

Titre: Approche de conception et d'évaluation des structures en béton armé basée sur la réduction de la capacité résistive
Title: armé basée sur la réduction de la capacité résistive

Auteur: Oumaima Abra
Author:

Date: 2022

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Abra, O. (2022). Approche de conception et d'évaluation des structures en béton armé basée sur la réduction de la capacité résistive [Ph.D. thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/10522/>
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/10522/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Mahdi Ben Ftima
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Approche de conception et d'évaluation des structures en béton armé basée
sur la réduction de la capacité résistive**

OUMAIMA ABRA

Département des Génies Civil, Géologique et des Mines

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiae Doctor*

Génie Civil

Août 2022

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Approche de conception et d'évaluation des structures en béton armé basée sur la réduction de la capacité résistive

Présentée par :

Oumaima ABRA

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiae doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Bruno MASSICOTTE, président

Mahdi BEN FTIMA, membre et directeur de recherche

Jean Philippe CHARRON, membre

Pierre ROSSI, membre externe

DÉDICACE

À mes grands-parents,

À mes parents,

À mon mari,

À mes enfants,

« *Everything should be made as simple as possible, but not simpler* »

Albert Einstein

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de recherche, le professeur Mahdi Ben Ftima, pour son soutien, sa pédagogie et sa patience tout le long de ma thèse. Ses précieux conseils, sa rigueur et sa curiosité m'ont toujours poussé à voir au-delà des évidences et de chercher toujours à mieux comprendre l'origine des choses. Je le remercie aussi de m'avoir donné l'opportunité de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions et de continuer à travailler sur un sujet qui m'avait beaucoup passionné en maîtrise. Notre passion commune pour le monde des analyses non-linéaires et en particulier pour la méthode SRDM nous a permis d'avoir des échanges fructueux. Encore une fois merci pour cette aventure.

Je souhaite remercier le professeur Jean-Philippe Charron et le professeur Pierre Rossi d'avoir accepté de participer en tant que membres de mon jury de thèse ainsi que le professeur Bruno Massicotte d'avoir accepté de présider ce jury.

Je tiens à remercier mon collègue à IDAE et mentor Emre Yildiz pour sa patience et sa gentillesse. Un grand merci aussi à mon ancien collègue Maxime Bolduc pour ses encouragements et sa bonne humeur.

Je souhaite aussi remercier toute l'équipe du département de structures de l'École Polytechnique de Montréal incluant les professeurs, les associés de recherche et les étudiants qui m'ont aidé de près ou de loin lors de la réalisation de ma thèse. Je remercie également l'ancienne secrétaire Julie pour sa disponibilité et sa gentillesse. Je souhaite remercier aussi mes amis hors de Polytechnique, au Canada et partout dans le monde, qui m'ont toujours soutenu.

Je remercie infiniment mes parents et mon frère Marouane pour leur support continu et pour avoir toujours cru en moi. Leur amour inconditionnel m'a permis d'aller au bout de ma thèse. Un grand merci aussi à ma belle-famille pour leur soutien et à ma belle-sœur Fatima-Zohra pour son grand cœur et sa bonne humeur infaillible. Merci également à tout le reste de ma famille pour leurs encouragements et leur patience.

Un remerciement particulier est destiné à mon mari et compagnon de vie Amine pour son soutien sans faille tout le long de mes études. Ses encouragements et sa bienveillance ont été le catalyseur clé pour mener à bien cette thèse de doctorat en particulier à la fin. Merci pour tout.

RÉSUMÉ

La pratique de la conception des structures en béton armé fait appel à des méthodes de calculs basées sur des formules empiriques ou semi-empiriques et des hypothèses de comportement linéaire élastique. Pour des structures complexes et non conventionnelles, l'utilisation de ce type de méthode est questionable au risque de définir des schémas de résistance loin du schéma réel de la structure. Il peut même être inapproprié d'y avoir recours en fonction de la complexité de la structure, car leurs critères d'applicabilité issus des normes ne sont plus valables. Pour les structures complexes, l'utilisation de méthodes universellement acceptées comme la méthode des bielles et tirants, malgré qu'elle soit adaptée pour l'étude des régions de discontinuité, peut s'avérer compliquée et fastidieuse à cause de sa nature géométrique, en particulier pour les structures en 3D. La revue de littérature a mis en évidence un intérêt grandissant pour les méthodes numériques permettant d'accompagner l'utilisation de la méthode des bielles et tirants, en particulier la définition du chemin interne des efforts. En contrepartie, les méthodes poussées, telles que les analyses non-linéaires par éléments finis, présentent plusieurs complexités numériques avec une variabilité dans les résultats obtenus qui est en fonction des intrants dont la définition manque de consensus dans la littérature.

Ce travail s'insère dans le contexte global de la conception des structures complexes en béton armé et en particulier dans le développement d'une nouvelle approche de conception des structures. Cette approche vise à allier le conservatisme de la méthode des bielles et tirants et la puissance des analyses non-linéaires par éléments finis. De nature numérique et se basant sur la réduction de la capacité résistive, cette méthode a jusqu'ici été réservée au domaine de stabilité des pentes en géotechnique. La nouvelle méthode est appelée méthode de conception basée sur la réduction de la capacité résistive et désignée par l'acronyme « SRDM ».

Dans le contexte de la conception des structures, la méthode SRDM est composée en une étape de chargement à l'ultime suivie et une étape de dégradation fictive où la résistance en traction du béton est réduite graduellement, l'objectif étant de transférer les efforts en traction du béton aux armatures. Pour accompagner cette procédure, une loi de comportement simple nécessitant la définition de deux intrants, la résistance en compression du béton et la limite d'élasticité de l'acier d'armature, a été développée. La réorganisation des efforts observée à la fin de la dégradation du béton correspond à la définition des positions des tirants et des bielles et, en

même temps, permet l'évaluation des modes de défaillance potentiels. Dans le contexte de l'évaluation des structures, la dégradation de la résistance se fait suite à l'application des charges en service et peut tenir compte de l'état d'endommagement existant. Une étape supplémentaire de rechargement est ensuite réalisée pour atteindre l'état de la structure à l'ultime. Enfin, pour être considérée comme une méthode de conception consistante avec les exigences de la norme, un cadre de fiabilité adapté aux méthodes numériques est considéré permettant ainsi de tenir compte de l'aspect probabiliste lié à la variabilité des matériaux et des chargements.

La simplicité et la robustesse de la méthode SRDM sont démontrées tout le long de son développement à travers des exemples de validation et des comparaisons avec la méthode des bielles et tirants, les éléments finis non-linéaires et les essais expérimentaux. Des benchmarks ont aussi été développés en particulier pour permettre la validation de certains aspects de la méthode comme l'incompatibilité des déformations et la présence de fissuration existante. Les résultats ont montré une similarité par rapport à ceux obtenus à l'aide de la méthode des bielles et tirants et un conservatisme par rapport aux essais expérimentaux et aux résultats des analyses non-linéaires par éléments finis. Aussi, l'extension de la méthode aux études en 3D a permis de mieux caractériser la forme et la résistance des zones d'incompatibilité en 3D.

Enfin, la méthode SRDM a été appliquée à des cas de structures massives en béton armé : une bâche spirale et un diffuseur; deux structures typiques présentes dans les centrales hydro-électriques. Ces applications ont permis de quantifier d'une part, l'apport non négligeable de la traction du béton au niveau de la résistance de ces structures massives, et d'autre part, l'applicabilité et la robustesse de la méthode SRDM.

Mots-clés : béton armé, structures complexes, conception et évaluation, méthode de réduction de la capacité résistive, méthode des bielles et tirants, analyse non-linéaire par éléments finis, structures en 3D.

ABSTRACT

The practice of designing reinforced concrete structures considers the use of calculation methods based on empirical or semi-empirical formulas and assumptions of linear elastic behaviour. For complex and nonconventional structures, this common practice is questionable and it may lead to a resistance path far from the true resistance path of the structure. It may even be inappropriate to apply such methods depending on the complexity of the structure because the criteria for applying codes and norms are no longer valid. For complex structures, the use of universally accepted methods such as the strut and tie method can be a complicated and tedious task because of its geometric nature, in particular for 3D structures, even though it is a suitable method for the study of discontinuity regions. The literature review highlights a growing interest in numerical methods used to support the definition of the strut and tie model of a given structure. On the other hand, advanced methods such as nonlinear finite element analysis present several numerical complexities and variability in the results depending on the input properties that lack consensus in the literature.

This work fits into the global context of the design of complex reinforced concrete structures and in particular the development of a new approach to the design of structures. It aims to combine the conservatism of the strut and tie method and the power of non-linear finite element analyses. The method is numerical in nature and is based on strength reduction, a method so far reserved for the domain of slope stability in Geotech. The new method is referred to as the strength reduction design method and by the acronym “SRDM”.

In design, the SRDM method breaks down into an ultimate loading step followed by a fictitious degradation step where the tensile strength of the concrete is gradually reduced. The objective is to transfer the tensile forces from concrete to the reinforcement. To accompany this procedure, a simple constitutive law requiring only two inputs, the compressive strength of the concrete and the yield strength of the reinforcing steel, has been developed. The reorganization of the forces observed at the end of the degradation of concrete corresponds to the definition of the positions of the ties and struts and allows, at the same time, the evaluation of the potential failure modes. In the context of assessment, the strength reduction is done after applying service loads and explicitly considering the current structural damage of the existing structure. An additional step of reloading is then carried out to reach the ultimate state. Finally, to be considered as a design

method consistent with the requirements of the codes and norms, a suitable reliability framework is considered, thus making it possible to consider the probabilistic aspect related to variability of material properties and loads.

The simplicity and robustness of the SRDM method are demonstrated throughout its development by validation examples and comparisons with the strut and tie method, nonlinear finite elements, and experimental tests. Benchmarks have also been developed in particular to allow the validation of certain aspects of the method such as the incompatibility of deformations and the presence of existing cracks. The results showed a similarity with those obtained using the strut and tie method and conservatism with respect to the experimental tests and results of nonlinear finite element analyses. Also, the extension of the method to 3D has made it possible to better characterize for the first time the shape and resistance of the 3D incompatibility zones.

Finally, the SRDM method was applied to examples of massive reinforced concrete structures: a spiral case and a draft tube, two typical structures present in hydroelectric facilities. These applications highlighted the non-negligible tensile contribution of tension of concrete and at the same time, the robustness, suitability, and applicability of the developed SRDM method.

Keywords: reinforced concrete, complex structures, design and evaluation, strength reduction method, strut and tie method, non-linear finite element analysis, 3D structures.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT.....	VII
TABLE DES MATIÈRES	IX
LISTE DES FIGURES.....	XIV
LISTE DES TABLEAUX.....	XX
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XXI
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Généralités.....	1
1.2 Problématique.....	4
1.3 Objectifs	8
1.4 Méthodologie générale	8
1.4.1 Étape 1 : Développement global de la méthode SRDM.....	9
1.4.2 Étape 2 : SRDM pour la conception des structures.....	10
1.4.3 Étape 3 : Cadre de fiabilité.....	10
1.4.4 Étape 4 : SRDM pour l'évaluation des structures	11
1.4.5 Étape 5 : Étude de cas de structure complexes.....	11
1.5 Portée et contributions.....	12
CHAPITRE 2 DÉMARCHE DU TRAVAIL ET ORGANISATION DU DOCUMENT PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE	16
CHAPITRE 3 REVUE DE LITTÉRATURE	20
3.1 Introduction	20

3.2	Méthodes de dimensionnement des structures en béton armé	20
3.2.1	Régions de discontinuité	21
3.2.2	Méthode sectionnelle.....	22
3.2.3	Méthode des bielles et tirants	24
3.2.4	Méthode des champs de contraintes.....	28
3.2.5	Cas particulier des structures en 3D.....	30
3.3	Utilisation des méthodes numériques.....	33
3.3.1	Analyses par éléments finis.....	33
3.3.2	Méthodes d'optimisation topologiques	35
3.3.3	Méthode de réduction de la capacité résistive.....	38
3.3.4	Discussion	39
3.4	Approche probabiliste en conception.....	41
CHAPITRE 4	ARTICLE 1: DEVELOPMENT OF A NEW DESIGN APPROACH OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES BASED ON STRENGTH REDUCTION METHOD.....	46
4.1	Abstract:	47
4.2	Introduction	47
4.3	Towards a new design philosophy	50
4.3.1	Engineering practice – conventional RC structures	50
4.3.2	R&D – complex RC structures.....	51
4.3.3	Development of new design approach	53
4.4	Computational framework.....	56
4.4.1	Quasi-static explicit analysis	56
4.4.2	Loading and strength reduction phases	58
4.4.3	Constitutive law.....	59

4.5	Verification and calibration.....	62
4.5.1	Biaxial behaviour under degradation	62
4.5.2	Uni-axial behaviour of a reinforced concrete element	63
4.5.3	Calibration.....	65
4.6	Applications	68
4.6.1	RC cantilever beam	68
4.6.2	Deep beam with an opening	72
4.7	Conclusions	76
4.8	References	77
CHAPITRE 5 ARTICLE 2: STRENGTH REDUCTION DESIGN METHOD FOR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES: GENERALIZATION		80
5.1	Abstract:	80
5.2	Introduction	82
5.3	SRDM-3D method and 3D Constitutive modelling.....	84
5.3.1	Principle of the method	84
5.3.2	3D constitutive modelling	86
5.4	Calibration and verifications	96
5.4.1	Calibration.....	96
5.4.2	Verifications	103
5.5	Applications	110
5.5.1	Tests of Adebar et al. 1990.....	110
5.5.2	Test of Suzuki et al. 1998.....	117
5.6	Conclusions	119
5.7	References	122

CHAPITRE 6 ARTICLE 3: APPLICATION OF STRENGTH REDUCTION METHOD TO ASSESSMENT OF EXISTING LARGE REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.....	126
6.1 Abstract:	126
6.2 Introduction	127
6.3 Why strength reduction for large RC structures?.....	130
6.3.1 FE and ANFE in the field of large RC structures	130
6.3.2 Strength reduction	131
6.4 Strength reduction assessment methodology	133
6.4.1 The reloading phase	134
6.4.2 Service load condition.....	135
6.4.3 Reliability framework	136
6.5 Validations	138
6.5.1 Example 1: RC beam with pre-existing crack.....	138
6.5.2 Example 2: RC beam failing in shear.....	140
6.5.3 Example 3: RC tunnel section (from Kuzmanovic 1998).....	143
6.6 Applications	144
6.6.1 Application 1: Spiral case	145
6.6.2 Application 2: Draft tube.....	150
6.7 Conclusions	154
6.8 References	155
CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE	158
7.1 Nouvelle approche.....	158
7.2 Simplicité, robustesse et applicabilité	160
7.3 La contribution en tension du béton.....	160
7.4 Limitations	161

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	163
8.1 Conclusions	164
8.2 Recommandations pour les futurs travaux	165
RÉFÉRENCES.....	167

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Types de complexité des structures en béton armé	3
Figure 1-2 : Exemple de structure complexe en béton armé : (a) Coupe transversale d'une unité d'une centrale hydro-électrique, (b) coupe bâche spirale et (c) diffuseur.....	4
Figure 1-3 : Exemple de modèle bielles et tirants pour une poutre profonde	5
Figure 1-4 : Exemples de modèles B&T obtenus par optimisation topologique (modifiée de : (Xia et al., 2021))	6
Figure 1-5 : Présentation des étapes de la méthodologie	9
Figure 2-1 : Démarche générale et répartition des chapitres de la thèse.....	17
Figure 3-1 : Exemples de régions-D (en gris) due à : (a) un changement de géométrie, (b) un chargement ou (c) une combinaison des deux (adaptée de (Schlaich et al., 1987)).....	21
Figure 3-2 : Comparaison des résultats des essais expérimentaux et des calculs pour une série de poutres en béton armé testées par Kani (modifiée de : (Collins & Mitchell, 1991))	23
Figure 3-3 : Organigramme simplifié de l'application de la méthode B&T	25
Figure 3-4 : Composantes du modèle B&T : (a) les différentes formes des bielles, (b) l'incompatibilité au niveau de la zone nodale CCT, (c) les différents types de noeuds et (d) un exemple typique pour une poutre profonde.....	26
Figure 3-5 : Comparaison de différents modèles de réduction de la résistance en compression dans les zones d'incompatibilité (modifiée de : (Vecchio, 2001)).....	27
Figure 3-6 : Modèle CdC pour une poutre dans la zone d'appui	29
Figure 3-7 : Modèles B&T et CdC superposés (adaptée de (Reineck et al., 2011))	30
Figure 3-8 : Exemples de modèles B&T en 3D : (a) combinaison de modèles B&T en 2D et (b) modèle B&T en 3D (tirée de : (Engström, 2011))	31
Figure 3-9 : Procédure de définition de la résistance de la bielle en 3D modifié de (Yun & Ramirez, 2016)	32
Figure 3-10 : Exemples de zones nодales 3D proposées par (Chantelot & Mathern, 2010)	33

Figure 3-11 : Évolution de la complexité des analyses par éléments finis (modifiée de : (Ben Ftima, 2013)).....	34
Figure 3-12 : Optimisation structurale (a) optimisation dimensionnelle, (b) optimisation de forme et (c) optimisation topologique (modifiée de : (Bendsoe & Sigmund, 2003)).....	36
Figure 3-13 : Méthodes d'optimisation topologique pour la génération de modèles B&T	37
Figure 3-14 : Poutre dimensionnée selon les résultats de l'optimisation topologique et construite par impression 3D (tirée de : (Vantyghem et al., 2020)).....	38
Figure 3-15 : Représentation schématique de la fiabilité des structures	42
Figure 3-16 : Hiérarchie des approches probabilistes en conception (modifiée de : (Ben Ftima, 2013))	43
Figure 4-1 : (a) Example of the definition of B and D regions and distribution of the internal stresses in (b) B region and (c) in D region with (d) Zoom into the nodal zone.....	49
Figure 4-2 : Example of a complex reinforced concrete design: (a) extraction of a strut and tie model using linear FE analysis and (b) final reinforcement layout	49
Figure 4-3 : Towards a new design philosophy	50
Figure 4-4 : Flowchart of the strength reduction design method	56
Figure 4-5 : Strength reduction analysis procedure: (a) Application of loads and reduction of strength; (b) Explicit analysis: Kinetic energy and internal energy ratio.....	57
Figure 4-6 : Modified compression field theory and compressive response in concrete	60
Figure 4-7 : Strength reduction method: effect on the uniaxial tensile stress and strain curve.	61
Figure 4-8 : The effect of the strength reduction of the tensile strength of concrete on the biaxial failure surface.....	63
Figure 4-9 : Behaviour of a reinforced concrete element: before and after cracking of concrete..	64
Figure 4-10 : Calibration model for the adjustment factor c : (a) Geometry of the cantilever model, (b) Nodal zone geometry at the end of the beam; (c) Example of FEM model with limit geometry and (d) Idealization of the nodal zone.....	66

Figure 4-11 : Calibration of the parameter c for MCFT: (a) Dependency on the mesh size (b) Calibrated MCFT; (c) Stress-strain curve in compression.....	67
Figure 4-12 : Application 1: cantilever RC beams.....	69
Figure 4-13 : Results for CB1 at the end of strength reduction phase: (a) Principal compressive stresses; (b) Distribution of β parameter and (c) Development of tensile reinforcement stresses at the critical section for different mesh sizes.....	70
Figure 4-14 : Results for CB2 just before failure: (a) Principal compressive stresses; (b) Distribution of β parameter; (c) Observed sliding failure mechanism and (d) S&T model..	71
Figure 4-15 : Results for CB3 at the end of strength reduction phase: (a) Stresses along longitudinal reinforcement; (b) Principal compressive stresses; (c) Stresses along shear reinforcement; (d) zoom into nodal zones and (e) S&T model.....	72
Figure 4-16 : Deep beam example with an opening: (a) Dimensions, loading conditions and identified S&T model (modified from FIB 2011) (b) Identification of struts and ties at the end of strength reduction phase.....	73
Figure 4-17 : Results of the SRDM: (a) Comparison of tensile forces in the ties: S&T model and SRDM and (b) Mesh sensitivity study on the β parameter	74
Figure 4-18 : Mesh sensitivity study in the case of a modified geometry of the ties: (a) Distribution of the β parameter just before failure; (b) Failure mechanism.....	75
Figure 4-19 : Deep beam example in case of distributed loads applied on top.....	75
Figure 5-1 : Steps involved in the SRDM methodology	86
Figure 5-2 : Triaxial general stress condition at a given integration point	87
Figure 5-3 : Incompatibility effects: (a) incompatibility in nodal area according to the S&T method; (b) incompatibility in the FEM framework; (c) Compressive stress-strain curves: uni-axial and bi-axial CT cases; (d) Comparison of different incompatibility laws from literature.	91
Figure 5-4 : Post-cracking behaviour and strength reduction (TTT stress state)	93

Figure 5-5 : Examples of representative structural configurations (RSC) considered in this study for: (a) 2D incompatibility and (b) 3D incompatibility.....	98
Figure 5-6 : Calibration results for 2D incompatibility: (a) 3D View of the RSC; (b) Reinforcement position and mesh configuration; (c) Results of the calibration procedure; (d) Recommended configuration	99
Figure 5-7 : RSC considered for the 3D incompatibility: (a) Principal compressive stresses state at the end of the strength reduction phase; (b) local 3D view of the nodal zone; (c) 3D isosurface cut with σ_3 ; (d) idealization of the nodal area.....	102
Figure 5-8 : Parametric study on 2D and 3D incompatibilities.....	103
Figure 5-9 : Idealization of 3D nodal areas: (a) 3D CTT; (b) 3D CCT	104
Figure 5-10 : CC node and bottle-shaped struts: (a) geometry of the experimental setup [30]; (b) Comparison of experiment and analysis results	105
Figure 5-11 : Numerical results of the CC node: (a) &(b): principal compressive stresses at the end of the loading & strength reduction phases (case without friction); (c)&(d): cracking pattern at the failure with & without friction	106
Figure 5-12 : Generalization of calibration procedure	107
Figure 5-13 : Deep beam with opening verification example [1]: SRDM-3D results with MCFT [21] incompatibility law and linear TS; (b) SRDM-3D results with [23] incompatibility law and [31] TS model.....	108
Figure 5-14 : Deep beam example with two options for reinforcement layout: (a) S&T model and SRDM results corresponding to layout 1; (b) S&T model and SRDM results corresponding to layout 2	110
Figure 5-15 : (a) Geometries of the six pile caps tested by Adebar et al. 1990 [30]; (b)S&T model considered in Adebar et al. 1990 [30], [34].....	111
Figure 5-16 : Comparison of numerical and experimental results for tests of Adebar et al. 1990	113
Figure 5-17 : 3D isosurface cuts of the analyzed pile caps at the end of the strength reduction phase.....	115

Figure 5-18 : Comparison of Pile caps E and F: (a) top view; (b) bottom view	116
Figure 5-19 : Pile cap BPC-20 of Suzuki et al. 1998: (a) Geometry; (b) 3D isosurface cut at the end of the strength reduction phase; (c) Final configuration and assessed failure load; (d) Isocontours plot of the ratio β	117
Figure 5-20 : Evolution of the strut geometry/reinforcement stresses and deformation during strength reduction phase (Deformed shape scale factor x 50)	118
Figure 6-1 : Example of large RC structure: (a) Longitudinal cross section view of hydroelectric powerhouse unit; (b) semi-spiral case and short-circuit load case; (c) draft tube; (d) results of ANFE	129
Figure 6-2 : Strength reduction analysis procedure [14] : (a) Application of loads and reduction of strength; (b) Explicit analysis: Kinetic energy and internal energy ratio.....	132
Figure 6-3 : Strength reduction assessment methodology: (a) SRAM and original SRDM; (b) Schematic representation of assessment analyses in the principal loads space; (c) Reliability problem and global resistance factor; (d) Schematic representation of Rosenblueth's assessment analyses in the principal loads space.	135
Figure 6-4 : Example 1: RC beam with pre-existing crack	139
Figure 6-5 : Example 1: comparison of numerical and theoretical results.....	140
Figure 6-6 : Example 2: RC beam AW1 falling in shear	141
Figure 6-7 : Example 2: Effect of service load value on the final shear strength	143
Figure 6-8 : Example 3: RC tunnel section tested by Kuzmanovic 1998: (a) Geometry and loading; (b) Compressive stresses at failure; (c) Damage pattern at failure.	144
Figure 6-9 : Spiral case: (a) Geometry; (b) Embedded reinforcement; (c) S&T original design model for the short-circuit load case.	146
Figure 6-10 : Spiral case: (a) & (b): original design concept (c)&(d): numerical results in terms of concrete compressive stresses at the end of strength reduction phase.	148
Figure 6-11 : Energy ratio (kinetic over internal) for: (a) spiral case example; (b) draft tube example.	149

Figure 6-12 : Results for spiral case example: (a) stresses in reinforcement before and after strength reduction; (b) β field before and after strength reduction; (c) yielding state of reinforcement at the end of strength reduction.....	149
Figure 6-13 : Draft tube example: geometry, boundary conditions and loads.....	151
Figure 6-14 : Draft tube example results: (a) Maximum concrete tensile strain field; (b) β field in a roof at ultimate load level and at failure; (c) Compressive stresses in a roof at ultimate load level and at failure.....	152
Figure 6-15 : Draft tube force-displacement results for (a) Rosenblueth's analyses; (b) analyses with mean material properties.....	154

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3-1 : Facteur d'efficacité ν pour les zones nodales	28
Tableau 3-2 : Récapitulatif des méthodes de conception des structures en béton armé	40

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Sigles :

SRDM	=	Strength Reduction Design Method
SRAM	=	Strength Reduction Assessment Method
B&T / S&T	=	Bielles et Tirants / Strut-and-Tie
CdC / SF	=	Champ de Contraintes / Stress Field
SD	=	Sectional Design
TO	=	Topology Optimization
MCFT	=	Modified Compression Field Theory
TS	=	Tension Stiffening
EPSF	=	Elastic Plastic Stress Field
DRD	=	Discontinuity Region Design
AEF	=	Analyses par Éléments Finis
FE / FEM	=	Finite Element Method
ALEEF	=	Analyses Linéaires Élastiques par Éléments Finis
ANLEF	=	Analyses Non-Linéaires par Éléments Finis
ANFEA	=	Advanced Nonlinear Finite Element Analysis
QSE-FEM	=	Quasi-Static Explicit Nonlinear Finite Element Method
BA / RC	=	Béton Armé / Reinforced Concrete
CB	=	Cantilever Beam
RSC	=	Representative Structural Configuration
DOF	=	Degree of freedom
V&V	=	Verification and Validation
COV	=	Coefficient of variation
CEB-FIB	=	Comité Européen du Béton - Fédération Internationale du Béton
CSA	=	Canadian Standards Association

Symboles :

a	=	distance entre la charge et l'appui le plus proche
A_s	=	aire des armatures
b, B	=	largeur de la poutre / largeur du spécimen
c	=	coefficient de calibration
d	=	profondeur du spécimen
cr	=	enrobage incluant la moitié de l'aire de la barre
Ec, Ei	=	Énergie cinétique et énergie interne
E_c, E_s	=	module d'Young du béton et de l'acier
f'_c	=	résistance uniaxiale en compression du béton
$f_{c2max}, f_c, f_{cs,e}$	=	résistance effective en compression de la bielle
f'_{c-ccc}	=	résistance en compression sous confinement en 3D
f_{INC}	=	fonction d'incompatibilité
f_{TS}	=	fonction de raidissement en traction
f'_t, f_t	=	résistance uniaxiale en traction du béton
f_y, f_{py}	=	limite d'élasticité de l'acier et l'acier précontraint
G_F	=	énergie de fissuration
h, H	=	hauteur de la poutre / hauteur du spécimen
\vec{h}_k	=	vecteur d'orientation des arrêts de l'hexagone
ic_i	=	indice de fissuration
I_1	=	premier invariant du tenseur de contrainte
J_2	=	second invariant du déviateur
L	=	longueur de la poutre
N	=	nombre de variables d'entrée critiques et indépendantes / Nombre d'éléments finis entre l'axe des barres et la surface externe du béton la plus proche
P	=	chargement
p_f	=	probabilité de défaillance
R, R_d, R_m	=	variable aléatoire définissant la résistance réelle de la structure, la valeur de conception et sa valeur moyenne

t	=	temps d'analyse
T	=	période fondamentale de vibration
T_s	=	matrice orthogonale de rotation
\vec{s}	=	vecteur directeur de la bielle
U	=	variable aléatoire définissant le chargement
V_R	=	coefficient de variation
$\overrightarrow{w_k}$	=	vecteur d'orientation des arrêts du nœud
x	=	ratio temps d'analyse sur temps de l'étape de chargement
Z	=	marge de sécurité
α	=	facteur de séparation
α_1	=	rapport de la contrainte moyenne dans le bloc de compression rectangulaire sur la résistance spécifiée du béton
β	=	ratio de la contrainte principale en compression sur la résistance effective en compression de la bielle / indice de fiabilité
β_{min}	=	indice de fiabilité minimum
$\varepsilon, d\varepsilon$	=	déformation, incrément de déformation
ε_i	=	déformation principale dans la direction $i=\{1,2,3\}$
ε_{ij}	=	tenseur des déformations
$\varepsilon_{c0}, \varepsilon_e$	=	déformation au pic en compression, déformation de fissuration en traction
ε_y	=	déformation de plastification de l'acier d'armature
κ	=	facteur de réduction pour les nœuds CC
$\lambda_{j,i}$	=	facteur de pondération des charges
$\sigma, d\sigma$	=	contrainte, incrément de contrainte
σ_i	=	contrainte principale dans la direction $i=\{1,2,3\}$
σ_{ij}	=	tenseur des contraintes
σ_c, σ_t	=	contrainte en compression et en traction du béton
σ_z	=	écart type
ν	=	coefficients de Poisson / facteur d'efficacité de la zone nodale
θ	=	angle d'incompatibilité entre la bielle et le tirant

γ_G	=	facteur de résistance global
ϕ_s, ϕ_c	=	coefficient de tenue de l'acier et du béton

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Généralités

Le béton armé est le matériau de construction le plus utilisé dans le monde. La combinaison entre le béton et l'acier forme un matériau composite efficace, pratique, malléable et économique. Toutefois, malgré sa grande popularité, il n'est cependant pas toujours possible de prédire avec exactitude son comportement complexe, une difficulté liée principalement à sa nature aléatoire, à sa composition hétérogène et aux différents phénomènes multi-physiques qui régissent son comportement. Plusieurs études se sont intéressées à la modélisation du béton armé et des différents phénomènes physiques qui s'y attachent, mais aucune théorie n'est considérée aujourd'hui comme générale ou applicable à toutes les configurations.

Les méthodes de conception des structures en béton armé ont connu une grande évolution au cours des dernières années grâce au développement des outils de calcul numériques. Les logiciels de calcul permettent à présent l'étude des structures avec des géométries de plus en plus complexes en tenant compte des phénomènes physiques et considérant toutes les sources de non-linéarités. Toutefois, la pratique de conception des ouvrages par les ingénieurs fait souvent appel à des méthodes de calculs simples basées sur des hypothèses de comportement linéaire et sur des formules empiriques ou semi-empiriques. Ces hypothèses sont généralement valides dans le cas de structures simples, comme les bâtiments, mais sont questionnables lorsqu'il s'agit de *structures ou d'éléments structuraux complexes*, par exemple les ouvrages hydrauliques, les centrales nucléaires, les structures offshore, etc. En effet, la complexité de ces structures peut mener à sélectionner un schéma de résistance loin du schéma réel. Il est possible d'extrapoler ces mêmes méthodes en s'inspirant des recommandations de comités internationaux (ex : (ACI Committee 207, 1995), (CEB-FIP, 1993)) ainsi que des règles existantes et des observations issues des projets similaires. Il est aussi possible de faire appel à des outils numériques plus sophistiqués comme les analyses non-linéaires et les analyses d'optimisation topologiques. Ces outils sont toutefois généralement réservés au domaine de la recherche.

Il est possible de définir différents types de complexité, tel que montré dans la Figure 1-1:

- La complexité peut être de nature géométrique, due à la forme ou à la présence de régions de singularité telles que les ouvertures ou les changements brusques de géométrie. Ces éléments viennent perturber le champ des efforts internes et créer des régions de discontinuité qui invalident les hypothèses de Bernoulli. La complexité de chargement peut aussi être affiliée à cette première catégorie.
- La taille des membrures est aussi un élément de complexité, souvent relié à l'effet d'échelle. L'effet d'échelle peut être relié au matériau (Weibull, 1939), entre autres, dû à la nature hétérogène du béton. Il peut être aussi relié à la structure, dans le cas de faible pourcentage d'armature, par exemple l'effet d'échelle relié au cisaillement de poutre prouvé expérimentalement par plusieurs chercheurs ((Kani, 1967), (Iguro et al., 1985), (Yoshida, 2000)).
- La présence de sollicitations tridimensionnelles constraint à étudier la structure différemment par rapport aux structures en 2D, car les efforts et les interactions entre eux ne se limitent pas au plan. Une caractérisation tridimensionnelle du comportement du béton est aussi nécessaire pour estimer la bonne résistance de la structure. Cette complexité en 3D rend la visualisation des efforts internes une tâche ardue et appelle à l'utilisation d'outils numériques.
- L'hyperstaticité structurale complexifie la définition du flux interne des efforts en particulier après la fissuration. La conception de ce type de structure doit alors pouvoir tenir compte de cette redistribution.
- Les phénomènes multi-physiques que peut vivre le béton à jeune âge induisent une complexité souvent ignorée en pratique : états de contraintes et de déformations, potentiel de fissuration en service, L'initiation de microfissures fragilise le béton et le rend plus perméable à des agents agressifs externes (ex. : ions chlorure) qui risquent d'accélérer la dégradation (corrosion, fissuration, délaminage, ...).

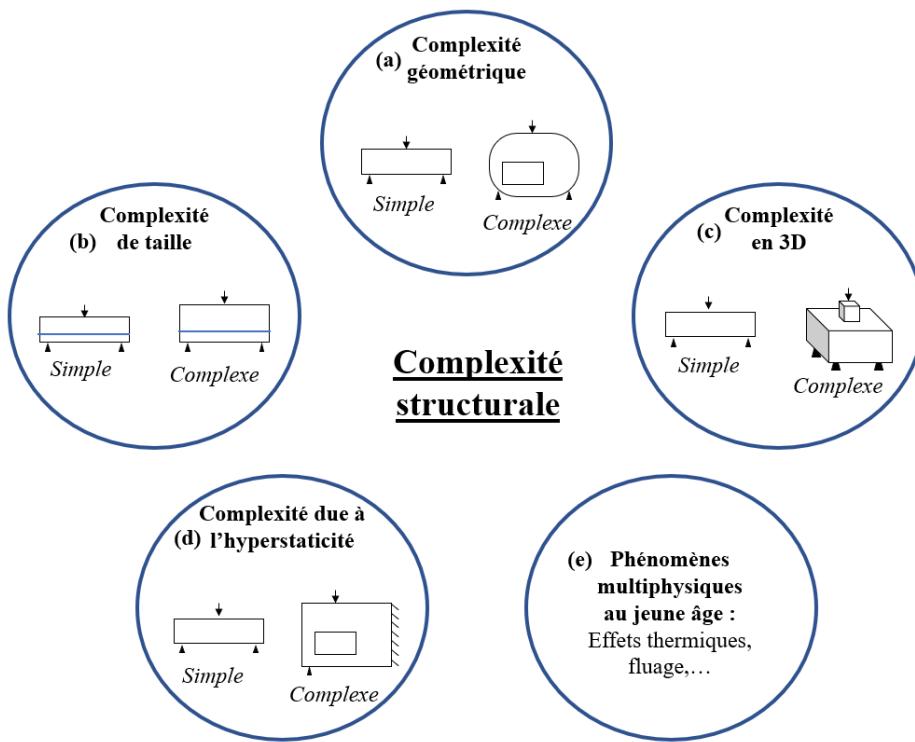


Figure 1-1 : Types de complexité des structures en béton armé

Une catégorie qui représente les structures complexes est celle des structures massives qui se caractérisent par des membrures épaisses en béton faiblement armé. Les centrales hydro-électriques font partie de cette famille de structures. Les exigences hydrauliques et de stabilité imposées lors de leur conception font que leur géométrie finale est complexe comme le présente les exemples à la Figure 1-2. La forme tridimensionnelle est souvent accompagnée de la présence de plusieurs régions de discontinuités. Plus encore, elles sont soumises à des charges multidirectionnelles et multi-physics (ex : thermiques, hydrauliques, etc.). Les charges thermiques, par exemple, sont présentes dès l'étape de construction en raison du volume engagé de béton, de la chaleur d'hydratation et de la restréint imposée par la fondation rocheuse. Ces complexités forcent le concepteur ou l'évaluateur à aller au-delà des modèles linéaires élastiques 1D ou 2D et des équations simplifiées prédictives des normes et des codes. L'application de méthode de conception telle que la méthode des bielles et tirants s'impose pour ce type de structure, elle n'est toutefois pas évidente à appliquer en raison de la géométrie complexe et du cheminement tridimensionnel des efforts dans les éléments structuraux.

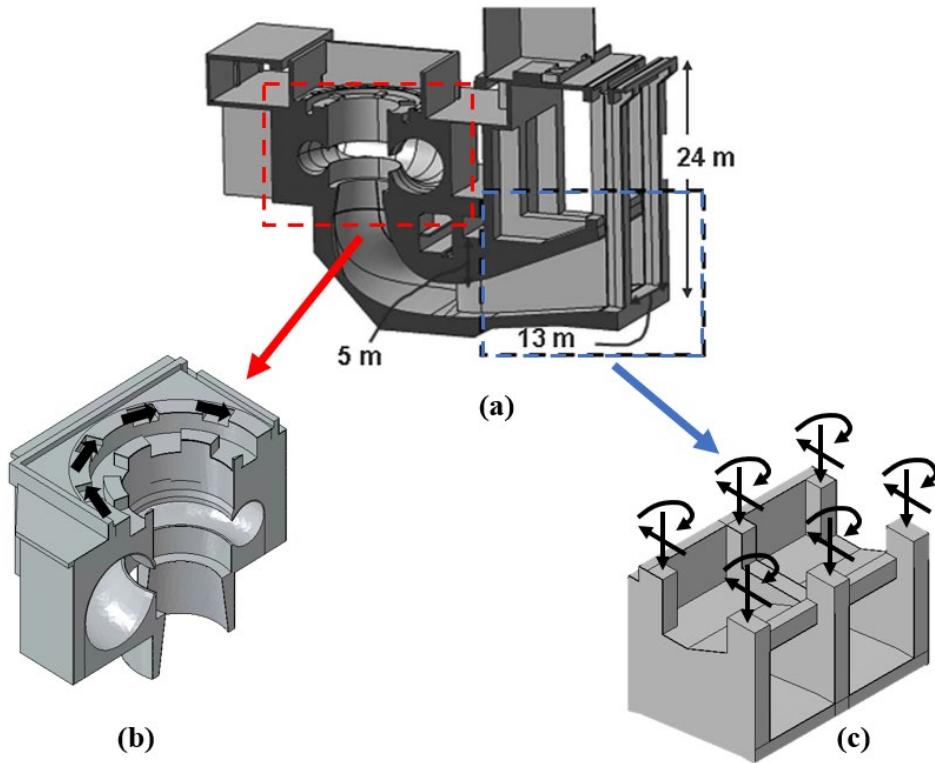


Figure 1-2 : Exemple de structure complexe en béton armé : (a) Coupe transversale d'une unité d'une centrale hydro-électrique, (b) coupe bâche spirale et (c) diffuseur

1.2 Problématique

La méthode des bielles et tirants a été présentée par Schlaich et al. en 1987 et se base sur le théorème de la limite inférieure de la théorie de plasticité, ce qui lui permet de fournir des conceptions conservatrices. La méthode est géométrique car, à la suite de la définition du chemin interne des efforts, la construction du treillis des efforts se fait sous forme de prismes, pour les tirants et les bielles, et sous forme de triangle pour les zones nodales comme le présente l'exemple de la poutre profonde à la Figure 1-3. La résistance obtenue à l'aide de la méthode B&T dépend du treillis construit et permet de valider qu'aucun mode de rupture potentiel n'est atteint. La nature géométrique de la méthode B&T représente une limitation pour son utilisation en particulier pour des structures caractérisées par des complexités structurales. En effet, pour des géométries simples telles que les poutres sur appuis simples ou en porte-à-faux et les corbeaux, le champ de contraintes internes, et donc la définition du modèle B&T résistant, est bien défini et

documenté dans la littérature. L'extrapolation de cette méthode pour des cas complexes relève plusieurs défis lors de l'utilisation de la méthode dans sa version initiale. Elle peut aussi conduire à des modes de ruptures fragiles non couverts par la théorie de plasticité, notamment pour le béton de masse légèrement armé, ou pour les structures existantes avec une fissuration discrète prononcée, etc...

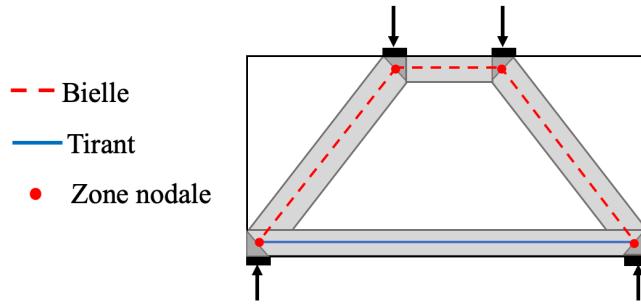


Figure 1-3 : Exemple de modèle bielles et tirants pour une poutre profonde

La définition du modèle B&T est le sujet de plusieurs recherches dans la littérature. Les approches les plus explorées sont les méthodes d'optimisation topologique, les analyses par éléments finis ou la combinaison des deux. Les méthodes d'optimisation topologiques se basent sur la définition des éléments efficaces à l'aide d'un processus mathématique itératif combiné à des théories physiques des matériaux. L'application à des structures en béton armé a connu un grand intérêt de la part de la communauté scientifique (Stoiber & Kromoser, 2021) en particulier pour la définition du modèle B&T. Des exemples de champ de contraintes obtenus à l'aide de l'optimisation topologique sont présentés à la Figure 1-4. Les tirants inclinés montrent que les résultats obtenus par cette méthode ne tiennent pas compte des contraintes liées à la réalité de la construction. Le caractère itératif dans la génération du modèle B&T peut être problématique et peut confronter la méthode à des soucis de convergence (Larsen et al., 2022). Aussi, la grande majorité des applications présentées dans la littérature concerne des structures simples comme les poutres ou les semelles pour les cas en 3D. L'évaluation de la performance de ces méthodes pour des structures plus massives et complexes est une étape nécessaire pour assurer leur généralisation.

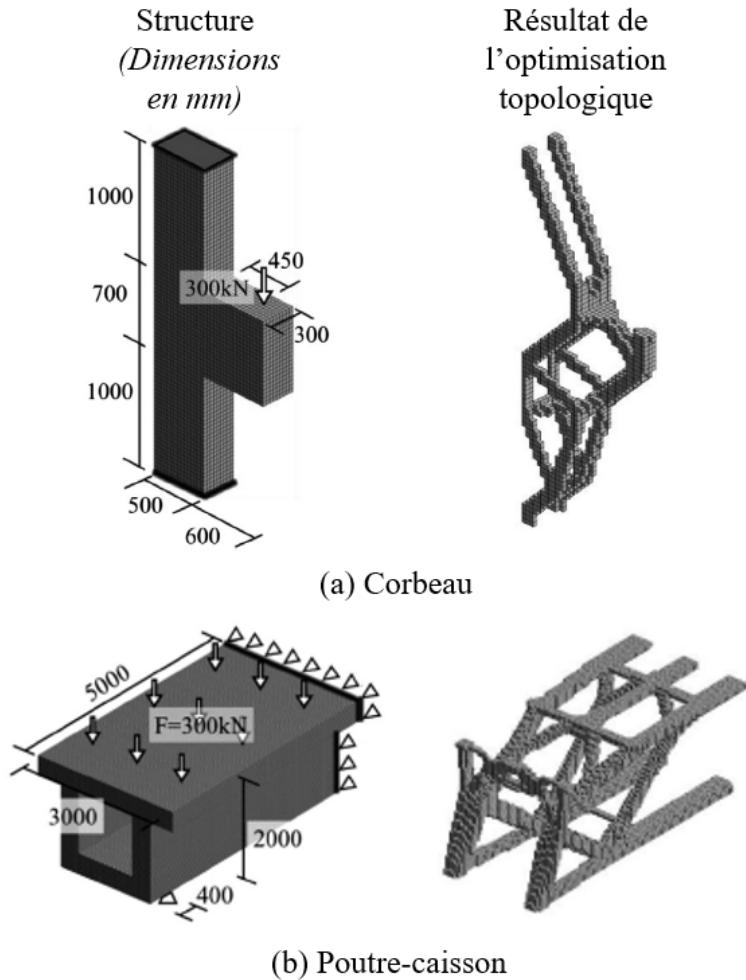


Figure 1-4 : Exemples de modèles B&T obtenus par optimisation topologique (modifiée de : (Xia et al., 2021))

Une autre approche possible pour l'étude des structures complexes est l'utilisation des analyses non linéaires par éléments finis. Ils représentent l'état de l'art en ce qui concerne l'étude des structures en béton armé (Ben Ftima, 2013). Elles permettent de tenir compte du comportement réel du béton à travers la définition des lois de comportement non-linéaires qui incluent les différents phénomènes physiques complexes que subit le béton. Elles constituent le niveau le plus proche de la réalité après les essais expérimentaux. Toutefois, leur utilisation pose plusieurs problèmes, soit (i) l'absence de consensus sur une loi constitutive universelle pour la caractérisation du béton, (ii) la complexité des analyses et la difficulté d'obtenir les paramètres intrants à la loi constitutive des matériaux et (iii) la nécessité de partir d'un dimensionnement

initial (géométrie de coffrage, disposition et quantité de barres). L'étude de (Sattler & Strauss, 2022) a permis de montrer que la définition de l'intrant « énergie de fissuration », par exemple, fournit des résultats différents en fonction de la théorie considérée. Le calcul d'un tel paramètre doit donc être bien défini par les normes et les codes à travers la réalisation de campagne d'essais expérimentaux pour éviter le risque de fournir des conceptions non conservatrices. Aussi, la conception des structures en béton armé se base sur le principe que le béton reprend principalement les efforts en compression et les armatures les efforts en traction. Les analyses non-linéaires peuvent aboutir à des situations où le béton reprend à l'ultime des efforts importants de traction (ex : structures massives en béton armé, structures hyperstatiques). L'intérêt grandissant pour l'utilisation des analyses non-linéaires a poussé graduellement les codes tels que le (CEB-FIB, 2010) à réglementer leur utilisation dans la pratique des ingénieurs à travers la définition d'un cadre de fiabilité (Cervenka et al, 2022).

Cette thèse s'adresse ainsi à la problématique de dimensionnement et d'évaluation des structures complexes en béton armé en proposant une nouvelle famille de méthodes qui seraient robustes et convenables pour les ingénieurs spécialisés en pratique. Le projet de maîtrise réalisé par (Abra, 2017) constitue une amorce au développement de la méthode présentée dans cette thèse, basée sur *l'approche de réduction de la capacité résistive*.

En résumé, cette thèse tente de répondre aux problématiques suivantes :

- Comment dimensionner ou évaluer les régions de discontinuité complexes des structures en béton armé à l'aide des éléments finis non-linéaires sans inclure la résistance en traction du béton dans le schéma final de résistance ?
- Comment généraliser la nouvelle méthode proposée pour pouvoir traiter différents types de complexités structurales ?
- Comment fournir à cette méthode un cadre de fiabilité qui lui permettra de respecter les exigences de sécurité des normes et des codes face à la variabilité intrinsèque des matériaux (béton et acier d'armature) ?

1.3 Objectifs

L'objectif général de cette thèse de doctorat est le développement d'une nouvelle méthode de conception et d'évaluation des structures complexes en béton armé à l'état ultime, basée sur l'approche de réduction de la capacité résistive. La méthode développée serait une approche intermédiaire entre la méthode des bielles et tirants et les analyses non-linéaires par éléments finis. L'acronyme « SRDM » est utilisé pour désigner la méthode qui vient de sa traduction en anglais: « *Strength Reduction Design Method* ».

À cet égard, les objectifs spécifiques suivants sont visés :

- Développement de la méthode SRDM pour le contexte de conception des structures complexes de béton armé en 2D et en 3D;
- Élaboration d'un cadre de fiabilité consistant avec les exigences des marges de sécurité des normes et des codes pour son utilisation à l'état limite ultime;
- Extension de la méthode pour le contexte d'évaluation des structures existantes en béton armé et application au domaine d'ouvrages hydro-électriques.

1.4 Méthodologie générale

Pour répondre à la problématique et aux objectifs énumérés précédemment, la méthodologie de réalisation de cette thèse se base sur 5 grandes étapes. Chacune correspond à une phase d'étude qui vise à rendre la méthode SRDM plus générale et plus robuste. Elles sont présentées schématiquement à la Figure 1-5. L'ensemble de ces étapes permet d'étudier les différents points clés qui concernent le dimensionnement et l'évaluation des structures en s'assurant d'intégrer ces notions dans la formulation de la méthode SRDM. Des exemples de validation pertinents à chaque étape permettent de tester et d'apprécier la performance de la méthode développée.

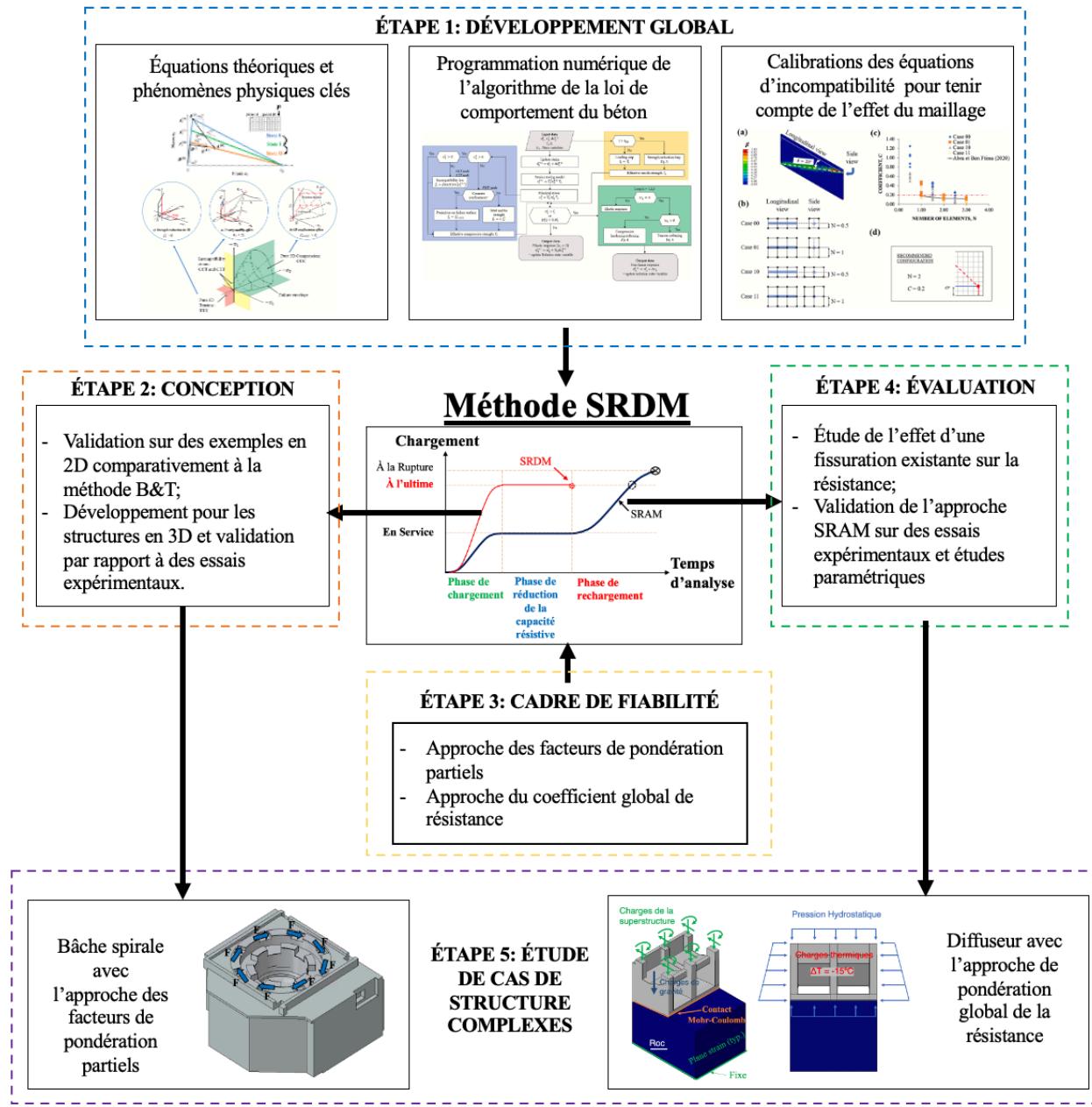


Figure 1-5 : Présentation des étapes de la méthodologie

1.4.1 Étape 1 : Développement global de la méthode SRDM

Les études amorcées dans le projet de maîtrise ont été reprises dans le but d'aller au-delà des limitations dont souffrait la formulation initiale de la méthode. La loi constitutive qui accompagne la méthode doit être quasi-indépendante du maillage à travers la généralisation du

processus de calibration de la fonction d'incompatibilité des déformations. Un travail approfondi sur la loi de comportement initialement développée en langage Fortran est requis pour la rendre plus performante et plus stable pour un calcul explicite quasi-statique dans le logiciel ABAQUS/Explicit.

1.4.2 Étape 2 : SRDM pour la conception des structures

Les études des structures en 2D permettent de comparer les résultats obtenus par rapport aux méthodes de conception conventionnelles. Une fois cette étape franchie, la généralisation de la méthode SRDM pour des structures en 3D est considérée. Des études approfondies sont nécessaires pour la compréhension et l'évaluation des zones nodales en 3D en particulier celles qui présentent des conditions d'incompatibilité entre les bielles en compression et les tirants. Cette étape vient répondre à un réel besoin de définir des outils pratiques pour l'étude des structures qui nécessitent la construction de modèles B&T en 3D car peu d'information est présente dans la littérature.

1.4.3 Étape 3 : Cadre de fiabilité

Une étape importante dans la généralisation de la méthode SRDM est de considérer un cadre de fiabilité lors de son application. En effet, pour être considérée comme une méthode de conception consistante avec les normes et les codes, elle doit tenir compte de l'aspect probabiliste relié à la variabilité des matériaux et chargements. Notons aussi que la méthode SRDM est une méthode numérique basée sur les analyses par éléments finis et que la réalisation d'un nombre élevé d'analyses (ex : Monte-Carlo) n'est pas possible. En plus de la consistance avec le caractère semi-probabilité des normes en vigueur, le cadre de fiabilité à développer doit donc être applicable, et assez robuste. À cet effet, deux approches seront développées (Figure 1-5), l'approche basée sur les facteurs de pondération partiels, plus fidèle à l'esprit des normes existantes et une approche plus globale basée sur le coefficient global de résistance.

1.4.4 Étape 4 : SRDM pour l'évaluation des structures

La méthode SRDM est aussi destinée à l'évaluation des structures complexes en béton armé. Mis à part les analyses non-linéaires par éléments finis qui permettent de reproduire le comportement réel de la structure, la méthode des bielles et tirants dans sa formulation originale ne permet pas de tenir compte de l'endommagement préexistant du béton dans le cas de présence de fissures en service ((Hong & Ha, 2012), (Chen et al., 2018)). Ceci peut être très problématique dans les zones prévues pour le passage des bielles où leur résistance peut être affectée par la présence de fissures discrètes, dues par exemple à des gradients thermiques vécus par la structure. La méthode SRDM « traditionnelle », développée aux étapes précédentes, doit donc être modifiée pour : (1) tenir compte d'une façon réaliste de l'état d'endommagement en service et (2) prévoir une étape de rechargement pour passer du niveau de charges en service au niveau des charges à l'ultime. Pour désigner cette nouvelle méthodologie, prévue spécifiquement pour le contexte d'évaluation de structures existantes, un nouvel acronyme « SRAM » sera utilisé, soit en anglais « *Strength Reduction Assessment Method* ».

1.4.5 Étape 5 : Étude de cas de structure complexes

Deux exemples de structures complexes présentes dans les ouvrages hydro-électriques ont été sélectionnés. La première structure étudiée est une bâche spirale soumise à des charges de freinage du rotor. Les résultats obtenus à l'aide de la méthode SRDM ont permis d'évaluer la conception initiale de cette structure effectuée à l'aide de la méthode des bielles et tirants. Pour cette partie, l'approche des facteurs de pondération partiels a été utilisée au niveau de l'étude de fiabilité. Pour la deuxième structure, l'étude porte sur l'évaluation d'un diffuseur soumis au chargement hydrostatique mécanique, en plus d'un chargement thermique. La comparaison des résultats est faite par rapport à l'étude effectuée par (Ben Ftima & Massicotte, 2015) à l'aide des analyses non-linéaire avancées par éléments finis. Pour cet exemple, l'approche du coefficient global de résistance est utilisée au niveau des études de fiabilité.

1.5 Portée et contributions

Cette thèse vise à offrir une nouvelle famille d'outils numériques pour aider à la conception et à l'évaluation des structures et éléments de structure complexes en béton armé. Les contributions originales de cette thèse sont :

- Développement d'une nouvelle famille de méthodes automatique/semi-automatique de conception des structures en béton armé pour des problèmes de tous les niveaux de complexité;
- Évaluation des structures avec une méthode numérique capable de détecter les ruptures liées aux composantes de la méthode B&T : rupture des tirants, des bielles et des zones nodales;
- Développement d'une méthodologie pour le dimensionnement des ouvrages hydrauliques soumis à des charges mécaniques et thermiques.
- Étude de plusieurs Benchmark allant :
 - o du plus simple incluant :
 - des modèles représentatifs de poutres et de semelle et qui ont servi à étudier les zones d'incompatibilité;
 - des exemples théoriques ou expérimentaux en 2D présentés dans la littérature incluant : un mur hyperstatique avec ouverture (Tjhin & Kuchma, 2007), une poutre profonde avec ouverture (Schlaich et al., 1987), la poutre AW1 de (Lubell, 2006) sans armature en cisaillement et le tunnel de (Kuzmanovic, 1998);
 - des exemples en 3D de 7 semelles issus d'essais expérimentaux;
 - un benchmark développé pour l'étude d'une poutre avec une fissuration existante.
 - o au plus complexe : deux structures réelles issues d'une centrale hydro-électrique existante : une bâche spirale et un diffuseur.

Les contributions originales pour chaque article sont présentées ci-après. Le premier article intitulé « *Development of a new design approach of reinforced concrete structures based on strength reduction method* » (chapitre 4) représente une première introduction de la méthode SRDM pour la conception des structures en béton armé. Les principales contributions originales de cet article sont :

- Développement de la méthode SRDM pour la conception des structures en 2D, une méthode intermédiaire entre la méthode B&T et les analyses non-linéaires par éléments finis.
- Contrairement à toutes les méthodes basées sur l'optimisation topologique développées dans la littérature, la méthodologie développée permet de vérifier la résistance de toutes les composantes d'un modèle B&T (bielles de compression, tirants dans l'acier, zones nodales), sans avoir recours à une étape additionnelle et fastidieuse de modélisation par B&T. Pour la première fois dans la littérature, le mécanisme de défaillance B&T relié à l'incompatibilité des déformations nodales est pris en compte dans la méthode aux éléments finis selon une approche quasi insensible au maillage.
- Développement d'une loi simplifiée de béton qui nécessite principalement les seuls deux intrants nécessaires pour la conception, soit la résistance en compression du béton et la résistance de l'acier d'armature.
- Définition d'un cadre numérique pour l'utilisation de la méthode SRDM à l'aide de l'approche dynamique explicite avec les critères à respecter pour obtenir des analyses quasi-statiques;
- Comparaison de la performance de la méthode SRDM par rapport à la méthode B&T en considérant deux exemples en 2D : poutre en porte à faux et poutre profonde hyperstatique avec ouverture.

Le deuxième article intitulé « *Strength reduction design method for reinforced concrete structures: Generalization* » (Chapitre 5) est une généralisation de la méthode SRDM pour l'étude des structures en 3D. Les principales contributions originales de cet article sont :

- Développement supplémentaire de la loi de béton pour tenir compte du comportement triaxial et de l'effet du confinement sur la résistance en compression du béton;
- Généralisation de la méthode SRDM en démontrant l'indépendance des résultats face au choix des théories d'incompatibilité et de la forme de la fonction en traction post-pic du béton;
- Généralisation du processus de calibration développé à l'article 1 en tenant compte de différentes configurations des barres d'armatures, de l'enrobage et de la taille de maillage;
- Étude de la zone d'incompatibilité en 3D et présentation de la forme de la bielle et de la zone nodale en 3D;
- Validation de la méthode SRDM en utilisant des exemples de semelles en 3D qui ont subi des essais expérimentaux;
- Même si la version initiale de SRDM (article 1) était basée sur la philosophie sous-jacente à la méthode B&T 2D, cette version 3D améliorée montre clairement des avantages importants par rapport à la méthode de conception B&T universellement utilisée.

Le troisième article intitulé « *Application of strength reduction method to assessment of existing large reinforced concrete structures* » (Chapitre 6) présente l'application de la méthode SRDM dans le cadre de l'évaluation des structures. Les principales contributions originales de cet article sont :

- Développement d'un cadre de fiabilité pour l'utilisation de la méthode SRDM dans l'étude des structures en béton armé;
- Extension de la méthode SRDM à l'évaluation en proposant une nouvelle méthode SRAM qui se caractérise par une étape supplémentaire de recharge suivant l'étape de réduction de la capacité résistive en traction;
- Étude de l'effet d'une fissuration discrète préexistante sur la résistance d'une poutre profonde;

- Application aux exemples réels de bâche spirale et de diffuseur, issus du domaine d'ouvrages hydro-électriques massifs en béton armé. L'exemple de bâche spirale avec cas de chargement de court-circuit est présenté pour la première fois dans la littérature.

CHAPITRE 2 DÉMARCHE DU TRAVAIL ET ORGANISATION DU DOCUMENT PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Ce chapitre présente la démarche scientifique entreprise en vue de répondre aux objectifs de la thèse. Les travaux de recherche s'organisent autour de 4 phases qui correspondent aux différentes étapes de développement d'une nouvelle approche pour la conception et l'évaluation des structures en béton armé. La Figure 2-1 présente la répartition des chapitres de la thèse en fonction des phases suivies lors de la réalisation des travaux de recherche conformément à la méthodologie présentée dans l'introduction.

Cette thèse est par articles. Elle s'organise autour des 8 chapitres suivants :

- **Chapitre 1 : Introduction** du sujet de recherche, du contexte et des objectifs.
- **Chapitre 2 : Présentation de la démarche du travail et organisation** du document par rapport aux objectifs de la recherche.
- **Chapitre 3 : Revue de littérature** : Il s'agit de la phase 0 de cette thèse où une revue critique est présentée pour définir, d'une part, les notions fondamentales utiles pour la compréhension de la théorie générale, et d'autre part, faire état de l'avancement de la littérature et des études réalisées dans le domaine de conception des structures complexes en béton armé. *Cette revue de littérature se veut aussi sommaire pour éviter des répétitions par rapport aux revues incluses dans les articles 1,2 et 3 (chapitres 4,5 et 6).*

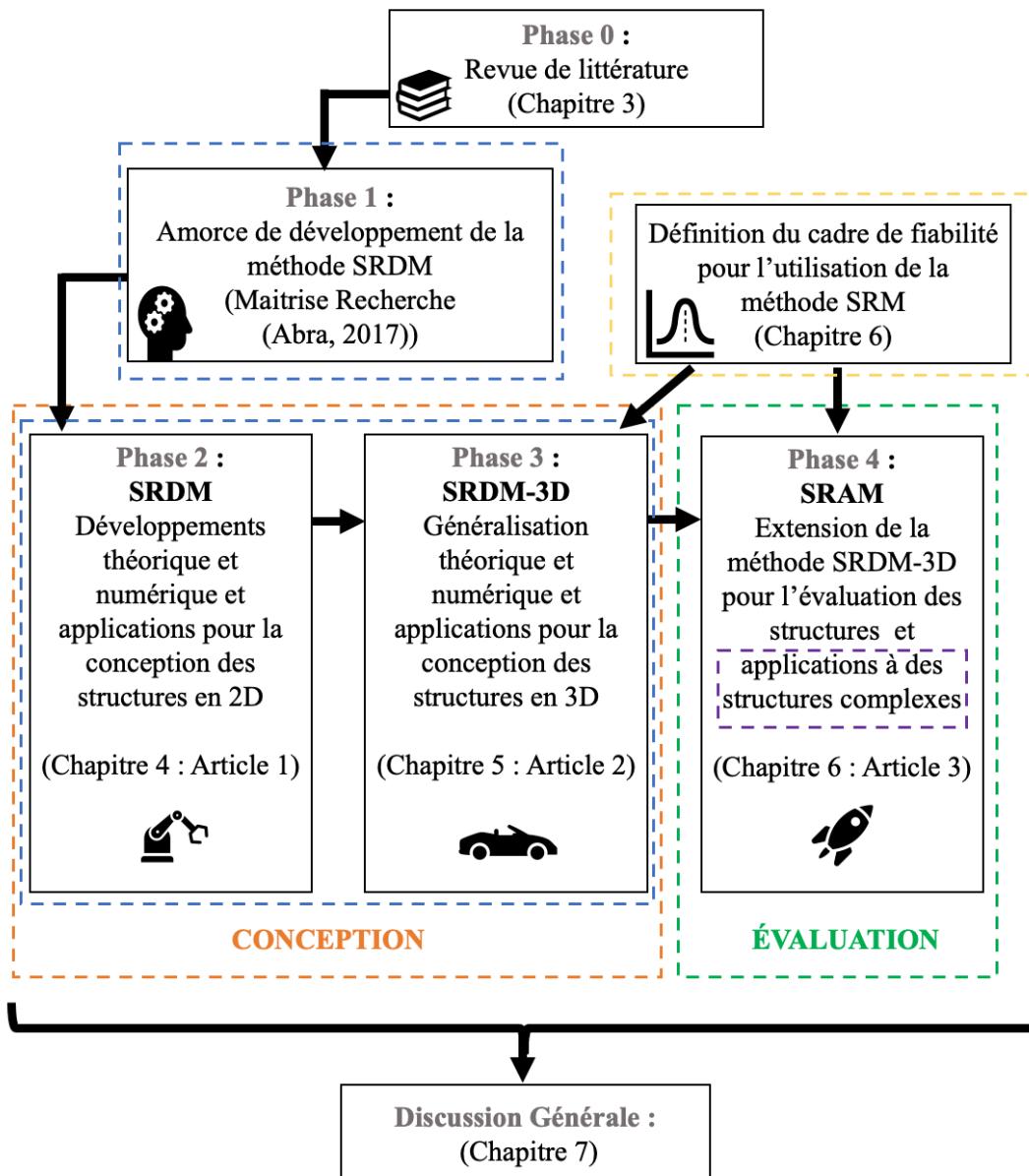


Figure 2-1 : Démarche générale et répartition des chapitres de la thèse

- **Chapitre 4 : Article 1 - “Development of a new design approach of reinforced concrete structures based on strength reduction method”.** Ce premier article vise à présenter la méthode de réduction de la capacité résistive (SRDM) pour le dimensionnement des structures en béton armé. La philosophie générale de la méthode est présentée ainsi que les motivations derrière son développement en faisant état du contexte

dans lequel elle s'insère comparativement aux méthodes existantes. Le cadre numérique de la méthode SRDM se base sur l'approche de résolution explicite et un modèle de béton développé dans l'optique de caractériser les différents modes de rupture potentiels issus du modèle B&T. Enfin, des exemples d'application en 2D issus de la littérature sont présentés pour évaluer et valider la performance de la méthode SRDM. Cet article résume les travaux effectués à la phase 1 et à la phase 2.

- **Chapitre 5 : Article 2 - “Strength reduction design method for reinforced concrete structures: Generalization”.** À la fin des études effectuées à la phase 2, l'applicabilité de la méthode SRDM pour la conception des structures en 2D a été démontrée. Le deuxième article vient présenter les développements effectués pour la généralisation de la méthode SRDM à la méthode SRDM-3D (Figure 2-1). Cette généralisation s'est faite sur plusieurs niveaux. Le premier concerne la loi de comportement qui a été améliorée pour tenir compte de l'état de contraintes triaxial dans les structures en 3D. Le second niveau traite des phénomènes physiques que peut subir le béton en 3D, notamment l'effet du confinement sur la résistance en compression. Et enfin, le dernier niveau s'attarde sur l'étude des zones d'incompatibilité en 3D. La forme de la zone nodale ainsi que la bielle ont pu être étudiées. Enfin, deux exemples de semelles sur pieux présentés par (Adebar et al., 1990) et par (Suzuku et al., 1998) ont permis de valider la performance de la méthode SRDM-3D par rapport à des résultats d'essais expérimentaux.

- **Chapitre 6 : Article 3 : “Application of strength reduction method to assessment of existing large reinforced concrete structures”.** Le troisième article montre les développements de la méthode SRAM, qui est une extension de la méthode SRDM-3D pour l'évaluation des structures. Un cadre de fiabilité consistant avec les normes de conception en vigueur a aussi été développé. Des exemples de validation ont permis de montrer que la méthode SRAM permet de tenir compte des plans de faiblesses que peut avoir une structure et fournit des résultats conservateurs par rapport aux méthodes théoriques et numériques connues. Enfin, la performance de la méthode SRAM est

évaluée à travers l'étude de deux structures d'une centrale hydroélectrique : un diffuseur et une bâche spirale.

- **Chapitre 7** : Discussion générale
- **Chapitre 8** : Conclusions et recommandations.

CHAPITRE 3 REVUE DE LITTÉRATURE

3.1 Introduction

Afin de mieux comprendre le cadre dans lequel s'insère ce travail, ce chapitre présente la revue de littérature ainsi que les notions clés de cette thèse. Il est divisé en trois (3) parties. La première partie est une présentation générale des méthodes de dimensionnement soit la méthode sectionnelle, la méthode des bielles et tirants et la méthode du champ de contraintes. La partie se conclut par une discussion sur le cas particulier des structures en 3D. La deuxième partie présente les méthodes numériques utilisées pour l'étude des régions de discontinuité notamment la méthode des éléments finis linéaires et non-linéaires, la méthode d'optimisation topologique et la méthode de réduction de la capacité résistive. Enfin, la dernière partie présente l'approche probabiliste de conception et les motivations derrière la définition d'un cadre de fiabilité en particulier lors de l'utilisation d'analyses par éléments finis.

Cette revue de littérature se veut aussi sommaire pour éviter des répétitions par rapport aux revues incluses dans les articles 1,2 et 3 (chapitres 4,5 et 6).

3.2 Méthodes de dimensionnement des structures en béton armé

La conception des structures en béton armé est le processus de dimensionnement qui permet, de manière optimisée, d'assurer le comportement sécuritaire de la structure sous les charges appliquées. En plus de la résistance structurale, ce processus doit aussi tenir compte des contraintes liées à l'utilisation de l'ouvrage, à l'environnement, à la réalité de la construction et aux considérations de durabilité. L'objectif est donc de produire une structure qui résiste aux charges qui lui sont appliquées sans atteindre la rupture ou des déformations excessives liées à son utilisation.

3.2.1 Régions de discontinuité

Une structure en béton armé peut être subdivisée en deux types de régions en fonction de la distribution interne des déformations. Les parties de la structure où l'hypothèse de Bernoulli, qui stipule que les sections planes restent planes en flexion, est valide sont appelées les régions de Bernoulli (régions-B). Les autres parties, où cette hypothèse n'est pas valable, sont dénommées régions de discontinuité (régions-D) et sont généralement les plus critiques. Elles sont situées aux alentours des points d'application des charges et des changements de géométrie et s'étendent sur une distance égale à la profondeur de la zone structurale selon le principe de Saint Venant. La Figure 3-1 présente des exemples de régions-D qui résultent de différents types de discontinuités dans la structure.

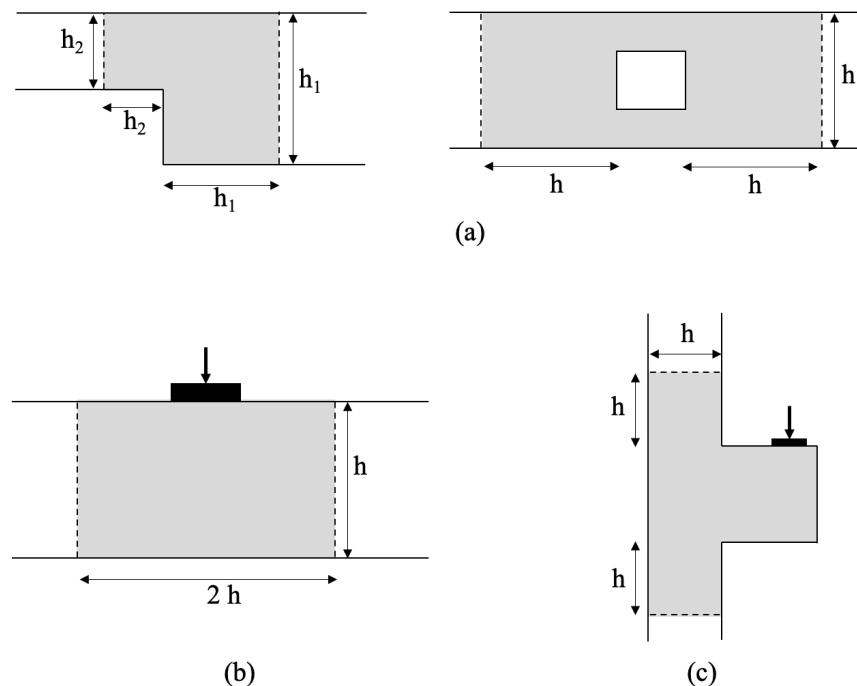


Figure 3-1 : Exemples de régions-D (en gris) due à : (a) un changement de géométrie, (b) un chargement ou (c) une combinaison des deux (adaptée de (Schlaich et al., 1987))

La classification des régions dans une structure est une étape importante dans son dimensionnement ou son évaluation. En effet, l'étude des régions-B est bien couverte par les codes et les normes en vigueur à travers la méthode sectionnelle. Durant plusieurs années, le

dimensionnement des régions-D a été basé sur les règles du pouce et l'expérience de l'ingénieur. Le développement de méthodes telles que la méthode des bielles et tirants a permis de fournir une approche systématique fiable pour le dimensionnement des régions-D.

3.2.2 Méthode sectionnelle

La méthode sectionnelle se base sur le principe du respect de la résistance et de l'équilibre au niveau de chaque section d'une structure. Des méthodes d'analyse linéaire élastique permettent de définir les efforts appliqués dans la section (Bentz, 2000). Ces efforts sont ensuite comparés à la résistance de la structure qui est définie à l'aide de formules empiriques ou semi-empiriques issues des normes et basées sur les hypothèses suivantes : le béton atteint une déformation maximale de -0.0035 à la fibre la plus comprimée, les contraintes en compression dans le béton sont simplifiées par un diagramme rectangulaire, la résistance en traction du béton ne participe pas au schéma de résistance et le comportement des armatures est élastique parfaitement plastique. La définition de la résistance de la section est un processus itératif qui consiste à déterminer la combinaison entre la géométrie de la section et la quantité d'armatures qui permet d'assurer la résistance. En résumé, chaque section de la structure doit respecter la condition :

$$R > U$$

3-1

Avec R la résistance interne de la section et U l'effort qui est appliqué. Compte tenu de la complexité du béton, de la variabilité des charges par rapport à la réalité et dans un souci d'assurer la sécurité du public, un cadre de fiabilité est défini lors de l'utilisation de la méthode sectionnelle (Anwar & Najam, 2017). Il consiste à définir des facteurs de pondération partiels pour les effets des charges et les résistances matériau pour assurer un comportement adéquat en service et à l'ultime tout en respectant la condition 3-1.

La méthode sectionnelle reste largement utilisée en pratique. Elle est exigée pour les régions-B pour le comportement en flexion et en cisaillement et est réglementée par plusieurs codes internationaux notamment le code canadien (CSA S6, CSA A23.3) et le code américain ACI 318. La Figure 3-2 présente une comparaison des résultats expérimentaux d'une poutre en béton armé

avec différents cas d'élancement et des estimations de résistance calculées suivant la méthode sectionnelle et la méthode des bielles et tirants. D'après cette figure, la méthode sectionnelle permet une bonne estimation de la résistance pour des ratios d'élancement élevés. Toutefois, elle sous-estime considérablement la résistance pour les poutres profondes qui correspondent à un ratio d'élancement inférieur à 2. La méthode des bielles et tirants quant à elle est bien adaptée pour les poutres profondes qui sont majoritairement composées de régions-D.

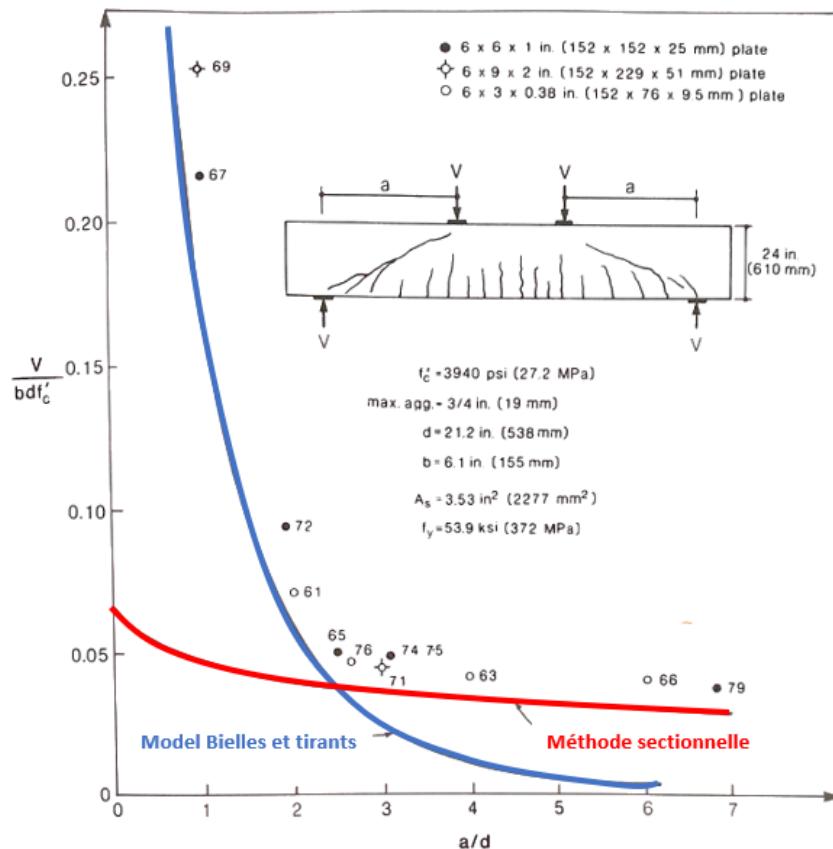


Figure 3-2 : Comparaison des résultats des essais expérimentaux et des calculs pour une série de poutres en béton armé testées par Kani (modifiée de : (Collins & Mitchell, 1991))

3.2.3 Méthode des bielles et tirants

3.2.3.1 Historique

Au début du 20^{ème} siècle, les ingénieurs se sont basés sur l'utilisation de modèles de treillis pour décrire le flux des efforts dans les structures en béton armé. (Ritter, 1899) et (Mörsch, 1908) développent le principe de l'analogie du treillis où les efforts en traction sont repris par les étriers en acier et les efforts en compression sont repris par le béton à travers des bielles inclinées à 45°. Plusieurs développements ont suivi (Drucker, 1961), (Lampert et Thürlmann (1970)), (Nielsen et al., 1978), en introduisant notamment le concept de treillis à angle variable et l'application des théorèmes limites de la théorie de plasticité. Ces travaux se focalisaient sur des géométries standards telles que les poutres profondes et les corbeaux. C'est dans les années 80 que des méthodes générales pour tous types de structures sont apparues : la méthode des champs de contrainte (CdC) avec (Marti, 1985) et (Muttoni et al., 1997) et la méthode des bielles et tirants (B&T) avec (Schlaich et al., 1987). Cette dernière a depuis connu la contribution de plusieurs chercheurs et est devenue la méthode de dimensionnement recommandée par les codes de plusieurs pays pour le dimensionnement des régions-D. Le code canadien est le premier à l'avoir adopté en 1984 suivi du FIP Model Code en 1990 et du ACI Building Code en 2002 et enfin de l'Eurocode en 2004.

3.2.3.2 Présentation de la méthode B&T

La méthode B&T (Schlaich et al., 1987) permet le dimensionnement des structures en discréétisant les champs de contraintes internes résultant du chargement appliqué. Elle est basée sur le théorème de la borne inférieure de la théorie de plasticité. De ce fait, elle obéit aux critères suivants :

- le flux des efforts internes est en équilibre avec les forces externes appliquées et;
- les éléments structuraux ne dépassent pas leur résistance respective.

Les modes de ruptures considérés incluent l'écrasement en compression du béton et la plastification des barres d'armature. Bien que la méthode B&T est applicable à toutes les régions d'une structure en béton armé, elle est particulièrement utilisée pour l'étude des régions-D.

La Figure 3-3 présente la méthodologie pour le dimensionnement des structures selon la méthode B&T. Cette dernière se base sur la réalisation d’itérations jusqu’à l’obtention d’une configuration finale qui respecte la résistance.

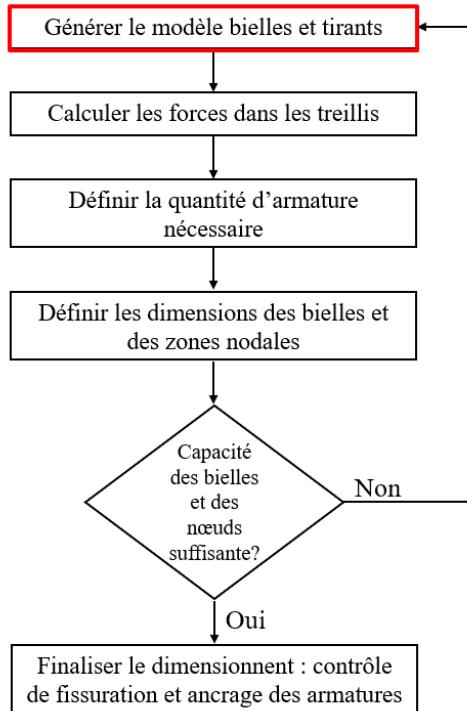


Figure 3-3 : Organigramme simplifié de l'application de la méthode B&T

3.2.3.1 Composantes du modèle B&T

La discrétisation des efforts dans la structure se traduit par des tirants et des bielles. La Figure 3-4 (d) présente un exemple de modèle B&T typique pour une poutre profonde. Dans la représentation schématique de la méthode, les efforts en lignes continues représentent des tirants, les lignes en pointillés représentent les bielles et les zones d’intersection sont appelées nœuds ou zones nodales.

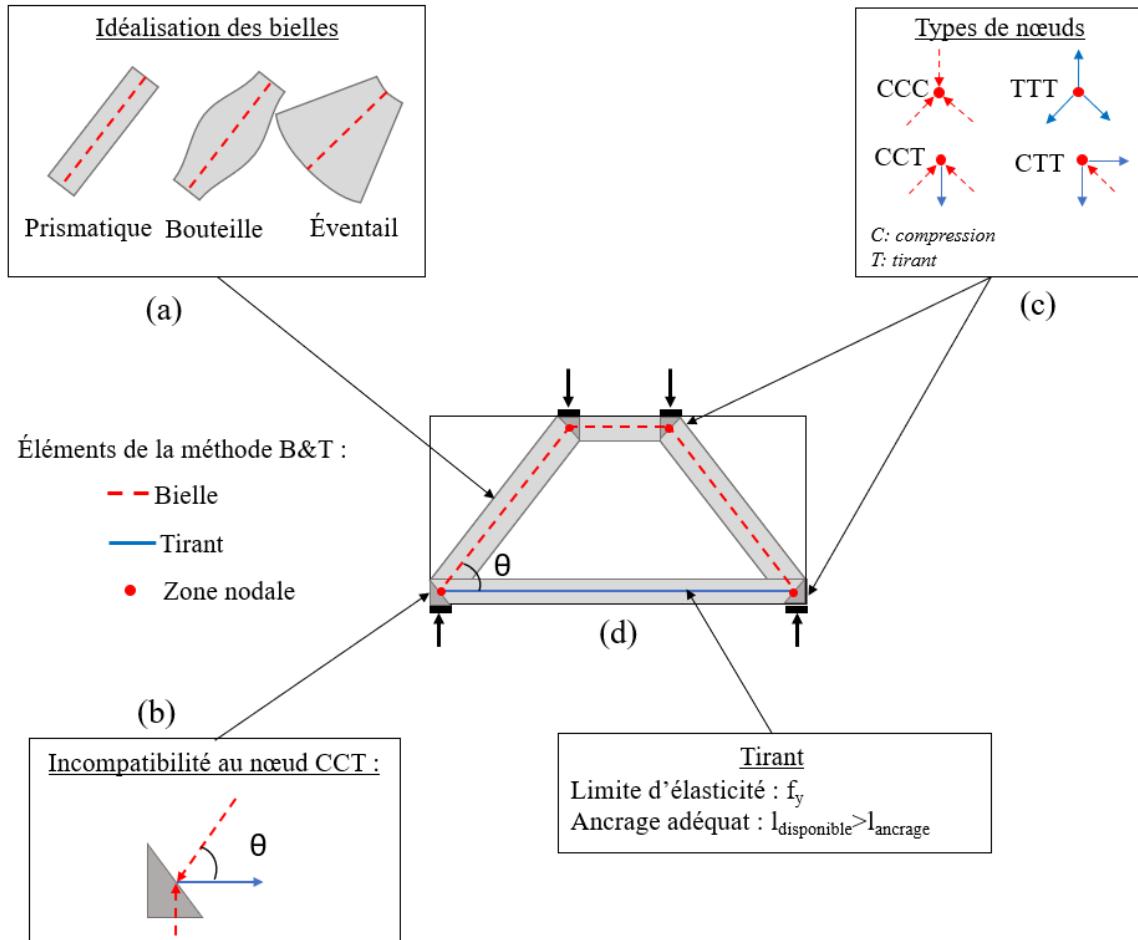


Figure 3-4 : Composantes du modèle B&T : (a) les différentes formes des bielles, (b) l'incompatibilité au niveau de la zone nodale CCT, (c) les différents types de nœuds et (d) un exemple typique pour une poutre profonde

Les tirants correspondent aux zones tendues dans la structure. Sachant que le béton ne reprend pas les efforts en traction selon la méthode B&T, les tirants sont représentés par les barres d'armature ou les barres en précontraintes. La résistance des tirants est ainsi définie par la quantité d'acier et sa limite d'élasticité pondérée par le coefficient de tenue. La même règle s'applique lors de l'utilisation de l'acier précontraint. Pour pouvoir utiliser la pleine capacité des barres, un ancrage adéquat doit être fourni au niveau des zones nodales.

Les bielles correspondent aux champs de contraintes en compression dans le béton et sont idéalisées selon la méthode B&T sous forme prismatique, de bouteille ou d'éventail (Figure

3-4(a)). La résistance des bielles est liée à la résistance en compression du béton f'_c issue de l'essai uniaxial. Toutefois, le passage d'un tirant à travers une zone de bielle, comme le présente l'exemple à la Figure 3-4(b), forme une zone d'incompatibilité où la résistance en compression du béton est affaiblie ((Robinson & Demorieux, 1968), (Vecchio & Collins, 1986), (Belarbi et Hsu, 1991), (Pang and Hsu, 1991)). Pour quantifier cette diminution de résistance, plusieurs équations empiriques et semi-empiriques issues d'essais expérimentaux ont été développées dans la littérature. La comparaison de certaines de ces théories est présentée à la Figure 3-5.

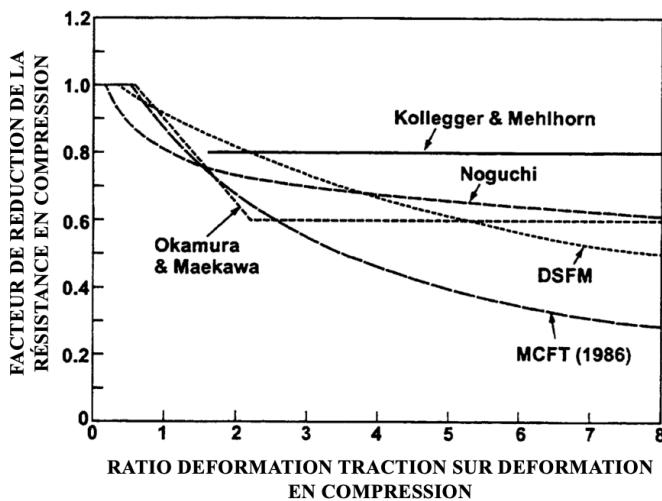


Figure 3-5 : Comparaison de différents modèles de réduction de la résistance en compression dans les zones d'incompatibilité (modifiée de : (Vecchio, 2001))

La nature des efforts définit le type de la zone nodale mais aussi sa résistance. La Figure 3-4(c) présente les 4 types de nœuds dans la méthode B&T. Comme pour les bielles, la présence des tirants affecte aussi la résistance effective des nœuds. Un facteur d'efficacité v inférieur à 1, propre à chaque code et norme en vigueur, est appliqué à la résistance tel que :

$$f_c = v \phi_c f'_c \quad 3-2$$

Des exemples de valeurs du facteur v sont présentés dans le Tableau 3-1 selon les recommandations du code canadien A23.3 et S6-14 et du code américain ACI 318-05.

Tableau 3-1 : Facteur d'efficacité ν pour les zones nodales

Type de nœud	CSA A23.3	CSA S6-14	ACI 318-05
CCC	0.85	α_1	0.85
CCT	0.75	$0.88 \alpha_1$	0.68
CTT ou TTT	0.65	$0.76 \alpha_1$	0.51

Avec : $\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c \geq 0.67$

L'effet du confinement sur la résistance des zones nodales n'est pas pris en compte dans la méthode B&T. Le code canadien permet toutefois de tenir compte de l'augmentation de la résistance pour des nœuds en compression biaxiale ou triaxiale en se basant sur les essais expérimentaux réalisés par (Hawkins, 1968).

3.2.4 Méthode des champs de contraintes

La méthode des champs de contraintes (CdC) est une méthode de dimensionnement basée sur la borne inférieure de la théorie de plasticité. Sa première application a été présentée par (Drucker, 1961). Elle a ensuite été introduite comme méthode de dimensionnement par (Marti, 1985) puis par (Muttoni et al., 1997). Elle est basée sur l'hypothèse d'une loi contrainte-déformation rigide-plastique pour le béton avec une résistance nulle en traction. Les composantes de la méthode CdC sont schématisées dans la Figure 3-6. Le champ de contraintes d'une structure sous un chargement donné est décomposé en (a) des bielles sous forme d'éventail proche des zones d'application de charge et sous forme prismatique dans les zones intermédiaires (Figure 3-7), (b) des tirants représentés par les lits de renforcement, les étriers ou la précontrainte dans les zones en tension et (c) des nœuds où les bielles et/ou les tirants se rejoignent.

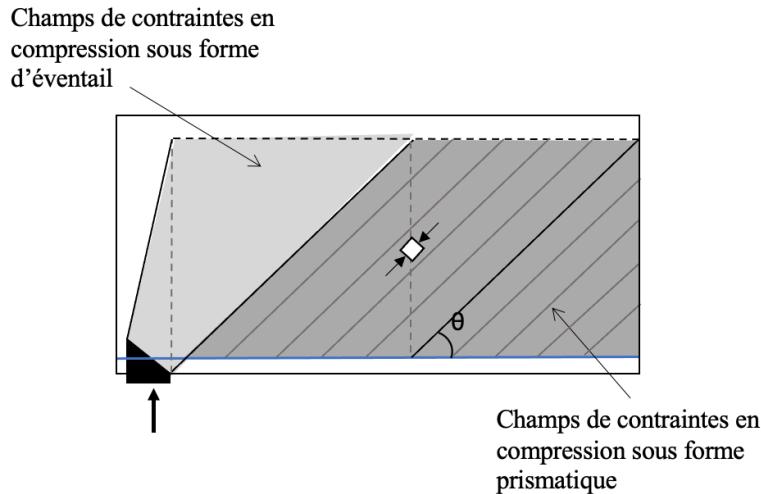


Figure 3-6 : Modèle CdC pour une poutre dans la zone d'appui

La limitation des méthodes de dimensionnement basées sur la théorie de plasticité est liée à l'hypothèse « rigide plastique » qui les accompagne. Cette hypothèse présente une simplification drastique de la réalité des structures en béton armé. La théorie suppose une certaine ductilité dans le béton lui permettant d'atteindre le flux de contrainte anticipé, et cela même si la structure n'a pas la capacité de s'y rendre. En effet, il peut y avoir une possibilité de rupture fragile ou de perturbation du flux des contraintes due à la présence de fissures discrètes qui résultent par exemple des efforts thermiques lors de la construction. Les codes de dimensionnement imposent généralement une quantité d'armatures minimales pour offrir un minimum de ductilité à la structure et pour lui permettre de tenir compte des écarts possibles entre le flux de dimensionnement calculé et la réalité. Ceci peut conduire à des conceptions non économiques et à des risques de congestions des armatures. Ces méthodes sont aussi très difficiles à utiliser pour évaluer une structure sous des chargements qui induisent des déformations comme les charges thermiques, le fluage, le retrait ou la réaction alcali-granulat.

Bien que les méthodes des B&T et CdC soient présentées dans la littérature comme deux différentes méthodes de dimensionnement (Muttoni et al., 2015), pour l'ingénieur praticien, elles présentent de nombreuses similarités (Reineck et al., 2011). La méthode des B&T se base sur un treillis de forces qui rend facile la vérification de l'équilibre comparativement au modèle CdC. Toutefois, ce dernier permet une meilleure vérification des contraintes dans les zones critiques. L'exemple présenté dans la Figure 3-7 illustre le cas d'une poutre en béton armé où le modèle

B&T et le modèle CdC correspondants sont superposés. La volonté de vouloir créer un treillis continu au-delà des régions-D en fonction de l'angle θ par exemple, peut conduire à une surestimation ou une sous-estimation de la quantité d'étriers. (Reineck et al., 2011) démontrent par cet exemple que, pour la région-B, la méthode B&T ne doit pas être perçue comme un système formé d'éléments discrets (forces en compression et en traction), mais plutôt comme un flux d'efforts comme le présente la méthode CdC. Pour des exemples plus complexes, formés principalement de régions-D, il est toutefois difficile de réaliser le dimensionnement avec la définition du champ de contraintes.

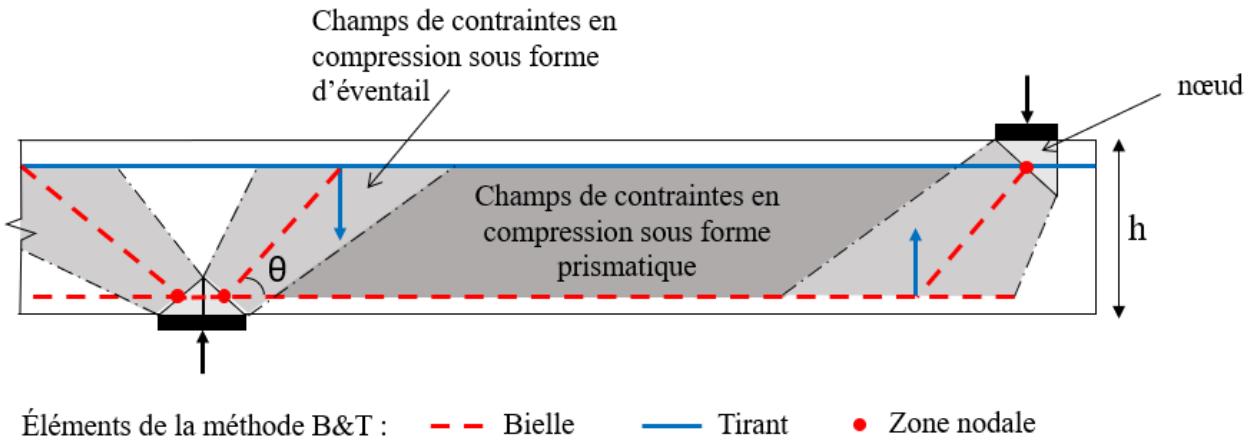


Figure 3-7 : Modèles B&T et CdC superposés (adaptée de (Reineck et al., 2011))

3.2.5 Cas particulier des structures en 3D

Les structures soumises à des sollicitations 3D comme les semelles sur pieux, les assises des stators dans les centrales hydroélectriques et les fondations d'éoliennes ne peuvent pas être étudiées en 2D. Si l'état de contraintes interne dans la structure n'est pas défini dans le plan, (Schlaich et al., 1987) recommande d'utiliser un modèle B&T en 3D sans donner de directives pour l'évaluation de la résistance de ses composantes. Il est possible de traiter les structures en 3D selon deux approches: soit par la définition d'un modèle B&T 3D (Figure 3-8 (b)), soit par la combinaison de plusieurs modèles 2D (Figure 3-8 (a)) (Reineck et al., 2011) . Toutefois, bien que la définition de la résistance en compression des bielles et des zones nodales soit bien spécifiée pour les problèmes en 2D, ce n'est pas du tout le cas en 3D. La majorité des applications

présentées dans la littérature concernent les semelles sur pieux (ex : (Adebar et al., 1990), (Leu et al., 2006), (Souza et al., 2009), (Meléndez & Miguel, 2018)). Ceci laisse les ingénieurs praticiens sans aide, sachant la multitude de régions-D 3D présentes dans les applications industrielles (Xia et al. 2021).

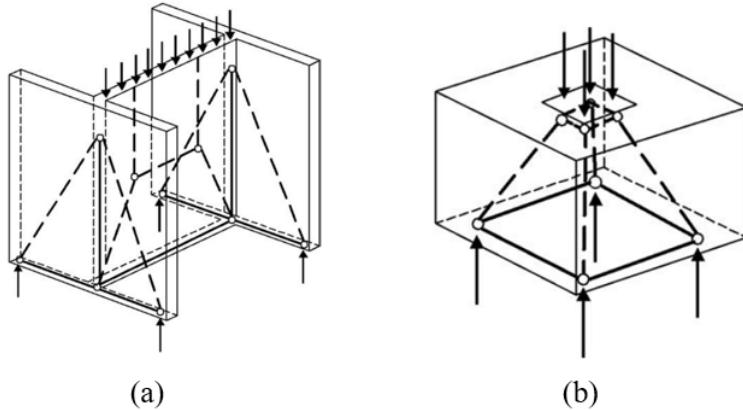


Figure 3-8 : Exemples de modèles B&T en 3D : (a) combinaison de modèles B&T en 2D et (b) modèle B&T en 3D (tirée de : (Engström, 2011))

À ce jour, il n'y a pas de consensus dans la littérature au niveau de la définition de l'incompatibilité pour le cas de sollicitations 3D. La théorie du champ de compression modifiée par exemple a été élargie par (Vecchio & Selby, 1991) pour l'étude des zones d'incompatibilité sous sollicitation en 3D. Ils préconisent que, dans le cas où la zone nodale est soumise à deux déformations principales en traction, la valeur la plus grande doit être considérée pour déduire la résistance en compression effective. (Meléndez et al., 2016) trouvent cette approche non conservatrice et proposent d'utiliser la somme des deux valeurs de déformation. (Yun & Ramirez, 2016) définissent la résistance effective des bielles en se basant sur un processus itératif basé sur les résultats des analyses par éléments finis. Pour la semelle présentée dans la Figure 3-9 (a), chaque élément fini situé dans la zone de passage de la bielle est sélectionné et sa résistance effective est évaluée en fonction de son état de contraintes. La résistance en compression est définie selon l'enveloppe de rupture en 3D (Figure 3-9 (b)) ce qui permet, en définissant l'angle de rotation de la bielle par rapport à l'axe des contraintes principales en compression, de définir la résistance effective dénommée $f_{cs,e}$ dans la Figure 3-9 (c). La résistance de la bielle est égale à la moyenne des résistances obtenues. La première itération de cette méthode ne tient pas compte

de la présence des armatures (Figure 3-9 (a)). Les efforts dans les tirants sont définis à travers un modèle B&T de la semelle avec la résistance de la bielle obtenue. Ces efforts sont introduits dans le modèle éléments finis comme des forces de confinement et le processus de définition de la résistance de la bielle est répété jusqu'à la convergence de la force dans les tirants. L'utilisation de cette méthode implique la connaissance, au préalable, du trajet de la bielle.

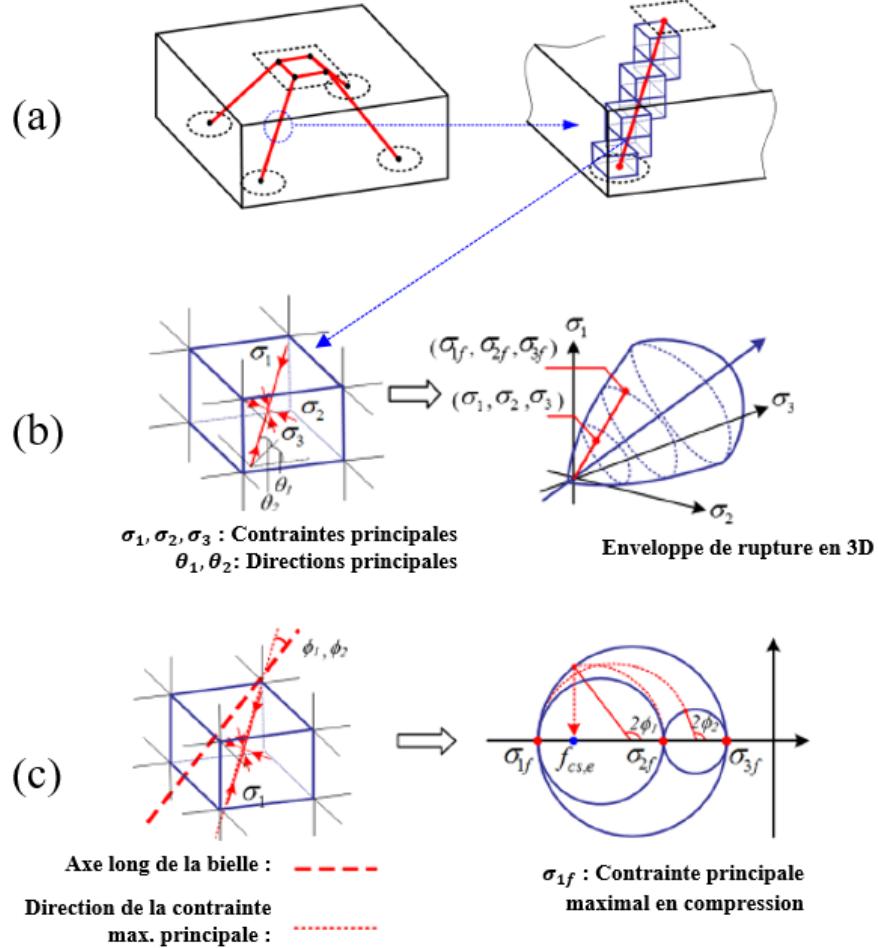


Figure 3-9 : Procédure de définition de la résistance de la bielle en 3D modifié de (Yun & Ramirez, 2016)

Une approche géométrique a été développée par (Chantelot & Matheron, 2010) pour l'évaluation des nœuds en 3D. La forme des nœuds est géométriquement définie en considérant l'intersection des efforts qui y convergent, comme le présente les exemples la Figure 3-10. Cette approche,

bien qu'attrante, nécessite des outils qui permettent de construire et visualiser cette géométrie à chaque nœud de la structure.

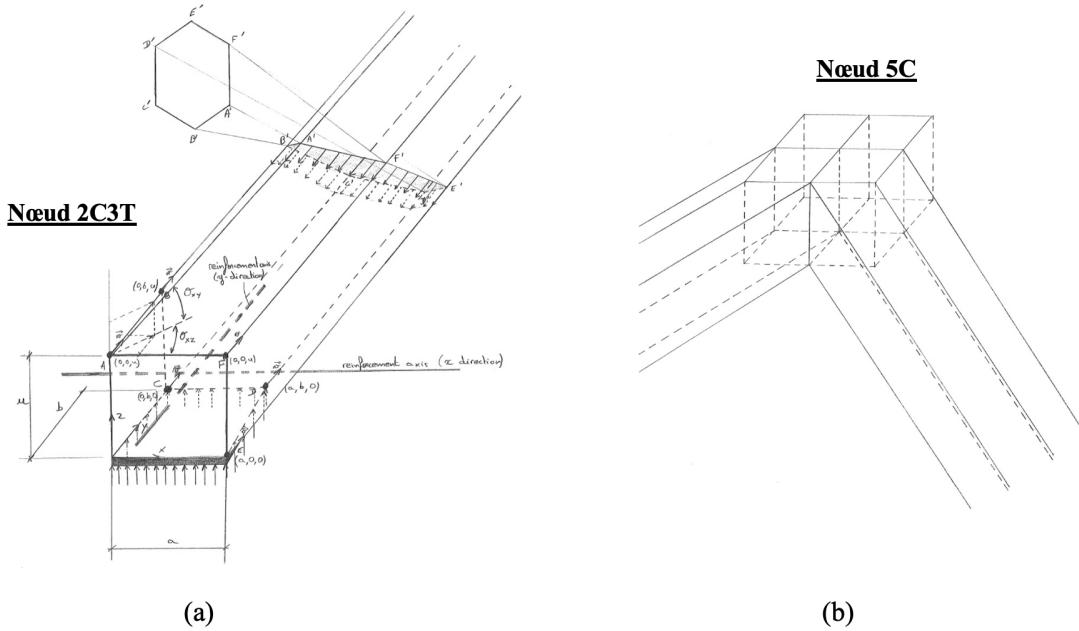


Figure 3-10 : Exemples de zones nодales 3D proposées par (Chantelot & Mathern, 2010)

3.3 Utilisation des méthodes numériques

3.3.1 Analyses par éléments finis

Les analyses par éléments finis (AEF), ont connu une grande avancée au cours du demi-siècle dernier, au point de devenir une étape courante dans le travail de l'ingénieur (FIB, 2008). La complexité de ces analyses dépend de la précision recherchée (Figure 3-11) et augmente en fonction du choix de :

- la discréétisation notamment par le choix du type d'élément fini : modèles 1D de poutres, modèles 2D de plaques ou modèles en 3D solides;
- le comportement des matériaux : comportement linéaire ou non-linéaire et;
- la nature des conditions aux limites : conditions fixes, contact avec ou sans friction.

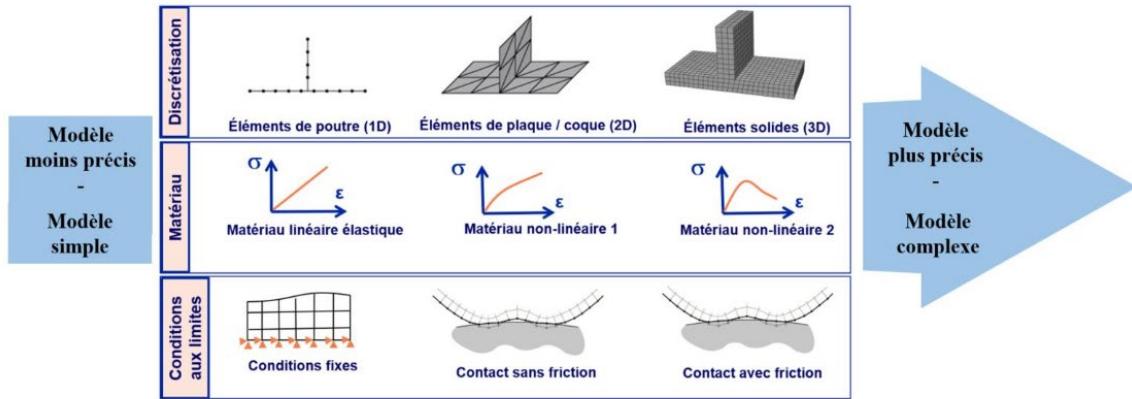


Figure 3-11 : Évolution de la complexité des analyses par éléments finis (modifiée de : (Ben Ftima, 2013))

3.3.1.1 Analyses linéaires élastiques

Les analyses linéaires élastiques par éléments finis (ALEEF) sont principalement utilisées pour évaluer les efforts de section requis dans la méthode d'analyse sectionnelle. Schlaich et al. (1987) préconisent aussi l'utilisation des ALEEF pour trouver le modèle B&T. Toutefois, ces analyses ne tiennent pas compte de l'effet du comportement non-linéaire du béton sur la redistribution des efforts après fissuration entraînant ainsi un mauvais choix de modèle B&T (El-Metwally & Chen, 2018).

3.3.1.2 Analyses non-linéaires

Les analyses non-linéaires par éléments finis (ANLEF) constituent l'état de l'art en termes des analyses des structures en béton armé. Les premières applications des ANLEF sur des éléments structuraux en béton armé remontent aux années 70 avec les travaux de (Ngo & Scordelis, 1967) sur les poutres en BA, de (Rashid, 1968) sur les cuves en pression et de (Cervenka & Gerstle, Inelastic analysis of reinforced concrete panels. Part I: Theory, 1971) sur des panneaux. L'application à des structures massives (Ben Ftima & Massicotte, 2015) ou à des ponts (Cervenka et al., 2008) par exemple a permis de démontrer la puissance de ces analyses lorsqu'elles utilisent des lois de comportement bien validées.

Les ANLEF sont généralement utilisées dans le domaine de recherche et développement ou dans l'évaluation des structures existantes, mais rarement comme un outil de conception pour les raisons suivantes:

- (a) absence de consensus sur une loi universelle de comportement du béton valable pour toute configuration et état de sollicitation;
- (b) nécessité de plusieurs intrants de matériaux et qui ne sont pas toujours disponibles en phase initiale du projet, à moins d'utiliser des équations empiriques pour les estimer;
- (c) complexité des analyses, défis de convergence et de stabilité;
- (d) nécessité de partir d'un dimensionnement initial avec les itérations subséquentes et;
- (e) contribution du béton en traction qui rend difficile d'évaluer la vraie demande sur les armatures, en particulier pour les structures hyperstatiques et les structures massives en béton armé.

(Ruiz & Muttoni, 2007) ont proposé la méthode EPSF (Elastic plastic stress field) basée sur les ANLEF et qui néglige la résistance en traction du béton tout le long de l'analyse. (Mata-Falcon et al., 2018) proposent la méthode DRD (Discontinuity region design) basée sur le même principe, mais en ajoutant l'effet du raidissement en traction sur les armatures. L'hypothèse de négliger la résistance en traction dès le début de l'analyse n'est pas réaliste, car elle considère que le béton est déjà pré-fissuré. Elle peut aussi conduire à une sous-estimation des effets de déformations imposées, par exemple l'effet des déformations d'origine thermique qui peut engendrer d'importants efforts de traction dans les éléments en béton armé restreints par la fondation.

3.3.2 Méthodes d'optimisation topologiques

L'optimisation structurale est le processus de définir l'assemblage de matériaux optimal pour résister aux charges appliquées notamment en réduisant les matériaux utilisés et les coûts de construction, tenir compte de limitations géométriques, etc... Les méthodes d'optimisation structurales peuvent être divisées en trois groupes : optimisation dimensionnelle, optimisation de forme et optimisation topologique. L'optimisation dimensionnelle ou optimisation paramétrique

vise à modifier les dimensions transversales des sections ou des paramètres des matériaux sans altérer la géométrie globale de la structure (Figure 3-12 (a)). L'optimisation de forme ou optimisation géométrique se concentre sur la modification de la forme des frontières de la structure (Figure 3-12 (b)). La géométrie initiale est toujours respectée, car cette méthode ne vient ni ajouter ni supprimer des parties de la structure. Enfin, l'optimisation topologique, appelée aussi optimisation de forme généralisée (Rozvany et al., 1992), autorise une altération géométrique pour ne garder que la matière qui participe activement au cheminement des efforts (Figure 3-12 (c)). Cette dernière approche a été très utilisée dans la littérature pour générer des modèles de B&T ((Stoiber & Kromoser, 2021), (Xia et al., 2021)).

Méthodes d'optimisation structurales

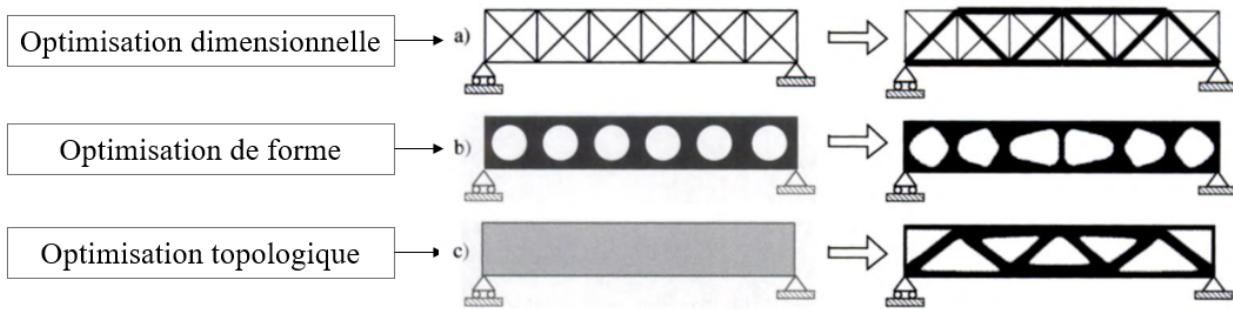
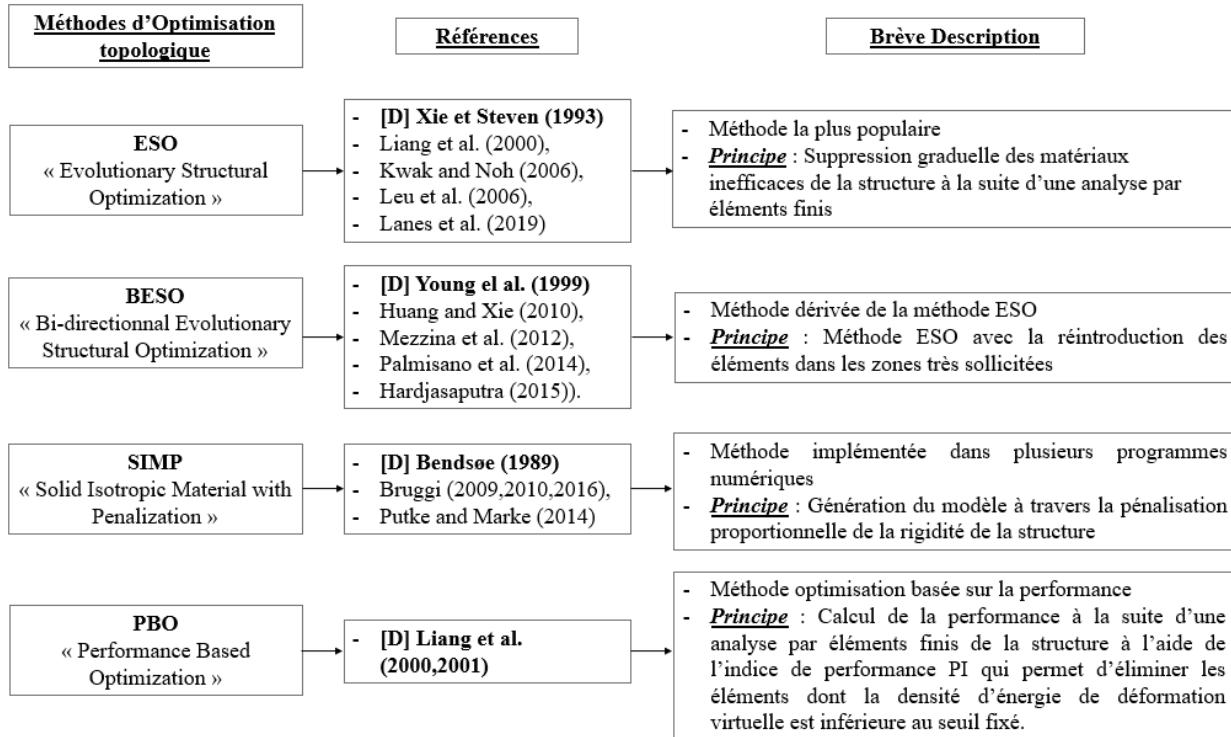


Figure 3-12 : Optimisation structurale (a) optimisation dimensionnelle, (b) optimisation de forme et (c) optimisation topologique (modifiée de : (Bendsoe & Sigmund, 2003))

L'une des premières méthodes d'optimisation topologique a été développée en 1988 par Bendsøe and Kikuchi sous le nom de Homogenization Based Optimization (HBO). Depuis, plusieurs ont été proposées dans la littérature et la Figure 3-13 présente des exemples spécifiques à la génération de modèles B&T. Elles se basent sur des formulations mathématiques pour permettre d'exhiber le cheminement interne des efforts dans la structure. Combinées ou non à des analyses éléments finis, les éléments efficaces sont sélectionnés pour former un treillis d'efforts optimal, qui est représentatif du modèle B&T optimal. La différence entre ces méthodes réside dans les critères de suppression des éléments qui peut dépendre des propriétés des matériaux, du chemin des contraintes ou de l'énergie de déformation.



[D] : Développée par

Figure 3-13 : Méthodes d'optimisation topologique pour la génération de modèles B&T

Les méthodes d'optimisation topologiques appliquées au béton armé ne sont pas des méthodes directes de dimensionnement. Le modèle B&T issu de l'optimisation doit par la suite être vérifié au niveau de sa résistance. (Larsen et al., 2022) ont évoqué des problèmes d'instabilité et de convergence, en particulier lors de l'application de plusieurs chargements. Enfin, la majorité des méthodes d'optimisation topologique se basent sur des analyses linéaires élastiques par éléments finis, (Stoiber & Kromoser, 2021), (Larsen et al., 2022)), ce qui, comme discuté précédemment, ne reflète pas la réalité du béton.

La contrainte de constructibilité est très souvent ignorée dans les méthodes d'optimisation. Bien que le modèle B&T présenté dans la Figure 3-12 (c) représente le modèle optimal, il n'est pas conventionnel de concevoir des barres inclinées pour reprendre les efforts de traction, car elles sont difficiles à placer au chantier. Une résolution partielle du problème a été proposée par (Bairan, 2012) qui a inclus la condition d'orthogonalité du renforcement dans l'algorithme d'optimisation. Un intérêt d'exploiter directement les résultats de l'optimisation topologique a été exploré par (Vantyghem et al., 2020) à travers la construction d'une poutre en précontrainte par

impression 3D. Toutefois, cette exploration, dont l'aspect économique reste peu avantageux par rapport aux pratiques courantes, est encore à ses débuts et reste limitée aux structures simples.



Figure 3-14 : Poutre dimensionnée selon les résultats de l'optimisation topologique et construite par impression 3D (tirée de : (Vantyghem et al., 2020))

3.3.3 Méthode de réduction de la capacité résistive

La méthode de réduction de la capacité résistive (*Strength reduction*) est une méthode qui a été initialement suggérée dans le domaine géotechnique pour les analyses de stabilité des pentes. Elle a été présentée pour la première fois par (Zienkiewicz et al., 1975) et est basée sur la réduction graduelle de la capacité résistive des matériaux le long des plans de faiblesse potentiels. La stabilité des pentes par la méthode de réduction de la capacité résistive se fait à travers la définition du facteur de sécurité. Ce dernier est obtenu en affaiblissant graduellement le sol lors de la réalisation d'une analyse par éléments finis jusqu'à la rupture c'est-à-dire le glissement. Le facteur de sécurité est donc le coefficient de réduction de la résistance nécessaire pour atteindre la rupture. Cette méthode a été utilisée par plusieurs chercheurs pour l'étude de stabilité des barrages fissurés en définissant le facteur de sécurité au glissement et prédire au mieux les mécanismes de défaillance et la surface critique de glissement. Dans des études récentes, (Vulliet et al., 2017) ont utilisé cette méthode pour l'évaluation de la stabilité au glissement des structures hydrauliques 3D en utilisant la méthode des éléments finis quasi statique non-linéaire, une approche plus performante pour la résolution des problèmes non-linéaire comparativement à la méthode implicite. Dans la littérature, l'utilisation de la méthode de la réduction de la capacité résistive est limitée au domaine géotechnique et aux études de stabilité.

3.3.4 Discussion

Un résumé récapitulatif des avantages et des inconvénients des méthodes de conception discutées précédemment est présenté dans le Tableau 3-2. L'étude des différentes méthodes a permis de mieux comprendre les limitations actuelles qui se résume en : (1) la nécessité d'outil numérique pour l'étude des structures présentant des complexités géométriques, (2) l'hypothèse « rigide-plastique » qui est non adaptée pour le béton et (3) le besoin d'une nouvelle famille de méthodes qui respectent le principe des méthodes de conception : béton travaille en compression seulement et les armatures reprennent les efforts en traction. La revue de littérature a aussi permis de comprendre les points forts des méthodes existantes et d'en tirer profit. Ainsi, ces observations ont permis d'alimenter la réflexion vers le développement d'une nouvelle approche pour allier les analyses par éléments finis au monde de la conception et l'évaluation des structures en béton armé. La méthode de réduction de la capacité résistive s'est présentée comme une bonne approche pour servir la méthodologie visée. En effet, bien que son champ d'application initial ne couvre pas les structures en béton armé, l'idée de réduire graduellement les propriétés du sol pour l'étude de stabilité des pentes est une idée élégante pour pouvoir transférer les efforts de traction du béton aux armatures tout en respectant l'équilibre des efforts interne dans la structure. La réduction de la résistance en traction permettrait de mettre en exergue le champ de contraintes interne dans la structure, plus précisément les bielles et les tirants.

Tableau 3-2 : Récapitulatif des méthodes de conception des structures en béton armé

Méthode de calcul	Régions B	Régions D	Avantages	Inconvénients
Méthode sectionnelle	✓	X	<ul style="list-style-type: none"> - simple et bien définie par les normes et les codes; - permet un bon dimensionnement des régions-B; 	<ul style="list-style-type: none"> - non applicable dans les régions-D où l'hypothèse de Bernoulli n'est plus applicable; - basée généralement sur une distribution linéaire élastique des efforts; - difficile de tenir compte des déformations imposées (ex : thermiques);
Méthode des bielles et tirants	✓	✓	<ul style="list-style-type: none"> - conservatrice et bien définie pour toutes les régions de la structure; - méthode qui a gagné une grande confiance dans la communauté scientifique - multiples exemples présentés dans la littérature; 	<ul style="list-style-type: none"> - peut devenir difficile à utiliser dans le cas de géométries et de chargements complexes ou en 3D; - hypothèse « rigide plastique » non adaptée au comportement du béton armé;
Méthode des champs de contraintes	✓	✓	<ul style="list-style-type: none"> - permet de définir le champ de contrainte interne et donc la disposition des armatures; 	<ul style="list-style-type: none"> - difficile de définir le champ de contraintes pour des géométries complexes; - nécessite le recours à des analyses par éléments finis; - hypothèse « rigide plastique » non adaptée au comportement du béton armé
Méthodes d'optimisation topologique	✓	✓	<ul style="list-style-type: none"> - permet de définir le modèle B&T optimal en sélectionnant le chemin interne des efforts; - méthode numérique; 	<ul style="list-style-type: none"> - n'est pas une vraie méthode de conception en béton armé car elle nécessite une vérification du modèle B&T obtenu; - ne tient pas compte des spécificités du béton armé et de la réalité de la construction;
Analyses non-linéaires	✓	✓	<ul style="list-style-type: none"> - permet la caractérisation de la structure la plus proche de la réalité; - respecte les critères d'équilibre, de résistance et de compatibilité; 	<ul style="list-style-type: none"> - plus adaptée à la vérification des structures existantes qu'à la conception; - tient compte de la résistance en traction du béton dans le schéma de résistance; - coûteuse et complexe; - généralement réservée au domaine de la recherche;

3.4 Approche probabiliste en conception

Les paramètres qui affectent les charges et la résistance d'une structure sont caractérisés par un grand nombre d'incertitudes qui peuvent être difficiles à contrôler durant l'étape de conception. Ces incertitudes peuvent être aussi liées à l'activité humaine, aux décisions stratégiques, à la modélisation, etc (Melchers & Beck, 2018). La fiabilité d'une structure est sa capacité à remplir son objectif de conception pendant une durée de vie spécifiée (Nowak & Collins, 2013). Une vérification structurale de fiabilité doit donc tenir compte de la variabilité des sollicitations appliquées et de la résistance de la structure :

- La variabilité des sollicitations est liée d'une part à la définition des charges qui peuvent être fluctuantes et variables dans le temps, et d'autre part, aux calculs des efforts dans la structure durant l'étape d'analyse structurale.
- La variabilité de la résistance est liée quant à elle aux hypothèses simplificatrices admises dans les calculs. Les paramètres tels que les propriétés de matériaux, le comportement macroscopique du béton et de l'acier, la simplification de géométrie, la construction et les méthodes de construction utilisées, etc affectent la résistance.

L'objectif est donc de permettre un dimensionnement adéquat résultant en une résistance (R) supérieure à la sollicitation (U) tout en s'assurant d'avoir une marge de sécurité suffisante. La Figure 3-15 résume la philosophie globale de la théorie de fiabilité pour la conception/évaluation des structures.

- Propriétés des matériaux;
- Géométrie de la structure;
- Comportement du béton et de l'acier, ...

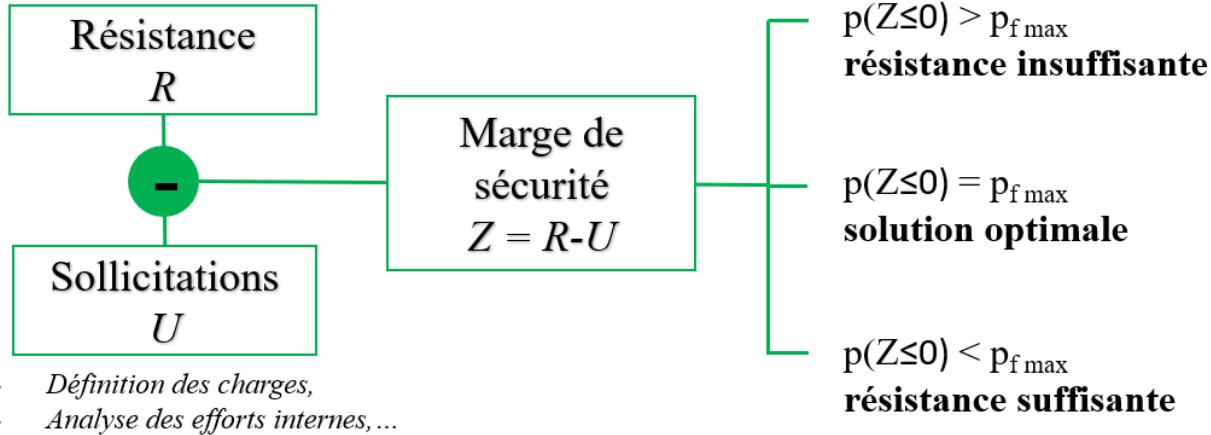


Figure 3-15 : Représentation schématique de la fiabilité des structures

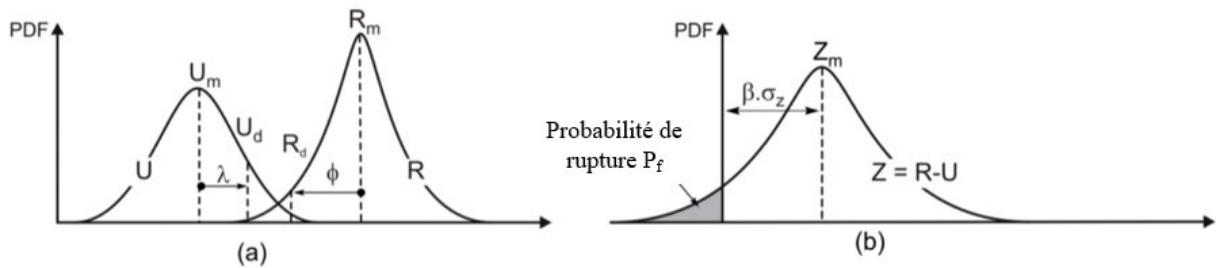
La Figure 3-16 présente un exemple de distribution de la variabilité de la fonction de résistance R et de la fonction de chargement U . La fonction Z est définie comme $Z = R - U$ et représente la marge de sécurité. La probabilité de dépassement de la limite de sécurité, appelée aussi probabilité de défaillance, est une mesure de fiabilité et s'exprime comme suit (Melchers & Beck, 2018):

$$p_f = p(Z \leq 0) \quad 3-3$$

L'indice de fiabilité β représente le ratio entre la valeur moyenne de la marge de sécurité Z_m et son écart type σ_z tel que :

$$\beta = Z_m / \sigma_z \quad 3-4$$

Une valeur élevée de l'indice de fiabilité β équivaut à une structure plus sécuritaire. La norme CSA S6-06 par exemple impose un indice de fiabilité annuel minimal de 3.75 équivalant à une probabilité de dépassement de 8.8×10^{-5} pour un pont routier.



	Conception Sécuritaire	Conception Optimale	Conception Non-Sécuritaire
Niveau 1:	$R_d > U_d$	$R_d = U_d$	$R_d < U_d$
Niveau 2:	$\beta > \beta_{\min}$	$\beta = \beta_{\min}$	$\beta < \beta_{\min}$
Niveau 3:	$P_f < P_{f_max}$	$P_f = P_{f_max}$	$P_f > P_{f_max}$

Figure 3-16 : Hiérarchie des approches probabilistes en conception (modifiée de : (Ben Ftima, 2013))

La hiérarchie des mesures de fiabilité des structures vise à classifier les méthodes de calcul probabiliste disponible en fonction de la précision et des données considérées allant des méthodes les plus simples au plus complexes (Melchers & Beck, 2018). Le niveau le plus bas, le niveau 1, concerne le niveau des méthodes utilisées dans les normes et les codes de construction soit l'approche des facteurs partiels de pondération. Ces approches sont considérées comme une extension des méthodes probabilistes. Le niveau 2 correspond aux méthodes de second moment qui se basent sur les distributions normales de probabilité et des fonctions mathématiques linéaires simplifiées pour la caractérisation de l'état limite. Ce niveau est utilisé quand la distribution des données n'est pas disponible, car seules la moyenne et la variance des données d'entrées aléatoires sont requises. Les approches de niveau 3 visent à obtenir la meilleure estimation de la probabilité de rupture en se basant sur des modèles probabilistes poussés et précis. Elles nécessitent la définition de la distribution des données et permettent de tenir compte de l'erreur humaine et des données d'intervention si disponible.

Les méthodes probabilistes combinées aux analyses par éléments finis peuvent être subdivisées en quatre familles : les méthodes de fiabilité, les méthodes stochastiques, les méthodes de simulations et les méthodes mixtes. Les méthodes de fiabilité (Der Kiureghian & Taylor, 1983),

(Liu & Der Kiureghian, 1991)) se basent sur des techniques itératives pour définir le point de conception qui correspond au point maximum localisé sur la surface limite ($Z = 0$) et à la distance la plus courte par rapport au point d'origine de l'espace des variables aléatoires. Les méthodes stochastiques ((Ghanem & Spanos, 1991), (Hisada & Nakagiri, 1985)) sont des méthodes considérées intrusives dans le code des méthodes par éléments finis car elles nécessitent des formulations théoriques des équations d'équilibre pour pouvoir tenir compte des incertitudes. Les méthodes de simulation incluent notamment les méthodes dérivées de Monte Carlo (Rubinstein, 1981). La popularité de ces méthodes réside dans leur simplicité d'application. Toutefois, cette famille requiert un nombre important de simulations à réaliser pour atteindre la convergence. Enfin, les méthodes mixtes visent à combiner les méthodes de fiabilité et les méthodes stochastiques par exemple la méthode de la surface de réponse ou « *response surface method* » ((Rajashekhar & Ellingwood, 1993), (Bucher & Bourgund, 1990)).

Les codes de conception existants se basent sur l'approche de facteurs de pondération partiels (*Partial Safety factor approach*), qui consiste à appliquer des coefficients de tenue de matériaux aux résistances et de pondérations spécifiques aux charges. L'extension de cette approche aux ANLEF est assez simple et intuitive, mais elle n'est pas cohérente avec la nature des ANLEF ((Ben Ftima & Massicotte, 2012), (Cervenka V. , 2008)). En effet, en considérant par exemple un matériau fragile, les résultats obtenus risquent, d'une part, de sous-estimer la capacité de la structure, car le matériau pondéré devient un matériau fictif par rapport à la réalité étudiée, et ne représente donc pas le comportement réel à l'ultime de la structure. D'autre part, il est possible de sous-estimer l'effet de certaines sollicitations dont l'effet est lié aux propriétés du béton. Il est aussi important de noter que l'approche des facteurs de pondération partiels varie dans la norme entre l'état en service et l'état limite ultime alors que les ANLEF tentent de tracer l'historique complet de la structure sans aucune distinction entre l'état en service et l'état ultime (CEB-FIB bulletin 45, 2008).

Pour les ANLEF, l'approche recommandée par (CEB-FIB 2008) est l'utilisation du facteur de pondération global γ_G (*global safety factor*) qui décrit une pondération globale de la résistance obtenue tel que :

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_G}$$

Avec R_d la résistance de conception recherchée et R_m la résistance moyenne obtenue par les ANLEF.

(Ben Ftima & Massicotte, 2012) proposent un cadre méthodologique robuste pour la conception des structures à l'état limite ultime des structures en utilisant les analyses avancées non-linéaires par éléments finis et en se basant sur le calcul d'un facteur global de résistance. Ce facteur, dépendant entre autres du coefficient de variation de la résistance structurale, est calculé par la méthode d'estimation par points de (Rosenblueth, 1975). L'algorithme de la méthode de Rosenblueth consiste en la réalisation de 2^N analyses, avec N le nombre de variables d'entrée critiques et indépendantes. Cette méthode, couplée aux analyses non-linéaire par éléments finis, est largement utilisée dans le domaine de la géotechnique. (Christian & Baecher, 1999) a démontré que, malgré sa simplicité, cette méthode est robuste et se base sur un solide raisonnement mathématique.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1: DEVELOPMENT OF A NEW DESIGN

APPROACH OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES BASED ON STRENGTH REDUCTION

METHOD

Oumaima Abra and Mahdi Ben Ftima

Article publié dans *Engineering Structures*, Vol 207, 8 janvier 2020

Oumaima Abra

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
P.O. Box 6079, Station CV
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
and
IDAE, 204 Saint Sacrement Street,
Montréal, Québec, Canada, H2Y 1W8
E-mail: oumaima.abra@polymtl.ca

Mahdi Ben Ftima

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
P.O. Box 6079, Station CV
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
E-mail: mahdi.ben-ftima@polymtl.ca

4.1 Abstract:

The design of complex reinforced concrete structures or elements of structures can be a challenging task for practitioner structural engineers in some specific non-conventional projects. For these specific cases, the use of well-established and standard design methods such as sectional methods or strut-and-tie methods can result into complex and sometimes inappropriate designs. On the other hand, the use of sophisticated numerical methods such as nonlinear finite element methods is not common in these situations because of their complexity and the lack of consensus on their validity within the engineering community.

This work presents an innovative new design approach for complex reinforced concrete structures. The approach is inspired from the strength reduction numerical method, well-established in the field of slope stability in geotechnical engineering. It can be considered as an intermediate approach between the conservative and universally well accepted strut-and-tie method, and the powerful nonlinear finite element method. A new simple constitutive law for concrete has been developed for that purpose as a user subroutine under the software ABAQUS-Explicit. It allows for the degradation of concrete by gradually reducing its tensile strength during the analysis. This law is presented within an overall new framework for the design of reinforced concrete structure based on two steps. The structure is loaded in a first linear elastic step and then degradation of the tensile post-pic occurs in a second nonlinear step. At the end of this second step, a re-organisation of the internal stresses occurs within the structure. A resisting pattern and failure modes similar to those in the strut and tie models occur as well. Two application examples are presented at the end of the study and demonstrate the potential and the feasibility of the new approach.

Keywords: reinforced concrete, design, strength reduction method, strut-and-tie method, nonlinear finite element, explicit approach.

4.2 Introduction

The design of reinforced concrete structures is a well-established field in the civil engineering practice. For conventional structures/elements of structures, the predictive equations of the codes can generally be used to design the geometry of concrete and to detail adequate reinforcement to

withstand sectional forces already computed by a structural analysis, generally a linear elastic one. The sectional design method based on beam theory can be used to design flexural and shear reinforcement in the so-called B-regions where the Bernoulli's principle remains valid (Figure 4-1.a & Figure 4-1.b). However, this method fails in the regions where loading and boundary conditions are applied or near a change of geometry. Those disturbed regions, also called D-regions due to a nonlinear strain distribution as shown in Figure 4-1.c, are designed using more advanced methods. The strut and tie method, or S&T method, presented by Schlaich et al. (1987) is widely used to design D-regions. It is based on the truss analogy where compression is taken by concrete struts and tension by reinforcement ties. The nodal zones are defined as the intersection between struts and ties (Figure 4-1.d). This method falls into the plastic design philosophy as a lower bound static method where only strength and equilibrium are satisfied. It therefore provides a conservative design for the D-regions when well used. However, the more complex the structure, the more difficult it becomes to develop S&T models. Furthermore, these models can lead to bad designs whenever the chosen load resisting path is too far from the real resisting path stemming from compatibility, which can be assessed only by using non-linear finite elements. Figure 4-2 shows an example of complex design in reinforced concrete. It is a special corner of the generator pits wall in powerhouse hydraulic structure which transfers a horizontal force F. Figure 4-2.a presents the linear finite element (FE) model that helped to develop the S&T method. Many iterations were required before reaching the final rebar layout shown in Figure 4-2.b.

Sophisticated tools as non-linear FE can be used to solve these complex design problems but are generally reserved to the R&D field and not commonly used in engineering practice.

The scope of this work is the development of an automatic/semi-automatic new design method suitable for complex reinforced concrete structures. The approach is inspired from the strength reduction numerical method and can be considered as an intermediate approach between the conservative and universally well accepted strut-and-tie method, and the powerful nonlinear finite elements method.

The paper is organised as follows. First, a critical literature review is presented in section 2, in order to introduce the new design philosophy. Section 3 presents the computational framework

developed for the set up of the new design philosophy. Preliminary verifications are presented in section 4. Finally, in section 5, two application examples are considered to illustrate the performance of the proposed approach.

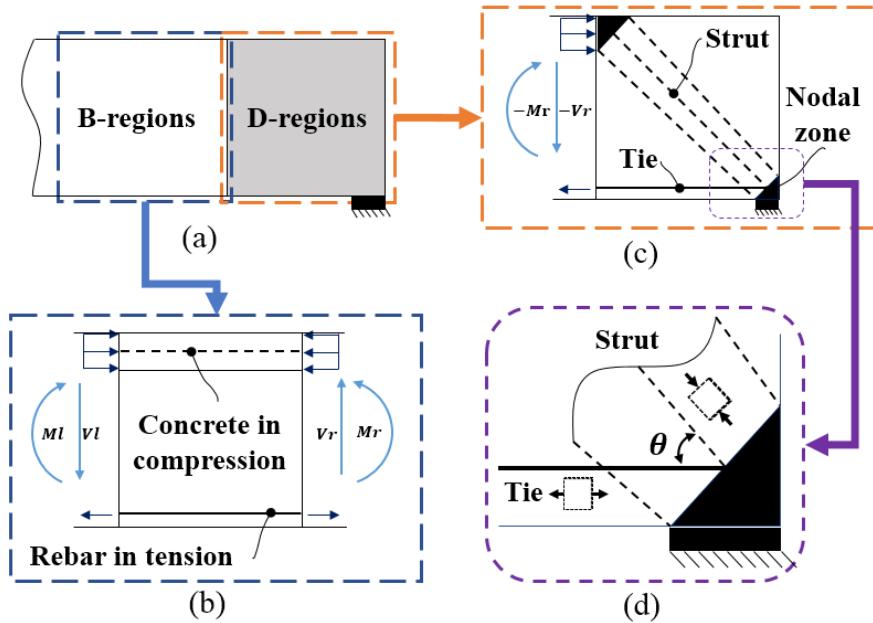


Figure 4-1 : (a) Example of the definition of B and D regions and distribution of the internal stresses in (b) B region and (c) in D region with (d) Zoom into the nodal zone.

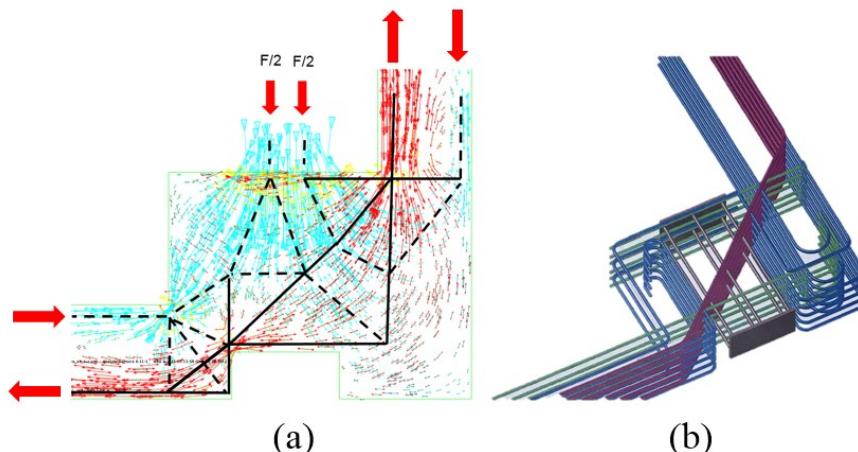


Figure 4-2 : Example of a complex reinforced concrete design: (a) extraction of a strut and tie model using linear FE analysis and (b) final reinforcement layout

4.3 Towards a new design philosophy

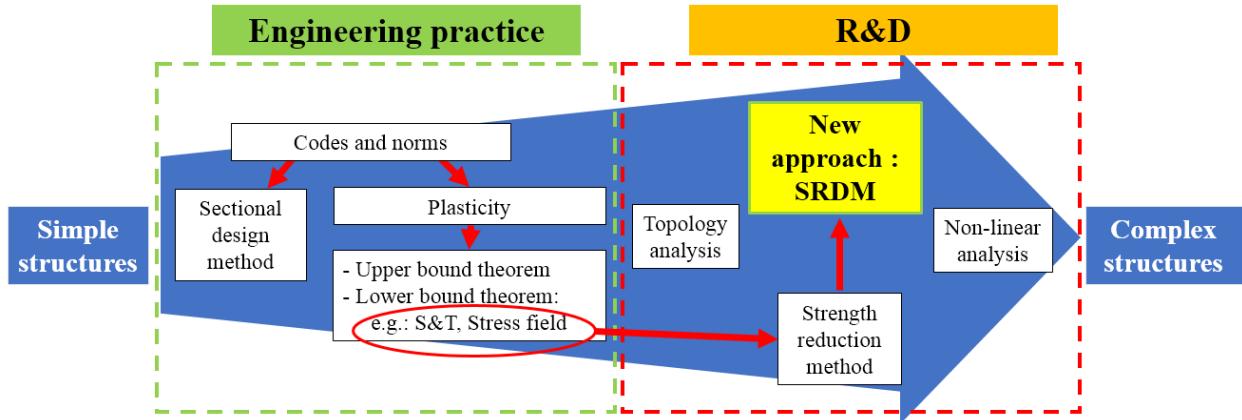


Figure 4-3 : Towards a new design philosophy

Figure 4-3 summarizes the current state of the art concerning the design methods for reinforced concrete structures.

4.3.1 Engineering practice – conventional RC structures

In the engineering practice, the sectional design and the S&T methods are the most used methods, respectively for the B and D-region. Since it is based on the lower bound plasticity theorem, the S&T is still applicable in the B-regions. The upper bound and lower bound plasticity theorems were formulated by Drucker et al. in 1952. They are considered as extremum principles for rigid plastic materials (Nielsen and Huang 2011). Methods based on upper bound plasticity theorem (e.g. yield line method for slabs- Johansen 1962) provide simple ways to design conventional concrete elements, even though they are always unsafe from the theoretical point of view. The design methods based on the lower bound solution are most interesting since they ‘theoretically’ are on the safe side. The lower bound theorem states that if the load has such a magnitude that is possible to find a stress distribution within the admissible strength of the materials (concrete and reinforcement) and satisfying the equilibrium and boundary conditions (i.e. statically admissible), then this load will not cause the collapse of the structure. The S&T method (Schlaich et al. 1987) and the stress field method (Muttoni et al. 1997) are examples of design methods issued from the lower bound theorem. Both S&T and stress field methods

provide a phenomenological description of the post-cracking reinforced concrete behaviour, leading to simple models. The development of stress fields/S&T truss remains mainly based on intuition and experience. According to Schlaich et al. (1987), the elastic stress field (e.g. from linear FEM) can be used to inspire the truss model and the minimum strain energy criterion can help single out the suitable model. Those guidelines allow the choice between different models but does not give guidance towards the real flow of stresses that can be very different from the elastic response. Also, this flow depends on the reinforcement layout and not just on the loading and the geometry. Several computer-based tools have been developed over the time to facilitate the use of the strut and tie method (e.g. Tjhin et al. 2007), but still their applicability is limited to simple models.

The limitations of plasticity-based design methods are linked to the rigid-plastic assumption which is a drastic simplification of the reality of RC structures. The most critical issue is the assumption of a certain ductility within the RC structure in order to reach the anticipated flow of stresses, but there is no guaranty that this flow is attainable. In fact, there is possibility of brittle failure mechanism (e.g. shear) or disturbance of stress flows due to the existence of pronounced discrete cracking (e.g. thermally induced stresses during construction). Design codes impose generally a minimum amount of reinforcement in order to allow for a minimum ductility to accommodate the discrepancies between the designed flow of stresses and the real one. Such minimum amount can result sometimes in non-economical designs or congestion of rebars and is unfeasible for the specific case of large and lightly large reinforced concrete structures (e.g. powerhouses, spillways...). Furthermore, it is difficult to use these methods to assess the effect of loads driven by deformation like the thermal loads, creep, shrinkage, problems due to settlement or problems due to concrete swelling (e.g. alkali-aggregate reaction).

4.3.2 R&D – complex RC structures

Topology optimization and non-linear finite elements have been developed during the past years as additional tools for designing complex RC structures or checking existing ones.

Topology optimization

Researches have been undertaken using topology optimization, a method that is largely used in the aerospace and mechanical industries where the purpose is to optimize the quantity of material. In structural engineering, topology optimization is used to find the optimal distribution of materials by neglecting the contribution of concrete in tension. Bendsoe and kikuchi (1988) proposed the Homogenized based optimization or HBO, based on the redistribution of material properties and homogenization theory. Other methods have been developed since then. To monitor the optimization process, Liang et al. (2002) developed the performance index PI that allows to generate a truss like structure. The most popular method for reinforced concrete structures is the evolutionary structural optimization (ESO) presented by Xie and Steven (1993), based on a progressive material removal criterion using finite elements. Many methods evolved from the ESO such as the Bidirectional Evolutionary Structural Optimization or BESO method by Querin and al. (2000).

One of the major problems concerning the topology optimization methods is the difficulty to take into consideration the specific aspects related to construction of RC structures: difficulty to place inclined reinforcement layers or construct complex geometries of concrete elements. Constructibility issues have been partially considered in Bairan (2012) where the author used topology optimization combined to linear elastic analyses to produce Strut and Tie models, while using a specific constraint for the condition of orthogonal reinforcement.

Considering the current state of the art in topology optimization, it can be said that these methods can be used to produce optimal strut and tie models and are not suitable for a direct use as design methods. More specifically, none of these method does allow for the strength assessment of struts and nodal zones.

Non-linear Finite element

Non-linear finite element using validated constitutive model for concrete is considered as the only tool capable of predicting the *true* path of flows in post-cracked RC structures, by fulfilling requirements of both lower bound and upper bound plasticity theorems: equilibrium, strength and kinematically admissible displacement field. This sophisticated tool is generally reserved to the R&D field or to the assessment of existing critical RC structures. It is not commonly used in the engineering design practice, mainly due to four facts: (i) the lack of consensus on a universal

constitutive law for concrete; (ii) the complexity of the analyses and the difficulty to assess the required input parameters; (iii) the need to start from an initial design (geometry of concrete element and layout of rebars) and to perform iterations using different configurations in case of detected failure in the non-linear FE model and (iv) due to the contribution of concrete in tension (not negligible in case of large members), it is difficult to assess with this method the real demand on the reinforcement, especially for the case of statically indeterminate structures.

To overcome the problem of tensile contribution of concrete, it is still possible to use non-linear finite element but with very low values of the tensile strength. Ruiz and Muttoni (2007) presented an approach towards the automatic development of stress field based on nonlinear finite element method. The constitutive model is relatively simple and requires a limited number of input parameters: compressive strength and modulus of elasticity. The tensile strength is neglected.

The main problem with this approach is the consideration of a loading pattern on a virtually ‘already cracked’ structure which may not be representative of the real behaviour of RC structures and may influence the flow of stresses. Also, similarly to S&T and stress field methods, it is difficult with this kind of approaches to assess the effects induced by deformation such as thermal effects.

Strength reduction

The strength reduction is a method used in the geotechnical engineering field for quantifying slope stability. It was first presented by Zienkiewicz et al. (1975) and is based on the gradual decrease of the resistive strength of materials along potential plans of weakness. It was applied by many researchers to compute the factor of safety and locate the critical slip surface (e.g. Tschuchnigg et al. 2015). More recently in Vulliet et al. 2017, this method was used to evaluate sliding stability of hydraulic structure 3D concrete blocks using the quasi-static explicit nonlinear finite element (QSE-FEM) approach known for its efficiency in solving highly non-linear problems compared to implicit FEM.

4.3.3 Development of new design approach

The philosophy behind the strength reduction approach is very interesting and constitutes the first main motivation behind this work. The idea is to apply the load on the structure by using a simple

linear constitutive model and then apply a progressive reduction of the tensile strength to allow the redistribution of stresses between the reinforcement in tension and the concrete in compression.

The second main motivation behind this work is the worldwide consensus, within engineering and scientific communities, on the fact that the S&T method provides designs which are on the conservative side. So, rather than developing or using a sophisticated non-linear constitutive law (e.g. plasticity, damage theory, ...etc.), the idea is to develop a simple non-linear law inspired from the three possible failure mechanisms of a S&T model: failure of the strut, of the tie or of the nodal zone (Figure 4-1.d).

The new design method called the Strength Reduction Design Method (SRDM) can be therefore viewed as an intermediate approach between the conservative and universally well accepted strut-and-tie method, and the powerful nonlinear finite elements method (Figure 4-3).

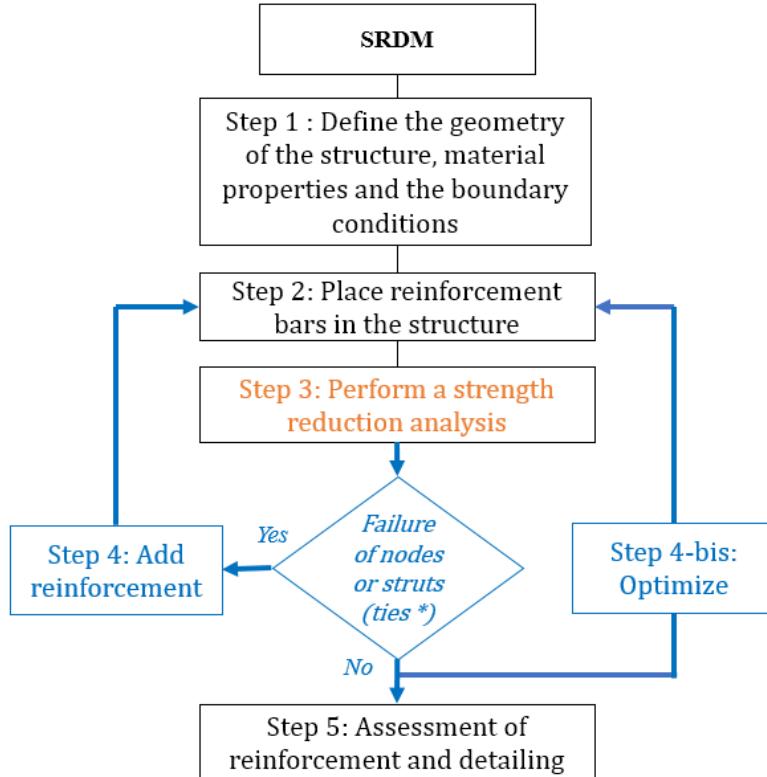
The developed approach offers three main advantages: (i) it is oriented towards the automatic/semi-automatic design of RC structures, the designer can start the analysis using any pattern of reinforcement; (ii) it fulfils equilibrium, compatibility and strength conditions: the departure is linear elastic state of stresses fulfilling only equilibrium and compatibility, the final state (if reachable) fulfils the three conditions. The process of strength reduction can be compared to a uniform degradation process that may occur for any existing RC structure; and (iii) it requires only four physical and easily measurable input parameters: the Young modulus of concrete, the Young modulus of steel reinforcement, the Poisson ratio of the concrete, the compressive strength of concrete and the yield strength of reinforcement. Knowing the available semi-empirical relations for concrete and steel, only *two main input parameters* are actually required: the compressive strength of the concrete and the yield strength of the reinforcement.

A flowchart of the proposed methodology is presented in Figure 4-4. First, the structure is modelled by defining the geometry of concrete, the material properties, the loading and the boundary conditions (step 1). The steel reinforcement is placed inside the concrete with a given layout of longitudinal and transverse rebars (step 2). The layout may be chosen to facilitate the installation of the reinforcement beds during the construction process. Depending on the available

computational framework, reinforcement may be modelled as 1-D truss elements embedded in 3D solid elements representative of concrete elements (Hibbit et al. 2014). The strength reduction analysis is performed in the step 3 and includes two phases: a loading phase and a reduction phase. At the end of this analysis, failure of nodes, struts or ties may occur or not. At this level, the SRDM can be used in both new design and assessment contexts. For the assessment context, the failure of reinforcement ties (already known) may be activated by using a simple uni-axial plasticity law. In the context of a new design, which is the main context considered in this work, failure of the rebars is deactivated by using a linear elastic constitutive law. It is possible therefore to assess the demand on the reinforcement.

In case of failure (step 4), adjustment of the reinforcement layout is made by adding reinforcement (e.g. adding shear reinforcement in case of nodal failure).

In case of no failure (step 5 or 4-bis), it is possible to proceed whether to optimization of the reinforcement (step 4-bis) by removing some rebars, or to the final assessment, anchorage and detailing of the reinforcement (step 5).



* For assessment context

Figure 4-4 : Flowchart of the strength reduction design method

Two main challenging numerical issues need to be solved for the correct implementation of the strength reduction analysis in step 3. The first one is the numerical difficulty in solving the non-linear problem during the strength reduction phase, the second one is the representation of failure of the nodal zone in the material constitutive law. Both issues are considered in the next section.

4.4 Computational framework

4.4.1 Quasi-static explicit analysis

The explicit dynamics approach was developed and successfully applied in the industrial field of metal forming at the beginning of the nineties in the industrial field of metal forming (Prior 1994) and was implemented in several FE commercial packages as Abaqus (Hibbit et al. 2014) within the Abaqus-Explicit framework. Compared the implicit and iterative solver approach, the explicit

solver is known for its efficiency in solving highly non-linear problems involving material softening (Ben Ftima 2013).

Following an explicit formulation, the nonlinear problem is solved using dynamic equilibrium equations. Conventional nodal forces are converted into inertia forces by assigning lumped masses to nodal DOFs. The dynamic equilibrium equations are written in terms of inertia forces, where \mathbf{M} is the lumped mass matrix of the model, \mathbf{P} is the external load vector, \mathbf{I} is the internal load vector and $\ddot{\mathbf{u}}$ is the nodal acceleration vector:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I} \quad (4-1)$$

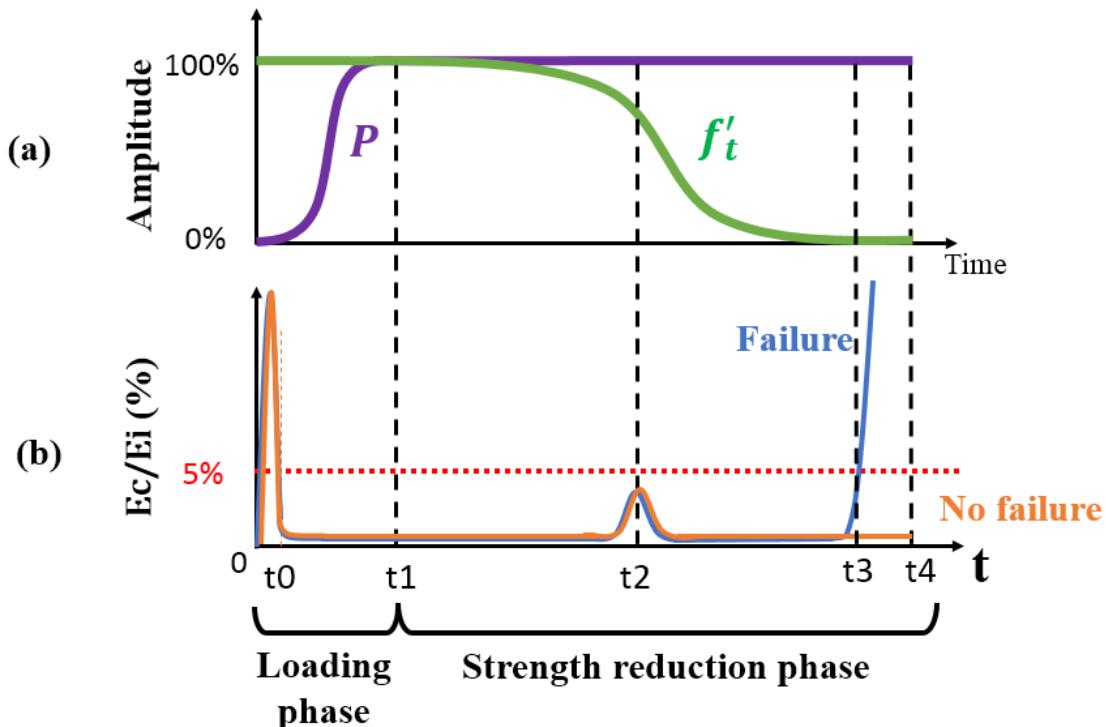


Figure 4-5 : Strength reduction analysis procedure: (a) Application of loads and reduction of strength; (b) Explicit analysis: Kinetic energy and internal energy ratio

The explicit solver is used in this work but within the specific context of quasi-static finite element analysis QSE-FEM developed in previous works (Ben Ftima 2013, Vulliet et al. 2017). Hence the loads are applied *slowly enough* to minimize the kinetic over internal energy ratio of

the system E_c/E_i . The rule of thumb established in previous studies is used in this work and consists on applying the loads using smooth steps and within a period of time equal to 20 to 40 times the fundamental period of vibration T of the structure. Figure 4-5 shows an example of application of the load P following a smooth amplitude, using a 5th order polynomial function given in the following equation:

$$f(x) = x^3 * (10 - 15 * x + 6 * x^2) \quad (4-2)$$

Where x is the ratio between the analysis time t and the time at the end of loading phase step t_1 .

In this case, if t_1 is chosen as 20 to 40 times T , the kinetic over internal energy ratio will have the typical evolution depicted in Figure 4-5 which can be considered quasi-static, despite the presence of the initial acceleration period from 0 to t_0 , necessary for the initial propagation of waves.

4.4.2 Loading and strength reduction phases

The proposed method is based on a QSE-FEM analysis with two phases (Figure 4-5). In the first phase $[0, t_1]$, the structure is gradually subjected to the loading or combination of loads. At this phase any reasonably high value of the tensile strength f'_t can be selected in order to maintain a linear elastic response of the model. In the second strength reduction phase $[t_1, t_4]$ and while maintaining the previously applied loading (P remains constant after t_1) the tensile strength is gradually and isotopically reduced in all the structure to a very low negligible value. This degradation is done following a smooth step using a polynomial function similar to the one given in Eq. 4-2. It is performed incrementally following the stable increment time of the explicit solver and slowly enough to allow for a quasi-static redistribution of the stresses during the degradation phase. For the reduction phase to remain quasi-static when the tensile strength is reduced, the choice of a duration of the reduction phase ($t_4 - t_1$) three to five times as the duration of the loading phase (t_1) was found to be adequate in this study.

As depicted in Figure 4-5, intermediate non-linear events may occur during the degradation phase, for example crack initiation and propagation at t_2 . For the degradation phase, two different situations may occur: (i) failure before the end on analysis (e.g. local failure in the nodal zone

followed by collapse of the structure at t_3) which can be detected by an irreversible augmentation of the kinetic over internal energy ratio; (ii) no failure before the end of the strength degradation phase at time t_4 , where the tensile strength reaches a value close to zero.

4.4.3 Constitutive law

Many constitutive laws have been developed over the last decades to simulate the complex behaviour of reinforced or un-reinforced concrete. By trying to recreate as many phenomena as possible, those models often require many input parameters very hard to define even with experimental tests. As the purpose here is not towards recreating the exact behaviour of concrete, a simple constitutive law has been developed, based on orthotropic elasticity and assuming the principal following hypotheses: (i) alignment between principal stresses and strain directions; (ii) strain rotating crack models; (iii) cracking is modelled using the smeared cracking approach (Bazant and Oh 1983) (iii) Once the cracking occurs in one principal direction, the model follows an orthotropic behaviour with respect to the cracking plane using an incremental stress/strain relationship and by ignoring Poisson's ratio effects (iv) Following the S&T hypothesis, the confinement effects are ignored.

Uniaxial stress/strain law

For the compression case (Figure 4-6), the Todeschini model (1964) is considered using the following stress/strain relationship:

$$\sigma_c = \frac{f'_c * (\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}})}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^2} \quad (4-3)$$

Where ε_{c0} is the strain corresponding to the compressive peak taken as 0.002 in this study, given the known low variability of this parameter for normal strength concrete (from 0.002 to 0.0025).

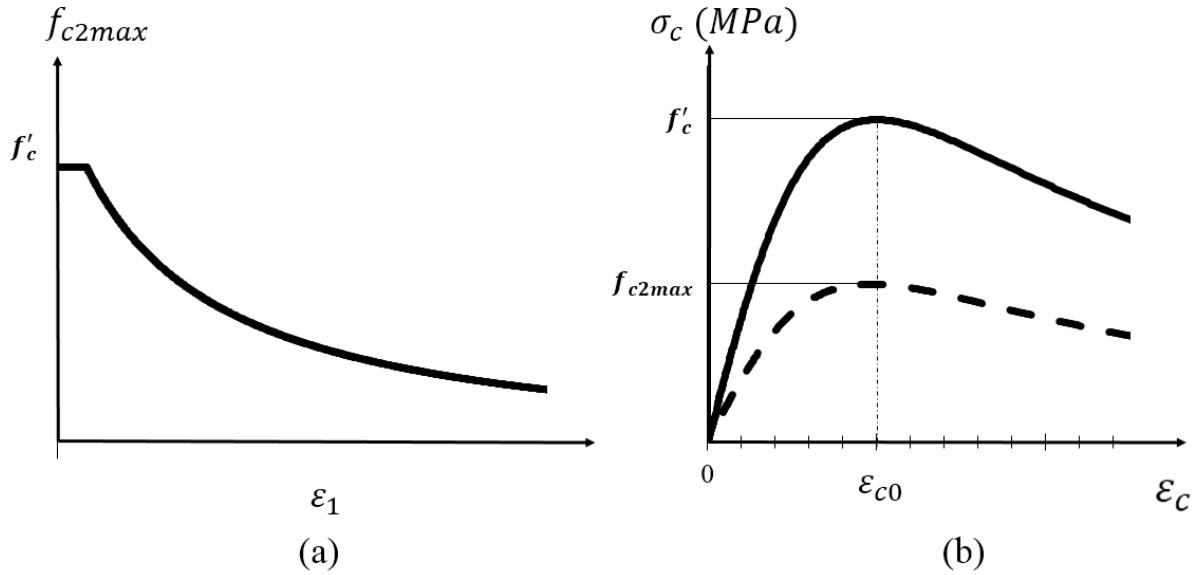


Figure 4-6 : Modified compression field theory and compressive response in concrete

Following the modified compression field theory (MCFT - Vecchio and Collins 1986), the original compressive strength is reduced from f'_c to f_{c2max} to take into account the effect of the principal transverse tensile strain ε_1 on the compressive strength of the strut. This ingredient is very important in the model since it is representative of local incompatibility in the S&T model, within the nodal zone when compressive and tensile forces meet (Figure 4-1.c).

The following relationship is used:

$$f_{c2max} = \frac{f'_c}{0.8 + 170 * c * \varepsilon_1} \leq f'_c \quad (4-4)$$

Where c is an adjustment factor calibrated according to the S&T method and to achieve a certain mesh independency of the analyses as it will be shown in the next section ($c = 1.0$ in the original MCFT version of Vecchio and Collins 1986).

When the principal tensile stress reaches the peak in tension, concrete cracks and the residual strength decreases according to a post-cracking law. In this work, a simple linear stress-strain curve is used for the post-cracking behaviour as shown in Figure 4-7, where ε_y is the reinforcement yield strain.

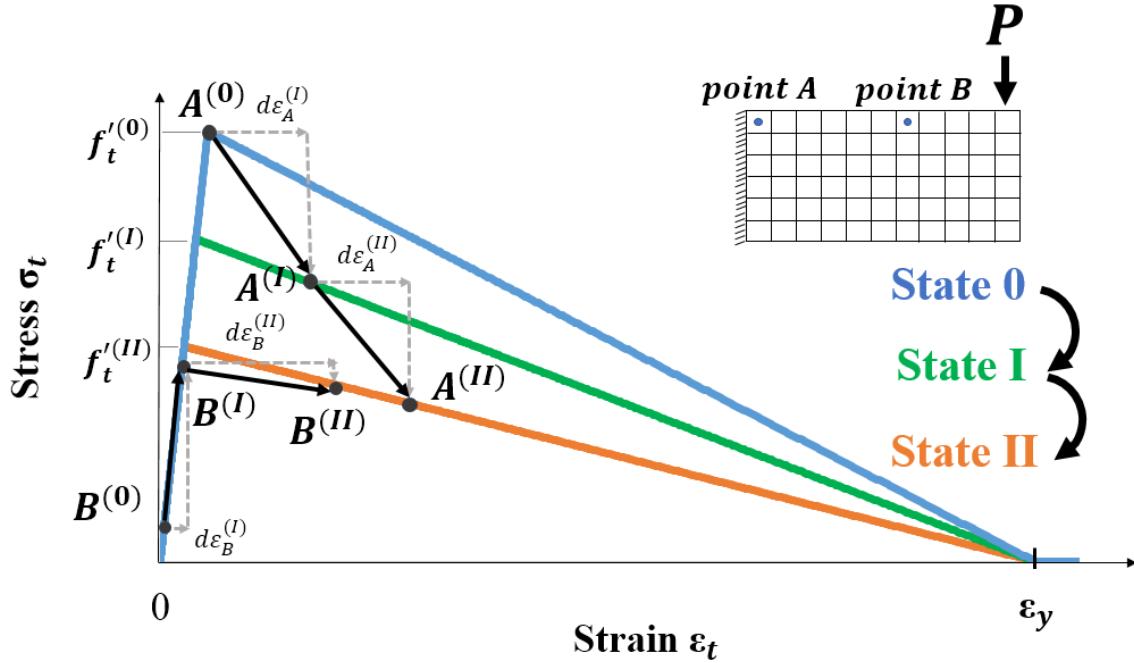


Figure 4-7 : Strength reduction method: effect on the uniaxial tensile stress and strain curve.

Reduction of tensile stresses

The strength reduction method is applied on the tensile strength of concrete f'_t according to the smooth law presented in Figure 4-5. When the strength reduction phase begins, the global properties of concrete are modified, which affects the general tensile behaviour. The description of the reduction process is schematically presented in Figure 4-7 by considering the example of a cantilever beam loaded by a force P and considering the two elements A and B within the mesh of the beam.

The strength reduction of the tensile stress/strain curve is schematically shown for three different states 0, I and II, respectively the blue, green, and orange curves. The state 0 denotes here the original state of the model at the end of the first loading phase (see Figure 4-5). In the real analysis, the stress/strain curve is updated continuously at each explicit time increment ti by joining the peak stress point $(\frac{f'^{(ti)}}{E}, f'^{(ti)})$ and the zero-stress point $(\varepsilon_y, 0)$. ε_y is yield strain of steel reinforcement with a typical value of 0.002. $f'^{(ti)}$ is obtained from the smoothly decreasing law of f'_t depicted in figure 4-5, corresponding to a given explicit time increment ti . At the

beginning of the strength reduction phase, the two elements A and B are at different stages $A^{(0)}$ and $B^{(0)}$ located on the original uniaxial curve (the blue-coloured curve). The point $A^{(0)}$ corresponding to the most stressed element in tension A, is located at the peak of the stress/strain law, because as said before, the initial tensile strength of the material ($f_t^{(0)}$) is selected sufficiently high so that the analysis in the first phase remains linear elastic.

In state I of strength reduction phase, the tensile strength is decreased to $f_t'^{(I)}$ and as shown in Figure 4-7, the element A follows a modified stress/strain curve. Element B on the other hand remains in the elastic part because it is not yet affected with the reduction of tensile strength: the stress level is less than the tensile strength $f_t'^{(I)}$ at the state I. In state II however, the tensile strength decreases considerably and, under the strain increment $d\varepsilon_B^{(II)}$, the element B goes into softening.

4.5 Verification and calibration

4.5.1 Biaxial behaviour under degradation

Series of numerical biaxial tests were performed on a single finite element as shown in Figure 4-8 at three different values of the reduced tensile strength: 100 %, 50% and 1%. Each point in each of the three envelopes represents a different non-linear analysis with a fixed $\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$ ratio.

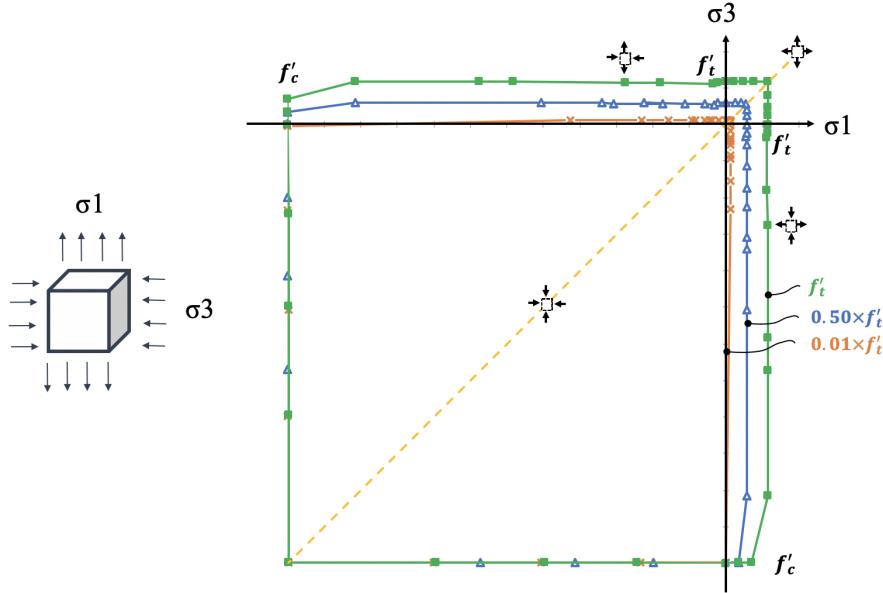


Figure 4-8 : The effect of the strength reduction of the tensile strength of concrete on the biaxial failure surface

Each of the three envelopes can be assimilated to the yield surface within the plasticity constitutive framework but are actually failure surfaces for the orthotropic constitutive framework used in this work. The square shape of the failure surface for compression/compression is consistent with the hypothesis of ignoring the confining effects. Finally, as anticipated, the effect of the strength reduction on the biaxial behaviour of the element is validated. The evolution of the biaxial failure surface shown in Figure 4-8, represents a typical behaviour of an element of the FE model during the strength reduction phase. This behaviour will allow the redistribution of the stresses between concrete compressive struts and tensile reinforcement ties.

4.5.2 Uni-axial behaviour of a reinforced concrete element

In order to verify the transfer of stresses between concrete and reinforcement during cracking, a simple 3D solid element with one integration point is loaded in tension as shown in Figure 4-9.

The reinforcement is modelled using truss elements and is embedded in concrete. The SRDM is first used for this example in the assessment mode where a non-linear constitutive uni-axial law

is used for the rebar element with a yield strength $f_y = 400 \text{ MPa}$. The applied force P at the loading phase is set equal to $A_s f_y$, where A_s is the cross section of the rebar. As shown in Figure 4-9, at the beginning of the strength reduction phase, the rebar is not fully working since concrete is still able to carry some tensile stresses. This situation can happen in the case of a non-linear finite element model as stated in section 2 and constitutes a limitation for this category of analyses for the specific purpose of designing RC structures. The advantage of the SRDM is clear here, since as concrete is losing strength, the stress in rebar increases gradually until reaching the yield strength.

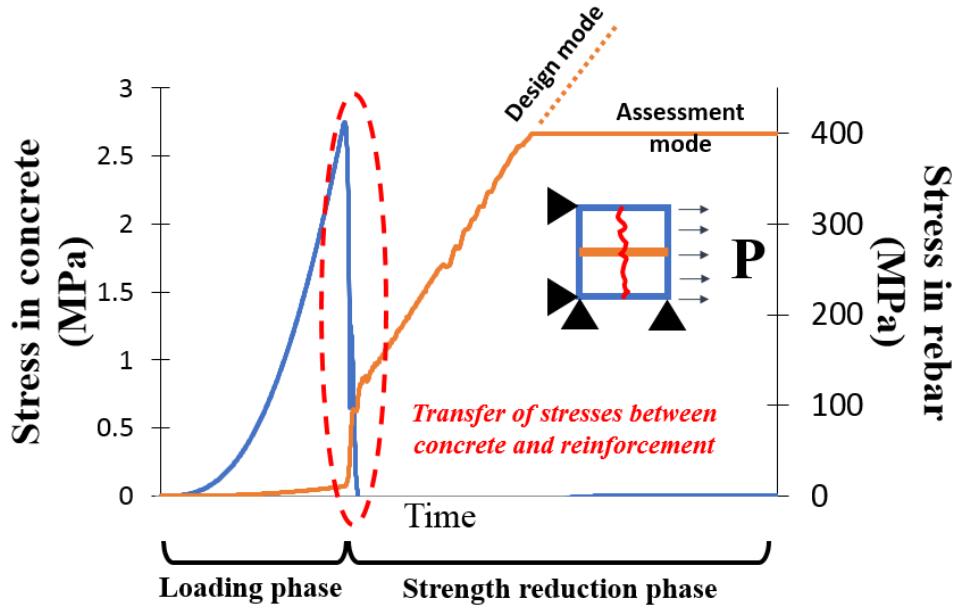


Figure 4-9 : Behaviour of a reinforced concrete element: before and after cracking of concrete

The same example can be used in design mode (dotted line in Figure 4-9). In this case, a linear constitutive law is used for reinforcement. The behaviour of reinforcement is linear elastic throughout the analysis. The final stress σ_s developed in the rebar after the end of the strength reduction phase (if possible, without failure of struts or ties) allows to compute the required reinforcement using the following equation:

$$A_{s,required} = A_{s,initial} \times \frac{\sigma_s}{f_y} \quad (4-5)$$

4.5.3 Calibration

The modified compression field theory (Eq. 4-4) presented before, translates the incompatibility at the nodal zone where the tensile strain in the ties and the compressive strain in the strut meet. If the strut is very inclined compared to the ties, incompatibility of strains occurs, and the failure of the nodal zone happens. Within the FEM framework, this failure occurs by local crushing of concrete elements close to the nodal zone, when the principal compressive stress σ_{min} reaches the reduced compressive strength (f_{c2max}) reduced by the effect of transverse tensile strains (Figure 4-10.d). It is possible therefore to define a parameter β monitoring the ratio between the principal compressive stress σ_{min} and the reduced compressive strength f_{c2max} :

$$\beta = \frac{\sigma_{min}}{f_{c2max}} \quad (4-6)$$

The direct use of the original MCFT (Eq. 4-4 with $c = 1.0$) in the context of SRDM using FEM raises two problems: (i) The Eq. 4-4 has been developed in an average sense at the level of a RC panel and not at the local level of an element within the mesh of nodal area; (ii) The direct use of a strain in the denominator raises the problem of mesh dependency known in the literature for this method.

The adjustment factor c is introduced in this work to address these problems. For the SRDM to be quasi mesh independent, a crack width rather than a strain must be used in the denominator and therefore the adjustment factor c is chosen proportional to the nominal dimension h of the mesh used in the model. To simplify the discussions, the mesh is assumed cubic with a uniform edge length h .

To address the first problem, the S&T method is used to calibrate the c factor using a geometry of a RC cantilever beam (Figure 4-10.a). The cantilever configuration can be viewed as the simplest RC element representing the three components of a S&T model: the tie (horizontal), the strut (inclined) and the nodal zone at the tip of the beam where the load P is applied. Figure 4-10.b presents three configurations of the nodal zone with three different inclinations of the strut: from $\theta = 25^\circ$ for the short cantilever beam to $\theta = 13^\circ$ for the long cantilever. A limit cantilever geometry is chosen to a limit value $\theta = 20^\circ$ chosen for the inclination of the strut. It can be seen

that for values of θ less than 20° , the strength of the concrete near the strut/node area can be reduced down to 15 % of the initial compressive strength of concrete (for usual value of 0.002 of ε_s and ε_2 in Figure 4-10.d), therefore, the size of the nodal area becomes excessively large as shown in Figure 4-10.b.

For the limit cantilever geometry, and for different mesh sizes, series of FEM simulations have been performed in order to find the limit value of c for which the parameter β approaches the limit value of 1.0 near the nodal zone as shown in Figure 4-10.c.

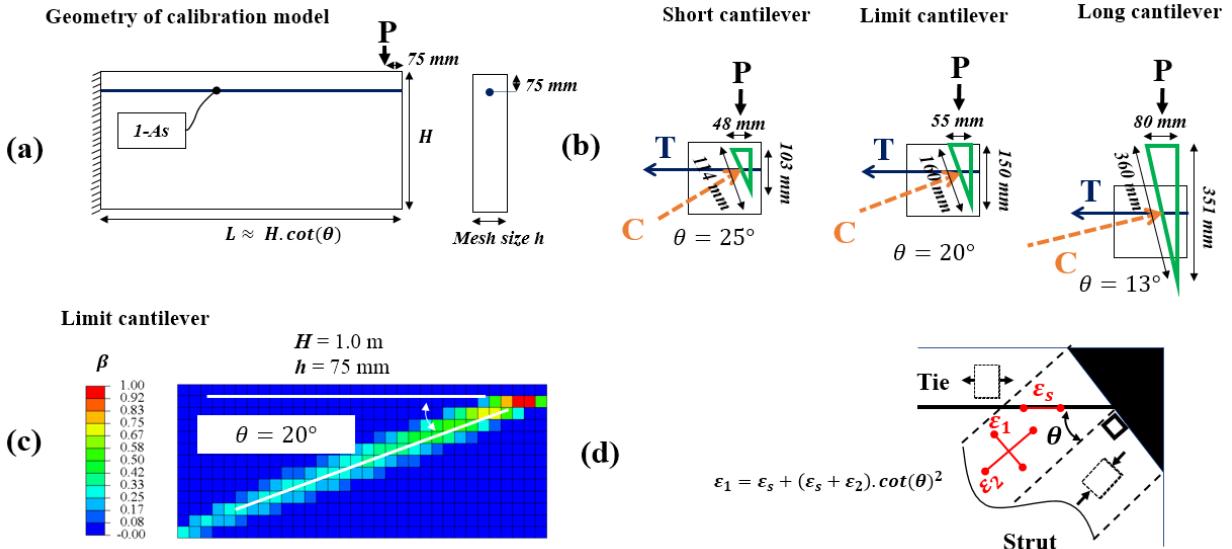
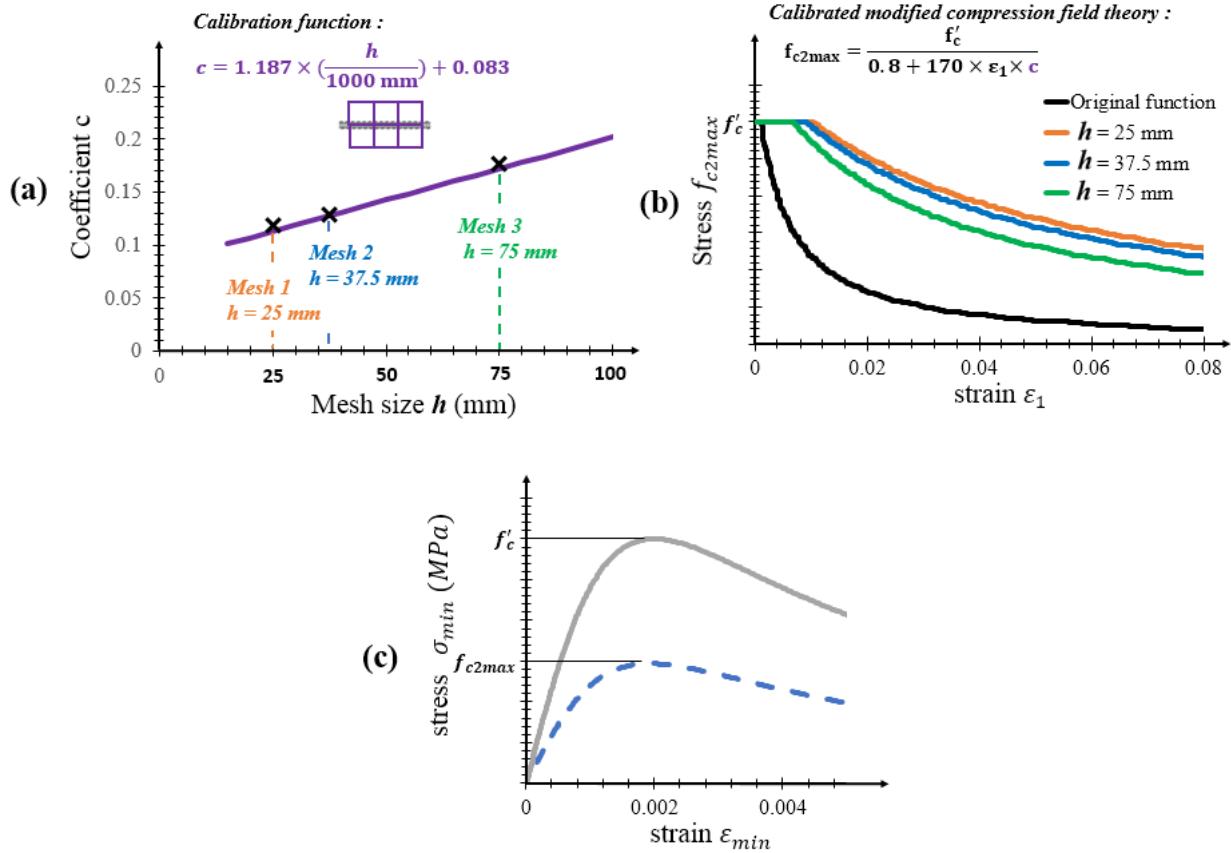


Figure 4-10 : Calibration model for the adjustment factor c : (a) Geometry of the cantilever model, (b) Nodal zone geometry at the end of the beam; (c) Example of FEM model with limit geometry and (d) Idealization of the nodal zone.

Using the described methodology, it is possible to plot the limit value of the parameter c for different mesh sizes as shown in Figure 4-11.a. A linear equation is used to represent this dependency and is given by the following equation:

$$c = 1.187 \frac{h}{1000 \text{ mm}} + 0.083 \quad (4-7)$$

Where h is the nominal size in mm of an element of the mesh used.



**Figure 4-11 : Calibration of the parameter c for MCFT: (a) Dependency on the mesh size
(b) Calibrated MCFT; (c) Stress-strain curve in compression.**

With the use of Eq. 4-7 along with Eq. 4-4 given before, the limit compressive stress $f_{c2\max}$ is represented in Figure 4-11.b for different mesh sizes and is compared to the original MCFT law (with $c = 1.0$). The parameter β is an important parameter in the SRDM and can be used to monitor the analysis during the strength reduction phase. Higher values of β (more than 0.9) towards the end of the analysis are generally signs of potential problems in the nodal zones. When the limit value of 1.0 is reached, the nodal zone fails with a crushing failure type equivalent to sliding along a plane as it will be shown later. This generally corresponds to the failure of the model with an irreversible increase of the kinetic over internal energy ratio (Figure

4-5). In this case, the design is inadequate and additional ties must be added to the model (Figure 4-4 – step 4) to adjust the inclination of the struts.

4.6 Applications

To evaluate the performance of the developed SRDM, two application examples are presented in this section. The first application considers the simple geometry of cantilever RC beam with different configurations. In the second application, a study of a statically indeterminate beam with an opening considered in previous works is presented.

4.6.1 RC cantilever beam

Three different cantilever beams are considered in this application (Figure 4-12). A short cantilever beam CB1 and two long cantilever beams CB2 and CB3. The out of plane dimension of the beams is 500 mm. For each configuration, the load P was computed to ensure a stress value of 400 MPa for the rebars at the critical section of the cantilever using the sectional design method. Hence, the stress on reinforcement shall converge to this value at the end of the strength reduction phase, if attainable without failure in concrete (within struts or nodal zones).

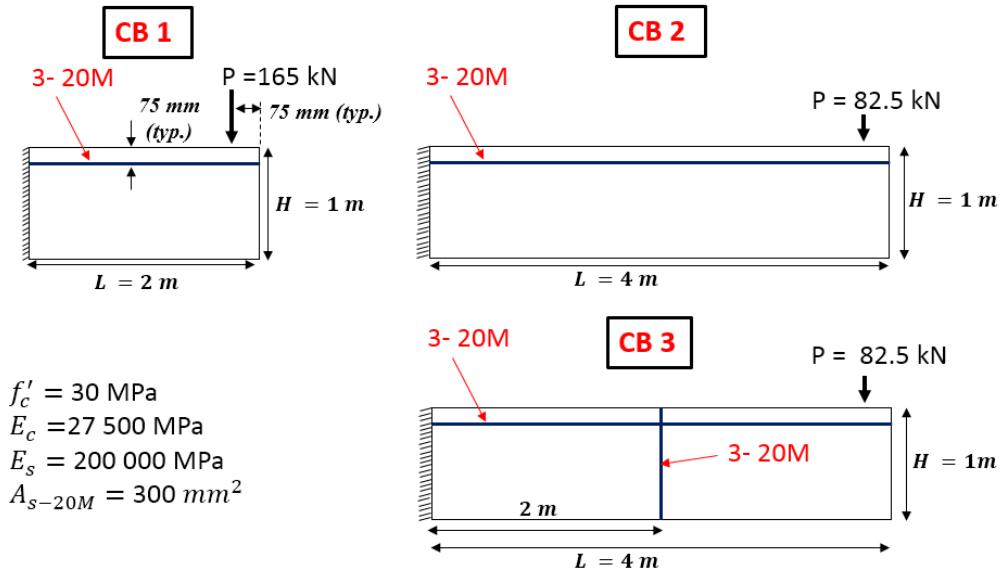


Figure 4-12 : Application 1: cantilever RC beams

Figure 4-13 shows the results obtained for the short cantilever beam CB1. At the end of the strength reduction phase, the configuration of the principal compressive stresses shown in Figure 4-13.a, recalls the layout of an inclined strut in the S&T model. A zoom into the end of the beam where load is applied, shows a flow of compressive stresses which also recalls the case of a CCT node in the S&T model. Figure 4-13.b shows the contour plot of the β parameter at the end of the strength reduction phase. The value of β is maximum near the nodal zone but is still less than 0.78. The stress in reinforcement at the critical section is shown in Figure 4-13.c for different meshes. As anticipated, all the stresses converge to the same 400 MPa value at the end of the reduction phase but with different *velocities*.

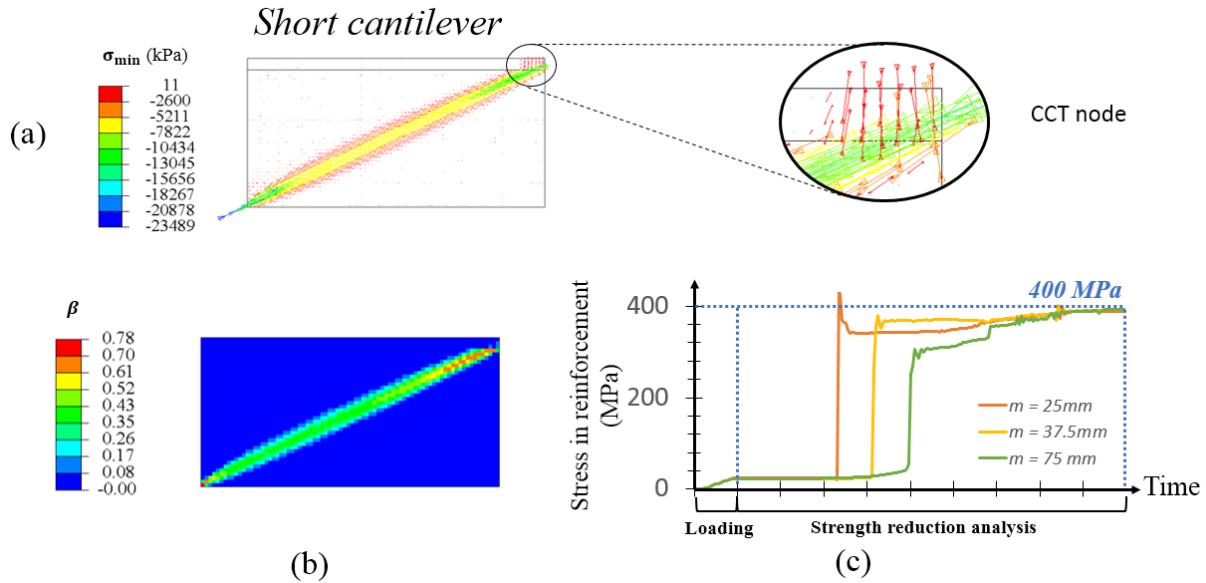


Figure 4-13 : Results for CB1 at the end of strength reduction phase: (a) Principal compressive stresses; (b) Distribution of β parameter and (c) Development of tensile reinforcement stresses at the critical section for different mesh sizes

Figure 4-14 shows the results for the beam CB2. As anticipated, failure occurs in the model before the end of the strength reduction phase. Principal stresses are shown in Figure 4-14.a at an instant just before the failure in the nodal zone. The parameter β reaches high critical values at the elements just underneath the reinforcement bed (Figure 4-14.b) leading to crushing of concrete. A mechanism similar to sliding failure occurs along this plane and is due to the low inclination of the compressive principal stresses with respect to the line of reinforcement (Figure 4-14.c).

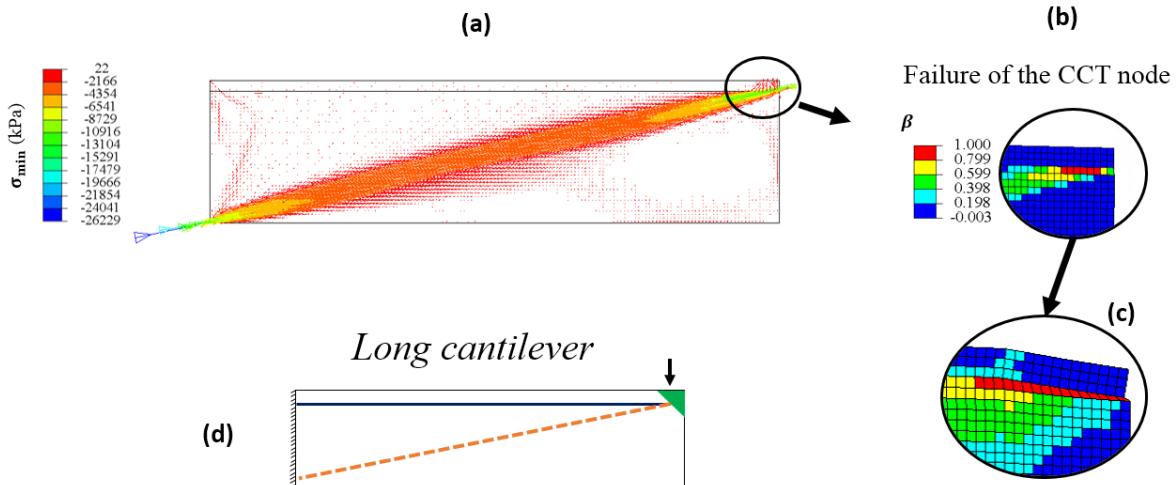


Figure 4-14 : Results for CB2 just before failure: (a) Principal compressive stresses; (b) Distribution of β parameter; (c) Observed sliding failure mechanism and (d) S&T model.

Figure 4-15 presents the results for CB3. It is interesting to see that, at the end of the strength reduction phase, the strut and nodal zones (1, 2 and 3) are clearly defined based on the results of the principal compressive stress distribution. In Figures 4-15.a and 4-15.c, distribution of tensile stresses along longitudinal and shear reinforcement in the model are shown (continuous lines). They compare very well to the theoretical stresses computed by S&T truss model (dotted lines).

The example CB3 can be viewed as a second iteration for the SRDM algorithm (Figure 4-4), where the first iteration using configuration CB2 did not result in an acceptable design. In this case, the designer added vertical ties representative of shear reinforcement (Step 4).

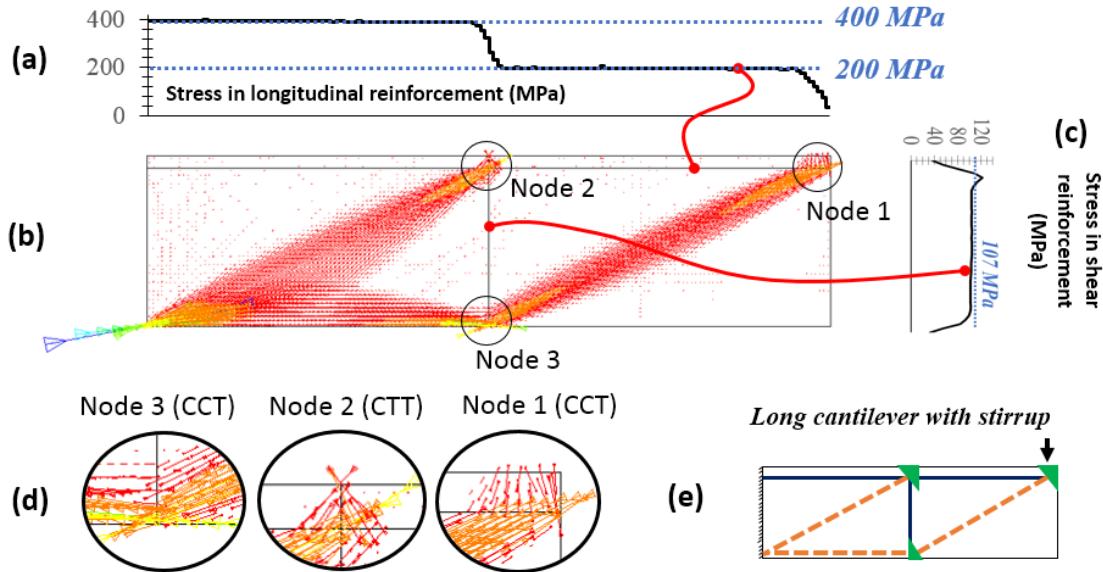


Figure 4-15 : Results for CB3 at the end of strength reduction phase: (a) Stresses along longitudinal reinforcement; (b) Principal compressive stresses; (c) Stresses along shear reinforcement; (d) zoom into nodal zones and (e) S&T model

4.6.2 Deep beam with an opening

Figure 4-16 shows the example of deep beam with opening presented by Tjhin et al. in FIB 2011 (example 6). It's a statically indeterminate beam simply supported on the left and fixed in the right edge. In order to compare to Tjhin et al. S&T model, the distributed load is divided in four locations over the length of the beam as shown in Figure 4-16.b. The reinforcement layout found by Tjhin et al. was introduced into the model (see red-coloured lines representing ties in Figure 4-16.b).

The model was able to reach the end of the strength reduction phase without failure. The final distribution of principal compressive stresses is shown in Figure 4-16.b and compares very well to the S&T model shown in Figure 4-16.a. The analysis exhibits approximately the same location of the struts and the nodal zones as in FIB 2011. Comparison of the tensile forces in ties between the S&T model and the SRDM is shown in Figure 4-17.a. For the case of SRDM, and due to the presence of distributed struts, the tensile forces are not uniform within a tie. Therefore, the value reported in Figure 4-17 for the SRDM correspond to the maximum tensile force along the tie's length. There is in general a good agreement between the two methods when the tie is not crossed

by distributed struts, e.g. HI, GH and OJ. In the cases where the ties are crossed by bottle-shaped strut, e.g. LM, AH, EO, the forces obtained by the SRDM are smaller.

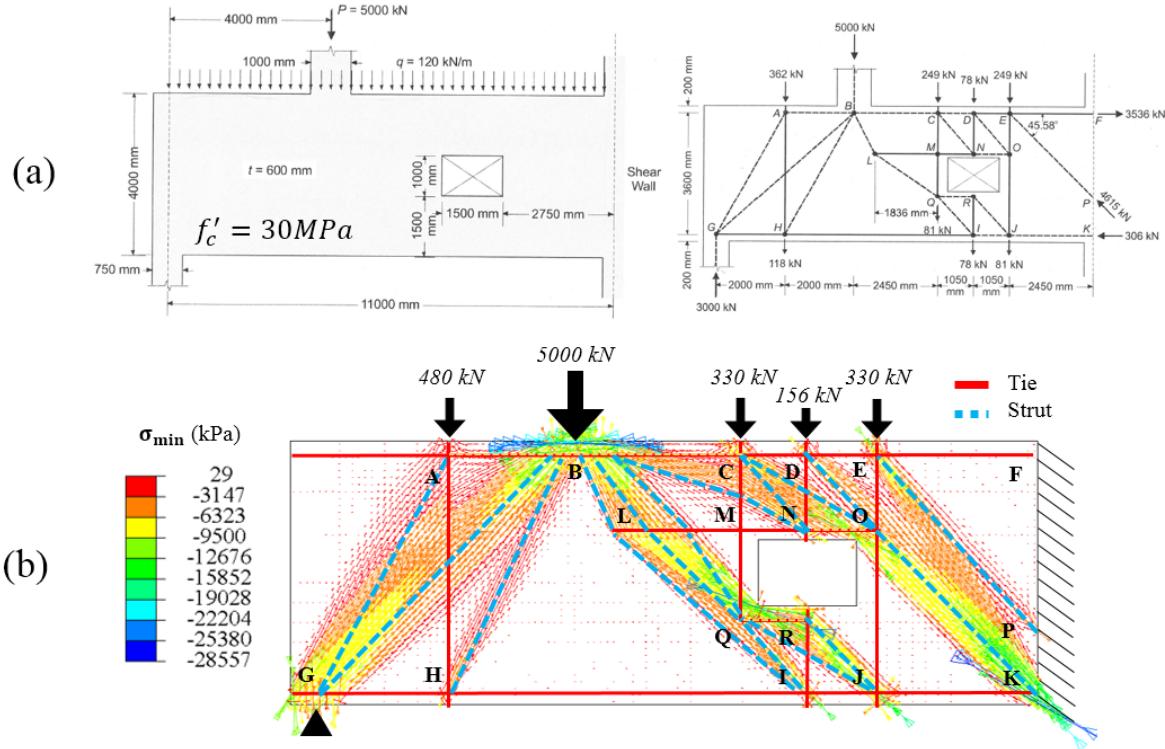


Figure 4-16 : Deep beam example with an opening: (a) Dimensions, loading conditions and identified S&T model (modified from FIB 2011) (b) Identification of struts and ties at the end of strength reduction phase

Figure 4-17.b shows the distribution of the parameter β for two different meshes. A similar pattern is seen with a maximum value of 0.85 near the nodal zone B.

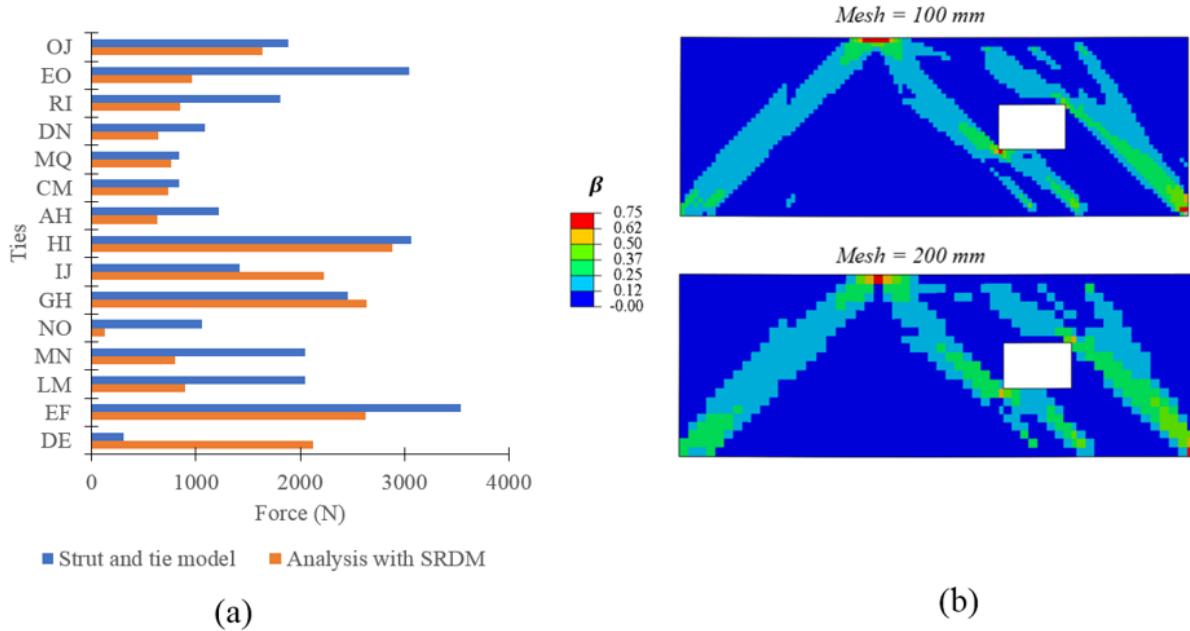


Figure 4-17 : Results of the SRDM: (a) Comparison of tensile forces in the ties: S&T model and SRDM and (b) Mesh sensitivity study on the β parameter

Parametric studies using the SRDM by removing some vertical ties have shown in general an ability of the model to redistribute the stresses, an ability which is higher than in the case of S&T method. This is mainly due to the fact that the model allows a continuum distribution of the flow of compressive stresses, which also has the effect to lower the demand on the reinforcement ties. To test the mesh sensitivity with respect to the node failure mode, two analyses with two mesh sizes of 100 mm and 200 mm were conducted on a modified model without the vertical ties: CM, MQ, DN and EO. The results are shown in Figure 4-18. Both models exhibit a failure before the end of the strength reduction phase, a similar distribution of the β parameter (Figure 4-18.a) and a similar failure mechanism as shown in Figure 4-18.b.

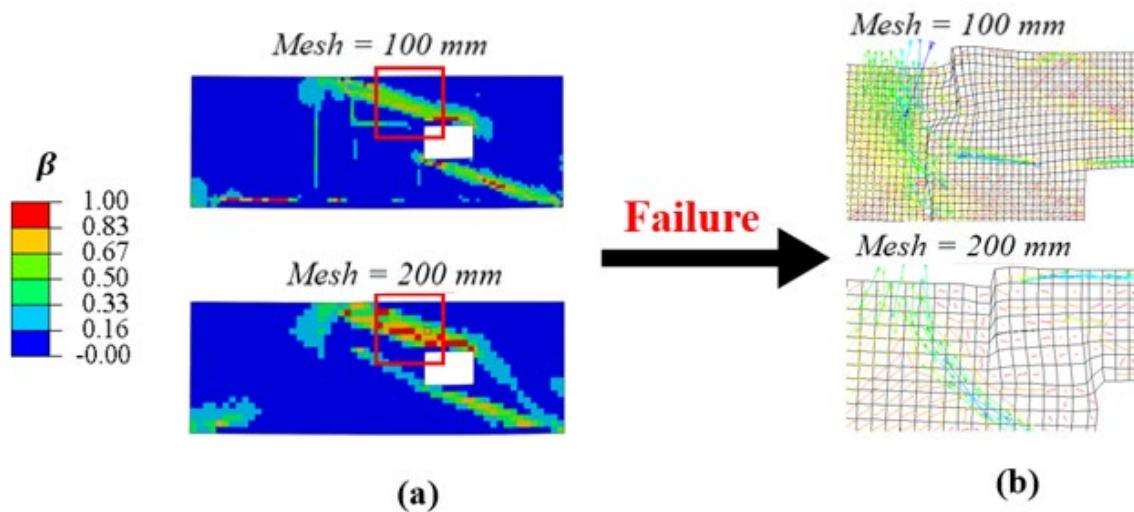


Figure 4-18 : Mesh sensitivity study in the case of a modified geometry of the ties: (a) Distribution of the β parameter just before failure; (b) Failure mechanism

Using the SRDM method, it is not necessary to discretise the uniform load pattern into different punctual loads as it is the case for the S&T model (e.g. Figure 4-16). In fact, uniform load (or any type of load) can be applied directly on the FE model, and the redistribution of this load is automatically done, for the given geometry of concrete and chosen layout of reinforcement. Figure 4-19 shows the flow of compressive stresses in concrete at the end of the strength reduction phase on the same beam model but with an application of uniform loads on top of the beam. It is interesting to note that the flow is very similar to the one obtained with punctual loads (Figure 4-16.b). This constitutes another important advantage of the SRDM.

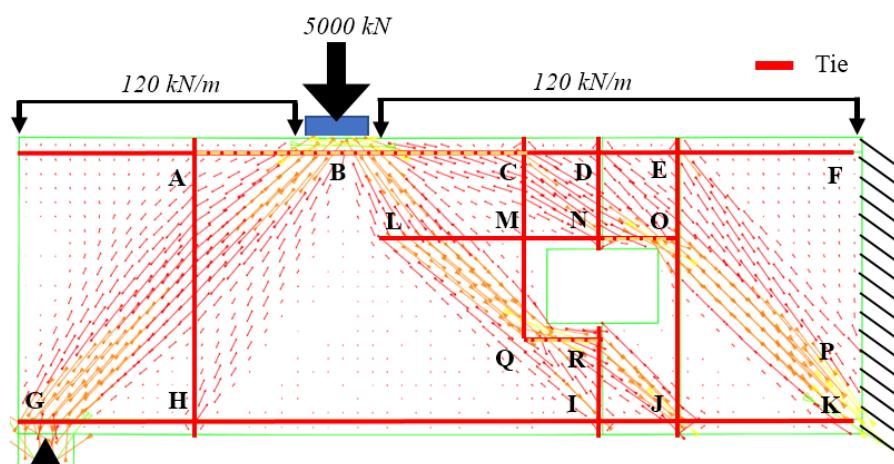


Figure 4-19 : Deep beam example in case of distributed loads applied on top

4.7 Conclusions

This paper presents a new design approach of reinforced concrete structures based on the strength reduction philosophy. The developed SRDM method (Strength Reduction Design Method) is an intermediate approach between the conservative and universally well accepted strut-and-tie method and the powerful nonlinear finite element method. Using the framework of explicit quasi-static finite elements and a simple constitutive law, the structure is loaded in a first linear elastic step and then gradual isotropic degradation of the tensile strength is performed in a second step. During the fictitious degradation process, a re-organisation of the internal stresses occurs, and at the end of this step, the demand on the initially introduced layout of reinforcement can be assessed. Taking the S&T method as the reference lower bound method, the simple constitutive law can simulate the three main failure mechanisms of the struts/nodal zones in concrete (in design mode) and the ties in reinforcement (in assessment mode). Two application examples were considered to verify and validate the proposed SRDM method. A fixed end reinforced concrete beam with different configurations and a deep beam example with opening, considered in previous studies.

The following conclusions were drawn while developing and applying the proposed method:

1. The SRDM method is very convenient for designing complex reinforced concrete structures. It can be used by practitioner engineers within an automatic/semi-automatic design process.
2. Contrary to non-linear finite element method which requires generally several input parameters, the SRDM requires mainly two parameters: the compressive strength of the concrete and the yield tensile strength of the reinforcement, the only two input parameters required for the conventional design practice;
3. If compared to the S&T method, the SRDM gives similar results but without the rigid-plastic assumption considered as a limitation for the S&T method. Furthermore, it is much easier to apply, especially for the case of the complex geometries;

4. Using a modified version of the MCFT, the simple developed constitutive law is quasi-mesh insensitive. The demand on the reinforcement and the failure mode related to nodal zone do not depend on the mesh refinement;

Following this research work, some further developments are underway:

- 1- Even if the constitutive law is developed for the general 3D state of stresses, only plane stress 2D verification and validation problems are considered in this study. SRDM is expected to allow designing complex 3D structures with complex patterns of loads whether mechanical or induced by deformation. Multiple benchmark examples are therefore being selected for the purpose of validation of the method and the extension of its applicability;
- 2- The generalized isotropic strength degradation scenario used in this work is more suitable for the context of designing new RC structures. For the context of assessment of existing ones, it is interesting to consider the effect of existing discrete cracks (e.g. originating from temperature gradients) on the final configuration of the flow of stresses.
- 3- For the SRDM to be used in a design code or standard, a reliability framework has to be developed and must be consistent with the current safety margins implicitly provided by the existing conventional design approaches.

4.8 References

- Bairan J.M. "Automatic generation of Strut and Tie schemes adjusted for constructability". Hormigón y Acero No 264, 3rd Trimester, 2012, pp. 67-79
- Bazant Z. P. and Oh, B. H. (1983), "Crack Band theory for fracture of concrete.", *Materials and Structures*, 16, 155-177.
- Bendsøe, M.P. and Kikuchi, N. (1988), "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. ", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71, 197-224.

Ben Ftima, M. (2013), Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé : application aux structures massives, PhD thesis, École Polytechnique de Montréal, Canada.

Drucker, D.C., Greenberg, H.J. and Prager, W. (1952), "Extended limit design theorems for continuous media.", *Q. Applied Mathematics*, 9, 381-389.

Fédération Internationale du béton (FIB), (2011), "Design examples for strut and tie models.", Technical Report, CEB-FIB bulletin 61.

Hibbitt, H.D., Karlson, B.I. and Sorensen, E.P. (2014), ABAQUS version 6.14, Finite element program, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I., USA.

Johansen K.W. (1962), "Yield line theory – translated from Danish.", Cement and Concrete Association, London.

Liang, Q. Q., Uy, B., and Steven, G. P. (2002), "Performance-Based Optimization for strut-tie modeling of structural concrete.", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 128 (6), 815-823.

Muttoni A., Schwartz J. and Thürlimann B. (1997), Design of concrete structures with stress fields, Birkhäuser Verlag.

Nielsen M.P. and Hoang L.C. (2011), Limit Analysis and Concrete Plasticity, 3rd edition, CRC Press, Taylor& Francis Group.

Prior, A. (1994), "Applications of implicit and explicit finite element techniques to metal forming.", *Journal of Materials Processing Technology*, 45(4), 649-656.

Querin, O. M., Young, V., Steven, G. P., and Xie, Y. M. (2000), "Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation.", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 189, 559-573.

Ruiz, F. and Muttoni, A. (2007), "On development of suitable stress fields for structural concrete". *ACI Structural Journal*, 104, 495–502.

Schlaich, J., Schafer, K., and Jennewein, M. (1987), "Toward a consistent design of structural concrete.", *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, 32(3), 74-150.

Tjhin, T.N. and Kuchma, D.A. (2007), "Integrated analysis and design tool for the strut and tie method.", *Journal of Engineering Structures*, 29, 3042–3052.

Tschchnigg, F., Schweiger, H.F. and Sloan, S.W. (2015), "Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques, Part I: numerical studies considering non-associated plasticity.", *Computers and Geotechnics*, 70, 169-177.

Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (1986), "Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear.", *ACI Journal*, 83(2), 219-231.

Vulliet, V., Ben Ftima, M. and Léger P. (2017), "Stability of cracked concrete hydraulic structures by nonlinear quasi-static explicit finite element and 3D limit equilibrium methods.", *Computers and Structures*, 184, 25-35.

Xie, Y. M., and Steven, G. P. (1993), "A simple evolutionary procedure for structural optimization.", *Computers and Structures*, 49(5), 885-896.

Zhou, M., and Rozvany, G. I. N., (1991), "The COC Algorithm, Part II: Topological, Geometrical and Generalized Shape Optimization.", *Computer Methods in Applied Mechanical Engineering*, 89, 309-336.

Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C., Lewis, R.W., (1975), "Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics.", *Géotechnique*, 25 (4), 671–689.

**CHAPITRE 5 ARTICLE 2: STRENGTH REDUCTION DESIGN
METHOD FOR REINFORCED CONCRETE
STRUCTURES: GENERALIZATION**

Oumaima Abra, Mahdi Ben Ftima

Article publié dans *Engineering Structures*, Vol 258, 17 mars 2022

Oumaima Abra

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
P.O. Box 6079, Station CV
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
and
IDAE, 204 Saint Sacrement Street,
Montréal, Québec, Canada, H2Y 1W8
E-mail: oumaima.abra@polymtl.ca

Mahdi Ben Ftima

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
P.O. Box 6079, Station CV
Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
E-mail: mahdi.ben-ftima@polymtl.ca

5.1 Abstract:

This work presents a generalization and enhancement of a previously developed computational strength reduction design method (SRDM) for the design of complex reinforced concrete

structures. The enhanced method SRDM-3D presented in this work extends the applicability of the original method to a more general 3D state of stresses and to different possible input tension stiffening and incompatibility laws, via a new calibration procedure. It also addresses the limitations of the strut-and-tie method initially developed and often applied to 2D geometries. Application of the developed method for simple 3D configurations allowed to obtain important results regarding the shape of nodal zones, incompatibility between concrete struts and reinforcement ties and conditions for the development of bottle-shaped struts for the general 3D framework of reinforced concrete structural elements. Validation examples presented at the end of the study on reinforced concrete pile caps demonstrate the robustness of the developed method, and its ability to provide a safe lower-bound design solution to different geometry configurations and different failure mechanisms. The developed method has the advantage of using a simple constitutive law and input parameters that are standard parameters required for design of RC structures.

Keywords: non-linear finite elements, reinforced concrete, 3D stresses, strength reduction method, strut-and-tie method, strain incompatibility, validation.

5.2 Introduction

The design of reinforced concrete (RC) structures is conventionally based on the sectional design (SD) method or the Strut-and-tie (S&T) / Stress Field (SF) methods [1]/[36], respectively for Bernoulli B-regions and for disturbed D-regions. For complex geometries (e.g. 3D geometry or, 2D geometry with openings), the application of these methods becomes difficult. Topology optimization (TO) methods ([5], [2],[3],[4], [5]) can be used in this case to produce optimal S&T models, but do not allow for direct strength assessment of struts and nodal zones. A subsequent step is generally required for strength assessment (e.g. S&T model or a non-linear finite element analysis). Linear finite elements (FE) can also be used for the complex cases, (i) to find out the sectional forces at a given location through stress integration and then to proceed with sectional design (SD) using available verification algorithms for multi-axial loadings (e.g. [6]), (ii) to help single out a suitable truss model for S&T, using the elastic stress field. All of the above-mentioned methods (SD, S&T, SF, TO, linear FE) can lead to different equilibrium configurations of the applied external loads with the internal flow of stresses. In reality, application of these methods to structural RC is based on the lower bound plasticity theorem ([7]) and the structural designs are ‘theoretically’ on the safe side. The most critical issue here is the assumption of a certain ductility within the RC structure in order to reach the anticipated flow of stresses, whereas there is no guaranty that such flow is attainable. In fact, there is possibility of brittle failure mechanism (e.g. shear) or disturbance of stress flows due to the existence of pronounced discrete cracking (e.g. thermally induced stresses during construction). Design codes impose generally a minimum amount of reinforcement in order to allow for a minimum ductility to accommodate the discrepancies between the designed flow of stresses and the real one.

Non-linear FE using validated constitutive concrete model can be used as a predictive tool for the failure load of the structure, for a given concrete geometry and reinforcement detailing. This sophisticated method is based on equilibrium, strength and compatibility conditions. It therefore fulfils both requirements of lower bound and upper bound plasticity theorems. It is not commonly used in the engineering design practice, mainly to the lack of consensus on a universal constitutive law for concrete and to the complexity of analyses and the difficulty of assessing the required non-linear input parameters. Non-linear FE is more reserved to the case of assessment of existing critical infrastructure (e.g. [8]) or for investigating the causes of collapses (e.g. [9],[10]).

[35] presented an approach towards the automatic development of SF method based on non-linear finite element method and by neglecting the concrete tensile strength.

The strength reduction design method (SRDM), first presented by [11] for geotechnical problems, is based on the gradual decrease of the resistive strength of materials along potential plans of weakness (see also [12],[13]). It was lately extended by the authors of this work for the design purpose of complex reinforced concrete or RC structures ([14]). It allows for the degradation of concrete by gradually and isotropically reducing its tensile strength during the analysis, while maintaining the same design load initially applied. The method can be considered as an intermediate approach between the conservative/universally accepted S&T method, and the powerful non-linear FE method. As in non-linear FE, redistribution of internal stresses is required after each increment of strength degradation in order to find the new equilibrium and compatibility state. This is done quasi-statically by using the explicit dynamic solver. As explained in [14], compared the implicit iterative true static solver, the explicit dynamic solver is known for its efficiency in solving highly non-linear problems involving material softening. Contrary to non-linear FE method, the SRDM is based on a simple constitutive modelling that is closer to elasticity. It requires therefore fewer input parameters. The compressive strength of the concrete and the yield tensile strength of the reinforcement are the two inputs required, as in the conventional design practice. If compared to the S&T method, the SRDM provides a similar final configuration where only compressive stresses remain in concrete (equivalent to struts) and tensile stresses in reinforcement (equivalent to ties). But at the same time, it does not rely on the rigid-plastic assumption considered as a limitation for the S&T method. Furthermore, it is much easier to apply, especially for the case of complex geometries. The possible failure modes that can be obtained in SRDM are also similar to those of S&T method: concrete crushing (failure of struts), reinforcement yielding (failure of ties) and incompatibility failure (failure of nodes). This last type of failure required a calibration step on a limit cantilever geometry, using the S&T method as a reference solution.

However, while applying the original SRDM method, the following limitations were present: (i) applications and validations were limited to bi-dimensional geometries with 2D state of stresses; (ii) the incompatibility at the nodal areas between struts and ties was considered using the 2D version of the modified compression field theory, while other incompatibility semi-empirical equations were suggested in the literature based on experimental results of RC panels and while

compatibility may also occur in 3D (iii) an adjustment calibrated factor c was suggested in the original method to reduce the mesh sensitivity of the results, but was limited to simple 2D extruded mesh configuration of reinforcement and concrete elements. A dependency of the calibrated factor was noticed depending on the position of the embedded reinforcement with respect to solid concrete elements; (iv) limitations inherited from the S&T method such as disregarding beneficial confinement effects in the Compression-Compression-Compression (CCC) area of principal stresses.

This work constitutes a continuation of the previous work, having the scopes of enhancement of the original method, a generalization to the 3D case and validation using relevant benchmarks. The new developed and enhanced SRDM method will be called SRDM-3D. The generalized 3D constitutive modelling is presented in section 2 of the manuscript. The new generalized calibration procedure to consider the incompatibility is presented in section 3. Finally, validations of SRDM-3D method are presented in section 4.

5.3 SRDM-3D method and 3D Constitutive modelling

5.3.1 Principle of the method

The previously developed SRDM method [14] uses one single non-linear finite element (FE) analysis that is based on the followings: (i) 2D simple constitutive modelling of concrete where only simplified uni-axial compressive and tensile laws are used and the compressive strength of concrete and tensile yield strength of reinforcement are mainly required; (ii) isotropic and global reduction of the concrete tensile strength; (iii) an incremental explicit dynamic solver is used to handle the non-linear behaviour during tensile reduction. Nodal forces are converted into inertia forces by assigning lumped masses to nodes. Therefore, there is no need to form or to invert the tangent stiffness matrix of the FE model; (iv) To ensure quasi-static solution, loads are applied slowly enough during the loading phase using a smooth polynomial function. A smooth function is also used for the reduction of the tensile strength during the reduction phase and (v) two different possibilities may arise at the end of the analysis: whether static equilibrium is reached at the end of the reduction phase or failure before the end.

Figure 5-1 provides a schematic overview of the steps involved in the SRDM method. In steps 1 and 2, the geometry configuration of the concrete, the initial reinforcement layout and the boundary conditions are provided. In the strength reduction analysis (step 3), a first loading phase of the model is performed using a linear elastic analysis, where the design loads are applied. By keeping the same load level, a non-linear analysis involving a strength reduction phase follows. In this second phase, the tensile strength of concrete is progressively reduced to zero. This leads to a re-organization of the stresses in the model, into purely compressive stresses in the concrete elements (struts) and purely tensile stresses in the reinforcement (ties). Failure may occur in the model during the reduction phase, whether in the struts (compressive failure) or in the nodes due to the incompatibility between struts and ties. In this case, additional iterations are required in steps 4 (e.g. additional shear reinforcement, increase of concrete section) and 3, until equilibrium is reached at the end of the reduction phase. It is important to mention here that contrarily to TO methods, the primary objective in this approach is not the optimality of the design. It is rather a safe-side design solution where there is no contribution in tension from concrete, as it is required by design codes. The design could be improved with further model refinements. The SRDM can be also used in the assessment mode of an existing structure. In this case, a non-linear elasto-plastic law can be used for reinforcement, and the failure of ties is therefore possible.

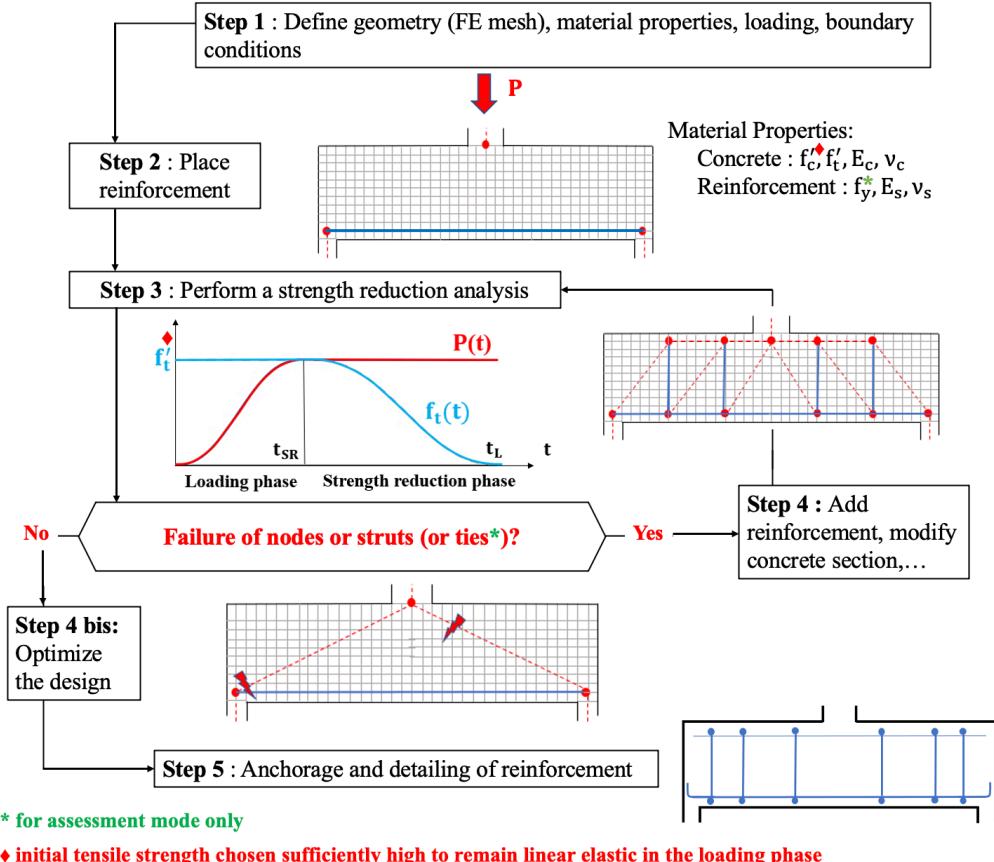


Figure 5-1 : Steps involved in the SRDM methodology

The methodology remains the same for the SRDM-3D method detailed in this work. The main modifications are related to (i) the constitutive modelling in the strength reduction analysis (step 3 in Figure 5-1) which will be detailed in the next section 2.2 and (ii) the generalized calibration procedure that will be detailed in section 3.

5.3.2 3D constitutive modelling

As the purpose here is not towards recreating the exact behaviour of concrete, a simple constitutive law is developed, based on orthotropic elasticity and assuming the principal following hypotheses: (i) alignment between principal stresses and strain directions; (ii) strain rotating crack models; (iii) cracking is modelled using the smeared cracking approach ([4]) (iii) Once the cracking occurs in one principal direction, the model follows an orthotropic behaviour

with respect to the cracking plane using an incremental stress/strain relationship and by ignoring Poisson's effects. This last hypothesis simplifies the constitutive law since it allows to consider separately each of the principal directions.

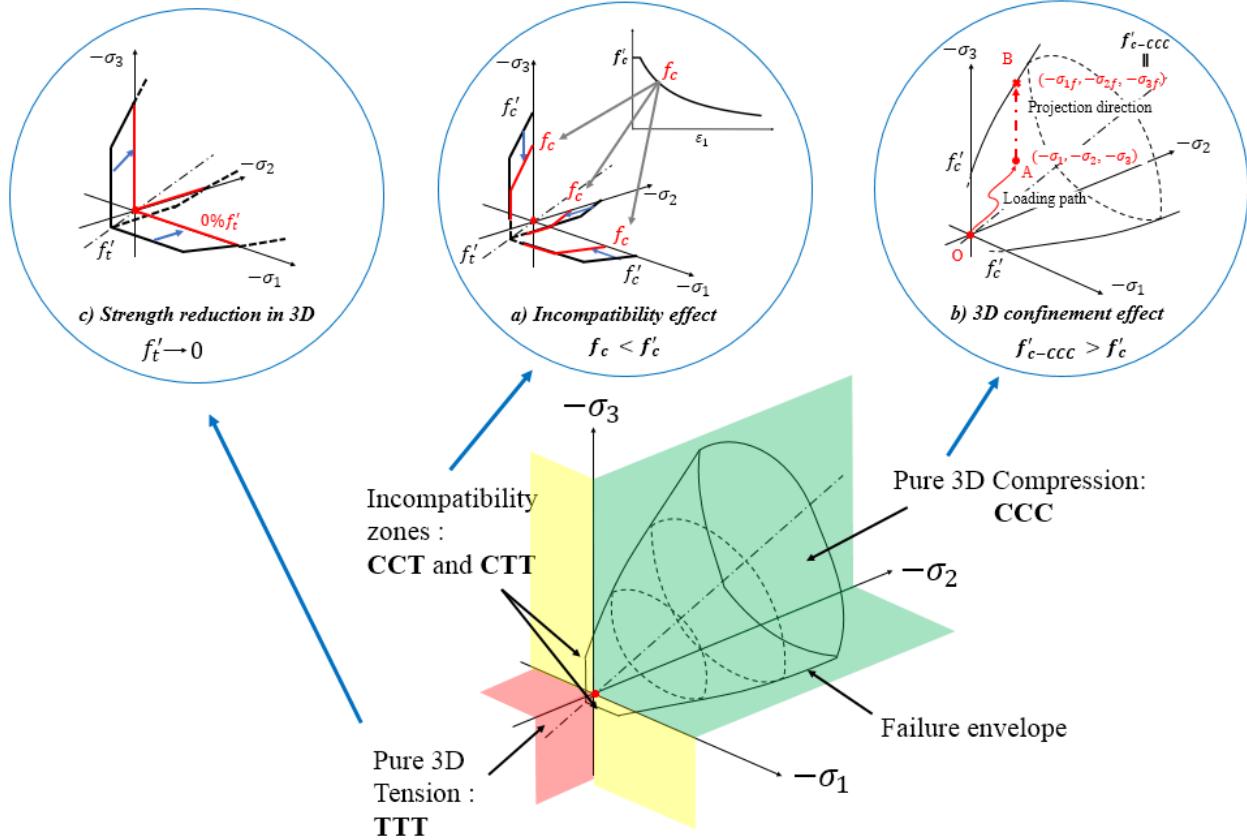


Figure 5-2 : Triaxial general stress condition at a given integration point

The proposed constitutive modelling considers the general triaxial stress condition at a given integration point of a 3D solid concrete finite element, as shown in Figure 5-2. Four main areas can be distinguished in the principal stresses coordinate system: CCC, CCT, CTT and TTT. In the purely compression-compression-compression (CCC) area, incompatibility effects are not present and only confinement effects are considered. In the CTT and CCT zones, where both tension and compression co-exist, incompatibility effects are considered. The strength reduction method involves only the areas TTT, CTT and CCT, where tension is present. In the following, the sign convention is negative for compressive stresses and positive for tensile stresses. Stresses and strains are ordered from the smallest to the largest: $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ and $\varepsilon_3 \leq \varepsilon_2 \leq \varepsilon_1$.

5.3.2.1 Confinement effects

The beneficial confinement effect in a 3D purely compression CCC state is considered in this study, unlike the case of the S&T method and also the previous SRDM version ([14]). As it will be shown in the validation examples later, this difference does not alter the conservatism sought of the developed SRDM method. Also, it does not alter the simplicity sought of the method when searching for input parameters; since different semi-empirical failure envelopes are available in literature for concrete and they mainly depend on the uni-axial compressive strength f'_c (e.g. Chen [16], Willam-Warke [17]). The confinement effect is considered by computing a failure 3D compressive strength f'_{c-CCC} , by means of a projection on the failure envelope, as shown in Figure 5-2.b. At each increment of the analysis, the point A $(-\sigma_1, -\sigma_2, -\sigma_3)$ representing current principal stresses is projected into point B $(-\sigma_{1f}, -\sigma_{2f}, -\sigma_{3f})$ on the failure envelope, following a direction parallel to the minimum principal compressive stress direction. The failure 3D compressive strength f'_{c-CCC} corresponds therefore to the minimum principal compressive strength of the projected point B: $f'_{c-CCC} = \sigma_{3f}$.

In this work, the Hsieh-Ting-Chen [18] failure surface is used, having the following equation:

$$a \frac{J_2}{f_c'^2} + b \frac{\sqrt{J_2}}{f_c'} + c \frac{\sigma_1}{f_c'} + d \frac{I_1}{f_c'} - 1 = 0 \quad (5-1)$$

Where:

1. I_1 and J_2 are the first and second invariants of respectively stress tensor and deviatoric stress tensor;
2. a , b , c and d are constants that can be assessed using specific calibration points and are known to be weakly dependent on the concrete mixture. The values $a = 2.0108$, $b = 0.9714$, $c = 9.1412$ and $d = 0.2312$ were computed by [19] and are considered in this study.

Since Poisson effects are neglected in the strength reduction phase, only the ‘direct’ portion of the confinement is considered in this work. This gives a certain degree of conservatism to the developed approach, that is consistent with reinforced concrete design practice.

5.3.2.2 Incompatibility effects

Incompatibility effects between concrete tensile strains (originating from strain compatibility with embedded reinforcement) and concrete compressive strains were initially suggested in the modified compression field theory or MCFT [20] after an extensive experimental program on RC panels subjected to in-plane shear and normal stresses. The test results revealed that attained maximum compressive stress in concrete, f_c , called *effective compressive strength* in this work, was less than the uni-axial compressive strength of tested concrete f'_c due to the presence of concrete average transverse tensile strains ε_1 (Figure 5-3.c). Many semi-empirical equations, each based on a set of available experimental data, have been since then suggested in literature, to relate this dependency known as *incompatibility effect*. Table 5-1 provides examples of such equations which are also plotted in Figure 5-3.d. Note that coefficient c is equal to 1.0 in the original equations and that ε_2 is replaced by ε_3 in the table, to reflect the passage to 3D. Note also that in order to compare the different laws in Figure 5-3.d, the strain value ε_2 was set equal to ε_{c0} , the strain corresponding to the compressive peak taken as -0.002 in this study, given the known low variability of this parameter for normal strength concrete (from -0.002 to -0.0025).

Table 5-1: Examples of incompatibility laws suggested in the literature.

No	Reference	Formula
01	Vecchio and Collins (1986) [20] - Design formula	$f_c = \frac{f'_c}{0.8 + 170 \varepsilon_1 c}$
02	Vecchio and Collins (1981) [21]	$f_c = \frac{f'_c}{0.85 - 0.27 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} c}$
03	Izumo et al. (1989) [22]	$f_c = \begin{cases} f'_c, & \varepsilon_1 < 0.0012 \\ (1.15 - 125\varepsilon_1)f'_c, & 0.0012 < \varepsilon_1 < 0.0044 \\ 0.6 f'_c, & \varepsilon_1 > 0.0044 \end{cases}$
04	Shirai and Noguchi (1989) [23]	$f_c = \frac{f'_c}{0.27 + 0.96 c \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}}\right)^{1/6}}$

05	Vecchio (2000) [24]	$f_c = \frac{f'_c}{1.0 + 0.35 \textcolor{red}{c} \left(-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} - 0.28 \right)^{0.8}}$
06	Karthik et al. (2016) [25]	$f_c = \frac{f'_c}{1.0 + 0.25 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \textcolor{red}{c}}$

The Design formula based on the MCFT [20] was used in the SRDM version of [14]. It is also the formula used in the S&T method recommended in the CSA A23.3 Canadian Code [26]. Unless otherwise noted, the equation from Vecchio and Collins (1981) [21] is used in this study, since it is more suitable to FE applications compared to Design formula of MCFT [20] and it has relatively simpler form compared to other formulas. As it will be shown in the next section, different other equations can be used.

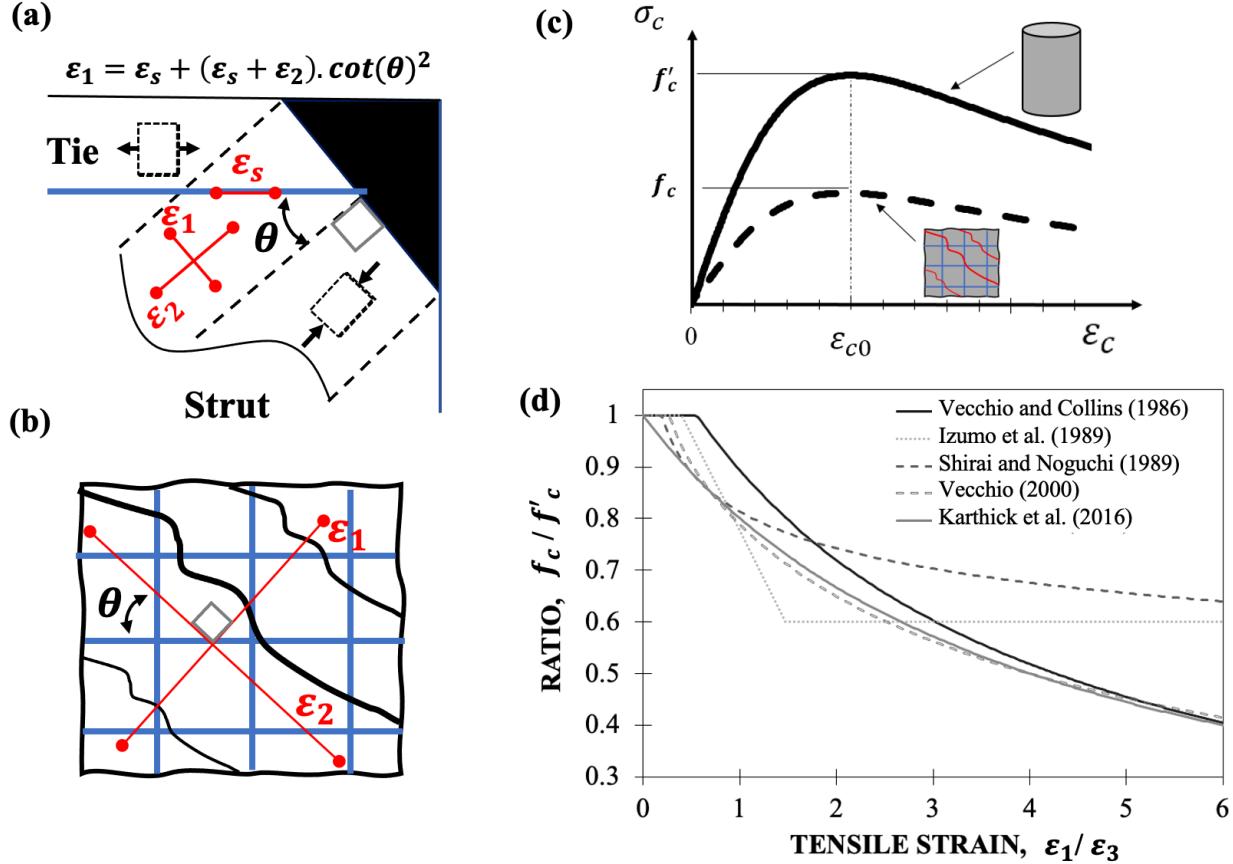


Figure 5-3 : Incompatibility effects: (a) incompatibility in nodal area according to the S&T method; (b) incompatibility in the FEM framework; (c) Compressive stress-strain curves: uni-axial and bi-axial CT cases; (d) Comparison of different incompatibility laws from literature.

Incompatibility is an important aspect that is already considered in the S&T method, when checking the stress condition of a strut within a nodal zone (Figure 5-3.a). If the strut is very inclined with respect to the ties, incompatibility of strains occurs, and the failure of the nodal zone happens. Within the FEM framework (Figure 5-3.b), this failure occurs by local crushing of concrete elements close to the nodal zone, when the principal compressive stress σ_3 reaches the effective compressive strength (f_c) reduced by the effect of transverse tensile strains (Figure 5-3.c & 5-3.d). It is therefore possible to define a parameter β monitoring the ratio between the principal compressive stress σ_3 and the effective compressive strength f_c :

$$\beta = \frac{\sigma_3}{f_c} \quad (5-2)$$

The mechanical justification of factor "c" comes from the fact that all original incompatibility equations provided in Table 5-1 were derived for analytical computation purpose (e.g. S&T method) and were semi-empirically calibrated based on RC panel results.

The direct use of incompatibility equations in the context of SRDM / FEM, without calibration (i.e. $c = 1.0$ in Table 1), raises two problems. The first problem is that the equations were developed in an average sense at the level of a RC panel and not at the local level of an element within the mesh of nodal area. The second problem is the known mesh dependency issue when using strain components in the denominator of the equations. An enhanced calibration procedure is therefore required for the parameter c and is discussed in the next section 3.

5.3.2.3 Strength reduction

In the first loading phase $[0, t_{SR}]$ shown in Figure 5-1, the structure is gradually subjected to the loading or combination of loads. At this phase, any reasonably high value of the tensile strength f'_t can be selected in order to maintain a linear elastic response of the model. In the second strength reduction phase $[t_{SR}, t_L]$ and while maintaining the previously applied loading (P remains constant after t_{SR}), the tensile strength is gradually and isotropically reduced to zero. This degradation is done following a smooth step using a polynomial function. The reduced tensile strength f_t , called in this work *the effective tensile strength*, is updated using the following equation:

$$f_t(t) = f'_t \cdot x^3 \cdot (10 - 15x + 6x^2) \quad (5-3)$$

Where $0 \leq x = 1 - \max(0; \frac{t-t_{SR}}{t_L-t_{SR}}) \leq 1$; t_{SR} is the time chosen for the beginning of the strength reduction phase, and t_L is the duration time for the analysis (see also Figure 5-1). As explained in [14], and due to the chosen quasi-static explicit computational framework, t_{SR} and t_L shall be chosen large enough to minimize the ratio of kinetic energy over internal energy of the system (typically less than 5%, see also [13]).

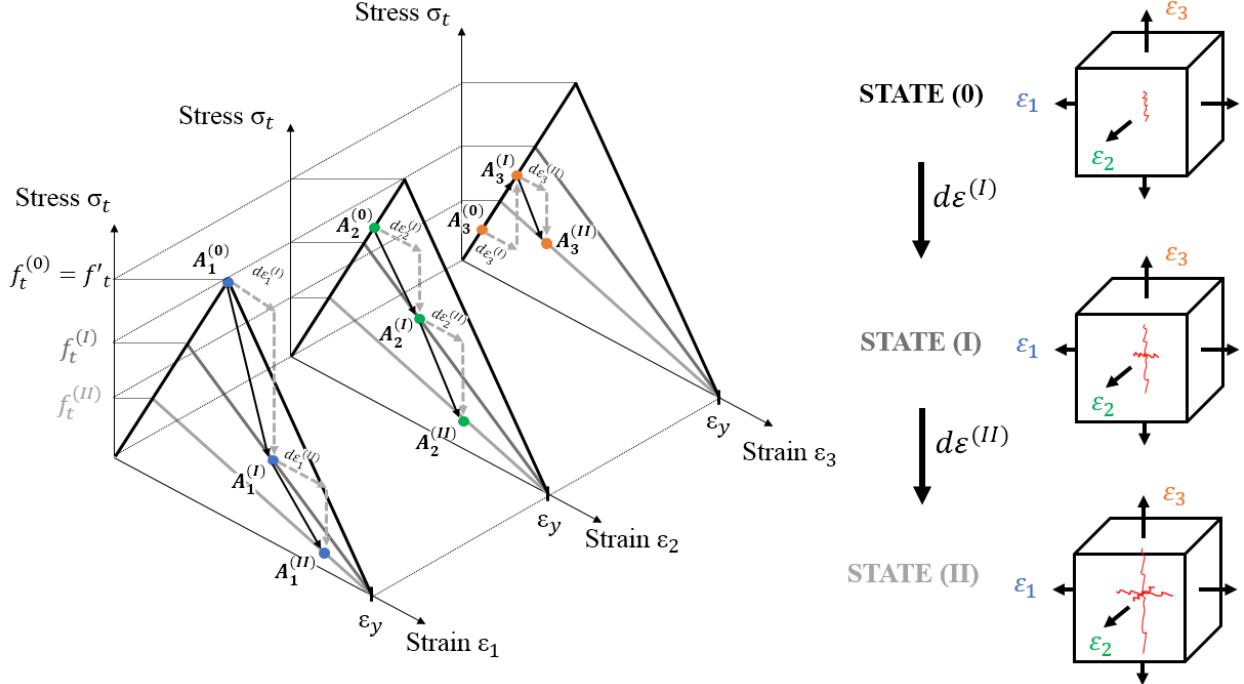


Figure 5-4 : Post-cracking behaviour and strength reduction (TTT stress state)

As shown in Figure 5-4, multiple cracking can occur within one integration point, with a maximum of three simultaneous cracks in the case of a TTT stress condition. The description of the strength reduction process is schematically presented in the same figure for three different states 0, I and II and for the specific TTT case. The state 0 denotes the original state of the model at the end of the first loading phase ($t = t_{SR}$). The most stressed integration point at the end of the loading phase is considered where stress/strain point $A_1^{(0)}$, is located at the peak of the stress/strain law. In state I of strength reduction phase, the tensile strength is decreased to $f_t^{(I)}$ and as shown in Figure 5-4, the new stress/strain point $A_1^{(I)}$ is now located on the softening branch of the modified stress/strain curve. In the principal direction 2, the stress/strain point originally located on the ascending linear branch in state 0 ($A_2^{(0)}$) moves into the softening branch in the new state I ($A_2^{(I)}$). Therefore, cracking occurs perpendicular to principal direction 2 in the new state I, due to strength degradation. On the other hand, as shown in Figure 5-4, the behaviour of the integration point along principal direction 3 remains in the elastic part because it is not yet affected with the reduction of tensile strength: the stress level is less than the tensile strength $f_t^{(I)}$.

at the state I ($A_3^{(0)} \rightarrow A_3^{(I)}$). In state II however, the tensile strength decreases considerably and, with the strain increment $d\varepsilon_3^{(II)}$, integration point goes into softening along direction 3 ($A_3^{(I)} \rightarrow A_3^{(II)}$).

5.3.2.4 Constitutive equations and algorithm

The adopted model for concrete is a simplified orthotropic model. Since Poisson's effects are neglected in the post-cracking phase of concrete, this greatly simplifies the modelling and allows the treatment of each principal strain direction separately. The idea is to transform the 3D state of an integration point from the global coordinate system to the local coordinate system and treat each principal direction separately. Each direction follows a uniaxial law which characterizes the behaviour in tension and compression. For the compression case (Figure 5-3.c), the Todeschini model [27] is considered using the following stress/strain relationship:

$$\sigma_c(\varepsilon) = \frac{f_c (\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}})}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^2} \quad (5-4)$$

For the tension case, a simple linear stress-strain curve (called also *tension stiffening law*) is used for the post-cracking behaviour (Figure 5-4):

$$\sigma_t(\varepsilon) = f_t \frac{\varepsilon - \varepsilon_y}{\varepsilon_e - \varepsilon_y} \quad (5-5)$$

Where ε_y is the reinforcement yield strain, $\varepsilon_e = f_t/E_c$ is the concrete cracking strain and E_c is the concrete Young modulus.

The general flowchart of the algorithm is provided in Appendix 1 and is briefly detailed in the following. The algorithm can be easily implemented as a user-subroutine within any available computational package. In this work, it was programmed as a Fortran user-subroutine within the software ABAQUS-Explicit [28].

At each increment $t + \Delta t$, the stress tensor $\sigma^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^{t+\Delta t}$ at each integration point has to be updated, using the available information from previous increment t : the stress tensor σ^t , the strain tensor ε^t , the strain increment $d\varepsilon^{t+1}$ and the solution state variables. The strain tensor $\varepsilon^{t+\Delta t}$ is updated and principal strains and directions are then computed:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = [T_s]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}^{t+\Delta t} [T_s] \quad (5-6)$$

Where $[T_s]$ is the orthogonal rotation matrix and $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ are the principal strains.

Using the strain-rotating cracking approach, the principal stresses at increment t are computed using the same rotation matrix:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}^t = [T_s]^T \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^t [T_s] \quad (5-7)$$

The integration point state is then assigned into one of the stress regions: CCT, CTT or CCC, and the effective compressive strength is computed accordingly. In the flowchart of Appendix 1 (Figure A1), the possibility of ignoring confinement effect in CCC zone is also presented. In this case, the effective compressive strength is taken as $f_c = \kappa f'_c$, where κ is a reduction coefficient used in the conventional S&T method for the CC node to account for size effects (e.g. $\kappa = 0.85$ according to CSA A23.3 [26] recommendations).

Once the effective compressive and tensile strengths (respectively f_c and f_t) are updated, the status of the material is checked. Linear elastic constitutive equations are used in the case where maximum principal tensile stress is less than the effective tensile strength and the minimum principal tensile stress is less than a certain proportion of the effective compressive strength. As shown in Figure A1, this proportion is chosen as 40% in this study. A cracking index ic_i is used in the algorithm as shown in Figure A1, to describe the material state for each principal direction i ($ic_i : 0$ when linear elastic, positive when non-linear in tension and negative when non-linear in compression).

Once material is cracked in tension along a principal direction, rotation of the principal strains is possible due to stress re-distribution. It is important therefore to keep track of the original physical cracking planes which are orthogonal to the principal strain directions at the time of cracking.

5.4 Calibration and verifications

5.4.1 Calibration

Most of the incompatibility functions shown in Table 1 can be written in the form:

$$f_c = f_{INC}(f'_c; c; \varepsilon_1; \varepsilon_3) \quad (5-8)$$

Where f_{INC} is a semi-empirical incompatibility law based on some experimental data of reinforced concrete panels. Also, similarly to Eq. (5-5), different post-cracking tension stiffening semi-empirical laws have been suggested in the literature in the form:

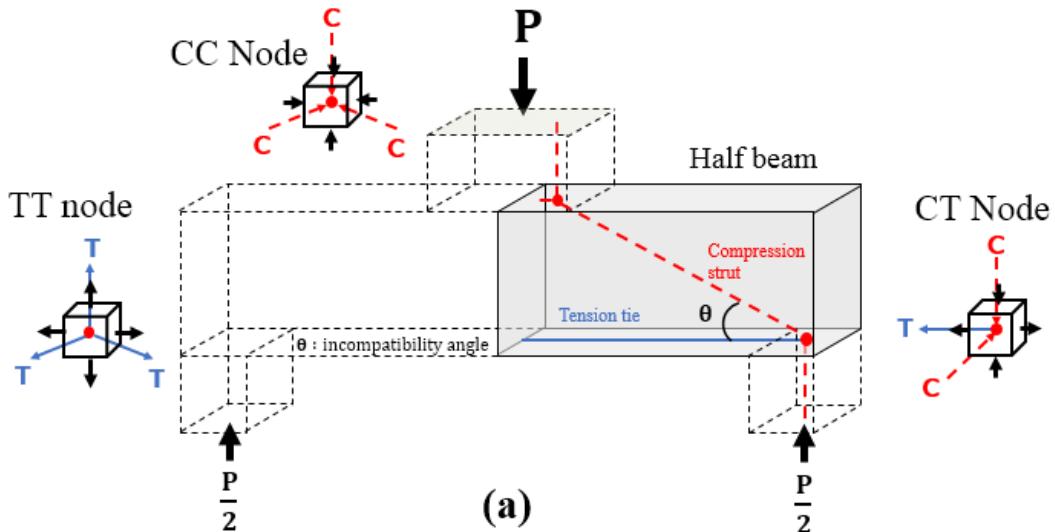
$$\sigma_t(\varepsilon) = f_{TS}(\varepsilon, \varepsilon_y) \quad (5-9)$$

The generalized calibration procedure presented in this work allows to assess the calibration factor c , given: (i) a mesh configuration, (ii) an incompatibility law f_{INC} ; and (iii) a post-cracking tension stiffening law f_{TS} . This calibration procedure is considered as an important first step in the suggested SRDM-3D method.

A so-called *limit representative structural configuration* (RSC) is required for the calibration step. As shown in Figure 5-5, 2D or 3D incompatibilities may occur in conventional RC structural elements, between concrete compressive struts and steel tension ties. The RSC is defined as the *smallest possible, stable and statically determinate* structural configuration involving incompatibility between ties and struts. The area of interest in this RSC is the nodal area involving intersection between struts and ties. It shall be defined far from the boundary conditions and the failure of this area shall be the only possible failure mechanism in the FE model. The term *limit* refers to the chosen limit incompatibility angle θ_{min} required to define this limit configuration. This means that the calibration procedure shall be such that failure of the

RSC FE model will occur for incompatibility angles smaller than θ_{min} . The limit incompatibility angle θ_{min} can be viewed as an additional input to the calibration procedure. In this work, and in a way similar to [14], a limit incompatibility angle $\theta_{min} = 20^\circ$ is chosen. The use of the S&T method has shown that the size of the nodal zone becomes significantly large for angle values lower than this limit. In fact, this angle corresponds also to a reduction of effective strength down to 15% of the initial compressive strength of concrete ($\frac{f_c}{f'c} = 0.15$ according to MCFT equations [24]).

Figures 5-5a and 5-5b show two identified RSCs implying respectively 2D and 3D incompatibilities. Considering the symmetry condition, the half beam model in Figure 5a is the RSC considered in this study for 2D incompatibility. The quarter model of the pile cap shown in Figure 5-5b can be considered due to the double symmetry. It is the RSC considered in this work for 3D incompatibility and includes a CTT nodal area. It is important to mention that notations of nodal areas in this work (CT, CC or TT for 2D and CCT, CTT, CCC or TTT for 3D, as schematically shown in the cubes with black arrows of Figure 5-5) are related to the principal state of stresses and to the number of ties crossing the nodes. These principal stresses may result from different configurations of forces converging into the node.



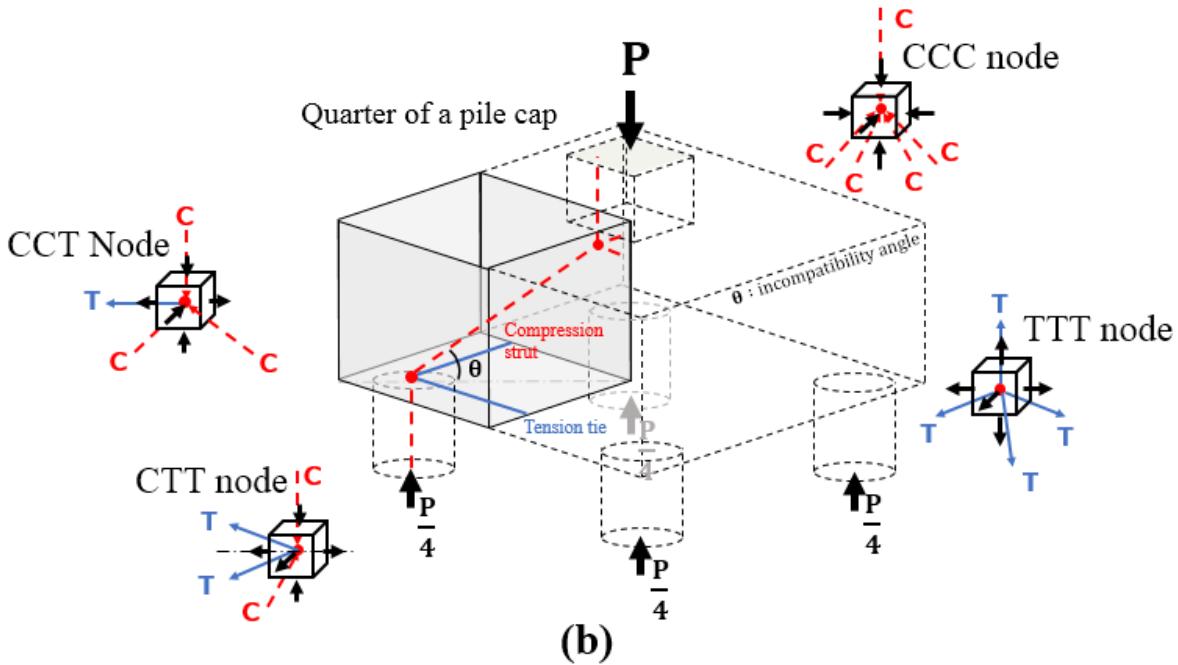


Figure 5-5 : Examples of representative structural configurations (RSC) considered in this study for: (a) 2D incompatibility and (b) 3D incompatibility

5.4.1.1 2D incompatibility

2D incompatibility has been considered in [14], using a limit cantilever geometry which is structurally equivalent to the half beam configuration shown in Figure 5-5.a.

In this work, additional parameters related to mesh configuration are considered for the generalized calibration procedure. The first parameter is the relative position of the 1D rebar truss element within the 3D solid element. Since the diffusion technique is used in Abaqus [28], rebar nodes need not to coincide with concrete nodes and translational degrees of freedom of the embedded reinforcement node are constrained to the interpolated values of the corresponding degrees of the host element [28]. Therefore, different configurations shall be considered in the calibration step, as shown in figure 5-6.b.

Four different configurations are shown in Figure 5-6.b. The case 00 corresponds to the case where the reinforcement is not aligned neither longitudinally, nor transversally with a line of concrete nodes. The case 11 corresponds to the particular case where the reinforcement is aligned longitudinally and transversally with the line of concrete nodes. The other cases 01 and 10 are

intermediate configurations. The second parameter investigated is the mesh refinement, quantified by the number N of elements between the centreline or reinforcement and the closest concrete external surface. Note that by definition, this number will take non-integer values in cases 00 and 10, as shown in Figure 6.c. The third and last parameter considered is the reinforcement cover cr , taken by definition here as the distance between reinforcement centreline and external concrete surface. Six different values were considered for this parameter: 30 mm, 40 mm, 50 mm, 60 mm, 70 mm and 80 mm. In the previous study [14], only the configuration 01 was considered with $cr = 75$ mm. The suggested equation for the coefficient c was dependent on the mesh size, to ensure quasi-mesh independency. This equation is represented in Figure 6.c with the black solid curve.

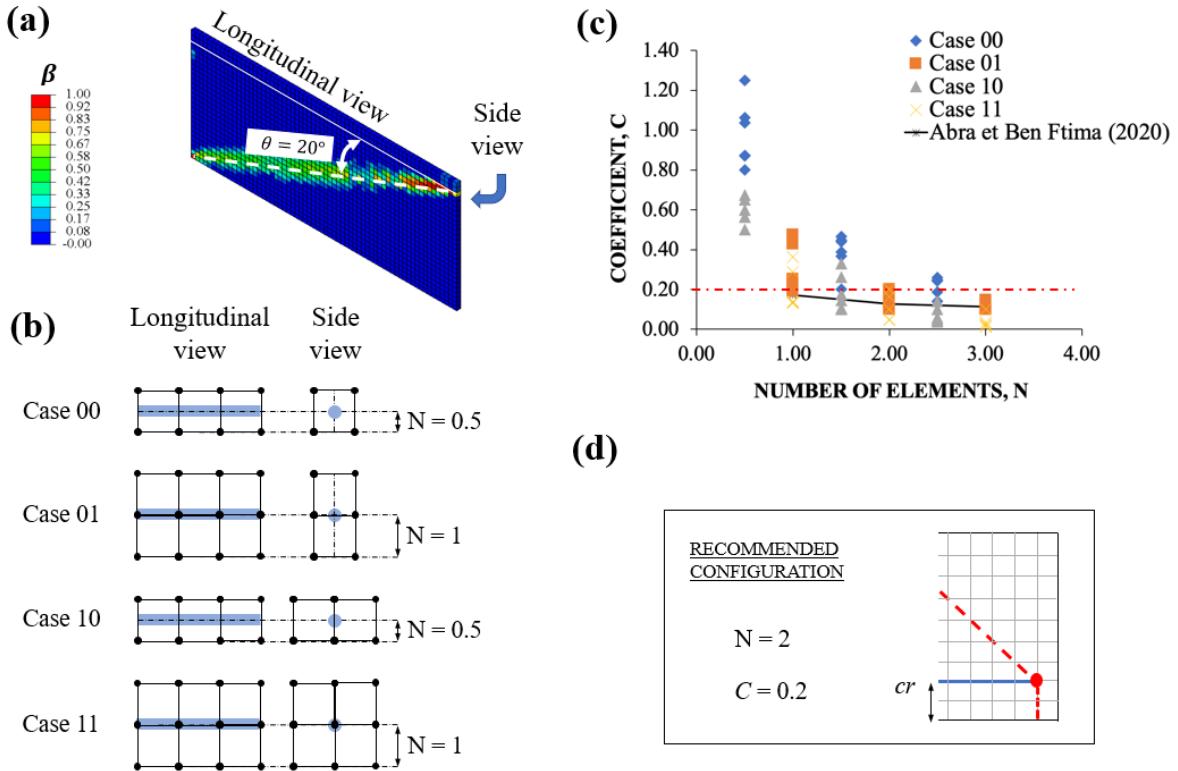


Figure 5-6 : Calibration results for 2D incompatibility: (a) 3D View of the RSC; (b) Reinforcement position and mesh configuration; (c) Results of the calibration procedure; (d) Recommended configuration

For each of the possible configurations above (reinforcement position \times mesh refinement \times cover), different FE analyses were conducted using the implemented SRDM-3D method, to find the critical calibration c value. The following procedure was used:

1. Start with a geometry of an RSC with $\theta = \theta_{min}$.
2. Set a high value of c which normally results in premature failure of the nodal area before the end of the strength reduction phase.
3. Decrease the value of c and re-submit the analysis.
4. Repeat steps 2 and 3 until the analysis ends with an equilibrium condition at the end of the strength reduction phase.

Obtaining a β parameter slightly lower than 1.0 at the end of the strength reduction phase and in the vicinity of the strut/node intersection (see Figure 5-6.a), is generally an indicator that the value of c used is close to the requested critical value.

Figure 5-6.c gives the results for the critical c values obtained with the different configurations. A pseudo-convergence tendency with mesh refinement is observed. The slowest convergence rate is obtained with the case 00 whereas the fastest rate is obtained with configuration 11. This result was quite predictable since the case 11 is believed to provide a local stiffness distribution between reinforcement and concrete that is the closest to the reality.

Knowing the results of Figure 5-6.c, two different approaches can be followed. The first approach is to derive an equation that fits into the results of the configuration to be used in the final FE structural model (e.g. configuration 01 and $cr = 60$ to 80 mm). This equation, relating the calibration factor c to the mesh size, is then inserted in the SRDM-3D algorithm for the expression of c in f_c (Eq. 5-8). This approach has been used in the previous work [1]. The second approach is to make a *conservative choice* on the c value for a set of relevant configurations in the Figure 5-6.c (relevant for the final FE structural models that will be considered). This approach is more practical, on the conservative side, so it fits well into the scope of this work. Based on the results of Figure 5-6.c, it can be said that the critical value of 0.2 can be conservatively used for a wide range of configurations, having a minimum of two elements within the cover of reinforcement. In fact, for a given configuration (e.g. case 11 with $cr = 70$ mm and $N = 3$), choosing a value of c (e.g. 0.2) larger than the corresponding critical

value (e.g. 0.15), is equivalent to performing the calibration procedure with an RSC having a geometrical critical angle θ_{min} larger than 20° . The recommended configuration is shown in Figure 5-6.d and is going to be used throughout this study.

5.4.1.2 3D incompatibility and parametric studies

The RSC shown in Figure 5-5.b is chosen to investigate the 3D incompatibility for the recommended configuration found in the previous section (Figure 5-6.d). In fact, rather than looking for the c calibration factor, the idea is to use the same factor found previously and vary the incompatibility angle in the RSC geometry. For each geometry, the critical ratio $\frac{\sigma_c}{f'_c}$ is sought, where σ_c is the critical average compressive stress of the strut at failure, near the nodal area. It is also possible to write: $\sigma_c = f_c$ and then $\frac{\sigma_c}{f'_c} = \frac{f_c}{f'_c}$. Figure 5-7.a shows a typical RSC configuration with $\theta = 38^\circ$. The principal compressive stresses are shown at the end of the strength reduction phase, and clearly show the strut path aligned with the theoretical inclination. The local view cut in Figure 5-7.e shows the intersected area of the strut near the nodal zone, which can be approximated into a hexagonal shape as shown in Figure 5-7.d. Figures 5-7.b and 5-7.c show what we call a *3D isosurface cut* on the FE model, an interesting representation feature that will be used throughout this study. This type of presentation uses a *primary variable* and a *cutting minimum threshold* value to represent the 3D isosurface cut. The interpolation shape functions are also used to refine the cutting inside cubic elements as shown in Figure 5-7.c. Two different primary variables will be used throughout this study: the principal compressive stress σ_3 and the effective stress f_c (state variable in the user-subroutine). Unless otherwise noted, the minimum threshold value is 10% f'_c . Using this representation, further discussions on the idealized shape of the 3D nodal areas will be performed in the next verification section.

Figure 5-8 shows the results for 12 considered RSCs (6 for each type of type of incompatibility). Results for 2D incompatibility are quite expected and allows a verification of the calibration procedure performed in previous section. As the incompatibility angle increases, the strength of the nodal area increases. Furthermore, at the value of the limit incompatibility angle $\theta_{min} = 20^\circ$, the ratio $\frac{f_c}{f'_c}$ is close to 0.23.

The results for 3D incompatibility are quite different, since the incompatibility angle seems to have less influence on the strength. Values of $\frac{f_c}{f'c}$ are between 0.5 and 0.6.

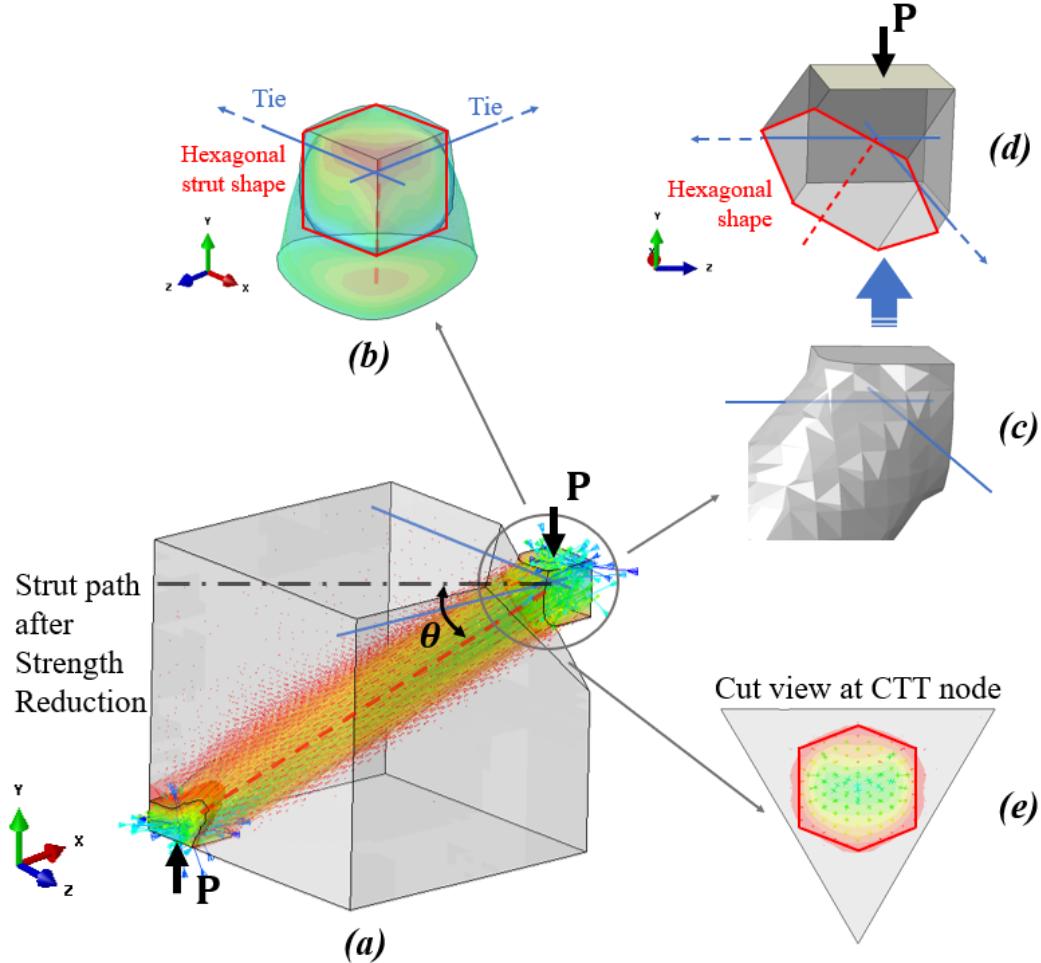


Figure 5-7 : RSC considered for the 3D incompatibility: (a) Principal compressive stresses state at the end of the strength reduction phase; (b) local 3D view of the nodal zone; (c) 3D isosurface cut with σ_3 ; (d) idealization of the nodal area

This result is quite interesting and is believed to be observed for the first time in literature. Its interpretation can be carried out by comparing the strut paths in Figures 5-6.a and 5-7.a. In Figure 5-6.a, the strut is constrained to remain in the 2D plane of the model, whereas in 5-7.a, the strut *has more room* and crosses the horizontal plane of the two ties to join the support at the bottom. Incompatibility regions are therefore minimized in case of 3D geometry.

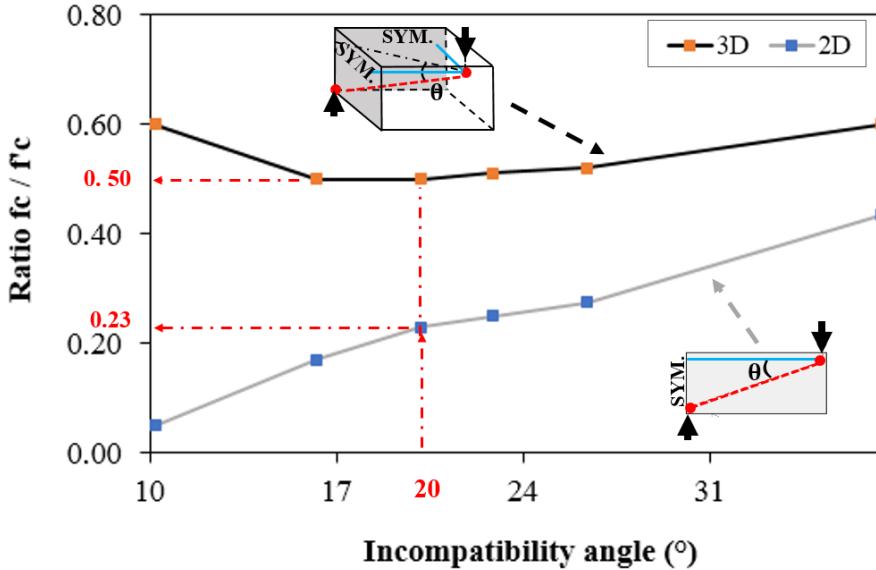


Figure 5-8 : Parametric study on 2D and 3D incompatibilities

5.4.1.3 Summary

The results of previous sections indicate that 2D incompatibility is more restrictive than 3D incompatibility. The calibration procedure described in section 3.1.1 governs therefore the overall calibration process. It is important to mention that the results of Figure 5-6.c are believed to be dependent on the computational scheme used when diffusing reinforcement nodes into the embedding concrete elements. The calibration process shall be therefore performed at least once for each available computational package.

5.4.2 Verifications

5.4.2.1 3D CCT and CTT nodes

The previous RSC example for 3D incompatibility showed important results regarding the shape of the 3D CTT nodal zone. In Figures 5-7.b to 5-7.e, the hexagonal shape of the strut could be identified. A similar shape has been suggested in [29], when studying RC pile caps. The *3D isosurface cut* representation allowed to investigate the shape of the 3D nodal zones of the structural elements investigated in this study. Two main shapes were found corresponding to 3D

CCT and CTT cases and their idealizations are shown in Figure 5-9.b. Parametric studies showed that cross sections of the strut/node intersections (whether hexagonal or rectangular) were insensitive to the shape of the pile section whether rectangular or circular (where the load P is applied on the top of the node, as schematically shown in Figure 5-9).

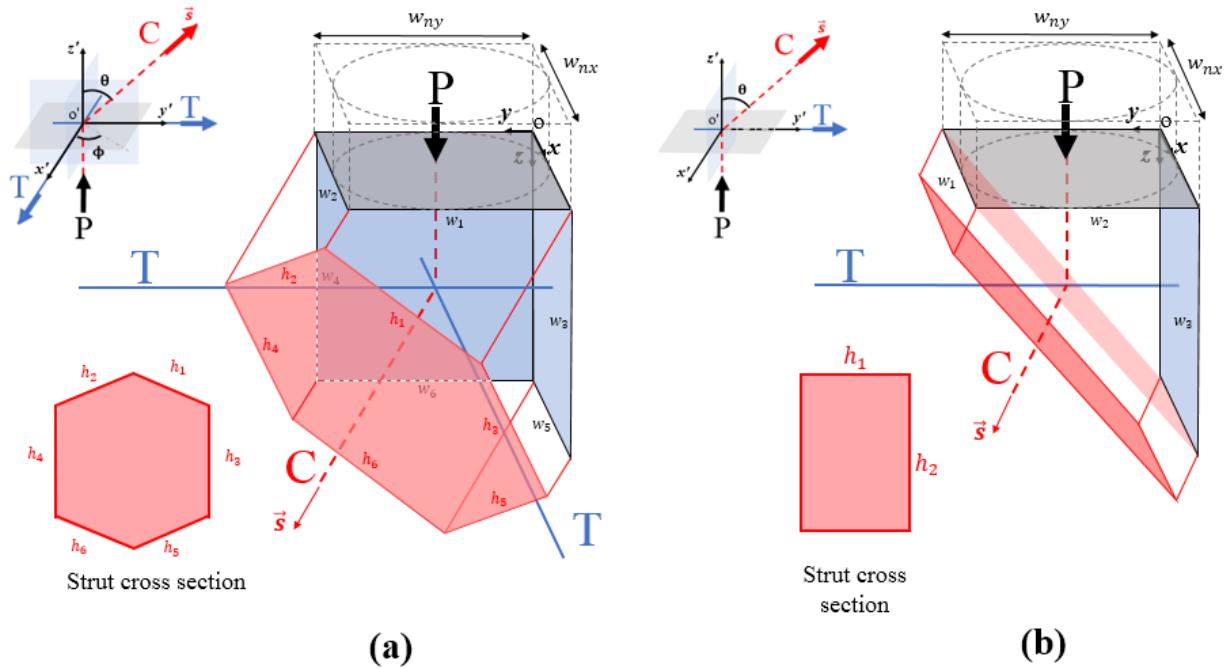


Figure 5-9 : Idealization of 3D nodal areas: (a) 3D CTT; (b) 3D CCT

The 3D CCT node is a simple extrusion of the 2D CT node, so more details are given in the following for the case of the 3D CTT node.

Using the notations of Figure 5-9, it is possible to write down the following equations for the orientation vectors of the hexagonal cross section:

$$\vec{h}_k = \vec{w}_k - \frac{\vec{w}_k \cdot \vec{s}}{\|\vec{s}\|^2} \vec{s} = \vec{w}_k - (\vec{w}_k \cdot \vec{s}) \cdot \vec{s} \quad \text{for } k = 1 \text{ to } 6 \quad (5-10)$$

Where \vec{s} is the strut director vector, as shown in Figure 5-9.a, $\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$ for the 3D CCT

node; \vec{w}_k ($k = 1$ to 6) are the orientation vectors of the prismatic edges of the node. Once all \vec{h}_k

are known, their norms can be computed, and the area of the hexagon can be easily computed by dividing into triangles and using Heron's formula (see also [29]). It is therefore possible to compute the average compressive stress at the strut/node intersection, using the equilibrium condition at the node and the trigonometric relations between P, C and tensions in the ties.

5.4.2.2 CC nodes and bottle shaped struts

Development of the so-called *bottle-shaped struts* is related to the transverse diffusion of the struts from a CC nodal zone. A transverse tension develops, and splitting cracking may lead to a failure for bearing stresses much lower than the uni-axial compressive strength of concrete f'_c . This behavior is investigated using the SRDM-3D method and the experimental setup of Adebar et al. 1990 [30] shown in Figure 5-10.a. Experimental results for a height over thickness ratio (H/d) are available in Figure 5-10.b. They show cracking for bearing stresses between $0.9f'_c$ down to $0.5f'_c$ and failure for range of bearing stresses between $0.9f'_c$ and $0.75f'_c$.

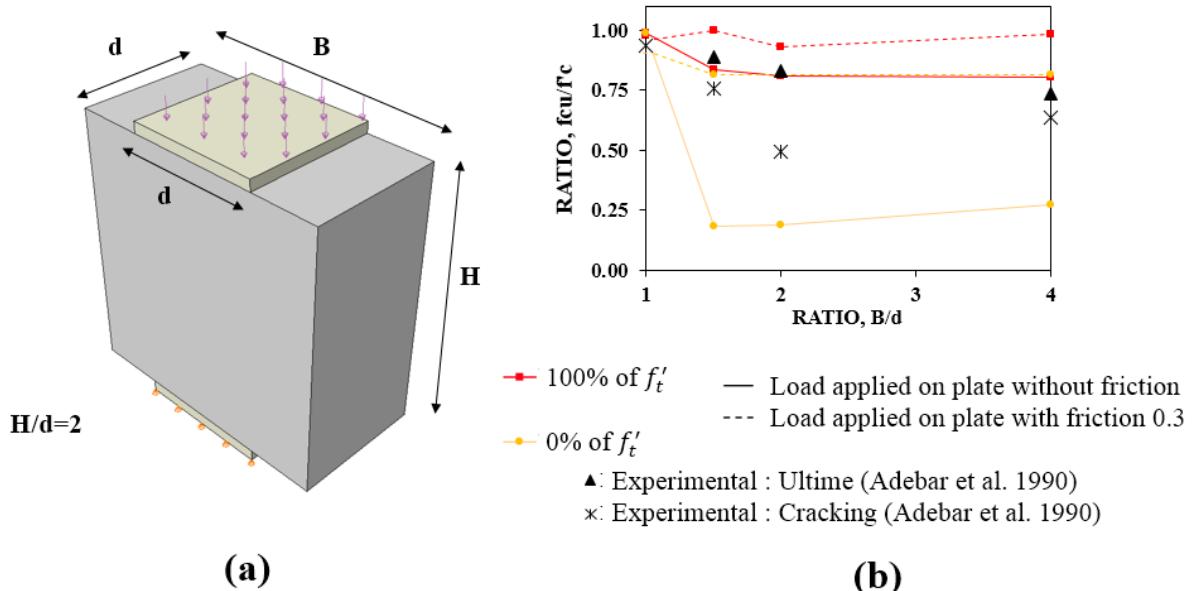


Figure 5-10 : CC node and bottle-shaped struts: (a) geometry of the experimental setup [30]; (b) Comparison of experiment and analysis results

Different options were numerically investigated using the SRDM-3D method. The cases with and without friction (respectively dotted and solid lines) were considered for the contact interface between the loading plate and the concrete specimen. Furthermore, two different cases with and

without tensile strength reduction were considered ($0\% f'_t$ and $100\% f'_t$) where f'_t is taken as 10% of f'_c and $f'_c = 30 \text{ MPa}$. Figure 5-11.a shows the bottled-shaped strut at the end of the loading phase and before strength reduction. The lateral diffusion of compressive stresses is due to the presence of transverse tensile stresses or ‘ties’ in concrete. As the tensile strength is reduced, the bottle shape gradually transforms into a uniform prismatic shape, as shown in Figure 5-11.b at the end of strength reduction phase. Figure 5-10.b shows that the numerical failure bearing stresses without strength reduction are close to the experimental values. With strength reduction, the bottle shape cannot be maintained, vertical splitting tensile cracks appear (see Figure 5-11.c) and compressive failure occurs at low bearing stresses in the range of $0.2 f'_c$ to $0.25 f'_c$, for specimens with $B/d > 1.0$.

The inclusion of the frictional effects has an important impact on the numerical failure bearing stress, mostly for the case with strength reduction ($0\% f'_t$). This beneficial effect is attributed to the horizontal frictional stresses which are resisted by the loading plate and contribute to local shear cones just underneath the plates as shown in Figure 5-11.d.

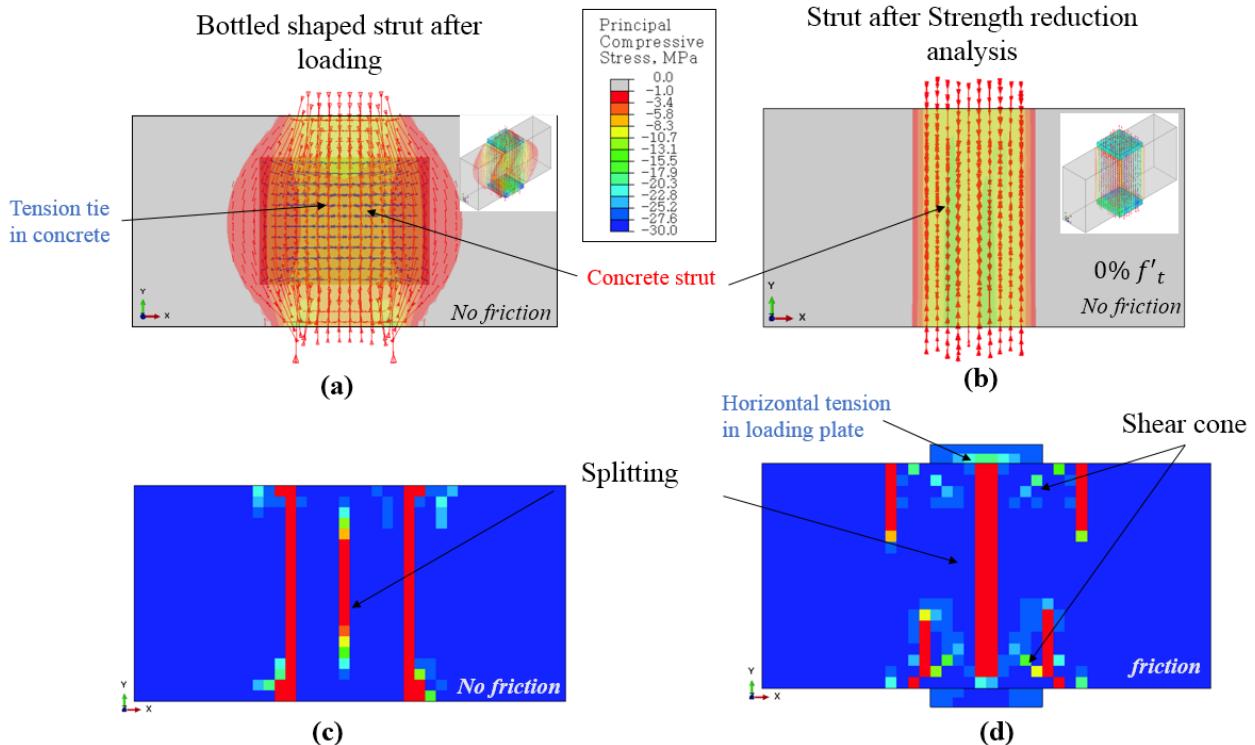


Figure 5-11 : Numerical results of the CC node: (a) &(b): principal compressive stresses at the end of the loading & strength reduction phases (case without friction); (c)&(d): cracking pattern at the failure with & without friction

This example shows the complexity behind the CC nodal zone, due to compatibility transverse strains. It also highlights the conservatism in the SRDM-3D method inherited from the S&T method. Bottle-shaped struts cannot remain at the end of strength reduction method, unless a residual tensile strength is prescribed in the SRDM-3D method. This residual strength can also be used as an additional input to the method.

5.4.2.3 Generalization of the calibration procedure

It has been argued in the previous calibration section that the procedure is general and can be applied to any combination of incompatibility and tension stiffening (TS) laws (Eq. 5-8 and Eq. 5-9). This aspect is verified here, since a second combination of Shiari and Nogushi (1989) [23] incompatibility law and Field and Bischoff (2004) [31] tension stiffening law is considered. Figure 5-12.a gives the results of the calibration procedure, and the choice was made for a calibration factor $c = 1.5$ as shown.

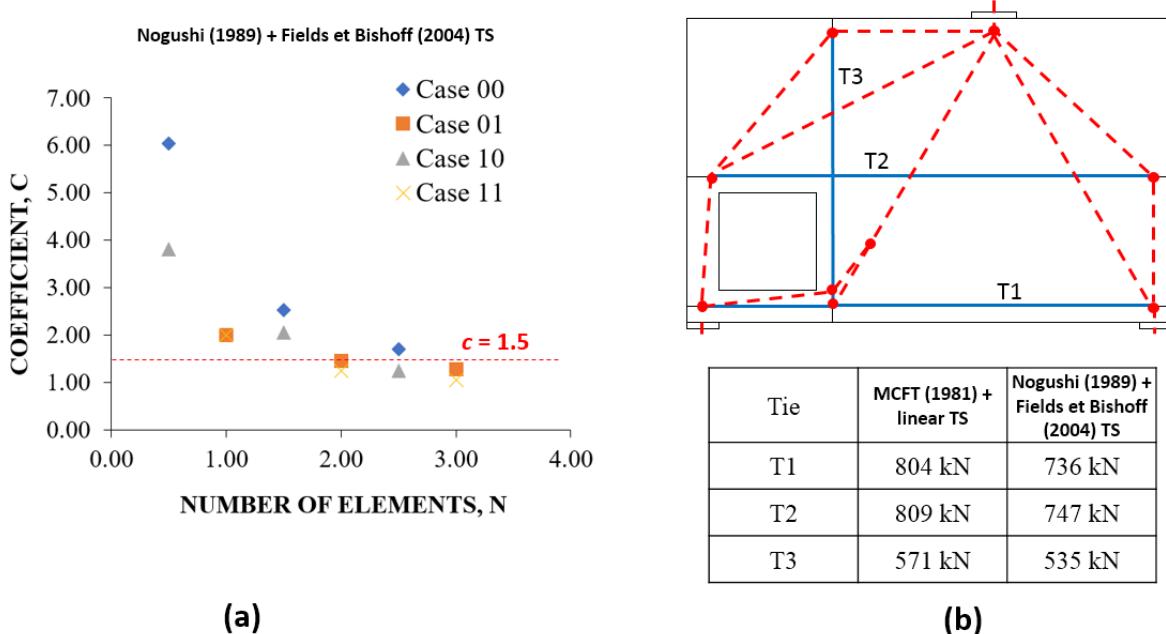


Figure 5-12 : Generalization of calibration procedure

The deep beam with opening application shown in Figure 5-12.b is considered. The geometry of the beam was initially suggested by [1]. The reinforcement layout used is similar to the one suggested in [35]. The SRDM-3D method was applied twice: (i) with MCFT [21] incompatibility law (Model 02 in Table 1), linear TS and the corresponding calibration factor $c = 0.2$ as in section 3.1; (ii) with [23] incompatibility law (Model 04 in Table 1), Fields and Bischoff (2004) TS and the corresponding calibration factor $c = 1.5$ obtained in this section.

Figures 5-13.a and 5-13.b compare the failure load (pressure applied on the loading plate) and failure mechanism obtained with SRDM-3D for both cases. The maximum tension ties at failure are also reported in Figure 5-12.b. It can be said that fairly similar results were obtained with both SRDM-3D applications. The same failure mechanism of nodal failure was obtained, as shown in Figure 13.

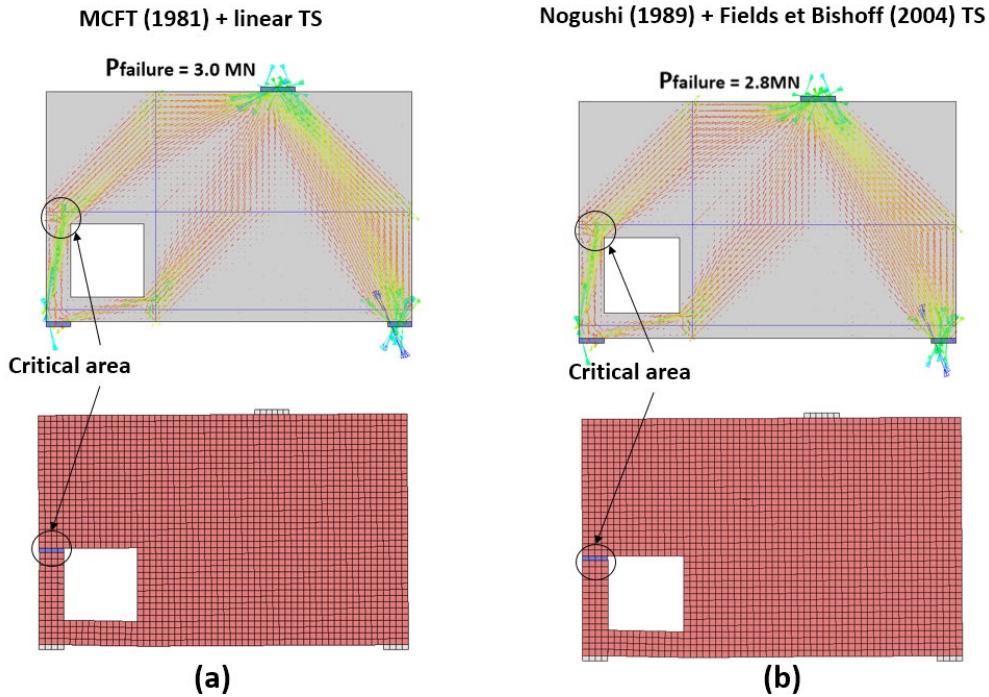


Figure 5-13 : Deep beam with opening verification example [1]: SRDM-3D results with MCFT [21] incompatibility law and linear TS; (b) SRDM-3D results with [23] incompatibility law and [31] TS model.

In both S&T and SRDM methods, different models corresponding to different reinforcement layouts can be used. Iterations on these layouts can be performed to optimize the reinforcement

(e.g. reduce the complexity) and ideally reduce the conservativeness (in terms of the real strength versus the design load).

Figure 5-14 presents comparison results for different reinforcement layouts. The first layout in Figure 5-14.a corresponds to the previous one used for the different calibration procedures (Figure 5-12). The second layout in Figure 5-14.b corresponds to the S&T model as initially suggested by [1]. The reinforcement detailing of both layouts and S&T results can be found in [35]. SRDM results at the end of the strength reduction phase, in terms of the compression ratio β (Eq. 5-2) and of the final compression stress field configuration are shown for the same design load level of 3.0 MN.

Comparing both designs, the reinforcement layout in Figure 5-14.b is clearly more complex and much difficult to install. Both layouts however can lead to feasible S&T models and equilibrium conditions at the end of the SRDM analyses. It is interesting to note that: (i) for each reinforcement layout, the compressive stress fields have readjusted at the end of the strength reduction phase to accommodate the available tensile ties; (b) when comparing the β field results, it can be said that the state of SRDM model with layout 1 is more critical (more specifically, the narrow column at the left side of the opening) and that SRDM model with layout 2 is likely to withstand load values higher than the specified design load of 3 MN.

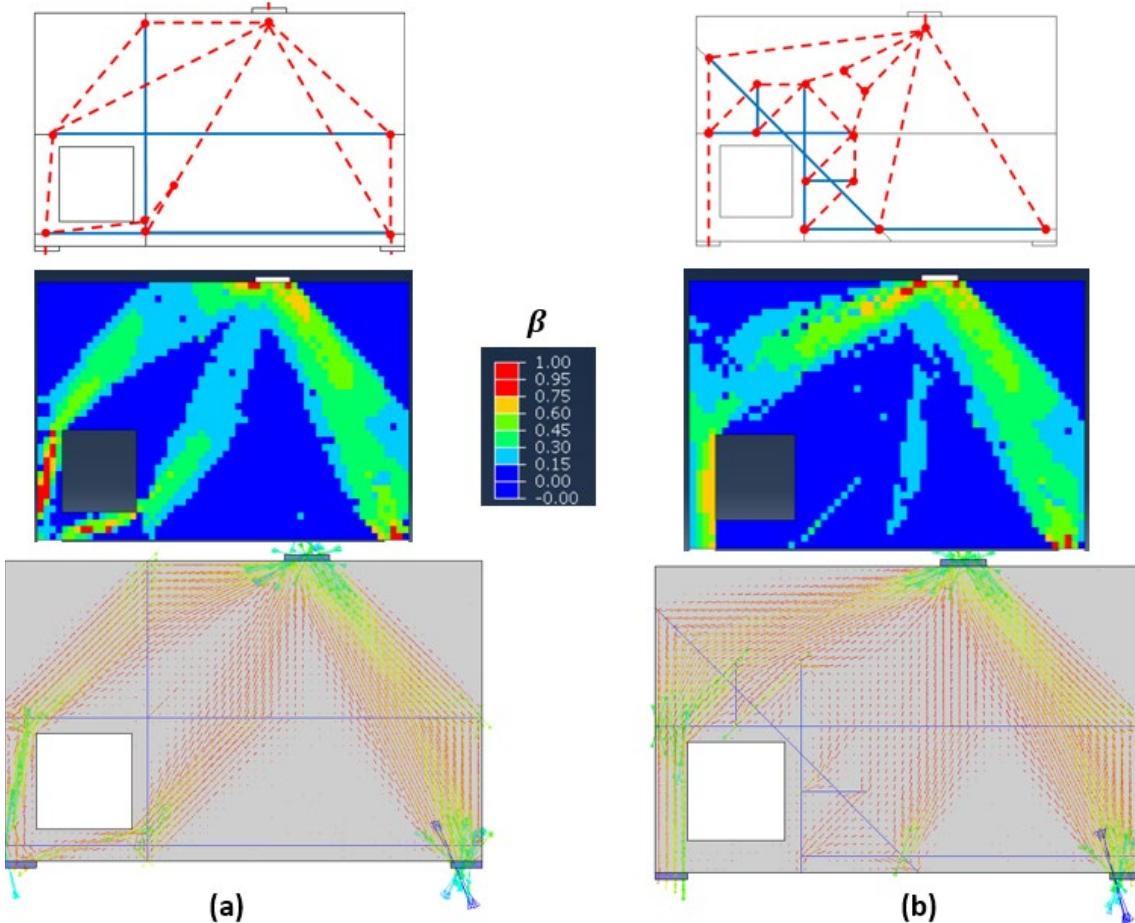


Figure 5-14 : Deep beam example with two options for reinforcement layout: (a) S&T model and SRDM results corresponding to layout 1; (b) S&T model and SRDM results corresponding to layout 2

5.5 Applications

Experimental results of RC pile caps are used to validate the proposed SRDM-3D method. Two different test series are considered.

5.5.1 Tests of Adebar et al. 1990

The tests of Adebar et al. 1990 [30] were chosen since they provide different reinforcement patterns and failure mechanisms with identical external dimensions and span to depth ratios (1.13 for the critical short span, which is equivalent to a 2D incompatibility angle $\theta = 42^\circ$).

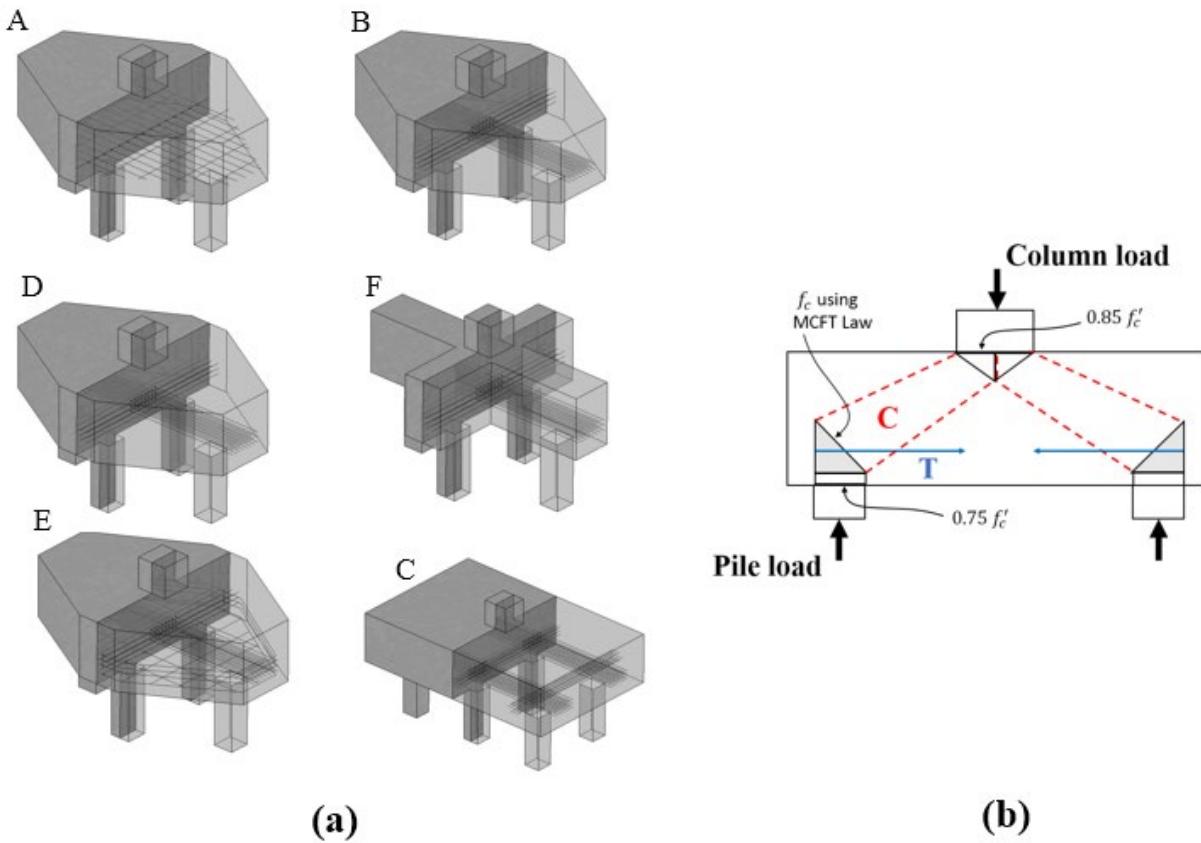


Figure 5-15 : (a) Geometries of the six pile caps tested by Adebar et al. 1990 [30]; (b)S&T model considered in Adebar et al. 1990 [30], [34]

The geometries of the six tested specimens A to D are shown in Figure 5-15 (see Table 5-2 for dimensions). According to [30], pile Cap A was designed in accordance with the sectional design method for an ultimate column load of about 2000 kN. Pile cap B was designed for the same ultimate load but using a strut-and-tie model and a less distributed reinforcement. The pile cap D was constructed with twice as much reinforcement as pile cap B to investigate concrete failure prior to yielding of reinforcement. Pile cap E was similar to pile cap D, except it contained distributed and confinement reinforcement. Pile cap C was supported on six piles and was designed using a strut-and-tie model for a 3000 kN load. Finally, pile cap F was made identical to pile cap D except that four "corner" pieces of plain concrete were omitted. The strut-and-tie method suggests that pile caps D and F will have essentially the same strength, using the simplest geometry of four CCT nodes at the bottom face of the pile cap. Pile cap C was the only to have CTT nodes (the corner nodes), but these nodes were not critically loaded.

Table 5-2 : Dimensions and material properties used in the validation examples

Pile Cap	Parameters					
	a/d	d (mm)	Column (mm x mm)	Pile (mm x mm)	f'c (MPa)	fy (MPa)
Adebar et al. (1990)	1.13	400	300x300	200x200	24.8 – 41.1	479 - 486
Suzuki et al. (1998)	2.55	150	250x250	150x150	21.9	413

Table 5-3 : Failure loads and mechanisms obtained with the SRDM-3D method for the simulated pile caps of [30]

Pile Cap	Results		Failure mechanism	
	P _{exp} (kN)	P _{SRDM} / P _{exp}	Experimental	SRDM
A	1779	0.81	RY + PS	RY
B	2181	0.91	RY	RY
C	2861	0.77	RY + PS	RY
D	3174	0.92	PS	C
E	4810	0.81	PS	C
F	2994	0.90	S	C

RY: Rebar Yielding, S: Shear failure at short span, PS: Punching shear failure, C: Crushing of concrete

Table 5-2 provides the main material input parameters from Adebar et al. 1990, that were used in the SRDM-3D analyses. It is important to mention that non-linear properties of reinforcement were used, so failure mode of ties is activated (assessment context in Figure 5-1). Table 5-3 compares the numerical failure loads and failure mechanisms to the experimental ones. For the SRDM-3D method, rebar yielding and concrete crushing ($\beta \approx 1.0$) are the two possible failure mechanisms. Generally, when the crushing occurs near the reinforcement/strut intersections, it is

related to nodal failure and incompatibility. When crushing occurs outside these areas, it is related to the more conventional strut or CC nodal compression failure. Only visual inspection of the FE model allows to make this distinction. As it will be shown later, all the failure mechanisms in this series are related to conventional compression failure.

Figure 5-16 compares the numerical and experimental failure loads of the piles. For reference only, S&T and SD predictions as computed by Adebar et al. 1990 [30] are shown on the same figure. The S&T calculations were based on CSA A23.3 and the SD calculation was based on ACI 318. In the S&T predictions, the capacity of the pile cap was limited by either the sum of the maximum individual pile loads or the tolerable bearing capacity underneath the column [34]. For the pile loads, the short span and long span were considered separately and simplified 2D S&T tie models were used as schematically shown in Figure 5-15b.

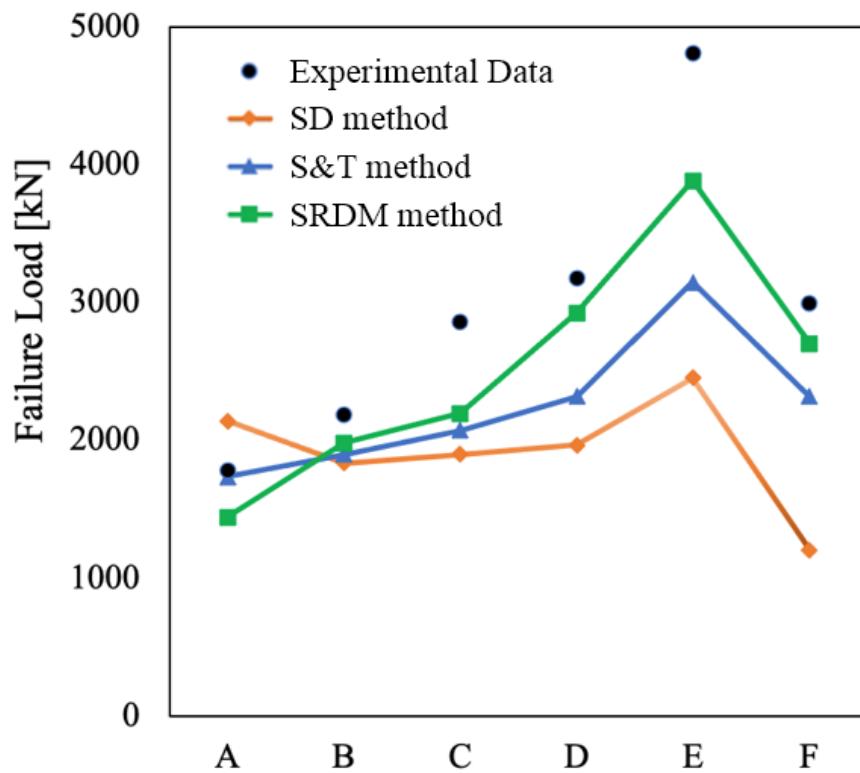


Figure 5-16 : Comparison of numerical and experimental results for tests of Adebar et al. 1990

Figure 5-17 shows the 3D isosurface cuts of the analyses pile caps at the end of the strength reduction phase. The minimum principal compressive stress is used as primary variable. It can be said that SRDM-3D gives conservative failure loads (77% to 91% of the experimental loads) with failure mechanisms that are mechanically equivalent to the experimental ones. These are precisely two sought aspects of the developed method. Furthermore, when carefully analysing the results of Figures 5-16 and 5-17, the following important conclusions can be made:

- SRDM-3D results follow the tendency of the experimental results, regarding relative strengths of the pile caps. This was also the case for the S&T method but not for the SD method.
- SRDM-3D results were generally less conservative than S&T method results and closer to experimental results. Two important aspects contributed to this. The first one is the consideration of confinement effects in the developed SRDM-3D method. This effect is clearer when comparing the predictions of the two methods for pile caps E (most favorable configuration to confinement effects) and F (least favorable configuration to confinements effects). The second aspect is related to the fact that SRDM-3D method implicitly considers the statically indeterminate distribution of loads between the caps, which is influenced by the relative stiffnesses of the spans.
- Due to better targeted reinforcement, pile cap B was tested more resistant than pile cap A. The same conclusion is obtained with SRDM-3D and S&T methods.
- Similarly to the expected experimental results, SRDM-3D predictions showed that pile cap D was slightly more resistant than pile cap F (not as much resistant as in SD method predictions).
- Figure 5-17 shows that regardless of the geometrical configuration of the pile cap, the final arrangement of the struts is dependent on the positions of the piles. Except for the

corner nodes of pile cap C, all the formed nodes are 3D CCT nodes similar to the idealized representation of Figure 5-9.b.

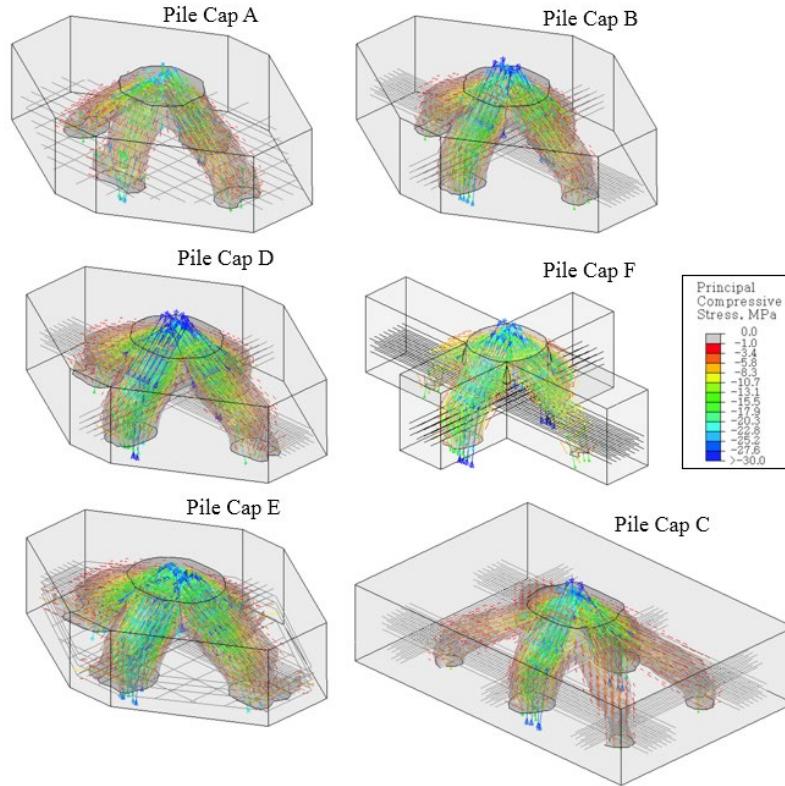


Figure 5-17 : 3D isosurface cuts of the analyzed pile caps at the end of the strength reduction phase

Figure 5-18 compares the stress distribution at the end of the strength reduction phase for pile caps E and F. The primary variable used for the 3D isosurface cut is σ_3 and the threshold value was set at 1.0 MPa for both specimens. It shall be recalled that concrete corners were removed for F and additional reinforcement was designed for E to have better confinement effects. Due to these differences, specimen E was tested experimentally 60% stronger than specimen F, while numerically, the SRDM-3D method predicted an overstrength of 45%. It can be seen from Figure 5-17.a that the 3D shapes of the column-cap struts were quite different between the two specimens.

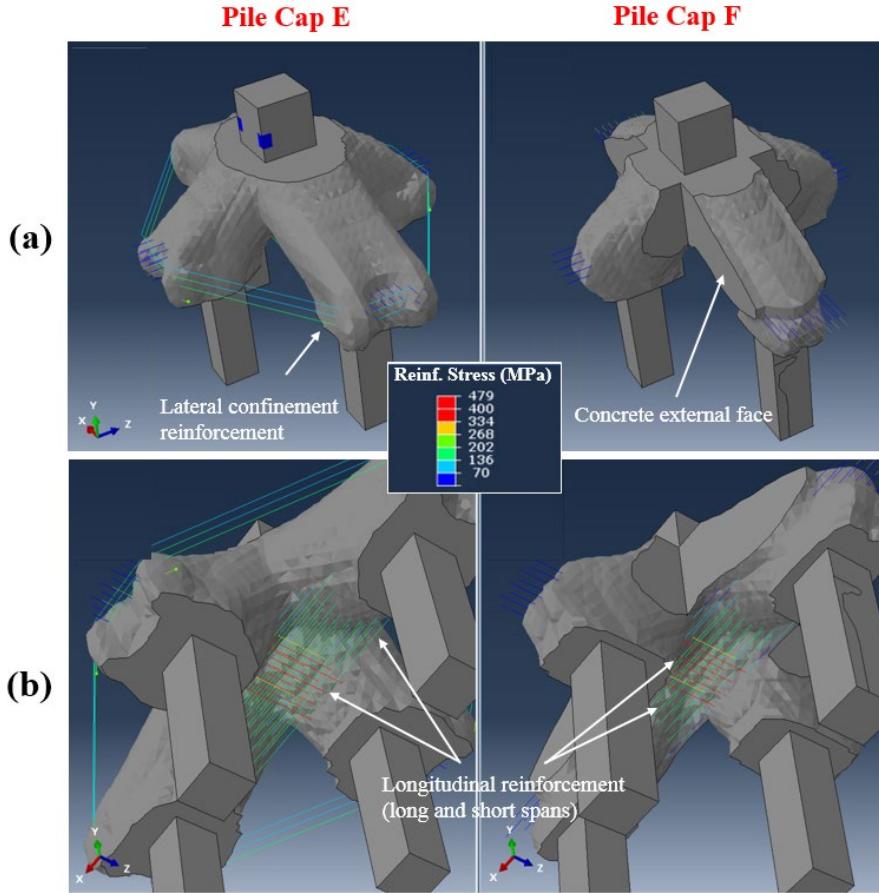


Figure 5-18 : Comparison of Pile caps E and F: (a) top view; (b) bottom view

While the strut was restrained by concrete external face for the case of pile cap F, it had more lateral room in the case of pile cap E, and also had better local confinement conditions near the support, due to lateral reinforcement. The bottom view in Figure 5-18.b allows to compare the flexural reinforcement stresses and shows that for both specimens, the flexural reinforcement of the short span is much more stressed than reinforcement of the long span. According to experimental results of [30], around 68 % of the column load was transferred to the closest two piles for specimens E and F at failure. In SRDM-3D numerical results, the load percentage on the closest two piles was around 71%. This important result shows that the developed SRDM-3D method is able to capture the correct load distribution at failure in the case of statically indeterminate structures. This is a known limitation for S&T design method, where the designer generally assumes a certain load distribution based on experience or on distributions from linear elastic analyses.

5.5.2 Test of Suzuki et al. 1998

The purpose of this additional validation example is to consider the case of 3D CTT nodes and lower values of 3D incompatibility angles (i.e. large span to depth ratio or slender element). The choice was made for the pile cap BPC-20 taken from Suzuki et al. 1998 test series. The geometrical configuration of the pile cap is shown in Figure 5-18a.

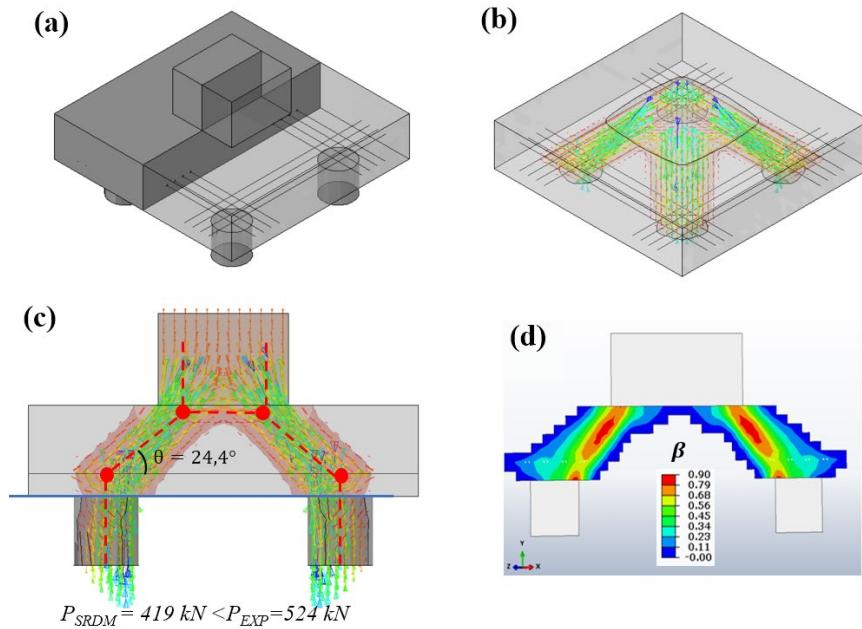


Figure 5-19 : Pile cap BPC-20 of Suzuki et al. 1998: (a) Geometry; (b) 3D isosurface cut at the end of the strength reduction phase; (c) Final configuration and assessed failure load; (d) Isocontours plot of the ratio β

Based on the centreline-to-centreline distance between caps and column, the span over depth ratio of this pile cap is 2.55 and the centreline column to centreline cap 3D incompatibility angle is 21.5° . The material properties used in the test and SRDM-3D method are provided in Table 5-2. Figures 5-19.b & c show the final configuration with SRDM-3D method at the end of the strength reduction phase, and the obtained incompatibility angle. With a ratio of numerical prediction versus experimental failure load around 80 %, the SRDM-3D method is again on the conservative side. A mixed flexural failure/punching shear failure mode was reported for the pile cap (Suzuki et al. 1998), whereas a crushing failure is predicted with SRDM-3D. When examining the contour plots for the ratio β in Figure 5-19.d, the crushing is more likely to occur

in the strut and not in the vicinity of the reinforcement. This result confirms that incompatibility in 3D is less restrictive than in 2D and is not likely to govern the failure mode (even with a relatively low value of the incompatibility angle).

Figure 5-20 shows the evolution of the strut shape (3D iso-surface cut) and the reinforcement stresses during the strength reduction phase. Gradually, as the tensile strength is reduced, the shapes of the concrete struts stabilize, reinforcement stresses increase and become uniform within one rebar. It is also worth mentioning that the deflection of the pile cap increases during the strength reduction phase. The maximum deflection at the centreline of the cap goes from 1 mm at the end of the loading phase to 2 mm at the end of the strength reduction phase. Hence, the final equilibrium is reached gradually while respecting the conditions of compatibility. This is an important advantage of SRDM-3D method if compared to the S&T method and more generally to rigid-plastic methods.

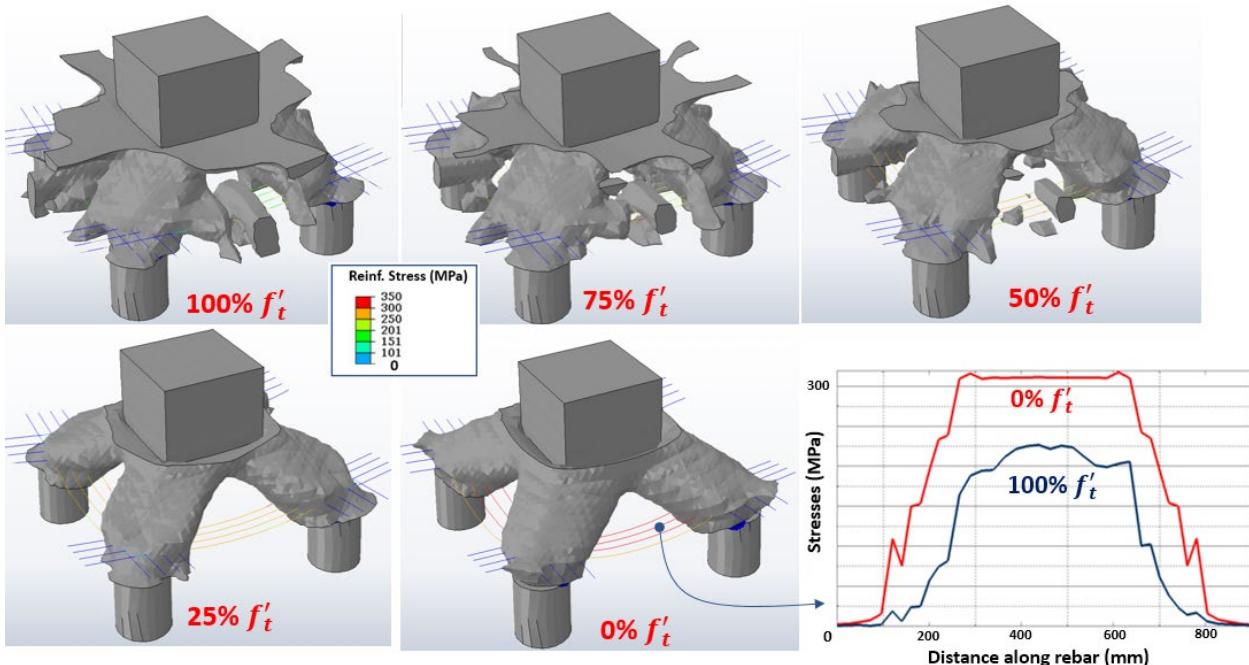


Figure 5-20 : Evolution of the strut geometry/reinforcement stresses and deformation during strength reduction phase (Deformed shape scale factor x 50)

5.6 Conclusions

An enhanced 3D version of the strength reduction method, named SRDM-3D, has been developed and validated in this study for reinforced concrete structures. Having the objective of being an intermediate design approach between the conservative and universally accepted strut and tie method and the powerful non-linear finite element tool, the developed method is suitable for automatic/semi-automatic design of complex reinforced concrete elements. The verification and validation examples considered in this work prove the efficiency and the robustness of the method in predicting a lower bound design solution for general 3D state of stresses, with adequate failure mechanism and minimum required design input parameters. The following conclusions were drawn while developing and applying the SRDM-3D method:

1. The generalized calibration procedure developed in this work allows to consider different tension stiffening and incompatibility laws as input laws to the overall methodology.
2. This enhanced 3D version of SRDM presents interesting features if compared to conventional reinforced concrete design methods, since it allows: (i) to reach a final equilibrium state while respecting both compatibility and strength conditions; (ii) to implicitly redistribute the loads in case of statically indeterminate structures, based on the relative stiffnesses of the elements; (iii) to consider the beneficial confinement effects in case of CCC stress conditions, and (iv) to draw important conclusions on the incompatibility and shape of nodal zones in the general 3D state of stresses.

Further developments are underway:

1. Application to complex and large structural configurations.
2. The generalized isotropic strength degradation scenario used in this work is more suitable for the context of designing new RC structures. For the context of assessment of existing

ones, it is interesting to consider the effect of existing discrete cracks (e.g. originating from temperature gradients) on the final configuration of the flow of stresses.

3. For the SRDM to be used in a design code or standard, a reliability framework has to be developed and must be consistent with the current safety margins implicitly provided by the existing conventional design approaches.

APPENDIX A

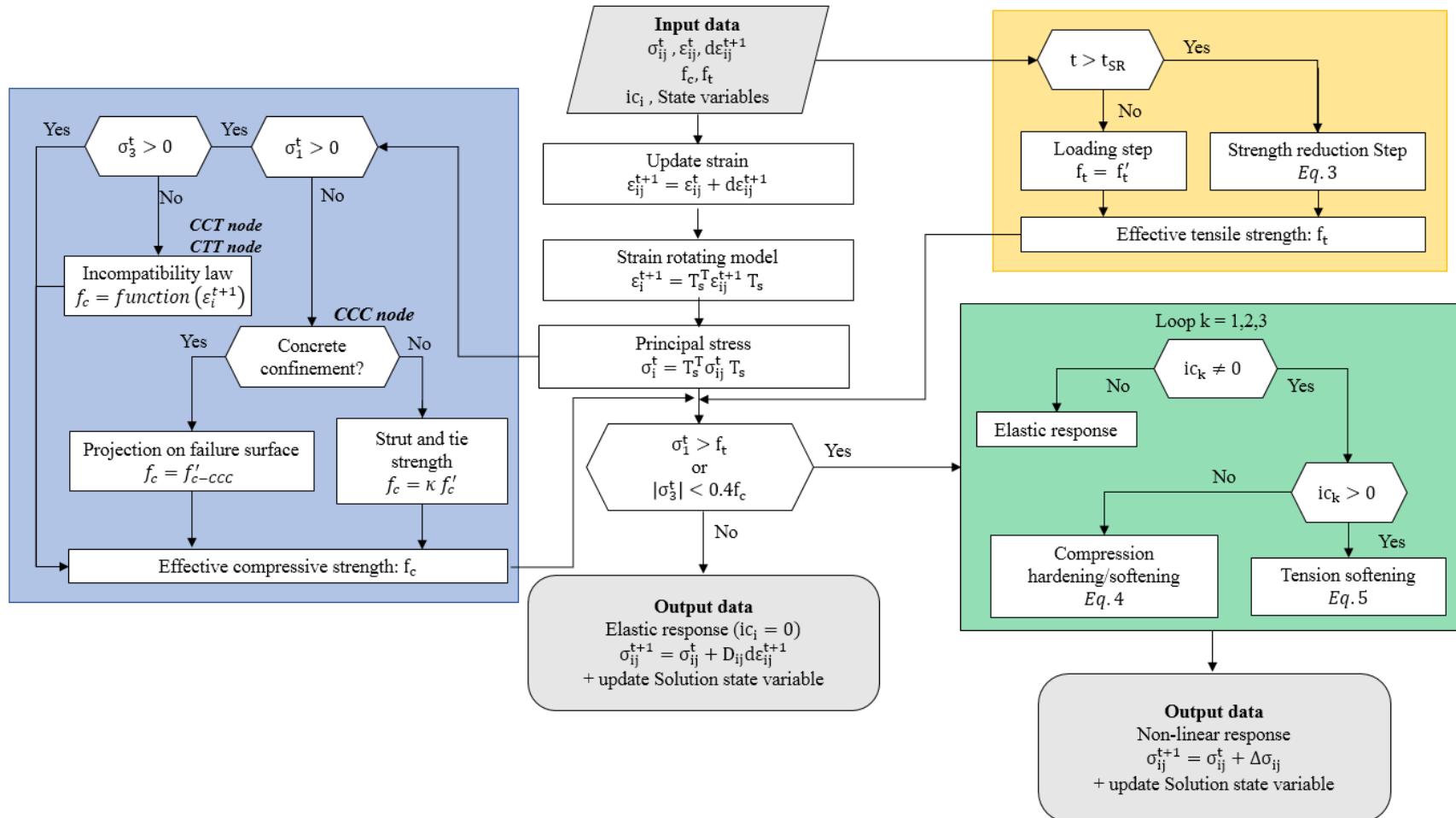


Figure 5-A1: General Flowchart of the constitutive modeling

5.7 References

- Schlaich J, Schafer K, Jennewein M. (1987), "Toward a consistent design of structural concrete.", *J Prestressed Concr Inst*, 32(3):74–150.
- Bendsøe MP, Kikuchi N. (1988), "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method". *Comput Methods Appl Mech Eng*, 71:197–224.
- Liang QQ, Uy B, Steven GP. (2002), "Performance-based optimization for strut-tie modeling of structural concrete". *ASCE J Struct Eng*;128(6):815–23.
- Querin OM, Young V, Steven GP, Xie YM. (2000), "Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation." *Comput Methods Appl Mech Eng*, 189:559–73.
- Xie YM, Steven GP., (1993), "A simple evolutionary procedure for structural optimization.", *Computers and Structures*, 49(5):885–96.
- Foster SJ, Marti P and Mojsilovic N. (2003). "Design of reinforced concrete solids using stress analysis.", *ACI structural Journal*, 100(6).
- Drucker DC, Greenberg HJ and Prager W, (1952) "Extended limit design theorems for continuous media." *Q. Appl Math*, 9:381–9
- Ben Ftima, M., and Massicotte, B., (2015), "Utilization of non-linear finite elements for the design and assessment of large concrete structures. II: Applications", *ASCE Struct. Eng.*, 141(9).
- Rahnavard, R., Fard, F. F. Z., Hosseini, A., Suleiman M., (2018) "Non-linear analysis on progressive collapse of tall steel composite buildings.", *Case Studies in Construction Materials*, Volume 8, Pages 359-379.

Sha Y., and Hao, H., (2012), "Non-linear finite element analysis of barge collision with a single bridge pier", *Engineering Structures*, Volume 41, Pages 63-76.

Zienkiewicz OC, Humpheson C, Lewis RW., (1975), "Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. ", *Géotechnique*, 25(4):671–89.

Tschchnigg F, Schweiger HF, Sloan SW. (2015), "Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques, Part I: numerical studies considering non-associated plasticity. ", *Comput Geotech*; 70:169–77.

Vulliet V, Ben Ftima M, Léger P. (2017), "Stability of cracked concrete hydraulic structures by non-linear quasi-static explicit finite element and 3D limit equilibrium methods. " *Computers and Structures*, 184:25–35.

Abra O., and Ben Ftima M. (2020), "Development of a new design approach of reinforced concrete structures based on strength reduction method", *Engineering Structure*, 207.

Bazant ZP and Oh BH. (1983), "Crack Band theory for fracture of concrete", *Materials and Structures*, 16:155–77.

Chen, A. T. C., and Chen, W. F., (1975), "Constitutive relations for concrete", *J. of Eng. Mech. Div, ASCE*, vol. 101, 465-481.

Willam, K.J, Warnke, E.P, (1995), "Constitutive Model for Triaxial Behavior of concrete.", *IABSE Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses*, ISMES, IABSE Proceedings, vol. 19, Bergamo Italy.

Hsieh SS, Ting EC, Chen WF. (1979), "An elastic-fracture model for concrete". *Proceedings of the third Eng. Mech. Div. Spec. Conf. ASCE*, Austin; p. 437–40.

Chen, W. F. (2007), "Plasticity in reinforced concrete", McGraw-Hill, New York
 Vecchio F.J., Collins M.P. (1986), "Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear". *ACI Journal*, 83(2):219–31.

Vecchio F.J., and Collins M.P. (1982), "Response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses", University of Toronto, Dept. of Civil engineering, 332 pages.

Izumo, J., Shima, H., Okamura, H., (1989), "Analytical Model for RC panel elements subjected to in-plane forces", *Concrete Library of JSCE*, No.12.

Shirai, S., Noguchi, H., (1989) "Compressive deterioration of cracked concrete.", *Proc., ASCE Struct. Congress 1989: Design, analysis, and testing, ASCE*, New York, 1-10.

Vecchio F.J., (2000), "Disturbed stress field model for reinforced concrete: formulation", *J. Struct. Eng.*, 126(9): 1070-1077.

Karthik, M. M., Mander, J. B., and Hurlebaus, S., (2016) "Displacement-Based Compatibility Strut-and-Tie Method and Application to Monotonic and Cyclic Loading", *Journal of Structural Engineering*, Volume 142 Issue 6

CSA A23.3 (2016). Standard CSA-A23.3, Design of concrete structures, Canadian Standards Association, Toronto, Ontario.

Todeschini, C. E., Bianchini, A. C., & Kesler, C. E. (1964). "Behavior of concrete columns reinforced with high strength steels.", *ACI J.Proc*, 61, 701-716

Hibbitt, H.D., Karlson, B.I. and Sorensen, E.P. (2014), ABAQUS version 6.14, Finite element program, Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, R.I., USA

Chantelot G and Mathern A. (2010), "Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps.", Master of science Thesis Chalmers university of Technology, 207 pages.

Adebar, P., Kuchma, D., and Collins, M.P. (1990). "Strut-and-tie models for the design of pile caps: an experimental study". *ACI Structural Journal*, 87(1): 81–92.

Field, K., & Bischoff, P. H. (2004),"Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members". *ACI Structural journal* 101(4), 447-456.

Suzuki, K., Otsuki, K., Tsubata, T., (2000), "Influence of bar arrangement on ultimate strength of four pile caps.", *Transactions of the Japan Concrete Institute*, volume 20, 195-202.

Stoiber N and Kromoser B. (2021). "Topology optimization in concrete construction: a systematic review on numerical and experimental investigations ", *Structural and multidisciplinary optimization*, 64:1725-1749.

Kuchma, D.A. (1989). "Design using the strut and tie model: Tests of large-scale pile caps", *Msc thesis*, Department of civil engineering, University of Toronto, 137 pp.

Ruiz, F. and Muttoni, A. (2007), "On development of suitable stress fields for structural concrete". *ACI Structural Journal*, 104, 495–502.

Muttoni A., Schwartz J. and Thürlimann B. (1997), Design of concrete structures with stress fields, Birkhäuser Verlag.

CHAPITRE 6 ARTICLE 3: APPLICATION OF STRENGTH REDUCTION METHOD TO ASSESSMENT OF EXISTING LARGE REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Oumaima Abra, Mahdi Ben Ftima

Article soumis dans *Structural Concrete (fib)*, Juillet 2022

Oumaima Abra

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
 Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
 P.O. Box 6079, Station CV
 Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
 and
 IDAE, 204 Saint Sacrement Street,
 Montréal, Québec, Canada, H2Y 1W8
 E-mail: oumaima.abra@polymtl.ca

Mahdi Ben Ftima

Department of Civil, Geological and Mining Engineering,
 Polytechnique Montréal, Montreal University Campus,
 P.O. Box 6079, Station CV
 Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7
 E-mail: mahdi.ben-ftima@polymtl.ca

6.1 Abstract:

This work presents an application of strength reduction method to the assessment of existing complex reinforced concrete structures. A new assessment methodology is developed. It

considers a reloading phase of the finite element model, following the initial loading phase up to service level and an intermediate reduction phase of concrete tensile strength. Rosenblueth's point estimate method is used to compute a global resistance factor and to deduce a design resistance value of the structure.

After validations, the methodology is applied to two existing complex and large hydraulic structures: a spiral case and a draft tube. If compared to existing methodology using sophisticated non-linear finite element methods, the developed approach is simpler, more practical and provides results that are on the conservative side. Considering the difficulties in characterizing the tensile peak and post-peak strength of concrete, the uncertainties about the damage condition of facilities, the developed methodology is considered robust and well suited for the assessment task of existing critical reinforced concrete infrastructures.

Keywords: complex reinforced concrete structures, assessment, strength reduction method, non-linear finite element, global resistance factor.

6.2 Introduction

Reinforced concrete (RC) structures are essential structures in today's society. Most of the strategic RC infrastructures around the world (e.g. bridges, nuclear or hydroelectric powerhouses...) were built before the 1950's and are now reaching the end of their life span. It is estimated that repair and rebuilding costs of concrete infrastructures, just in the United States, will be in trillions of dollars to be paid by future generations [1]. Since concrete is the third largest contributor to carbon dioxide emissions, the environmental costs of rebuilding will have serious repercussions for the planet. Therefore, it is more profitable to extend the lifespan of existing critical RC structures using *innovative & robust assessment tools* as well as targeted repair technologies. While design of old RC structures was based on rather simplified models (e.g. 2D model versus 3D, no or limited redistribution of stresses ...) and conservative design

approaches (e.g. sectional design method), nowadays sophisticated numerical tools, such as advanced nonlinear finite element analysis or ANFEA, are *not really appropriate* for the expected assessment task. The main reason behind that is the known dependency of ANFEA results on the several input parameters, generally required by the concrete constitutive model. Even if the computational framework has undergone a rigorous V&V process suitable for the target assessed structure [2][3], it is still dependent on the quality of at least *measurable* concrete/reinforcement parameters that can be assessed from existing structure (e.g. using characterization tests on extracted cores). Example of measurable RC mechanical parameters: compressive strength of concrete (f'_c), Young modulus and Poisson ratio of concrete (E_c and ν_c), direct tensile peak strength of concrete (f'_t), tensile post-peak of concrete (e.g. fracture energy G_F), reinforcement yield strength (f_y). In the authors' view, the parameters related to tensile strength of concrete (mainly f'_t and G_F), are relatively the most difficult to obtain and are the ones with higher uncertainties, for several reasons: size effects [4], higher spatial variability within the structure, difficulty of experimental setup for characterization test, higher variability of parameters (e.g. coefficient of variation or COV > 0.15 to 0.2) requiring larger replications number. For reliability assessment of an existing structure, statistical assessment of higher-order moments of these parameters is required (e.g. variance is required to compute characteristic value of strength). It is believed that uncertainties and difficulties are much higher in this case. For the specific case of large and lightly reinforced concrete structures as the powerhouse unit shown in Figure 6-1.a, the tensile behaviour of concrete (peak and post-peak) has an important influence on structural response.

Strut and Tie or S&T Method [5] or equivalent Stress Field or SF Method [6] can be alternatively used for the assessment of existing RC structures with important advantages over the ANFEA in this context: (i) no dependency on the tensile behaviour of concrete; (ii) a lower bound solution based on equilibrium and strength of used materials (basically only f'_c for concrete and f_y for reinforcement are required). These two aspects offer some robustness and conservativeness on the assessment conclusion which makes these methods widely used in engineering practice.

However, both S&T and SF methods cannot handle some important aspects which are relevant for the assessment exercise: (i) Consideration of multi-physical phenomena that interact during the life span of structure from construction to operation. These phenomena impact stress state and

internal crack distribution at service level [7]. For mass concrete structures, as the powerhouse example of Figure 6-1, thermal stresses at early age are known to cause more than 80% of cracking pattern before water impoundment of the facility [8]; (ii) Consideration of the effect of existing discrete cracks on the structural capacity and failure mechanism at ultimate; and (iii) Consideration of reliability aspects in the assessment, related to load and material strength variabilities [9][10].

The scope of this work is the development of new methodology, based on strength reduction and a point estimate method, suitable for reliability assessment of existing critical RC structures, and which considers all the limitations previously identified for other available assessment methods. Even if the methodology is applicable to any type of RC structure, the applications in this work focus on the field of large RC structures.

The paper is organized as follows. Section 2 presents the assessment examples considered in this study and discusses the need to define a new assessment strategy for these special RC structures. Section 3 introduces the developed assessment methodology. Validation examples are presented in section 4. Finally, in section 5, two application examples are considered to illustrate the performance of the proposed approach.

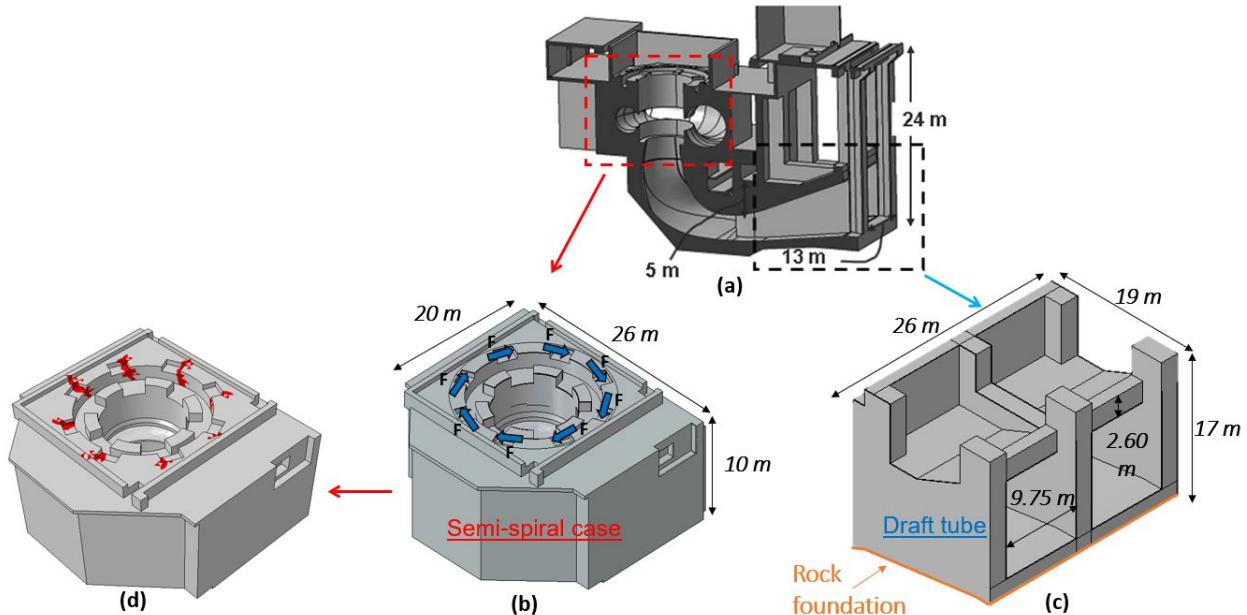


Figure 6-1 : Example of large RC structure: (a) Longitudinal cross section view of hydroelectric powerhouse unit; (b) semi-spiral case and short-circuit load case; (c) draft tube; (d) results of ANFE

6.3 Why strength reduction for large RC structures?

6.3.1 FE and ANFE in the field of large RC structures

Figure 6-1 presents the powerhouse hydroelectric unit considered in this study. It is a RC structure with complex geometry (due to the hydraulic passage) and large members (thicker than one meter). Such large RC structures have generally low reinforcement ratios that rarely exceed 0.5%. Sophisticated analyses tools such as ANFEA, rather simplified ones, are justified for the assessment of this structure, due a combination of different complex interacting aspects: complex 3D geometry, tensile stresses and crack development at early age due to heat of hydration effects and mechanical restraint to rock foundation and size effect.

ANFEA using constitutive concrete models represents the state-of-the-art analysis in the field of numerical simulation of concrete structures [11]. It is based on a 3D discretization of structures using 3D elements, and uses smeared crack or discrete crack (e.g. XFEM) approach to represent the cracking process that takes place using initiation and propagation criteria.

Figure 6-1.c presents a typical ANFEA result for the semi-spiral case component of the powerhouse and for the critical short-circuit load case, schematically shown in Figure 6-1.b. Though the magnitude of the short-circuit force F in this example is very high (of the order of 6000 kN, as it will be detailed later), only few elements cracked (colored in red in Figure 6-1.d), while nominal minimum reinforcement was provided in the model. This result is quite common in the field of mass hydraulic structures and is explained by three contributions: (i) the contribution of the tensile strength of the concrete f'_t (in the order of 2 to 4 MPa), which triggers the initiation of cracks; (ii) the contribution of the post-cracking energy of concrete after crack initiation and during crack propagation. This fracture energy, G_F , in the order of 0.1 to 0.5 N.mm/mm² for mass concrete with coarse aggregates [8], would have important contribution in case of large concrete members due to the involved large cracked areas; (iii) the static redundancy of the structures plays also an important role by allowing redistribution of tensile stresses.

Based on the authors' experience with ANFE, it is possible for a large RC structure to withstand external efforts using only the contributions in tension and compression of concrete, and without any reinforcement. However, it is difficult to conclude in this case that the behaviour of the structure is adequate since the contribution of concrete in tension is not guaranteed (e.g. due ageing/degradation effects) and unless all the complex interactions at early age and very early age (tensile creep, heat of hydration effects, maturity development) were accurately included in the simulation [8].

It can be concluded that the real demand on the reinforcement cannot be assessed using ANFE since it is somewhat *hidden* by the tensile contribution of concrete. Conventional linear elastic FE analyses may be used in this case, and the demand on reinforcement can be assessed after integration of stresses into sectional forces, and using available algorithms to compute the demands on reinforcement (e.g.[12]). This methodology is however unusable when thermal effects are included in the FE model. High tensile sectional forces may arise due to temperature drops and to the large member size. These forces drop instantaneously after first cracking and can be considered only in a non-linear computational framework.

6.3.2 Strength reduction

The strength reduction is a method originally developed in the geotechnical engineering field for quantifying slope stability. It was first presented by Zienkiewicz et al. (1975)[13] and is based on the gradual decrease of the resistive strength of materials along potential plans of weakness.

The *tensile strength reduction* analysis was developed by the authors as an alternative design solution for complex reinforced concrete structures and 2D configurations [14] and recently generalized to the case of 3D state of stresses [15], under the acronym of SRDM-3D for Strength Reduction Design Method. The idea is to apply the load on the structure by using a simple linear constitutive model and then apply a progressive reduction of the tensile strength to allow the redistribution of stresses into purely compressive stresses in concrete (struts) and purely tensile stresses in reinforcement (ties).

Figure 6-2.a schematically presents the analysis procedure where P is the external load applied smoothly and gradually during a first loading phase. This load is maintained constant for the second strength reduction phase, where the tensile strength of concrete is gradually decreased to

zero. If the initial tensile strength is chosen reasonably high (f'_t at $t=0$), the loading phase will be purely linear elastic. The redistribution of stresses between concrete and reinforcement in the reduction phase, is highly non-linear. The choice was therefore made for the explicit dynamics' solver using an incremental numerical scheme requiring a small stable increment time. The problem is solved using dynamic equilibrium equations, where conventional nodal forces are converted into inertia forces by assigning lumped masses to nodal degrees of freedom and loading P is applied *slowly enough* to minimize the kinetic over internal energy ratio of the system E_c/E_i .

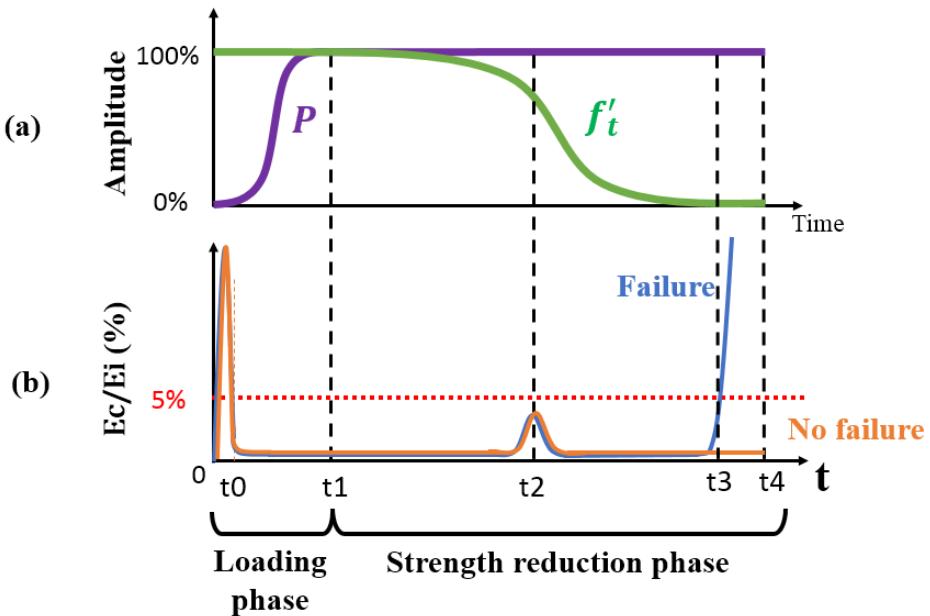


Figure 6-2 : Strength reduction analysis procedure [14] : (a) Application of loads and reduction of strength; (b) Explicit analysis: Kinetic energy and internal energy ratio

As depicted in Figure 6-2, intermediate non-linear events may occur during the strength reduction phase, for example, crack initiation and propagation at t_2 . Two different situations may occur: (i) failure before the end of analysis (at t_3), which can be detected by an irreversible increase of the kinetic over internal energy ratio; (ii) no failure before the end of the strength reduction phase at time t_4 , where the tensile strength reaches zero.

The advantage of the approach is that it uses a relatively simple constitutive modelling of concrete (relatively to the constitutive models used in ANFEA), requiring mainly the compressive strength of concrete as input parameter. In the common *design mode* of SRDM-3D,

the constitutive model of the reinforcement is chosen linear elastic and the required quantity of reinforcement can therefore be assessed at the end of the analysis, in case of no failure ($t=t_4$). In fact, failure in this case can only occur in concrete, whether by crushing of the struts in pure compression or by incompatibility failure in nodal areas near the intersections of tensile ties in reinforcement and compressive struts in concrete.

Application of SRDM-3D method gave interesting results which were comparable to S&T method in terms of robustness and conservativeness, and at the same time it was much easier to apply to complex and 3D RC geometries [15]. The extension of this method to the assessment context of an existing RC structure has however shown three main limitations. The first is related to the iterative scheme used to assess the ultimate failure load, in the assessment mode, when non-linear constitutive laws for reinforcement are activated. Several SRDM-3D analyses must be carried out by increasing the load P , to reach a limit equilibrium configuration at the end of the reduction phase. Secondly, the generalized isotropic strength degradation scenario was more suitable for the context of designing new RC structures. For the assessment context, it is interesting to consider the effect of existing discrete cracks (e.g. originating from temperature gradients) on the final configuration of the flow of stresses. Finally, for the SRDM-3D to be used in a design code or standard, a reliability framework has to be developed and must be consistent with the current safety margins implicitly provided by the existing conventional design approaches. All of these limitations will be considered in the next section through a new *enhanced Strength Reduction Assessment Methodology* or SRAM.

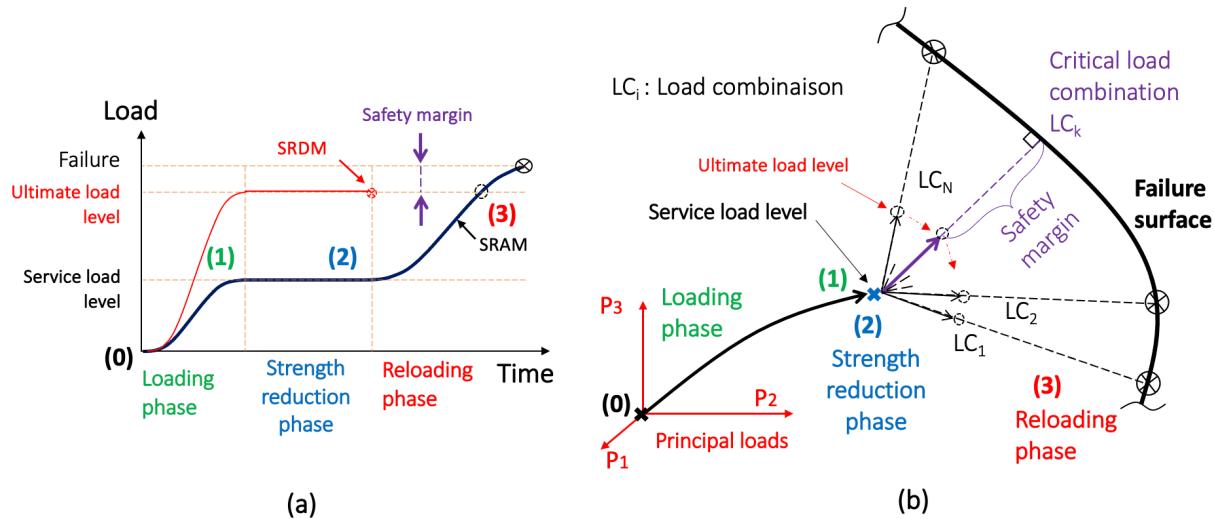
6.4 Strength reduction assessment methodology

The developed SRAM is based on three key aspects that will be detailed in the following sections: the reloading phase, the service load condition and the reliability framework. The 3D constitutive modelling used in this work is the one derived in Abra and Ben Ftima 2022 and is therefore not detailed. A user material was programmed in the user-subroutine VUMAT used by the commercial package Abaqus-Explicit [16]. For more details, the reader is referred to [15] Abra and Ben Ftima 2022.

6.4.1 The reloading phase

To solve iterations problem in search of the ultimate load, a reloading phase is added after the strength reduction phase, as shown in Figure 6-3.a. Hence, at the end of the strength reduction phase, when tensile strength reaches zero, the load is re-increased smoothly up to the failure. The targeted load level at the end of the first loading phase is the service load level. The ultimate load level shown in Figure 6-3.a corresponds to design level of factored loads.

The loading path is schematically shown in the virtual space of principal loads, in Figure 6-3.b, assuming three principal loads for this conceptual example (P_1 , P_2 and P_3). The points at the beginning and at the end of strength reduction phase are coincident, as shown. Different load paths can be followed at the beginning of reloading phase. Each path requires a different analysis and corresponds to a given load combination LC_i of the principal loads: $\lambda_{1,i}P_1 + \lambda_{2,i}P_2 + \lambda_{3,i}P_3$, where $\lambda_{j,i}$ are load factors available from the codes [17]. The search of critical load path, corresponding to the critical load combination LC_k is a common exercise in engineering practice. This critical load combination involves a minimum safety margin as schematically shown in Figure 6-3.b.



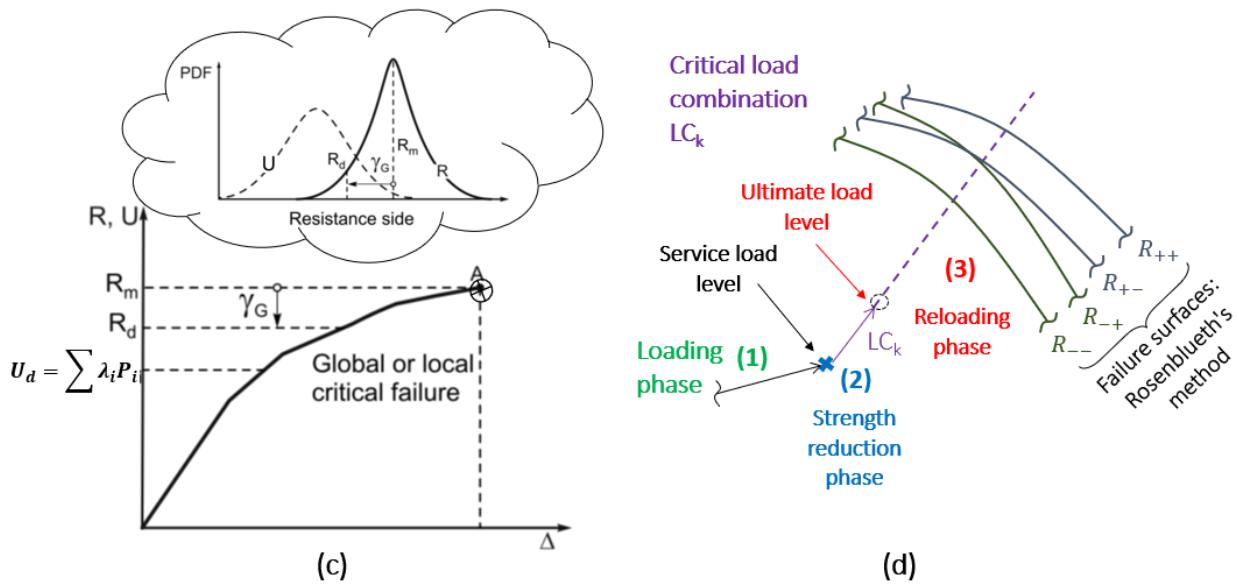


Figure 6-3 : Strength reduction assessment methodology: (a) SRAM and original SRDM; (b) Schematic representation of assessment analyses in the principal loads space; (c) Reliability problem and global resistance factor; (d) Schematic representation of Rosenblueth's assessment analyses in the principal loads space.

6.4.2 Service load condition

For an existing structure, service load effects can be assessed using nominal load values available from codes or from available statistical information (e.g. structural health monitoring data). Additionally, the current condition of the structure can be updated using relevant site investigation. This information will contribute to "a better estimate" of the location of point (1) in Figure 6-3.b. As an example, for hydraulic structures, available site-specific information using destructive and non-destructive techniques can be used to locate and define cracking planes originating from thermal effects at early age. This information can be used to adjust boundary conditions and calibrate relevant early age parameters feeding the ANFEA[18]. Alternatively, it can be used to directly define embedded weak planes into the geometry of the FE model using contact interfaces, as it will be shown later in validation example 1. Due to the known path-dependency of concrete especially for lightly RC structures, errors and uncertainties at this level of analysis could have great impact on the final failure mechanism at the ultimate level. The authors believe that these effects will be minimized by the strength reduction procedure that follows the loading phase.

6.4.3 Reliability framework

A reliability framework shall consider the random nature of *resistance* and *load effect* functions, respectively R and U , and the minimum required safety margins. In the practical field of structural concrete, engineers shall apply design code provisions based on a quasi-probabilistic approach, using for instance the concept of load and resistance factors [26]. Under-strength material factors (e.g. ϕ_s for steel reinforcement and ϕ_c for concrete) and overload factors (e.g. λ_P factors for each load category P) are derived from probabilistic data and are compatible with a maximum allowable probability of failure p_f or a minimum reliability index β_{min} [19][10]. This approach, also called the *partial safety factor approach*, can be extended to the field of ANFEA by using characteristic values of material inputs parameters (e.g. $\phi_c f'_c$ for concrete or $\phi_s f_y$ for steel reinforcement) in the non-linear analyses. Different load combinations using different load factors can be considered for the search of the critical load path. This approach is not really suitable to all applications even if it is widely used in engineering practice due to its simplicity and consistency with current design code provisions [10][20]. For example, in non-linear analyses involving thermal effects, the use of characteristic or design values of material properties would result in a weaker material which may lead to unrealistic redistribution of internal forces.

A reliability framework has been suggested by second author in a previous work, for the context of concrete design using results of ANFEA [21] and is based on the *global resistance factor approach*. The framework, well suited for structural engineers having access to nonlinear deterministic finite element packages with concrete models, proposes a reliability format that focuses *on the variability on the resistance side* while using the concept of critical load paths on the load side which is compatible with the philosophy of existing design codes (Figure 6-3.c). A global resistance factor γ_G is computed for each loading path and then used to deduce the design resistance value R_d from a mean resistance value R_m obtained by ANFEA, using the following equation:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_G} \quad (6-1)$$

The global resistance factor is computed from the following expression:

$$\gamma_G = e^{\beta_{min} \cdot \alpha \cdot V_R} \quad (6-2)$$

Where: $\alpha = 0.80$ and β_{min} is the minimum reliability index required by code provisions (typical values: 3.5 for a ductile failure and 4.25 for a brittle failure). V_R is the coefficient of variation or c.o.v of the resistance function R that is estimated using the so-called Rosenblueth's point estimate method [22]. Point estimate methods are simple and robust statistical methods used to evaluate statistical moments of a random function R (e.g. mean and variance) by using its values at particular points in the space of the input variables, called sampling points. These points are typically located around the mean value point plus or minus a standard deviation. Rosenblueth's point estimate method [22] was specifically used and validated in a previous study [21], to assess V_R , using a limited number of ANFE analyses. Typically, 2^N analyses are required to assess the statistical moments of R , using the following equation:

$$E(R^m) \approx \sum_{2^N \text{ points}} p_i R_i^m \quad (6-3)$$

Where:

- m is the moment order (e.g. $m = 1$ for the mean value). To compute the variance of R , Eq. 6-2 is used twice to compute $E(R)$ and $E(R^2)$, and finally use the equation: $var(R) = E(R^2) - (E(R))^2$;

- R_i is the resistance evaluated at a given sampling point i , N is the number of random input variables, and p_i is the discrete mass probability. In case of uncorrelated input variables:

$$p_i = \frac{1}{2^N}.$$

The same reliability framework is used in this work. As the compressive strength of concrete (f'_c) and the yield strength of steel (f_y) are the only required input parameters ($N = 2$), the total number of required strength reduction FE analyses is $2^N = 4$ for each identified critical load path. An additional analysis using mean values of input parameters is also recommended to figure out

the average response of the structure and brings the total number of analyses to $2^N + 1$ for each potential critical load case. This methodology is schematically shown in Figure 6-3.d, in the principal load space. The direction for the reloading phase remains the same for the 2^2 analyses (also called Rosenblueth's analyses), only the position of the failure surface changes. At each Rosenblueth's analysis, a different structural strength corresponding to an ultimate failure load is obtained. The notation format used in this figure and elsewhere in this paper is Rcs , where c and s are associated with concrete and steel properties, respectively. The (+) sign indicates that the corresponding material properties used in the model are equal to the mean *plus* one standard deviation, whereas the (-) sign corresponds to the mean *minus* one standard deviation. For all examples in this study, the initial value of the tensile strength is computed from the compressive strength of concrete using the semi-empirical formula: $f'_t = 0.45\sqrt{f'_c}$ (all the quantities are in MPa).

6.5 Validations

To evaluate the performance of the developed strength reduction assessment methodology, three examples are presented in this section. The first example is a new suggested conceptual benchmark of a simply supported RC beam with a pre-existing discrete crack. The second and third examples are related to experiments from literature of a RC beam falling in shear and a RC tunnel box, respectively.

6.5.1 Example 1: RC beam with pre-existing crack

Figure 6-4 shows the geometry of the RC with pre-existing crack. The purpose of this new developed benchmark is to demonstrate the feasibility of the SRAM in the case of structures with identified pre-existing crack. In this case, the crack length L_f is variable and SRAM results are compared to theoretical results using the S&T model shown on the same Figure 6-4.

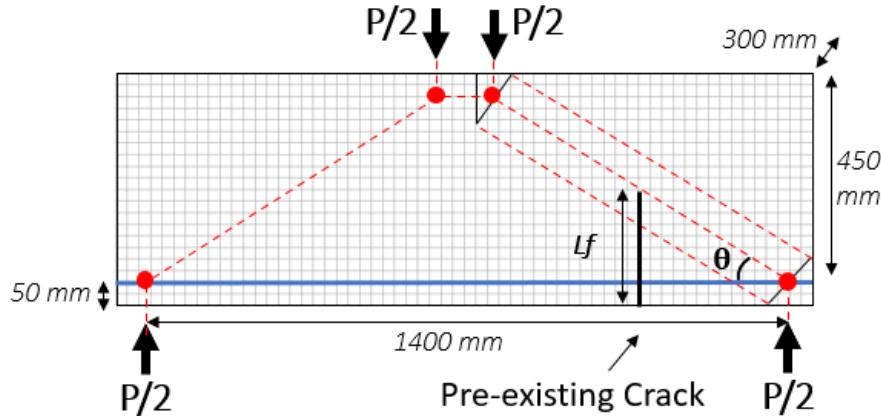


Figure 6-4 : Example 1: RC beam with pre-existing crack

Table 6-1 : Material properties used in example 1

Material Property	Value	
Compressive strength of concrete	f'_c	30 MPa
Tensile strength of concrete	f'_t	2.9 MPa
Young modulus	E_c	26 600 MPa
Poisson coefficient	ν	0.18
Reinforcement ratio	ρ	0.011

Table 6-1 provides the material properties used in the example. The mesh density is shown in Figure 6-4. Due to symmetry, only half the beam model was used in simulations. To model the pre-existing crack, a frictionless contact interface is used. This interface transfers only normal compressive contact forces and is present at the beginning of the analysis before application of load P .

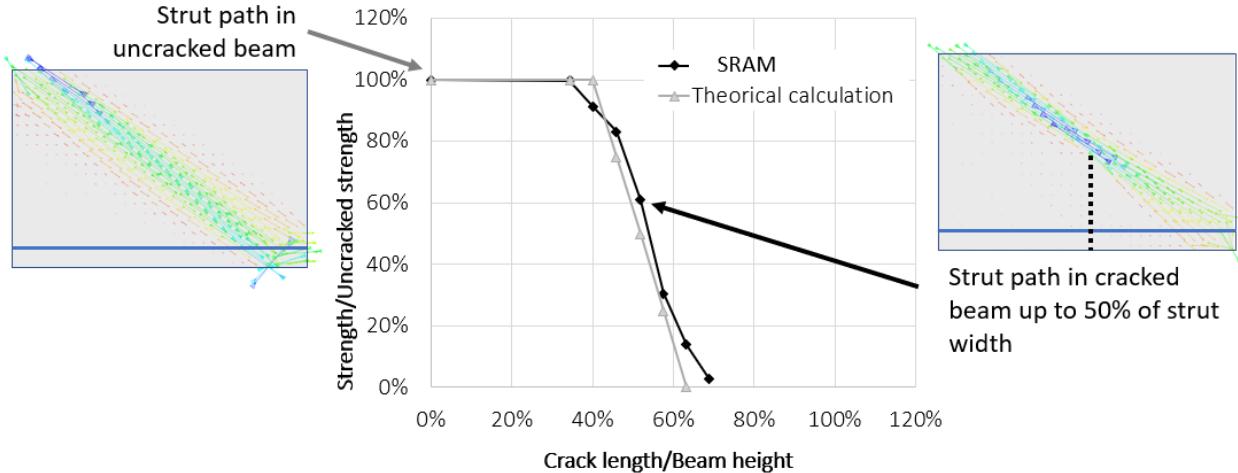


Figure 6-5 : Example 1: comparison of numerical and theoretical results

Figure 6-5 shows comparison between numerical (SRAM) and theoretical (S&T) results. The strength of cracked or uncracked beam corresponds to the maximum transferrable force P (Figure 6-4) before failure. Each point in the curve corresponds to a different numerical simulation/theoretical computation. A good correlation is observed between both results. The strut path (principal compressive stresses) at the end of the reduction phase is also shown in Figure 6-5 for two different configurations: uncracked beam and pre-existing crack at 52 % of the beam height. The disturbance effect of the crack can be clearly seen. In all numerical simulations, the final failure mechanism was related to the compressive failure of the strut.

This example demonstrates the possibility to include weak planes in existing RC structures. Friction and cohesion effects can also be included into contact interfaces to represent more realistically the behaviour of crack planes.

6.5.2 Example 2: RC beam falling in shear

Example 2 is RC wide beam without shear reinforcement ($a/d = 3.4$), tested experimentally at the University of Toronto [23]. Figure 6-6.a shows the geometry of the beam, and Table 6-2 gives the input parameters. Mean values of f'_c and f_y are from the experiment and COV values are identical to the ones used in [15] for comparison purposes with ANFEA results.

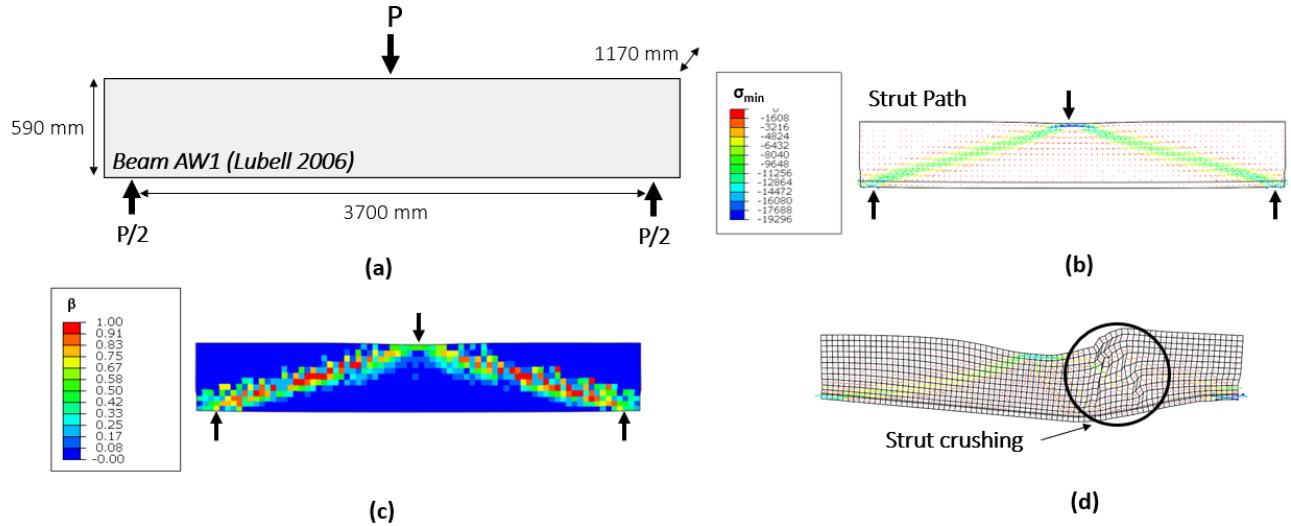


Figure 6-6 : Example 2: RC beam AW1 falling in shear

Table 6-2 : Material properties and results for examples 2 and 3

	Input Data				Exp. Result	SRAM						ANFE [15]		
	f'_c (MPa)	f_y (MPa)	COV (f'_c)	COV (f_y)		$R_m = V_u$ (kN)	\bar{R}_{++} (kN)	\bar{R}_{+-} (kN)	\bar{R}_{--} (kN)	\bar{R}_{-+} (kN)	\bar{R}_m (kN)	COV (\bar{R})	V_{ANFE} (kN)	COV (\bar{R})
Beam AW1	37	465	0.2	0.09	585	424	460	460	353	353	407	0.13	535	0.10
Tunnel Box	45	490	0.2	0.09	805	722	798	714	663	691	717	0.07	885	0.05

The first purpose of this example is to highlight the sensitivity of the final failure load with respect to the initial *preload* value applied during the loading phase (Figure 6-2.a). When assessing an existing RC structure, this preload corresponds to service load.

In the original SRDM without a reloading phase [15], iterations were required to find the ultimate load P_u of a given RC structure. Starting with a low value of initial load at the loading phase (in a

first trial analysis) and increasing up to a final limit load value P_u for which a limit equilibrium was reached at the end of strength reduction phase. This limit equilibrium corresponds to a critical condition of concrete in compression where the state variable β is close to 1.0 in some critical areas of the model (struts or nodal areas) (see for instance Figure 6-6.c). β is defined as the ratio between the principal compressive stress σ_{min} and the effective compressive strength f_c :

$$\beta = \frac{\sigma_{min}}{f_c} \quad (6-4)$$

This means that if reloading phase is considered at the end of the strength reduction phase, it will immediately lead to failure (as was schematically shown in Figure 6-3.a- red line for SRDM). For this reason, SRDM can be viewed as a special SRAM case with 100% P_u preload applied at the loading phase.

Figure 6-7 compiles the results of SRDM and different SRAM analyses corresponding to different preload values (as percentages of the ultimate load value % P_u). The ultimate shear strength is reported as function of the initial preload value in the loading phase. It can be seen that with lower preload values (less than 33% of P_u), shear strength obtained by SRAM is sensitive to the choice of the preload value. This confirms the path-dependency of ultimate load value when failure mechanism is related to concrete. In this example, all failures were related to crushing of the inclined concrete strut as shown in Figure 6-6.d.

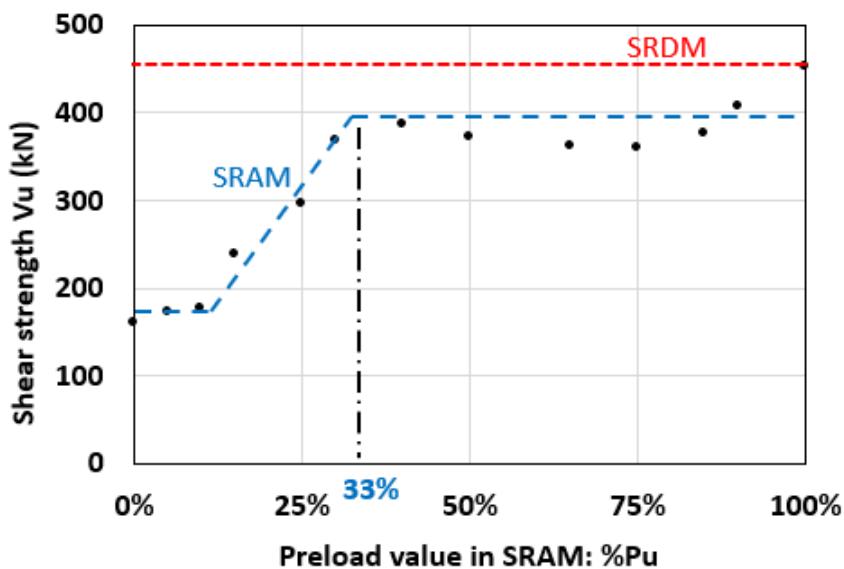


Figure 6-7 : Example 2: Effect of service load value on the final shear strength

The second purpose of this example is to apply the global resistance factor reliability framework and compare SRAM results with: (i) experimental results (in terms of average value of ultimate strength); and (ii) numerical reliability results conducted in [21] using ANFEA (in terms of average and c.o.v values of ultimate strength).

Table 6-2 presents the results, where SRAM values are considered (corresponding to the case 100% P_u). As anticipated, SRAM results for ultimate shear load were on the conservative side, with an underestimation of 30 % of the experimental shear failure load. The result was also 24% lower if compared to numerical failure load obtained by ANFEA in [21] Ben Ftima and Massicotte 2015b. Comparison of the four SRAM Rosenblueth's analyses shows that the parameter f_y has no influence on the final resistances of the beam, which is consistent with the shear type of failure, or more precisely, the strut crushing failure obtained by SRAM as shown in Figure 6-6.d. The c.o.v obtained by SRAM was slightly higher than the one obtained by ANFEA [21].

6.5.3 Example 3: RC tunnel section (from Kuzmanovic 1998)

Example 3 is RC box structure without shear reinforcement, representative of a tunnel section tested by [24] and considered in [25]. The a/d ratio of the roof portion falling in shear is 1.9. Figure 6-8.a shows the geometry of the beam, and Table 6-2 gives the input parameters. Mean values of f'_c and f_y are from the experiment and c.o.v. values are identical to the ones used in [21] , for comparison purposes with ANFEA results. Table 6-2 presents the results, where SRAM values correspond to the case 50% P_u . Again, SRAM results were on the conservative side, with an underestimation of 11 % of the experimental shear failure load. The result was also 19% lower if compared to numerical failure load obtained by ANFEA in [21] (ANFEA in this case overestimated the capacity of the tunnel section). Although an experimental similar shear mode failure was observed for the roof portion as in previous example 2, different conclusions regarding SRAM Rosenblueth's analyses were obtained for this example. In fact, the four Rosenblueth's analyses were different for this example, meaning that both f'_c and f_y had influence on the final failure mechanism. The c.o.v of the structural resistance was slightly lower

than the one obtained by ANFEA. Also, this c.o.v was half the one obtained in the first example, though identical input c.o.v were used in both examples for f'_c and f_y (Table 6-2). The same conclusions regarding the differences between the examples were drawn in [21] and were attributed to the difference in the a/d ratios between the two examples. It is believed that a smaller shear span ratio is favorable to the formation of a second resistance mechanism after the formation of the first shear crack. This second mechanism involves a direct concrete strut towards the support and a tie action from the bottom layer longitudinal reinforcement of the roof. This effect can be clearly seen in Figure 6-8.b, and explains the influence of f_y for this example.

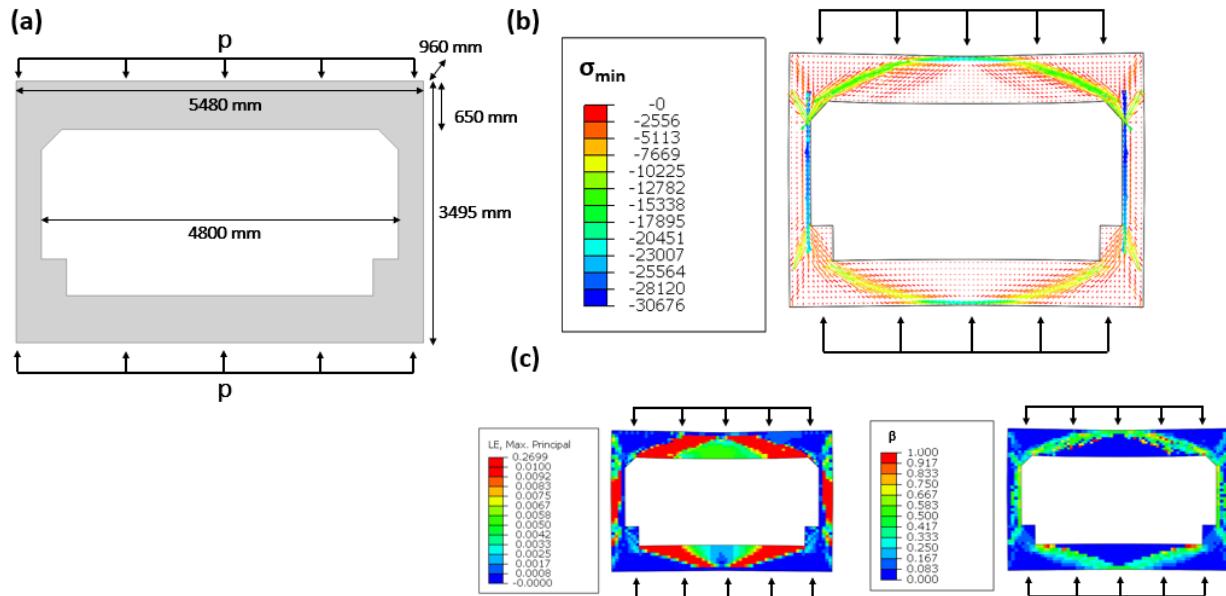


Figure 6-8 : Example 3: RC tunnel section tested by Kuzmanovic 1998: (a) Geometry and loading; (b) Compressive stresses at failure; (c) Damage pattern at failure.

6.6 Applications

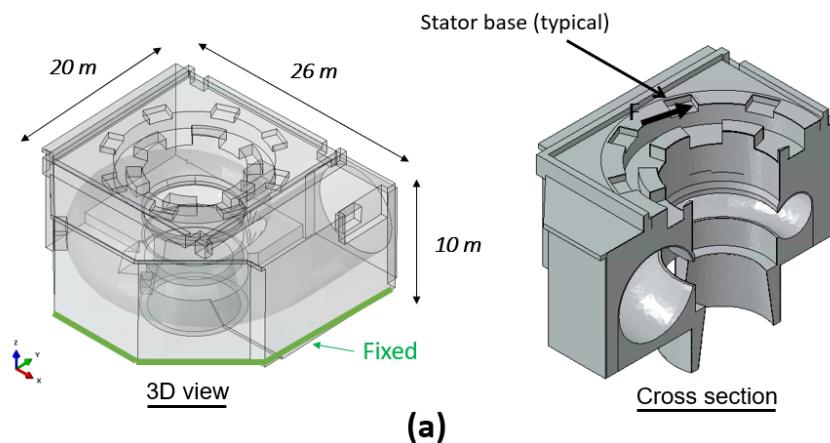
The draft tube and the spiral case components of an existing hydroelectric facility are considered in this section. Both RC structures were designed using conventional linear elastic FE analyses, in-house post-processing tools for stress integration and algorithms available in literature for

computation of the required reinforcement. In these linear FE analyses, only mechanical loads were considered (gravity loads + hydrostatic loads).

In this study, thermal loads will be considered for the draft tube and not for the spiral case. For reliability assessment, the partial safety factor approach is considered for the spiral case, whereas global resistance factor approach is used for the draft tube.

6.6.1 Application 1: Spiral case

The spiral case is an example of complex RC structure that has been rarely considered in literature. The normal load case for this structure is the fully water-pressurized case where the structure behaves as a pressure vessel. In this case, the load is taken up mainly by an internal steel liner containing the water (not shown in Figures). The short-circuit load case considered is an accidental load case that is resisted 100 % by the RC structure, without the contribution of the steel liner. Large tangential loads F act simultaneously on each stator base (8 in total as shown in Figures 6-1.b and 6-9.a) and create a high torque on the RC structure, in the order of 300 000 kN.m.



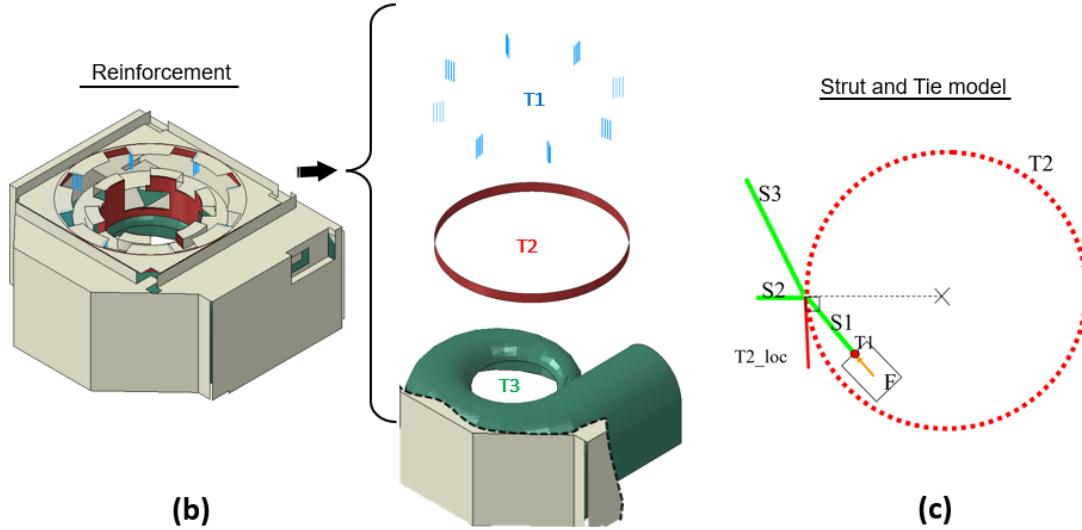


Figure 6-9 : Spiral case: (a) Geometry; (b) Embedded reinforcement; (c) S&T original design model for the short-circuit load case.

The short-circuit ultimate factored load case is: $\lambda_{DL}DL + \lambda_{SC}SC$ where DL is the concrete dead load and SC are the 8 short circuit forces F , each of 6000 kN. $\lambda_{DL} = 0.85$ is the dead load factor, and $\lambda_{SC} = 1.05$ is the short-circuit load factor. The mean compressive strength of concrete is 40 MPa and the mean yield strength of reinforcement is 400 MPa.

The RC structure was designed to transfer the short-circuit loads to the spiral case foundation in two steps (Figure 6-10): (i) Step 1: from the stator support at level 1, to a lower level 2, using a combined system of struts and ties; (ii) Step 2: from level 2 to the foundation using a RC torsional resistance system.

A S&T model was used in step 1 (Figure 6-9.c), composed of T1 and T2 reinforcement systems. T1 is required for a first downward deflection of the tangential and horizontal short-circuit forces. A 15 deg inclination angle with respect to horizontal was used from a rule of thumb in this industry, to set the inclination of S1 struts. This allowed to design the vertical T1 rebars which were welded to a horizontal steel plate located at level 1, as shown in Figure 6-10.a. T2 is required for a second outward/downward deflection and consists of 12 horizontal continuous circumferential rebars as shown in Figures 6-9 and 6-10. A system T3 of vertical and horizontal circumferential rebars was designed to take in the global torsional effect, once the short-circuit struts reach the external wall of the spiral case (Figure 6-10.a).

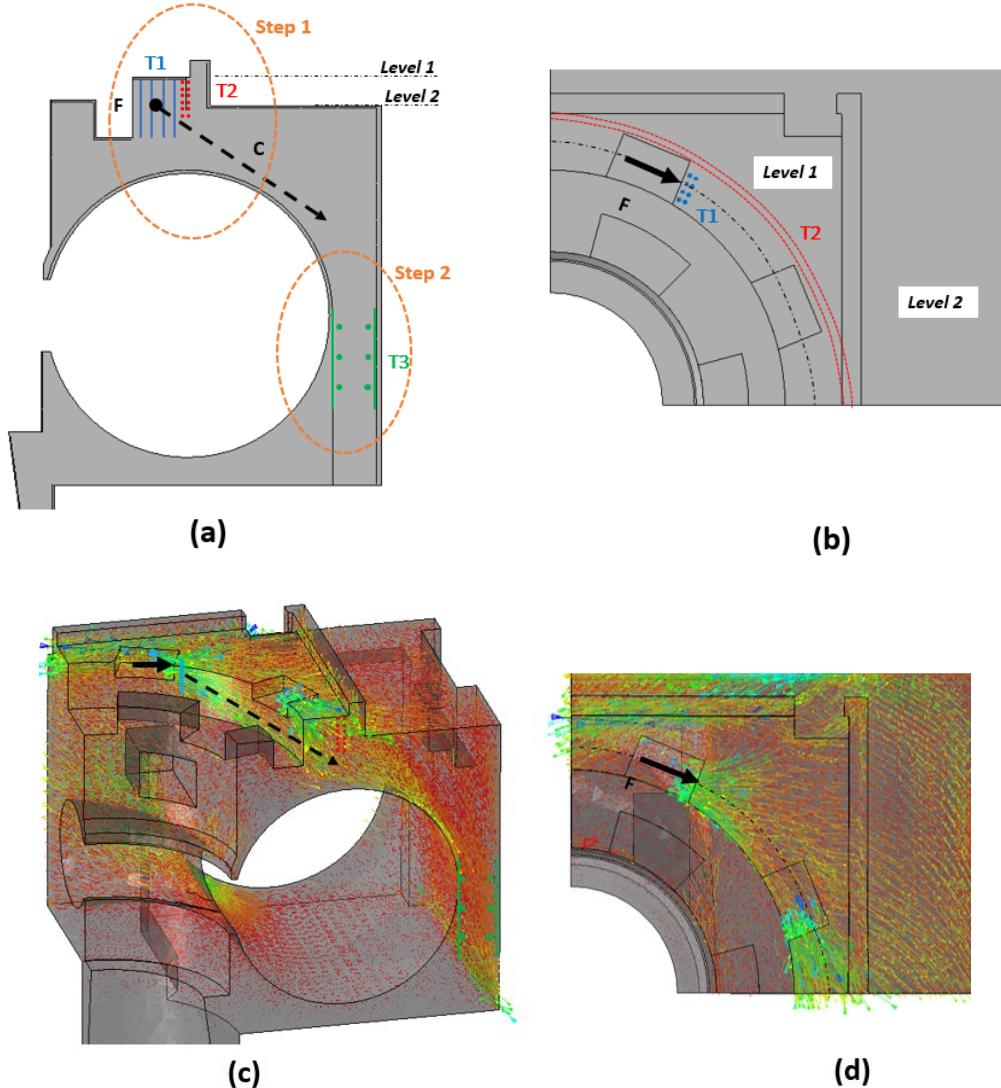


Figure 6-10 : Spiral case: (a) & (b): original design concept (c)&(d): numerical results in terms of concrete compressive stresses at the end of strength reduction phase.

The reinforcement was modeled (Figure 6-9.b) and embedded into the spiral case concrete 3D solid elements. Both truss elements and surface elements were used for reinforcement, where surface elements allow to model two orthogonal layers of reinforcement.

The SRDM methodology was performed in this first example, using reduced values of input parameters: $\phi_c f'_c$, $\phi_c f'_t$ for concrete and $\phi_s f_y$ for reinforcement at the beginning of analysis (partial safety factors approach).

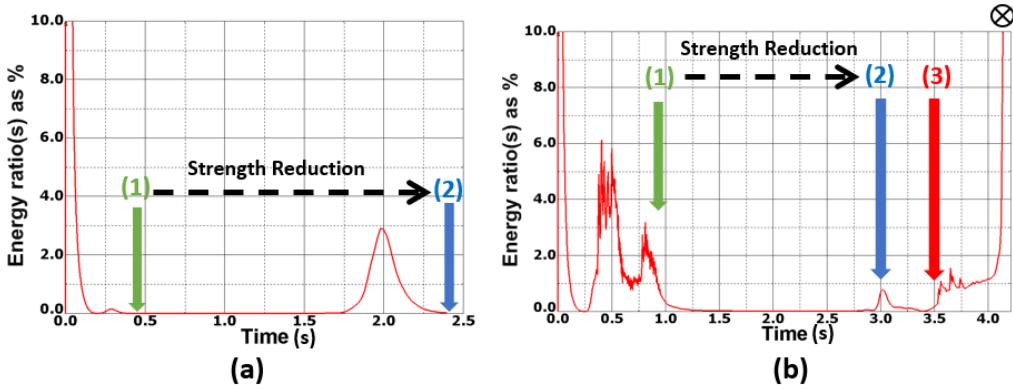


Figure 6-11 : Energy ratio (kinetic over internal) for: (a) spiral case example; (b) draft tube example.

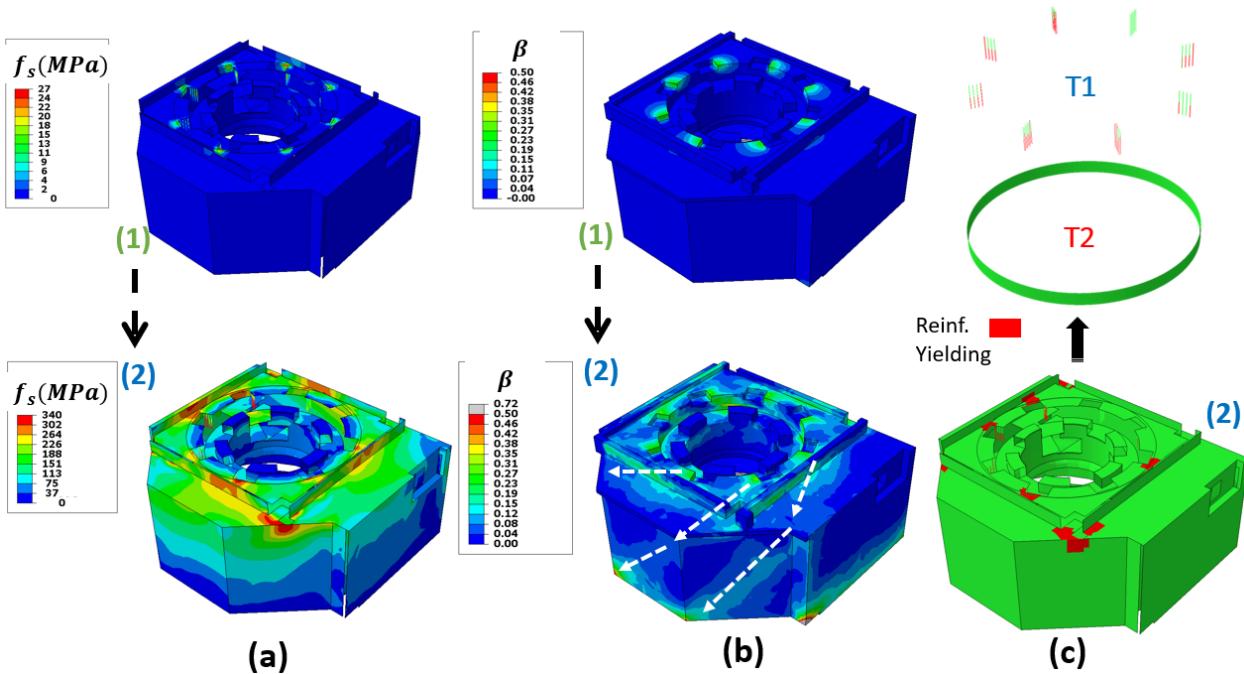


Figure 6-12 : Results for spiral case example: (a) stresses in reinforcement before and after strength reduction; (b) β field before and after strength reduction; (c) yielding state of reinforcement at the end of strength reduction.

Figure 6-11.a shows the evolution of kinetic over internal energy ratio during loading and reduction phases. It can be concluded that no failure occurred, and that static equilibrium was reached at the end. This is confirmed by the results shown in Figure 6-12.

Figure 6-12.a compares stress in reinforcement before and after strength reduction (envelope of maximum stresses for both directions for surface elements). Figure 6-12.c shows (in red) reinforcement elements that yielded at the end of the reduction phase. Apart from T1 elements, only local yielding occurred elsewhere. Stresses in concrete struts at the end of reduction phase were not critical as shown Figure 6-12.b. The variable β rarely exceeds the 0.5 value. Local yielding of some T1 vertical rebars means that the limit 15 deg inclination angle was exceeded by concrete struts S1 in some stator bases. Results in Figures 6-12.a and 6-12.b before the strength reduction phase somehow represent ANFEA results (comparable to Figure 6-1.d). They confirm the important role of tensile peak and post-peak strength in the field of large RC structures. Finally, a distributed and close to surface tendency can be observed for the concrete struts at the end of the reduction phase (Figures 6-12.b, 6-10.c and 6-10.d). Their configuration is however consistent with the reinforcement design model (Figures 6-9.c, 6-10.a and 6-10.b).

6.6.2 Application 2: Draft tube

Figure 6-13 shows the geometry of the draft tube RC structure with its rock foundation and embedded reinforcement. A Mohr-Coulomb contact condition was used between concrete and rock and a fixed condition was used for the bottom face of the rock. Plane strain condition was imposed to all vertical rock surfaces and to the upstream concrete face of draft tube. The existing reinforcement was modeled and embedded in the model as shown. It was originally designed using linear elastic FEA. Thermal effects were disregarded in the design stage and considered later for verification purposes using ANFEA [21].

In this example, thermal effects are considered, SRAM is applied within the global resistance factor reliability approach. The geometry and material input parameters are taken similar to [21], for comparison purposes with ANFEA results.

The load case considered is the empty load case which governed the design of main reinforcement. Hydrostatic pressure loads are applied on external faces of the draft tube. The load combination used at service level is $1.0 GL + 1.0 HP + 1.0 \Delta T$. Loads were applied successively in the order: GL , ΔT and HP . The factored ultimate load considered is $\lambda_{GL} GL + \lambda_{HP} HP + \lambda_{\Delta T} \Delta T$ where $\lambda_{GL} = 1.25$, $\lambda_{HP} = 1.25$ and $\lambda_{\Delta T} = 1.25$ are the load factors

respectively for gravity, hydrostatic pressure and thermal loads. Hence, all loads are simultaneously increased starting from the service level and up to failure; following the incremental load direction (0.25; 0.25; 0.25) at ultimate which was considered critical for the roof of draft tube. Similar to [21], the average properties of the concrete compressive strength and steel yield strength are: $f'_c = 30MPa$ et $f_y = 400MPa$. C.o.vs are, respectively, 0.2 and 0.09 for concrete and steel.

Figure 6-11.b shows the evolution of kinetic over internal energy ratio during loading, reduction and reloading phases for the analysis with mean input parameters (R_m). The failure can be seen, during the reloading phase. If compared to previous application example (Figure 6-11.a), an important peak can be noticed during the loading phase and corresponds to thermal effects.

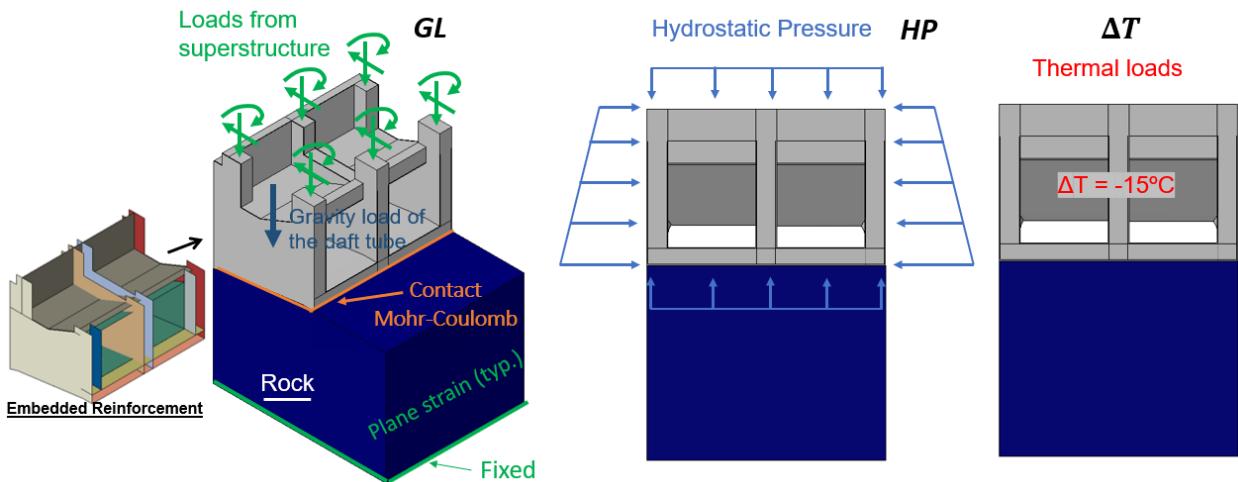


Figure 6-13 : Draft tube example: geometry, boundary conditions and loads.

Considering the model with mean material properties, Figure 6-14 presents different results regarding the evolution of analysis and the final failure mechanism. Even if it is difficult to talk about a real damage pattern in strength reduction analysis, the maximum principal strain ε_{max} field, can still be used to represent the amount of elements that undergone softening. Based on authors experience, pattern of this deformation field is quite similar to the cracking damage pattern that can be observed with ANFEA and the smeared crack approach. ‘Damage’ however appears clearly *more smeared* in case of strength reduction analysis. Figure 6-14.a presents the

evolution of ε_{max} field during analysis. The roof failure can be clearly seen at the end of the analysis with a damage pattern consistent with the punching shear failure reported in [21] Ben Ftima and Massicotte 2015. Figures 6-14.b and 6-14.c compare σ_{min} and β fields at the ultimate load level and at failure. The final 3D strut pattern can be clearly seen just before failure.

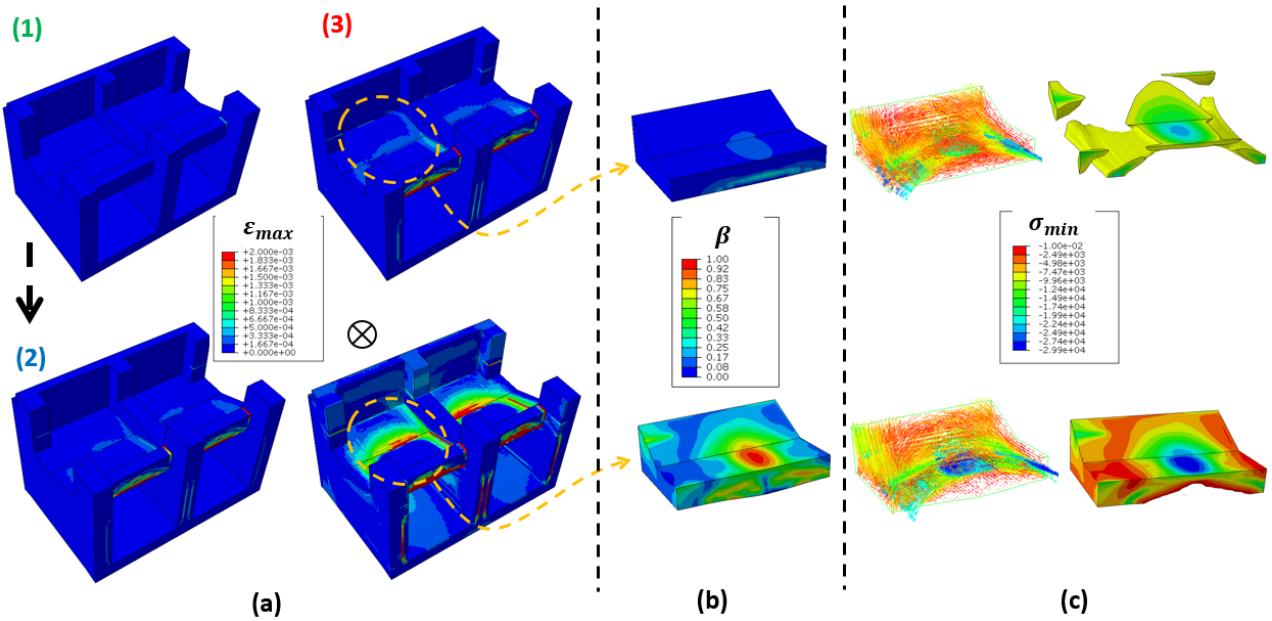


Figure 6-14 : Draft tube example results: (a) Maximum concrete tensile strain field; (b) β field in a roof at ultimate load level and at failure; (c) Compressive stresses in a roof at ultimate load level and at failure.

Figure 6-15.a shows Rosenblueth's analyses results (2^2 analyses plus an additional analysis using mean properties). The load in Figure 6-15 corresponds to the vertical load transferred by the roof, normalized by its service level value.

Comparison of the different curves shows that results were less sensitive to the variation of f_y , in a similar way to example 1 considered in section 3. Using Eq. 6-3, and resistance values for each analysis, it is possible to compute $V_R = 0.09$, which is higher than the value of 0.05, found in [21] using ANFEA. This result is consistent with the results of previous section 3.

Using Eq.6-2 and $\beta_{min} = 4.25$, the computed value of the global resistance factor is $\gamma_G = 1.36$ which is slightly larger than the value of 1.19 obtained in [21] using ANFEA (without

considering model error $R = \tilde{R}$). The design value of the draft tube resistance is accordingly shown in Figure 6-15. It is above the ultimate design load level, indicating that the draft tube is safe for the considered load case. The design value found in this study is 15 % lower than the one found in [21] using ANFEA, confirming that SRAM results are always on the conservative side.

Finally, Figure 6-15.b compares the results using mean input parameters with and without thermal loads. Consideration of thermal loads decreases by 14 % the strength of the RC structure according to SRAM results of this study, whereas a 7 % reduction was observed with ANFEA. The differences between SRAM and ANFEA results for this example are believed to result from the influence of the fracture energy G_F on ANFEA results. As pointed out in [21] Ben Ftima and Massicotte 2015, G_F is responsible for stable crack propagation in RC structures, which has a beneficial effect on the resistance (R_m) and a *damping effect* on its variability (V_R). However, this beneficial effect may be counteracted by an increase in the variability of results ($V_R \uparrow$) when considering the fracture energy as an additional third independent input parameter in Rosenblueth's analyses ($N = 3$). This is still difficult to achieve since not only a good estimation of the mean fracture energy is required, but also an assessment of its variability ($cov(G_F)$) is required.

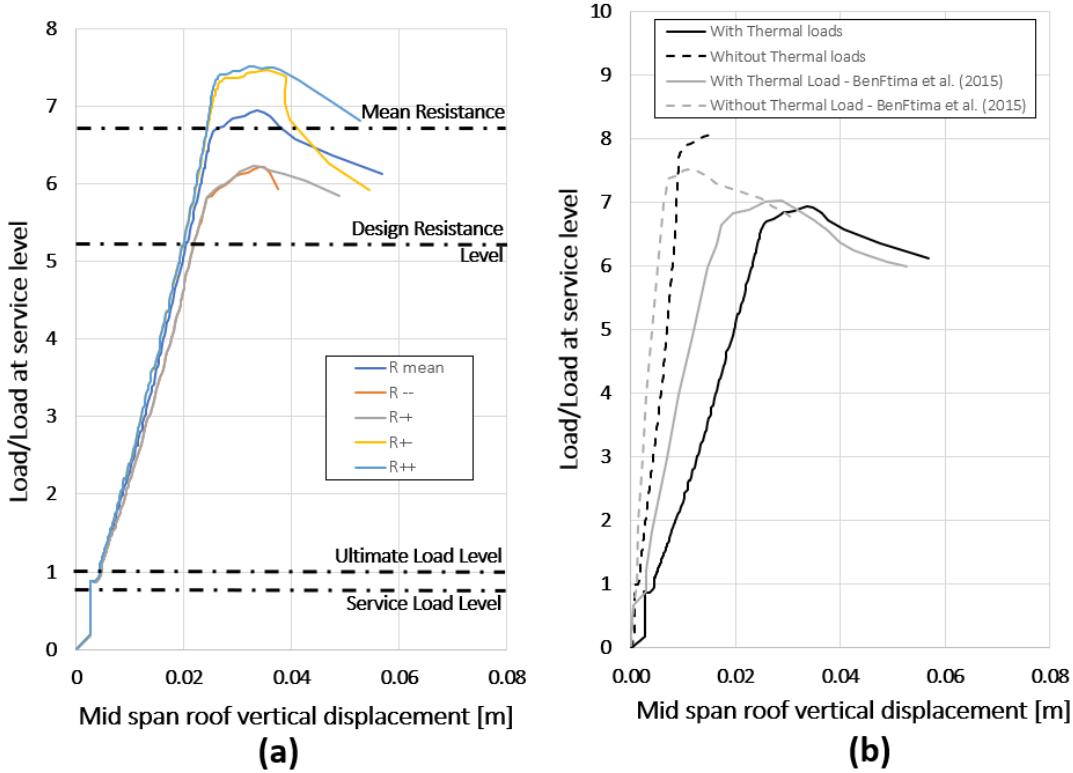


Figure 6-15 : Draft tube force-displacement results for (a) Rosenblueth's analyses; (b) analyses with mean material properties.

6.7 Conclusions

A new assessment methodology based on strength reduction method, named SRAM, is presented in this paper. It is well suited for reliability assessment of existing critical large reinforced concrete RC structures. The method was validated using available results from literature and then applied to two examples from the field of hydraulic structures. The following conclusions can be drawn:

- If compared to sophisticated non-linear finite element analysis, the method is simpler and allows to compute conservative value of structural resistance, without any contribution in tension from concrete;
- The methodology is well suited for the assessment of existing large RC structures and more specifically complex 3D hydraulic structures.

- The methodology can be used to assess disturbed 3D regions, with important advantages over conventional Strut & Tie model: possibility to include loads other than mechanical loads and to consider the structural effects of pre-existing cracks.
- Even though large RC structures were targeted in this paper, the methodology presented in this work can be applied to any kind of RC structure and can be easily incorporated in future design and assessment codes.

6.8 References

- [1] Couland, R. Concrete Planet: The Strange and Fascinating Story of the World's Most Common Man-made Material. Prometheus Books, 396 pages, 2011.
- [2] Ben ftima M, Massicotte B. Utilization of nonlinear finite elements for the design and assessment of large concrete structures: part I: calibration and validation. ASCE Struct Eng 2015
- [3] Thacker, B.H, Doebling, S.W, Hemez, F.M, Anderson, M.C, Pepin, J.E, and Rodriguez, E.A. Concepts of model verification and validation. Los Alamos National Laboratory report LA-14167-MS, 2004.
- [4] Azzeddine Bakour, Mahdi Ben Ftima. Investigation of fracture properties and size effects of mass concrete using wedge splitting tests on large specimens, Engineering Fracture Mechanics, 2022, Volume 259, 108144, ISSN 0013-7944
- [5] Schlaich J, Schafer K, Jennewein M. Toward a consistent design of structural concrete. J Prestressed Concr Inst 1987;32(3):74–150.
- [6] Muttoni A, Schwartz J, Thürlmann B. Design of concrete structures with stress fields. Birkhäuser Verlag; 1997.
- [7] Bentz, D.P. A Review of Early-Age Properties of Cement-Based Materials. Cem. Concr. Res., 2008, 38, 196–204.

- [8] Ben Ftima, M., Joder, M. & Yildiz, E. Creep modelling for multi-physical simulation of mass concrete structures using the explicit finite element approach. *Engineering Structures*. 2020, 212, 15 pages.
- [9] Pimentel, M., Bruhwiler, E. and Figueiras, J. Safety examination of existing concrete structures using the global resistance safety factor concept. *Engineering Structures*. 2014, vol. 70, 130-143.
- [10] Ben Ftima M. and Massicotte, B. Development of a reliability framework for the use of advanced nonlinear finite elements in the design of concrete structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 2012, 138(8), 1054-1064.
- [11] CEB-Fib, Bulletin 45: Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures. State-of-art report, June 2008
- [12] Lourenço P.B, and Figueiras J.A., Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells. *Engineering Computations*, 1993, vol. 10, no. 6, pp. 519–541.
- [13] Zienkiewicz OC, Humpheson C, Lewis RW. Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics. *Géotechnique* 1975;25(4):671–89.
- [14] Abra O, Ben Ftima M. Development of a new design approach of reinforced concrete structures based on strength reduction method. *Eng Struct*, 2020, 207: 110192.
- [15] Abra O, Ben Ftima M. Strength reduction design method for reinforced concrete structures: Generalization. *Eng Struct.*, 2022, 258: 114134
- [16] Hibbit HD, Karlson BI, Sorensen EP. ABAQUS version 6.14, Finite element program. Providence, R.I., USA: Hibbit, Karlson and Sorensen; 2014.
- [17] CSA A23.3 . Standard CSA-A23.3, Design of concrete structures, Canadian Standards Association, Toronto, Ontario, 2016.
- [18] ACI231 R-10 Report. Report on Early-Age Cracking: Causes, Measurement, and Mitigation. Reported by ACI Committee 231, 2010
- [19] Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*, (2nd ed.), John Wiley & Sons, Chichester, 2001.

- [20] Červenka,V. Global Safety Format for Nonlinear Calculation of Reinforced Concrete. Beton- und Stahlbetonbau 103, special edition, 2008, Ernst & Sohn, pp. 37–42.
- [21] Ben Ftima M, Massicotte B. Utilization of non-linear finite elements for the design and assessment of large concrete structures. II: Applications. ASCE Struct Eng 2015; 141(9):04014218.
- [22] Rosenblueth, E. "Point estimates for probability moments. ", Proc., Nat. Acad. of Sci., 72(10), 3812–3814., 1975.
- [23] Lubell, A.S. Shear in wide reinforced concrete members. Ph.D Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto, 2006.
- [24] Kuzmanovic, S. An investigation of the shear design of a reinforced concrete box structure. Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto, 1998.
- [25] Collins, M.P. and Kuchma, D. " How safe are our large lightly reinforced concrete beams, slabs and footings.", ACI Structural Journal, 1999, 96 (4).
- [26] Ellingwood, B. R., Galambos, T. V., MacGregor, J. G., and Cornell, C. A. Development of a probability based load criterion for American National Standard A58, National Bureau of Standards, U. S. Dept. of Commerce, Washington, DC, 1980.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

L'objectif principal de la thèse est le développement d'une nouvelle approche de conception et d'évaluation des structures en béton armé, en se basant sur la méthode de réduction de la capacité résistive. Pour atteindre cet objectif, une approche progressive, allant de l'étude d'éléments simples à des ouvrages complexes, a été adoptée. Le développement de la nouvelle méthode a donc bénéficié de différents niveaux de validation qui ont permis de prouver son applicabilité et sa performance. Dans ce qui suit, on propose de présenter une discussion générale sur les développements et les résultats obtenus, en considérant les points suivants :

- Nouvelle approche
- Simplicité, robustesse et applicabilité
- La contribution en tension du béton
- Limitations

7.1 Nouvelle approche

Après une initiation en maîtrise sur le sujet, quelques années de R&D en doctorat, une quatre-vingt-deuxième dernière version de la loi programmée, la question qui se pose naturellement à la fin de cette thèse est : est-ce que l'approche développée est réellement nouvelle ? La réponse est... oui, avec certitude.

Les outils utilisés, certes ne sont pas nouveaux : les éléments finis, l'algorithme de résolution explicite, la fissuration diffuse, les lois semi-empiriques utilisées (lois uni-axiales, lois de raidissement, lois d'incompatibilité). C'est donc le choix de ces différents 'ingrédients' et leur agencement final dans une méthodologie qui rendent ce qui a été développé unique. À titre d'exemple, on ne pense pas qu'on se serait rendu très loin dans ce travail (aussi loin pour pouvoir l'appliquer sur des ouvrages réels complexes du génie civil), si l'approche implicite avait été utilisée au lieu de l'approche explicite. Aussi, ce n'est pas toujours une question de choix. À titre d'exemple, on n'avait pas le choix que de programmer une nouvelle loi, car toutes les tentatives d'utiliser des lois existantes, durant la maîtrise, avait échoué ou démontré des inconvénients.

L'approche est nouvelle parce que ce n'est ni des éléments finis non-linéaires, ni des bielles et tirants (ou la méthode équivalente de champ des contraintes). L'objectif n'était pas du tout de développer une nouvelle loi constitutive de béton, qui viendrait s'ajouter à la multitude de lois disponibles dans la littérature. L'organigramme final du code SRDM-3D (Figure 5-A1) est la preuve directe que ce qui a été développé n'est pas tout à fait une loi constitutive de béton. Dans une loi constitutive de béton, la propagation de fissure une fois initiée se fait par le biais de l'énergie de fissuration, alors que dans ce qui a été développé, la propagation se fait par la réduction de la résistance en traction et la redistribution intrinsèque des efforts (Figures 4-7 et 5-4). Tel qu'il a été discuté aux chapitres 5 et 6, mis à part dans les zones où les premières fissures apparaissent, ce qui est observé lors de l'étape de réduction de la capacité n'est pas un vrai profil d'endommagement qui correspondrait à un profil de fissuration dans la réalité. L'application sur plusieurs exemples a montré que lors de cette étape, un ou plusieurs pics d'énergie cinétique surviennent, et par la suite un profil généralisé d'endommagement s'installe dans le modèle.

L'idée de calibrer la loi par rapport à une configuration limite d'une portion de structure est audacieuse et c'est aussi une autre preuve que ce qui a été développé n'est pas une loi constitutive. Initialement (chapitre 4), l'idée était de reproduire la même charge limite liée à l'incompatibilité des déformations dans les zones nodales du modèle bielles et tirants. L'idée était "d'imiter le modèle de bielles et tirants" en quête de son acceptabilité presque universelle dans la communauté scientifique. Cette idée initiale a été mise à jour par la suite dans le chapitre par souci de généralisation et la calibration se fait alors par rapport à un angle limite d'incompatibilité dans la zone nodale. Les applications du chapitre 5 ont clairement démontré que la méthode développée "a décollé" par rapport à la méthode de bielles et tirants. En effet, elle démontre : une meilleure applicabilité en 3D, la possibilité d'avoir des bielles distribuées, la prise en compte du confinement dans le cas CCC, le respect de la compatibilité, tenir compte de la redistribution des efforts dans le cas de systèmes hyperstatiques... Tout ceci avec une méthode automatique qui a hérité du conservatisme, de la simplicité et espérons de l'universalité de la méthode originale de bielles et tirants (la perception des ingénieurs et chercheurs lors des prochaines années validera ou invalidera cette universalité).

7.2 Simplicité, robustesse et applicabilité

La simplicité était un des critères visés pour la méthode à développer, et le chemin vers la simplicité s'est avéré difficile !

Il était clair qu'une méthode dédiée à la conception devrait utiliser les mêmes intrants requis par un ingénieur lors de la conception d'une structure en béton armé et pas plus. Cet objectif était atteint. La loi "constitutive" développée pour la méthode SRDM-3D est assez simple et on estime qu'elle pourra être facilement implémentée par d'autres chercheurs sur d'autres plateformes de calcul, en utilisant l'organigramme de la Figure 5-A1.

Finalement, en développant la méthodologie, la simplicité a été privilégiée à plusieurs reprises. Par exemple, au niveau du choix du facteur c , à partir des résultats de la Figure 5-6.c, quitte à avoir des résultats légèrement du côté conservateur pour la rupture due à l'incompatibilité.

Les multiples exemples considérés dans les trois articles ont démontré à la fois la robustesse et l'applicabilité de la méthode. Par exemple, la figure 5-13 démontre que les résultats sont insensibles au choix des équations semi-empiriques de raidissement en traction et d'incompatibilité. La comparaison aux résultats expérimentaux a toujours démontré que la méthode SRDM donne des résultats du côté conservateur et avec des mécanismes de défaillance assez similaires. L'application finale aux structures hydro-électriques a démontré l'applicabilité de la méthode sur des modèles réels de plus de 2 millions de degrés de liberté. Il est aussi à mentionner que les calculs peuvent se faire en parallèle sur plusieurs cpus, ce qui permet de diminuer le temps de calcul. À titre d'exemple, le modèle de bâche spirale de 0.2 millions de degrés de liberté a roulé en 4 heures sur 8 cœurs. Les discussions et applications du chapitre 6 ont démontré aussi que, dans le cas d'ouvrages massifs en béton armé, l'approche utilisant la méthode SRDM est avantageuse par rapport aux analyses par éléments finis non-linéaires.

7.3 La contribution en tension du béton

La comparaison aux résultats expérimentaux a démontré que la méthode basée sur la réduction de capacité résistive en traction sous-estime la résistance, avec une capacité évaluée de l'ordre de 76 % à 91 % de la capacité réelle, moyenne autour de 85 %. Ce résultat est assez intéressant, si l'on attribue principalement cette sous-estimation, à la contribution en traction du béton. Même si une généralisation de ce résultat à toutes les structures en béton armé est prématurée, il nous permet

tout de même de donner un ordre de grandeur de la contribution du béton en traction, soit en moyenne 15 %. Cette contribution n'est pas négligeable mais elle n'est pas non plus aussi importante qu'on le pensait. On estime qu'elle est dépendante de la géométrie du chargement et plus spécifiquement du ratio d'élancement a sur d (et donc de l'importance relative entre le moment de flexion et cisaillement). Pour de faibles ratios, on estime que la contribution est plus faible, puisque le mécanisme de résistance ressemblerait plus à des bielles directes de compression dans le béton et des tirants repris par les barres d'armature.

L'effet de la contribution en traction du béton mérirerait à notre avis plus d'études, vu son importance dans le contexte actuel de structures en dégradation, dans lequel des mécanismes naturels (et non fictifs tel que dans la méthode de réduction de capacité) de vieillissement, de gel-dégel, réaction alcalis-granulats, ou toute forme d'attaque physico-chimique, viendraient altérer la résistance en traction du béton.

7.4 Limitations

Plusieurs développements ont été réalisés le long de cette thèse pour généraliser l'utilisation de la méthode SRDM dans diverses applications. Il est toutefois important de noter que la méthode, dans son état de développement actuel, a les limitations suivantes:

- La méthode SRDM (tout comme la méthode de bielles et tirants) est une méthode de conception des structures en béton armé à l'état ultime, elle n'est donc pas adaptée pour la vérification du comportement en service.
- La méthode SRDM (tout comme la méthode de bielles et tirants) n'est pas directement applicable pour certains cas où la résistance de l'élément est basée purement sur la résistance en traction. Ceci est le cas par exemple de barre d'armature ancrée dans le béton et soumise à la traction, et pour lequel la résistance est entièrement gérée par le cône d'ancrage dans le béton.
- Le développement des fissures dans les structures hydroélectriques entraîne l'infiltration d'eau. L'effet de la pression d'eau dans ces fissures est un phénomène qui n'est pas considéré actuellement par la méthode SRDM.
- Enfin, puisque l'hypothèse de pleine compatibilité armature/béton des modèles n'est pas vérifiée aux extrémités des barres dans la réalité, une étape de vérification manuelle de

l'ancrage est nécessaire dans la version actuelle de la méthode SRDM, tel que présenté dans les organigrammes des figures 4-4 du chapitre 4 et 5-1 du chapitre 5.

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Le travail de cette thèse présente une nouvelle approche de dimensionnement et d'évaluation des structures en béton armé. Elle se base sur la méthode de réduction de la capacité résistive et vise le dimensionnement et l'évaluation des structures complexes à l'état ultime. La méthode SRDM est développée dans l'optique d'allier les outils d'analyses qui permettent d'évaluer les efforts internes dans la structure soumise à un cas de chargement donné et les outils de dimensionnement qui permettent de définir la géométrie et la quantité d'armatures requises.

Le développement d'un tel outil numérique pour le dimensionnement des structures complexes est un sujet d'actualité et vient répondre à un réel besoin dans le domaine industriel, celui de la conception des zones-D tridimensionnelles ou plus généralement de structures ou éléments structuraux complexes en béton armé.

Tout au long de cette thèse, le développement de la méthode SRDM a suivi une approche progressive. Les premières études se sont focalisées sur des exemples en 2D, en prenant comme référence la méthode de bielles et tirants connue pour son acceptabilité universelle et son conservatisme. La méthode développée a permis de reproduire des mécanismes de défaillance relatifs aux bielles dans le béton, tirants dans l'armature, ou d'incompatibilité dans les zones nodales. Le passage en 3D a ensuite été réalisé, avec une loi constitutive simplifiée et qui prend considération l'effet bénéfique du confinement triaxial du béton. Un cadre de fiabilité basé sur la méthode d'estimation par points a été développé et permet de tenir compte de la variabilité des matériaux, tout en étant consistant avec l'esprit des normes existantes. Finalement, une méthodologie générale d'évaluation de structures complexes en béton armé a été présentée.

8.1 Conclusions

À la lumière des exemples traités et des discussions dans les chapitres précédents, les conclusions suivantes peuvent être émises.

- La méthode SRDM développée est pratique pour la conception des structures ou éléments complexes en béton armé. Elle peut être utilisée par les ingénieurs praticiens dans un processus de conception automatique/semi-automatique.
- Contrairement à la méthode des éléments finis non-linéaires qui nécessite plusieurs intrants, la méthode SRDM nécessite principalement deux paramètres d'entrée, les deux requis en conception soit la résistance en compression du béton et la limite élastique de l'acier d'armature.
- Comparée à la méthode B&T, la méthode SRDM donne des résultats similaires en termes de charge de rupture et mécanismes de défaillance, mais sans l'hypothèse rigide-plastique considérée comme une limitation de la méthode B&T. De plus, la méthode SRDM est beaucoup plus facile à appliquer pour le cas de géométries complexes.
- En utilisant une loi calibrée issue de la méthode de champ de compression modifiée (MCFT), les résultats de la loi développée sont quasi-indépendants du maillage : demande finale sur les barres d'armature, mode de rupture relié à l'incompatibilité des déformations dans les zones nodales.
- La procédure de calibration généralisée développée dans ce travail permet de considérer différentes lois de raidissement en traction et d'incompatibilité comme lois d'entrée à la méthodologie globale. Les études ont montré que la conception finale est insensible au choix de ces intrants.
- La version 3D améliorée de la méthode SRDM présente des fonctionnalités intéressantes par rapport aux méthodes de conception conventionnelles en béton armé, puisqu'elle permet : (i) d'atteindre un état d'équilibre final en respectant à la fois les conditions d'équilibre, de compatibilité et de résistance; (ii) redistribuer implicitement les charges en cas de structures hyperstatiques et en se basant sur les rigidités relatives des éléments ; (iii) considérer l'effet bénéfique de confinement triaxial dans la condition CCC; (iv) aboutir à une configuration finale de résistance sans aucune contribution en traction du

béton et (v) possibilité d'inclure des charges autres que les charges mécaniques, telles que les déformations imposées.

- Grâce à l'utilisation de la méthode explicite de résolution, la possibilité du calcul parallèle, et à l'utilisation de la méthode d'estimation par points, la méthodologie SRAM développée est bien adaptée pour l'évaluation des grandes structures existantes en béton armé impliquant des modèles éléments finis de quelques millions de degrés de liberté. Il est aussi possible avec cette méthodologie d'inclure explicitement des plans de faiblesse dans la structure en se basant par exemple sur des relevés de fissuration issus de l'inspection de l'ouvrage existant.
- Les méthodologies de conception et d'évaluation développées dans ce travail pourront avoir un grand impact industriel, spécifiquement dans le domaine d'ingénierie des ouvrages hydrauliques. Il sera par exemple possible de développer des modèles bielles et tirants typiques, de définir les formes de zones nodales complexes (de la même façon que dans l'article 2 pour la zone CTT) et de développer des équations de résistance analytiques pour plusieurs configurations complexes et récurrentes dans ce domaine. Citons à titre d'exemples : les coins ouvrants en béton armé avec des sollicitations 3D, les configurations avec ancrage 3D non conventionnel, le transfert 3D des efforts entre les différents éléments des centrales à géométrie atypique, ...

8.2 Recommandations pour les futurs travaux

À la lumière des discussions faites dans les chapitres précédents, les limites et perspectives suivantes peuvent être notées:

- Certains effets/phénomènes rencontrés dans ce travail mériteraient plus d'études futures. Ceci est le cas notamment de l'incompatibilité 3D relevée dans l'article 2. Des essais expérimentaux de semelles avec des élancements élevés (a/d plus grand que 3.0) pourraient être réalisés afin de valider/invalider les résultats de la Figure 5-8 obtenue numériquement. D'autres essais expérimentaux favorisant la sollicitation 3D avec des configurations plus complexes que les semelles pourraient également être envisagés. Ces essais serviront de benchmarks pour la validation de la méthode SRDM développée en

3D. Une validation dans ce cas impliquerait que la méthode numérique donnerait une charge inférieure à la charge expérimentale de rupture, avec des mécanismes de défaillance similaires.

- La méthode SRDM a été développée pour l'étude des structures en béton armé ordinaire avec de l'armature passive. Il est possible d'élargir l'utilisation vers d'autres applications telles que le béton précontraint ou encore le béton fibré. L'idée pour le béton fibré serait de garder une résistance en traction résiduelle dans les directions perpendiculaires aux fibres. Cette contribution serait donc dépendante de l'orientation préférentielle des fibres.
- Il serait pertinent de comparer la méthode SRDM développée avec les méthodes d'optimisation topologique, pour une configuration donnée imposée de barres d'armatures. L'idée est de voir si la configuration de "bielles et tirants" obtenue par SRDM serait proche de la configuration optimale qui serait obtenue par les méthodes d'optimisation topologique.
- L'étude de la fissuration existante réalisée au chapitre 6 a permis de montrer que la méthode SRDM permet de tenir compte de la présence de faiblesses dans la structure. Un cas simple de fissure discrète sans friction traversant une bielle en compression dans une poutre a été présenté. D'autres aspects pertinents mèriraient plus d'études et de validations, par exemple : la considération des propriétés de cohésion et de friction dans l'interface de contact, l'effet de concentration des contraintes lorsqu'une des pointes de la fissure existante se trouve dans une zone tendue, l'inclusion de fissures 3D du type XFEM. Les applications des analyses SRDM avec fissures préexistantes sont nombreuses dans le domaine d'expertise légale en génie civil. Ces analyses permettraient par exemple de réaliser des études pour diagnostiquer les causes d'effondrements, l'effondrement du viaduc le la Concorde en 2006 serait un bon exemple.

RÉFÉRENCES

- Abra, O. (2017). Développement d'une approche de conception des structures en béton armé basée sur la réduction de capacité résistive. *Mémoire de maîtrise, Université de Montréal*.
- ACI Committee 207. (1995). Effect of Restraint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking in Massive Concrete. *American Concrete Institute*, 3-8.
- ACI Committee 318. (2005). *Building code requirements for structural concrete : (ACI 318-05)*. Farmington Hills, MI :American Concrete Institute,.
- Adebar, P., Kuchma, D., & Collins, M. (1990). Strut-and-tie models for the design of pile caps: an experimental study. *ACI Struct J*, 87(1):81-92.
- Anwar, N., & Najam, F. A. (2017). *Structural cross-sections : Analysis and Design*. Butterworth-Heinemann, Elsevier.
- Bairan, J. M. (2012). Automatic generation of Strut and Tie schemes adjusted for constructability. *Hormigón y Acero No 264, 3rdTrimester*, 67–79.
- Ben Ftima, M. (2013). *Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé : application aux structures massives*. Montréal: Université de montréal.
- Ben Ftima, M., & Massicotte, B. (2012). Development of a Reliability Framework for the Use of Advanced Nonlinear Finite Elements in the Design of Concrete Structures. *Journal of Structural Engineering*, 1054-1064.
- Ben Ftima, M., & Massicotte, B. (2015). Utilization of non-linear finite elements for the design and assessment of large concrete structures. II: Applications. *ASCE Struct Eng*, 141(9):04014218.
- Bendsoe, M. P., & Sigmund, O. (2003). *Topology Optimization : Theory, Methods and Applications*. Denmark: Springer.
- Bentz, E. (2000). *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members*. University of Toronto: Thesis, Graduate Department of Civil Engineering.

- Benz, E. C. (2000). *Sectional analysis of reinforced concrete members*. Toronto: University of Toronto.
- Bucher, C., & Bourgund, U. (1990). A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural Safety*, 7(1), 57-66.
- Canadian Standards Association A23.3. (2004). *Design of concrete structures. CSA standard A23.3-04*. Toronto: Canadian Standards Association.
- CEB-FIB. (2010). fib Model Code for concrete structures . *federation internationale du beton*, 434 pages.
- CEB-FIP. (1993). *Comite Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990 – Design code*. London: Thomas Telford.
- Cervenka, J., Cervenka, V., Pukl, R., & Janda, Z. (2008). Assessment of remaining structural capacity by computer simulation. *Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds)*, 665-671.
- Cervenka, J., Smejkal, F., & Cervenka, V. (2022). On the application of nonlinear analysis in the design and assessment of reinforced concrete structures. *Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures*, 8-21.
- Cervenka, V. (2008). Global Safety Format for Nonlinear Calculation of Reinforced Concrete. *Beton und Stahlbetonbau*, 103, Special Edition,, 37-42.
- Cervenka, V., & Gerstle, K. (1971). Inelastic analysis of reinforced concrete panels. Part I: Theory. *Publication IABSE*, 32-45.
- Chantelot, G., & Matheron, A. (2010). Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps. *Master of science Thesis Chalmers university of Technology*, 207.
- Chen, H., Yi, W.-J., & Hwang, H.-J. (2018). Cracking strut-and-tie model for shear strength evaluation of reinforced concrete deep beams. *Engineering Structures*, 396-408.
- Christian, J., & Baecher, G. (1999). Point Estimate Method as numerical quadrature. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, ASCE*, 125(9), 779-786.
- Collins, M., & Kuchma, D. (1999). How safe are our large lightly reinforced concrete beams, slabs and footings. *ACI Structural Journal*, 96 (4).

- Collins, M., & Mitchell, D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs:Prentice-Halls Inc.
- CSA-S6, C. S. (2014). *Canadian Highway Bridge Design Code CAN/CSA-S6-14*. Toronto: Canadian Standards Association.
- Der Kiureghian, A., & Taylor, R. (1983). *Numerical methods in structural reliability*. Florence, Italy: Proc., ICASP4.
- Dey, S., & Karthik M., M. (2019). Modelling four-pile cap behaviour using three-dimensional compatibility. *Engineering Structures*.
- Drucker, D. (1961). On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis. *International Association for Bridge and Structural Engineering Publications*, v.21, 49-59.
- El-Metwally, S.-D., & Chen, W.-F. (2018). *Structural concrete - Strut-and-tie models for unified design*. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Engström, B. (2011). *Design and analysis of deep beams, plates and other discontinuity region*. Göteborg, Sweden: REPORT 2011:6, Department of Civil and Environmental Engineering Division of Structural EngineeringConcrete Structures CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY.
- Ghanem, R., & Spanos, P. (1991). *Stochastic finite elements: a spectral approach*. New York: Springer-Verlag.
- Hawkins, N. (1968). The bearing strength of concrete loaded through rigid plates . *Magazine of Concrete Research*, Vol. 20, No 62, 31-40.
- Hisada, T., & Nakagiri, S. (1985). Role of stochastic finite element method in structural safety and reliability. *Proc. Fourth Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, 385-394.
- Hong, S.-G., & Ha, T. (2012). Effective Capacity of Diagonal Strut for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Shear Reinforcement. *ACI STRUCTURAL JOURNAL*, 139-148.
- Iguro, M., Shioya, T., Nojiri, Y., & Akiyama, H. (1985). Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load. *Concrete Library of JSCE, No 5*, 137-154.

- Kani, G. (1967). How safe are our large reinforced concrete beams. *ACI Journal*, 64(3), 128-141.
- Kuzmanovic, S. (1998). An investigation of the shear design of a reinforced concrete box structure. *Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto*, .
- Lampert, P. (1970). *Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung*. Zürich: Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich.
- Larsen, J., Poulsen, P., Olesen, J., & Hoang, L. (2022). Optimised strut and tie model for integrated ULS and SLS design of RC structures. *Computational Modelling of concrete and Concrete Structures - Meschke, Pichler & Rots (Eds)*, 746-752.
- Leu, L.-J., Huang, C.-W., Chen, C.-S., M.ASCE, & Liao, Y.-P. (2006). Strut-and-Tie Design Methodology for Three-Dimensional Reinforced Concrete Structures. *Journal of Structural Engineering*, 929-938.
- Liu, P., & Der Kiureghian, A. (1991). Finite element reliability of geometrically nonlinear uncertain structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 117(8), 1806-1825.
- Lubell, A. (2006). Shear in wide reinforced concrete members. *Ph.D Thesis, Departement of civil engineering, University of Toronto*.
- Marti, P. (1985). Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. *ACI JOURNAL, Proceedings, V. 82, No. 1*, 46-56.
- Mata-Falcon, J., Tran, D., Kaufmann, W., & Navratil, J. (2018). Computer-aided stress field analysis of discontinuity concrete regions. *Computational Modelling of Concrete Structures – Meschke, Pichler & Rots (Eds)*, 641-650.
- Melchers, R., & Beck, A. (2018). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Meléndez, C., & Miguel, P. (2018). Modelling boundary conditions imposed by loads and supports in 3D D-regions. *Computational Modelling of Concrete Structures – Meschke, Pichler & Rots (Eds)*, 679-688.
- Meléndez, C., Miguel, P., & Pallarés, L. (2016). A simplified approach for the ultimate limit state analysis of three-dimensional reinforced concrete elements. *Engineering Structures*, 330-340.

- Mörsch, E. (1908). *Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete Construction –Theory and Application)*. Stuttgart: Verglag Von Konrad Wittwer.
- Muttoni, A., Ruiz, M. F., & Niketic, F. (2015). Design versus Assessment of Concrete Structures Using Stress Fields and Strut-and-Tie Models. *ACI Structural Journal*, 605-616.
- Muttoni, A., Schwartz, J., & Thürlmann, B. (1997). *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Switzerland: Birkhäuser, Basel, Boston and Berlin.
- Muttoni, A., Schwartz, J., & Thürlmann, B. (1997). *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Switzerland: Birkhäuser, Basel, Boston and Berlin.
- Ngo, D., & Scordelis, A. (1967). Finite element analysis of reinforced concrete beams. *ACI Journal*, Vol. 64, 152-163.
- Nielsen, M., Braestrup, M., & Bach, F. (1978). Rational analysis of shear in reinforced concrete beams. *IABSE proceedings* , 1-16.
- Nowak, A., & Collins, K. (2013). *Reliability of structures, second edition*. London: CRC Press.
- Rajashekhar, M., & Ellingwood, B. (1993). A new look at the response surface approach for reliability analysis. *Structural Safety*, 12(3), 205–220.
- Rashid, Y. (1968). Analysis of Pre-Stressed Concrete Pressure Vessels. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 7, No. 4, 334-355.
- Reineck, K.-H., Lourenço, M., Almeida , J., & Haugerud, S. (2011). Gaining experience with strut-and-tie models for the design of concrete strctures. *technical report, CEB-FIB, belletin 61*, 197-216.
- Ritter, W. (1899). Die Bauweise Hennebique (The Hennebique Construction Method). *Schweizerische Bauzeitung*, 59-61.
- Robinson, J., & Demorieux, J. (1968). *Essai de Traction-Compression sur Modeles d'ame de poutre en béton armé*. Paris: Institut de Recherches Appliquées du Béton Armé.
- Rosenblueth, E. (1975). Point estimates for probability moments. *Proc., Nat. Acad. of Sci.*, 72(10), 3812-3814.

- Rozvany, G., Zhou, M., & Burker, T. (1992). Generalized shape optimization without homogenization. *Geology Structural optimization*.
- Rubinstein, R. (1981). *Simulation and the Monte-Carlo Method*. New York: Wiley.
- Ruiz, M. F., & Muttoni, A. (2007). On Development of Suitable Stress Fields for Structural Concrete. *ACI Structural Journal*, 495-502.
- Sattler, F., & Strauss, A. (2022). Non-linear finite element analysis affected by ill-defined concrete parameters. *Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures*, 679-688.
- Schlaich, J., Schafer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, 32(3), 74-150.
- Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). Towars a consistent design of structural concrete. 74-150.
- Souza, R., Kuchma, D., Park, J., & Bittencourt, T. (2009). Adaptable Strut-and-Tie Model for Design and Verification of Four-Pile Caps. *ACI Structural Journal*, 142-150.
- Stoiber, N., & Kromoser, B. (2021). Topology optimization in concrete construction: a systematic review . *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 64:1725–1749 .
- Surajit, D., & Madhu, K. M. (2019). Modelling four-pile cap behaviour using three-dimensional compatibility. *Engineering Structures*.
- Suzuki, K., Otsuki, K., & Tsubata, T. (1998). Influence of bar arrangement on ultimate strength of four pile caps. *Transactions of the Japan Concrete Institute* 20, 195-202.
- Tjhin, T. N., & Kuchma, D. A. (2007). Integrated analysis and design tool for the strut-and-tie method. *Journal Engineering Structures*, 3042-3052.
- Vantyghem, G., De Corte, W., Shakour, E., & Amir, O. (2020). 3D printing of a post-tensioned concrete girder designed by topology optimization. *Automation in Construction*.
- Vecchio , F., & Collins, M. (1986). Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Journal*, 83(2), 219-231.

- Vecchio, F. (2001). Disturbed stress field model for reinforced concrete : implementation. *Journal of Structural Engineering*, 12-20.
- Vecchio, F., & Selby, R. (1991). Toward compression-field analysis of reinforced concrete solids. *Journal of structural engineering*, 117(6),, 1740-1758.
- Vulliet, F., Ben Ftima, M., & Léger, P. (2017). Stability of cracked concrete hydraulic structures by nonlinear quasi-static explicit finite element and 3D limit equilibrium methods. *Computers and Structures*, 25-35.
- Weibull, W. (1939). Phenomenon of Rupture in Solids. *Ingenioers vetenskaps akademien, Handlingar proceedings*, 153, 1-55.
- Xia, Y., Langelaar, M., & Hendriks, M. A. (2021). Optimization-based three-dimensional strut-and-tie model generation for reinforced concrete. *Computer-aided civil and infrastructure engineering*, 36:526-543.
- Yoshida, Y. (2000). Shear reinforcement for large lightly reinforced concrete members. *Master Degree Thesis, Department of civil engineering, University of Toronto*.
- Yun, Y. M., & Ramirez, J. A. (2016). Strength of Concrete Struts in Three-Dimensional Strut-Tie models. *ASCE*.
- Zienkiewicz, O., Humpheson, C., & Lewis, R. W. (1975). Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Géotechnique, Volume 25 Issue 4*, 671-689.