre métallique et supportant la caméra qui va filmer les bulles
- un dispositif de création des bulles.

La conception de l’ensemble du montage a été faite à l’aide du logiciel CATIA V5. La cuve a été fabriquée par l’entreprise CYB Plastique proche de Montréal. Quelques pièces ont été fabriquées au laboratoire d’usinage de Polytechnique Montréal. La plupart des petits éléments et matériaux ont été achetés directement en ligne sur McMaster-Carr. De nombreux travaux ont aussi été réalisés à l’atelier PolyFab Normand Brais situé au pavillon Lassonde de Polytechnique Montréal.

Une fois la conception de la cuve et du système de création de bulles finie, nous avons effectué plusieurs commandes et la phase construction a commencé. Durant cette phase, plusieurs essais ont été réalisés au fur et à mesure afin d’optimiser l’ensemble du système, la prise de vidéos par la caméra et faciliter le traitement des images par la suite.

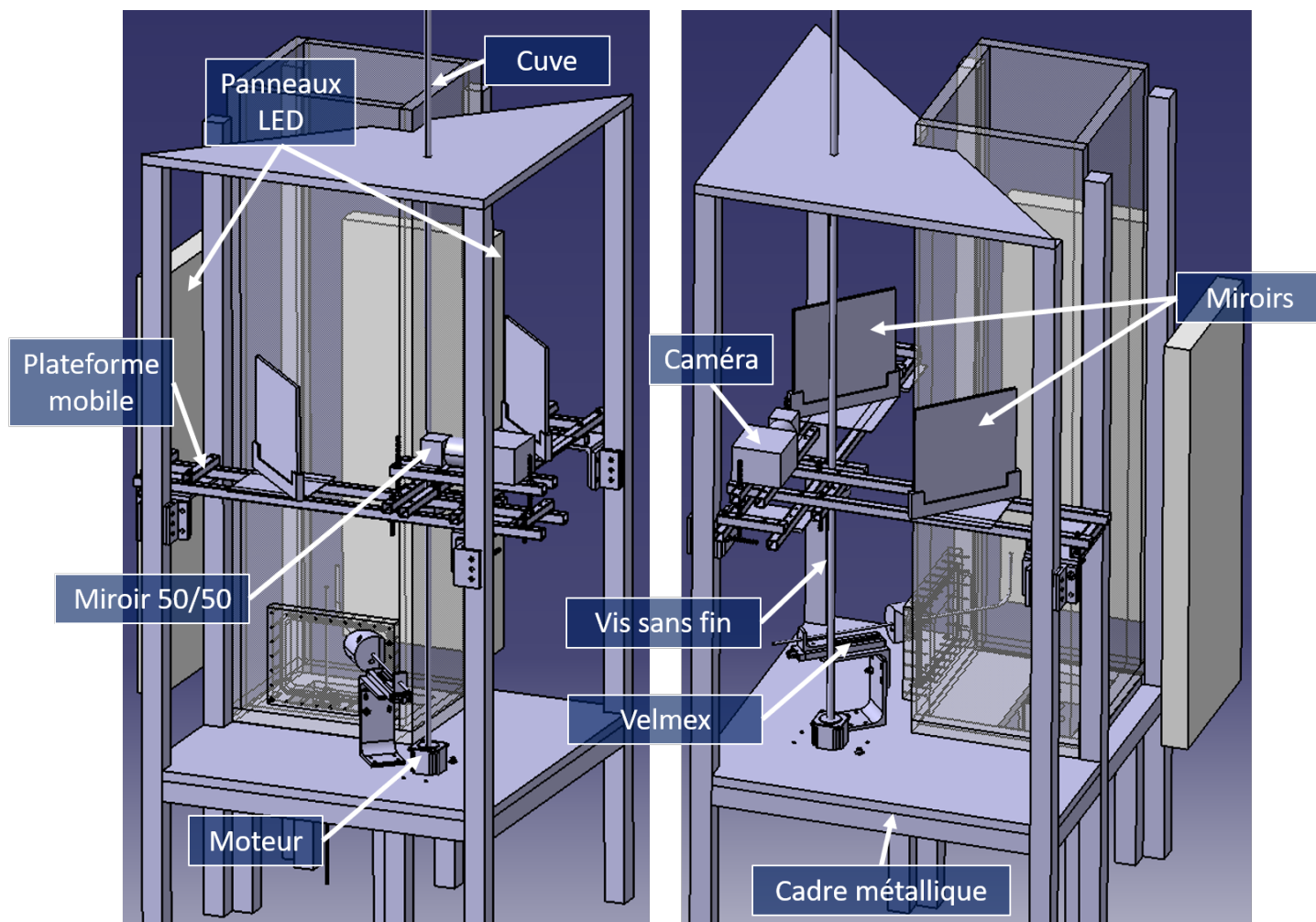


Figure 3.1 Deux vues de l'ensemble du dispositif expérimental. Quelques éléments ajoutés par la suite sont manquants (équerres fixant les miroirs, ressorts, pousse-seringue, tuyaux injectant l'air et aiguilles).

3.2 Dispositif expérimental

Dans cette section, chaque partie du dispositif expérimental est expliquée en détail, avec la justification des choix réalisés. L'aspect global de la plus grande partie du montage est présenté dans la figure 3.1.

3.2.1 Cadre métallique

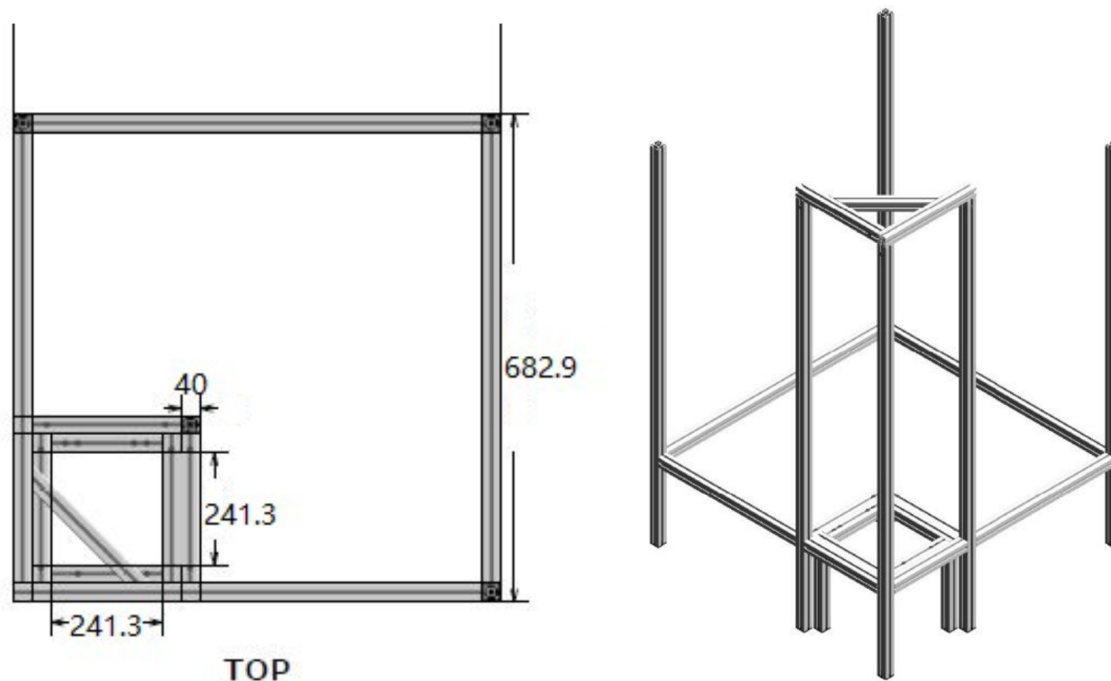


Figure 3.2 Vue de haut et vue isométrique du cadre métallique tiré de [11]. La cuve vient se poser sur le petit carré. Tous les profils sont en aluminium de section carrée 40 x 40 mm.

Pour le cadre soutenant l'ensemble du montage, nous avons réutilisé ce qui avait été déjà construit par Deng [11] lors sa maîtrise. En effet, il a étudié l'interaction entre deux particules dans une cuve remplie d'eau du robinet. Il a donc conçu une structure constituée de profilés d'aluminium et de contreplaqués de bois sur laquelle toutes les autres parties du montage venaient se fixer. Les dimensions extérieures sont 682.9 mm x 692.9 mm x 1691.0 mm (voir figure 3.2).

La conception a été faite à l'aide du logiciel May-CAD, les profilés ont été livrés puis assemblés par Deng.

Sur cette structure, deux plaques fixes en contreplaqué sont fixées : une se situe en bas, au

même niveau que là où est posée la cuve, et une autre se situe en haut des montants et est fixée avec des équerres et vis. Leur épaisseur est d'environ 17.5 mm.

3.2.2 Cuve

Pour la cuve remplie d'eau, nous n'avons pas pu réutiliser celle de Deng [11] car des fuites étaient apparues lors de ses expériences. Nous avons donc décidé d'en concevoir une nouvelle, ce qui a aussi permis d'intégrer le système de création de bulles par la même occasion.

Nous voulions une cuve assez large afin de minimiser la possible interaction des parois sur les bulles. En effet, les parois peuvent induire une force de portance sur l'ascension de bulles proches, et ce n'est pas ce phénomène que nous cherchions à étudier ici.

Pour limiter la distorsion lors de la prise de vidéo par caméra rapide et donc faciliter le traitement d'images, nous avons décidé d'opter pour une section carrée ou rectangulaire. Il fallait aussi que les parois soient transparentes sur une largeur suffisante afin d'observer le mouvement des bulles.

Nous avons choisi un ordre de grandeur des dimensions similaire à celui de la cuve de Deng [11] afin qu'elle puisse être adaptée au cadre métallique. Pour la hauteur, nous étions dans tous les cas limités par la hauteur de la structure sur laquelle vient translater la plateforme mobile. En sachant les informations précédentes et voulant faire en sorte que le dispositif de création de bulles soit fixé sur la structure déjà en place, nous avons cherché la solution la plus efficace à notre problématique.

Nous nous sommes aussi inspirés du montage de Pelletier [2] et avons décidé de créer les bulles avec des aiguilles en bas de la cuve. Nous avons pensé à fixer ces aiguilles au bout de tuyaux en inox (pour le détail, voir la partie suivante). Comme nous voulions contrôler la distance initiale horizontale et verticale entre les deux embouts, nous avons cherché un moyen d'intégrer ces tuyaux dans la conception de la cuve afin que l'ensemble du dispositif soit étanche.

Nous sommes passés par de nombreux modèles de cuve (structure soudée en aluminium avec plaques en acrylique sur les côtés ou structure inspirée d'une veine d'essai d'écoulement par exemple). Nous avons finalement choisi la solution la plus simple et la plus économique (voir figure 3.3). Les différents éléments sont :

- quatre plaques pour les côtés et une plaque en dessous en acrylique, d'épaisseur 25.4 mm (1 pouce), collées parfaitement afin d'assurer une bonne étanchéité

- un manchon à 90 degrés fixé sous la cuve. L'étanchéité entre la cuve et le manchon est assurée par un O-ring. Un tuyau en inox de diamètre extérieur 1/4 pouces peut glisser dans ce manchon afin de contrôler la hauteur de l'aiguille, l'étanchéité étant aussi faite avec un O-ring
- une petite plaque amovible fixée sur un côté de la cuve permettant d'avoir accès facilement au bas de la cuve pour changer les aiguilles au besoin
- un manchon à 45 degrés fixé sur la plaque amovible. Comme celui à 90 degrés, un tuyau en inox de diamètre extérieur 1/4 pouces peut glisser à l'intérieur. L'étanchéité est une nouvelle fois réalisée à l'aide de deux O-ring, un entre la plaque et le manchon et l'autre entre le manchon et le tuyau en inox.

Notons ici que nous avons décidé de faire un manchon à environ 45 degrés (en réalité 50 degrés pour des raisons pratiques de disposition du reste des éléments autour de la cuve) afin de créer les deux bulles dans un plan à environ 45 degrés par rapport aux bords de la cuve. Cela permet de limiter les chevauchements des bulles sur les images prises par la caméra (voir la section 3.3 pour plus de détail).

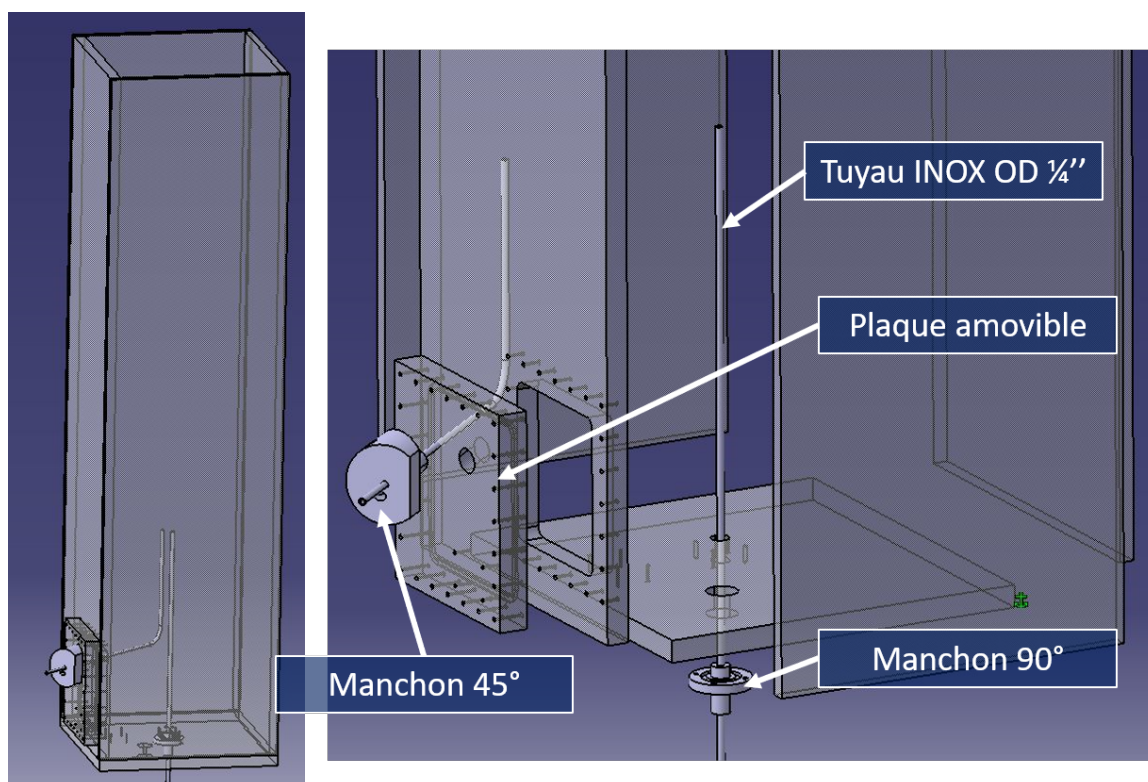


Figure 3.3 Vue globale et vue éclatée de la CAO du bas de la cuve. Différents éléments sont visibles : les plaques d'acrylique, les deux manchons et les tuyaux en inox.

Pour évacuer l'eau, un drain a été vissé sous la cuve. Celle-ci étant surélevée car posée sur la structure métallique, l'évacuation se fait alors directement sous la structure.

Finalement, la cuve que nous avons conçue a une section extérieure de 14.5 x 12.5 pouces et une hauteur totale de 48.0 pouces. Toutes les plaques d'acrylique ont une épaisseur de 1 pouce.

La cuve a été réalisée par CYB Plastique, proche de Montréal puis certains éléments (la plaque amovible et les deux manchons) ont été réalisés dans le laboratoire d'usinage de Polytechnique Montréal.

3.2.3 Dispositif de création des bulles

Pour créer les bulles de manière optimale, nous avons cherché différents moyens dans la littérature (aiguilles, cuillère inversée ...). Nous avons finalement opté pour des aiguilles verticales ou inclinées, comme cela avait été fait par Pelletier [2].

Nous avons cherché à contrôler la taille des bulles afin d'avoir un intervalle de diamètres équivalents conséquent.

Nous voulions aussi contrôler la position initiale des bulles lors de leur formation. Il fallait donc contrôler la distance horizontale et verticale des aiguilles, allant des deux embouts collés à au moins sept diamètres de distance pour les plus grosses bulles. Sept diamètres correspond à la limite à partir de laquelle les deux bulles n'ont plus d'influence l'une sur l'autre d'après Agrawal *et al.* [7].

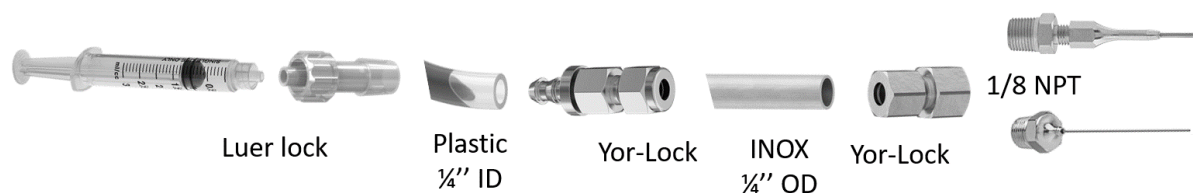


Figure 3.4 Ensemble des pièces utilisées dans le système de création des bulles allant d'une seringue aux aiguilles immergées. ID est pour diamètre intérieur et OD diamètre extérieur.

Les différents éléments permettant de créer une bulle sont détaillés dans la figure 3.4. Comme indiqué précédemment, les bulles sont créées avec des aiguilles. Nous avons pu en tester deux types différents (huit aiguilles au total) :

- 3 biseautées de gauge 17 (ID 0.042”), 18 (ID 0.033”) et 20 (ID 0.024”)
- 5 droites de gauge 10 (ID 0.106”), 13 (ID 0.071”), 16 (ID 0.047”), 19 (ID 0.027”), 22 (ID 0.016”)

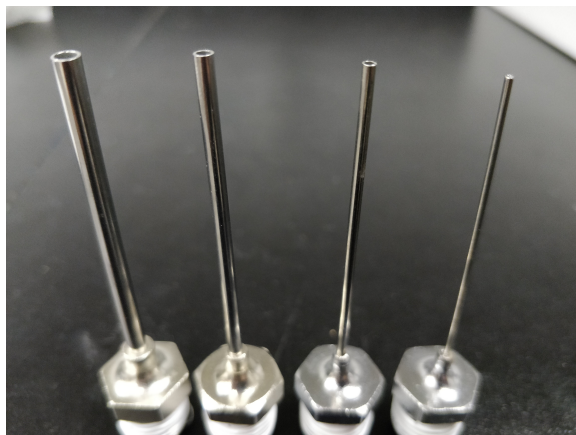


Figure 3.5 Photo des aiguilles utilisées dans les expériences. De gauche à droite : gauge 10, 13, 16, 19.

Après de nombreux essais, nous avons décidé de ne réaliser les expériences qu’avec les aiguilles droites de gauge 10, 13, 16 et 19. En effet, avec les autres embouts, plusieurs bulles étaient expulsées en même temps et il n’était pas possible de contrôler correctement leur relâché. Avec ces quatre aiguilles, nous avons quand même réussi à obtenir beaucoup de tailles de bulles différentes allant environ de 2 à 5.7 mm de diamètre équivalent.

Tableau 3.1 Caractéristiques des aiguilles utilisées

| Gauge | 19 | 16 | 13 | 10 |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ID (pouce) | 0.027 | 0.047 | 0.071 | 0.106 |
| ID (mm) | 0.696 | 1.19 | 1.80 | 2.69 |
| D_e (mm) | [2.02, 3.65] | [2.62, 4.14] | [3.64, 4.85] | [4.01, 5.73] |

Les aiguilles sont vissées sur un embout de type "Yor-Lock" se fixant sur le tuyau en inox de diamètre extérieur 1/4”. De l’autre côté du tuyau se trouve un autre embout "Yor-Lock" permettant de faire le lien avec un tuyau en plastique de diamètre intérieur 1/4”. Finalement, ce tuyau en plastique est fixé sur une seringue à l’aide d’un adaptateur "Luer Lock". Nous avons utilisé des seringues de différentes tailles pour créer les bulles que nous avons soit poussées à la main, soit poussées à l’aide d’un pousse-seringue (voir section 3.2.4).



Figure 3.6 Photo du bas de la cuve avec le système de création de bulles. Les Velmex sont utilisés afin de positionner précisément les aiguilles.

Après de nombreux essais, nous avons conclu que la méthode la plus efficace pour créer des bulles était de remplir complètement les tuyaux et la seringue d'eau, et de n'injecter qu'une petite quantité d'air au milieu du tuyau en plastique. Il faut ensuite pousser cet air avec de l'eau jusqu'à l'aiguille. Si la quantité d'air est trop grande (ou si l'ensemble du système est rempli d'air et non pas d'eau), alors plusieurs bulles sont expulsées en même temps et il n'est pas possible de contrôler leur relâché. Cela peut être lié à plusieurs raisons telles que le fait que l'air dans les tuyaux est soumis à une pression équivalente à la hauteur d'eau dans la cuve. Cela est aussi peut être lié à la rugosité des tuyaux et aiguilles car Pelletier [2] qui utilisait des aiguilles en plastique ne semblait pas avoir ce problème. Il faut noter que sa cuve était aussi beaucoup plus petite.

Dépendamment des embouts, une technique différente pouvait être utilisée pour contrôler le relâché des bulles. Pour les plus grosses aiguilles, nous arrivions à créer une bulle au-dessus de chaque embout, retenue par la tension superficielle, puis nous les libérions quasiment en même temps avec un mouvement des seringues. Pour les autres aiguilles, le relâché était moins bien contrôlé et nous avons privilégié l'utilisation du pousse-seringue par à-coups. Dans ce cas, un décalage dans le relâché des bulles était présent.

Pour contrôler précisément la position des aiguilles (et donc la position initiale des bulles), nous avons utilisé deux Velmex. Ceux-ci sont fixés à des équerres que nous avons positionnées et vissées sur la plaque de contreplaqué du bas. Ces équerres ont été usinées au laboratoire d'usinage de Polytechnique Montréal.

Sur la figure 3.6, il est visible différents éléments du dispositif de création de bulles.

3.2.4 Pousse-seringue



Figure 3.7 Photo du pousse-seringue Cole Parmer utilisé pour les expériences

Le pousse-seringue utilisé est de la marque Cole Parmer et permet de pousser deux seringues en même temps. Différentes seringues ont été testées et différents modes de poussée ont été essayés. Nous pouvions en effet soit pousser très lentement le piston de la seringue, soit le pousser par à-coups ce qui, avec les bons réglages, permettait de relâcher une bulle presque en même temps sur chaque aiguille.

3.2.5 Plateforme mobile

Pour filmer la montée des bulles sur toute la longueur, une plateforme mobile glissant sur le cadre métallique a été conçue. Elle devait rester horizontale avec le moins de vibrations possible. Deng [11] n'avait pas réussi dans ses expériences à utiliser sa plaque mobile. Nous

avons donc décidé d'en construire une nouvelle en utilisant le moteur et la vis sans fin achetés par Deng.

Cependant, après de nombreux essais, nous n'avons pas réussi à utiliser le moteur et la vis sans fin, car ils n'étaient pas suffisamment rapides pour monter au même rythme que les bulles. Nous avons donc décidé de les suivre en soulevant la plateforme à la main et nous avons mis deux ressorts à force constante (sous forme de rouleaux) pour faire contrepoids. La correction de vitesses a été faite par la suite en post-traitement.

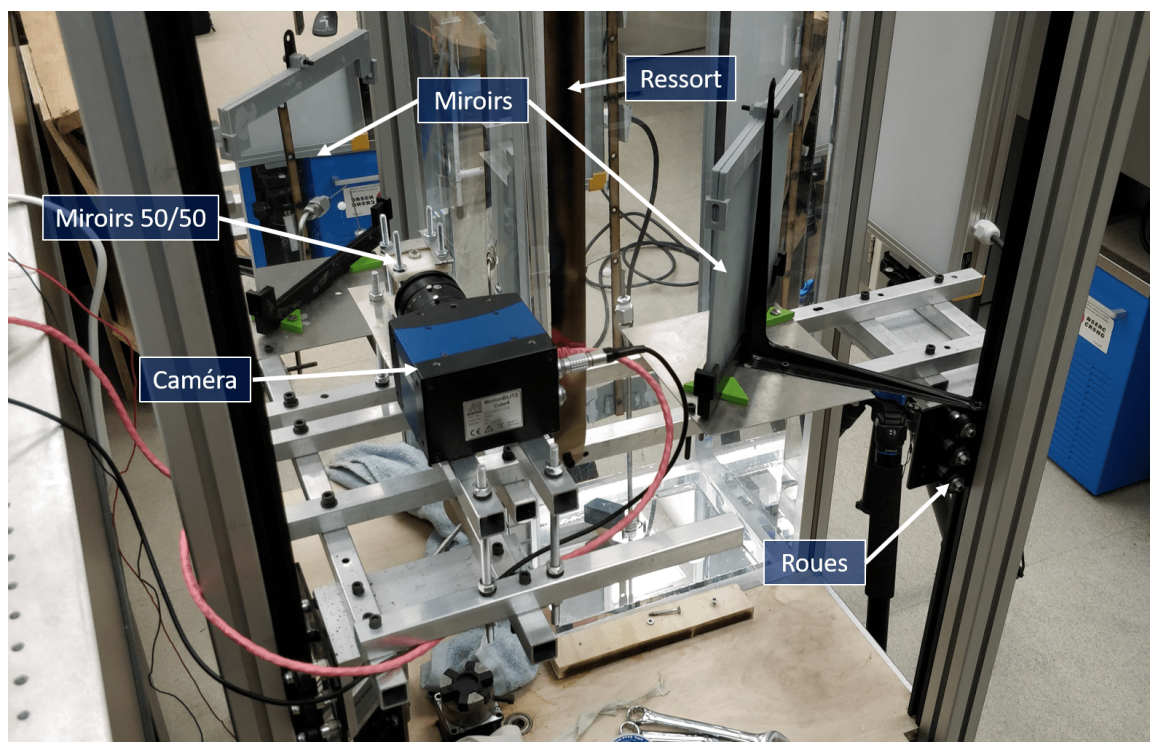


Figure 3.8 Photo de la plateforme mobile

La plateforme mobile que nous avons construite est composée de tubes en aluminium carrés 3/4", fixés entre eux à l'aide de vis et écrous. La caméra, les deux miroirs et le miroir 50/50 sont directement fixés sur ces profils (voir fig 3.8).

Aux trois coins, les tubes sont fixés à des équerres en aluminium qui sont elles-mêmes vissées sur de petites plateformes avec roues. Ce type de plateforme se déplaçant sur des profils "V-slot" est très utilisé pour les imprimantes 3D par exemple. Les roues parcourent des rails spéciaux fixés sur la structure métallique.

Comme dit précédemment, deux miroirs sont fixés sur la plateforme et permettent à l'aide

du miroir 50/50 de voir deux côtés perpendiculaires de la cuve (voir la section 3.3 pour plus de détails). Nous avons essayé de placer les miroirs pour qu'ils soient le plus proche possible de 45 par rapport au bord de la cuve afin de limiter la réfraction due à l'acrylique. Cette opération s'est révélée compliquée car les miroirs devaient aussi être positionnés de manière à voir de façon optimale les aiguilles.

3.2.6 Caméra haute vitesse

La caméra utilisée est la MotionBLITZ[®] Cube4. Elle est relativement légère (900 g sans lentille) afin de bouger facilement la plateforme mobile, et ses dimensions sont 69 mm x 93 mm x 92 mm (voir fig 3.9). La même caméra a été utilisée par Deng [11].



Figure 3.9 À droite la caméra rapide MotionBlitz[®] Cube4. À gauche la lentille utilisée avec la caméra : Fujinon CF50HA-1.

Cette caméra peut aller jusqu'à une résolution de 1280 (H) x 1024 (V) pixels 8-bit monochrome, et jusqu'à 1010 images par secondes avec cette résolution (plus si la résolution est plus petite). Dans nos expériences, nous filmons à 600 images par seconde pour une résolution de 1200 x 1024 pixels.

Une fois la caméra connectée à l'ordinateur, l'acquisition des images se fait à l'aide d'un logiciel MotionBlitz permettant de faire de nombreux ajustements. Ces images sont ensuite enregistrées sur l'ordinateur sous forme de bitmap (.bmp), puis le traitement est réalisé avec Python.

La lentille utilisée avec la caméra est une lentille Fujinon CF50HA-1 (voir figure 3.9). Elle est vissée sur la plateforme mobile.

3.2.7 Miroir 50/50

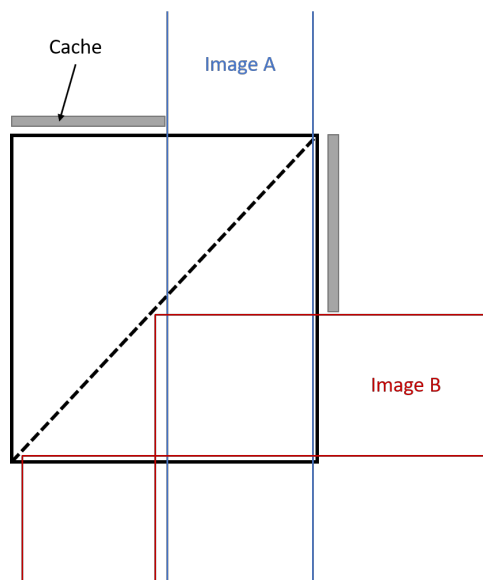


Figure 3.10 Schéma vu de haut montrant comment le miroir 50/50 superpose deux images

Le miroir 50/50 utilisé est le même que pour les expériences de Deng [11]. Il peut superposer deux images venant de deux directions orthogonales de manière équilibrée. Associé avec des caches, cela permet d'avoir les deux images l'une à côté de l'autre (voir fig 3.10).

Le miroir 50/50 est soutenu par deux petites plaques de plastiques serrées entre elles avec des vis et écrous. Le tout se fixe directement sur la plateforme à l'aide de vis et sa hauteur est réglée avec plusieurs écrous. Ainsi, il est positionné juste devant la caméra, au plus proche de la lentille (voir fig 3.11).

3.2.8 Miroirs

Deux miroirs classiques sont utilisés dans le montage. Ils sont carrés de taille 8 pouces x 8 pouces et d'épaisseur environ 3.2 mm. Ce sont les mêmes que ceux utilisés par Deng [11].

Les deux miroirs ont été fixés directement à la plateforme mobile en modifiant les supports déjà existants (voir figure 3.11). Ces supports avaient été imprimés en 3D.

Afin de limiter les vibrations lors du déplacement de la plateforme mobile (voir explication section 3.3), nous avons décidé de les fixer avec des équerres à l'aide de deux nouveaux sup-

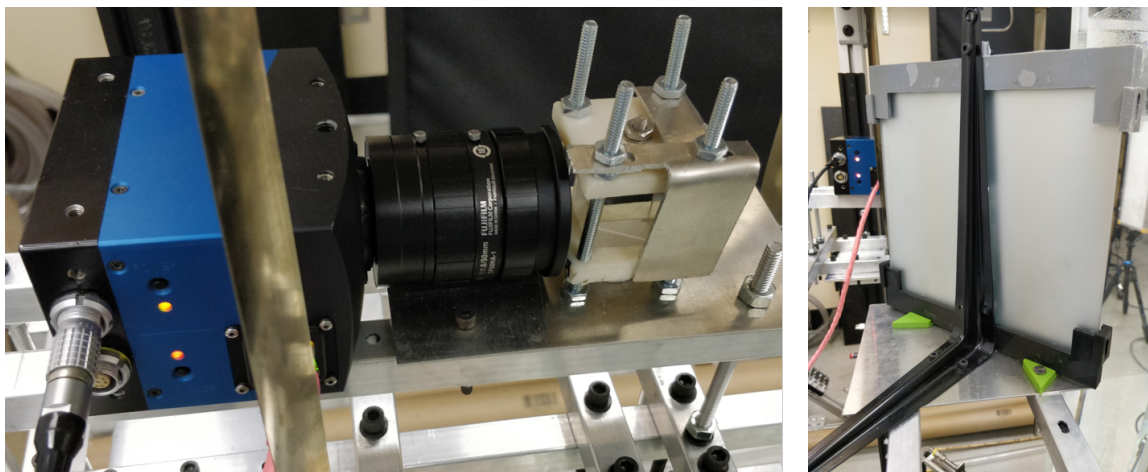


Figure 3.11 À gauche : photo de la caméra alignée avec le miroir 50/50. À droite : photo d'un des deux miroirs fixés avec une équerre.

ports (imprimés à l'atelier Polyfab).

3.2.9 Sources de lumière

L'éclairage du dispositif expérimental, indispensable si l'on veut filmer de bonnes images avec la caméra, est constitué de deux panneaux LED. Ces panneaux ont une taille de zone d'éclairage de 200 mm x 600 mm et délivrent une lumière continue. Ils sont fixés sur des trépieds et sont placés proche de la cuve à la bonne hauteur, de manière à avoir la meilleure image possible. L'intensité lumineuse peut aussi être réglée.



Figure 3.12 Photo d'un panneau LED. Les panneaux sont montés sur des trépieds

3.3 Méthodologie de traitement

Dans cette section, le processus complet de traitement des données est expliqué. N'ayant pas trouvé de code de post-traitement facilement réutilisable et adapté à notre situation (reconstitution 3D en supposant une forme de deux demies-ellipsoïdes de révolution à partir de deux vues perpendiculaires de la bulle), nous avons décidé d'écrire entièrement le code de post-traitement.

3.3.1 Capture des images et amélioration du montage

Tout d'abord, nous allons voir comment les données sont récupérées et quelles modifications matérielles ont été réalisées pour faciliter les traitements. La figure 3.13 présente l'ensemble des éléments fixés sur la plateforme mobile vue de haut.

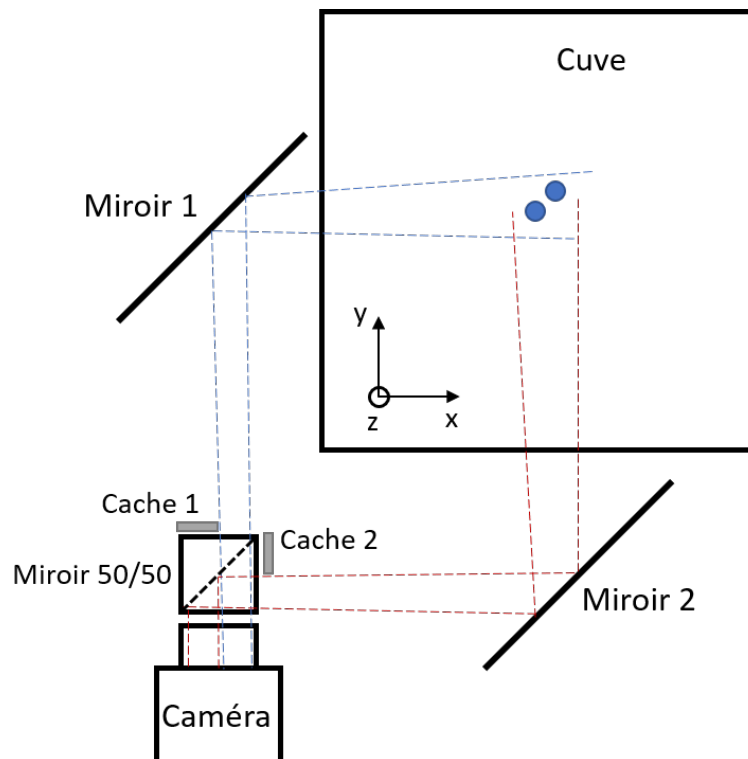


Figure 3.13 Schéma vu de haut de la plateforme et de l'ensemble des éléments permettant de capturer les images.

On peut voir que le système avec les deux miroirs et le miroir 50/50 permet de ne récupérer qu'une seule image séparée en deux, montrant deux côtés perpendiculaires de la cuve (voir

figure 3.14 pour un exemple d'image prise). Sur la moitié gauche de l'image se trouve le plan (x,z) et sur la moitié droite, il s'agit du plan (y,z) .

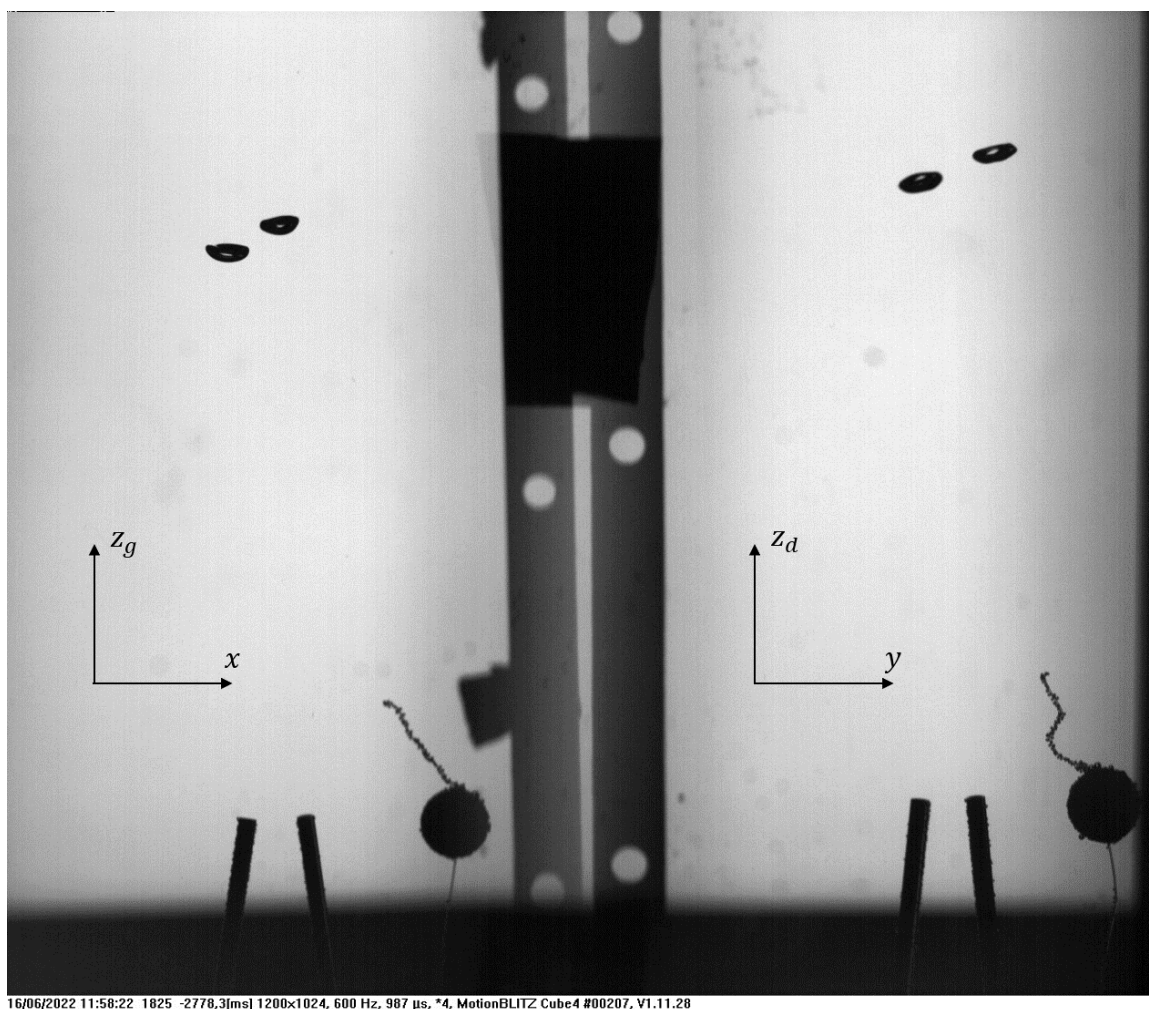


Figure 3.14 Exemple d'image prise avec la caméra rapide. La démarcation en bas avec la zone noire correspond au bas des panneaux LED.

Comme la plateforme monte à un rythme donné à la main, nous avons dû trouver un moyen de compenser sa vitesse de montée. De plus, cette plateforme peut s'incliner légèrement, ce qui veut dire que la verticale de l'image ne coïncide pas toujours parfaitement avec la verticale absolue du montage. Finalement, nous avons aussi dû trouver un moyen d'avoir la même origine de repère sur les deux côtés des images.

Pour repérer les bulles sans prendre en compte les mouvements de la plateforme, et en même

temps avoir la verticale sur chaque image, nous avons décidé de fixer des languettes de bois trouées sur l'extérieur de la cuve à la verticale. Ces languettes ont une taille de 12 mm x 950 mm, les trous font 5 mm de diamètre et sont espacés de 65 mm. Elles sont visibles au milieu des images capturées (voir fig 3.14). Elles ont été réalisées à l'aide de la découpeuse laser de Polyfab. Cela permet d'avoir sur chaque image au moins deux trous.

Ces languettes ont été positionnées le plus verticalement possible, tout d'abord à l'aide d'un niveau à bulle, puis grâce à la caméra et un fil tendu en alignant le centre de chaque trou avec le fil.

Les trous des languettes ont ensuite facilement pu être repérés grâce à un programme écrit sur Python. Pour cela, nous avons utilisé deux méthodes différentes : soit la détection de cercles avec l'outil "HoughCircles" dans OpenCV, soit la détection de contours avec l'outil "findContours" également dans OpenCV. Dans le cas des contours, il fallait tout d'abord convertir l'image en binaire noir et blanc à l'aide d'un seuil ("threshold") déterminé manuellement. Le barycentre du contour correspond ensuite au centre du cercle.

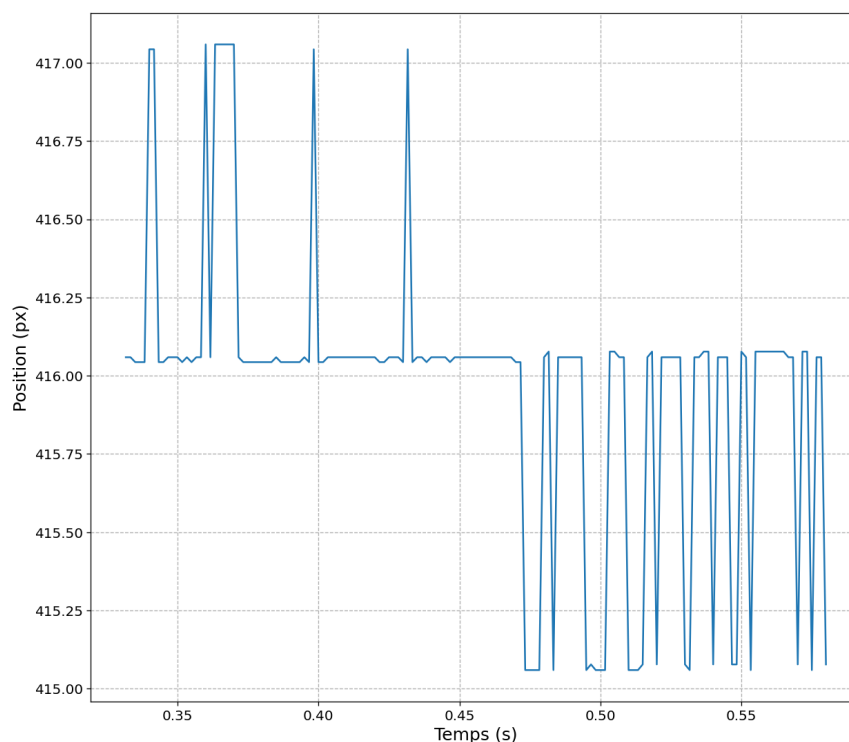


Figure 3.15 Différence de position (en pixels) entre deux trous sur une languette au cours du temps. Les variations sont généralement de 2 à 3 pixels.

Après plusieurs essais, il s'est avéré que la méthode de détection de contours était plus précise. Pour évaluer cette précision, nous avons tracé la différence de position entre deux cercles au cours du temps. Sur la figure 3.15, on peut remarquer que cette différence ne varie que de deux ou trois pixels ce qui correspond à la précision de détection des centres des trous.

Une fois la position de chaque cercle repéré, les valeurs sont stockées dans des fichiers Excls. Nous pouvons alors tracer la vitesse de montée de la plateforme mobile en traçant la vitesse de chaque trou (voir figure 3.16). Des variations dans la vitesse étaient observées que nous avons supposé liées au mouvement des miroirs (qui n'étaient alors fixés qu'à leur base). Nous avons donc décidé de fixer le haut des miroirs avec des équerres comme présenté à la section précédente. Cela a eu pour effet de réduire grandement les vibrations des miroirs et donc les variations dans la vitesse de la plateforme.

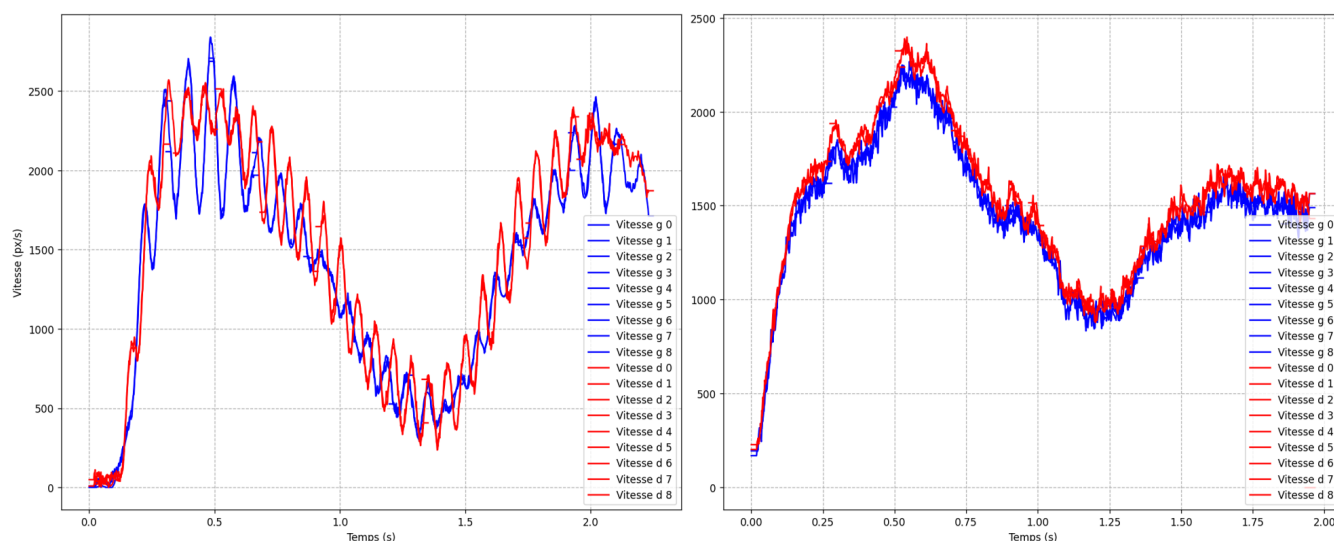


Figure 3.16 Vitesse (pixels/s) de la plateforme mobile montant à la main en fonction du temps (s) avant fixation des miroirs (à gauche) et après fixation des miroirs (à droite). On remarque une nette réduction des oscillations.

Pour avoir la même origine sur les deux images, nous avons attaché une bille sphérique à un fil, et nous avons fait en sorte qu'elle soit visible sur les deux images. Cette bille est visible sur la figure 3.14 en bas à droite de chaque côté de l'image.

Tous les éléments mis en place précédemment permettent d'avoir la position réelle de chaque trou des deux bandes avec pour origine du repère absolu la bille sphérique. Cependant, il nous a aussi fallu éviter les erreurs de parallaxe et prendre en compte les différences d'échelle

pixels/mm. En effet, l'échelle n'est pas la même au niveau de la bulle (située au milieu de la cuve) et au niveau des bandes fixées derrière les côtés de la cuve. Pour cela, nous sommes passés par le seul point de l'image où il n'y a pas de parallaxe : le point du milieu (600 px, 512 px) que l'on va appeler C. Nous avons ensuite procédé en deux étapes (voir figure 3.17 pour bien comprendre) :

- pour la première image de chaque expérience : nous avons exprimé les coordonnées du point C à l'aide de l'échelle px/mm à l'avant. Nous avons alors trouvé la distance d_1 . Puis à l'aide de l'échelle à l'arrière, nous avons pu trouver la distance d_2 permettant d'obtenir les coordonnées du premier trou de la languette. Connaissant la distance entre les trous, nous avons alors trouvé les coordonnées de tous les trous de la languette.
- pour les autres images : nous avons exprimé les coordonnées dans le repère absolu lié à la bille sphérique du nouveau point C à l'aide de l'échelle à l'arrière et de la position des trous des languettes. Finalement, nous avons exprimé les coordonnées de la bulle à l'aide de l'échelle avant et du point C.

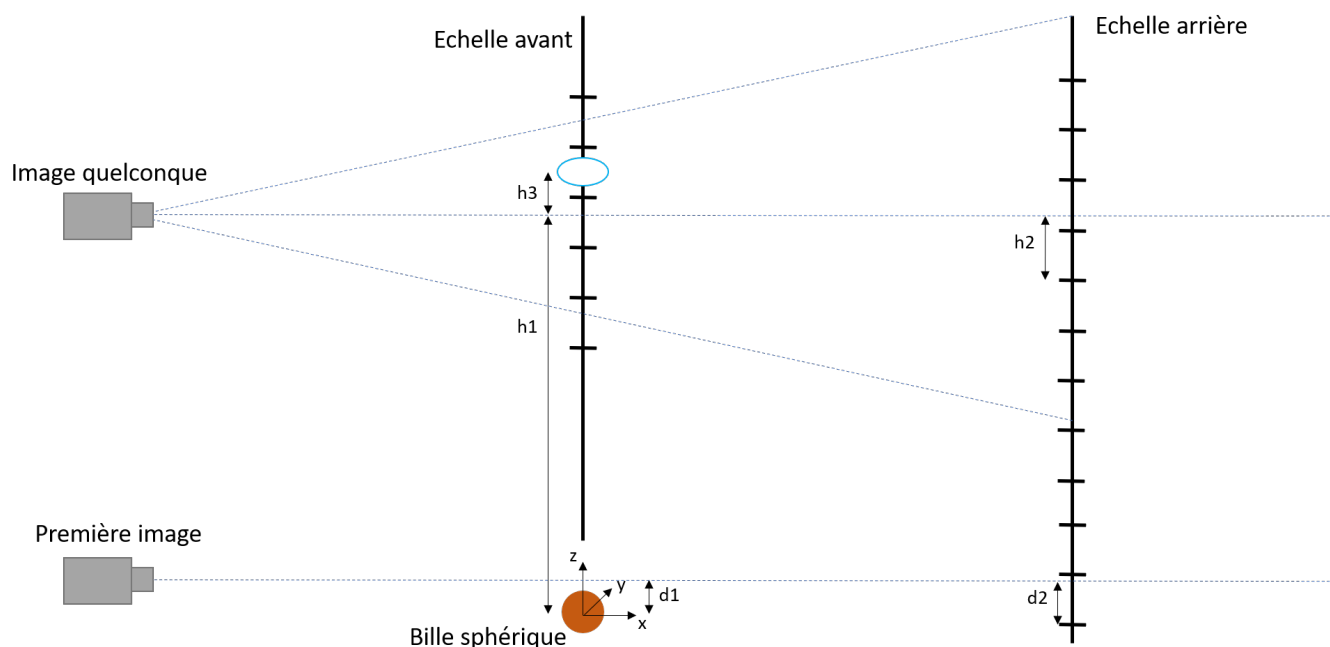
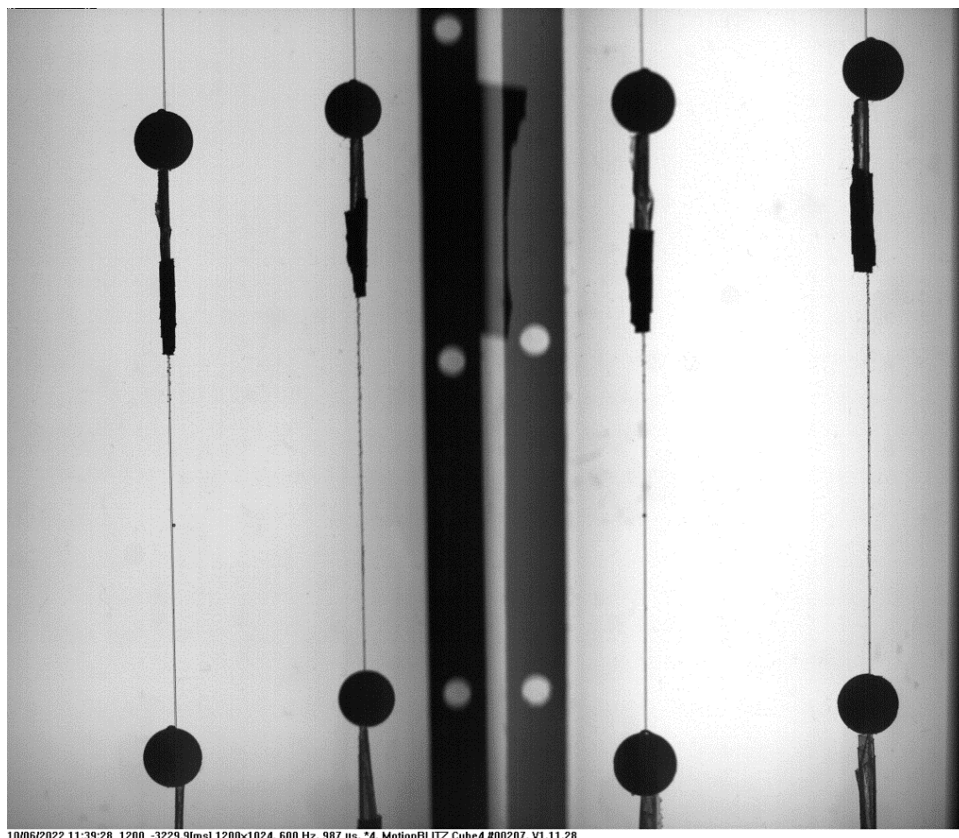


Figure 3.17 Schéma expliquant comment la différence d'échelle a été gérée pour obtenir la position des bulles.

L'échelle arrière est déterminée grâce à la distance entre deux trous qui est connue. En revanche, pour l'avant, nous avons remarqué qu'avoir une échelle simple déterminée au début de chaque expérience n'était pas suffisant. En effet, en effectuant des essais sur un ensemble de billes attachées immobiles, nous avons remarqué que leur position variait de quelques

millimètres après post-traitement lors de la montée de la plateforme. Pour remédier à cela, nous avons mis en place une échelle linéaire à l'avant, dépendant de la position de la bulle sur l'autre côté de l'image, ce qui a permis de grandement diminuer l'erreur.

Cette échelle progressive a été réalisée en détectant la position de quatre billes sur les deux côtés et en connaissant la distance verticale entre deux billes (voir fig 3.18).



10/06/2022 11:39:28 1200 -3229.9[ms] 1200x1024, 600 Hz, 987 μ s, *4, MotionBLITZ Cube4 #00207, V1.11.28

Figure 3.18 Image permettant de réaliser l'échelle progressive à l'avant. La distance entre deux billes verticales est connue.

Finalement, nous avons remarqué une autre erreur que nous n'avons pas eu le temps de corriger complètement : il s'agit d'une différence de position z entre l'image de droite et celle de gauche. En effet, la position z est une donnée redondante car elle peut être mesurée sur les deux côtés de l'image, elle permet donc d'avoir une idée de l'erreur de traitement (voir fig 3.19). Cette erreur peut être liée à de nombreuses choses : erreur de détection de la bille sphérique comme origine, erreur de détection des trous dans les bandes, erreur des échelles px/mm, erreur sur la position du centre de la bulle...

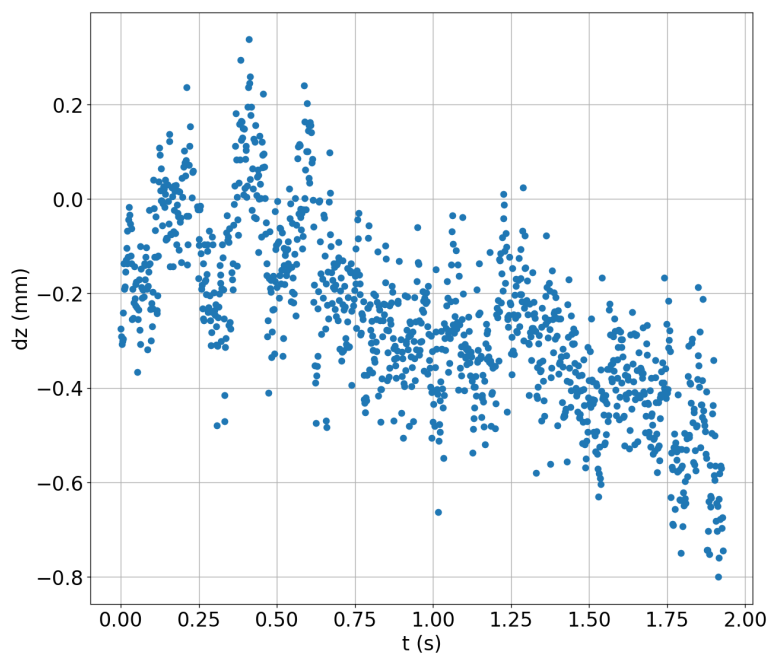


Figure 3.19 Exemple de différence de la position z (en mm) en fonction du temps (s) entre l'image de gauche et l'image de droite.

3.3.2 Traitement des bulles

Dans la sous-section précédente, nous avons vu comment les coordonnées en pixels de la bulle dans l'image sont transformées pour devenir les coordonnées dans le repère absolu dont l'origine se situe sur la bille sphérique. Nous allons voir ici comment nous avons obtenu les coordonnées de la bulle ainsi que ses autres paramètres.

Pour traiter les images, nous avons supposé que les bulles ont une forme de deux demi-ellipsoïdes de révolution (voir schéma fig 3.20). Cela n'est pas toujours une bonne approximation si la bulle se déforme beaucoup.

La bulle est donc définie par huit paramètres : les coordonnées de son centre (x_b, y_b, z_b) , son demi grand-axe a , ces deux demi-petits-axes c_1 et c_2 et deux angles de rotations α_1 et α_2 . En pratique, nous avons deux coordonnées z_b correspondant à l'image de gauche ou de droite.

Plusieurs programmes ont été écrits avec Python afin de retrouver ces huit paramètres à partir des images prises avec la caméra rapide. Les étapes sont présentées ci-dessous.

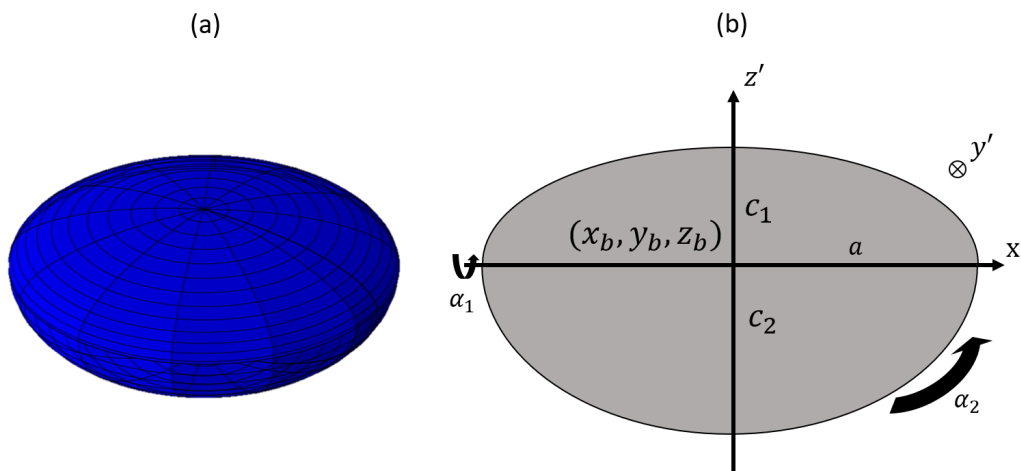


Figure 3.20 (a) Représentation en 3 dimensions de la bulle (deux demi-ellipsoïdes de révolution). (b) Coupe schématique de la bulle. (x', y', z') est le repère lié à la bulle.

Étape 1 : Détection des contours

La première étape consiste à détecter les contours sur toutes les images. Pour cela, nous séparons l'image en deux (gauche et droite) correspondant aux deux vues de la cuve expliquées précédemment.

Tout d'abord nous cherchons à détecter les contours des bulles sur la première image de l'expérience. Comme déjà mentionné précédemment, nous utilisons la librairie OpenCv. Il a fallu convertir l'image en binaire (noir et blanc) à l'aide d'un seuil ("threshold") trouvé manuellement, puis les contours sont détectés, mais seuls ceux se trouvant dans une zone définie (proche des aiguilles) sont conservés. Ces contours sur la première image sont ensuite affichés dans la console et s'ils correspondent bien aux bulles, le programme continue.

Pour la suite, les mêmes étapes sont réalisées sur toutes les images en ajoutant comme contrainte que le contour ne doit pas être trop loin de celui détecté à l'image précédente. Cela permet d'éviter quelques erreurs.

Une intervention manuelle est parfois nécessaire lorsque les bulles se chevauchent. En effet, dans ce cas, un seul contour est détecté (au lieu de deux) et il faut donc indiquer au programme quelle bulle correspond à quel contour lorsqu'elles se séparent.

Cette étape de détection de contours est réalisée sur l'image de gauche et de droite séparément. Un exemple de détection sur une image est visible sur la figure 3.21. Les contours détectés suivent en généralement assez précisément le bord de la bulle.

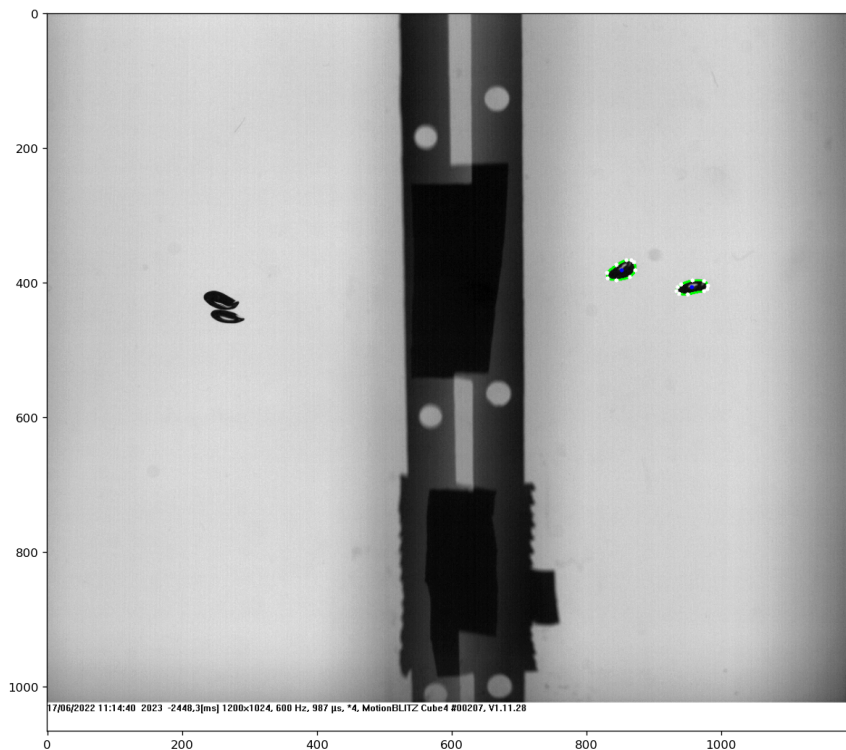


Figure 3.21 Exemple de détection des contours sur l'image de droite

Étape 2 : Recherche des paramètres de la bulle $(x_b, y_b, z_b, a, c_1, c_2, \alpha_1, \alpha_2)$

Une fois les contours détectés, nous cherchons les différents paramètres qui caractérisent la bulle. Pour cela, nous comparons les contours d'une bulle détectée sur les images de gauche et de droite avec la projection dans les deux plans associés de l'ellipsoïde théorique associée. Nous définissons alors une erreur liée à la différence entre chaque point du contour avec l'ellipse théorique projetée (voir fig 3.22) :

$$E = \sqrt{\frac{(\theta_{i+1} - \theta_i)}{2\pi} \frac{[(x_i^c - x_i^e)^2 + (z_i^c - z_i^e)^2] + [(x_{i+1}^c - x_{i+1}^e)^2 + (z_{i+1}^c - z_{i+1}^e)^2]}{2}} \quad (3.1)$$

Nous cherchons donc à minimiser cette erreur. Nous avons écrit une fonction qui calcule cette erreur pour un contour donné et des paramètres de bulles définis. Nous utilisons le module "optimize.minimize" de la librairie Scipy qui va faire varier les paramètres de la bulle afin de minimiser notre fonction (donc notre erreur). Ce module a besoin d'une suggestion initiale des paramètres que nous avons déterminée à l'aide d'une autre fonction. Ensuite, comme

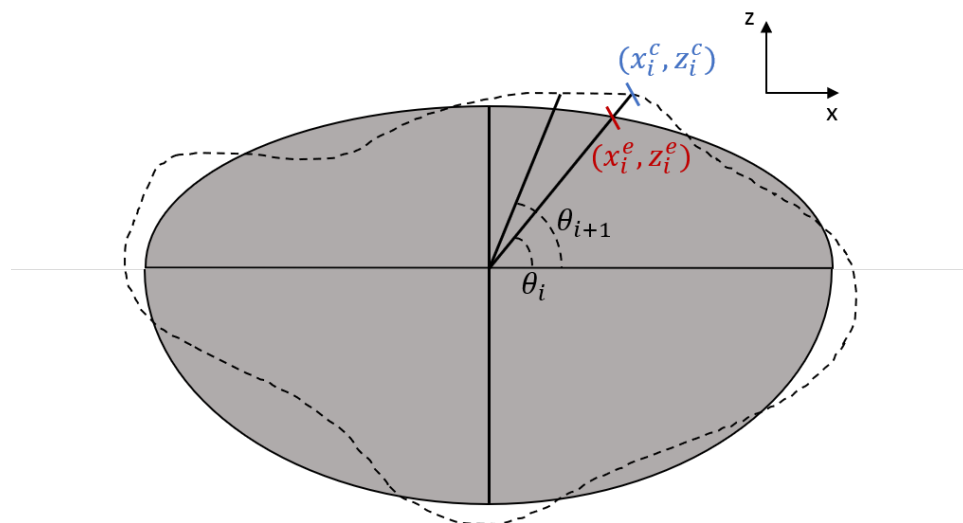


Figure 3.22 Schéma explicatif du calcul de l'erreur. Le contour détecté est représenté en pointillé tandis que le contour théorique est plein.

les paramètres ne varient pas beaucoup d'une image à l'autre, la suggestion initiale sera les paramètres trouvés à l'image d'avant.

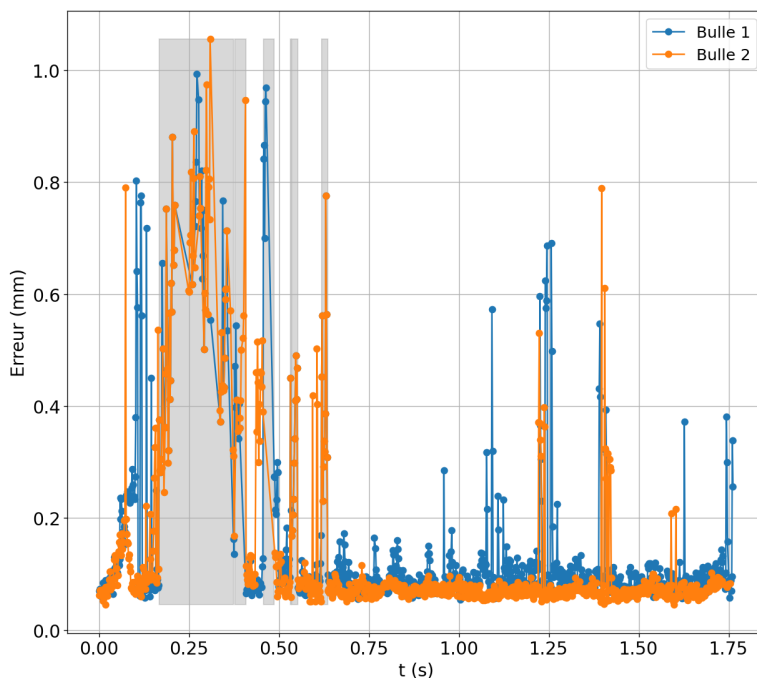


Figure 3.23 Tracé typique de l'erreur en mm ($D_{e1} = 2.91$ mm et $D_{e2} = 2.54$ mm). Les zones grises correspondent à des chevauchements d'un seul côté. Hors zone de chevauchement, les valeurs moyennes de l'erreur sont : $E_{moy1} = 0.1 \pm 0.08$ mm et $E_{moy2} = 0.08 \pm 0.06$ mm.

Un tracé typique de l'erreur en mm est visible sur la figure 3.23. On voit que celle-ci est très grande pendant les chevauchements ce qui est normal car les projections de l'ellipsoïde trouvées ne sont comparées qu'avec un seul contour. Nous avons fait en sorte de sélectionner après coup les données pour lesquelles le volume est proche de sa valeur moyenne hors chevauchement.

Sur la figure 3.24, on peut voir la superposition des contours détectés en vert et de la projection des demi-ellipsoïdes de révolution trouvée à la suite de la minimisation de l'erreur en orange et bleu.

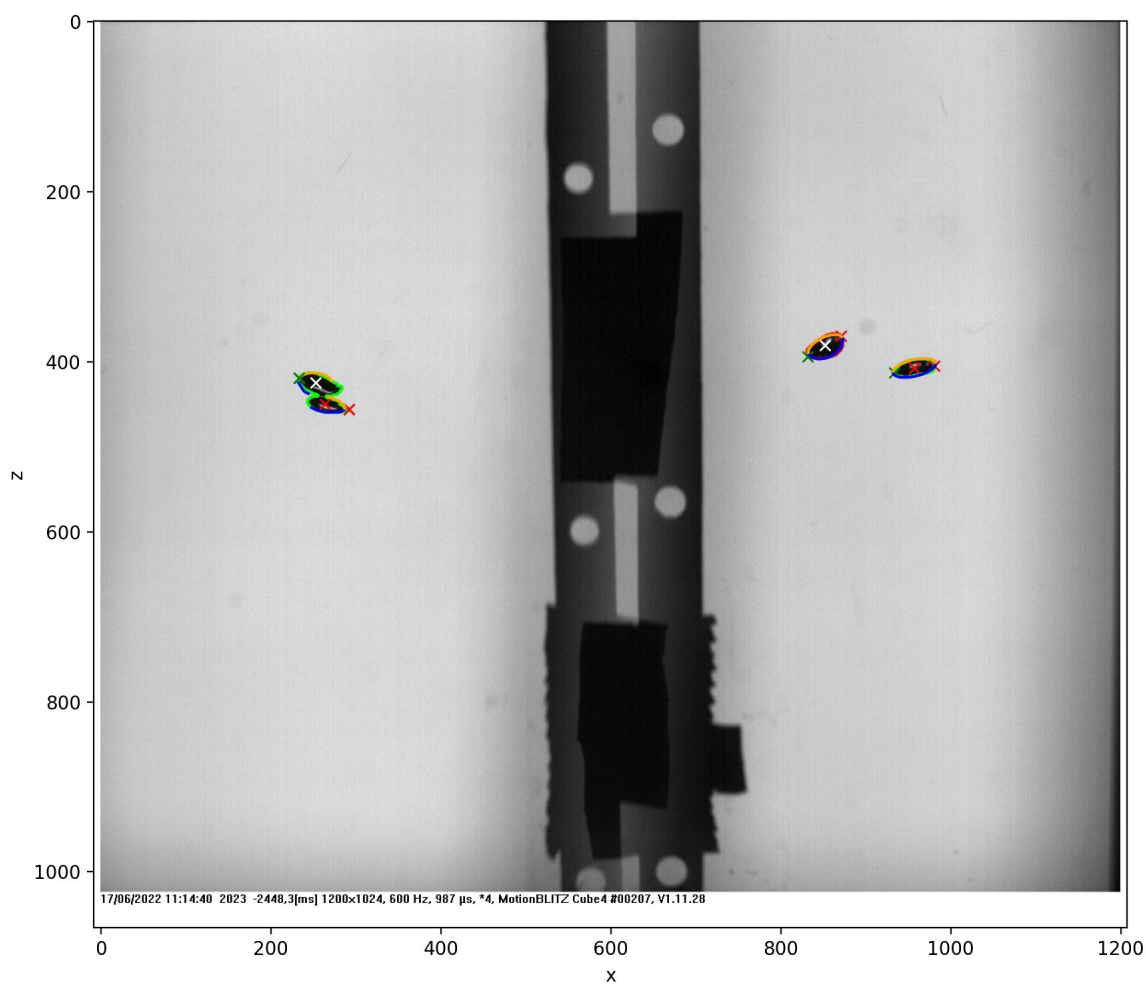


Figure 3.24 Image issue du post-traitement montrant les contours en vert et les projections des bulles reconstituées en orange et bleu.

Cette opération de minimisation de l'erreur sur chaque image peut se révéler assez longue, surtout quand les bulles se chevauchent et qu'il faut alors trouver les paramètres des deux bulles en même temps alors qu'un seul contour a été détecté. Dans ce cas, malgré nos efforts

pour optimiser notre programme au maximum, le résultat n'était parfois pas concluant et donc les paramètres trouvés pour ces images là n'étaient pas pris en compte pour la suite. Lorsque les bulles se chevauchaient des deux côtés (droite et gauche), ce qui est considéré la plupart du temps comme un contact, le programme n'arrivait pratiquement jamais à trouver un résultat correct.

Une fois les différents paramètres trouvés sur chaque image, les données sont sauvegardées dans un Excel pour chaque bulle.

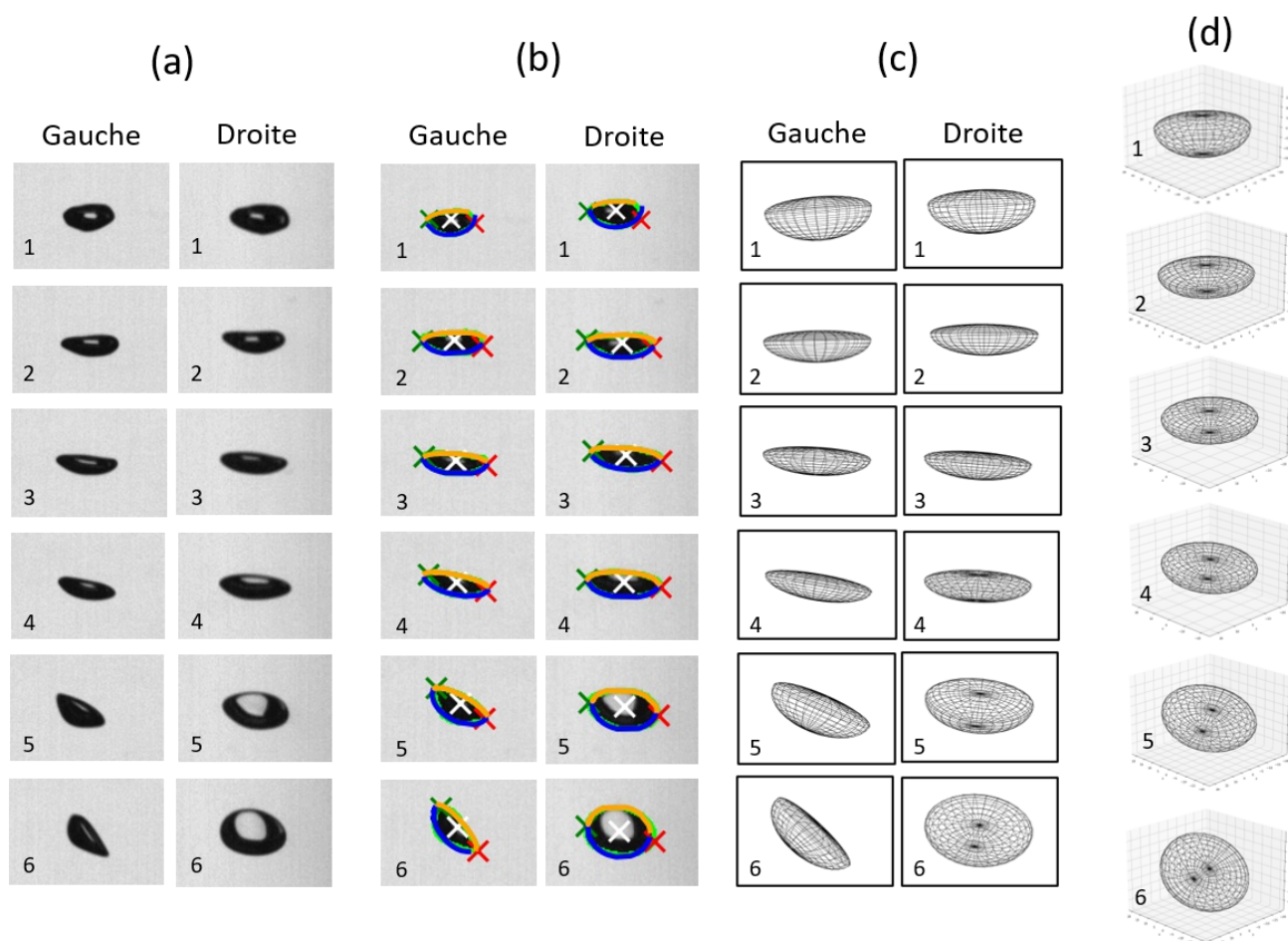


Figure 3.25 Illustration des étapes de traitement de reconstitution d'une bulle ($D_e = 3.69$ mm) à partir des vues de droite et de gauche. L'écart de temps entre deux images est de $5/600$ secondes. (a) Images brutes; (b) Superposition des contours détectés (vert) et de la projection des deux demi-ellipsoïdes de révolution trouvées; (c) Bulles reconstituées dans les deux plans; (d) Reconstruction 3D.

Les différents pas de cette étape sont résumés sur la figure 3.25 dans laquelle on peut voir

la reconstruction 3D des deux demi-ellipsoïdes de révolution simulant la bulle. L'intérêt d'effectuer une étude en trois dimensions est de pouvoir connaître les angles de rotations de la bulle et donc ensuite retrouver son vrai rapport d'aspect (qui ne peut pas être simplement calculé en prenant la projection 2D dans un plan).

Étape 3 : Traitement des données et tracés

L'étape finale du traitement consiste à récupérer toutes les données (en pixels) sauvegardées précédemment dans des Excels, de les trier pour enlever les résultats jugés trop mauvais, de les convertir en millimètres et enfin de les "lisser" pour avoir des tracés jugés convenables.

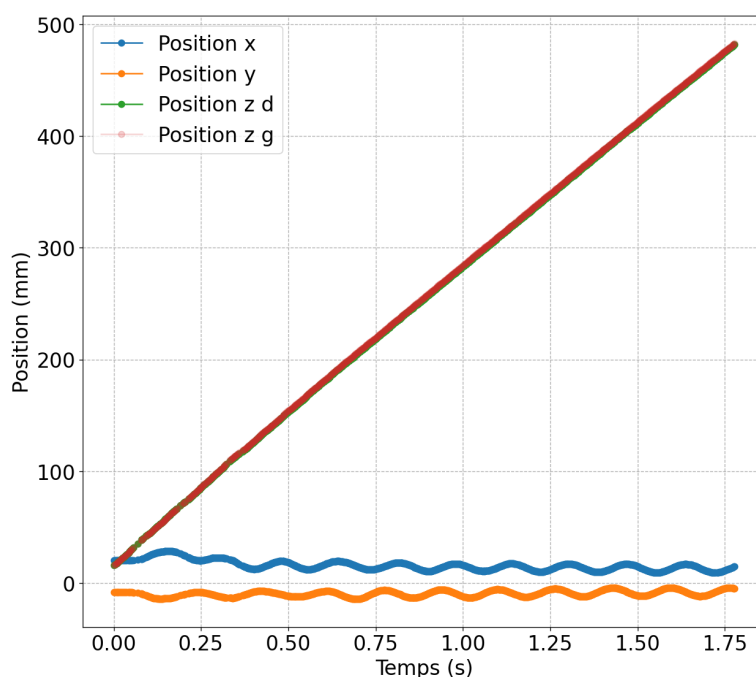


Figure 3.26 Positions (en mm) du centre d'une bulle ($D_e = 2.89$ mm) en fonction du temps (s)

Les données sauvegardées pour chaque bulle dans un Excel à l'étape précédente sont en pixels. En suivant la méthode présentée à la section 3.3.1 avec les languettes du fond et les différentes échelles, elles peuvent être converties en millimètres. Différents graphes sont ensuite tracés tels que les positions (voir fig 3.26), les projections dans différents plans, l'évolution du volume au cours du temps, etc. Les données qui paraissent fausses sur ces graphiques (car le programme n'a pas bien fonctionné lors des chevauchements par exemple) sont supprimées, ce qui donne

des "trous" dans les courbes.

Pour avoir des tracés propres, les trajectoires sont ensuite lissées en utilisant la méthode de Savitzky-Golay [123] (après interpolation pour compléter les zones manquantes). Sur la figure 3.27, on peut voir un exemple de trajectoires lissées de deux bulles en trois dimensions. Pour estimer les erreurs aléatoires liées à la reconstruction faites par notre programme, nous avons calculé l'écart-type entre les données lissées et les données brutes.

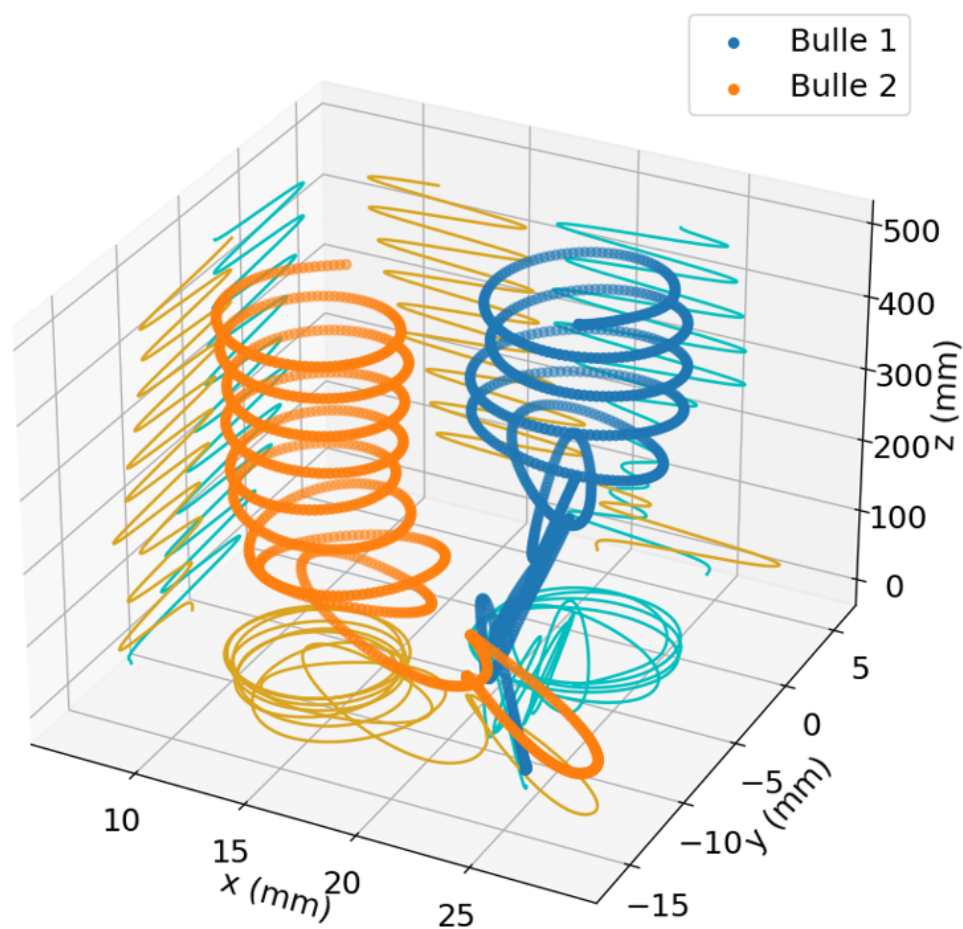


Figure 3.27 Trajectoires en 3D de deux bulles ($D_{e1} = 2.89$ mm et $D_{e2} = 2.98$ mm). Les courbes en or et cyan sont les projections sur les différents plans. Les échelles sont différentes selon les axes.

Jusqu'ici, nous récupérons les positions z à droite et gauche séparément. Nous avons pu observer une légère différence entre les deux comme déjà précisé précédemment. Par la suite, nous avons décidé d'utiliser la moyenne des deux.

3.4 Erreurs de mesure

Dans cette section, nous allons discuter rapidement des erreurs de mesure sur nos différentes données.

Il y a en réalité deux types d'erreurs de mesures qui peuvent être soulignées : les erreurs liées au système et celles liées au post-traitement.

Tout d'abord, les erreurs système sont :

- liées au fluide : la température varie de 19 à 22 degrés Celsius environ, la masse volumique varie de 997.9 à 998.7 kg/m^3 et la viscosité dynamique du fluide varie de 0.000955 à 0.00103 $kg/(m.s)$.
- liées au montage : précision des miroirs et de leur positionnement

Les erreurs liées au post-traitement sont :

- liées à la détection des contours
- liées à la reconstitution des deux demi-ellipsoïdes de révolution

Pour estimer ces différentes erreurs et vérifier que notre programme marchait bien, nous avons réalisé des tests sur des billes tombant dans l'eau. Nous avons constaté que le programme retrouvait bien le diamètre de la bille avec une petite erreur autour de 0.05 mm. De plus, le rapport d'aspect était bien égal à 1 la plupart du temps, il variait parfois un peu à cause du programme de reconstitution.

Nous avons sinon estimé les erreurs aléatoires sur la position et le diamètre en calculant l'écart-type sur l'ensemble de nos expériences.

L'erreur sur le diamètre vient de celle sur le volume de la bulle qui variait à cause du programme de reconstitution des ellipsoïdes. Un exemple de variation du diamètre équivalent en fonction du temps est visible sur la figure 3.28. L'écart-type autour du diamètre équivalent a été calculé pour toutes les expériences. Les valeurs minimales et maximales sont visibles dans le tableau 3.2.

L'erreur sur la position a été calculée par écart-type entre les trajectoires x, y et z interpolées et celles lissées. La moyenne est ensuite réalisée pour obtenir une valeur globale.

Les erreurs sur les axes des ellipsoïdes sont du même ordre de grandeur que celles sur le diamètre équivalent car elles permettent de calculer le volume.

Finalement, les erreurs sur la vitesse sont calculées par écart-type entre la norme de la vitesse

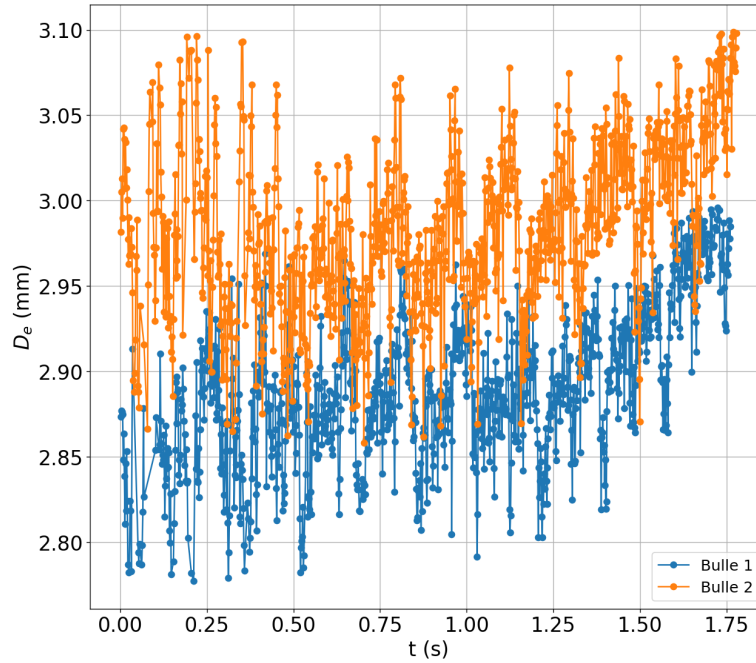


Figure 3.28 Évolution du diamètre équivalent en fonction du temps. $D_{e1,moyen} = 2.89$ mm ; $D_{e2,moyen} = 2.98$ mm.

avec les positions brutes et celle avec les positions lissées. Les valeurs sont résumées dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 Erreurs de mesure

| Données | Embout g10 | Embout g13 | Embout g16 | Embout g19 |
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| D_{eq} (mm) | 0.12 à 0.40 | 0.05 à 0.25 | 0.05 à 0.20 | 0.03 à 0.14 |
| Position (mm) | 0.11 à 0.44 | 0.10 à 0.32 | 0.08 à 0.31 | 0.08 à 0.23 |
| Vitesse (mm/s) | 7.61 à 20.3 | 7.41 à 17.5 | 6.21 à 15.6 | 4.44 à 13.9 |

CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus à la suite des expériences et nous allons essayer de les discuter et les comparer à la littérature.

Plusieurs distances initiales des aiguilles ont été testées et pour chaque position, plusieurs expériences ont été répétées. Cependant, le contrôle du relâché était souvent compliqué, surtout pour les petites aiguilles. Nous nous sommes donc intéressés au comportement des bulles lors de leur ascension plutôt qu'à l'influence des positions initiales. Pour chaque expérience, le temps $t = 0$ secondes correspond à la première image sur laquelle on arrive à détecter un contour (donc la bulle se sépare de l'aiguille).

Au total, nous avons réalisé et traité 34 expériences avec une bulle seule et 352 expériences avec deux bulles.

Tableau 4.1 Principaux intervalles de paramètres des expériences

| D_e (mm) | Eo | Ga | Re | We |
|--------------|--------------|------------|-------------|------------|
| [2.02, 5.73] | [0.14, 1.10] | [100, 478] | [657, 1422] | [2.3, 5.0] |

Ce chapitre est séparé en quatre parties :

- dans la première partie, nous nous intéressons au comportement d'une bulle seule (trajectoire, rapport d'aspect, vitesses, énergies et puissances)
- dans la deuxième partie, nous nous intéressons au comportement de deux bulles avec différentes positions initiales
- dans la troisième partie, nous essayons de comparer deux bulles avec une seule et avec la littérature
- dans la quatrième partie, nous nous intéressons au contact entre les bulles (coalescence et rebonds)
- dans la cinquième partie, nous étudions l'influence des conditions initiales
- dans la sixième partie, nous menons quelques autres discussions

4.1 Comportement d'une bulle seule

Avant d'étudier l'interaction entre deux bulles, nous nous sommes intéressés au comportement d'une bulle seule s'élevant dans l'eau. Au total, 34 expériences ont été réalisées et traitées pour des tailles de bulle allant de 2.16 à 5.68 mm de diamètre équivalent. Une seule bulle lente a été observée, les autres étaient toutes rapides. Les résultats présentés ci-dessous sont les résultats "lissés" afin de ne pas prendre en compte les petites variations liées au post-traitement.

4.1.1 Trajectoire

Comme indiqué dans le chapitre revue de littérature, la trajectoire d'une bulle seule dans de l'eau stagnante a été et est encore beaucoup étudiée. Plus particulièrement, l'instabilité de la trajectoire (le fait que la bulle va emprunter une trajectoire rectiligne, zig-zag ou hélicoïdale) n'est pas encore pleinement comprise.

Dans la figure 4.1, nous présentons quatre trajectoires en trois dimensions pour quatre tailles de bulles différentes (correspondant chacune à une aiguille différente). Nous avons réussi à suivre les bulles sur une hauteur d'environ 500 mm. À notre connaissance, il n'y a que deux auteurs qui ont expérimentalement étudié des bulles en 3D sur une telle hauteur [38, 54], les autres ont soit réalisé des études en 2D [4, 72, 102, 103, 105, 124, 125], soit en 3D, mais sur des distances plus courtes [7, 19, 26, 111].

On remarque ici que les bulles les plus petites (autour de 2.8 mm de diamètre équivalent) suivent une trajectoire zig-zag. La transition vers la trajectoire hélicoïdale ne s'effectue qu'à la fin de notre observation. En revanche, pour les deux tailles de bulles intermédiaires, une trajectoire spirale est déclenchée dès le début et la phase zig-zag n'est presque pas visible. Finalement, pour la taille d'aiguille la plus grosse (et des bulles allant jusqu'à environ 5.6 mm de diamètre équivalent), la trajectoire semble être plutôt chaotique. Dans ce dernier cas, le rapport d'aspect de la bulle (étudié plus loin) varie beaucoup, ce qui peut expliquer une trajectoire irrégulière.

Nos observations semblent être en accord avec la littérature. En effet, nous observons clairement une transition zig-zag / spirale qui se déclenche tôt pour les bulles les plus grosses, donc les plus instables. Nous n'avons en revanche pas observé de trajectoires rectilignes, ce qui était prévisible en regardant la carte de Tripathi *et al.* [3] (voir figure 2.5).

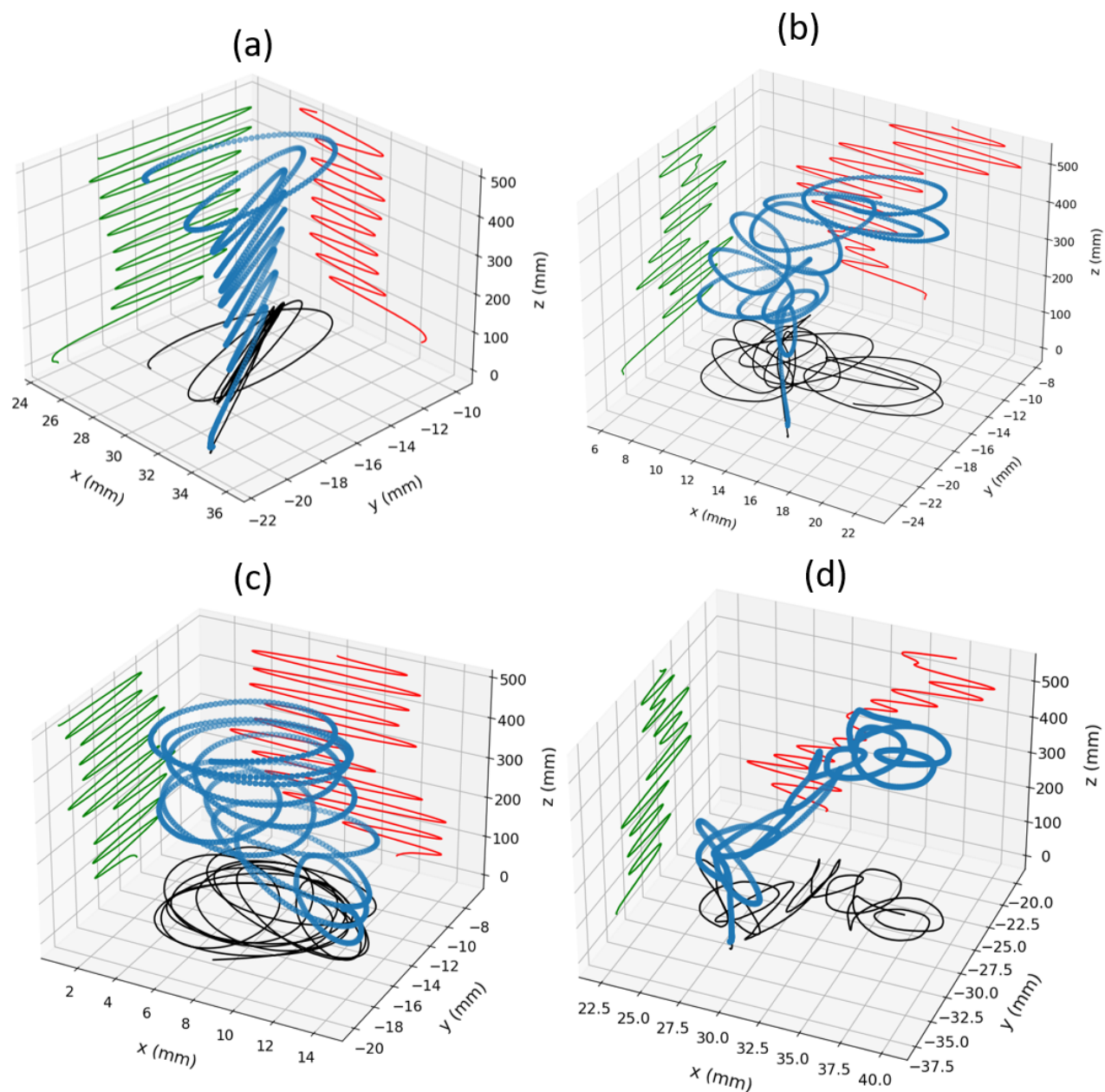


Figure 4.1 Trajectoires 3D de plusieurs bulles créées avec des embouts différents. (a) $D_e = 2.21$ mm ; (b) $D_e = 3.69$ mm ; (c) $D_e = 4.13$ mm ; (d) $D_e = 5.62$ mm.

4.1.2 Rapport d'aspect

Nous allons nous intéresser ici au rapport d'aspect des bulles. Comme celles-ci sont majoritairement rapides, elles vont avoir tendance à prendre une forme ellipsoïdale qui va beaucoup varier au cours du temps (voir figure 4.2). Pour les plus grosses bulles, nous avons observé de fortes variations dans la forme. Notre hypothèse d'association de la bulle à deux

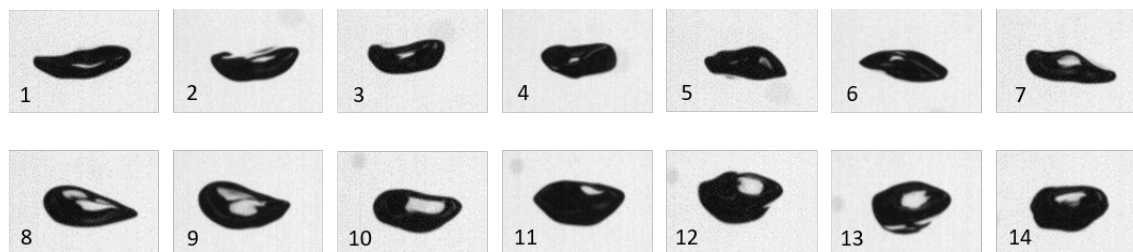


Figure 4.2 Évolution de la forme d'une bulle de diamètre équivalent $D_e = 5.45$ mm (vue de gauche seulement). L'écart de temps entre deux images est de $4/600$ secondes.

demies-ellipsoïdes de révolution dans le post-traitement n'est donc pas toujours une bonne approximation. Le programme peut alors manquer de précision et le rapport d'aspect variera beaucoup au cours du temps.

En revanche, pour de plus petites bulles, la tension superficielle va maintenir une forme ellipsoïdale plus régulière (voir figure 4.3), ce qui permet une meilleure analyse du rapport d'aspect.

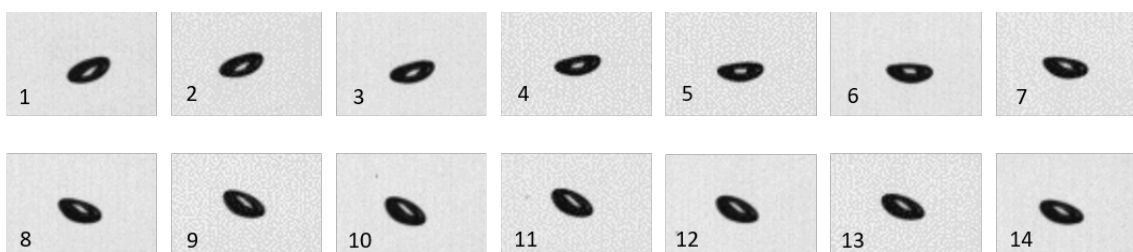


Figure 4.3 Évolution de la forme d'une bulle de diamètre équivalent $D_e = 2.21$ mm (vue de gauche seulement). L'écart de temps entre deux images est de $4/600$ secondes.

L'évolution de χ en fonction du temps est présenté à la figure 4.4 pour une grosse et une petite bulle. On constate dans les deux cas que le rapport d'aspect commence par augmenter jusqu'à une valeur moyenne, puis oscille de manière plus ou moins régulière autour de cette valeur. En effet, lors du relâché, la bulle a une forme plutôt sphérique et va ensuite évoluer jusqu'à une forme ellipsoïdale en oscillant.

On peut aussi remarquer que le rapport d'aspect moyen est plus grand pour une grosse bulle que pour une petite. Cela signifie qu'elle va avoir tendance à prendre une forme plus allongée lorsque son volume est important.

Les résultats précédents sont cohérents avec l'étude récente de Cao et Macián-Juan [126] qui ont aussi observé le comportement d'une bulle seule dans de l'eau au repos. Ils ont constaté de grandes variations dans le rapport d'aspect des bulles les plus grosses et ont affirmé deux

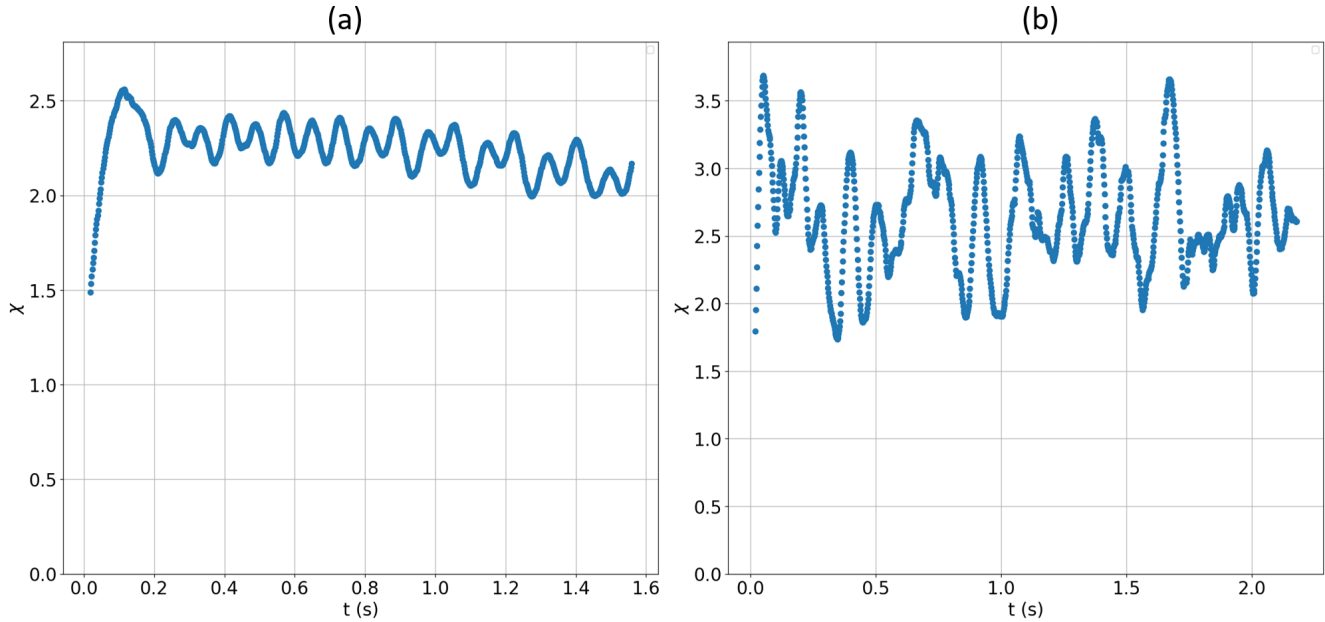


Figure 4.4 Tracé du rapport d'aspect χ en fonction du temps (s) pour deux tailles de bulles différentes : (a) $D_e = 2.21$ mm ; (b) $D_e = 5.62$ mm.

conséquences de ce phénomène : la courbure importante accélère la séparation de la couche limite, et les pics de vitesses (liés au rapport d'aspect) forment des vortex asymétriques derrière la bulle.

4.1.3 Vitesses

Ici, nous nous intéressons à la vitesse des bulles lors de leur montée. Dans nos expériences, le nombre de Reynolds ($Re = \frac{\rho_l \|v\| D_e}{\mu_l}$) pour une bulle varie de 700 à 1400 environ selon sa taille. $\|v\|$ est la norme de la vitesse totale de la bulle : $\|v\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Comme vu à la section précédente, il y a des variations dans le rapport d'aspect de la bulle. Pour certains auteurs, ces variations provoqueraient des fluctuations dans la vitesse finale. Quatre vitesses pour des bulles de tailles différentes sont visibles sur la figure 4.5. On remarque que plus la bulle est petite et plus sa vitesse est régulière. En revanche dans le cas d'une grosse bulle, la vitesse est plus chaotique. Les fluctuations dans la vitesse selon z semblent bien correspondre aux variations visibles dans le rapport d'aspect.

Nous avons essayé de réaliser une transformée de Fourier sur la vitesse selon z afin de voir si les variations correspondent au mode 2 de la bulle décrit par Fortin [27]. Cependant, cette

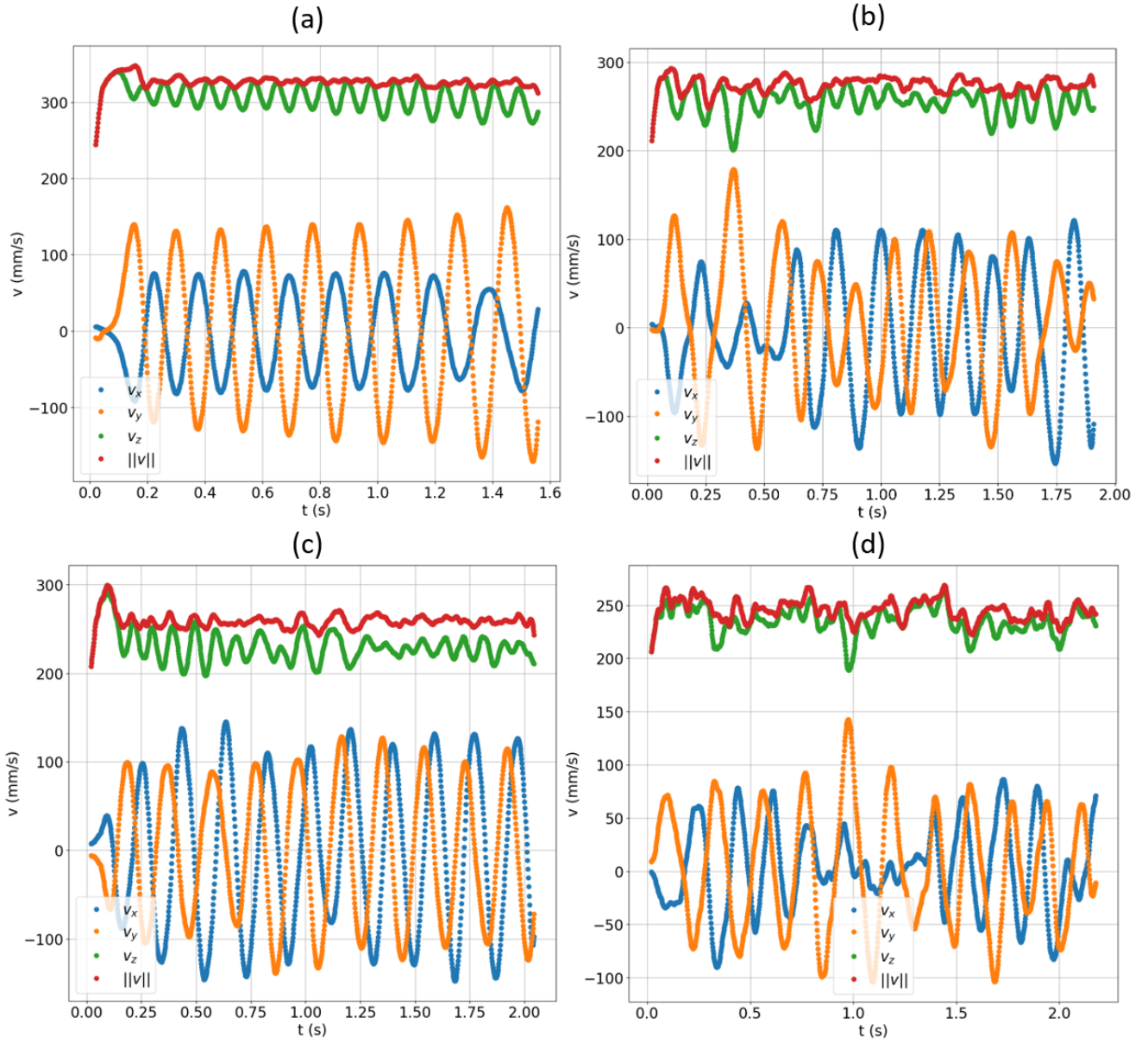


Figure 4.5 Tracé des vitesses en fonction du temps pour quatre tailles de bulles différentes correspondant à quatre aiguilles différentes. (a) $D_e = 2.21$ mm ; (b) $D_e = 3.69$ mm ; (c) $D_e = 4.13$ mm ; (d) $D_e = 5.62$ mm.

analyse s'est révélée complexe car un pic distinct dans les fréquences n'est pas toujours visible. La formule utilisée pour le mode 2 est la suivante :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{192\sigma}{(3\rho_l + 2\rho_g)D_e^3}} \quad (4.1)$$

La fréquence trouvée dans la vitesse est toujours plus petite que celle du mode 2. Elle correspond donc probablement à la fréquence du relâché tourbillonnaire derrière la bulle.

4.1.4 Énergies et puissances

Nous nous sommes aussi intéressés rapidement aux énergies cinétiques et potentielles (tension de surface) des bulles à des fins de comparaison avec un rebond entre deux bulles. Les formules utilisées pour calculer les énergies sont celles utilisées par Pelletier [2] :

$$E_c = \frac{1}{2} \rho_l V_{bulle} C_m v^2 \quad (4.2)$$

$$E_\sigma = 4.482\sigma \left(\frac{D_e}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{3.324} \left(\frac{c_1 + c_2}{D_e}\right)^{3.324} - \frac{c_1 + c_2}{D_e} + \frac{2.324}{3.324} \right] \quad (4.3)$$

avec V_{bulle} le volume moyen de la bulle en mm^3 , C_m le coefficient de masse ajoutée défini par Klaseboer *et al.* [64] ($C_m = 0.62\chi - 0.12$), v la vitesse de la bulle, D_e le diamètre équivalent moyen et c_1 et c_2 les deux petits axes.

Ces énergies sont présentées sur la figure 4.6. On constate que l'énergie cinétique est bien supérieure à l'énergie potentielle, et ce pour toutes les tailles de bulle. Il y a des variations dans les deux énergies, liées aux variations dans la vitesse et le rapport d'aspect. Les fluctuations pour une grosse bulle sont plus chaotiques et ont une plus grande amplitude que celles pour une petite bulle.

Il est aussi possible de calculer l'énergie potentielle de pesanteur (qui est décroissante car la bulle se rapproche de la surface libre) :

$$E_g = (\rho_g - \rho_l) V_{bulle} g z \quad (4.4)$$

En dérivant les différentes énergies par rapport au temps, on obtient les puissances. On peut alors en déduire la puissance dissipée. Celle-ci est visible sur la figure 4.7. On remarque que la puissance dissipée ne varie pas beaucoup au cours du temps et est surtout liée à l'énergie potentielle de pesanteur.

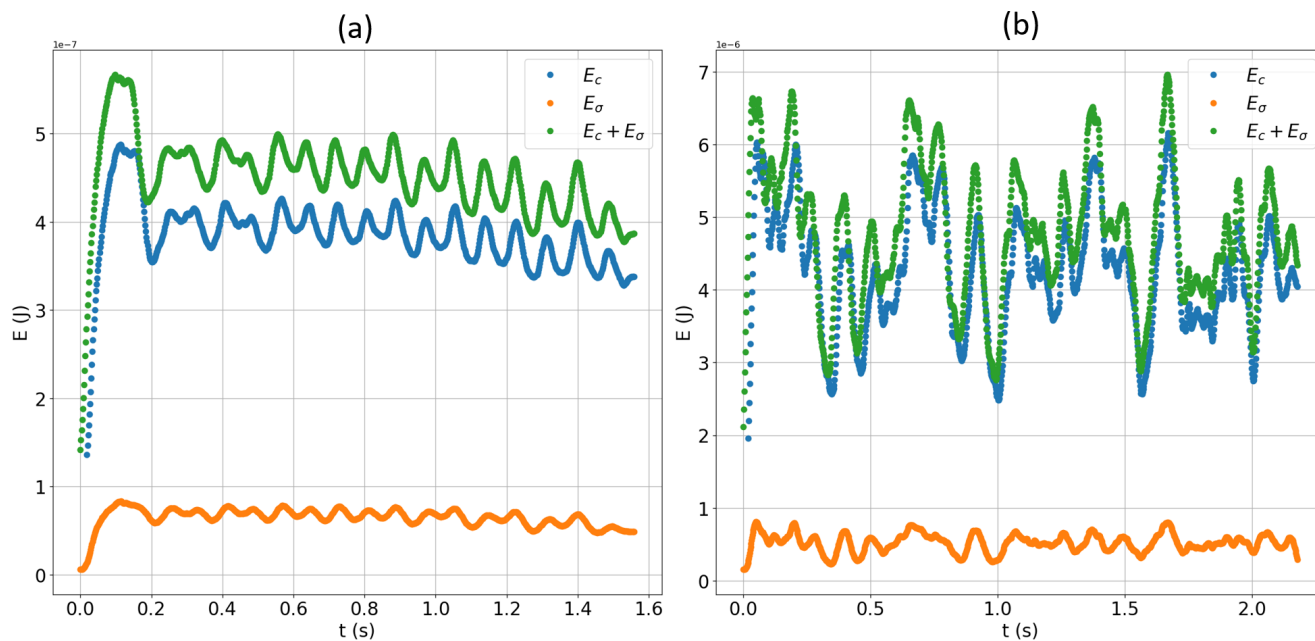


Figure 4.6 Tracé des énergies cinétique et potentielle élastique pour deux tailles de bulles différentes : (a) $D_e = 2.21$ mm ; (b) $D_e = 5.62$ mm.

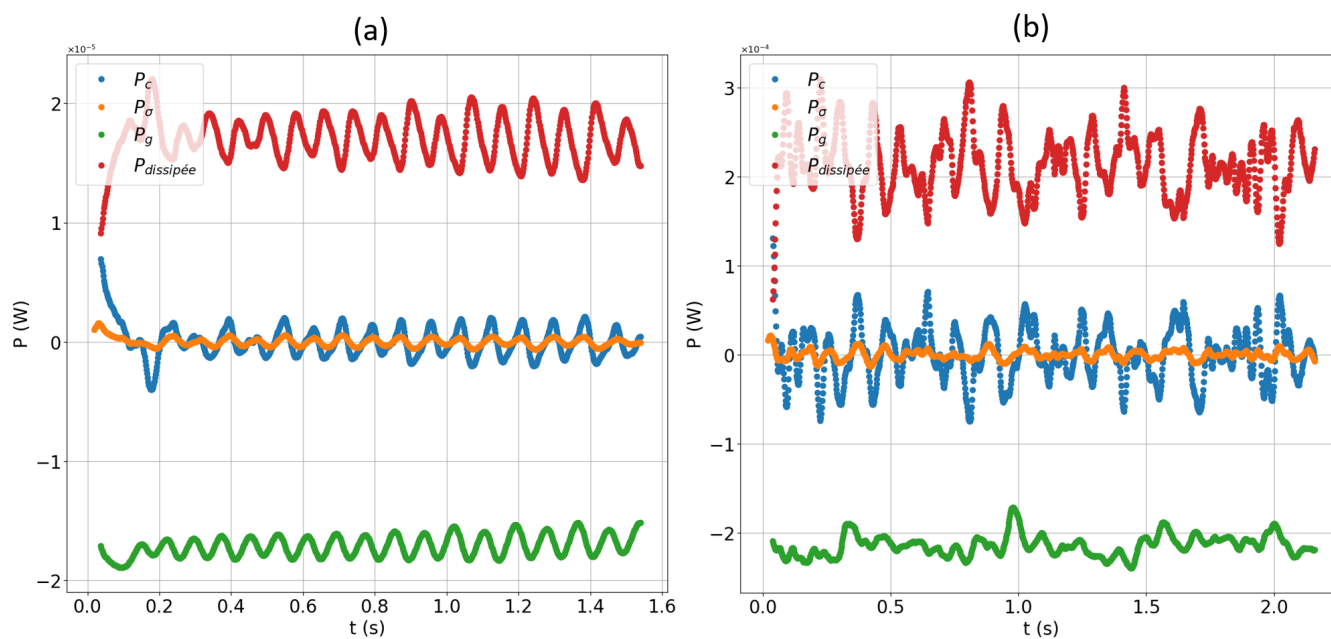


Figure 4.7 Tracé des puissances cinétique, potentielle élastique et potentielle de pesanteur pour deux tailles de bulles différentes : (a) $D_e = 2.21$ mm ; (b) $D_e = 5.62$ mm.

4.2 Comportement de deux bulles

Après avoir observé le comportement d'une bulle seule, nous allons étudier les différences lorsque deux bulles s'élèvent dans de l'eau stagnante. On s'attend à ce qu'elles aient une influence l'une sur l'autre d'autant plus importante qu'elles sont proches. En effet, Agrawal *et al.* [7] ont remarqué que deux bulles de taille millimétrique se comportent comme si elles étaient seules lorsque $l/D_e > 7$ (avec l la distance centre à centre initiale des bulles, côte-à-côte dans leurs expériences, et D_e le diamètre équivalent). Nous avons réalisé et traité un total de 352 expériences avec différentes tailles de bulle et différentes conditions initiales.

Il est important de préciser ici que lorsque les bulles se chevauchaient sur une image, il était alors plus compliqué pour le programme de retrouver correctement les paramètres des deux demies-ellipsoïdes. C'est pourquoi il y a certaines zones "vides" dans nos résultats que nous avons complétées par interpolation.

4.2.1 Trajectoire

Comme à la section précédente, nous présentons ici dans la figure 4.8 les trajectoires pour quatre tailles de bulle différentes.

Dans de nombreuses situations, les bulles entrent en contact ce qui modifie grandement leur comportement. Globalement leurs trajectoires sont fortement influencées par la présence d'une autre bulle, mais il est difficile de trouver un motif précis dans toutes les expériences. En effet, de nombreux paramètres peuvent varier selon les essais tels que la taille des bulles ou encore la distance initiale.

Nous pouvons tout de même remarquer que les trajectoires semblent être de plus en plus chaotiques quand leur diamètre augmente. De plus, pour les plus petites bulles, nous avons remarqué sur plusieurs résultats que la transition zig-zag / hélicoïdale s'effectue beaucoup plus tôt que pour une bulle seule. Il est aussi parfois observé que la bulle de devant garde une trajectoire zig-zag alors que celle de derrière va entrer très rapidement dans un mouvement de spirale à cause de l'influence du sillage de la première.

De manière générale, lorsque les bulles montent en ligne ou presque, celle du dessous a tendance à se rapprocher de celle du dessus par aspiration dans le sillage. En revanche, lorsqu'elles sont côte-à-côte, elles ont tendance à fortement se rapprocher au début puis à se désaligner et monter séparément.

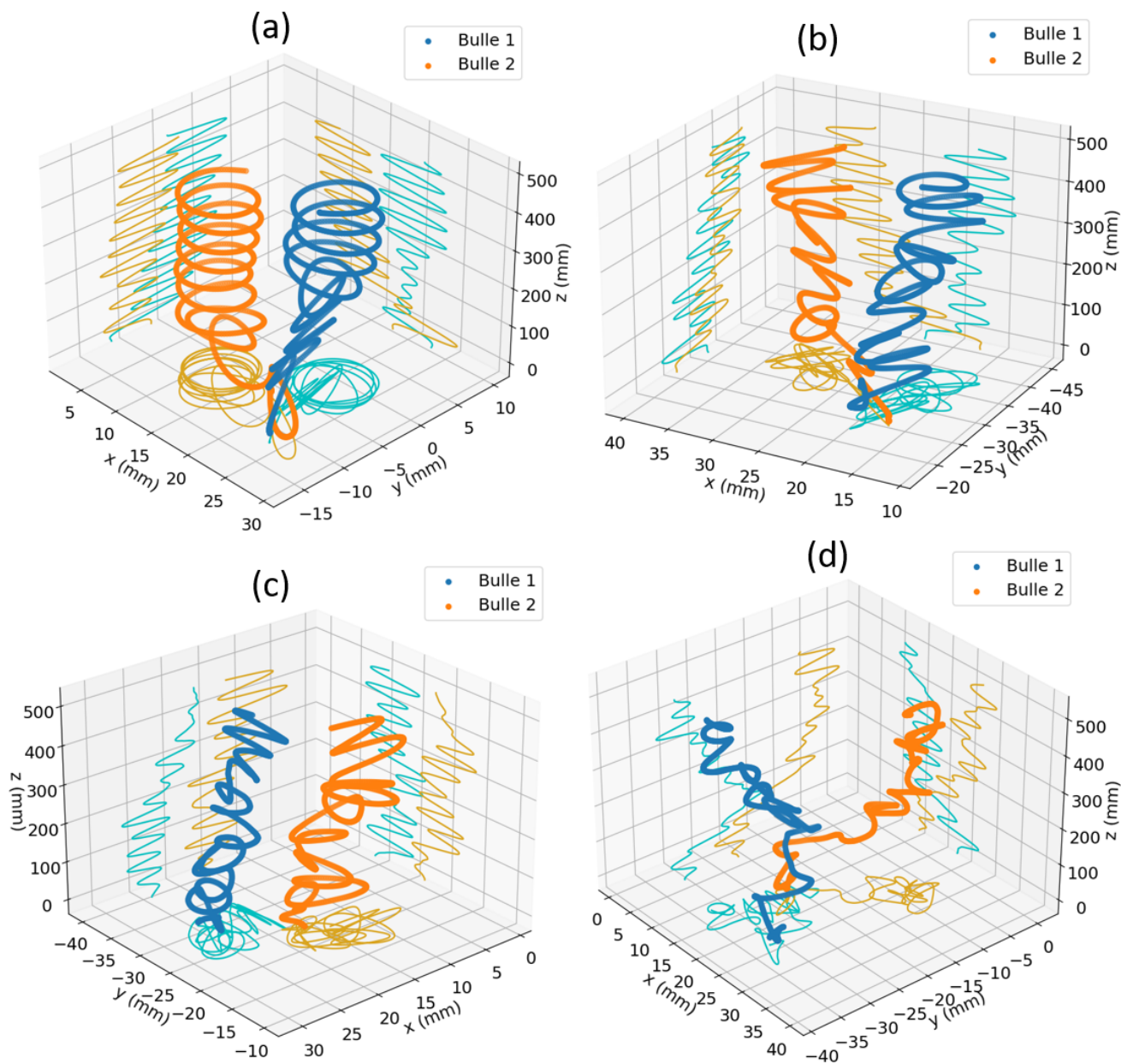


Figure 4.8 Trajectoires 3D de plusieurs paires de bulles créées avec des embouts différents : (a) $D_{e1} = 2.89$ mm, $D_{e2} = 2.98$ mm, $l_H = 7.17$ mm, $l_V = 4.35$ mm ; (b) $D_{e1} = 3.43$ mm, $D_{e2} = 3.42$ mm, $l_H = 8.55$ mm, $l_V = 1.45$ mm ; (c) $D_{e1} = 4.23$ mm, $D_{e2} = 4.26$ mm, $l_H = 11.16$ mm, $l_V = 0.26$ mm ; (d) $D_{e1} = 5.27$ mm, $D_{e2} = 5.51$ mm, $l_H = 12.36$ mm, $l_V = 0.66$ mm. l_H et l_V sont les distances horizontales et verticales initiales entre les deux bulles.

4.2.2 Rapport d'aspect

Nous nous intéressons ici au rapport d'aspect. La plupart des bulles que nous avons créées sont rapides, mais certaines lentes ont aussi été observées. Celles-ci sont identifiables facilement par leur rapport d'aspect qui est beaucoup plus proche de 1 que les bulles rapides. Sur la figure 4.9, on peut voir l'évolution de la forme d'une bulle lente : elle reste globalement sphérique.

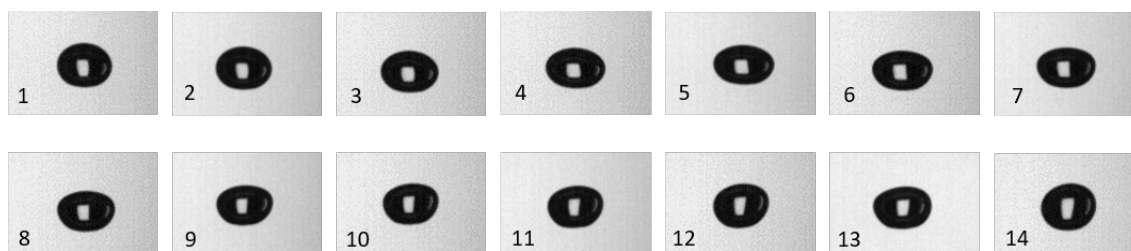


Figure 4.9 Évolution de la forme d'une bulle lente de diamètre équivalent $D_e = 4.52$ mm (vue de gauche). L'écart de temps entre deux images est de $4/600$ secondes.

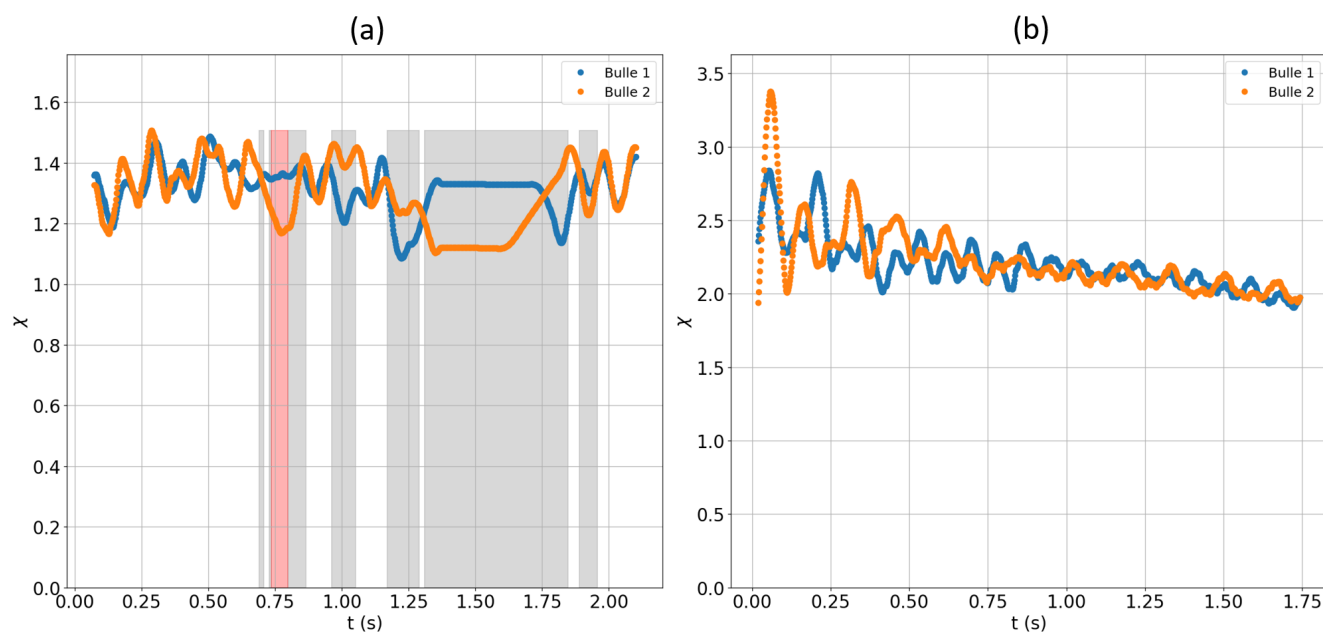


Figure 4.10 (a) Tracé du rapport d'aspect χ en fonction du temps (s) pour deux bulles lentes ($D_{e1} = 4.52$ mm et $D_{e2} = 4.73$ mm). (b) Tracé du rapport d'aspect χ en fonction du temps (s) pour deux bulles rapides ($D_{e1} = 2.89$ mm et $D_{e2} = 2.98$ mm). Les zones grises et rouges correspondent à des zones de chevauchement d'un seul côté et de deux côtés respectivement durant lesquelles le programme de reconnaissance n'a pas bien fonctionné.

Dans une expérience, nous avons pu créer deux bulles lentes et nous avons observé leur interaction. Leurs rapports d'aspects sont tracés à la figure 4.10. On constate que χ est relativement proche de 1 (moyenne à environ 1.3) alors que les rapports d'aspect des bulles rapides vues précédemment étaient plutôt de l'ordre de 2 à 3 (voir figure 4.4).

Pour voir si la présence d'une deuxième bulle influe sur le rapport d'aspect, nous avons tracé les χ pour des bulles rapides (voir figure 4.10). Nous avons constaté qu'il reste du même ordre de grandeur que pour une bulle seule, et qu'il continue aussi à fluctuer. Cependant, il semble y avoir plus de fluctuations chaotiques.

4.2.3 Vitesses

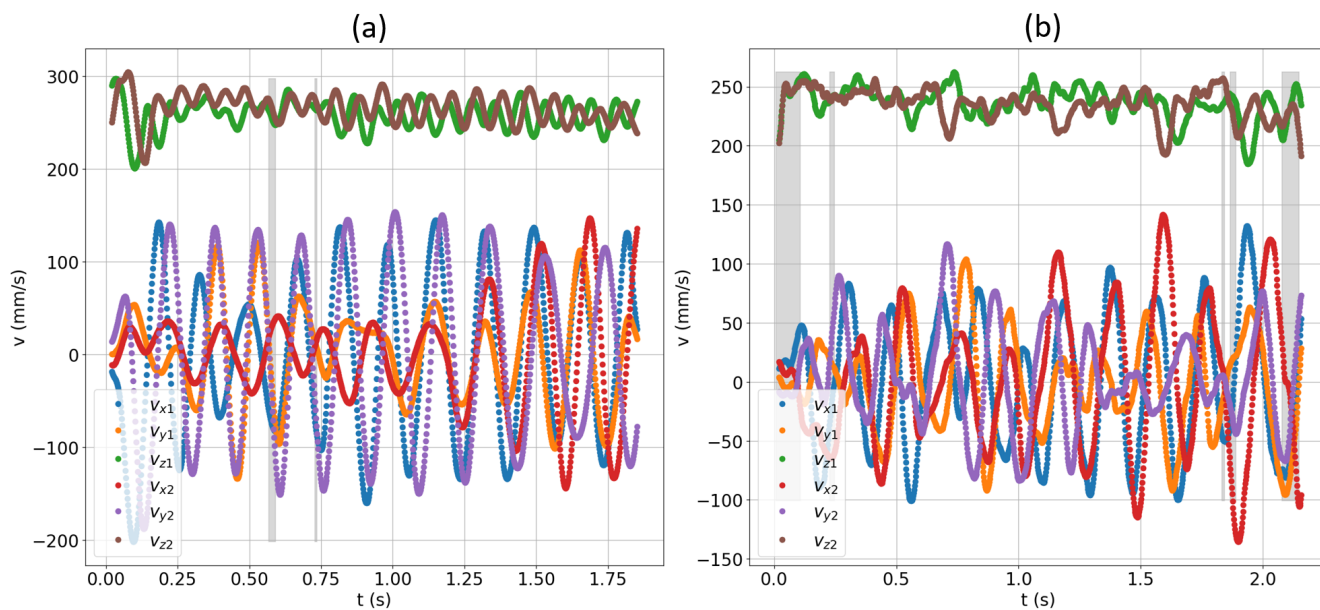


Figure 4.11 Tracé des vitesses selon x , y et z en fonction du temps (s) pour deux bulles rapides : (a) $D_{e1} = 3.38$ mm et $D_{e2} = 3.12$ mm ; (b) $D_{e1} = 5.2$ mm et $D_{e2} = 5.43$ mm. Les zones grises correspondent à des zones de chevauchement d'un seul côté.

Nous allons nous intéresser ici aux vitesses des bulles dans le cas où il n'y a pas de contact entre elles. Les cas de rebonds ou coalescence seront traités un peu plus loin.

Les vitesses de la paire de bulles pour deux tailles différentes sont présentées à la fig 4.11 : les vitesses x , y , et z sont tracées sur le même graphique. On remarque que l'on conserve l'aspect régulier sinusoïdal pour les plus petites bulles et un aspect plus chaotique pour les

plus grosses. De plus, l'ordre de grandeur des vitesses est la même que pour une bulle seule.

4.2.4 Énergies et puissances

Nous nous sommes aussi intéressés rapidement aux énergies cinétiques et potentielles de tension de surface. Pour deux bulles sans contact, nous obtenons par exemple le graphique (a) de la figure 4.12. On constate que les deux bulles ont une énergie qui évolue différemment et qu'il y a parfois un lien entre la baisse des énergies potentielle et cinétique. Les puissances sont aussi tracées sur le (b) de la même figure. On constate qu'elles restent relativement stables et du même ordre de grandeur que pour une bulle seule.

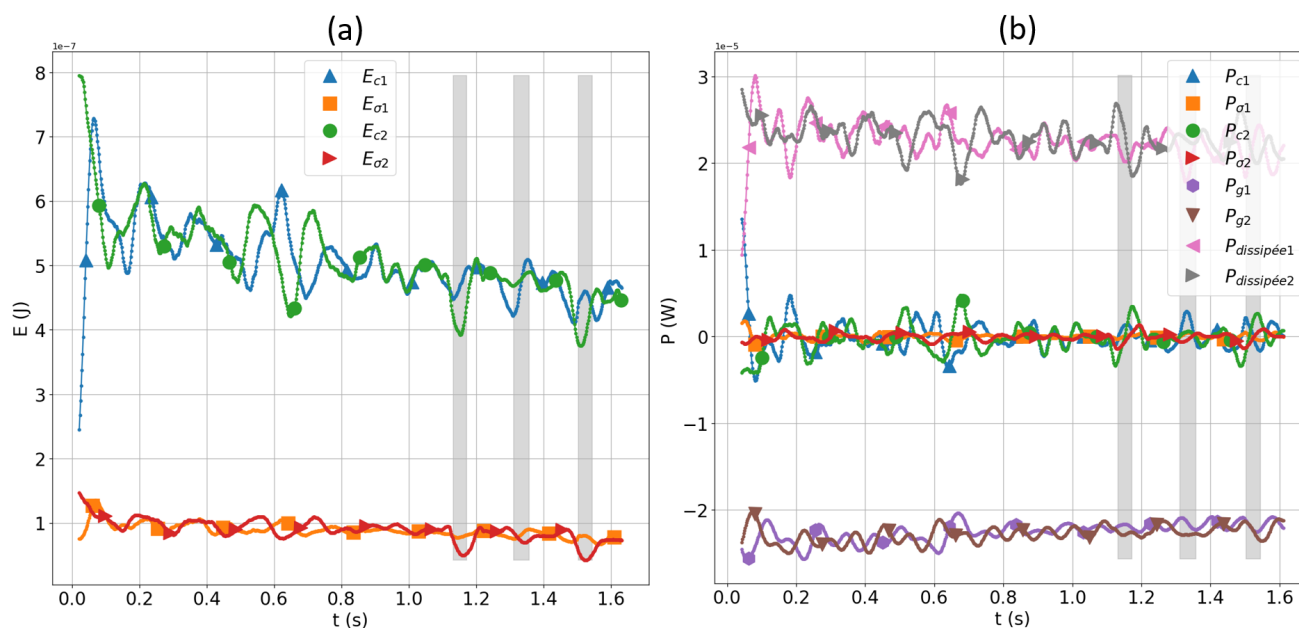


Figure 4.12 (a) Tracé des énergies de deux bulles en fonction du temps (s) sans contact. (b) Tracé des puissances de deux bulles en fonction du temps (s) sans contact. Les bulles ont un diamètre : $D_{e1} = 2.50$ mm et $D_{e2} = 2.52$ mm. Les zones grises correspondent à des zones de chevauchement d'un seul côté.

4.3 Comparaison une bulle et deux bulles avec la littérature

Dans cette section, nous allons présenter quelques résultats globaux de l'ensemble de nos expériences et les comparer à la littérature. Les bulles sont considérées ici dans leur état terminal, l'influence des distances initiales ne sont donc pas discutées.

4.3.1 Vitesse terminale

Nous avons récupéré les vitesses terminales selon z de toutes les bulles dans nos expériences et nous les avons réunies sur un même graphique (voir figure 4.13). Nous différencions les bulles de plusieurs manières : les points ronds sont des bulles rapides et les triangles des lentes, les symboles pleins correspondent aux expériences avec deux bulles alors que les symboles blancs à celles avec une bulle seule. Finalement les couleurs correspondent à l'embout avec lequel les expériences ont été menées.

Ce graphique permet de comparer nos résultats à ceux de Pelletier [2] et Peters et Christian [18]. En effet, le même graphique avait été tracé par Pelletier comme présenté à la figure 2.4.

Pour les bulles rapides, la corrélation de Clift *et al.* [29] a été reportée sur notre graphique pour $D_e \in [1.3 \text{ mm}, 6 \text{ mm}]$:

$$v_{zT} = \sqrt{\frac{2.14\sigma}{\rho_l D_e} + 0.505gD_e} \quad (4.5)$$

Pour les bulles lentes avec $D_e \in [1.458 \text{ mm}, 6 \text{ mm}]$, l'équation théorique de Tomiyama *et al.* [19] a été reportée :

$$v_{zT} = \frac{\sin^{-1} \sqrt{1 - \chi^2} - \chi \sqrt{1 - \chi^2}}{1 - \chi^2} \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho_l D_e} \chi^{4/3} + \frac{(\rho_l - \rho_g)gD_e}{2\rho_l} \frac{\chi^{2/3}}{1 - \chi^2}} \quad (4.6)$$

avec χ le rapport d'aspect défini ici comme :

$$\chi = \frac{1}{1 + 0.163 \left(\frac{(\rho_l - \rho_g)gD_e^2}{\sigma} \right)^{0.757}}$$

On remarque que nos expériences pour les bulles rapides suivent bien la corrélation de Clift (comme les expériences de Pelletier et Peters visibles sur la figure 2.4). Pour les bulles lentes,

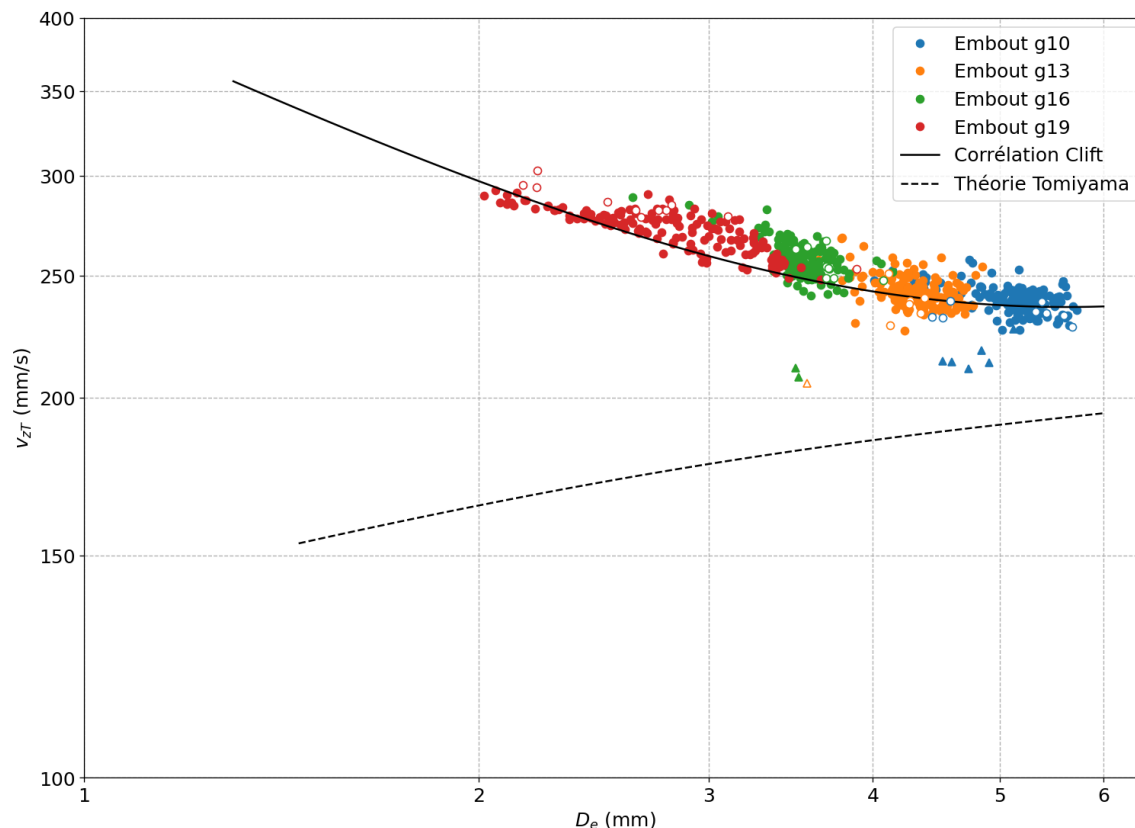


Figure 4.13 Tracé de la vitesse terminale selon z de toutes les bulles de nos expériences en fonction du diamètre équivalent. Les symboles pleins correspondent à des expériences avec deux bulles et les symboles blancs à des bulles seules. Les ronds sont des bulles rapides tandis que les triangles sont des bulles lentes.

nous en avons observé que très peu et avec des diamètres relativement élevés. Cependant, nos quelques résultats restent similaires à ceux des deux auteurs cités précédemment.

Il est important de noter que la vitesse terminale utilisée pour la figure 4.13 est la vitesse selon z (verticale) et non pas la vitesse finale totale (car les bulles ont des trajectoires zig-zag et hélicoïdales). En réalité, il existe un petit écart entre la vitesse totale v et v_z . Cet écart est visible sur la figure 4.14. On remarque que la différence $(v_T - v_{zT})$ diminue si le diamètre équivalent de la bulle augmente. Cela s'explique par le fait que la force fluctuante (engendrant des trajectoires non rectilignes) est proportionnelle à D_e^2 tandis que celle de masse ajoutée est proportionnelle à D_e^3 . Ainsi, lorsque le diamètre augmente, même si les forces fluctuantes sont plus élevées, la masse ajoutée augmentant encore plus, les oscillations seront donc moins importantes et la vitesse selon z sera alors plus proche de la vitesse terminale totale. Agrawal *et al.* [7] avaient fait l'observation dans leurs expériences qu'augmenter la taille d'une bulle réduisait l'amplitude et la longueur d'onde de la trajectoire. La réduction d'amplitude pour-

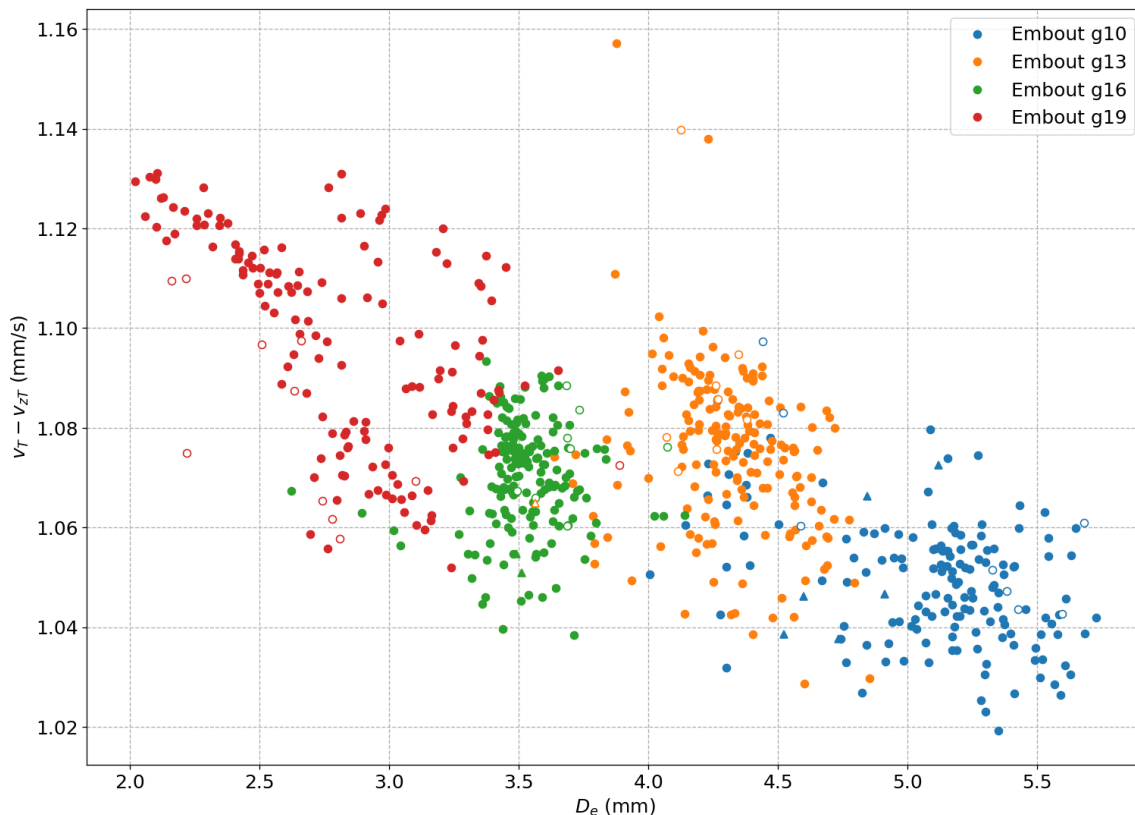


Figure 4.14 Tracé de la différence de vitesse terminale ($v_T - v_{zT}$) de toutes les bulles de nos expériences en fonction du diamètre équivalent. Les symboles pleins correspondent à des expériences avec deux bulles et les symboles blancs à des bulles seules. Les ronds sont des bulles rapides tandis que les triangles sont des bulles lentes.

rait être lié à une réduction d'amplitude des fluctuations de vitesse.

4.3.2 $Re = f(\mathbf{Eo})$

Une carte très connue présentant différents régimes de bulles liés à la forme est celle de Bhaga et Weber [1] (voir figure 2.1). Pour nous placer par rapport aux études précédentes, nous avons reporté nos résultats sur cette carte (voir figure 4.15).

On remarque que nos résultats se trouvent dans la zone OE (ellipsoïde oblate), ce qui est cohérent avec la forme des bulles obtenues. Globalement nos données forment une droite correspondant à un nombre de Morton constant, mais quelques points sont légèrement en dessous : il s'agit des bulles lentes. Nos résultats semblent proches de la zone des bulles sphériques, mais nous n'en avons cependant pas observé.

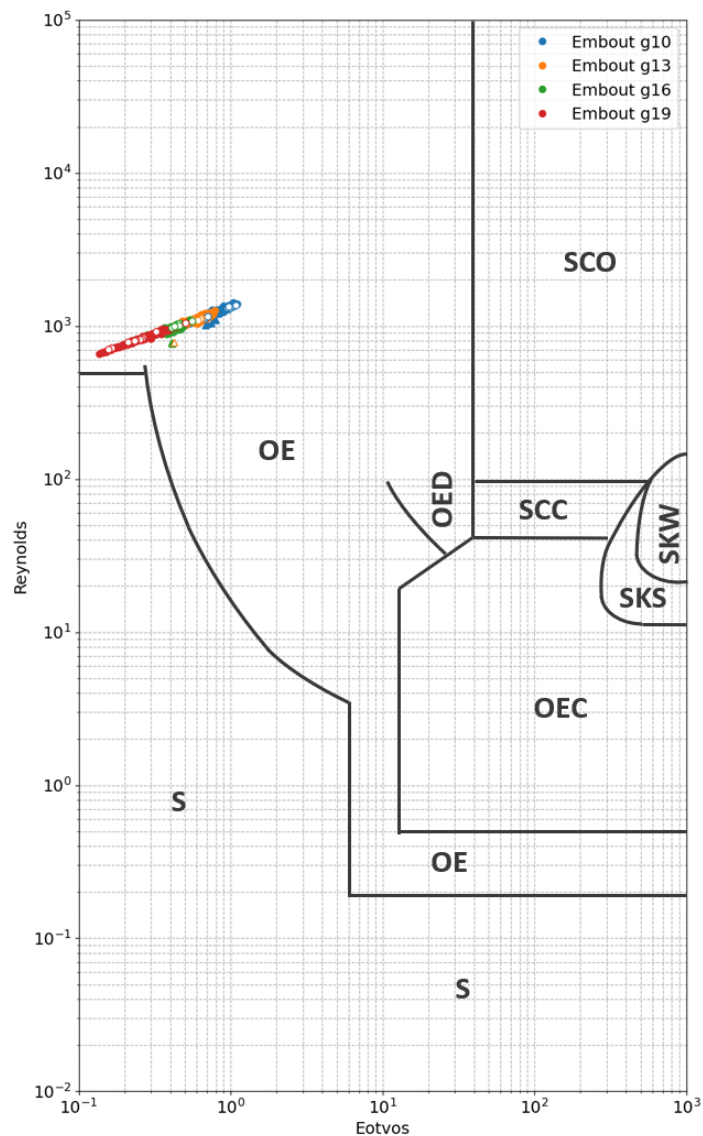


Figure 4.15 Tracé du nombre de Reynolds (basé sur la vitesse terminale v_T) en fonction du nombre de Eötvös superposé à la carte de Bhaga et Weber [1]. Les différentes couleurs correspondent aux aiguilles utilisées pour créer les bulles. Les symboles pleins sont ceux des expériences avec deux bulles et les symboles blancs avec une seule bulle. Les ronds sont des bulles rapides tandis que les triangles sont des bulles lentes.

4.3.3 $Eo = f(Ga)$

Dans le chapitre revue de littérature, nous nous sommes attardés sur la carte de Tripathi *et al.* [3] présentant différents régimes de comportement trouvés numériquement pour une bulle rapide initialement sphérique. Comme le nombre de Morton est constant dans nos expériences ($Mo \approx 2.529 \cdot 10^{-11}$ pour le couple air/eau), tous nos résultats prennent la forme

d'une droite sur leur carte comme présenté à la figure 4.16. On remarque que la plupart des bulles trouvées se trouvent dans la région II (oscillant) caractérisée par Tripathi comme des bulles ayant des oscillations dans leur forme et une trajectoire zig-zag ou spirale. Cela correspond donc bien à nos observations.

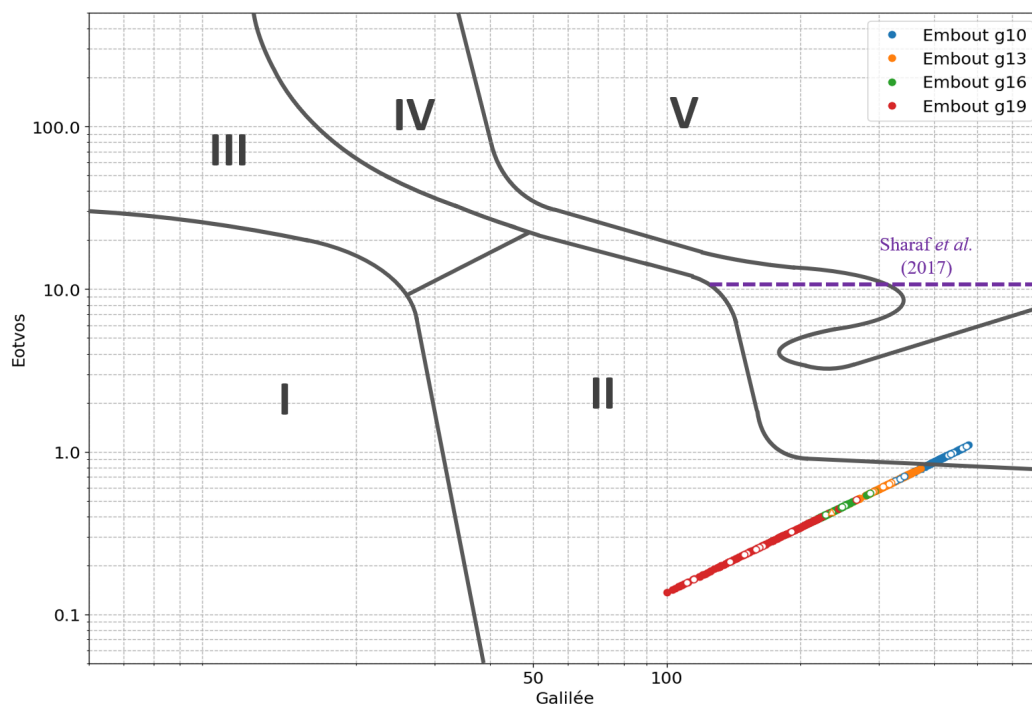


Figure 4.16 Tracé du nombre d'Eötvös en fonction du nombre de Galilée superposé à la carte de Tripathi *et al.* [3]. Les différentes couleurs correspondent aux aiguilles utilisées pour créer les bulles. Les symboles pleins sont ceux des expériences avec deux bulles et les symboles blancs avec une seule bulle. Régimes I : axisymétrique, II : oscillant, III : en jupe, IV : rupture périphérique, V : rupture centrale.

Nous pouvons aussi remarquer que quelques-unes de nos expériences se trouvent dans la région IV (région de rupture périphérique). Cependant, nous n'avons pas observé de tels phénomènes de rupture dans nos expériences. En effet, toutes les bulles conservent globalement leur forme oscillante et il n'y a pas de bulles satellites (sauf dans certains cas particuliers de coalescence ou rebond). Sharaf *et al.* [4] avait réussi à observer expérimentalement des ruptures périphériques, mais la zone correspondant à ce régime était différente de celle de Tripathi *et al.*. Ils n'ont pas observé ce genre de rupture pour un Eo inférieur à 10 (comme c'est le cas dans nos expériences). De plus, ils n'ont pas observé expérimentalement la région V (rupture centrale), des ruptures périphériques se produisaient à la place. Cela peut être expliqué par le fait que la bulle relâchée lors des expériences n'est pas parfaitement sphérique

comme dans les simulations de Tripathi *et al.*, ce qui confirme l'influence des conditions initiales de la bulle sur son comportement.

4.3.4 Temps d'atteinte du régime établi

Ici, nous nous intéressons au temps que mettent les bulles pour atteindre leur régime établi, c'est-à-dire leur vitesse moyenne terminale. Nous avons pris comme critère le temps pour lequel la vitesse des bulles atteint $0.9v_T$.

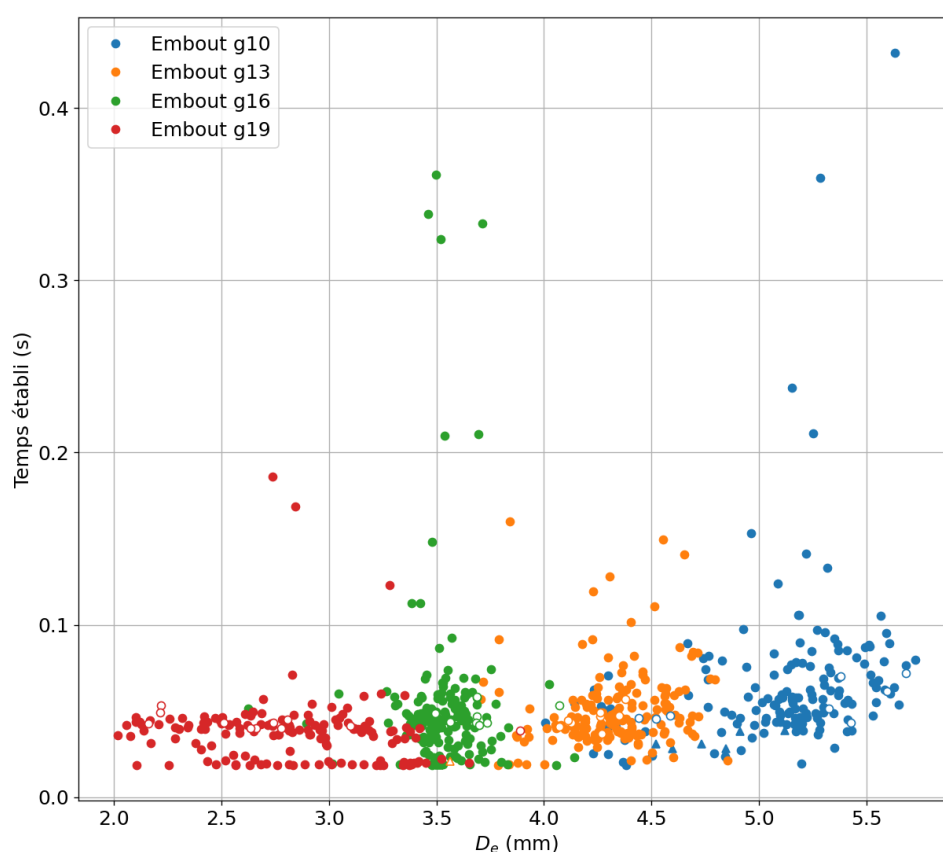


Figure 4.17 Temps d'atteinte du régime établi en fonction du diamètre des bulles. Les symboles pleins correspondent aux expériences avec deux bulles et ceux blancs aux expériences avec une bulle seule. Les ronds sont des bulles rapides et les triangles des bulles lentes.

On peut remarquer sur ce graphique (figure 4.17) que la plupart des bulles atteignent leur vitesse terminale en moins de 0.1 secondes. Pour les quelques points supérieurs à cette valeur, il y a en réalité eu un rebond entre les bulles avant que celles-ci aient atteint leur vitesse terminale. Ce contact les a donc ralenties et a retardé le temps d'atteinte du régime établi. On

remarque aussi que le régime établi est souvent atteint plus rapidement dans le cas de deux bulles comparé à une bulle seule. C'est sûrement lié au fait que l'une des deux est accélérée par la présence de l'autre et atteint donc plus rapidement sa vitesse finale. Finalement, on ne remarque pas de différences de temps d'atteinte du régime établi selon le diamètre : peu importe la taille de la bulle, elle va avoir tendance à atteindre sa vitesse terminale au même rythme.

4.3.5 Rapport d'aspect

Nous nous intéressons ici au rapport d'aspect moyen pour les différentes expériences menées. Ceux-ci sont tracés sur la figure 4.18. On remarque que la différence est claire entre les bulles rapides et les bulles lentes. En effet, les bulles lentes ont un rapport d'aspect moyen autour de 1.3 à 1.5 tandis que les bulles rapides ont un χ qui varie de 2.1 à 2.6.

Nous avons tracé sur le graphique différentes courbes :

- Legendre *et al.* [17] a proposé la relation suivante pour les bulles rapides en corrélation avec leurs expériences :

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{9}{64}We} \quad (4.7)$$

- Moore [22] a avancé une relation entre We et χ obtenue par équilibre entre la pression dynamique et la tension de surface pour les bulles lentes :

$$\chi = 1 + \frac{9}{64}We \quad (4.8)$$

- Pelletier [2] a proposé la relation suivante pour les bulles lentes en corrélation avec ses expériences :

$$\chi = 1 + \frac{7}{64}We \quad (4.9)$$

On remarque que tandis que la relation de Pelletier éq.(4.9) décrit très bien les quelques bulles lentes observées, la relation de Legendre éq.(4.7) ne semble pas bien adaptée pour les bulles rapides. En effet, il y a parfois un écart important avec les expériences. Il est parfois compliqué de trouver un rapport d'aspect moyen expérimentalement car les bulles ont une forme qui varie beaucoup.

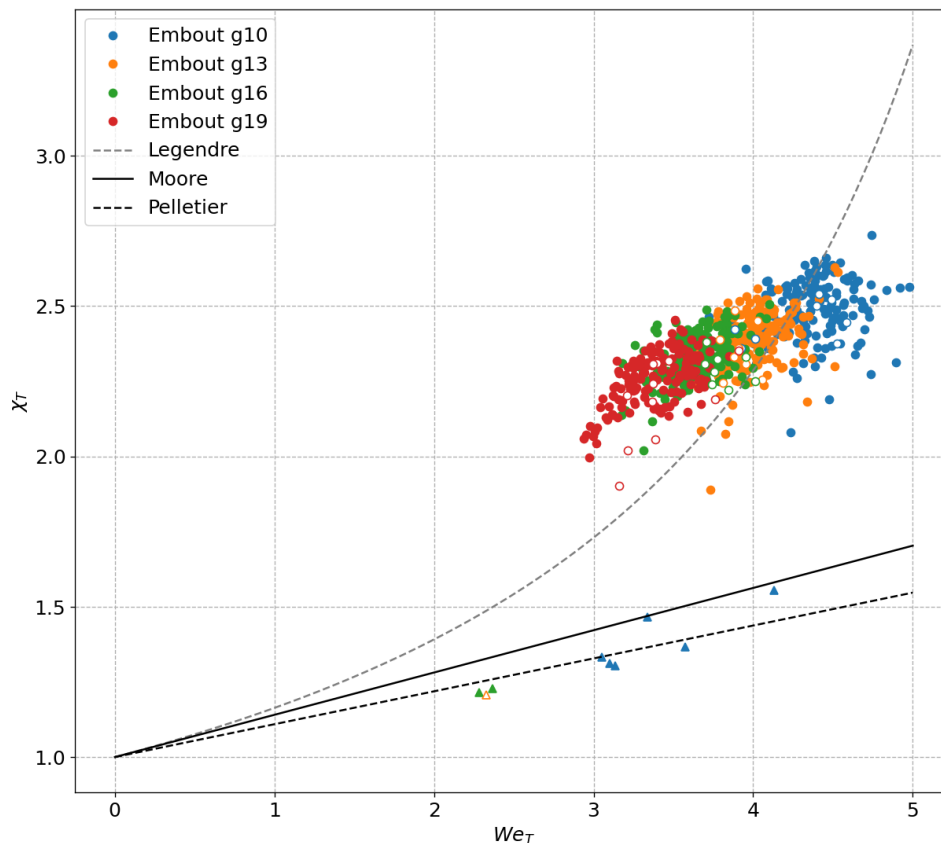


Figure 4.18 Rapport d'aspect moyen terminal en fonction du nombre de Weber basé sur la vitesse terminale v_T . Les points correspondent aux bulles rapides tandis que les triangles sont des bulles lentes. Les symboles pleins correspondent aux expériences avec deux bulles et ceux blancs aux expériences avec une bulle seule. Le trait plein noir correspond à la relation de Moore [22] éq.(4.8), le trait pointillé noir correspond à la corrélation de Pelletier [2] éq.(4.9) et le trait pointillé gris correspond à la corrélation proposée par Legendre [17] éq.(4.7).

4.3.6 Fréquence relâché tourbillonnaire

Nous avons cherché à voir si les vibrations dans la forme de la bulle sont liées à son mode 2 (oscillations de χ) décrit par Fortin [27] ou si elles sont liées au relâché tourbillonnaire. Il est bien connu en interaction fluide structure que des vibrations induites par vortex sont présentes lorsque la fréquence du relâché tourbillonnaire coïncide avec la fréquence naturelle de l'objet étudié. Dans ce cas, il y a une zone d'accrochage visible sur le graphique de $f_{it}/f_n = f(v_r)$. f_{it} est la fréquence du relâché tourbillonnaire, f_n est la fréquence naturelle de l'objet, v_r est la vitesse réduite et D est la taille de l'objet. Cette zone d'accrochage apparaît normalement autour de $v_r = S_T^{-1}$, avec $v_r = \frac{v}{f_n D}$ la vitesse réduite et $S_T = \frac{D f_{it}}{v}$ le nombre de Strouhal. Par exemple, pour un écoulement autour d'un cylindre, la zone d'accrochage

commence autour de $v_r = 5$.

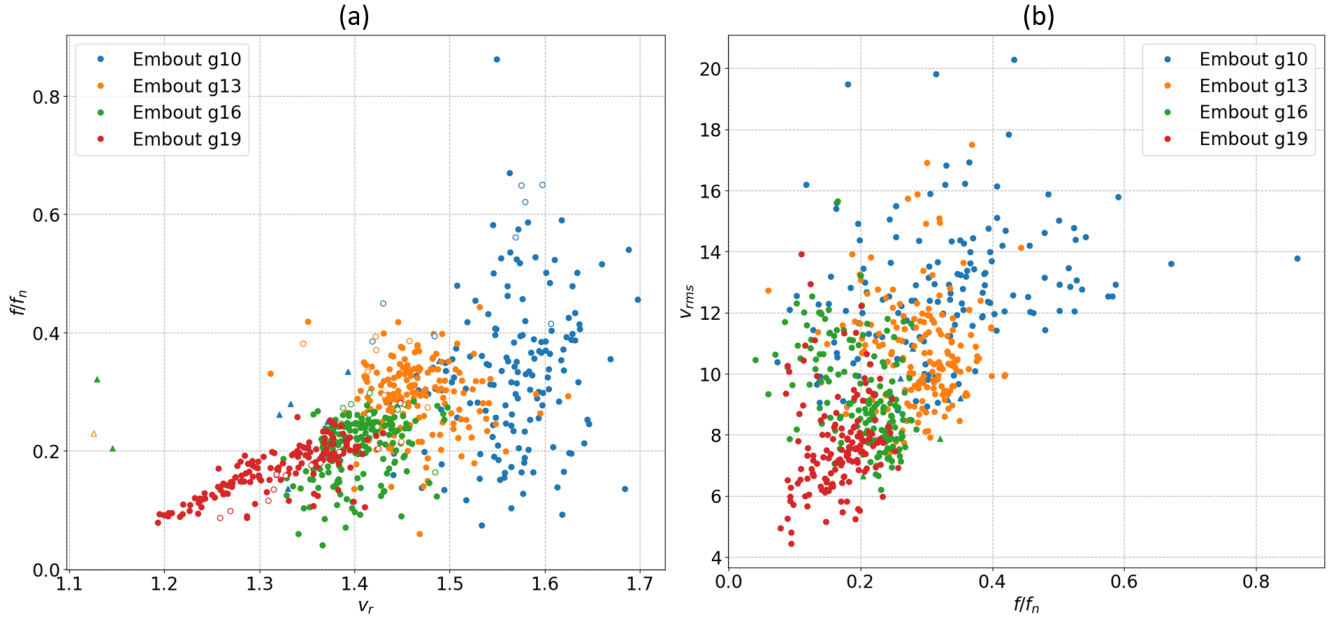


Figure 4.19 (a) Tracé de la fréquence du relâché tourbillonnaire en fonction de la vitesse réduite; (b) Tracé de l'écart-type de la vitesse en z en fonction de la fréquence du relâché tourbillonnaire. Les points correspondent aux bulles rapides tandis que les triangles sont des bulles lentes. Les symboles pleins correspondent aux expériences avec deux bulles et ceux blancs aux expériences avec une bulle seule.

Ici nous avons pris f_{lt} comme la fréquence visible dans la vitesse selon z de la bulle que nous avons obtenue en effectuant une transformée de Fourier. Nous avons calculé f_n comme étant la fréquence du mode 2 de la bulle donnée par Fortin [27] avec :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{192\sigma}{(3\rho_l + 2\rho_g)D_e^3}} \quad (4.10)$$

On peut observer sur le (a) de la figure 4.19 que les points ont tendance à s'aligner selon une droite, ce qui correspond donc au fait que la la bulle vibre au rythme des relâchés tourbillonnaires. Cependant, f_{lt}/f_n n'atteint jamais 1, il ne semble donc pas y avoir d'accrochage au mode 2 de la bulle. On remarque aussi que plus les bulles sont petites (points rouges) et plus les points semblent s'aligner alors qu'ils sont beaucoup plus dispersés pour les bulles plus grosses (points bleus). Cela paraît logique car comme présenté dans les vitesses, plus les bulles sont grosses et plus elles ont tendance à avoir des variations chaotiques dans leurs vitesses. En revanche pour les petites bulles, une belle sinusoïde est visible (voir fig 4.5).

On remarque aussi sur le (b) de la même figure (traçant l'écart-type de la vitesse en fonction de f/f_n) que les fluctuations dans la vitesse augmentent avec la fréquence du relâché tourbillonnaire. En fait ce sont ces fluctuations qui nous ont permis de calculer f_{lt} car les variations étaient mieux définies que pour le rapport d'aspect. On peut alors s'attendre à avoir un pic maximal de l'écart-type pour $f/f_n = 1$ lorsque la bulle vibrera à son mode 2 et donc aura des déformations maximales (et donc des fluctuations de vitesse élevées).

Ainsi, les bulles ne vibrent a priori pas à cause de leur mode 2 de compression, mais plutôt à cause du relâché tourbillonnaire derrière elles.

4.3.7 Tenseur de Reynolds

Afin de caractériser les fluctuations de vitesse des bulles, nous nous sommes intéressés au tenseur de Reynolds (qui est une contrainte dans l'équation de Navier-Stokes issue de la turbulence). Ce tenseur prend la forme suivante :

$$\rho \overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'} = \rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

En réalité, ce tenseur est normalement défini à un point de l'écoulement, mais nous le définissons ici par rapport à la vitesse du centre de la bulle. Il ne correspond donc pas a priori à la turbulence dans le sillage des bulles, mais cela permet tout de même d'avoir une première estimation de cette turbulence.

Les différents termes du tenseur de Reynolds adimensionnés avec la vitesse terminale sont tracés dans la figure 4.20.

On remarque tout d'abord que les vitesses u'^2 et v'^2 sont les plus élevées et ont tendance à diminuer lorsque le diamètre équivalent de la bulle augmente. Cela signifie que les fluctuations latérales sont importantes (beaucoup plus que verticales) et qu'elles diminuent légèrement lorsque la taille de la bulle augmente. Cette observation avait aussi été faite par Agrawal *et al.* [7]. Cela peut s'interpréter par le fait que la force de masse ajoutée est proportionnelle à D_e^3 tandis que celles fluctuantes sont proportionnelles à D_e^2 . Si le diamètre augmente, la masse ajoutée va donc avoir tendance à l'emporter sur les forces fluctuantes et donc l'amplitude des oscillations va avoir tendance à diminuer.

Les fluctuations verticales représentées par w'^2 sont petites et ne varient pas beaucoup selon le diamètre. Finalement, les termes croisés sont centrés en moyenne autour de 0 et sont

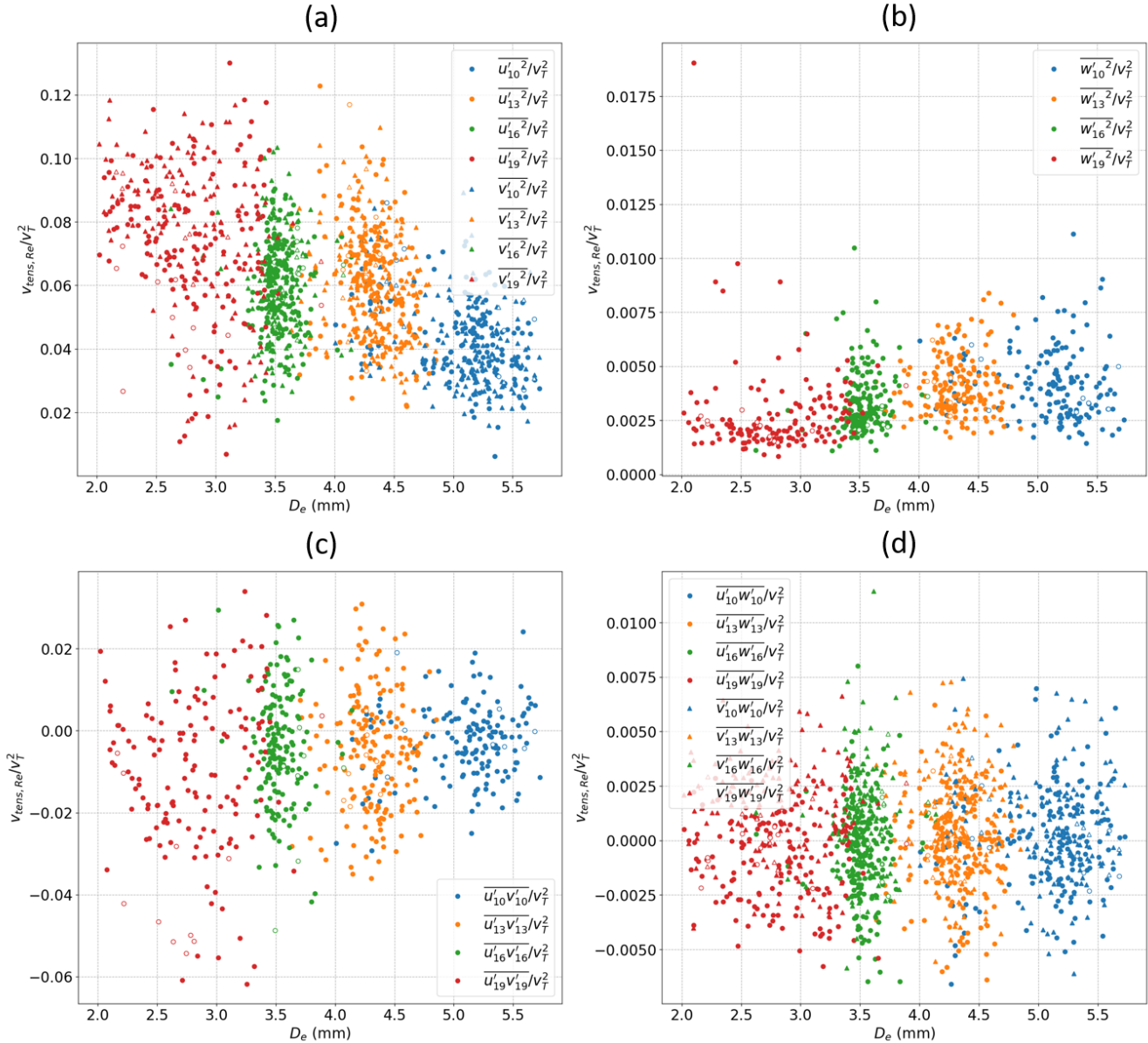


Figure 4.20 Tracé des différents termes du tenseur de Reynolds pour les bulles, adimensionnés avec la vitesse terminale ((a) $\overline{u'^2}/v_T^2$ et $\overline{v'^2}/v_T^2$; (b) $\overline{w'^2}/v_T^2$; (c) $\overline{u'v'}/v_T^2$; (d) $\overline{u'w'}/v_T^2$ et $\overline{v'w'}/v_T^2$) pour chaque aiguille. Les symboles pleins correspondent aux expériences avec deux bulles et ceux blancs aux expériences avec une bulle seule.

relativement petits.

Sur ces graphiques, on constate qu'il ne semble pas y avoir de grande différence entre les bulles seules ou en paire. Deux bulles ne sont donc pas suffisantes pour modifier les fluctuations dans les trajectoires.

4.4 Contact entre les bulles : rebond et coalescence

Après avoir vu en détail le comportement d'une bulle seule et d'une paire de bulles et de les avoir comparés, nous nous attardons sur le contact entre deux bulles. Comme présenté dans la revue de littérature, il y a deux issues possibles à un contact : une coalescence (si le temps de drainage du liquide entre les deux bulles est suffisamment court) ou un rebond (les deux bulles sont alors expulsées dans des directions opposées).

4.4.1 Coalescence

Dans cette section nous allons nous intéresser plus particulièrement à la coalescence entre deux bulles. Nous avons observé sur un total de 365 expériences seulement 25 coalescences, ce qui représente environ 7% des cas. Nous n'avons pas réussi à trouver de conditions initiales permettant une coalescence systématique entre les deux bulles, hormis lorsque les embouts étaient très près et que les bulles coalesçaient avant de se détacher des aiguilles. Cela est dû au fait que nos conditions initiales variaient beaucoup d'une expérience à l'autre, tant au niveau des distances horizontales et verticales, que de la taille de bulle ou de l'instant du relâché. Il peut y avoir aussi une partie aléatoire liée à la trajectoire des bulles (zig-zag ou spirale) qui favorise le contact ou non.

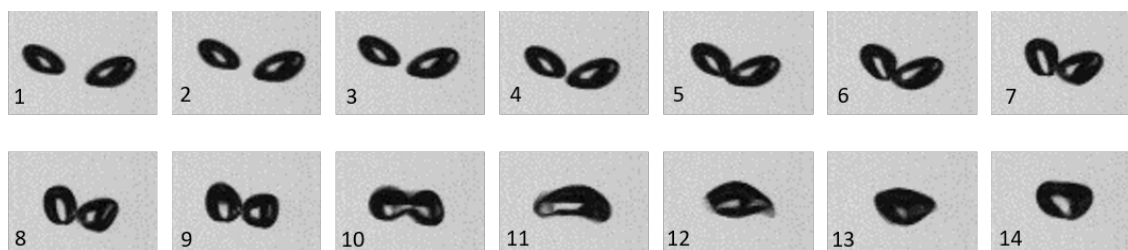


Figure 4.21 Illustration (vue de droite) d'une coalescence entre deux petites bulles ($D_{e1} = 2.30$ mm et $D_{e2} = 2.13$ mm). Le temps entre deux images est de $1/600$ secondes.

Sur la figure 4.21, on peut voir la coalescence entre deux petites bulles. Le drainage du film liquide après contact s'effectue en moins de 7 ms, ce qui permet la rupture du film liquide.

De même, on peut voir la coalescence entre deux grosses bulles sur la figure 4.22. On remarque qu'elle s'effectue plus lentement que pour les petites bulles (temps de drainage autour de 20 ms). On peut aussi remarquer la formation de petites bulles satellites sur les dernières images, liée à la variation dans la forme de la bulle pendant sa coalescence.

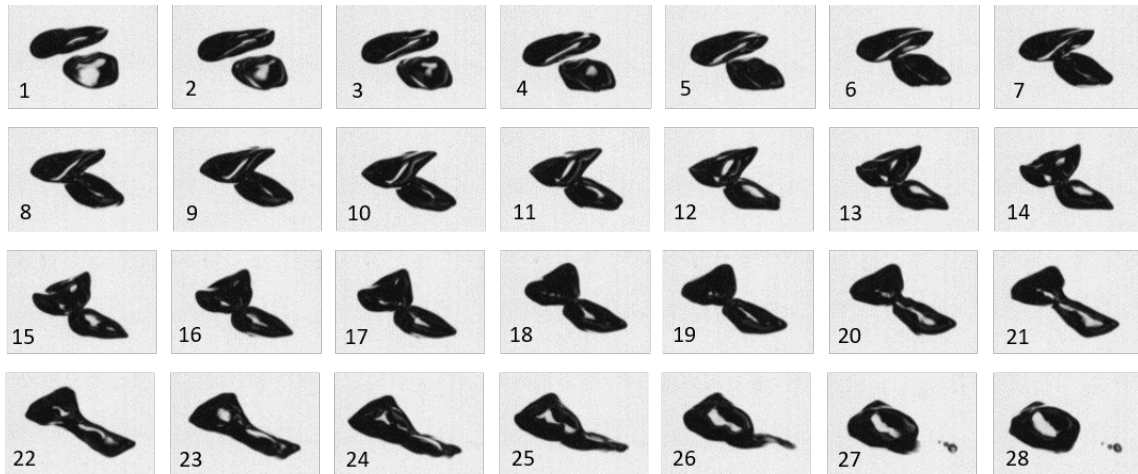


Figure 4.22 Illustration (vue de gauche) d'une coalescence entre deux grosses bulles ($D_{e1} = 5.23$ mm et $D_{e2} = 5.13$ mm). Le temps entre deux images est de $1/600$ secondes.

Les deux coalescences présentées ne sont pas du même type. En effet, les petites bulles présentées ici coalescent après un contact côte-à-côte tandis que les grosses bulles sont plutôt en ligne. Différents angles avant coalescence ont été observés dans nos expériences.

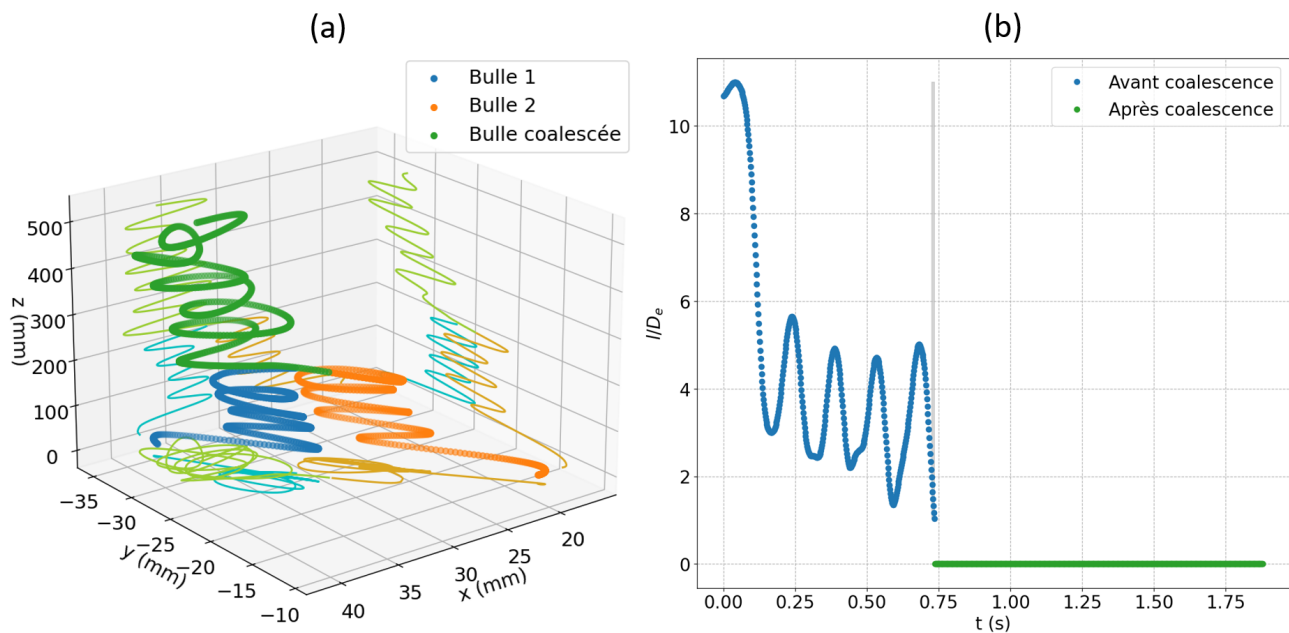


Figure 4.23 (a) Trajectoire en 3D de deux bulles qui coalescent ; (b) Distance centre à centre entre les deux bulles (adimensionnée avec la moyenne de leur D_e) en fonction du temps. Les bulles sont rapides ($D_{e1} = 2.98$ mm et $D_{e2} = 2.61$ mm). Les courbes vertes correspondent à la bulle après coalescence ($D_{e3} = 3.57$ mm).

Comme cela a été étudié pour les bulles seules, nous allons nous intéresser aux trajectoires, vitesses et rapport d'aspect des bulles avant et après coalescence.

Sur la figure 4.23, on peut observer la trajectoire en 3D de deux petites bulles qui coalescent. On remarque qu'avant coalescence, elles suivaient une trajectoire zig-zag puis spirale et qu'après leur contact, leur trajectoire est plus chaotique à tendance hélicoïdale. On peut aussi observer la distance centre à centre entre les deux bulles adimensionnée avec la moyenne de leurs diamètres équivalents. Cette distance diminue progressivement avant le contact.

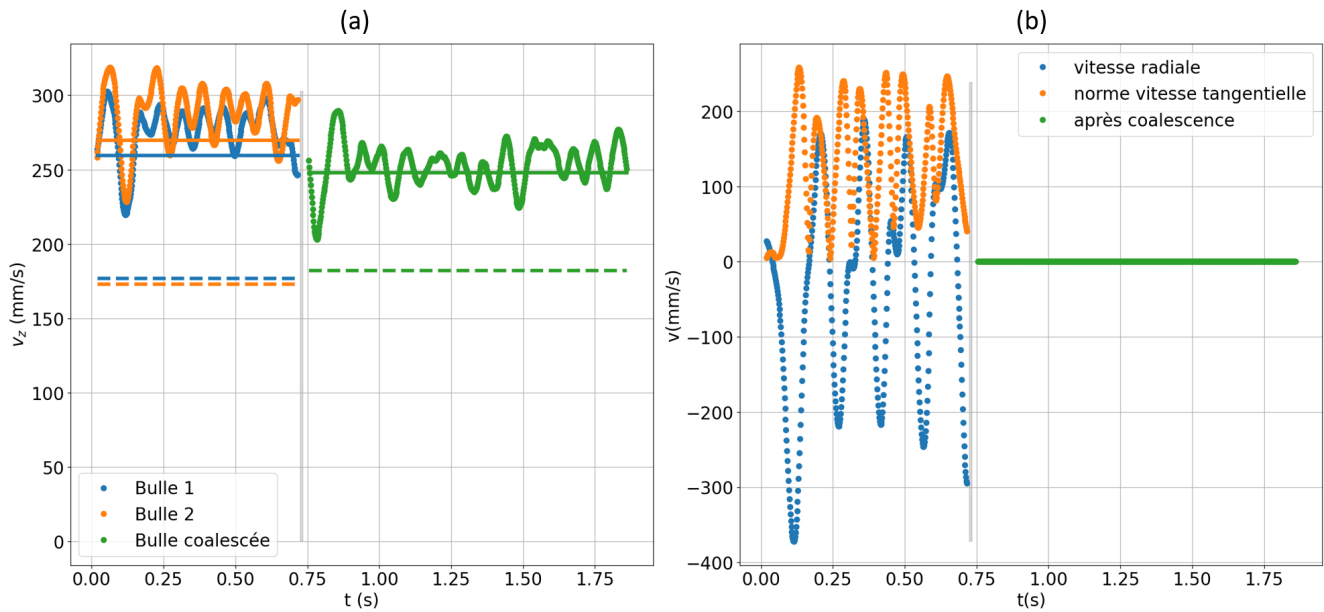


Figure 4.24 (a) Vitesse selon z de deux bulles qui coalescent en fonction du temps ; (b) Vitesses relatives radiale et tangentielle de la bulle 2 par rapport à 1 en fonction du temps. Les bulles sont rapides ($D_{e1} = 2.98$ mm et $D_{e2} = 2.61$ mm). Les courbes vertes correspondent à la bulle après coalescence ($D_{e3} = 3.57$ mm). Les droites horizontales pleines (—) correspondent à la corrélation de Clift [29] pour les bulles rapides (voir éq.(4.5)). Celles pointillées (---) correspondent à la théorie de Tomiyama *et al.* [19] pour les bulles lentes (voir éq.(4.6)).

Sur la figure 4.24, on peut observer la vitesse selon z des deux bulles au cours du temps. On remarque que chaque bulle a une vitesse plutôt stable avant coalescence, puis elle diminue grandement juste après coalescence avant de se stabiliser à une vitesse plus faible (car le diamètre après coalescence est plus grand que ceux avant, ce qui correspond bien à une diminution de la vitesse d'après la corrélation de Clift [29]). On remarque aussi sur les vitesses relatives la présence d'un pic de vitesse radiale avant coalescence, signifiant que les bulles se rapprochaient l'une de l'autre rapidement.

Enfin, sur la figure 4.25 on peut voir l'évolution du rapport d'aspect des bulles au cours du temps. On remarque qu'avant contact, les bulles ont un rapport d'aspect classique comme vu précédemment, puis celui-ci diminue beaucoup lorsqu'il y a coalescence car la bulle résultante prend une forme presque sphérique. Ensuite il y a de grandes variations dans la forme de la bulle après coalescence avant de se stabiliser légèrement.

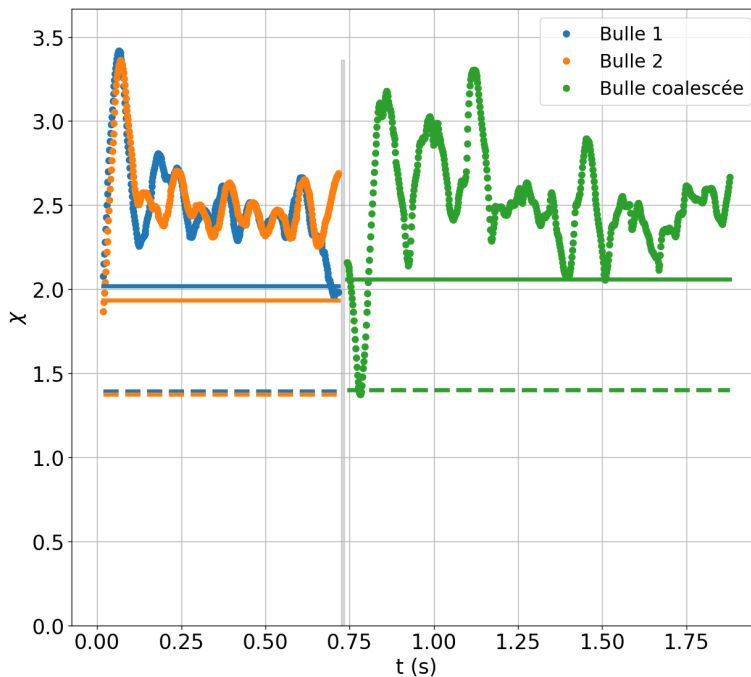


Figure 4.25 Tracé du rapport d'aspect de deux bulles rapides qui coalescent en fonction du temps ($D_{e1} = 2.98$ mm et $D_{e2} = 2.61$ mm). Le χ de la bulle coalescée est en vert ($D_{e3} = 3.57$ mm). Les droites horizontales pleines (—) correspondent à la corrélation de Legendre [17] pour les bulles rapides (voir éq.(4.7)). Celles pointillées (---) correspondent à la corrélation de Pelletier [2] pour les bulles lentes (voir éq.(4.9)).

Parmi les coalescences observées, deux résultats impliquent une bulle lente et une bulle rapide. Dans le premier cas, la bulle résultante semble lente alors que dans le second cas, elle est rapide.

On peut observer sur les figures 4.26, 4.27, 4.28 et 4.29 la coalescence entre une bulle lente et une bulle rapide. On suppose que les contaminants situés à la surface de la bulle lente vont avoir tendance à être transmis à la bulle résultante et donc cette dernière sera plutôt lente. C'est le cas pour l'un des deux résultats présentés, comme on peut voir sur la figure 4.28 à gauche : au début, le rapport d'aspect de la bulle lente est nettement inférieur à celui

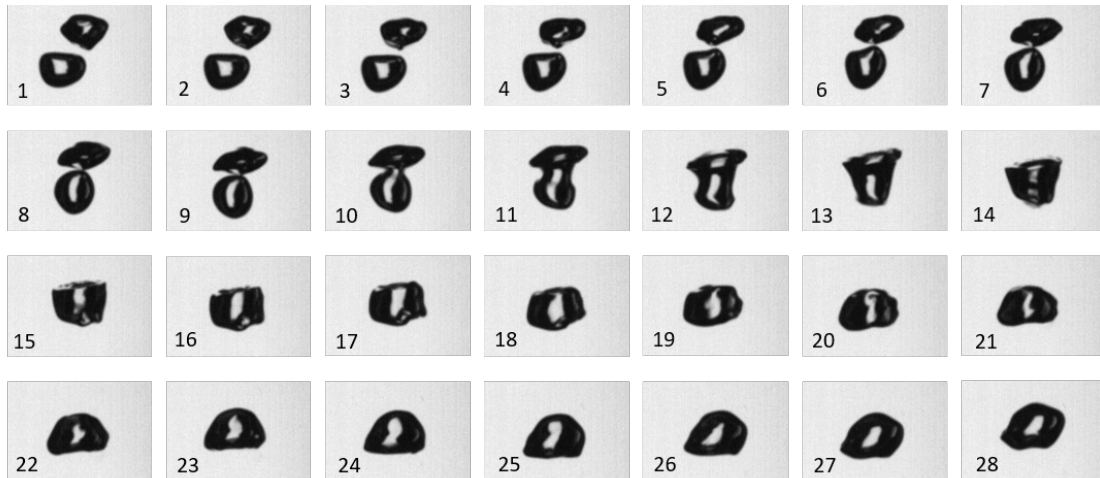


Figure 4.26 Illustration (vue de gauche) d'une coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.81$ mm) et une bulle rapide ($D_{e2} = 5.12$ mm). La bulle lente est initialement en dessous. La bulle résultante est lente ($D_{e3} = 6.31$ mm). Le temps entre deux images est de $1/600$ secondes.

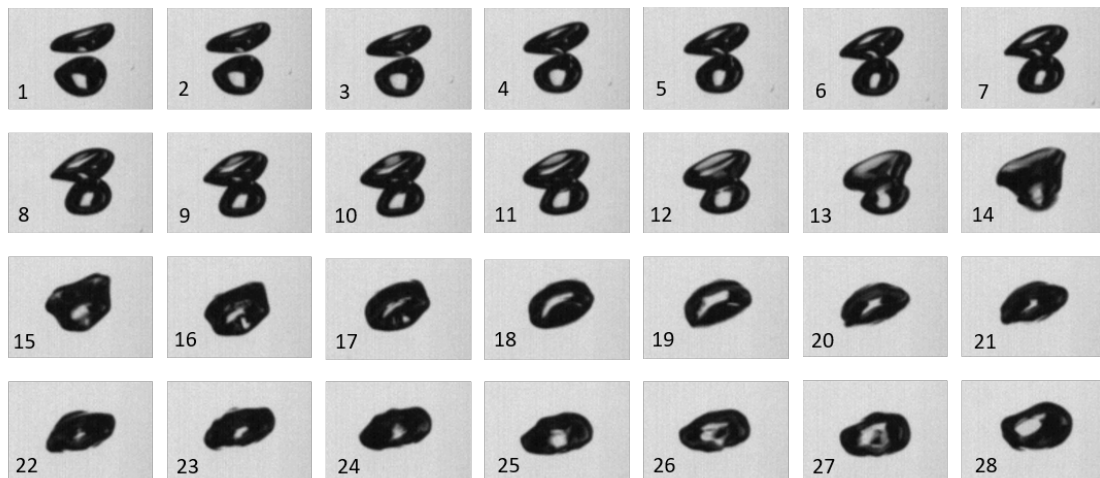


Figure 4.27 Illustration (vue de gauche) d'une coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.08$ mm) et une bulle rapide ($D_{e2} = 4.61$ mm). La bulle lente est initialement en dessous. La bulle résultante est rapide ($D_{e3} = 5.47$ mm). Le temps entre deux images est de $1/600$ secondes.

de la bulle rapide, puis après coalescence, le rapport d'aspect de la bulle résultante reste relativement petit. Il est cependant un peu plus élevé que ce que prédisait la corrélation de Pelletier [2] ($\chi = 1 + \frac{7}{64}We$). En revanche, dans le second cas, comme c'est visible sur la même figure à droite, le rapport d'aspect de la bulle résultante est plutôt de l'ordre de celui de la bulle rapide. On peut donc supposer que les variations dans la forme de bulle juste

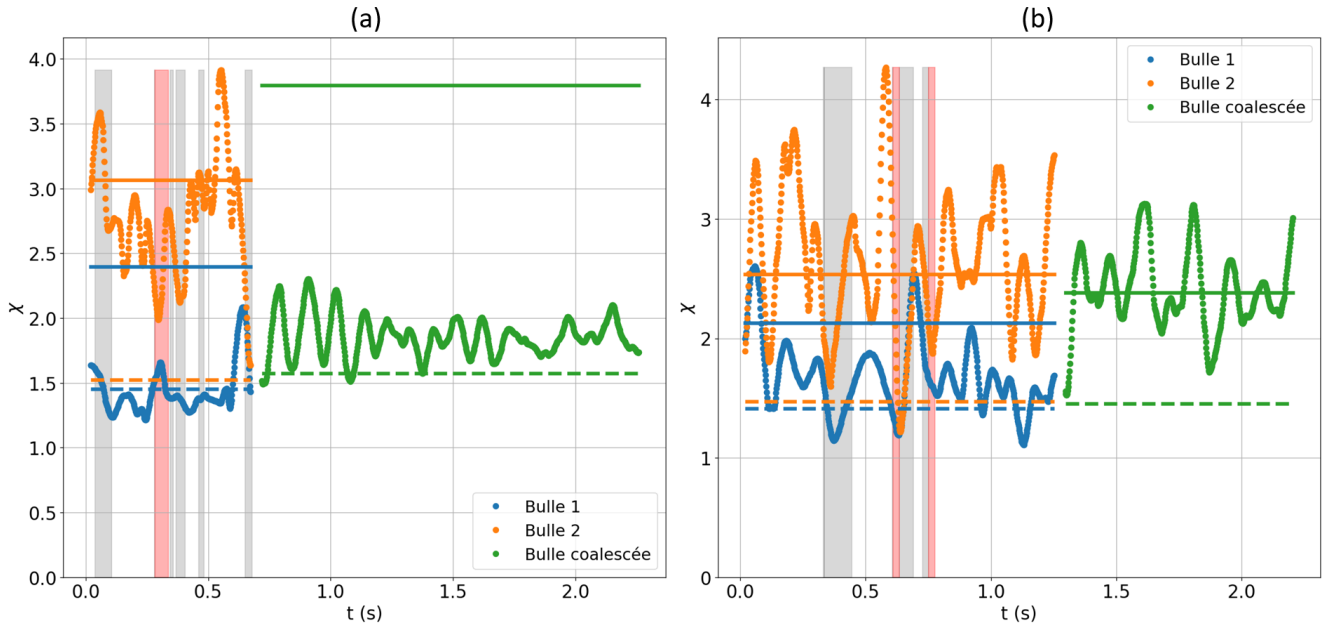


Figure 4.28 Tracé du rapport d'aspect de deux bulles qui coalescent en fonction du temps. (a) Coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.82$ mm) et une rapide ($D_{e2} = 5.57$ mm) donnant une bulle lente ($D_{e3} = 6.31$ mm); (b) Coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.08$ mm) et une bulle rapide ($D_{e2} = 4.61$ mm) donnant une bulle rapide ($D_{e3} = 5.47$ mm). Les droites horizontales pleines (—) correspondent à la corrélation de Legendre [17] pour les bulles rapides (voir éq.(4.7)). Celles pointillées (---) correspondent à la corrélation de Pelletier [2] pour les bulles lentes (voir éq.(4.9)). Les zones grises correspondent à des chevauchements sur une image et les zones rouges à des chevauchements sur les deux images.

après coalescence ont chassé les contaminants présents et donc créé une bulle rapide.

Sur la figure 4.29, on peut voir les vitesses des bulles lentes et rapides avant et après coalescence. Nous avons ajouté sur le graphique les vitesses terminales données par les équations (4.5) et (4.6) et représentées dans la figure 4.13 avec les vitesses des bulles de toutes nos expériences. On constate ici que les deux types de bulles ont à peu près la même vitesse avant coalescence alors que la lente est censée être moins rapide. Elle est donc sûrement entraînée par la bulle rapide lors de sa montée. La vitesse de cette dernière ne semble en revanche pas être impactée par la présence de la bulle lente. On remarque que la distinction entre bulle lente et rapide est moins évidente avec les vitesses qu'avec le rapport d'aspect.

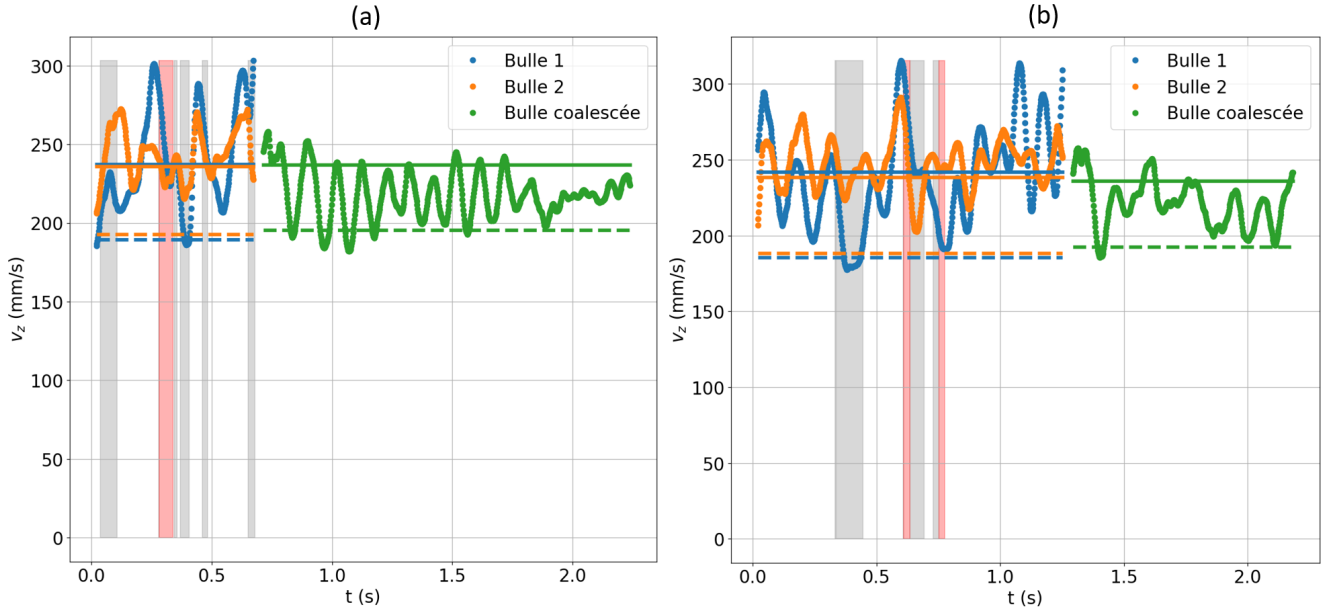


Figure 4.29 Tracé de la vitesse selon z de deux bulles qui coalescent en fonction du temps. (a) Coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.82$ mm) et une rapide ($D_{e2} = 5.57$ mm) donnant une bulle lente ($D_{e3} = 6.31$ mm); (b) Coalescence entre une bulle lente ($D_{e1} = 4.08$ mm) et une bulle rapide ($D_{e2} = 4.61$ mm) donnant une bulle rapide ($D_{e3} = 5.47$ mm). Les droites horizontales pleines (—) correspondent à la corrélation de Clift [29] pour les bulles rapides (voir éq.(4.5)). Celles pointillées (---) correspondent à la théorie de Tomiyama *et al.* [19] pour les bulles lentes (voir éq.(4.6)). Les zones grises correspondent à des chevauchements sur une image et les zones rouges à des chevauchements sur les deux images.

4.4.2 Rebond

Dans cette section nous nous intéressons au phénomène de rebond entre les bulles. Pour traiter nos données, nous avons supposé qu'il y a contact entre les bulles lorsqu'elles se chevauchent sur les deux côtés de l'image. Cette hypothèse n'est pas toujours vraie car les bulles peuvent simplement se frôler sans qu'il y ait un véritable contact alors qu'un chevauchement est détecté des deux côtés. Avec cette méthode, 206 expériences présentent un rebond, soit 56% de l'ensemble de nos résultats avec deux bulles.

Nous avons remarqué principalement deux dynamiques de rebond dans nos expériences : un rebond avec forte vitesse d'approche résultant en une grande baisse des vitesses et une forme sphérique des bulles ; un rebond avec faible vitesse d'approche durant lequel les bulles se frôlent avec une moins grande variation de vitesse et un rapport d'aspect qui varie moins.

Nous présentons ici les trajectoires, vitesses et rapport d'aspect pour un cas de rebond bien identifiable pour deux petites bulles (elles sont mieux identifiées que les grosses bulles).

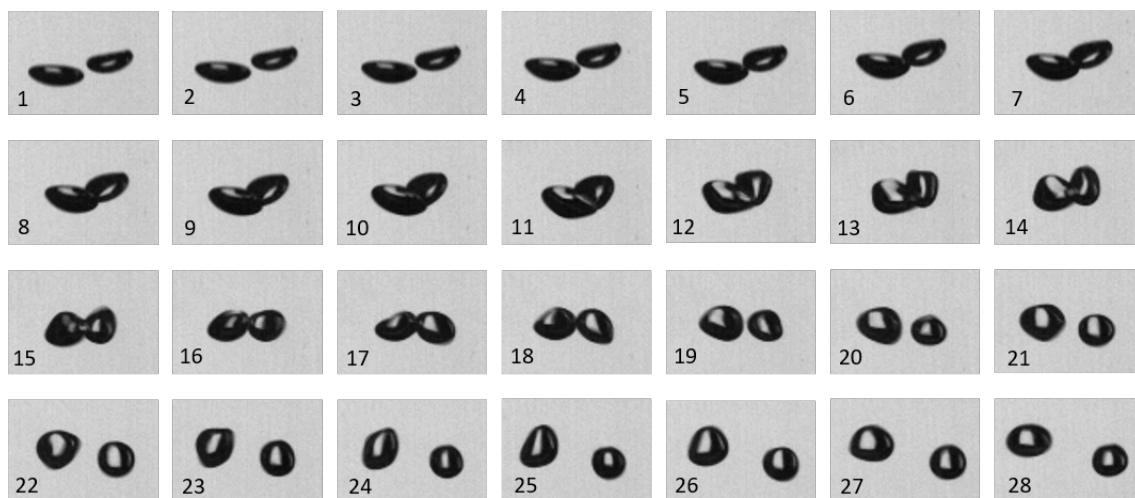


Figure 4.30 Illustration (vue de droite) d'un rebond typique entre deux bulles ($D_{e1} = 2.61$ mm et $D_{e2} = 2.28$ mm). Le temps entre deux images est de $1/600$ secondes.

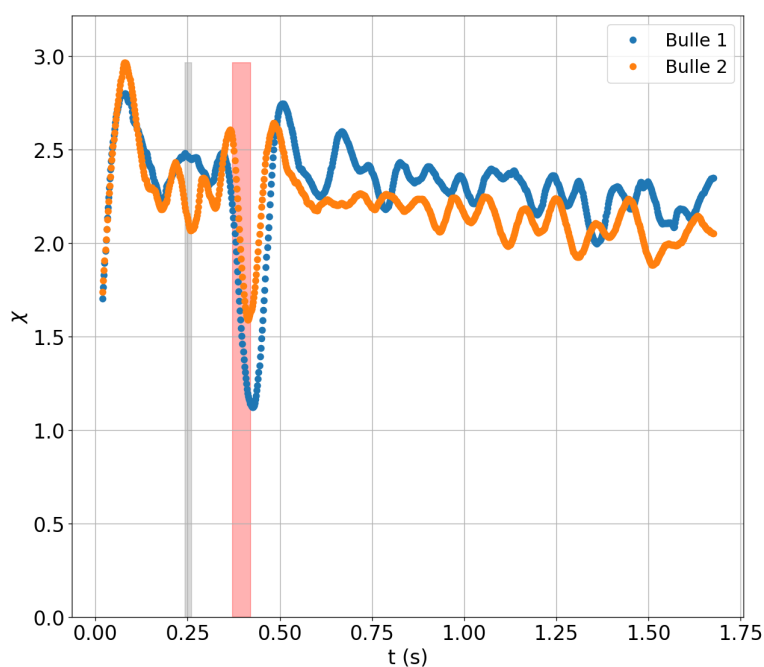


Figure 4.31 Tracé du rapport d'aspect de deux bulles qui rebondissent au cours du temps ($D_{e1} = 2.47$ mm et $D_{e2} = 2.21$ mm). Les zones grises correspondent à un chevauchement d'un seul côté tandis que les zones rouges sont un chevauchement des deux côtés de l'image (donc un contact supposé).

On peut observer sur la figure 4.30 que les bulles se déforment fortement lorsqu'elles entrent en contact. Elles vont prendre une forme presque sphérique, ce qui se traduit par une baisse du rapport d'aspect. Ce phénomène est clairement visible sur la figure 4.31.

Nous avons aussi constaté que lors de certains rebonds, la vitesse des bulles diminuait fortement. Cela est visible sur la figure 4.32. On remarque que la vitesse globale des bulles diminue dans ce cas, mais également la vitesse d'ascension verticale. Ce phénomène n'est pas visible sur tous les rebonds, parfois ceux-ci sont plus légers et il y a moins de variation de vitesse et de rapport d'aspect.

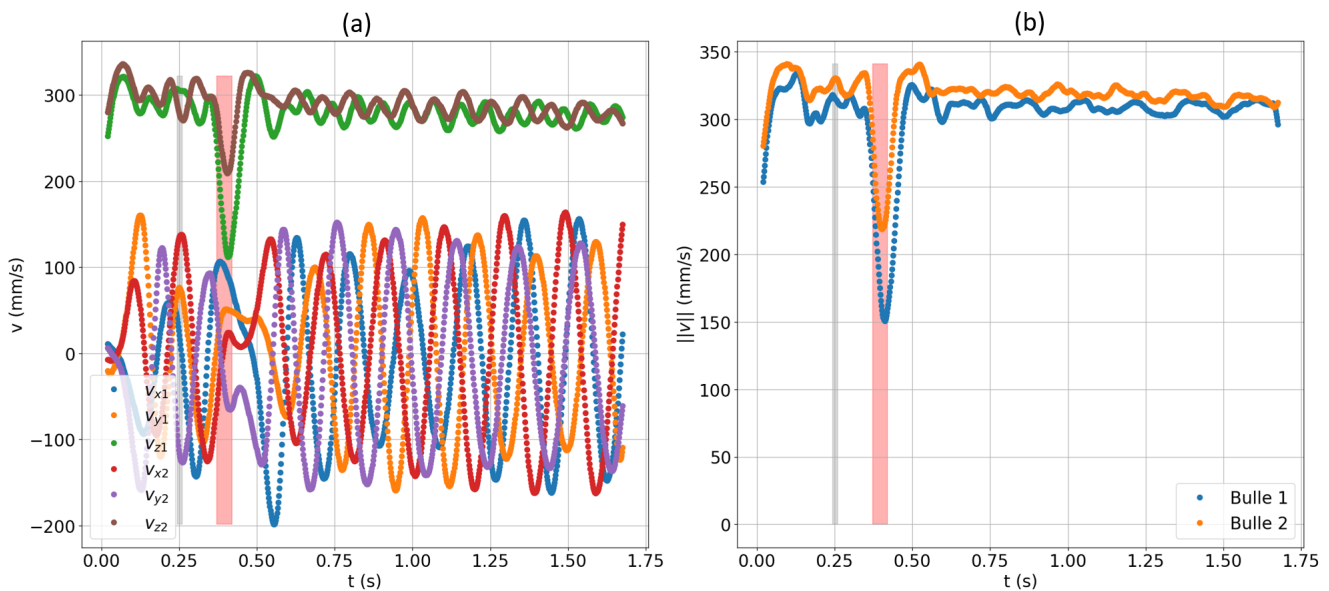


Figure 4.32 Tracé des vitesses de deux bulles qui rebondissent au cours du temps ($D_{e1} = 2.47$ mm et $D_{e2} = 2.21$ mm). (a) Vitesses selon x, y et z; (b) Norme de la vitesse $\|v\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Les zones grises correspondent à un chevauchement d'un seul côté tandis que les zones rouges sont un chevauchement des deux côtés de l'image (donc un contact supposé).

Sur la figure 4.33, on peut observer à gauche les vitesses relatives de la bulle 2 par rapport à la bulle 1. On remarque que juste avant le rebond (zone rouge), il y a un pic au niveau de la vitesse radiale, ce qui indique que les deux bulles étaient en train de se rapprocher rapidement l'une de l'autre tandis qu'après le rebond la vitesse radiale est positive, indiquant un éloignement. Ici cette vitesse est plus petite après le rebond qu'avant, mais nous avons observé dans de nombreux autres cas que ces deux vitesses étaient du même ordre de grandeur, voire même plus grandes après. Cela indique que les bulles peuvent s'éloigner plus vite qu'elles se sont approchées. Nous définissons dans la partie suivante un coefficient de rebond basé sur

ces vitesses relatives et essayons de trouver l'origine d'un tel phénomène.

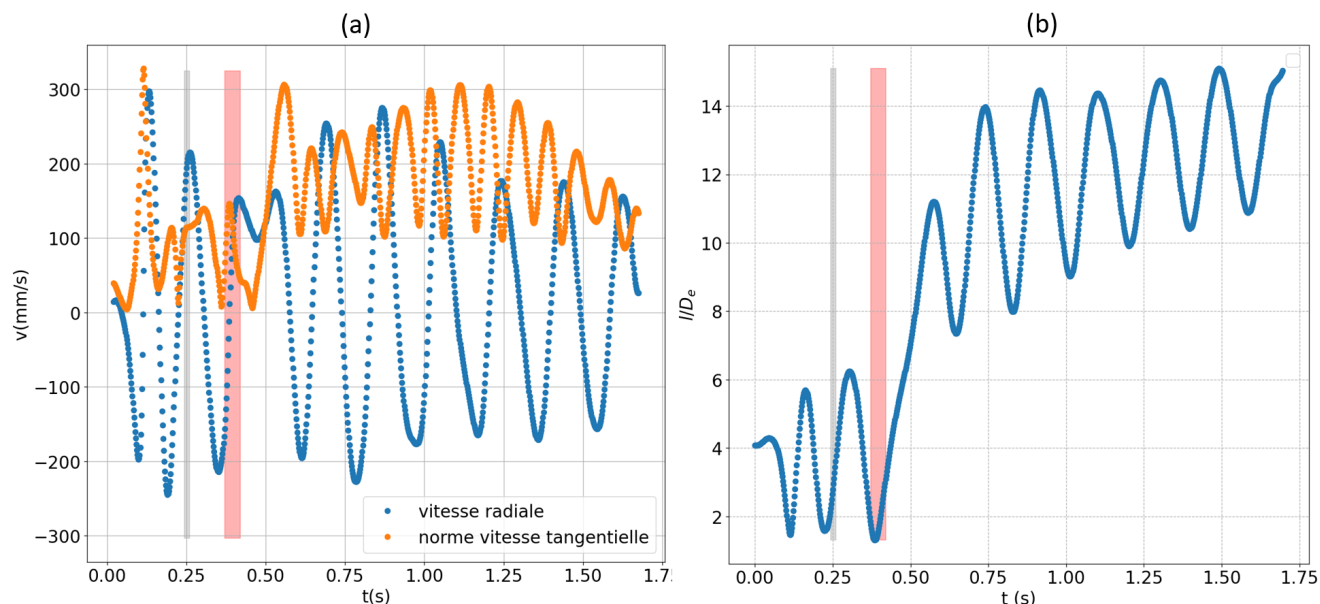


Figure 4.33 (a) Tracé des vitesses relatives de la bulle 2 par rapport à la bulle 1 en fonction du temps. (b) Tracé de la distance centre à centre l des bulles adimensionnée avec la moyenne de leurs diamètres équivalents en fonction du temps. Les bulles rebondissent et ont un diamètre : $D_{e1} = 2.47$ mm et $D_{e2} = 2.21$ mm. Les zones grises correspondent à un chevauchement que d'un côté tandis que les zones rouges sont un chevauchement des deux côtés de l'image (donc un contact supposé).

Nous observons aussi parfois un autre type de rebond dans lequel les bulles se rapprochent plutôt en ligne ou presque. Dans ce cas, il semble que nous pouvons observer un phénomène similaire au DKT (*Drafting Kissing Tumbling*) décrit dans la partie revue de littérature. Il est visible sur la figure 4.34 dans laquelle on voit les deux bulles se rapprocher presque en ligne, puis la bulle du dessous est attirée par celle du dessus, elle accélère jusqu'à la rattraper et la toucher. La bulle du dessus est alors déviée sur un côté et finalement les deux bulles s'alignent horizontalement.

Sur l'ensemble de nos expériences, nous avons souvent observé que la bulle du dessous était attirée par celle du dessus en entrant dans son sillage. Elle était accélérée et rattrapait voire dépassait la première bulle.

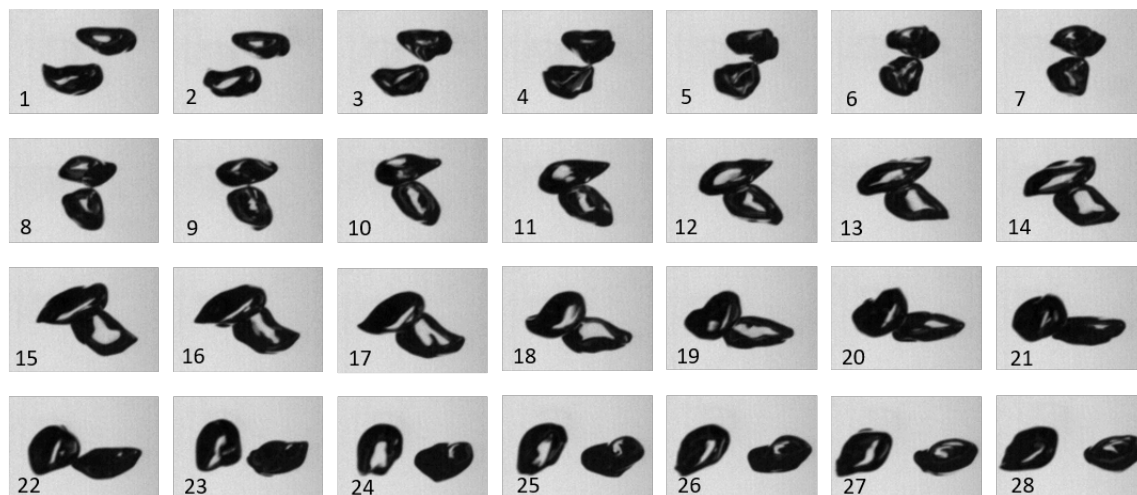


Figure 4.34 Illustration (vue de droite) d'un rebond DKT entre deux bulles ($D_{e1} = 5.17$ mm et $D_{e2} = 5.29$ mm). Le temps entre deux images est de $2/600$ secondes.

4.4.3 Contacts et statistiques

Ici nous allons réunir l'ensemble de nos données récoltées sur les contacts et essayer de les comparer à la littérature. Nous nous sommes en particulier intéressés aux vitesses radiales avant et après contact, ainsi qu'aux angles avant rebond ou coalescence.

Pour les vitesses radiales, nous avons décidé de sélectionner le pic de vitesse négatif avant contact et celui positif après. Ces pics sont visibles par exemple sur la figure 4.33 : il s'agit des pics avant et après la zone rouge.

Les vitesses radiales avant contact sont présentées à la figure 4.35. Les points pleins sont des rebonds tandis que les points blancs sont des coalescences. Nous avons en réalité quelques vitesses positives, mais après investigation, nous avons conclu qu'il ne s'agissait soit pas d'un contact, soit le traitement lors du chevauchement n'était pas bon. Nous avons donc supprimé ces quelques données positives pour ne garder que celles négatives. On remarque sur ce graphique que les vitesses radiales avant coalescence ont tendance à être élevées en valeur absolue comparées aux vitesses avant rebond.

Nous avons cherché à étudier le nombre de coalescences en comparaison au nombre de contacts total pour chaque tranche de vitesse (voir figure 4.36). On remarque une tendance décroissante en $1/x$ du pourcentage de coalescence lorsque la vitesse radiale avant impact diminue. Autrement dit, la probabilité que les bulles coalescent est largement plus élevée lorsque la vitesse radiale avant impact augmente en valeur absolue. Nous avons trouvé comme vitesse

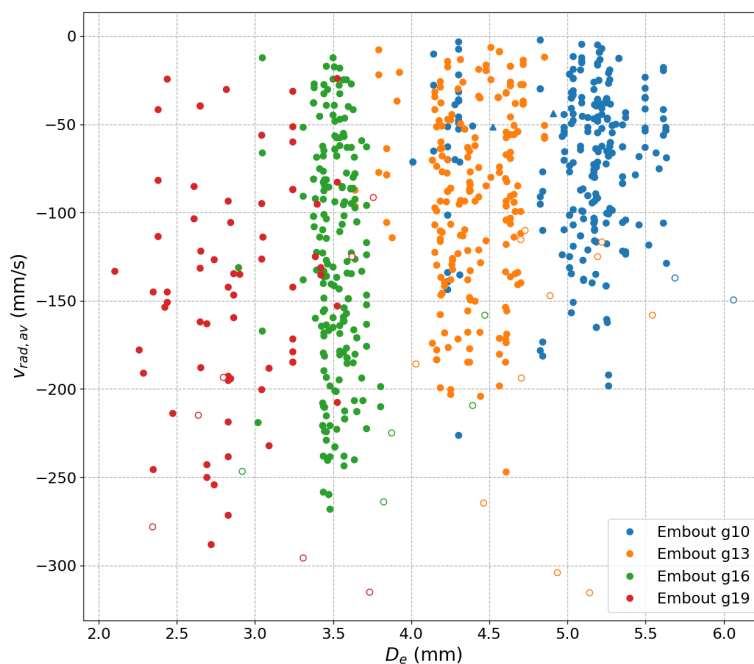


Figure 4.35 Tracé des vitesses radiales avant contact en fonction de la moyenne des diamètres équivalents des bulles. Les symboles pleins correspondent à des rebonds tandis que les symboles blancs sont des coalescences. Les triangles sont des bulles lentes et les ronds des bulles rapides.

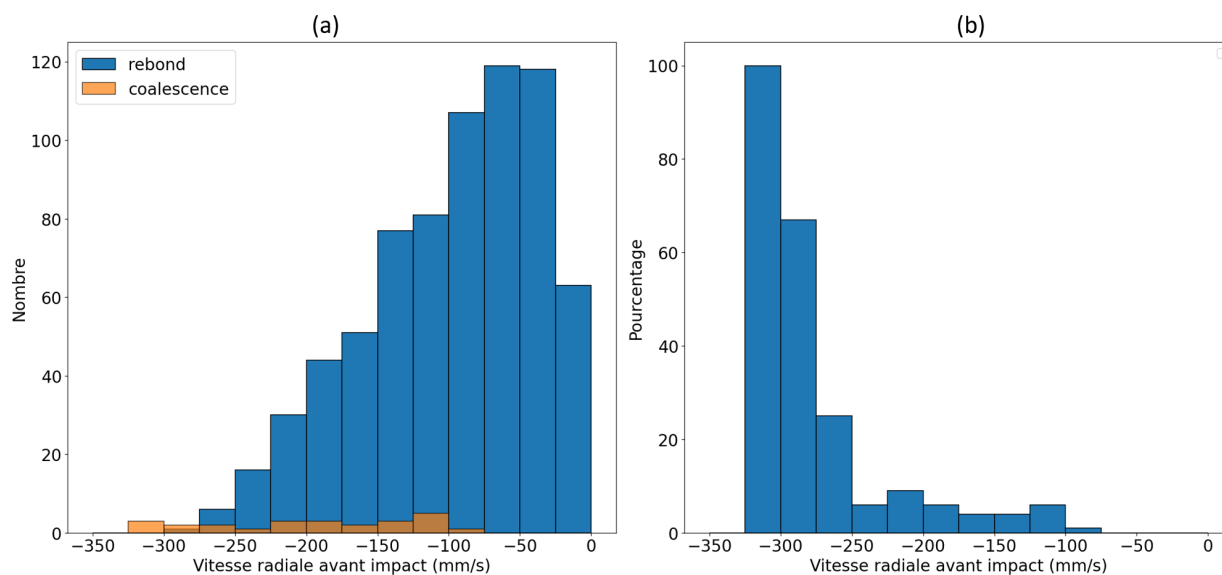


Figure 4.36 (a) Histogramme du nombre de coalescences et de rebonds par intervalles de vitesses radiales avant contact ; (b) Pourcentage de coalescence par rapport au nombre de contacts par intervalles de vitesses radiales avant impact.

critique d'approche à partir de laquelle les bulles ont plus de 50% de chance de coalescer 280 mm/s.

En comparaison à la carte de Horn *et al.* [5] (figure 2.10), nos vitesses d'approche correspondent bien à une zone où la coalescence est prédite. Il n'y a cependant pas de certitude de coalescence. Nos résultats ont été reportés sur cette carte en rouge clair (voir figure 4.37). On constate que nous observons l'inverse de ce qui a été fait dans la littérature. En effet, dans notre intervalle de vitesse d'approche, on remarque que plus celle-ci est grande en valeur absolue, et plus les bulles ont des chances de coalescer. A l'inverse, dans la littérature, il était observé qu'il y a plus de chances de coalescence si la vitesse d'approche est faible.

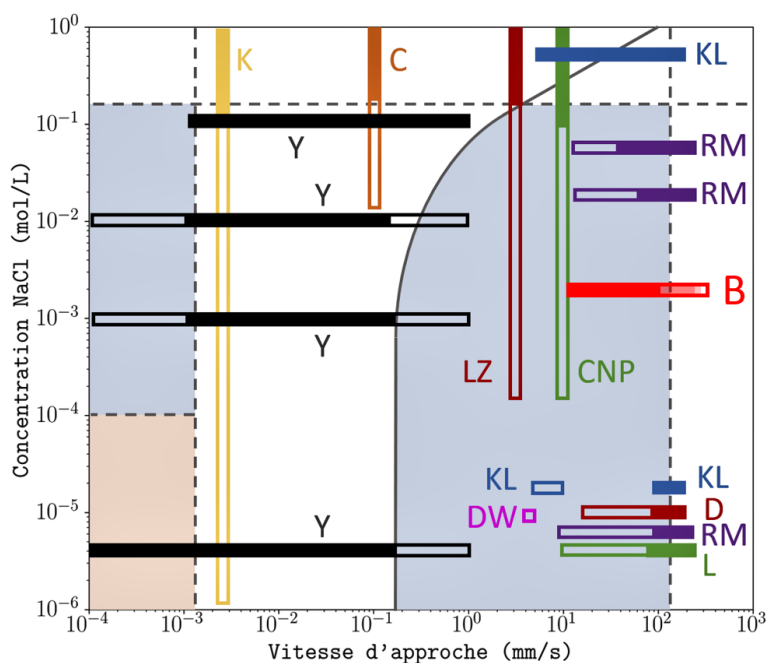


Figure 4.37 Tracé de la concentration de sel en fonction de la vitesse d'approche des bulles (en rouge clair), superposé à la carte de Horn *et al.* [5]. Les zones bleues correspondent à une coalescence rapide, les zones blanches à une coalescence lente ou un rebond et la zone orange à une non-coalescence. Chaque barre correspond à un intervalle de résultats obtenus dans la littérature (les barres pleines sont des non coalescences ou coalescences lentes et les barres creuses sont des coalescence rapides).

Cet écart avec la littérature peut s'expliquer de différentes manières. Tout d'abord, comme expliqué précédemment, les vitesses d'approche que nous avons choisi correspondent au pic de vitesse négatif avant le contact. Nous n'avons pas pu récupérer la vitesse juste avant le contact car la reconstitution des bulles était moins bonne lors des chevauchements. Plusieurs des autres expériences de la littérature pour les mêmes vitesses d'approche utilisaient plutôt la vitesse juste avant contact. Ensuite, aucune des autres études hormis celle de Duineveld [72]

(notée D) étudiaient la coalescence entre des bulles s'élevant librement dans de l'eau stagnante. En effet, dans deux cas les bulles étaient restreintes dans leur mouvement par des parois et un écoulement vers le bas, ce qui modifie complètement les dynamiques de drainage du film liquide entre elles lors du contact. Dans l'autre cas, il s'agissaient de coalescence entre une bulle et la surface libre (qui peut être assimilée à une bulle de diamètre infini), ce qui est encore une fois très différent de ce que nous avons fait. Finalement, l'expérience qui s'approche la plus de notre étude est celle de Duineveld [72] qui a étudié la coalescence entre deux bulles s'élevant librement dans de l'eau hyper purifiée. Cependant, cette étude était en 2D seulement (les vitesses d'approches peuvent donc ne pas être exactes), sur une plus faible distance et pour des diamètres de bulles systématiquement inférieurs à 2 mm (alors que dans notre cas, ils étaient supérieur à 2 mm).

Finalement, on peut conclure qu'il est dur d'effectuer une réelle comparaison entre notre étude et la littérature. Cependant, il semble tout de même que nos observations ne sont pas en accord avec ce qui a été fait précédemment, ce qui permettrait d'améliorer les modèles de coalescence utilisés, notamment le modèle de vitesse critique (basé sur les travaux de Duineveld).

Comme mentionné rapidement précédemment, nous avons défini un coefficient de rebond c_r basé sur les vitesses radiales d'approche et d'éloignement :

$$c_r = \left| \frac{v_{rad,ap}}{v_{rad,av}} \right| \quad (4.12)$$

Ce coefficient s'inspire du coefficient de restitution défini lors d'un choc solide comme le rapport de la vitesse relative après collision sur celle avant. Or, ce coefficient est défini de cette façon car les forces d'interactions entre les deux solides lors du choc sont uniquement le long de la droite reliant le centre des deux objets. Ainsi, la vitesse après rebond dépend uniquement de l'élasticité des objets et de la dissipation d'énergie pendant le choc : il est donc inférieur à 1.

Sur la figure 4.38, nous avons tracé les différents coefficients de rebond trouvés en fonction de la moyenne des diamètres équivalents des deux bulles. Nous remarquons que, contrairement à ce dont nous nous attendions, tous ces coefficients ne sont pas compris entre 0 et 1 : cela signifie que les bulles s'éloignent parfois plus rapidement qu'elles se sont approchées. Il y a donc eu une interaction forte entre les bulles, redistribuant leurs énergies. Pour expliquer cela, nous avons regardé les énergies cinétiques et potentielles de surface lors d'un rebond. Elles sont visibles sur la figure 4.39 dans laquelle deux rebonds avec un c_r autour de 2 sont

présentés. On constate une forte baisse de l'énergie potentielle correspondant au fait que les bulles prennent une forme sphérique lors du contact, ainsi qu'une forte baisse de l'énergie cinétique correspondant à la baisse de vitesse globale. Vu que ces deux énergies diminuent lors du contact, cela ne permet pas d'expliquer une redistribution des énergies et donc des coefficients de rebond supérieurs à 1. Nous nous sommes alors intéressés aux puissances et plus particulièrement à la puissance dissipée. On remarque que la puissance dissipée diminue fortement après les deux rebonds, ce qui signifie qu'il y a moins de dissipation d'énergie dans le sillage. Les sillages des deux bulles ont donc été fortement perturbés lors des rebonds, ce qui serait à l'origine d'une redistribution de l'énergie cinétique et donc une accélération d'une bulle relativement à l'autre après le rebond.

En comparaison avec les chocs entre solides, les forces d'interactions entre les bulles ne sont plus seulement orientées le long de la droite reliant les deux bulles. L'impulsion liée à l'élasticité des bulles mettant en jeu des forces perpendiculaires au contact ne permet donc pas de décrire entièrement le rebond comme c'est le cas pour des solides. Il semble donc bien y avoir des forces extérieures s'exercent sur la bulle. Celles-ci semblent être liées à leurs sillages.

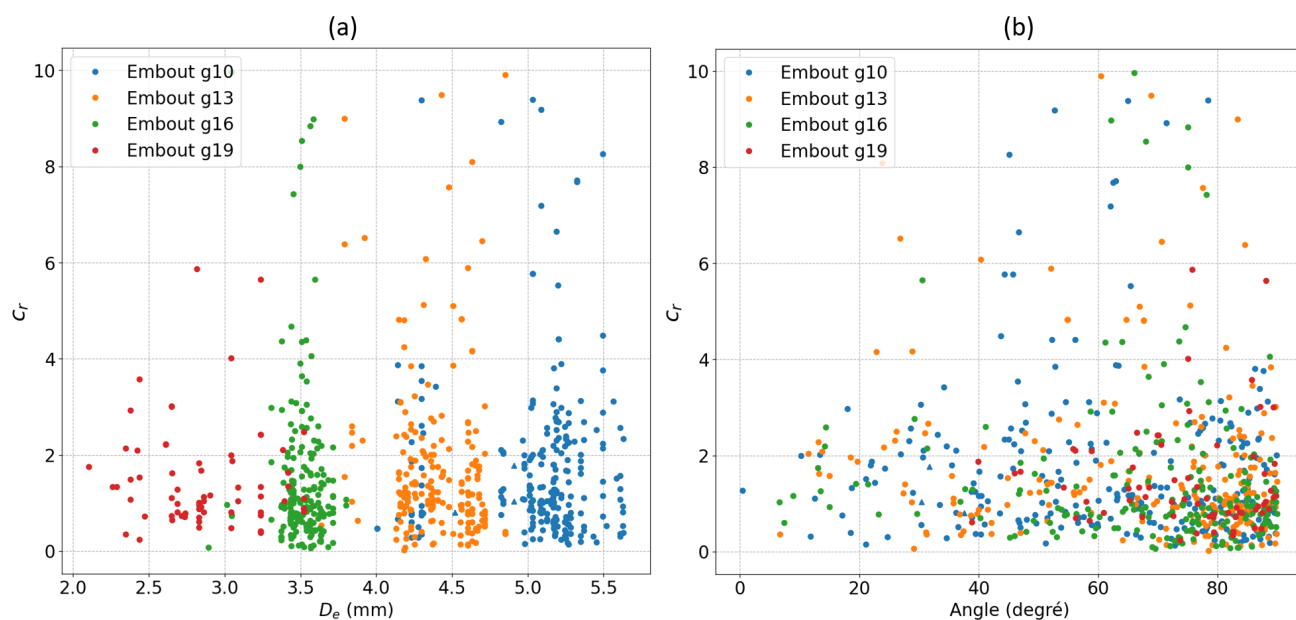


Figure 4.38 Tracé des coefficients de rebond en fonction (a) des diamètres équivalents ; (b) des angles avant contact avec la verticale.

Sur figure 4.38, à droite, nous avons tracé le même coefficient de rebond en fonction de l'angle entre la droite reliant le centre des deux bulles et la verticale juste avant contact. On remarque que la plupart des angles sont proches de 90, ce qui correspond à des rebonds

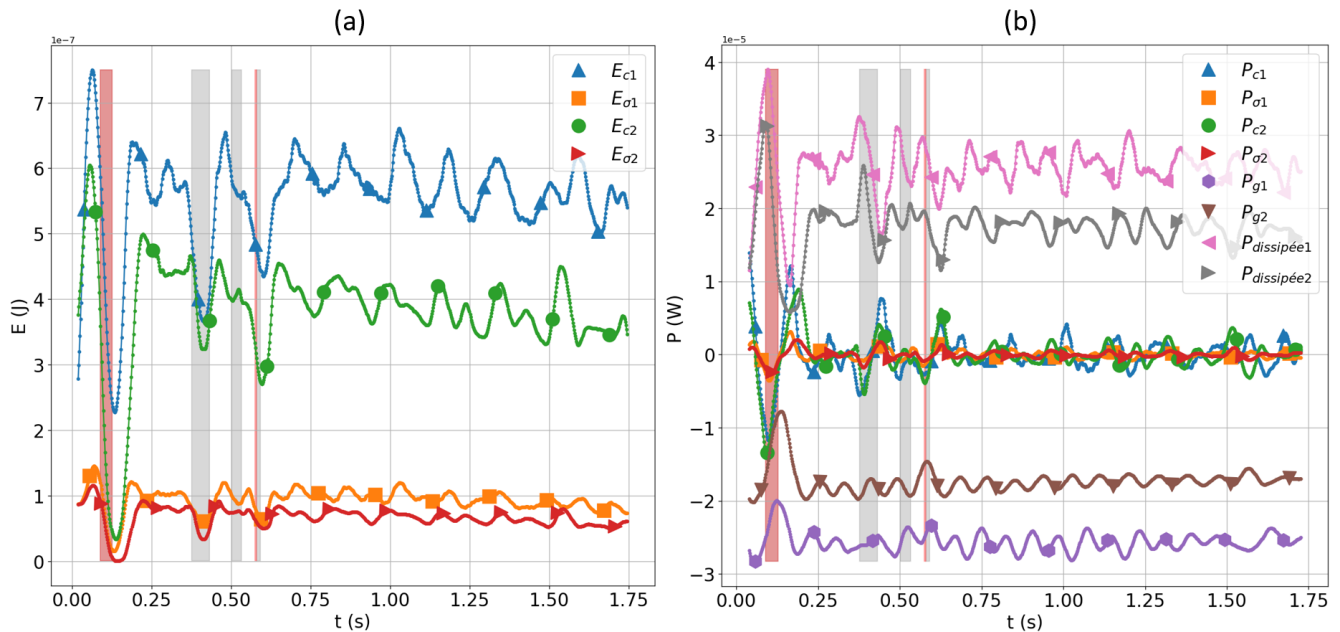


Figure 4.39 (a) Tracé des énergies potentielle élastique et cinétiques en fonction du temps de deux bulles lors d'un rebond; (b) Tracé des puissances cinétiques, potentielle élastique, potentielle de pesanteur et dissipée en fonction du temps de deux bulles lors d'un rebond. Les bulles ont des diamètres : $D_{e1} = 2.61$ mm et $D_{e2} = 2.28$ mm. Les zones rouges correspondent à des rebonds tandis que les zones grises correspondent à un chevauchement sur l'une des deux images.

côte-à-côte. Nous avons en effet peu observé de rebonds en ligne ou proche.

Nous avons aussi cherché un lien entre le nombre de coalescences par rapport au nombre de rebonds en fonction de l'angle avant contact, mais nous n'avons pas trouvé de tendance.

4.5 Influence des conditions initiales

Dans cette section, nous allons étudier l'influence des conditions initiales sur le comportement des bulles. Par conditions initiales, nous entendons le moment où la deuxième bulle se décroche de l'aiguille et donc pour lequel les contours des deux bulles sont détectés par notre programme.

Plus précisément, nous nous sommes intéressés au fait que la bulle de derrière dépasse celle de devant dans certaines situations. Cela montre une influence des bulles entre elles.

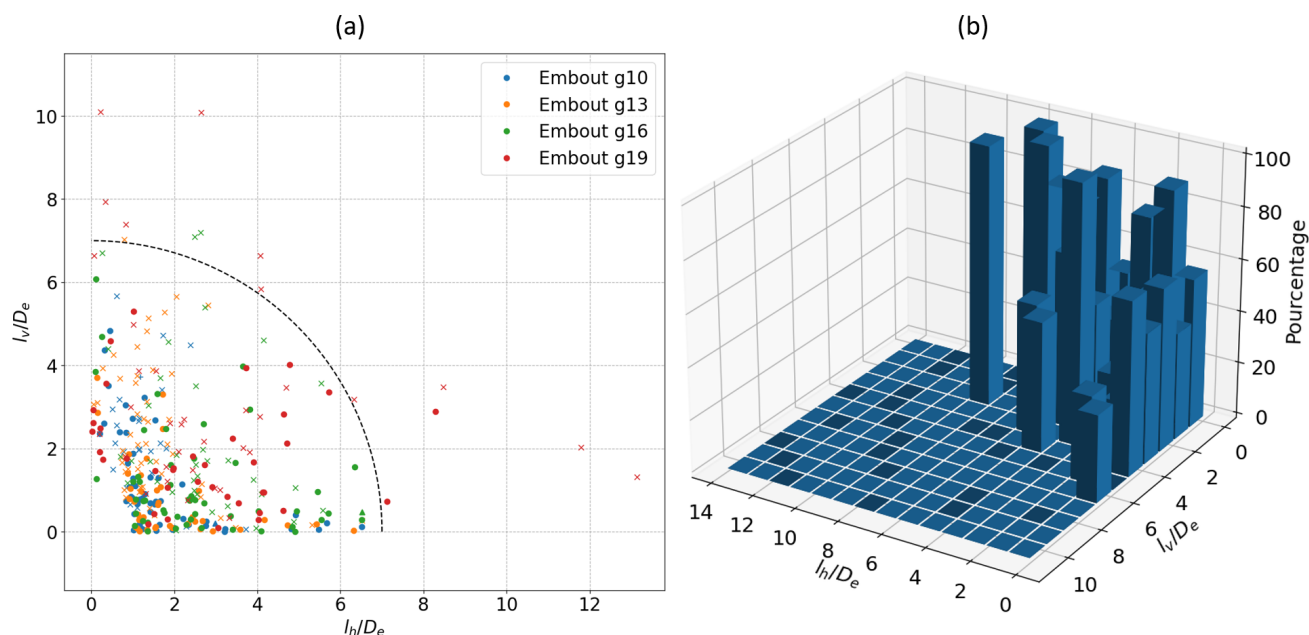


Figure 4.40 (a) Carte des dépassements en fonction des distances initiales (l_v : distance verticale, l_h : distance horizontale), les points (●) correspondent à un dépassement, (×) à un non-dépassement ; (b) Histogramme en 3D indiquant le pourcentage du nombre de dépassements sur le nombre total d'expériences pour chaque zone de conditions initiales.

Sur la figure 4.40, on peut voir les zones où il y a eu dépassement. Globalement, on constate qu'au-delà de sept diamètres de distance verticale ou horizontale, il n'y a presque plus de dépassement. Cela indique une influence clairement plus faible des bulles entre elles. On peut noter que si la distance initiale verticale (l_v/D_e) est faible, alors les bulles partent presque alignées horizontalement donc le fait qu'il y ait un dépassement n'est pas surprenant. En revanche, lorsque cette distance devient plus élevée, le fait que la bulle de derrière rattrape et dépasse celle de devant indique une forte influence entre le sillage de la première bulle avec la seconde bulle.

La même étude peut être menée avec le fait qu'il y ait contact entre les bulles. Sur la figure 4.41, on peut voir les zones de conditions initiales pour lesquelles les bulles se touchent ou non par la suite. Les coalescences ont aussi été ajoutées sur ce graphique. On constate logiquement que plus les bulles sont proches au départ et plus elles ont de chance de rentrer en contact. À partir de sept diamètres horizontalement ou verticalement, il y a très peu de contact ce qui indique une grande baisse de l'influence des bulles entre elles. Cela est donc cohérent avec le constat sur le dépassement.

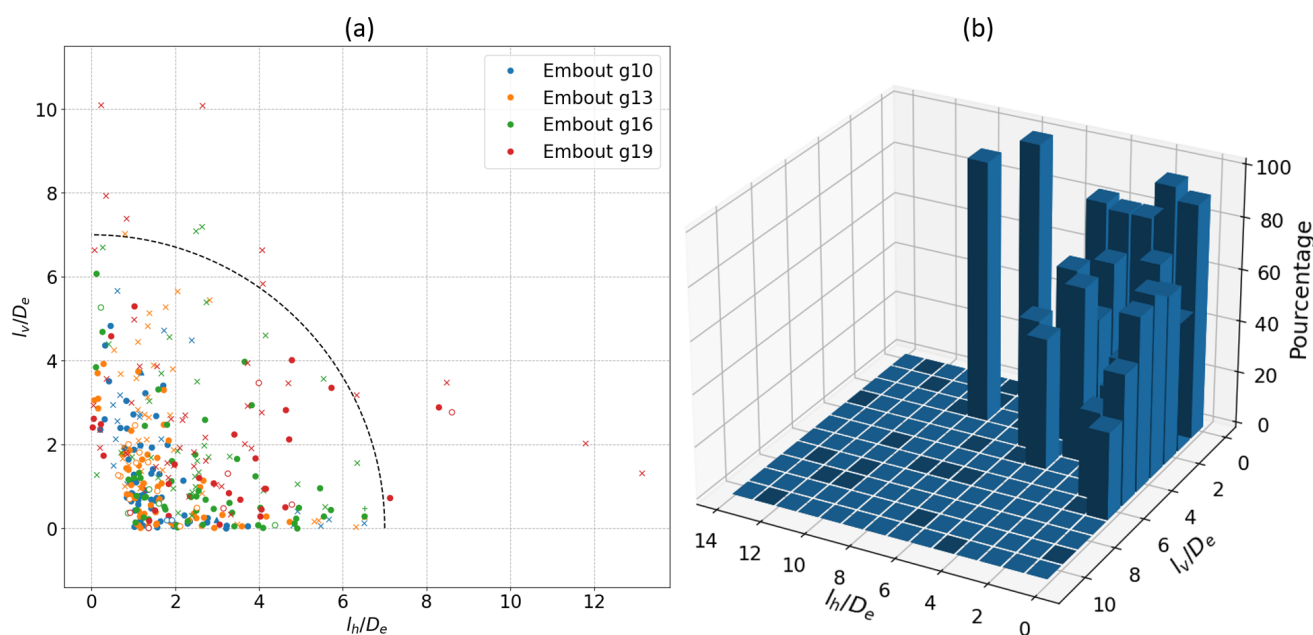


Figure 4.41 (a) Carte des contacts en fonction des distances initiales (l_v : distance verticale, l_h : distance horizontale), les points (●) correspondent à un contact, (×) à un non-contact et (○) à une coalescence; (b) Histogramme en 3D indiquant le pourcentage du nombre de contacts sur le nombre total d'expériences pour chaque zone de conditions initiales.

Il est important de noter que les bulles ne sont pas toujours relâchées en même temps. Lors de nos expériences, nous avons réussi à contrôler leur relâché pour les embouts g10 et g13, mais pas pour g16 et g19. Il y a donc souvent un décalage entre les deux bulles, ce qui implique qu'au temps initial, l'une d'entre elles est parfois relâchée depuis déjà un certain temps et a donc déjà pu développer son instabilité de la trajectoire indépendamment de l'autre.

4.6 Autres discussions

Conformément aux études de Mirsandi *et al.* [6], nous avons remarqué que les bulles, lorsque relâchées côte-à-côte, ont tendance à se rapprocher et parfois entrer en contact. Ce phénomène a été moins observé pour les plus petites bulles pour lesquelles le relâché était moins bien contrôlé. Dans ce cas, l'instabilité de la trajectoire de l'une des deux bulles s'est déjà déclenchée alors que l'autre peut encore être accrochée à son aiguille. Il n'y a donc pas une influence dès le début des bulles l'une sur l'autre. Cela met une nouvelle fois en évidence l'importance cruciale des conditions initiales sur le comportement des bulles.

Comme Kong *et al.* [105] l'ont observé dans leurs expériences, les bulles rebondissaient parfois plusieurs fois de suite. Ce phénomène de rebonds multiples n'avait pas été observé dans les simulations de Mirsandi *et al.* [6] qui avaient supposé que le sillage de bulles précédentes était toujours présent expérimentalement. Cependant, nous avons observé ce phénomène à plusieurs reprises.

Tripathi *et al.* [99] ont trouvé dans leur étude que l'interaction des tourbillons derrière les bulles va déclencher le passage à une trajectoire hélicoïdale plus rapidement. Nous avons bien observé ce phénomène, surtout pour les petites bulles qui avaient une trajectoire zig-zag bien marquée lorsqu'elles étaient seules alors que leur trajectoire devenait très rapidement hélicoïdale avec la présence d'une autre bulle.

Comme Agrawal *et al.* [7], nous avons pu comparer les trajectoires d'une bulle par rapport à deux bulles. Conformément à leurs observations, nous avons constaté une légère augmentation de la longueur d'onde des trajectoires de deux bulles comparée à une bulle seule. En revanche, nous n'avons a priori pas observé de réduction du mouvement oscillatoire avec la présence d'une deuxième bulle. Cela est peut être lié au fait que dans les expériences d'Agrawal *et al.*, les bulles étaient relâchées côte-à-côte, tandis que dans notre étude, les conditions initiales varient beaucoup.

En comparaison avec les simulations de Zhang *et al.* [9], nous n'avons pas réussi à créer des bulles parfaitement alignées, mais il semble que nous avons tout de même observé des comportements similaires comme le DKT ou encore les mouvements aléatoires de certaines bulles. Nous ne pouvons cependant pas comparer nos résultats directement car nos nombres de Reynolds sont légèrement plus élevés ($Re \in [700, 1400]$) ainsi que nos nombres de Galilée ($Ga \in [100, 500]$).

CHAPITRE 5 BILAN DES TRAVAUX, AMÉLIORATIONS ET TRAVAUX FUTURS

Dans ce chapitre un bilan des travaux effectués est réalisé. Des pistes d'améliorations sont ensuite données ainsi que des suggestions de travaux futurs.

5.1 Bilan des travaux

Dans cette étude, nous avons réalisé trois travaux principaux :

- la conception d'une grande partie du montage expérimental utilisé
- la réalisation d'un programme de post-traitement des images
- la réalisation d'une base de données expérimentale

Tout d'abord, nous avons conçu presque entièrement le montage expérimental. La structure globale a été réutilisée d'un autre projet similaire, mais la cuve, le système d'injection d'air et la plateforme montante ont été complètement réalisés. Associés à une caméra rapide, des miroirs et des panneaux LED, de bonnes images ont pu être acquises.

Ensuite, un processus de traitement des images a été entièrement développé avec Python. Cela permet de retrouver les positions en trois dimensions, ainsi que les caractéristiques (petits et grand axes, angles de rotations) des bulles. La vitesse peut ensuite facilement être calculée après un filtrage et lissage des données.

Finalement, la réalisation et le traitement de nombreuses expériences ont permis de créer une base de données expérimentale. Celle-ci est à la fois constituée des trajectoires et vitesses pour chaque expérience, utile pour des fins de comparaisons avec des simulations numériques d'ascension de deux bulles. Mais elle est aussi constituée de données statistiques notamment sur les rebonds et la coalescence entre les bulles. Elle pourrait donc être utilisée à des fins d'améliorations de simulations numériques de nuages de bulles, notamment au niveau des modèles de coalescence. En effet, notre étude apporte une nouvelle vision par rapport aux vitesses d'approche des bulles avant contact et qui semble être en contradiction avec les principaux résultats de la littérature. Nous avons constaté une vitesse d'approche critique de 280 mm/s au-delà de laquelle les bulles ont 50% de chance de coalescer.

5.2 Améliorations

Plusieurs améliorations sont envisageables sur les travaux réalisés. Tout d'abord, le montage expérimental pourrait être modifié de plusieurs manières :

- nous n'avons pas réussi à utiliser le moteur et la vis sans fin pour faire monter la plateforme mobile car les bulles montaient trop vite par rapport à la vitesse maximale possible. Il serait donc possible de changer le moteur pour gagner en puissance. Cela permettrait de compenser directement la vitesse au post-traitement en connaissant précisément celle du moteur.
- il serait possible de comprendre d'où vient précisément la différence de position sur z entre la gauche et la droite afin de la corriger. Cela pourrait impliquer de modifier et améliorer le système de languettes trouées fixées sur la cuve.
- la hauteur sur laquelle nous avons suivi les bulles était contrainte par la taille des panneaux LED. Il serait donc possible de suivre les bulles sur une plus longue distance avec des sources lumineuses plus grandes.
- la taille des bulles était limitée aux aiguilles que nous avions. Il pourrait être possible de créer des bulles plus petites ou plus grosses avec un autre système (cuillères renversées par exemple pour de plus grosses bulles). Cela permettrait aussi peut-être d'observer davantage de bulles lentes.
- le relâché des bulles n'était pas toujours bien contrôlé (surtout pour les petites aiguilles). Il faudrait donc trouver une solution permettant de mieux le contrôler afin d'avoir des conditions initiales plus précises (changer de matière pour les aiguille pourrait par exemple avoir un effet sur la création de bulles lentes [2]).

Ensuite, le programme de post-traitement pourrait aussi être amélioré de différentes manières :

- les chevauchements sont souvent mal traités et pourraient être optimisés
- des contraintes pourraient être implémentées sur le volume de la bulle ou la variation des différents paramètres recherchés
- la forme de la bulle supposée dans cette étude est deux demies-ellipsoïdes de révolution. Nous avons cependant vu que cela n'est pas toujours une très bonne approximation. Il serait donc possible de trouver un autre modèle plus proche de la réalité.
- l'ensemble du programme pourrait être optimisé afin de réduire les temps de traitement.

5.3 Travaux futurs

Quelques travaux futurs sont envisageables à la suite de ce projet.

En effet, il serait possible d'imaginer un système permettant de créer trois bulles dans une cuve d'eau stagnante avec différentes positions initiales. Cela permettrait de vérifier si l'interaction entre trois bulles peut bien être décomposée en plusieurs interactions deux à deux. Il serait aussi possible de vérifier si les fluctuations de vitesse caractéristiques d'un nuage de bulles sont présentes déjà avec trois bulles ou non.

Le montage pourrait aussi être réutilisé pour différentes études nécessitant la création de bulles dans de l'eau stagnante (par exemple l'interaction entre une bulle et une paroi ou encore la coalescence entre une bulle et la surface libre).

Finalement, il serait aussi possible de réaliser des études similaires en changeant le liquide ou la contamination du liquide.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Dans ce projet, différentes thématiques ont été abordées telles que : le comportement d'une bulle seule, le comportement de deux bulles, la coalescence ou la dynamique de rebonds.

Avant de nous lancer dans la réalisation de cette maîtrise, nous avons d'abord effectué un état de l'art des différents thèmes abordés. Pour bien comprendre les interactions entre deux bulles, il est important de saisir le comportement d'une bulle seule. Cependant, cela est loin d'être évident. Il existe notamment des bulles lentes ou rapides prenant une forme ellipsoïdale, qui peuvent par exemple suivre des trajectoires rectiligne, zig-zag ou hélicoïdale. D'autres régimes de bulles existent aussi, mais n'ont pas été observés dans de l'eau du robinet. Une fois le comportement d'une bulle seule compris, nous nous sommes intéressés à l'influence d'une deuxième bulle. Tandis que dans certaines situations l'effet sera attractif (et pourra engendrer des coalescences ou rebonds), dans d'autres cas il pourra être répulsif.

Pour vérifier et étudier ces phénomènes décrits dans la littérature, nous avons conçu, construit et assemblé l'ensemble du montage expérimental. Cela a été le fruit de nombreux essais-erreurs et peut encore être amélioré. Une méthodologie de post-traitement a aussi entièrement été réalisée. Elle pourrait être optimisée, notamment vis-à-vis des chevauchements sur les images. En supposant une forme de bulle comme deux demi-ellipsoïdes de révolution, nous avons pu reconstituer la trajectoire de la bulle en trois dimensions ainsi que ses autres caractéristiques (petit axe, grand axe et angles de rotation). Nous avons bien observé des trajectoires zig-zag et hélicoïdales, ainsi que les deux types de bulles : lente et rapide bien différenciables avec leur rapport d'aspect. Elles prennent une forme ellipsoïdale qui varie au cours du temps. Nous avons créé des bulles allant de 2.02 à 5.73 mm de diamètre, ce qui correspond à des nombres de Reynolds basés sur la vitesse terminale allant de 657 à 1422. Nous avons comparé le comportement entre une et deux bulles et ainsi essayé de caractériser les interactions. Nous avons notamment remarqué que la transition zig-zag / hélicoïdale semble se faire beaucoup plus rapidement avec la présence d'une autre bulle. Elles ont aussi tendance à se rapprocher lorsqu'elles sont relâchées côte-à-côte ou en ligne (la bulle de derrière est aspirée par celle de devant en entrant dans son sillage). Plus généralement, la règle de la limite d'interactions à sept diamètres de distance trouvée par Agrawal *et al.* [7] semble bien être respectée. La présence d'une deuxième bulle ne semble pas affecter les fluctuations de vitesse ou le rapport d'aspect.

Nous avons observé plusieurs cas de coalescence et rebonds. Bien que nous n'ayons pas trouvé de conditions systématiques engendrant un contact, nous avons tout de même logiquement

observé que plus les bulles sont proches initialement et plus elles ont de chance à entrer en contact par la suite. De plus, avant contact, plus leur vitesse radiale est élevée et plus elles auront tendance à coalescer. Plusieurs dynamiques de rebonds ont été observées : les bulles peuvent simplement se frôler ou alors ralentir à la fois verticalement et horizontalement lors du rebond, engendrant une grosse déformation de la bulle (qui reprend une forme sphérique temporairement). Cependant, la vitesse radiale après contact peut être parfois plus élevée que celle avant le contact (et le coefficient de rebond est alors plus grand que 1).

Pour conclure, nous avons pu, à l'aide de beaucoup d'expériences, essayer de caractériser des interactions entre deux bulles d'air s'élevant dans de l'eau stagnante. Des conditions de coalescence ou de rebond précises et systématiques n'ont cependant pas pu être trouvées. Finalement, cette étude a permis de construire une base de données expérimentales réutilisable dans l'avenir.

RÉFÉRENCES

- [1] D. Bhaga et M. E. Weber, “Bubbles in viscous liquids : shapes, wakes and velocities,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 105, p. 61–85, 1981.
- [2] É. Pelletier, “Étude expérimentale et modélisation de l’impact entre une bulle et une structure,” Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2014.
- [3] M. K. Tripathi, K. C. Sahu et R. Govindarajan, “Dynamics of an initially spherical bubble rising in quiescent liquid,” *Nature communications*, vol. 6, n°. 1, p. 1–9, 2015.
- [4] D. M. Sharaf, A. R. Premlata, M. K. Tripathi, B. Karri et K. C. Sahu, “Shapes and paths of an air bubble rising in quiescent liquids,” *Physics of Fluids*, vol. 29, n°. 12, p. 122104, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.5006726>
- [5] R. G. Horn, L. A. Del Castillo et S. Ohnishi, “Coalescence map for bubbles in surfactant-free aqueous electrolyte solutions,” *Advances in Colloid and Interface Science*, vol. 168, n°. 1, p. 85–92, 2011, surface forces and thin liquid films. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0001868611001151>
- [6] H. Mirsandi, G. Kong, K. Buist, M. Baltussen, E. Peters et J. Kuipers, “Numerical study on the interaction of two bubbles rising side-by-side in viscous liquids,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 410, p. 128257, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1385894720343679>
- [7] M. Agrawal, A. Gaurav, B. Karri et K. C. Sahu, “An experimental study of two identical air bubbles rising side-by-side in water,” *Physics of Fluids*, vol. 33, n°. 3, p. 032106, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/5.0044485>
- [8] J. Zhang, M.-J. Ni et J. Magnaudet, “Three-dimensional dynamics of a pair of deformable bubbles rising initially in line. part 1. moderately inertial regimes,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 920, p. A16, 2021.
- [9] ———, “Three-dimensional dynamics of a pair of deformable bubbles rising initially in line. part 2. highly inertial regimes,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 943, p. A10, 2022.
- [10] Y. Liao et D. Lucas, “A literature review on mechanisms and models for the coalescence process of fluid particles,” *Chemical Engineering Science*, vol. 65, n°. 10, p. 2851–2864, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000925091000093X>
- [11] J. Deng, “Étude expérimentale des interactions entre deux particules sphériques, relâchées dans l’eau stagnante,” Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal, 2022.

- [12] J.-M. Martinez, X. Chesneau et B. Zeghmami, “Modélisation de la coalescence de deux bulles d’air dans une colonne d’eau,” dans *CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique*, ser. Congrès français de mécanique, A. F. de Mécanique, édit. Grenoble, France : AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc - 92400 Courbevoie, août 2007, colloque avec actes et comité de lecture. Internationale. [En ligne]. Disponible : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03365691>
- [13] S. Richard, A. Grégoire et P. Gosse, “Efficacité d’un seuil artificiel sur l’oxygénation de l’eau et l’élimination de ch₄ contenu dans l’eau évacuée par la barrage hydroélectrique de petit saut (guyane française),” *Revue des sciences de l’eau / Journal of Water Science*, vol. 18, p. 127–141, 2005.
- [14] P. A. Chambers, S. Brown, J. M. Culp, R. B. Lowell et A. Pietroniro, “Dissolved oxygen decline in ice-covered rivers of northern alberta and its effects on aquatic biota,” *Journal of Aquatic Ecosystem Stress and Recovery*, vol. 8, n^o. 1, p. 27–38, 2000.
- [15] P. March, “Hydraulic and environmental performance of aerating turbine technologies,” dans *EPRI Conference on Environmentally Enhanced Hydropower Turbines*, 2011, p. 19–21.
- [16] C. Qiao, D. Yang, X. Mao, L. Xie, L. Gong, X. Peng, Q. Peng, T. Wang, H. Zhang et H. Zeng, “Recent advances in bubble-based technologies : Underlying interaction mechanisms and applications,” *Applied Physics Reviews*, vol. 8, n^o. 1, p. 011315, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/5.0040331>
- [17] D. Legendre, R. Zenit et J. R. Velez-Cordero, “On the deformation of gas bubbles in liquids,” *Physics of Fluids*, vol. 24, n^o. 4, p. 043303, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.4705527>
- [18] F. Peters et C. Els, “An experimental study on slow and fast bubbles in tap water,” *Chemical Engineering Science*, vol. 82, p. 194–199, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250912004265>
- [19] A. Tomiyama, G. Celata, S. Hosokawa et S. Yoshida, “Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 28, n^o. 9, p. 1497–1519, 2002. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932202000320>
- [20] R. Clift, J. R. Grace et M. E. Weber, “Bubbles, drops, and particles,” 2005.
- [21] J. B. Joshi, K. Nandakumar, G. M. Evans, V. K. Pareek, M. M. Gumulya, M. J. Sathe et M. A. Khanwale, “Bubble generated turbulence and direct numerical simulations,” *Chemical Engineering Science*, vol. 157, p. 26–75, 2017, 12th International Conference

- on Gas-Liquid and Gas-Liquid-Solid Reactor Engineering. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250916301555>
- [22] D. W. Moore, “The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23, n^o. 4, p. 749–766, 1965.
- [23] J. Cano-Lozano, P. Bohorquez et C. Martínez-Bazán, “Wake instability of a fixed axisymmetric bubble of realistic shape,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 51, p. 11–21, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932212001644>
- [24] K. Ellingsen et F. Risso, “On the rise of an ellipsoidal bubble in water : oscillatory paths and liquid-induced velocity,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 440, p. 235–268, 2001.
- [25] S. Takagi et Y. Matsumoto, “Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 43, n^o. 1, p. 615–636, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122109-160756>
- [26] M. Wu et M. Gharib, “Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clean water,” *Physics of Fluids*, vol. 14, n^o. 7, p. L49–L52, 2002. [En ligne]. Disponible : <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1485767>
- [27] S. Fortin, “Étude de bistabilité des bulles ellipsoïdales par une méthode ale de résolution des écoulements diphasiques,” Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal, 2019.
- [28] B. Yang, A. Prosperetti et S. Takagi, “The transient rise of a bubble subject to shape or volume changes,” *Physics of Fluids*, vol. 15, n^o. 9, p. 2640–2648, 2003. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.1592800>
- [29] R. Clift et W. H. Gauvin, “Motion of entrained particles in gas streams,” *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 49, n^o. 4, p. 439–448, 1971. [En ligne]. Disponible : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cjce.5450490403>
- [30] T. Bonometti et J. Magnaudet, “Transition from spherical cap to toroidal bubbles,” *Physics of Fluids*, vol. 18, n^o. 5, p. 052102, 2006. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.2196451>
- [31] B. Lalanne, S. Tanguy et F. Risso, “Effect of rising motion on the damped shape oscillations of drops and bubbles,” *Physics of Fluids*, vol. 25, n^o. 11, p. 112107, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.4829366>
- [32] M. Gumulya, J. B. Joshi, R. P. Utikar, G. M. Evans et V. Pareek, “Bubbles in viscous liquids : Time dependent behaviour and wake characteristics,” *Chemical Engineering Science*, vol. 144, p. 298–309, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250916300318>

- [33] S. Alves, S. Orvalho et J. Vasconcelos, “Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer,” *Chemical Engineering Science*, vol. 60, n^o. 1, p. 1–9, 2005. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250904004919>
- [34] R. A. Hartunian et W. R. Sears, “On the instability of small gas bubbles moving uniformly in various liquids,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 3, n^o. 1, p. 27–47, 1957.
- [35] K. Lunde et R. J. Perkins, *Shape Oscillations of Rising Bubbles*. Dordrecht : Springer Netherlands, 1998, p. 387–408. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/978-94-011-4986-0_20
- [36] C. Veldhuis, A. Biesheuvel et L. van Wijngaarden, “Shape oscillations on bubbles rising in clean and in tap water,” *Physics of Fluids*, vol. 20, n^o. 4, p. 040705, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.2911042>
- [37] J. Magnaudet et G. Mougin, “Wake instability of a fixed spheroidal bubble,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 572, p. 311–337, 2007.
- [38] W. L. Shew et J.-F. m. c. Pinton, “Dynamical model of bubble path instability,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 144508, Oct 2006. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.144508>
- [39] K. Wichterle, M. Večeř et M. Růžička, “Asymmetric deformation of bubble shape : cause or effect of vortex-shedding?” *Chemical Papers*, vol. 68, n^o. 1, p. 74–79, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.2478/s11696-013-0406-9>
- [40] P. C. Duineveld, “The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high reynolds number,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 292, p. 325–332, 1995.
- [41] J. C. Cano-Lozano, C. Martínez-Bazán, J. Magnaudet et J. Tchoufag, “Paths and wakes of deformable nearly spheroidal rising bubbles close to the transition to path instability,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 1, p. 053604, Sep 2016. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.1.053604>
- [42] C. Brücker, “Structure and dynamics of the wake of bubbles and its relevance for bubble interaction,” *Physics of Fluids*, vol. 11, n^o. 7, p. 1781–1796, 1999. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.870043>
- [43] J. Zhang et M.-J. Ni, “What happens to the vortex structures when the rising bubble transits from zigzag to spiral?” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 828, p. 353–373, 2017.
- [44] J. Zhang, K. C. Sahu et M.-J. Ni, “Transition of bubble motion from spiralling to zigzagging : A wake-controlled mechanism with a transverse magnetic field,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 136, p. 103551, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932220306625>

- [45] M. Ohta et M. Sussman, “The buoyancy-driven motion of a single skirted bubble or drop rising through a viscous liquid,” *Physics of Fluids*, vol. 24, n°. 11, p. 112101, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.4765669>
- [46] M. Baltussen, J. Kuipers et N. Deen, “A critical comparison of surface tension models for the volume of fluid method,” *Chemical Engineering Science*, vol. 109, p. 65–74, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250914000256>
- [47] J. R. Grace, T. Wairegi et J. Brophy, “Break-up of drops and bubbles in stagnant media,” *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 56, n°. 1, p. 3–8, 1978. [En ligne]. Disponible : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cjce.5450560101>
- [48] G. K. Batchelor, “The stability of a large gas bubble rising through liquid,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 184, p. 399–422, 1987.
- [49] H. M. Choi, T. Terauchi, H. Monji et G. Matsui, “Visualization of bubble-fluid interaction by a moving object flow image analyzer system,” *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 972, n°. 1, p. 235–241, 2002. [En ligne]. Disponible : <https://nyaspubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1749-6632.2002.tb04578.x>
- [50] Y. Zhang, X. Que, M. Hu et Y. Zhou, “3d reconstruction of a single bubble in transparent media using three orthographic digital images,” *Applied Sciences*, vol. 10, n°. 17, 2020. [En ligne]. Disponible : <https://www.mdpi.com/2076-3417/10/17/5803>
- [51] Y. Bian, F. Dong et H. Wang, “Reconstruction of rising bubble with digital image processing method,” p. 1–6, 2011.
- [52] Y. Bian, F. Dong, W. Zhang, H. Wang, C. Tan et Z. Zhang, “3d reconstruction of single rising bubble in water using digital image processing and characteristic matrix,” *Particuology*, vol. 11, n°. 2, p. 170–183, 2013, measurement Technology for Particulate System. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1674200112001915>
- [53] Y. Fu et Y. Liu, “3d bubble reconstruction using multiple cameras and space carving method,” *Measurement Science and Technology*, vol. 29, n°. 7, p. 075206, jun 2018. [En ligne]. Disponible : <https://dx.doi.org/10.1088/1361-6501/aac4aa>
- [54] Y. Luo, Z. Wang, B. Zhang, K. Guo, L. Zheng, W. Xiang, H. Liu et C. Liu, “Experimental study of the effect of the surfactant on the single bubble rising in stagnant surfactant solutions and a mathematical model for the bubble motion,” *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 61, n°. 26, p. 9514–9527, 2022.
- [55] J. Hadamard, “Mouvement permanent lent d’une sphere liquid et visqueuse dans un liquide visqueux,” *CR Hebd. Seances Acad. Sci. Paris*, vol. 152, p. 1735–1738, 1911.

- [56] V. G. Levich, “Physicochemical hydrodynamics,” 1962.
- [57] D. W. Moore, “The boundary layer on a spherical gas bubble,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 16, n^o. 2, p. 161–176, 1963.
- [58] A. Tomiyama, I. Kataoka, I. Zun et T. Sakaguchi, “Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions,” *JSME International Journal Series B*, vol. 41, n^o. 2, p. 472–479, 1998.
- [59] R. Mei, J. F. Klausner et C. J. Lawrence, “A note on the history force on a spherical bubble at finite reynolds number,” *Physics of Fluids*, vol. 6, n^o. 1, p. 418–420, 1994. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.868039>
- [60] M. Ishii et T. Chawla, “Local drag laws in dispersed two-phase flow,” *Nasa Sti/Recon Technical Report N*, vol. 80, p. 25631, 1979.
- [61] J. Grace, “Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquid,” *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, vol. 51, p. 116–120, 1973.
- [62] W. Dijkhuizen, I. Roghair, M. Van Sint Annaland et J. Kuipers, “Dns of gas bubbles behaviour using an improved 3d front tracking model—drag force on isolated bubbles and comparison with experiments,” *Chemical Engineering Science*, vol. 65, n^o. 4, p. 1415–1426, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250909007362>
- [63] L. Zhang, Z. Zhou, J. Deng et X. Shao, “A numerical study on the drag law of a gas bubble using dynamic body force method,” *Physics of Fluids*, vol. 33, n^o. 6, p. 063320, 2021.
- [64] E. Klaseboer, J.-P. Chevaillier, A. Maté, O. Masbernat et C. Gourdon, “Model and experiments of a drop impinging on an immersed wall,” *Physics of Fluids*, vol. 13, n^o. 1, p. 45–57, 2001. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.1331313>
- [65] H. Lamb, “Hydrodynamics,” *Aufl., Cambridge : Univ. Press 1879–1932*, vol. 427, 1932.
- [66] H. Tsao et D. L. Koch, “Observations of high reynolds number bubbles interacting with a rigid wall,” *Physics of Fluids*, vol. 9, n^o. 1, p. 44–56, 1997. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.869168>
- [67] A. A. Kendoush, “The virtual mass of an oblate-ellipsoidal bubble,” *Physics Letters A*, vol. 366, n^o. 3, p. 253–255, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960107002289>
- [68] A. R. Sarhan, J. Naser et G. Brooks, “Numerical simulation of froth formation in aerated slurry coupled with population balance modelling,” *Canadian Metallurgical Quarterly*, vol. 56, n^o. 1, p. 45–57, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/00084433.2016.1268771>

- [69] A. Sarhan, J. Naser et G. Brooks, “Cfd modeling of three-phase flotation column incorporating a population balance model,” *Procedia Engineering*, vol. 184, p. 313–317, 2017, advances in Material Processing Technologies Conference. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817316053>
- [70] W. Yang, Z. Luo, Q. Lai et Z. Zou, “Study on bubble coalescence and bouncing behaviors upon off-center collision in quiescent water,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 104, p. 199–208, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0894177718317801>
- [71] D. Bhaga et M. Weber, “In-line interaction of a pair of bubbles in a viscous liquid,” *Chemical Engineering Science*, vol. 35, n°. 12, p. 2467–2474, 1980. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250980850597>
- [72] P. Duineveld, “Bouncing and coalescence of bubble pairs rising at high reynolds number in pure water or aqueous surfactant solutions,” dans *In Fascination of Fluid Dynamics*. Springer, 1998, p. 409–439.
- [73] A. Chesters et G. Hofman, “Bubble coalescence in pure liquids,” dans *Mechanics and Physics of Bubbles in Liquids*. Springer, 1982, p. 353–361.
- [74] S. Khadiya, S. Kumari et R. Gupta, “Hydrodynamics of bubble coalescence in microchannels,” *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 99, n°. 5, p. 1199–1210, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cjce.23918>
- [75] T. Sanada, M. Watanabe et T. Fukano, “Effects of viscosity on coalescence of a bubble upon impact with a free surface,” *Chemical Engineering Science*, vol. 60, n°. 19, p. 5372–5384, 2005. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000925090500415X>
- [76] B. Liu, R. Manica, Q. Liu, E. Klaseboer et Z. Xu, “Coalescence or bounce? how surfactant adsorption in milliseconds affects bubble collision,” *The Journal of Physical Chemistry Letters*, vol. 10, n°. 18, p. 5662–5666, 2019, pMID : 31368716. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/acs.jpcclett.9b01598>
- [77] B. Liu, R. Manica, Q. Liu, E. Klaseboer, Z. Xu et G. Xie, “Coalescence of bubbles with mobile interfaces in water,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 122, p. 194501, May 2019. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.122.194501>
- [78] I. U. Vakarelski, R. Manica, E. Q. Li, E. S. Basheva, D. Y. C. Chan et S. T. Thoroddsen, “Coalescence dynamics of mobile and immobile fluid interfaces,” *Langmuir*, vol. 34, n°. 5, p. 2096–2108, 2018, pMID : 29328665. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.7b04106>

- [79] A. K. Chesters et I. B. Bazhlekov, “Effect of insoluble surfactants on drainage and rupture of a film between drops interacting under a constant force,” *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 230, n^o. 2, p. 229–243, 2000. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979700970747>
- [80] C.-Y. Lin et J. C. Slattery, “Thinning of a liquid film as a small drop or bubble approaches a solid plane,” *AIChE Journal*, vol. 28, n^o. 1, p. 147–156, 1982. [En ligne]. Disponible : <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aic.690280122>
- [81] R. H. Davis, J. A. Schonberg et J. M. Rallison, “The lubrication force between two viscous drops,” *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, vol. 1, n^o. 1, p. 77–81, 1989. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.857525>
- [82] V. V. Yaminsky, S. Ohnishi, E. A. Vogler et R. G. Horn, “Stability of aqueous films between bubbles. part 1. the effect of speed on bubble coalescence in purified water and simple electrolyte solutions,” *Langmuir*, vol. 26, n^o. 11, p. 8061–8074, 2010, pMID : 20146434. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/la904481d>
- [83] R. Kirkpatrick et M. Lockett, “The influence of approach velocity on bubble coalescence,” *Chemical Engineering Science*, vol. 29, n^o. 12, p. 2363–2373, 1974. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250974800138>
- [84] C. P. Ribeiro et D. Mewes, “The effect of electrolytes on the critical velocity for bubble coalescence,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 126, n^o. 1, p. 23–33, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1385894706003603>
- [85] L. A. Del Castillo, S. Ohnishi et R. G. Horn, “Inhibition of bubble coalescence : Effects of salt concentration and speed of approach,” *Journal of colloid and interface science*, vol. 356, n^o. 1, p. 316–324, 2011.
- [86] M. J. Prince et H. W. Blanch, “Transition electrolyte concentrations for bubble coalescence,” *AIChE Journal*, vol. 36, n^o. 9, p. 1425–1429, 1990. [En ligne]. Disponible : <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aic.690360915>
- [87] E. Klaseboer, J. Chevaillier, C. Gourdon et O. Masbernat, “Film drainage between colliding drops at constant approach velocity : Experiments and modeling,” *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 229, n^o. 1, p. 274–285, 2000. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002197970096987X>
- [88] G. Marrucci, “A theory of coalescence,” *Chemical Engineering Science*, vol. 24, n^o. 6, p. 975–985, 1969. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250969870065>

- [89] V. V. Yaminsky, S. Ohnishi, E. A. Vogler et R. G. Horn, “Stability of aqueous films between bubbles. part 2. effects of trace impurities and evaporation,” *Langmuir*, vol. 26, n^o. 11, p. 8075–8080, 2010, pMID : 20146432. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/la904482n>
- [90] S. I. Karakashev, P. T. Nguyen, R. Tsekov, M. A. Hampton et A. V. Nguyen, “Anomalous ion effects on rupture and lifetime of aqueous foam films formed from monovalent salt solutions up to saturation concentration,” *Langmuir*, vol. 24, n^o. 20, p. 11 587–11 591, 2008, pMID : 18783259. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/la801456j>
- [91] H. K. Christenson, R. E. Bowen, J. A. Carlton, J. R. M. Denne et Y. Lu, “Electrolytes that show a transition to bubble coalescence inhibition at high concentrations,” *The Journal of Physical Chemistry C*, vol. 112, n^o. 3, p. 794–796, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1021/jp075440s>
- [92] R. R. Lessard et S. A. Zieminski, “Bubble coalescence and gas transfer in aqueous electrolytic solutions,” *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 10, n^o. 2, p. 260–269, 1971.
- [93] V. S. Craig, B. W. Ninham et R. M. Pashley, “The effect of electrolytes on bubble coalescence in water,” *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 97, n^o. 39, p. 10 192–10 197, 1993.
- [94] G. Drogaris et P. Weiland, “Studies of coalescence of bubble pairs,” *Chemical Engineering Communications*, vol. 23, n^o. 1-3, p. 11–26, 1983. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/00986448308940461>
- [95] F. Lehr, M. Millies et D. Mewes, “Bubble-size distributions and flow fields in bubble columns,” *AIChE Journal*, vol. 48, n^o. 11, p. 2426–2443, 2002. [En ligne]. Disponible : <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aic.690481103>
- [96] L. G. Leal, *Laminar flow and convective transport processes*. Elsevier, 1992, vol. 251.
- [97] J. Kok, “Dynamics of a pair of gas bubbles moving through liquid, part i,” *European journal of mechanics. B, Fluids*, vol. 12, n^o. 4, p. 515–540, 1993.
- [98] D. Legendre, J. Magnaudet et G. Mougin, “Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 497, p. 133–166, 2003.
- [99] M. K. Tripathi, A. R. Premlata, K. C. Sahu et R. Govindarajan, “Two initially spherical bubbles rising in quiescent liquid,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 2, p. 073601, Jul 2017. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.2.073601>

- [100] M. Balla, S. Kavuri, M. K. Tripathi, K. C. Sahu et R. Govindarajan, “Effect of viscosity and density ratios on two drops rising side by side,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 5, p. 013601, Jan 2020. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.013601>
- [101] J. Zhang, L. Chen et M.-J. Ni, “Vortex interactions between a pair of bubbles rising side by side in ordinary viscous liquids,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 4, p. 043604, Apr 2019. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.4.043604>
- [102] T. Sanada, A. Sato, M. Shirota et M. Watanabe, “Motion and coalescence of a pair of bubbles rising side by side,” *Chemical Engineering Science*, vol. 64, n° 11, p. 2659–2671, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250909001481>
- [103] D. Sone, K. Sakakibara, M. Yamada, T. Sanada et T. Saito, “Bubble motion and its surrounding liquid motion through the collision of a pair of bubbles,” *Journal of Power and Energy Systems*, vol. 2, n° 1, p. 306–317, 2008.
- [104] Y. Hallez et D. Legendre, “Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 673, p. 406–431, 2011.
- [105] G. Kong, H. Mirsandi, K. Buist, E. Peters, M. Baltussen et J. Kuipers, “Hydrodynamic interaction of bubbles rising side-by-side in viscous liquids,” *Experiments in Fluids*, vol. 60, n° 10, p. 1–15, 2019.
- [106] J. F. Harper, “On bubbles rising in line at large reynolds numbers,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, n° 4, p. 751–758, 1970.
- [107] H. Yuan et A. Prosperetti, “On the in-line motion of two spherical bubbles in a viscous fluid,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 278, p. 325–349, 1994.
- [108] J. Katz et C. Meneveau, “Wake-induced relative motion of bubbles rising in line,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 22, n° 2, p. 239–258, 1996. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030193229500081X>
- [109] M. Watanabe et T. Sanada, “In-line motion of a pair of bubbles in a viscous liquid,” *JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering*, vol. 49, n° 2, p. 410–418, 2006.
- [110] H. Kusuno et T. Sanada, “Experimental investigation of the motion of a pair of bubbles at intermediate reynolds numbers,” *Multiphase Science and Technology*, vol. 27, n° 1, p. 51–66, 2015.
- [111] H. Kusuno, H. Yamamoto et T. Sanada, “Lift force acting on a pair of clean bubbles rising in-line,” *Physics of Fluids*, vol. 31, n° 7, p. 072105, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.5100183>

- [112] D. D. Joseph, A. Fortes, T. S. Lundgren et P. Singh, “Nonlinear mechanics of fluidization of spheres, cylinders and disks in water,” *Advances in multiphase flow and related problems*, p. 101–122, 1986.
- [113] A. F. Fortes, D. D. Joseph et T. S. Lundgren, “Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 177, p. 467–483, 1987.
- [114] J. Feng, H. H. Hu et D. D. Joseph, “Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a newtonian fluid part 1. sedimentation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 261, p. 95–134, 1994.
- [115] M. N. Ardekani, P. Costa, W. P. Breugem et L. Brandt, “Numerical study of the sedimentation of spheroidal particles,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 87, p. 16–34, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932216300556>
- [116] X. Yin et D. L. Koch, “Velocity fluctuations and hydrodynamic diffusion in finite-reynolds-number sedimenting suspensions,” *Physics of Fluids*, vol. 20, n^o. 4, p. 043305, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/1.2903623>
- [117] A. Loisy, A. Naso et P. D. M. Spelt, “Buoyancy-driven bubbly flows : ordered and free rise at small and intermediate volume fraction,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 816, p. 94–141, 2017.
- [118] A. Innocenti, A. Jaccod, S. Popinet et S. Chibbaro, “Direct numerical simulation of bubble-induced turbulence,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 918, p. A23, 2021.
- [119] C.-H. Lee, L. Erickson et L. Glasgow, “Bubble breakup and coalescence in turbulent gas-liquid dispersions,” *Chemical Engineering Communications*, vol. 59, n^o. 1-6, p. 65–84, 1987.
- [120] R. Shinar et J. Church, “Predicting particle size in agitated dispersion,” *Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 52, n^o. 3, p. 253–256, 1960.
- [121] W. Howarth, “Measurement of coalescence frequency in an agitated tank,” *AICHE Journal*, vol. 13, n^o. 5, p. 1007–1013, 1967.
- [122] P. C. Duineveld, “Bouncing and coalescence of two bubbles in water.” 1996.
- [123] W. H. Press et S. A. Teukolsky, “Savitzky-golay smoothing filters,” *Computers in Physics*, vol. 4, n^o. 6, p. 669–672, 1990.
- [124] M. R. Oshaghi, M. Shahsavari, H. Afshin et B. Firoozabadi, “Experimental investigation of the bubble motion and its ascension in a quiescent viscous liquid,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 103, p. 274–285, 2019.

- [125] J. R. Vélez-Cordero, D. Sámano, P. Yue, J. J. Feng et R. Zenit, “Hydrodynamic interaction between a pair of bubbles ascending in shear-thinning inelastic fluids,” *Journal of non-Newtonian fluid mechanics*, vol. 166, n°. 1-2, p. 118–132, 2011.
- [126] Y. ao et R. Macián-Juan, “The wobbling motion of single and two inline bubbles rising in quiescent liquid,” *Physics of Fluids*, vol. 33, n°. 7, p. 073305, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1063/5.0055804>