



Titre: Title:	Conception et optimisation de mécanismes compliants pour la locomotion et la saisie
Auteur: Author:	Jérôme Bastien
Date:	2022
Туре:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Bastien, J. (2022). Conception et optimisation de mécanismes compliants pour la locomotion et la saisie [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/10418/

Document en libre accès dans PolyPublie Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/10418/
Directeurs de recherche: Advisors:	Lionel Birglen
Programme: Program:	Génie mécanique

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Conception et optimisation de mécanismes compliants pour la locomotion et la saisie

JÉRÔME BASTIEN

Département de génie mécanique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées* Génie mécanique

Juin 2022

© Jérôme Bastien, 2022.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Conception et optimisation de mécanismes compliants pour la locomotion et la saisie

présenté par Jérôme BASTIEN

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées* a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Frédérick GOSSELIN, président Lionel BIRGLEN, membre et directeur de recherche Dmitri FEDOROV, membre

REMERCIEMENTS

Je tiens tout particulièrement à remercier mon directeur de recherche Lionel BIRGLEN, dont les commentaires et les critiques ont toujours été très constructifs et efficaces. Merci également pour toute l'aide précieuse fournie dans la rédaction des articles et du présent mémoire.

À tous mes proches, je dis également merci de m'avoir soutenu tout au long de ce projet.

RÉSUMÉ

Les mécanismes compliants sont utilisés en robotique depuis relativement peu de temps, les avancées en termes d'impression 3D ont permis une intégration plus poussée ces dernières années. Il reste toutefois beaucoup à faire dans ce domaine tant sur l'intégration que sur l'optimisation aux mécanismes déjà existants.

Dans ce travail de recherche, deux thèmes distincts sont abordés du point de vue de l'utilisation des mécanismes compliants. Le premier aborde le thème de la locomotion, plus précisément l'analyse et l'optimisation d'une version compliante de la patte de Klann spécialement conçue pour distribuer de façon efficace la puissance nécessaire au mouvement d'un robot tout au long d'un cycle de pas, évitant ainsi les pics d'énergie demandés à la batterie. Bien que le mécanisme de Klann soit un mécanisme simple ayant un seul degré de liberté, il est intéressant de combiner la génération de la trajectoire complexe en bout de patte compatible avec un mouvement de pas avec une charge et décharge en énergie potentielle pour obtenir une patte efficace en termes de puissance. De plus la patte de Klann étant pourtant bien connue, une revue de littérature montre qu'elle ne fait l'objet que de peu de travaux de recherche. Pour combler ce manque, une étude cinématique complète utilisant la théorie des visseurs plans suivie de l'étude des singularités, de la relation force-déplacement et d'une partie optimisation ont été réalisées dans ce mémoire. Pour finir, une validation expérimentale est présentée montrant clairement l'amélioration de l'efficacité en puissance. L'amplitude maximale des pics de courant du moteur sur la patte optimisée étant réduite de 2.5 par rapport à une patte avec la même géométrie mais non-compliante. Le second thème aborde la saisie avec l'optimisation et la conception d'un doigt robotique compliant à raideur variable (deux modes). Directement inspiré des doigts à Fin Ray Effect (FRE) de Festo, le doigt conçu a été optimisé de telle sorte à maximiser l'écart de raideur entre les deux modes de raideur possibles. Ceux-ci sont accessibles par l'engagement ou non d'une barre interne modifiant la cinématique du doigt et donc sa raideur. Une technique de clips, novatrice dans le domaine des mécanismes à raideur variable, a été utilisée permettant de changer facilement de mode. Comme auparavant, une étude cinématique suivie du calcul de la relation force-déplacement ont été réalisées pour mener à bien l'optimisation par un algorithme génétique. Une validation expérimentale et une caractérisation du doigt conçu ont ensuite pu être faites montrant une différence de raideur de l'ordre de 450% entre les deux modes. Au final ce travail de recherche montre à travers deux applications robotiques concrètes des mécanismes compliants, comment leurs caractéristiques peuvent être mises à profit pour améliorer l'efficacité et la versatilité d'un système.

ABSTRACT

Compliant mechanisms have been used in robotics for a relatively short time, technological advancements in 3D printing have allowed a more advanced integration in recent years. However, much remains to be done in this area, both on integration and on optimisation of existing mechanisms.

This research work contains two separate themes related to the use of compliant mechanisms. The first one deals with locomotion, more precisely with the analysis and optimization of a compliant version of the Klann's leg specifically designed to efficiently distribute its power requirement over its complete motion cycle, avoiding large peaks in the energy drawn from the battery. Although the Klann's linkage is a simple mechanism with a single degree of freedom, it's interesting to combine in a single structure both a complex trajectory generation compatible with step motion and energy storage/release to obtain a power efficient leg. In addition, despite the Klann's linkage is well known, a literature review shows that there are relatively few papers addressing the design of this simple leg. To fill this gap, a complete kinematic analysis of that mechanism using planar screw theory followed by a singularities analysis, a force input-output relationship and an optimization section were carried out in this work. Finally, an experimental validation is presented to support the approach, showing the improvement of the efficiency in power by reducing the load peaks on the motor with the optimized leg.

The second theme focuses on grasping with the optimization and design of a compliant dual stiffness robotic finger. Inspired by the Fin Ray Effect (FRE) fingers from Festo, the designed finger has been optimized to maximize the stiffness gap between the two modes. These modes are selected by the engagement of an internal bar modifying the kinematics of the finger and thus, its stiffness. An innovative (in the field of variable stiffness) snap-fit joint technique was used to easily change mode. As before, a kinematic study followed by the computation of a force input-output relationship were carried out in order to perform an optimization by a genetic algorithm. An experimental validation and characterization of the designed finger could then be made showing a difference of stiffness of approx. 450% between the two modes.

Finally, this work shows through two concrete applications of compliant mechanisms, how the characteristics of the latter can be used to improve the overall efficiency and versatility of a robotic system.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES TABLEAUX	ix
LISTE DES FIGURES	х
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xiii
LISTE DES ANNEXES	xiv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Définitions et concepts de base	1
1.2 Eléments de la problematique \dots	6 6
1.2.1 Elements de problematique sur les robots à pattes mecaniques	0 7
1.2.2 Doigt robotique souple	(
1.3 Objectus de recherche 1.4 Plan du mémoire	8
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	9
2.1 Mécanismes compliants	9
2.2 Robots à pattes mécaniques	10
2.3 Pattes mécaniques compliantes	15
2.4 Mécanismes de saisie	16
2.5 Mécanismes de saisie à raideur variable	21
CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE TRAVAIL	24
CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : POWER EFFICIENT DESIGN A COMPLIANT ROBO-	
TIC LEG BASED ON KLANN'S LINKAGE	26
4.1 Abstract	26

4.2	Keywords	26	
4.3	Introduction		
4.4	Nomenclature		
4.5	Mobility and Velocity Analysis	29	
	4.5.1 Introduction	29	
	4.5.2 Mobility	30	
	4.5.3 Velocity Equation of the Fourbar OCDA	30	
	4.5.4 Velocity Equation of the Leg	33	
	4.5.5 Singularity Analysis	35	
4.6	Position Analysis	36	
4.7	Compliance Analysis	38	
4.8	Optimization	40	
	4.8.1 Geometrical Optimization	40	
	4.8.2 Kinetostatic Optimization	42	
	4.8.3 Compliance Optimization	42	
	4.8.4 Global Optimization	43	
4.9	Experiments	45	
4.10	Conclusion	49	
4.11	Biography Section	52	
CHAPT	TRE 5 ARTICLE 2 : VARIABLE STIFFNESS SOFT ROBOTIC FINGERS	-0	
USII	NG SNAP-FTT KINEMATIC RECONFIGURATION	53 53	
5.1	Abstract	53 53	
5.2	keywords	53 73	
5.3		53 72	
5.4	Kinematic Analysis	56 70	
	5.4.1 Introduction	56 70	
	5.4.2 Velocity Equations	59 20	
5.5	Position Analysis	50 60	
5.6	Compliance Model	62	
5.7	Multi-body simulation and analysis	64	
5.8		-	
	Optimization	66	
	5.8.1 Grasp scenario Grasp scenario Grasp scenario	66 66	
	5.8.1 Grasp scenario 6 5.8.2 Optimization Criteria 6	66 66 68	
	5.8.1 Grasp scenario	66 66 68 70	

	5.9.1	Characterization	72
	5.9.2	Stiffness Mode Switch	76
	5.9.3	Grasp Experiments	78
5.10	Conclu	$sion \ldots \ldots$	81
5.11	Biogra	phy Section	81
CHAPI	TRE 6	ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES ET RÉSULTATS COMPLÉMEN-	
TAI	RES .		83
6.1	Aspect	s méthodologiques et résultats complémentaires à l'article sur la patte	
	robotic	que	83
6.2	Aspect	s méthodologiques et résultats complémentaires sur le doigt compliant	88
CHAPI	TRE 7	DISCUSSION GÉNÉRALE	97
CHAPI	TRE 8	CONCLUSION	99
8.1	Synthè	se des travaux	99
8.2	Limita	tions et possibilités d'améliorations futures de la solution proposée 1	.00
RÉFÉR	ENCES	\$	101
ANNEX	XES .		111

LISTE DES TABLEAUX

Table 4.1	Optimal design parameters	44
Table 4.2	Sensitivity of the performance criteria to variations of the design para-	
	meters	45
Table 4.3	Current Profiles Statistics (all values in A) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	49
Table 5.1	Force estimation (N) \ldots	64
Table 5.2	Geometrical parameters of the fingers	67
Table 5.3	Optimal design parameters	70
Table 5.4	Sensitivity of the performance index to variations of the design parameters	71
Table 5.5	Stiffness ratios	76
Tableau 6.1	Estimation des forces pour les autres versions (N) \hdots	89

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Exemples de mécanismes compliants macroscopiques et microscopiques	2
Figure 1.2	Robot de soutient à l'armée	3
Figure 1.3	Exemple de trajectoire simple d'une patte robotique	3
Figure 1.4	Séquence de fermeture d'un doigt auto-adaptatif	5
Figure 1.5	Exemple de robot à démarche passive	5
Figure 2.1	Mécanismes compliants de la vie quotidienne	9
Figure 2.2	Mécanismes à membrures rigides et compliance localisée	10
Figure 2.3	Mécanismes compliants à compliance distribuée	11
Figure 2.4	Spot de Boston Dynamics	12
Figure 2.5	Mécanismes de pattes simples à membrures	12
Figure 2.6	Topologie générale et séquence de mouvement du mécanisme de Klann	13
Figure 2.7	Fléchissement des pattes dans ce mécanisme sauteur inspiré des puces	15
Figure 2.8	Le Soft Gripper	16
Figure 2.9	Main anthropomorphique complètement actionnée	17
Figure 2.10	Main anthropomorphique de dernière génération actionnée par des	
	tendons et comportant des ligaments	18
Figure 2.11	Doigts et mains sous-actionnés inspirés par le biomimétisme	19
Figure 2.12	Doigts et mains passifs	20
Figure 2.13	Doigts et mains pneumatiques	21
Figure 2.14	Pince universelle à blocage utilisant des grains de café	22
Figure 2.15	Liaison pivot à deux modes de raideur totalement différents	23
Figure 4.1	Klann's linkage general topology and nomenclature	31
Figure 4.2	Input fourbar OCDA and ternary link MCD geometric parameters	31
Figure 4.3	Type 1 singularities of the Klann's leg $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	36
Figure 4.4	Type 2 singularities of the Klann's leg	36
Figure 4.5	Trajectories of the different points of Klann's leg with its usual geome-	
	trical parameters	39
Figure 4.6	Pseudo-rigid body model of a compliant version of Klann's leg $\ . \ . \ .$	39
Figure 4.7	Experimental characterization of the notch hinge undergoing large	
	deformations \ldots	41
Figure 4.8	Geometric parameters of the optimization	43
Figure 4.9	Geometry and point trajectories of the optimal compliant Klann's leg	46
Figure 4.10	Potential energy profile of the optimal leg	46

Figure 4.11	Computed required actuator torque for static balance of the leg \ldots	47
Figure 4.12	CAD model of the optimal compliant leg	47
Figure 4.13	Prototype of a mobile robot driven by two compliant Klann's legs $\ . \ .$	49
Figure 4.14	Comparisons between the theoretical and experimental output trajecto-	
	ries for different number of cycles	50
Figure 4.15	Composite picture of five steps with the recorded foot trajectory	50
Figure 4.16	Current drawn from the battery pack with the compliant and rigid	
	versions of the robot	51
Figure 5.1	Example of the closing motion of a FRE finger by Festo attached to a	
	pneumatic gripper	54
Figure 5.2	Pseudo-rigid design of FRE fingers with a single (a-d) or no (e) crossbeam	57
Figure 5.3	Geometrical parameters of the fingers	58
Figure 5.4	Norms of the resulting grasp force on x-axis for all versions vs angles	
	θ_1^F,θ_2^F	65
Figure 5.5	Snap-fit joint of a mass produced plastic box	66
Figure 5.6	Illustrative grasp of a cylindrical object	67
Figure 5.7	Force-displacement stiffness ellipsoid for a simulated displacement of	
	1mm in the plotted directions	69
Figure 5.8	Selected geometry of annular snap-fit joint	71
Figure 5.9	CAD of the finger	72
Figure 5.10	Low- and high-stiffness grasp examples of the optimal fingers	73
Figure 5.11	Characterization test bench	74
Figure 5.12	Resulting horizontal contact forces in the two stiffness modes for different	
	positions of a cylindrical object	74
Figure 5.13	Computed x -axis stiffness in the two stiffness modes for different posi-	
	tions of a cylindrical object \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	75
Figure 5.14	Comparison between the forces from the theoretical model and mea-	
	surements with the prototype for a cylindrical object contact	75
Figure 5.15	CAD model of the hand assembly on the Baxter robot $\ldots \ldots \ldots$	77
Figure 5.16	Engagement of the snap-fit joint: pinching motion of the finger tip	77
Figure 5.17	Disengagement of the snap-fit joint	78
Figure 5.18	Grasps of various objects from the 2016 Amazon picking challenge in	
	low-stiffness mode.	79
Figure 5.19	A failed grasp of soap bars in low-stiffness mode becomes successful in	
	high-stiffness mode	80

Bruising of a broccoli flower grasped in high-stiffness mode and its	
gentle envelopment in low-stiffness mode	80
Version CAD d'une patte avec renfort	84
Prototype de robot à 4 pattes	85
Tests de durabilité avec et sans appui	87
Raideur de rotation de la patte conçue	88
Singularités de types 1 et 2 sur la version W	91
Singularité de type 2 sur la version $1R$	91
Améliorations successives des prototypes de doigt	92
Prototype de clips	93
Première façon de clipser et déclipser la barre interne du doigt avec	
l'utilisation d'un étau	94
Clips et dé-clips de la barre interne sur le robot Baxter	95
Fléchissement du doigt dans les deux modes de raideur pour une même	
force d'appui de 10 N	96
	Bruising of a broccoli flower grasped in high-stiffness mode and its gentle envelopment in low-stiffness mode

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ADAMS	Logiciel de simulation dynamique multi-corps de la compagnie MSC
	Software
ASME	American Society of Mechanical Engineers
CAD	Computer aided-design
DDL	Degrés de liberté
DOF	Degree of freedom
FRE	Fin ray effect
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
NiMH	Nickel-metal Hybride
PETG	Polyéthylène téréphtalate glycol
STD	Standard deviation
TPU	Polyurethane thermoplastique
PBRM	Pseudo-Rigid Body Model
δW	Travail virtuel infinitésimal

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Coefficients cinématiques	111
Annexe B	(Article 2) Kinematic Matrices	113

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Le présent mémoire a pour but d'étudier, d'optimiser et de concevoir deux mécanismes compliants utilisés l'un pour la locomotion et l'autre pour la saisie. Il s'inscrit dans la lignée des travaux réalisés au Laboratoire de Robotique de l'École Polytechnique Montréal où les mécanismes compliants sont un domaine d'expertise. Au cours de ce travail de recherche, l'accent sera mis sur l'optimisation des caractéristiques de ces deux mécanismes du point de vue de leurs applications à la locomotion et à la saisie en tirant avantage de leur compliance. Dans un premier temps, le système compliant optimisé pour la locomotion s'inspirera directement de la patte de Klann, un mécanisme simple et bien connu pouvant être utilisé sur les robots marcheurs mais qui toutefois ne fait l'objet que de peu de travaux de recherche à son sujet. L'optimisation portera plus précisément sur la réduction des pics de puissance développée lors d'un cycle de pas, en tirant partie de la compliance des liaisons. Dans un deuxième temps, le système compliant optimisé pour la saisie sera un doigt robotique simple sous-actionné prenant inspiration sur les doigts à Fin Ray Effect (FRE) développés par l'entreprise Festo. Ce doigt conçu et étudié aura la particularité d'avoir deux modes de raideur différents accessibles par le clips d'une barre interne permettant de modifier la structure cinématique du doigt et donc de modifier sa raideur. Cette technique de clips novatrice dans le domaine des doigts robotiques permettra de changer rapidement et facilement de mode de raideur pour obtenir un préhenseur très polyvalent.

1.1 Définitions et concepts de base

Pour bien comprendre l'ensemble de ce travail de recherche, il faut d'abord définir les concepts de base abordés. Pour commencer, les mécanismes compliants vont être définis, s'ensuivra une partie sur les robots à pattes mécaniques et enfin une partie sur les préhenseurs et le sous-actionnement.

Concepts de base sur les mécanismes compliants

Les mécanismes compliants sont définis comme l'ensemble des mécanismes dans lesquels les liaisons cinématiques classiques sont remplacées par la flexibilité relative des pièces mécaniques. Les avantages de ces mécanismes par rapport aux mécanismes classiques sont nombreux. Leur simplicité, leur absence de contraintes géométriques sur le montage des liaisons, leur absence de frottement, mais également leur capacité à évoluer dans des milieux hostiles (sable, poussières, eau, ...) leurs permettent d'être largement utilisés dans le domaine de la robotique comme dans le domaine de l'électronique [1]. De plus, la miniaturisation possible de ce type de mécanisme permet de concevoir des systèmes de très petites tailles allant de la taille microscopique (μm) à la taille macroscopique (mm). Sur la Figure 1.1 sont représentés deux mécanismes compliants, l'un de taille macroscopique (la pince) et l'autre de taille microscopique (l'interrupteur).



(a) Pince compliante

(b) Interrupteur microscopique bistable compliant

Figure 1.1 Exemples de mécanismes compliants macroscopiques et microscopiques (tiré de Wikimédia Commons, auteur : BYU CMR sous licence CC BY-SA 4.0)

Les mécanismes compliants ont toutefois des inconvénients par rapport aux mécanismes classiques, le fait qu'il faille une force appliquée non-nulle pour maintenir le mécanisme dans une position différente de sa position de départ, où encore le fait qu'ils aient une plage de mouvement limitée en sont deux exemples. De plus, la conception et la modélisation sont plus complexes par rapport aux mécanismes classiques. Cependant, avec une optimisation bien menée ces défauts peuvent être atténués et même transformés en avantages sur certains mécanismes.

Notions sur les robots à pattes mécaniques

Les robots à pattes mécaniques sont de plus en plus utilisés en robotique. En effet, à la différence des robots à roues qui peuvent se retrouver en difficulté sur des terrains escarpés, ceux ci ont une formidable capacité à évoluer sur tous les types de sol et de relief. C'est pourquoi de nombreuses applications à ces robots sont faites par exemple dans le cadre d'opérations de secours ou encore lors de déploiements militaires comme représenté sur la Figure 1.2.

Dans la majorité des cas, lors de l'utilisation de pattes mécaniques sur un robot, celles-ci alternent entre deux phases. La première est la phase de support durant laquelle la patte tracte le robot vers l'avant, la seconde est la phase de vol (fly ou swing phase en anglais)



Figure 1.2 Robot de soutient à l'armée (tiré de Wikimédia Commons, auteurs : Sgt. Sarah Dietz, U.S. Marine Corps sous licence publique)

caractérisée par le retour en l'air au début de la phase de support. Sur la Figure 1.3 sont représentées ces deux phases sur une trajectoire simple de patte robotique.



Figure 1.3 Exemple de trajectoire simple d'une patte robotique

Lors de la conception d'un robot à pattes mécaniques plusieurs critères sont pris en compte comme par exemple sa capacité de franchissement, son efficacité énergétique ou encore sa stabilité. C'est pourquoi il existe de nombreux types de pattes robotiques qui seront décrits dans la partie suivante, allant des plus polyvalentes et perfectionnées avec de nombreux degrés de liberté aux plus simples avec un seul degré de liberté comme la patte de Klann.

Notions sur les préhenseurs

Avec l'essor des robots manipulateurs depuis plus de 30 ans, le développement des préhenseurs est devenu l'un des domaines de recherche des plus importants en robotique. En effet, ceux-ci étant caractérisés comme l'ensemble des systèmes utilisés pour saisir ou déplacer des objets, ils sont conçus pour rentrer en collision avec l'environnement extérieur, ce qui est d'habitude évité à tous prix en robotique. Un préhenseur connu de tous ayant une adaptabilité et une dextérité inégalée est la main humaine. Celle-ci a inspiré la conception de mains anthropomorphiques pour le domaine prosthétique mais également pour le domaine industriel avec des prototypes impressionnants avant vu le jour ces dernières années [2, 3]. Ces mains anthropomorphiques

impressionnants ayant vu le jour ces dernières années [2, 3]. Ces mains anthropomorphiques industrielles sont utilisées dans la chirurgie robotisée [4] ou dans l'aérospatial [5] pour ne citer que ces deux domaines. La recherche est encore menée à ce jour sur ce type de main tant la complexité en terme de taille, de contrôle et de commande est importante. Les mains anthropomorphiques ne sont cependant pas les seuls préhenseurs existants en robotique, différentes technologies conçues pour des applications spécifiques peuvent être trouvées dans la littérature, allant de la pince robotique simple aux système de préhension à ventouses. L'ensemble de ces systèmes seront décrits lors de la revue de littérature dans la section suivante. Toutefois la majorité des préhenseurs robotiques peuvent être classés dans la catégorie des mains et des pinces robotiques. Dans cette catégorie on distincte alors deux sous-catégories. Dans une première peuvent être classées les pinces et les mains complètement actionnées, elles sont caractérisées par l'utilisation d'un moteur pour chaque articulation. Cette technologie permet d'obtenir des préhenseurs très polyvalents pouvant s'adapter à l'ensemble des objets saisis en modulant les forces de contact appliquées. En contre-parties ces mécanismes peuvent être chers et peuvent engendrer beaucoup de contraintes de conception ne rendant pas envisageable une possible miniaturisation. Dans une deuxième catégorie décrite dans la soussection ci-dessous, permettant de palier à ces points, on retrouve les mains et les pinces robotiques sous-actionnées.

Notions sur le sous-actionnement

Un système est qualifié de sous-actionné s'il a la particularité d'avoir moins d'actionneurs que de degrés de liberté. Cette technique de conception permet d'obtenir des systèmes moins chers, plus robustes et plus simples à assembler que les systèmes complètement actionnés. Toutefois, ces avantages sont obtenus au prix d'une conception et d'une optimisation en adéquation à une utilisation donnée.

Dans le cas de l'utilisation de cette technique de sous-actionnement sur des mains et des pinces robotiques, on parle alors de systèmes de préhension auto-adaptatifs. Ils s'adaptent et repartissent de façon passive et autonome les forces de contact sur les objets saisis. Cependant, ces systèmes ayant alors des degrés de liberté non actionnés, une contrainte doit être instaurée sur leur pose au repos. C'est pourquoi, le plus souvent sont utilisés des éléments passifs comme des ressorts ou des butées. Sur la Figure 1.4 tiré de Laliberte et al. [6], est représentée la séquence de fermeture d'un doigt auto-adaptatif, celui-ci est entraîné par un moteur situé au niveau de la flèche en bas à gauche du quatre barres. Durant la phase d'approche vers la pièce à saisir, les deux phalanges du doigt se comportent comme une seule pièce rigide. La

phalange supérieure est contrainte par des éléments passifs qui sont une butée et un ressort. Une fois le contact réalisé entre la phalange inférieure et la pièce, l'effort fourni par le moteur est alors entièrement redirigé vers la rotation de la phalange supérieure qui vient mettre en tension le ressort et qui permet d'englober la pièce. Il est alors possible de réaliser des prises englobantes s'adaptant à la forme de la pièce saisie de façon totalement passive.



Figure 1.4 Séquence de fermeture d'un doigt auto-adaptatif [6]

La technique du sous-actionnement n'est pas limitée aux préhenseurs robotiques, on la retrouve par exemple sur les robots à démarche passive [7, 8, 9, 10]. Ces robots se déplacent en marchant de façon autonome sans apport d'énergie externe, hormis une simple poussée initiale le mettant en mouvement. Ce mouvement est ensuite entretenu par le poids propre du mécanisme qui provoque la marche en faisant avancer une jambe après l'autre.



Figure 1.5 Exemple de robot à démarche passive [8] © 2001 SAGE Publications

Le sous-actionnement peut également être utilisé sur les bras robotiques en prenant en compte les phénomènes dynamiques [11, 12, 13]. Comme décrit dans le travail de Roy et Asada, cela permet de réaliser des manipulations dans de petits espaces où des forces importantes sont requises. C'est pourquoi on retrouve par exemple ce type de bras robotiques sous-actionnés dans le domaine de la conception aéronautique.

Mise en relation compliance et sous-actionnement

La combinaison du phénomène de compliance avec un système sous-actionné peut être d'une grande utilité. En effet, comme vu précédemment les mécanismes sous-actionnés doivent contenir des éléments passifs comme des ressorts ou des butées pour contraindre la pose au repos. Or une liaison compliante est un élément passif caractérisé comme un ressort dans la théorie des mécanismes pseudo-rigides de Howell (2001). En utilisant donc une telle liaison, l'ajout de ressorts et de butées n'est plus obligatoire. Le système obtenu est donc moins cher, plus robuste et parfait pour une possible miniaturisation.

De plus, dans le cas de l'utilisation de cette combinaison compliance/sous-actionnement sur les préhenseurs, on assiste à une réduction des dangers pour les opérateurs travaillant aux alentours du robot. En effet, les préhenseurs utilisant cette technique ne comportent pas ou peu de pièces rigides, les forces peuvent donc être absorbées par la déformation du préhenseur si un contact se produit. Ceux-ci sont alors parfaits pour une utilisation sans surveillance excessive auprès du grand public.

1.2 Éléments de la problématique

Le but de ce travail de recherche et d'analyser, concevoir et optimiser vis-à-vis de critères de performance deux mécanismes compliants. Les éléments de problématique vont donc être scindés en deux parties.

1.2.1 Éléments de problématique sur les robots à pattes mécaniques

Comme dit en introduction, les robots à pattes mécaniques ont beaucoup d'avantages qui leurs permettent d'être largement utilisés aujourd'hui. Toutefois des inconvénients existent, par exemple, sur ce type de robot le besoin en puissance à fournir à chaque patte sur un cycle de pas n'est pas constant à la différence des robots à roues. En effet, durant la phase de vol de la patte, la puissance requise se limite à contrer les accélérations et les frottements. À l'inverse, lors de la phase de support la patte doit soutenir le poids du robot mais également le faire avancer, or celui-ci est souvent lourd avec des systèmes embarqués, des batteries et de moteurs. Le besoin en puissance est alors beaucoup plus important durant cette phase. C'est pourquoi lors de la conception d'un robot à pattes mécaniques l'efficacité en terme de puissance est un élément critique, elle influence directement le choix des moteurs, souvent des éléments très lourds et donc influence de facto l'autonomie du robot lorsque celui-ci fonctionne sur batterie. D'autre part une recherche rapide dans la littérature montre que peu de travaux portent sur la patte Klann, une patte simple à un seul degré de liberté qui sera introduite en détail dans la revue de littérature. Il est par exemple impossible de trouver une étude complète portant sur l'analyse des mobilités, des vitesses et des singularités de ce mécanisme par la théorie des visseurs plans. Cette patte n'a également jamais fait l'objet d'une version compliante. Pour combler ce manque, il serait intéressant de définir une problématique générale portant sur la conception et l'analyse d'une version compliante de la patte de Klann optimisée en terme de puissance. Cette optimisation serait faite en tirant avantage des liaisons compliantes, celles-ci pouvant emmagasiner de l'énergie durant la phase de vol pour la relâcher durant la phase d'appui tout en gardant une trajectoire en bout de patte compatible avec un mouvement de pas. Les pattes conçues pourraient alors être assemblées sur un robot pour le rendre efficace en terme de distribution de puissance sur un cycle de pas.

1.2.2 Doigt robotique souple

Comme dit également en introduction, dans une optique de réduction des coûts et d'augmentation de la fiabilité, les pinces et mains robotiques constituées de doigts sous-actionnés sont une alternative crédible aux préhenseurs robotiques complètement actionnés. Il subsiste toutefois certains points d'amélioration pouvant être réalisés sur ces doigts sous-actionnés pour qu'ils répondent parfaitement aux besoins de polyvalence imposés par le monde industriel. Par exemple sur les doigts FRE de l'entreprise Festo largement utilisés aujourd'hui, il est impossible de faire varier leur raideur pour l'adapter aux différents objets saisis. Leur utilisation est alors compromise lorsque la manipulation de plusieurs objets de formes, de masses et de fragilités différentes doit être réalisée. C'est pourquoi sur ces tâches de saisie des systèmes de manipulation à raideur variable complexes doivent être utilisés.

En effet, à ce jour il n'existe pas de solutions de doigts compliants simples faits d'une seule et même pièce ayant la capacité à changer de raideur pour s'adapter aux fragilités des objets saisis. Pour contrer ce problème, de nouveaux doigts compliants s'inspirant des doigts FRE pourraient être imaginés en rajoutant à ceux-ci un système permettant de faire varier leur raideur de façon mécanique en modifiant leur géométrie interne. Les doigts conçus devraient alors être réalisés d'une seule pièce pour garder la caractéristique de facilité d'installation et de plus le changement de raideur devrait être facilement accessible et réalisable de façon autonome par le robot manipulateur lui-même.

Un tel mécanisme de saisie serait alors novateur mêlant pour la première fois mécanisme compliant et raideur variable atteinte par changement de structure cinématique le tout étant robuste et facile à mettre en place.

1.3 Objectifs de recherche

Comme dans la partie précédente sur les éléments de problématique, les objectifs de la recherche sont également décomposés en deux parties :

Première partie sur la patte de Klann :

- 1. Développer le modèle cinétostatique complet de la patte de Klann par la théorie des visseurs plans.
- 2. Introduire un modèle pseudo-rigide correspondant à une version compliante de cette patte et déterminer les relations forces-déplacement.
- 3. Choisir et définir un critère de performance pour répondre à la problématique.
- 4. Optimiser l'architecture de la patte de Klann pour maximiser le critère de performance.
- 5. Concevoir et fabriquer un prototype.
- 6. Comparer les résultats théoriques aux résultats pratiques et tester la durabilité du prototype.

Seconde partie sur le doigt robotique souple : On adopte la même structure que précédemment

- 1. Trouver différentes architectures de doigts simples en s'inspirant des doigts FRE
- 2. Développer les modèles cinétostatiques des différentes versions
- 3. Choisir et définir un critère de performance permettant de caractériser la rigidité du doigt
- 4. Sélectionner deux versions correspondantes au mieux vis-à-vis du critère de performance.
- 5. Optimiser l'architecture pour maximiser le critère de performance
- 6. Concevoir un prototype, le caractériser et le tester
- 7. Comparer les résultats théoriques aux résultats pratiques

1.4 Plan du mémoire

Ce mémoire s'articule en quatre parties : En premier lieu, une revue de littérature permettant de rendre compte de l'état de l'art dans le domaine des mécanismes compliants, des robots à pattes mécaniques, des préhenseurs et des mécanismes de saisie à raideur variable sera réalisée. Suivra dans un deuxième temps un article publié dans le Journal *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* portant sur la conception et l'optimisation en terme de puissance d'une version compliante de la patte de Klann. Par la suite un autre article portant cette foisci sur la conception et l'optimisation d'un doigt compliant à raideur variable atteinte par une modification de sa structure cinématique publié dans le Journal *IEEE Transactions on Robotics* sera introduit. Et pour finir des résultats complémentaires aux deux articles et une discussion générale seront ajoutés.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Dans un monde globalisé où l'efficacité est en permanence recherchée, une demande croissante pour des mécanismes à architecture alternative permettant d'améliorer leurs qualités, leur sécurité et de diminuer leurs coûts de production est présente. Les avancées dans le domaine de la théorie des mécanismes compliants, le développement de nouveaux matériaux avec une qualité supérieure et les innovations en terme d'impression 3D ont permis ces dernières années d'assister à une augmentation rapide de l'utilisation des mécanismes compliants dans la vie de tous les jours. Sur la Figure 2.1 sont représentés de nombreux dispositifs utilisés quotidiennement où le phénomène de compliance est présent. Un autre exemple concret, naturel de mécanisme compliant est le cœur humain, il est capable de se contracter des millions de fois sans faillir.





2.1 Mécanismes compliants

Les mécanismes compliants peuvent être décomposés en deux catégories :

- Les mécanismes à gorges ou compliance localisée. Ils sont approximés comme une succession de corps rigides reliés entre eux par des liaisons pivots avec ressort qui correspondent à la modélisation pseudo-rigide introduite par Howell (2001). Les deux systèmes représentés sur la Figure 2.2 utilisent la compliance localisée;
- Les mécanismes avec une compliance distribuée. Pour ce type de mécanisme, le terme degré de liberté indépendant n'est plus utilisé car l'ensemble du mécanisme se déforme sous charge. Ils permettent d'apporter une diminution de la concentration de contrainte dans le mécanisme. Sur la Figure 2.3 est représenté un doigt robotique souple avec

compliante en position fermée.

(a) Paire de ciseaux compliants (tiré de Courtesy of the Compliant Mechanisms Research Group (CMR) at Brigham Young University)



(b) Préhenseur adaptatif (2009) [16]

Figure 2.2 Mécanismes à membrures rigides et compliance localisée

sur la face avant une compliance distribuée et est également représentée une attache

Un élément important sur la recherche autour des mécanismes compliants est le calcul de la relation entre les déplacements et les forces appliquées. L'ouvrage faisant référence dans le domaine est le livre de Howell publié en 2001 introduisant pour la première fois la modélisation pseudo-rigide en remplaçant sur le modèle théorique les liaisons compliantes par des liaisons pivots avec ressort en parallèle. Auparavant, des solutions par intégrales elliptiques [18] et par algorithme de chaîne [19] étaient largement utilisées, elles étaient précises mais relativement compliquées. La modélisation pseudo-rigide a surmonté ce problème en simplifiant les calculs tout en gardant une précision élevée tant pour les petits déplacements que pour les grands déplacements [20, 21, 22]. Pour la modélisation des mécanismes à compliance distribuée, la méthode la plus efficace est l'utilisation du calcul par éléments finis [23]. La matrice de compliance théorique est convertie en matrice de raideur et le calcul de la déformation se fait de proche en proche.

Une revue des cas d'utilisation des mécanismes compliants [24] montre qu'ils offrent de nombreux avantages par rapport aux mécanismes classiques équivalents. La simplification de la fabrication, la réduction du poids des pièces et du temps de fabrication mais encore la suppression du besoin en lubrification et du bruit en font des mécanismes avec un grand potentiel de développement dans le domaine des prothèses, de la robotique et des pinces.

2.2Robots à pattes mécaniques

Les robots à pattes mécaniques ont un large champ d'utilisation allant de l'application militaire à l'industrie des services. L'avantage principal des robots à pattes est leur habilité à se déplacer





(a) Doigt mécanique pour appareil de préhension (2019) [17]

(b) Attache compliante représentée en position fermée (tiré de Wikimédia Commons, auteur : I.Elgamal sous licence CC BY-SA 4.0)

Figure 2.3 Mécanismes compliants à compliance distribuée

sur des terrains impraticables pour des robots à roues. Ils peuvent par exemple être utilisés dans le cadre de missions de secours lorsque le robot est amené à se déplacer sur des terrains variables tout en restant agile.

Il existe deux courants de recherche sur les robots à pattes mécaniques. Le premier courant de recherche est celui où est utilisé la miniaturisation des composants pour concevoir des pattes de plus en plus complexes avec des moteurs dans chaque articulation permettant d'obtenir des robots très polyvalents avec de nombreux degrés de liberté et pouvant s'adapter à tous les types de terrain. Toutefois ce type de robot engendre fatalement des coûts importants et une complexité de commande et de fabrication. Plusieurs robots récemment conçus utilisent cette approche de conception. Le *Spot* de *Boston Dynamics* représenté sur la Figure 2.4 ou encore les machines à quatre-pattes de *Unitree* et *Ghost Robotics* en sont des exemples.

Aussi en cas de miniaturisation de ce type de robot, le poids des moteurs peut être dérangeant. En effet ceux-ci devant toujours fournir une énergie importante pour le déplacement ils ne peuvent être miniaturisés à l'extrême ce qui rend le robot plus lourd, réduit donc son autonomie et le rend moins stable et moins maniable.

C'est pourquoi, il existe un autre courant de conception se focalisant sur des pattes mécaniques simples ayant fait leurs preuves où le but est de les optimiser pour pouvoir les adapter sur des robots à moindres coûts avec des performances élevées. La plupart du temps ces pattes



Figure 2.4 *Spot* de *Boston Dynamics* (tiré de *Ars Electronica*, photo : Christian Holzinger sous licence CC BY-NC-ND 2.0))

n'ont qu'un seul degré de liberté et n'ont donc besoin que d'un seul moteur par patte. On recense dans la littérature plusieurs mécanismes à membrures à un seul degré de liberté, permettant de convertir un mouvement de rotation en un mouvement périodique de pas. Quelques exemples de ce type de mécanismes sont représentés sur la Figure 2.5.



Figure 2.5 Mécanismes de pattes simples à membrures [25]

Le mécanisme de Hoeken représenté sur la Figure 2.5a a été publié pour la première fois en 1926. C'est le plus simple des quatre mécanismes représentés, il est composé de 4 barres reliées par des liaisons rotoïdes. Il convertit le mouvement de rotation à l'entrée en un mouvement rectiligne approximatif. Le mécanisme de Théo Jansen représenté sur la Figure 2.5c a été conçu en 1991 afin de simuler un mouvement de marche régulier. Il est composé de 8 barres et est devenu célèbre par son utilisation dans des sculptures cinétiques actionnées par le vent. Sur la Figure 2.5d est représenté un mécanisme de Stephenson de type II développé par Mark Plecnik [26] qui est un générateur de trajectoire pour la marche.

Enfin sur la Figure 2.5b est représenté le mécanisme de Klann, composé de 6 barres il est plus

plus facile à mettre en place que le mécanisme de Jansen. Son nom vient de son inventeur Joe Klann qui en 1994 déposa un brevet [27] sur ce mécanisme. Cet assemblage souvent appelé patte de Klann a été conçu en s'inspirant de la démarche des araignées. La caractéristique première de cette patte de Klann est qu'elle convertit un mouvement de rotation, caractérisé par le mouvement de la pièce "arbre d'entrée" sur la Figure 2.6a en un mouvement linéaire pouvant être adapté a un robot marcheur. Elle comporte un châssis (corps du robot), un arbre d'entrée, deux biellettes, deux coupleurs dont un est appelé patte et qui sont tous reliés par des liaisons pivots. Sur la Figure 2.6a sont également représentées les différentes trajectoires de ces pièces lors de la rotation de l'arbre d'entrée et une séquence de mouvement sur la Figure 2.6b.



(a) Topologie générale du mécanisme de Klann



(b) Séquence de mouvement du mécanisme de Klann (Licence CC Wikipédia)

Figure 2.6 Topologie générale et séquence de mouvement du mécanisme de Klann

Tous ces systèmes sont simples, robustes et peuvent être miniaturisés mais l'un de leur principal défaut est qu'ils ne peuvent altérer leur trajectoire pour répondre à diverses exigences telles que la robustesse aux collisions ou encore la modulation en puissance. Plusieurs stratégies permettant de contrer ce défaut ont déjà été proposées dans la littérature, la plupart s'appuyant sur une modification de la position des liaisons soit par un actionnement supplémentaire [28, 29], soit par un ajustement passif de longueur [30] ou soit par une compliance déclenchable [31]. Comme dit en introduction, sur les systèmes représentés sur la Figure 2.5, la trajectoire du bout de la patte représentée en pointillés, peut être décomposée en deux phases :

- Une phase de support : correspondante au moment où la patte est en contact avec le sol, c'est le moment où le robot est soutenu par la patte et est propulsé vers l'avant (représentée en jaune pour la patte de Klann sur la Figure 2.6a). On recherche une trajectoire en bout de patte la plus rectiligne possible pour éviter les accélérations verticales. On cherche également à obtenir une vitesse linéaire constante au cours de cette phase pour éviter les pics de charge sur le moteur dûs à l'accélération, celui ci devant déjà fournir l'énergie au déplacement du robot.
- Une phase de vol : correspondante au moment où la patte est dans les airs, ne touche plus le sol et revient au début de la phase de support (représentée en vert pour la patte de Klann sur la Figure 2.6a). Pour cette phase, on recherche une hauteur verticale assez importante pour pouvoir enjamber les obstacles.

Dans tous les cas, lors de la conception d'un robot à pattes mécaniques, plusieurs critères sont pris en compte tels que la stabilité, la vitesse, la robustesse, l'efficacité énergétique et l'efficacité en puissance [32, 33, 34]. Cette dernière est l'élément le plus critique et influence directement le coût de transport [35, 36]. En effet la patte alternant entre les phases de vol où seulement une petite quantité d'énergie est nécessaire permettant de contrer frottements et accélérations et les phases de support où l'énergie requise est beaucoup plus importante dû au poids du robot car étant souvent équipé d'instruments, de batterie ou encore de moteurs, ne pas optimiser l'efficacité en puissance d'un robot à pattes impliquerait d'utiliser des moteurs haute puissance, qui étant plus lourds, augmenteraient la masse totale du robot diminuant de fait son efficacité énergétique et son autonomie. Aussi, pour les très petits robots à pattes, les gros moteurs ne peuvent pas être utilisés du fait du manque d'espace, c'est pourquoi des ressorts sont utilisés pour stocker l'énergie durant la phase de vol et la relâcher lorsque le robot touche le sol durant la phase d'appui [37, 38, 39, 40, 41, 42]. Les moteurs fournissent alors un couple constant, plus faible et peuvent donc être plus petits et moins lourds. Toutefois, la mise en place de ces ressorts en parallèle des liaisons pouvant être complexe sur les petits mécanismes, le remplacement de ceux-ci par des liaisons compliantes et de plus en plus réalisé. Les systèmes conçus simplifient généralement la fabrication, l'assemblage, apportent

compacité et coûts réduits au système global [43], au prix toutefois d'une augmentation de le complexité de conception et d'une amplitude de mouvement limitée [44]. D'autres avantages décrits dans la section 2.1 inhérents aux mécanismes compliants s'appliquent parfaitement aux pattes robotiques. En effet, leur robustesse face à l'eau, au sable, à la poussière ou encore leur capacité à absorber les chocs en cas de collision avec des obstacles permettent d'obtenir des robots polyvalents et sécuritaires.

2.3 Pattes mécaniques compliantes

On trouve dans la littérature différents robots à pattes mécaniques compliantes. En effet, l'utilisation de la compliance dans les pattes permet au robot de d'améliorer sa capacité de franchissement et d'évolution dans des milieux différents [45, 46, 47], d'être plus robuste face aux éléments extérieurs, de diminuer sa complexité mécanique ou encore de concevoir des robots plus légers [48].

L'utilisation de pattes mécaniques compliantes est également faite sur les robots sauteurs, dans le but d'améliorer leur efficacité mécanique, déterminée dans ce cas par le ratio entre l'énergie cinétique libérée durant la phase de saut par rapport à l'énergie fournie durant cette même phase [49]. Un mécanisme sauteur tiré du travail de Jung et al. est représenté sur la Figure 2.7. Il s'inspire directement du monde animal, plus précisément des puces. L'emploi de matériaux compliants pour les pattes suivi d'une optimisation permet de passer d'une efficacité mécanique de 21% à 41%.



Figure 2.7 Fléchissement des pattes dans ce mécanisme sauteur inspiré des puces [49] \bigodot 2014 IEEE

L'ajout de compliance sur les pattes mécaniques a permis également de concevoir des robots

quadrupèdes plus rapides [50] et plus stables. Dans le travail de Spröwitz et al. un nouveau robot quadrupède souple, appelé Cheetah-cub est introduit, suivi d'une série d'expériences de locomotion. Les résultats prouvent que l'ajout d'une élasticité distale en série sur les pattes permet d'améliorer l'auto-stabilité, la vitesse maximale du robot tout en étant léger et compact. En effet, l'ajout de cette compliance permet de faciliter le contrôle de la stabilité du robot en tirant partie de la dynamique naturelle de déplacement du robot. [52, 53, 54] Enfin, un autre avantage à l'utilisation des pattes compliantes sur les robots est leur capacité à absorber les chocs. À la manière des coussinets des pattes des mammifères, les pattes robotiques compliantes permettent de limiter les accélérations verticales du robot en absorbant l'énergie développée lors du contact de la patte avec le sol. La démarche finale du robot est alors plus stable et les différentes pièces du robot sont moins soumises à des phénomènes de fatigue [46, 53]

2.4 Mécanismes de saisie

Les doigts auto-adaptatifs ont été beaucoup utilisés durant les dernières décennies autant par la communauté scientifique que par l'industrie. Ce sont des éléments très importants dans l'essor de l'utilisation des robots. Il suffit de réfléchir aux nombres de choses faites avec nos mains chaque jour pour se rendre compte de leur importance. La première pince auto-adaptative que l'on trouve dans la littérature est sûrement le *Soft Gripper* introduite par Hirose et Umetani en 1978 représentée sur la Figure 2.8. Elle était commandée par deux câbles et comportait deux doigts de 10 phalanges. Depuis, de nouvelles architectures ont été introduites guidées par différentes voies de pensée.



Figure 2.8 Le Soft Gripper (1978) [55]

Mécanismes de saisie à inspiration biologique

L'une des voies privilégiées découle directement du biomimétisme, les doigts et les mains sont actionnés à l'aide de câbles et de moteurs correspondants aux tendons et muscles du corps humain. Il faut donc placer un moteur pour chaque articulation ou bien concevoir un système de poulies-réducteurs, engendrant des coûts importants et une possible fragilité accrue. Sur les Figures 2.9 et 2.10 sont représentés des exemples de mains inspirées du biomimétisme.



Figure 2.9 Main anthropomorphique complètement actionnée [56] © 2005 IEEE

L'évolution sur ce type de main a été assez importante ces dernières années grâce aux progrès en matière de miniaturisation de composants et d'impression 3D. Sur la Figure 2.9 est représentée une main robotique datant de 2005 avec des moteurs et des réducteurs incorporés dans les doigts rendant le système complexe et possiblement fragile mais pouvant adapter sa forme et ses forces de contact à l'objet saisi. Sur la Figure 2.10 est également représentée une main robotique mais cette fois de dernière génération avec quatre moteurs par doigt ainsi qu'un système de tendons et ligaments permettant de placer les moteurs à la base de la main et donc de limiter la fragilité de l'ensemble, le temps d'impression 3D est estimé à 10h pour un coût de 50\$US en 2021. Le temps d'assemblage est lui estimé à 2h [3].



(a) Vue extérieure



(b) Architecture interne

Figure 2.10 Main anthropomorphique de dernière génération actionnée par des tendons et comportant des ligaments (2021) [3] (sous licence CC BY 4.0)

Doigts et mains sous-actionnés

Un autre principe guidant la conception des doigts adaptatifs est le phénomène de sousactionnement [57]. Contrairement aux doigts précédents, où toutes les liaisons étaient actionnées la recherche est faite dans ce cas de réduire au maximum le nombre de moteurs tout en augmentant le nombre de degrés de liberté pour que le doigt s'adapte aux objets saisis. C'est un bon compromis entre les mécanismes complexes vus précédemment et les pinces industrielles qui ne sont conçues pour saisir qu'une seule forme d'objet. Sur la Figure 2.11 sont représentées deux mains robotiques sous-actionnées, elles ne comportent qu'un seul moteur mais plusieurs liaisons pivots par doigt.

Un problème se pose toutefois avec ce type de doigt, en fonction de la forme de l'objet saisi, la position des phalanges du doigt change, il est alors compliqué de déterminer les forces de contact et la position finale. Pour résoudre cette difficulté on applique une procédure bien spécifique basée sur une étude cinétostatique et un calcul de la variation du travail virtuel décrite dans le travail de Laliberte et al. (2002). Lors de cette procédure de calcul une attention toute particulière doit être faite sur les forces de contact trouvées. En effet, il faut s'assurer que la position est réalisable c'est à dire que l'équilibre statique de l'objet saisi est obtenu. Pour cela en définissant comme positive une force de contact d'une phalange poussant sur l'objet, il faut que toutes les forces du doigt de chacune des phalanges soient positives. En cas de force négative, l'objet devrait tirer sur la phalange pour maintenir la position, ce qui



(a) Main en polymère actionnée par des tendons [58]© 2005 IEEE



(b) Doigts avec liaisons compliantes actionnées par des tendons [59] \bigcirc 2006 IEEE

Figure 2.11 Doigts et mains sous-actionnés inspirés par le biomimétisme

n'est pas possible car seul un contact ponctuel est réalisé entre la phalange et l'objet. Pour résoudre ce problème, une méthode numérique par itérations est couramment utilisée, décrite dans Khakpour et Birglen (2013).

Mécanismes de saisie passifs

Enfin un autre type de doigts et de mains adaptatifs sont ceux classifiés comme des mécanismes dits complètement passifs. Ils vont se déformer au contact de l'objet saisi et en épouser la forme. Leurs degrés de liberté non-actionnés doivent être contraints pour pouvoir exercer une force lors de la saisie, deux systèmes sont couramment employés :

- Le premier est l'utilisation d'un système de ressorts et de butées sur les liaisons pivots non-actionnées. Sur la Figure 2.12a tiré de Birglen (2015) est représenté un exemple de système utilisant cette technologie. Le doigt PaCoMe est un doigt mêlant butées et ressorts. Cela lui permet de saisir des objets avec sa phalange distale en prise de pincée tout en pouvant réaliser une prise englobante si le contact se fait sur les deux phalanges inférieures.
- Le deuxième système utilisé est l'ajout de compliance. Les liaisons pivots non-actionnées sont remplacées par des liaisons compliantes permettant de contraindre la pose du doigt au repos et d'exercer des forces en cas de déformation. Un exemple tiré de Shan et Birglen (2020) est représenté sur la Figure 2.12b.

Autres mécanismes de saisie

Dans les sous-sections précédentes, l'étude s'est limitée aux mécanismes auto-adaptatifs comportant des liaisons pivots. Toutefois d'autres mécanismes permettant de saisir des objets de façon auto-adaptative existent, par exemple certains utilisent l'énergie pneumatique. Sur



(a) PaCoMe (2015) [61]



[61] (b) Doigts compliants FRE (2020) [62]

Figure 2.12 Doigts et mains passifs

la Figure 2.13a est représentée la pince conçue par Hao et al. en 2016, composée de quatre doigts avec membranes internes. Ces membranes peuvent être soumises à une dépression ou à une surpression faisant changer la forme du doigt et donc l'ouverture de la pince. La saisie de différentes formes d'objet est alors possible. Sur la Figure 2.13b est représentée une main faite d'un matériaux plastique qui s'étire plus facilement sur le côté extérieur du doigt qu'à l'intérieur permettant de réaliser le serrage de la main.



(a) Pince pneumatique [63] © 2016 IEEE
(b) Doigts pneumatique [64] © 2017 IEEE
Figure 2.13 Doigts et mains pneumatiques

2.5 Mécanismes de saisie à raideur variable

L'ensemble des mécanismes permettant la saisie peuvent être classés en deux catégories en fonction de leur capacité à changer leur raideur ou non. La majorité des mécanismes de saisie décrits dans la section précédente sont à raideur fixe, c'est à dire qu'il ne peuvent modifier leur relation force-déplacement, pour un déplacement donné du doigt, les forces à appliquer pour maintenir cette déformation sont fixes.

Or, cette caractéristique n'est pas forcément souhaitable pour un préhenseur polyvalent. En effet, celui-ci peut être amené à saisir soit des objets massifs où une raideur élevée permet d'avoir une prise précise et stable [65] soit des objets fragiles où au contraire, une raideur faible est appréciée pour obtenir une meilleure répartition des forces [66] et ne pas endommager l'objet saisi.

C'est pourquoi, on trouve dans la littérature depuis relativement peu de temps plusieurs types de mécanisme de saisie à raideur variable [4, 67, 68, 69, 70]. Une première solution pouvant être envisagée pour atteindre cette raideur variable est l'approche électronique par le contrôle des forces de contact au travers de capteurs placés sur le mécanisme de saisie [71]. Cela permet de connaître exactement les forces s'appliquant sur l'objet saisi et donc de pouvoir être plus précis dans le contrôle du mécanisme. Au prix toutefois de calculs importants et de la mise en place d'une procédure permettant l'acquisition des données des capteurs. Une deuxième approche souvent employée est l'approche mécanique, la raideur variable est atteinte par une modification physique du préhenseur, influençant directement sa raideur. Un premier type de
mécanismes de saisie pouvant être classés dans cette catégorie sont les préhenseurs utilisant la technique du "granular jamming", ceux-ci sont composés d'une membrane flexible ayant la forme d'un ballon remplie de petits éléments tel que de grains de café [72] (voir Figure 2.14) ou de grains ferro-magnétiques. Et en changeant les interactions entre ces éléments par exemple en utilisant un champ magnétique [73, 74] ou alors en modifiant la pression à l'intérieur du ballon la raideur du mécanisme change et la saisie se réalise.



Figure 2.14 Pince universelle à blocage utilisant des grains de café [72] © 2012 IEEE

Une autre technique utilisée pour obtenir des mécanismes de saisie à raideur variable est l'emploi d'alliage à faible température de fusion [75, 76]. Grâce à cette technique, en fonction de la température d'utilisation du mécanisme, celui-ci va être plus ou moins souple, il va donc être possible d'obtenir une raideur variable lors de la saisie. Cette technique n'est toutefois que peu utilisée car le temps de chauffe et de refroidissement nécessaire pour passer d'un état à l'autre est souvent long.

La dernière approche bien connue pouvant être utilisée pour obtenir un mécanisme à raideur variable est l'approche mécanique, c'est à dire par transformation de la géométrie interne du mécanisme [77]. Par exemple, Chandrasekaran et al. (2021) introduit une pince faite d'une structure en treillis où certaines barres internes peuvent être orientées de telle sorte à augmenter ou diminuer la raideur de la pince. Un autre exemple de mécanisme utilisant cette technique est présenté dans le travail de She et al. (2016) où cette technique de raideur variable est appliquée à un nouveau type de bras bras robotique dans le but de modifier dynamiquement sa structure interne en fonction de sa vitesse de déplacement permettant d'obtenir une faible raideur à haute vitesse permettant d'absorber les éventuels chocs tout en étant très précis à basse vitesse avec une raideur de bras élevée. Pour finir, un dernier exemple de recherche pouvant être cité partageant cette même approche est le travail de Kuppens et al., où un système équivalent à une liaison pivot a été conçu dans le but d'atteindre deux modes de raideur totalement différents, ce système est représenté sur la Figure 2.15.



(a) Raideur de rotation élevée (Couple important - petit déplacement)

(b) Raideur de rotation faible (Couple faible - grand déplacement)

Figure 2.15 Liaison pivot à deux modes de raideur totalement différents tiré de [80]

Sur la Figure 2.15a correspondant au mode raideur élevée, une masse de 500g a été placée au bout de la patte pour induire un couple important sur la liaison pivot. On peut voir que le déplacement est très limité, ce qui prouve la grande raideur du mécanisme dans ce mode. Sur la Figure 2.15b, au contraire, le mode faible raideur a été enclenché par le déplacement du système bi-stable situé en haut du mécanisme (voir flèches bleues). Dans ce mode une très faible masse (20g dans le cas représenté) induit un très grand déplacement, la raideur est donc très faible.

CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE TRAVAIL

L'objectif global de ce travail de recherche est de mener à bien deux optimisations répondant à des critères choisis sur deux systèmes compliants. Pour ce faire, le présent mémoire se décompose en deux parties distinctes sous forme d'articles de journal. Un première partie correspondante à l'article 1, où l'optimisation va être réalisée sur une patte robotique compliante inspirée du mécanisme de Klann dans le but de concevoir un robot avec une efficacité en terme de puissance de déplacement optimisée.

Il s'ensuivra, une deuxième optimisation cette fois-ci sur un doigt robotique souple avec deux modes de raideur accessibles par changement de configuration cinématiques. Le critère d'optimisation sera cette fois-ci axé sur la polyvalence de la pince en terme de raideur, c'est à dire que sera fait le souhait d'avoir l'écart le plus important entre les deux modes pour pouvoir saisir tout un panel d'objets de masse, de tailles et de fragilités différentes.

Pour les deux parties citées ci-dessus, la même méthode de travail sera réalisée. L'étude commencera par une résolution des équations cinétostatiques, permettant de déterminer les vitesses de rotation, les positions des liaisons pivots passives par rapport aux liaisons faisant partie des degrés de liberté et les singularités. Pour la patte de Klann, la théorie des visseurs sera utilisée pour obtenir ces équations. Pour le doigt, la base de l'étude s'appuiera sur le travail présenté par Shan et Birglen où l'étude est faite sur un doigt à n phalanges et sera adapté pour un doigt à trois phalanges.

Par la suite pour les deux systèmes, un modèle pseudo-rigide sera introduit en remplaçant les liaisons pivots classiques par des liaisons pivots avec ressort correspondantes à la partie compliante entre les corps rigides. Le calcul de la variation du travail virtuel des systèmes pourra alors être réalisé et la détermination des relations forces-déplacements des mécanisme en découlera.

Une étude sur l'optimisation des deux mécanismes sera ensuite réalisée, en commençant par une réflexion sur les moyens d'améliorer le système, c'est à dire concevoir des indices de performance permettant de noter les versions entre elles vis-à-vis des critères d'optimisation cités à la section 1.2. Par la suite, certaines variables des systèmes seront judicieusement choisies pour l'optimisation, de telle sorte qu'un maximum de configurations des mécanismes soient étudiées et notées entre elles. S'ensuivra une technique d'optimisation par algorithme génétique, très utilisée pour résoudre ce type de problèmes d'optimisation complexes, nonlinéaires. Pour chaque optimisation l'algorithme sera lancé plusieurs fois avec un nombre d'individus différents afin d'obtenir des résultats robustes et répétables.

Enfin, par l'utilisation d'une imprimante 3D, des prototypes des deux systèmes optimisés

seront conçus et testés expérimentalement permettant de valider l'étude réalisée sur les modèles théoriques.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : POWER EFFICIENT DESIGN A COMPLIANT ROBOTIC LEG BASED ON KLANN'S LINKAGE

Jérôme BASTIEN, Lionel BIRGLEN

Cet article a été accepté sous conditions de révisions mineures le 9 mai 2022 au Journal IEEE/ASME Transactions on Mechatronics.

4.1 Abstract

This paper presents the analysis and optimization of a compliant robotic leg based on Klann's linkage. This leg is specifically designed to efficiently distribute its power requirement over its complete motion cycle, avoiding large peaks in the energy drawn from the battery. The structural compliance of the leg will be shown to be able to both provide a satisfactory walking motion and a timely energy boost to help with the gait. Klann's linkage is selected here as the basic kinematic structure of the leg to demonstrate the proposed methodology, namely to combine in a single structure both a complex trajectory generation and energy storage/release. This work is first aiming at proposing a thorough kinematic analysis of that mechanism using planar screw theory. The latter will be shown to be able to efficiently provide the velocity equations of the linkage as well as its force input-output relationship and singularity conditions. In a second part of the paper, the previous kinetostatic model will be used to design and optimize a compliant version of the leg optimizing the power required for the robot to move. Finally, experiments will be shown to support the proposed approach.

4.2 Keywords

Robotic Leg Design, Klann's Linkage, Screw Theory, Compliant Mechanism, Power Optimization

4.3 Introduction

Legged robots have a wide field of potential uses in practical applications ranging from military to service robotics. They are primarily deployed when moving with wheels or tracks is impractical, often due to the complexity of the terrain. The ability of legged robots to move on steep and random grounds makes them a solution of choice in rescue operations for example. Walking machines are often designed and programmed to meet several requirements mostly focusing on energy efficiency, stability, speed, and robustness [32, 33, 34]. Yet and despite having been introduced in works that qualify as ancient, e.g. the Plantigrade Machine of Tchebychev shown at the *Exposition Universelle* of Paris in 1878, walking robots have yet to met a significant commercial success. The recent release of the Spot robot from Boston Dynamics or similar four-legged machines from Unitree and Ghost Robotics might change this situation but the magnitude of this new market remains to be established. There are probably many reasons for this failure to achieve commercial realization in the past but amongst these reasons it is clear that legged robots are often complex due to their large number of DOF and thus, expensive. Also, at smaller scales when miniature legs are required, multiple-motor actuation may become difficult to handle due to the added weight, resulting increase of inertia, and technology constraints on power output levels. On the other hand, there exist walking robots with few DOF (e.g. one) which are a compromise between the usual complex legged robots and the less adaptable wheeled or tracked ones. The major limitation of traditional single-DOF robotic legs is that they cannot alter their trajectories to accommodate various requirements such as collision robustness or power modulation. Several mitigation strategies for these issues exist and have been proposed in the literature, mostly relying on a reconfiguration of the linkage either through additional actuation [28, 29], passive length adjustment [30], or triggered compliance[31]. Amongst these simpler mechanisms, the most well-known robotic legs are probably Jansen's and Klann's linkages. The main advantage of the latter over the former lies in its simpler design. Indeed, Klann's linkage has fewer links and joints than Jansen's (8 links vs 6, including ground). Despite these designs to be known for decades, there are relatively few papers addressing the design of these simpler legs. Yet, as will be shown in this paper through proper design and optimization, a leg based on Klann's mechanism can be made robust, cheap, and power efficient.

Power efficiency is indeed one of the most critical aspect when designing legged robots as it directly relates to the cost of transport [36] and autonomy of the machine when it is run from battery packs which is the most practical option when long range activities are desired. Another issue related to power is that the energy needed for a legged robot to move, usually measured by this cost of transport, is often exhibiting a very wide range of values. For instance, when moving a leg in the air, which is referred to as the fly phase, only a small amount of energy is typically required as the actuation of the leg only needs to balance joint friction and acceleration requirements. The latter are often small as legs are typically far less massive than the body of the robot. Indeed, a legged robot's body is typically embedding most of the payload such as tools and instruments, battery packs, actuators, etc. On the other hand, when propelling the robot forward, a significant amount of energy is required because of this mass. To be able to provide this energy in a short amount of time, high-power actuators are used but they are often heavier which is counterproductive. For small jumping robots these large actuators are impossible to use and these robots actually rely on a spring which stores potential energy that is released when the robot hits the ground [37, 38, 39, 40, 41, 42, 81]. That spring is then wound up when the robot is flying in the air and the cycle continues.

The use of compliant joints instead of designs based on machine elements such as springs can be advantageous as they typically simplify manufacturing and assembly at the cost of an increase of design complexity and limited range of motion [44]. A linkage using such compliant joints constitutes a compliant mechanism and relying on compliant mechanisms in the design of a robotic device can bring compactness and low cost to the overall system [43]. In the context of a walking robot, compliant legged designs also feature attractive characteristics in addition to the ease of manufacturing such as the inherent robustness with respect to contamination from water, dust, dirt, etc. and safer collisions with obstacles. Compliance has also been introduced in legged locomotion as a way to improve the dynamics of the robot typically through series elastic actuation [82], possibly of variable stiffness e.g. [83, 84], or to store energy for quick release with jumping robots, as previously mentioned. Compliance can be actively controlled and modulated when the leg has many DOF, e.g. [85], or mechanically achieved through design, a popular choice with simpler lower-number DOF legged robots, e.g. [86, 87]. In the large majority of these latter cases, compliance is obtained with the addition of a dedicated machine element, namely a spring, conversely to compliant mechanisms where the compliance is structural. In this work it will be shown that structural compliance as commonly used with compliant mechanisms, i.e. for motion generation and embodied in multiple joints, can be combined with the general objective of compliance in legged locomotion to produce a power efficient machine. The compliant design of a complex linkage such as Klann's will be shown to produce a nonlinear stiffness that can be taken advantage of and optimized with respect to selected design requirements, e.g. constant power consumption as in this work.

The paper is organized as follows: first, the velocity equations of Klann's linkage will be obtained with planar screw theory, followed by singularity and position analyses. Then, a lumped compliance version of the mechanism is proposed and optimized in order to release potential energy when the power required to move the leg is greatest. Finally, a prototype supporting the technique introduced in this paper is introduced and collected experimental data supporting the theoretical results are shown. The main contributions of this paper are:

- a complete and thorough analysis of the mobility, velocity, and singularity conditions of Klann's leg, a complex hybrid linkage, using planar screw theory;
- the optimization of the leg to achieve power-efficiency by the introduction of a compliant version of this leg and its kinetostatic modelling while maintaining a usable motion for

walking;

- experimental validation with a robot using the proposed leg.

4.4 Nomenclature

In this paper, the following nomenclature will be used to designate vectors, screws, and their components:

$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \omega_z \ v_x \ v_y \end{bmatrix}^T$	planar twist
$\boldsymbol{\xi}_{AD}$	planar twist of the rigid body defined by points A and B
$\boldsymbol{\xi}_{0,A}\left(\mathbf{z}\right) = \boldsymbol{\xi}_{0,A}$	unit zero pitch planar twist associated with a revolute joint located in A
	with axis \mathbf{z}
$\boldsymbol{\zeta} = \left[f_x \ f_y \ t_z\right]^T$	planar wrench
$oldsymbol{\zeta}_{\infty}\left(\mathbf{x} ight)$	unit infinite pitch planar wrench with axis \mathbf{x}
$\$_1 \circ \$_2$	reciprocal product of screws $\$_1$ and $\$_2$
ta	shorthand notation for the reciprocal product with wrench $\boldsymbol{\zeta}$ where $\boldsymbol{\zeta}\circ=$
$\boldsymbol{\zeta}$ \circ	$[t_z \ f_x \ f_y].$
$\dot{ heta}_A$	angular velocity along axis \mathbf{z} in the joint at point A
$\begin{bmatrix} x_M \end{bmatrix}$	planar coordinates of the position of point M in the fixed frame centered
$\mathbf{r}_{OM} = \begin{bmatrix} y_M \end{bmatrix}$	in point O
\mathbf{s}_{CD}	unit vector along the direction defined from point D to point C , i.e.
	$ \mathbf{s}_{CD} = \mathbf{r}_{CD}/ \mathbf{r}_{CD} $

4.5 Mobility and Velocity Analysis

4.5.1 Introduction

Klann's linkage was developed by Joseph Klann based on biomimicry, namely drawing inspiration from legged insects such as spiders, and his linkage was patented in 2001 [27]. This mechanism transforms a single rotational input into a complex planar motion at the distal tip of the linkage acting as the foot. This planar motion possesses two distinctive parts in its original design: an almost linear phase followed by a smooth arced phase. The combination of these two phases is typical of walking machines as they correspond to the support and fly phases encountered in a typical walking gait. The first linear phase is used to produce a propelling motion of the body of the robot and is meant to correspond to situation where the tip of the leg is touching the ground (support phase). The second phase consists in a motion where the leg is reaching forward for the next contact point on the ground (fly phase). Kinematically, the six links of Klann's linkage define a topology belonging to the Stephenson type III linkage family which was shown to be able to produce many designs of walking machines [26]. Klann's linkage has only one DOF and Fig. 4.1 shows its general kinematics: it has a "leg" link that comes into contact with the ground, two rockers, as well as one coupler and an input crank, all connected by revolute joints [88]. While a set of values was proposed in [27], the precise lengths of the different links can be adjusted to produce desired characteristics of the trajectory at the distal tip of the leg as will be shown. Robots of all sizes using Klann's linkage have been demonstrated, some used to transport heavy loads at relatively high speeds [89].

4.5.2 Mobility

The linkage has seven revolute joints, all sharing the same axis of rotation (namely the z-axis) and six rigid links (two ternary links, four dyads) All the points of interest defining the linkage are shown in Fig. 4.1 as well as the selected frame of reference, centered in point O. The actuated driving input is also located at point O and all other joints are passive. The motion of the output link EMM' is the one of interest for the linkage and point M' constitute the "foot" of the leg whose trajectory has to be set. This output link is connected to the ground by two serial chains, the first is constituted by two revolute joint (in points B and E) while the second, maybe less intuitive to see, is made from a fourbar linkage (OACD) followed by a revolute joint in M. Since the fourbar linkage is instantaneously equivalent to a revolute joint at the intersection V of lines (OC) and (AD) when this fourbar is not singular, Klann's linkage is itself a particular form of a fourbar linkage where one revolute joint is virtual. This virtual joint in V also transmits the actuator motion/torque and this property has an impact on the potential singularity of the linkage as will be discussed in Section 4.5.5. Considering the equivalent fourbar of Klann's linkage, the overall mobility of the output link is an instantaneous rotation around point W, the intersection of lines (BE) and (MV), see Fig. 4.1.

4.5.3 Velocity Equation of the Fourbar OCDA

To obtain the overall velocity equation of the linkage relating the velocity of the output body EMM' to the actuator rate of rotation $\dot{\theta}_O$, one should first establish the velocity relationship of the fourbar OCDA creating the virtual revolute joint. The geometric parameters of this part of the linkage are illustrated in Fig. 4.2. Using screw theory [90], the twist of the output rocker AD of this fourbar linkage (rocker #1) can be expressed as:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{AD} &= \dot{\theta}_0 \boldsymbol{\xi}_{0,O} + \dot{\theta}_C \boldsymbol{\xi}_{0,C} + \dot{\theta}_D \boldsymbol{\xi}_{0,D} \\ &= \dot{\theta}_A \boldsymbol{\xi}_{0,A} \end{aligned} \tag{4.1}$$



Figure 4.1 Klann's linkage general topology and nomenclature



Figure 4.2 Input fourbar OCDA and ternary link MCD geometric parameters

using the nomenclature shown in Section 4.4. Please note that in this paper, all twists and wrenches are planar and thus, of dimension 3. Reciprocal wrenches to the passive twists defined in Eq. (4.1) are:

$$\boldsymbol{\zeta}_{0,C}\left(\mathbf{s}_{CD}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{CD} \\ \mathbf{s}_{CD}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OC} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\zeta}_{0,A}\left(\mathbf{x}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{4.2}$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{0,A}\left(\mathbf{y}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ -l_{4} \end{bmatrix}$$
(4.3)

where

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.4}$$

is a matrix allowing to express cross products in the plane and $l_4 = ||\mathbf{r}_{OA}||$, see Fig. 4.2. Computing the reciprocal products between the wrenches and the twists of Eq. (4.1), one obtains:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{0,C} \left(\mathbf{s}_{CD} \right) \circ \\ \boldsymbol{\zeta}_{0,A} \left(\mathbf{x} \right) \circ \\ \boldsymbol{\zeta}_{0,A} \left(\mathbf{y} \right) \circ \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{AD} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{0,C} \left(\mathbf{s}_{CD} \right) \circ \boldsymbol{\xi}_{0,O} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{O}$$
(4.5)

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_{AD} = \mathbf{d}\dot{\theta}_O \tag{4.6}$$

using again the shorthand notations introduced in the Nomenclature at the beginning of this paper. Assuming matrix C is invertible, i.e. points A, C, and D are not aligned, one has:

$$\boldsymbol{\xi}_{AD} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{d} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{O}. \tag{4.7}$$

By referring to ψ , the angle between the link CD the **x**-axis of the base frame, one then obtains:

$$\frac{\dot{\theta_A}}{\dot{\theta_O}} = \frac{l_1 \sin\left(\psi - \theta_O\right)}{l_1 \sin\left(\psi - \theta_O\right) + l_4 \sin\left(\psi\right)} \tag{4.8}$$

again assuming that matrix C is not singular.

4.5.4 Velocity Equation of the Leg

Considering the complete linkage and using the notations shown in Fig. 4.1, one can express the twist of the output leg as:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{EM} &= \dot{\theta}_{O} \boldsymbol{\xi}_{0,O} + \dot{\theta}_{C} \boldsymbol{\xi}_{0,C} + \dot{\theta}_{M} \boldsymbol{\xi}_{0,M} \\ &= \boldsymbol{\xi}_{AD} + \dot{\theta}_{D} \boldsymbol{\xi}_{0,D} + \dot{\theta}_{M} \boldsymbol{\xi}_{0,M} \\ &= \dot{\theta}_{B} \boldsymbol{\xi}_{0,B} + \dot{\theta}_{E} \boldsymbol{\xi}_{0,E}. \end{aligned}$$

$$(4.9)$$

A set of reciprocal wrenches to the passive twists in the previous equation are:

$$\boldsymbol{\zeta}_{0,C}\left(\mathbf{s}_{CM}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{CM} \\ \mathbf{s}_{CM}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OC} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\zeta}_{0,D}\left(\mathbf{s}_{DM}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{DM} \\ \mathbf{s}_{DM}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OD} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{\zeta}_{0,B}\left(\mathbf{s}_{BE}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{BE} \\ \mathbf{s}_{BE}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OB} \end{bmatrix}.$$
(4.10)

Thus, the velocity equation of the output leg becomes:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{0,C} \left(\mathbf{s}_{CM} \right) \circ \\ \boldsymbol{\zeta}_{0,D} \left(\mathbf{s}_{DM} \right) \circ \\ \boldsymbol{\zeta}_{0,B} \left(\mathbf{s}_{BE} \right) \circ \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{EM} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{0,C} \left(\mathbf{s}_{CM} \right) \circ \boldsymbol{\xi}_{0,O} \left(\mathbf{z} \right) \\ \boldsymbol{\zeta}_{0,D} \left(\mathbf{s}_{DM} \right) \circ \left(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{d} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{O}$$
(4.11)

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\xi}_{EM} = \mathbf{b}\dot{\boldsymbol{\theta}}_O \tag{4.12}$$

using the relationship obtained in Eq. (4.7). The last remaining twist to define in the previous equation is:

$$\boldsymbol{\xi}_{0,O}\left(\mathbf{z}\right) = \begin{bmatrix} 1\\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \tag{4.13}$$

Computing the reciprocal products of Eq. (4.11) yields:

$$\boldsymbol{\zeta}_{0,C}\left(\mathbf{s}_{CM}\right) \circ \boldsymbol{\xi}_{0,O}\left(\mathbf{z}\right) = \mathbf{s}_{CM}^{T} \mathbf{E} \mathbf{r}_{OC}$$

$$(4.14)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{0,D}\left(\mathbf{s}_{DM}\right)\circ\left(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{d}\right) = \mathbf{d}^{T}\mathbf{C}^{-T}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\zeta}_{0,D}\left(\mathbf{s}_{DM}\right)$$
(4.15)

using the Λ matrix defined by:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

34

to replace the reciprocal product of screws in the plane by more classical matrix products, i.e.:

$$\boldsymbol{\zeta} \circ \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\zeta}. \tag{4.17}$$

Thus, the expression of vector \mathbf{b} can be detailed as:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{CM}^T \mathbf{E} \mathbf{r}_{OC} \\ \mathbf{d}^T \mathbf{C}^{-T} \mathbf{\Lambda} \boldsymbol{\zeta}_{0,D} (\mathbf{s}_{DM}) \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(4.18)

Matrix \mathbf{A} can be directly expressed using the wrenches defined in Eq. (4.10), namely:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{CM}^T \mathbf{E} \mathbf{r}_{OC} & \mathbf{s}_{CM}^T \\ \mathbf{s}_{DM}^T \mathbf{E} \mathbf{r}_{OD} & \mathbf{s}_{DM}^T \\ \mathbf{s}_{BE}^T \mathbf{E} \mathbf{r}_{OB} & \mathbf{s}_{BE}^T \end{bmatrix}.$$
(4.19)

With Eqs. (4.12), (4.18), and (4.19), the twist of the output leg can be calculated. However, it should be noted that the linear velocity of this output twist expresses the velocity of the point on the output leg which would coincide with the origin of the frame of reference if that leg would sufficiently extend in the plane [91]. It is often more convenient to obtain the velocity of another more practical point on the output link (typically the end of the leg, i.e. M' here) since the point of interest is rarely the one coinciding with the origin in practice. This change of point of interest can be achieved by using the relationship between the velocities at different points of a rigid body, namely:

$$\boldsymbol{\xi}_{M'} = \boldsymbol{\xi}_{EM} + \omega \begin{bmatrix} 0\\ \mathbf{Er}_{OM'} \end{bmatrix}$$
(4.20)

where ω is the first component of $\boldsymbol{\xi}_{EM}$ and $\boldsymbol{\xi}_{M'}$ (the angular velocity is the same at all points of a rigid body). A linear form of the velocity equation can be obtained by introducing the matrix:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\mathbf{E}\mathbf{r}_{OM'} & \mathbf{x} & \mathbf{y} \end{bmatrix}$$
(4.21)

which gives:

$$\mathbf{AF}\boldsymbol{\xi}_{M'} = \mathbf{b}\dot{\theta}_O \tag{4.22}$$

the final velocity equation of the linkage.

4.5.5 Singularity Analysis

Type 1 singularities of parallel mechanisms occur when the matrix in front of the actuation velocity vector looses rank [92]. In our case, because the linkage has a single actuator, there is no matrix in front of the actuated velocity but instead, a vector (**b**). An equivalent type 1 singularity would then occur when this vector becomes zero, corresponding to a configuration where a non-zero actuated velocity yields no output velocity and thus, no motion is produced. However, this definition of singularity is incomplete. Indeed, before studying when vector **b** becomes zero, that vector must exist, meaning that matrix **C** must be invertible, see Eq. (4.18). As discussed in Section 4.5.3, the existence of \mathbf{C}^{-1} corresponds to configurations where points A, C and D are not aligned. Conversely, if these points are aligned the actuator torque cannot be transmitted to the output leg and this configuration constitutes a type of singularity where the virtual revolute joint in V (see Fig. 4.1) degenerates and cannot provide any torque.

Getting back to the condition of **b** becoming the null vector, for the first component of **b** to be equal to zero, points O, C and M must be aligned. This geometric condition can be easily obtained from Eq. (4.18). For the second component of **b** to vanish, either $\mathbf{d} = \mathbf{0}$ (meaning points points O, C and D are aligned) or the reciprocal product in that component is zero which geometrical interpretation is less immediately readable by inspection of the latter equation. However, one has:

$$\boldsymbol{\xi}_{AD} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{d} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{O} = \boldsymbol{\xi}_{0,A} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{A} \tag{4.23}$$

so the condition $\boldsymbol{\zeta}_{0,D}(\mathbf{s}_{DM}) \circ (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{d}) = 0$ if $\mathbf{d} \neq \mathbf{0}$ is equivalent to:

$$\boldsymbol{\xi}_{0,A} \circ \boldsymbol{\zeta}_{0,D} \left(\mathbf{s}_{DM} \right) = 0 \tag{4.24}$$

and therefore, the second component of \mathbf{b} will become zero when points A, D and M are aligned. Type 1 singularities then occurs when:

— points O, C, D and M are aligned;

— points O, C and M are aligned and A, D and M are also aligned simultaneously.

These situations imply that the virtual joint V is coincident with either point D or point M. In such configurations, illustrated in Fig. 4.3, the leg does not move for an infinitesimal rotation of the actuation in O.

Type 2 singularities [92], i.e. when the matrix in front of the output velocity vector looses rank, are quite easy to obtain since matrix \mathbf{A} is built from three zero-pitch wrenches. The condition for these wrenches to be linearly dependent is therefore that they intersect or are



Figure 4.3 Type 1 singularities of the Klann's leg

parallel and since two of them already intersect by definition in point M, a type 2 singularity then occurs when line (BE) passes through M. This situation corresponds to the configurations of the linkage where points B, E and M are aligned as illustrated in Fig. 4.4. When this alignment occurs, the output link can infinitesimally move even when the actuation is locked. There is yet another configuration when matrix **A** can be singular: if by construction points C, D and M are aligned. In that case, the three wrenches always intersect (at infinity when they are parallel) since two of them are equal, namely $\zeta_{0,C}(\mathbf{s}_{CM}) = \zeta_{0,D}(\mathbf{s}_{DM})$. It should be pointed out that matrix **F** is always of full rank by construction and thus, has no impact on singularities. Additionally, the analysis of the singular conditions of the linkage discussed here assumes that no link has a zero length, i.e. no two joints are superposed by design.

4.6 **Position Analysis**

In order to be able to compute the velocity equation of the linkage, one must know the positions of all its joints. Assuming the actuation angle θ_O is known, it is therefore necessary to express all of the geometric variables of the linkage as functions of this input angle. This



Figure 4.4 Type 2 singularities of the Klann's leg

can be done using simple geometrical expressions. Starting with the OCDA fourbar linkage, the output angle θ_A can be expressed as:

$$\theta_{A} = -\operatorname{atan2}\left(l_{2}\sin\theta_{O}, l_{4} - l_{2}\cos\theta_{O}\right) \\ \pm \operatorname{arccos}\left(\frac{l_{3}^{2} - l_{2}^{2} - l_{1}^{2} - l_{4}^{2} + 2l_{2}l_{4}\cos\theta_{O}}{2l_{1}\sqrt{l_{2}^{2} + l_{4}^{2} - 2l_{2}l_{4}\cos\theta_{O}}}\right)$$
(4.25)

using the four quadrant atan2 operator. There are two assembly modes of the fourbar each corresponding to a different sign before the accosine in the previous equation. With both θ_O and θ_A known, the positions of points C, D and M can be uniquely defined:

$$\mathbf{r}_{OC} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_O \\ l_1 \sin \theta_O \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_{OD} \begin{vmatrix} l_2 \cos \theta_A - l_4 \\ l_2 \sin \theta_A \end{vmatrix}$$
(4.26)

$$\mathbf{r}_{OM} = \mathbf{r}_{OC} + \mathbf{r}_{CM} \tag{4.27}$$

with:

$$\mathbf{r}_{CM} = \rho \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_2 \cos \theta_A - l_1 \cos \theta_O \\ l_2 \sin \theta_A - l_1 \sin \theta_O \end{bmatrix}$$
(4.28)

by introducing the constant angle α and ratio ρ illustrated in Fig. 4.2. With points M and B known, the position of point E is easily obtained as the intersection of two circles, one of center M and radius $l_7 = ||\mathbf{r}_{EM}||$ and the second of center B and radius $l_6 = ||\mathbf{r}_{BE}||$, which yields:

$$x_E = \frac{-B + \delta\sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \tag{4.29}$$

$$y_E = b + \frac{-B + \delta\sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}a \tag{4.30}$$

where $\delta = \pm 1$ and with:

$$A = 1 + a^2 \tag{4.31}$$

$$B = 2ay_M - 2x_M - 2ab \tag{4.32}$$

$$C = x_M^2 + y_M^2 - l_7^2 + b^2 - 2by_M$$
(4.33)

$$a = \frac{x_M + x_B}{y_M + y_B}, \ b = \frac{x_M^2 + y_M^2 - l_7^2 + l_6^2}{y_M + y_B}.$$
(4.34)

Again there are two solutions for the position of point E so in total, there are four solutions to the forward kinematics of Klann's linkage. With the expressions of the different joint angles and point positions of the linkage one can compute their ranges of values and displacements respectively during a full rotation of the actuation angle θ_O , see Fig. 4.5 for a typical set of geometric parameters.

4.7 Compliance Analysis

With the objective of designing a compliant version of Klann's linkage, a pseudo-rigid body model (PBRM) is first introduced. After computation of the typical ranges of rotation at all joints of the linkage, it appears that the magnitudes of rotation in all joints except O and C are compatible with a compliant embodiment. Only the latter two joints necessarily need to have a full 360° travel. The corresponding PRBM of the compliant version of the leg is illustrated in Fig. 4.6 where t_O is the input torque, f the output force, and k is the rotational stiffness of the virtual spring modeling the compliance of the joint. The design of each notch hinges is assumed identical and therefore, the stiffness is the same for all compliant joints.

With this model, it becomes possible to compute the input-output force relationship of the linkage as a function of its configuration by using the virtual work principle [14]. The total virtual work of the linkage is:

$$\delta W = t_A \delta \theta_A + t_B \delta \theta_B + t_D \delta \theta_D + t_E \delta \theta_E + t_M \delta \theta_M + \boldsymbol{\xi}_{M'} \circ \boldsymbol{\zeta}_{M'} + t_O \delta \theta_O$$
(4.35)

where t_X is the torque produced by the virtual spring in joint X, $\zeta_{M'}$ is the wrench at the foot the leg, and $\xi_{M'}$ is the twist at this point, obtained from Eq. (4.22). The reciprocal product in the previous equation projects the wrench in the direction of the twist as the actuation torque can only balance forces and moments in that direction. All other directions of the foot wrench will be passively withstood by internal forces in the linkage. Expressing all the previous infinitesimal virtual motions as functions of the input angle, one obtains:

$$\delta W = (Qt_A + Rt_B + St_D + Tt_E + Ut_M + t_O + \boldsymbol{\zeta}_{M'}^T \boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{F}^{-1} \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{b}) \delta \theta_O$$
(4.36)

assuming \mathbf{A}^{-1} is not singular and with:

$$Q = \frac{\delta\theta_A}{\delta\theta_O}, \ R = \frac{\delta\theta_B}{\delta\theta_O}, \ S = \frac{\delta\theta_D}{\delta\theta_O}, \ T = \frac{\delta\theta_E}{\delta\theta_O}, \ U = \frac{\delta\theta_M}{\delta\theta_O}.$$
(4.37)

The expressions of the previous kinematic coefficients can be found by taking the derivative of the results of the previous sections. Applying the principle of virtual work, a relationship between the force at the output, torques at the compliant joints, and input actuator torque



Figure 4.5 Trajectories of the different points of Klann's leg with its usual geometrical parameters



Figure 4.6 Pseudo-rigid body model of a compliant version of Klann's leg

can be established, namely:

$$t_O = \mathbf{v}^T \mathbf{t} - \boldsymbol{\zeta}_{M'}^T \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{F}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$$
(4.38)

by introducing the vectors:

$$\mathbf{v} = -\begin{bmatrix} Q & R & S & T & U \end{bmatrix}^T, \tag{4.39}$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_A & t_B & t_D & t_E & t_M \end{bmatrix}^T.$$
(4.40)

In this paper, a notch hinge is selected as the physical realization of the compliant joints and the intended material of the leg is thermoplastic polyurethane (TPU) because the latter can be easily additively manufactured using consumer-level 3D printers. Using a standard nozzle of 0.4 mm diameter, the thinnest part of the compliant joint is set to 1.2 mm in order for the 2D path of the 3D printer extruder to be able to lay down three lines of flexible material ensuring a resilient and durable joint[93]. The other geometrical parameters of the joints are illustrated in Fig. 4.6 (all lengths in mm) and the resulting stiffness of the joint was measured experimentally using a sample, see Fig. 4.7. While a classical linear model for the stiffness does indeed fit satisfactorily the experimental data, a quadratic model is used here for maximal accuracy as a large range of motion is targeted. Note that the geometry of all compliant hinges is identical for all joints and although the zero-deformation configuration of the hinge can correspond to a non-zero rigid joint angle, the notch hinge undeformed geometry is kept straight and the resulting bending moment is equivalent to a straight configuration.

4.8 Optimization

As discussed in the Introduction, the original geometrical parameters of Klann's linkage can be changed while still preserving distinct support and fly phases. In this paper, an optimization is proposed to obtain a new set of parameters specifically adapted to the compliant version of the leg proposed in Section 4.7.

4.8.1 Geometrical Optimization

In order for the leg to be usable with a walking machine, the trajectory at the foot of the leg must be as straight as possible during the support phase to avoid vertical shifts of the center of mass of the robot. There is some acceptable margins for this property and for example, in the original version of the mechanism whose parameters were used to plot the trajectories of Fig. 4.5, when point M' is in contact with the ground the trajectory of that point clearly exhibits a shape that is not perfectly linear. A second important property of the



Figure 4.7 Experimental characterization of the notch hinge undergoing large deformations

foot trajectory of a walking machine relates to the length and the height of the step. Indeed, the overall length of trajectory during the support phase where the point M' touches the ground is ideally as long as possible. Similarly, the height of the trajectory characterized by the difference between its highest and lowest points, is also ideally as large as possible for the leg to be able to step over potential obstacles [94]. Both characteristics can be combined into a geometrical performance criterion such as:

$$C^{geo} = C_1^{geo} C_2^{geo} C_3^{geo} C_4^{geo} \tag{4.41}$$

with

$$C_1^{geo} = \operatorname{Sig}\left(\left|\frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{SP}\left(y_{M'} - \overline{y_{M'}}\right)^2}}{\overline{y_{M'}}}\right|\right)$$
(4.42)

$$C_2^{geo} = \left(1 - \frac{Sl}{Hs}\right), \ C_3^{geo} = \left|\frac{Cx}{Hs}\right|$$
(4.43)

$$C_4^{geo} = \left(1 - \frac{Sh}{Vs}\right). \tag{4.44}$$

The geometric parameters used to characterize the geometry of the output trajectory in the previous equations are shown in Fig. 4.8. Additionally, SP denotes the support phase of the trajectory, N is the number of steps of the discretized DOF used for the numerical computation of the indices, \overline{x} is used to denote the average value of x over a complete rotation of the input angle θ_O , and $\operatorname{Sig}(x)$ is a shorthand notation for the sigmoid function of x, i.e. $\operatorname{Sig}(x) = 1/(1 + e^{-x})$, used to normalize performance subindices between 0 and 1.

4.8.2 Kinetostatic Optimization

From a kinetostatic point of view there are two criteria the leg could optimize to improve performance. First, the actuator torque required for the leg to rotate should be kept as small as possible for this actuator to be as light and compact as possible without relying on massive gear ratios. Second, to avoid slippage at the foot of the leg when more than one leg is in contact with the ground, possibly at a different stage of their cycles, the velocity of point M' during the support phase should be as constant as possible. These two criteria are combined similarly to the geometric performance index by computing:

$$C^{kin} = C_1^{kin} C_2^{kin} \tag{4.45}$$

with:

$$C_1^{kin} = \operatorname{Sig}\left(\left|\frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{FP} \left(t_O - \overline{t_O}\right)^2}}{\overline{t_O}}\right|\right)$$
(4.46)

$$C_2^{kin} = \operatorname{Sig}\left(\left|\frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{SP} (v_{M'} - \overline{v_{M'}})^2}}{\overline{v_{M'}}}\right|\right)$$
(4.47)

where t_O is the actuator torque computed from Eq. (4.38), FP stands for fly phase, and $v_{M'}$ is the magnitude of the velocity of point M', i.e. the magnitude of the linear velocity components of twist $\boldsymbol{\xi}_{M'}$ obtained from Eq. (4.22).

4.8.3 Compliance Optimization

In addition to the many advantages in manufacturing and robustness that a compliant leg design bring, power modulation is also possible as mentioned. The latter aims at smoothing out the variation of power required during the different stages of motion. Indeed, with a compliant robotic leg the energy accumulated in its joints can be used to supplement the actuator torque during the support phase thereby greatly decreasing current peaks. This power modulation can help in reducing the size, cost, and weight of the actuator in the leg. To this aim, a last criterion is introduced here characterizing the flow of energy coming to and from the compliant leg to ensure that the energy released by the leg is both maximal and synchronized with the support phase of the endpoint trajectory (M'). Additionally, a compromise needs to be found between the amount of energy stored in a joint and its range of motion to avoid angular deflections large enough for the material to result in plastic permanent



Figure 4.8 Geometric parameters of the optimization

deformation and, potentially, failure of the joint. A suitable performance criterion combining these requirements is:

$$C^{cmp} = C_2^{cmp} C_2^{cmp} \tag{4.48}$$

with

$$C_1^{cmp} = \operatorname{Sig}\left(-\frac{\sum_{SP} t_O}{\sum_{FP} t_O}\right), \ C_2^{cmp} = \operatorname{Sig}\left(\frac{max(\Delta \theta)}{90^\circ}\right)$$
(4.49)

where $\Delta \theta = [\Delta \theta_A \ \Delta \theta_B \ \Delta \theta_D \ \Delta \theta_E \ \Delta \theta_M]^T$ is the vector of all the deflections in the compliant joints of the linkage.

4.8.4 Global Optimization

The previously defined performance criteria are finally combined into a single global optimization index C^{glob} by multiplying them, resulting in an equal weight for each. To solve this optimization problem and because it has a large number of variables as well as very diverse performance indices, prone to generate many local minima, genetic algorithms are used. To keep the overall size of the leg compact during the optimization process, and compatible with the geometry of compliant joint selected in Section 4.7, the ground frame and the two longest links are held constant, namely $||\mathbf{r}_{CD}|| = 91mm$, $||\mathbf{r}_{CM}|| = 191mm$, $||\mathbf{r}_{EM}|| = 95mm$, $||\mathbf{r}_{EM'}|| = 200mm$, $||\mathbf{r}_{OA}|| = 94mm$ and $||\mathbf{r}_{AB}|| = 76mm$ are not optimized. The remaining variables to be optimized are:

- 1. $l_2 = ||\mathbf{r}_{AD}||;$
- 2. θ_{AB} , the angle of line (AB) with respect to the x-axis;
- 3. α the angle of the mobile ternary link MCD (Fig. 4.2);
- 4. θ_O^i , the initial angle of θ_O (corresponding to zero deflection in all compliant joints);
- 5. $l_6 = ||\mathbf{r}_{BE}||;$
- 6. Φ , the angle of the distal link MEM' (Fig. 4.6);

The numerical optimization was repeatedly conducted to ensure robustness using the *Genetic Algorithms* tool of Mathworks Matlab with an initial population of 200 individuals. Results are listed in Table 4.1.

Once the optimal parameters are found, the resulting motion of the leg can be visualized, see Fig. 4.9. Note that point M' does not exhibit a perfectly linear trajectory again as with the original design of Klann's linkage. The different optimization variables contribute very differently to the performance of the leg as evidenced by the data shown in Table 4.2. In the latter, the absolute values of the average change in value of each optimization criteria for a $\pm 1\%$ deviation of the optimal parameters are listed. The most influential design parameter is θ_{AB} as this 1% variation of its value yields a 3% variation of the global performance index. This large impact is understandable as geometrical properties of the leg indeed is heavily impacted by the orientation of the leg. The second parameter in order of importance is θ_{i}^{2} whose impact is close to θ_{AB} but has no influence on the geometrical criteria. The high importance of this parameter points out that the energy profile provided by the compliant leg is heavily affected by the selected initial undeformed configuration. Conversely, α and Φ are the parameters with the weakest impact on the global performance criterion (less than 1%). The optimal shape of the output trajectory obtained with the proposed optimization is non-conventional in the sense that it departs significantly from the usual one of a Klann's leg, see Fig. 4.9 for a comparison. Indeed, in general the highest point of the trajectory in the fly phase is located above the support phase but not in our case where this highest point is slightly offset from the support phase. The ability to overcome obstacles could thus be

Table 4.1 Optimal design parameters

$l_2 \ (\mathrm{mm})$	θ_{AB} (°)	α (°)	$ heta_{O}^{i}$ (°)	$l_6 (\mathrm{mm})$	Φ (°)
39.6	80.5	-10.6	18.0	48.4	242.5

	$\Delta \mathrm{C}^{\mathrm{geo}}$	$\Delta \mathrm{C}^{\mathrm{kin}}$	$\Delta \mathrm{C^{cmp}}$	$\Delta \mathrm{C^{glob}}$
$l_2 \pm 1\%$	0.047~%	1.254~%	1.315~%	2.176~%
$\theta_{AB} \pm 1\%$	0.891~%	2.432~%	1.699~%	3.337~%
$\alpha \pm 1\%$	0.151~%	0.478~%	0.049~%	0.580~%
$\theta_O^i \pm 1\%$	0.000~%	1.033~%	4.065 %	3.027~%
$l_6 \pm 1\%$	0.391~%	1.441~%	1.349~%	2.363~%
$\Phi \pm 1\%$	0.514~%	0.343~%	0.000 %	0.857~%

Table 4.2 Sensitivity of the performance criteria to variations of the design parameters

slightly decreased compared to the original Klann's linkage. However, one should notice that the ratio between the clearance and the step size is equal to 1 in our optimized design whereas it is only 0.66 with Klann's original leg. It is therefore arguable that our optimal leg design actually has larger obstacle clearance capabilities. Another unusual characteristic of the proposed leg design and trajectory is that the clearance of point M to the ground is small, see Fig 4.9 again. However, the upward stroke of point M trajectory is sharp so the configurations when point M is close to the ground are brief and correspond to the support phase of the gait where point M' (the foot) is actually lower and already touching the ground. The potential energy stored and then released by the leg as well as the corresponding actuator torque for this optimal design are illustrated in Figs. 4.10 and 4.11 respectively in which the regions where energy is stored and released are highlighted. The resulting optimal design of the leg, including its compliant hinges, is also illustrated in Fig. 4.12. Small holes along the length of the leg were added to attach stiffeners where there are no hinges to achieve a high compliance around the desired axes of rotation while being as stiff as possible in all other directions and keep the overall thickness of the leg small.

4.9 Experiments

A prototype mobile robot combining two optimal compliant legs to a frame and pulling a cart was 3D printed in TPU (shore 95A, red) for the flexible parts and PETG (black) for the rest of the robot including the leg stiffeners and the frame, see Fig 4.13. Each of the two legs are driven by a Feetech FR5311M digital servomotor powered at 6 V (nominal speed and torque: 77 rpm, 12.5 kg·cm, gear ratio of 300:1) and programmed to rotate continuously at a moderate speed using a simple open-loop voltage controller. The motion of the legs is commanded and synchronized with an Arduino Uno microcontroller board and everything is powered with a 6 V, 1600 mAh nickel-metal hybride (NiMH) battery pack. Each compliant leg weighs 30.5 g, while the motor are 61.9 g each, the battery pack is 145.2 g, the microcontroller with protoboard are 63 g and all the structural parts of robot amount for 397 g for a grand total



Figure 4.9 Geometry and point trajectories of the optimal compliant Klann's leg



Figure 4.10 Potential energy profile of the optimal leg



Figure 4.11 Computed required actuator torque for static balance of the leg



Figure 4.12 CAD model of the optimal compliant leg

of 790 g. The comparatively small masses of the legs combined with the limited velocity of the motion achievable with such low-power high-ratio servomotors yield that inertial effects are negligible in the dynamics of the robot for the planned experiments.

The leg endpoint trajectory was recorded with a camera and compared to the theoretical profile using software motion tracking, both with the leg moving freely in the air and in contact with the ground, see Fig. 4.14, for up to 100,000 cycles. The largest deviation between these two trajectories occurs during the support phase. With the theoretical model, the step is 80.7mm but with the actual prototype this length is reduced by 27.3%. This significant difference is due to the closeness to a sharp turn in the trajectory and these sharp parts are very sensitive to geometrical parameter tolerances, especially small motions in ideally rigid directions of the compliant hinges and more importance might be needed for the step length during optimization. The current drawn from the battery pack was recorded when the robot was walking, see Fig. 4.15, using a current clamp (Hantek CC-65, 20 kHz bandwidth, $\pm (1.5\% \pm 5 \text{ mA})$ accuracy and sampled at 100 Hz) both using the optimal compliant prototype and also a second version of the robot made of PETG plastic in which all the compliant joints were replaced by standard stainless steel pin joints. The weight difference between the rigid and the compliant versions is of only 7.5g which is negligible compared to the total weight of the robot. The compared current profiles are shown in Fig. 4.16 for a sequence of four steps. The regions were the current of the rigid version of the robot is higher than the compliant one are highlighted in green while the regions were the opposite occurs are in red. The green areas therefore roughly indicate when energy is released from the compliant leg, i.e. when the leg is in the support phase touching the ground, and the stored energy is released. Regions in red point to a part of the cycle when energy is been stored, namely when the leg is in the flight phase. Notice how the required current jumps from 30 mA to 610 mA with the rigid version of the leg. The duration of the steps remains the same within 0.2s for both versions of the robot ensuring that the robot moves on the ground at the same velocity to yield a fair comparison between the rigid and compliant versions of the leg. Most of the current drawn from the battery is used to produce torque at the motor so the current profiles are proportional to the required torque at the actuator of the leg. As one can plainly see from Fig. 4.16, the compliant leg version of the robot significantly decreases the magnitude of current peaks because of the energy storage during the fly phase. Statistics from the plotted current profiles are listed in Table 4.3 and demonstrate that the maximal current drawn from the battery is increased by 52.5 % and the range of current variation (delta) is increased by 90% using the rigid leg. The standard deviation (STD) of the current of the compliant version



Figure 4.13 Prototype of a mobile robot driven by two compliant Klann's legs (the robot is moving from right to left)

is also reduced by a factor of 2.5 (0.15 A to 0.06 A) while the average currents stay close for both versions. This data clearly shows that the power load on the battery and current required at the motor are both indeed much more constant with the compliant version of the leg. Note that the voltage of the battery pack was also recorded during experiments and remained constant with both versions of the robot. Therefore, the current profiles are indeed representative of the power requirements.

4.10 Conclusion

This article presented a complete kinematic analysis of Klann's leg mechanism, from the perspective of mobility, velocity, singularity, and position analyses. To this aim, planar screw theory was used and demonstrated a geometrically meaningful approach. Then, a compliant modeling of the leg was introduced and an optimal version of this compliant leg was obtained using genetic algorithms to achieve balanced performances between geometric, kinetostatic, and power efficiency criteria. The result is a leg that is simple to manufacture and control

	Average	Max	Min	Delta	STD
rigid	0.21	0.61	0.03	0.57	0.15
compliant	0.19	0.40	0.10	0.30	0.06

Table 4.3 Current Profiles Statistics (all values in A)



(a) unloaded free motion

(b) with ground contact

Figure 4.14 Comparisons between the theoretical and experimental output trajectories for different number of cycles



Figure 4.15 Composite picture of five steps with the recorded foot trajectory (the robot is moving from left to right)

while being able to produce an efficient trajectory at its foot. Furthermore, this leg was able to substantially decrease the variation of the power required from the power system providing the robot with energy by taking advantage of energy stored during the fly phase of the leg's motion and released during its support phase. Experiments were shown with a two-legged prototype and demonstrated that the power drawn from the battery pack was indeed considerably more stable with the compliant version of the leg alleviating the burden on the actuator and potentially leading to the use of smaller motors and less powerful electric drives. Future works will analyze the effectiveness of the robot with more varied terrains and with obstacles.



Figure 4.16 Current drawn from the battery pack with the compliant (dashed line) and rigid (solid line) versions of the robot

Acknowledgments

The support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (RG-PIN327005) is acknowledged.

4.11 Biography Section





Jérôme Bastien is currently pursuing a M.S. in Mechatronics at Ecole Polytechnique de Montréal, QC, Canada and a B.Eng. degree with Ecole Nationale d'Arts et Métiers, Paris, France. His research focuses on the study, optimization and design of compliant mechanisms.

Lionel Birglen received the B.Eng. degree in Mechatronics from Ecole Nationale Superieure des Arts et Industries de Strasbourg, Strasbourg, France, in 2000, and the Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Universite Laval, QC, Canada. In 2005, he joined the Department of Mechanical Engineering, Polytechnique Montreal, Canada. In 2013, he was a Visiting Associate Professor in the 3ME Department, TU Delft, The Netherlands and in 2018, a Visiting Full Professor at the Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microelectronique de Montpellier, France. His research interests include the kinematic analysis and control of self-adaptive mechanisms, especially underactuated robotic hands. He is the Treasurer of the Canadian Committee for the Theory of Machines and Mechanisms, a Senior Member of the Institute of Electrical and Electronics Engineers, and a Member of the American Society of Mechanical Engineers, the Canadian Society of Mechanical Engineers, and the Canadian Aeronautics and Space Institute.

CHAPITRE 5 ARTICLE 2 : VARIABLE STIFFNESS SOFT ROBOTIC FINGERS USING SNAP-FIT KINEMATIC RECONFIGURATION

Jérôme BASTIEN, Lionel BIRGLEN

Cet article a été soumis pour publication le 18 Mai 2022 au Journal *IEEE Transactions on Robotics*

5.1 Abstract

Versatile and secure grasping in robotic systems remains a difficult challenge to address when objects possess a wide range of different properties (size, weight, friction coefficient, etc.). The human hand is often the primary source of inspiration for many technologies addressing this challenge and a notable feature of our hands is that they can vary their stiffness to match the requirements of the task, e.g. become stiffer in precision grasps or more compliant for enveloping grasps. Many robotic devices have been proposed in the literature mirroring this capability, either using an adjustable internal tension mechanism similar to what happens with human tendons or another physical phenomenon yielding the same effect. This paper proposes a new type of soft robotic fingers using a novel method to produce a variable stiffness achieved by modifying the kinematic structure of the fingers using snap-fit joints, a very simple alternative to most variable stiffness mechanisms. The resulting modification of the geometry and kinematics of the fingers, including their number of degrees of freedom, allows to greatly alter the intrinsic stiffness of the grasp produced by these fingers.

5.2 keywords

Grasping, Soft Robot Applications, Compliant Mechanisms, Variable Stiffness

5.3 Introduction

Grasping objects of various geometries and material properties has been and still is a lasting and difficult challenge for robotic manipulators. Securing seized objects that are very different both in terms of shapes or textures calls for a versatile grasper capable of gently enveloping these objects and providing both form- and force-closure but also not exerting an excessive contact pressure that could lead to damages [95]. In practical industrial robotics, the most commonly used grippers are simple two- or three-finger tools with high stiffnesses [96]. These grippers have the advantage that they are generally able to make full use of the payload of the robot arm they are attached to by being capable of producing large forces. They also typically have an excellent positional repeatability [65]. Nevertheless, simple industrial grippers are also often unsuitable for more delicate operations where the objects they must seize are fragile, e.g. for agricultural produces such as fruits and vegetables where visible bruising must be avoided. Additionally, stiff end-of-arm tooling is a concern in human-robot interactions as it can lead to life threatening injuries even at relatively low velocities. To address these issues, compliant or soft grippers have been proposed and define a novel category of robotic grippers. These soft grippers have a low intrinsic stiffness which can be taken advantage of both to provide an enveloping motion for the seized objects [66] but also to mitigate or completely eliminate potential harmful interactions with a human during a collision. The latter is especially critical when robots are considered for usage in a domestic environment where safety is paramount and the most critical design constraint. Another secondary advantage of soft grippers is that they are often significantly less expensive and lighter than their rigid counterparts [97, 98]. On the other hand, soft tools are generally weaker and far less precise. While the latter is not critical in some applications where feedback can be used to mitigate the issue (e.g. using computer vision), the former is more concerning and difficult to address. At the moment, only a handful of soft grippers are commercially available such as the ones from Soft Robotics Inc., Ubiros, The Gripper Company, or Festo with the Fin Ray Effect (FRE) fingers [99, 100, 101]. The latter, illustrated in Fig. 5.1, have the distinctive particularity of providing shape-adaptation while being completely passive, i.e. they do not embed any actuator but instead rely on the motion of the gripper to which they are attached to provide the required closing and opening motions.



(a) Opened position

(b) Closed position

Figure 5.1 Example of the closing motion of a FRE finger by Festo attached to a pneumatic gripper

To strike a balance between safety, versatility, and load capability is challenging and new

designs of soft grippers are still currently revealed to this aim [102, 103, 104]. An interesting avenue proposed in the literature to solve these conflicting requirements is to dynamically change the stiffness of soft grippers. A soft gripper with variable stiffness can change from a stiff mode where it is capable of producing large forces and provide a greater positional accuracy to a compliant mode where it can gently envelop objects and is safe in case of collision. Having a variable stiffness also allows to match this stiffness to that of the object that must be seized, for example objects that are delicate must be handled with contact forces distributed over a large surface to decrease contact pressure while still maintaining an overall sufficient grasp force. On the other hand, when the precise handling of rigid objects is desired or large forces required, a high stiffness gripper is preferred. Different solutions to produce a variable stiffness of soft tools or robot joints have been proposed, e.g. in [4, 67, 70, 105]. Theses solutions can be broadly sorted out in two categories: designs that achieve variable stiffness electronically, i.e. with a proper control algorithm [71], and these achieving this effect by mechanical means, i.e. through a physical variation in the property of the device.

Among mechanical solutions, "bulk locking" is commonly found and used with grippers composed of small-sized particles enclosed in a soft shell [106, 107]. This bulk locking is produced by changing the interactions of the embedded particles either by applying a magnetic field [73] or by reducing the pressure inside the shell which greatly stiffens the gripper. Another solution to achieve a variable stiffness mechanism is through the use of low melting alloy material [75, 76] allowing to change from a very stiff solid state to a soft liquid one, resulting in a dramatic drop in stiffness. One limitation of this solution is that the time to switch between the two stiffness states is usually long, corresponding to the heating and cooling time of the metal which is slowed by thermal inertia and conductivity. A third approach yet to yield variable stiffness is to rely on inertial properties, for instance in [77] the cross-sections (and thus, second moment of inertia) of the flexure hinges in a finger are changed by a secondary actuator. Similarly, the compliant fingers with lattice structure proposed by [78] can change their stiffness with the rotation of internal wheels. Another technique, still sharing a similar approach, was introduced in [79] where the internal structure of a flexure inside robotic arm changed to make it more or less flexible depending on its speed in order to absorb shocks and reduce the risk of injury to surrounding humans during movement. A final example of variable stiffness mechanisms using the mechanical approach is [80], where compliant prismatic and revolute joints are shown that can achieve two dramatically different states of stiffness using a secondary statically balancing linkage applied to the joint.

To the best of our knowledge, none of the previous prototypes are commercially available though, probably due to cost and complexity. In this paper, we intend to provide a solution to this lack of practical variable stiffness grippers by proposing a relatively simple design change for FRE fingers that can cause a very large but reversible alteration of their stiffness. This effect is produced by relying on snap-fit joints [108, 109]. The paper is organized as follows: first, the velocity equations of different geometrical versions of the newly proposed finger will be obtained; then, after the introduction of a pseudo-rigid body model, a compliance analysis will be conducted to obtain the relationship between the grasp forces created by this finger (and its variants) and displacements of a seized object. This analysis will be followed by a geometrical optimization to produce a practical design of the finger that can switch from a very large to a very small stiffness. Finally, a prototype will be demonstrated and used to collect experimental data during practical robotic manipulation to validate the proposed solution.

5.4 Kinematic Analysis

5.4.1 Introduction

The fingers designed in this paper are inspired by the FRE fingers (80mm) shown in Fig. 5.1. In the embodiment presented in that figure, the fingers are composed of 12 internal crossbeams with living hinges connecting the flexible front and back surfaces of the finger. In a previous work by one of the authors [62], it was shown that the number and stiffness of these crossbeams have a considerable influence on the contact forces produced by the fingers and thus, their stiffness. In its most simplistic realization, a FRE finger could have no crossbeam at all and such embodiment, conceptually shown in Fig. 5.2e would generate weak contact forces, i.e. the softest finger for a constant front and back surfaces. Adding as few as a single crossbeam, which acts as a stiffener for the finger, greatly increases stiffness as will be demonstrated. However, the actual geometry of this crossbeam and especially the position where it is connected to the finger also has an impact on the resulting forces. By discretizing the front and back surfaces of the finger into three rigid links connected by flexures, four connecting combinations are found, see Figs. 5.2a-5.2d. Note that the flexures of the mechanism are shown as their rigid body equivalent, namely revolute joints, in Fig. 5.2. Additionally, by convention in all figures showing the schematic of a finger in this paper, the front side of the finger (intended for contacting objects) is on the left (points O, A, B) and the back of the finger is on the right (points F, E, D), unless otherwise specified. The links closest to the base are referred to as proximal, while these that are the farthest from the base are the distal links. Between the proximal and distal links on each side one finds the intermediate front and back links, see Fig. 5.3. Front links are also referred to as phalanges since their are meant for contacting objects. To distinguish between the four design variants illustrated in Fig. 5.2, they are all designated with a unique shorthand notation as shown in the figure captions.



Figure 5.2 Pseudo-rigid design of FRE fingers with a single (a-d) or no (e) crossbeam

These five fingers have very different kinematic structures as can one plainly see. The first two fingers have one horizontal crossbeam connecting the proximal links of the finger (version 1L) or its distal links (version 2L). The next two fingers have one tilted crossbeam (versions 1R and 2R) connecting a distal link on one side to the proximal link of the other. Finally, the last finger has no crossbeams (version W). The prismatic joint at the base the fingers stands for the actuating gripper they are attached to.

The main objective of the kinematic analysis of the fingers is to establish the force-displacement relationships they produce in order to determine their stiffness. These relationships can be obtained by calculating the forces required to maintain static equilibrium for a known configuration (angles between the links) and the most convenient method to compute these forces is by means of establishing the virtual work of each finger [14]. In order to obtain this virtual work, the first step is to establish the kinematic coefficients relating the angular rate in all joints where a torque is acting as functions of the selected degrees of freedom (DOF). In our case, the fingers being soft, all revolute joints of the pseudo-rigid body models depicted in Fig. 5.2 have an acting elastic torque.

Fig. 5.3 depicts the general geometry and nomenclature of the FRE fingers introduced in Fig. 5.2. A reference frame is attached to each finger at point O and the x-axis of this frame is aligned with the direction of the prismatic joint driving the finger. The relative angles between the front (F) and back (B) links of the fingers are θ_i^F (i = 1, 2, 3, 4) and θ_i^B (i = 1, 2, 3) respectively. The contact forces between the finger and the object are assumed normal to the link where they occur and of magnitudes f_i (i = 1, 2, 3, 4). Note that the f_4 contact force introduced in Fig. 5.3 exists to statically constrain the finger but is not used during normal


Figure 5.3 Geometrical parameters of the fingers

operations as will be discussed. The force \mathbf{f}_a at the base of the fingers corresponds to the linear actuation moving the finger in translation toward the objects, i.e. the gripper to which the fingers are attached. The position of a contact force of magnitude f_i along its phalanx is measured by d_i . Throughout the paper, \mathbf{r}_{XY} will be used to refer to the vector going from point X to point Y and l_{XY} is the norm of that vector. For instance, \mathbf{r}_{OA} is the vector from O to A, i.e. along the contact surface of the proximal phalanx, and $l_{OA} = ||\mathbf{r}_{OA}||$ is the length of this phalanx. A few lengths that will be used often in the paper are designated by a shorthand notation, namely: $l_0 = l_{OF}$, $l_1 = l_{OA} = l_{FE}$, $l_2 = l_{AB} = l_{ED}$, $l_3 = l_{BC} = l_{DC}$, see Fig. 5.3. As the proximal and intermediate links are ternary by nature, potentially connecting a crossbeam, the vectors $\boldsymbol{\epsilon}_i^F$ and $\boldsymbol{\epsilon}_i^B$ are used to parameterize the location of these potential attachment points and they are defined as going from the middle of the i^{th} link to the nearest crossbeam joint on the same link. Keeping the symmetry of the fingers, is is assumed that:

$$\|\boldsymbol{\epsilon}_1^F\| = \|\boldsymbol{\epsilon}_1^B\| = \epsilon_1 \quad \text{and} \quad \|\boldsymbol{\epsilon}_2^F\| = \|\boldsymbol{\epsilon}_2^B\| = \epsilon_2.$$
(5.1)

The angle between ϵ_i and the associated front or back link is noted ψ_i , see Fig. 5.3. Other angles γ_X and λ_X are also defined in the figure and correspond to the angles between the internal crossbeam of finger X and its attachment link on the front and back side respectively.

Once the geometry of the fingers is completely parameterized, the first step to compute the virtual work of the fingers is to determine the number of DOF for each finger. This number actually depends on which version of the finger is considered and can be computed using textbook formulae, e.g. [110]. One can then establish that the first four fingers shown in Fig. 5.2 have three DOF while type W has four. This increased DOF is the reason why a fourth contact force apparently occurring at the back of the finger is depicted in Fig. 5.3. As will be shown later in the paper, this seemingly nonsensical contact force does not impact the optimization of the finger and the objective of producing a variable stiffness design. The only usefulness of this fourth force is to make the subsequent equations consistent between fingers.

5.4.2 Velocity Equations

Once the number of DOF for the different fingers is known, the second step is to determine the overall velocity equations relating the angles selected as the DOF to all the other angles in the linkage. The choice of which variables are DOF is arbitrary and in this work the front phalanx angles were selected. With the version W finger, a fourth angle θ_4^F is added as shown in Fig. 5.3. For three-DOF fingers, the velocity equation of the linkage has the following form:

$$\mathbf{A}_{X} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1}^{B} \\ \dot{\theta}_{2}^{B} \\ \dot{\theta}_{3}^{B} \\ \dot{\theta}_{4}^{F} \\ \dot{\gamma}_{X} \\ \dot{\lambda}_{X} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_{X} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1}^{F} \\ \dot{\theta}_{2}^{F} \\ \dot{\theta}_{3}^{F} \end{bmatrix}.$$
(5.2)

with $X \in \{1L, 2L, 1R, 2R\}$. Matrices \mathbf{A}_X and \mathbf{V}_X are of dimensions 6×6 and 6×3 respectively and can be obtained by differentiating kinematic vector closure equations [62]. The matrices one obtains using this approach are detailed in Appendix B for all fingers. For finger W, the velocity equation becomes:

$$\mathbf{A}_{W}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1}^{B} \\ \dot{\theta}_{2}^{B} \\ \dot{\theta}_{3}^{B} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_{W}\begin{bmatrix} \theta_{1}^{F} \\ \dot{\theta}_{2}^{F} \\ \dot{\theta}_{2}^{F} \\ \dot{\theta}_{3}^{F} \\ \dot{\theta}_{3}^{F} \\ \dot{\theta}_{4}^{F} \end{bmatrix}$$
(5.3)

and matrices \mathbf{A}_W and \mathbf{V}_W are of dimensions 3×3 and 3×4 . Please note that since finger W has no crossbeam, the internal angles associated with the connection points of this crossbeam vanish from the left-hand side of the equation. Then, assuming matrix \mathbf{A}_X^{-1} is not singular, one can relate the rate of the "driven" (non-DOF) angles of the fingers as a function of the DOF with a single matrix:

$$\mathbf{W}_X = \mathbf{A}_X^{-1} \mathbf{V}_X \tag{5.4}$$

with $X \in \{1L, 2L, 1R, 2R, W\}$.

5.5 Position Analysis

In order to compute the W matrices defined in Eq. (5.4), the values of many position vectors must be established. That means one must express the positions of all the joints as functions of DOF. To this aim, expressing the geometric loop-closure of all fingers yields:

$$l_{1} \begin{bmatrix} c_{1}^{F} \\ s_{1}^{F} \end{bmatrix} + l_{2} \begin{bmatrix} c_{12}^{F} \\ s_{12}^{F} \end{bmatrix} + l_{3} \begin{bmatrix} c_{123}^{F} \\ s_{123}^{F} \end{bmatrix}$$

$$= l_{0} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + l_{1} \begin{bmatrix} c_{1}^{B} \\ s_{1}^{B} \end{bmatrix} + l_{2} \begin{bmatrix} c_{12}^{B} \\ s_{12}^{B} \end{bmatrix} + l_{3} \begin{bmatrix} c_{123}^{B} \\ s_{123}^{B} \end{bmatrix}$$
(5.5)

where

$$c_{i\dots j}{}^{U} = \cos\left(\sum_{n=i}^{j} \theta_{i}^{U}\right), \quad s_{i\dots j}{}^{U} = \sin\left(\sum_{n=i}^{j} \theta_{i}^{U}\right)$$
(5.6)

and

$$\theta_{i\dots j}^U = \sum_{n=i}^j \theta_i^U \tag{5.7}$$

with $U \in \{B, F\}$ allowing to distinguish between angles on the front-side (F) or back-side (B) of the finger. By introducing the following three variables:

$$a_{1} = 2l_{1}^{2} + 2l_{2}^{2} + l_{0}^{2} + 2l_{1}[l_{2}c_{2}^{F} + l_{3}c_{23}^{F} - l_{0}(c_{1}^{F} + s_{1}^{F}) - l_{1}\cos(\theta_{1}^{F} - \theta_{1}^{B})] + 2l_{2}[l_{3}c_{3}^{F} - l_{0}(c_{12}^{F} + s_{12}^{F}) - l_{1}\cos(\theta_{12}^{F} - \theta_{1}^{B})] + 2l_{0}l_{1}(c_{1}^{B} + s_{1}^{B}) - 2l_{3}(l_{0}(c_{123}^{F} + s_{123}^{F}) + l_{1}\cos(\theta_{123}^{F} - \theta_{1}^{B})),$$
(5.8)

$$a_2 = -2l_2(l_1c_1^F + l_2c_{12}^F + l_3c_{123}^F - l_0 - l_1c_1^B),$$
(5.9)

$$a_3 = -2l_2(l_1s_1^F + l_2s_{12}^F + l_3s_{123}^F - l_0 - l_1s_1^B)$$
(5.10)

one can express:

$$\theta_2^B = 2 \arctan\left(\frac{-a_3 - \sqrt{a_3^2 - a_1^2 + a_2^2}}{a_1 - a_2}\right) - \theta_1^B,\tag{5.11}$$

$$\theta_3^B = \operatorname{atan2}(a_3 + 2l_2^2 s_{12}{}^B, a_2 + 2l_2^2 c_{12}{}^B) - \theta_1^B - \theta_2^B, \qquad (5.12)$$

$$\theta_1^B = \theta_{1234}^F - \theta_{23}^B + \pi. \tag{5.13}$$

Using the previous equations, all the angles of the 7-bar linkage OABCDEF are defined as functions of θ_1^F , θ_2^F , θ_3^F , θ_4^F . These equations are valid for all fingers but for those with three DOF (1R, 1L, 2R, 2L) one of the previous four angles can be related to the three others. For example, with version 1R the angle θ_1^B can be expressed from θ_1^F , θ_2^F using geometrical equations pertaining to the 5-bar OAIHF, namely:

$$\theta_1^B = 2 \operatorname{atan2}\left(\frac{-a_6 - \sqrt{a_6^2 - a_4^2 + a_5^2}}{a_4 - a_5}\right) - \phi_1.$$
(5.14)

with:

$$a_{4} = l_{1}^{2} + l_{0}^{2} + l_{FH}^{2} + l_{AI}^{2} - l_{HI}^{2} + 2l_{1}(l_{AI}\cos(\theta_{2}^{F} - \phi_{2}) - l_{0}(c_{1}^{F} + s_{1}^{F}))$$
(5.15)

$$+ 2l_{AI}l_0(\cos(\theta_{12}^F - \phi_2) + \sin(\theta_{12}^F - \phi_2))$$

$$a_5 = -2l_{FH}(l_1c_1^{\ F} + l_{AI}\cos(\theta_{12}^{\ F} - \phi_2) - l_0)$$
(5.16)

$$a_6 = -2l_{FH}(l_1s_1^F + l_{AI}\sin(\theta_{12}^F - \phi_2) - l_0).$$
(5.17)

and with ϕ_i defined in Fig. 5.3 and calculated as:

$$\phi_i = \arccos \frac{l_i/2 + \epsilon_i \cos \psi_i}{\sqrt{l_i^2/4 + \epsilon_i^2 + l_i \epsilon_i \cos \psi_i}}, \ i \in [1, 2].$$
(5.18)

Finally, the angles γ_{1R} and λ_{1R} can be obtained as:

$$\gamma_{1R} = \operatorname{atan2} \left[a_6 + 2l_{FH}^2 \sin(\theta_1^B + \phi_1), \\ a_5 + 2l_{FH}^2 \cos(\theta_1^B + \phi_1) \right] - \theta_{12}^F + \phi_2,$$
(5.19)

$$\lambda_{1R} = \theta_{12}^F + \gamma_{1R} - \phi_2 - \phi_1 - \theta_1^B.$$
(5.20)

With all the angles of the linkage known, all position vectors can be easily defined and thus, the velocity equations computed.

5.6 Compliance Model

As all joints of the fingers are compliant, a pseudo-rigid body model (PBRM) is used to relate the contact forces to the configuration of the finger. This PRBM consists in associating to each joint of the linkages shown in Fig. 5.2 a virtual rotational spring. The rotational stiffness of these virtual springs is assumed identical for all joints and designated by k while the torque resulting of a rotation of magnitude $\theta - \theta_0$ at a joint is noted t_{θ} , where θ and θ_0 are the current and at rest angle of the joint respectively. These elastic torques are then simply calculated with:

$$t_{\theta} = -k(\theta - \theta_0). \tag{5.21}$$

For all 3-DOF fingers (1L, 2L, 1R, 2R), the total virtual work of the PRBM is:

$$\delta W = \left(\begin{bmatrix} f_a \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}^T {}^4 \mathbf{J} + \mathbf{T}_X \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 1} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{W}_X \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \delta x_a \\ \delta \theta_1^F \\ \delta \theta_2^F \\ \delta \theta_3^F \end{bmatrix}$$
(5.22)

with

$$\mathbf{T}_{X} = \begin{bmatrix} t_{\theta_{1}^{F}} & t_{\theta_{2}^{F}} & t_{\theta_{3}^{F}} & t_{\theta_{1}^{B}} & t_{\theta_{2}^{B}} & t_{\theta_{3}^{B}} & t_{\theta_{4}^{F}} & t_{\gamma_{X}} & t_{\lambda_{X}} \end{bmatrix}$$
(5.23)

and $X \in \{1L, 2L, 1R, 2R\}$. Again, due to its greater number of DOF and fewer flexures, version W yields a slightly different expression:

$$\delta W = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}^T {}^5 \mathbf{J} + \mathbf{T}_W \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{7 \times 1} & \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{W}_W \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_a \\ \delta \theta_1^F \\ \delta \theta_2^F \\ \delta \theta_2^F \\ \delta \theta_3^F \\ \delta \theta_4^F \end{bmatrix}$$
(5.24)

with \mathbf{I}_n the $n \times n$ identity matrix and

$$\mathbf{T}_{W} = \begin{bmatrix} t_{\theta_{1}^{F}} & t_{\theta_{2}^{F}} & t_{\theta_{3}^{F}} & t_{\theta_{4}^{F}} & t_{\theta_{1}^{B}} & t_{\theta_{2}^{B}} & t_{\theta_{3}^{B}} \end{bmatrix}$$
(5.25)

For all fingers, ${}^{n}\mathbf{J}$ is a grasp Jacobian matrix, as defined in [61], of dimension n and ${}^{n}J_{ij}$ is the element at the i^{th} line and j^{th} column of that matrix, i.e.:

$$J_{11} = 1, \quad J_{i,1} = -\sin\left(\beta_0 + \sum_{n=1}^{i-1} \theta_i^F\right), \ i \in [2, n]$$
(5.26)

and

$$J_{i,j} = 0 i < j,
J_{i,j} = d_{i-1} i = j,
J_{i,j} = \sum_{n=j-1}^{i-2} (l_n \cdot c_{n+1\dots i-1}^F) + d_{i-1} i > j. (5.27)$$

As a reminder, parameters d_i , l_i and β_0 are defined in Fig. 5.3 and c_i^F is defined in Eq. (5.6).

All forces and torques applied to the finger are conservative and therefore, the virtual work of each PRBM is zero at equilibrium, i.e. $\delta W = 0$. Based on this application of the virtual work principle, a relationship between the configuration of the finger defined by the DOF and the produced contact forces can be established. For example, with the three-DOF finger 1R, one has:

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = -^4 \mathbf{J}^{-T} \mathbf{T}_{1R} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 1} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{W}_{1R} \end{bmatrix}.$$
 (5.28)

5.7 Multi-body simulation and analysis

To validate the results of Sections 5.4-5.6, a multi-body simulation software (MSc Adams) was used and each PRBM of the fingers was built in that software. Torsional springs of identical stiffness were added to all joints in the simulation. Three sets of measurements were obtained for all models in which the angles θ_1^F and θ_2^F are fixed and the forces corresponding to f_1 , f_2 and needed to maintain static equilibrium were calculated by the software. This scenario corresponds to a typical power grasp where the object makes contact with the proximal and intermediate phalanges but not on the distal one (hence $f_3 = 0$ and $f_3 = f_4 = 0$ for finger W). Then, a comparison can be made between the forces obtained from this simulation to the ones produced by using the methodology presented in Section 5.6. Examples of this comparison between the two methods are listed in Tab. 5.1 for the 1R and W fingers and these results are typical from the simulations. Absolute differences between MSc Adams and the theoretical model are listed between parentheses. As one can plainly see, these errors are negligible which validate our model. Note that with the pseudo-rigid model, forces f_3 and f_4 are not perfectly equal to zero but are very close and that the difference with MSc Adams is equal to their actual value because these forces have been defined as zero in the software.

		Set #1	Set $\#2$	Set #3	
		$\theta_1^F = 72, 3^\circ$	$\theta_1^F = 66, 4^\circ$	$\theta_1^F = 57, 4^\circ$	μ_{row}
		$\theta_2^F=10,0^\circ$	$\theta_2^F = 40, 0^\circ$	$\theta_2^F=10,0^\circ$	
	f_a	9.6760 (-0.0010)	20.2192(0.1054)	18.0686 (-0.0375)	0.18%
	f_1	$5.4032 \ (0.0061)$	21.7719(-0.0464)	$13.3081 \ (0.0460)$	0.17%
Version 1R	f_2	4.3235(0.0184)	-0.6594 (0.0031)	6.1056 (-0.0165)	0.29%
	f_3	0.0210 (- 0.0210)	0.0198 (-0.0198)	0.0540 (-0.0540)	-
	μ_{sim}	0.18%	0.40%	0.27%	0.25%
	f_a	1.2172 (-0.0001)	2.5456(0.0000)	1.6707 (-0.0001)	0.00%
Version W	f_1	0.7073 (- 0.0001)	4.9275 (-0.0027)	-1.5892 (0.0003)	0.02%
	f_2	0.5200 (- 0.0001)	-2.4173(0.0051)	3.2234(-0.0042)	0.09%
	f_3	0.0040 (- 0.0040)	-0.0044 (0.0044)	$-0.0001 \ (0.0001)$	-
	f_4	0.0024 (- 0.0024)	-0.0046 (0.0046)	-0.0012(0.0012)	-
	μ_{sim}	0.01%	0.09%	0.05%	0.05%

Table 5.1 Force estimation (N)

The absolute gaps between MSc Adams and the theoretical model are written between parentheses. The mean value of the percentage errors per row is noted μ_{row} . The mean value of the percentage errors per simulation (set) is noted μ_{sim} . For forces close to zero, percentage errors are disregarded.



Figure 5.4 Norms of the resulting grasp force on x-axis for all versions vs angles θ_1^F , θ_2^F with $f_3 = f_4 = 0$

At this point, the choice of retaining only versions 1R and W of the finger as the most promising designs for prototyping was made based on the results obtained in terms of contact force magnitudes. Both fingers 1R and W exhibited the largest spread for contact forces and are therefore ideal candidates for a finger switching between different stiffness levels. To illustrate this point, the horizontal grasp forces of all fingers are shown in Fig. 5.4 for the geometrical parameters listed in Tab. 5.2. As can be seen in the figure, the force created by the finger 1R is noticeably greater than all the others and this force is predictably at its lowest with finger W. These plots were created using the same grasp scenario as before, namely that there were no contacts on the distal phalanges and therefore, forces f_3 and f_4 are both equal to zero. Fig 5.4 also clearly shows that if one switch from the three-DOF 1R finger to the four-DOF W finger, a significant drop in the applied forces could be achieved. This switch can be conveniently achieved by disconnecting one of the two attachment point of the crossbeam. To this aim, a snap-fit annular joint design is proposed in this paper [108]. Annular snap-fit joints are a convenient design solution for a revolute joint that can be easily assembled and disassembled during manufacturing and/or operations if needed. See Fig. 5.5 for an example demonstrating the snap-fit joint used with the lid of a plastic box. Snap-fit are a staple of mass produced consumer goods due to their low cost but they are very rarely been used in robotics research and are proposed here for the first time for kinematic reconfiguration to the best of the authors' knowledge.

5.8 Optimization

5.8.1 Grasp scenario

With the intention of achieving the largest difference in stiffness between the 1R and W fingers, an optimization is now conducted. Since the only change in the design of both fingers is the presence and location of the crossbeam, maximizing this difference in stiffness means one must search for a suitable crossbeam geometry producing the largest stiffness in finger 1R. To define the corresponding optimization problem, a realistic grasp scenario for the finger is first defined, namely the power grasp of a cylindrical object with a diameter r equal to half the length of the proximal phalanx $(l_1/2)$ and where the center of this object is located at the same vertical distance as point A (at the intersection of the first two phalanges), see Fig. 5.6. This cylindrical object is fixed and the finger moves in translation along the x-axis of the reference frame to perform the grasp.

With the grasp geometry accordingly defined, the contact locations at the proximal and intermediate phalanges, d_1 and d_2 , characterizing the position of the contact forces f_1 and f_2 between the cylinder and the front phalanges can be readily calculated:

$$d_{1} = l_{1} - r \, \tan(\theta_{2}^{F}/2), d_{2} = r \, \tan(\theta_{2}^{F}/2)$$
(5.29)



Figure 5.5 Snap-fit joint of a mass produced plastic box

\mathbf{A} nglos (°)	ψ_1,ψ_2	β_0	$\theta^F_{1\ 0}$	$\theta^F_{2\ 0}$	$ heta^F_{3\ 0}$	$\theta^F_{4\ 0}$
Aligies ()	76.0	8.0	81.3	0.0	150.0	60.0

Table 5.2 Geometrical parameters of the fingers

Longtha (mm)	l_1, l_2	l_3	ϵ_1, ϵ_2	r	Stiffnoss (Nm/rad)	k
Lengths (mm)	40.0	16.0	3.0	20.0		49.54



Figure 5.6 Illustrative grasp of a cylindrical object

where r is the radius of the cylindrical object as defined in Fig. 5.6. The coordinates (x_c, y_c) of the center of this object can also be calculated as:

$$x_{c} = l_{1} \cos(\theta_{1}^{F} + \beta_{0}) - \frac{r \cos(\theta_{1}^{F} + \beta_{0} + \theta_{2}^{F}/2)}{\cos(\theta_{2}^{F}/2)},$$

$$y_{c} = l_{1} \sin(\theta_{1}^{F} + \beta_{0}) + \frac{r \cos(\theta_{1}^{F} + \beta_{0} + \theta_{2}^{F}/2)}{\cos(\theta_{2}^{F}/2)}$$
(5.30)

with β_0 and l_1 defined in Fig. 5.3.

5.8.2 Optimization Criteria

To conduct the optimization, an evaluation of the grasp stiffness must first be obtained. However, this stiffness is different depending on which direction in the plane is considered (the object being assumed cylindrical, there is no rotational stiffness), and a stiffness matrix characterizes the relationship between forces and displacements. To compute this matrix, a numerical approach was used where small discrete displacements are applied to the object and variations of the grasp forces obtained from Eqs. (5.28) are recorded. These grasp forces are then projected along the directions of the reference frame, namely the **x** and **y** axes, and summed up. An example of the resulting force variations from an equilibrium position for a set of displacements is shown in Fig. 5.7. Values of the parameters used for this figure are the ones from Tab. 5.2 and the configuration of the static equilibrium for the grasp corresponds to $\theta_1^F = 70.4^{\circ}$ and $\theta_2^F = 26.1^{\circ}$.

As one can clearly see from the figure, resulting force variations from a grasp produce an elliptic pattern which is typical for a planar stiffness matrix [111]. The expression of the stiffness matrix corresponding to the geometrical characteristics of the ellipse (major-axis, minor-axis, and orientation ϕ the inclination of the ellipse from the **x**-axis) can be found using the approach proposed in [112]. Based on the numerical parameters of the ellipse, eigenvalues (λ_1 and λ_2) and eigenvectors (\mathbf{e}_1 and \mathbf{e}_2) of the stiffness matrix can be computed. The eigenvectors corresponding to the major and minor axes are respectively:

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}, \ \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix}$$
(5.31)

and the stiffness matrix then becomes:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \end{bmatrix}$$
(5.32)



Figure 5.7 Force-displacement stiffness ellipsoid for a simulated displacement of 1mm in the plotted directions

70

with

$$k_x = \frac{\Delta f_x}{\Delta x_c} \text{ and } k_y = \frac{\Delta f_y}{\Delta y_c}.$$
 (5.33)

For example, with the data used in Fig. 5.7, one obtains:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.7109 & 0.7919\\ 0.7919 & 1.3564 \end{bmatrix}.$$
 (5.34)

Different geometries of fingers 1R can now be compared based on their resulting stiffness matrices. Indeed, as previously mentioned, the purpose of the optimization is to maximize the stiffness of finger 1R, which is equivalent to maximizing the smaller of the two eigenvalues of the stiffness matrix [113, 114]. An appropriate optimization index (to be minimized) can therefore be defined as:

$$index = \frac{1}{\min(\lambda_1, \lambda_2)} \tag{5.35}$$

which will maximize the minimal stiffness of a grasp produced by finger 1R. Note that for the optimization, the stiffness matrix of finger 1R will be calculated with the grasp of a cylindrical object such as the one defined before and shown in Fig. 5.6.

5.8.3 Optimization Parameters and Results

The parameters of the optimization are the ones defining the position of the crossbeam of the finger. Thus, the variables one needs to find are the attachment locations of this crossbeam to the intermediate phalanx and the back proximal link for finger 1R. Using the geometrical parameters defined in Fig. 5.3, the corresponding variables and their selected ranges are:

- $-\epsilon_1$ and ϵ_2 in [0,5] mm,
- ψ_1 and ψ_2 in [30, 150]°.

All the other geometrical parameters stay the same between fingers 1R and W and based on early practical fabrication of finger W, the values listed in Tab. 5.2 were selected. The optimization problem therefore has four variables and to solve it, the genetic algorithm tool from *Matlab* was used to minimize the performance index defined in Eq. (5.35). To ensure the robust convergence of the algorithm to a solution, the tool was run several times with an initial population of 50 individuals and using a maximal of 2,800 generations. Results obtained are listed in Tab. 5.3. Once these parameters are obtained, the sensitivity of the

Table 5.3 Optimal design parameters

Parameters	ϵ_1	ϵ_2	ψ_1	ψ_2
Values	4.6 mm	4.7 mm	149.4°	56.1°

Parameters	$\epsilon_1 \pm 1\%$	$\epsilon_2 \pm 1\%$	$\psi_1 \pm 1\%$	$\psi_2 \pm 1\%$
Perf. Variation	1.72~%	0.78~%	2.50~%	0.87~%

Table 5.4 Sensitivity of the performance index to variations of the design parameters

performance index to each of the optimal parameters was also studied. Tab. 5.4 shows the absolute values of the average change in value of the optimization index for a $\pm 1\%$ deviation of the optimal parameters. The most influential design parameter is ψ_1 as this 1% variation of its value yields a 2.50% variation of the global performance criterion. Conversely, ϵ_2 is the parameter with the weakest impact on the optimization criteria (0.87%).

5.9 Experiments

Finally, a prototype of the soft finger with the optimal parameters previously obtained was 3D printed in thermoplastic polyurethane (TPU, shore 95A, red) in order to proceed with experimental validation of the change in stiffness and its usefulness in practical applications. To toggle between the two stiffness modes a geometry of snap-fit joint was designed similar to the one illustrated in Fig. 5.5. The geometry of this snap-fit is shown in Fig. 5.8. This particular geometry includes a shoulder to prevent the rotation of its circular part inside the associated cavity during the grasp in order for the flexure of the crossbeam to deform and produce the same elastic torque as the other joints. A 3D CAD view of the optimal finger using this snap-fit is presented in Fig. 5.9. This finger was 3D printed twice and the two fingers are shown in Fig. 5.10 grasping a metal canister both in low- and high-stiffness mode. The specific design of the snap-fit shown in Fig. 5.8 allows for minimal interferences between the disconnected crossbeam and the front and back links of the finger as the crossbeam simply slides on these links.



Figure 5.8 Selected geometry of annular snap-fit joint



Figure 5.9 CAD of the finger

5.9.1 Characterization

To characterize the finger in terms of stiffness, a test bench was designed using a force sensor attached to a motorized translational stage (eTrack series from Newmark) in order to compare the forces produced by the finger as a function of displacements in both the stiff and soft modes, see Fig. 5.11. The force sensor used is a traction-compression load cell (3138 S-type 100kg) with a Wheatstone bridge including a USB compatible output (PhidgetBridge 4-Input 1046_0). A *Labview* software handles both the movement of the translational stage and load cell measurements synchronously. The artifact object used for characterization is a 40 mm cylinder attached to the force sensor and linear stage thereby allowing to apply a precise displacement while measuring the resulting force. Forces were measured in discrete steps of 0.4 mm displacements. To compare between the two stiffness mode, three sets of force measurements are obtained for contact points at different locations on the front face of the finger with or without the internal crossbeam engaged. The resulting force profiles are shown in Fig. 5.12, each color stands for a specific contact location on the finger while solid lines correspond to the high-stiffness mode and dotted lines to the low-stiffness mode. Fig. 5.13 shows the **x**-axis stiffness computed from the forces of Fig. 5.12.

The experimental ratios of the stiffness between the high- and low-stiffness modes are listed in Tab. 5.5. On average, the stiffness is amplified by a factor of more than 4 when the snap-fit joint is engaged and the crossbeam contributes to the grasps. From these results one can also





(c) Snap-fit joint disengaged in low-stiffness mode (zoom)

(d) Snap-fit joint engaged in high-stiffness mode (zoom)

Figure 5.10 Low- and high-stiffness grasp examples of the optimal fingers

see that the stiffness of the finger tends to be greater when a contact occurs closer to the base of the finger. This also points out that fragile objects should be grasped with the most distal part of the finger that is physically achievable. Fig. 5.14 shows a comparison between the forces computed with the theoretical model and the forces measured with the prototype. Results are consistent as the plots stay generally close. However, there is a larger difference between these forces when large displacements are considered. This discrepancy stems from two combined causes. First, when excessively large deformations occur the internal crossbeam makes contact with the back of the finger. This is why with large displacements the measured forces are noticeably greater than predicted by the theoretical model. A second source of error comes from the difficulty of achieving an accurate torque model for the compliant joints. Indeed, a simple linear equation was used while for large displacements, the actual force-deformation relationship might be more complex. Additionally, for large displacements, links that were assumed rigid also slightly bend and contribute to the deformation of the finger.



Figure 5.11 Characterization test bench.



Figure 5.12 Resulting horizontal contact forces in the two stiffness modes (solid lines: finger 1R, dotted lines: finger W) for different positions of a cylindrical object (\emptyset 40mm), see arrows in upper left corner.



Figure 5.13 Computed x-axis stiffness in the two stiffness modes (solid lines: version 1R, dotted lines: version W) for different positions of a cylindrical object (\emptyset 40mm), see arrows.



Figure 5.14 Comparison between the forces from the theoretical model and measurements with the prototype for a cylindrical object contact (\emptyset 40mm) at the blue arrow location.

Contact position (see Figs. 5.12-5.13)	Low	Middle	High
Stiffness ratio	3.76	5.02	4.79
Average stiffness ratio		4.52	

Table 5.5 Stiffness ratios

Yet and despite these inaccuracies, the proposed model clearly demonstrated its efficiency to capture the most important parts of the finger force-displacement relationship.

5.9.2 Stiffness Mode Switch

After the characterization of the prototyped fingers, these fingers were used in a more practical scenario, i.e. with the actual gripper of a robot and more specifically a Baxter collaborative robot. This cobot was developed by the company Rethink Robotics and was commercialized from September 2011. It is a humanoid robot without legs but with two seven-DOF arms. These arms are equipped in this work with their standard electric grippers (40 mm translation total stroke). To attach the fingers on these electric grippers, plastic adapters were designed and 3D printed. These adapters have two roles, the first and most obvious is to provide a way of attaching the flexible fingers to the translating parts of the gripper but a second important role is to allows for the connection and disconnection of the snap-fit joint in order for the robot to be able to change the stiffness mode of the finger on its own. The CAD model of these adapters connecting the fingers to the electric gripper shown in Fig. 5.15.

The procedure for engagement and disengagement of the crossbeam using the stiffness switching tool of the adapter is illustrated by Figs. 5.16 and 5.17. The engagement is shown in Fig. 5.16 and is the easiest of the two procedures. The tip of the finger attached to one hand of the robot is inserted into the stiffness switching tool of the other hand. This tool is simply constituted by two rigid beams separated by a small distance sufficient to insert the soft finger. As shown in Fig. 5.16b, the compression of each side of the finger during insertion engages the crossbeam. The second procedure, i.e. the disconnection of the snap-fit joint, is shown in Fig. 5.17. One prong of the stiffness switching tool is inserted between the front links of the finger and the crossbeam (Fig. 5.17a). Then, a rotating motion of the tool pulls on the snap-fit joint and disengages it from the phalanx it was attached to (Fig. 5.17b). Of course, this two-pronged stiffness switching tool can also be attached to a support structure inside the robot workspace, i.e. it does not need to be part of the adapters to the gripper but it is convenient to use when located there.



Figure 5.15 CAD model of the hand assembly on the Baxter robot



Figure 5.16 Engagement of the snap-fit joint: pinching motion of the fingertip.



Figure 5.17 Disengagement of the snap-fit joint: (a) introduction of the switching tool between the phalanges and the crossbeam; (b) Twisting of the tool to disconnect the joint.

5.9.3 Grasp Experiments

To illustrate the ability of the fingers to grasp different objects and the usefulness of their dual stiffness capability, the grasps of various objects from the 2016 Amazon picking challenge [115] were carried out. In these experiments the low stiffness mode was engaged for most of these objects resulting in a gentle grip, see Fig. 5.18. However, for heavier objects, such as a pack of soap bars, this low stiffness mode failed and was not capable of producing forces large enough to secure the objects (see Figs. 5.19a,b,c). In these cases, the higher stiffness mode was engaged in order to successfully pick up the objects, see Fig. 5.19d,e. However, the high stiffness mode cannot be used for all objects. For instance, with delicate produces such as a broccoli flower, see Fig 5.20, the broccoli is crushed in high stiffness mode while it retains its original shape in the low stiffness mode. Note that in both cases the fingers are position controlled and the space between them remains the same in both modes. Therefore, in the absence of tactile or force sensing, switching to low stiffness mode for fragile objects is a simple yet efficient solution.



Figure 5.18 Grasps of various objects from the 2016 Amazon picking challenge in low-stiffness mode.



Figure 5.19 A failed grasp of soap bars in low-stiffness mode (a,b,c) becomes successful (d,e) in high-stiffness mode



(a) High-stiffness mode

(b) Low-Stiffness mode

Figure 5.20 Bruising of a broccoli flower grasped in high-stiffness mode and its gentle envelopment in low-stiffness mode

5.10 Conclusion

This article presented the design of a novel soft finger, inspired by the Fin-Ray Effect, that can switch from a low- to high-stiffness. First, the kinematic analysis of these FRE finger with one or no crossbeam was conducted in order to be able to predict the forces they generate and thus, their resulting grasp stiffness. Then, an optimization aiming at producing fingers with the largest difference between the soft and stiff modes was shown. A novel technique allowing to switch from one design to the other and based on the introduction of an annular snap-fit joint was presented. This snap-fit reconfiguration allows for the changing of the kinematic structure of the finger which yields a very different behavior of the finger. Finally, a prototype was 3D printed and experiments were conducted to measure the actual stiffness of the two modes and show how one can switch between modes without any supplementary actuation, as well as to illustrate that stiffness levels can be adapted to practical grasp scenarios.

Acknowledgments

The support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (grant RGPIN327005) is gratefully acknowledged.

5.11 Biography Section



Jérôme Bastien is currently pursuing a M.S. in Mechatronics at Ecole Polytechnique de Montréal, QC, Canada and a B.Eng. degree with Ecole Nationale d'Arts et Métiers, Paris, France. His research focuses on the study, optimization and design of compliant mechanisms.



Lionel Birglen received the B.Eng. degree in Mechatronics from Ecole Nationale Superieure des Arts et Industries de Strasbourg, Strasbourg, France, in 2000, and the Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Universite Laval, QC, Canada. In 2005, he joined the Department of Mechanical Engineering, Polytechnique Montreal, QC. In 2013, he was a Visiting Associate Professor in the 3ME Department, TU Delft, Delft, The Netherlands and in 2018, a Visiting Full Professor at the Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microelectronique de Montpellier (LIRMM), France. His research interests include the kinematic analysis and control of self-adaptive mechanisms, especially underactuated robotic hands. He is the Treasurer of the Canadian Committee for the Theory of Machines and Mechanisms, a Senior Member of the Institute of Electrical and Electronics Engineers, and a Member of the American Society of Mechanical Engineers, the Canadian Society of Mechanical Engineers, and the Canadian Aeronautics and Space Institute.

CHAPITRE 6 ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES ET RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

Aux chapitres précédents, du fait de la taille maximale des articles imposée par l'éditeur, l'ensemble des réalisations n'ont pas pu être abordées. Cette partie a donc pour but d'apporter les résultats complémentaires obtenus aux articles.

6.1 Aspects méthodologiques et résultats complémentaires à l'article sur la patte robotique

Plusieurs travaux complémentaires à l'article publié ont pu être réalisés sur la patte robotique, ceux-ci sont listés dans les sous-sections ci-dessous. En Annexe A sont également détaillés les coefficients cinématiques utilisés lors du calcul des vitesses de rotation des liaisons passives par rapport aux liaisons actionnées.

Commentaires sur l'optimisation de la patte et les résultats

Des commentaires peuvent être évoqués sur la façon d'optimiser le mécanisme. Un premier commentaire porte sur l'importance de la position horizontale du centre de la trajectoire du point M' en bout de patte (correspondant au critère d'optimisation C_3^{geo}) lors de l'optimisation. Cette position horizontale a été contrainte dans le but d'avoir une patte compacte permettant de supporter au mieux le poids propre du robot. En effet, étant réalisée avec un plastique souple, une patte non-compacte aurait fléchi à des endroits non-souhaités du fait de l'augmentation des distances d'application des forces. Ce phénomène non souhaité serait alors apparu et c'est donc la raison pour laquelle la distance du centre de la trajectoire du point M' a été prise en compte.

Une discussion peut aussi être faite sur le choix des paramètres à optimiser, ceux-ci ont été choisis de façon arbitraire dans le but de balayer le plus de configurations possibles lors de l'optimisation. On pourrait toutefois envisager d'en choisir d'autres et de comparer les résultats des deux optimisations dans un travail complémentaire.

Des commentaires peuvent également être soulevés sur la trajectoire du bout de la patte. Le premier porte sur la proportion de phase d'appui sur un cycle de pas. Celle-ci est d'environ 30% ce qui implique pour une application de cette patte sur un robot, une stratégie de contrôle de la position des pattes vis-à-vis des autres pour assurer la stabilité du robot. Des calculs sur la position du centre de gravité du robot pourraient alors être réalisés pour s'assurer que celui-ci est stable lors de la marche. Cette problématique de stabilité a été expérimentée avec le robot quadrupède conçu introduit dans une des sections suivantes.

Enfin un questionnement sur la capacité réelle de la patte à surmonter les obstacles peut se poser. En effet, la position du point M' est prise en compte lors de l'optimisation (dans le critère d'optimisation C_4^{geo}) dans le but d'augmenter la hauteur de dégagement et donc la capacité de franchissement d'obstacles du robot toutefois la position du point M n'est pas prise en compte. Cela est du au fait que lorsque le point M est au plus proche du sol, la patte est au début de la phase d'appui, et dès lors que le robot avance et que la point M' se déplace, le point M suit une trajectoire parabolique très rapide (définie par le terme "Upward stroke" sur la Figure 4.9) l'éloignant du sol. C'est pourquoi, si le robot traverse des terrains accidentés, un contact peut effectivement se produire entre le point M et le sol au début du pas, mais ce contact disparaîtrait très rapidement à mesure que la patte poursuit sa trajectoire.

Amélioration de la rigidité interne de la patte

Lors de la conception de la première version compliante de la patte, celle-ci a été entièrement réalisée avec du plastique souple (TPU) à la manière des doigts compliants conçus par Shan et Birglen pour avoir un mécanisme simple avec un minimum d'assemblage post-impression. Cependant une fois montées sur le robot, les pattes fléchissaient dans des directions transverses non-souhaitées. En effet, le châssis du robot étant assez lourd car comportant la batterie et les quatre moteurs, les déformations des "corps rigides" de la pattes (matière entre deux réductions d'épaisseur) étaient trop importantes et des contacts se produisaient à des endroits non prévus. Une nouvelle version bi-matière de la patte a alors due être conçue représentée sur la Figure 6.1 avec des renforts en plastique dur (PETG) permettant de rigidifier la patte aux endroits où elle ne devait pas plier. Sur cette même figure les pièces de couleur grise sont faites en PETG et ont été vissées de part et d'autre de la pièce compliante en plastique souple (TPU) de couleur rouge.



Figure 6.1 Version CAD d'une patte avec renfort

Création d'un prototype à 4 pattes

Dans l'article les expérimentations décrites ont été réalisées sur sol plat avec un prototype ne comportant que deux pattes fixées à un chariot reposant sur des roulettes omni-directionnelles comme représenté sur la Figure 4.13. Toutefois dans le but d'obtenir un robot un peu plus fonctionnel pouvant se déplacer sur un terrain accidenté, un prototype de robot à quatre pattes a également été réalisé, comme représenté en photo sur la Figure 6.2.



Figure 6.2 Prototype de robot à 4 pattes (se déplaçant de la gauche vers la droite)

Cependant, à l'utilisation un problème de stabilité est apparu mettant en cause notamment les moteurs utilisés. En effet, ceux-ci étant des servo-moteurs configurés en mode rotation continu, ne permettant pas de renvoyer une information de position, un déphasage entre les pattes se crée lors du mouvement et s'amplifie avec le temps venant déstabiliser le robot. Toutefois, en paramétrant de façon précise les vitesses de rotation de telle sorte que les pattes opposées soient en phase, le robot peut se déplacer pendant environ 1min sur une distance de quelques mètres. L'ajout d'une solution permettant de stabiliser dynamiquement le robot pourrait être considérée comme une optimisation future.

Influence du chargement sur le comportement du robot

À première vue, il serait imaginable de penser que le chargement du robot influence directement son comportement. Toutefois dans l'étude et l'optimisation menée dans ce mémoire, le poids propre du robot n'a pas été pris en compte. Ce choix a été fait sur la base de l'influence quasi-nulle du poids du robot lors du calcul de la variation du travail virtuel. En effet, lors de la phase d'appui, c'est à dire lorsque qu'une force s'applique sur la patte, la trajectoire en son bout est rectiligne et sa direction de déplacement est orthogonale à la direction du poids, cela engendre donc une variation du travail virtuel du poids nulle lors de la phase d'appui et donc sur l'ensemble du cycle de pas.

Toutefois, le poids pourrait être pris en compte lors du dimensionnement des liaisons compliantes du point de vue de la quantité d'énergie potentielle stockée. En effet, plus le robot est lourd plus les liaisons compliantes doivent emmagasiner de l'énergie lors de la phase de vol pour contribuer de manière significative à la propulsion durant la phase d'appui. Cette optimisation de l'énergie stockée serait faite à la suite de l'optimisation déjà réalisée dans ce travail en faisant seulement varier la raideur des liaisons compliantes du mécanisme. On pourrait également imaginer des liaisons compliantes à raideur variable permettant de les adapter au chargement du robot.

Test de durabilité

Lors de la première soumission de l'article sur la patte de Klann, des critiques ont été émises concernant la durabilité d'une patte compliante comme celle présentée. Deux tests de durabilité ont alors été menés sur ce thème et une discussion a été rajoutée à l'article avec une figure représentant les différentes trajectoires au cours des cycles (voir Figure 4.14). Comme énoncé précédemment dans l'article, le premier a été réalisé sous charge c'est à dire en faisant frotter la patte sur le sol, cette friction caractérisant le poids du robot à déplacer à chaque pas. Le deuxième test, lui a été réalisé simultanément sur une autre patte tournant dans le vide. Pour se rendre compte d'une meilleure façon de l'expérimentation réalisée, le montage est représenté sur la Figure 6.3. Les deux pattes ont été placées symétriquement dans un étau avec une caméra les surplombant le tout dans le but de mener les deux test de durabilité simultanément.

Pour la soumission de l'article, l'expérimentation a été menée sur une semaine avec environ 100 000 cycles de moteur. Toutefois, dans le but d'avoir une étude plus poussée sur la durabilité de la patte et des moteurs, l'expérimentation a été prolongée de plusieurs semaines par la suite. Les résultats obtenus ont montré une très bonne résistance de la patte en TPU. En effet, pour les deux tests avec contact sur le sol et sans contact sur le sol, les moteurs ont cessé de fonctionner avant qu'une rupture ne se produise sur la patte. Pour le test avec frottement sur le sol, le moteur a tenu environ 110 000 cycles et pour le test sans résistance environ 250 000 cycles. Et même après autant de cycles la patte en TPU est restée rigide, les liaisons compliantes pouvaient encore emmagasiner de l'énergie lors de la phase de vol pour la rendre durant la phase d'appui. La durabilité de la patte peut donc être validée pour une utilisation de l'ordre de plusieurs centaines de milliers de cycles. Les moteurs sont cependant les éléments limitant à cette durabilité.



Figure 6.3 Tests de durabilité avec et sans appui

Calcul de la raideur de la patte

La raideur étant un élément fondamental dans la partie sur le doigt compliant, il est intéressant pour lier les deux articles de la calculer également pour la version de la patte de Klann conçue. La raideur de rotation au niveau du moteur pour un cycle de pas est donc représentée sur la Figure 6.4.

Sur cette figure, on remarque que la raideur est à certains moments négative sur un cycle de pas. L'explication de ce phénomène découle de la charge et décharge en énergie potentielle. En effet, la patte ayant été conçue pour emmagasiner de l'énergie potentielle pendant la phase de vol pour la relâcher ensuite durant la phase d'appui, cette caractéristique implique donc que le couple fourni au niveau du moteur lorsque la patte tourne à vide doit être négatif durant la phase de support. Il est donc normal que la raideur de rotation au niveau du moteur pendant cette phase soit majoritairement négative. Cela caractérise également le fait que la patte n'est pas dans un équilibre stable au début de la phase de support, elle tend à se déplacer vers la fin de celle-ci et donc d'aider au déplacement du robot.



Figure 6.4 Raideur de rotation de la patte conçue

6.2 Aspects méthodologiques et résultats complémentaires sur le doigt compliant

Pour le doigt compliant, seules deux versions ont été décrites dans l'article par manque d'espace. Toutefois, 5 versions ont été analysées en mobilité, en position et en relation forcedéplacement. Le tout dans le but de comparer les raideurs de chaque version et de sélectionner les deux versions candidates à l'optimisation.

Comparaison entre les modèles théoriques et multi-corps pour les versions nondétaillées dans l'article

Pareillement à l'article, la vérification des modèles théoriques des versions non détaillées dans l'article a également été faite à l'aide du logiciel de simulation multi-corps MSC Adams. Les données de comparaison de ces modèles sont inscrites dans le Tableau 6.1. Grâce à la concordance des valeurs, les modèles théoriques pour ces trois autres versions ont pu être validés et le choix des deux candidats à l'optimisation a pu être fait pour l'article. Une discussion peut-être réalisée sur le signe négatif de certaines valeurs de force inscrites dans le tableau cité précédemment. En effet, pour une position du doigt donnée, si certaines forces sont négatives, la configuration n'est pas réalisable car une force de traction devrait être appliquée sur les membrures pour maintenir la position, or ce cas n'est pas possible car seul un contact ponctuel est appliqué entre le doigt et l'objet saisi. Cependant, la présence de signes négatifs pour cette partie portant sur la vérification du modèle théorique avec le modèle multi-corps n'importe peu étant donné qu'aucun calcul de raideur n'est fait. En effet, il suffit d'obtenir les mêmes valeurs avec les deux méthodes de calcul pour vérifier leur véracité. Il faut cependant faire attention à ces signes dans le cas d'un calcul de raideur, par exemple pour l'optimisation.

		Sot #1		
		$\theta_1^F = 72.3^{\circ}$	$\theta_1^F = 66.4^{\circ}$	μ_{row}
		$\theta_2^{^1} = 10.0^\circ$	$\theta_2^{\downarrow F} = 40.0^{\circ}$	1.100
	f_a	3.2813(0.0001)	7.7554 (-0.0029)	0.00%
	f_1	3.3612(0.0009)	$13.6808\ (0.0074)$	0.00%
Version 1L	f_2	-0.0034 (0.0000)	-5.9397 (-0.0213)	0.01%
	f_3	-0.0020 (-0.0210)	0.0320 (- 0.0320)	-
	μ_{sim}	0.00%	0.00%	0.01%
	f_a	-0.5969(0.0042)	4.2472 (-0.0577)	0.01%
	f_1	0.8330 (- 0.0075)	9.3169(-0.1336)	0.02%
Version 2L	f_2	0.7129 (- 0.0075)	-5.2033 (0.0935)	0.02%
	f_3	0.0024 (- 0.0024)	$-0.0046\ (0.0046)$	-
	μ_{sim}	0.01%	0.02%	0.02%
	f_a	2.0923 (-0.0029)	$1.1664 \ (0.0090)$	0.01%
	f_1	-0.4958 (-0.0002)	11.6318 (-0.1143)	0.01%
Version 2R	f_2	2.5756 (-0.0027)	-10.8079(0.0789)	0.01%
	f_3	0.1801 (-0.1801)	-0.0254 (0.0254)	-
	μ_{sim}	0.01%	0.01%	0.01%

Tableau 6.1 Estimation des forces pour les autres versions (N)

Les écarts absolus entre MSC Adams et le modèle théorique sont notés entre parenthèses. Les erreurs en pourcentage ne sont pas calculées dans le cas des forces nulles. La valeur moyenne des erreurs en pourcent par ligne est notée μ_{row} . La valeur moyenne des erreurs en pourcent par simulation est notée μ_{sim} .

Analyses des singularités du doigt

Pour les versions candidates à l'optimisation décrites dans l'article, une analyse des singularités a été menée en différenciant les singularités de type 1 et 2.

Les singularités de type 1 des mécanismes parallèles se produisent lorsque la matrice devant le vecteur vitesse d'actionnement perd son rang [116]. On peut définir géométriquement l'apparition d'une telle singularité : elle correspond à une situation où la matrice \mathbf{V}_X (voir Équations. (5.2) ou (5.3)) devient singulière. C'est à dire pour une configuration où une vitesse non nulle à une articulation faisant partie des degrés de liberté ne produit aucun mouvement aux autres articulations. Pour la matrice \mathbf{V}_W , il est relativement facile de déterminer quand cette singularité de type 1 se produit. En effet, par inspection : \mathbf{V}_W perd son rang lorsque les vecteurs $\mathbf{r}_{OA}, \mathbf{r}_{AB}, \mathbf{r}_{BC}$ sont alignés, à savoir lorsque les points O, A, B et C sont alignés (Voir Figure 6.5). Pour les autres versions du doigt, il n'existe pas d'interprétation géométrique aussi simple, mais la perte de rang potentielle des matrices \mathbf{V} peut être obtenue en calculant numériquement son conditionnement.

Un second type de singularités peut également être défini lorsque la matrice devant le vecteur vitesse de sortie d'un mécanisme parallèle perd son rang [116]. Encore une fois, dans notre cas, une configuration singulière de type 2 correspond à un cas où la matrice \mathbf{A}_X perd son rang. Pour la version W il est facile de voir pour quelle configuration cela se produit. En effet on assiste à cette perte de rang lorsque les vecteurs \mathbf{r}_{FE} , \mathbf{r}_{ED} , \mathbf{r}_{DC} sont alignés, c'est-à-dire lorsque les points F, E, D et C sont alignés (Voir Figure 6.5). Pour toutes les autres versions du doigt, la singularité de la matrice \mathbf{A} doit à nouveau être vérifiée numériquement. Cette vérification numérique à par exemple était faite sur la version 1R pour trouver les singularités de type 2. À la fin du calcul, une configuration a été trouvée et est représentée sur la Figure 6.6. Elle correspond à une configuration où plusieurs conditions sont réunies : \mathbf{r}_{FH} et \mathbf{r}_{HI} sont alignés, \mathbf{r}_{ED} et \mathbf{r}_{DC} le sont également et de plus $\mathbf{r}_{FH} + \mathbf{r}_{HI}$ et $\mathbf{r}_{ED} + \mathbf{r}_{DC}$ sont parallèles. Pour finir, notons que l'analyse sur les singularités effectuée ici suppose qu'aucune membrure n'a de longueur nulle, et donc qu'aucune liaison n'est superposée avec une autre lors de la conception.

Prototypes de doigt

Lors de la conception du doigt plusieurs prototypes ont été conçus. La première version imaginée représentée sur la Figure 6.7a comportait plusieurs pièces. La barre interne rigidifiant le doigt était scindée en deux barres fines de chaque coté du doigt liées à celui-ci par des liaisons pivots. Le principal problème de cette version était la difficulté à passer d'un mode de raideur à l'autre. En effet, cette solution imposait l'intervention humaine pour réaliser ce changement.

C'est pourquoi, un deuxième prototype représenté sur la Figure 6.7b a été introduit. Conçu d'une seule pièce et comportant une barre interne avec un clips, cette version facilitait le passage d'un mode de raideur à l'autre. Cependant, un contact non désiré entre la barre



Figure 6.5 Singularités de type 1 (gauche) et de type 2 (droite) sur la version W



Figure 6.6 Singularité de type 2 sur la version 1R

interne et l'une des membrures arrières du doigt se produisait lors de la déformation du doigt en mode souple. Une autre version a donc dû être conçue représentée sur la Figure 6.7c avec un clips situé cette fois-ci en haut du doigt. Ce prototype final est celui sur lequel la caractérisation a été faite, il permet de passer simplement d'un mode de raideur à l'autre en pinçant le bout du doigt pour engager la barre interne dans le clips.



Figure 6.7 Améliorations successives des prototypes de doigt

Expérimentations menées sur le type de clips

Comme dit précédemment, pour passer facilement d'un mode de raideur à l'autre, un clips sur la barre interne a été mis en place. Il a fallu déterminer la meilleure forme de clips permettant d'obtenir un bon compromis entre force d'attache et facilité d'emboîtement. Pour cela, un prototype imprimé en 3D représenté sur la Figure 6.8 comportant plusieurs formes de clips a été réalisé permettant de tester les forces d'attache et de déterminer la meilleur forme. La sélection du clips pour le doigt a été faite de façon expérimentale en essayant de clipser-déclipser à la main.



Figure 6.8 Prototype de clips

Première technique utilisée pour changer de mode de raideur

Pour changer le mode de raideur du doigt plusieurs techniques ont été envisagées. Dans un but de polyvalence, il était recherché que le passage puisse se réaliser facilement sans outils et que le manipulateur sur lequel la pince est fixée ait la capacité de réaliser ce changement de façon autonome en paramétrant une suite de mouvements.

Sur la Figure 6.9 est représentée une première façon imaginée, différente de celle décrite dans l'article pour passer d'un mode de raideur à l'autre. Avec cette technique, pour clipser la membrure interne, le doigt est glissé entre les deux mâchoires d'un étau permettant de pincer le bout du doigt. Ensuite, pour déclipser la barre interne, une tige fixée à l'étau est tout d'abord introduite entre la membrure interne et la face avant du doigt. Puis un mouvement du bras robotique réalise le déclips.

Toutefois, cette technique impliquait d'avoir un plan de travail fixe à proximité du robot rendant la position de celui-ci difficilement modifiable. Pour contrer cela, un nouveau support de doigt a été conçu comportant une partie pouvant clipser et déclipser la membrure interne (Voir Figure 5.15). La procédure de clips pour cette nouvelle version améliorée est celle décrite dans l'article.

Deuxième technique utilisée pour changer de mode de raideur

Pour être totalement autonome, le robot a été programmé pour venir enclencher de façon autonome le clips d'un doigt avec la pince de l'autre bras. Cette technique a pu être mise en place seulement après la désactivation du mode anticollision sur les deux bras du robot. En effet, en ne désactivant pas ce mode les bras du robot se repoussent pour éviter la collision entre eux et le clips n'est pas possible. Pour désactiver l'anticollision il suffit de lancer dans une fenêtre terminal la commande :

 $rostopicpub - r10/robot/limb/right/suppress_collision_avoidancestd_msgs/Empty$




(a) Clips de la barre interne (étape #1)



(b) Clips de la barre interne (étape #2)



(c) Dé-clips de la barre interne (étape #1)



(d) Dé-clips de la barre interne (étape #2)

Figure 6.9 Première façon de clipser et déclipser la barre interne du doigt avec l'utilisation d'un étau

et dans une autre fenêtre, la commande :

 $rostopicpub - r10/robot/limb/left/suppress_collision_avoidance\ std_msgs/Empty$ Ensuite on peut lancer le programme permettant de clipser et déclipser la barre interne avec la pince de l'autre bras comme représenté sur la Figure 6.10



(a) Clips de la barre interne (Le bout du doigt est pincé par les doigts de l'autre bras)



(b) Dé-clips de la barre interne (étape #1). Un doigt de l'autre bras est glissé entre la face avant et la barre interne



(c) Dé-clips de la barre interne (étape #2). Ce doigt est tourné pour pousser la membrure avant et déclipser la barre interne

Figure 6.10 Clips et dé-clips de la barre interne sur le robot Baxter

Vidéo de présentation du doigt proposé

Dans le but de montrer de façon concrète le doigt proposé, une vidéo accessible via ce lien : https://youtu.be/d12y1u8z46E a été réalisée. Cette vidéo a été jointe à la soumission de l'article. On y retrouve pour commencer une partie présentation de l'architecture, suivie de l'introduction de la technique du clips et de la caractérisation du doigt sur banc d'essai. Dans un second temps, on s'intéresse aux expérimentations menées sur le robot Baxter, c'est-à-dire les tests de saisie réalisés sur tout un ensemble d'objets tirés du challenge Amazon Picking de 2016 [115] et également la procédure pour passer d'un mode de raideur à l'autre.

Pour se rendre compte de la variation de raideur du doigt en mode faible et haute raideur, une expérience simple extraite de la vidéo et représentée sur la Figure 6.11 a été réalisée. Elle consiste à appliquer une force de 10 N au centre de la face avant du doigt (au croisement des deux premières phalanges) et de comparer la déformée du doigt dans ses deux modes de raideur. Sur la Figure 6.11c, on remarque dès lors que l'englobement est bien supérieur avec le mode faible-raideur qu'avec le mode haute-raideur et de ce fait que le doigt et beaucoup plus déformé dans le premier mode, signifiant donc une plus faible raideur. On a donc sur le prototype deux modes de saisie, un premier pour une saisie délicate et avec des forces de contact réparties et un second plus raide avec un plus faible englobement de l'objet saisi parfait pour les objets massifs et lourds.



(a) Appui d'une force de 10N en mode faible-raideur (barre interne déclenchée)



(b) Appui d'une force de 10N en mode haute-raideur (barre interne enclenchée)



(c) Comparaison de la déformée

Figure 6.11 Fléchissement du doigt dans les deux modes de raideur pour une même force d'appui de $10~\mathrm{N}$

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

A travers ces deux articles, des avantages et des inconvénients à l'utilisation de mécanismes compliants ont pu être identifiés. Pour résumer, ceux-ci sont bon marché, facilement manufacturables, compacts et robustes ce qui permet leur utilisation dans des environnements difficiles comportant poussières, eau, saletés. Ces mécanismes sont largement utilisés aujourd'hui dans toutes sortes de petits objets manufacturés [15] rendant leur fabrication plus rapide et moins coûteuse. De plus, leur capacité à absorber les forces en cas de choc réduisant de ce fait le risque de dommages sur les éléments extérieurs en font des mécanismes privilégiés pour une utilisation dans le domaine de la robotique. En effet, les robots étant amenés à évoluer dans des milieux variables en contact avec des humains ou d'autres robots, l'utilisation de pièces souples permet d'atténuer les conséquences d'une possible collision et donc de réduire les mesures de sécurité à mettre en place lors de l'utilisation du robot. Il existe cependant des inconvénients inhérents aux mécanismes compliants comme par exemple le fait que leur modélisation soit plus complexe par rapport aux mécanismes classiques et également le fait qu'il faille une force appliquée non-nulle pour maintenir le mécanisme dans une position différente de celle initiale. Toutefois, ce travail de recherche a montré comment à travers une modélisation et une optimisation ce dernier inconvénient peut être transformé en avantage. En effet, à la manière de Kovac et al., utilisant la compression d'un ressort pour réaliser un robot efficace en terme de distribution de puissance, très léger réalisant des petits bonds. Les liaisons compliantes ont dans ce travail de recherche été utilisées pour remplacer les ressorts normalement présents pour dans un premier cas sur la patte robotique, garder l'efficacité en puissance apportée par ceux-ci et dans l'autre cas sur le doigt robotique, contraindre les degrés de liberté non-actionnés.

Une autre discussion sur la dépendance entre l'optimisation en puissance et l'optimisation en coût du transport (efficacité énergétique) [81] de la patte peut également être réalisée. Ces deux optimisations biens qu'elles soient différentes sont liées. Au cours de ce mémoire seule une optimisation en puissance de la patte de Klann a été réalisée, celle-ci est toutefois le premier pas vers une efficacité énergétique. En effet, le fait d'avoir une demande en puissance non-constante avec des pics importants au cours d'un cycle de pas, implique de placer des moteurs imposants capables de délivrer une forte puissance sur un cours instant, la masse du robot est alors augmentée et le coût du transport l'est également. Or dans la version optimisée de la patte de Klann, il a été analysé que ces pics étaient fortement réduits, cela permet du fait de placer des moteurs avec une plus faible puissance réduisant la masse totale du robot. Le coût du transport est donc réduit et l'efficacité énergétique globale est améliorée.

L'ensemble de ce travail de recherche s'appuie sur la modélisation des liaisons pivots compliantes introduite par Howell en 2001, elle consiste à les modéliser par des liaisons pivots parfaites couplées en parallèle avec des ressorts. Il existe toutefois des alternatives à cette modélisation qui sont les solutions par intégrales elliptiques [18], par algorithme de chaîne [19] ou encore par le calcul d'éléments finis. Toutefois la technique de Howell utilisée dans ce travail a déjà fait ses preuves et est souvent qualifiée de plus simple et efficace [117, 118].

Enfin, une discussion peut également être entreprise sur la technique d'optimisation utilisée dans les deux articles, basée sur l'utilisation d'un algorithme génétique. En effet, cette technique d'optimisation est l'une des plus simple et efficace à mettre en place lorsqu'un problème d'optimisation à plusieurs variables se pose. Elle permet d'obtenir des minimums globaux de façon très stable pour des problèmes d'optimisation non-linéaires là où d'autre algorithmes d'optimisation peuvent être mis en défaut Toutefois, le temps de calcul s'est avéré assez important surtout pour le doigt compliant où il faut d'abord calculer pour chaque version la position d'équilibre de saisie du cylindre ensuite réaliser des petits déplacements permettant de tracer l'ellipse des forces dans le plan, l'identifier et en déduire la matrice de raideur. Le processus est à répéter sur l'ensemble des individus d'une population ce qui prend un temps assez important. Un solution pour réduire ce temps pourrait être l'utilisation d'une autre technique d'optimisation par exemple l'utilisation d'un algorithme de "Shuffled frog leaping" [119] diminuant le nombre de calculs par génération pour augmenter l'efficacité de l'optimisation. Selon Elbeltagi et al. l'utilisation d'une telle technique pourrait réduire de plus de 1000 fois le temps de calcul.

CHAPITRE 8 CONCLUSION

Ce travail de recherche s'inscrit dans la lignée des travaux déjà réalisés au sein du Laboratoire de robotique de l'École Polytechnique de Montréal où sont entre autres étudiés les mécanismes compliants, les pattes robotiques et les doigts sous-actionnés. Il permet d'améliorer la connaissance vis-à-vis de l'optimisation génétique appliquée à la robotique à travers des systèmes existants faisant partie du domaine d'expertise du Laboratoire. Le travail de recherche s'est articulé autour de deux optimisations de systèmes compliants. Une première optimisation a été menée sur une version compliante de la patte de Klann où la puissance développée sur un cycle de pas en était le sujet. Par la suite, une deuxième optimisation cette fois ci sur la raideur variable d'un doigt robotique sous-actionné compliant a été menée dans le but d'obtenir un doigt polyvalent pouvant s'adapter aux fragilités des objets saisis.

8.1 Synthèse des travaux

Dans la première partie, portant sur l'optimisation en terme de puissance d'une version compliante de la patte de Klann, plusieurs contributions ont été réalisées. Tout d'abord un modèle cinétostatique de la patte a été développé par la théorie des visseurs plans, permettant l'analyse complète de ses mobilités, de ses singularités et de sa relation force-déplacement. Par la suite, une optimisation en puissance a été menée permettant d'appliquer de façon concrète une optimisation génétique classique à un système articulé compliant complexe. Enfin, la validation de l'ensemble des parties et de l'efficacité en terme de distribution de puissance sur un cycle de pas a été réalisée par l'expérimentation sur prototype. Les résultats ont été très prometteurs, l'optimisation réalisée permettant de réduire de 52.5% l'amplitude maximale du courant et de réduire de 2.5 fois l'écart-type par rapport à une version classique de patte de Klann. Par la suite, une mise en situation concrète de la patte a pu être faite avec la création d'un robot à quatre pattes.

Dans la seconde partie, traitant de l'optimisation d'un doigt sous-actionné compliant avec deux modes de raideurs accessibles par re-configuration géométrique. Les contributions sont similaires à celles auparavant avec pour commencer, la création d'un modèle cinétostatique complet du doigt d'inspiration géométrique dérivant des doigts à *Fin Ray Effect* (FRE). Suivi de l'introduction d'un modèle pseudo-rigide, permettant de calculer les relations forcesdéplacements, et de ce fait la raideur du doigt. S'est ensuivie une optimisation géométrique maximisant le ratio des raideurs des deux versions, avec et sans barre interne enclenchée. Enfin un prototype de la version optimisée a été conçu permettant de mener des expérimentations sur banc d'essais et également sur le robot Baxter. Les résultats obtenus montrent la grande polyvalence du doigt optimisé avec un ratio entre les deux modes de raideur de l'ordre de 4.5.

8.2 Limitations et possibilités d'améliorations futures de la solution proposée

Pour les deux parties, des limitations et des possibilités d'amélioration sur les solutions proposées peuvent être relevées. Tout d'abord une première limitation se trouve sur le critère d'optimisation. En effet, pour les deux optimisations celui-ci a été construit de façon personnelle pour répondre à un besoin donné. Dans le cas de la patte robotique par exemple, le critère final a été construit par la multiplication de plusieurs sous-critères caractérisant chacun un aspect souhaité du mécanisme à optimiser. Un travail d'optimisation futur pourrait alors être de représenter l'influence de chacun de ces sous-critères sur un diagramme de Pareto, le tout pour permettre de différencier leurs poids dans la géométrie finale optimisée de la patte. Un autre travail intéressant à réaliser pourrait être la comparaison entre le mécanisme optimisé concu et le mécanisme de Klann original sur la base des critères d'optimisation définis. Également, sur le robot quadrupède introduit dans la section traitant des résultats complémentaires, un retour en position des quatre moteurs pourrait être envisagé. Il permettrait d'asservir la position des pattes l'une vis-à-vis des autres pour avoir une démarche du robot équilibrée et stable. Ce retour en position pourrait être fait de différentes manières, comme par exemple en ajoutant un capteur de position aux moteurs ou en plaçant un capteur à effet Hall dans le châssis du robot pour déterminer la position des pattes.

Sur la partie traitant du doigt compliant sous-actionné à deux modes de raideur, une version à compliance distribuée pourrait être imaginée. Elle permettrait de rendre le doigt encore plus polyvalent en améliorant encore la répartition des forces de contact sur les objets saisis. Pour faire cela, le choix pourrait être fait de partir d'une version similaire à celle introduite par Birglen (2019), représentée sur la Figure 2.3a où la face avant du doigt a une compliance distribuée sur toute sa surface. Un travail futur serait alors de proposer un nouveau modèle permettant de calculer ces nouvelles forces de contact. Pour cela une méthode de calcul par éléments finis pourrait être envisagée à la manière de celle présentée par Shan et Birglen (2020). Également, un travail de comparaison entre le doigt optimisé conçu et des doigts existant à haute et faible raideurs pourrait être réalisé dans le but de s'assurer que le prototype soit bien polyvalent et qu'il puisse remplacer un doigt à faible raideur, comme un doigt à haute raideur. Une autre amélioration pourrait être réalisée dans le but de faciliter le changement de mode de raideur sur le doigt conçu. Un électro-aimant permettant de clipser et dé-clipser la barre interne pourrait être rajouté au mécanisme de telle sorte à passer d'un mode de raideur à l'autre par l'application d'un courant et donc de faciliter et de rendre plus rapide le changement du mode de raideur sans avoir besoin d'utiliser l'une des deux méthodes décrites dans ce mémoire.

RÉFÉRENCES

- R. D. Pechstedt et D. A. Jackson, "Design of a compliant-cylinder-type fiber-optic accelerometer : theory and experiment," *Applied optics*, vol. 34, n^o. 16, p. 3009–3017, 1995.
- [2] R. Balasubramanian et V. J. Santos, The human hand as an inspiration for robot hand development. Springer, 2014, vol. 95.
- [3] L. Tian *et al.*, "Design of a single-material complex structure anthropomorphic robotic hand," *Micromachines*, vol. 12, n^o. 9, p. 1124, 2021.
- [4] L. Blanc, A. Delchambre, et P. Lambert, "Flexible medical devices : Review of controllable stiffness solutions," dans *Actuators*, vol. 6, nº. 3. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2017, p. 23.
- [5] Z. A. Ali et X. Li, "Modeling and controlling of quadrotor aerial vehicle equipped with a gripper," *Measurement and Control*, vol. 52, n^o. 5-6, p. 577–587, 2019.
- [6] T. Laliberte, L. Birglen, et C. Gosselin, "Underactuation in robotic grasping hands," Machine Intelligence & Robotic Control, vol. 4, nº. 3, p. 1–11, 2002.
- [7] R. Tedrake et al., "Actuating a simple 3d passive dynamic walker," dans IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004, vol. 5. IEEE, 2004, p. 4656–4661.
- [8] S. H. Collins, M. Wisse, et A. Ruina, "A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 20, n^o. 7, p. 607–615, 2001.
- [9] T. Narukawa et al., "A simple 3d straight-legged passive walker with flat feet and ankle springs," dans 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2008, p. 2952–2957.
- [10] S. Suzuki et al., "Biped walking robot control with passive walker model by new vsc servo," dans Proceedings of the 2001 American Control Conference. (Cat. No. 01CH37148), vol. 1. IEEE, 2001, p. 107–112.
- [11] B. Roy et H. H. Asada, "Dynamics and control of a gravity-assisted underactuated robot arm for assembly operations inside an aircraft wing-box," dans *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2006. ICRA 2006. IEEE, 2006, p. 701–706.

- [12] Q. Wang et al., "An underactuated robotic arm based on differential gears for capturing moving targets : Analysis and design," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 8, n^o. 4, 2016.
- [13] A. De Luca et G. Oriolo, "Motion planning and trajectory control of an underactuated three-link robot via dynamic feedback linearization," dans Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065), vol. 3. IEEE, 2000, p. 2789–2795.
- [14] L. Howell, *Compliant Mechanisms*, ser. A Wiley-Interscience publication. Wiley, 2001.
- [15] L. Tang, Y. Chen, et X. He, "Multi-material compliant mechanism design and haptic evaluation," Virtual and Physical Prototyping, vol. 2, no. 3, p. 155–160, 2007.
- [16] M. Doria et L. Birglen, "Design of an Underactuated Compliant Gripper for Surgery Using Nitinol," *Journal of Medical Devices*, vol. 3, nº. 1, 03 2009, 011007. [Online]. Available : https://doi.org/10.1115/1.3089249
- [17] L. Birglen, "Mechanical finger for grasping apparatus," mai 7 2019, uS Patent 10,279,484.
- [18] K. Mattiasson, "Numerical results from large deflection beam and frame problems analysed by means of elliptic integrals," *International journal for numerical methods* in engineering, vol. 17, n^o. 1, p. 145–153, 1981.
- [19] T. C. Hill et A. Midha, "A Graphical, User-Driven Newton-Raphson Technique for Use in the Analysis and Design of Compliant Mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, vol. 112, nº. 1, p. 123–130, 03 1990. [Online]. Available : https://doi.org/10.1115/1.2912569
- [20] P. A. Halverson, A. E. Bowden, et L. L. Howell, "A Pseudo-Rigid-Body Model of the Human Spine to Predict Implant-Induced Changes on Motion," *Journal* of Mechanisms and Robotics, vol. 3, n^o. 4, 10 2011, 041008. [Online]. Available : https://doi.org/10.1115/1.4004896
- [21] C. A. Mattson, L. L. Howell, et S. P. Magleby, "Development of commercially viable compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model : case studies of parallel mechanisms," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 15, n^o. 3, p. 195–202, 2004.
- [22] D. Zhang et al., "Development of a monolithic compliant spca-driven micro-gripper," Mechatronics, vol. 25, p. 37–43, 2015.
- [23] H. Wang et X. Zhang, "Input coupling analysis and optimal design of a 3-dof compliant micro-positioning stage," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 43, n^o. 4,

p. 400–410, 2008. [Online]. Available : https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X07000651

- [24] S. Jagtap, B. Deshmukh, et S. Pardeshi, "Applications of compliant mechanism in today's world–a review," dans *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 1969, n^o. 1. IOP Publishing, 2021, p. 012013.
- [25] D. Fedorov, "Conception de systèmes mécaniques auto-adaptatifs pour la locomotion," Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2019.
- [26] M. M. Plecnik et J. M. McCarthy, "Design of stephenson linkages that guide a point along a specified trajectory," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 96, p. 38–51, 2016.
- [27] J. C. Klann, "Walking device," 2001.
- [28] S. Nansai *et al.*, "On a jansen leg with multiple gait patterns for reconfigurable walking platforms," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 7, nº. 3, p. 1687814015573824, 2015.
- [29] J. K. Sheba *et al.*, "Synthesizing reconfigurable foot traces using a klann mechanism," *Robotica*, vol. 35, n^o. 1, p. 189–205, 2017.
- [30] M. Plecnik, K. Fearing, et R. S. Fearing, "Adjustable power modulation for a leg mechanism suitable for running," dans 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2019, p. 9137–9142.
- [31] D. Fedorov et L. Birglen, "Design of a self-adaptive robotic leg using a triggered compliant element," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 2, nº. 3, p. 1444–1451, 2017.
- [32] B. Miripour Fard *et al.*, "Design and fabrication of a minesweeper spider robot based on the klann mechanism," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 15, nº. 4, p. 321–330, 2015.
- [33] M. Hutter et al., "Anymal-a highly mobile and dynamic quadrupedal robot," dans 2016 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS). IEEE, 2016, p. 38–44.
- [34] S. Seok et al., "Design principles for highly efficient quadrupeds and implementation on the mit cheetah robot," dans 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2013, p. 3307–3312.
- [35] H. Zhuang et al., "A review of heavy-duty legged robots," Science China Technological Sciences, vol. 57, nº. 2, p. 298–314, 2014.
- [36] S. Kim et P. M. Wensing, *Design of Dynamic Legged Robots*. Now Publishers, 2017.

- [37] J. Burdick et P. Fiorini, "Minimalist jumping robots for celestial exploration," The International Journal of Robotics Research, vol. 22, nº. 7-8, p. 653–674, 2003.
- [38] U. Scarfogliero, C. Stefanini, et P. Dario, "Design and development of the long-jumping "grillo" mini robot," dans Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007, p. 467–472.
- [39] M. Kovac et al., "A miniature 7g jumping robot," dans 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008, p. 373–378.
- [40] D. W. Haldane *et al.*, "Robotic vertical jumping agility via series-elastic power modulation," *Science Robotics*, vol. 1, n^o. 1, p. eaag2048, 2016.
- [41] M. M. Plecnik et al., "Design Exploration and Kinematic Tuning of a Power Modulating Jumping Monopod," Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 9, no. 1, 12 2016, 011009.
- [42] F. Nan, H. Kolvenbach, et M. Hutter, "A reconfigurable leg for walking robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021.
- [43] A. M. Hoover, "Design of minimally actuated legged milli-robots using compliant mechanisms and folding," Thèse de doctorat, UC Berkeley, 2010.
- [44] V. Megaro et al., "A computational design tool for compliant mechanisms." ACM Trans. Graph., vol. 36, nº. 4, p. 82–1, 2017.
- [45] A. Bouton, C. Grand, et F. Benamar, "Motion control of a compliant wheel-leg robot for rough terrain crossing," dans 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016, p. 2846–2851.
- [46] R. Alexander et al., "Three uses for springs in legged locomotion," International Journal of Robotics Research, vol. 9, nº. 2, p. 53–61, 1990.
- [47] R. M. Alexander, "Tendon elasticity and muscle function," Comparative biochemistry and physiology part a : Molecular & integrative physiology, vol. 133, nº. 4, p. 1001–1011, 2002.
- [48] J. Zhang et al., "Crab-inspired compliant leg design method for adaptive locomotion of a multi-legged robot," *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 17, no. 2, p. 025001, 2022.
- [49] G.-P. Jung et al., "Role of compliant leg in the flea-inspired jumping mechanism," dans 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2014, p. 315–320.
- [50] R. Blickhan, "The spring-mass model for running and hopping," Journal of biomechanics, vol. 22, n^o. 11-12, p. 1217–1227, 1989.

- [51] A. Spröwitz *et al.*, "Towards dynamic trot gait locomotion : Design, control, and experiments with cheetah-cub, a compliant quadruped robot," *The International Journal* of Robotics Research, vol. 32, n^o. 8, p. 932–950, 2013.
- [52] J. C. Spagna *et al.*, "Distributed mechanical feedback in arthropods and robots simplifies control of rapid running on challenging terrain," *Bioinspiration & biomimetics*, vol. 2, nº. 1, p. 9, 2007.
- [53] D. M. Dudek et R. J. Full, "Passive mechanical properties of legs from running insects," *Journal of Experimental Biology*, vol. 209, nº. 8, p. 1502–1515, 2006.
- [54] T. Kubow et R. Full, "The role of the mechanical system in control : a hypothesis of self-stabilization in hexapedal runners," *Philosophical Transactions of the Royal Society* of London. Series B : Biological Sciences, vol. 354, nº. 1385, p. 849–861, 1999.
- [55] S. Hirose et Y. Umetani, "The development of soft gripper for the versatile robot hand," Mechanism and machine theory, vol. 13, n^o. 3, p. 351–359, 1978.
- [56] K. Hoshino et I. Kawabuchi, "Pinching with finger tips in humanoid robot hand," dans ICAR'05. Proceedings., 12th International Conference on Advanced Robotics, 2005. IEEE, 2005, p. 705–712.
- [57] L. Birglen, T. Laliberté, et C. M. Gosselin, Underactuated robotic hands. Springer, 2007, vol. 40.
- [58] M. C. Carrozza *et al.*, "A cosmetic prosthetic hand with tendon driven under-actuated mechanism and compliant joints : ongoing research and preliminary results," dans *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2005, p. 2661–2666.
- [59] A. Dollar et R. Howe, "A robust compliant grasper via shape deposition manufacturing," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 11, nº. 2, p. 154–161, 2006.
- [60] H. Khakpour et L. Birglen, "Numerical analysis of the grasp configuration of a planar 3-dof linkage-driven underactuated finger," *Journal of computational and nonlinear dynamics*, vol. 8, n^o. 2, 2013.
- [61] L. Birglen, "Enhancing versatility and safety of industrial grippers with adaptive robotic fingers," dans 2015 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS). IEEE, 2015, p. 2911–2916.
- [62] X. Shan et L. Birglen, "Modeling and analysis of soft robotic fingers using the fin ray effect," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 39, n°. 14, p. 1686–1705, 2020.
- [63] Y. Hao et al., "Universal soft pneumatic robotic gripper with variable effective length," dans 2016 35th Chinese control conference (CCC). IEEE, 2016, p. 6109–6114.

- [64] E. Knoop et al., "Handshakiness : Benchmarking for human-robot hand interactions," dans 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2017, p. 4982–4989.
- [65] Y.-J. Kim *et al.*, "A stiffness-adjustable hyperredundant manipulator using a variable neutral-line mechanism for minimally invasive surgery," *IEEE transactions on robotics*, vol. 30, n°. 2, p. 382–395, 2013.
- [66] R. Wood et C. Walsh, "Smaller, softer, safer, smarter robots," p. 210ed19–210ed19, 2013.
- [67] M. Manti, V. Cacucciolo, et M. Cianchetti, "Stiffening in soft robotics : A review of the state of the art," *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 23, nº. 3, p. 93–106, 2016.
- [68] P. R. Kuppens, "Energy invariant mechanisms," Thèse de doctorat, Delft University of Technology, 2021.
- [69] S. Wolf et G. Hirzinger, "A new variable stiffness design : Matching requirements of the next robot generation," dans 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2008, p. 1741–1746.
- [70] S. Wolf et al., "Variable stiffness actuators : Review on design and components," IEEE/ASME transactions on mechatronics, vol. 21, nº. 5, p. 2418–2430, 2015.
- [71] D. Petković et al., "Adaptive neuro fuzzy controller for adaptive compliant robotic gripper," Expert Systems with Applications, vol. 39, nº. 18, p. 13295–13304, 2012.
- [72] J. R. Amend *et al.*, "A positive pressure universal gripper based on the jamming of granular material," *IEEE transactions on robotics*, vol. 28, n^o. 2, p. 341–350, 2012.
- [73] M. Cox et al., "Self-organized magnetic particles to tune the mechanical behavior of a granular system," EPL (Europhysics Letters), vol. 115, nº. 6, p. 64003, 2016.
- [74] T. Nishida, Y. Okatani, et K. Tadakuma, "Development of universal robot gripper using mr α fluid," *International journal of humanoid robotics*, vol. 13, n^o. 04, p. 1650017, 2016.
- [75] W. Shan et al., "Thermal analysis and design of a multi-layered rigidity tunable composite," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 66, p. 271–278, 2013.
- [76] M. Liu et al., "A novel design of shape-memory alloy-based soft robotic gripper with variable stiffness," *International journal of advanced robotic systems*, vol. 17, n°. 1, p. 1729881420907813, 2020.
- [77] X. Li et al., "A variable stiffness robotic gripper based on structure-controlled principle," *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 15, nº. 3, p. 1104–1113, 2017.

- [78] K. Chandrasekaran, A. Somayaji, et A. Thondiyath, "A novel design for a compliant mechanism based variable stiffness grasper through structure modulation," *Journal of Medical Devices*, vol. 15, n^o. 1, 2021.
- [79] Y. She et al., "Design and prototype of a tunable stiffness arm for safe human-robot interaction," dans International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, vol. 50169. American Society of Mechanical Engineers, 2016, p. V05BT07A063.
- [80] P. Kuppens et al., "Compliant mechanisms that use static balancing to achieve dramatically different states of stiffness," Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 13, n^o. 2, 2021.
- [81] M. Chadwick *et al.*, "Vitruvio : An open-source leg design optimization toolbox for walking robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, n^o. 4, p. 6318–6325, 2020.
- [82] G. Pratt et M. Williamson, "Series elastic actuators," dans Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots, vol. 1, 1995, p. 399–406 vol.1.
- [83] N. G. Tsagarakis, I. Sardellitti, et D. G. Caldwell, "A new variable stiffness actuator (compact-vsa): Design and modelling," dans 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011, p. 378–383.
- [84] B. Vanderborght et al., "Variable impedance actuators : A review," Robotics and Autonomous Systems, vol. 61, nº. 12, p. 1601–1614, 2013.
- [85] S. Seok et al., "Design principles for energy-efficient legged locomotion and implementation on the mit cheetah robot," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, n^o. 3, p. 1117–1129, 2015.
- [86] U. Saranli, M. Buehler, et D. E. Koditschek, "Rhex : A simple and highly mobile hexapod robot," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 20, n^o. 7, p. 616–631, 2001.
- [87] J. G. Cham et al., "Fast and robust : Hexapedal robots via shape deposition manufacturing," The International Journal of Robotics Research, vol. 21, nº. 10-11, p. 869–882, 2002.
- [88] R. Arjunraj et al., "Fabrication of six legged kinematic moving mechanism," South Asian Journal of Engineering and Technology Volume, no. 2, p. 83–96, 2016.
- [89] F. MohdIsharudden *et al.*, "Design and prototyping of a motorized legged robot with klann linkage mechanism," *International Journal*, vol. 8, n^o. 5, 2020.

- [90] I. A. Bonev, D. Zlatanov, et C. M. Gosselin, "Singularity Analysis of 3-DOF Planar Parallel Mechanisms via Screw Theory," *Journal of Mechanical Design*, vol. 125, n^o. 3, p. 573–581, 09 2003.
- [91] J. M. Selig, *Geometric fundamentals of robotics*. Springer, 2005, vol. 128.
- [92] C. Gosselin, J. Angeles et al., "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains." IEEE transactions on robotics and automation, vol. 6, nº. 3, p. 281–290, 1990.
- [93] A. Mohammadi *et al.*, "A practical 3d-printed soft robotic prosthetic hand with multiarticulating capabilities," *PloS one*, vol. 15, nº. 5, p. e0232766, 2020.
- [94] D. Fedorov et L. Birglen, "Geometric optimization of a self-adaptive robotic leg," Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, vol. 42, n°. 1, p. 49–60, 2018.
- [95] N. Mouazé et L. Birglen, "Bistable compliant underactuated gripper for the gentle grasp of soft objects," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 170, p. 104676, 2022.
- [96] L. Birglen et T. Schlicht, "A statistical review of industrial robotic grippers," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 49, p. 88–97, 2018.
- [97] R. Liang et al., "Developing of a rigid-compliant finger joint exoskeleton using topology optimization method," dans 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021, p. 10499–10504.
- [98] Y. Li et al., "Design and analysis of a novel lightweight, versatile soft-rigid robot," dans 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2021, p. 11871–11877.
- [99] O. Pfaff et al., "Application of fin ray effect approach for production process automation," Annals of DAAAM & Proceedings, vol. 22, nº. 1, p. 1247–1249, 2011.
- [100] R. Bannasch et L. Kniese, "Manipulator tool and holding and/or expanding tool with at least one manipulator tool," déc. 18 2012, uS Patent 8,333,417.
- [101] C. Armanini *et al.*, "Discrete cosserat approach for closed-chain soft robots : Application to the fin-ray finger," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 37, nº. 6, p. 2083–2098, 2021.
- [102] S. Liu et al., "A two-finger soft-robotic gripper with enveloping and pinching grasping modes," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 26, nº. 1, p. 146–155, 2020.
- [103] M. Xie *et al.*, "Flexible self-powered multifunctional sensor for stiffness-tunable soft robotic gripper by multimaterial 3d printing," *Nano Energy*, vol. 79, p. 105438, 2021.
- [104] D. D. Arachchige et al., "A novel variable stiffness soft robotic gripper," dans 2021 IEEE 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE). IEEE, 2021, p. 2222–2227.

- [105] M. Cianchetti et al., "Stiff-flop surgical manipulator : Mechanical design and experimental characterization of the single module," dans 2013 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems. IEEE, 2013, p. 3576–3581.
- [106] E. Brown et al., "Universal robotic gripper based on the jamming of granular material," Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 107, nº. 44, p. 18809–18814, 2010.
- [107] M. Cianchetti *et al.*, "Soft robotics technologies to address shortcomings in today's minimally invasive surgery : The stiff-flop approach," *Soft Robotics*, vol. 1, n^o. 2, p. 122–131, 2014. [Online]. Available : https://doi.org/10.1089/soro.2014.0001
- [108] B. M. S. T. Report, Snap-Fit Joints for Plastics a design guide. Bayer Material Science Technical Report, 2010.
- [109] B. Raucent, C. Nederlandt, et D. Johnson, "Plastic snapfit fastener design," The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 14, nº. 3, p. 185–198, 1998.
- [110] R. L. Norton, Design of machinery : an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines. McGraw-Hill/Higher Education, 2008.
- [111] J. Selig, "Synthesis of planar stiffness," dans IMA Conference on Mathematics of Robotics. Springer, 2020, p. 25–36.
- [112] H. P. Gavin, "Mathematical properties of stiffness matrices," Lecture notes for Matrix Structural Analysis, CEE421L, Department of Civil and Environmental Engineering, Duke University, vol. 2, p. 1–6, 2006.
- [113] C. Gosselin et al., "Stiffness mapping for parallel manipulators," IEEE transactions on Robotics and Automation, vol. 6, nº. 3, p. 377–382, 1990.
- [114] H. Dong et al., "Enabling grasp action : Generalized quality evaluation of grasp stability via contact stiffness from contact mechanics insight," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 134, p. 625–644, 2019.
- [115] N. Correll et al., "Analysis and observations from the first amazon picking challenge," IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 15, nº. 1, p. 172–188, 2016.
- [116] C. Gosselin, J. Angeles et al., "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains." IEEE transactions on robotics and automation, vol. 6, nº. 3, p. 281–290, 1990.
- [117] S. G. Bapat, On the design and analysis of compliant mechanisms using the pseudorigid-body model concept. Missouri University of Science and Technology, 2015.
- [118] A. Midha *et al.*, "A method for a more accurate calculation of the stiffness coefficient in a pseudo-rigid-body model (prbm) of a fixed-free beam subjected to end forces,"

dans International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, vol. 46360. American Society of Mechanical Engineers, 2014, p. V05AT08A045.

- [119] M. Eusuff, K. Lansey, et F. Pasha, "Shuffled frog-leaping algorithm : a memetic metaheuristic for discrete optimization," *Engineering optimization*, vol. 38, n^o. 2, p. 129–154, 2006.
- [120] E. Elbeltagi, T. Hegazy, et D. Grierson, "Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms," Advanced engineering informatics, vol. 19, nº. 1, p. 43–53, 2005.

ANNEXE A COEFFICIENTS CINÉMATIQUES

Par dérivation des équations géométriques :

$$S = \frac{\delta\theta_D}{\delta\theta_O} = \frac{\delta\psi}{\delta\theta_O} - \frac{\delta\theta_A}{\delta\theta_O}$$
(A.1)

avec

$$\frac{\delta\psi}{\delta\theta_O} = \frac{l_1}{l_3} \left(\frac{\sin\theta_O - \tan\theta_A \cos\theta_O}{\tan\theta_A \cos\psi - \sin\psi} \right) \tag{A.2}$$

 et

$$\frac{\delta\theta_A}{\delta\theta_O} = \frac{l_1}{l_2} \left(\frac{\sin\theta_O - \tan\psi\cos\theta_O}{\sin\theta_A - \tan\psi\cos\theta_A} \right). \tag{A.3}$$

Le deuxième coefficient cinématique est :

$$T = \frac{\delta\theta_E}{\delta\theta_O} = ((\mathbf{AF})^{-1}\boldsymbol{b})^T \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} - \frac{\delta\theta_B}{\delta\theta_O}.$$
 (A.4)

En utilisant la vitesse au point E :

$$\boldsymbol{\xi}_{E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{v}_{E} \end{bmatrix} = (\mathbf{A}\mathbf{F}_{E})^{-1}\mathbf{b}\dot{\theta}_{O}$$
(A.5)

avec

$$\mathbf{F}_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\mathbf{E}\mathbf{r}_{OE} & \mathbf{x} & \mathbf{y} \end{bmatrix}.$$
 (A.6)

La vites se linéaire \mathbf{v}_E peut ensuite être exprimée comme ce ci :

$$\mathbf{v}_E = l_{BE} \dot{\theta}_B \mathbf{E} \mathbf{s}_{BE} = \mathbf{G} (\mathbf{A} \mathbf{F}_E)^{-1} \mathbf{b} \dot{\theta}_O \tag{A.7}$$

avec

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{A.8}$$

Donc,

$$\frac{\dot{\theta}_B}{\dot{\theta}_O} = \frac{\delta\theta_B}{\delta\theta_0} = \frac{\|\mathbf{G}(\mathbf{AF}_E)^{-1}\mathbf{b}\|}{l_{BE}}$$
(A.9)

et finalement le dernier coefficient cinématique est :

$$U = \frac{\delta\theta_M}{\delta\theta_0} = ((\mathbf{AF})^{-1}\mathbf{b})^T \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} - \frac{\delta\psi}{\delta\theta_0}.$$
 (A.10)

ANNEXE B (ARTICLE 2) KINEMATIC MATRICES

$$\mathbf{A}_{1R} = \begin{bmatrix} \mathbf{Er}_{FC} & \mathbf{Er}_{EC} & \mathbf{Er}_{DC} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ \mathbf{Er}_{FI} & \mathbf{0}_{2\times4} & \mathbf{Er}_{HI} \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.1)
$$\mathbf{A}_{2R} = \begin{bmatrix} \mathbf{Er}_{FC} & \mathbf{Er}_{EC} & \mathbf{Er}_{DC} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ \mathbf{Eu} & \mathbf{Ev} & \mathbf{0}_{2\times3} & \mathbf{Er}_{JG} \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.2)

with

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}_{FJ} + \mathbf{r}_{GJ} \text{ and } \mathbf{v} = \mathbf{r}_{EJ} + \mathbf{r}_{GJ}$$
 (B.3)

$$\mathbf{A}_{1L} = \begin{bmatrix} \mathbf{Er}_{FC} & \mathbf{Er}_{EC} & \mathbf{Er}_{DC} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ \mathbf{Er}_{FG} & \mathbf{0}_{2\times4} & \mathbf{Er}_{HG} \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.4)

$$\mathbf{A}_{2L} = \begin{bmatrix} \mathbf{Er}_{FC} & \mathbf{Er}_{EC} & \mathbf{Er}_{DC} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ \mathbf{Er}_{FI} & \mathbf{Er}_{EI} & \mathbf{0}_{2\times3} & \mathbf{Er}_{JI} \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.5)

$$\mathbf{A}_{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{r}_{FC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{EC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{DC} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.6)

$$\mathbf{V}_{1R} = \mathbf{V}_{2L} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{r}_{OC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{AC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{BC} \\ \mathbf{E}\mathbf{r}_{OI} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{AI} & \mathbf{0}_{2\times 1} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(B.7)
$$\mathbf{V}_{2R} = \mathbf{V}_{1L} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{r}_{OC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{AC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{BC} \\ \mathbf{E}\mathbf{r}_{OG} & \mathbf{0}_{2\times 2} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(B.8)

$$\mathbf{V}_{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{r}_{OC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{AC} & \mathbf{E}\mathbf{r}_{BC} & \mathbf{0}_{2\times 1} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.9)

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.10)

 $\mathbf{0}_{m\times n}$ is the m-row and n-column zero matrix.