

Titre: Contributions à la modélisation hydrodynamique des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage urbain : théories et études de cas
Title:

Auteur: Mathurin Daynou
Author:

Date: 2012

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Daynou, M. (2012). Contributions à la modélisation hydrodynamique des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage urbain : théories et études de cas [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/1037/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/1037/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Musandji Fuamba
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONTRIBUTIONS À LA MODÉLISATION HYDRODYNAMIQUE DES
ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES RÉSEAUX DE DRAINAGE
URBAIN : THÉORIES ET ÉTUDES DE CAS

MATHURIN DAYNOU

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE CIVIL)

DÉCEMBRE 2012

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

CONTRIBUTIONS À LA MODÉLISATION HYDRODYNAMIQUE DES
ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES RÉSEAUX DE DRAINAGE
URBAIN : THÉORIES ET ÉTUDES DE CAS

Présentée par : DAYNOU Mathurin

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. LECLERC Guy, Ph.D., président

M. FUAMBA Musandji, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. KAHAWITA René, Ph.D., membre

M. BENNIS Saad, Ph.D., membre

DÉDICACE

Je dédie ce travail à :

*Mon **Seigneur** et **Sauveur Jésus-Christ** à qui je
remets toute la gloire de ce travail*

*Mes enfants **Olivia Marlyse, Michel Adrien** et **Alex Mattéo** afin
qu'ils comprennent que le résultat se trouve toujours au bout de
l'effort pour qui persévère...*

*Ma mère **Anne DAYNOU**, afin de justifier ses nombreux sacrifices
et prières*

*Mon épouse **Françoise Nathalie DAYNOU** comme gage de mon
amour*

*Mon Beau Père le **Docteur Njikeutchi Michel** afin
d'attester que le flambeau qu'il m'a transmis en
2001 continue de brûler ...*

*Tous ceux et à toutes celles qui **croient** au travail et à l'effort
soutenu...*

REMERCIEMENTS

La route a été longue... très longue... longue et parsemée d'embûches. Les forces m'ont souvent manqué et la maladie a été le handicap le plus redoutable de ce parcours. Le découragement m'a souvent rendu visite et j'ai passé quelques nuits en compagnie de la fatigue. Quelques fois, j'ai bien malgré moi, douté de pouvoir terminer la course. Et, lorsque le voyage semblait toucher à sa fin, la maladie a redoublé d'ardeur et j'ai bien failli terminer mon doctorat dans l'autre monde. Heureusement pour moi, les secours ont été nombreux. Beaucoup se sont donné la main dans la prière afin de dissiper les ténèbres qui semblaient s'épaissir autour de moi. Les puits de rafraîchissement et les coins de repos ont été d'un grand réconfort tout au long de ce parcours. Lorsque j'arrivais au bout de moi-même, il y a avait toujours quelqu'un pour me redonner courage, pour me remettre en selle, et m'apprendre à me dépasser. C'est donc le cœur rempli de gratitude que je rédige ces quelques mots de remerciements. Ces mots sont tellement peu de chose en comparaison à ce que j'ai reçu... Puissent-t-ils cependant exprimer combien je suis reconnaissant pour ceux et celles qui m'ont assisté tout au long de ce périple.

À mon Directeur de thèse, le professeur Musandji FUAMBA, j'exprime ma profonde gratitude pour la patience, la délicatesse, et l'encadrement dont j'ai bénéficié tout au long de mes études doctorales. Son écoute attentive, ses conseils avisés et son éclairage scientifique auront été déterminants pour l'aboutissement de ce travail. Il n'a jamais hésité à mettre à ma disposition tous les moyens nécessaires à la bonne marche de la recherche. À travers lui, mes remerciements s'adressent également à l'École Polytechnique de Montréal et à l'ensemble de son corps professoral pour la qualité exceptionnelle de la formation reçue.

Je remercie de tout cœur la Fondation de Polytechnique, le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie (CRSNG) et le Fonds de Recherche du Québec - Nature et Technologies (FRQNT) pour les bourses d'excellence qui m'ont été attribuées; ces bourses ont grandement facilité mes études. Merci également à Hydro-Québec pour son soutien financier dans le cadre de la formation des employés.

Je remercie mes compagnons de parcours Ramiro VARGAS et Samba BOUSSO qui ont été d'une aide précieuse tout au long du chemin. À Samba je souhaite un plein succès dans son cheminement vers le doctorat.

Mes remerciements s'adressent également à Hugo SANSOUCY (mon chef à Hydro-Québec), à France RIOPEL (notre adjointe administrative à Hydro-Québec), et à tous mes collègues pour leur soutien moral, matériel et/ou financier. Un merci tout spécial au Dr Leslie DOLCINE et au Dr Brou KONAN pour la relecture du manuscrit. Je remercie chaleureusement Mathieu ROY pour son aide précieuse dans la finalisation de ce travail.

À mon épouse Françoise Nathalie DAYNOU, j'exprime ici toute ma gratitude pour sa patience, son aide précieuse pendant les moments difficiles et ses prières ferventes pendant mes moments de maladie.

À ma Belle-mère Njikeutchi TÉCLA, je renouvelle mes remerciements pour sa présence chaleureuse et son assistance d'un prix inestimable pendant la maladie.

À mon Beau-père le Docteur Njikeutchi Michel, je dis merci de tout cœur pour ses multiples encouragements à persévérer dans l'effort.

À tous mes Frères et Sœurs en Christ et dans la chair, ma prière sincère est que la gloire de ce travail puisse être perçue comme une réponse du Très-Haut à vos nombreuses Prières à mon endroit. Soyez rassurés de pouvoir compter sur ma reconnaissance éternelle de l'œuvre de notre Seigneur et Sauveur Jésus-Christ, et d'être toujours disponible pour le servir partout où il voudra bien m'envoyer. Que sa Paix qui surpasse toute intelligence vous guide et vous garde.

À mes amis, Alexander ABOTSI, Roger et Faustine DOGMO, Emery Patrice et Grâce TCHOUNGUI, Léon et Kanjinga LEMBILI, Chrysostome ZANGA, je renouvelle ma gratitude pour leur appui précieux pendant mes moments de faiblesse et de vulnérabilité.

À tous ceux et à toutes celles qui d'une manière ou d'une autre ont contribué à l'aboutissement de ce travail et dont il n'a pas été nommément fait mention, j'adresse ici mes sincères remerciements.

Montréal, 26 novembre 2012

Mathurin DAYNOU

RÉSUMÉ

Le réseau d'égout est la principale infrastructure de drainage utilisée dans les villes canadiennes. Son dimensionnement suppose un régime pseudo permanent et un écoulement à surface libre. Or, les crues exceptionnelles sont généralement caractérisées par un écoulement diphasique complexe qui s'effectue tantôt à surface libre, tantôt en charge, engendrant des phénomènes particuliers tels que les coups de bélier ou l'emprisonnement d'air qui peuvent créer des défaillances hydrauliques (inondations, bris de conduites, coups de bélier, ...).

Les modèles de simulation généralement utilisés pour la conception ou la réhabilitation des réseaux de drainage urbains sont pour la plupart basés sur l'approche des fentes de Preissmann et ne représentent pas la complexité hydraulique des systèmes de drainage. Aussi, pour tester le meilleur fonctionnement d'un réseau d'assainissement urbain (RAU) existant, un modèle hydro-statistique est développé. Ce modèle permet d'évaluer la performance hydraulique du RAU en estimant son risque hydrologique de débordement. L'application de ce modèle à une étude de cas atteste que ce risque est considérable et confirme la nécessité d'une prise en compte des écoulements transitoires dans la conception et/ou la réhabilitation des RAU.

Cette thèse s'attache ensuite à développer un modèle numérique dynamique, capable de simuler les écoulements transitoires à fronts multiples dans un réseau de drainage, sans nécessairement recourir aux simplifications susceptibles de dénaturer la vraisemblance du phénomène. Pour cela, l'initiation de l'écoulement transitoire (coexistence des régimes gravitaire et pressurisés dans l'écoulement) est étudiée expérimentalement et numériquement. Le développement d'une méthode rigoureuse de calcul des conditions aux limites permet de garantir la stabilité et la continuité de la solution mathématique proposée d'une conduite à l'autre. Un algorithme de calcul robuste permet d'adapter la procédure de calcul à la condition d'écoulement qui prédomine dans la conduite. Le modèle ainsi développé est capable de simuler automatiquement la formation de l'écoulement transitoire à un ou deux fronts dans une conduite du réseau de drainage, mais aussi la formation de plusieurs fronts de transition disséminés dans le réseau de drainage.

Pour les besoins de la comparaison, un modèle numérique utilisant la technique des fentes de Preissmann et un schéma de résolution basé sur les différences finies implicites est également développé. Les deux modèles sont ensuite utilisés pour la simulation de l'écoulement dans une

zone problématique du réseau de drainage urbain de la ville de Saint-Hyacinthe. Une analyse comparative du ruissellement produit par les deux modèles pour des événements pluvieux de période de retour 10 ans, 25 ans, 50 ans, et 100 ans permet de mettre à jour les forces et les faiblesses de chacune des approches.

Mots clés : Modélisation numérique, écoulements transitoires, réseau d'assainissement urbain, approche shock-fitting, approche shock-capturing, transition, écoulements sous pression, écoulements à surface libre, vidange des canalisations, conditions aux limites, investigations de laboratoire.

ABSTRACT

Storm water system (SWS) is the main drainage infrastructure used in Canadian cities. Its design assumes steady state and free surface flow. However, during flooding events, storm sewers usually face a complex two-phase mixed flow, resulting in specific phenomena such as water hammer or trapped air that can lead to hydraulic failures (floods, breaks, geyser, ...).

Simulation models generally used for the design and rehabilitation of urban storm sewers are mostly based on the Preissmann slots approach and do not represent the hydraulic complexity of storm water system. A two-module (hydrological and statistical) method is developed to test the hydraulic performance of a SWS by determining its overflow risk. The application of the proposed method to a case study of the Nuns' Island, off the southeast shore of Montreal, has shown the necessity of taking into account transient flows in the conception of SWS. The studied SWS presents a real flooding risk, depending on the selected time period and confirms the need for including mixed flows in the design and/or the rehabilitation of storm water systems.

This thesis strives to develop a dynamic numerical model, for the multiple fronts mixed flows SWS simulation, without necessarily resorting to the simplifications that may distort the likelihood of the phenomenon. To do this, the initiation of the mixed flow (coexistence of gravity and pressurized regimes in the flow) is studied experimentally and numerically. A dynamic boundary conditions calculation method is also developed to ensure the stability and continuity of the proposed mathematical solution from one channel to the other. A robust algorithm allows for adapting the calculation procedure to the flow condition that predominates in the channel. Therefore, the developed model is able to automatically simulate the formation of a one or two fronts mixed flow in a SWS channel.

For the purpose of comparison, a Shock-Capturing based numerical model using Preissmann slots technique and a resolution scheme based on implicit finite difference is also developed. Both models are applied to a short portion of an actual storm water system in Saint-Hyacinthe city. A comparative analysis of the numerical results obtained with both models for a 10-year, 25-year, 50-year, and 100-year return period reveals the strengths and limitations of each approach. It also provides a methodology to guide decision makers in selecting the appropriate numerical method when dealing with transient flow calculations in storm water systems.

Keywords: Numerical modeling, transient flows, urban storm water system, shock-fitting model, shock-capturing model, transition, pressurized flow, free surface flows, emptying pipes, boundary conditions, laboratory investigations.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ.....	VI
ABSTRACT	VIII
TABLE DES MATIÈRES	X
LISTE DES TABLEAUX.....	XVIII
LISTE DES FIGURES.....	XIX
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XXIV
INTRODUCTION.....	1
1.1 Contexte de l'étude.....	1
1.2 Hydraulique des systèmes de drainage urbain	1
1.3 Position du problème.....	3
1.4 Énoncé des objectifs.....	3
1.5 Formulation des hypothèses et nature de la recherche.....	4
1.6 Plan de rédaction	5
CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE ET ANALYSE CRITIQUE.....	7
Résumé	7
2.1 Introduction	7
2.2 Définition et origine des écoulements transitoires	8
2.2.1 Instabilité sur fond sec.....	9
2.2.2 Instabilité de transition supercritique-subcritique	9
2.2.3 Instabilité d'écoulement transitoire.....	10
2.2.4 Instabilité pulsatoire.....	12

2.2.5	Instabilité des écoulements en charge	13
2.3	Techniques de résolution numérique courantes	14
2.3.1	Méthode des différences finies.....	14
2.3.2	Méthode des caractéristiques	15
2.3.3	Méthode des volumes finis.....	18
2.3.4	Méthode des éléments finis.	19
2.4	Classification des modèles d'écoulement transitoire	19
2.4.1	Classification à partir de la technique de calcul	19
2.4.2	Classification à partir de la formulation mathématique	21
2.5	Modèles à une seule équation.....	22
2.5.1	Modèles à fentes de Preissmann.....	23
2.5.2	L'approche par pression à deux composantes (TPA).....	24
2.6	Modèles à deux équations	26
2.6.1	Modèles dynamiques (avec suivi du front de transition)	26
2.6.2	Modèles basés sur la théorie des colonnes rigides	31
2.6.3	Modèles utilisant les volumes finis et le solveur de Riemann	35
2.7	Forces et faiblesses des modèles usuels	38
2.7.1	Modèles à Fentes de Preissmann.....	38
2.7.2	Approche à deux composantes de Pression (TPA)	40
2.7.3	Modèles avec suivi de l'interface de transition.....	40
2.7.4	Modèles à colonnes rigides	42
2.7.5	Les modèles à deux équations avec stratégie de discrétisation par volume fini et solveurs de Riemann	42
2.8	Présélection de l'approche ou du modèle approprié	43
2.9	Enjeux et perspectives	43

2.10 Conclusion.....	44
CHAPITRE 3 FRÉQUENCE DE DÉBORDEMENT ET PERFORMANCE HYDRAULIQUE DES RÉSEAUX DE DRAINAGE URBAIN	46
Résumé	46
3.1 Introduction	46
3.1.1 Hydrologie pour la conception des RAU	47
3.1.2 Hydraulique pour la conception de RAU	47
3.2 Méthodologie	49
3.3 Modèle proposé	50
3.3.1 Module hydrologique	51
3.3.2 Module statistique	52
3.4 Étude de cas.....	55
3.4.1 Description du RAU sélectionné.....	55
3.4.2 Modélisation hydrologique du réseau de L'Île-des-Sœurs	56
3.4.3 Résultats de l'analyse hydrologique du réseau :	60
3.4.4 Résultats de l'analyse statistique	61
3.5 Conclusion et recommandations	64
CHAPITRE 4 MODÉLISATION DYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES RÉSEAUX DE DRAINAGE URBAIN	66
Résumé	66
4.1 Introduction	66
4.2 Conceptualisation du réseau de drainage	68
4.2.1 Objet nœud	68
4.2.2 Objet conduite	68
4.2.3 Objet section.....	69

4.2.4	Objet front de transition	69
4.3	Présentation générale du modèle	70
4.4	Modélisation du régime d'écoulement gravitaire	73
4.4.1	Formulation mathématique	73
4.4.2	Méthode de résolution numérique	74
4.4.3	Calcul des variables de l'écoulement au point L	75
4.4.4	Calcul des variables de l'écoulement au point R	76
4.4.5	Calcul des variables de l'écoulement au point P	77
4.4.6	Algorithme de calcul et conditions aux limites	77
4.5	Modélisation du régime d'écoulement en charge	78
4.5.1	Formulation	78
4.5.2	Méthode de résolution numérique	79
4.5.3	Calcul des variables de l'écoulement au point L	81
4.5.4	Calcul des variables de l'écoulement au point R	81
4.5.5	Calcul des variables de l'écoulement au point P	82
4.6	Modélisation du régime transitoire à un front de remplissage	82
4.6.1	Modélisation du front de remplissage d'amont	83
4.6.2	Modélisation du front de remplissage d'aval	88
4.7	Modélisation du régime transitoire à deux fronts de remplissage	91
4.7.1	Observations de laboratoire	92
4.7.2	Modélisation numérique	93
4.8	Modélisation de l'onde de vidange	99
4.8.1	Investigations expérimentales	99
4.8.2	Formulation mathématique	102

4.8.3	Procédure de calcul au niveau de l'interface.....	103
4.9	Conclusion.....	105
CHAPITRE 5 MODÉLISATION NUMÉRIQUE DES CONDITIONS AUX LIMITES COMPLEXES DANS LES RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT URBAINS (RAU) 107		
	Résumé.....	107
5.1	Introduction:.....	107
5.2	Formulation des équations aux limites du système.....	109
5.2.1	Modèle mathématique de l'écoulement.....	110
5.2.2	Technique de résolution.....	110
5.2.3	MDC et conditions aux limites en régime gravitaire.....	112
5.2.4	Conservation de la masse.....	113
5.2.5	Conservation de l'énergie.....	114
5.2.6	Hypothèse d'écoulement permanent uniforme.....	115
5.2.7	Hypothèse d'écoulement critique à la limite.....	115
5.3	Écoulement gravitaire et discontinu à la limite.....	116
5.3.1	Cas du régime fluvial.....	117
5.3.2	Cas du régime torrentiel.....	118
5.4	Écoulement gravitaire et continu à la limite.....	122
5.4.1	Cas d'un écoulement fluvial.....	123
5.4.2	Cas d'un écoulement torrentiel.....	125
5.5	Conditions aux limites en régime pressurisé.....	126
5.5.1	Extrémité amont avec un écoulement pressurisé.....	127
5.5.2	Extrémité aval munie d'une vanne.....	128
5.6	Changement de régime au point de jonction.....	129
5.6.1	Passage du régime torrentiel au régime fluvial.....	129

5.6.2	Passage du régime fluvial au régime torrentiel	130
5.7	Condition aux limites pendant la phase d'initiation	130
5.7.1	Regard intermédiaire en charge avec la conduite aval à surface libre	131
5.7.2	Regard intermédiaire en charge avec la conduite amont à surface libre	131
5.8	Conditions aux limites en régime transitoire.....	132
5.8.1	Passage d'un front d'amont dans le regard.....	132
5.8.2	Passage d'un front d'aval dans le regard.....	133
5.9	Applications et discussions	134
5.9.1	Application sur hydrogramme théorique.....	134
5.9.2	Application expérimentale	137
5.10	Conclusion.....	144
CHAPITRE 6 INITIATION DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRE DANS LES CONDUITES DES R.A.U.		146
Résumé		146
6.1	Annotation.....	146
6.2	Introduction	148
6.3	Condition de mise en charge de la conduite.....	150
6.3.1	Expériences de laboratoire	150
6.3.2	Formulation mathématique	154
6.4	Initiation à partir d'un regard d'extrémité.....	156
6.4.1	Formulation mathématique	156
6.4.2	Technique de résolution	159
6.5	Initiation à partir d'un regard intermédiaire.....	161
6.5.1	Formulation mathématique	161
6.5.2	Technique de résolution	165

6.5.3	Généralisation de la méthodologie de calcul.....	169
6.6	Passage d'un front de transition amont à travers une jonction.....	171
6.6.1	Formulation mathématique	171
6.6.2	Technique de résolution :	173
6.7	Passage d'un front de transition aval à travers une jonction.....	175
6.8	Initiation de l'onde résultant d'une fermeture de vanne	176
6.8.1	<i>Formulation mathématique</i>	177
6.8.2	Technique de résolution	178
6.9	Initiation résultant d'une fermeture de vanne	179
6.10	Applications	183
6.10.1	Initiation de l'onde à partir d'un regard d'amont : R1-C1.....	183
6.10.2	Initiation de l'onde à partir d'un regard intermédiaire : C1-R2-C2.....	184
6.11	Conclusion.....	185
CHAPITRE 7	ÉTUDE DE CAS À SAINT-HYACINTHE (QUÉBEC).....	187
7.1	Introduction	187
7.2	Modèle à fente de Preissmann.....	187
7.2.1	Formulation mathématique	187
7.2.2	Méthode de résolution numérique.....	188
7.2.3	Stabilité du modèle.....	189
7.3	Étude de cas.....	189
7.4	Description du système de drainage.....	190
7.5	Calculs hydrologiques	191
7.5.1	Pluie de Projet	191
7.6	Calcul de la Pluie nette.....	192

7.6.1	Hydrogramme unitaire adimensionnel du SCS	193
7.6.2	Ruissellement direct	193
7.7	Simulations numérique.....	194
7.7.1	Analyse de sensibilité du modèle «Shock-Capturing».....	194
7.7.2	Analyse comparative	200
7.8	Conclusions et recommandations.....	207
CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS		208
8.1	Conclusions générales	208
8.2	Contributions	210
8.2.1	Articles publiés ou acceptés dans des revues avec comité de lecture	210
8.2.1	Articles soumis ou en cours de soumission.....	211
8.2.2	Principales contributions à la recherche et au développement.....	212
8.3	Recommandations	213
BIBLIOGRAPHIE		215

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1: Lois de probabilité utilisées et paramètres statistiques	55
Tableau 3.2: Paramètres IDF pour la région de Montréal (Rivard, 2005).	59
Tableau 3.3: Résultat de l'analyse hydrologique et hydraulique du réseau d'égout	60
Tableau 3.4: Résultats des tests d'ajustement: Khi carré et Kolmogorov-Smirnov	61
Tableau 3.5: Résultat tabulé de l'analyse fréquentielle	64
Tableau 5.1: Conditions aux limites par la méthode des caractéristiques.....	113
Tableau 5.2: Paramètres topographiques et géométriques du modèle physique.....	138
Tableau 5.3: Hydrogramme d'apport (R1).....	139
Tableau 5.4: Hydrogramme d'apport (R2)	139
Tableau 5.5: Paramètres de simulation	140
Tableau 5.6: Piézométries maximales et différences de pression aux capteurs R1, C1P1, C1P5, R2 et C2P1	142
Tableau 7.1: Paramètre de la courbe IDF utilisé pour la ville de St-Hyacinthe.....	192
Tableau 7.2: Surfaces perméables et imperméables utilisées pour simuler le RAU.....	193
Tableau 7.3: Profondeur maximum d'eau dans le regard	195
Tableau 7.4: Charge piézométrique	198
Tableau 7.5: La vitesse maximale simulée par les modèles.....	199
Tableau 7.6: Erreurs sur la vitesse simulée par les modèles «Shock-Capturing» et «Shock- Fitting» par rapport aux valeurs de SWMM5	202
Tableau 7.7: Comparaison des profondeurs d'eau simulées au regard amont et temps écoulé....	204
Tableau 7.8: Erreur relative et absolue des simulations de profondeur d'eau par les modèles «Shock-Fitting» et «Shock-Capturing» (en considérant SWMM comme référence)	205

LISTE DES FIGURES

Figure 2-1: Front de transition incliné (Politano et al., 2007a)	29
Figure 2-2: Photo d'un front aval stationnaire	31
Figure 2-3: Photo d'un front aval en propagation.....	31
Figure 2-4: Colonne rigide 'A' (Li & McCorquodale, 1999)	33
Figure 2-5: Colonne rigide 'C' (Li & McCorquodale, 1999).....	33
Figure 2-6: Colonne rigide 'B' de Li et McCorquodale (Li & McCorquodale, 1999)	33
Figure 2-7: Colonne rigide (1999)	34
Figure 2-8: Définition du schéma théorique de Zhou et al. (Zhou, F. et al., 2002a).....	35
Figure 3-1: Vue aérienne de L'Île-des-Sœurs (Verdun) à Montréal.	56
Figure 3-2: Vue du réseau de drainage urbain de L'Île-des-Sœurs (Verdun) à Montréal	57
Figure 3-3: Hyétographe de conception pour la pluie de Chicago (5 ans – 7 heures)	59
Figure 3-4: Aperçu graphique de la capacité d'ajustement des différentes lois évaluées	62
Figure 3-5: Abaque résultant des différentes analyses fréquentielles	63
Figure 4-1: Organigramme général du modèle	73
Figure 4-2: Méthode des caractéristiques à grille spécifiée	76
Figure 4-3: Algorithme de calcul de l'écoulement gravitaire	78
Figure 4-4: lignes caractéristiques pour un écoulement en charge	79
Figure 4-5: Front de remplissage d'amont.....	83
Figure 4-6: Front de remplissage d'aval	83
Figure 4-7: Procédure de suivi du front	84
Figure 4-8: Onde de remplissage d'aval	88
Figure 4-9: Déplacement du front vers l'amont.....	88
Figure 4-10: faible pression de l'air.....	93

Figure 4-11: début de la compression de la poche d'air	93
Figure 4-12: front aval repoussant le front amont.....	93
Figure 4-13 Écoulement transitoire à deux fronts.....	94
Figure 4-14: Forme du front de vidange amont pour une faible pente	101
Figure 4-15: Forme du front de vidange amont pour une pente importante	101
Figure 4-16: Forme générale du front pour une pente de 0.3%	101
Figure 4-17: Forme générale du front pour $S_0=1,8\%$	101
Figure 4-18: Vitesse de propagation en fonction de la pente	101
Figure 4-19: Oscillations après le passage du front de vidange, $S_0=0.3\%$	102
Figure 4-20: Oscillations après le passage du front de vidange, $S_0=2.3\%$	102
Figure 5-1: Jonction typique d'un réseau de drainage	110
Figure 5-2: Méthode des caractéristiques à grille spécifiée	112
Figure 5-3: Organigramme de calcul de limites découplées	117
Figure 5-4: Propagation d'une onde de remplissage	121
Figure 5-5: Vidange du regard	122
Figure 5-6: Jonction d'un nœud simple.....	123
Figure 5-7: Schéma d'un regard à la compatibilité 2 torrentiel	126
Figure 5-8: Schéma d'un regard avec un écoulement pressurisé.....	127
Figure 5-9: Calcul des limites à surface libre au regard intermédiaire	129
Figure 5-10: Changement de régime Fluvial-Torrentiel	130
Figure 5-11: Regard en régime mixte pressurisé amont et Gravitaire aval.....	131
Figure 5-12: Regard en régime mixte Gravitaire amont et pressurisé aval.....	132
Figure 5-13: Variation des conditions aux limites au regard amont en fonction de la taille du regard.....	135
Figure 5-14: variation du temps de remplissage en fonction de la taille du regard	136

Figure 5-15: Propagation du front de remplissage pour un regard amont de diamètre 1 mètre...	137
Figure 5-16: Propagation du front de remplissage pour un regard amont de diamètre 2 mètres .	137
Figure 5-17: Présentation du modèle physique	138
Figure 5-18: Les hydrogrammes de R1 et R2	139
Figure 5-19: position des capteurs piézométriques au regard R1	140
Figure 5-20: Comparaison des piézométries mesurées et simulées à l'intérieur et à la sortie du regard R1	141
Figure 5-21: positions des capteurs piézométriques au regard R2.....	141
Figure 5-22: Comparaison des piézométries mesurées et simulées à l'entrée, à l'intérieur et à la sortie du regard R2	142
Figure 5-23: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R1 et C1P1 avec variation de K_{am}	143
Figure 5-24: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en C1P5 et C2P1 avec variation de K_{am}	143
Figure 5-25: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R1 et C1P1 avec variation de K_{av}	144
Figure 5-26: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R2 et C2P1 avec variation de K_{av}	144
Figure 6-1: Variation de la vitesse, de la célérité du front d'onde et de la charge dans le réservoir amont suivant la pente de la conduite, lors de l'initiation du front d'onde.....	151
Figure 6-2: Schéma d'initiation de front d'onde	153
Figure 6-3: Onde stationnaire de remplissage amont.....	153
Figure 6-4: Conditions d'initiation d'un front amont pour une pente de 0.3%.....	154
Figure 6-5: Conditions d'initiation front amont pour une pente de 3%.....	154
Figure 6-6: Initiation de l'onde de remplissage à partir d'un regard situé à l'extrémité de réseau	156

Figure 6-7: Colonne rigide pressurisée de longueur x_{av}	158
Figure 6-8: Organigramme de la procédure de résolution	161
Figure 6-9: Initiation d'une onde de remplissage naissant à partir d'un regard intermédiaire	163
Figure 6-10: Schématisation de l'initiation d'une onde de remplissage à partir d'un regard intermédiaire.....	165
Figure 6-11: Organigramme de la procédure de résolution	169
Figure 6-12: Regard connecté à plusieurs conduites.....	169
Figure 6-13: Transfert du front d'onde de la conduite amont vers la conduite aval	171
Figure 6-14: Organigramme de la procédure de résolution	175
Figure 6-15: Transfert du front de transition de la conduite aval vers la conduite amont	176
Figure 6-16: Initiation d'un front de remplissage au regard R1	183
Figure 6-17: Initiation d'une onde de remplissage à l'entrée de la conduite C2front de remplissage au regard R2	184
Figure 6-18: Passage du front de transition de la conduite C1 au regard R2	185
Figure 7-1: Schéma numérique utilisé pour le modèle «Shock-Capturing»	188
Figure 7-2: Vue aérienne du bassin versant Pratte dans la ville de Saint-Hyacinthe.....	189
Figure 7-3: Conduites sélectionnées pour la simulation dans le RAU de Pratte.....	190
Figure 7-4: Pluie de Chicago, et calcul du ruissellement par la méthode SCS-CN	194
Figure 7-5: Les analyses de sensibilité à l'égard de la profondeur d'eau simulée	195
Figure 7-6: Analyse de la profondeur de l'eau simulée au regard amont.....	197
Figure 7-7: Charge maximale en fonction du temps avec différente largeur de fente	198
Figure 7-8: Les analyses de sensibilité en ce qui concerne la vitesse d'écoulement.....	199
Figure 7-9: vitesses simulées par rapport à une largeur de fente	200
Figure 7-10: Comparison of simulated «Shock-Capturing» vs. Shock-Fitting velocities	202

Figure 7-11: Comparaison des simulations de «Shock-Fitting» vs «Shock-Capturing» pour les profondeurs d'eau	203
Figure 7-12: Comparaison des modèles «Shock-Fitting» et «Shock-Capturing» pour la ligne piézométrique	205

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

EPA	Environmental Protection Agency
MDC	Méthode Des Caractéristiques
MOUSE	MOdel for Urban SEwers
MSHH	Modèles de Simulations Hydrologiques et Hydrauliques
RAU	Réseaux d'Assainissement Urbain
SWMM	Storm Water Management Model
SWS	Storm Water System

INTRODUCTION

1.1 Contexte de l'étude

La modélisation des écoulements transitoires dans les réseaux d'égout connaît depuis quelques années un intérêt grandissant à cause de la recrudescence des inondations, du vieillissement des infrastructures de drainage et surtout de la nécessité d'une gestion en temps réel des réseaux de drainage. La densité et la taille des villes ne cessent de croître alors que la capacité hydraulique des réseaux de drainage se détériore chaque jour davantage. Dans le même temps, les précipitations exceptionnelles se font plus fréquentes (Duchesne, Mailhot, Dequidt, & Villeneuve, 2001; Fuamba, Walliser, Daynou, Rousselle, & Rivard, 2008, 2010a, 2010b). Il en résulte des volumes ruisselés plus importants qui dépassent souvent largement la capacité des réseaux en place; on assiste alors à l'inondation des zones situées en contre bas du bassin versant avec des conséquences dommageables aussi bien sur les biens matériels que sur la santé des populations riveraines et sur l'environnement. C'est donc dans un contexte marqué par le vieillissement des infrastructures de drainage, l'accroissement rapide de la population et l'apparition des normes plus rigoureuses en matière de sécurité, de santé et de protection de l'environnement que les municipalités canadiennes recherchent de nouvelles méthodes pour planifier, concevoir et gérer le drainage urbain (InfraGuide, 2005a, 2005b).

1.2 Hydraulique des systèmes de drainage urbain

Les systèmes de drainage urbains sont généralement conçus et réhabilités pour évacuer de manière sécuritaire tous les événements pluvieux dont le débit maximal résultant serait inférieur ou égal à celui d'une pluie de référence: la pluie de conception hydrologique ou pluie de projet. La détermination de cette pluie est basée sur l'analyse statistique des séries historiques de pluies mesurées (Brière, 2012; Musy et al., 2003). On admet donc que le passé peut être garant du futur. Or, de plus en plus, on observe une recrudescence des précipitations exceptionnelles qui présagent l'avènement d'un changement climatique (Fuamba et al., 2008, 2010a, 2010b). En outre, l'urbanisation rapide imperméabilise davantage les sols, rendant complexe chaque jour un peu plus le fonctionnement des réseaux de drainage et accroissant sans cesse les volumes ruisselés. Il en résulte un dépassement fréquent de la capacité des réseaux qui remet en cause les hypothèses de dimensionnement utilisées jadis (Daynou, Mathurin & Fuamba, 2007, 2008).

En effet, la méthode classique de dimensionnement hydraulique des conduites du réseau d'égout pluvial fait l'hypothèse d'un régime pseudo-permanent et d'un écoulement à surface libre: on calcule le diamètre minimum requis pour passer la pluie du projet et le diamètre commercial immédiatement supérieur est choisi de manière à satisfaire les conditions d'auto curage et d'écoulement sécuritaire (Brière, 2012; Capart, Sillen, & Zech, 1997; Mays, 2001). Pourtant, dans la réalité, les crues exceptionnelles sont généralement caractérisées par un écoulement complexe dans les réseaux qui s'effectue tantôt en charge, tantôt à surface libre (Fuamba, 1997b, 2002a; Yen, 1986a). Le passage d'un régime d'écoulement à l'autre génère dans les conduites des phénomènes transitoires et des phases d'emprisonnement d'air non pris en compte dans le dimensionnement initial des conduites. Ces phénomènes, négligés à cause de leur complexité, sont pourtant capables de créer des défaillances hydrauliques telles que les débordements de regards initialisant l'inondation, le phénomène des coups de bélier, le bris de canalisations, les fuites, les phénomènes de geysers, l'expulsion violente du couvercle des regards de visite, etc. Différents travaux expérimentaux mettent d'ailleurs en lumière les conséquences néfastes de l'existence des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage pluviaux (entre autres, citons les travaux de Vasconcelos (Vasconcelos, J. G. & Wright, 2003) ou ceux de Zhou *et al.* (Zhou, F., Hicks, F., & Steffler, P., 2002a; Zhou, F., Hicks, & Steffler, 2004; Zhou, F., Hicks, F. E., & Steffler, P. M., 2002b, 2002c; Zhou, Fayi, Ward, Hicks, & Steffler, 1999).

Afin de faire face au dépassement de plus en plus croissant de la capacité hydraulique des réseaux d'égout unitaire ou pluvial, des approches complémentaires au système de dimensionnement traditionnel ont vu le jour sous les dénominations de «Pratique de Gestion Optimale (PGO)» en Amérique du Nord et de «Techniques alternatives» en Europe. Plusieurs techniques ont ainsi été proposées pour désengorger les réseaux existants dont la capacité hydraulique serait insuffisante, ou pour concevoir des nouveaux réseaux plus flexibles et moins coûteux. Au nombre des techniques généralement utilisées figurent les réservoirs de stockage qui occupent une place de choix. Pendant les événements exceptionnels, l'eau y est stockée temporairement afin de réduire le débit maximal des conduites du réseau de drainage (Infraguide 2005a). Il devient dès lors utile de reproduire par le calcul le phénomène de propagation des ondes dans le réseau afin de dimensionner adéquatement le volume des réservoirs de stockage. Seul un modèle capable d'un tel calcul serait à même de prédire les différents comportements des réseaux de drainage. Le gain économique est perceptible, car les simulations numériques

permettent de diminuer le volume des conduites souterraines projetées ou de diminuer le volume du réservoir de stockage à mettre en place (Cunge & Wegner, 1964).

1.3 Position du problème

De tout ce qui précède, il ressort que la combinaison des phénomènes transitoires et de l'emprisonnement d'air est un problème suffisamment critique qui justifie sa prise en compte par les modèles hydrodynamiques de simulation numérique utilisés pour le dimensionnement de nouveaux réseaux de drainage urbain ou la réhabilitation des réseaux anciens. Or, la plupart des logiciels commerciaux (Mouse, HydroWorks, SWMM,...) utilisent des hypothèses qui ne sont pas représentatives de la complexité hydraulique des systèmes de drainage. D'une part, les formules de friction permanente sont utilisées à défaut pour les écoulements transitoires et turbulents. D'autre part, l'approche des fentes de Preissmann ne prend pas en compte la sous-pression alors que l'emprisonnement d'air dans l'écoulement est négligé lors des épisodes de simulation numérique de l'écoulement en conduite. Pourtant, la mise en œuvre d'un système de drainage efficient, viable et durable nécessite la prise en compte des effets combinés causés par les écoulements transitoires et l'emprisonnement d'air qui en résulte dans le processus de dimensionnement ou de réhabilitation des réseaux d'égout pluvial.

Dans cette optique, un modèle numérique entièrement dynamique, capable d'intégrer à la fois la friction non permanente et l'emprisonnement d'air s'avère d'une grande utilité pour les ingénieurs. Un tel modèle apparaît, le seul capable de prédire le comportement futur des réseaux pendant la crue. En même temps, il est nécessaire de doter les municipalités d'une méthodologie simple et efficace pour diagnostiquer les réseaux de drainages existants. Cet outil devrait fournir au gestionnaire un moyen d'évaluer la performance hydraulique du réseau à travers une estimation rigoureuse du risque de débordement encouru.

1.4 Énoncé des objectifs

Afin de garantir une durabilité prolongée des infrastructures et un drainage efficient et peu coûteux du milieu urbain, la conception de nouvelles infrastructures de drainage urbain ou leur réhabilitation lorsqu'elles sont endommagées nécessite la prise en compte des phénomènes transitoires ainsi que l'emprisonnement d'air qui en résulte. Le présent travail de recherche doctorale s'inscrit dans le cadre d'un projet dont l'objectif à terme est le développement d'un

modèle numérique dynamique, capable de prédire, à chaque pas de calcul, les conditions réelles d'écoulement pendant le remplissage rapide des canalisations, ainsi que l'effet de l'air emprisonné sur la dynamique de l'écoulement. Dans cette optique, l'emphase de notre travail mise sur le développement d'un modèle numérique capable de simuler la formation et la propagation de plusieurs fronts de remplissage pendant les différents scénarios caractérisant une crue. Le souci de jalonner le chemin conduisant à l'objectif principal ci-dessus énoncé nous a conduit à élaborer une stratégie qui se décline en cinq étapes spécifiques :

- Développement d'un modèle hydrostatistique pour le diagnostic des réseaux d'assainissement urbains dans le but de fournir aux gestionnaires des municipalités un outil d'évaluation de la performance du réseau de drainage.
- Étude des conditions aux limites complexes qui caractérisent généralement l'écoulement par temps de forte crue afin de fonder le schéma numérique à mettre en œuvre sur des bases solides;
- Étude expérimentale et analytique du processus d'initiation de l'écoulement transitoire : passage du régime d'écoulement gravitaire au régime d'écoulement transitoire (coexistence des phases pressurisées et gravitaires dans l'écoulement).
- Développement et la mise en œuvre d'un modèle numérique dynamique capable de rendre compte de tous les régimes d'écoulement possible ;
- Application du modèle développé sur un réseau expérimental et sur un réseau d'égout existant.

1.5 Formulation des hypothèses et nature de la recherche

La présente recherche admet l'hypothèse selon laquelle l'utilisation d'un modèle numérique dynamique intégrant les phénomènes transitoires et l'emprisonnement d'air permet de concevoir des systèmes de drainage urbain efficaces et durables. Elle comporte trois orientations :

- La première, jugée fondamentale, vise à définir et/ou à raffiner les principes et/ou les concepts relatifs aux phénomènes d'écoulement transitoire et d'emprisonnement d'air dans les conduites d'égout pluvial.

- La deuxième, expérimentale, vise à reproduire en laboratoire le phénomène transitoire afin de vérifier la conformité des résultats numériques avec la réalité observée au cours de l'expérimentation.
- La troisième a pour but de montrer l'applicabilité du modèle obtenu grâce à des simulations sur une étude de cas réel.

1.6 Plan de rédaction

Outre le présent chapitre introductif, la rédaction de la présente thèse s'articule autour de six chapitres :

1. Le chapitre 2 propose une revue critique de la littérature sur la modélisation numérique de l'écoulement transitoire dans les réseaux d'assainissement urbains.
2. Le chapitre 3 présente une méthodologie novatrice permettant d'évaluer la performance hydraulique d'un réseau de drainage pluvial en estimant le risque hydrologique associé à la probabilité de débordement du réseau.
3. Le chapitre 4 présente le modèle numérique développé et expose la méthodologie de calcul utilisée pour formuler et résoudre les différents régimes d'écoulement susceptibles de survenir dans le RAU pendant une forte crue. Le modèle s'appuie sur les équations bien connues de Saint-Venant, une formulation dynamique qui permet d'adapter le modèle mathématique à la nature de l'écoulement, et un algorithme de résolution robuste qui utilise la technique "Shock-Fitting" pour traquer l'initiation et la transition des fronts de remplissage à travers le réseau de drainage.
4. Le chapitre 5 étudie les conditions aux limites nécessaires pour garantir à la fois la convergence de la solution numérique et la stabilité du modèle. Des investigations expérimentales menées au laboratoire hydraulique de l'École Polytechnique de Montréal permettent de calibrer les paramètres du modèle numérique et de vérifier son applicabilité.
5. Le chapitre 6 étudie en détail la naissance de l'écoulement transitoire à partir d'une jonction du réseau de drainage. Cette situation est généralement occasionnée par une augmentation rapide du niveau d'eau dans la jonction (augmentation des apports) ou au passage d'un front de transition initié depuis une conduite amont. La formulation

mathématique et la méthode de résolution proposée s'appuient sur les observations expérimentales du phénomène d'initiation.

6. Le chapitre 7 sert à étudier le niveau d'applicabilité du modèle développé sur un cas réel de réseau existant et pour une gamme variée d'hydrogrammes d'apport.

Cette étude se termine par une conclusion et des recommandations visant à souligner les faiblesses des modèles développés et proposer les possibilités d'améliorations futures.

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE ET ANALYSE CRITIQUE

Résumé

La présence des écoulements transitoires dans les Réseaux d'Assainissement Urbains (RAU) génère un ensemble de phénomènes complexes qui sont difficiles à modéliser. Les techniques "Shock-Capturing" et "Shock-Fitting" sont les deux principales approches numériques généralement utilisées de nos jours pour modéliser l'écoulement transitoire dans les RAU; cependant, elles nécessitent un certain nombre d'hypothèses et de simplifications qui peuvent compromettre leur précision. En conséquence, les logiciels et les modèles actuels ne sont pas capables de simuler convenablement les instabilités complexes multi phases et multi régimes qui résultent des écoulements transitoires. Des contributions significatives qui remontent aux années 1960 ont utilisé des modèles expérimentaux pour mieux comprendre les écoulements transitoires et rechercher des voies et moyens pour intégrer les données collectées dans le processus de conception des RAU. Ce chapitre passe en revue les différentes tentatives et procède à une évaluation comparée des modèles actuellement utilisés.

2.1 Introduction

Yevjevich (Yevjevich, 1975) et Yen (Yen, 1978) furent les premiers à identifier la présence des écoulements transitoires dans les conduites d'égout pluvial en les décrivant comme des phénomènes mal compris des ingénieurs. Les essais expérimentaux conduits en laboratoires par plusieurs chercheurs dont Valentin (1981), Hamam et McCorquodale (1982), Zech et al. (1984), Cardle et al. (1991; 1988; 1989), Baines (1991) parmi tant d'autres ont permis de mettre en lumière les pressions élevées qui accompagnent généralement les écoulements transitoires. D'autres études similaires parmi lesquels ceux de Li et McCorquodale (1999) ou de Zhou et al. (2004) ont permis de mettre en exergue les phénomènes d'emprisonnement d'air qui accompagnent généralement les écoulements transitoires dans les égouts pluviaux.

Les phénomènes transitoires et l'emprisonnement d'air qui en résulte surviennent dans les conduites lors des changements de régime d'écoulement. Pendant les crues exceptionnelles, il peut arriver que la capacité du réseau d'égout soit temporairement dépassée par le débit transitant dans les canalisations : certaines canalisations qui, initialement coulaient à surface libre peuvent

subitement entrer en charge du fait d'une variation brutale du débit d'apport. Ce changement brusque de régime fait naître des phénomènes particuliers dans l'écoulement (intumescence, emprisonnement d'air, coups de bélier, etc.) qui sont particulièrement néfastes pour le bon fonctionnement du réseau. Ils sont très difficiles à modéliser à cause du changement constant des conditions frontière, mais aussi de la présence de deux phases dans l'écoulement: l'air et l'eau. Par leurs travaux de recherche, plusieurs auteurs ont contribué à l'avancée de la connaissance des processus qui ont cours dans les réseaux d'égout sujets à un remplissage rapide : Les travaux de Wiggert (1972a), Song et al. (1983), Cardle et al. (1988), Guo et Song (1990), Garcia-Navarro & Priestley (1994), Capart et al. (1997), Fuamba (1997a, 2002b), Vasconcelos et Wrigth (2004) (2004), Vasconcelos et al. (2006b, 2006c)... constituent la première génération d'études des écoulements transitoires. Ils n'intègrent pas les effets de l'emprisonnement d'air. La seconde génération d'étude, qui intègre les effets de l'emprisonnement d'air dans l'analyse hydraulique du réseau a été conduite par McCorquodale (2004), Li et McCorquodale (2006b, 2006c), Zhou et al. (1982), Vasconcelos et Wright (1999) parmi plusieurs autres....

Le présent chapitre a pour but de faire le point sur l'état actuel des connaissances développées sur la problématique des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage pluviaux, à travers une analyse critique des modèles existants.

2.2 Définition et origine des écoulements transitoires

Dans ce document la dénomination «*écoulement transitoire*» se limitera à désigner le régime particulier qui caractérise la coexistence simultanée du régime d'écoulement à surface libre et du régime d'écoulement en charge au sein de la même canalisation du réseau d'assainissement urbain (RAU). Lorsque la conduite est ventilée et que l'effet de l'air sur la dynamique de l'écoulement est négligé, on parle d'un écoulement transitoire monophasique. L'écoulement transitoire sera dit diphasique si l'effet de l'air emprisonné dans une conduite non ventilée est intégré dans l'analyse hydraulique du réseau. L'écoulement transitoire accompagne souvent les orages particulièrement sévères pour lesquels le débit de pointe dépasse la capacité d'évacuation du réseau. Le réseau est alors le siège d'une succession de phases qui vont du simple écoulement par gravité à la vidange des eaux en passant par la phase d'inondation (Fuamba, 1997b, 2002a). Le passage d'un régime d'écoulement à l'autre obéit à des lois d'instabilité que Yen (1986a)

regroupe en cinq catégories: l'instabilité sur fond sec, l'instabilité de ressaut hydraulique, l'instabilité pulsatoire, l'instabilité transitoire et l'instabilité pressurisée.

2.2.1 Instabilité sur fond sec

Les instabilités sur fond sec sont régies par les forces gravitaires et les forces de tension superficielle. Elles surviennent généralement à l'initialisation de l'écoulement ou lorsque le niveau de l'eau diminue considérablement dans les canalisations de drainage. Lorsque la gravité est prépondérante, la formation d'un mince film d'eau favorise l'initiation de l'écoulement. Toutefois, si la tension de surface prédomine, l'eau aura tendance à s'accumuler dans des poches isolées, et son écoulement sera inhibé. La modélisation de cet épisode conduit à une certaine volatilité du modèle ou à la génération de profondeurs négatives. Afin d'éviter cet obstacle, une pratique courante consiste à imposer une profondeur minimale dont le seuil dépend de la performance du modèle. Cependant, les volumes d'eau accumulés, même avec la profondeur minimale, peuvent atteindre des quantités considérables dans les grands réseaux. En conséquence, la résolution de cette instabilité ne peut se faire qu'en prenant en compte les forces de tension superficielle dans la formulation mathématique des équations régissant le mouvement de l'eau. Malheureusement, ces forces sont souvent négligées dans les équations habituellement utilisées.

2.2.2 Instabilité de transition supercritique-subcritique

L'instabilité supercritique-subcritique survient lorsque l'écoulement passe du régime torrentiel (supercritique) au régime fluvial (subcritique). Ce changement de régime est généralement accompagné d'un ressaut hydraulique. Cette forme d'instabilité peut induire des profondeurs d'écoulement supérieures à la couronne de l'égout, provoquant alors la transition vers un écoulement en charge ou l'instabilité transitoire lorsque la hauteur du ressaut se rapproche trop près de la couronne de la conduite. En régime fluvial, toute perturbation peut se propager aussi bien vers l'amont que vers l'aval alors qu'elle ne peut se propager que vers l'aval si l'écoulement est torrentiel. La direction de propagation rend difficile le choix des conditions aux limites appropriées lorsque l'écoulement passe aléatoirement du régime torrentiel au régime fluvial à la limite du système. Grâce à la méthode des caractéristiques ou des invariants de Riemann, l'intégration de cette considération dans la modélisation numérique (direction de propagation des

perturbations en fonction de la nature du régime d'écoulement) permet de limiter dans certains cas le nombre des conditions aux limites requises par le calcul. Schmidt *et al.* (2005) ont par exemple démontré que pour les écoulements torrentiels, l'imposition des conditions frontière supplémentaires à la limite aval n'était pas justifiée. Toutefois, dans les cas où des changements de régime d'écoulement se produisent rapidement, un tel examen peut être difficile à tenir, et une meilleure caractérisation des conditions aux limites de l'écoulement est alors requise. En outre, une variation instantanée de la profondeur d'eau dans la conduite ou à l'une de ses extrémités peut susciter l'initiation d'un front d'onde. L'écoulement, extrêmement complexe dans ces fronts, est généralement accompagné de fortes turbulences, d'effets non hydrostatiques (entraînement et emprisonnement d'air) et d'apparition de phénomènes pulsatoires. Malheureusement, les modèles actuels sont incapables de simuler ces phénomènes pulsatoires et admettent pour la plupart une discontinuité de l'écoulement au point de ressaut. Une telle hypothèse rencontre cependant certaines lacunes théoriques et numériques à cause de la difficulté d'intégrer ou de dériver les équations d'Allievi au point de la discontinuité. Pour surmonter cet obstacle, les approches conservatrices par volume fini, y compris la technique Godounov (Guinot, 2003; Toro, 2001), révèlent des perspectives prometteuses en raison de leur capacité à intégrer des fonctions discontinues. Toutefois, pour les cas où la distribution de pression n'est pas hydrostatique, une préoccupation majeure relative aux ressauts en mouvement demeure (Yen, 1978). Les situations de cette nature conduisent à remettre en cause l'application des équations de St-Venant.

2.2.3 Instabilité d'écoulement transitoire

Elle est caractérisée par une coexistence simultanée du régime en charge et du régime à surface libre dans l'écoulement. La modélisation précise du phénomène transitoire requiert une compréhension poussée de la physique du phénomène tant à l'intérieur qu'aux limites du système d'égout (Schmidt *et al.*, 2005). D'après Yen (1986a), quatre mécanismes principaux conduisent à la génération de l'écoulement transitoire dans les réseaux d'assainissement urbains (RAU).

Le premier mécanisme (le plus courant) découle d'une variation brutale de la hauteur d'eau au point de jonction (regard ou puits de ventilation). Elle est souvent engendrée par la fermeture ou l'ouverture rapide d'une vanne d'arrêt, la mise en marche ou l'arrêt d'une pompe de relèvement, ou lors des crues exceptionnelles générant un accroissement rapide des débits d'apports (Hamam & McCorquodale, 1982). Ce type d'instabilité commence souvent à proximité des limites du

système, amplifiant du même coup la nécessité d'une meilleure maîtrise des conditions aux limites. Un autre mécanisme pouvant causer ces instabilités est l'emprisonnement d'air dans les conduites du RAU. Lorsque la ventilation des conduites est inadéquate, une compression de l'air des canalisations devient possible entraînant une augmentation subséquente de la pression partielle. L'évacuation partielle de l'air à une extrémité de la canalisation abaisse momentanément la pression, tout en favorisant l'écoulement gravitaire à travers l'émergence d'une admission d'air frais à l'extrémité opposée, permettant ainsi simultanément une arrivée d'eau importante à cette même extrémité. Ces deux événements génèrent à terme un accroissement de la pression dans la cavité d'air. Néanmoins, un tel cycle oscillatoire, décrit par Yen (1978) et appelé écoulement intermittent par Aimable et Zech (2003), doit encore être pleinement formalisé. Dans la même lancée, des études menées par Martin (1976) ou Zhou *et al.* (2004; 2002c) sur l'expulsion d'air accompagnée de phénomènes de geyser laissent la place à de meilleures investigations. Notamment, les travaux récents de León *et al.* (2010), Vasconcelos and Wright (2011), Wright *et al.* (2011, 2011a) offrent de nouvelles perspectives.

Le second mécanisme identifié par Yen (1978) est lié à l'instabilité de Helmholtz qui se développe à l'interface air-eau, provoquant l'emprisonnement des poches d'air et d'importantes oscillations de pression dans l'écoulement. L'instabilité de Helmholtz se produit dans les régions intérieures de l'égout où il existe de grandes différences entre la vitesse de la couche d'air et de la vitesse de la couche d'eau (Hamam & McCorquodale, 1982; Martin, 1976). Ces différences de vitesse se produisent par exemple quand il y a un ressaut hydraulique ou une onde de choc qui pousse l'air dans le sens opposé à la couche d'eau. Un contre-courant peut également survenir pendant la vidange du réseau: le front de vidange remonte la conduite de l'aval vers l'amont, provoquant une expulsion d'eau de la conduite et son remplacement immédiat par l'air (Schmidt *et al.* 2005). Le différentiel de vitesse air/eau et la présence inévitable d'ondulation à la surface de l'eau engendrent une variation de pression avec des valeurs minimales et maximales respectivement dans les crêtes et dans les creux des perturbations (León, 2007). Cette différence de pression pousse la crête de la vague vers le haut tandis que la force de gravité agit dans le sens contraire. L'instabilité s'installe lorsque la différence de pression est plus importante que la force gravitationnelle (Hamam & McCorquodale, 1982). L'amplitude des ondulations de l'eau peut devenir suffisamment importante pour atteindre la couronne de la conduite piégeant du même coup l'air entre deux colonnes d'eau. La simulation de telles conditions d'écoulement dans les

égouts, sans les oscillations parasites des modèles numériques, et l'intégration des instabilités potentielles (comme une initiation du front d'onde) sont des préoccupations majeures pour les chercheurs.

Le troisième mécanisme de mise en charge rapporté par Yen (1978, 1986b) et par Schmidt *et al.*, (Schmidt et al., 2005) résulte de la géométrie des réseaux à sections convergentes pour lesquelles le débit maximal est obtenu à une profondeur d'eau en dessous de la couronne. L'instabilité géométrique survient lorsque le périmètre mouillé et par conséquent les forces de frottements augmentent beaucoup plus rapidement que la force d'inertie à mesure que la profondeur de l'eau augmente. Par la suite, toute augmentation du débit au-delà du niveau correspondant au débit maximum provoquera des oscillations dans l'écoulement et un ressaut brusque vers l'écoulement en charge (Vasconcelos & Wright, 2005; Yen, 1978, 1986b)..

Le dernier mécanisme de mise en charge résulte d'une ventilation insuffisante des réseaux d'égouts qui ne compense pas le déficit d'air créé par l'instabilité de cisaillement à l'interface air-eau (Schmidt et al., 2005; Yen, 1978, 1986b). La pression négative créée par ce déficit d'air peut entraîner un accroissement des oscillations dans l'écoulement et générer une mise en charge du réseau. L'augmentation de pression dans la phase gazeuse (air) en condition de ventilation insuffisante peut également engendrer un ressaut hydraulique ou la formation d'un courant d'écoulement gravitaire dans les zones où l'air se déplace dans la direction opposée à celle du front de mise en charge (Vasconcelos & Wright, 2003).

2.2.4 Instabilité pulsatoire.

Les ondes pulsatoires peuvent se développer dans les écoulements supercritiques stables lorsque l'écoulement autour de la crête des ondulations rencontre moins de résistance que l'écoulement autour des creux. En effet, en écoulements supercritiques, l'eau se déplace beaucoup plus rapidement à proximité de la surface libre que dans le fond des canalisations. Ainsi, une densité relativement importante de l'eau peut provoquer un écoulement plus rapide en surface, et une friction plus grande près des parois à cause de la viscosité élevée. Divers facteurs entrent en jeu pour déterminer la surface des ondes pulsatoires en fonction du nombre de Froude, le coefficient de résistance ou le nombre de Reynolds (Yen, 1978). Brock (1969) a montré que le nombre de Froude critique pour la transition vers les ondes pulsatoires est d'environ 2 lorsque l'écoulement s'effectue à surface libre sous un régime permanent et uniforme. Ghidaoui et Kolyshkin (2002)

montrent que la non-uniformité de l'écoulement dans une direction longitudinale a un impact significatif sur la stabilité de l'écoulement. La variabilité spatiale de la force de frottement dans un écoulement non uniforme peut créer les conditions d'instabilités d'ondes pulsatoires dans des situations qui autrement s'écouleraient en régime permanent uniforme. Par ailleurs, en plus de l'altération considérable des frictions, l'hypothèse d'une distribution hydrostatique de la pression n'est pas valide. Ces diverses limites sont, cependant, toujours d'actualité. Les modèles ne considèrent toujours pas les ondes pulsatoires, tout en intégrant avec succès les conditions qui les engendrent. En conduite circulaire, l'interaction air-eau peut provoquer une mise en charge partielle et apporter des instabilités, qui doivent être considérées dans la modélisation des écoulements.

2.2.5 Instabilité des écoulements en charge

Les instabilités pressurisées sont généralement associées au phénomène de geysers enregistrés dans de nombreux systèmes de drainage (Guo & Song, 1990; Hamam & McCorquodale, 1982). Lorsqu'un regard de visite est connecté à une conduite sous-pression, la variation du niveau d'eau dans le regard régule le niveau d'eau dans le réseau. Si le débit total d'apport excède le débit sortant du regard, le niveau d'eau s'accroît rapidement dans le regard et pourrait même atteindre la cote du terrain naturel occasionnant ainsi l'inondation. Le même résultat peut aussi être obtenu à la suite d'un coup de bélier et des oscillations importantes qui en résultent. Les processus physiques qui entraînent le débordement du regard sont généralement bien compris. Toutefois, l'analyse quantitative du phénomène de geyser nécessiterait l'estimation précise des débits d'apport aux jonctions du RAU, une modélisation adéquate des surpressions et la formulation précise du comportement de l'écoulement dans les regards de visite et les puits de chute (León, 2007). Étant donné que cette instabilité est souvent précédée par les autres instabilités, une modélisation précise de toutes les autres instabilités est nécessaire pour prédire convenablement le phénomène de geyser. L'analyse quantitative des geysers et la maîtrise des instabilités qui peuvent survenir demeurent des défis pour la modélisation des écoulements transitoires (Schmidt et al., 2005).

2.3 Techniques de résolution numérique courantes

L'histoire de l'analyse numérique des écoulements transitoires est parsemée de controverses, aucun des modèles numériques proposés n'ayant reçu une approbation unanime. Toutefois plusieurs investigateurs ont utilisé des schémas basés sur les différences finies. Les principaux schémas numériques peuvent être regroupés en quatre grandes familles : les différences finies, la méthode des caractéristiques, les volumes finis et les éléments finis. Chacune des familles est sommairement présentée ci-après :

2.3.1 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est basée sur le développement de la série de Taylor. Elle est utilisée pour dériver les équations différentielles partielles et, à ce titre permet de résoudre numériquement les problèmes dont la formulation mathématique utilise les équations différentielles partielles. On distingue généralement deux grandes familles dans les méthodes de différences finies:

- Les différences finies explicites, dont la solution au pas de temps $t + \Delta t$ est entièrement définie à partir de celle obtenue au pas de temps t . Dans cette famille les procédures spécifiques d'intégration permettent de différencier trois types de schémas : les différences explicites rétrogrades (*Backward*), progressistes (*forward*) et centrées (*Central*):

$$\overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^k - f_{i-1}^k}{\Delta x}}^{\text{Backward}} \quad \overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta x}}^{\text{forward}} \quad \overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta x}}^{\text{Central}} \quad (2.1)$$

Certains auteurs ont combiné plusieurs schémas dans leur méthode numérique d'intégration afin d'augmenter la précision des résultats et/ou la stabilité numérique. C'est le cas du schéma de Mac-Cormack qui est composé d'un schéma prédicteur et d'un schéma correcteur.

- **Les différences finies implicites**, pour lesquelles les dérivées partielles sont remplacées par des termes dont l'échelle temporelle est inconnue *a priori*. La variable inconnue apparaît dès lors implicitement dans les équations algébriques dont la solution ne peut être obtenue que par la résolution simultanée du système. De manière analogue aux méthodes

explicites décrites plus haut, on distingue trois types de schémas implicites : les différences implicites rétrogrades (*Backward*), progressistes (*forward*) et centrées (*Central*);

$$\overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^{k+1} - f_{i-1}^{k+1}}{\Delta x}}^{\text{Backward}} \quad \overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^{k+1} - f_i^{k+1}}{\Delta x}}^{\text{forward}} \quad \overbrace{\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^{k+1} - f_{i-1}^{k+1}}{2\Delta x}}^{\text{Central}} \quad (2.2)$$

Les différences entre les méthodes numériques implicites et explicites peuvent se résumer comme suit (Black, 1987): les schémas explicites sont relativement simples à coder et à résoudre et leur extension aux schémas d'ordres supérieurs (plus précis) généralement aisée. Les schémas implicites comme leur nom l'indiquent, nécessitent un couplage entre les variables de tous les points de la grille de calcul et leur résolution exige une méthode par inversion de matrice. Les avantages que l'on peut tirer des efforts supplémentaires consentis dans le codage et la résolution des schémas implicites résident sur la stabilité de ses propriétés. Le pas de temps des schémas explicites est limité à cause de la condition de courant, qui dépend de la taille de la grille de calcul Δx et de la vitesse de l'écoulement u . En fait, pour les ondes de remplissage en conduites, d'autres conditions restrictives doivent être respectées :

$$\Delta t \leq \Delta x / (|u| + c) \quad (2.3)$$

Cette restriction supplémentaire vient du fait qu'en général, la célérité du son c est très grande devant la valeur absolue de la vitesse d'écoulement $|u|$. Si l'intérêt pour l'onde de pression est petit ou inexistant, alors le problème est effectivement tenace puisque des pas de temps plus petits que nécessaires sont requis pour résoudre le problème. Les schémas implicites, et plus particulièrement ceux d'ordre inférieur, ont une tendance à être hautement diffusifs et conduisent au lissage des fronts raides. Les conditions de stabilité pour une méthode explicite sont généralement la condition limitante.

2.3.2 Méthode des caractéristiques

Développée en 1789 par Monge, la méthode des caractéristiques permet l'intégration des équations différentielles partielles. Largement utilisée en hydraulique à surface libre pour l'analyse des phénomènes d'écoulements non permanents, elle apparaît aujourd'hui comme étant la méthode standard d'analyse des écoulements transitoires en conduites fermées (Chaudhry, M.

H., 1995). Par ailleurs, elle facilite la compréhension du phénomène de propagation et aide au développement des conditions frontière nécessaires à l'utilisation des méthodes basées sur les différences finies explicites. Son développement est largement documenté (Abbott, 1966, 1979; Chaudhry, M. H., 1995; Graf & Altinakar, 1996; Stoker, 1953). Nous avons choisi de développer cette technique puisqu'elle sera largement utilisée dans la suite de notre étude.

Pour un canal prismatique sans apport latéral, les équations de Saint Venant s'écrivent de la manière suivante (Chaudhry, M. H., 1995):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (2.4)$$

$$T \frac{\partial y}{\partial t} + VT \frac{\partial y}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.5)$$

V est la vitesse moyenne dans une section de contrôle, y est la profondeur d'eau, T la largeur à la surface libre, A la section mouillée, g l'accélération de la pesanteur, x l'unité spatiale, t l'unité de temporelle, S_0 la pente du canal et n la rugosité du canal. $S_f = n^2 V^2 R^{-4/3}$ représente la pente de la ligne d'énergie, et R le rayon hydraulique. En combinant les équations (2.4) et (2.5) avec un multiplicateur λ inconnu (à priori), on obtient :

$$\underbrace{\left[\frac{\partial V}{\partial x} (V + \lambda A) + \frac{\partial V}{\partial t} \right]}_{[1]} + \lambda T \underbrace{\left[\frac{\partial y}{\partial x} \left(V + \frac{g}{\lambda T} \right) + \frac{\partial y}{\partial t} \right]}_{[2]} = g(S_f - S_0) \quad (2.6)$$

Puisque V et y sont des fonctions de x et de t on peut réécrire les expressions [1] et [2] de l'équation (2.6) ci-dessus sous la forme de dérivées totales comme suit:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V + \lambda A) \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{DV}{Dt} \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial x} \left(V + \frac{g}{\lambda T} \right) + \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{Dy}{Dt} \quad (2.7)$$

Si les conditions ci-après sont simultanément satisfaites :

$$(V + \lambda A) = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad \left(V + \frac{g}{\lambda T} \right) = \frac{dx}{dt} \quad (2.8)$$

Autrement dit, si : $V + \lambda A = V + \frac{g}{\lambda T}$ soit $\lambda = \pm \sqrt{\frac{g}{AT}}$. On obtient alors

$$\frac{dx}{dt} = V \pm \sqrt{\frac{g}{\lambda T}} = V \pm c \quad (2.9)$$

avec $c = \sqrt{gD_h}$ ou D_h est la profondeur hydraulique et c la célérité relative pour les ondes de gravité. L'équation (2.6) permet donc d'obtenir sans aucune approximation les systèmes d'équations:

$$\begin{array}{ll} \overbrace{\frac{dV}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} + g(S_0 - S_f)}^{C^+} = 0 & \overbrace{\frac{dV}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} + g(S_0 - S_f)}^{C^-} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = V + c & \frac{dx}{dt} = V - c \end{array} \quad (2.10)$$

pour les caractéristiques positives et négatives respectivement. L'intégration des systèmes d'équations ci-dessus doit se faire le long des lignes caractéristiques. Si l'on admet l'erreur d'approximation générée en considérant que les lignes caractéristiques sont des droites, on obtient, pour la caractéristique C^+ (respectivement C^-) les intégrations ci-après :

$$\begin{array}{ll} \overbrace{V_P - V_R + \int_{t_S}^{t_P} \frac{1}{c} dy + g \int_{y_R}^{y_P} g(S_f - S_0) dt}^{C^+} = 0 & \overbrace{V_P - V_S - \int_{t_S}^{t_P} \frac{1}{c} dy + g \int_{t_R}^{t_P} g(S_f - S_0) dt}^{C^-} = 0 \\ x_P - x_R = \int_{t_S}^{t_P} (V + c) dt & x_P - x_R = \int_{t_S}^{t_P} (V - c) dt \end{array} \quad (2.11)$$

Où V , c , A et S_f sont les fonctions inconnues par rapport au temps.

L'intégration numérique des équations (2.11) part du principe que la solution au temps précédent (la ligne du temps contenant les points A et B) est connue de même que les conditions frontières qui prévalent à $x=0$, et à $x=L$ sont imposées et donc connues pour chaque pas de temps t . En général, la condition de Courant Friedrich-Lewy (CFL) doit être satisfaite pour assurer la stabilité du schéma numérique : $\Delta t \leq \Delta x / (|V| + c)$. Les intégrales dans les équations (2.11) peuvent être réalisées par différentes techniques : intégration trapézoïdale ou linéaire. En cas d'intégration trapézoïdale, on obtient des équations non linéaires qui doivent être résolues par itération. Si l'on procède par intégration linéaire, on introduit des erreurs numériques.

2.3.3 Méthode des volumes finis

La **méthode des volumes finis** permet également de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles. Cependant, à la différence des méthodes à différences finies pour lesquelles les approximations sont effectuées au niveau des dérivées, la méthode de volumes finis utilise des approximations d'intégrales. La résolution approchée de l'équation aux dérivées partielles se fait en subdivisant le domaine d'étude en unités élémentaires appelées volumes finis. Les volumes finis dont la réunion forme le domaine d'étude peuvent prendre la forme de petits volumes, de petites surfaces ou de petits segments selon que celui-ci est tridimensionnel, bidimensionnel ou unidimensionnel. Les volumes finis peuvent être construits autour des points d'un maillage initial, mais pas nécessairement.

Les méthodes basées sur les volumes finis ont été mises au point pour les lois de conservation pour lesquelles les équations aux dérivées partielles contiennent des termes de divergence. Les intégrales de volume d'un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface en utilisant le théorème de flux-divergence. Ces termes de flux sont ensuite évalués aux interfaces entre les volumes finis. On utilise une fonction de flux numérique pour faire une approximation des flux aux interfaces. Comme le flux entrant dans un volume donné est égal au flux sortant du volume adjacent, ces méthodes sont conservatives. Ce qui est particulièrement important lorsqu'on résout des lois de conservation. Un autre avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non structurés puisque la formulation d'une méthode basée sur les volumes finis ne tient aucun compte de la complexité du maillage.

Léon et al (2006) ont utilisé la méthode des volumes finis pour le développement d'un modèle de simulation en temps réel des écoulements transitoires dans les égouts pluviaux. La méthode proposée est basée sur la reformulation des équations différentielles partielles décrivant les écoulements unidimensionnels dans les canaux non prismatiques (continuité et quantité de mouvement) sous une forme intégrale à travers un volume de contrôle élémentaire. Les besoins de maillage du domaine d'étude ont conduit les auteurs à la discrétisation des domaines spatial et temporel en cellules de longueur Δx et de durée Δt respectivement. Chaque volume fini ou cellule élémentaire est centré sur le nœud i qui la représente et s'étend de $i-1/2$ à $i+1/2$. Les variables d'intérêt (section mouillée et débit) sont définies au centre i de chaque cellule. Les flux par

contre sont évalués à l'interface des cellules, soit à $i-1/2$ et à $i+1/2$. L'intégration pour la cellule i s'effectue comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} U dx + F_{i+1/2} - F_{i-1/2} = \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \quad (2.12)$$

Les variables d'écoulement A et Q sont moyennées à travers la cellule et l'application du théorème de flux divergence permet d'obtenir l'équation:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \quad (2.13)$$

Pour laquelle les indices n et $n+1$ font référence aux instants t et $t+\Delta t$ respectivement.

2.3.4 Méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis est une alternative numérique robuste qui permet de résoudre, de manière discrète, les équations différentielles partielles complexes pour lesquelles une solution approchée "suffisamment" fiable est requise. C'est une technique nouvelle et son utilisation reste limitée en hydraulique urbaine comparativement aux méthodes présentées ci-avant. L'avantage principal de cette méthode tient à son habilité à s'ajuster à des conditions frontière irrégulières ainsi qu'à sa souplesse autorisant un raffinement des grilles de calculs là où cela s'avère nécessaire. La méthode des éléments finis se différencie de celle des différences finies par le mode de discrétisation du domaine de définition de la solution: alors que le domaine de solution est subdivisé en grilles de points individuels dans la méthode des différences finies, il est subdivisé en grille d'éléments dans la méthode des éléments finis.

2.4 Classification des modèles d'écoulement transitoire

2.4.1 Classification à partir de la technique de calcul

En règle générale, les différentes approches de modélisation des écoulements transitoires se décomposent en deux grandes familles: les modèles avec capture de choc (« Shock-Capturing ») et les modèles avec suivi du choc (« shock-tracking-fitting»). Chacun de ces modèles s'est efforcé au fil des années de répondre au mieux de ses possibilités à certaines des préoccupations soulevées par l'écoulement transitoire et aux instabilités associées. Si les premiers réclament une

facilité de modélisation, les seconds se veulent plus réalistes et mieux à même de décrire le comportement hydraulique du réseau pendant les phases de remplissage et/ou de vidange.

Les modèles avec capture de choc utilisent une seule équation pour simuler aussi bien l'écoulement gravitaire que l'écoulement en charge. Ceci est possible grâce à l'utilisation d'une fente imaginaire (la fente Preissmann) qui prolonge fictivement les canalisations de manière à préserver les conditions d'écoulement à surface libre pendant la mise en charge partielle ou totale du réseau d'égout. Dans ces conditions, il n'est pas nécessaire de connaître la position de la discontinuité séparant les écoulements en charge des écoulements à surface libre. Toutefois, la simulation des conditions hydrodynamiques telles que l'emplacement et la célérité du front de transition demeurent des préoccupations majeures lorsqu'on veut atteindre la précision et la stabilité des modèles numériques. Les modèles basés sur la technique dite "avec capture de choc" prédisent la localisation du front d'onde dans une zone dont la largeur dépend du schéma numérique. Selon la taille de fente de Preissmann, ces modèles sous-estiment généralement la célérité et la pression dans les écoulements à faible piézométrie. En outre, les modèles qui utilisent uniquement des équations spécifiques aux écoulements gravitaires ne sont pas capables de calculer certains phénomènes complexes tels que les coups de bélier accompagnés de hautes pressions ainsi que les instabilités qui les caractérisent. Vasconcelos et Wright (2007) ont montré que le modèle TPA est capable de simuler le phénomène de coup de bélier (généré par une fermeture subite de la vanne) lorsque la célérité des ondes de pressions de l'écoulement est faible. L'acuité des modèles dit "avec capture de choc" dépend généralement de la performance du schéma numérique de calcul et des variables d'écoulement (Toro, 2001). Avec le schéma de Lax-Friedrichs, Vasconcelos *et al.* (Vasconcelos et al., 2006b) montrent que la célérité de propagation du front d'onde est plus faible lorsque la profondeur et la vitesse sont considérées comme les paramètres de l'écoulement, à la place de la profondeur et du débit. Les modèles suivants appartiennent à la famille des modèles dits "avec capture de choc": Garcia-Navarro et al. (1994), Capart et al. (1997), Vasconcelos and Wright (2007).

Contrairement aux modèles dits "avec Capture de choc", les modèles "avec suivi de choc" procèdent à une poursuite systématique du front de transition à chaque pas de calcul. Afin de simuler les écoulements transitoires. Wiggert (1972a), Song *et al.* (1983), Cardle et Song (1988), Guo et Song (1990), Fuamba (2002b) ont suggéré une procédure de calcul en deux étapes comme suit: (a) calculer les conditions du front de transition en établissant les équations de conservation

de masse et de quantité de mouvement autour du front; (b) calculer les conditions d'écoulement dans les sections à surface libre et en charge de la conduite à l'aide des équations de Saint-Venant. En tant que schéma numérique, la méthode des caractéristiques (MOC) offre de grandes possibilités. Sa forme explicite facilite la résolution des équations et le calcul des conditions aux limites. Une comparaison entre les schémas Lax-Friedrichs et MOC-Hartree effectuée par Sturm (2000) et Vasconcelos *et al.* (2006b) révèle un retard dans la propagation du front d'onde lorsque l'utilisation de la MOC n'est pas associée à une procédure de localisation du front de transition.

Le calcul dans la zone d'écoulement en charge peut être réalisé à l'aide de la technique des colonnes rigide (MCR) (Wylie & Streeter, 1993). Li et McCorquodale (1999) ont proposé un modèle basé sur la MCR dont les simulations numériques s'accordent avec les résultats expérimentaux. Toutefois, de même que pour les modèles avec suivi du front de transition, la forme du front d'onde est soumise à de nombreuses hypothèses limitatives. Zhou *et al.* (2004) admettent que le front est caractérisé par une interface verticale avançant dans une conduite remplie d'air. Cette interface comprime l'air qui est ensuite expulsé à travers les regards. Pourtant, les expériences menées par Guizani *et al.* (2006) montrent que la forme du front d'onde est plus complexe, variable, et fortement influencée par la pression amont. De plus, la forme du front a tendance à être plus incliné à mesure que la pression diminue.

S'il est vrai que la classification basée sur la technique de calcul a une pertinence avérée, l'examen de l'effet de l'air occupe aujourd'hui une place prépondérante en raison de l'ampleur de son effet et de son incidence sur les phénomènes physiques accompagnant les instabilités d'écoulements transitoires. L'analyse des contributions de la dernière décennie relative à la modélisation numérique révèle de nouveaux concepts émergents et un changement dans la classification des modèles.

2.4.2 Classification à partir de la formulation mathématique

Une classification plus contemporaine s'appuie sur la formulation mathématique du problème d'écoulement transitoire et notamment sur le nombre d'équations utilisées dans la modélisation. Les modèles à une équation utilisent un artifice permettant de préserver les conditions d'écoulement à surface libre pendant la mise en charge partielle ou totale du réseau d'égout. Pour les modèles à deux équations, écoulement à surface libre et écoulement sous-pression sont régis

par des systèmes d'équations différents et la continuité est obtenue par l'utilisation des conditions frontière adéquates au point de transition.

2.5 Modèles à une seule équation.

Si on admet les hypothèses spécifiques aux fluides homogènes et incompressibles comme s'appliquant dans les RAU, alors l'écoulement à surface libre peut être décrit par deux équations aux dérivées partielles de type hyperbolique décrivant respectivement la continuité et la conservation de la quantité de mouvement (Yen, 1973, 1978) comme suit:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta}{A} Q^2 \right) + gA \frac{\partial}{\partial t} (K_0 y \cos \theta) + \\ \quad + g (K_0 - K'_0) (y \cos \theta) \frac{\partial A}{\partial x} + gA \left(S_f - \frac{1}{\rho g A} \frac{\partial T}{\partial x} - S_0 \right) \end{cases} \quad (2.14)$$

Où: A est la surface d'écoulement, y la profondeur de l'eau, Q le débit, β le facteur de correction dynamique de l'écoulement, θ l'angle du fond du canal, ρ la densité de l'eau, K_0 et K'_0 les facteurs de correction de la distribution de pression non hydrostatique, T la force due aux contraintes internes agissant normalement, S_0 la pente de conduite, S_f la pente de frottement, g accélération de gravité, x pas de discrétisation spatiale et t le pas de discrétisation temporelle. Lorsque l'écoulement s'effectue en charge et que la section de la conduite est constante, $\partial A / \partial x = 0$ et $\partial A / \partial t = 0$. En posant: $P_a / \rho g = K_0 y \cos \theta + Z_b$ où Z_b désigne la cote du radier aval, l'équation (2.14) peut être transformée comme suit (Yen, 1978):

$$\begin{cases} Q = AV \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta}{A} V^2 + \frac{P_a}{\rho g} \right) + g \left(S_f - \frac{1}{\rho g A} \frac{\partial T}{\partial x} - S_0 \right) = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Où V est la vitesse de l'écoulement et $P_a / \rho g$ la pression piézométrique. Les équations utilisées dans les modèles à une seule équation sont des approximations de l'équation (2.14) avec les simplifications suivantes: (i) écoulement graduellement varié avec distribution hydrostatique de la pression; (ii) canalisations à faible pente; (iii) répartition uniforme de la vitesse dans les

sections transversales de la conduite; (iv) loi de friction permanente supposée valide pour les écoulements non permanents; (v) accélérations négligeables dans la direction perpendiculaire à l'axe de l'écoulement; (vi) effets de viscosité négligeables par rapport aux frottements sur les parois, (vii) effet des tensions de surface négligeable pendant l'initiation de l'écoulement sur zone sèche. Notons toutefois les limitations de l'utilisation de cette formulation pour les écoulements transitoires dans lesquels les phénomènes physiques et les instabilités discutées dans la section 2 ci-dessus deviennent importants. Moyennant ces hypothèses, la formulation mathématique de l'écoulement transitoire peut prendre l'une ou l'autre des formes (a) et (b) ci-après dépendamment des variables utilisées :

$$(a) \begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} + V \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gAh_c \right) = gA(S_0 - S_f) \end{cases} \quad (2.16)$$

Où y est la profondeur de l'écoulement, V sa vitesse, g l'accélération de la pesanteur, S_0 la pente de la conduite, c la célérité de l'onde de gravité, Q le débit, A la section mouillée, h_c le centroïde de la section mouillée et S_f la pente d'énergie. x exprime l'échelle spatiale et t l'échelle temporelle.

Vasconcelos et al. (2006b) ont montré que le choix des variables d'écoulement (débit ou profondeur d'eau) avait une incidence à la fois sur célérité de propagation du front, mais aussi sur les valeurs de profondeur, de la lame d'eau et de charge de pression obtenue. Toro (2001) et Vasconcelos et al. (2006c) ont démontré que l'équation (a) est plus adaptée et donne une meilleure localisation de la position du front d'onde. Toro (2001) montre que la célérité du front d'onde a une valeur inférieure lorsque la forme non conservatrice (a) est utilisée au lieu de la forme conservative (b). Ces modèles ne sont valables que si les canalisations sont suffisamment ventilées et que la vitesse n'est pas assez importante pour produire une instabilité de l'écoulement (Schmidt et al., 2005).

2.5.1 Modèles à fentes de Preissmann

Dans les RAU, les deux formulations de l'équation (2.16) sont indéfinies lorsque la profondeur de l'eau atteint la couronne. Cunge et Wegner (1964) furent les premiers à suggérer l'utilisation d'une fente hypothétique (la fente Preissmann) pour prolonger fictivement la conduite de manière à

préserver les conditions d'écoulement à surface libre dans la région du réseau s'écoulant en charge. Le prolongement de la conduite par une fente imaginaire permet d'assurer une surcharge de la conduite sans avoir à changer d'équation et d'obtenir la célérité des ondes de pression la plus rapide requise dans la zone de l'écoulement en charge. Pour atteindre ces deux buts, la largeur de la fente hypothétique doit satisfaire aux conditions de célérité de l'onde de pression dans la zone en charge, en conformité avec la vitesse de propagation des ondes de gravité. Par ailleurs, l'utilisation d'une fente permet d'avoir un centroïde dont la profondeur est supérieure à la moitié du diamètre. Dans ces conditions, quelques auteurs (Capart et al., 1997; Johnson et al., 2002) ont proposé une formulation mathématique de la largeur de la fente (L) à partir de la célérité des ondes acoustiques de pression (a) et de la section de la canalisation (A) comme suit:

$$L \leq \frac{gA}{a^2} \quad (2.17)$$

Vasconcelos et al. (Vasconcelos et al., 2006b; 2006c) soulignent la difficulté du choix de la largeur de la fente. En fait, pour obtenir une célérité satisfaisante, la fente doit être suffisamment étroite pour minimiser le volume de l'eau stocké virtuellement. Cependant, divers auteurs (Trajkovic et al., 1999b; Vasconcelos et al., 2006b; 2006c) montrent que l'utilisation d'une fente très étroite peut compromettre la stabilité du modèle par le biais de fausses oscillations numériques. Par ailleurs, la modification de la largeur de la fente altère l'équivalence entre les équations de coup de bélier et d'écoulement à surface libre; ce qui donne des vitesses et des pressions erronées. Malheureusement, il n'existe pas de normes sur la détermination d'une largeur minimum de fente acceptable pour éviter les instabilités numériques ou sur l'intégration des coups de bélier à fréquences élevées (Schmidt et al., 2005).

2.5.2 L'approche par pression à deux composantes (TPA)

Lorsque la pression piézométrique diminue en dessous de la couronne dans la zone sous pression, les modèles de fente de Preissmann régénèrent systématiquement les équations d'écoulement à surface libre, en supposant la ventilation suffisante. L'instabilité de transition liée à une mauvaise ventilation ne peut donc être calculée. Afin de simuler les dépressions, Vasconcelos *et al.* (2006c) ont proposé une formulation complémentaire dite « à deux composantes de pression ». Dans cette nouvelle approche, le terme de pression est subdivisé en deux composantes. La première

composante représente la pression hydrostatique ($y_c \leq D/2$) et sa valeur est toujours inférieure à la moitié du diamètre de la conduite (centroïde de la section mouillée lorsque la conduite n'est pas pleine). La seconde composante représente le terme de surpression qui peut-être soit positif lorsque l'écoulement se fait en charge, ou négatif si la conduite est sollicitée par les phénomènes de sous-pression. La formulation mathématique de ce modèle est donnée sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Q^2}{A} + gA(h_c + h_s) \right] = gA(S_0 - S_f) \end{cases} \quad (2.18)$$

où S_0 est la pente du canal, S_f la pente d'énergie, A la section de la conduite et g l'accélération de la pesanteur. Cette approche s'appuie sur un comportement supposé élastique de la conduite où la célérité de l'onde acoustique a est donnée par l'expression de Wylie et Streeter (1993) : $a = (A\Delta p / \rho\Delta A)^{1/2}$; ρ est la masse volumique de l'eau. Les variations de section (ΔA) et de pression (Δp) sont reliées grâce aux propriétés géométriques élastiques de la conduite (Vasconcelos et al., 2006c) par la surpression h_s :

$$h_s = \frac{a^2}{g} \frac{\Delta A}{A} \quad (2.19)$$

La variation $\Delta A/A$ est calculée à partir des résultats de l'équation de continuité du système (2.18). Dans une approche modifiée, Vasconcelos et Marwell (2011) présentent une variante du modèle TPA capable de simuler une cavitation discrète ainsi que les modifications qu'elle engendre sur la célérité des ondes acoustiques. Cette approche permet aussi bien la simulation des écoulements non-permanents que celle des pressions négatives qui engendrent les phénomènes de cavitation. Il a l'avantage d'intégrer une célérité d'onde acoustique variable en fonction des propriétés élastiques des canalisations et du taux approximatif de l'air contenue dans l'eau.

En plus des limitations relatives aux simplifications des équations de Saint-Venant et à la prise en compte partielle de l'effet de l'air, les modèles d'écoulement transitoires doivent faire face aux oscillations engendrées par les chocs (ressauts hydrauliques, coup de bélier,...). Toutefois, quelques techniques de résolution sont proposées, mais avec le risque d'altérer le principe de

conservation. Il s'agit de la transition progressive de la fente (León et al., 2009), l'alternative de filtrage ou l'écoulement hybride (Vasconcelos et al., 2009).

2.6 Modèles à deux équations

La famille des modèles à deux équations comprend les modèles dynamiques utilisant la méthode des caractéristiques (MDC), les modèles basés sur l'hypothèse des colonnes rigides et les modèles (plus récents) discrétisant l'écoulement en volumes finis et utilisant le solveur de Riemann (Bourdarias & Gerbi, 2007; León et al., 2010). Certains de ces modèles intègrent l'effet de l'air dans le processus de modélisation. Toutefois, certaines limitations propres aux modèles à une équation et relatives aux hypothèses des équations de Saint Venant en écoulement gravitaire et pressurisé sont également présentes dans les modèles à deux équations.

2.6.1 Modèles dynamiques (avec suivi du front de transition)

Les modèles dynamiques adaptent à chaque régime d'écoulement un système d'équations qui lui est propre. Ainsi, les écoulements à surface libre sont modélisés à l'aide des équations propres aux écoulements à surface libre (équation (2.16)) et les écoulements en charge par des équations spécifiques aux écoulements en charge (équation (2.20)). Pendant le processus de transition, la position du front séparant l'écoulement en charge de l'écoulement à surface libre est calculée itérativement et encadrée par des conditions aux frontières adéquates. Le modèle de Wiggert (1972a), a été un des premiers modèles de ce type. Généralement, les modèles dynamiques utilisent la méthode des caractéristiques dont la réputation à simuler convenablement les conditions frontière complexes est bien établie (Fuamba, 2002b; Politano et al., 2007a; Wiggert, 1972a). A ce titre, les modèles de cette famille peuvent être subdivisés en trois types suivant la technique de résolution numérique utilisée: a) les modèles qui utilisent la méthode des caractéristiques autant pour l'écoulement à surface libre que pour l'écoulement en charge, b) les modèles qui utilisent la méthode des colonnes rigides pour les deux régimes d'écoulement, et c) les modèles qui utilisent deux techniques de discrétisation différentes de part et d'autre du front de transition: la méthode des caractéristiques pour l'écoulement gravitaire et la méthode des colonnes rigides ou l'approche par inertie localisée pour l'écoulement en charge.

Dans les modèles dynamiques, l'écoulement gravitaire est modélisé mathématiquement par l'équation (2.16) alors que l'écoulement en charge utilise une deuxième formulation dérivée de

l'équation de Saint-Venant et incorporant l'élasticité de la conduite (Streeter, V. L. & Wylie, E. B., 1967):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + g(S_f - S_0) = 0 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} = -\alpha Q|Q| \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Où a est la vitesse de propagation de l'interface de transition, H la charge piézométrique et α le coefficient de friction; les autres paramètres sont identiques à ceux de l'équation (2.16).

Le calcul des variables permettant de caractériser l'écoulement autour du front de transition s'appuie sur les équations d'équilibre de la masse et de la quantité de mouvement comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 (V_1 - w) = A_2 (V_2 - w) \\ g(A_1 h_1 - A_2 \bar{y}_2) = A_1 (V_1 - w)(V_2 - V_1) \\ w = \Delta x / \Delta t \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Où l'indice 1 se réfère à la section d'écoulement en charge et l'indice 2 à la section d'écoulement à surface libre; h_1 est la pression et w la vitesse de propagation du front de transition. Δx est le pas de discrétisation spatiale et Δt le pas de discrétisation temporelle. Ce type de modèle est très exigeant en mémoire de calcul à cause de la condition de Courant Friedrichs Lewy nécessaire pour la stabilité du schéma numérique (Chaudhry, M. H., 2008):

$$\Delta t = \Delta x / (a + |V|) \quad (2.22)$$

Les modèles dynamiques tel que formulés ci-dessus ne sont pas conservatifs. C'est pourquoi, revenant sur les équations de Saint-Venant et utilisant le concept des variables équivalentes, Bourdarias et Gerbi (2007) ont proposé une nouvelle formulation qui se veut mixte et qui s'énonce comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \right) = -gA \frac{\partial Z}{\partial t} - gK(A, E) \frac{Q|Q|}{A} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Dans cette nouvelle formulation, le terme E traduit l'état de l'écoulement au point courant x : $E=SL$ si l'écoulement est gravitaire; $E=CH$ si l'écoulement s'effectue en charge. La loi de pression quant à elle s'exprime comme suit :

$$p(x, A, E) = \begin{cases} gI_1(A) \cos[\theta(x)] & \text{si } E = SL \\ gI_1(A_{\max}) \cos[\theta(x)] + c^2(A - A_{\max}) & \text{si } E = CH \end{cases} \quad (2.24)$$

En outre, le terme de friction a deux composantes et dépend de la section mouillée A :

$$K(A, E) = \begin{cases} K_s^{-2} R_h^{-1} A^{-4/3} & \text{si } E = SL \\ K_s^{-2} R_h^{-1} A_{\max}^{-4/3} & \text{si } E = CH \end{cases} \quad (2.25)$$

Cette formulation mixte permet de simuler le réseau à partir d'une seule équation dont les paramètres s'ajustent aux conditions d'écoulement. Il est démontré que cette nouvelle formulation est strictement hyperbolique dans le domaine d'étude à l'exclusion du point de transition.

Song *et al.* (1983), Cardle et Song (1988) et Guo et Song (1990) furent les premiers à développer un modèle numérique capable de décrire les conditions hydrodynamiques dans chaque section transversale intérieure des conduites. Fuamba (2002b) a analysé un front d'onde de pressurisation en considérant la probabilité d'un écoulement critique et torrentiel dans l'écoulement à surface libre. Ce modèle a été appliqué avec succès à des études de cas expérimentaux et réels. Il permet une modélisation dynamique de l'écoulement transitoire, un suivi dès sa naissance de la propagation de l'onde de remplissage/vidange à l'intérieur de la conduite, une estimation réaliste des valeurs de pression et sous-pression en facilitant une prédiction et une gestion efficace en temps réel du réseau étudié. Toutefois, ce modèle n'intègre ni l'apparition de plusieurs fronts, ni celui de l'effet de l'air emprisonné. En outre, son principal inconvénient est qu'il admet un front de transition raide (ressaut hydraulique raide), et ne peut convenablement simuler les cas où la pressurisation survient avec un écoulement graduellement varié. Par ailleurs, l'écoulement près de l'interface est calculé avec la méthode des caractéristiques, qui, à l'interface en mouvement, nécessite des interpolations et un calcul itératif. Ces interpolations ne conservent pas la masse, et des erreurs peuvent survenir, en particulier si la grille de calcul est grossière. Pour surmonter ces problèmes, une grille raffinée doit être utilisée, et le calcul devient intensif. Un ordinateur puissant doit par conséquent être utilisé pour réduire le temps de calcul.

Enfin, la majorité des modèles supposent une parfaite ventilation de la conduite et négligent donc l'interaction de l'air avec l'écoulement. De telles hypothèses ne permettent pas aux modèles numériques de simuler convenablement les conduites insuffisamment ventilées (Schmidt et al., 2005).(1990)

Afin de tenir compte de l'éventualité d'un front de remplissage progressif, Politano et al. (2007b) ont proposé un modèle capable d'intégrer la simulation de l'écoulement transitoire avec remplissage progressif de la canalisation. Le modèle proposé est basé sur la technique ITM (« *Interface Tracking Method* ») qui consiste à déterminer la position du front de transition à chaque pas de calcul. Les conditions d'écoulement près de l'interface air-eau sont calculées en utilisant soit le modèle Shock-Fitting ou un modèle de conservation de masse et de mouvement à travers un volume de contrôle mobile. L'approche "Shock-Fitting" est utilisée lorsque l'énergie contenue dans l'apport est suffisante pour créer une pressurisation du débit à travers la conduite avec une grande perte d'énergie (ressaut raide). Lorsque l'énergie de remplissage est faible, l'accélération du débit entre deux sections adjacentes est négligée et l'écoulement autour de l'interface est simulé en appliquant l'équilibre de la masse et du mouvement sur un volume de contrôle mobile entourant l'interface.

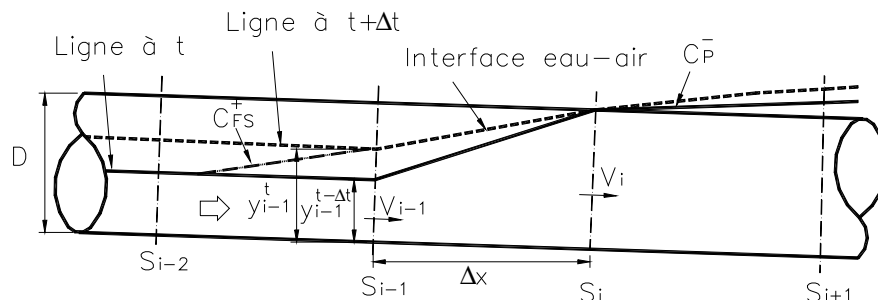


Figure 2-1: Front de transition incliné (Politano et al., 2007a)

La Figure 2-1 montre un volume de contrôle générique où la pressurisation de la canalisation a lieu entre les sections S_{i-1} et S_i . la section S_i est en charge alors que la section S_{i-1} s'écoule à surface libre. La ligne pointillée indique la surface de l'eau. L'interface se déplace de la section S_i vers la section S_{i-1} soit par une augmentation de la pression ou par la diminution de la vitesse à la section S_i . Lorsque l'onde de remplissage se déplace vers S_{i-1} , l'élévation à cette section augmente. Lorsque le niveau d'eau à la section S_{i-1} atteint la couronne de la conduite, l'interface

est déplacée vers l'amont et repositionné entre les sections S_{i-2} et S_{i-1} . Les équations de conservation de masse et de mouvement sur le volume de contrôle s'établissent alors comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d(A_{i-1} - A)}{dt} \Delta x = A_{i-1} V_{i-1} - A V_i \\ A_{i-1} V_{i-1}^2 - A V_i^2 + g \bar{y}_{i-1} A_{i-1} - (H_i - Z_i - D/2) A + g \Delta x S_0 (A_{i-1} + A) / 2 \end{cases} \quad (2.26)$$

Les index i et $i-1$ se réfèrent aux sections en charge et à surface libre du front de transition. A Représente la section de l'écoulement, V sa vitesse, $\bar{y}$ le centroïde de la profondeur d'écoulement, H la charge piézométrique, Z la cote du radier, D le diamètre de la conduite et S_0 sa pente.

Ce modèle donne des résultats comparables à ceux présentés dans l'étude expérimentale de Trajkovic et al. (1999b). Cependant il ne prend pas en compte l'effet de l'air ou l'éventualité d'apparition de plusieurs fronts d'onde.

La simulation de l'effet de l'air dans les modèles avec suivi du front de transition a été partiellement adressée par les travaux Gomez et Achiaga (2001). Afin de réduire l'amplitude des oscillations de pression générée par le coup de béliet lors de la rencontre de deux fronts d'onde, les auteurs ont proposé de réduire la valeur de la célérité de l'onde pression, dès que la rencontre est constatée. Ceci a pour but de reproduire numériquement les résultats expérimentaux. Malheureusement, les auteurs n'ont pas quantifié cette réduction qui par ailleurs peut être expliquée par une présence d'air entre les fronts. Joukowski-Alliévi (Carlier, 1986) indique que la variation de pression est directement liée à la vitesse de l'onde acoustique (a), et aux vitesses de l'écoulement (V_1 et V_2) entre les deux fronts d'onde:

$$\Delta H = \pm a \frac{V_2 - V_1}{g} \quad (2.27)$$

Où a est la célérité des ondes de pression, V_1 et V_2 sont les vitesses dans les deux fronts d'onde.

Le calcul de la célérité de l'onde de surpression accompagnant la rencontre de deux fronts d'onde opposés n'est pas bien documenté. La caractérisation du front d'onde ainsi que la détermination du volume d'air contenu dans la zone inter front ne sont pas bien connues; ceci ne permet donc pas de fournir une meilleure estimation de la vitesse des ondes acoustiques. Dans les réseaux

d'assainissement urbains dotés de regard de visite ou de conduite d'aération, des quantités d'air importantes peuvent être ainsi introduites dans les canalisations de drainage. Des essais réalisés sur un modèle réduit dans le laboratoire de recherches hydrauliques de l'École Polytechnique de Montréal montrent qu'un front de remplissage généré à partir d'un approvisionnement en chute et se propageant vers l'amont contient d'importantes quantités d'air (Figure 2-2 et Figure 2-3). Cette quantité d'air atteint son maximum en tête du front d'onde et est plus faible pour un front aval stationnaire que pour un front se déplaçant à contre-courant. Le résultat observé pour ce dernier front est similaire à celui du ressaut aéré observé par Ead et Ghamry (Ead & Ghamry, 2002) dans les conduites circulaires. L'entraînement d'air dans les conduites circulaires rapportées par Hager et Schleiss (2009) montre l'intérêt d'une analyse approfondie des écoulements transitoires afin de mieux intégrer les effets de l'air dans la modélisation.

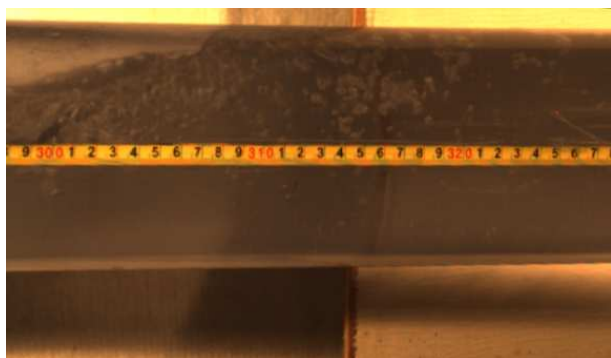


Figure 2-2: Photo d'un front aval stationnaire



Figure 2-3: Photo d'un front aval en propagation

2.6.2 Modèles basés sur la théorie des colonnes rigides

Les modèles développés par Hamam et McCorquodale (1982), Li et McCorquodale (1999), ou par Zhou *et al.* (2004; 2002c) sont les mieux connus de cette catégorie. Dans leur modèle, (Hamam & McCorquodale, 1982) supposent l'existence d'une bulle d'air hypothétique et stationnaire en processus de compression et d'expansion adiabatique entre deux colonnes rigides. Il est admis dans cette approche que le mouvement du front d'onde entraîne une transformation de l'air. L'instabilité de Helmholtz est utilisée pour évaluer l'état de l'air sous pression. Tant que l'instabilité de Helmholtz ne se produit pas, la vitesse de la colonne d'air est obtenue à partir de la vitesse du front positif, la pression d'air étant supposée constante. Une fois que la vitesse relative

entre l'air et l'eau devient assez considérable et que la condition de stabilité critique est dépassée, l'air est supposé pris au piège dans une région déterminée (Schmidt et al., 2005). Cette approche a été étendue par Li et McCorquodale (1999) afin de simuler le transport des poches d'air. Pour cela, la formulation des auteurs utilise la résultante des forces appliquées à la colonne rigide, ainsi que les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement pour calculer les accélérations des colonnes pressurisées A et C (voir Figure 2-4 et Figure 2-5). Pour déterminer l'accélération de la colonne B (Figure 2-6), l'équation du mouvement est combinée à celle de la masse et au taux de variation de la masse dans la colonne rigide. La formulation globale est la suivante:

$$\begin{aligned}
\frac{dV_A}{dt} &= \frac{g}{L_A} \left(S_i - \frac{V_A^2}{2g} - K_A \frac{V_A |V_A|}{2g} \right) - \frac{1}{\rho_w L_A} \left(p_a + \frac{\gamma_w y_B A_B}{2A_p} \right) + gS_0 - f_A \frac{V_A |V_A|}{8R_A} + \\
&\quad + \frac{1}{L_A} (V_A (V_b + |V_A| + |V_A + V_b|) - (V_A + V_b)(V_B - V_b)) \\
\frac{dV_C}{dt} &= -\frac{g}{L_C} S_F - \frac{V_C^2}{2g} + K_C \frac{V_C |V_C|}{2g} + \frac{1}{\rho_w L_A} \left(p_a + \frac{\gamma_w y_B A_B}{2A_p} \right) + gS_0 - f_C \frac{V_C |V_C|}{8R_C} \\
&\quad + \frac{1}{L_C} [V_C (V_C + |V_C| + |V_C + V_b|) - (V_C + V_b)(V_C - V_B)] \\
\frac{dV_B}{dt} &= gS_0 - f_B \frac{V_B |V_B|}{8R_B} + \frac{V_B A_p (V_A - V_C)}{A_B L_B}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

les indices A, B et C se réfèrent respectivement aux colonnes liquide A, B et C; L est la longueur de la colonne, f le terme de friction, V la vitesse, y la profondeur d'écoulement, K le coefficient de perte de charge à l'entrée ou à la sortie de la conduite, S_0 la pente de la canalisation, A_p la section de la conduite, p_a la pression de l'air devant le front, γ_w et ρ_w la densité et la masse volumique de l'eau.

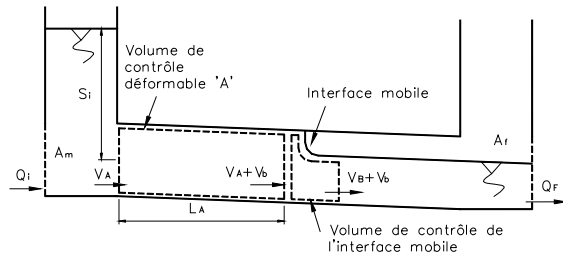


Figure 2-4: Colonne rigide 'A' (Li & McCorquodale, 1999)

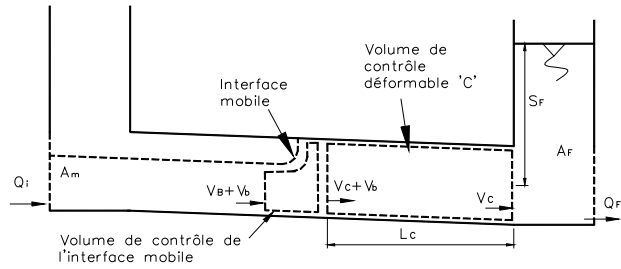


Figure 2-5: Colonne rigide 'C' (Li & McCorquodale, 1999)

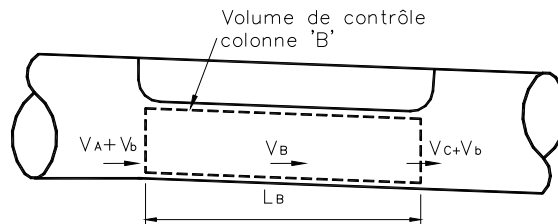


Figure 2-6: Colonne rigide 'B' de Li et McCorquodale (Li & McCorquodale, 1999)

A ces équations, viennent s'ajouter d'autres telles que l'équation de conservation de la masse entre deux regards consécutifs, l'équation de continuité de la bulle d'air sur un volume de contrôle fixe ou l'équation de transformation d'état dans la bulle d'air.

La comparaison des résultats numériques aux essais expérimentaux indique une bonne concordance sur les variations de pression. Toutefois, le modèle surestime les valeurs minimales et maximales de la pression et ne peut intégrer qu'une seule poche d'air dans la simulation numérique. En règle générale, un modèle à Colonnes rigides peut estimer la valeur de la pression et admettre que cette valeur reste constante dans la zone pressurisée.

En règle générale, les modèles à colonnes rigides simulent l'écoulement à partir d'une équation différentielle ordinaire basée sur l'équilibre dynamique de la colonne rigide. Pour une conduite raccordée à un regard submergé (Figure 2-7), Li et McCorquodale (1999) ont proposé l'équation:

$$x_1 \frac{dV_2}{dt} = g(h_0 - h_1) - wV_2 - \left[\left(K_s + \frac{fx_1}{D} \right) \frac{|V_2|}{V_2} - 1 \right] \frac{V_2^2}{2} + gx_1 S_0 \quad (2.29)$$

où x_1 est la longueur de la colonne pressurisée, V_2 la vitesse de l'eau dans la colonne, w la vitesse de propagation de l'extrémité de la colonne pressurisée, h_0 la charge générant le front, h_1

la pression en amont du front, K_e le coefficient de perte de charge singulière à la sortie de la conduite, f la friction de Darcy de la conduite, D le diamètre de la canalisation et S_0 sa pente.

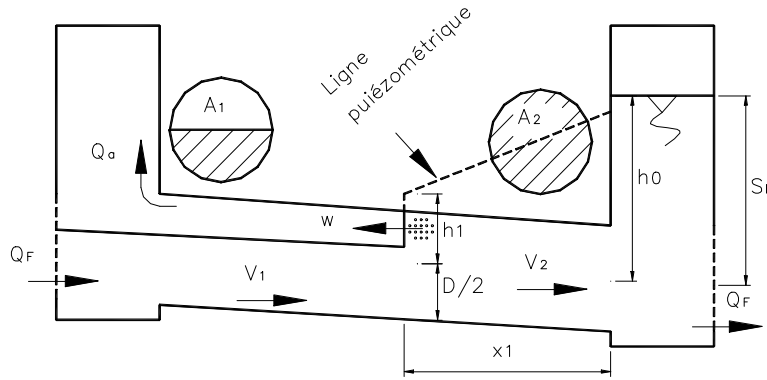


Figure 2-7: Colonne rigide (1999)

L'équation (2.29) a été utilisée la première fois dans sa forme simplifiée (Wiggert, 1972a) par:

$$x_1 \frac{dV_2}{dt} = g(h_0 - h_1) + gx_1 (S_0 - n^2 R_h^{-4/3} V_2 |V_2|) \quad (2.30)$$

où : n est la rugosité de Manning et R_h est le rayon hydraulique. En plus des équations de mouvement et de continuité (2.31), Li et McCorquodale (Li & McCorquodale, 1999) estiment la vitesse relative de l'air par rapport à l'eau dans la partie à surface libre par une équation de Milne-Thomson (1938) traduisant l'instabilité due à l'air, de la surface de l'eau:

$$\gamma \bar{y}_1 A_1 + p(A_1 - A_2) - \gamma \bar{y}_2 A_2 + \gamma h_1 A_2 = \rho A_1 (V_1 + w)(V_2 - V_1) \quad (2.31)$$

$$(V_1 + w) A_1 = (V_2 + w) A_2 \quad (2.32)$$

$$V_a (A_2 - K_G A_1) = w(A_2 - A_1) \quad (2.33)$$

Dans les équations ci-dessus, les index 1 et 2 font référence respectivement aux zones en charge et à surface libre; γ est la densité de l'eau, $\bar{y}$ le centroïde des profondeurs d'eau en amont et en aval du front, A la section d'écoulement, V la vitesse moyenne, h_1 la pression en amont du front, p la pression de l'air devant le front et w la vitesse de propagation du front. V_a est la vitesse de l'air expulsé par le front de remplissage et $K_G = 1.2$ est le coefficient tenant compte de la variation graduelle de la surface libre (Hamam & McCorquodale, 1982).

Dans les modèles de (Zhou et al., 2002a, 2004), l'équation différentielle de Martin (1976) est utilisée pour déterminer la pression absolue de l'air devant le front:

$$\frac{dH^*}{dt} = -k \frac{H^*}{V_a} \left(\frac{dV_a}{dt} - Q_a \right) \quad (2.34)$$

Ici, H^* est la pression absolue de l'air, V_a est le volume de l'air devant le front, Q_a est le débit d'évacuation de l'air hors de la conduite et k le rapport de la capacité thermique (Figure 2-8).

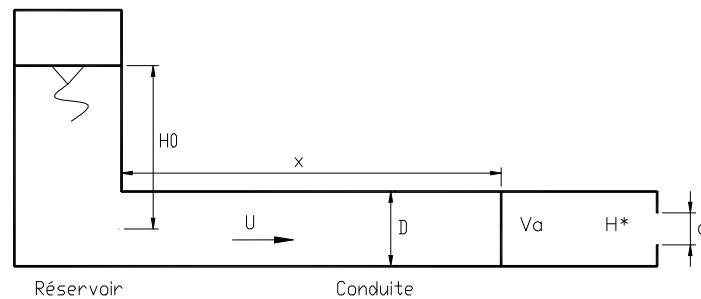


Figure 2-8: Définition du schéma théorique de Zhou et al. (Zhou, F. et al., 2002a)

2.6.3 Modèles utilisant les volumes finis et le solveur de Riemann

L'approche par volumes finis est adaptée aux lois de conservation pour lesquelles les équations aux dérivées partielles contiennent des termes de divergence. Les intégrales de volume d'un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface en utilisant le théorème de flux-divergence. La méthode des volumes finis permet de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles sans avoir à utiliser les artifices mathématiques qui maintiennent ou détruisent artificiellement la continuité ou la conservation. La résolution approchée de l'équation aux dérivées partielles se fait en subdivisant le domaine d'étude en unités élémentaires appelées volumes finis. Les volumes finis dont la réunion forme le domaine d'étude peuvent prendre la forme de petits volumes, de petites surfaces ou de petits segments selon que le domaine est tridimensionnel, bidimensionnel ou unidimensionnel. Les travaux de Chaudhry (1979) ou ceux de Wylie et Streeter (1993) ont permis de démontrer l'applicabilité de cette technique à la dynamique des gaz et aux écoulements multiphasiques. Les développements récents de la solution du problème de Riemann (Guinot, 2003; Toro, 2001) dans les schémas numériques de type Godunov et la mise en œuvre de nouveaux solveurs (Roe, 1981) permettent d'envisager de

nouvelles perspectives. De plus, la technique par volumes finis permet d'intégrer les conditions aux limites basés sur la MDC (León et al., 2010) qui est largement utilisée dans la modélisation des écoulements transitoires (Zhao & Ghidaoui, 2004).

Léon et al (2006; 2009) ont utilisé la méthode par volumes finis pour le développement d'un modèle de simulation des écoulements transitoires dans les RAU: le modèle transitoire Illinois (ITM) est un modèle volume fini capable de simuler les différentes phases d'écoulements (gravitaire, transitoire, et en charge avec ou sans coups de bélier) des RAU (León & Oberg, 2010). La méthode proposée est basée sur une reformulation des équations différentielles partielles décrivant les écoulements unidimensionnels dans les canaux non prismatiques (continuité et quantité de mouvement) sous une forme intégrale à travers un volume de contrôle élémentaire. Cette reformulation s'écrit sous une forme compacte comme suit:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (2.35)$$

Où les termes U, F et S diffèrent selon le régime d'écoulement. Pour un écoulement gravitaire, on obtient:

$$U = \begin{bmatrix} \rho_w A \\ \rho_w Q \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho_w Q \\ \rho_w Q^2 / A + A \bar{p} + \rho_w g A_f H_a \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_w g A (S_0 - S_f) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Alors que si l'écoulement est en charge, les termes U, F et S prennent plutôt la forme:

$$U = \begin{bmatrix} \rho_f A_f \\ \rho_f Q \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho_f Q \\ \rho_f Q^2 / A_f + A_f p \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_f g A_f (S_0 - S_f) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Dans les équations (2.36) et (2.37), $\bar{p}$ est la pression moyenne de la colonne d'eau sur la section transversale, H_a est la pression de l'air ($H_a = 0$ si l'effet de l'air est négligé), ρ_w est la densité du liquide, A_f surface transversale complète, p la pression agissant sur le centre de gravité de A_f et ρ_f la densité du fluide pour les coups de bélier compressibles. Pour un régime d'écoulement coup de bélier, et considérant l'hypothèse de fluide compressible, les auteurs calculent la pression du fluide comme suit (Martin, 1976):

$$p = p_{ref} + a^2 (\rho_f - \rho_{ref}) \quad (2.38)$$

Où a est la vitesse d'onde acoustique, ρ_{ref} et p_{ref} sont respectivement la densité de référence et la pression de référence. L'état de référence est celui pour lequel tous les paramètres du régime d'écoulement à surface libre et en charge sont identiques; il est défini pendant l'initiation de l'écoulement transitoire. Si les hypothèses de calcul incluent une libération de l'air, c'est la deuxième équation de Martin qui est utilisée:

$$\frac{dH_a}{dt} = -k \frac{H_a^*}{V} \frac{dV_a}{dt} \quad (2.39)$$

L'algorithme numérique utilisé dans le modèle ITM est un schéma explicite à volumes finis de type Godounov. Le schéma de Godounov a la particularité de capturer automatiquement les discontinuités de l'écoulement. Les besoins de maillage du domaine d'étude ont conduit les auteurs à la discrétisation des domaines spatial et temporel en cellules de longueur Δx et de durée Δt . Chaque volume fini ou cellule élémentaire est centré sur le nœud i qui la représente et s'étend de $i-1/2$ à $i+1/2$. Les variables d'intérêt (section mouillée et débit) sont définies au centre i de chaque cellule. Les flux par contre sont évalués à l'interface des cellules, soit à $i-1/2$ et à $i+1/2$. L'intégration pour la cellule i s'effectue comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} U dx + F_{i+1/2} - F_{i-1/2} = \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \quad (2.40)$$

Les variables d'écoulement A et Q sont moyennées à travers la cellule et l'application du théorème de flux divergence permet d'obtenir l'équation

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \quad (2.41)$$

Pour laquelle les indices n et $n+1$ font référence aux instants t et $t+\Delta t$ respectivement.

Pour évaluer la précision et la robustesse du modèle, León et al. (2009; 2010) ont comparé avec succès leurs résultats à ceux de Trajkovic et al. (1999b) suite à la simulation des fronts de transition positifs et négatifs. Pour prendre en compte l'effet de l'air, León et al. (2010) ont considéré la charge piézométrique et la pression de l'air dans la formulation des équations régissant l'écoulement dans les RAU. Le calcul de cette pression prend en compte la variation du volume de la poche d'air. Cependant, la pression et la vitesse sont supposées uniformes dans toute la poche d'air. Une telle hypothèse est toutefois discutable dans les cas où la longueur de la cavité

d'air est non négligeable. C'est pourquoi il est nécessaire d'intégrer les équations de la dynamique de l'air afin de déterminer les instabilités qui en découlent sur la surface de l'eau (instabilités de Helmholtz, instabilités géométriques) et ceux liés aux écoulements pulsatoires. Le modèle permet de simuler les écoulements diphasiques sans restriction sur la vitesse des ondes de pression. Néanmoins, il serait intéressant de considérer l'éventualité d'une variation de la vitesse en fonction du taux de concentration d'air, en particulier au niveau de l'interface de transition. Enfin, même si le modèle ITM semble prendre en compte avec succès un certain nombre d'instabilités de la phase de transition, il est important de mener des expériences poussées sur la théorie des instabilités afin de le tester davantage.

2.7 Forces et faiblesses des modèles usuels

2.7.1 Modèles à Fentes de Preissmann

- i) **Capacité à gérer des transitions progressives:** lorsque la transition entre les zones d'écoulements gravitaires et en charge est progressive, les modèles à fentes de preissmann sont plus robustes que les modèles avec suivi du front de transition (Vasconcelos, J. G. et al., 2006b).
- ii) **Simplicité et l'homogénéité:** Plusieurs auteurs au nombre desquels Vasconcelos et al. (2006b) attribuent la popularité des modèles à fentes de Preissmann en grande partie à leur simplicité. En outre, l'utilisation d'un schéma de résolution unique sous pression et en écoulements à surface libre permet de maintenir un certain niveau de cohérence dans les résultats.
- iii) **Sous-estimation de la célérité des ondes de pression :** La célérité des ondes de pression varie en fonction du pourcentage d'air contenu dans le fluide. L'estimation de la célérité des ondes de pression pour un fluide usuel nécessiterait donc une fente très étroite (voir l'équation (2.17)). Cette largeur extrêmement petite nécessite de très petits pas de temps afin de satisfaire la condition de courant. Cette situation génère des instabilités et des oscillations numériques parasites; ce qui affecte la capacité du modèle à simuler l'écoulement en continu. Généralement, une fente plus large est utilisée, mais elle correspond à une célérité trop faible et peu réaliste et conduit à des résultats imprécis. En

plus l'eau est virtuellement stockée dans la fente et la position du front et sa vitesse de propagation sont peu précises (Vasconcelos, J. G. et al., 2006b).

- iv) **Oscillations numériques parasites:** Vasconcelos et al., Trajkovic *et al.*, et Arora et Roe ont démontré que des oscillations numériques parasites apparaissent dans la simulation lorsque la célérité des ondes acoustiques est importante, le pas de temps très petit ou si la transition coïncide avec le front (Arora & Roe, 1997; Trajkovic et al., 1999a; Vasconcelos et al., 2006b; 2009). L'utilisation du filtre numérique permet d'atténuer ces oscillations (Press et al., 1989). Malheureusement, ces filtres atténuent également les oscillations d'origine physique comme celles générées lors de l'expulsion des poches d'air ou après le passage du front. De plus, les pas de calculs plus petits rallongent significativement le temps de calcul qui peut atteindre 60% selon Vasconcelos et al. (2006b). Vasconcelos et al. (2009) ont proposé avec succès une technique de filtrage basée sur une approche d'écoulement hybride permettant d'obtenir une diffusion numérique à proximité du front. Mais nos expériences en laboratoire montrent que les oscillations physiques augmentent considérablement avec le pourcentage d'air (Bousso et al., 2012c). Pour différencier ces oscillations de celles d'origine numérique, il convient de caractériser les types de fronts en déterminant les longueurs de forte variation de la masse volumique et donc de fortes oscillations de pression.
- v) **Régénération d'écoulement à surface libre :** Dans la partie en charge, lorsque la cote piézométrique est sous la crête, un écoulement à surface libre est régénéré même si la ventilation est insuffisante (Cunge et al., 1981; Song et al., 1983; Vasconcelos et al., 2006b).
- vi) **Fentes de Preissmann et instabilités:** les modèles à fentes de Preissmann simulent mieux les instabilités liées aux changements de régime torrentiel-fluvial. Cependant, la limitation du modèle associée à des valeurs élevées de la célérité de l'onde acoustique rend problématique la prise en compte des coups de béliers par ce type de modèle. Les instabilités associées aux ondes pulsatoires ne sont que légèrement incluses dans les modèles basés sur la fente de Preissmann.

2.7.2 Approche à deux composantes de Pression (TPA)

- i) Le modèle TPA est une alternative au modèle à fentes de Preissmann. Il est simple et fournit des résultats homogènes en raison de l'utilisation d'un seul type d'équation.
- ii) **Capacité à simuler les pressions subatmosphériques:** par cette approche, Vasconcelos et Wright (Vasconcelos & Wright, 2007) surmontent les limitations des modèles à fentes de Preissmann. En dissociant la pression hydrostatique de la surpression, de faibles pressions subatmosphériques peuvent être simulées. Cela permet de non seulement vérifier la présence de l'air dans l'écoulement, mais aussi d'empêcher une régénération inutile de l'écoulement gravitaire.
- iii) **Faible célérité de l'onde acoustique:** Pour des valeurs courantes de la célérité de l'onde acoustique (moyenne ou faible), le modèle TPA a une bonne stabilité. Cependant, l'utilisation de valeurs obtenues à partir des caractéristiques géométriques et élastiques de la conduite, en particulier celles correspondant au coup de bélier à haute fréquence, des instabilités peuvent apparaître dans le modèle.
- iv) **Les oscillations numériques parasites:** les modèles TPA sont également confrontés à de fausses oscillations numériques.
- v) **Modèle TPA et instabilités:** le modèle TPA prend en compte les instabilités sur front sec, les instabilités supercritiques-subcritiques, et les instabilités d'écoulements transitoires. Si la célérité des ondes acoustiques est élevée, des oscillations numériques parasites peuvent apparaître dans l'écoulement. Les instabilités liées aux écoulements pulsatoires ne sont pas encore incluses dans ce modèle.

2.7.3 Modèles avec suivi de l'interface de transition

- i) **Localisation précise du front de transition:** Ces modèles offrent une meilleure estimation de la vitesse de propagation de l'onde et son positionnement. En outre, Il n'y a aucune restriction sur la valeur de la célérité de l'onde acoustique.
- ii) **Meilleure simulation de l'écoulement gravitaire:** avec la MDC, le calcul des écoulements gravitaires inclut trois régimes d'écoulement: torrentiel, fluvial et critique (Fuamba, 2002b; Fuamba & Daynou, 2008).

- iii) **Difficulté à simuler les grandes discontinuités:** les modèles de calculs basés sur la MDC deviennent instables lorsque la discontinuité est trop importante (Chaudhry, M. H., 1995). Dans ces conditions, il peut être nécessaire d'initier de multiples fronts d'onde turbulents.
- vi) **Temps de calcul:** Afin de satisfaire la condition de courant, un pas de temps très petit est requis pour simuler l'écoulement en charge. La simulation du front de transition et de l'écoulement sous pression nécessite alors plus d'itérations que celles requises pour le calcul de l'écoulement gravitaire. Cette procédure de calcul consomme beaucoup de ressources et du temps.
- vii) **Simulation de la collision de deux fronts d'onde:** Si les vitesses et les charges piézométriques des deux ondes sont significativement différentes, un coup de bélier se produit dans la zone de contact, et crée des instabilités susceptibles de compromettre la stabilité du modèle. Pour résoudre ce problème, il faut: (1) diminuer la vitesse de l'onde acoustique afin de tenir compte de la présence de l'air, (2) estimer la pression de la cavité d'air, et, (3) expulsion de l'air pendant la collision des fronts; des investigations approfondies sont donc requises.
- viii) **L'incapacité de propagation du front d'onde avec une tête piézométrique insuffisante:** l'initiation et le maintien d'un front d'onde nécessitent une charge suffisante dans la zone sous pression, sans lequel l'initiation et le déplacement du front d'onde ne seraient possibles. Cette restriction constitue une limitation dans le calcul d'un système de remplissage lent avec une tête piézométrique basse et un débit entrant très faible. Guizani et al. (2006) ont montré que l'hypothèse d'interface verticale n'est plus valable lorsque le front d'onde est aplati et étendu sur de grandes longueurs. Politano et al. (2007a) a pris en compte dans son modèle une interface inclinée.
- ix) **Difficulté d'initier le front d'onde dans la limite interne:** Quand un trou hydraulique se développe à l'intérieur du tuyau, la pressurisation partielle se produit. À ce jour, aucun modèle ne montre des résultats satisfaisants sur ce problème.
- x) **Instabilités partiellement incorporées:** les régimes d'écoulement sont le mieux caractérisés par l'application des équations spécifiques à chaque régime d'écoulement. Ainsi, les instabilités liées au passage du régime torrentiel au régime fluvial, l'écoulement en charge

ainsi que le front de transition séparant l'écoulement gravitaire et l'écoulement en charge sont généralement mieux intégré par les modèles de Shock-Fitting. Inversement, tous les effets découlant de l'instabilité, comme l'instabilité de Helmholtz, l'écoulement pulsatoire et sur front sec doivent encore être approfondis.

2.7.4 Modèles à colonnes rigides

- i) Ce modèle présente **une meilleure formulation des instabilités de Helmholtz** et des ondes de faibles amplitudes (Hamam & McCorquodale, 1982).
- ii) L'hypothèse de vitesse uniforme et la prise en compte de l'air comportent certaines limitations en particulier lorsque la poche d'air est longue.
- iii) **Ce modèle est appliqué pour une seule poche d'air**: à cause des équations utilisées, le modèle s'adapte mal en présence de poches d'air multiples.
- iv) **Instabilités partiellement prises en compte**: Ces modèles utilisent la meilleure formulation des instabilités de Helmholtz. L'hypothèse de la colonne rigide permet le calcul de l'écoulement dans la partie inférieure de la conduite. En d'autres mots, ce type de modèle gère bien les instabilités de zones sèches. L'utilisation des ondes de faibles amplitudes permet à ces modèles de gérer partiellement les instabilités pulsatoires.

2.7.5 Les modèles à deux équations avec stratégie de discrétisation par volume fini et solveurs de Riemann

- i) **Capacité à simuler les pressions subatmosphériques**: La principale limitation des modèles à fentes de Preissmann est leur incapacité à simuler des pressions subatmosphériques dans l'écoulement en charge. Le modèle MTI surmonte cette limitation par sa robustesse (León & Oberg, 2010).
- ii) **Aucune restriction quant à la célérité de l'onde acoustique**: ces modèles peuvent simuler de façon réaliste l'écoulement lorsque la célérité de l'onde acoustique dépasse 1000 m/s.
- iii) **Schéma complexe**: le schéma numérique par volumes finis peut être complexe et difficile à mettre en œuvre. Il exige une formulation mathématique avec des solveurs puissants et robustes. Afin de faciliter la résolution numérique, Bourdarias et Gerbi (2007) ont utilisé

un solveur de Riemann linéarité. Toutefois, la linéarisation de l'écoulement à surface libre peut conduire à des profondeurs d'écoulement négatives (León et al., 2010; Toro, 2001).

- iv) **Instabilités partiellement prises en compte:** Les instabilités associées au changement de régime torrentiel-fluvial, à l'écoulement en charge et au changement de régime gravitaire-pressurisé sont raisonnablement bien intégrées. L'instabilité sur fond sec n'est que partiellement prise en compte. Les instabilités de Helmholtz et les ondes pulsatoires nécessitent une formulation supplémentaire.

2.8 Présélection de l'approche ou du modèle approprié

En l'absence d'une procédure de sélection permettant une vérification préliminaire au cas par cas, un protocole est proposé afin de permettre l'identification de la meilleure approche ou du type de modèle approprié en fonction d'un certain nombre de critères prédéterminés.

Lorsque le temps de calcul est une préoccupation majeure, les modèles à une seule équation comme les modèles à fentes Preissmann ou à pression décomposée peuvent s'avérer plus efficaces. Lorsque la célérité des ondes de gravité dépasse 500m/s, les modèles dynamiques formulés à partir de deux équations différentes offrent une meilleure simulation de l'écoulement. Pour les écoulements de fluides dont la célérité des ondes acoustiques est faible, le modèle TPA peut donner d'excellents résultats. Lorsque l'écoulement inclut des zones de sous-pression, le modèle TPA, le modèle à volume fini (León et al., 2010) ou le modèle dynamique (Politano et al., 2007a) peuvent être utilisés.

2.9 Enjeux et perspectives

Les limitations des modèles à une seule équation appellent à investiguer davantage les modèles à deux équations. Parmi les approches développées en appliquant les équations de conservation (masse et de quantité de mouvement) à chaque phase de l'écoulement, certaines offrent des résultats satisfaisants. Les propositions de De Henau et Raithby (1995), Nguyen (1999), et Issa et Kempf (2002) méritent une certaine considération. Leurs modèles diphasiques formulés à partir de quatre équations sont résumés dans l'étude de Vasconcelos et al. (2006b). La résolution de ces équations est une avenue possible pour la simulation des écoulements transitoires diphasiques. Malgré l'existence d'une abondante littérature sur les écoulements multiphasiques en conduites, l'écoulement transitoire diphasique (air-eau) reste peu étudié et mal compris. Aussi, les

recherches expérimentales et numériques sur la modélisation des conditions aux limites complexes associées à l'admission/l'expulsion d'air sont nécessaires si on veut améliorer la simplicité, la précision, l'efficacité et la fiabilité des modèles d'écoulement transitoires.

Même si les instabilités qui encadrent les écoulements transitoires sont mieux comprises, leur prise en compte par les modèles n'est pas encore totalement maîtrisée. Les limitations attachées aux différentes hypothèses simplificatrices des équations de Saint-Venant méritent davantage d'investigations.

À cet égard, les solutions des équations non simplifiées proposées par Yen (1973, 1978) méritent d'être d'explorées. La friction est déterminante pour un certain nombre d'instabilités. Par conséquent, l'étude de Rouse (1965), récemment revue par Yen (2002), mérite d'être poursuivie. Sur le plan expérimental, une étude plus approfondie doit être réalisée sur la forme du front d'onde dans les cas de remplissage rapide et lent, sur la nature du front de vidange, ainsi que sur la pression et la variation de poids volumique à travers le front de transition. La majorité des études investiguées concernent des conduites horizontales ou à pentes douces sujets à un remplissage rapide sans condition initiale ou avec des conditions initiales au repos. Plus d'investigations sont également nécessaires pour déterminer expérimentalement les oscillations provoquées par la pression d'air, indépendamment des variations de pressions de turbulences attendues.

2.10 Conclusion

Une revue détaillée de la documentation relative à la modélisation numérique de l'écoulement transitoire est présentée dans ce chapitre. À partir d'une analyse critique rigoureuse, les forces et les faiblesses de chaque modèle numérique sont identifiées. Afin d'encadrer et de guider les études futures, les tendances actuelles sont relevées et des perspectives concrètes de recherche suggérées. Malgré la multitude des modèles numériques proposés au cours des deux dernières décennies, cette revue relève, compte tenu des faiblesses inhérentes à chacune des approches, la difficulté des modèles existants à couvrir toute la complexité qui encadre les écoulements transitoires. Plusieurs pistes de recherche au nombre desquelles l'étude rigoureuse des conditions aux limites, l'initiation automatique de l'écoulement transitoire ou la prise en compte dynamique de l'effet de l'air restent à investiguer.

C'est dans ce cadre que s'inscrit notre recherche dont l'objectif principal visé est de contribuer à l'avancée des connaissances sur la modélisation numérique dynamique des écoulements transitoires dans les réseaux d'assainissements urbains.

CHAPITRE 3 FRÉQUENCE DE DÉBOREMENT ET PERFORMANCE HYDRAULIQUE DES RÉSEAUX DE DRAINAGE URBAIN

Résumé

Le dimensionnement d'un réseau d'assainissement urbain (RAU) suppose la connaissance préalable d'une crue critique contre laquelle on désire se prémunir. Cette crue, dont la pointe constitue le débit de dimensionnement ou débit de projet est généralement qualifiée par sa fréquence d'apparition. Elle résulte d'une précipitation exceptionnelle connue sous la dénomination de pluie du projet (Musy et al., 2003). A partir de l'hypothèse selon laquelle le risque de dépassement de la capacité hydraulique apparaît lorsque l'intensité de la pluie de projet est dépassée, un modèle à deux modules (hydrologique et statistique) est proposé dans ce chapitre pour évaluer la performance hydraulique d'un RAU existant. Le module hydrologique transforme les données chronologiques de pluie mesurées en débit transitant par le RAU. Au terme d'une simulation continue, les événements pluvieux critiques sont sélectionnés et, pour chaque événement de pluie, on calcule le ruissèlement maximum qu'il engendre, la vitesse maximale observée dans le réseau ainsi que le volume de l'inondation enregistré. Le module statistique procède à l'analyse fréquentielle des valeurs de précipitation, de ruissellement, de vitesse et de volume inondé obtenues à l'étape précédente afin de déterminer non seulement le risque hydrologique de débordement, mais également ses conséquences sur le réseau (vitesse) et sur l'environnement (ruissellement et inondation). L'application de ce modèle à l'étude du réseau mineur de L'Île-des-Sœurs à Montréal a permis de quantifier le risque hydrologique attaché au débordement du réseau.

3.1 Introduction

Pendant des décennies, la gestion des eaux pluviales a été considérée comme politique et quantitative; politique, parce que la gestion de la nature implique des décisions politiques; quantitative en raison de la cible de son objectif technique qui est l'évacuation rapide des eaux de ruissellement vers les milieux récepteurs (cours d'eau naturels ou artificiels) par le truchement des réseaux de drainage. La technique de conception de ces réseaux comporte une étape hydrologique permettant d'estimer le débit maximal à évacuer et une étape hydraulique conduisant à la détermination des dimensions minimales de chaque tronçon du réseau.

De plus en plus, la conception du réseau de drainage s'étend au-delà des aspects géométriques pour intégrer également des considérations «vertes» («Pratiques de Gestion Optimale"): chaussée perméable, bassins de rétention, toitures végétalisées, etc.

3.1.1 Hydrologie pour la conception des RAU

La conception hydraulique d'un RAU nécessite l'estimation du ruissellement maximal à évacuer. Développée depuis plus de cent ans, la méthode rationnelle est encore de nos jours la méthode classique d'estimation des débits de projet. Elle suppose l'estimation de l'intensité de la pluie (généralement à l'aide des courbes Intensité-Durée-Fréquence), l'évaluation de la capacité des sols à produire le ruissellement, la détermination des surfaces contributives associées à chaque tronçon du réseau et le calcul du débit maximal à l'aide de la formule rationnelle (Chow *et al.* 1988). Pour les bassins versants de grandes tailles, l'hydrogramme des débits de ruissellement est avantageusement estimé au moyen des modèles informatiques tels que SWMM5, HYMO ou ILLUDAS (Ancil, Rousselle, & Lauzon, 2005; Chow, V. T., Maidment, & Mays, 1988).

Toutefois, la fiabilité du RAU est inconnue pendant sa phase de conception, même si cette information s'avère utile pour les ingénieurs et les autorités. En outre, une capacité du RAU devenue insuffisante entraîne des débordements de chaussée et des inondations de sous-sol. Un exemple illustrant ce phénomène est l'infrastructure étagée de l'intersection de l'Acadie à Montréal. L'égout Meilleur-Atlantique a débordé deux fois au cours de l'été 2005 (14 juin et 6 juillet). Le niveau d'eau s'est soudainement élevé à plus de deux mètres sous le viaduc. Parce que l'inondation s'est produite dans un passage inférieur de la route, seule la circulation routière a été affectée. Le potentiel pour des dommages graves et coûteux d'une tempête similaire dans une agglomération urbaine serait cependant extrêmement élevé.

3.1.2 Hydraulique pour la conception de RAU

Les réseaux sont généralement conçus conformément aux normes et règles en vigueur, basées normalement sur les fréquences de débordement généralement tolérées dans les villes. Pour les réseaux de grandes tailles, la conception hydraulique est faite à l'aide des modèles informatiques (INFONET, SWMM5 et autres logiciels de la même famille) de manière à évacuer aisément tout événement pluvieux futur dont la fréquence d'apparition se situe en deçà du seuil hydrologique spécifié. Ce seuil est défini par rapport à un risque de débordement fixé. Le risque de

débordement du RAU apparaît lorsque la pluie de projet est dépassée. La pluie de projet est un modèle de précipitation mis en œuvre pour la conception hydrologique du réseau de drainage.

Le risque de débordement est donc fixé par la pluie de projet, elle-même caractérisée par la période de retour utilisée. Le dimensionnement des canalisations du RAU s'effectue de manière à conférer au réseau la capacité d'écouler toute précipitation égale ou inférieure à la pluie de projet: le diamètre minimum requis pour écouler la pluie de projet est calculé et le diamètre commercial immédiatement supérieur est sélectionné. Le système est censé s'écouler par gravité (Brière, 2012; Mays, 1999).

Ces dernières années, l'urbanisation et les changements climatiques ont entraîné une augmentation des débits de pointe, du volume des eaux de ruissellement, de la fréquence et de la gravité des inondations ainsi qu'une diminution de la période de retour des averses intenses (Chocat, 1997). Aussi, la présence des écoulements transitoires et ses effets induits dans les RAU sont récurrents et accompagne généralement les épisodes de crues. Le régime d'écoulement transitoire est caractérisé par une coexistence des régimes gravitaires et pressurisé dans le réseau de drainage. En raison de leur intensité, ces régimes pourraient causer des pannes hydrauliques, tels que l'effondrement des infrastructures, les coups de bélier, les geysers et les inondations de sous-sol.

Pour faire face à cette augmentation des scénarios d'inondation, de nombreuses villes ont décidé d'augmenter arbitrairement la période de retour des pluies afin de réduire le risque de débordement. Aucune attention n'a été accordée à l'analyse des risques de débordement lors de la conception des nouveaux RAU. La présente étude aborde justement le problème du débordement des réseaux de drainage sous l'angle novateur du risque de débordement. Un modèle hydrostatistique est proposé pour déterminer ce risque ainsi que la probabilité de dépassement de la pluie de projet. L'évaluation des réseaux sur la base de ces deux paramètres pourrait permettre d'apprécier leur performance hydraulique ainsi que le degré de fiabilité de la méthode de conception utilisée.

3.2 Méthodologie

La méthodologie utilisée se décline en deux étapes: hydrologique et statistique. L'étape hydrologique a pour but de déterminer toutes les précipitations critiques qui provoquent le débordement du réseau étudié. L'objectif de l'étape statistique est de déterminer la probabilité de dépassement de la pluie de projet et les périodes de retour des pluies critiques identifiées. Des paramètres hydrauliques tels que le débit de ruissellement, le volume total d'inondation ou la vitesse maximale dans les conduites sont également analysés afin d'évaluer la performance hydraulique du réseau étudié. Plus spécifiquement la méthodologie comprend les étapes suivantes:

1. Rechercher les plans de conception du RAU ainsi que les spécifications détaillées permettant de modéliser le réseau conformément à sa conception initiale.
2. Sélectionner un modèle de simulation hydrologique et hydraulique (MSHH).
3. Modéliser le réseau existant et délimiter les sous-bassins dédiés à chaque conduite suivant les plans d'origine (à cette étape, on ignore les changements de mode d'occupation du sol intervenu depuis la mise en œuvre du RAU);
4. Déterminer la pluie de projet utilisée pour le dimensionnement du réseau de drainage;
5. Calibrer le modèle de simulation hydrologique et hydraulique de manière à simuler convenablement (dans des conditions hydrauliques acceptables) l'écoulement résultant de la pluie de projet;
6. Rechercher (pour le site d'intérêt) les données mesurées de précipitations historiques enregistrées.
7. Simuler en continu à l'aide du MSHH préalablement calibré le comportement hydraulique du réseau; (Avant la simulation, on modifie les paramètres hydrologiques pour intégrer les changements de mode d'occupation du sol survenus depuis la mise en œuvre du RAU);
8. Identifier les événements pour lesquels on observe un débordement dans le réseau; relever les volumes d'eau résultant de chaque débordement ainsi que les vitesses maximales

- enregistrées dans les canalisations pendant ces événements; évaluer également le ruissellement maximal correspondant à chaque événement;
9. Constituer quatre échantillons correspondant respectivement à la pluie critique, au ruissellement maximal, à la vitesse maximale enregistrée dans le réseau et au volume maximal de l'inondation observé.
 10. Procéder à l'analyse fréquentielle des échantillons constitués par les événements critiques déterminés à l'étape 9 ci-dessus;
 11. Estimer le risque hydraulique réel encouru par le réseau ainsi que les conséquences hydrauliques qui s'y rattachent (ruissellement, vitesse, et volume d'inondation).
 12. Produire l'abaque de calcul (graphique) permettant d'estimer rapidement (graphiquement) le risque correspondant à une durée donnée et les conséquences associées à chaque niveau de risque.

3.3 Modèle proposé

Les réseaux d'égouts pluviaux sont conçus pour écouler à surface libre les eaux de ruissellement. Le risque de débordement apparaît lorsque l'intensité de la pluie de projet est dépassée, c'est à dire lorsque le RAU est confronté à une pluie de courte durée ou de période de retour élevée. Par conséquent, à moins qu'il ne s'agisse vraiment d'un événement d'intensité supérieure à celle de la pluie de projet, les apports en provenance des différents sous-bassins versants alimentant le réseau devraient s'écouler dans le réseau, sans risque de surcharge des conduites. En outre, tous les paramètres hydrodynamiques (débits, vitesses et niveaux d'eau dans les sections transversales) devraient rester en dessous de la capacité hydraulique des conduites.

La méthode proposée est développée pour évaluer le fonctionnement hydraulique d'une RAU existant en déterminant sa capacité à écouler des eaux pluviales avec un risque de débordement limité. Le modèle identifie pour une période de référence donnée, tous les événements pluviométriques (critiques) responsables d'au moins un débordement de regard. Le risque de débordement est ensuite calculé afin de déterminer la performance hydraulique du RAU étudié. Pour cela, deux modules de calcul sont développés: un module hydrologique et un module statistique.

3.3.1 Module hydrologique

Une simulation hydrologique est effectuée dans ce module pour transformer les événements pluvieux en débit de ruissellement qui sera intercepté par le réseau étudié. De nombreux modèles de simulations hydrologiques et hydrauliques (MSHH) sont disponibles sur le marché: PCSWMM (James et al, 2005), INFONET (2007)...

Les MSHH permettent de transformer la pluie en ruissellement (hydrologie), puis le ruissellement en débit transitant par les canalisations du RAU (hydraulique). Ils peuvent simuler autant la réponse d'un événement pluvieux ponctuel que celle d'une séquence d'événements survenus pendant une période de temps donnée. Les précipitations utilisées peuvent être des précipitations historiques mesurées ou des précipitations synthétiques. Les notions d'hydraulique de base sont incluses dans la plupart des modèles qui de plus en plus intègrent la simulation de la qualité de l'eau. Il convient de noter que la simulation de l'écoulement permet de vérifier l'adéquation et l'efficacité d'un RAU existant afin de proposer des mesures d'atténuation des crues et de lutte contre la pollution de l'eau ou de fournir des informations utiles pour la gestion des eaux pluviales (Chow et al., 1988).

Le modèle pluie-débit EPA SWMM5 est suggéré dans ce module pour la simulation hydrologique et hydraulique du RAU. C'est un modèle pluie-débit utilisé principalement pour la simulation de la quantité et de la qualité du ruissellement des zones urbaines. Développé en 1971, il a subi plusieurs mises à jour majeures et continue à être largement utilisé partout dans le monde pour la planification, l'analyse et la conception en rapport avec le ruissellement des eaux pluviales, des égouts unitaires/sanitaires et des autres systèmes de drainage dans les zones urbaines et non urbaines (James et al., 2005). La composante hydrologique du modèle SWMM5 transforme la pluie interceptée par les différents sous-bassins de l'aire à drainer en hydrogramme d'apport et en charges de polluants à l'entrée des différents regards du RAU. La composante hydrodynamique transporte ces eaux de ruissellement à travers l'infrastructure du RAU composé par un système de canaux, périphériques de stockage, pompes et régulateurs. A chaque pas de temps de la période de simulation, le modèle calcule la quantité et la qualité des eaux de ruissellement générées au sein de chaque sous-bassin, ainsi que le débit, la hauteur et la qualité de l'eau dans chaque canalisation.

Lorsqu'elles sont disponibles, les séries de précipitations historiques seront utilisées pour déterminer la performance hydraulique d'un système de drainage existant, ainsi que la pluie de conception. Afin de limiter le temps de simulation, la méthodologie proposée par Vaes et Berlamont (1999) pour le choix d'une courte série de pluies appropriées est utilisée dans cette étude. Dans ce cas, la procédure à suivre est la suivante:

1. Simulation du réseau à l'aide de la pluie du projet et calibration du MSHH par l'ajustement des paramètres de ruissellement et d'infiltration;
2. Simulation en continu de la série hydrologique choisie afin de prendre en compte les effets des conditions antécédentes d'humidité du sol;
3. Extraction des précipitations générant un ou plusieurs débordements à l'intérieur du réseau;
4. Simulation du réseau avec les précipitations extraites afin de s'assurer de leur action individuelle sur le réseau;
5. Calcul de la durée, de l'intensité maximale précipitée (pour le pas de temps choisi) et de l'intensité moyenne pendant la durée totale des événements problématiques;
6. Calcul du volume total précipité pendant chaque événement critique.

3.3.2 Module statistique

Dès que toutes les précipitations critiques (données hydrologiques) sont identifiées, de même que les paramètres hydrodynamiques correspondants (débit maximal, vitesse maximale et volume des inondations), il apparaît nécessaire de déterminer la probabilité de dépassement de la pluie de conception afin d'évaluer le risque de débordement du RAU. Ceci peut être réalisé au moyen d'une série d'analyse fréquentielle. L'objectif des analyses de fréquence est de relier l'amplitude des phénomènes extrêmes à leur fréquence d'occurrence au moyen des distributions de probabilité. Ces analyses sont effectuées par le module statistique mis en œuvre dans la méthode développée. La procédure qui est utilisée par le module présente les éléments suivants:

1. Sélection de la distribution s'ajustant le mieux aux données;
2. Évaluation du risque de débordement ou de la probabilité de dépassement de la pluie de conception;
3. Estimation de la réponse hydraulique du RAU pour une période de retour donnée.

Pour que l'analyse fréquentielle soit valide, les données hydrologiques et hydrauliques doivent être indépendantes, identiquement distribuées et le modèle hydrologique à la base de leur production stochastique, indépendant du temps et de l'espace dans son schéma de classification. Pour minimiser les incertitudes liées à l'analyse fréquentielle, diverses lois ont été ajustées aux échantillons de données. L'ajustement des lois a été combiné à des tests statistiques adéquats permettant de vérifier différents critères, dont la qualité et l'indépendance des données, les hypothèses statistiques des lois utilisées, etc. Le choix des lois candidates est fait selon les lois les plus utilisées en hydrologie (Chow, V. T. et al., 1988). Au nombre de celles-ci figurent la loi normale (N), la loi Log-Normale (LN), la loi Log-Normale III (LN3), la loi Pearson type III (P3), la loi Log-Pearson III (LP3) et la loi de la Valeur extrême type I ou loi de Gumbel (EV1). Le

Tableau 3.1 donne un aperçu de ces lois avec leurs paramètres statistiques.

Plusieurs méthodes d'ajustement (méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance) sont utilisées pour déterminer les paramètres de la meilleure distribution de probabilité; un intervalle de confiance est également estimé. La qualité de l'ajustement d'une distribution de probabilité peut être évaluée en comparant les valeurs théoriques de la fonction de la fréquence relative à celles de l'échantillon. Aussi, quelques tests peuvent être utilisés tels que le test χ^2 , le test de Kolmogorov-Smirnov ou celui d'Anderson-Darling.

Une routine a été développée sous Matlab version 7.0.1, un environnement interactif utilisant un langage de haut niveau (The MathWorks, 2004). Les données d'entrée nécessaires à la routine sont les séries de données hydrologiques et hydrauliques calculées par le module hydrologique. Les analyses statistiques sont ensuite réalisées par l'utilisation du module statistique. Les analyses statistiques effectuées par cette routine permettent de sélectionner pour chaque échantillon de donnée la meilleure distribution de probabilité, d'évaluer le risque de débordement ou la probabilité de dépassement de la pluie de conception et de déterminer la réponse hydraulique du RAU pour une période de retour donnée: débit maximal, vitesse maximale ou volumes max des inondations qui en résultent. Pour une durée de référence n donnée, le risque de débordement R représente le risque hydrologique naturel qu'une RAU conçue pour un événement pluviométrique de période de retour T verra sa capacité hydraulique dépassée au moins une fois au cours de la période de référence.

Tableau 3.1: Loïs de probabilité utilisées et paramètres statistiques

Loi	Densité de Probabilité	Paramètres (méthode des moments)
N	$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right]$	$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \sigma_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2$
LN	$f_{\ln(X)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\ln(X)}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu_{\ln(X)}}{\sigma_{\ln(X)}}\right)^2\right]$	$\mu_{\ln(X)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) ; \sigma_{\ln(X)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu_{\ln(X)})^2$
LN3	$f_{\ln(X-\xi)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\ln(X-\xi)}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu_{\ln(X-\xi)}}{\sigma_{\ln(X-\xi)}}\right)^2\right]$	$=(\text{LN}) \text{ avec } x_i - \xi \text{ où } \xi \approx \frac{x_{(1)}x_{(2)} - x_{\text{médiane}}^2}{x_{(1)} + x_{(2)} - 2x_{\text{médiane}}}$
P3	$f_x(x) = \frac{1}{ \alpha \Gamma(\kappa)} \left(\frac{x-\xi}{\alpha}\right)^{\kappa-1} \exp\left[-\frac{x-\xi}{\alpha}\right]$	$\kappa = \frac{4}{\gamma_x^2} ; \alpha = \frac{\sigma_x \gamma_x}{2} ; \xi = \mu_x - 2 \frac{\sigma_x}{\gamma_x}$
LP3	$f_{\ln(X)}(x) = \frac{1}{ \alpha \Gamma(\kappa)} \left(\frac{\ln(x)-\xi}{\alpha}\right)^{\kappa-1} \exp\left[-\frac{\ln(x)-\xi}{\alpha}\right]$	Idem que P3 en remplaçant X par Y = ln(X);
EV1	$f_x(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left\{-\frac{x-\xi}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-\xi}{\alpha}\right)\right\}$	$\alpha = \frac{\sigma_x \gamma_x}{2} ; \xi = \mu_x - 0.5772\alpha$

3.4 Étude de cas

3.4.1 Description du RAU sélectionné

Pour une application pratique de notre approche méthodologique, le réseau mineur du drainage pluvial de L'Île-des-Sœurs dans l'arrondissement de Verdun sur la rive sud de Montréal (Figure 3-1 et Figure 3-2) apparaît comme un cas intéressant à étudier. Il s'agit d'un réseau relativement récent (1968), construit en mode séparatif. Composée d'environ 20000 habitants, L'Île-des-Sœurs s'étend sur 2 km de long et 1.4 km de large. La superficie couverte est relativement petite en comparaison à celle de l'île de Montréal. Le RAU est bien délimité par le fleuve Saint-Laurent qui lui sert d'exutoire. De plus toute la documentation sur la conception et l'exploitation du réseau est disponible.

Le RAU a été conçu à partir de la pluie de Chicago. Aussi, la pluie de Chicago a été reproduite pour cette étude. Une série de données historiques de précipitations mesurée à partir de la station de Dorval (Montréal), a été utilisée (Environnement Canada, 2006). Malheureusement, les données historiques utilisées étaient agrégées sur un pas horaire, et les valeurs maximales de précipitations en étaient laminées. Toutefois, la méthodologie générale développée demeure

valide pour contrôler la performance hydraulique d'un RAU existant en déterminant son risque de débordement.



Figure 3-1: Vue aérienne de L'Île-des-Sœurs (Verdun) à Montréal.

3.4.2 Modélisation hydrologique du réseau de L'Île-des-Sœurs

Le modèle EPA SWMM5 a été utilisé pour modéliser et simuler les réponses hydrologiques et hydrauliques du RAU de l'île des Sœurs. L'étalonnage du modèle a été effectué à l'aide de la documentation disponible qui permet de caractériser les différents sous-bassins ainsi que leurs paramètres de ruissellement respectifs (Verdun, 1998):

1. Le taux d'imperméabilité a été ajusté à 60% dans les secteurs résidentiels denses et entre 20% et 60% dans d'autres secteurs, en fonction de la nature du secteur;

2. La valeur du coefficient de Manning est fixée à 0,50 pour les zones perméables et à 0,045 pour les zones imperméables. Dans les conduites, la valeur du coefficient de Manning a été fixée à 0,013;
3. Le modèle d'infiltration de Horton a été utilisé dans la présente étude, car il apparaît comme le modèle le plus utilisé;
4. Les caractéristiques géométriques (longueurs, diamètres et pentes des canalisations, élévations des regards, etc.) ont été extraites des documents de conception du RAU de l'île des Sœurs.

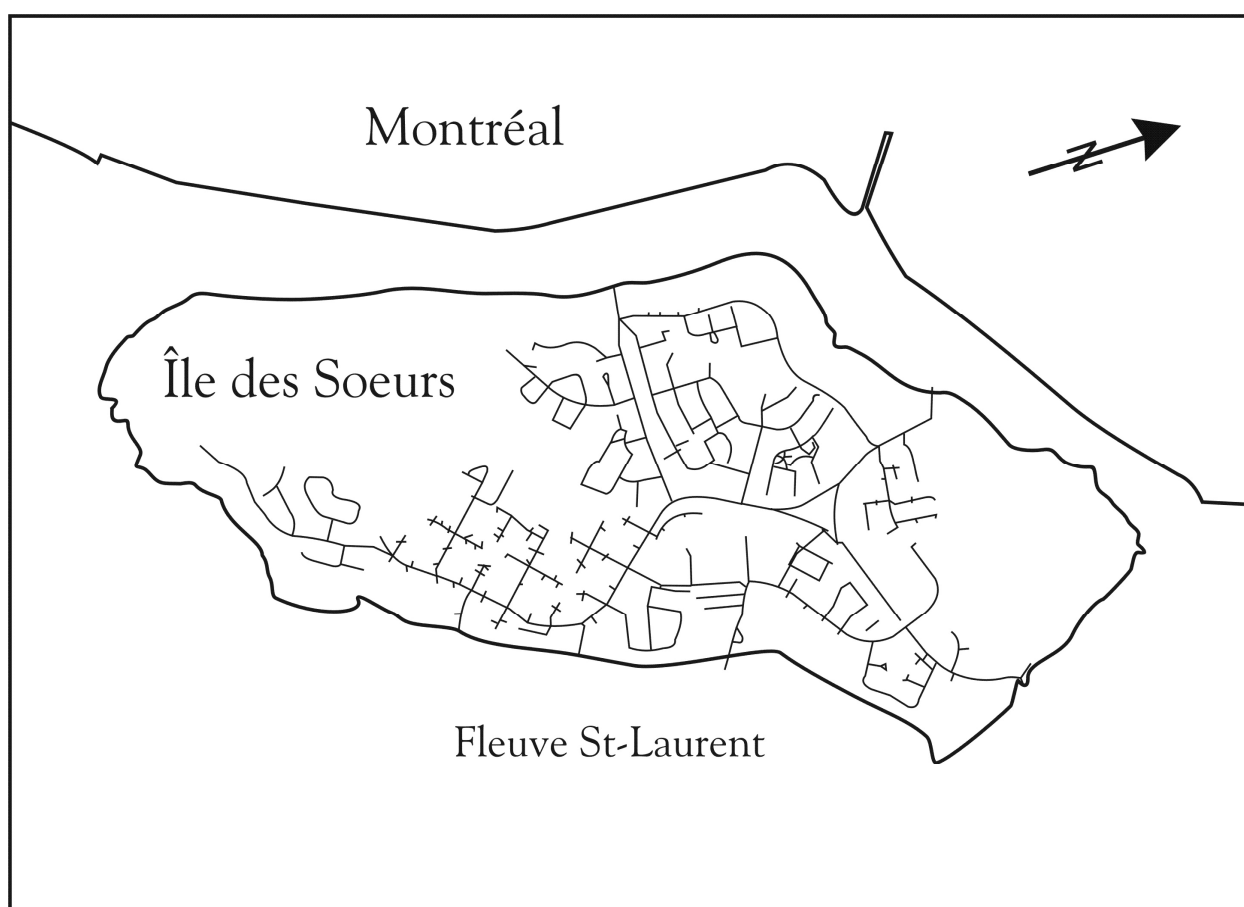


Figure 3-2: Vue du réseau de drainage urbain de L'Île-des-Sœurs (Verdun) à Montréal

3.4.2.1 Détermination de la pluie de projet du RAU de l'île des sœurs

Afin de retrouver les données initiales de conception du réseau, la pluie de projet (pluie synthétique de type "Chicago" construite à partir de la série des pluies historiques) a été utilisée: La pluie de projet est sensée s'écouler de façon sécuritaire dans le réseau. La modification des

conditions d'écoulement dans certains sous-bassins a été nécessaire pour assurer le respect des normes hydrauliques de conception. Les pluies historiques enregistrées sur une période de 50 ans (Environnement_Canada, 2006.) ont servi directement pour la simulation du comportement hydraulique du réseau.

Si t est la durée de la pluie¹, alors, l'intensité pluviométrique correspondant à une période de retour donnée peut être obtenue à partir de l'équation de la courbe intensité-durée-fréquence (IDF) comme suit (Rivard, 2005):

$$i_{IDF} = a(t+b)^{-c} \quad (3.1)$$

Les paramètres a , b et c , selon les différentes périodes de retour de 2 à 100 ans, sont présentés au Tableau 3.3. Ces valeurs sont obtenues à partir des données mesurées à la station de Dorval.

Une fois que l'équation qui définit la courbe IDF pour la région de Montréal est connue, une équation utilisant la méthode de l'intensité instantanée peut être développée pour exprimer la variation de l'intensité avec le temps dans la conception du hyétographe.

Si t_d est la durée totale de la pluie, cette équation représente la tempête de Chicago, qui s'exprime (Musy, 2003) par:

$$i_{Chicago} = \frac{a[(1-c)t_d + b]}{(t_d + b)^{c+1}} \quad (3.2)$$

Défini comme le temps entre les intersections, t_d peut être exprimé par:

$$t_d = t_a + t_b \quad (3.3)$$

où t_a est la durée qui sépare de début de l'averse et le pic et t_b celle qui sépare le pic de l'averse et la fin de la pluie. La durée totale de la pluie t_d peut s'exprimer selon le coefficient d'avancement de l'orage r , comme étant le rapport entre le temps avant le sommet à celui après le sommet:

$$r = \frac{t_a}{t_b} \quad (3.4)$$

Le modèle SWMM5 a été étalonné avec la Pluie de Chicago, à partir de la courbe IDF de 5 ans. Ces paramètres sont visibles disponibles au Tableau 3.2.

¹ Dans la méthode rationnelle, on prend $t = t_c$

Tableau 3.2: Paramètres IDF pour la région de Montréal (Rivard, 2005).

Période de retour (années)	Paramètres de la courbe IDF			
	a (mm/h)	b (min)	c	r
2	657.204	5.273	0.806	0.44
5	1121.542	7.507	0.856	0.44
10	1562.794	9.094	0.892	0.44
25	2134.165	10.501	0.921	0.44
50	2440.834	10.781	0.927	0.44
100	2838.476	11.344	0.937	0.44

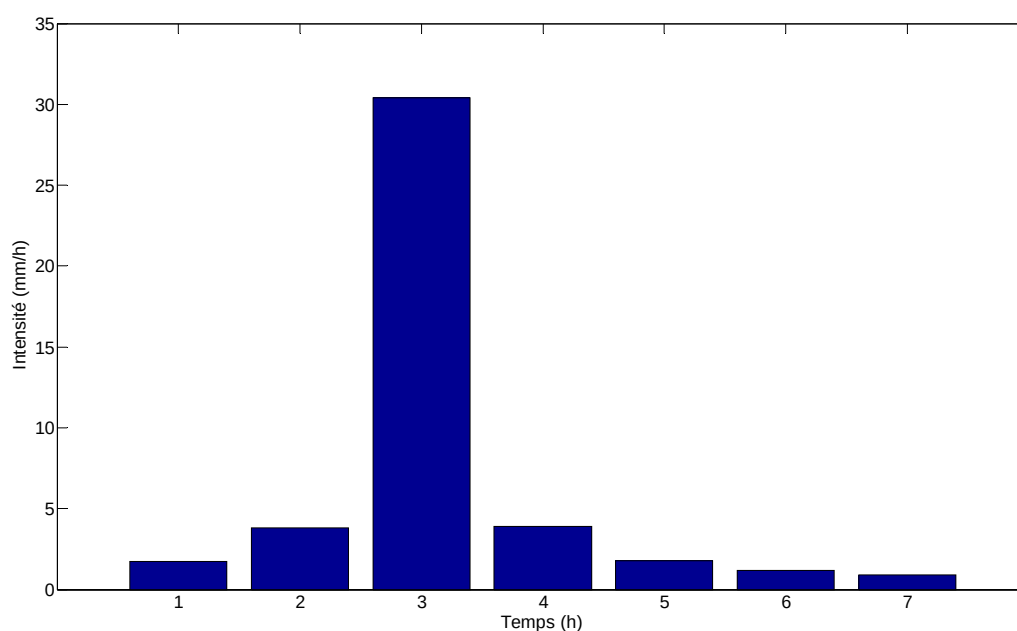


Figure 3-3: Hyétographe de conception pour la pluie de Chicago (5 ans – 7 heures)

La valeur de t_d a été fixée à 420 min, soit la moyenne de toutes les précipitations observées dans la série historique de précipitations (Environnement_Canada, 2006.). La pluie de Chicago utilisée pour valider le modèle hydrologique du RAU de L'Île-des-Sœurs est illustrée à la Figure 3-3;

3.4.3 Résultats de l'analyse hydrologique du réseau :

La simulation du réseau d'égout pluvial de L'Île-des-Sœurs de Montréal a été effectuée à l'aide d'une série historique des données pluviométriques contenant cinquante années de précipitation horaire. Au terme d'une simulation continue des événements pluvieux de l'historique, l'analyse hydraulique des résultats obtenus a permis d'isoler les événements pluvieux critiques occasionnant au moins une inondation à l'intérieur du réseau. Ces événements ont été extraits, puis simulés individuellement afin de déterminer les paramètres hydrauliques qui en découlent: pic de ruissellement, volumes d'inondation ou vitesses maximales observées dans le réseau. Les résultats de l'analyse globale sont présentés dans le Tableau 3.3 ci-après:

Tableau 3.3: Résultat de l'analyse hydrologique et hydraulique du réseau d'égout

Date	Pluie (mm/h)	Ruisselmt (m ³ /s)	Vitesse (m/s)	Volume (m ³)	Date	Pluie (mm/h)	Ruisselmt (m ³ /s)	Vitesse (m/s)	Volume (m ³)
09/01/82	17.80	8.109	5.776	80	07/16/76	17.80	7.855	5.708	44
07/02/75	34.00	17.432	7.298	9070	08/16/66	38.90	20.060	7.620	12711
08/03/75	21.80	10.114	6.148	474	06/17/52	30.20	12.740	6.547	935
08/0389	16.90	7.360	5.570	8	06/18/84	20.90	9.640	6.070	422
07/04/51	19.80	8.008	5.772	15	07/18/87	24.20	11.510	6.440	1062
09/04/66	17.50	7.700	5.670	24	06/19/75	17.50	7.667	5.656	21
07/05/58	17.50	7.640	5.650	19	08/20/89	35.00	18.090	7.390	10781
08/05/81	25.00	12.133	6.543	1754	06/21/49	26.70	11.727	6.464	722
08/05/88	17.30	7.580	5.640	20	06/21/61	15.50	7.010	5.410	12
06/06/63	40.40	20.880	7.700	14778	07/21/64	19.30	8.670	5.890	178
08/06/65	19.60	8.900	5.940	227	08/21/52	24.60	10.947	6.231	405
08/06/68	23.10	10.900	6.330	862	07/22/60	23.90	11.400	6.420	1003
08/06/86	17.40	7.640	5.650	89	07/23/74	23.60	11.193	6.381	851
07/07/58	17.30	7.580	5.630	18	10/23/59	27.70	13.560	6.750	2975
09/07/69	48.50	25.610	8.180	22277	06/24/62	27.70	13.550	6.740	2960
06/08/87	34.70	17.780	7.340	8878	08/24/88	21.30	9.870	6.100	552
07/09/74	19.10	8.613	5.879	172	06/25/57	24.90	11.189	6.354	496
08/09/59	21.10	9.730	6.080	384	07/25/62	16.80	7.410	5.550	10
07/10/66	17.50	7.700	5.670	23	06/26/43	20.10	8.311	5.805	21
08/12/48	20.10	8.499	5.831	32	07/26/73	18.30	8.122	5.787	99
09/12/63	21.30	10.380	6.240	743	07/26/93	17.10	7.470	5.600	13
08/13/56	22.60	9.430	5.972	140	08/26/61	16.00	7.300	5.500	5
06/14/67	25.90	12.510	6.600	1993	08/26/70	39.10	20.580	7.680	13861
07/14/75	19.60	8.896	5.934	226	06/27/94	26.50	12.860	6.650	2313
07/14/87	17.00	7.410	5.600	13	08/27/73	30.50	15.138	6.972	5312
08/14/84	17.20	7.480	5.630	18	06/28/43	20.80	8.727	5.902	78
06/15/43	21.60	8.928	5.928	106	06/28/57	22.90	10.246	6.188	375
07/15/63	20.30	9.300	6.010	303	08/30/91	25.60	12.310	6.570	1798
08/15/61	17.30	7.590	5.640	18	08/31/80	18.60	8.322	5.820	117

3.4.4 Résultats de l'analyse statistique

Les analyses statistiques ont été réalisées sur les échantillons de données obtenues à l'issue des analyses hydrologiques et hydrauliques (Tableau 3.3). La qualité de l'ajustement statistique a été évaluée à l'aide de deux tests: le test du Khi-carré et celui de Kolmogorov-Smirnov. Ces analyses indiquent que la loi Log-Normale Type 3 s'impose dans l'intervalle de confiance de 95% comme étant la loi s'ajustant la mieux à tous les échantillons de données analysées (Tableau 3.4 et Figure 3-4).

Tableau 3.4: Résultats des tests d'ajustement: Khi carré et Kolmogorov-Smirnov

Distributions : →		Normale				Log-Normal				Log Normal Type 3			
variables : →		P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}	P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}	P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}
Test de Kolmogorov-Smirnov	result	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	p-value	0.12	0.08	0.23	0.00	0.41	0.39	0.35	0.93	0.71	0.58	0.53	0.75
Test Khi-carré	result	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	p-value	0.08	0.02	0.21	0.00	0.43	0.55	0.60	0.88	0.30	0.91	0.67	0.63

P_{max} = Pluie maximale Q_{max} = ruissellement max. V_{max} = Vitesse maximale Vol_{in} = volume d'inondation

Distributions : →		Pearson Type 3				Log-Pearson Type 3				Extreme Value Type 1			
variables : →		P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}	P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}	P _{max}	Q _{max}	V _{max}	Vol _{in}
Test de Kolmogorov-Smirnov	result	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	p-value	0.32	0.27	0.33	0.08	0.52	0.44	0.00	0.74	0.00	0.00	0.01	0.00
Test Khi-carré	result	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
	p-value	0.18	0.11	0.27	0.00	0.52	0.64	0.62	0.76	0.01	0.00	0.01	0.00

Si T et n représentent respectivement la période de retour et la durée de référence le risque de débordement R peut être calculée par:

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (3.5)$$

Pour le réseau de L'Île-des-Sœurs de Montréal à l'étude, la loi log Normale III s'est révélée comme étant celle qui s'ajuste le mieux à tous les échantillons de données analysées.

Le résultat du meilleur ajustement (Log-Normal Type 3) est présenté ci-après sous forme graphique (Figure 3-5) et sous forme tabulée (Tableau 3.5). Les différents ajustements permettent de faire correspondre à chaque évènement critique de période de retour donnée, une évaluation de la performance hydraulique du réseau en termes de vitesse maximale observée dans le réseau ou de volume total de l'inondation qui en a résulté.

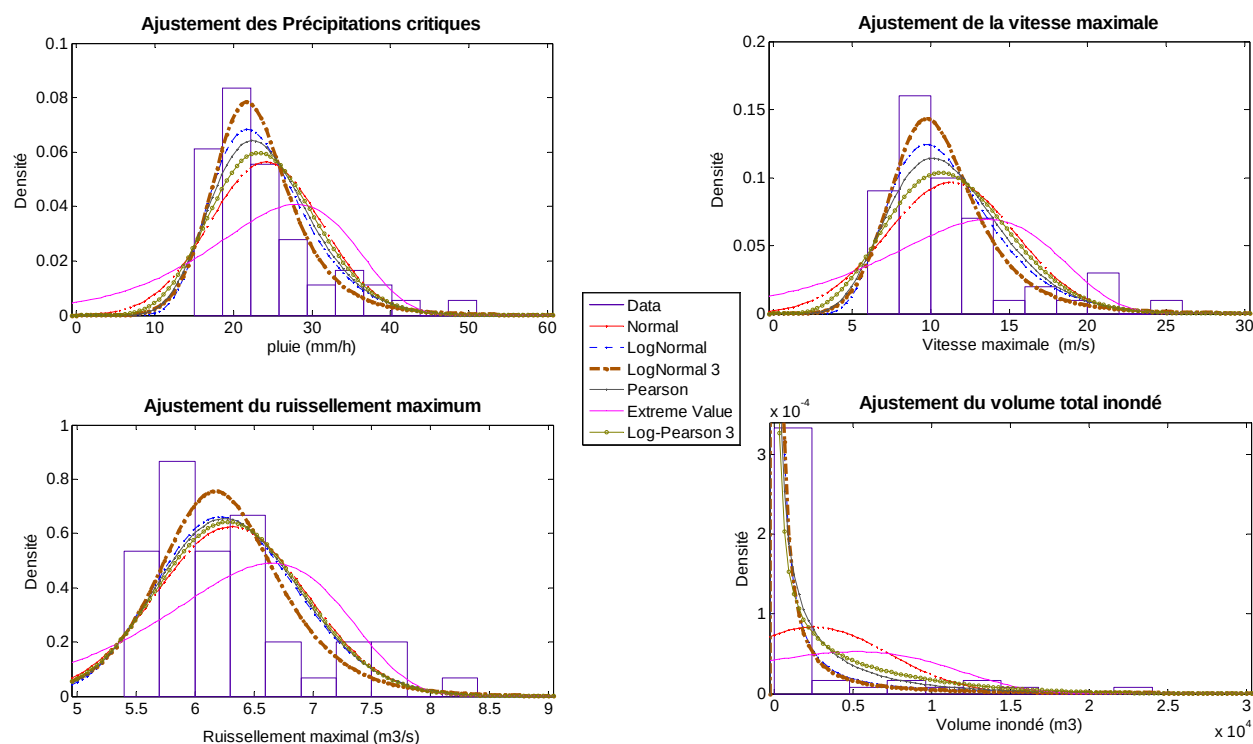


Figure 3-4: Aperçu graphique de la capacité d'ajustement des différentes lois évaluées

Les différents ajustements permettent d'établir un lien entre la performance hydraulique du RAU et chaque période de retour choisie. La performance hydraulique d'un RAU est mesurée par son risque de débordement, la vitesse maximale de l'écoulement dans le réseau, ou le volume maximal de l'inondation enregistré. La Figure 3-5 permet non seulement de connaître la fréquence d'occurrence des événements recensés, mais aussi de leur associer une performance du réseau en termes de vitesses maximales observées dans le réseau ou de volumes maximaux d'inondation résultante. Il devient alors possible de relier la fréquence d'apparition des événements aux dommages éventuels qu'ils peuvent engendrer dans le réseau ou auprès des riverains. En effet, en plus de connaître le volume total qui découle d'une précipitation de période de retour donnée, la cartographie du réseau permet de localiser spatialement les volumes critiques et d'apprécier en fonction du relief des bassins versants concernés, les coûts que ces inondations pourraient induire. Il en résulte donc la possibilité de quantifier le risque en termes monétaire, matérielle ou même humaine. Par ailleurs, les vitesses maximales permettent de mettre en relief la performance hydraulique du réseau et de la rattacher à la sévérité des événements de crue.

Le Tableau 3.5 montre le lien entre la période de retour et le risque de débordement du RAU pour les durées respectives de 5, 10 et 20ans. Par exemple, le risque de dépasser la pluie critique de

34,33 mm/h, correspondant à la période de retour 10 ans, est de 65% sur une période de 10 ans ou de 88% si la période était plutôt de 20 ans. Le risque de débordement semble plus élevé même si la pluie de période de retour 10 ans n'excède que de 3mm/h celle utilisée dans la conception du RAU. Le ruissellement maximal qui en résulte est évalué à 6,70 m³/s, ce qui génère dans le réseau des pointes de vitesses pouvant atteindre 16,78 m/s et des volumes d'inondation avoisinant 6 679 m³. La valeur de la vitesse est plus importante en raison de l'érosion potentielle de canalisation de drainage.

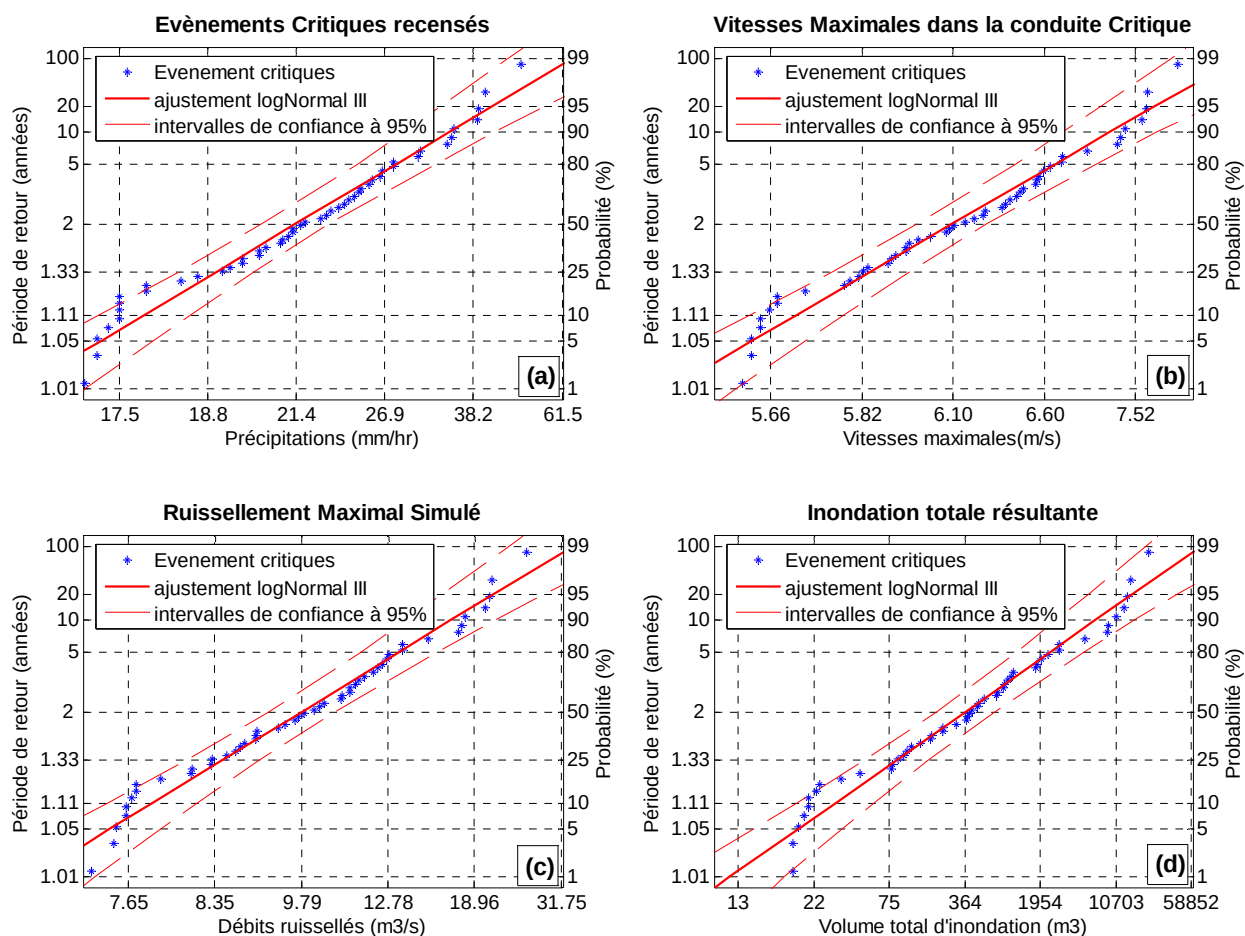


Figure 3-5: Abaque résultant des différentes analyses fréquentielles

Tableau 3.5: Résultat tabulé de l'analyse fréquentielle

Période de Retour (années)		2	5	10	15	20	25	50	100
Risque pour une durée de:	5ans	-	-	41%	29%	23%	18%	10%	5%
	10 ans	-	-	65%	50%	40%	34%	18%	10%
	20 ans	-	-	88%	75%	64%	56%	33%	18%
Probabilité de dépassement		50%	20%	10%	7%	5%	4%	2%	1%
Pluie (mm/hr)		21.45	27.99	34.23	37.96	41.83	44.60	54.30	65.83
Débit max. ruisselé (en m ³ /s)		6.10	6.70	7.21	7.51	7.80	8.01	8.70	9.49
Vitesse maximale dans le réseau (m/s)		9.79	13.36	16.78	18.82	20.95	22.47	27.80	34.16
Volume maximal d'inondation (en m ³)		364	2443	6679	10419	15348	19559	39176	73185

3.5 Conclusion et recommandations

Les inondations se produisent de plus en plus à notre époque et il semble que la performance hydraulique du réseau d'assainissement doive être fréquemment évaluée afin de garantir le fonctionnement adéquat de la planification du drainage. Évaluer un réseau de drainage implique déterminer son risque de débordement ainsi que la probabilité associée au dépassement de la pluie de projet. Une méthode de diagnostic a été présentée dans ce chapitre pour évaluer la performance hydraulique du RAU.

La méthode proposée comporte deux modules: hydrologique et statistique. L'unité hydrologique transforme la série historique de pluies historiques en débit transitant dans le RAU; il permet d'identifier les événements pluvieux responsables d'au moins un débordement du RAU et de relever les paramètres d'écoulement qui en résultent. L'unité statistique permet l'analyse fréquentielle des événements hydrologiques critiques ainsi que celle des paramètres hydrauliques d'écoulement (vitesse, ruissellement, volume d'inondation) susceptibles de réduire la performance du RAU.

L'application de la méthode proposée pour une étude de cas sélectionnée à l'île des Sœurs de Montréal indique que le risque de débordement existe vraiment. Les concepteurs et gestionnaires des RAU peuvent donc utiliser l'outil présenté pour anticiper avec plus de précision les dommages éventuels provoqués par les scénarios d'inondations potentiels. Les résultats prévus pourraient aider à mettre en œuvre des solutions plus innovantes et durables, complémentaires aux solutions classiques, pour une meilleure gestion des eaux pluviales. La méthode proposée a besoin d'être raffinée davantage pour être utilisable avec des précipitations historiques réparties sur un pas de temps relativement court ($\Delta t = 5\text{-}15$ min).

L'application de la méthode proposée pour une étude de cas sélectionnée à l'île des Sœurs de Montréal indique que le risque de débordement existe vraiment. Les concepteurs et gestionnaires des RAU peuvent donc utiliser l'outil présenté pour anticiper avec plus de précision les dommages éventuels provoqués par les scénarios d'inondations potentiels. Les résultats prévus pourraient aider à mettre en œuvre des solutions plus innovantes et durables, complémentaires aux solutions classiques, pour une meilleure gestion des eaux pluviales. La méthode proposée a besoin d'être raffinée davantage pour être utilisable avec des précipitations historiques réparties sur un pas de temps relativement court ($\Delta t = 5-15$ min).

CHAPITRE 4 MODÉLISATION DYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES RÉSEAUX DE DRAINAGE URBAIN

Résumé

Un modèle numérique pour la simulation dynamique des écoulements transitoires dans les réseaux d'assainissement urbains est proposé dans ce chapitre. Le modèle s'appuie sur les équations bien connues de Saint-Venant, une formulation dynamique qui permet d'adapter le modèle mathématique à la nature de l'écoulement, et un algorithme de résolution robuste qui utilise la technique "Shock-Fitting" pour traquer l'initiation et la transition des fronts de remplissage à travers le réseau de drainage. Des conditions aux limites spécifiques sont étudiées afin de garantir la consistance et la stabilité du modèle, de même que la continuité de l'écoulement. Le présent modèle repousse les limites de la méthode "Shock-Fitting" dans la mesure où il permet de simuler l'avènement de plusieurs fronts dans le réseau de drainage, sans recourir à des simplifications numériques susceptibles de dénaturer la vraisemblance de l'écoulement.

4.1 Introduction

Considérons l'écoulement dans une conduite du réseau de drainage pluvial pendant un évènement de crue sévère. Au fur et à mesure que le débit de la crue augmente, on observe un accroissement du débit dans chacune des canalisations du réseau d'égout et une variation du régime de l'écoulement allant du simple écoulement par gravité à l'écoulement en charge. La transition entre le régime d'écoulement gravitaire et le régime d'écoulement en charge est appelé dans le présent document régime d'écoulement transitoire. Il s'agit d'un régime particulièrement complexe où l'écoulement s'effectue partiellement en charge et partiellement à surface libre. Le lieu géométrique qui marque la séparation entre l'écoulement à surface libre et l'écoulement gravitaire est appelé front de transition. Lorsque le front de transition se déplace dans le même sens que l'écoulement, on parle d'un front de transition positif. Le front sera caractérisé de négatif dans le cas contraire. Si dans une conduite la naissance du front de transition a lieu à partir du regard amont, le front sera appelé front d'amont. Il sera appelé front d'aval s'il prend naissance à partir de la jonction aval. Si le déplacement du front entraîne le remplissage de la

canalisation, nous parlerons alors de front de remplissage. Si par contre le déplacement du front entraîne une vidange de la canalisation, il s'agira plutôt d'un front de vidange.

La modélisation de l'écoulement dans le réseau d'égout dans un contexte de remplissage rapide doit être dynamique si l'on veut rendre compte de toute la complexité des phénomènes qui sont observés généralement dans les réseaux de drainage (Rivard, 2005). Les modèles entièrement dynamiques établissent une similitude entre les équations de Saint-Venant et les équations équivalentes traduisant les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans les conduites pressurisées. L'approche « Shock-Fitting » est souvent utilisée pour localiser le front de pressurisation de la conduite à chaque pas de calcul, en résolvant un système d'équations non linéaires basées sur la conservation de la masse et de la quantité de mouvement à travers le front. Les travaux de Song et al. (1988; 1989; 1988; 1990; 1978, 1985; 1983; 1982; 1983; 1982; 1988; 1979), ou ceux de Fuamba (Fuamba, 1997a, 2002b) sont quelques exemples de tels modèles. Dans une approche contributive, Fuamba (1997a, 2002b) a modélisé les écoulements mixtes en considérant un seul front de pression. Son travail n'incluait ni les emprisonnements d'air, ni l'instabilité inter faciale à cause de la complexité de ces phénomènes. Trois modèles unidimensionnels qui ne différaient les uns des autres que par la méthode numérique utilisée pour calculer soit la surface libre, soit les conditions globales d'écoulement furent développés et testés avec succès sur les données réelles et de laboratoire. Ces modèles prennent en charge les écoulements critiques et torrentiels. Des prévisions ont été faites à l'aide de ces modèles et jugées fiables. Une comparaison des trois modèles dynamiques a été faite et des critères sélectifs ont été avancés.

Dans le présent chapitre, une modélisation numérique dynamique est proposée pour faire avancer l'état actuel des connaissances sur la problématique des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage pluviaux. Pour cela, notre modèle numérique dynamique étend les possibilités du modèle de Fuamba (1997a, 2002b) et permet de simuler dynamiquement les différents changements de régime susceptibles d'apparaître dans le réseau de drainage lors du remplissage rapide des canalisations. L'apparition des différents types de front est minutieusement étudiée (chapitre 6); une méthodologie rigoureuse permettant de calculer les conditions aux limites complexes est également proposée (chapitre 5). Un algorithme efficace de calcul permet au modèle de s'ajuster automatiquement à chaque type d'écoulement, si bien qu'en plus de traquer efficacement le déplacement des différents fronts dans le réseau, le modèle est également capable

de simuler l'apparition de le développement de deux fronts à l'intérieur d'une même canalisation du réseau d'égout.

4.2 Conceptualisation du réseau de drainage

Le modèle numérique présenté dans ce chapitre conceptualise le réseau d'assainissement à l'aide de quatre objets principaux : les nœuds, les conduites, les sections, et le front de transition.

4.2.1 Objet nœud

On appelle nœud toute discontinuité réelle ou virtuelle par laquelle les eaux de ruissellement de surface sont transmises aux conduites souterraines; il permet également aux différentes conduites du réseau de drainage de communiquer entre elles. À ce titre chaque nœud du réseau comprend n ($n \geq 0$) conduites amont et m ($m \geq 1$) conduites aval. L'état des nœuds est caractérisé à chaque pas de temps du calcul par le nombre et l'état des conduites qui sont connectés en amont du nœud, le nombre et l'état des conduites qui sont connectés en aval du nœud, ainsi que la quantité d'eau stockée temporairement à l'intérieur du nœud. Ainsi, l'écoulement dans un nœud peut être gravitaire, en transition ou en charge. Pour un écoulement gravitaire, le régime d'écoulement au nœud peut être fluvial, torrentiel ou critique. Le nœud est caractérisé par sa géométrie (hauteur, cote du radier, section, ...), la hauteur d'eau, les conditions d'écoulement à la jonction de chaque conduite connectée. Différentes méthodes sont attachées au nœud afin de permettre un calcul dynamique de l'écoulement pendant son passage dans le nœud. La modélisation de l'écoulement au nœud fait l'objet d'un chapitre particulier (le chapitre 5) qui traite de l'étude des conditions aux limites.

4.2.2 Objet conduite

Une conduite est un objet linéaire discrétisé sous la forme de plusieurs objets interreliés : les sections. La distance qui sépare deux sections consécutives d'une conduite est appelée pas de discrétisation spatiale (Δx). La conduite est également caractérisée par sa pente, sa rugosité, et sa longueur. Conceptuellement, la conduite est formée d'une liste chaînée d'objets sections. Chaque section pointe sur la section qui la précède et sur celle qui vient après elle. La conduite est également caractérisée par deux pointeurs qui la rattachent respectivement à un nœud amont et à un nœud aval. L'état de la conduite sera déterminé par celui des nœuds amont et aval d'une part,

mais également par l'état des sections intermédiaires d'autre part. Afin d'assurer une automatisation des calculs et une stabilité du modèle numérique, huit conditions spécifiques du régime d'écoulement en conduite ont été identifiées et étudiées.

L'algorithme de calcul du réseau est développé de manière à réduire la modélisation de l'écoulement à travers le réseau à la modélisation de l'écoulement dans une conduite. En effet, le calcul des conditions aux limites permet de propager l'écoulement d'une conduite à l'autre et assure de ce fait la simulation du mouvement de l'eau à travers le réseau de drainage.

4.2.3 Objet section

L'objet section est la conceptualisation d'une section transversale de la conduite. Cet objet permet de caractériser la géométrie de la conduite (carré, rectangulaire, circulaire,...) en relation avec l'écoulement. Ainsi les méthodes permettant de calculer les propriétés géométriques de l'écoulement en conduite (section mouillée, largeur au plafond, périmètre mouillé, rayon hydraulique, profondeur hydraulique) sont associées à la section. Le polymorphisme est utilisé pendant la mise en œuvre de l'application afin de rendre la méthode de calcul développée applicable pour une gamme variée de sections géométriques. Chaque section est caractérisée par un état qui peut-être soit gravitaire ou en charge. Chaque section comporte deux pointeurs qui lui permettent d'accéder l'un à la section précédente et l'autre à la section suivante. La position de la section dans la canalisation est également une propriété de la section de même que la côte du radier et celle de la crête. Lorsque la section s'écoule à surface libre, l'écoulement y est caractérisé par la profondeur de l'eau et la vitesse (ou le débit). Si l'écoulement s'effectue en charge, alors il est caractérisé par la pression piézométrique et la vitesse. La première section de la conduite est connectée au nœud amont et la dernière section au nœud aval.

4.2.4 Objet front de transition

Le front de transition est le lieu géométrique qui marque la séparation entre l'écoulement en charge et l'écoulement à surface libre. Afin d'utiliser la méthode « Shock-Fitting » pour simuler l'écoulement transitoire dans le réseau de drainage, il est nécessaire de localiser la position du front de transition à chaque pas de calcul. Pour cela nous avons conceptualisé le front sous la forme de deux sections virtuelles dont l'une est en charge et l'autre en surface libre. La section en charge marque la limite de l'écoulement en charge alors que la section à surface libre marque

la limite de l'écoulement à surface libre. La distance séparant les deux sections est supposée infiniment petite et donc négligeable. L'apparition et le déplacement de cet objet à travers la conduite établissent respectivement la naissance et la propagation de l'écoulement transitoire dans le réseau de drainage. À cet objet sont rattachées toutes les méthodes de calculs permettant de simuler la propagation du front de transition à travers la conduite.

4.3 Présentation générale du modèle

Afin d'assurer une automatisation des calculs et une stabilité du modèle numérique, huit conditions spécifiques du régime d'écoulement en conduite ont été identifiées et étudiées :

1. L'écoulement à surface libre (**SL**), caractérisé par les deux nœuds (amont et aval) ainsi que l'ensemble des sections intermédiaires de la conduite s'écoulant à surface libre;
2. L'initiation d'un front d'amont (**INIT_{amt}**) si le nœud amont est en charge alors que la conduite s'écoule à surface libre (un front de transition peut être initié au regard amont);
3. L'initiation d'un front d'aval (**INIT_{avl}**) si le nœud aval est en charge alors que la conduite s'écoule à surface libre (un front de transition peut être initié au regard aval);
4. L'écoulement transitoire d'amont (**TR_{amt}**) lorsque l'initiation d'un front de transition au nœud amont est réussi alors que le nœud d'aval s'écoule à surface libre;
5. L'écoulement transitoire d'aval (**TR_{avl}**) lorsque l'initiation d'un front de transition au nœud aval est réussi alors que le nœud amont s'écoule à surface libre;
6. L'écoulement transitoire à deux fronts (**DF**) lorsque l'initiation d'un front de transition est réussie aux nœuds amont et aval alors que quelques sections intérieures de la conduite s'écoulent encore à surface libre;
7. L'écoulement en charge (**CH**) pour lequel les deux nœuds (amont et aval) ainsi que l'ensemble des sections de la conduite s'écoulent en charge;
8. La vidange de la conduite (**VID**);

L'algorithme général de calcul est développé de manière à réduire la modélisation de l'écoulement à travers le réseau à celle de l'écoulement dans une conduite. En effet, le calcul des conditions aux limites permet de propager l'écoulement d'une conduite à l'autre et assure de ce fait la simulation du mouvement de l'eau à travers le réseau de drainage. Un chapitre particulier

(le chapitre 3) est réservé à l'étude des conditions aux limites qui permettent de garantir la fiabilité et la stabilité de la résolution numérique proposée. De plus, l'étude des conditions d'écoulement 2 et 3 relatives à l'initiation du front de transition est adressée en détail au chapitre 4. La transition entre les différents modes de calcul est assurée par la mise en œuvre d'un algorithme de calcul robuste et performant. L'algorithme général de calcul comprend quatre procédures principales de calcul :

1. **La procédure de calcul des conditions aux limites** : elle permet d'évaluer les conditions de vitesse, de hauteur d'eau ou de piézométrie qui prévalent à l'entrée et la sortie de la conduite à chaque pas de calcul. Cette procédure permet également de préciser le régime d'écoulement de la conduite et d'appliquer la procédure de calcul la mieux adaptée.
2. **La procédure de calcul de l'écoulement à surface libre** : cette procédure est utilisée lorsque l'ensemble de la conduite s'écoule à surface libre. Elle prend en compte aussi bien le régime d'écoulement fluvial que torrentiel et elle inclut la possibilité d'apparition d'un ressaut hydraulique dans l'écoulement.
3. **La procédure de calcul de l'écoulement en charge** : cette procédure est utilisée lorsque l'ensemble de la conduite s'écoule en charge.
4. **La procédure de calcul de l'écoulement transitoire** : cette procédure est utilisée lorsqu'au moins une section de la conduite s'écoule en surface libre alors que d'autres sections s'écoulent en charge. Cette procédure inclut plusieurs méthodes qui permettent chacune d'adresser un type particulier du front de transition:
 - a) Le front de remplissage d'amont;
 - b) Le front de remplissage d'aval;
 - c) La présence de deux fronts;
 - d) Le front de vidange;

L'algorithme général de résolution est présenté sommairement dans la Figure 4-1 ci-après. Dans un premier temps les données d'entrée du modèle doivent être lues. Il s'agit essentiellement des données relatives aux hydrogrammes d'apports aux nœuds du système de drainage, des caractéristiques géométriques du réseau de drainage (longueurs, sections, pente pour les canalisations de drainage), des caractéristiques hydrauliques du réseau de drainage (rugosité ou

friction, coefficient de perte de charge singulière, conditions initiales de l'écoulement dans le réseau) et des caractéristiques nécessaires à la modélisation numérique du réseau (nombre de sections par conduite, conditions particulières éventuelles). Précisons également que chaque conduite du réseau porte une numérotation qui définit l'ordre de calcul : ainsi, la conduite numéro 1 est calculée en premier, suivie de la conduite numéro 2, et ainsi de suite. De cette manière, le calcul procède de la conduite amont la plus éloignée à la conduite aval connectée à l'exutoire du bassin versant drainé.

La procédure d'initialisation de l'écoulement permet de calculer les conditions initiales de vitesse et de hauteurs d'eau à chaque section du réseau de drainage. La connaissance des conditions initiales d'écoulement permet de déterminer le régime d'écoulement spécifique qui caractérise le réseau à l'instant initial.

Ensuite les conduites du réseau sont simulées les unes après les autres, en commençant par la conduite numérotée 1. La simulation de l'écoulement dans une conduite spécifique dépend de l'état de la conduite. Elle comprend un calcul des conditions aux limites en amont et en aval de la conduite suivi d'un calcul des conditions d'écoulement dans les sections intérieures. Lorsque la conduite s'écoule en surface libre, la procédure de calcul de l'écoulement gravitaire est appliquée. Si par contre l'écoulement est sous pression, c'est la procédure d'écoulement en charge qui prévaut. Si au contraire l'écoulement est transitoire, on applique l'une ou l'autre des variantes de la procédure de calcul de l'écoulement transitoire en fonction du type de transition qui prévaut. Les différentes procédures de calcul sont étudiées en détail dans les paragraphes ci-après.

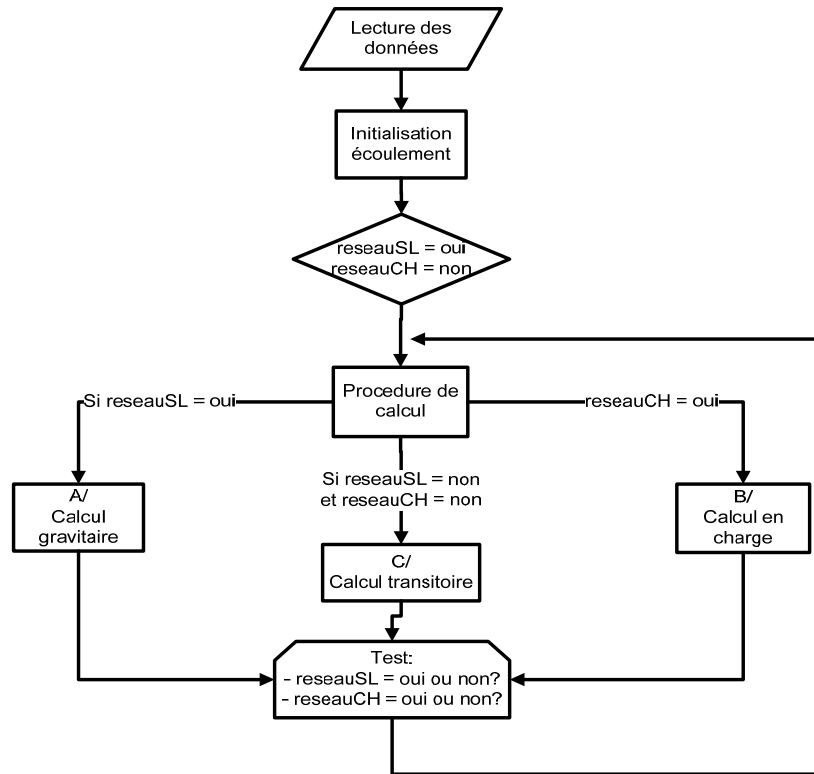


Figure 4-1: Organigramme général du modèle

4.4 Modélisation du régime d'écoulement gravitaire

4.4.1 Formulation mathématique

Pour la formulation mathématique de l'écoulement gravitaire dans le réseau de drainage urbain, nous admettons quelques hypothèses simplificatrices qui sont généralement utilisées pour la modélisation numérique des écoulements en conduites fermées : (1) l'écoulement dans le réseau de drainage est unidimensionnel; (2) les accélérations sont négligeables dans la direction perpendiculaire à l'axe de l'écoulement; (3) les effets de la viscosité sont négligeables par rapport aux frottements sur les parois; (4) les parois sont imperméables et non dilatables; (5) la distribution de la pression est hydrostatique; (6) la pente des canalisations est faible; (7) la répartition des vitesses dans chaque section de la conduite est uniforme; (8) les lois de la friction permanente sont supposées valides pour les écoulements non permanents. Dans ces conditions, et moyennant un apport latéral nul, les équations aux dérivées partielles développées par Barré De St-Venant sont utilisées pour la formulation de l'écoulement gravitaire :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = S_o - S_f \end{cases} \quad (4.1)$$

$h(x,t)$ est la profondeur de l'écoulement par rapport au radier de la conduite, $V(x,t)$ est la vitesse moyenne de l'écoulement dans une section de la conduite, t et x représentent les coordonnées des discrétisations temporelles et spatiales, S_o est la pente de la conduite et S_f est celle de la friction, c est la célérité des ondes de gravité et g est l'accélération de la pesanteur;

4.4.2 Méthode de résolution numérique

Les équations (4.1) sont résolues par la méthode des caractéristiques (MDC) dite « à grille spécifiée ». La MDC permet de transformer le système d'équations différentielles partielles (4.2) en un ensemble de quatre équations différentielles ordinaires qui peuvent être écrites sous forme condensée comme suit:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} \pm \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} &= g(S_o - S_f) \\ \frac{dx}{dt} &= V \pm c \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ces équations sont par la suite intégrées le long des lignes caractéristiques, comme suit:

$$\begin{aligned} \overbrace{\int_L^P dV + \int_L^P \frac{g}{c} dh}^{c^+} &= g \int_L^P (S_o - S_f) dt & \overbrace{\int_R^P dV - \int_R^P \frac{g}{c} dh}^{c^-} &= g \int_R^P (S_o - S_f) dt \\ \int_L^P dx &= g \int_L^P (V + c) dt & \int_R^P dV &= g \int_R^P (V - c) dt \end{aligned} \quad (4.4)$$

Pour évaluer ces intégrales, les valeurs de c et S_f sont requises le long des lignes caractéristiques. Or, c et S_f sont des fonctions de h et de V ; par conséquent, il est également nécessaire de connaître préalablement les valeurs de h et de V . On est donc obligé de procéder à des approximations : si on admet que les valeurs de c et de S_f calculées au point (L) (respectivement au point R) demeurent valides le long de la ligne caractéristique positive (respectivement négative), on obtient d'après la Figure 4-2 les équations:

$$(V_p - V_L) + \left(\frac{g}{c_L}\right)(h_p - h_L) = g(S_o - S_f)_L(t_p - t_L) \quad (4.5)$$

$$x_p - x_L = (V + c)_L(t_p - t_L) \quad (4.6)$$

$$(V_p - V_R) - \left(\frac{g}{c_R}\right)(h_p - h_R) = g(S_o - S_f)_R(t_p - t_R) \quad (4.7)$$

$$x_p - x_R = (V - c)_R(t_p - t_R) \quad (4.8)$$

Les indices L , P et R traduisent les quantités obtenues aux points L , P et R respectivement. On dérive ensuite les équations des caractéristiques comme suit:

$$V_p + (g/c_L)h_p = V_L + (g/c_L)h_L + g[S_o - (S_f)_L]\Delta t = K_{SL}^+ \quad (4.9)$$

$$V_p - (g/c_R)h_p = V_R - (g/c_R)h_R + g[S_o - (S_f)_R]\Delta t = K_{SL}^- \quad (4.10)$$

$$\Delta t = t_p - t_L = t_p - t_R, (S_e)_{R/L} = n^2 V_{R/L} |V_{R/L}| [(R_H)_{R/L}]^{-\frac{4}{3}} \text{ et } (R_H)_{R/L} = \frac{D}{4} \left[1 - \frac{\sin\left(2 \cos^{-1}\left(1 - \frac{h_{R/L}}{D}\right)\right)}{2 \cos^{-1}\left(1 - \frac{h_{R/L}}{D}\right)} \right]$$

La résolution des équations (4.9) et (4.10) nécessite la détermination des conditions d'écoulement aux points intermédiaires dénommés respectivement L pour la caractéristique positive et R pour la caractéristique négative (voir la Figure 4-2).

4.4.3 Calcul des variables de l'écoulement au point L

Pour la détermination des conditions d'écoulement au point L, on suppose qu'à l'instant t , les valeurs de V , c et h sont connues aux nœuds (i) , $(i-1)$ et $(i+1)$ d'une grille régulière donnée. En admettant que la vitesse varie linéairement entre les nœuds $i-1$ et i , on peut interpoler :

$$\frac{V_i - V_L}{V_i - V_{i-1}} = \frac{c_i - c_L}{c_i - c_{i-1}} = \frac{y_i - y_L}{y_i - y_{i-1}} = \frac{x_i - x_L}{x_i - x_{i-1}} = \frac{x_p - x_L}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_L + c_L) \quad (4.11)$$

Posons : $\alpha = \frac{\Delta t}{\Delta x}$ et résolvons le système (4.11) pour déterminer les variables caractérisant

l'écoulement au point L. On obtient :

$$V_L = \frac{V_i - \alpha(c_{i-1}V_i - c_iV_{i-1})}{1 - \alpha(V_i - V_{i-1} + c_i - c_{i-1})} \quad c_L = \frac{c_i - \alpha V_L(c_i - c_{i-1})}{1 + \alpha(c_i - c_{i-1})} \quad y_L = y_i - \alpha(V_L + c_L)(y_i - y_{i-1}) \quad (4.12)$$

4.4.4 Calcul des variables de l'écoulement au point R

Le calcul des variables d'écoulement au point R dépend de la nature de l'écoulement. On admet que le point R se situe entre les sections (i) et (i+1) pour un écoulement fluvial, à la section (i) pour un écoulement critique et entre les sections (i-1) et (i) pour un écoulement supercritique. Aussi, les variables d'écoulement peuvent être déterminées pour chaque régime comme suit:

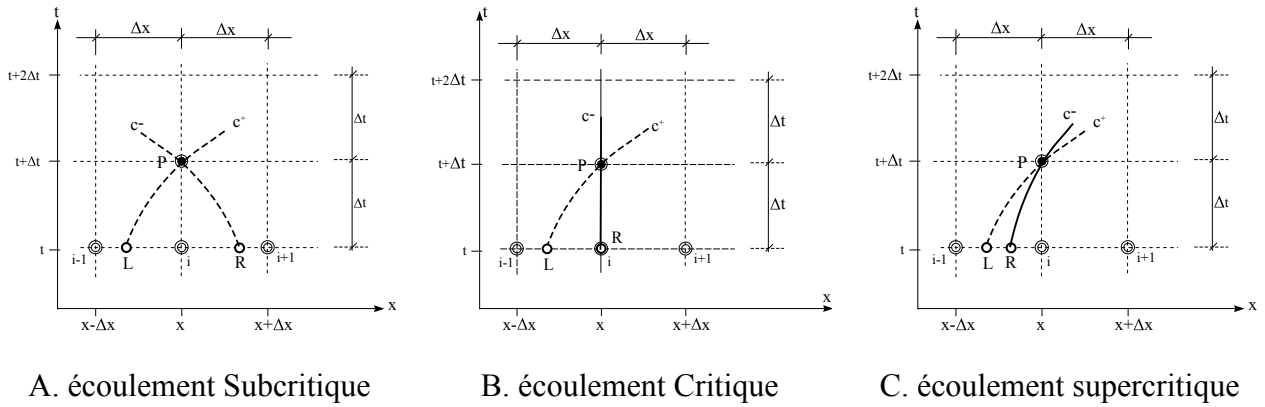


Figure 4-2: Méthode des caractéristiques à grille spécifiée

4.4.4.1 Cas d'un écoulement fluvial

Lorsque l'écoulement est fluvial, la caractéristique négative C^- a une pente négative. La relation ci-après peut être établie :

$$\frac{V_R - V_i}{V_{i+1} - V_i} = \frac{c_R - c_i}{c_{i+1} - c_i} = \frac{y_R - y_i}{y_{i+1} - y_i} = \frac{x_R - x_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{x_R - x_P}{x_i - x_{i-1}} = -\frac{\Delta t}{\Delta x}(V_R - c_R) \quad (4.13)$$

En résolvant, on obtient les variables caractéristiques de l'écoulement au point R :

$$V_R = \frac{V_i - \alpha(c_{i+1}V_i - c_iV_{i+1})}{1 - \alpha(V_i - V_{i+1} - c_i + c_{i+1})} \quad c_R = \frac{c_i + \alpha V_R(c_i - c_{i+1})}{1 + \alpha(c_i - c_{i+1})} \quad h_R = h_i - \alpha(V_R - c_R)(h_i - h_{i+1}) \quad (4.14)$$

4.4.4.2 Cas d'un écoulement torrentiel

Si l'écoulement est torrentiel, la caractéristique négative a une pente positive. La relation ci-après peut être établie :

$$\frac{V_i - V_R}{V_i - V_{i-1}} = \frac{c_i - c_R}{c_i - c_{i-1}} = \frac{y_i - y_R}{y_i - y_{i-1}} = \frac{x_i - x_R}{x_i - x_{i-1}} = \frac{x_P - x_R}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_R - c_R) \quad (4.15)$$

En résolvant, on obtient les variables caractéristiques de l'écoulement au point R :

$$V_R = \frac{V_i - \alpha(c_{i-1}V_i - c_iV_{i-1})}{1 - \alpha(V_i - V_{i-1} - c_i + c_{i-1})} \quad c_R = \frac{c_i + \alpha V_R(c_i - c_{i-1})}{1 + \alpha(c_i - c_{i-1})} \quad h_R = h_i - \alpha(V_R - c_R)(h_i - h_{i-1}) \quad (4.16)$$

4.4.4.3 Cas d'un écoulement critique

Pour un écoulement critique, R est situé en i et il n'est plus nécessaire de procéder à une interpolation. Dans ce cas, les variables d'écoulement au point R sont les mêmes que celles à i :

$$V_R = V_i \quad c_R = c_i \quad h_R = h_i \quad (4.17)$$

4.4.5 Calcul des variables de l'écoulement au point P

Le calcul de V_p et h_p s'effectue en résolvant le système formé par les équations (4.9) et (4.10). On obtient :

$$V_p = \frac{(c_L K_{SL}^+ + c_R K_{SL}^-)}{c_R + c_L} \quad h_p = \frac{c_R c_L (K_{SL}^+ - K_{SL}^-)}{g(c_L + c_R)} \quad (4.18)$$

4.4.6 Algorithme de calcul et conditions aux limites

Des conditions aux limites précises sont nécessaires pour garantir la stabilité et la précision des résultats de la simulation. Le calcul des conditions aux limites est étudié en détail au chapitre 5.

L'algorithme général du calcul de l'écoulement gravitaire est illustré à la Figure 4-3.

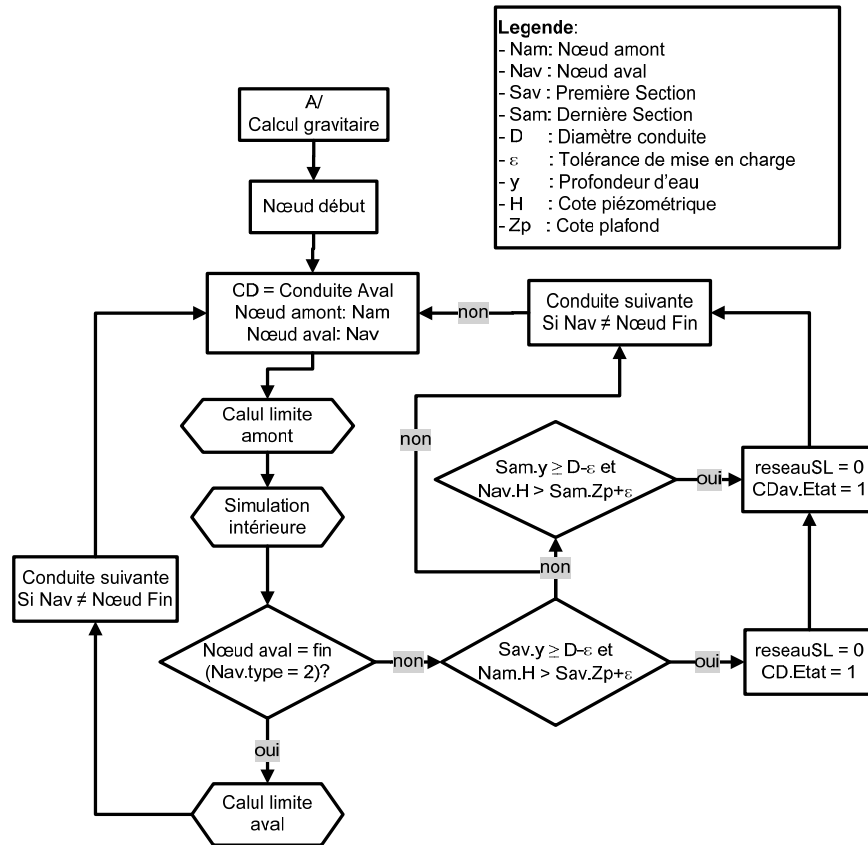


Figure 4-3: Algorithme de calcul de l'écoulement gravitaire

4.5 Modélisation du régime d'écoulement en charge

4.5.1 Formulation

Pour la formulation mathématique de l'écoulement en charge dans le réseau de drainage urbain, nous admettons comme valides toutes les hypothèses développées au paragraphe 4.4.1. Nous admettons également une légère élasticité de la conduite et du fluide. Dans ces conditions, les équations aux dérivées partielles développées par Streeter & Wylie (1967) peuvent être utilisées pour modéliser mathématiquement l'écoulement en charge dans les conduites. Ces équations peuvent être formulées comme suit:

$$L_1: \quad g \frac{\partial h}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4.19)$$

$$L_2: \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + V \sin \theta = 0 \quad (4.20)$$

4.5.2 Méthode de résolution numérique

La méthode de résolution utilisée ici est également la MDC à grille spécifiée. Afin d'avancer la solution numérique d'un pas de temps Δt , on admet que les conditions d'écoulement en charge (piézométrie et vitesse) sont connues au temps t à tous les points d'une grille régulière donnée; Le problème à résoudre consiste à déterminer les valeurs de vitesse de pression à un point P situé sur la même verticale que le point i .

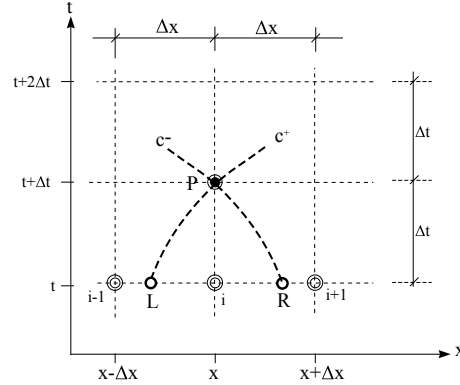


Figure 4-4: lignes caractéristiques pour un écoulement en charge

Combinons les équations (4.19) et (4.20) ci-dessus à l'aide d'un multiplicateur λ de manière à obtenir $L = L_1 + \lambda L_2$. Après réarrangement, nous obtenons:

$$L: \quad \lambda \left[\frac{\partial h}{\partial x} \left(V + \frac{g}{\lambda} \right) + \frac{\partial h}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial V}{\partial x} \left(V + \frac{a^2}{g} \lambda \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + \lambda V \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4.21)$$

Si on admet que les égalités $V + \frac{g}{\lambda} = \frac{dx}{dt}$ et $V + \frac{a^2}{g} \lambda = \frac{dx}{dt}$ sont simultanément satisfaites, alors

$\lambda^2 = \frac{g^2}{a^2}$ et l'équation (4.21) devient :

$$L: \quad \lambda \left[\frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + \lambda V \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4.22)$$

Si on considère la définition de la dérivée totale, l'équation L peut également être écrite sous la forme :

$$L: \quad \lambda \frac{dh}{dt} + \frac{dV}{dt} + \lambda V \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4.23)$$

lorsque la condition $\lambda^2 = \frac{g^2}{a^2}$ est satisfaite; autrement dit si : $\lambda = \pm \frac{g}{a}$. On obtient dans ces conditions deux équations différentielles ordinaires condensées sous la forme:

$$\frac{dx}{dt} = V \pm a \quad (4.24)$$

De plus, en remplaçant la valeur de λ dans l'équation (4.23), on obtient deux équations différentielles ordinaires supplémentaires:

$$\pm \frac{g}{a} \frac{dh}{dt} + \frac{dV}{dt} \pm \frac{g}{a} V \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4.25)$$

Ces équations différentielles ordinaires doivent être intégrées le long des lignes caractéristiques qu'elles représentent :

$$C^+ \begin{cases} \int_L^P \frac{g}{a} dh + \int_L^P dV + \int_L^P \frac{g}{a} V \sin \theta dt + \int_L^P \frac{fV|V|}{2D} dt = 0 \\ \int_L^P dx = \int_L^P (V + a) dt \end{cases} \quad (4.26)$$

$$C^- \begin{cases} \int_P^R \frac{g}{a} dh - \int_P^R dV + \int_P^R \frac{g}{a} V \sin \theta dt - \int_P^R \frac{fV|V|}{2D} dt = 0 \\ \int_P^R dx = \int_P^R (V - a) dt \end{cases} \quad (4.27)$$

Pour évaluer ces intégrales, il faut calculer préalablement les valeurs de h et de U aux points L et R (Figure 4-4). Si l'on admet que les valeurs calculées au point L (respectivement au point R) demeurent valides le long de la ligne caractéristique positive (respectivement négative), l'intégration donne après arrangement:

$$C^+ \begin{cases} \frac{g}{a} (h_P - h_L) + V_P - V_L + \frac{g}{a} V_L \sin \theta (t_P - t_L) + \frac{fV_L|V_L|}{2D} (t_P - t_L) = 0 \\ x_P - x_L = (V_L + a)(t_P - t_L) \end{cases} \quad (4.28)$$

$$C^- \begin{cases} \frac{g}{a} (h_P - h_R) - V_P + V_R + \frac{g}{a} V_R \sin \theta (t_P - t_R) - \frac{fV_R|V_R|}{2D} (t_P - t_R) = 0 \\ x_P - x_R = (V_R - a)(t_P - t_R) \end{cases} \quad (4.29)$$

On dérive ensuite les équations des caractéristiques positives et négatives comme suit:

$$\frac{g}{a} h_p + V_p = -\frac{g}{a} h_L + V_L \left(1 - \frac{g}{a} \Delta t \sin \theta \right) - \frac{f V_L |V_L|}{2D} \Delta t = K_{CH}^+ \quad (4.30)$$

$$\frac{g}{a} h_p - V_p = \frac{g}{a} h_R - V_R \left(1 + \frac{g}{a} \Delta t \sin \theta \right) + \frac{f V_R |V_R|}{2D} \Delta t = K_{CH}^- \quad (4.31)$$

Les indices L , P et R traduisent les quantités obtenues aux points L , P et R respectivement (Figure 4-4). Les grandeurs des variables aux points L et R sont obtenues par une interpolation linéaire.

4.5.3 Calcul des variables de l'écoulement au point L

On calcule les conditions de l'écoulement au point L à partir des conditions connues aux nœuds $i-1$ et i de la grille de calcul. On admet que le point L est situé entre les nœuds $i-1$ et i et que les conditions d'écoulement varient linéairement entre les nœuds $i-1$ et i . Par interpolation, on obtient :

$$\frac{x_i - x_L}{x_i - x_{i-1}} = \frac{V_i - V_L}{V_i - V_{i-1}} = \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_L + a) \quad (4.32)$$

Les grandeurs caractéristiques peuvent alors être calculées comme suit :

$$V_L = \frac{\Delta x V_i - \Delta t a (V_i - V_{i-1})}{\Delta x + \Delta t (V_i - V_{i-1})} \quad h_L = h_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_L + a) (h_i - h_{i-1}) \quad (4.33)$$

4.5.4 Calcul des variables de l'écoulement au point R

On interpole les conditions de l'écoulement au point R à partir des conditions connues aux nœuds i et $i+1$. En faisant l'interpolation linéaire entre i et $i+1$, on obtient

$$\frac{x_R - x_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{V_R - V_i}{V_{i+1} - V_i} = \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_R - a) \quad (4.34)$$

Les grandeurs caractéristiques peuvent alors être calculées comme suit :

$$V_R = \frac{\Delta x V_i - \Delta t a (V_i - V_{i-1})}{\Delta x - \Delta t (V_i - V_{i-1})} \quad h_R = h_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_R - a) (h_i - h_{i-1}) \quad (4.35)$$

4.5.5 Calcul des variables de l'écoulement au point P

Les valeurs de h_p et de V_p peuvent être calculées en résolvant les équations caractéristiques (4.30) et (4.31), on obtient :

$$h_p = \frac{a}{2g} (K_{CH}^+ + K_{CH}^-) \quad V_p = \frac{1}{2} (K_{CH}^+ - K_{CH}^-) \quad (4.36)$$

Pour assurer la stabilité ou la convergence de la solution, on doit satisfaire la condition de Courant qui s'énonce comme suit pour les écoulements en charge:

$$\Delta t \leq \Delta x / (|V| + a) \quad (4.37)$$

Δx est le pas de discrétisation spatiale, Δt le pas de discrétisation temporelle, V la vitesse moyenne de l'écoulement dans la section de contrôle et a la célérité des ondes de pression exprimée par Finnemore et Franzini (2002) comme suit :

$$a = \sqrt{\left[\rho \left(\frac{1}{E_v} + \frac{1}{tE} \right) \right]^{-1}} \quad (4.38)$$

Où ρ est la densité de l'eau, E_v le module d'élasticité du fluide, E le module d'élasticité du matériau de la canalisation et t l'épaisseur de la canalisation.

4.6 Modélisation du régime transitoire à un front de remplissage

Pendant l'écoulement transitoire, trois régimes distincts coexistent dans la même canalisation du réseau de drainage: l'écoulement à surface libre, l'écoulement en charge, et l'écoulement transitoire. Les régimes d'écoulement à surface libre et en charge ont déjà fait l'objet d'une investigation présentée dans les paragraphes ci-avant. Aussi nous ne nous attarderons ici que sur la modélisation du front de transition qui assure la continuité de l'écoulement. L'écoulement transitoire à un front peut être initié depuis le regard amont tel qu'illustré dans la Figure 4-5; on parlera alors d'un front d'amont. Si par contre il est initié à partir du regard aval tel qu'illustré à la Figure 4-6, on parlera plutôt d'un front d'aval. La modélisation dynamique de l'écoulement transitoire tel que proposé dans ce chapitre de notre travail présuppose une initiation rigoureuse de la naissance du front de transition dans les canalisations du réseau. L'initiation de l'écoulement est étudiée en détail au Chapitre 6. Dans le présent chapitre, nous allons admettre

que cette étape préliminaire est convenablement réalisée. Aussi, la procédure décrite dans le présent paragraphe va permettre de localiser et suivre à chaque pas de calcul la position et l'amplitude du front de transition, à mesure qu'il se déplace dans la canalisation.

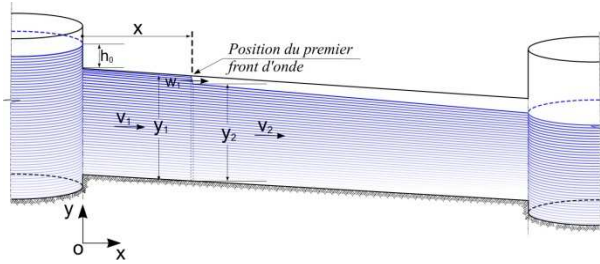


Figure 4-5: Front de remplissage d'amont

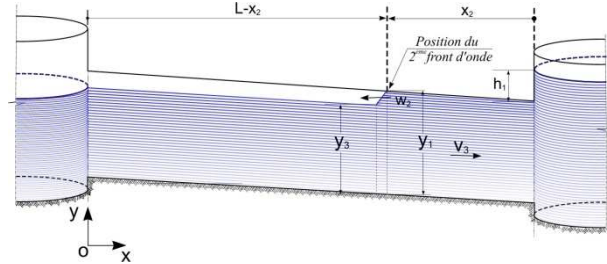


Figure 4-6: Front de remplissage d'aval

4.6.1 Modélisation du front de remplissage d'amont

4.6.1.1 Formulation

De même que plusieurs autres auteurs avant (Guo, Qizhong & Song, Charles C. S., 1990; Song et al., 1983; Wiggert, 1972b), la technique Shock-Fitting est utilisée ici pour calculer les variables caractéristiques nécessaires pour décrire l'écoulement autour du front de transition. La formulation mathématique du phénomène transitoire utilise les principes bien connus de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie). Ces principes seront établis de manière à assurer la continuité à travers le front. Pour cela, la localisation du front doit être préalablement établie. Si on admet que le front est suffisamment raide, deux limites peuvent alors être identifiées en amont et en aval du front afin de créer une séparation entre l'écoulement à surface libre et le front d'une part, l'écoulement en charge et le front d'autre part. Ces deux points sont représentés dans les équations ci-après et dans la Figure 4-7 respectivement par les indices 1 et 2. Considérons à présent la Figure 4-7 où B est la position du front de transition au temps t et P sa position au temps $t + \Delta t$. Admettons que les conditions d'écoulement sous pression et à surface libre sont entièrement déterminées aux positions A et C situées respectivement de part et d'autre du front. Six variables inconnues doivent être déterminées afin de décrire convenablement la propagation du front de transition : la position du front (x), la vitesse (V_1) et la charge (h_1) en amont du front, la vitesse (V_2) et la hauteur d'eau (y_2) en aval du front, et la vitesse de propagation du front de transition (w). Six équations sont donc nécessaires :

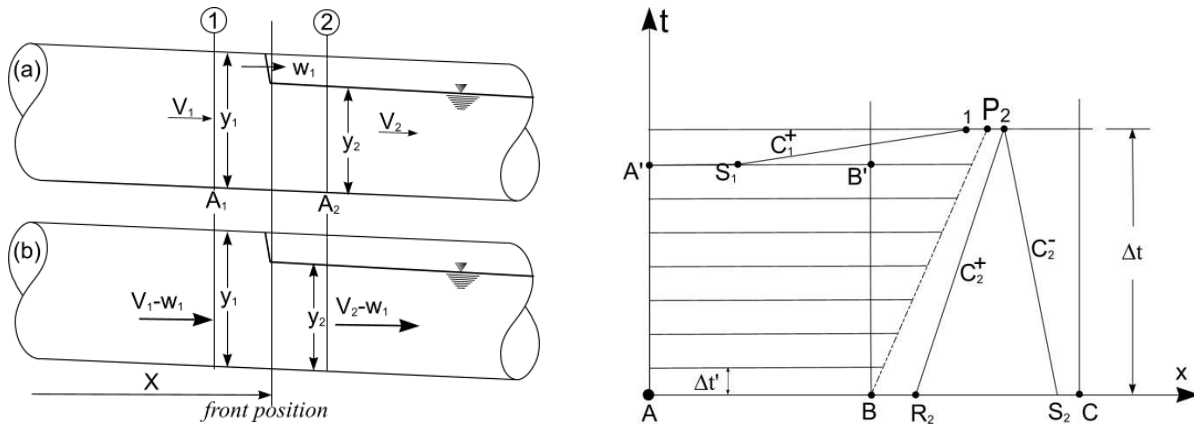


Figure 4-7: Procédure de suivi du front

Les deux premières équations sont déterminées en appliquant les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement à travers le front :

$$g (A_2 \bar{y}_2 - A_1 h_1) = A_1 (V_1 - w) (V_1 - V_2) \quad (4.39)$$

$$A_1 (V_1 - w) = A_2 (V_2 - w) \quad (4.40)$$

La troisième équation décrit la propagation du front de remplissage: si l est la distance parcourue par le front de remplissage entre les positions B et P, cette équation peut être exprimée par:

$$dl = w dx \quad (4.41)$$

Les caractéristiques positive et négative (équations (4.9) et (4.10)) qui demeurent valides dans tout le domaine caractérisé par l'écoulement gravitaire sont utilisées comme quatrième et cinquième équation:

La sixième et dernière équation est fournie par la caractéristique positive en charge applicable sur la zone d'écoulement en charge située en amont du front: équation (4.30).

4.6.1.2 Procédure de calcul au niveau de l'interface

La procédure de calcul au niveau de l'interface est itérative. Avant chaque pas de calcul, on s'assure de satisfaire la condition de courant de part et d'autre du front. La condition de stabilité du schéma numérique dépend du respect de la condition de Courant qui s'énonce comme suit pour les écoulements à surface libre et en charge:

$$\begin{cases} \Delta t \leq \Delta x / (|V| + c) & (\text{écoulement gravitaire}) \\ \delta t \leq \Delta x / (|V| + a) & (\text{écoulement en charge}) \end{cases} \quad (4.42)$$

Δt et δt sont respectivement les pas de discrétisation temporelle dans les zones à surface libre et en charge de l'écoulement. Pour assurer la continuité du calcul, la condition supplémentaire suivante devra en plus être satisfaite :

$$\Delta t = n\delta t \quad (4.43)$$

n est un nombre entier déterminé de manière à satisfaire simultanément les deux conditions de l'équation (4.42). Une fois le nombre n connu, le calcul se poursuit entre les instants t et $t + \Delta t$, par n étapes successives permettant chacune d'avancer de δt la solution dans la zone d'écoulement en charge. Pour chacune des itérations, la procédure de calcul comprend plusieurs étapes qui sont présentées succinctement ci-après:

1. On admet que les conditions de l'écoulement sont connues au point actuel du front de transition (B). on attribue des valeurs initiales aux différentes variables régissant l'écoulement au point P représentant la localisation du front à la fin du pas de calcul précédent:

$$x_p = x_B \quad V_{1p} = V_1 \quad w_p = w \quad V_{2p} = V_2 \quad h_{2p} = h_2 \quad (4.44)$$

2. Le déplacement du front s'effectuant de l'amont vers l'aval, on calcule la nouvelle position du front après un temps δt comme suit:

$$x_{1p} = x_B + w_p \delta t \quad (4.45)$$

3. On calcule les valeurs de l'écoulement à surface libre en face du front en utilisant les équations développées au paragraphe 4.4. On détermine ainsi les valeurs de V_{2p} et de h_{2p} à l'aide des équations (4.18).
4. On calcule les conditions d'écoulement en charge après le pas de temps δt : Pour cela, on localise d'abord la position du point S1 sur la caractéristique positive en charge:

$$x_{s1} = x_{1p} - a\delta t \quad (4.46)$$

5. Enfin, on calcule les conditions provisoires de l'écoulement au point intermédiaire P situé en amont du front: on utilise pour cela une combinaison des équations de conservation (masse et

quantité de mouvement) et de caractéristique en charge: l'équation du second degré qui résulte de cette combinaison est résolue analytiquement. la procédure exacte de calcul est la suivante:

- a. De la conservation du moment au niveau de l'interface, on déduit la pression comme suit :

$$p_p = (A_{2P}/A_{1P}) \bar{y}_{2P} - g^{-1} (V_{1P} - w_p)(V_{1P} - V_{2P}) \quad (4.47)$$

- b. De la conservation de la masse au niveau de l'interface on déduit la vitesse de propagation du front comme suit:

$$w_p = (A_{1P}V_{1P} - A_{2P}V_{2P})/(A_{1P} - A_{2P}) \quad (4.48)$$

- c. Puisque le front de propagation se déplace de l'amont vers l'aval, la caractéristique positive en charge (4.30) peut s'écrire comme suit au niveau de l'interface :

$$\frac{g}{a} h_{1P} + V_{1P} + \frac{g}{a} h_{S1} - V_{S1} \left(1 - \frac{g}{a} \delta t \sin \theta \right) + \frac{f V_{S1} |V_{S1}|}{2D} \delta t = 0 \quad (4.49)$$

h_{1P} est la charge piézométrique en amont du front de remplissage : $h_{1P} = p_p + z_p$, où p_p est la charge de pression mesurée par rapport à l'axe de la conduite et z_p est l'élévation de l'axe de la conduite. On obtient les valeurs des variables au point S1 par interpolation linéaire entre les points A' et B' calculés au pas de temps précédent. Remplaçons h_{1P} par sa valeur en pression et résolvons ; on obtient la pression comme suit:

$$p_p = h_{S1} - \frac{a}{g} (V_{1P} - V_{S1}) - V_{S1} \sin \theta \cdot \delta t - \frac{fa V_{S1} |V_{S1}|}{2gD} \delta t - z_p \quad (4.50)$$

- d. égalisons les équations (4.47) et (4.50) et remplaçons w_p par sa valeur de l'équation (4.48) :

$$h_{L1} - \frac{a}{g} (V_{1P} - V_{S1}) - V_{S1} \left(\sin \theta - \frac{fa |V_{S1}|}{2gD} \right) \delta t - z_p = \frac{A_{2P}}{A_1} \bar{y}_{2P} + \frac{1}{g} \left(\frac{A_{2P}}{A_1 - A_{2P}} \right) (V_{1P} - V_{2P})^2 \quad (4.51)$$

- e. En réorganisant les différents termes de l'équation (4.51), on obtient une équation du second degré de la forme $\alpha(V_1)^2 + \beta V_1 + \gamma = 0$ dont les différents coefficients sont:

$$\alpha = A_{2P} / (A_{2P} - A_{1P}) \quad (4.52)$$

$$\beta = -(2\alpha V_{2P} + a) \quad (4.53)$$

$$\gamma = \alpha V_{2P}^2 + a V_{S1} - g V_{S1} \left(\sin \theta - \frac{fa|V_{S1}|}{2D} \right) \delta t + g \left(h_{S1} - z_P - \frac{A_{2P}}{A_1} \bar{y}_{2P} \right) \quad (4.54)$$

- f. La résolution de cette équation fournit une seule solution positive :

$$V_{1P} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma}}{2 \cdot \alpha} \quad (4.55)$$

- g. On calcule la vitesse de propagation au moyen de l'équation (4.48)
 h. on teste ensuite la convergence en comparant les nouvelles valeurs à celles calculées à l'itération précédente :

$$\max(|x_P - x_B|, |w_P - w|, |V_{1P} - V_1|, |V_{2P} - V_2|, |y_{2P} - y_2|) \leq \varepsilon \quad (4.56)$$

- i. Si la tolérance spécifiée n'est pas respectée, les dernières valeurs calculées sont utilisées comme variables d'initialisation et le calcul recommence à partir de l'étape (2).
 j. Si par contre la tolérance spécifiée est respectée, on garde les dernières valeurs calculées. Avec les valeurs calculées, on calcule la charge de pression en amont du front au moyen de l'équation de la caractéristique positive en charge : équation (4.50). Pour avoir la charge piézométrique il suffit d'ajouter l'élévation de l'axe de la conduite, puisque :

$$h_{1P} = p_P + z_P \quad (4.57)$$

6. Le temps t est ensuite augmenté de δt : si $t < \Delta t$, on recommence les calculs à partir de l'étape (1) afin d'avancer la solution d'un pas de temps supplémentaire égal à δt .
 7. Dans le cas contraire, on calcule des zones d'écoulement à surface libre et en charge situées respectivement en aval et en amont du front.

4.6.2 Modélisation du front de remplissage d'aval

4.6.2.1 Formulation

La formulation mathématique du front de remplissage d'aval est similaire à celle du front de remplissage d'amont. Considérons la Figure 4-9 où B est la position du front de transition au temps t et P sa position au temps $t + \Delta t$. Admettons que les conditions d'écoulement à surface libre sous pression et sont entièrement déterminées aux positions C et A situées respectivement de part et d'autre du front. Six variables inconnues doivent être déterminées afin de décrire convenablement la propagation du front de transition : la position du front (x), la vitesse (V_1) et la charge (h_1) en aval du front, la vitesse (V_2) et la hauteur d'eau (y_2) en amont du front, et la vitesse de propagation du front de transition (w). Six équations sont donc nécessaires :

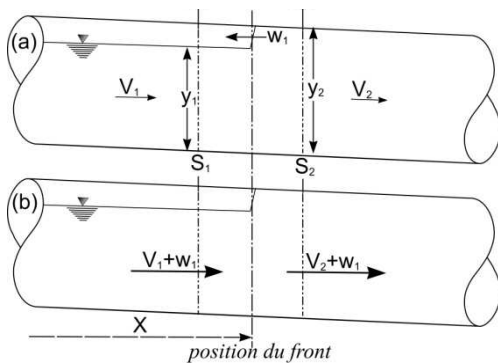


Figure 4-8: Onde de remplissage d'aval

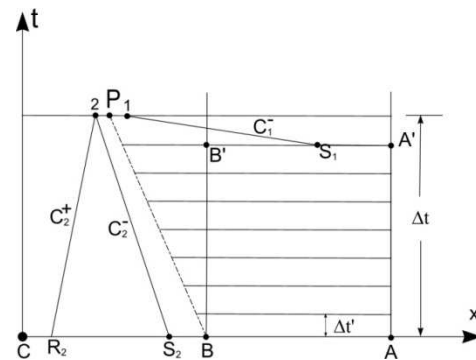


Figure 4-9: Déplacement du front vers l'amont

Les deux premières sont déterminées en appliquant les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement à travers le front écrit sous la forme suivante pour un front d'aval:

$$g (A_2 \bar{y}_2 - A_1 h_1) = A_1 (V_1 + w)(V_1 - V_2) \quad (4.58)$$

$$A_1 (V_1 + w) = A_2 (V_2 + w) \quad (4.59)$$

La troisième équation décrit la propagation du front de remplissage: si l est la distance parcourue par le front de remplissage entre les positions B et P, cette équation peut être exprimée par:

$$dl = -w dx \quad (4.60)$$

Les caractéristiques positives et négatives (équations (4.9) et (4.10)) qui demeurent valides dans tout le domaine caractérisé par l'écoulement gravitaire sont utilisées comme quatrième et cinquième équation;

La sixième et dernière équation est fournie par la caractéristique négative en charge applicable sur la zone d'écoulement en charge située en amont du front: équation (4.31).

4.6.2.2 Procédure de calcul du front de transition

La procédure de calcul est similaire à celle établie pour le front d'amont. Pour chacune des itérations, la procédure de calcul comprend plusieurs étapes qui sont présentées succinctement ci-après:

1. On calcule le pas de temps δt et le nombre n de la même manière que pour le front amont.
2. on initialise le calcul en attribuant des valeurs aux différentes variables régissant l'écoulement au point P représentant la localisation du front à la fin du pas de calcul précédent:

$$x_P = x_B \quad V_{1P} = V_1 \quad w_P = w \quad V_{2P} = V_2 \quad h_{2P} = h_2 \quad (4.61)$$

3. Le déplacement du front s'effectuant de l'aval vers l'amont, on calcule la nouvelle position du front après un temps δt comme suit:

$$x_{1P} = x_B - w_P \delta t \quad (4.62)$$

4. On calcule les valeurs de l'écoulement à surface libre en face du front en utilisant les équations développées au paragraphe 4.4. On détermine ainsi les valeurs de V_{2P} et de h_{2P} à l'aide des équations (4.18).
5. On calcule les conditions d'écoulement en charge après le pas de temps δt : Pour cela, on localise d'abord la position du point S1 sur la caractéristique négative en charge:

$$x_{S1} = x_{1P} + a \delta t \quad (4.63)$$

- a. De la conservation du moment au niveau de l'interface, on tire la pression comme suit :

$$p_P = (A_{2P}/A_{1P}) \bar{y}_{2P} - g^{-1} (V_{1P} + w_P)(V_{1P} - V_{2P}) \quad (4.64)$$

- b. De la conservation de la masse au niveau de l'interface on tire la vitesse de propagation du front comme suit:

$$w_p = (A_{1p}V_{1p} - A_{2p}V_{2p}) / (A_{2p} - A_{1p}) \quad (4.65)$$

- c. Puisque le front de propagation se déplace de l'amont vers l'aval, la caractéristique négative en charge (4.31) est utilisée au niveau de l'interface:

$$\frac{g}{a}h_{1p} - V_{1p} - \frac{g}{a}h_{s1} + V_{s1} \left(1 + \frac{g}{a}\delta t \sin \theta \right) - \frac{fV_{s1}|V_{s1}|}{2D}\delta t = 0 \quad (4.66)$$

h_{1p} est la charge piézométrique en amont du front de remplissage : $h_{1p} = p_p + z_p$, où p_p est la charge de pression mesurée par rapport à l'axe de la conduite et z_p est l'élévation de l'axe de la conduite. On obtient les valeurs des variables au point S1 par interpolation linéaire entre les points A' et B' calculés au pas de temps précédent. Remplaçons h_{1p} par sa valeur en pression et résolvons ; on obtient la pression comme suit:

$$p_p = h_{s1} + \frac{a}{g}(V_{1p} - V_{s1}) - V_{s1} \left(\sin \theta + \frac{fa|V_{s1}|}{2gD} \right) \delta t - z_p \quad (4.67)$$

- d. égalisons les équations (4.64) et (4.67) et remplaçons w_p par sa valeur de l'équation (4.65) :

$$h_{L1} + \frac{a}{g}(V_{1p} - V_{s1}) - V_{s1} \left(\sin \theta + \frac{fa|V_{s1}|}{2gD} \right) \delta t - z_p = \left(\frac{A_{2p}}{A_{1p}} \right) \bar{y}_{2p} - g^{-1} \left(\frac{A_{2p}}{A_{2p} - A_{1p}} \right) (V_{1p} - V_{2p})^2 \quad (4.68)$$

- e. En réorganisant les différents termes de l'équation (4.68), on obtient une équation du second degré de la forme $\alpha(V_{1p})^2 + \beta V_{1p} + \gamma = 0$ dont les différents coefficients sont:

$$\alpha = A_{2p} / (A_{2p} - A_{1p}) \quad (4.69)$$

$$\beta = a - 2\alpha V_{2p} \quad (4.70)$$

$$\gamma = \alpha V_{2p}^2 - aV_{s1} - gV_{s1} \left(\sin \theta + \frac{fa|V_{s1}|}{2D} \right) \delta t + g \left(h_{s1} - z_p - \frac{A_{2p}}{A_1} \bar{y}_{2p} \right) \quad (4.71)$$

f. La résolution de cette équation fournit une seule solution positive :

$$V_{1P} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma}}{2 \cdot \alpha} \quad (4.72)$$

g. On calcule la vitesse de propagation au moyen de l'équation (4.48)

h. on teste ensuite la convergence en comparant les nouvelles valeurs à celles calculées à l'itération précédente :

$$\max(|x_P - x_B|, |w_P - w|, |V_{1P} - V_1|, |V_{2P} - V_2|, |y_{2P} - y_2|) \leq \varepsilon \quad (4.73)$$

i. Si la tolérance spécifiée n'est pas respectée, les dernières valeurs calculées sont utilisées comme variables d'initialisation et le calcul recommence à partir de l'étape (2).

j. Si par contre la tolérance spécifiée est respectée, on garde les dernières valeurs calculées. Avec les valeurs calculées, on calcule la charge de pression en aval du front au moyen de l'équation de la caractéristique positive en charge : équation (4.67). Pour avoir la charge piézométrique il suffit d'ajouter l'élévation de l'axe de la conduite, puisque :

$$h_{1P} = p_P + z_P \quad (4.74)$$

6. Le temps t est ensuite augmenté de δt : si $t < \Delta t$, on recommence les calculs à partir de l'étape (1) afin d'avancer la solution d'un pas de temps supplémentaire égal à δt .

7. Dans le cas contraire, on calcule des zones d'écoulement à surface libre et en charge situées respectivement en aval et en amont du front.

4.7 Modélisation du régime transitoire à deux fronts de remplissage

L'étude du phénomène transitoire impliquant deux fronts antagonistes est nécessaire pour mieux appréhender la dynamique de l'écoulement à l'intérieure du réseau de drainage. De plus elle permet d'intégrer facilement l'effet de l'air dans la simulation numérique de l'écoulement transitoire. En effet, lorsque deux fronts de remplissage se rapprochent, l'air situé dans la cavité qui les sépare se comprime et, si la conduite est suffisamment ventilée, l'air sortira librement par la conduite de ventilation la plus proche et son effet sur l'écoulement peut être négligé. Dans le

cas contraire, l'air ainsi comprimé se déplacera vers le regard de visite le plus proche pour y être expulsé sous forme de geyser. Ce phénomène couramment rencontré dans les réseaux de drainage conduit souvent à la formation des geysers (Guo & Song, 1988; Guo, Qizhong & Song, Charles C.S., 1990), ou au remplissage rapide des canalisations (Zhou, F. et al., 2002a, 2004). Plusieurs auteurs se sont penchés sur la problématique des écoulements transitoires à deux fronts : Gomez & Achiaga (2001) réduisent la célérité des ondes de pression juste avant le choc afin de réduire l'effet du coup de bélier observé à l'issue de cette rencontre des deux fronts; Wang et al. (2003) ainsi que Aimable & Zech (2003) concluent quant à eux que la poche d'air entre les deux fronts atteint par moment un état d'équilibre immobile. Toutefois, les interactions eau-air demeurent peu comprises, alors qu'elles peuvent être source de sérieux problèmes d'opération (Vasconcelos, J. G., Wright, & Roe, 2006a). C'est pourquoi une étude expérimentale a été conduite sur un modèle physique de laboratoire afin de mieux comprendre ce phénomène particulier.

4.7.1 Observations de laboratoire

4.7.1.1 Protocole expérimental

À partir du modèle physique de laboratoire décrit au chapitre 5, deux fronts antagonistes sont générés dans la conduite C1. Les fronts amont et aval sont créés en ouvrant promptement les vannes d'alimentation situées respectivement à l'entrée et à la sortie de la conduite. Plusieurs essais sont réalisés sur une gamme variée de pentes et de débits. Chaque essai est répété plusieurs fois. Une caméra de précision permet d'enregistrer la formation et la propagation des fronts de transition.

4.7.1.2 Analyse des observations:

Les Figure 4-10, Figure 4-11 Figure 4-12 ci-après illustrent schématiquement et photographiquement la formation et la propagation des fronts de remplissage dans la canalisation. L'analyse des résultats permet de distinguer une progression dans la forme des fronts de transition à mesure qu'ils se rapprochent l'un de l'autre. Au départ, les deux fronts de remplissage sont semblables à des fronts simples et l'effet de l'air peut donc être négligé (Figure 4-10). Cependant, au fur et à mesure que les fronts se rapprochent (Figure 4-11), l'air piégé se comprime et la pression augmente dans la poche interfronts. Quand la distance séparant les deux fronts atteint

une valeur généralement comprise entre $5D$ et $7D$ (D étant le diamètre de la canalisation), le front amont change progressivement de courbure puis de direction de propagation et une diminution importante de la profondeur d'écoulement est observée sous la poche d'air (Figure 4-12). Cette diminution est plus marquée en amont du front aval, confirmant ainsi les résultats obtenus par Vasconcelos et Wright (Vasconcelos, J. G. & Wright, 2005). La profondeur d'écoulement sous la poche d'air varie généralement entre $0.35D$ et $0.5D$. La forme du front d'onde amont pendant son mouvement de recul est semblable à celle de la large bulle observée par Gardner et Crow (Gardner & Crow, 1970) sur un canal horizontal en vidange. Contrairement au front amont, le front aval se comporte comme un ressaut hydraulique dont la longueur atteint $3D$ au moment de l'expulsion de l'air au regard amont. L'expulsion d'air au regard R1 est généralement accompagnée de jets d'eau semblables aux geysers étudiés par Guo et Song (Guo & Song, 1988) ou par Zhou et al. (Zhou, F. et al., 2002a, 2004). Par ailleurs, la pente de la canalisation ne semble pas influencer les résultats de manière significative.

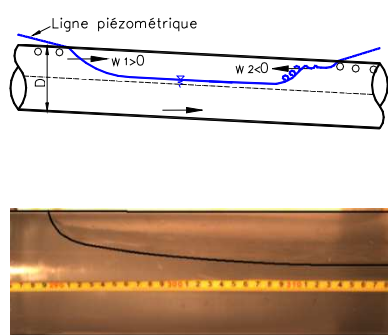


Figure 4-10: faible pression de l'air

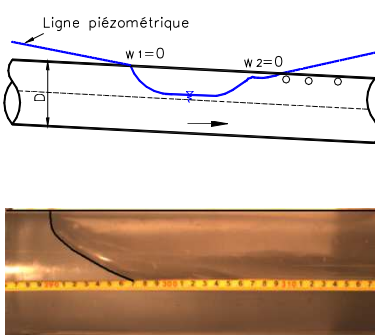


Figure 4-11: début de la compression de la poche d'air

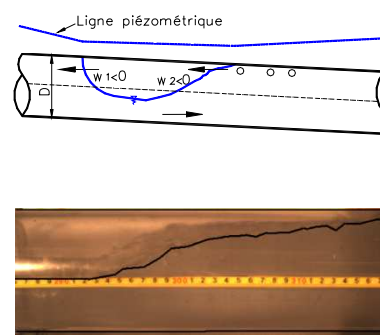


Figure 4-12: front aval repoussant le front amont

4.7.2 Modélisation numérique

Fort de ces observations, la modélisation numérique de deux fronts antagonistes dans une canalisation du réseau de drainage est adressée dans ce paragraphe. Nous admettons pour cela que deux fronts de transitions sont initiés avec succès selon la procédure développée au chapitre 3. Le profil d'écoulement dans la conduite est semblable à celui illustré à la Figure 4-13. La simulation de ce processus complexe doit être convenablement décrite. Pour cela, nous négligerons, dans un premier temps, l'influence de l'air emprisonnée sur la dynamique de l'écoulement. Cette hypothèse est valable lorsque le réseau d'égout est suffisamment ventilé.

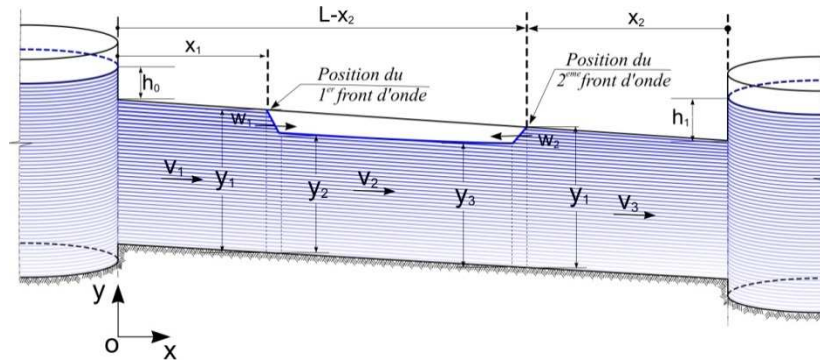


Figure 4-13 Écoulement transitoire à deux fronts

4.7.2.1 Formulation mathématique

Pour un écoulement transitoire à deux fronts, cinq zones d'écoulement doivent être simulées convenablement : la zone d'écoulement en charge située en amont du premier front, la zone d'écoulement en charge située en aval du second front, la zone d'écoulement à surface libre située entre les deux fronts, le front de transition amont et le front de transition aval. L'écoulement à surface libre et l'écoulement en charge seront simulés selon les procédures de calcul étudiées aux paragraphes 4.4 et 4.5. Le présent paragraphe s'attardera donc davantage sur la simulation des deux fronts de transition et leur interaction avec les autres zones d'écoulement. Pour la formulation mathématique, on admet que chaque front de transition est entièrement décrit à l'aide de six variables (la position du front, sa vitesse de propagation, la charge piézométrique et la vitesse dans la zone en charge, la vitesse et la hauteur d'eau dans la zone à surface libre), portant ainsi à douze le nombre total des inconnus du problème. Douze équations doivent donc être établies pour solutionner ce problème épineux : six autour du front amont et six autour du front aval.

Les deux premières équations sont obtenues en exprimant la cinématique de la propagation des fronts de remplissage d'amont et d'aval pendant l'intervalle de temps δt :

$$x_{1P}^{amt} = x_1^{amt} + w_{amt} \delta t \quad (4.75)$$

$$x_{2P}^{avl} = x_2^{avl} + |w_{avl}| \delta t \quad (4.76)$$

w_{amt} est la vitesse de propagation du front d'amont et w_{avl} celle du front d'aval;

Les troisième et quatrième équations sont fournies par l'application du principe de conservation de la masse autour des fronts d'amont et d'aval:

$$(V_1^{amt} - w_{amt})A = (V_2^{amt} - w_{amt})A_2^{amt} \quad (4.77)$$

$$(V_1^{avl} + w_{avl})A_1^{avl} = (V_2^{avl} + w_{avl})A \quad (4.78)$$

V_1^{amt} est la vitesse de l'écoulement en charge situé en amont du premier front; V_2^{amt} est la vitesse de l'écoulement à surface libre en aval du premier front; V_1^{avl} est la vitesse de l'écoulement à surface libre en amont du second front; V_2^{avl} est la vitesse de l'écoulement en charge situé en aval du second front; A_1^{avl} et A_2^{avl} sont les sections de l'écoulement gravitaire respectivement en aval du front d'amont et en amont du front d'aval; A est la section de la canalisation.

Les cinquièmes et sixièmes équations sont fournies par l'application du principe de conservation du moment autour des fronts d'amont et d'aval: h_1^{amt} et h_2^{avl} étant respectivement les charges piézométriques en amont des fronts d'amont et d'aval, on obtient pour les fronts d'amont et d'aval les équations:

$$g(A \cdot h_1^{amt} - A_2^{amt} \bar{y}_2^{amt}) = A \cdot (V_1^{amt} - w_{amt})(V_2^{amt} - V_1^{amt}) \quad (4.79)$$

$$g(A \cdot h_2^{avl} - A_1^{avl} \bar{y}_1^{avl}) = A \cdot (V_2^{avl} + w_{avl})(V_1^{avl} - V_2^{avl}) \quad (4.80)$$

Les septième et huitième équations sont fournies par les équations caractéristiques positives et négatives appliquées à l'écoulement à surface libre située en aval du front amont:

$$(y_2^{amt} - y_{L,2}^{amt}) + (c_{L,2}^{amt}/g)(V_2^{amt} - V_{L,2}^{amt}) = c_{L,2}^{amt} \Delta t (S_0 - S_f)_{L,2}^{amt} \quad (4.81)$$

$$(y_2^{amt} - y_{L,2}^{amt}) - (c_{L,2}^{amt}/g)(V_2^{amt} - V_{L,2}^{amt}) = c_{L,2}^{amt} \Delta t (S_f - S_0)_{L,2}^{amt} \quad (4.82)$$

Les neuvième et dixième équations sont fournies par les équations caractéristiques positives et négatives appliquées à l'écoulement à surface libre située en amont du front aval:

$$(y_1^{avl} - y_{L,1}^{avl}) + (c_{L,1}^{avl}/g)(V_1^{avl} - V_{L,1}^{avl}) = c_{L,1}^{avl} \Delta t (S_0 - S_f)_{L,1}^{avl} \quad (4.83)$$

$$(y_1^{avl} - y_{L,1}^{avl}) - (c_{L,1}^{avl}/g)(V_1^{avl} - V_{L,1}^{avl}) = c_{L,1}^{avl} \Delta t (S_f - S_0)_{L,1}^{avl} \quad (4.84)$$

Les onzième et douzième équations sont fournies par les équations caractéristiques positives et négatives appliquées à l'écoulement en charge située en amont du front amont et en aval du front aval:

$$(h_1^{amt} - h_{L,1}^{amt}) + (a/g)(V_1^{amt} - V_{L,1}^{amt}) = a\delta t (S_0 - S_f)_{L,1}^{amt} \quad (4.85)$$

$$(h_2^{avl} - h_{L,2}^{avl}) + (a/g)(V_2^{avl} - V_{L,2}^{avl}) = a\delta t (S_0 - S_f)_{L,2}^{avl} \quad (4.86)$$

4.7.2.2 Algorithme de calcul

La procédure globale de calcul de ce système d'équations complexe est faite par étapes successives comme suit :

1. On détermine un pas de temps (δt) pour le calcul de l'écoulement en charge de manière à satisfaire les conditions de stabilité aussi bien autour du front amont qu'autour du front aval. Pour satisfaire la condition de courant dans la zone d'écoulement en charge précédant le front amont, on doit avoir:

$$\delta t_1 \leq \Delta x / (|\max(V_1^{amt}, V_2^{amt})| \pm a_{amt}) \quad (4.87)$$

De même pour satisfaire la condition de courant dans la zone d'écoulement en charge suivant le front aval, on doit avoir:

$$\delta t_2 \leq \Delta x / (|\max(V_1^{avl}, V_2^{avl})| \pm a_{avl}) \quad (4.88)$$

Si on admet que $a_{amt} = a_{avl} = a$, et que $\delta t \leq \min(\delta t_1, \delta t_2)$, alors le pas de temps de calcul doit être tel que:

$$\delta t \leq \min(\Delta x / (|\max(V_1^{amt}, V_2^{amt})| + a), \Delta x / (|\max(V_1^{avl}, V_2^{avl})| + a)) \quad (4.89)$$

Par ailleurs, le pas de temps de calcul dans la région d'écoulement située entre les deux fronts doit également satisfaire la condition de stabilité:

$$\Delta t \leq \Delta x / (|\max(V_2^{amt}, V_1^{avl})| + c) \quad (4.90)$$

Dans les équations (4.87) à (4.90), a est la célérité des ondes acoustiques pour l'écoulement en charge; c est la célérité des ondes acoustiques dans la zone d'écoulement

à surface libre située entre les deux fronts; V_2^{amt} est la vitesse de l'écoulement en aval du front amont; V_1^{avl} la vitesse de l'écoulement en amont du front aval; Δx est le pas de discrétisation spatiale; Δt est le pas de temps utilisé pour le calcul dans la zone inter-fronts; δt est le pas de temps utilisé pour le calcul dans la zone en charge de l'écoulement. Notons que $\Delta t = n\delta t$ ou n est un nombre entier.

2. Pour avancer la solution d'un pas δt en amont (ou) en aval, on procède par un calcul itératif comme suit:

a) On admet que les conditions de l'écoulement sont connues à l'instant initial (t) aussi bien autour du front amont qu'autour du front aval. l'initialisation permet d'attribuer des valeurs initiales aux différentes variables permettant de décrire l'écoulement à un instant ultérieur voisin $t + \delta t$. Si l'indice P est utilisé pour représenter la localisation du front à la fin du pas de temps alors, les variables caractéristiques de l'écoulement peuvent s'exprimer comme suit respectivement autour des fronts amont et aval:

$$x_P^{amt} = x_1 \quad V_{1P}^{amt} = V_1 \quad w_P^{amt} = w_1 \quad V_{2P}^{amt} = V_2 \quad h_{2P}^{amt} = h_2 \quad (4.91)$$

$$x_P^{avl} = x_2 \quad V_{1P}^{avl} = V_1 \quad w_P^{avl} = w_2 \quad V_{2P}^{avl} = V_2 \quad h_{2P}^{avl} = h_2 \quad (4.92)$$

b) On avance ensuite la solution δt de en amont et en aval afin de localiser les nouvelles positions des fronts amont et aval:

$$x_{1P}^{amt} = x_P^{amt} + w_{amt} \delta t \quad x_{1P}^{avl} = x_P^{avl} + |w_{avl}| \delta t \quad (4.93)$$

c) On calcule les variables de l'écoulement gravitaire en aval du front amont et en amont du front aval. On utilise pour cela les équations développées au paragraphe 4.4. Les valeurs de V_{2P}^{amt} , V_{2P}^{avl} , h_{2P}^{amt} et h_{2P}^{avl} sont calculées à cette étape en appliquant les équations (4.18).

d) On calcule les conditions d'écoulement en charge après un pas de temps δt en amont du front d'amont: on utilise pour cela les équations (4.46) à (4.55) pour le calcul de la vitesse de l'écoulement en amont du front d'amont et l'équation (4.48) pour le calcul de la vitesse de propagation du front d'amont.

e) On calcule les conditions d'écoulement en charge après un pas de temps δt en aval du front d'aval: on utilise pour cela les équations (4.63) à (4.72) pour le calcul de la vitesse de

l'écoulement en aval du front d'aval et l'équation (4.48) pour le calcul de la vitesse de propagation du front d'aval.

- f) on teste ensuite la convergence pour les fronts d'amont et d'aval en comparant les nouvelles valeurs à celles calculées à l'itération précédente :

$$\max \left(\left| x_P^{avl} - x_B^{avl} \right|, \left| w_{1P}^{avl} - w_P^{avl} \right|, \left| V_{1P}^{avl} - V_1^{avl} \right|, \left| V_{2P}^{avl} - V_2^{avl} \right|, \left| y_{2P}^{avl} - y_2^{avl} \right|, \left| x_P^{amt} - x_B^{amt} \right|, \left| w_{1P}^{amt} - w_P^{amt} \right|, \left| V_{1P}^{amt} - V_1^{amt} \right|, \left| V_{2P}^{amt} - V_2^{amt} \right|, \left| y_{2P}^{amt} - y_2^{amt} \right| \right) \leq \varepsilon \quad (4.94)$$

- g) Si la tolérance spécifiée n'est pas respectée, les dernières valeurs calculées sont utilisées comme variables d'initialisation et le calcul recommence à partir de l'étape (b);
- h) Si par contre la tolérance spécifiée est respectée, on garde les dernières valeurs calculées et on calcule les nouvelles positions des fronts d'amont et d'aval en appliquant les équations (4.75) et (4.76);
- i) On vérifie que les nouvelles positions du front de transition ne se recoupent pas. Si c'est le cas, on admet que la collision des deux fronts survient pendant un pas de temps de calcul qui est inférieur à δt (il faut alors diminuer le pas de calcul de manière à rapprocher la solution le plus possible : une tolérance doit être admise à cette étape du calcul; ensuite on recommence le calcul de cette étape depuis le début);
- j) Si ce n'est pas le cas, on utilise les valeurs disponibles pour calculer la pression en amont du front d'amont au moyen de l'équation (4.47) et en aval du front d'aval par l'équation (4.67). Pour avoir la charge piézométrique, il suffit d'ajouter l'élévation de l'axe de la conduite aux charges de pression calculées:

$$h_{1P}^{amt} = p_P^{amt} + z_P^{amt} \quad h_{1P}^{avl} = p_P^{avl} + z_P^{avl} \quad (4.95)$$

3. Si $t + \delta t \leq \Delta t$, on considère les dernières valeurs obtenues comme variables d'initialisation et on recommence les calculs à partir de l'étape (1) afin d'avancer la solution d'un pas de temps supplémentaire égal à δt ;
4. Dans le cas contraire, on calcule des zones d'écoulement à surface libre et en charge situées respectivement en aval et en amont du front. Pour cela on utilise les procédures décrites aux paragraphes 4.4 et 4.5 pour les écoulements à surface libre et en charge respectivement.

4.8 Modélisation de l'onde de vidange

Considérons une canalisation du réseau de drainage s'écoulant initialement en charge. Dans l'hypothèse qu'à un instant donné, le débit d'apport au regard amont diminue plus rapidement que la vitesse de vidange de la conduite, il s'en suivra une baisse progressive du niveau d'eau dans le regard. Lorsque cette baisse de niveau descend en dessous de la crête de la conduite, un front de vidange se forme au nœud amont et se propage par la suite de l'amont vers l'aval. Il s'agit d'une onde négative qui dépressurise l'écoulement à mesure qu'elle avance. C'est un régime particulier qui doit être étudié avec soin afin d'obtenir un modèle hydraulique entièrement dynamique. Compte tenu de la complexité du phénomène, nous avons également effectué une investigation expérimentale du phénomène de vidange afin de mieux le cerner.

4.8.1 Investigations expérimentales

Des investigations poussées ont été menées sur le modèle physique de laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal afin de comprendre le phénomène de vidange. Ces travaux font l'objet d'une publication dans laquelle la problématique de la vidange est discutée en détail (Bousso, Samba, Daynou, & Musandji, 2012a). Nous résumons ci-après les principaux résultats observés.

4.8.1.1 Protocole expérimental

L'étude expérimentale du comportement de l'écoulement pendant la phase de vidange des canalisations a été effectuée sur le tronçon R1-C1-R3-C3-R4 du modèle de laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal. Avant chaque essai, le réseau est rempli jusqu'à ce qu'une charge d'eau minimale de 4D soit obtenue au-dessus de la couronne de la conduite C1. Par la suite, on ferme rapidement la vanne d'alimentation du regard R1 et on démarre le système d'acquisition de données. Le niveau d'eau dans le regard R1 baisse rapidement et génère un front de vidange qui se propage du regard R1 vers le regard R4. Le front de vidange qui se forme est filmé pendant son déplacement et des mesures de hauteurs piézométriques sont également enregistrées au moyen de capteurs.

4.8.1.2 Analyse des résultats

Les fronts de vidange observés sont soit de forme concave, lorsque les pentes des canalisations sont faibles ($S_0 < 1.6\%$), ou de forme allongée lorsqu'elles sont plus prononcées ($S_0 > 1.6\%$).

Pour les pentes faibles, la forme du front (voir Figure 4-14 et Figure 4-16) est semblable à celle observée sur un canal horizontal par d'autres auteurs (Benjamin, 1968; Gardner & Crow, 1970; Wilkinson, 1982). Par ailleurs, le front de vidange comporte une intumescence assez courte qui se propage à la même vitesse que le front. Il est suivi d'une zone d'écoulement normal dont la profondeur avoisine $0.8D$. La vitesse du front est de l'ordre du mètre par seconde. Toutefois, cette forme peut se déformer durant le trajet. À mesure que la vidange de la canalisation s'effectue, la poche d'air localisée en tête du front de vidange semble aspirer l'eau de l'intumescence pour remplir la cavité, générant ainsi un front de forme V. Lorsque la pente de la canalisation excède 1.6% (voir Figure 4-15 et Figure 4-17), le front de vidange se déplace par à-coups, entraînant dans son sillage d'importantes bulles d'air qui restent piégées dans la colonne pressurisée du front. Les vitesses moyennes sont légèrement plus faibles (Figure 4-18). Contrairement à la forme du front obtenue pour les pentes faibles, la forme générale du front est plus allongée et se termine par une cavité d'air généralement pointue de hauteur comprise entre 0.5cm et 1cm . Le front est suivi d'une zone d'écoulement graduellement varié dont la pente diminue en proportions inverses à celle de la conduite. Cependant, la longueur de cette zone d'écoulement augmente avec la pente de la conduite.

Les mesures de pressions obtenues au niveau des capteurs montrent d'importantes oscillations de faibles amplitudes après le passage du front d'onde (Figure 4-19). Ces oscillations disparaissent avec l'arrivée du front au regard aval. La persistance de ces oscillations semble être une fonction de la pente (Figure 4-20).

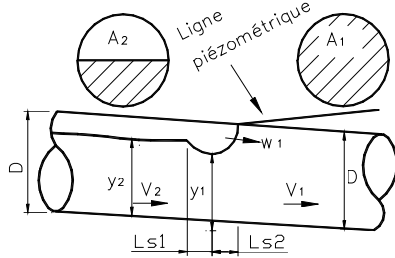


Figure 4-14: Forme du front de vidange amont pour une faible pente

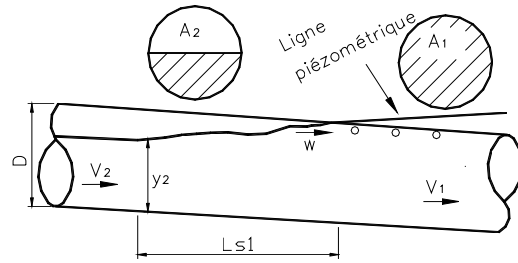


Figure 4-15: Forme du front de vidange amont pour une pente importante

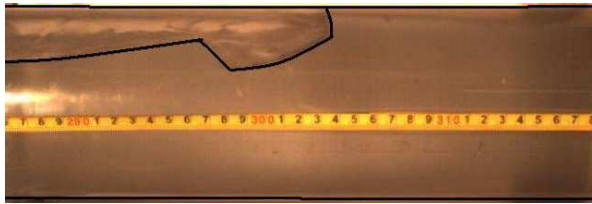


Figure 4-16: Forme générale du front pour une pente de 0.3%

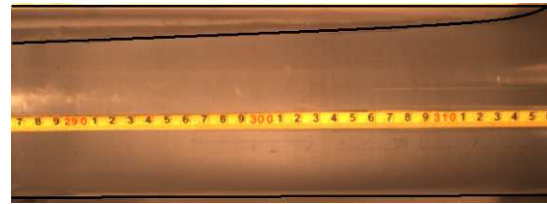


Figure 4-17: Forme générale du front pour $S_0=1,8\%$

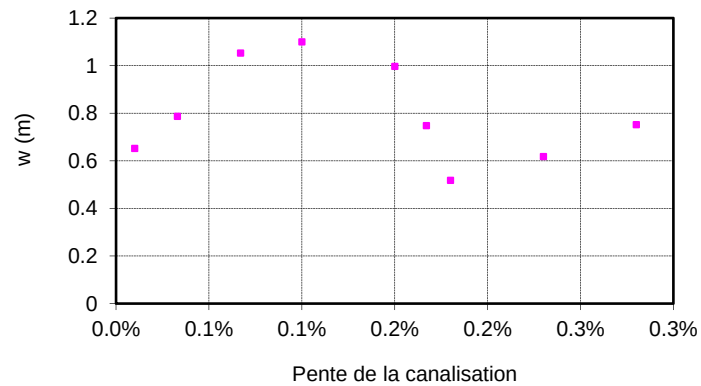


Figure 4-18: Vitesse de propagation en fonction de la pente

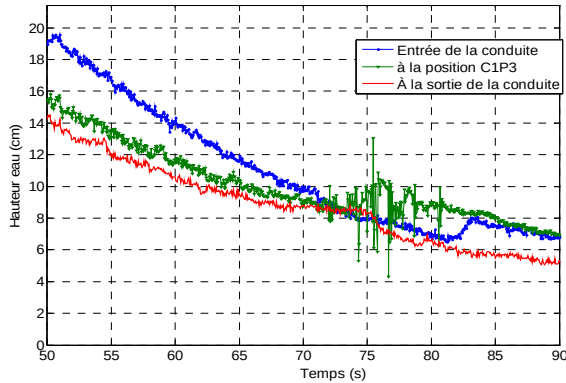


Figure 4-19: Oscillations après le passage du front de vidange, $S_0=0.3\%$

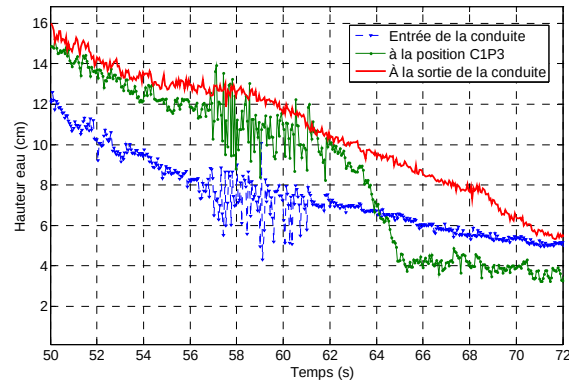


Figure 4-20: Oscillations après le passage du front de vidange, $S_0=2.3\%$

4.8.2 Formulation mathématique

Les expériences en laboratoire nous ont permis de mieux comprendre le processus de vidange. La vidange de la canalisation peut survenir à partir de l'aval ou à partir de l'amont. Elle survient à partir de l'amont lorsque l'apport en eau au regard amont baisse plus vite que la vidange de la canalisation. Le niveau d'eau baisse dans le regard et atteint un point où l'air entre dans la canalisation. Lorsque la vidange s'effectue à partir de l'aval, l'air s'introduit dans la canalisation au fur et à mesure que celle-ci se vidange. D'après les investigations de plusieurs auteurs (Wang, K.-H. et al., 2003; Wang, T. & Hsieh, 1979; Wilkinson, 1982), l'application de l'équation de Bernoulli permet de décrire le phénomène de manière acceptable. Les caractéristiques en charge restent disponibles dans la zone en charge. Les principes de conservation de quantité de mouvement et de masse peuvent être utilisés autour du front. Six équations sont nécessaires pour résoudre le problème. Faisons l'inventaire des grandeurs inconnues au niveau de l'interface : la position de l'interface (x), la vitesse (V_1) et la charge (h_1) en aval de l'interface, la vitesse (V_2) et la hauteur d'eau (y_2) en amont de l'interface, et la vitesse de propagation du front d'onde (w). Six équations sont donc nécessaires pour calculer l'écoulement transitoire résultant de la vidange de la canalisation:

Les deux premières équations traduisent respectivement l'équilibre de continuité et de moment pour un fluide incompressible :

$$(V_2 + w) A_2 = (V_1 + w) A_1 \quad (4.96)$$

$$g(\bar{y}_2 A_2 - h_1 A_1) = A_1 (V_1 + w)(V_1 - V_2) \quad (4.97)$$

Les troisième et quatrième équations sont obtenues respectivement par la caractéristique positive dans l'écoulement à surface libre et par la caractéristique négative en charge dans l'écoulement en charge :

$$V_2 + (g/c_L) y_2 = V_L + (g/c_L) y_L + g \left[S_o - (S_f)_L \right] \Delta t \quad (4.98)$$

$$\frac{g}{a} h_1 - V_1 = \frac{g}{a} h_{s1} - V_{s1} \left(1 + \frac{g}{a} \delta t \sin \theta \right) + \frac{f V_{s1} |V_{s1}|}{2D} \delta t \quad (4.99)$$

La cinquième équation traduit la cinématique de la propagation de l'onde de vidange à travers la conduite et s'écrit comme suit :

$$x_1 = x_0 + w \delta t \quad (4.100)$$

La sixième équation est obtenue par la conservation de l'énergie. L'équation d'énergie généralement utilisée dans les réseaux de drainage urbains est l'équation de Bernoulli (Benjamin, 1968). Son application qui intègre la vitesse de propagation peut être exprimée sous la forme suivante (León et al. 2010) :

$$(V_2 - w)^2 = 2g(h_1 - y_2 - \Delta h) + (V_1 - w)^2 \quad (4.101)$$

Δh est la perte de charge à travers le front de vidange. C'est une valeur qui doit être déterminée par expérimentation de laboratoire.

La résolution de ce système d'équations complexe s'effectue à l'aide d'une méthode non linéaire du genre Newton-Raphson.

4.8.3 Procédure de calcul au niveau de l'interface

Un algorithme de calcul itératif est utilisé pour résoudre ce système d'équations non linéaires. Cependant, avant chaque pas de calcul on s'assure de satisfaire la condition de courant de part et d'autre du front. Pour cela, on s'assure que les inégalités (4.42) et (4.43) sont satisfaites. Une fois le nombre n connu, le calcul se poursuit entre les instants t et $t + \Delta t$, par n étapes successives permettant chacune d'avancer de δt la solution dans la zone d'écoulement en charge. Pour

chacune des itérations, la procédure de calcul comprend plusieurs étapes qui sont présentées succinctement ci-après:

1. On admet que les conditions de l'écoulement sont connues au point actuel du front de transition (B). On attribue des valeurs initiales aux différentes variables régissant l'écoulement au point P représentant la localisation du front à la fin du pas de calcul précédent:

$$x_P = x_B \quad V_{1P} = V_1 \quad w_P = w \quad V_{2P} = V_2 \quad h_{2P} = h_2 \quad (4.102)$$

2. Le déplacement du front s'effectuant de l'amont vers l'aval, on calcule la nouvelle position du front après un temps δt comme suit:

$$x_{1P} = x_B + w_P \delta t \quad (4.103)$$

3. On localise la position du point S1 sur la caractéristique négative en charge :

$$x_{S1} = x_{1P} - a \delta t \quad (4.104)$$

4. De la caractéristique négative en charge, on tire la vitesse dans la zone en charge comme suit :

$$V_{1P} = \frac{g}{a} \left(\frac{D}{2} - h_{S1} \right) + V_{S1} \left(1 + \frac{g}{a} \delta t \sin \theta \right) - \frac{f V_{S1} |V_{S1}|}{2D} \delta t \quad (4.105)$$

Les valeurs d'écoulement au point R sont obtenues en interpolant linéairement entre les valeurs de B' et de C' calculées au pas de temps précédent.

5. De la conservation de la masse au niveau de l'interface on tire la vitesse de propagation du front comme suit:

$$w_P = (A_{1P} V_{1P} - A_{2P} V_{2P}) / (A_{1P} - A_{2P}) \quad (4.106)$$

6. De la caractéristique positive dans l'écoulement à surface libre, on obtient :

$$V_{2P} = (g/c_L) \left(y_{2P} - \underbrace{\left\{ V_L + (g/c_L) y_L + g \left[S_o - (S_f)_L \right] n \delta t \right\}}_{K_{SL}^+} \right) \quad (4.107)$$

Les valeurs d'écoulement au point L sont obtenues en interpolant linéairement entre les valeurs de A et de B calculées au pas de temps précédent.

7. En remplaçant V_{2P} et w_P dans la l'équation (4.101), on obtient après réarrangement l'équation non linéaire:

$$(g/c_L)(y_{2P} - K_{SL}^+) - V_{1P} = 2g \left(\frac{D}{2} - y_2 - \Delta h \right) \frac{(A_{1P} - A_{2P})^2}{(A_{1P})^2 - (A_{2P})^2} \quad (4.108)$$

8. Cette équation non linéaire est résolue à l'aide d'une combinaison de la méthode de Newton-Ralpson et celle des bisections (Benjamin, 1968). On obtient ainsi la valeur de y_{2P} .
9. On calcule ensuite la vitesse de l'écoulement à surface libre en face du front en utilisant l'équation (4.108).
10. On calcule la vitesse de propagation du front par l'équation (4.106);
11. on teste ensuite la convergence en comparant les nouvelles valeurs à celles calculées à l'itération précédente :

$$\max(|x_P - x_B|, |w_P - w|, |V_{1P} - V_1|, |V_{2P} - V_2|, |y_{2P} - y_2|) \leq \varepsilon \quad (4.109)$$

12. Si la tolérance spécifiée n'est pas respectée, les dernières valeurs calculées sont utilisées comme variables d'initialisation et le calcul recommence à partir de l'étape (2).
13. Si par contre la tolérance spécifiée est respectée, on garde les dernières valeurs calculées.
14. Le temps t est ensuite augmenté de δt : si $t < \Delta t$, on recommence les calculs à partir de l'étape (1) afin d'avancer la solution d'un pas de temps supplémentaire égal à δt .
15. Dans le cas contraire, on calcule des zones d'écoulement à surface libre et en charge situées respectivement en amont et en aval du front.

4.9 Conclusion

Un modèle numérique pour la simulation dynamique des écoulements transitoires dans les réseaux d'assainissement urbains est proposé dans ce chapitre. Les différents régimes d'écoulement (écoulement gravitaire, écoulement en charge, écoulement transitoire) qui ont cours dans le réseau de drainage pendant le remplissage rapide des canalisations sont étudiés en détail. La formulation mathématique des différentes configurations d'écoulement est éclairée par

l'observation expérimentale des phénomènes à partir du modèle physique de laboratoire de Génie Eau de Polytechnique Montréal.

Le modèle s'appuie sur les équations bien connues de Saint-Venant, une formulation dynamique qui permet d'adapter le modèle mathématique à la nature de l'écoulement, et un algorithme de résolution robuste qui utilise la technique "Shock-Fitting" pour traquer l'initiation et la transition des fronts de remplissage à travers le réseau de drainage. Ce modèle repousse les limites du modèle développé par Fuamba (1997a, 2002b) en particulier et celles de la méthode "Shock-Fitting" en général. En effet, il permet de simuler l'avènement de plusieurs fronts dans le réseau de drainage, sans nécessairement recourir à des simplifications numériques susceptibles de dénaturer la vraisemblance de l'écoulement. Il offre également une plate-forme adéquate pour étudier plus en profondeur les autres phénomènes qui relèvent du remplissage rapide des canalisations : friction non permanente, effet de l'air, etc. Enfin la problématique de la vidange des canalisations est analysée expérimentalement et une solution numérique pour la simulation du phénomène de vidange est proposée.

CHAPITRE 5 MODÉLISATION NUMÉRIQUE DES CONDITIONS AUX LIMITES COMPLEXES DANS LES RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT URBAINS (RAU)

Résumé

Les réseaux d'égout unitaires ou pluviaux sont généralement conçus selon l'hypothèse d'un écoulement gravitaire s'effectuant en régime permanent. Ils sont constitués d'une multitude de canalisations interconnectées qui communiquent à travers des ouvrages spécifiques (regards visitables ou non, chute, jonction divergente, jonction convergente, station de relèvement...) dont la forme et la capacité jouent un rôle de première importance dans la propagation des ondes de crue dans le réseau (dissipation d'énergie, stockage temporaire des eaux, convergence ou divergence des apports, ventilation du réseau, etc.). Ce rôle est même capital lors du remplissage partiel ou total du réseau qui est alors le siège d'un écoulement complexe, s'effectuant tantôt en charge, tantôt en surface libre. La simulation de ce régime complexe est nécessaire pour une gestion en temps réel des réseaux existants, mais aussi pour un dimensionnement adéquat et durable des réseaux futurs. Le présent chapitre s'intéresse à la modélisation numérique des conditions aux limites qui prévalent à l'entrée et à la sortie d'une jonction du réseau pendant un événement de crue exceptionnel. Il inclut des spécifications détaillées de l'écoulement à l'entrée ou à la sortie de chacune des conduites connectées au regard de même qu'un organigramme de calcul permettant un calcul précis et dynamique des conditions d'écoulement pendant la transition et les phénomènes induits qui peuvent en découler (écoulement inversé, ressauts hydrauliques, écoulement critique, contrôle amont, contrôle aval, etc.).

5.1 Introduction:

Les réseaux d'assainissement urbains sont généralement composés de plusieurs canalisations interconnectées qui communiquent à travers des ouvrages spécifiques (regards, chutes, jonctions, station de relèvement...) dont la forme et la capacité jouent un rôle de première importance dans la propagation des ondes de crue à travers le réseau: dissipation d'énergie, stockage temporaire des eaux, convergence ou divergence des apports, ventilation du réseau, etc. Même si des progrès

significatifs ont été réalisés au cours des dernières années sur la modélisation numérique des écoulements transitoires dans les réseaux d'égouts urbains, la problématique des conditions aux limites qui encadrent ces régimes complexes reste peu étudiée et mal comprise. À cause de la recrudescence des inondations résultant de l'imperméabilisation croissante des sols et d'une climatologie changeante, les méthodes de simulations numériques sont de plus en plus utilisées pour opérer, en temps réel, les réseaux complexes. Dans cette optique, la simulation d'un évènement exceptionnel est particulièrement ardue puisque le comportement hydraulique des nœuds du réseau est difficile à prévoir. Cette difficulté est résumée par Cunge et Mazaudou (1984) comme suit : (a) la solution des équations mathématiques requiert quelques approximations aux limites du système si l'écoulement passe d'un régime à surface libre vers un régime en charge et vis versa. (b) la solution peut être très lente pour des réseaux comportant un nombre élevé de nœuds. (c) lorsque la hauteur de l'écoulement est très petite, les équations diffusent. Aussi, une simulation précise des écoulements transitoires ne peut être obtenue qu'au moyen d'un modèle entièrement dynamique capable de s'ajuster automatiquement aux conditions d'écoulement du système hydrique (Cardle, James A., 1991). D'après Yen (1986b), le calcul des conditions aux limites dans les réseaux d'égout se fait traditionnellement selon deux approches :

- i) L'approche de type "*point de jonction*" pour laquelle la taille de la structure qui assure la jonction entre les conduites du réseau est négligée : selon cette configuration, la jonction est modélisée de la même manière que tout autre point du réseau. On s'assure simplement que les principes de conservation de masse et de quantité de mouvement y sont satisfaits. Pour des écoulements à surface libre peu perturbés, cette approche peut être suffisante. En revanche, pour des écoulements très perturbés accompagnés de changements de régime, cette façon de procéder induit des erreurs numériques qui peuvent compromettre la qualité de la simulation numérique dans le réseau d'égout. Par ailleurs, l'initiation réaliste des ondes de remplissage et/ou de vidange ne peut être convenablement représentée selon cette approche.
- ii) L'approche de type "*structure de jonction*" qui prend en compte la capacité hydraulique de la jonction et son incidence dans la dynamique de l'écoulement aux limites du système (León et al., 2006; León, Liu, Ghidaoui, Schmidt, & Garcia, 2009; León, Nania, Schmidt, & Garcia, 2009). Dans cette dernière configuration, il faut assurer une consistance entre les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour assurer la continuité du modèle numérique pendant l'apparition des phénomènes de transition. Daynou

et Fuamba (2008) montrent justement l'intérêt de prendre en compte les caractéristiques des regards de visite dans la simulation du remplissage des canalisations de drainage d'un réseau pendant les événements extrêmes.

Puisque les écoulements au point de jonction du réseau sont très perturbés, les hypothèses d'écoulements permanents ne peuvent s'appliquer sans simplification. Par ailleurs, aucune solution numérique n'est assez stable pour résoudre tous les cas de figure qui peuvent survenir dans le réseau d'égout. C'est pourquoi nous avons choisi d'examiner méticuleusement dans ce chapitre chaque phénomène spécifique afin de trouver la simplification adéquate à y apporter pour assurer à la fois une stabilité du modèle et un résultat fiable de la simulation. Plusieurs régimes d'écoulement ont été passés en revue et pour chacun d'eux, un jeu d'équations adéquat et propre au type d'écoulement prédominant a été proposé. Un algorithme de résolution robuste est ensuite mis en œuvre afin de traquer systématiquement les changements de régime afin d'associer chaque régime spécifique aux équations et la méthode de résolution appropriée.

5.2 Formulation des équations aux limites du système

La Figure 5-1 schématise un nœud typique du réseau d'assainissement permettant de connecter plusieurs canalisations du système de drainage. Outre les débits d'apport des canalisations amont, on admet que le regard reçoit localement un débit collecté par le bassin versant directement relié. Le problème des conditions aux limites consiste à déterminer pour chacune des conduites reliées au point de jonction les conditions propices de vitesse et de hauteur d'eau (écoulement gravitaire) ou de pression (écoulement en charge) permettant de caractériser l'écoulement à chaque pas de temps de la simulation numérique. Si N est le nombre de conduites connectées en amont de la jonction et M le nombre de conduites connectées en aval, alors les inconnues du problème à résoudre sont au nombre de $2(N+M)+1$. En effet: chaque conduite requiert deux variables caractéristiques (piézométrie et vitesse) et la dernière inconnue est la hauteur d'eau dans le regard. Ce nombre élevé d'inconnues nécessite une conceptualisation de l'écoulement et une méthodologie robuste de résolution des équations mathématiques.

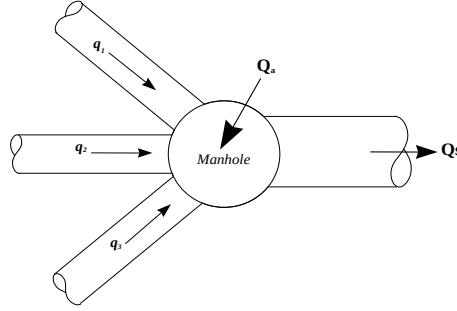


Figure 5-1: Jonction typique d'un réseau de drainage

5.2.1 Modèle mathématique de l'écoulement

Les équations aux dérivées partielles développées par Barré De St-Venant sont utilisées pour simuler l'écoulement gravitaire alors que l'écoulement en charge est modélisé par un autre jeu d'équations proposé par Wylie et Streeter (1993):

$$\begin{array}{ll}
 \text{écoulement gravitaire} & \text{écoulement en charge} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - S_f \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = g S_0 - \frac{f V |V|}{2D} \end{array} \right. \quad (5.1)
 \end{array}$$

$h(x,t)$ est la profondeur de l'écoulement par rapport au radier de la conduite, $V(x,t)$ et $H(x,t)$ sont respectivement la vitesse moyenne de l'écoulement et la pression piézométrique moyenne dans une section de la conduite, t et x représentent les coordonnées des discrétisations temporelles et spatiales, S_0 est la pente de la conduite et S_f celle de la friction, a est la célérité des ondes de pression et c celle des ondes de gravité; ρ est la masse volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur, D le diamètre de la canalisation et f le coefficient de friction de Darcy. Ces systèmes d'équations aux dérivées partielles n'ont pas de solutions analytiques et doivent être résolus numériquement.

5.2.2 Technique de résolution

La technique de résolution choisie est la méthode des caractéristiques (MDC) à grille spécifiée : par manipulation mathématique, on transforme les systèmes d'équations différentielles partielles ci-dessus en équations différentielles ordinaires (voir chapitre 1: méthodes numériques) ; par

suite la MDC à grille spécifiée (Figure 5-2) permet d'obtenir, selon la nature de l'écoulement, les systèmes d'équations:

$$\text{(gravitaire):} \begin{cases} (V_P - V_{L/R}) \pm \frac{g}{c_{L/R}} (h_P - h_{L/R}) = g [S_0 - (S_f)_{L/R}] \Delta t \\ x_P - x_{L/R} = (V_{L/R} \pm c_{L/R}) \Delta t \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\text{(Pressurisé):} \begin{cases} (V_P - V_{L/R}) \pm \frac{g}{a} (H_P - H_{L/R}) = \left(gS_0 - \frac{fV|V|}{2D} \right) \Delta t \\ x_P - x_{L/R} = (V_{L/R} \pm a) \Delta t \end{cases} \quad (5.3)$$

Où V représente la vitesse, c la célérité des ondes de gravité, h la hauteur d'écoulement, x l'abscisse de la section et les indices L , P et R les points de la grille telle que schématisé dans la Figure 5-2. De ces équations, on dérive les équations des lignes caractéristiques positives et négatives caractéristiques pour les régimes gravitaires et pressurisés comme suit:

$$\text{(gravitaire)} \begin{cases} V + (g/c_L) h = V_L + (g/c_L) h_L + g [S_0 - (S_f)_L] \Delta t = C_{SL}^- \\ V - (g/c_R) h = V_R - (g/c_R) h_R + g [S_0 - (S_f)_R] \Delta t = C_{SL}^+ \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\text{(Pressurisé)} \begin{cases} V + (g/a_L) H = V_L + (g/a_L) H_L + g [S_0 - (S_f)_L] \Delta t = C_{CH}^+ \\ V - (g/a_R) H = V_R - (g/a_R) H_R + g [S_0 - (S_f)_R] \Delta t = C_{CH}^- \end{cases} \quad (5.5)$$

Pour résoudre, il est nécessaire de caractériser l'écoulement aux points intermédiaires dénommés respectivement L pour la caractéristique positive et R pour la caractéristique négative. Pour L, on suppose qu'à l'instant t , les valeurs de la vitesse (V), de la célérité (c), et de la hauteur d'eau (h) sont connues aux nœuds (i), (i-1) et (i+1) d'une grille régulière donnée. On admet également que ces variables varient linéairement entre deux points successifs de la grille de calcul. Par interpolation linéaire, on obtient les variables de l'écoulement au point L comme suit (Chaudhry, M. H., 2008):

$$\begin{aligned}
V_L &= \frac{\Delta x V_i - \Delta t (c_{i-1} V_i - c_i V_{i-1})}{\Delta x + \Delta t (V_i - V_{i-1} + c_i - c_{i-1})} \\
c_L &= \frac{\Delta x c_i - \Delta t V_L (c_i - c_{i-1})}{\Delta x + \Delta t (c_i - c_{i-1})} \\
h_L &= h_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_L + c_L) (h_i - h_{i-1})
\end{aligned} \tag{5.6}$$

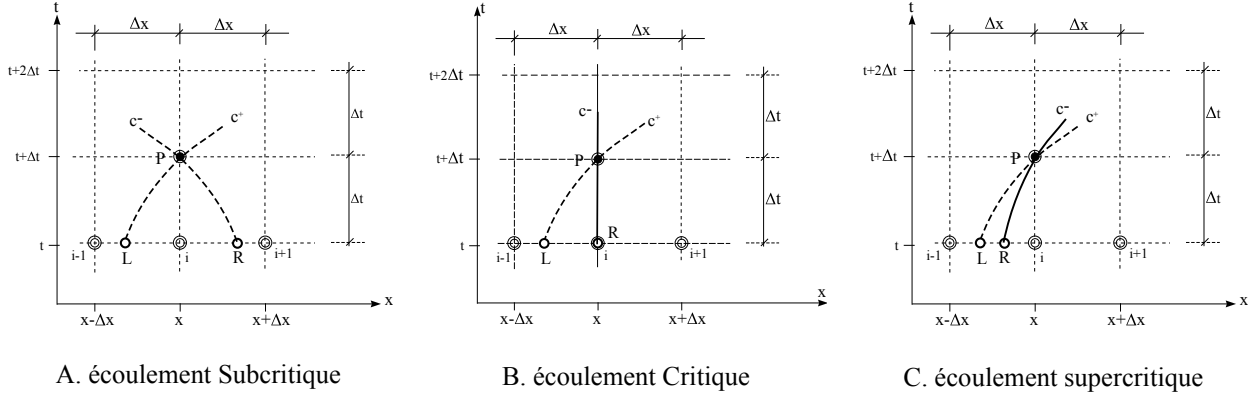


Figure 5-2: Méthode des caractéristiques à grille spécifiée

Le calcul des variables d'écoulement au point R dépend de la nature de l'écoulement. En considération de la direction de propagation des ondes de gravité, on admet que le point R se situe entre les points (i) et (i+1) pour un écoulement fluvial, au point (i) pour un écoulement critique et entre les points (i-1) et (i) pour un écoulement torrentiel. Ainsi, les variables d'écoulement peuvent être déterminées pour chaque régime comme suit:

écoulement fluvial $V_R = \frac{\Delta x V_i - \Delta t (c_{i+1} V_i - c_i V_{i+1})}{\Delta x - \Delta t (V_i - V_{i+1} - c_i + c_{i+1})}$ $c_R = \frac{\Delta x c_i + \Delta t V_R (c_i - c_{i+1})}{\Delta x + \Delta x (c_i - c_{i+1})}$ $h_L = h_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_R - c_R) (h_i - h_{i+1})$	écoulement critique $V_R = V_i$ $c_R = c_i$ $h_R = h_i$	écoulement torrentiel $V_R = \frac{\Delta x V_i + \Delta t (V_i c_{i-1} - c_i V_{i-1})}{\Delta x + \Delta t (V_i - V_{i-1} - c_i + c_{i-1})}$ $c_R = \frac{\Delta t V_R (c_i - c_{i-1}) - \Delta x c_i}{\Delta t (c_i - c_{i-1}) - \Delta x}$ $h_R = h_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_R - c_R) (h_i - h_{i-1})$
---	--	--

(5.7)

5.2.3 MDC et conditions aux limites en régime gravitaire

Les trois principaux régimes permettant de caractériser l'écoulement gravitaire sont le régime fluvial, le régime critique et le régime torrentiel. L'utilisation de la méthode des caractéristiques permet d'intégrer la direction de propagation de la perturbation à la modélisation numérique. En

effet, pour une conduite s'écoulant en régime fluvial, toute perturbation se déplace simultanément vers l'amont et vers l'aval; une équation supplémentaire est donc requise à chacune des extrémités de la conduite (les lignes caractéristiques négatives (amont) et positives (aval) étant à l'extérieur du domaine de solution). Si par contre le régime d'écoulement est torrentiel, toute perturbation ne peut se déplacer que vers l'aval. Aucune équation supplémentaire n'est donc requise à l'extrémité aval (les deux courbes caractéristiques étant incluses dans le domaine de solution). Toutefois, deux équations doivent être recherchées à la limite amont, puisque les deux courbes caractéristiques tombent à l'extérieur du domaine de solution (voir l'illustration des courbes caractéristiques dans les figures du Tableau 5.1 ci-après). Dans les paragraphes ci-après nous allons étudier différents principes susceptibles de nous venir en aide pour établir les équations supplémentaires requises.

Tableau 5.1: Conditions aux limites par la méthode des caractéristiques

Écoulement fluvial		Écoulement torrentiel	
Regard amont	Regard aval	Regard amont	Regard aval

5.2.4 Conservation de la masse

Le principe de continuité de l'écoulement à travers une jonction du réseau d'égout s'écrit (1993) :

$$Q_R + \sum Q_i = \frac{ds}{dt} = \frac{d(A_j Y)}{dt} = A_j \frac{dY}{dt} = A_j \frac{dH}{dt} \quad (5.8)$$

Où Q_i est le débit entrant (positif) ou sortant (négatif) de la jonction à partir de la $i^{\text{ème}}$ conduite connectée; Q_R représente le débit d'apport local (lorsqu'il est positif) ou le débit évacué par pompage, par fuites ou par débordement du regard (lorsqu'il est négatif). s est le volume de stockage temporaire de l'eau dans la jonction, t est le temps et A_j est la section horizontale du

regard supposé constante dans cette étude. Y est la profondeur de l'eau dans le regard et $H = Y + Z$ est la charge piézométrique.

5.2.5 Conservation de l'énergie

Si on considère l'écoulement à travers une jonction typique du réseau, d'égout, on peut exprimer le principe de conservation d'énergie sous la forme unidimensionnelle comme suit (Chaudhry, M. H., 2008):

$$\underbrace{\sum Q_i \left(\frac{V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} + Z_i \right)}_{\text{apport des conduites}} + \underbrace{Q_j H_j}_{\text{apport direct}} = \underbrace{s \frac{dY}{dt}}_{\substack{\text{énergie stockée} \\ (\text{à la jonction})}} + \underbrace{\sum Q_i K_i \frac{V_i^2}{2g}}_{\text{énergie perdue}} \quad (5.9)$$

où Z_i , P_i et V_i sont respectivement la cote du radier de la conduite, la pression piézométrique par rapport au radier, et la vitesse de l'écoulement à la sortie de la $i^{\text{ème}}$ conduite connectée à la jonction; Q_i est le débit d'apport de la conduite i , comptée positivement pour un écoulement vers la jonction et négativement dans le cas contraire; H_j est l'apport énergétique net par unité de volume d'apport direct, exprimé en hauteur d'eau; K_i est le coefficient de perte de charge à l'entrée ou à la sortie de la jonction selon que la conduite est connectée en amont ou en aval de la jonction; Y est la profondeur de l'eau à la jonction et g est l'accélération de la gravité. La première somme de l'équation représente l'énergie totale entrant (positif) ou sortant (négatif) de la jonction à travers les conduites connectées. Le deuxième terme de gauche représente l'énergie apportée à la jonction par l'apport direct; le premier terme de droite est l'énergie stockée dans la jonction à mesure que la hauteur d'eau augmente. Le dernier terme de droite représente la perte d'énergie à travers la jonction. En admettant que la capacité de stockage de la jonction soit grande et que la contribution de chaque conduite à la variation d'énergie dans la jonction est proportionnelle au débit qu'elle y apporte, l'équation (5.9) peut être réécrite pour une conduite individuelle (i) comme suit :

$$(1 - K_i) \frac{V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} + Z_i = H + Q_i s \left(Q_j + \sum Q_i \right)^{-2} \frac{dH}{dt} \quad (5.10)$$

Le dernier terme de droite peut être négligé si on admet que ce terme est petit en comparaison aux autres termes; l'équation d'énergie pour une conduite individuelle peut se simplifier de la manière suivante:

$$H = \underbrace{\frac{1}{2g}(1-K_i)V_i^2 + \frac{P_i}{\gamma} + Z_i}_{\text{écoulement en charge}} = \underbrace{\frac{1}{2g}(1-K_i)V_i^2 + h_i + Z_i}_{\text{écoulement gravitaire}} \quad (5.11)$$

Où P_i/γ est la charge piézométrique (écoulement en charge) et h_i la hauteur (écoulement gravitaire) d'eau à l'entrée/sortie de la conduite. Dans des conditions spécifiques que nous analyserons plus loin, l'équation (5.11) peut-être combinée avec les équations caractéristiques ou avec d'autres équations pour résoudre les conditions aux limites.

5.2.6 Hypothèse d'écoulement permanent uniforme

Si l'hypothèse d'écoulement permanent et uniforme peut être admise sans que la vraisemblance de l'écoulement en soit altérée, alors l'équation d'un écoulement normal peut être utilisée. Elle s'exprime pour une conduite circulaire comme suit:

$$V = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \left\{ 1 - \sin \left[2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{h}{D} \right) \right] \right\} \left[2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{h}{D} \right) \right]^{-1} \right)^{2/3} \sqrt{J_e} \quad (5.12)$$

Où n est le coefficient de Manning, D le diamètre de la canalisation, h la hauteur d'eau dans la conduite et S_f la pente de la canalisation. Cette équation supplémentaire et utile vient s'ajouter à l'équation caractéristique et elle permet de caractériser les conditions limites lorsque l'écoulement est fluvial.

5.2.7 Hypothèse d'écoulement critique à la limite

Lorsque l'écoulement est critique à l'une des extrémités de la conduite, la courbe caractéristique positive y est verticale. De plus, si le calcul concerne la limite d'une conduite située en amont du regard, le débit au temps ultérieur ($t + \Delta t$) peut y être calculé à partir des variables d'écoulement déterminées à l'avant-dernière section de la conduite. Le débit étant connu, la profondeur critique peut être calculée selon la procédure standard décrite dans les manuels d'écoulement à surface libre (Chow, V.T., 1959; Henderson, 1989). Connaissant la profondeur critique, la vitesse de l'écoulement se détermine aisément pour une conduite circulaire comme suit:

$$V_{cr}^{t+\Delta t} = \sqrt{gD_{h_{cr}}} \quad \text{où} \quad D_{h_{cr}} = \left(\frac{2\arccos(1 - h_{cr}/R) - \sin(2\arccos(1 - h_{cr}/R))}{\sin(\arccos(1 - h_{cr}/R))} \right) \frac{R}{4} \quad (5.13)$$

R est le rayon de la conduite circulaire et h_{cr} la profondeur critique de l'écoulement calculé ci-dessus. Cette hypothèse est donc suffisante lorsque le débit peut être calculé.

5.3 Écoulement gravitaire et discontinu à la limite

Même si les normes de constructions usuelles prônent l'alignement des couronnes, d'autres réalités structurelles et économiques peuvent rendre cette réalisation impossible. Par ailleurs, le diamètre des conduites connectées à la jonction pouvant différer de façon significative, la surface d'eau caractérisant l'écoulement à travers la jonction n'est pas toujours continue. Dans ces conditions, la modélisation des conditions aux limites encadrant les jonctions doit tenir compte de la spécificité de chaque jonction et de l'influence qui en résulte sur l'écoulement. Nous étudierons dans ce paragraphe une méthodologie permettant le calcul précis de chaque conduite individuelle en la déconnectant virtuellement du regard et en occultant momentanément les autres conduites. Le nombre d'inconnues est ainsi réduit, de même que le nombre d'équations. Cependant, une méthodologie de résolution itérative (Figure 5-3) doit être utilisée afin de satisfaire les principes fondamentaux de conservation au point de jonction. De plus, le pas de calcul doit être suffisamment petit pour que les erreurs numériques du calcul ne conduisent pas à une divergence du calcul itératif. La convergence de la procédure de calcul sera acquise lorsque la tolérance fixée sera atteinte ou dépassée pour toutes les canalisations connectées au regard.

L'organigramme pour le calcul d'une jonction typique du réseau d'égout selon cette procédure est présenté à la Figure 5-3 ci-après:

L'index 0 se rapporte à la valeur de la variable calculée au pas de temps précédent. Les débits Q_R et Q_{amt} sont supposés connus au moment du calcul, les limites des conduites connectées en amont du regard étant généralement calculées avant celles connectées en aval. L'équation (5.16) est donc une équation dont les seules inconnues sont V et h . Associées à l'équation de la caractéristique positive, nous obtenons le système non linéaire ci-après qui est résolu par une combinaison de la méthode Newton-Raphson et celle des bisections (Press, William H., Teukolsky, Vetterling, & Flannery, 1995):

$$\begin{cases} \Delta t \sum Q - VD^2 \frac{\Delta t}{8} \left(\frac{2 \cos^{-1}(1 - 2h/D) - \sin(2 \cos^{-1}(1 - 2h/D))}{\sin(2 \cos^{-1}(1 - 2h/D))} \right) = \frac{1-K}{g} A_R V (V - V^0) + (h - h^0) \\ V + (g/c_L) h = V_L + (g/c_L) h_L + g \left[S_0 - (S_f)_L \right] \Delta t \end{cases} \quad (5.17)$$

5.3.1.2 Conditions limites à la sortie de la conduite

Pour un écoulement fluvial, la caractéristique négative sera utilisée conjointement avec l'équation de la vitesse normale pour caractériser l'écoulement (vitesse et profondeur d'eau) à la limite aval:

$$\begin{cases} V + \left(\frac{g}{c_L} \right) h = K_{pos} \\ V = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \left\{ 1 - \sin \left[2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{h}{D} \right) \right] \right\} \left[2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{h}{D} \right) \right]^{-1} \right)^{2/3} \sqrt{S_f} \end{cases} \quad (5.18)$$

La même méthode de résolution utilisée ci-dessus est appliquée au système (5.18) pour obtenir les variables caractéristiques de l'écoulement à la sortie de la conduite.

5.3.2 Cas du régime torrentiel

Lorsque l'écoulement est torrentiel, toute perturbation ne peut se propager que dans la direction de l'écoulement. La MDC ne peut donc être utilisée pour l'estimation des conditions aux limites à l'entrée de la conduite. Cependant elle est suffisante pour le calcul des conditions aux limites à la sortie de la conduite.

5.3.2.1 Conditions limites à l'entrée de la conduite

Pour un écoulement torrentiel, deux équations doivent être déterminées pour caractériser l'écoulement à l'entrée de la conduite. L'approche proposée est basée sur la théorie des ondes de gravité (Chaudhry, M. H., 1995; Graf & Altinakar, 1996). La méthode développée admet les hypothèses simplificatrices suivantes: (1) la composante du poids du liquide dans la direction aval est égale à la force de cisaillement agissant sur les parois et sur le fond de canal, (2) la répartition de la pression sur les deux côtés du front d'onde est hydrostatique (3) la distribution de la vitesse est uniforme sur les deux côtés du front d'onde, (4) l'onde est une discontinuité abrupte de longueur négligeable; (5) la forme d'onde ne change pas lorsqu'elle se propage le long de la conduite; (6) la surface de l'eau derrière l'onde est parallèle à la surface initiale de l'eau. En admettant que le regard puisse être considéré comme une jonction avec capacité de stockage, la conservation de la masse peut s'écrire comme suit:

$$Q_I - Q_O = \frac{dS}{dt} \quad (5.19)$$

où Q_I et Q_O sont respectivement le débit total entrant et sortant de la jonction; S est la capacité de stockage de la jonction, dS la variation du stockage pendant l'intervalle de temps dt . En admettant que les variables Q_I et Q_O varient en fonction du temps, on peut raisonnablement approximer dS/dt par $\Delta S/\Delta t$. On obtient alors:

$$\int_{t_0}^{t_1} Q_I dt - \int_{t_0}^{t_1} Q_O dt \approx Q_I \Delta t - Q_O \Delta t = \Delta S \quad (5.20)$$

Si les indices 0 et 1 sont utilisés pour designer la valeur des variables aux temps t et $t + \Delta t$ respectivement, l'équation (5.20) peut être discrétisée comme suit:

$$\frac{1}{2}(Q_{I,0} + Q_{I,1})\Delta t - \frac{1}{2}(Q_{O,1} + Q_{O,2})\Delta t = S_2 - S_1 \quad (5.21)$$

Alors que les variables $Q_{I,1}$, $Q_{I,2}$, $Q_{O,1}$ et S_1 sont calculées, donc connues au temps t ; les valeurs de $Q_{I,2}$ et S_2 restent à déterminer pour le pas de calcul suivant. En admettant que la section horizontale de la jonction A est constante, S_1 et S_2 peuvent être reliés à la hauteur d'eau comme par: $S_1 = H_1 A$ et $S_2 = H_2 A$. L'équation devient alors:

$$\frac{1}{2}(Q_{I,0} + Q_{I,1})\Delta t - \frac{1}{2}(Q_{O,1} + Q_{O,2})\Delta t = H_2 A - H_1 A \quad (5.22)$$

Par ailleurs, le débit sortant du regard peut être exprimé en fonction de la vitesse moyenne et de la section mouillée par $Q_{O,2} = V_2 A_2$; pour une section circulaire, le périmètre mouillé s'obtient par $A_2 = R^2 (\theta_2 - \sin(\theta_2)) / 2$ où $\theta_2 = 2\arccos(1 - h_2 / R)$. R étant le rayon de la conduite circulaire. L'utilisation de l'équation d'énergie (5.11) pour un écoulement de la jonction vers la conduite permet de relier la profondeur d'eau dans le regard (H) à celle de la conduite (h) comme suit:

$$H_2 = h_2 + (1-k) \frac{V_2^2}{2g} \quad ; \quad H_1 = h_1 + (1-k) \frac{V_1^2}{2g} \quad (5.23)$$

où k est le coefficient de perte de charge à l'entrée de la conduite et g l'accélération de la gravité. Par substitution dans l'équation de conservation de la masse (5.9), nous obtenons après réarrangement la première fonction sous la forme:

$$f(V_2, h_2) = h_2 - h_1 + \frac{1-k}{2g} (V_2^2 - V_1^2) + \left\{ \frac{V_2 R^2}{2} \left[2 \arccos\left(1 - \frac{h_2}{R}\right) - \sin\left(2 \arccos\left(1 - \frac{h_2}{R}\right)\right) \right] - I_1 - I_2 + O_1 \right\} \frac{\Delta t}{2A} \quad (5.24)$$

Pour trouver une solution à notre problème, nous avons besoin d'une seconde équation. Pour cela, nous utiliserons la théorie des ondes de gravité. Nous admettons en guise d'hypothèse que le pas de temps du calcul est suffisamment petit pour que l'augmentation ou la diminution du débit à l'entrée de la conduite puisse être interprétée comme le déplacement d'une onde de gravité à la célérité V_w comme indiqué à la Figure 5-4. Si nous considérons une interface mobile se déplaçant à la vitesse V_w , l'écoulement non permanent peut être transformé virtuellement en un écoulement permanent. Par application du principe de conservation de la masse et de la dynamique entre les sections A_1 et A_2 , on obtient les équations suivantes:

$$(V_w - V_1)A_1 = (V_w - V_2)A_2 \quad (5.25)$$

$$A_1 (V_1 - V_w)(V_1 - V_2) = g A_2 \bar{y}_2 - g A_1 \bar{y}_1 \quad (5.26)$$

où A_1 et A_2 sont les périmètres mouillés, V_1 et V_2 les vitesses moyennes, g l'accélération de la gravité, $\bar{y}_1$ et $\bar{y}_2$ les centroïdes des surfaces mouillées A_1 et A_2 qui sont respectivement calculés comme suit:

$$\bar{y}_n = \begin{cases} \frac{2}{3A_n} \left[R \cdot \sin \left(\arccos \left(1 - \frac{h_n}{R} \right) \right) \right]^3 - R + h_n & \text{si } (h_n \leq R) \\ \frac{2}{3A_n} \left[R \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{h_n}{R} - 1 \right) \right) \right]^3 - R + h_n & \text{si } (h_n \geq R) \end{cases} \quad (5.27)$$

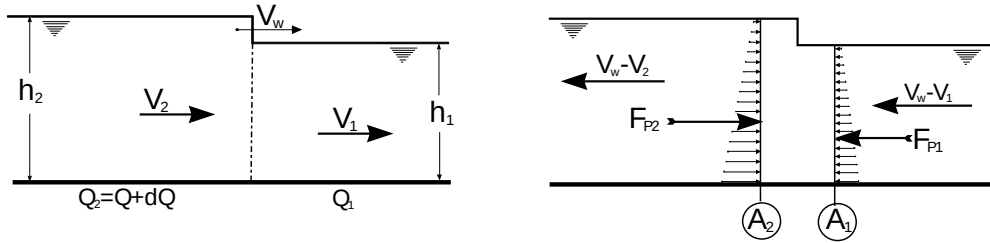


Figure 5-4: Propagation d'une onde de remplissage

La célérité du front d'onde (V_w) peut être obtenue des équations (5.25) et (5.26) comme suit:

$$V_w = V_1 + \sqrt{A_2 g \frac{(A_2 \bar{y}_2 - A_1 \bar{y}_1)}{A_1 (A_2 - A_1)}} \quad (5.28)$$

Par substitution de l'équation (5.28) dans l'équation (5.26) nous obtenons l'équation aux inconnues V_2 et h_2 suivante:

$$g(V_2, h_2) = A_1 A_2 (V_1 - V_2)^2 - g(A_2 \bar{y}_2 - A_1 \bar{y}_1)(A_2 - A_1) \quad (5.29)$$

La solution des conditions aux limites est fournie par la résolution du système d'équations non linéaire suivant:

$$\begin{cases} f(V_2, h_2) = 0 \\ g(V_2, h_2) = 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

La solution de ce système est obtenue en utilisant le solveur globalement convergent pour systèmes d'équations non linéaires (Press, William H. et al., 1995).

Pendant la phase de vidange, la diminution d'apport total dans le regard se traduit par une baisse du niveau de l'eau dans la jonction. En utilisant la même technique présentée ci-dessus, on obtient la configuration présentée à Figure 5-5 ci-dessous:

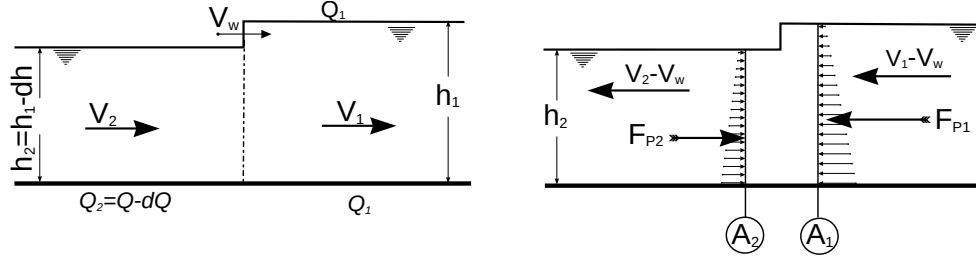


Figure 5-5: Vidange du regard

Dans ce cas, l'application de la même méthode conduit également à la fonction de l'équation (5.29):

5.3.2.2 Conditions limites à la sortie de la conduite

Les conditions aux limites à la sortie de la conduite pour un écoulement gravitaire sont entièrement définies grâce à la méthode des caractéristiques:

$$V_n = \frac{c_L K_{pos} + c_R K_{neg}}{c_R + c_L} \quad h_n = \frac{c_R c_L}{g(c_L + c_R)} (K_{pos} - K_{neg}) \quad (5.31)$$

Les variables intermédiaires V_L , h_L et c_L , V_R , h_R et c_R sont déterminées à l'aide des équations (5.6) et (5.7);

$$K_{pos} = V_L + (g/c_L) h_L + g [S_0 - (S_f)_L] \Delta t \quad \text{et} \quad K_{neg} = V_R - (g/c_R) h_R + g [S_0 - (S_f)_R] \Delta t.$$

5.4 Écoulement gravitaire et continu à la limite

Lorsque la ligne d'écoulement à travers la jonction est continue, la méthodologie proposée ci-dessus ne converge pas toujours. Afin de rechercher une stabilité du calcul numérique, la seconde approche proposée dans cette partie modélise et calcule simultanément les conditions aux limites de toutes les conduites reliées au regard. Elle aboutit à la résolution d'un système d'équations non linéaires complexe qui ne peut se faire sans simplifications. Pour cela, des hypothèses plausibles sont formulées pour simplifier judicieusement les équations afin d'arriver à une convergence de la

solution numérique. De plus le pas de temps de calcul (Δt) est subdivisé en n intervalles dont la durée est égale à : $\Delta t / n$.

5.4.1 Cas d'un écoulement fluvial

Afin de simplifier la présentation de la méthodologie de calcul, une jonction simple (Figure 5-6) connectant deux conduites (l'une à l'amont et l'autre à l'aval) sera utilisée dans cette partie. Notons cependant que la méthodologie peut aisément être étendue à des jonctions connectant plusieurs conduites.

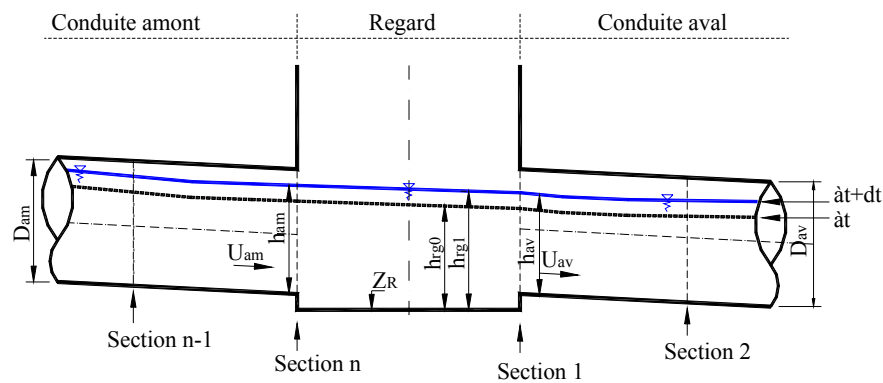


Figure 5-6: Jonction d'un nœud simple

Cinq inconnues doivent être déterminées pour caractériser l'écoulement au point de jonction : la hauteur d'eau (h_2^{am}) et la vitesse (V_2^{am}) à l'entrée du regard, la hauteur d'eau dans le regard (H_{rg}), la hauteur d'eau (h_2^{av}) et la vitesse (V_2^{av}) à la sortie du regard. Pour cela cinq équations doivent être recherchées. La détermination de ces équations doit tenir compte de la nature de l'écoulement aux limites du système. Pour un écoulement fluvial, à travers le regard, la MDC offre deux équations (5.4): la caractéristique négative calculée à la première section de la conduite aval et la caractéristique positive calculée à la première dernière section de la conduite amont. L'équation de continuité à travers le regard fournit la troisième équation (5.8). Deux autres équations pouvant être utilisées sont fournies par l'application de l'équation d'énergie (5.11) aux conduites amont et aval.

Afin d'optimiser le temps de calcul, de rechercher une stabilité de la solution numérique et de garantir une solution du système d'équations, nous nous procédons ci-après à quelques simplifications des équations à la limite du système:

5.4.1.1 Première simplification possible

Lorsque la cote piézométrique de la profondeur critique à l'extrémité de la conduite amont est plus élevée que la cote du plan d'eau dans la conduite aval, on peut raisonnablement admettre que l'entrée d'eau dans le regard se fait à la profondeur critique. Dans ces conditions, la MDC est suffisante pour calculer la limite en amont du regard puisque les deux courbes caractéristiques sont incluses dans le domaine de solution. Les équations se simplifient donc et la condition test à satisfaire pour utiliser les équations développées dans cette partie est la suivante:

$$Z_{am} + h_{cr,am}^{t+\Delta t} > Z_{av} + h_{av}^t \quad (5.32)$$

Où Z_{am} (respectivement Z_{av}) est la cote du radier de la conduite amont (respectivement aval) au point de sa jonction avec le regard, $h_{cr,am}^{t+\Delta t}$ est la profondeur critique de l'écoulement dans la conduite amont au temps $t + \Delta t$ et h_{av}^t la profondeur de l'écoulement dans la conduite aval au temps t . cinq équations sont donc nécessaires. Lorsque la condition de l'équation (5.32) est satisfaite, les deux premières inconnues peuvent être obtenues par application de la méthode des caractéristiques aux deux dernières sections de la conduite amont : La vitesse et la hauteur peuvent être calculées à la limite amont en utilisant les formules ci-après:

$$V_n^{t+\Delta t} = \frac{c_L \left(V_L + \frac{g}{c_L} h_L + g \left[S_0 - (S_f)_L \right] \Delta t \right) + c_R \left(V_R - \frac{g}{c_R} h_R + g \left[S_0 - (S_f)_R \right] \Delta t \right)}{c_R + c_L} \quad (5.33)$$

$$h_n^{t+\Delta} = \frac{c_R c_L}{g(c_L + c_R)} \left(V_L + \frac{g}{c_L} h_L + g \left(S_0 - (S_f)_L \right) \Delta t - V_R - \frac{g}{c_R} h_R + g \left(S_0 - (S_f)_R \right) \Delta t \right)$$

Les variables intermédiaires (V_L, c_L, h_L) et (V_R, c_R, h_R) sont calculés comme suit:

$$V_L = \frac{V_n^t - \alpha(c_{n-1}V_n^t - c_nV_{n-1}^t)}{1 + \alpha(V_n^t - V_{n-1}^t + c_n - c_{n-1})} \quad c_L = \frac{c_n - \alpha V_L(c_n - c_{n-1})}{1 + \alpha(c_n - c_{n-1})} \quad h_L = h_n^t - \alpha(V_L + c_L)(h_n^t - h_{n-1}^t) \quad (5.34)$$

$$V_R = V_n^t \quad c_R = c_n \quad h_R = h_n^t \quad (5.35)$$

Dans les équations (5.34) et (5.35) les index n et $n-1$ désignent respectivement la dernière et l'avant-dernière section de la conduite discrétisée. Les deux premières inconnues étant déterminées, il reste donc trois inconnues qui nécessitent trois équations supplémentaires. La

première est donnée par la caractéristique négative calculée à la première section de la conduite aval:

$$V_{av}^{t+\Delta t} - (g/C_R)h_{av}^{t+\Delta t} = V_R - (g/C_R)h_R + g \left[S_0 - (S_f)_R \right] \Delta t \quad (5.36)$$

La seconde est obtenue en appliquant le principe de conservation de la masse à travers le regard, laquelle est reformulée en utilisant le théorème de l'énergie spécifique comme suit:

$$\left(V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{am}^t \right) - \frac{A_{rg}}{g \Delta t} \left[2g(h_{av}^{t+\Delta t} - h_{av}^t) + \left(V_{av}^{t+\Delta t} \right)^2 - \left(V_{av}^t \right)^2 \right] = 0 \quad (5.37)$$

La dernière équation traduit le principe de conservation de l'énergie entre le regard et la section aval :

$$h_{rg}^{t+\Delta t} = h_{av}^{t+\Delta t} + (Z_{av} - Z_{rg}) + (1 + k_{av}) \frac{(V_{av}^{t+\Delta t})^2}{2g} \quad (5.38)$$

Où $h_{rg}^{t+\Delta t}$ et Z_{rg} représentent respectivement la hauteur d'eau dans le regard au temps $t + \Delta t$ et la cote radier du regard.

5.4.1.2 Deuxième simplification possible

La deuxième simplification possible consiste à admettre que:

$$h_{am}^{t+\Delta t} + z_{am} = h_{av}^{t+\Delta t} + z_{av} = h_{rg}^{t+\Delta t} + z_{rg} \quad (5.39)$$

$h_{rg}^{t+\Delta t}$, $h_{am}^{t+\Delta t}$ et $h_{av}^{t+\Delta t}$ sont respectivement les profondeurs d'eau au temps $t + \Delta t$ dans le regard et dans les conduites amont et aval. Le système d'équations à résoudre est donc constitué des deux équations caractéristiques, de la conservation de la masse et des équations (5.39);

La résolution de ce système d'équations non linéaires est faite à l'aide d'une méthode numérique appropriée. Nous utilisons ici une technique itérative.

5.4.2 Cas d'un écoulement torrentiel

Lorsque l'écoulement est torrentiel, on utilise les deux équations caractéristiques à la limite amont, pour calculer $h_{am}^{t+\Delta t}$ et $U_{am}^{t+\Delta t}$:

$$h_{am}^{t+\Delta t} = \frac{k_{pos} - k_{neg}}{g/c_L + g/c_R} V_{am}^{t+\Delta t} = k_{neg} + (g/c_R) h_{am}^{t+\Delta t} \quad (5.40)$$

Par la suite, on peut admettre que:

$$h_{am}^{t+\Delta t} + Z_{am} = h_{av}^{t+\Delta t} + Z_{av} = h_{rg}^{t+\Delta t} + Z_{rg} \quad (5.41)$$

Enfin l'équation de conservation est utilisée pour compléter le système d'équations:

$$V_{av}^{t+\Delta t} = \frac{1}{A_{av}^{t+\Delta t}} \left[V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} + \left(Q_{am}^t - Q_{av}^t + Q_{rg}^{t+\Delta t} + \right) - \frac{A_{rg}}{g\Delta t} \left(2g(h_{av}^{t+\Delta t} - h_{av}^t) + \right) \right] \quad (5.42)$$

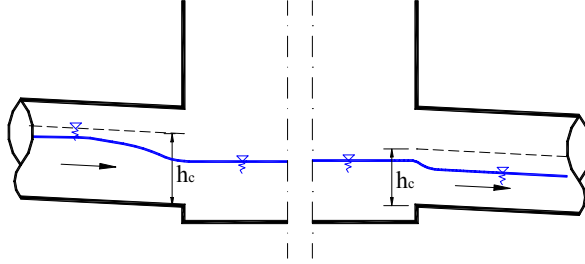


Figure 5-7: Schéma d'un regard à la compatibilité 2 torrentiel

5.5 Conditions aux limites en régime pressurisé

Lorsque l'écoulement s'effectue en charge (Figure 5-8), les inconnus des conditions aux limites sont au nombre de 5: les vitesses à l'entrée et à la sortie du regard, les charges piézométriques à l'entrée et à la sortie du regard et la hauteur d'eau dans le regard. Cinq équations sont donc nécessaires pour déterminer les variables caractéristiques de l'écoulement: les deux premières sont obtenues à partir des équations caractéristiques définies à la sortie de la conduite amont et à l'entrée de la conduite aval:

$$V_{am}^{t+\Delta t} + \frac{g}{a} H_{am}^{t+\Delta t} = K_{pos} = V_L + (g/a_L) H_L + g \left[S_0 - (S_f)_L \right] \Delta t \quad (5.43)$$

$$V_{av}^{t+\Delta t} - \frac{g}{a} H_{av}^{t+\Delta t} = K_{neg} = V_R - (g/a_R) H_R + g \left[S_0 - (S_f)_R \right] \Delta t \quad (5.44)$$

Où : $H_{am}^{t+\Delta t}$ et $H_{av}^{t+\Delta t}$ sont respectivement les piézométries au $t + \Delta t$ à l'entrée et à la sortie du regard. La troisième équation traduit la conservation de la masse à travers le regard et peut s'exprimer comme suit:

$$H_{av}^{t+\Delta t} - H_{av}^t + \frac{1}{2g} \left[(V_{av}^{t+\Delta t})^2 - (V_{av}^t)^2 \right] = \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left[V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{rg}^{t+\Delta t} \right. \\ \left. + Q_{am}^t + Q_{rg}^t - Q_{av}^t - Q_0^{t+\Delta t} - Q_0^t \right] \quad (5.45)$$

La quatrième équation exprime la conservation d'énergie entre les sections amont et aval du regard:

$$H_{am}^{t+\Delta t} + \frac{1-K_{am}}{2g} (V_{am}^{t+\Delta t})^2 - H_{av}^{t+\Delta t} - \frac{1+K_{av}}{2g} (V_{av}^{t+\Delta t})^2 = 0 \quad (5.46)$$

La hauteur d'eau dans le regard est ensuite calculée en appliquant la conservation de l'énergie entre la conduite amont et le regard ou entre le regard et la conduite aval.

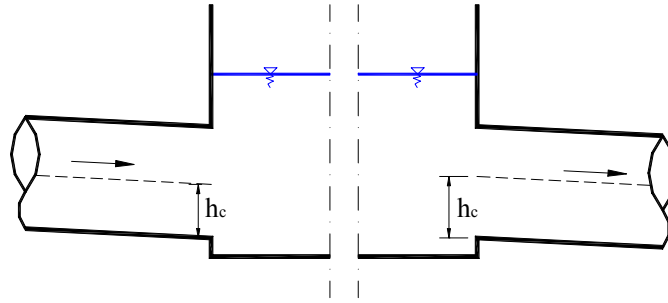


Figure 5-8: Schéma d'un regard avec un écoulement pressurisé

5.5.1 Extrémité amont avec un écoulement pressurisé

Lorsque l'écoulement entre librement dans la canalisation, deux équations sont nécessaires pour obtenir les deux inconnues du système que sont la charge piézométrique et la vitesse de l'eau à la limite du système. Ces deux équations sont fournies par la caractéristique négative (5.5) et l'équation de conservation d'énergie, discrétisée comme suit:

$$H_{av}^{t+\Delta t} + \frac{1}{2g} (V_{av}^{t+\Delta t})^2 - H_{av}^t - \frac{1}{2g} (V_{av}^t)^2 - \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left[V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{rg}^{t+\Delta t} \right. \\ \left. + Q_{av}^t + Q_{rg}^t - Q_0^{t+\Delta t} - Q_0^t \right] = 0 \quad (5.47)$$

5.5.2 Extrémité aval munie d'une vanne

Afin de caractériser l'écoulement en charge à l'extrémité aval d'une conduite munie d'une vanne d'arrêt, on utilise la caractéristique positive et l'équation de débit pour orifice. Au temps initial (t_0), on admet que l'écoulement à l'extrémité aval de la conduite est caractérisé par une charge piézométrique H_1 et une vitesse V_1 . Si A est la section de la canalisation, C_d le coefficient de débit de la vanne et A_G la section d'ouverture de la vanne, le débit initial dans la conduite s'obtient de la formule d'orifice (Streeter, V. L. & Wylie, B. E., 1967) par:

$$Q_1 = V_1 A_1 = (C_d A_G)_1 \sqrt{2gH_1} \quad (5.48)$$

En supposant que la fermeture/l'ouverture de la vanne est une fonction quelconque du temps, le débit (Q_2) à un instant ultérieur $t + \Delta t$ peut s'exprimer sous la forme :

$$Q_2 = V_2 A_2 = (C_d A_G)_2 \sqrt{2gH_2} \quad (5.49)$$

Des équations (5.48) et (5.49) on obtient :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(C_d A_G)_2}{(C_d A_G)_1} \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} = \tau \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} \quad (5.50)$$

τ est le coefficient de fermeture de la vanne. Avant le début de la fermeture $\tau = 1$. Si t_c est la durée de la fermeture, alors $\tau = (1 - t/t_c)^m$. Par ailleurs, la caractéristique positive permet de relier la vitesse V_2 et la piézométrie H_2 . En combinant judicieusement la caractéristique positive et l'équation (5.50), on obtient une équation de second degré de la forme:

$$V_2^2 + C_4 V_2 - C_4 K_{pos} = 0 \quad \text{avec} \quad C_4 = a \tau^2 V_1^2 / g H_1 \quad (5.51)$$

La seule solution positive de cette équation est :

$$V_2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{C_4^2 + 4C_4 K_{pos}} - C_4 \right) \quad (5.52)$$

Et la charge piézométrique s'obtient ensuite par : $H_2 = a (K_{pos} - V_2) / g$

5.6 Changement de régime au point de jonction

Deux cas de changement du régime d'écoulement au point de jonction seront examinés dans cette partie: le passage du régime torrentiel au régime fluvial et le passage du régime fluvial au régime torrentiel.

5.6.1 Passage du régime torrentiel au régime fluvial

Le passage du régime torrentiel au régime fluvial s'accompagne généralement d'un ressaut hydraulique. Afin de permettre au modèle de simuler automatiquement ce régime d'écoulement, nous admettons que: (1) le ressaut est localisé à l'intérieur du regard; (2) l'écoulement à la limite amont est torrentiel alors qu'il est fluvial à la limite aval. Par conséquent, les deux courbes caractéristiques de la conduite amont coupent le domaine de solution et peuvent être utilisées pour caractériser l'écoulement à l'entrée du regard: voir les équations (5.40); par ailleurs, l'écoulement étant supposé fluvial à la limite aval, la caractéristique négative (5.36) peut être utilisée pour déterminer les conditions aux limites à l'entrée de la conduite aval. La dernière équation nécessaire pour résoudre est fournie par l'équation de continuité (5.37). L'équation d'énergie ne pouvant être utilisée à cause de la perte d'énergie dans le ressaut hydraulique, nous admettons que le niveau de l'eau dans le regard est la moyenne des niveaux d'eau dans les conduites connectées. L'algorithme général de calcul se présente comme suit:

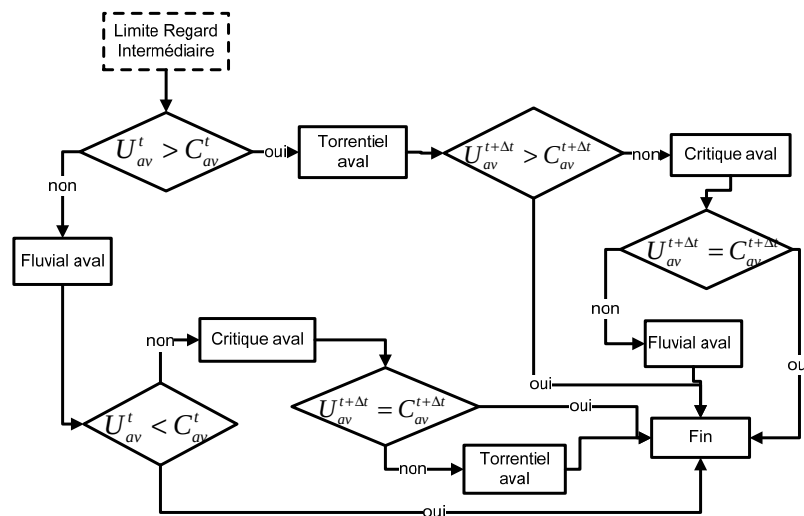


Figure 5-9: Calcul des limites à surface libre au regard intermédiaire

5.6.2 Passage du régime fluvial au régime torrentiel

Lorsque le changement de régime s'effectue du régime fluvial vers le régime torrentiel à la jonction, la ligne d'eau passe nécessairement par la profondeur critique qui, nous l'admettons, est localisée à l'entrée de la conduite aval (voir Figure 5-10). Dans ces conditions, la MDC offre deux équations: la caractéristique positive calculée à la dernière section de la conduite amont et la caractéristique négative (critique) calculée à l'entrée de la conduite aval. De plus, l'équation de la profondeur critique peut-être utilisée à la limite aval. Les deux dernières équations nécessaires pour résoudre sont les équations d'énergie appliquée pour la conduite amont et la conservation de la masse à travers le regard.

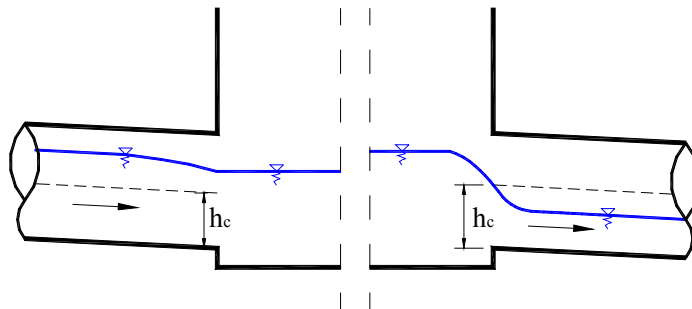


Figure 5-10: Changement de régime Fluvial-Torrentiel

5.7 Condition aux limites pendant la phase d'initiation

La procédure d'initiation du front de transition tel qu'étudié au chapitre 3, est calculée itérativement selon une méthodologie basée sur le principe d'essai et erreur: lorsque les conditions requises pour initier l'écoulement transitoire sont remplies, le système automatique de calcul essaie d'initier le front de transition. À chaque tentative infructueuse, les conditions aux limites doivent être soigneusement déterminées de part et d'autre de la jonction afin de préserver la continuité de l'écoulement et de permettre à la simulation de se poursuivre. La procédure de calcul présentée dans ce paragraphe doit donc être comprise comme un complément de l'étude effectuée au chapitre 3. L'initiation de l'écoulement transitoire (passage du régime gravitaire au régime transitoire) peut se faire à partir d'un regard d'extrémité ou à partir d'un regard intermédiaire.

5.7.1 Regard intermédiaire en charge avec la conduite aval à surface libre

Cette méthode de calcul des conditions aux limites est utilisée pendant la phase d'initiation de l'écoulement transitoire lorsque la tentative d'initiation de l'onde aval (se propageant vers l'amont) est un succès alors que celle de l'onde amont (se propageant vers l'aval) est un échec. Dans ces conditions, on admet que les limites amont sont connues. Toutefois, les limites à l'entrée de la conduite aval doivent être calculées afin de préserver la continuité de la solution numérique. Pour cela, on utilise la caractéristique positive, la conservation de masse et l'équation d'énergie pour déterminer les trois inconnues que sont la vitesse, la hauteur d'eau à l'entrée de la conduite aval et dans le regard :

$$\begin{cases} V_{av}^{t+\Delta t} = k_{neg} + (g/C_R) h_{av}^{t+\Delta t} \\ \left(V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{am}^t \right) - \frac{A_{rg}}{g \Delta t} \left[2g(h_{av}^{t+\Delta t} - h_{av}^t) + (V_{av}^{t+\Delta t})^2 - (V_{av}^t)^2 \right] = 0 \\ Z_{rg1} = Z_{reg0} + \frac{\Delta t}{2A_{rg}} (V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{am}^t - Q_{av}^t + Q_{rg}^{t+\Delta t} + Q_{rg}^t - Q_0^{t+\Delta t} - Q_0^t) \end{cases} \quad (5.53)$$

Où : Z_{rg1} et Z_{rg0} sont les niveaux piézométriques dans le regard au temps $t + \Delta t$ et t respectivement. La résolution de ce système d'équations non linéaires permet de calculer les paramètres d'écoulement et de conserver la stabilité du modèle pendant la phase de transition.

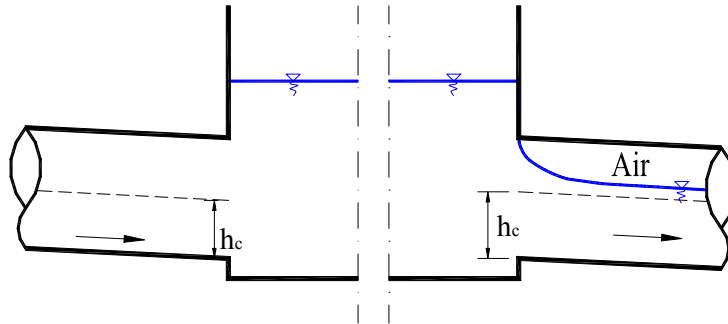


Figure 5-11: Regard en régime mixte pressurisé amont et Gravitaire aval

5.7.2 Regard intermédiaire en charge avec la conduite amont à surface libre

Cette méthode de calcul des conditions aux limites est utilisée pendant la phase d'initiation de l'écoulement transitoire lorsque la tentative d'initiation de l'onde aval (se propageant vers l'amont) est un échec alors que celle de l'onde amont (se propageant vers l'aval) est un succès.

De manière analogue à ce qui a été dit au chapitre précédent, on admet que les conditions aux limites sont connues à la sortie du regard. Toutefois, les limites à l'entrée du regard doivent être calculées afin de préserver la continuité de la solution numérique. Pour cela, on utilise la caractéristique négative, la conservation de masse et l'équation d'énergie pour déterminer les trois inconnues que sont la vitesse, la hauteur d'eau à l'entrée de la conduite aval et dans le regard:

$$\begin{cases} V_{am}^{t+\Delta t} = k_{pos} - (g/C_L) h_{am}^{t+\Delta t} \\ \left(V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{am}^t \right) - \frac{A_{rg}}{g\Delta t} \left[2g(h_{am}^{t+\Delta t} - h_{am}^t) + \left(V_{am}^{t+\Delta t} \right)^2 - \left(V_{am}^t \right)^2 \right] = 0 \\ Z_{rg1} = Z_{reg0} + \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left(V_{am}^{t+\Delta t} A_{am}^{t+\Delta t} - V_{av}^{t+\Delta t} A_{av}^{t+\Delta t} + Q_{am}^t \right) - \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left(-Q_{av}^t + Q_{rg}^{t+\Delta t} + Q_{rg}^t - Q_0^{t+\Delta t} - Q_0^t \right) \end{cases} \quad (5.54)$$

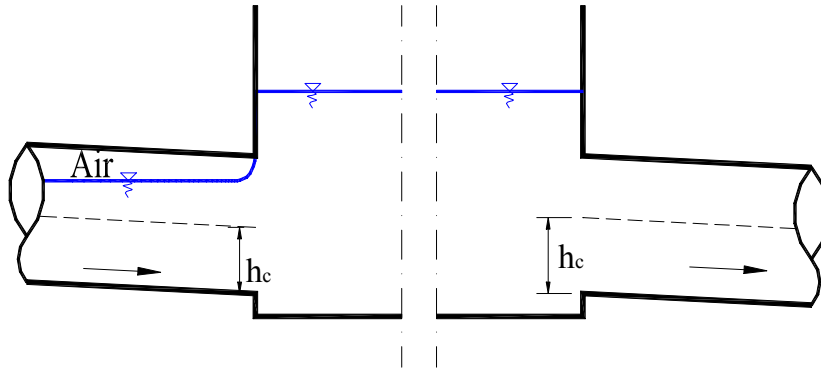


Figure 5-12: Regard en régime mixte Gravitaire amont et pressurisé aval

5.8 Conditions aux limites en régime transitoire

La propagation d'un front de remplissage ou de vidange à travers le réseau passe nécessairement par la jonction. Afin de simuler automatiquement le processus de transition, il est utile d'étudier le comportement des nœuds pendant le passage du front.

5.8.1 Passage d'un front d'amont dans le regard

Cette limite est utile lors du passage d'un front de remplissage d'amont à travers le regard. Le calcul des conditions d'écoulement dans la conduite amont s'effectue sur un pas de temps très petit en comparaison du pas de temps utilisé pour la conduite aval qui s'écoule selon un régime gravitaire. Afin d'avancer la solution au pas de temps dtp la conduite amont est calculée jusqu'à

l'avant dernière section (section précédant celle située à l'entrée du regard). Ensuite les conditions aux limites doivent être calculées autant pour la conduite amont qui est en charge que pour la conduite aval qui s'écoule à surface libre. Pour cela, on utilise la caractéristique négative aval (5.36), la caractéristique positive amont (en charge), la conservation d'énergie entre l'amont et le regard, la conservation d'énergie entre le regard et la conduite aval et la conservation de masse à travers le regard. Le système d'équations suivant doit être résolu pour déterminer les conditions limites permettant de conserver à la fois la stabilité du modèle et la continuité du schéma numérique.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{am}^{t+i\cdot\delta t} = K_{pos} - (g/a) H_{am}^{t+i\cdot\delta t} \\ V_{av}^{t+i\cdot\delta t} = k_{neg} + (g/c_R) h_{av}^{t+i\cdot\delta t} \\ h_{am}^{t+i\cdot\delta t} = \Delta h_{reg} + h_{am}^{t+(i-1)\cdot\delta t} + \frac{\alpha}{2g} (V_{am}^{t+(i-1)\cdot\delta t})^2 - \frac{\alpha}{2g} (V_{am}^{t+i\cdot\delta t})^2 \\ H_{av}^{t+i\cdot\delta t} = \Delta h_{reg} + H_{av}^t + \frac{\alpha}{2g} (V_{av}^t)^2 - \frac{\alpha}{2g} (V_{av}^{t+i\cdot\delta t})^2 \\ Z_{reg}^{t+i\cdot\delta t} = Z_{reg}^{t+(i-1)\cdot\delta t} + \frac{\Delta t}{2A_{reg}} \left(V_{am}^{t+\delta t} A_{am}^{t+\delta t} - V_{av}^{t+i\cdot\delta t} A_{av}^{t+i\cdot\delta t} + Q_{am}^{t+(i-1)\cdot\delta t} \right. \\ \left. - Q_{av}^t + Q_{rg}^{t+i\cdot\delta t} + Q_{rg}^{t+(i-1)\cdot\delta t} - Q_0^{t+i\cdot\delta t} - Q_0^{t+(i-1)\cdot\delta t} \right) \end{array} \right. \quad (5.55)$$

5.8.2 Passage d'un front d'aval dans le regard

Lors du passage d'un front d'onde d'aval à travers un regard intermédiaire, l'écoulement s'effectue à surface libre en amont du regard alors qu'il est en charge en aval. De manière analogue à la procédure étudiée ci-dessus, le calcul des conditions aux limites permettant d'avancer la solution d'un pas de temps δt nécessitera l'utilisation de: (1) la caractéristique positive amont à surface libre (avec en référence le temps initial t), (2) la caractéristique négative aval (en charge), (3) la conservation d'énergie à l'entrée et à la sortie du regard (4) et la conservation de la masse à travers du regard. La combinaison de ces équations permet d'obtenir le système d'équations ci-après dont la résolution permet de caractériser l'écoulement au nœud du système:

$$\begin{cases}
V_{am}^{t+i\delta t} = k_{pos} - (g/C_L) h_{am}^{t+i\delta t} \\
V_{av}^{t+i\delta t} = k_{neg} + (g/a_{av}) H_{av}^{t+i\delta t} \\
\Delta H_{reg} = \frac{\Delta t}{2A_{reg}} \left(V_{am}^{t+(i-1)\cdot\delta t} A_{am}^{t+(i-1)\cdot\delta t} - V_{av}^{t+i\delta t} A_{av}^{t+i\delta t} + Q_{am}^t \right) \\
\quad \left(-Q_{av}^t + Q_{rg}^{t+\Delta t} + Q_{rg}^t - Q_0^{t+i\delta t} - Q_0^t \right) \\
h_{am}^{t+i\delta t} = \Delta h_{reg} + h_{am}^t + \frac{\alpha}{2g} (V_{am}^t)^2 - \frac{\alpha}{2g} (V_{am}^{t+i\delta t})^2 \\
H_{av}^{t+i\delta t} = \Delta H_{reg} + H_{av}^{t+(i-1)\cdot\delta t} + \frac{\alpha}{2g} (V_{av}^{t+(i-1)\cdot\delta t})^2 - \frac{\alpha}{2g} (V_{av}^{t+i\delta t})^2 \\
Z_{reg}^{t+i\delta t} = Z_{reg}^{t+(i-1)\cdot\delta t} + \Delta h_{reg}
\end{cases} \quad (5.56)$$

5.9 Applications et discussions

L'évaluation de la méthodologie de calcul présentée dans ce chapitre est effectuée dans le présent paragraphe d'abord sur un modèle théorique puis sur un modèle physique de laboratoire.

5.9.1 Application sur hydrogramme théorique

5.9.1.1 Étude de cas

L'application de la méthodologie décrite ci-dessus est effectuée sur une étude de cas fictive (Daynou, M., Fuamba, & Mahdi, 2009) dans le but de vérifier la capacité du modèle proposé à simuler convenablement les conditions d'écoulement aux limites du système. Le réseau fictif est formé par une conduite circulaire de 100 m de long et de 1 m de diamètre, connectant un regard amont à un regard aval. Afin d'analyser l'influence de la capacité de stockage des regards sur la vitesse de remplissage du regard dans les RAU, nous considérons que l'hydrogramme d'apport au regard amont est triangulaire et que le débit de pointe de cet hydrogramme est supérieur à la capacité de drainage de la canalisation lorsque l'écoulement s'effectue en régime permanent et uniforme. La taille du regard amont a été ensuite augmentée à chaque simulation et le temps de remplissage (temps pris par le niveau de l'eau dans le regard pour atteindre la couronne de la canalisation) calculé.

Par la suite, l'influence de la capacité de stockage du regard sur le temps pris par l'onde de surpression pour se propager du regard amont jusqu'à la limite aval de la conduite est étudiée. Afin de simuler ce cas, nous utilisons un hydrogramme d'apport amont dont le débit de pointe est

le double du débit maximal de la canalisation lorsqu'elle s'écoule en régime permanent et uniforme. Le temps mis par le front de remplissage pour se propager sur la toute la longueur de la canalisation est calculé pour un regard de 1 m de diamètre et pour un regard de 2m de diamètre.

5.9.1.2 Résultats et discussions

La Figure 5-13 ci-après compare les hydrographes entrant et sortant du regard amont ainsi que la variation de la hauteur d'eau dans le regard et à l'entrée de la conduite qui en résultent. On peut constater que pour un regard de 1 m de diamètre, l'hydrographe des apports est presque confondu avec celui du débit sortant. La variation de la hauteur d'eau à l'entrée de la conduite suit celle du regard tout en s'y décalant légèrement lorsque le débit devient trop important. En revanche, lorsque le diamètre est augmenté à 4m, on peut clairement constater l'effet du laminage et sa conséquence sur la variation de la hauteur d'eau dans le regard et à l'entrée de la conduite.

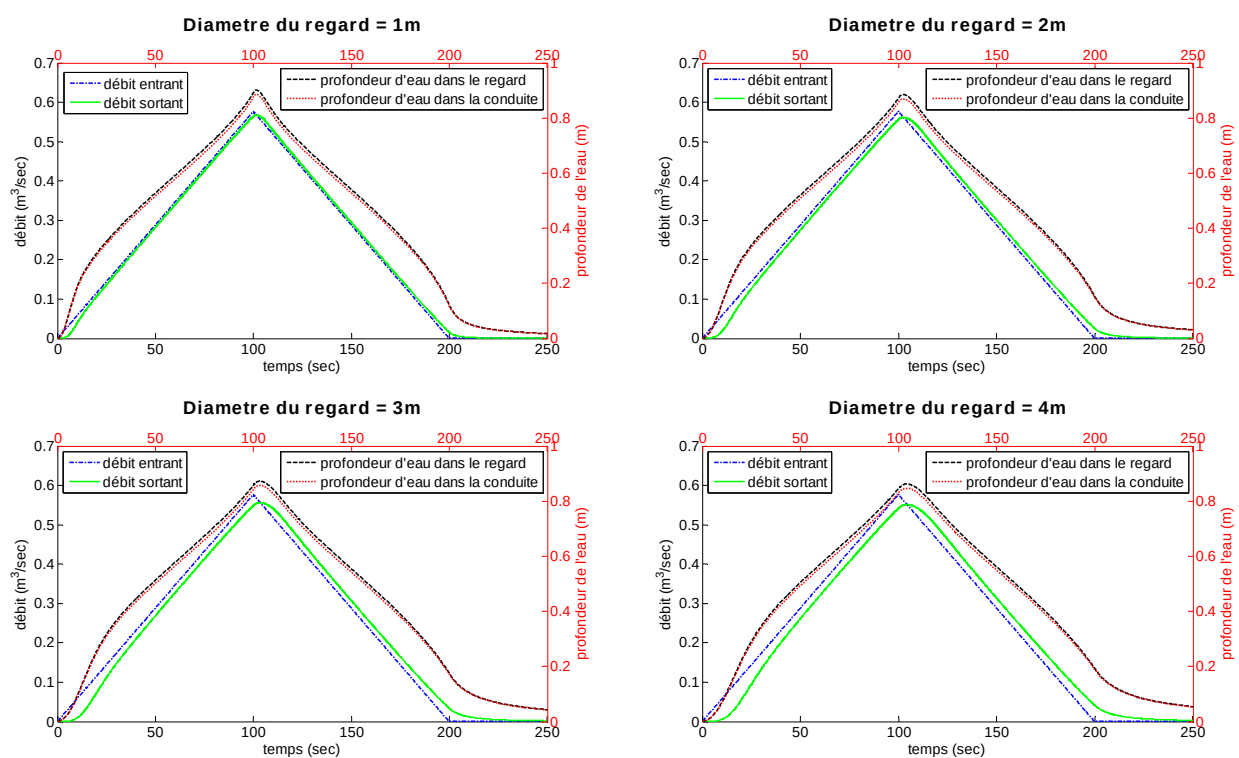


Figure 5-13: Variation des conditions aux limites au regard amont en fonction de la taille du regard

Considérons à présent le temps que met le niveau d'eau dans le regard d'égout pour atteindre la couronne de la canalisation. On remarque que le temps de remplissage varie en fonction de la

taille du regard: pour un regard de 1m de diamètre, le temps de remplissage est de 105 secondes; Ce temps de remplissage est graduellement augmenté à mesure que le diamètre du regard augmente passant successivement à 110 secondes pour un diamètre de 2 mètres, à 118 secondes pour un diamètre de 3 mètres, et à 124 secondes pour un diamètre de 4 mètres.

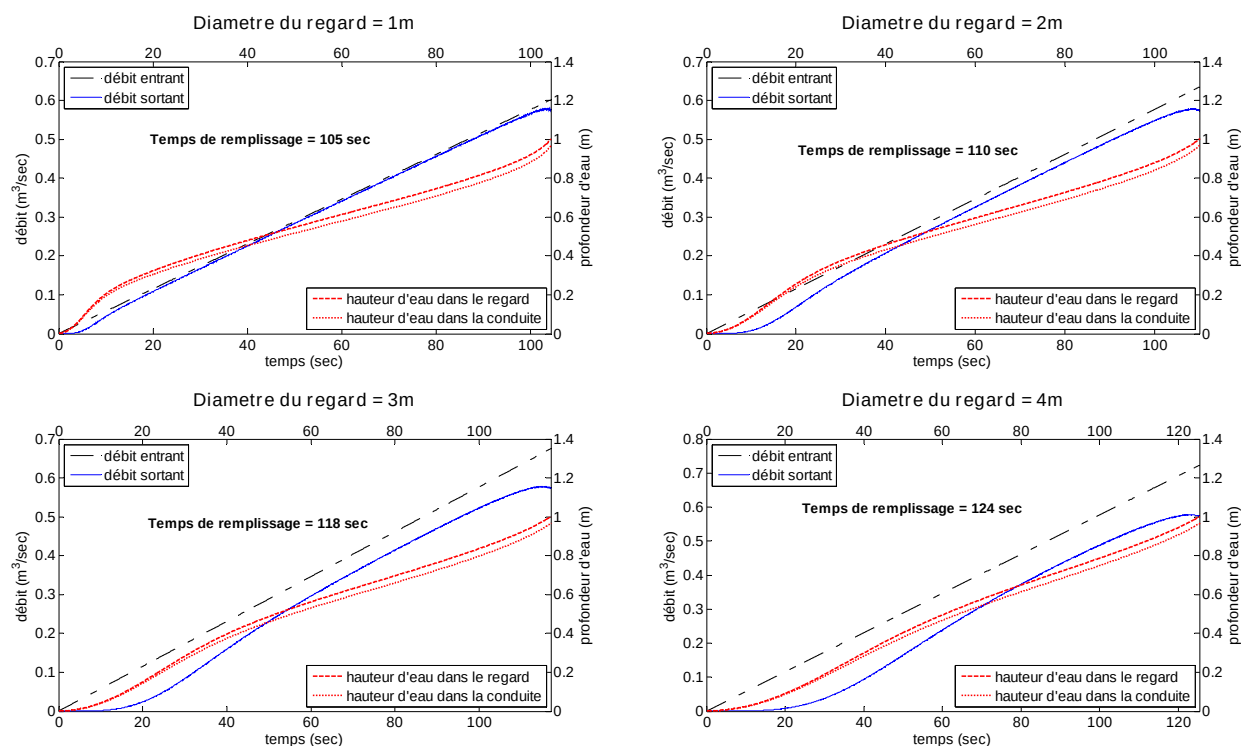


Figure 5-14: variation du temps de remplissage en fonction de la taille du regard

Dans la Figure 5-14 ci-dessus, on peut comparer visuellement les résultats de la simulation du remplissage de la conduite : même pour un diamètre de 1m, on constate une différence de forme entre l'hydrographe des apports et celui du débit sortant du regard. Cette différence est plus prononcée lorsque le diamètre est égal à 4m. En outre la variation du diamètre n'a presque pas d'influence sur la perte de charge singulière à l'entrée de la conduite. Notons également que la forme de l'hydrographe entrant dans la canalisation est bien conforme à celle des conduites convergentes pour lesquelles le débit maximal est obtenu à une profondeur d'eau inférieure au diamètre de la canalisation.

Enfin, l'influence de la capacité de stockage du regard sur la célérité de propagation du front de remplissage est évaluée. Nous pouvons aisément constater en comparant les graphiques de la Figure 5-16 ci-dessous que la vitesse de propagation du front de remplissage ainsi que son

amplitude sont plus important lorsque le diamètre du regard est plus petit: le temps de remplissage est d'environ 4 secondes pour un diamètre de 1mètre alors qu'il est de 5.43 secondes lorsque le diamètre est de 2 mètres. Nous en concluons que la taille du regard de visite influence également l'intensité et la vitesse du phénomène transitoire. En outre, la différence de hauteur atteinte par l'eau dans le regard amont pour les diamètres de 1 et 2 mètres est de 1m. Cette différence est significative surtout pendant les inondations.

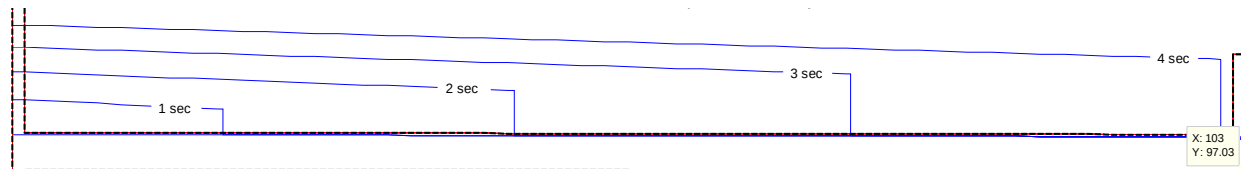


Figure 5-15: Propagation du front de remplissage pour un regard amont de diamètre 1 mètre

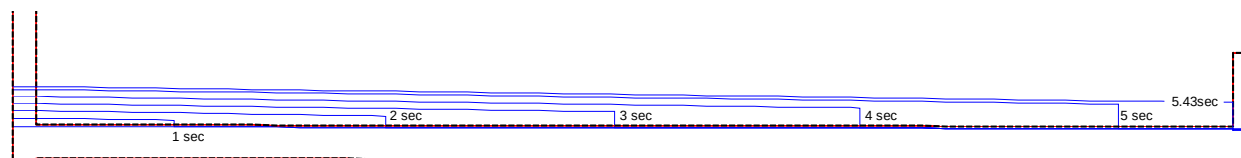


Figure 5-16: Propagation du front de remplissage pour un regard amont de diamètre 2 mètres

5.9.2 Application expérimentale

5.9.2.1 Description sommaire du modèle expérimental

Le modèle physique de laboratoire (Figure 5-17) est composé de deux conduites (C1 et C2) de diamètre 0.10m et de longueurs respectives 5.525m et 4.82m. Ces conduites communiquent à travers trois réservoirs (R1, R2 et R3) qui jouent chacun le rôle d'un regard. Les réservoirs R1 et R3 sont de section horizontale carrée de 1.03 m de côté. Le réservoir R2 est de section horizontale circulaire et son diamètre est de 0.406 m. Les réservoirs R1 et R2 sont alimentés individuellement par des conduites auxiliaires munies de vannes de contrôle et de débitmètres électromagnétiques afin de déterminer exactement les hydrogrammes d'apport permettant d'alimenter le miniréseau en eau. Un débitmètre ultrasonique positionné sur la conduite C1 permet d'obtenir le débit transitant sur cette conduite. La Figure 5-17 indique les positions des différents capteurs de pression qui permettent de mesurer les pressions piézométriques dans le réseau. Un niveau d'eau initial de cinq (5) millimètres est maintenu dans les conduites pour éviter l'entrée d'air dans les capteurs de pression.

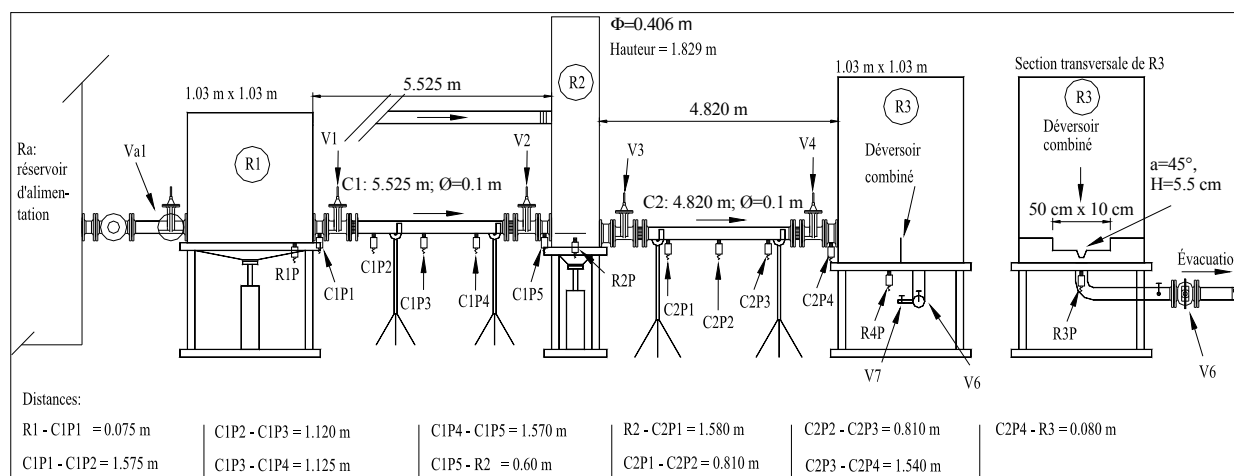


Figure 5-17: Présentation du modèle physique

Tableau 5.2: Paramètres topographiques et géométriques du modèle physique

Conduite	C1	C2
Longueur L (m)	5.525	4.82
Diamètre D (m)	0.10	0.10
Cote du radier entrée (m)	97.10	97.089
Cote du radier sortie (m)	97.089	96.979
Pente S0 (m/m)	0.002	0.002
Regard	R1	R2
Section (m ²)	1.0609	1.1257
Cote du radier (m)	97.00	96.939

5.9.2.2 Protocoles expérimentaux

Le but des essais consiste à générer dans le réseau miniature ainsi conçu les quatre principales phases qui caractérisent l'écoulement dans les réseaux d'assainissement urbains, à savoir : l'écoulement à surface libre, l'écoulement transitoire, l'écoulement en charge et la vidange du réseau. Chaque essai est précédé par le réglage de la pente des différentes conduites et du niveau d'eau dans les réservoirs; on procède ensuite à l'ouverture progressive des vannes d'alimentation des réservoirs R1 et R2 afin d'admettre un débit croissant. Pendant cette première phase, la conduite s'écoule en régime gravitaire. Lorsque le débit d'apport est supérieur à capacité d'évacuation des conduites C1 et C2, l'écoulement transitoire est initialisé et le régime d'écoulement passe du gravitaire au transitoire. Ce régime relativement bref est suivi par le régime pressurisé pendant lequel toutes les conduites s'écoulent en charge. Les vannes sont ensuite refermées après que leur ouverture totale ait été atteinte. Après la fermeture des vannes

d'alimentation, on observe la vidange progressive du réseau. Les hydrogrammes d'apport résultant de la simulation sont présentés dans le Tableau 5.3, le Tableau 5.4 et la Figure 5-18.

Tableau 5.3: Hydrogramme d'apport (R1)

temps (s)	Q (m ³ /h)	temps (s)	Q (m ³ /h)
22.3	1.30	73.4	50.70
26.6	5.08	77.6	50.08
30.9	6.96	81.9	48.90
35.1	7.37	86.1	47.94
39.4	10.40	90.4	46.98
43.6	12.87	94.9	46.08
47.9	12.96	99.1	45.07
52.1	18.16	103.3	43.14
56.3	28.73	107.6	42.63
60.6	33.21	111.8	23.50
64.9	33.96	116.0	1.49
69.1	42.99	120.3	0.00

Tableau 5.4: Hydrogramme d'apport (R2)

temps (s)	Q (m ³ /h)	temps (s)	Q (m ³ /h)
0	0.00	69.1	28.22
22.3	0.00	73.4	28.51
26.6	1.30	77.6	28.52
30.9	1.36	81.9	28.52
35.1	2.38	86.1	28.81
39.4	3.81	90.4	29.05
43.6	4.85	94.9	29.22
47.9	5.63	99.1	31.05
52.1	5.90	103.3	38.00
56.3	7.23	107.6	27.45
60.6	14.95	111.8	4.72
64.9	26.25	116.9	0.00

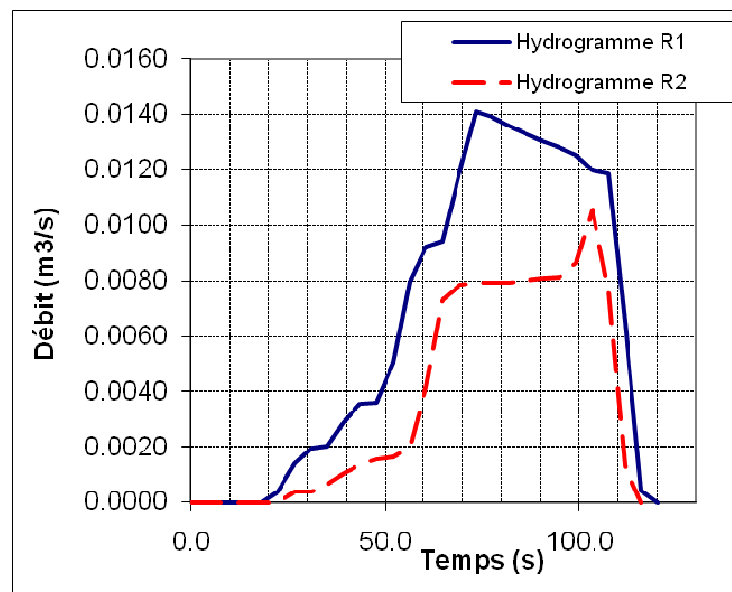


Figure 5-18: Les hydrogrammes de R1 et R2

5.9.2.3 Simulations numériques :

Le modèle numérique utilisé pour la simulation de l'écoulement est décrit en détail au chapitre 4. Afin de calibrer le modèle numérique d'une part et d'évaluer la sensibilité des paramètres de calculs d'autre part, différentes simulations numériques sont exécutées et les résultats comparés

aux mesures du laboratoire. Les simulations présentées dans ce paragraphe ne diffèrent les unes des autres que par les valeurs des coefficients de pertes de charge (k_{av} et k_{am}) utilisées. Le Tableau 5.5 présente ci-après les paramètres utilisés dans les différentes simulations.

Tableau 5.5: Paramètres de simulation

Paramètres	Rugosité de Manning n	Friction de Darcy f	k _{am}	k _{av}	Δx	ε	Nombre de Courant
Scénario 1	0,014	0,028	0,1	0,1	0,1558	0,02	0,95
Scénario 2			0,1	0,4			
Scénario 3			0,1	0,8			
Scénario 4			0,1	0,4			
Scénario 5			0,2	0,4			
Scénario 6			0,3	0,4			
k _{am} :		Coefficient de perte de charge à l'entrée des regards					
k _{av} :		Coefficient de perte de charge à la sortie des regards					

5.9.2.4 Présentation des résultats :

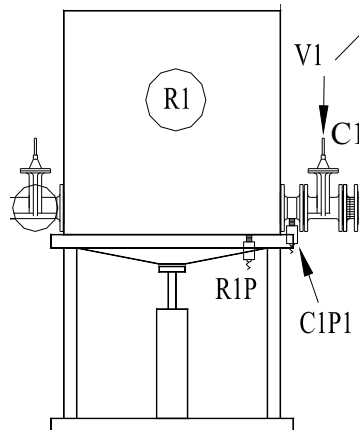


Figure 5-19: position des capteurs piézométriques au regard R1

Les conditions-frontière au regard R1P sont mesurées par les capteurs R1 (piézométrie à l'intérieur du regard R1) et C1P1 (piézométrie à la sortie du regard R1). Les conditions-frontière au regard R2 sont mesurées par les capteurs R2P (piézométrie à l'intérieur du regard R2), C1P5 (piézométrie à l'entrée du regard R2) et C2P1 (piézométrie à la sortie du regard R2). La comparaison des résultats simulés et mesurés est présentée à la Figure 5-20 pour le regard R1 et à la Figure 5-22 pour le regard R2. On constate une bonne concordance globale qui atteste de la

robustesse de la méthodologie de calcul proposée. Les résultats sont meilleurs au regard R1 (regard d'extrémité) qui est peu perturbé. L'analyse de sensibilité du modèle permettra d'évaluer plus précisément les performances du modèle.

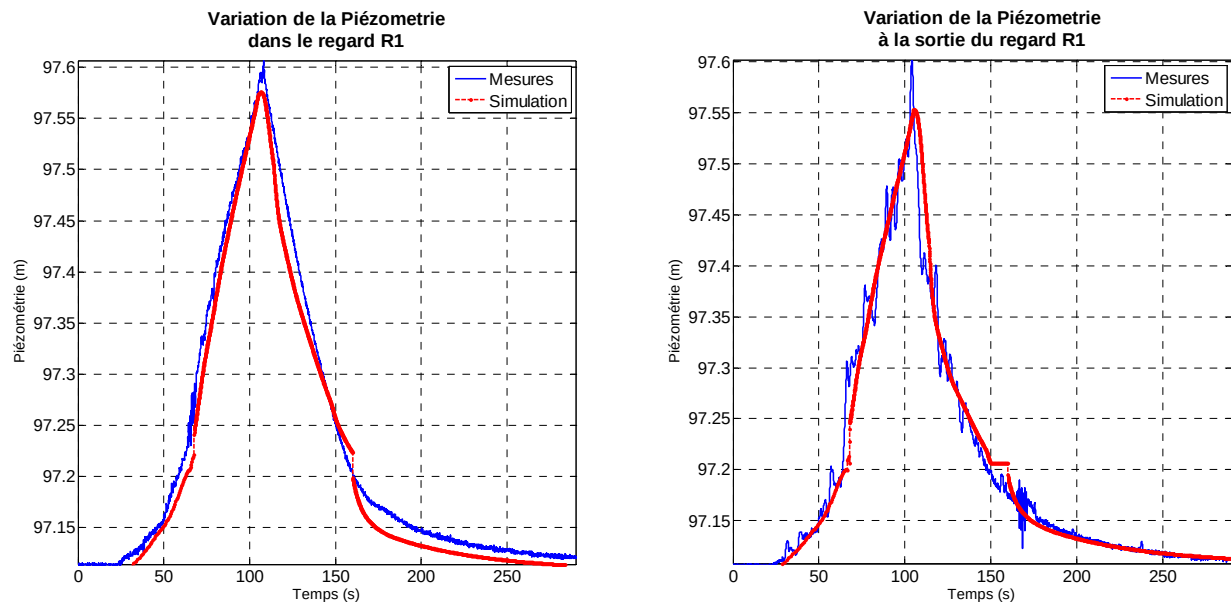


Figure 5-20: Comparaison des piézométries mesurées et simulées à l'intérieur et à la sortie du regard R1

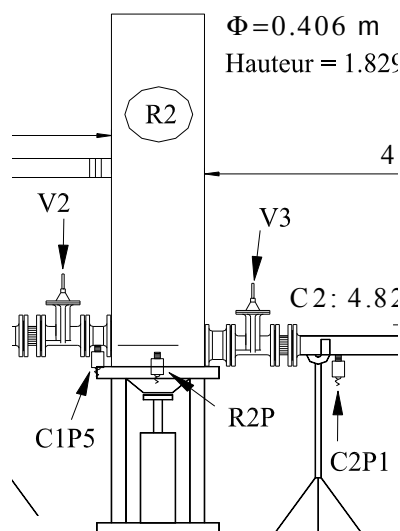


Figure 5-21: positions des capteurs piézométriques au regard R2

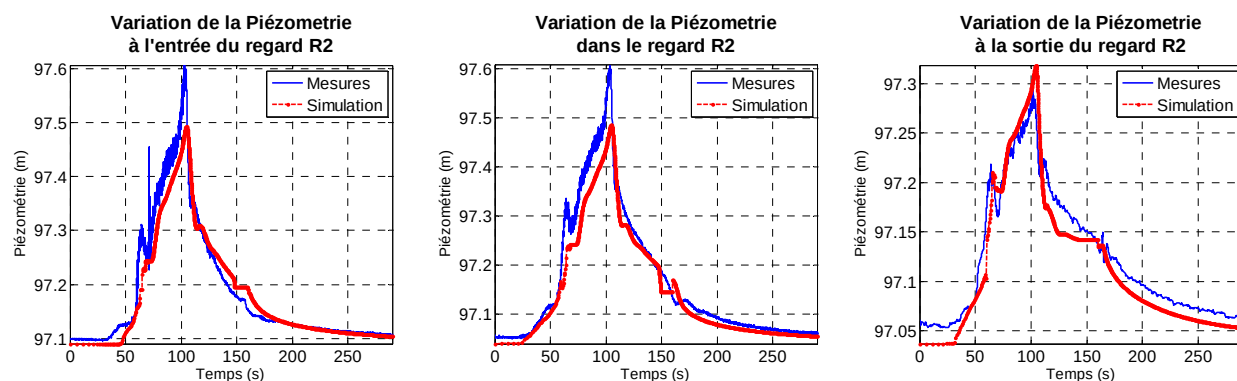


Figure 5-22: Comparaison des piézométries mesurées et simulées à l'entrée, à l'intérieur et à la sortie du regard R2

5.9.2.5 Analyse de sensibilité

Tableau 5.6: Piézométries maximales et différences de pression aux capteurs R1, C1P1, C1P5, R2 et C2P1

K_{am}	K_{av}	R1			C1P1			C1P5			R2			C2P1		
		H_{max}		$\Delta P(\%)$	H_{max}		$\Delta P(\%)$	H_{max}		$\Delta P(\%)$	H_{max}		$\Delta P(\%)$	H_{max}		$\Delta P(\%)$
		mesuré (m)	simulé (m)		mesuré (m)	simulé (m)		mesuré (m)	simulé (m)		mesuré (m)	simulé (m)		mesuré (m)	simulé (m)	
0.1	0.1		0.585	-3.6%		0.478	-4.6%		0.445	-14.0%		0.624	-6.8%		0.257	6.5%
0	0.4	0.607	0.610	0.6%	0.502	0.492	-1.9%	0.517	0.465	-10.1%	0.669	0.639	-4.5%	0.242	0.245	1.4%
0.1	0.8		0.680	12.2%		0.542	8.1%		0.516	-0.2%		0.689	3.0%		0.241	-0.4%
0.1	0.4		0.4647	-10.1%		0.478	-4.6%		0.445	-14.0%		0.4647	-10.1%		0.6387	-4.50%
0.2	0.4	0.5169	0.4645	-10.1%	0.502	0.492	-1.9%	0.517	0.465	-10.1%		0.4645	-10.1%		0.6355	-5.00%
0.3	0.4		0.4898	-5.20%		0.542	8.1%		0.516	-0.2%	0.5169	0.4898	-5.2%	0.669	0.661	-1.20%

5.9.2.5.1 Sensibilité par rapport aux coefficients de perte de charge amont

Les différences entre résultats simulés et mesurés sont calculées par rapport aux pressions, c'est-à-dire après soustraction de la cote du radier aux valeurs piézométriques. Le Tableau 5.6 ainsi que l'analyse comparée des résultats indique que la sensibilité aux coefficients de perte de charge singulière amont est plus faible en phase de montée. Cette sensibilité est plus importante dans le sommet des courbes, c'est à dire au niveau des pressions maximales. La différence de pression de pointe la plus faible est obtenue avec le coefficient $K_{am} = 0.4$. Par contre, dans la phase de descente la sensibilité à la variation du coefficient K_{am} est plus importante. Et contrairement à la

phase de pointe, le coefficient de perte de charge $K_{am} = 0.1$ donne le meilleur résultat dans la phase de descente.

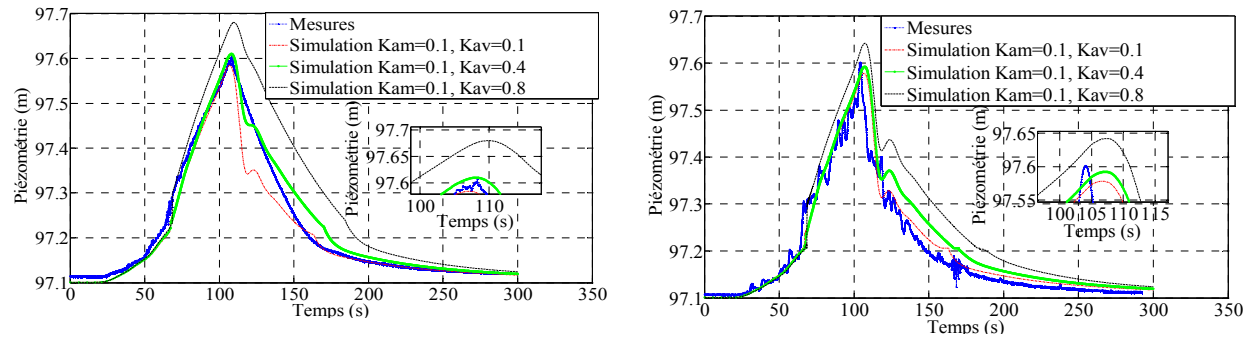


Figure 5-23: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R1 et C1P1 avec variation de K_{am}

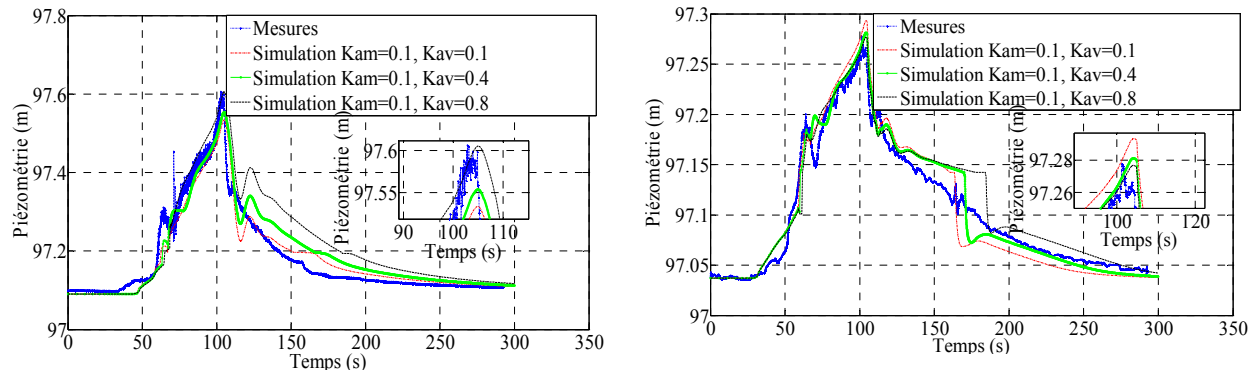


Figure 5-24: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en C1P5 et C2P1 avec variation de K_{am}

5.9.2.5.2 Sensibilité par rapport aux coefficients de perte de charge aval

La sensibilité par rapport aux coefficients de perte de charge aval est illustrée par les graphiques des Figure 5-25 et Figure 5-26. La sensibilité aux coefficients de perte de charge singulière aval est plus marquée dans les phases en charge que dans celles en écoulement à surface libre. Les lignes piézométriques pour les coefficients K_{av} de 0.1 et 0.2 sont assez proches, alors que celles de $K_{av} = 0.3$ donnent des piézométries plus importantes. L'écart des valeurs simulées par rapport

aux mesures est plus important dans la phase de vidange. L'analyse de sensibilité suggère un coefficient de perte de charge qui varie en fonction du débit et de la phase d'écoulement.

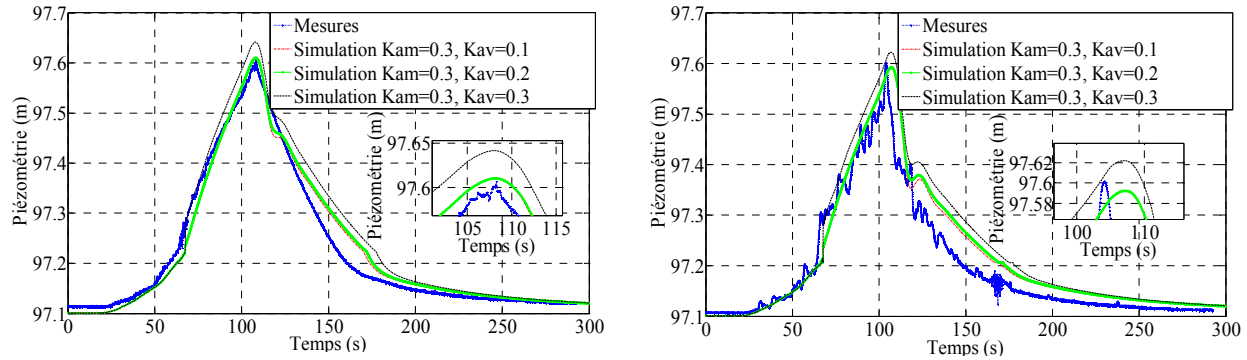


Figure 5-25: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R1 et C1P1 avec variation de K_{av}

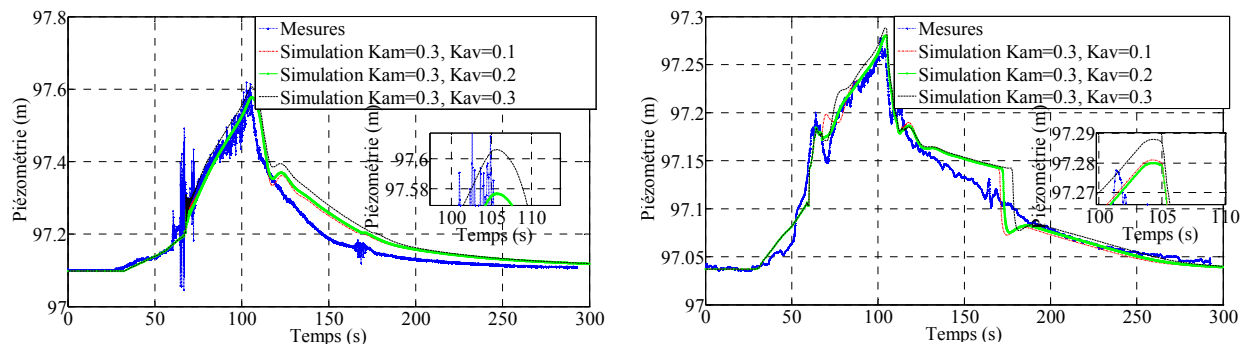


Figure 5-26: Comparaison des piézométries simulées et mesurées en R2 et C2P1 avec variation de K_{av}

5.10 Conclusion

Une variété de conditions aux limites est traitée dans ce travail : conditions aux limites en écoulement à surface libre, sous pression et mixtes suivant des jonctions en extrémité ou à l'intérieur du système. Les différentes formulations utilisent principalement les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. À chaque fois que cela est possible, les caractéristiques positive et/ou négative en écoulement à surface libre ou sous pression sont utilisées pour compléter le système d'équations à résoudre. L'utilisation des caractéristiques présente également l'avantage de tenir compte de la nature du régime

d'écoulement. Les applications réalisées dans le cadre de ce travail ont eu pour avantage de comparer les résultats mesurés à ceux simulés pour s'assurer, non seulement de la qualité des conditions aux limites formulées, mais aussi d'évaluer leur sensibilité vis-à-vis des coefficients de pertes de charge en amont et en aval des regards. Les faibles différences relatives des pressions maximales montrent la qualité de ces conditions aux limites à servir dans les modèles de simulation des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage. Les décalages observés particulièrement en phase de vidange, pourraient en partie s'expliquer par une non-maîtrise totale de la friction notamment une non-prise en compte de la friction non permanente, par l'effet de l'air dont la présence a été observée pendant les essais, et éventuellement d'autres facteurs qu'un calibrage du modèle pourrait améliorer. Par ailleurs l'analyse de sensibilité indique clairement que le coefficient de perte de charge autant en amont qu'en aval varie en fonction du débit, et de la phase d'écoulement. Des analyses complémentaires permettraient d'élaborer une fonction d'estimation de ces coefficients de perte de charge.

CHAPITRE 6 INITIATION DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRE DANS LES CONDUITES DES R.A.U.

Résumé

Le présent chapitre propose une technique numérique novatrice permettant de simuler automatiquement le passage du régime d'écoulement gravitaire au régime d'écoulement transitoire pour lequel l'écoulement à surface libre et l'écoulement en charge coexistent dans la même conduite du réseau de drainage. Les conditions d'initiation du front de remplissage sont évaluées et la méthodologie proposée est d'abord appliquée à un regard d'extrémité, puis étendue à un regard intermédiaire pour lequel les couronnes des conduites connectées sont alignées. L'analyse se poursuit ensuite par l'étude du passage d'un front de remplissage à travers un regard ainsi qu'à l'initiation d'une onde de remplissage résultant de la fermeture d'une vanne. L'utilisation de cette technique permettra d'étendre les possibilités des modèles basés sur la méthode « Shock-Fitting » afin de simuler dynamiquement l'apparition simultanée de deux fronts opposés au sein d'une même canalisation ou pour simuler dynamiquement l'existence de plusieurs fronts de transition dans un réseau d'égout. Par ailleurs, la technique de transfert de charge permet de mieux suivre le déplacement du front de remplissage à travers le réseau de drainage.

6.1 Annotation

Les annotations ci-après seront intensément utilisées dans le présent chapitre. Le lecteur est incité à s'y référer pour une meilleure lecture des équations.

a_{am} / a_{av} : Célérité des ondes de pression de la conduite amont / aval

A_{am} / A_{av} : Section d'écoulement pleine de la conduite amont/aval

A_{SLam} / A_{SLav} : Section d'écoulement à surface libre de la conduite amont/aval

A_{rg} : Section horizontale du regard

C_L / C_R : Célérité à la section à gauche et à droite de la section d'interpolation des caractéristiques

- D : Diamètre de la conduite
- D_{am} / D_{av} : Diamètres de conduite amont / aval
- dh_{rg} : Variation du niveau du regard entre les temps t et $t + \Delta t$
- h_{rg} : Hauteur d'eau dans le regard par rapport à la cote radier de la section de référence
- $H_{rg}^t / H_{rg}^{t+\Delta t}$: Hauteur piézométrique dans le regard aux instant t et $t + \Delta t$
- h_{SLam} / h_{SLav} : Hauteur de l'écoulement à surface libre dans la conduite amont / aval
- $\bar{h}_{SLam} / \bar{h}_{SLav}$: Centroïde à la section d'écoulement gravitaire dans la conduite amont / aval
- K_{pos} / K_{neg} : Caractéristiques positive et négative
- k : Coefficient de perte de charge singulière
- k_{am} / k_{av} : Coefficient de perte de charge à l'entrée / à la sortie du regard
- n : Rugosité de Manning
- P_{Ram} / P_{Rav} : Pression à la section d'entrée / sortie du regard (cote piézo – cote axe de la conduite considérée)
- $Q_{am,i}^t / Q_{am,i}^{t+\Delta t}$: Débit à la section amont de la conduite i aux temps t et $t + \Delta t$
- $Q_{out}^t / Q_{out}^{t+\Delta t}$: Débit de débordement du regard aux temps t et $t + \Delta t$
- $Q_{av,i}^t / Q_{av,i}^{t+\Delta t}$: Débit à la section aval de la conduite i aux temps t et $t + \Delta t$
- $Q_{rg}^t / Q_{rg}^{t+\Delta t}$: Débit d'entrée par hydrogramme dans le regard aux temps t et $t + \Delta t$
- R_h : Rayon hydraulique
- S_0 / S_f : Pente de fond de la conduite/ pente de la ligne d'énergie
- V : Vitesse en pleine section
- V_{SLam} / V_{SLav} : Vitesse moyenne en écoulement gravitaire à l'entrée / à sortie du regard

V_{am} / V_{av} : Vitesse en section pleine à l'entrée / à sortie du regard

V_{SLam} / V_{SLav} : Vitesse en surface libre à l'entrée / à sortie du regard

w_{am} / w_{av} : Vitesse de propagation (vers aval / vers amont)

x_{am} / x_{av} : Position de l'onde (vers aval / vers l'amont)

z_{am} / z_{av} : Cote radier à l'entrée / à sortie du regard

z_{rg} : Cote radier dans le regard

$K_{neg}^{SLav} / K_{neg}^{SLam}$: Constante de la caractéristique négative dans la conduite aval/amont

$K_{pos}^{SLav} / K_{pos}^{SLam}$: Constante de la caractéristique positive dans la conduite aval/amont

6.2 Introduction

Une des problématiques peu abordée dans la littérature scientifique se rapporte à l'initiation des écoulements transitoires. L'écoulement transitoire ("Mixed flow") se définit dans la littérature scientifique comme étant la subsistance simultanée de deux régimes d'écoulement au sein d'une même canalisation du réseau : le régime d'écoulement à surface libre et celui de l'écoulement en charge. Cet écoulement particulier résulte des instabilités qui accompagnent généralement les événements de crues extrêmes (Yen, 1986b), événements pour lesquels la capacité de drainage des canalisations est insuffisante pour écouler l'ensemble de la crue à travers un régime gravitaire. Il est généralement accompagné de phénomènes violents (coups de bélier, emprisonnement d'air, bris de canalisation, explosion des regards de visite, etc.) susceptibles de nuire au bon fonctionnement du réseau ou d'endommager les installations de drainage (Daynou, M. et al., 2009; Li & McCorquodale, 1999). C'est pourquoi plusieurs travaux de recherches ont été dévolus à l'étude du phénomène transitoire dans les conduites du réseau de drainage. Ces travaux ont permis entre autres de proposer plusieurs modèles d'écoulement transitoires qui peuvent être regroupés en deux grandes familles, si on considère les hypothèses utilisées pour simuler le front de transition: les modèles « Shock-Capturing » et les modèles « Shock-Fitting ». Dans la famille des modèles « Shock-Capturing » nous regroupons les modèles dits « à fente de

Preissmann » (Capart et al., 1997; Preissmann & Werner, 1961) et le modèle à deux composantes de pression (Sanders & Bradford, 2011; Vasconcelos, J. G. & Wright, 2007). Dans la famille des modèles « Shock-Fitting » on peut citer les modèles basés sur le principe des colonnes rigides (Ivanov & Bournaski, 1996; Li & McCorquodale, 1999, 2001) et les modèles qui exploitent une légère élasticité des canalisations. Les modèles « Shock-Capturing » ont la capacité de capturer le choc lorsque celui-ci survient dans l'écoulement. Il n'est donc pas nécessaire pour de tels modèles de décrire physiquement les conditions d'initiation de l'écoulement transitoire. Ce n'est pas le cas pour les modèles « Shock-Fitting » dont le bon fonctionnement dépend essentiellement des conditions qui encadrent la création et la propagation de l'écoulement transitoire. Pour de tels modèles, la description du phénomène que l'on veut modéliser est capitale. En effet, dans le cas des conduites d'assainissement pluvial, l'écoulement transitoire peut survenir à partir d'une extrémité de la conduite ou à l'intérieur d'une canalisation. Pour les modèles entièrement dynamiques (Fuamba, 1997a; Li & McCorquodale, 1999, 2001), la description physique des écoulements transitoires dans les égouts pluviaux peut être subdivisée en quatre phases qui doivent être prises en compte par les modèles de simulation numérique:

- i) l'écoulement gravitaire à surface libre caractérisant le début de chaque événement de crue dans la conduite ;
- ii) la formation d'une intumescence (onde de remplissage) dans l'écoulement à surface libre dès que les conditions de vitesse le permettent ;
- iii) l'installation de la phase transitoire pendant laquelle l'écoulement à surface libre et l'écoulement en charge coexistent dans la conduite ;
- iv) l'écoulement en charge lorsque toute la conduite coule pleine ;

Les modèles dynamiques adaptent à chacune des phases décrites ci-dessus une technique de calcul qui permet de préserver la stabilité du modèle et la continuité de la simulation. Dans cette perspective, le changement de régime doit être étudié avec minutie. L'initiation, dont il est question dans le présent chapitre est la procédure de calcul qui permet de déterminer les variables d'écoulement (vitesse et profondeur d'eau) permettant de caractériser le passage du régime d'écoulement gravitaire à celui d'écoulement transitoire.

6.3 Condition de mise en charge de la conduite

Afin de permettre au modèle numérique de simuler automatiquement le passage du régime d'écoulement gravitaire à celui de l'écoulement transitoire, il est important de bien définir les conditions de mise en charge partielle de la conduite. En effet, la technique numérique utilisée dans les calculs requiert une énergie suffisante en amont du front de remplissage. Suivant la pente de la conduite, l'initiation survient pour un débit et une hauteur de charge qui nous est inconnue à priori. Afin de mieux cerner les conditions de mise en charge des conduites, plusieurs tests ont été menés sur un modèle réduit de laboratoire. Fort des résultats expérimentaux, une méthode de calcul automatique sera élaborée.

6.3.1 Expériences de laboratoire

Afin de mieux cerner les conditions de mise en charge des conduites, plusieurs tests ont été menés sur un modèle réduit de laboratoire. Ces expériences de laboratoires sont présentées en détail dans un article (Bouso, Samba, Daynou, & Musandji, 2012b). Nous présentons dans ce paragraphe les tests consacrés spécifiquement à l'étude des conditions d'initiation du front de transition à partir d'une jonction.

6.3.1.1 Protocole expérimental

Le modèle physique de laboratoire utilisé pour étudier le passage du régime gravitaire au régime en charge est sommairement décrit au chapitre 3. Le protocole observé pour chacune des expériences conduites en laboratoire consiste à faire varier la pente des canalisations et les hydrogrammes d'apports à l'entrée de chacun des regards. Chaque test est effectué cinq fois. Pendant chaque test, les conditions d'écoulement sont mesurées autant à l'intérieur des regards de visite que dans les canalisations. Les paramètres d'écoulement sont également examinés notamment la quantité d'air piégé dans l'écoulement, la nature du front, les conditions de mise en charge etc. Tous les instruments de mesure ont été vérifiés au début de chaque test. Les piézométries qui serviront plus tard sont mesurées à partir des capteurs installés à la sortie des regards R1 et R2.

6.3.1.2 Analyse des résultats

Pour des fronts de remplissage de l'amont vers l'aval, les résultats montrent que les conditions de mise en charge des canalisations dépendent à la fois de leur pente, du niveau d'eau au point de jonction et de la forme de l'hydrogramme d'apport en eau. L'initiation du front de remplissage apparaît clairement lorsque la profondeur de l'écoulement gravitaire précédant l'initiation est supérieure à la moitié du diamètre de la canalisation et le débit d'alimentation supérieur à $1.5Q_p$ (Q_p est le débit à section pleine). Si le débit est faible ($<1.3Q$) ou la profondeur de l'écoulement gravitaire inférieure à $0.5D$, le remplissage de la canalisation se fait progressivement et la transition est difficilement observable. En outre, la mise en charge dans ces conditions s'accompagne de quelques ondulations dans la partie à surface libre, ondulations qui tendent à piéger des poches d'air dans l'écoulement. Par ailleurs, la charge maximale nécessaire pour initier le front de transition varie suivant la pente de la canalisation: plus la pente est importante, plus la charge requise est grande (Figure 6-1):

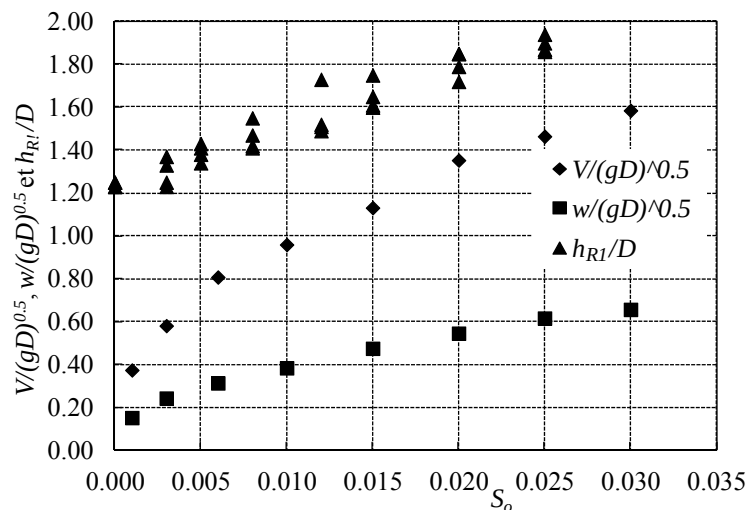


Figure 6-1: Variation de la vitesse, de la célérité du front d'onde et de la charge dans le réservoir amont suivant la pente de la conduite, lors de l'initiation du front d'onde.

a) Pentes comprises entre 0.35 et 0.6%:

À faible débit, le remplissage de la conduite se fait de manière progressive et le front d'onde n'est toujours pas observé. Lorsque le niveau d'eau dans le regard (H_{reg}) est tel que $H_{reg} < 0.3D$, l'écoulement s'effectue en entraînant d'importantes quantités d'air qui sont par la suite piégées dans des bulles (Figure 6-2). La quantité d'air ainsi piégé est proportionnelle à

la vitesse de l'écoulement. Deux types de fronts sont observés dans ces conditions: les fronts ondulés dont les vitesses de propagation sont généralement faibles (0.05 à 0.3 m/s) et les fronts inclinés lorsque la vitesse de l'écoulement est plus importante (de 0.5 à 0.6 m/s). Lorsque la profondeur d'écoulement à l'entrée de la conduite aval est inférieure à $0.7D$ (où D est le diamètre de la conduite), et le débit d'apport supérieur à $1.5Q_p$ (Q_p est le débit de la conduite coulant pleine), on observe un ressaut hydraulique qui se propage rapidement sur toute la longueur de la conduite. Il est rarement observé un front de remplissage, après le passage de ce ressaut si la profondeur hydraulique derrière ce dernier dépasse $0.9D$.

a) **Pentes de 1%, 1.5% et 3% :**

Les résultats obtenus avec ces types de pentes, montrent qu'à faibles débits ($<1.3Q_p$), le remplissage de la conduite aval s'effectue progressivement et il est accompagné d'ondulations. Si le débit est plus important et que la profondeur d'écoulement à l'entrée de la conduite aval est inférieure à $0.7D$, on observe un ressaut hydraulique qui se propage rapidement dans la conduite. Ce ressaut hydraulique est parfois suivi d'un important mouvement oscillatoire de la masse d'eau, phénomène décrit par (Fuamba, 1997a; Li & McCorquodale, 1999, 2001) comme un écoulement dans un tube en U. Lorsque le débit est modéré ou assez important ($>1.3Q_p$), deux types de front de remplissage sont observés : ondulé et concave. Le front ondulé est similaire à celui observé pour les pentes de 0.3 à 0.6%. Quant au front concave, le rayon de courbure augmente avec la pente. La longueur du front varie entre 2.5 et $3.5D$. Sa vitesse de déplacement est plus importante (0.3 à 0.5m/s). Il présente une concavité qui s'accroît pour des débits plus importants. Les quantités de poches et bulles d'air dans le front et dans la zone pressurisée augmentent avec la pente de la conduite. D'importantes quantités de bulles et de petites poches d'air (généralement moins de 3 cm) avec une vitesse moyenne de 0.5 à 1 m/s circulent sous la crête et s'échappent par le front. Des variations de pression assez importantes (amplitudes de $5D$) sont enregistrées à l'approche et au passage du front sur un capteur de pression. Ce qui pourrait indiquer que l'air devant le front est fortement comprimé. La profondeur d'écoulement normale après la zone graduellement variée est généralement de 0.6 à $0.8D$. Des intrusions d'air sont notées, pour les pentes de 1%, 1.5% et 3% avec des débits supérieurs à $1.5Q_p$.

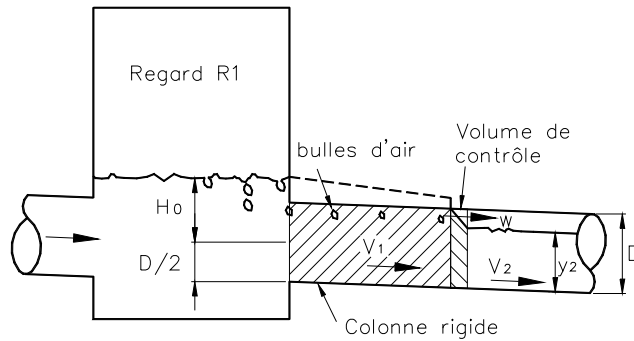


Figure 6-2: Schéma d'initiation de front d'onde

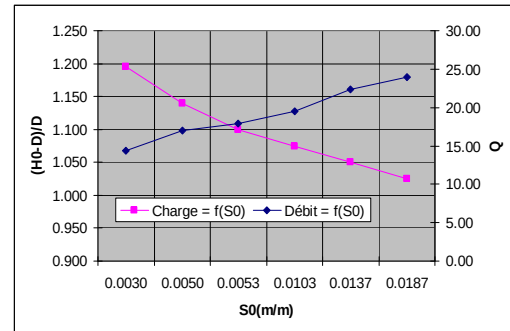


Figure 6-3: Onde stationnaire de remplissage amont

Une fois que le front est initié, il peut soit avancer en remplissant la conduite si l'énergie est suffisante, soit reculer en la vidangeant si l'énergie est insuffisante. Sous certaines conditions de débit et de charge, le front peut également s'immobiliser. L'arrêt du front d'onde correspond à un point d'équilibre, où le débit reste constant pour chaque valeur de pente. Les différents essais réalisés montrent que le débit d'équilibre semble varier linéairement avec la pente. Il augmente proportionnellement avec la pente tandis que la charge requise dans le réservoir amont diminue avec la pente (Figure 6-4 et Figure 6-5). Quand le front atteint ce point d'équilibre, sa vitesse de propagation est nulle. Toute augmentation du débit entraîne son avancement. Par contre une diminution du débit, le fait reculer ou dépressurise la colonne amont à partir du regard. La forme du front est variable. Elle présente des ondulations assez importantes lorsque la pente de la conduite est faible c'est-à-dire moins de 0.6%. Par contre pour des pentes supérieures, le front présente la courbure régulière d'un écoulement graduellement varié.

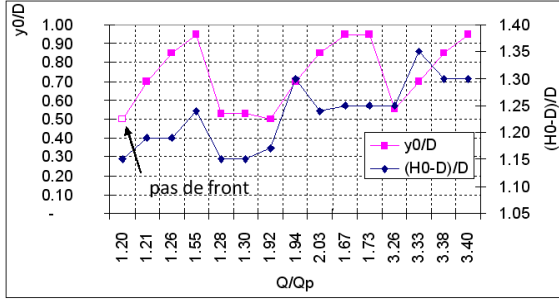


Figure 6-4: Conditions d'initiation d'un front amont pour une pente de 0.3%

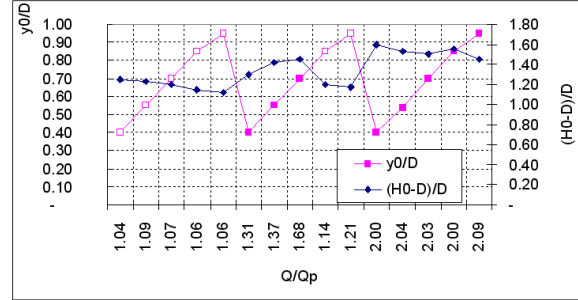


Figure 6-5: Conditions d'initiation front amont pour une pente de 3%

Les résultats expérimentaux montrent que les conditions de mise en charge dépendent à la fois du taux d'accroissement du débit, de la pente de la canalisation aval ainsi que de la hauteur d'eau dans la canalisation pendant l'initiation.

6.3.2 Formulation mathématique

Dans les conditions naturelles d'écoulement, l'hydrogramme des apports varie avec le temps. Cette variation engendre non seulement une variation du débit, mais aussi une augmentation progressive du niveau d'eau dans les canalisations de drainage. Pour que le front de remplissage puisse se propager dans la conduite, un minimum de charge dans le regard est requis. Pour une pente donnée, l'expérimentation de laboratoire montre que les conditions d'initiation sont entièrement dépendantes du débit. Aussi, nous posons comme hypothèse que la hauteur de charge dans le regard doit au moins satisfaire les pertes de charge singulières (à l'entrée/sortie de la conduite) pour que le front de remplissage se propage dans la conduite. On admet en guise d'hypothèse de calcul qu'au début de la propagation du front de remplissage, la vitesse de l'écoulement devrait au moins égaler celle d'un écoulement permanent uniforme s'effectuant à la capacité maximale de la conduite. On peut alors, d'après le principe de conservation de l'énergie (Yen, 1986b), établir les conditions minimales d'initiation d'un front de remplissage comme suit :

$$h_{rg}^{t+\Delta t} > (k+1) \frac{V^2}{2g} + D \quad (6.1)$$

Où D est le diamètre de la canalisation, k le coefficient de perte de charge singulière à l'entrée de la conduite, V la vitesse d'écoulement normale pour une conduite coulant pleine, $h_{rg}^{t+\Delta t}$ la hauteur d'eau à $t + \Delta t$ dans le regard mesuré à partir du radier de la conduite. En dénommant par n le coefficient de Manning, R_h le rayon hydraulique et S_f la pente de la ligne d'énergie, la formule de Manning permet de calculer V comme suit :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} S_f^{1/2} = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \right)^{\frac{2}{3}} S_f^{1/2} \quad (6.2)$$

La relation (6.1) devient alors :

$$h_{rg}^{t+\Delta t} > \frac{k+1}{2gn^2} \left(\frac{D}{4} \right)^{\frac{4}{3}} S_f + D \quad (6.3)$$

Le débit d'apport moyen (Q_{in}) entre deux instants rapprochés t et $t + \Delta t$ est égal à la somme des débits d'apports moyens des N conduites connectées en amont du regard (Q_{am}) plus l'apport moyen collecté localement par le bassin versant directement relié (Q_{rg}) :

$$Q_{in} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^N (Q_{am,i}^t + Q_{am,i}^{t+\Delta t}) + (Q_{rg}^t + Q_{rg}^{t+\Delta t}) \right] \quad (6.4)$$

Δh étant la variation de charge à l'intérieur du regard et A_{rg} la section du regard, le principe de conservation de la masse permet d'établir la relation :

$$h_{rg}^{t+\Delta t} = h_{rg}^t + \Delta h = h_{rg}^t + \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left(2Q_{in} - Q_{av}^t - \frac{1}{4} V \pi D^2 \right) \quad (6.5)$$

En remplaçant (6.5) dans la relation (6.3), on obtient :

$$h_{rg}^t + \frac{\Delta t}{2A_{rg}} \left[2Q_{in} - Q_{av}^t - \frac{1}{4} V \pi D^2 \right] > \frac{k}{2gn^2} R_h^{\frac{4}{3}} S_f + D \quad (6.6)$$

D'où la relation :

$$Q_{in} > \frac{1}{2} Q_{av}^t + \frac{A_{rg}}{\Delta t} \left(\frac{k+1}{2gn^2} \left(\frac{D}{4} \right)^{\frac{4}{3}} S_f + D - h_{rg}^t \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \right)^{\frac{2}{3}} S_f^{1/2} \right) \pi D^2 \quad (6.7)$$

d'écoulement gravitaire à celui d'écoulement en charge. On admet pour cela que la condition établie à l'équation (6.7) est satisfaite; on admet également que le profil de la ligne d'eau au temps t est celui illustré dans le schéma de la Figure 6-6. Entre les instants t et $t+dt$, la crue apporte une quantité d'eau dV qui, nous le supposons, permet de déplacer le front de remplissage sur une distance X_{av} dans la conduite. Nous posons comme hypothèse que pendant la procédure d'initialisation (premier pas de calcul de la mise en charge des conduites amont et aval), la colonne d'eau pressurisée de longueur x_{av} est incompressible. Si une seule conduite est connectée en aval du regard, sept inconnues doivent être déterminées pour caractériser complètement l'écoulement pendant la phase d'initiation: la hauteur d'eau dans le regard (h_{rg}), la pression à la sortie du regard ($P_{R_{av}}$), la vitesse de propagation du front d'onde (w_{av}), les valeurs de la pression ($P_{CH_{av}}$) et de la vitesse ($V_{CH_{av}}$) en amont du front ainsi que les valeurs de la vitesse ($V_{SL_{av}}$) et de la hauteur d'eau ($h_{SL_{av}}$) en aval du front. Pour déterminer ces variables, sept équations sont donc nécessaires :

- les deux premières équations sont obtenues à partir des caractéristiques positives ($K_{SL_{av}}^+$) et négatives ($K_{SL_{av}}^-$) qui restent valables dans l'écoulement à surface libre localisé en aval du front :

$$V_{SL_{av}}^{t+\Delta t} - (g/C_R) h_{SL_{av}}^{t+\Delta t} = K_{SL_{av}}^- \quad (6.8)$$

$$V_{SL_{av}}^{t+\Delta t} + (g/C_L) h_{SL_{av}}^{t+\Delta t} = K_{SL_{av}}^+ \quad (6.9)$$

C_L et C_R sont obtenus par interpolation linéaire à partir des données de la grille de calcul au pas de temps postérieur t .

- La troisième équation est obtenue par l'application du principe de la conservation de la masse à travers le front d'onde:

$$A_{av} (V_{CH_{av}} - w_{av}) = A_{SL_{av}} (V_{SL_{av}} - w_{av}) \Rightarrow w_{av} = \frac{A_{av} V_{CH_{av}} - A_{SL_{av}} V_{SL_{av}}}{A_{av} - A_{SL_{av}}} \quad (6.10)$$

A_{av} et $A_{SL_{av}}$ sont respectivement les sections d'écoulement en amont et en aval du front.

- La quatrième équation découle de la conservation du moment à travers le front d'onde:

$$g(A_{SLav} \bar{h}_{SLav} - A_{av} P_{CHav}) = A_{av} (V_{CHav} - w_{av})(V_{CHav} - V_{SLav}) \quad (6.11)$$

$\bar{y}_{SLav}$ étant la profondeur du centroïde en aval du front.

- La cinquième équation s'obtient en appliquant le principe de conservation du moment sur une colonne rigide avec une hypothèse de fluide incompressible :

$$\frac{dV_{CHav}}{dt} = \frac{g}{x_{av}} \left(P_{Rav} - \frac{A_{SLav}}{A_{av}} \bar{h}_{SLav} - \frac{A_{SLav}}{g(A_{av} - A_{SLav})} (V_{CHav} - V_{SLav})^2 \right) + g[S_0 - S(V_{CHav})] \quad (6.12)$$

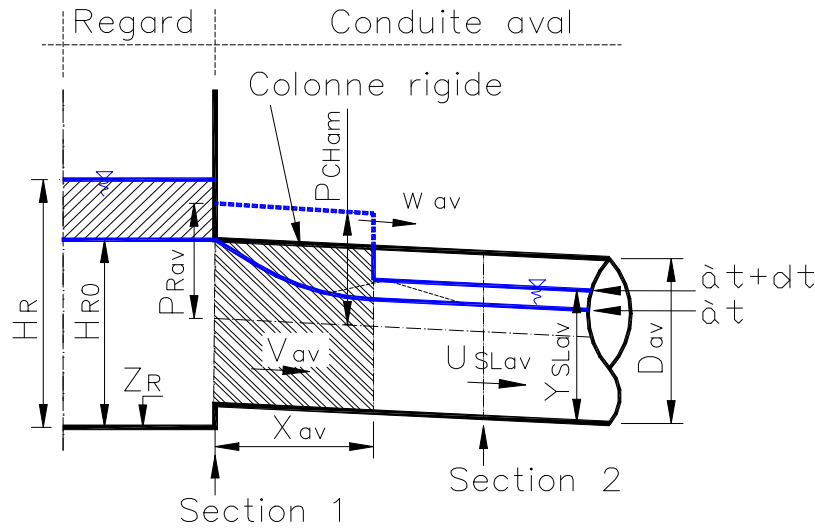


Figure 6-7: Colonne rigide pressurisée de longueur x_{av}

- La sixième équation traduit la propagation du front d'onde:

$$\frac{dx_{av}}{dt} = w_{av} \quad (6.13)$$

- La septième équation découle de l'application de la conservation de la masse à travers le regard :

$$A_{rg} \frac{dh}{dt} = Q_{rg} - V_{CHav} A_{av} - Q_{out}^t \quad (6.14)$$

Où A_{rg} est la section horizontale du regard, Q_{av} le débit sortant vers les conduites aval, Q_{rg} le débit entrant de l'hydrogramme et Q_{out} le débit de refoulement, au temps t

considéré, h_{rg} la hauteur d'eau dans le regard, z_{rg} et z_{av} sont les côtes radiers respectives du regard et de l'entrée de la conduite, k_{av} le coefficient de perte de charge à l'entrée de la conduite, α le coefficient d'énergie cinétique, D le diamètre de la conduite. Par ailleurs, on applique la conservation d'énergie entre le regard et la section amont de la conduite considérée.

$$z_{rg} + h_{rg} = z_{av} + P_{Rav} + \frac{D}{2} + \frac{1}{2g}(\alpha + k_{av})V_{CHav}^2 \quad (6.15)$$

6.4.2 Technique de résolution

Pour la résolution, on procède par une technique itérative :

1. On attribue une valeur initiale à la vitesse de propagation du front d'onde dans la conduite aval :

$$w_{av} = w_0^{av} \quad (6.16)$$

2. On calcule ensuite la position provisoire du front après un pas de calcul de durée δt :

$$x_{av}^{\delta t} = x_{av}^0 + w_0^{av} \delta t \quad (6.17)$$

Où x_{av}^0 est l'abscisse de la première section de la conduite aval.

3. Connaissant la position provisoire du front d'onde, on calcule les variables décrivant l'écoulement à surface libre en aval du front de propagation en utilisant les équations (6.8) et (6.9).
4. On calcule ensuite les valeurs provisoires de la vitesse dans la conduite aval et celle de la cote de l'eau dans le regard en résolvant le système différentiel obtenu par la combinaison des équations (6.12), (6.14) et (6.15).

$$\begin{cases} \frac{dV_{CHav}}{dt} = \frac{g}{x_{av}} \left(z_{rg} - z_{av} + h_{rg} - \frac{D}{2} - \frac{1}{2g}(\alpha + k_{av})V_{CHav}^2 \right. \\ \left. - \frac{A_{SLav}}{A_{av}} \bar{h}_{SLav} - \frac{A_{SLav}}{g(A_{av} - A_{SLav})} (V_{CHav} - V_{SLav})^2 \right) + gS_0 - \frac{f_{av}}{2D} V_{CHav} |V_{CHav}| \\ A_{rg} \frac{dh_{rg}}{dt} = Q_{rg} - A_{av} V_{CHav} - Q_{out} \end{cases} \quad (6.18)$$

Le système différentiel est résolu par la méthode Runge-Kutta et permet donc de calculer les autres variables de l'écoulement.

5. On teste la convergence en considérant les inégalités ci-après :

$$\max \left(|w_{av}^t - w_{av}^0|, |V_{CHav}^t - V_{CHav}^0|, |V_{SLav}^t - V_{SLav}^0|, |h_{SLav}^t - h_{SLav}^0|, |x_{av}^t - x_{av}^0| \right) \leq \varepsilon \quad (6.19)$$

t correspond au temps de calcul, l'indice 0 au temps $t - \Delta t$ et ε la précision imposée.

6. Si les critères de convergence sont satisfaits, on admet les dernières valeurs calculées et le calcul se poursuit par les équations :

$$P_{CHav} = \frac{A_{SLav}}{A_{av}} \bar{h}_{SLav} + \frac{1}{g} \frac{A_{SLav}}{A_{av} - A_{SLav}} (V_{CHav} - V_{SLav})^2 \quad (6.20)$$

$$P_{Rav} = z_{rg} - z_{av} + h_{rg} - \frac{D}{2} - \frac{\alpha + k_{av}}{2g} V_{CHav}^2 \quad (6.21)$$

7. Dans le cas contraire, les dernières valeurs trouvées sont gardées et le calcul recommence à partir de l'étape 2.

L'organigramme de calcul est présenté à la Figure 6-8 ci-dessous :

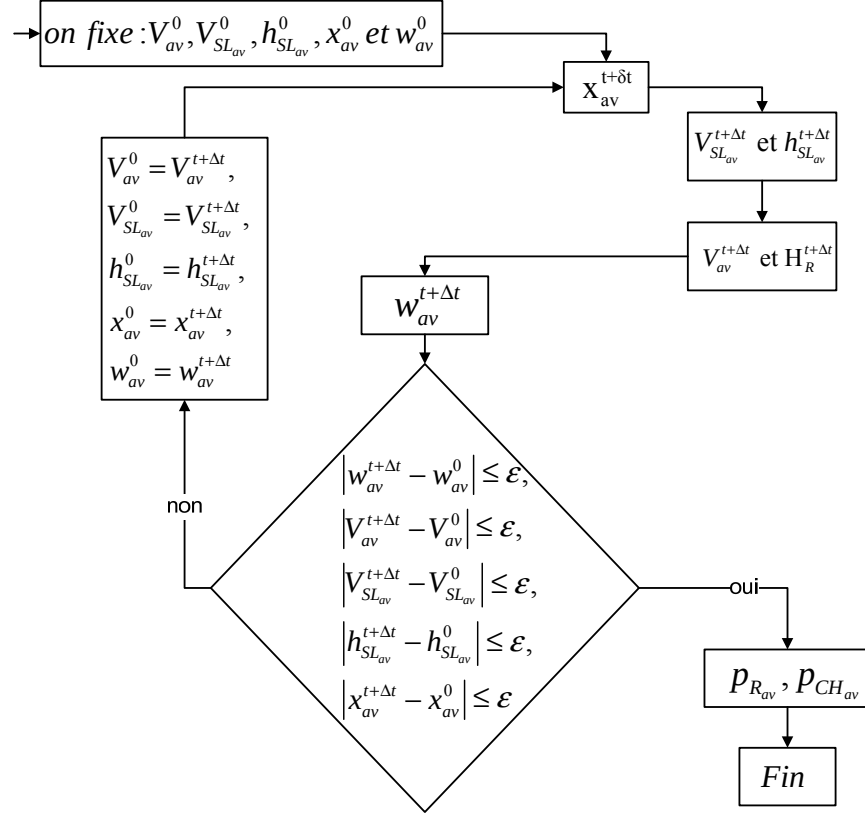


Figure 6-8: Organigramme de la procédure de résolution

6.5 Initiation à partir d'un regard intermédiaire

Dans le présent paragraphe, nous allons étudier le cas correspondant à une initiation à partir d'un regard intermédiaire doté de deux conduites aux couronnes alignées. Pour cela, nous allons considérer, comme dans le cas précédent, le cas des orages violents, pour lequel le débit total d'apport à une jonction donnée du réseau d'égout dépasse la capacité d'évacuation de la conduite aval. On observe généralement dans ce cas une augmentation rapide du niveau d'eau à la jonction, qui, dans certaines conditions, peut s'élever au-dessus de la couronne des conduites: C'est la naissance d'une onde de remplissage à partir du regard intermédiaire. L'étude des conditions d'initiation de cette onde est nécessaire pour une simulation dynamique du réseau de drainage.

6.5.1 Formulation mathématique

Considérons le cas illustré à la Figure 6-9 où deux conduites sont connectées (l'une en amont et l'autre en aval) à un regard de visite dont les dimensions sont connues. Supposons que les

conditions d'apport sont suffisantes pour générer un remplissage du réseau à partir du regard intermédiaire et que le régime d'écoulement dans les deux conduites avant la mise en charge du regard est gravitaire. Admettons enfin que les couronnes des deux conduites sont alignées comme c'est souvent le cas lorsque les dispositions constructives sont respectées. Dans ces conditions, la mise en charge du regard initiera deux fronts de remplissage: un front aval dans la conduite située en amont du regard et un front amont dans la conduite située en aval du regard. La formulation mathématique de ce problème consiste à établir les quinze équations mathématiques dont la résolution permettra de déterminer les quinze inconnues nécessaires pour décrire convenablement l'initiation des ondes de remplissage dans les conduites amont et aval (six inconnues autour du front de propagation amont, six autour du front de propagation aval et trois dans le regard). Dans la conduite connectée en amont, l'initiation du front de propagation est décrite par la hauteur d'eau (h_{SLam}) et la vitesse (V_{SLam}) en amont du front, la pression (P_{CHam}) et la vitesse (V_{CHam}) en aval du front, la vitesse de propagation du front (w_{am}), ainsi que la position du front de propagation (x_{am}). Dans le regard, il est nécessaire de connaître la hauteur d'eau (h_{rg}) du regard ainsi que les valeurs pressions (P_{Ram}) à la sortie de la conduite amont et (P_{Rav}) à l'entrée de la conduite aval. Dans la conduite aval, l'initialisation du front de propagation est décrite par la position du front (x_{av}), la vitesse de propagation du front d'onde (a_{av}), les valeurs de la vitesse (V_{SLav}) et de la hauteur d'eau en aval du front (h_{SLav}) de même que les valeurs de la pression (P_{CHav}) et de la vitesse en amont du front (V_{CHam}).

$$A_{am} (V_{CH_{am}} - w_{am}) = A_{SL_{am}} (V_{SL_{am}} - w_{am}) \quad (6.25)$$

La cinquième équation traduit l'équilibre du moment sur la colonne liquide pressurisé de longueur x_{am} dans la conduite amont :

$$x_{am} \frac{dV_{am}}{dt} = g (P_R^{am} - P_{CH}^{am}) + gx_{am} \left(S_{0am} - \frac{f_{am}}{2D_{am}} V_{am} |V_{am}| \right) \quad (6.26)$$

La sixième équation décrit la propagation du front d'onde dans la conduite amont:

$$\frac{dx_{am}}{dt} = w_{am} \quad (6.27)$$

La septième équation traduit la conservation de la masse à l'intérieur du regard de visite :

$$S_{reg} \frac{dh_{rg}}{dt} = \sum Q_{reg}^{in} - \sum Q_{reg}^{out} + Q_{RD} - Q_{EX} \quad (6.28)$$

Les huitièmes et neuvièmes équations décrivent respectivement la conservation de l'énergie à l'entrée et à la sortie du regard :

$$Z_R + h_{rg} = Z_{am} + \frac{D_{am}}{2} + P_R^{am} + \frac{\alpha - k_{am}}{2g} V_{am}^2 \quad (6.29)$$

$$Z_R + h_{rg} = Z_{av} + \frac{D_{av}}{2} + P_R^{av} + \frac{\alpha + k_{av}}{2g} V_{av}^2 \quad (6.30)$$

Les dixièmes et onzièmes équations sont fournies par les caractéristiques positives et négatives de l'écoulement en surface libre en aval du front d'onde de la conduite aval :

$$V_{SL_{av}} - (g/C_R) h_{SL_{av}} = K_{SL_{av}}^- \quad (6.31)$$

$$V_{SL_{av}} + (g/C_L) h_{SL_{av}} = K_{SL_{av}}^+ \quad (6.32)$$

La douzième équation est obtenue par l'application du principe de conservation du moment autour du front d'onde dans la conduite aval:

$$g (A_{SL_{av}} \bar{y}_{SL_{av}} - A_{av} P_{CH_{av}}) = \frac{A_{av} A_{SL_{av}}}{A_{SL_{av}} - A_{av}} (V_{CH_{av}} - V_{SL_{av}})^2 \quad (6.33)$$

La treizième équation est obtenue par l'application du principe de conservation de la masse à travers le front d'onde dans la conduite aval:

$$A_{av} (V_{CH_{av}} - w_{av}) = A_{SL_{av}} (V_{SL_{av}} - w_{av}) \quad (6.34)$$

La quatorzième équation traduit l'équilibre du moment sur la colonne liquide pressurisée de longueur x_{av} dans la conduite aval :

$$x_{av} \frac{dV_{av}}{dt} = g (P_R^{av} - P_{CH}^{av}) + g x_{av} \left(S_{0_{av}} - \frac{f_{av}}{2D_{av}} V_{av} |V_{av}| \right) \quad (6.35)$$

La quinzième et dernière équation est fournie par la propagation du front d'onde dans la conduite aval:

$$\frac{dx_{av}}{dt} = w_{av} \quad (6.36)$$

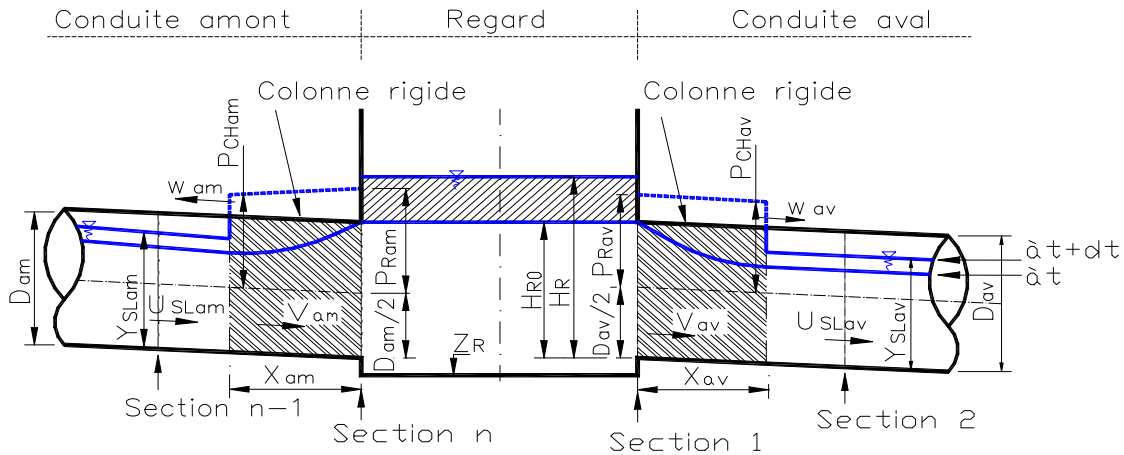


Figure 6-10: Schématisation de l'initiation d'une onde de remplissage à partir d'un regard intermédiaire

6.5.2 Technique de résolution

La résolution de ces équations est fort complexe. Une technique itérative sera donc utilisée. L'idée novatrice consiste à combiner l'ensemble des équations pour aboutir à un système différentiel qui sera résolu à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. La procédure complète de résolution se décompose comme suit :

1. On attribue des valeurs initiales aux variables nécessaires pour décrire la propagation des deux fronts d'onde (amont et aval) :

$$w_{am} = w_0^{am} \quad w_{av} = w_0^{av} \quad (6.37)$$

2. On calcule ensuite la position temporaire des deux fronts après un pas de calcul de durée δt comme suit :

$$x_{am}^{\delta t} = x_{am}^0 - w_0^{am} \delta t \quad x_{av}^{\delta t} = x_{av}^0 + w_0^{av} \delta t \quad (6.38)$$

3. Connaissant les positions respectives des fronts d'onde dans les conduites amont et aval, on calcule alors les variables décrivant l'écoulement à surface libre dans les conduites amont et aval en utilisant les équations (6.22), (6.23), (6.31) et (6.32):

$$V_{SL_{am}} = g \frac{K_{am}^+ - K_{am}^-}{c_{L_{am}} + c_{R_{am}}} \quad \text{et} \quad h_{SL_{am}} = \frac{c_{R_{am}} K_{am}^+ + c_{L_{am}} K_{am}^-}{c_{L_{am}} + c_{R_{am}}} \quad (6.39)$$

$$V_{SL_{av}} = g \frac{K_{av}^+ - K_{av}^-}{c_{L_{av}} + c_{R_{av}}} \quad \text{et} \quad h_{SL_{av}} = \frac{c_{R_{av}} K_{av}^+ + c_{L_{av}} K_{av}^-}{c_{L_{av}} + c_{R_{av}}} \quad (6.40)$$

4. En combinant judicieusement les équations (6.24), (6.25) , (6.26) et (6.29) en amont de même que les équations (6.33), (6.34), (6.35) et (6.30) en aval, on obtient respectivement les équations différentielles ci-après :

$$\frac{dV_{am}}{dt} = \frac{g}{x_{am}} \left\{ \begin{aligned} & Z_R - Z_{am} - \frac{D_{am}}{2} + H_R - \frac{\alpha - k_{am}}{2g} V_{am}^2 - \\ & \frac{A_{SL_{am}}}{A_{am}} \bar{y}_{SL_{am}} + \frac{1}{g} \frac{A_{SL_{am}}}{A_{am} - A_{SL_{am}}} (V_{am} - V_{SL_{am}})^2 \end{aligned} \right\} + gS_{0am} - \frac{f_{am}}{2D_{am}} V_{am} |V_{am}| \quad (6.41)$$

$$\frac{dV_{av}}{dt} = \frac{g}{x_{av}} \left\{ \begin{aligned} & Z_R - Z_{av} - \frac{D_{av}}{2} + H_R - \frac{\alpha + k_{av}}{2g} V_{av}^2 - \\ & \frac{A_{SL_{av}}}{A_{av}} \bar{y}_{SL_{av}} - \frac{1}{g} \frac{A_{SL_{av}}}{A_{av} - A_{SL_{av}}} (V_{av} - V_{SL_{av}})^2 \end{aligned} \right\} + gS_{0av} - \frac{f_{av}}{2D_{av}} V_{av} |V_{av}| \quad (6.42)$$

5. Pour résoudre, une troisième équation différentielle est requise : celle-ci est fournie par la conservation de la masse dans le regard réécrite sous la forme :

$$\frac{dH_R}{dt} = \frac{1}{S_{reg}} \left(\sum_{i=1}^n Q_{am} + A_{am} V_{am} + Q_{reg} - A_{av} V_{av} - Q_{out} - \sum_{i=1}^m Q_{avl} \right) \quad (6.43)$$

où : $\sum_{i=1}^n Q_{am}$ est la somme des débits des autres conduites connectées au regard si le regard est connecté à plus d'une conduite en amont et $\sum_{i=1}^m Q_{avl}$ est la somme des débits quittant le regard vers les autres conduites aval si le regard se déverse dans plus d'une conduite en aval; Q_{reg} est le débit de ruissellement direct issu du bassin versant directement relié et Q_{out} le débit de trop plein sortant du regard lorsque la capacité de drainage du réseau est dépassée.

6. On obtient alors le système d'équations différentielles suivant dans lequel les fonctions Υ , Ψ , et Γ sont fournies respectivement par les équations (6.41), (6.42) et (6.43). Les conditions initiales sont celles spécifiées au moment de l'initiation des ondes ou pendant les étapes de calculs intermédiaires:

$$\begin{cases} \frac{dV_{am}}{dt} = \Upsilon(t, V_{am}(t), H_R(t), V_{av}(t)) & V_{am}(t_0) = V_{am}^0 \\ \frac{dV_{av}}{dt} = \Psi(t, V_{am}(t), H_R(t), V_{av}(t)) & V_{av}(t_0) = V_{av}^0 \\ \frac{dH_R}{dt} = \Gamma(t, V_{am}(t), H_R(t), V_{av}(t)) & H_R(t_0) = H_R^0 \end{cases} \quad (6.44)$$

7. La résolution de ce système différentiel est effectuée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. On obtient ainsi les valeurs provisoires de la vitesse dans la partie pressurisée de l'écoulement en amont ($V_{am,t}$) et en aval ($V_{av,t}$) du regard, de même que la hauteur d'eau provisoire dans le regard ($H_{R,t}$).

8. On calcule ensuite les valeurs provisoires des autres variables d'écoulement :

- a. la pression à l'entrée et à la sortie du regard en utilisant les équations (6.29) et (6.30) :

$$P_R^{am,t} = Z_R + H_{R,t} - Z_{am} - \frac{D_{am}}{2} - \frac{\alpha - k_{am}}{2g} V_{am,t}^2 \quad (6.45)$$

$$P_R^{av,t} = Z_R + H_{R,t} - Z_{av} - \frac{D_{av}}{2} - \frac{\alpha + k_{av}}{2g} V_{av,t}^2 \quad (6.46)$$

- b. la pression au niveau des fronts amont et aval en utilisant (6.29) et (6.30):

$$P_{CH_{am}}^t = \frac{1}{A_{am}} \left\{ A_{SL_{am}} \bar{y}_{SL_{am}} - \frac{1}{g} \frac{A_{am} A_{SL_{am}}}{A_{SL_{am}} - A_{am}} (V_{am,t} - V_{SL_{am}})^2 \right\} \quad (6.47)$$

$$P_{CH_{av}}^t = \frac{1}{A_{av}} \left\{ A_{SL_{av}} \bar{y}_{SL_{av}} - \frac{1}{g} \frac{A_{av} A_{SL_{av}}}{A_{SL_{av}} - A_{av}} (V_{av,t} - V_{SL_{av}})^2 \right\} \quad (6.48)$$

9. On calcule les nouvelles valeurs temporaires de la vitesse de propagation des ondes dans les conduites amont et aval grâce aux équations (6.25) et (6.34) comme suit :

$$w_{am}^t = \frac{A_{am} V_{am,t} - A_{SL_{am}} V_{SL_{am}}}{A_{am} - A_{SL_{am}}} \quad w_{av}^t = \frac{A_{av} V_{av,t} - A_{SL_{av}} V_{SL_{av}}}{A_{av} - A_{SL_{av}}} \quad (6.49)$$

10. On teste enfin la convergence sur la totalité des critères ci-après:

$$\max \left(\begin{array}{l} |w_{am}^t - w_{am}^0|, |V_{CH_{am}}^t - V_{CH_{am}}^0|, |V_{SL_{am}}^t - V_{SL_{am}}^0|, |h_{SL_{am}}^t - h_{SL_{am}}^0|, |x_{am}^t - x_{am}^0| \\ |w_{av}^t - w_{av}^0|, |V_{CH_{av}}^t - V_{CH_{av}}^0|, |V_{SL_{av}}^t - V_{SL_{av}}^0|, |h_{SL_{av}}^t - h_{SL_{av}}^0|, |x_{av}^t - x_{av}^0| \end{array} \right) \leq \varepsilon \quad (6.50)$$

11. Si le seuil de tolérance fixé à 0.0001 est atteint ou dépassé, on accepte les dernières valeurs calculées. Sinon, on considère les dernières valeurs calculées et on recommence les calculs à partir de l'étape 2. Dans cette dernière configuration, l'initialisation de l'équation différentielle (6.44) se fera à l'aide des variables initiales :

$$V_{am}(t_0) = V_{am}^t \quad V_{av}(t_0) = V_{av}^t \quad H_R(t_0) = H_R^t \quad (6.51)$$

Et les valeurs des nouvelles vitesses de propagation à considérer seront alors:

$$w_{am} = w_{am}^t \quad w_{av} = w_{av}^t \quad (6.52)$$

L'organigramme de calcul dans ce cas est illustré dans la Figure 6-11:

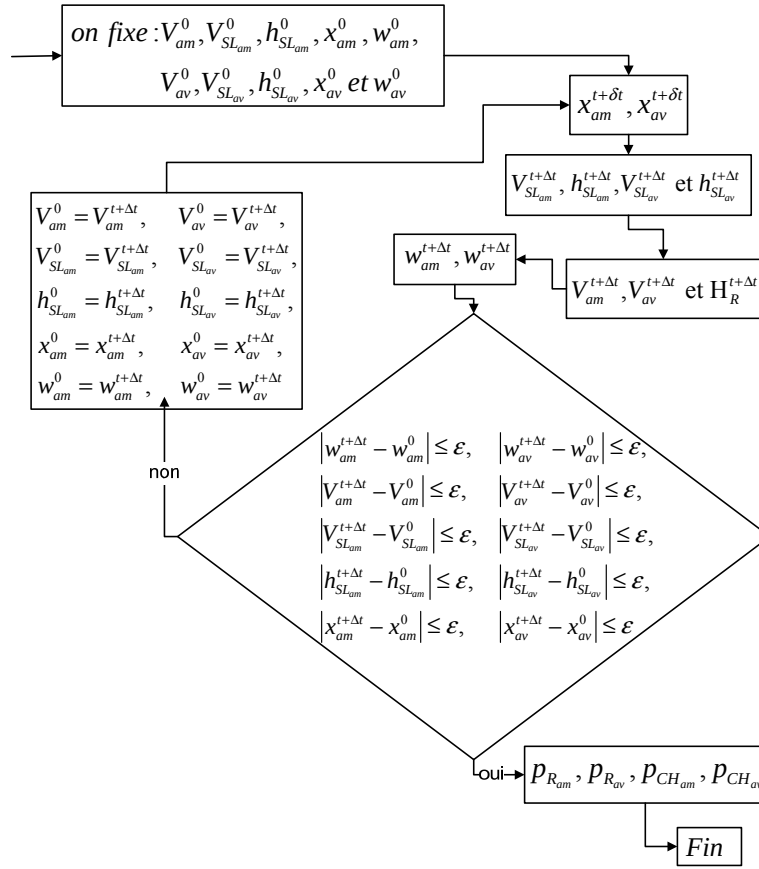


Figure 6-11: Organigramme de la procédure de résolution

6.5.3 Généralisation de la méthodologie de calcul.

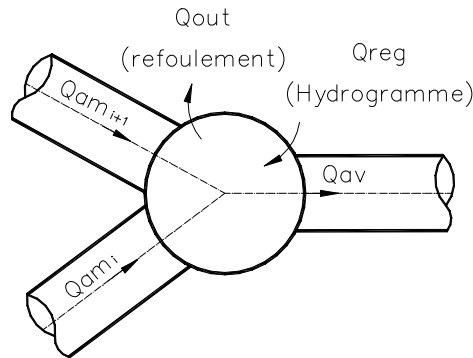


Figure 6-12: Regard connecté à plusieurs conduites

Lorsque plusieurs conduites sont connectées en amont du regard, la procédure de calcul est identique à celle présentée ci-dessus, à la seule différence que chaque conduite amont supplémentaire apporte sept inconnues supplémentaires et requiert par conséquent sept équations

en plus. Les équations sont obtenues de manière analogue et la procédure de calcul est similaire à celle présentée ci-avant. Le système différentiel résultant sera alors constitué de $3m+1$ équations où m est le nombre total de conduites connectées au regard. À titre d'exemple, considérons le cas de deux conduites connectées en amont du regard comme illustré dans la Figure 6-12 ci-dessus. Pour un tel système, sept équations supplémentaires sont établies dans la deuxième conduite amont : les deux caractéristiques de l'écoulement à surface libre, la conservation du moment et celle de la masse à travers le front, la propagation du front, l'équation du moment dans la colonne liquide pressurisée et la conservation de l'énergie à l'entrée du regard. Les étapes de résolution sont les mêmes à la seule exception que le nombre de variables est augmenté à chacune des étapes. Le système différentiel final à résoudre à l'aide de la méthode de Runge-Kutta est composé des quatre équations différentielles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_{CHam}^{(1)}}{dt} = \frac{g}{x_{CHam}^{(1)}} \left(z_{rg} - z_{am1} + h_{rg} - \frac{1}{2} D_{am}^{(1)} - \frac{\alpha - k_{am}^{(1)}}{2g} (V_{CHam}^{(1)})^2 \right) - \dots \\ \quad - \frac{A_{SLam}^{(1)} \bar{h}_{SLam1}}{A_{am}^{(1)}} - \frac{1}{g} \frac{A_{SLam}^{(1)}}{A_{am}^{(1)} - A_{SLam}^{(1)}} (V_{CHam}^{(1)} - V_{SLam}^{(1)})^2 \\ \quad - gS_{0am}^{(1)} + \frac{f_{am}^{(1)}}{2D_{am}^{(1)}} V_{CHam}^{(1)} |V_{CHam}^{(1)}| \\ \frac{dV_{CHam}^{(2)}}{dt} = \frac{g}{x_{CHam}^{(2)}} \left(z_{rg} - z_{am1} + h_{rg} - \frac{1}{2} D_{am}^{(2)} - \frac{\alpha - k_{am}^{(2)}}{2g} (V_{CHam}^{(2)})^2 \right) - \dots \\ \quad - \frac{A_{SLam}^{(2)} \bar{h}_{SLam1}}{A_{am}^{(2)}} - \frac{1}{g} \frac{A_{SLam}^{(2)}}{A_{am}^{(2)} - A_{SLam}^{(2)}} (V_{CHam}^{(2)} - V_{SLam}^{(2)})^2 \\ \quad - gS_{0am}^{(2)} + \frac{f_{am}^{(2)}}{2D_{am}^{(2)}} V_{CHam}^{(2)} |V_{CHam}^{(2)}| \\ \frac{dV_{CHav}}{dt} = \frac{g}{x_{av}} \left(z_{rg} - z_{av} + h_{rg} - \frac{1}{2} D_{av} - \frac{1}{2g} (\alpha + k_{av}) V_{CHav}^2 \right) + \dots \\ \quad - \frac{A_{SLav} \bar{h}_{SLav}}{A_{av}} - \frac{A_{SLav}}{g(A_{av} - A_{SLav})} (V_{CHav} - V_{SLav})^2 \\ \quad + gS_{0av} - \frac{f_{av}}{2D_{av}} V_{CHav} |V_{CHav}| \\ A_{rg} \frac{dh_{rg}}{dt} = A_{am}^{(1)} V_{CHam}^{(1)} + A_{am}^{(2)} V_{CHam}^{(2)} + Q_{rg} - A_{av} V_{CHav} - Q_{out} \end{array} \right. \quad (6.53)$$

Dans ces équations, les indices 1 et 2 font référence aux conduites amont numérotées 1 et 2 respectivement. Par extension, si n conduites sont connectées en amont du regard, le système à résoudre aurait alors $n+2$ équations avec des indices variant de 1 à n .

6.6 Passage d'un front de transition amont à travers une jonction

6.6.1 Formulation mathématique

Le passage d'un front de remplissage amont à travers un regard s'effectue en deux étapes : (1) le remplissage rapide du regard et (2) l'initiation d'un front amont dans la conduite aval. La modélisation de ce processus est importante si on veut simuler dynamiquement le réseau de drainage à l'aide de la méthode « Shock-Fitting ».

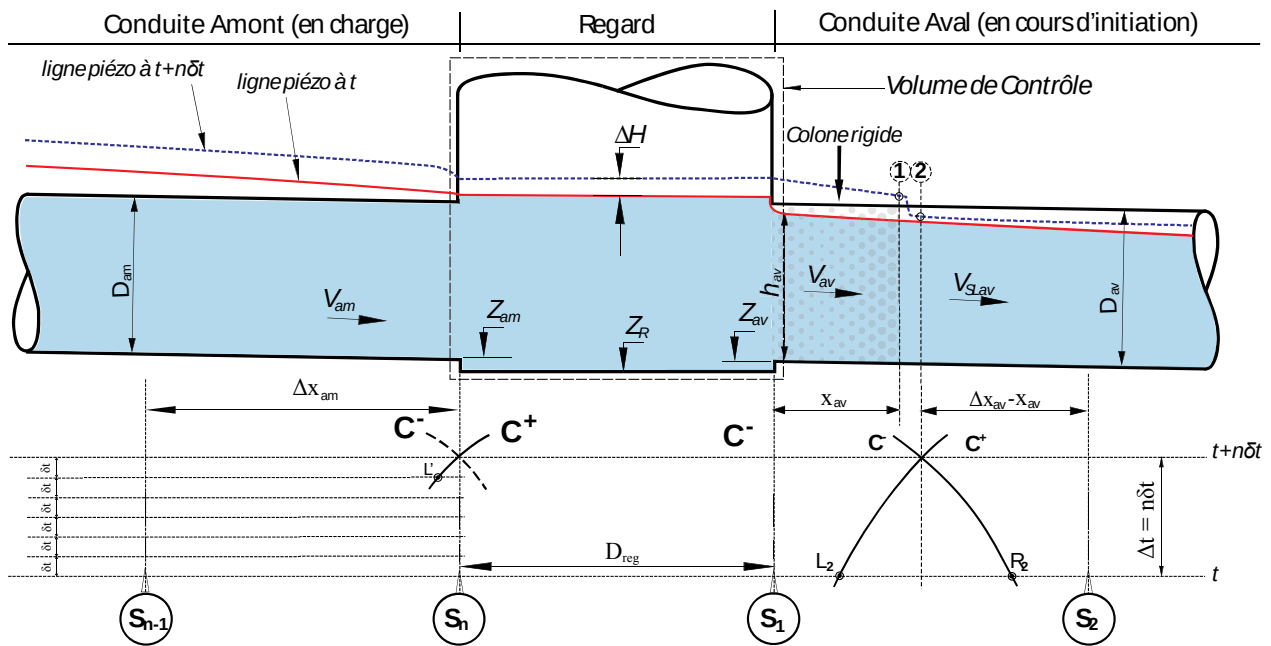


Figure 6-13: Transfert du front d'onde de la conduite amont vers la conduite aval

Considérons la Figure 6-13 et admettons que la ligne en rouge illustre la ligne du plan d'eau à l'instant t . Si l'initiation survient entre les instants t et $t+\delta t$, alors la ligne d'eau à l'instant $t+\delta t$ peut également être illustrée par la ligne interrompue de la Figure 6-13. Pour la formulation mathématique de ce problème, on pose comme hypothèse de calcul que la colonne liquide pressurisée est incompressible sur toute sa longueur pendant la durée de l'initialisation. Dans le même temps, nous admettons une légère compressibilité de l'eau dans la conduite amont qui

s'écoule en charge. Les inconnues de ce nouveau problème sont au nombre de 10: pression (P_R^{am}) et vitesse (V_{am}) à la limite amont du regard, pression (P_R^{av}) et vitesse ($V_{SL_{av}}$) à la limite aval du regard, hauteur d'eau dans le regard (H_R), charge en amont du front (P_{CH}^{av}), hauteur ($y_{SL_{av}}$) et vitesse ($V_{SL_{av}}$) en aval du front, vitesse de propagation du front (w_{av}) et position du front de propagation (x_{av}). Dix équations sont donc nécessaires pour obtenir la solution de ce problème :

La première équation est fournie par la caractéristique positive en charge dans la conduite amont pressurisée :

$$V_{am} + (g/a_{am}) P_R^{am} = K_{pos}^{CH_{am}} \quad (6.54)$$

La seconde équation est fournie par l'application du principe de la conservation de l'énergie entre la conduite amont et le regard de visite :

$$Z_R + H_R = Z_{am} + P_R^{am} + \frac{D_{am}}{2} + \frac{1}{2g} (\alpha - k_{am}) V_{am}^2 \quad (6.55)$$

La troisième équation traduit la conservation de la masse à travers le regard de visite :

$$S_{reg} \frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^n Q_{amt} + Q_{reg} - \sum_{i=1}^m Q_{avl} - Q_{out} \quad (6.56)$$

La quatrième équation établit la conservation de l'énergie entre le regard et la conduite aval :

$$Z_R + H_R = Z_{av} + \frac{D_{av}}{2} + P_R^{av} + \frac{1}{2g} (\alpha + k_{av}) V_{av}^2 \quad (6.57)$$

La cinquième équation est relative à la conservation du moment à travers la colonne liquide pressurisée dans la conduite aval :

$$x_{av} \frac{dV_{av}}{dt} = g (P_R^{av} - P_{CH}^{av}) + g x_{av} \left(S_{0av} - \frac{f_{av}}{2D_{av}} V_{av} |V_{av}| \right) \quad (6.58)$$

La sixième équation traduit la conservation de la masse à travers le front de transition de l'onde

$$A_{av} (V_{av} - w_{av}) = A_{SL_{av}} (V_{SL_{av}} - w_{av}) \quad (6.59)$$

La septième équation est relative à la conservation du moment à travers le front de transition de l'onde :

$$g \left(A_{SL_{av}} \bar{y}_{SL_{av}} - A_{av} P_{CH_{av}} \right) = \frac{A_{av} A_{SL_{av}}}{A_{SL_{av}} - A_{av}} (V_{av} - V_{SL_{av}})^2 \quad (6.60)$$

Les huitièmes et neuvièmes équations sont fournies par les équations caractéristiques de l'écoulement en surface libre en amont de l'onde :

$$V_{SL_{av}} - \left(g / C_{R_{av}} \right) h_{SL_{av}} = K_{neg}^{SL_{av}} \quad (6.61)$$

$$V_{SL_{av}} + \left(g / C_{L_{av}} \right) h_{SL_{av}} = K_{pos}^{SL_{av}} \quad (6.62)$$

Et la dixième équation traduit la propagation du front d'onde :

$$\frac{dx_{av}}{dt} = w_{av} \quad (6.63)$$

6.6.2 Technique de résolution :

Une technique itérative similaire à celle présentée au paragraphe précédent est utilisée ici pour résoudre les équations. La procédure complète de résolution se décompose comme suit :

1. On attribue une valeur initiale à la propagation du front d'onde dans la conduite aval :

$$w_{av} = w_0^{av} \quad (6.64)$$

2. On calcule ensuite la position provisoire du front après un pas de calcul de durée δt :

$$x_{av}^{\delta t} = x_{av}^0 + w_0^{av} \delta t \quad (6.65)$$

Où x_{av}^0 est l'abscisse de la première section de la conduite aval.

3. Connaissant la position provisoire du front d'onde, on calcule les variables décrivant l'écoulement a surface libre en aval du front de propagation en utilisant les équations (6.61) et (6.62):

$$V_{SL_{av}} = g \frac{K_{pos}^{av} - K_{neg}^{av}}{C_{L_{av}} + C_{R_{av}}} \quad \text{et} \quad h_{SL_{am}} = \frac{C_{R_{av}} K_{pos}^{av} + C_{L_{am}} K_{neg}^{av}}{C_{L_{av}} + C_{R_{av}}} \quad (6.66)$$

4. En combinant les équations (6.54) et (6.55), on obtient une équation de second degré en V_{am} :

$$\frac{g}{a_{am}} \frac{\alpha - k_{am}}{2g} V_{am}^2 - V_{am} - \frac{g}{a_{am}} \left(Z_{reg} - Z_{am} - \frac{D_{am}}{2} + H_R \right) + K_{pos}^{am} = 0 \quad (6.67)$$

5. Cette équation pose un problème pour la construction du système différentiel à cause de sa non-linéarité. Le problème est alors contourné en utilisant la technique suggérée par Newton. En remplaçant le terme V_{am}^2 dans l'équation (6.67) par $V_{am} V_{am}^{t-\delta t}$, où $V_{am}^{t-\delta t}$ est la vitesse obtenue pendant le calcul précédent, il devient possible d'isoler V_{am} comme suit :

$$V_{am} = \left(\frac{\alpha - k_{am}}{2a_{am}} V_{am}^{t-\delta t} - 1 \right)^{-1} \left[\frac{g}{a_{am}} \left(z_{rg} - z_{am} - \frac{D_{am}}{2} + h_{rg} \right) - K_{pos}^{CH_{am}} \right] \quad (6.68)$$

6. En combinant judicieusement les équations (6.57), (6.58), (6.59) et (6.60), on obtient le système différentiel suivant qui sera résolu par la méthode de Runge Kutta :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_{CHav}}{dt} &= \frac{g}{x_{av}} \left(z_{rg} - z_{av} - \frac{D_{av}}{2} + h_{rg} \right) + gS_{0av} - \frac{f_{av}}{2D_{av}} V_{CHav} |V_{CHav}| \\ &\quad - \frac{g}{x_{av}} \left\{ \frac{\alpha + k_{av}}{2g} V_{av}^2 + \frac{A_{SL_{av}}}{A_{av}} \bar{h}_{SL_{av}} + \frac{1}{g} \frac{A_{SL_{av}}}{A_{av} - A_{SL_{av}}} (V_{CHav} - V_{SL_{av}})^2 \right\} \\ \frac{dh_{rg}}{dt} &= \frac{1}{S_{rg}} \left\{ A_{am} V_{am} - A_{av} V_{CHav} + Q_{rg} - Q_{out} + \right. \\ &\quad \left. A_{am} \left[K_{pos}^{CH_{am}} - (g/a_{am}) \left(z_{rg} + h_{rg} - z_{am} - \frac{D_{am}}{2} \right) \right] \left(1 - \frac{\alpha - k_{am}}{2a_{am}} V_{am}^t \right)^{-1} \right\} \end{aligned} \right. \quad (6.69)$$

7. La résolution de ce système différentiel permet d'obtenir la valeur provisoire de la vitesse en amont du front et celle de la charge piézométrique dans le regard. Après la convergence du système on recalcule V_{am} en résolvant l'équation :

$$\frac{\kappa_{am} - \alpha}{2a_{am}} V_{am}^2 + V_{am} + (g/a_{am}) \left(Z_R + H_R - Z_{am} - \frac{D_{am}}{2} \right) - K_{pos}^{am} = 0 \quad (6.70)$$

8. On calcule ensuite la pression à l'entrée et à la sortie du regard par:

$$p_{0_{am}} = Z_{reg} + H_{reg} - \frac{\alpha - \kappa_{am}}{2g} V_{am}^2 - Z_{am\kappa} - \frac{D_{am}}{2} \quad (6.71)$$

9. On calcule la nouvelle valeur de la vitesse de propagation de l'onde w_{av}^t par l'équation (6.10):

On teste la convergence :

$$\left|w_{av}^t - w_{av}^0\right| \leq \varepsilon \quad \left|V_{av}^t - V_{av}^0\right| \leq \varepsilon \quad \left|V_{SL_{av}}^t - V_{SL_{av}}^0\right| \leq \varepsilon \quad \left|h_{SL_{av}}^t - h_{SL_{av}}^0\right| \leq \varepsilon \quad \left|x_{av}^t - x_{av}^0\right| \leq \varepsilon$$

Où t correspond au temps de calcul et 0 le temps $t - dt$. Si toutes les conditions de convergence sont satisfaites, on accepte les dernières valeurs calculées. Dans le cas contraire, on considère la nouvelle valeur de la vitesse de propagation et on recommence le calcul à partir de l'étape 2. Les valeurs initiales utilisées dans la résolution du système d'équations différentielles seront les dernières valeurs de $V_{CH_{av}}$ et de h_{rg} calculées à l'étape 5 de la procédure de résolution.

L'organigramme de la Figure 6-14 ci-après résume cette procédure de calcul.

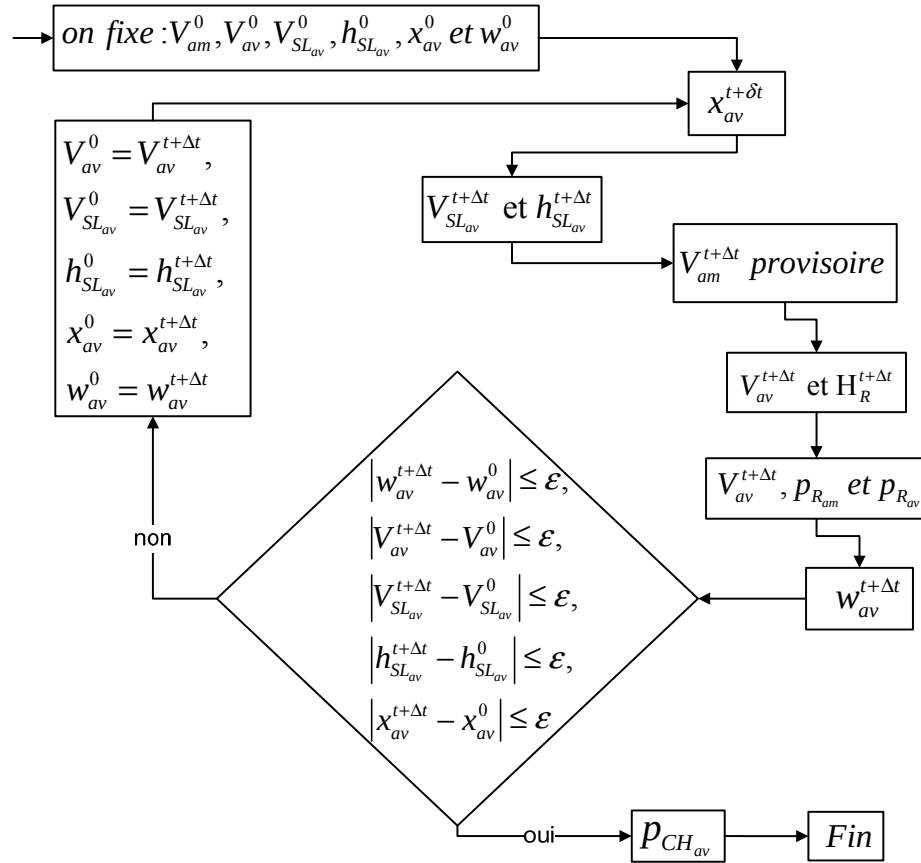


Figure 6-14: Organigramme de la procédure de résolution

6.7 Passage d'un front de transition aval à travers une jonction

Le schéma de la Figure 6-15 illustre un transfert de charge de l'aval vers l'amont. Ce cas survient généralement lorsque le front de remplissage prend naissance à partir de l'aval et qu'il se propage vers l'amont. Lorsque le front de remplissage se propageant de l'aval vers l'amont arrive au niveau du regard comme cela est illustré dans la Figure 6-15, on observe un remplissage très

rapide du regard, puis après un temps plus ou moins long (en fonction du débit d'apport), un passage du front dans la conduite situé en amont du regard. En effet, si la conduite amont s'écoule à surface libre et que l'énergie dans le regard est suffisante, une onde de transfert peut être initiée du regard vers la conduite amont. Si l'on admet que les lignes d'écoulement à t et à $t+dt$ sont tels que figurés, alors la formulation de ce problème est très similaire à celle d'un front d'amont. Aussi, nous nous référons au paragraphe 1.5 pour la formulation des équations de ce problème et leur résolution. En effet, même si le sens est différent, la formulation est très similaire, et la méthode de résolution identique.

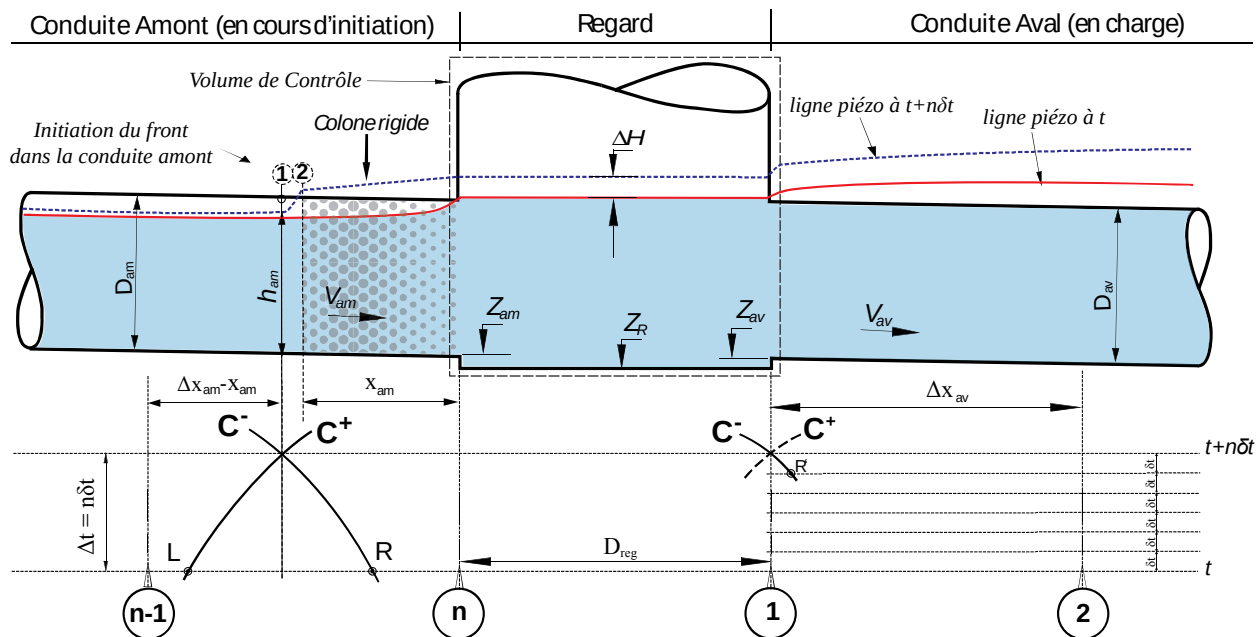


Figure 6-15: Transfert du front de transition de la conduite aval vers la conduite amont

6.8 Initiation de l'onde résultant d'une fermeture de vanne

Lorsqu'on ferme la vanne aval d'une conduite s'écoulant à surface libre, le niveau de l'eau monte progressivement dans la conduite de l'aval vers l'amont. En fonction des conditions d'écoulement, la cote piézométrique à l'extrémité aval dépasse la crête avant ou après la fermeture complète de la vanne. Une onde de remplissage se crée à l'interface de l'écoulement à surface libre et sous pression. L'initiation de cette onde doit être simulée convenablement.

6.8.1 Formulation mathématique

La condition d'écoulement pendant la phase d'initiation est caractérisée par la charge et la vitesse à l'extrémité aval de la conduite, la charge et la vitesse immédiatement en aval du front de remplissage, la vitesse et la profondeur d'eau en amont du front ainsi que la vitesse de propagation du front de transition. En conséquence, sept équations sont requises pour résoudre ce problème :

Les deux premières équations résultent des équations caractéristiques positive et négative dans la zone à Surface libre située en amont du front :

$$V_{SL}^{t+\Delta t} - (g/C_R) h_{SL}^{t+\Delta t} = K_{neg}^{SL} \quad (6.72)$$

$$V_{SL}^{t+\Delta t} + (g/C_L) h_{SL}^{t+\Delta t} = K_{pos}^{SL} \quad (6.73)$$

La troisième équation traduit la conservation du moment autour du front:

$$g (A_{SL} \bar{y}_{SL} - A_{CH} p_{CH}) = \frac{A_{CH} A_{SL}}{A_{SL} - A_{CH}} (V_{CH} - V_{SL})^2 \quad (6.74)$$

La quatrième équation exprime la conservation de la masse à travers le front:

$$A(V_{CH} - w) = A_{SL} (V_{SL} - w) \quad (6.75)$$

La cinquième équation établit le moment en considérant la colonne liquide pressurisée comme étant rigide:

$$x_{am} \frac{dV_{am}}{dt} = g (p_R^{am} - p_{CH}^{am}) + g x_{am} \left(S_{0am} - \frac{f_{am}}{2gD_{am}} V_{am} |V_{am}| \right) \quad (6.76)$$

La sixième équation établit la propagation du front d'onde:

$$\frac{dx_{am}}{dt} = w_{am} \quad (6.77)$$

La septième équation résulte de la condition limite en amont de la vanne: si la mise en charge coïncide avec la fermeture complète de la vanne, alors, à cause de l'inversion de l'écoulement, la vitesse à l'extrémité de la conduite est nulle ($V_{CH}^{t+\Delta t} = 0$). Si au contraire la mise en charge survient avant la fermeture complète de la vanne, les conditions aux limites établies au chapitre 2 permettent d'obtenir:

$$\begin{cases} V_{CH}^{t+\delta t} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{C_4^2 + 4C_4 K_{pos}} - C_4 \right) & \text{avec } C_4 = a\tau^2 V_0^2 / gH_0 \\ H_{CH}^{t+\delta t} = \frac{H_0}{\tau^2} \left(\frac{V_{CH}^{t+\delta t}}{V_0} \right)^2 & \text{où } \tau = (1 - t/t_c)^m \text{ et } t_c \text{ est la durée de la fermeture} \end{cases} \quad (6.78)$$

Où H_0 et V_0 sont respectivement la piézométrie et la vitesse de l'écoulement à l'extrémité de la conduite au début de la fermeture.

6.8.2 Technique de résolution

Une technique itérative intégrant la méthode de Runge-Kutta sera utilisée pour résoudre les équations. La procédure complète de résolution se décompose comme suit :

1. On attribue une valeur initiale à la variable nécessaire pour décrire la propagation du front d'onde de l'aval vers l'amont :

$$w = w_0 \quad (6.79)$$

2. On calcule ensuite la position temporaire du front après un pas de calcul de durée δt comme suit :

$$x_{am}^{\delta t} = x_{am}^0 - w_0^{am} \delta t \quad (6.80)$$

3. Connaissant la nouvelle position du front d'onde dans la conduite amont, on calcule alors les variables décrivant l'écoulement à surface libre dans la conduite en utilisant les équations (6.22), (6.23), (6.31) et (6.32):

$$V_{SL} = g \frac{K_{pos}^{am} - K_{neg}^{am}}{c_{L_{am}} + c_{R_{am}}} \quad \text{et} \quad h_{SL} = \frac{c_{R_{am}} K_{pos}^{am} + c_{L_{am}} K_{neg}^{am}}{c_{L_{am}} + c_{R_{am}}} \quad (6.81)$$

4. En combinant judicieusement les équations (6.24), (6.25), (6.26) et (6.29) en amont de même que les équations (6.33), (6.34), (6.35) et (6.30) en aval, on obtient respectivement les équations différentielles ci-après :

$$\frac{dV_{am}}{dt} = \frac{g}{x_{am}} \left(\frac{a_{am}}{g} K_{pos}^{CH_{am}} - Z_{am} - \frac{D}{2} - \frac{A_{SL_{am}}}{A_{am}} \bar{y}_{SL_{am}} \right) + g \left(S_{0_{am}} - \frac{f_{am}}{2gD_{am}} V_{am} |V_{am}| \right) \quad (6.82)$$

5. Cette équation différentielle est résolue par la méthode Runge Kutta d'ordre 4. Les conditions initiales sont celles spécifiées au moment de l'initiation de l'onde ou pendant les étapes de calculs intermédiaires. Après la convergence de la solution :
6. On calcule $(V_{SL_{am},t+\Delta t} \text{ et } y_{SL_{am},t+\Delta t})$ dans la partie amont à surface libre.
7. On calcule la valeur provisoire $(V_{am,t})$ de la vitesse dans la partie pressurisée de l'écoulement en amont : la pression au niveau du front amont en utilisant les équations (6.29) et (6.30) :

$$p_{CH_{am}}^t = \frac{1}{A_{am}} \left\{ A_{SL_{am}} \bar{y}_{SL_{am}} - \frac{1}{g} \frac{A_{am} A_{SL_{am}}}{A_{SL_{am}} - A_{am}} (V_{am,t} - V_{SL_{am}})^2 \right\} \quad (6.83)$$

8. On calcule les nouvelles valeurs temporaires de la vitesse de propagation des ondes dans les conduites amont et aval grâce aux équations (6.25) et (6.34) comme suit:

$$w_{am}^t = \frac{A_{am} V_{am,t} - A_{SL_{am}} V_{SL_{am}}}{A_{am} - A_{SL_{am}}} \quad (6.84)$$

9. On teste enfin la convergence sur la totalité des critères ci-après:

$$\max(|w_{am}^t - w_{am}^0|, |V_{am,t} - V_{am,0}|, |V_{SL_{am}}^t - V_{SL_{am}}^0|, |x_{am}^t - x_{am}^0|) \leq \varepsilon \quad (6.85)$$

10. Si le seuil de tolérance de 0.0001 est atteint ou dépassé, on accepte les dernières valeurs calculées. Sinon, on considère les dernières valeurs calculées et on recommence les calculs à partir de l'étape 2. Dans cette dernière configuration, l'initialisation de l'équation différentielle (6.44) se fera à l'aide des variables initiales:

$$V_{am}(t_0) = V_{am}^t \quad (6.86)$$

11. Et les valeurs des nouvelles vitesses de propagation à considérer seront alors:

$$w_{am} = w_{am}^t \quad (6.87)$$

6.9 Initiation résultant d'une fermeture de vanne

Lors de la fermeture de la vanne, le niveau d'eau monte à l'amont de la vanne jusqu'à atteindre le niveau de la crête. La partie juste en amont de la vanne se met ainsi en charge et une onde de

remplissage se développe dans la conduite de l'aval vers l'amont. L'initiation de cette onde doit se faire convenablement afin que le modèle numérique soit capable de suivre l'écoulement. La condition d'écoulement pendant la phase d'initiation est caractérisée par la charge et la vitesse à l'extrémité aval de la conduite, la charge et la vitesse immédiatement en aval du front de remplissage, la vitesse et la profondeur d'eau dans l'écoulement gravitaire en amont du front ainsi que la vitesse de propagation du front de transition. Pour l'initiation de l'écoulement transitoire à partir de la conduite aval, on suppose que le niveau amont de l'onde est à surface libre et que la profondeur de l'eau n'excède par la valeur $y = D - \varepsilon$. On procède par étapes comme suit:

1. On dénomme par P_0 le point qui sépare l'écoulement à surface libre de l'écoulement en charge. On identifie également les deux sections (S_{prec} et S_{suiv}) de la grille de discrétisation situées respectivement en amont et en aval de ce point. De part et d'autre du point P_0 , on identifie deux sections: S_1 du côté de l'écoulement gravitaire et S_2 du côté de l'écoulement en charge.
2. On attribue une valeur initiale à la variable nécessaire pour décrire la propagation du front d'onde de l'aval vers l'amont :

$$w = w_0 \quad (6.88)$$

3. on calcule la distance parcourue pendant le temps δt .

$$dx_R = w_0 \cdot \delta t \quad (6.89)$$

4. on calcule ensuite les vitesses, piézométrie et hauteur d'eau correspondant aux sections S_1 et S_2 :

- a. Pour cela, on applique la conservation de la quantité de mouvement entre les sections S_1 et S_{suiv} .

$$gP_1A - gP_{suiv}A + gAdx_R S_0 - Adx_R \frac{f}{2D} (V_1^2 + V_{suiv}^2) = V_{suiv}^2 A - V_1^2 A \quad (6.90)$$

$$\text{Avec } P_1 = H_1 - Z_{r1} - \frac{D}{2} \text{ et } P_{suiv} = H_{suiv} - Z_{rSuiv} - \frac{D}{2}$$

- b. on utilise également la conservation de la quantité de mouvement entre les sections S_{pre} et S_2 :

$$\begin{cases} V_2 = \sqrt{\frac{1}{A_2} \left(g \overline{y_{pre}} A_{pre} - g \overline{y_2} A_2 + g \frac{A_p + A_2}{2} dx_L S_0 + V_{pre}^2 A_{pre} \right)} \\ y_2 = D - \varepsilon \end{cases} \quad (6.91)$$

- c. On utilise aussi la conservation de quantité de mouvement autour du front entre les sections S_1 et S_2 .

$$\begin{cases} g \overline{y_2} A_2 - g h_1 A_1 = A_1 (V_1 + w)(V_2 - V_1) \\ h_1 = H_1 - Z_{r1} - \frac{D}{2} \end{cases} \quad (6.92)$$

En combinant les équations judicieusement les équations (6.90), (6.91) et (6.92), on calcule V_1 et H_1 .

$$\begin{cases} h_1 = \overline{y_2} \frac{A_2}{A_1} - \frac{1}{g} (V_1 + w)(V_2 - V_1) \\ g h_1 - g P_{suiv} + g dx_R S_0 - dx_R \frac{f}{2D} (V_1^2 + V_{suiv}^2) - V_{suiv}^2 + V_1^2 = 0 \\ V_2 = \sqrt{\frac{1}{A_2} \left(g \overline{y_{pre}} A_{pre} - g \overline{y_2} A_2 + g \frac{A_p + A_2}{2} dx_L S_0 + V_{pre}^2 A_{pre} \right)} \\ y_2 = D - \varepsilon \end{cases} \quad (6.93)$$

$$\text{où } h_1 = H_1 - Z_{r1} - \frac{D}{2} \text{ et } P_{suiv} = H_{suiv} - Z_{rSuiv} - \frac{D}{2}$$

- d. Ensuite on calcule la nouvelle valeur de la vitesse de propagation :

$$w = \frac{A_1 V_1 - A_2 V_2}{-A_1 + A_2} \quad (6.94)$$

5. On recommence les calculs à partir de 3) jusqu'à convergence des valeurs : dx_R, V_1, H_1, V_2 et w .
6. on calcule ensuite la nouvelle valeur de dx_R et la nouvelle position du front comme suit:

$$\begin{cases} dx_R = w^* dt \\ X11P = XB + dx_R \end{cases} \quad (6.95)$$

7. on calcule les nouvelles valeurs de V_2 et y_2 par la conservation du moment entre S_{prec} et la section à surface libre du front S_2 :

$$\begin{cases} \rho g \overline{y_p} A_p - \rho g \overline{y_2} A_2 + \rho g \frac{A_p + A_2}{2} dx_L S_0 - F_f = \rho V_2^2 A_2 - \rho V_p^2 A_p \\ y_2 = D - \varepsilon \\ dx_L = X11P - X_{prec} \end{cases} \quad (6.96)$$

En négligeant la force de friction (Vasconcelos, J. G. & Wright, 2005), on obtient:

$$\begin{cases} g \overline{y_p} A_p - g \overline{y_2} A_2 + g \frac{A_p + A_2}{2} dx_L S_0 = V_2^2 A_2 - V_p^2 A_p \\ y_2 = D - \varepsilon \\ dx_L = X11P - X_{prec} \end{cases} \quad (6.97)$$

Les variables V_2 et y_2 se calculent ensuite alors par:

$$\begin{cases} V_2 = \sqrt{\frac{1}{A_2} \left(g \overline{y_p} A_p - g \overline{y_2} A_2 + g \frac{A_p + A_2}{2} dx_L S_0 + V_p^2 A_p \right)} \\ y_2 = D - \varepsilon \\ dx_L = X11P - X_{prec} \end{cases} \quad (6.98)$$

8. On calcule la partie en charge comme une colonne d'eau rigide en utilisant la conservation du moment au tour du front. On obtient l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\begin{cases} dx_R \frac{dV_1}{dt} = g \left(P_s - \overline{y_2} \frac{A_2}{A_1} - \frac{1}{g} (V_1 + w)(V_2 - V_1) \right) + g dx_R \left(S_0 - \frac{f}{2gD} V_1 |V_1| \right) \\ avec : V_1(0) = V_s \end{cases} \quad (6.99)$$

Cette équation est résolue par la méthode Runge-Kutta pour obtenir V_1 , h_1 et w .

6.10 Applications

L'évaluation de la méthodologie de calcul présentée dans cette partie de notre étude est faite en comparant les résultats obtenus à partir des simulations aux mesures expérimentales (voir chapitre 5 pour le protocole expérimental). Lorsque le remplissage est graduel par exemple ou lorsque l'écoulement s'accompagne de beaucoup de bulles d'air, l'expérimentation donne des résultats moins intéressants. En revanche, lorsque le front est raide et que le débit d'apport est suffisant, la méthodologie permet de simuler convenablement l'initiation du front. Pour le protocole expérimental et la description des essais, nous renvoyons le lecteur au paragraphe 6 du chapitre 5.

6.10.1 Initiation de l'onde à partir d'un regard d'amont : R1-C1

Dans la Figure 6-16, nous avons focaliser sur le passage de l'écoulement à surface libre à celui en charge à l'entrée de la conduite C1. Nous constatons que le modèle numérique à un retard d'environ 2 à 3 secondes sur l'initiation du front de remplissage de la canalisation, ce qui est remarquable. Les oscillations caractérisant la mise en charge de la conduite sont également représentées même si leur localisation est légèrement décalée.

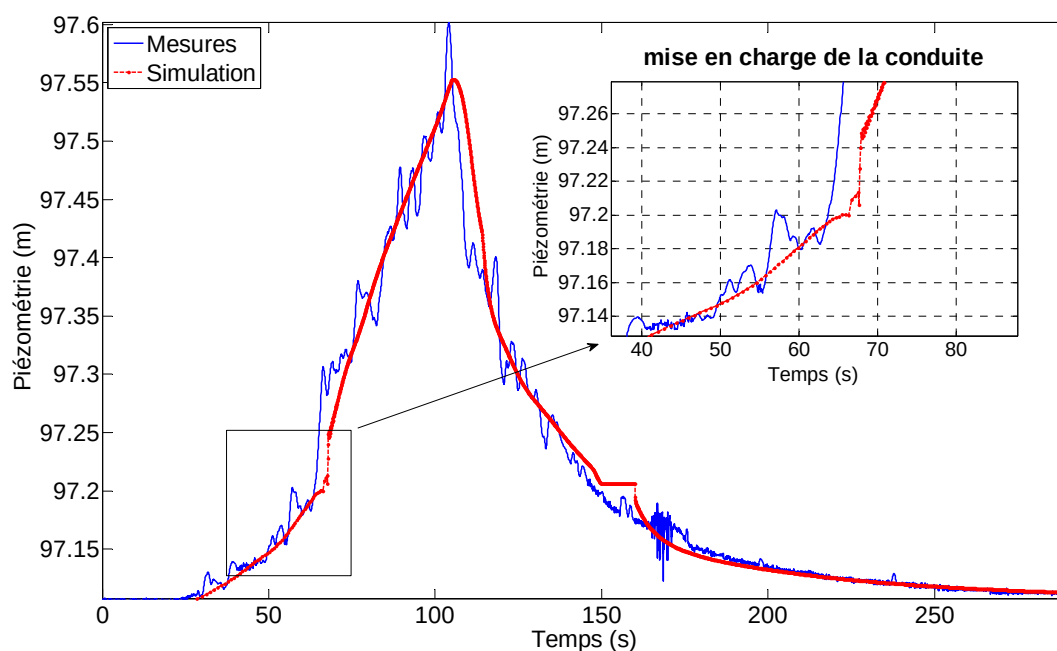


Figure 6-16: Initiation d'un front de remplissage au regard R1

La deuxième figure ci-après nous présente le même phénomène vue de l'intérieur du regard R1.

6.10.2 Initiation de l'onde à partir d'un regard intermédiaire : C1-R2-C2

La méthodologie de calcul pour des cas d'initiation à partir d'un regard intermédiaire est évaluée en comparant les résultats mesurés au niveau des capteurs C1P5 (sortie de la conduite C1), R2P (regard R2) et C2P1 (entrée de la conduite C2) à ceux obtenus à partir des simulations numériques.

À l'entrée de la conduite C2, on constate que la méthodologie de calcul montre une bonne capacité du modèle numérique à suivre le régime de l'écoulement : la mise en charge est ici parfaitement synchronisée avec les mesures de laboratoire (voir Figure 6-17). De plus, les oscillations et la baisse de niveau qui accompagnent généralement l'écoulement autour de la crête pour une conduite convergente sont également représentées numériquement, même si leur amplitude et leur position dans le temps est légèrement différente de celle des mesures. Ceci montre que la méthodologie est bien adaptée pour cette configuration d'écoulement.

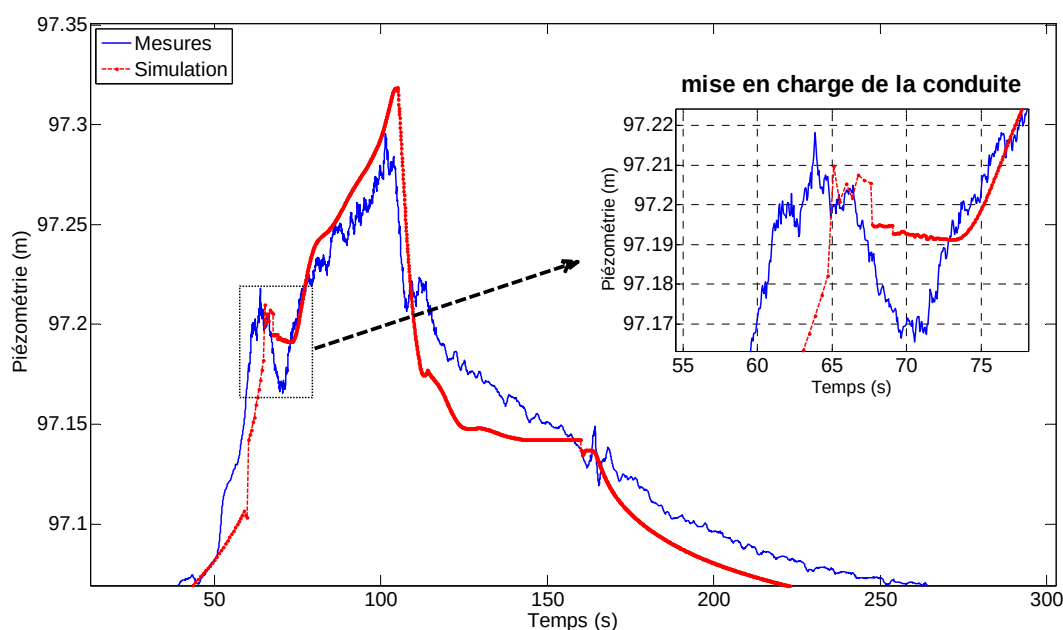


Figure 6-17: Initiation d'une onde de remplissage à l'entrée de la conduite C2front de remplissage au regard R2

L'entrée du front de transition dans le regard est illustrée par la Figure 6-18 ci-après qui présente une comparaison des résultats simulés et mesurés de la piézométrie à la jonction entre la conduite C1 et le regard R2. Les mesures sont obtenues à partir du capteur C1P5. Nous constatons que les mesures présentent beaucoup d'oscillations parasites. Globalement, un retard d'environ 3 à 5

secondes apparaît entre les valeurs simulées et mesurées. Ce retard peut avoir une origine numérique en rapport avec la tolérance admise pour la convergence des systèmes d'équations non linéaires. Cependant on remarque que l'initiation est ici bien représentée par la simulation même si le modèle numérique fournit des valeurs de piézométrie légèrement inférieures aux valeurs mesurées. Ces légères différences peuvent être mises sous le compte des incertitudes de mesures, des effets de l'air ou encore des erreurs numériques.

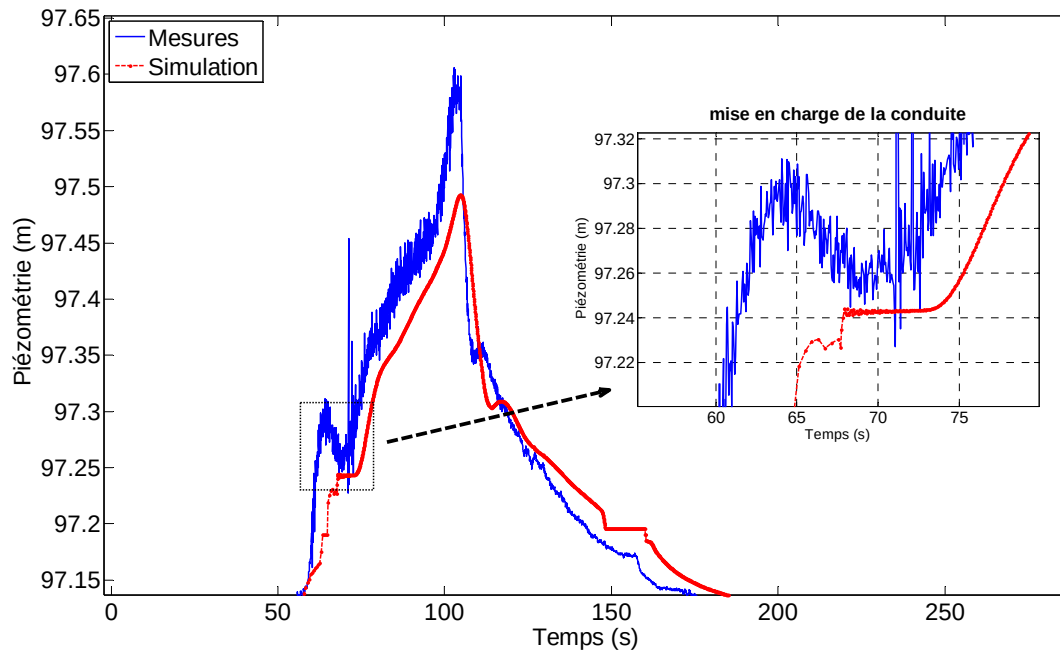


Figure 6-18: Passage du front de transition de la conduite C1 au regard R2

6.11 Conclusion

Le présent chapitre propose une méthodologie rigoureuse qui permet de modéliser automatiquement le passage de l'écoulement gravitaire à l'écoulement en charge. Une formulation mathématique basée sur des hypothèses simples et réalistes est associée à une méthodologie de calcul robuste de suivi dynamique de l'écoulement dans son changement de régime. Des simulations numériques sont obtenues à partir du modèle numérique développé sur la base de cette méthodologie. La question de répétitivité des résultats expérimentaux a été adressée en adoptant un protocole dans lequel chaque essai était reproduit cinq fois. Les résultats affichés ont été observés sur plusieurs cas analysés. La comparaison de ces simulations aux mesures de laboratoire a montré une bonne adéquation pour certains types d'écoulement. En effet

la méthodologie ne s'applique que lorsque le débit d'apport est suffisamment important pour pousser le front de transition à travers un ressaut raide. L'air observé dans certains essais est également un facteur limitant puisqu'une des hypothèses de calcul admet le principe des colonnes rigides et considère l'écoulement comme étant incompressible.

CHAPITRE 7 ÉTUDE DE CAS À SAINT-HYACINTHE (QUÉBEC)

7.1 Introduction

Les modèles généralement utilisés pour simuler l'écoulement transitoire dans les réseaux de drainage urbain peuvent être regroupés en deux grandes approches: les modèles avec capture de shock (« Shock-Capturing») et les modèles avec suivi de shock (« Shock-Fitting ») (Vasconcelos, J. G. et al., 2006b). La première approche utilise l'artifice de Preissman pour simuler l'écoulement en charge de la même manière que l'écoulement à surface libre. La deuxième approche localise la position du front de transition à chaque pas de calcul en résolvant un système d'équations non linéaires basées sur la conservation de la masse et du mouvement à travers le front. Les écoulements en charge et à surface libre sont modélisés distinctement.

Afin d'établir une base commune pour la comparaison de ces deux approches, un second modèle, basé sur la technique « Shock-Capturing » et utilisant les conditions aux limites développées au chapitre 5 est développé. Ce modèle combine les équations de Saint-Venant et une technique de résolution numérique basée sur les différences finies implicites (Cunge & Wegner, 1964).

Dans le but de valider l'applicabilité des modèles numériques développés sur un cas d'étude réel, les deux modèles sont utilisés pour la simulation de l'écoulement dans une zone problématique du réseau de drainage urbain de la ville de Saint-Hyacinthe. Une analyse comparative du ruissellement produit par les deux modèles numériques pour des événements pluvieux de période de retour 10 ans, 25 ans, 50 ans, et 100 ans permet de mettre à jour les forces et les faiblesses de chacune des approches.

7.2 Modèle à fente de Preissmann

Dans cette section nous présentons brièvement le développement du modèle à fente de Preissmann qui sera utilisé plus tard pour la comparaison.

7.2.1 Formulation mathématique

Un ensemble d'équations aux dérivées partielles connues sous le nom d'équations de St-Venant sont utilisées pour modéliser les écoulements à surface libre et sous pression:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(QV + gA\bar{y}) = gA(S_0 - S_f) \end{cases} \quad (6.100)$$

où: $A(z, x, t)$ est la section de l'écoulement, $Q(x, t)$ le débit, $V(x, t)$ la vitesse, S_0 la pente de la conduite, S_f celle de la friction et $\bar{y}(A)$ le centroïde de l'écoulement gravitaire.

7.2.2 Méthode de résolution numérique

La solution numérique utilisée pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles (6.100) est basée sur une méthode de différences finies implicite à quatre points appelés schéma de Preissmann (Chaudhry, M. Hanif, 1993). Si Ψ représente une variable d'écoulement donnée (section d'écoulement, débit, ou vitesse), les dérivées partielles peuvent être remplacées dans l'équation (6.100) par les différences finies suivantes:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} (\Psi_n^{t+\Delta t} + \Psi_{n+1}^{t+\Delta t} - \Psi_n^t - \Psi_{n+1}^t) \quad (6.101)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x} (\Psi_{n+1}^{t+\Delta t} - \Psi_n^t) + \frac{1-\theta}{\Delta x} (\Psi_n^{t+\Delta t} - \Psi_{n+1}^t) \quad (6.102)$$

$$\Psi = \frac{\theta}{2} (\Psi_{n+1}^{t+\Delta t} + \Psi_n^{t+\Delta t}) + \frac{1-\theta}{2} (\Psi_{n+1}^t + \Psi_n^t) \quad (6.103)$$

où: θ est le coefficient de pondération et Ψ représente soit $A(z, x, t)$ soit $Q(x, t)$ ou alors $V(x, t)$

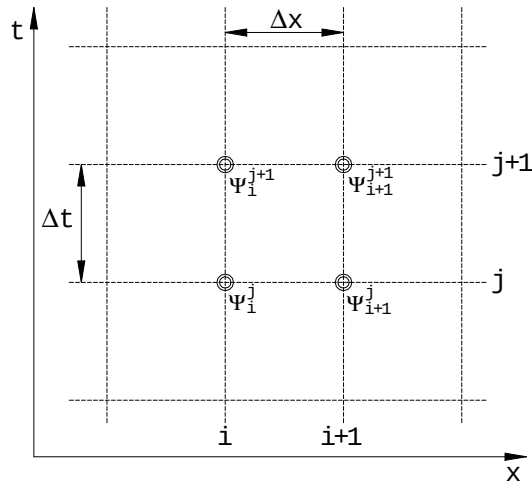


Figure 7-1: Schéma numérique utilisé pour le modèle «Shock-Capturing»

7.2.3 Stabilité du modèle

Lorsque la valeur de θ est supérieure à 0.5, le schéma de Preissmann est inconditionnellement stable (Chaudhry, M. Hanif, 1993). Cependant, pour les besoins de la performance et de la comparaison, nous avons choisi un nombre de courant proche de 1.

7.3 Étude de cas

Situé près de la rivière Yamaska (Figure 7-2), le bassin versant Pratte est un cas d'étude intéressant pour tester les capacités des deux modèles développés. La zone d'étude s'étend sur 160.87ha et elle est située dans la ville de Saint-Hyacinthe (peuplée d'environ 52 300 âmes), dans le sud-ouest du Québec, à environ 80 kilomètres à l'est de Montréal.

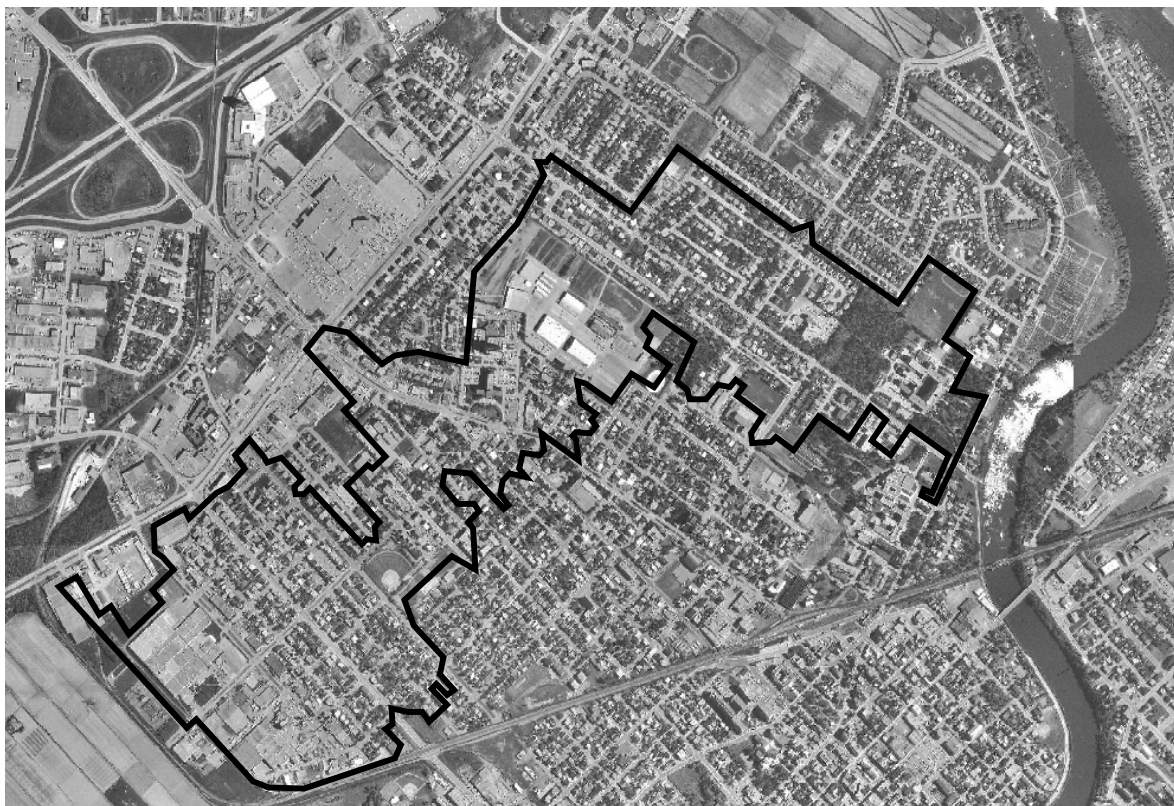


Figure 7-2: Vue aérienne du bassin versant Pratte dans la ville de Saint-Hyacinthe

Ce bassin a récemment fait l'objet d'une étude menée par ENVIRAQUA_inc. dans le cadre du plan directeur pour le développement des infrastructures de l'arrondissement. Toutes les caractéristiques du réseau, y compris les zones perméables et imperméables ainsi que des aires de

drainage des sous-bassins versants ont été fournies par les services techniques de la ville. De cette étude, les conduites problématiques ont été identifiées et certaines de ces conduites sont choisies pour tester les modèles développés.

7.4 Description du système de drainage

Le réseau d'assainissement urbain de Pratte fait partie du RAU de Saint-Hyacinthe tel qu'illustré à la Figure 7-3. Il s'agit d'un réseau unitaire âgé de quarante ans qui collecte aussi bien les eaux usées que les eaux pluviales.

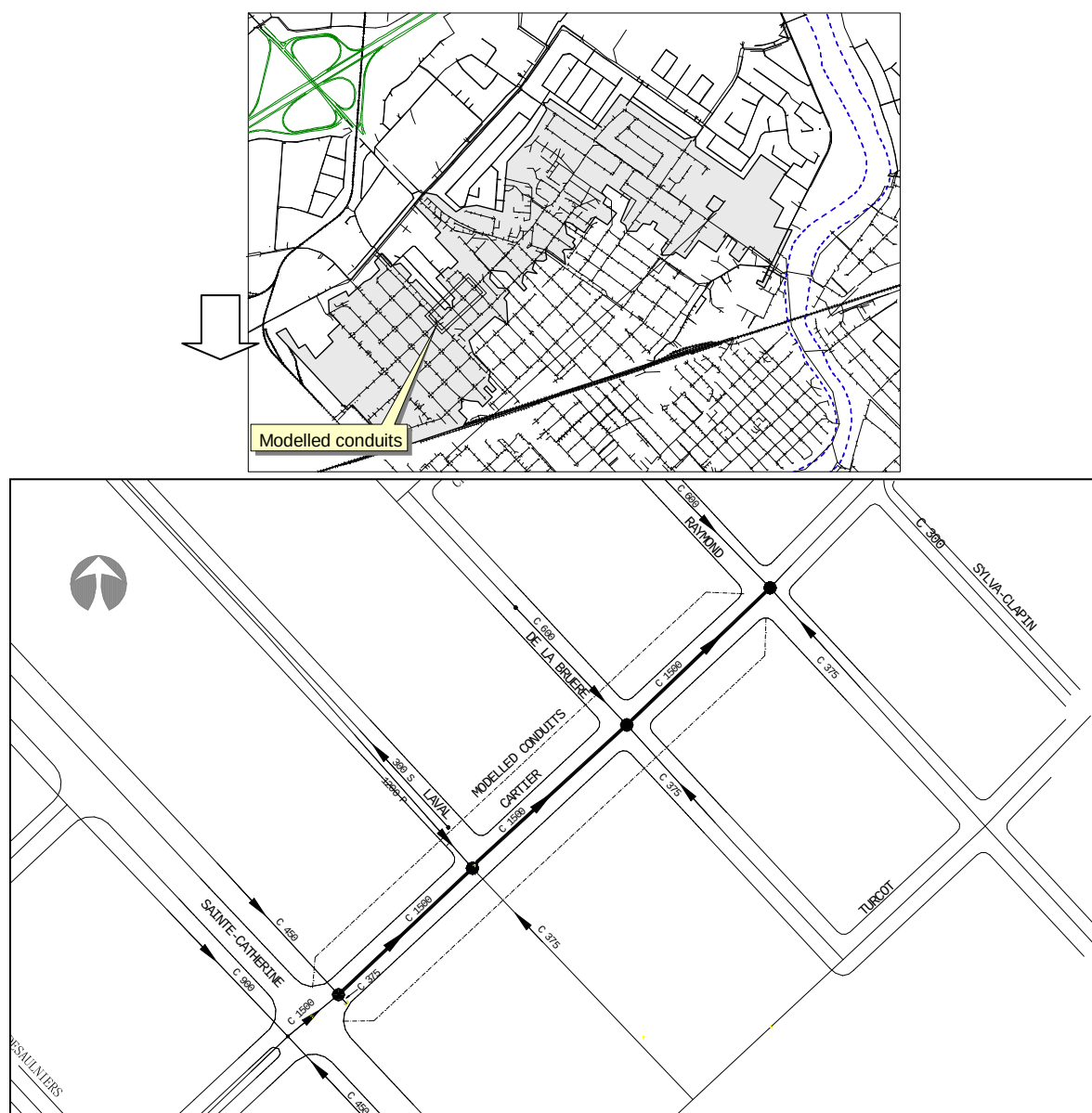


Figure 7-3: Conduites sélectionnées pour la simulation dans le RAU de Pratte

Lors des précipitations intenses, la capacité d'évacuation de plusieurs canalisations du RAU est souvent dépassée, et un débordement du réseau à partir des regards est observé. Pour la présente étude de cas, la portion du réseau la plus critique identifiée par ENVIRAQUA_inc a été choisie. Il s'agit d'un ensemble de trois conduites de diamètre 1.5 mètres, localisées sur la rue Cartier, entre les rues Saint-Catherine et Raymond.

7.5 Calculs hydrologiques

Les calculs hydrologiques permettent de déterminer les apports en eau du réseau de drainage qui sont par la suite utilisés comme "intranant" pour la simulation hydraulique. Ils comprennent la détermination de la pluie de conception et de la fonction de transfert par laquelle la pluie est transformée en hydrogramme de ruissellement à l'entrée des regards.

7.5.1 Pluie de Projet

Le dimensionnement d'un réseau d'égout pluvial suppose la connaissance préalable d'une crue critique contre laquelle on désire se prémunir. Cette crue, dont la pointe constitue le débit de dimensionnement ou débit de projet est généralement qualifiée par sa fréquence d'apparition. Elle résulte d'une précipitation exceptionnelle connue sous la dénomination de pluie du projet (Musy et al., 2003). La détermination de la pluie de projet est une phase importante du processus de conception du réseau. Elle est généralement caractérisée par la hauteur d'eau précipitée, la durée totale de la pluie, son intensité moyenne, son intensité maximale sur une période de temps donnée ou la distribution dans le temps des intensités instantanées.

La performance hydraulique des réseaux d'égouts est un problème récurrent au Canada où les municipalités font face fréquemment à des débordements de leur réseau de drainage pluvial. Dans la présente étude de cas, 4 précipitations synthétiques sont générées selon la méthode de Chicago décrite dans Daynou et Fuamba (2008) pour les périodes de retour de 10, 25, 50 et 100 ans. Les paramètres de la courbe IDF utilisés (Tableau 7.1) sont ceux de l'aéroport de Saint-Mathieu de Beloeil.

Tableau 7.1: Paramètre de la courbe IDF utilisé pour la ville de St-Hyacinthe

Période de retour (années)	Paramètres de la courbe IDF			
	<i>a</i> (mm/h)	<i>b</i> (min)	<i>c</i>	<i>r</i>
10	1075,725	8,52	0.816	0.44
25	1308,121	8,85	0,823	0.44
50	1534,585	9,45	0,833	0.44
100	1770,863	10,1	0,841	0.44

7.6 Calcul de la Pluie nette

La pluie nette est déterminée selon la méthode SCS-CN. L'hypothèse principale de cette méthode est que le rapport des pertes réelles sur les quantités d'eau ruisselées est égal au rapport des pertes maximales potentielles sur le ruissellement maximum potentiel. On admet ainsi que la somme des courbes représentant les précipitations cumulées et celles représentant l'infiltration cumulative est constante. Cette méthode est basée sur trois hypothèses principales (Chow, V. T. et al., 1988):

1. *L'existence d'une perte initiale préalable au ruissellement;*
2. Les pertes réelles sont proportionnelles aux pertes potentielles.
3. Les pertes initiales et de stockage potentiel sont linéairement reliées: $I_a = C_a S$:

$$I_a = C_a S \quad (0.1 \leq C_a \leq 0.2) \quad (6.104)$$

Compte tenu de ces hypothèses, la pluie nette (P_e) peut être obtenue avec l'équation suivante:

$$P_e = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S} = \frac{(P - C_a S)^2}{P + (1 - C_a)S} \quad (6.105)$$

où: P est la précipitation totale, C_a un coefficient empirique, S l'emmagasinement potentiel, et P_e la précipitation nette. Le stockage potentiel considéré ici est celui des conditions d'humidité normales définie par:

$$S = \frac{25400}{23 \text{ CN}} (10 + 0.13 \text{ CN}) - 254 \quad (6.106)$$

où: CN est un coefficient déterminé à partir du type de sol et du degré d'imperméabilité.

7.6.1 Hydrogramme unitaire adimensionnel du SCS

Compte tenu de l'aire drainée par chaque nœud du réseau (Tableau 7.2), la méthode du SCS (Chow, V. T. et al., 1988; Musy et al., 2003) est appliquée pour déterminer l'hydrogramme unitaire synthétique pour chaque sous-bassin versant de la zone d'étude. Le débit de pointe (Q_p) et le temps de montée de l'hydrogramme unitaire (T_p) sont définis comme suit:

$$Q_p = \frac{2.08A}{T_p}, \quad T_p = \frac{t_r}{2} + 0.6t_c \quad (6.107)$$

où: t_r est la durée de la précipitation effective et t_c le temps de concentration du bassin versant.

Tableau 7.2: Surfaces perméables et imperméables utilisées pour simuler le RAU

	A1	A2	A3
Surface totale (ha)	61,528	2,176	1,849
Aire imperméable (ha)	32,521	0,157	0,944
Aire perméable (ha)	30,007	2,019	0,905
Temps de concentration (min)	30	15	15

7.6.2 Ruissellement direct

Le ruissellement direct est calculé par convolution de l'hydrogramme unitaire adimensionnelle du Soil Conservation Service (SCS). Cet hydrogramme est obtenu à partir de la calibration du temps de concentration t_c sur les données récemment collectées. Le résultat de l'hydrogramme de ruissellement correspondant à la période de retour de 100 ans est présenté à la Figure 7-4. Des résultats similaires sont également disponibles pour les périodes de retour de 10, 25 et 50 ans.

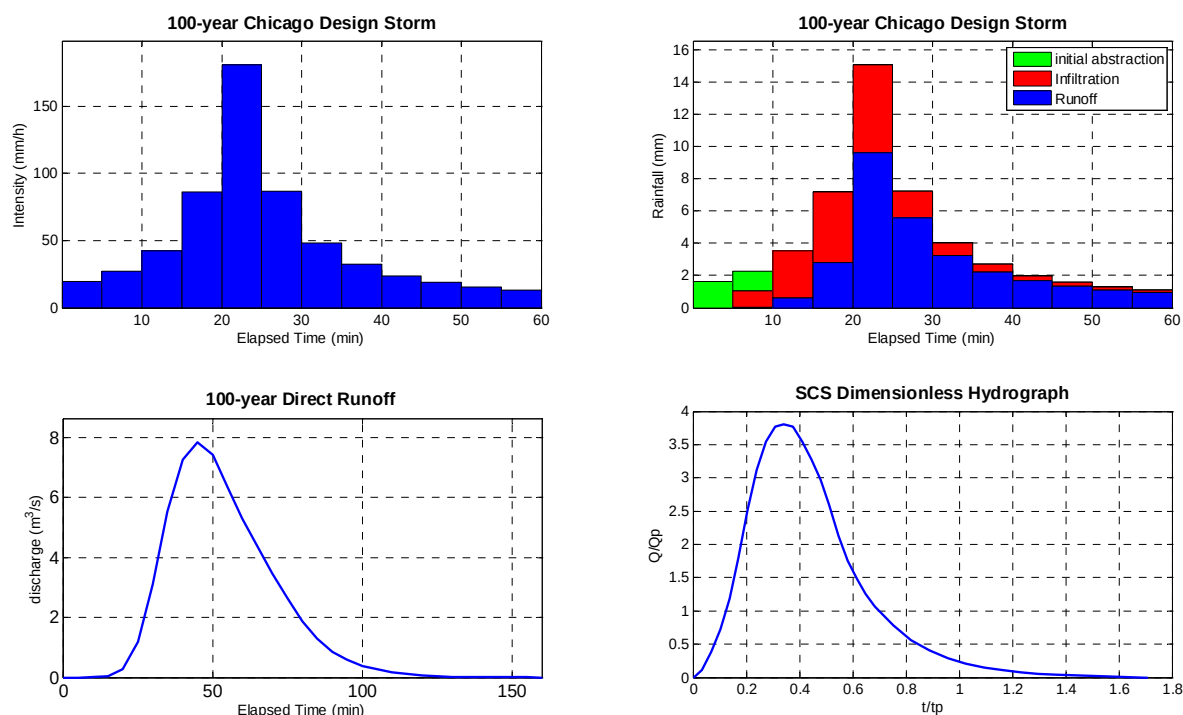


Figure 7-4: Pluie de Chicago, et calcul du ruissellement par la méthode SCS-CN

7.7 Simulations numérique

La capacité de chaque modèle à prédire les conditions futures du RAU dépendra de la précision des paramètres du modèle, de l'interaction entre ces paramètres et de la structure du modèle. Le modèle à fente de Preissmann étant très sensible à la largeur de la fente utilisée, une analyse de sensibilité sera utilisée afin de déterminer la largeur optimale à utiliser pour obtenir une simulation adéquate du modèle. Cinq largeurs de la fente de Preissmann sont utilisées pour l'analyse de sensibilité: 0,5%, 1%, 2%, 5%, et 10% du diamètre de la canalisation. Pour le modèle utilisant l'approche « Shock-Fitting », l'analyse de sensibilité est effectuée par rapport à l'épaisseur de la canalisation et son influence sur la célérité de l'onde de pression. Des simulations obtenues grâce au modèle SWMM 5 serviront de toile de fond dans la comparaison des modèles « Shock-Capturing » et « Shock-Fitting ».

7.7.1 Analyse de sensibilité du modèle «Shock-Capturing»

La sensibilité du modèle « Shock-Capturing » sera évaluée à partir des trois principales variables de sortie du modèle: la profondeur d'eau maximale simulée dans le regard amont, la piézométrie maximale simulée au milieu de la conduite amont et la vitesse maximale de l'écoulement dans le

réseau. La profondeur d'eau maximale simulée dans le regard amont est souvent utilisée pour détecter les débordements éventuels du réseau et les inondations de sous-sol qui en résultent. La piézométrie maximale simulée au milieu de la conduite amont peut être une indication des exfiltrations et des infiltrations qui sont à l'origine des affouillements observés généralement autour des conduites; elle peut également être une indication de l'important des refoulements dans les sous-sols. La vitesse maximale de l'écoulement dans le réseau peut être une indication de la vitesse d'érosion par abrasion des conduites.

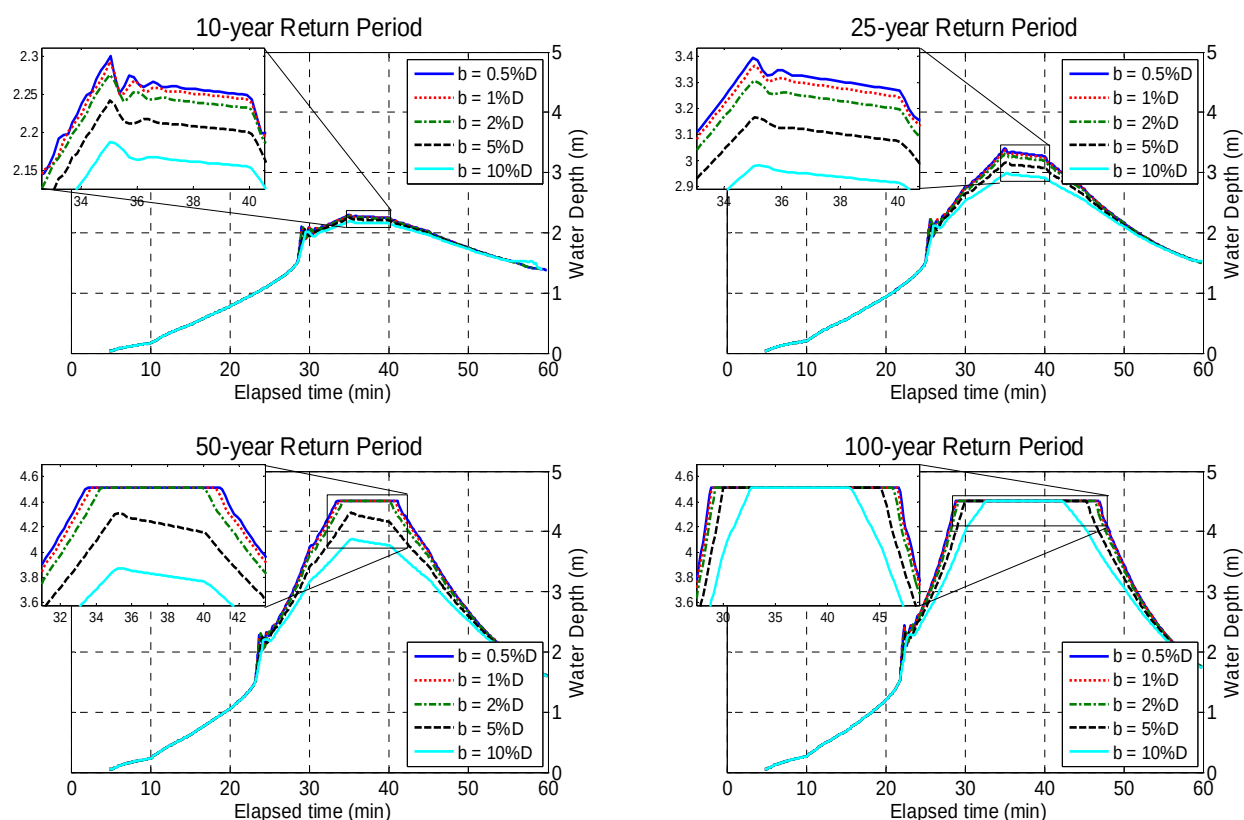


Figure 7-5: Les analyses de sensibilité à l'égard de la profondeur d'eau simulée

Tableau 7.3: Profondeur maximum d'eau dans le regard

Largeur fente (% D)	Pluie de 10 ans		Pluie de 25 ans		Pluie de 50 ans		Pluie de 100 ans	
	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)
0,5	35,05	2,3	35	3,396	33,54	4,51	28,86	4,51
1	35,05	2,293	35,05	3,365	33,71	4,51	29,03	4,51
2	35,03	2,276	35,04	3,306	34,41	4,51	29,18	4,51
5	35,05	2,242	35,06	3,166	35,2	4,31	30,02	4,51
10	35,04	2,187	35,2	2,982	35,37	3,873	32,7	4,51
SWMM	35,00	2,28	35,00	3,35	35,00	4,34	30,00	4,51

7.7.1.1 Profondeur d'eau maximale simulée au regard amont

Le niveau d'eau simulé dans le regard facilite la prédiction des possibles débordements du RAU pendant la crue. Précisons que la cote au sol au regard amont est de 4.5m. La Figure 7-5 compare les niveaux maximums atteints par l'eau pour chacune des périodes de retour choisies et pour chaque largeur de fente utilisée. On remarque qu'aucun débordement ne se produit au regard amont pour les précipitations de période de retour 10 et 25 ans. En revanche, pour les précipitations dont la période de récurrence dépasse 50 ans, le modèle simule un débordement au regard amont pour les fentes allant de 0,5 à 2 % du diamètre. Lorsque la période de retour atteint 100 ans, un débordement du réseau est obtenu pour toutes les largeurs de fente utilisées. Les niveaux maximum simulés ainsi que le temps mis pour atteindre ces niveaux sont présentés au Tableau 7.3. Les valeurs équivalentes fournies par le logiciel SWMM 5 sont également indiquées.

Une analyse graphique des résultats obtenus (Figure 7-6) montre que la profondeur maximale simulée par le modèle «Shock-Capturing» diminue linéairement à mesure que la largeur de la fente augmente. Par ailleurs, lorsque le réseau s'écoule à surface libre, le temps mis pour atteindre la valeur maximale n'est pas influencé par la largeur de la fente. En revanche, lorsque le réseau déborde, le temps de remplissage est légèrement plus long pour les fentes les plus larges. Pour la pluie de période de retour 50 ans, le modèle ne simule un débordement du regard amont que lorsque la largeur de la fente utilisée est inférieure ou égale à 2% du diamètre. On en déduit que l'incertitude sur la largeur de la fente utilisée peut conduire d'une part, à une mauvaise estimation du niveau d'eau dans le regard et d'autre part, à une prédiction erronée du comportement du réseau en cas d'inondation.

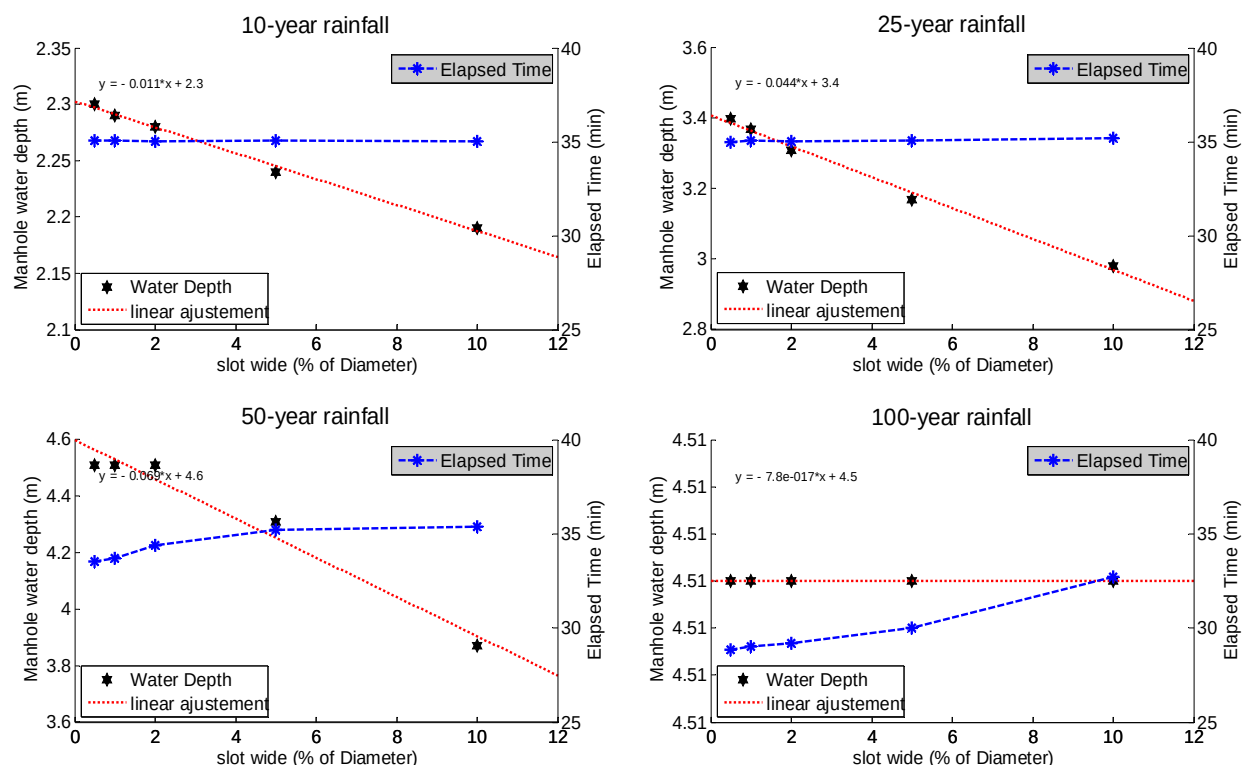


Figure 7-6: Analyse de la profondeur de l'eau simulée au regard amont

7.7.1.2 Charge piézométrique

La charge piézométrique simulée au milieu de la conduite amont est analysée à la Figure 7-7. On constate que cette charge varie proportionnellement à la largeur de la fente utilisée. Cette variation prend de l'importance lorsque le réseau entre en charge et elle augmente éventuellement avec l'intensité des précipitations. La piézométrie maximale est reliée à d'autres paramètres d'écoulement tels que la vitesse maximale de la canalisation ou le niveau maximum atteint par l'eau au regard amont. Le Tableau 7.4 présente les valeurs de la charge piézométrique maximale calculée à la section S1 et celles du temps mis pour atteindre cette valeur maximale.

D'après la Figure 7-7, on remarque que la charge piézométrique maximale simulée par le modèle décroît proportionnellement à la largeur de la fente utilisée. Par ailleurs, aussi longtemps que la conduite n'entre pas en charge, la largeur de la fente n'a aucune influence sur la valeur de la piézométrie simulée (périodes de retour de 10 et 25 ans). En revanche, si le réseau entre en charge, le temps pour atteindre la valeur maximale est légèrement influencé.

Tableau 7.4: Charge piézométrique

Largeur fente (% D)	Pluie de 10 ans		Pluie de 25 ans		Pluie de 50 ans		Pluie de 100 ans	
	t (min)	H (m)	t (min)	H (m)	t (min)	H (m)	t (min)	H (m)
0,5	35,05	31,41	35,05	32,27	33,54	33,11	28,86	33,14
1	35,05	31,41	35,05	32,26	33,71	33,12	29,03	33,15
2	35,05	31,40	35,05	32,22	34,41	33,15	29,18	33,17
5	35,05	31,37	35,05	32,13	35,20	33,05	30,00	33,23
10	35,05	31,33	35,05	32,00	35,20	32,75	32,70	33,31
SWMM5	35,00	31,34	35,00	32,25	35,00	33,08	30,00	33,23

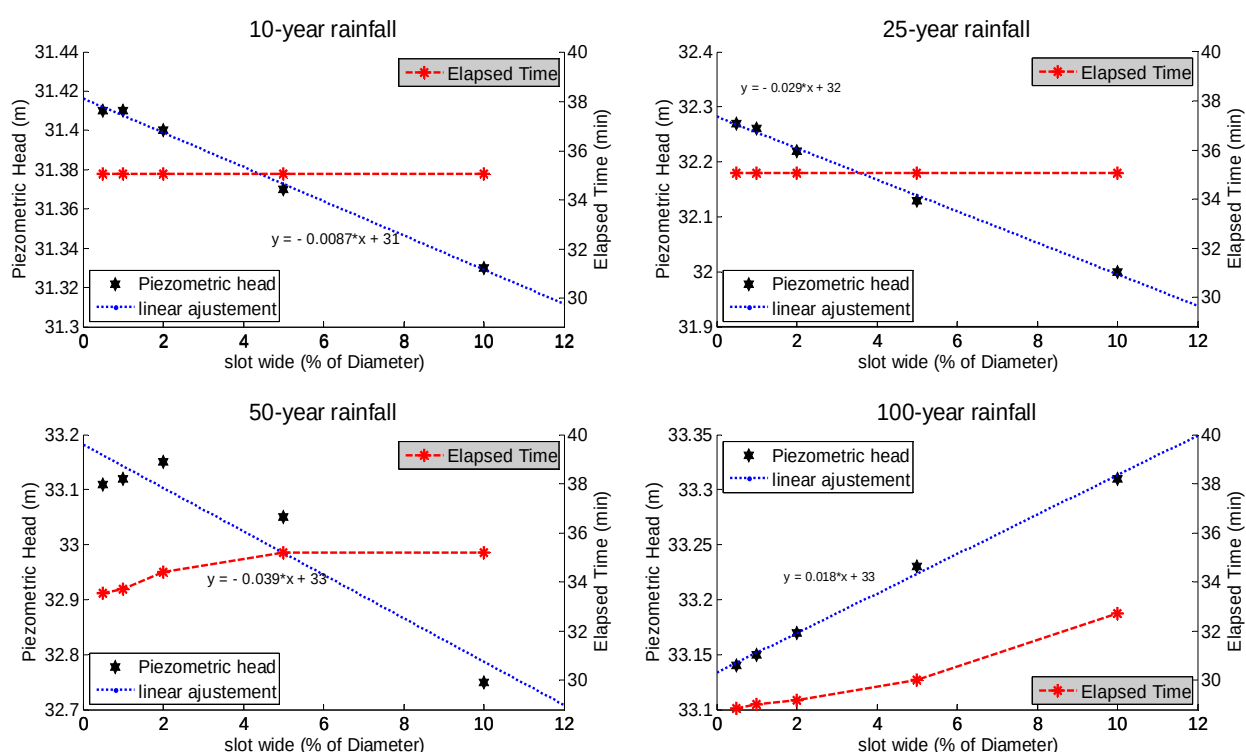


Figure 7-7: Charge maximale en fonction du temps avec différente largeur de fente

7.7.1.3 Vitesse

La Figure 7-8 montre les vitesses maximales de l'écoulement générées par des pluies de différentes périodes de retour. On remarque que les vitesses simulées sont étroitement liées à la largeur de la fente. En fait, plus la largeur de la fente est petite, plus la vitesse est élevée. En outre, la vitesse maximale est relativement constante sur une période de temps. Cette durée est beaucoup plus grande pour une fente mince que pour une fente large.

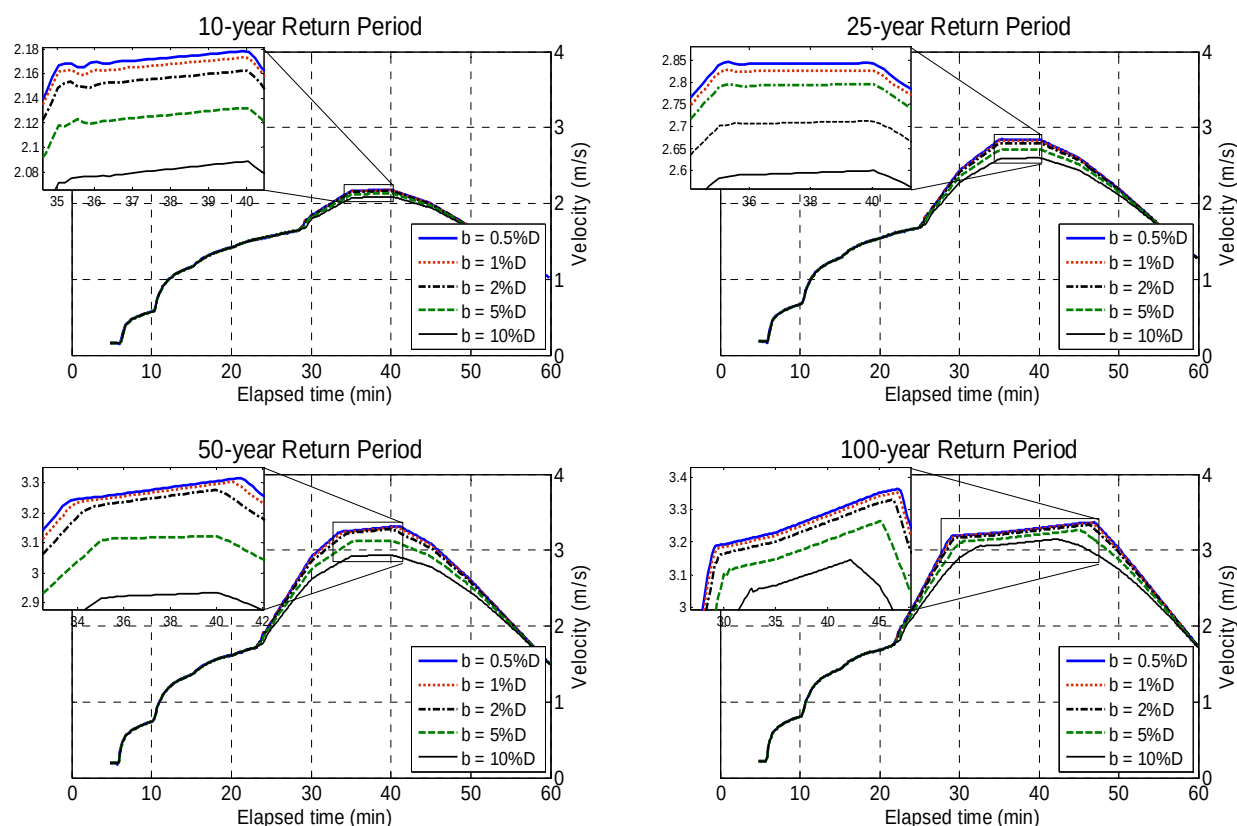


Figure 7-8: Les analyses de sensibilité en ce qui concerne la vitesse d'écoulement

Le Tableau 7.5 indique la vitesse maximale obtenue pour chaque pluie simulée et le temps nécessaire pour atteindre ces valeurs. On y constate que des vitesses les plus élevées sont obtenues avec les fentes la plus minces. Par ajustement linéaire (Figure 7-9), nous pouvons conclure que les vitesses maximales simulées augmentent en proportion inverse de la largeur de la fente.

Tableau 7.5: La vitesse maximale simulée par les modèles

Largeur fente (% D)	Pluie de 10 ans		Pluie de 25 ans		Pluie de 50 ans		Pluie de 100 ans	
	t (min)	U (m/s)	t (min)	U (m/s)	t (min)	U (m/s)	t (min)	U (m/s)
0,5	39,91	2,18	40,04	2,85	41,06	3,32	46,87	3,37
1	39,90	2,18	40,03	2,84	40,73	3,32	46,73	3,37
2	39,95	2,17	40,05	2,81	39,94	3,31	46,36	3,36
5	40,07	2,14	40,08	2,74	39,38	3,18	45,19	3,34
10	40,06	2,11	40,04	2,65	39,37	3,02	42,22	3,26
SWMM	35,00	2,65	35,00	3,26	35,00	3,81	30,00	3,93

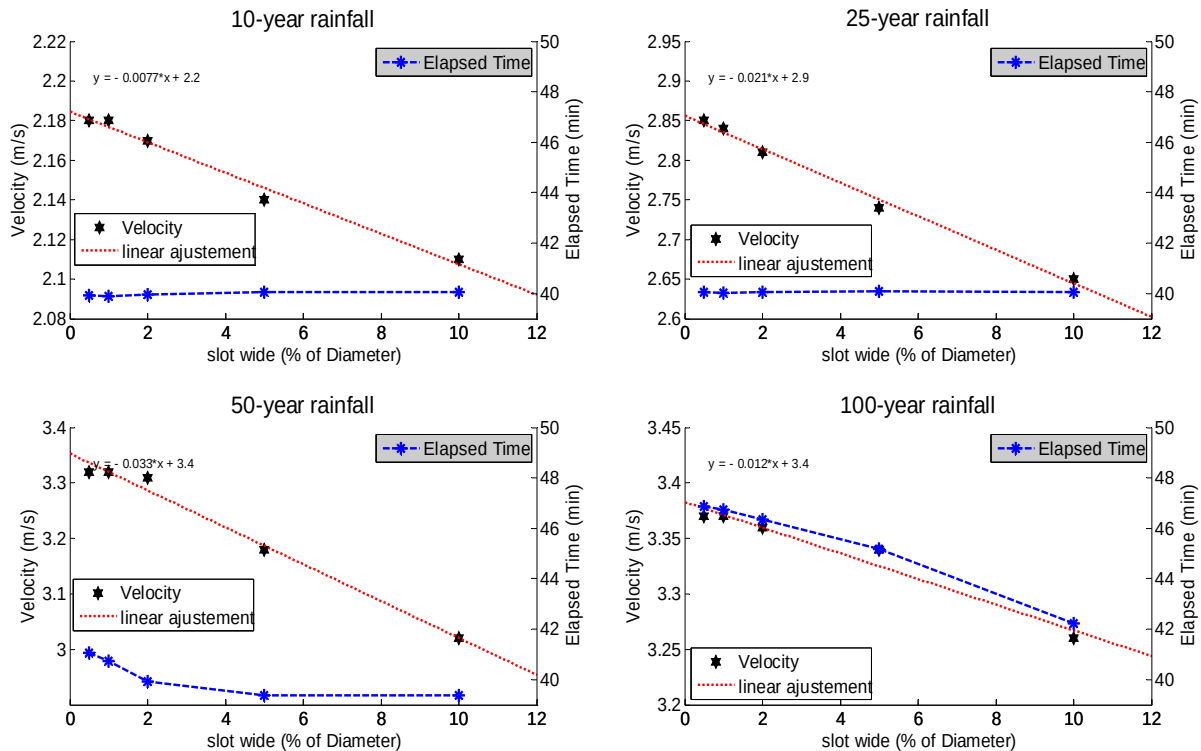


Figure 7-9: vitesses simulées par rapport à une largeur de fente

On constate ainsi que pour le modèle «Shock-Capturing», la largeur de la fente a une influence significative sur la charge piézométrique, la vitesse et la profondeur maximale de l'écoulement simulé par le modèle ainsi que sur la célérité de l'onde de pression pendant le régime d'écoulement sous pression. Par ailleurs, nous savons que plus la largeur de la fente est petite, meilleure est la simulation de l'écoulement en charge; cependant, au-delà d'une certaine valeur de fente, nous constatons une instabilité dans la solution numérique fournie par le modèle «Shock-Capturing» pour l'écoulement en charge. En conséquence, une largeur de fente de 1%D est choisie pour l'analyse comparative. En effet, les résultats obtenus avec cette largeur de fente sont comparables à ceux donnés par une largeur de 0,5% D et la stabilité numérique du modèle est meilleure.

7.7.2 Analyse comparative

Pour l'analyse comparative, l'épaisseur des canalisations est de 6 po et la largeur de la fente Preissmann égale à 1%D. La performance des deux modèles est évaluée en considérant les principales variables de sortie des modèles: la vitesse de l'écoulement, la profondeur de l'eau au regard amont, la charge piézométrique et la célérité de l'onde de pression.

7.7.2.1 Célérité de l'onde de pression

La célérité de l'onde de pression est estimée à 1020 m/s par le modèle «Shock-Fitting» et 40 m/s par le modèle «Shock-Capturing». Nous constatons que la célérité de l'onde de pression du modèle «Shock-Fitting» est environ 25 fois supérieure à celle du modèle «Shock-Capturing». Cette différence aura certainement une influence sur les autres variables de sortie simulées par chaque modèle.

7.7.2.2 Vitesse de l'écoulement

La Figure 7-10 montre la vitesse d'écoulement simulée par les deux modèles pour chaque période de retour considérée. Les résultats obtenus avec SWMM5 sont aussi présentés comme valeurs de référence. On remarque une différence négligeable entre les résultats obtenus avec les modèles de « Shock » et SWMM pour les périodes de retour inférieures à 25ans. Toutefois, pour les périodes de retour de 50 et de 100 ans, un écart apparaît entre les valeurs maximales. En outre, les résultats des deux modèles développés sont inférieurs à ceux obtenus avec SWMM. Les valeurs de vitesse obtenue à l'aide du modèle «Shock-Fitting» sont généralement inférieures à celles obtenues à l'aide du modèle «Shock-Capturing». De plus, le temps durant lequel la vitesse maximale reste relativement constante est plus important pour le modèle « Shock-Fitting ». Par ailleurs, nous notons que les valeurs maximales sont atteintes plus rapidement avec le modèle «Shock-Fitting». Par rapport aux résultats de SWMM 5, l'erreur relative sur les vitesses simulées par le modèle «Shock-Fitting» varie de -11,86% à 0,18% alors qu'il varie de -6,39% à -0,23% pour celles du modèle «Shock-Capturing». Nous en concluons que pour des événements pluvieux usuels les deux modèles développés offrent des résultats du même ordre de grandeur que SWMM. En revanche, lorsque la crue est plus importante, les différences apparaissent et sont plus importantes pour le modèle «Shock-Fitting» que pour le modèle «Shock-Capturing».

Tableau 7.6: Erreurs sur la vitesse simulée par les modèles «Shock-Capturing» et «Shock-Fitting» par rapport aux valeurs de SWMM5

Période de retour	Modèle «Shock-Capturing»			Modèle «Shock-Fitting»			SWMM (m/s)
	vitesse (m/s)	Erreur absolue (m/s)	Erreur relative (%)	vitesse (m/s)	Erreur absolue (m/s)	Erreur relative (%)	
10 ans	2,175	-0,005	-0,23	2,184	0,004	0,18	2,180
25 ans	2,837	-0,023	-0,80	2,862	0,002	0,07	2,860
50 ans	3,319	-0,101	-2,95	3,100	-0,320	-9,36	3,420
100 ans	3,370	-0,230	-6,39	3,173	-0,427	-11,86	3,600

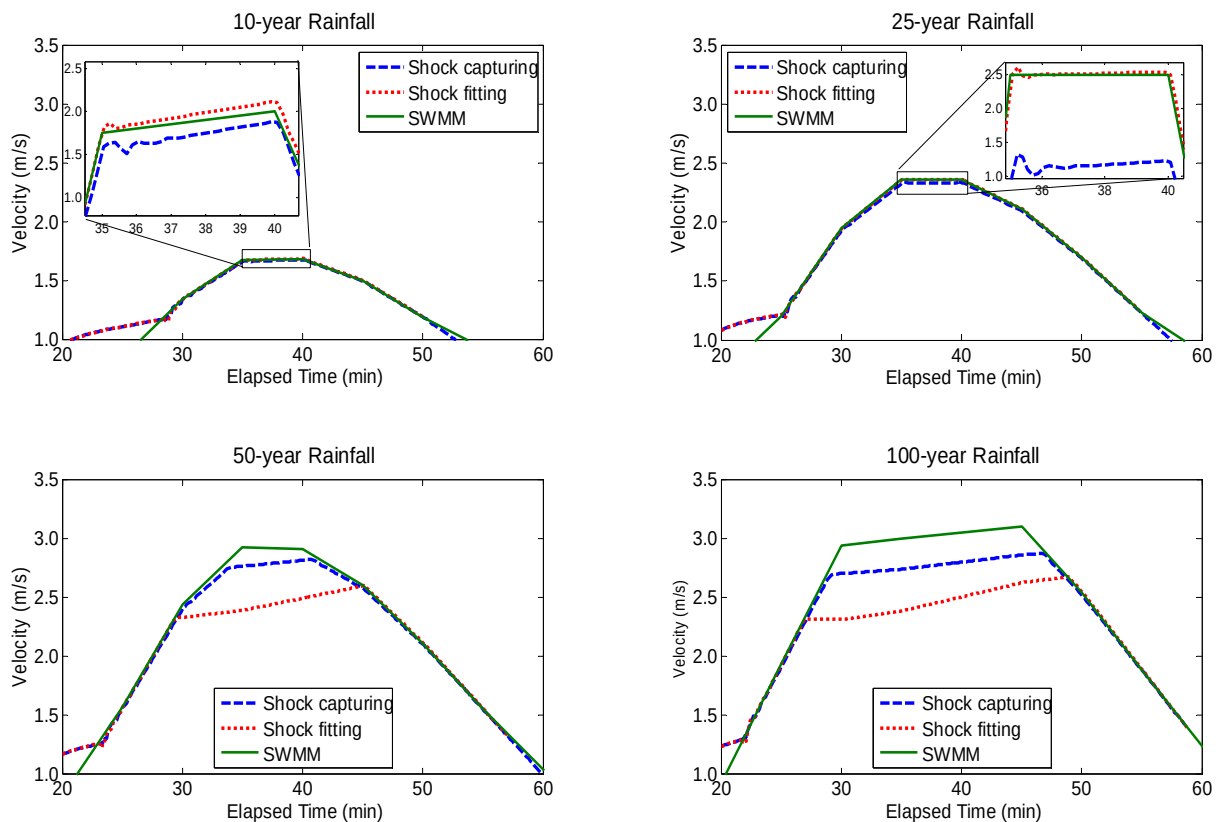


Figure 7-10: Comparison of simulated «Shock-Capturing» vs. Shock-Fitting velocities

7.7.2.3 Hauteur maximale atteinte par l'eau dans les regards

Sur la Figure 7-11 et le Tableau 7.7, les niveaux d'eau simulés par les modèles «Shock-Capturing» et «Shock-Fitting» au regard amont sont comparés ainsi que la vitesse de remplissage du réseau. Celle-ci est décrite par le temps nécessaire pour atteindre le niveau maximum. Les résultats fournis par le modèle «Shock-Capturing» sont très proches de ceux de

modèle SWMM 5. Ceci était prévu puisque les deux modèles appartiennent à la même famille des modèles «Shock-Capturing». Cependant, il y a une différence significative entre les résultats de «Shock-Capturing» et «Shock-Fitting». Nous constatons que le modèle «Shock-Fitting» fourni des valeurs de la profondeur d'eau au regard amont qui sont généralement plus élevées que celles des deux autres modèles. En ce sens, les profondeurs d'eau simulées par le modèle «Shock-Fitting» sont plus conservatrices que celles simulées par le modèle «Shock-Capturing». Les résultats montrent également que, pour les deux modèles, aucun débordement ne se produit pour les événements de retour de 10 et 25 ans. Cependant, les valeurs de pression fournies par le modèle «Shock-Fitting» sont plus élevées que celles de modèle «Shock-Capturing». Pour la période de retour 50 et 100 ans, un débordement est simulé par les deux modèles. La durée du dépassement de la capacité de la conduite est supérieure pour le modèle «Shock-Fitting» que pour le modèle «Shock-Capturing».

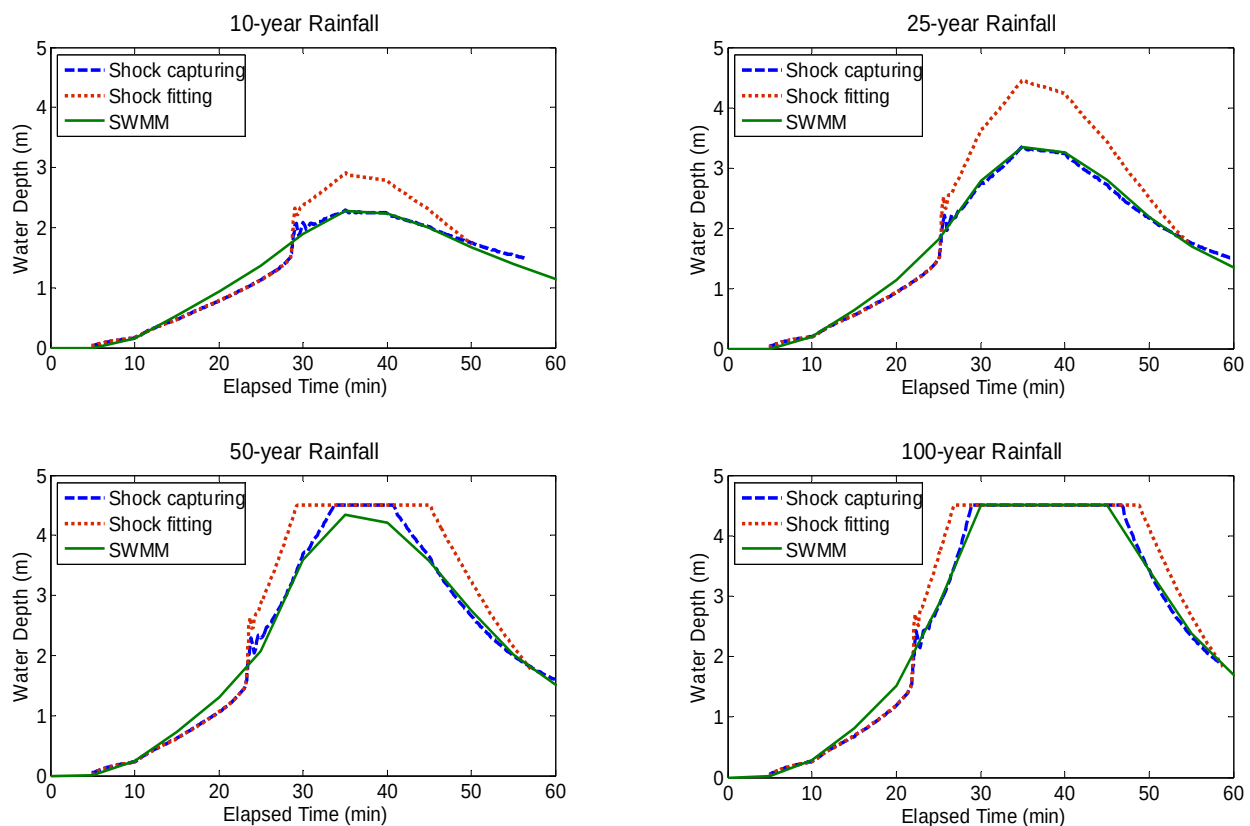


Figure 7-11: Comparaison des simulations de «Shock-Fitting» vs «Shock-Capturing» pour les profondeurs d'eau

Les profondeurs maximales simulées sont fournies dans le Tableau 7.7. On remarque que le temps mis pour atteindre la charge maximale est très similaire pour les deux modèles et qu'il varie de 26.91 à 35.07 min.

Tableau 7.7: Comparaison des profondeurs d'eau simulées au regard amont et temps écoulé

Modèle	Pluie de 10 ans		Pluie de 25 ans		Pluie de 50 ans		Pluie de 100 ans	
	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)	t (min)	h (m)
«Shock-Fitting»	35,07	2,91	35,07	4,47	29,41	4,51	26,91	4,51
«Shock-Capturing»	35,05	2,29	35,05	3,37	33,71	4,51	29,03	4,51
SWMM	35,00	2,28	35,00	3,35	35,00	4,34	30,00	4,51

7.7.2.4 Ligne piézométrique

La Figure 7-12 compare la ligne piézométrique maximale simulée par chaque modèle pour différentes périodes de retour. On peut voir que les résultats de la simulation obtenus avec le modèle «Shock-Capturing» sont très similaires à celles du modèle SWMM. Cette similitude était prévisible puisque les deux modèles appartiennent à la même famille. Cependant, les résultats de SWMM et du modèle «Shock-Capturing» diffèrent légèrement dans la partie aval du réseau. Ceci est probablement dû soit aux conditions aux limites qui diffèrent d'un modèle à l'autre, soit au schéma numérique utilisé, ou encore à cause de la largeur de la fente.

En outre, nous notons que les résultats obtenus avec le modèle «Shock-Fitting» diffèrent complètement de ceux prédits par les modèles «Shock-Capturing» et SWMM. Les lignes piézométriques simulées par le modèle «Shock-Fitting» sont beaucoup plus élevées que celles simulées par les modèles «Shock-Capturing» et SWMM. Cela se traduit par une pression plus importante simulée par le modèle «Shock-Fitting». Par ailleurs, les niveaux d'eau simulés par le modèle «Shock-Fitting» dans différents regards sont beaucoup plus élevés que ceux simulés par les modèles «Shock-Capturing» et SWMM. Ces différences sont présentées dans le Tableau 7.8.

On peut également remarquer que pour les pluies de période de retour 10 et 25 ans, aucun des modèles n'a prédit un débordement du réseau. Toutefois, le niveau d'eau simulée par le modèle «Shock-Fitting» dans le regard en amont, pour une pluie de 25 ans est très proche de la couronne du regard et peut être considéré comme un trop-plein. Pour les pluies de 50 à 100 ans, un débordement est observé au regard amont pour tous les modèles. Dans ces cas, la principale différence apparaît au regard aval où les niveaux d'eau simulés par le modèle «Shock-Fitting» sont plus élevés que ceux simulés par le modèle «Shock-Capturing» et SWMM. Cela montre que

l'utilisation d'un modèle plutôt que l'autre peut conduire à une estimation erronée du niveau piézométrique dans le réseau (Tableau 7.8).

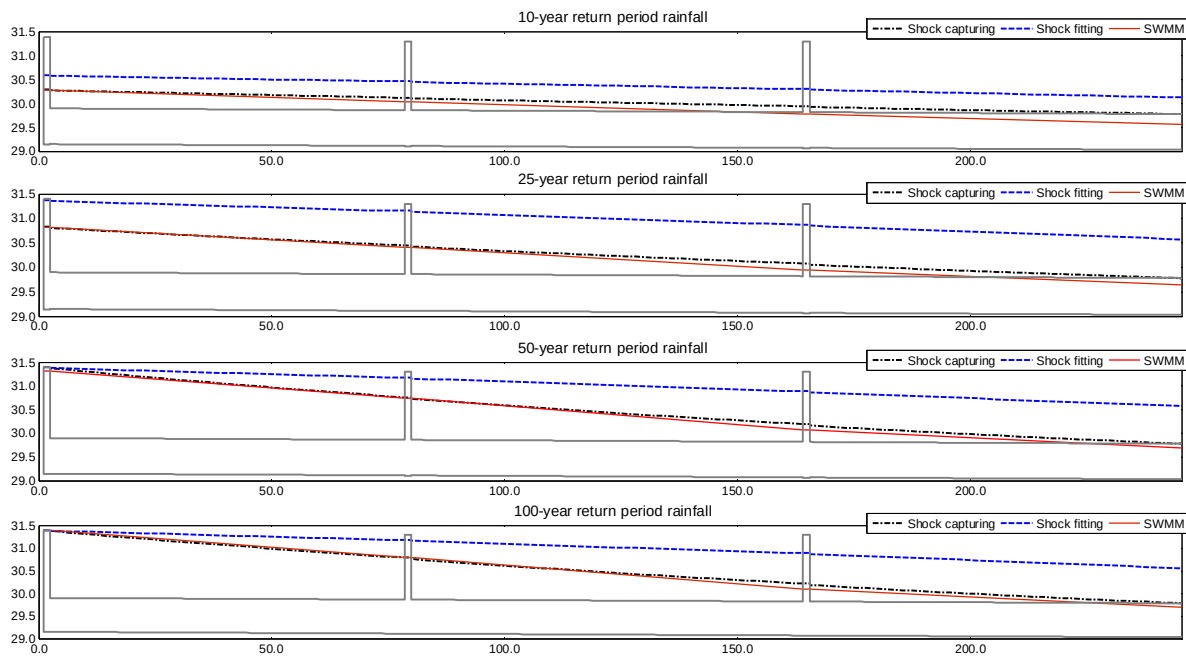


Figure 7-12: Comparaison des modèles «Shock-Fitting» et «Shock-Capturing» pour la ligne piézométrique

Tableau 7.8: Erreur relative et absolue des simulations de profondeur d'eau par les modèles «Shock-Fitting» et «Shock-Capturing» (en considérant SWMM comme référence)

Période de retour	Regard	«Shock-Capturing»			«Shock-Fitting»			SWMM (m)
		sortie (m)	Erreur absolue (m)	Erreur relative (%)	sortie (m)	Erreur absolue (m)	Erreur relative (%)	
10 ans	Reg.1	31,58	0,01	0,03	32,20	0,63	2,00	31,57
	Reg.2	31,25	0,16	0,51	31,94	0,85	2,73	31,09
	Reg.3	30,89	0,33	1,08	31,61	1,05	3,44	30,56
25 ans	Reg.1	32,65	0,01	0,03	33,76	1,12	3,43	32,64
	Reg.2	31,89	0,07	0,22	33,31	1,49	4,68	31,82
	Reg.3	31,16	0,27	0,87	32,76	1,87	6,05	30,89
50 ans	Reg.1	33,8	0,17	0,51	33,80	0,17	0,51	33,63
	Reg.2	32,52	0,05	0,15	33,36	0,89	2,74	32,47
	Reg.3	31,39	0,25	0,80	32,80	1,66	5,33	31,14
100 ans	Reg.1	33,8	0,00	0,00	33,80	0,00	0,00	33,80
	Reg.2	32,57	-0,02	-0,06	33,37	0,78	2,39	32,59
	Reg.3	31,43	0,24	0,77	32,79	1,60	5,13	31,19

Les résultats présentés dans le Tableau 7.8 montrent que les erreurs absolues sur les charges piézométriques simulées par les modèles «Shock-Capturing» et «Shock-Fitting» dans le regard amont varient de -0,02 à 1,87 m. en termes d'erreur relative, ces différences représentent respectivement 0,06 % et 6 % des résultats obtenus avec le modèle SWMM. Il est important de noter la différence absolue: presque 2 m sur les niveaux d'eaux prévues par les modèles évalués. Cette erreur possible peut avoir des conséquences désastreuses sur la délimitation des zones inondables ou sur le niveau du risque appliqué à la propriété susceptible d'être touchée. En outre, les coups de bélier et les sous-pressions qui accompagnent habituellement des écoulements turbulents transitoires doivent être simulés pour un meilleur entretien du réseau.

7.7.2.5 Autres considérations à prendre en compte

En plus des résultats fournis précédemment, d'autres éléments doivent être considérés lorsqu'on compare les modèles. Parmi eux, le temps de calcul de chaque simulation. Tel que mentionné précédemment, le modèle «Shock-Fitting» utilise un schéma explicite qui est conditionné par un nombre de Courant inférieur ou égal à 1. En outre, la technique de la solution implique des calculs itératifs au cours de la phase de transition et nécessite une discrétisation spatiale étroite. Cela conduit à des calculs intensifs au cours de la phase de transition. De plus, l'initialisation du front de pressurisation nécessite beaucoup de calcul, car le modèle doit évaluer si le débit entrant est suffisant pour générer un front de pressurisation avec perte d'énergie élevée, ou plutôt si le remplissage se fait progressivement. En outre, si un ressaut hydraulique est identifié sous le régime d'écoulement à surface libre, une procédure spécifique doit localiser, isoler et suivre le front au fur et à mesure qu'il se déplace le long de la conduite.

En revanche, la mise en œuvre du modèle «Shock-Capturing» est une tâche beaucoup moins ardue. Contrairement au modèle «Shock-Fitting», le modèle «Shock-Capturing» a la capacité de capturer le choc et aucun traitement spécial n'est nécessaire pour simuler l'écoulement dans le réseau. Les calculs sont beaucoup plus rapides et le processus de modélisation moins difficile. Enfin, l'apparition et la propagation des fronts de transition sont mieux simulées par le modèle «Shock-Fitting». Les phénomènes de sous-pressions localisées suivies par de zones de haute pression qui accompagnent les écoulements transitoires sont bien simulés par le modèle «Shock-Fitting» alors qu'ils ne sont pas observés avec le modèle «Shock-Capturing». Ceci est

probablement dû à l'hypothèse d'écoulement à surface libre sur laquelle le modèle «Shock-Capturing» est construit.

7.8 Conclusions et recommandations

Dans ce chapitre, un modèle «Shock-Capturing» et un modèle «Shock-Fitting» sont utilisés pour simuler l'écoulement dans quelques conduites problématiques d'un réseau d'égout existant, en réponse à quatre précipitations synthétiques de type Chicago dont les périodes de retour sont respectivement égales à 10, 25, 50 et 100ans. Compte tenu de sa popularité, le logiciel SWMM 5 est utilisé comme logiciel de référence.

Les résultats obtenus montrent que les modèles développés peuvent être appliqués pour la simulation hydrodynamique de l'écoulement dans un RAU réel et pour une gamme variée d'évènements pluvieux. L'analyse comparative des résultats obtenus montre que, pour des événements pluvieux usuels (fréquence inférieure à 1/25 ans), les deux modèles développés simulent des vitesses maximales du même ordre de grandeur que celles de SWMM 5. En revanche, lorsque la crue est plus importante (période de retour de 50 et 100 ans), les différences apparaissent et sont plus importantes pour le modèle «Shock-Fitting» que pour le modèle «Shock-Capturing». En revanche, la ligne piézométrique prédite par le modèle «Shock-Fitting» est plus élevée que celle prévue par les deux modèles «Shock-Capturing». La différence atteint 1.87m, ce qui peut avoir des conséquences désastreuses à la fois sur la délimitation des zones inondables et sur le niveau du risque appliqué aux propriétés potentiellement affectées. En outre, les coups de bélier et les sous-pressions qui accompagnent habituellement les écoulements turbulents transitoires ne peuvent être simulés que par le modèle «Shock-Fitting». Cependant le temps de calcul est plus important pour le modèle «Shock-Fitting» que pour le modèle «Shock-Capturing».

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

8.1 Conclusions générales

La recrudescence des inondations, attribuée principalement au vieillissement des réseaux d'évacuation, pose beaucoup de problèmes aux municipalités qui doivent rapidement trouver des solutions au problème de débordement, afin d'apaiser le mécontentement de leurs citoyens. Pour tester le meilleur fonctionnement d'un réseau et juger de sa performance hydraulique, un modèle hydrostatistique est proposé. Le module hydrologique permet de transformer en débits de ruissellement les précipitations historiques disponibles, et d'identifier les événements critiques responsables du débordement d'au moins un regard. Le module statistique effectue une série d'analyses fréquentielles sur l'échantillon formé par les événements critiques afin de déterminer le risque de débordement et les conséquences attachées à chaque niveau de risque (débit maximal de ruissellement, à la vitesse maximale dans le réseau et au volume maximal d'inondation). L'application de ce modèle à une étude de cas (réseau mineur de L'Île-des-Sœurs, dans l'arrondissement de Verdun sur la rive sud de Montréal), indique que le risque de dépassement de capacité existe vraiment.

Les concepteurs et gestionnaires des RAU peuvent par conséquent utiliser l'outil développé pour prévoir plus précisément les dommages éventuels induits par des scénarios d'inondation potentielle. Par ailleurs, les résultats du modèle pourraient aider à mettre en œuvre des solutions plus novatrices et durables, complémentaires aux solutions classiques, pour une meilleure gestion des eaux pluviales.

Par la suite, nous avons développé deux modèles numériques pour la simulation de l'écoulement transitoire dans les réseaux de drainage urbain.

Basé sur la technique numérique des ondes de choc, le premier modèle développé permet d'étendre les possibilités du modèle proposé par Fuamba (Chow, V. T. et al., 1988) afin de simuler l'éventualité d'une apparition simultanée de plusieurs fronts d'ondes à l'intérieur des conduites ou celle d'une onde se déplaçant en sens inverse du courant. Les différents régimes d'écoulement (écoulement gravitaire, écoulement en charge, écoulement transitoire) qui ont cours dans le réseau de drainage pendant le remplissage rapide des canalisations sont étudiés en détail. La formulation mathématique des différentes configurations d'écoulement est éclairée par

l'observation expérimentale des phénomènes à partir du modèle physique de laboratoire de Génie Eau de Polytechnique Montréal. Le modèle s'appuie sur les équations bien connues de Saint-Venant, une formulation dynamique qui permet d'adapter le modèle mathématique à la nature de l'écoulement, et un algorithme de résolution robuste qui utilise la technique "Shock-Fitting" pour traquer l'initiation et la transition des fronts de remplissage à travers le réseau de drainage. Ce modèle repousse les limites du modèle développé par Fuamba (Chow, V. T. et al., 1988; Musy et al., 2003) car il permet de simuler l'avènement de plusieurs fronts dans le réseau de drainage, sans nécessairement recourir à des simplifications numériques susceptibles de dénaturer la vraisemblance de l'écoulement. Il offre également une plate-forme adéquate pour étudier plus en profondeur les autres phénomènes qui relèvent du remplissage rapide des canalisations : friction non permanente, effet de l'air, etc. Enfin la problématique de la vidange des canalisations est analysée expérimentalement et une solution numérique pour la simulation du phénomène de vidange est proposée. La conceptualisation du modèle offre une souplesse supplémentaire. En effet, le modèle peut aisément être attaché à un modèle existant (SWMM par exemple) aux fins d'adresser sous certaines conditions à définir des régimes d'écoulement spécifiques.

Le second modèle développé appartient à la famille des modèles « Shock-Capturing ». Basé sur la fente de Preissmann, ce modèle combine les équations de Saint-Venant et une technique de résolution numérique basée sur les différences finies implicites (1997a, 2002b) pour simuler les conditions d'écoulement transitoire.

Les deux modèles développés sont ensuite utilisés pour simuler l'écoulement dans quelques conduites problématiques d'un réseau d'égout existant, en réponse à quatre précipitations synthétiques de type Chicago dont les périodes de retour sont respectivement égales à 10, 25, 50 et 100ans. Compte tenu de sa popularité, le logiciel SWMM 5 est utilisé comme logiciel de référence.

L'analyse comparative des résultats obtenus montre que les trois modèles fournissent des résultats semblables, pour des événements pluvieux usuels (fréquence inférieure à 1/25 ans). En revanche, lorsque la crue est plus importante (période de retour de 50 et 100 ans), les différences apparaissent et sont plus importantes pour le modèle «Shock-Fitting» que pour le modèle «Shock-Capturing». En revanche, la différence atteint 1.87m entre la ligne piézométrique prédite par le modèle «Shock-Fitting» et celle simulée par les deux modèles «Shock-Capturing». Cette

erreur peut avoir des conséquences désastreuses à la fois sur la délimitation des zones inondables, et sur le niveau du risque appliqué aux propriétés potentiellement affectées. Cependant le modèle «Shock-Fitting» est beaucoup plus exigeant en ressources de calcul que le modèle «Shock-Capturing». Aussi, nous recommandons l'utilisation des modèles de type «Shock-Fitting» pour la conception des égouts de petite taille et pour la réhabilitation hydraulique des tronçons défectueux ou présentant des problèmes de capacité hydrauliques. Pour un réseau de grande taille, le temps de calcul du modèle «Shock-Fitting» peut être un handicap. Dans ce cas, nous recommandons l'utilisation d'un modèle «Shock-Capturing» pour la simulation de l'ensemble du réseau, et un modèle «Shock-Fitting» pour les conduites problématiques. Nous recommandons également l'utilisation des modèles «Shock-Fitting» pour l'analyse des risques d'inondation et la délimitation des zones inondables. En général, les modèles «Shock-Fitting» sont à recommander chaque fois que les normes de sécurité doivent être respectées. Toutefois, lorsque l'accent est mis sur la vitesse de calcul, comme c'est le cas pour de la gestion en temps réel des inondations, les modèles «Shock-Capturing» sont à conseiller.

8.2 Contributions

8.2.1 Articles publiés ou acceptés dans des revues avec comité de lecture

- [1] **Daynou, M., & Fuamba, M.** (2007, 25-28 Juin). *Fréquence de débordement et performance hydraulique des réseaux de drainage urbain*. Communication présentée à NOVATECH 2007 - 6ème conférence internationale sur les techniques et stratégies durables pour la gestion des eaux urbaines par temps de pluie, Lyon - France (vol. 2, p. 981-988).
- [2] **Daynou, M., & Musandji, F.** (2008). Determination of overflow risk for stormwater systems. Dans W. James, K. N. Irvine, E. A. McBean, R. E. Pitt & S. J. Wright (Édit.), *Reliable Modeling of Urban Water Systems - Monograph 16* (p. 19-34). Guelph, Ontario, Canada.: CHI publications.
- [3] Fuamba, M., & **Daynou, M.** (2008). Comparison between the two-component pressure approach and current transient flow solvers. *Journal of Hydraulic Research*, 46(4), 571-573.

- [4] Fuamba, M., Walliser, T., **Daynou, M.**, Rousselle, J., & Rivard, G. (2008). Vers une gestion durable et intégrée des eaux pluviales : application des propositions d'action publique au Québec. *Vecteur environnement*, 41(5), pp16-23.
- [5] **Daynou, M.**, Fuamba, M., & Mahdi, T. (2009). Manhole storage capacity influence on transient flow modelling during storm sewer flooding event. Dans W. James, K. N. Irvine, E. A. McBean, R. E. Pitt & S. J. Wright (Édit.), *Conceptual Modelling of Urban Water Systems, Monograph 17* (vol. 17, p. 257-279): CHI publications.
- [6] Fuamba, M., Walliser, T., **Daynou, M.**, Rousselle, J., & Rivard, G. (2010) Towards a sustainable and integrated management of stormwater: A case study for the Quebec; Vers une gestion durable et integree des eaux pluviales: Une etude de cas pour le quebec. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 37(2), 224-235.
- [7] Fuamba, M., Walliser, T., **Daynou, M.**, Rousselle, J., & Rivard, G. (2010) Towards a sustainable and integrated management of stormwater: Implementation of the proposals for public action to Quebec; Vers une gestion durable et integree des eaux pluviales: Application des propositions d'action publique au Quebec. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 37(2), 209-223.
- [8] Bousso, S., **Daynou, M.**, & Musandji, F. (2012a). Mixed Flows in Storm Water Systems: Critical Review of Literature and Prospects. Accepted in *J. Hydraulic Research*.

8.2.1 Articles soumis ou en cours de soumission

- [9] Bousso, S., **Daynou, M.**, & Musandji, F. (2012b). Contribution on mixed flows with depressurizing wave front in circular pipe. submitted to *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*.
- [10] Bousso, S., **Daynou, M.**, & Musandji, F. (à soumettre). Experimental analysis of transient flows in sewer systems in presence of air pockets. *Journal of Hydraulic Engineering*.
- [11] **Daynou, M.**, Bousso, S., & Fuamba, M. (à soumettre). Dynamic modelling of Mixed flows in storm water systems. *journal of Hydraulic Engineering*.

- [12] **Daynou, M.**, Samba, B., & Fuamba, M. (à soumettre). Dynamic modelling of transition from gravity to pressurised flow in storm water system. *journal of Hydraulic Engineering*.
- [13] **Daynou, M.**, Samba, B., & Musandji, F. (à soumettre). Dynamic modelling of bounding storm sewer conditions during flooding events. *journal of Hydraulic Engineering*.

8.2.2 Principales contributions à la recherche et au développement

8.2.2.1 Détermination de la fréquence de débordement et performance hydraulique des réseaux de drainage urbain

Une méthodologie scientifique rigoureuse et originale est proposée pour tester le bon fonctionnement des réseaux d'assainissement urbain à partir d'une modélisation hydrologique et statistique. L'originalité de ce travail tient au fait que l'analyse du réseau est faite à partir des séries chronologiques observées ou simulées. Le calcul du risque permet d'évaluer le comportement du réseau et de mesurer l'écart qui sépare le risque accepté lors de sa construction de celui réellement encouru pendant la vie de l'ouvrage.

8.2.2.2 Développement d'un modèle numérique dynamique pour la simulation des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage urbains

Un modèle numérique pour la simulation dynamique des écoulements dans les réseaux d'assainissement urbain pendant les événements de crues est proposé dans cette étude afin d'avancer l'état de la connaissance sur les phénomènes transitoires. Le modèle développé étend les limites du modèle de Fuamba (1997, 2002) dans la mesure où le modèle est capable de simuler l'avènement de plusieurs fronts dans le réseau de drainage. Des conditions aux limites particulières sont également étudiées afin d'adresser la spécificité des écoulements qui caractérisent les épisodes de crues occasionnant un débordement du réseau de drainage. Une attention spéciale est accordée à l'étude des conditions d'initiation des écoulements transitoires afin de s'assurer de la continuité de la solution numérique proposée.

8.2.2.3 Expérimentations sur modèle physique de Laboratoire

Les développements numériques proposés s'appuient sur une étude expérimentale des phénomènes dans le laboratoire Génie Eau de Polytechnique Montréal. En ce qui concerne la partie expérimentale de l'étude, nous avons contribué à la conception du modèle physique de laboratoire à mettre en œuvre, à la formulation des protocoles expérimentaux et au mode de traitement des résultats de laboratoire. Les essais expérimentaux ont été mis en œuvre par un autre étudiant (1997a, 2002b) dans le cadre de sa maîtrise recherche.

8.3 Recommandations

Nous relevons ci-après quelques difficultés rencontrées au cours de la modélisation numérique afin d'indiquer dans quelles directions les études futures devront s'orienter:

- *Temps de calcul assez long:* Pour respecter la condition de Courant, le déplacement du front nécessite de nombreux calculs itératifs et requiert d'importantes ressources de calcul. Le pas de temps du calcul peut être excessivement petit, entraînant alors un déplacement de l'onde de quelques millimètres seulement (Δx trop petit). Cette situation peut introduire des oscillations de grande amplitude dans la solution numérique et compromettre la stabilité du modèle. Cette limite réduit la possibilité d'effectuer des simulations sur une très longue période. En conséquence, nous recommandons de considérer d'autres méthodes numériques (volume fini par exemple).
- *Impossibilité de propager une onde lorsque la charge est insuffisante:* L'initiation et le maintien d'une onde requièrent une charge suffisante dans la zone d'écoulement sous pression. Lorsque cette charge est insuffisante, ni l'initiation de l'onde, ni son déplacement ne sont possibles. Cette contrainte limite la possibilité de calculer un réseau lorsque le remplissage s'effectue progressivement avec des débits d'apport faibles. Lorsque le front d'onde s'aplatit comme le montrent les essais de Guizani et al. ou si l'onde tend à disparaître, l'hypothèse d'une interface verticale sur laquelle s'appuie le modèle « Shock-Fitting » n'est plus valide. Nous recommandons donc de coupler la solution proposée avec une solution adaptée au remplissage progressif comme celle proposée par (Bousso, S., 2010). Par ailleurs, lorsque l'onde de remplissage change de direction, les caractéristiques positives ou négatives utilisées pour calculer la zone d'écoulement à surface libre présentent quelques limitations. Le

calcul de cette zone devrait considérer les équations d'une onde de vidange. Or le recours à une multitude de systèmes d'équations rend le modèle moins stable et moins efficace en temps de calcul.

- *Difficulté d'initier une onde dans les sections intérieures* : Lorsqu'un ressaut hydraulique se développe dans une zone d'écoulement gravitaire, il peut en résulter une mise en charge partielle à l'intérieur de la conduite. Il n'existe pas encore de modèle ayant présenté des résultats satisfaisants pour ce cas de figure. Ces limites sont aussi soulignées par (Bousso, S., 2010; 2006) ou par (Politano et al., 2007a).
- *Effets de l'air* : L'effet de l'air emprisonné n'a pas été pris en compte dans cette partie de l'étude et est fortement suggéré comme priorité des développements ultérieurs. En cela, le modèle développé offre une excellente plate-forme pour l'intégration de l'air dans la simulation de l'écoulement transitoire.
- *Friction non permanente*: Il est également utile d'évaluer l'incidence de l'hypothèse de la friction permanente dans la solution numérique proposée.

BIBLIOGRAPHIE

- Abbott, M.B. (1966). *An introduction to the method of characteristics*: American Elsevier New York.
- Abbott, M.B. (1979). Computational hydraulics. Elements of the theory of free surface flows. *Pitman Publishing Ltd. London*, (17 ABB), 1980, 32.
- Aimable, R., & Zech, Y. (2003). Experimental results on transient and intermittent flows in a sewer pipe model. *Proc. 30th IAHR Congress, Delft, The Netherlands.* , 377-384.
- Anctil, F., Rousselle, J., & Lauzon, N. (2005). *Hydrologie: cheminements de l'eau*: Presses inter Polytechnique.
- Arora, M., & Roe, P.L. (1997). On postshock oscillations due to shock capturing schemes in unsteady flows. *Journal of Computational Physics*, 130(1), 25-40.
- Baines, W.D. (1991). Air cavities as gravity currents on slope. *J. Hydr. Engng.*, 117(12), 1600-1615.
- Benjamin, T.B. (1968). Gravity currents and related phenomena. *J. Fluid. Mech.*, 31, 209-248.
- Bourdarias, C., & Gerbi, S. (2007). A finite volume scheme for a model coupling free surface and pressurised flows in pipes. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 209(1), 109-131.
- Bousso, S. (2010). *Modélisation expérimentale des écoulements transitoires avec poches d'air emprisonnées dans les réseaux de drainage urbain*. (École Polytechnique de Montréal).
- Bousso, S., Daynou, M., & Musandji, F. (2012a). Contribution on mixed flows with depressurizing wave front in circular pipe. *submitted to Journal of Irrigation and Drainage Engineering*
- Bousso, S., Daynou, M., & Musandji, F. (2012b). Experimental analysis of transient flows in sewer systems in presence of air pockets. *Journal of Hydraulic Engineering*.
- Bousso, S., Daynou, M., & Musandji, F. (2012c). Numerical Modeling of Mixed Flows in Storm Water Systems: Critical Review of Literature. *Journal of Hydraulic Engineering*
- Brière, F.G. (2012). *Distribution et collecte des eaux*. (3^e éd.). Montréal: Presses Internationales Polytechnique.
- Brock, R.R. (1969). Development of roll-wave trains in open channels. *American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division*, 95(HY4), 1401-1427.
- Capart, H., Sillen, X., & Zech, Y. (1997). Numerical and experimental water transients in sewer pipes. *Journal of Hydraulic Research/De Recherches Hydrauliques*, 35(5), 659-672.
- Cardle, J.A. (1991). Evaluation of storm sewer control algorithms using a transient mixed flow model. *Water Resources Bulletin*, 27(5), 819-830.
- Cardle, J.A., & Song, C.C.S. (1988). Mathematical modeling of unsteady flow in storm sewers. *International Journal of Engineering Fluid Mechanics*, 1(4), 495-518.
- Cardle, J.A., Song, C.C.S., & Yuan, M. (1989). Measurements of mixed transient flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(2), 169-182.

- Carlier, M. (1986). *Hydraulique générale et appliquée. Editions Eyrolles, Direction des études et recherches d'électricité en France*, 565pp.
- Chaudhry, M.H. (1979). *Applied hydraulic transients*, Van Nostrand Reinhold Co., New York, N.Y.
- Chaudhry, M.H. (1993). *Open-channel flow*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Chaudhry, M.H. (1995). Open-channel flow. *Applied Mechanics Reviews*, 48(4), B45-B45.
- Chaudhry, M.H. (2008). *Open-Channel Flow. Springer, Second Edition*, 523.
- Chow, V.T. (1959). *Open-channel hydraulics*.
- Chow, V.T., Maidment, D.R., & Mays, L.W. (1988). *Applied hydrology*.
- Cunge, J.A., Holly Jr, F.M., & Nerat, G. (1981). *Mathematical modelling of complex river systems: hydraulic aspects*, New Delhi, Ind (p. 47-55).
- Cunge, J.A., & Mazaudou, B. (1984). *Mathematical modelling of complex surcharge systems: difficulties in computation and simulation of physical situations*, Goteborg, Swed (p. 363-373).
- Cunge, J.A., & Wegner, M. (1964). Numerical integration of Barre de Saint-Venant's flow equations by means of implicit scheme of finite differences. *Houille Blanche*, 19(1), 33-39.
- Daynou, M., & Fuamba, M. (2007, 25-28 Juin). *Fréquence de débordement et performance hydraulique des réseaux de drainage urbain*. Communication présentée à NOVATECH 2007 - 6ème conférence internationale sur les techniques et stratégies durables pour la gestion des eaux urbaines par temps de pluie, Lyon - France (vol. 2, p. 981-988).
- Daynou, M., & Fuamba, M. (2008). Determination of Overflow Risk for Stormwater Systems. Dans W. James, K. N. Irvine, E. A. McBean, R. E. Pitt & S. J. Wright (Édit.), *Reliable Modeling of Urban Water Systems* (vol. Monograph 16, p. 19-34). Guelph (ON) - Canada: CHI.
- Daynou, M., Fuamba, M., & Mahdi, T. (2009). Manhole storage capacity influence on transient flow modelling during storm sewer flooding event. Dans W. James, K. N. Irvine, E. A. McBean, R. E. Pitt & S. J. Wright (Édit.), *Conceptual Modelling of Urban Water Systems, Monograph 17* (vol. 17, p. 257-279): CHI publications.
- De Henau, V., & Raithby, G.D. (1995). A transient two-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines--I. theory. *Int. J. Multiphase Flow*, 21, 335-349.
- Duchesne, S., Mailhot, A., Dequidt, E., & Villeneuve, J.-P. (2001). Mathematical modeling of sewers under surcharge for real time control of combined sewer overflows. *Urban Water*, 3(4), 241-252.
- Ead, S.A., & Ghamry, H.K. (2002). *Hydraulic jumps in circular conduits*, Montreal, QB, Canada (vol. 2002, p. 789-798).
- Environnement Canada. (2006.). *Données de pluie à la station météorologique de Dorval*. Montreal, Canada.

- Finnemore, E.J., & Franzini, J.B. (2002). *Fluid mechanics with engineering applications* (10th^e éd.). Boston ; Montreal: McGraw-Hill.
- Fuamba, M. (1997a). Transient Flows Modelling in Drainage Systems (in French), Ph.D. Dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Fuamba, M. (1997b). *Transient Flows Modelling in Drainage Systems Networks* (in French). (Ph.D. dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.)
- Fuamba, M. (2002a). Contribution on transient flow modelling in storm sewers. *Journal of Hydraulic Research*, 40(6), 685-693.
- Fuamba, M. (2002b). Contribution on transient flow modelling in storm sewers. *J. of Hyd. Res.*, 40(6), 685-693.
- Fuamba, M., & Daynou, M. (2008). Comparison between the two-component pressure approach and current transient flow solvers. *Journal of Hydraulic Research*, 46(4), 571-573.
- Fuamba, M., Walliser, T., Daynou, M., Rousselle, J., & Rivard, G. (2008). Vers une gestion durable et intégrée des eaux pluviales : application des propositions d'action publique au Québec. *Vecteur environnement*, 41(5), pp16-23.
- Fuamba, M., Walliser, T., Daynou, M., Rousselle, J., & Rivard, G. (2010a). Vers une gestion durable et intégrée des eaux pluviales: Application des propositions d'action publique au Québec. . *Canadian Journal of Civil Engineering*, 37(2), p. 209-223.
- Fuamba, M., Walliser, T., Daynou, M., Rousselle, J., & Rivard, G. (2010b). Vers une gestion durable et intégrée des eaux pluviales: Une étude de cas pour le Québec. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 37(2), p 224-235.
- Garcia-Navarro, P., & Priestley, A. (1994). *Explicit schemes with large time steps*, Delft, Neth (vol. 1, p. 133).
- Garcia-Navarro, P., Priestley, A., & Alcrudo, F. (1994). Implicit method for water flow modelling in channels and pipes. *Journal of Hydraulic Research*, 32, 721-742.
- Gardner, G.C., & Crow, I.G. (1970). Motion of large bubbles in horizontal channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 43(pt 2), 247-255, plate.
- Ghidaoui, M.S., & Kolyshkin, A.A. (2002). Roll Waves and Surges in Channels: Onset and Initial Development. *The 2nd International Symposium on Flood Defense, September 10-13., Beijing, China*.
- Gomez, M., & Achiaga, V. (2001). *Mixed flow modelling produced by pressure fronts from upstream and downstream extremes*, Orlando, FL, United states (p. 461-470).
- Graf, W.H., & Altinakar, M.S. (1996). Hydraulique fluviale. *Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes*.
- Guinot, V. (2003). Godunov-type schemes : an introduction for engineers *Amsterdam : Elsevier*, 2003 xxiv, 483 p. : ill. ; 425 cm + 481 CD
- Guizani, M., Vasconcelos, J.G., Wright, S.J., & Maalel, K. (2006). Investigation of rapid filling of empty pipes. *CHI Intelligent Modeling of Urban Water Systems, Monograph 14*.
- Guo, Q., & Song, C.C.S. (1988). *Hydraulic transient analysis of TARP Phase II O'Hare System*.

- Guo, Q., & Song, C.C.S. (1990). Surging in urban storm drainage systems. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(12), 1523-1539.
- Guo, Q., & Song, C.C.S. (1990). Surging in urban storm drainage systems. *J. Hydr. Engng.*, 116(12), 1523-1539.
- Hager, W.H., & Schleiss, A.J. (2009). *Constructions hydrauliques : écoulements stationnaires Lausanne, [Suisse] : Presses polytechniques et universitaires romandes, c2009 Traité de G.C.; v.15, xv,597p.*
- Hamam, M.A., & McCorquodale, J.A. (1982). Transient conditions in the transition from gravity to surcharged sewer flow. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 9(2), 189-196.
- Henderson, F.M. (1989). *Open channel flow*. New York Macmillan.
- InfraGuide. (2005a). A Best Practice by the National Guide to Sustainable Municipal Infrastructure: Stormwater Management Planning, Canada. Tiré de <http://sustainablecommunities.fcm.ca/infraguide/>
- InfraGuide. (2005b). A Best Practice by the National Guide to Sustainable Municipal Infrastructure: Stormwater Management Planning, Canada. On-line documentation Web site: <http://sustainablecommunities.fcm.ca/infraguide/>.
- Issa, R.I., & Kempf, M.H.W. (2002). Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *International Journal of Multiphase Flow*, 29, 69-95.
- Ivanov, K.P., & Bournaski, E.G. (1996). Combined distributed and lumped parameters model for transient flow analysis in complex pipe networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 130(1-2), 47-56.
- James, W., Huber, W.C., Rossman, L.A., Dickinson, R.E., Pitt, R.E., James, R.C. (2005). *Storm Water Management Model (PCSWMM) - Version 5: User's guide to SWMM*. Guelph, Ontario, Canada: Computational Hydraulics International (CHI).
- Johnson, T.C., Baines, M.J., & Sweby, P.K. (2002). A box scheme for transcritical flow. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55(8), 895-912.
- León, A.S. (2007). Improved modeling of unsteady free surface, pressurized and mixed flows in storm-sewer systems. *PhD thesis., University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois*, 211p.
- León, A.S., Ghidaoui, M.S., Schmidt, A.R., & Garcia, M.H. (2006). Godunov-type solutions for transient flows in sewers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(8), 800-813.
- León, A.S., Ghidaoui, M.S., Schmidt, A.R., & Garcia, M.H. (2009). Application of Godunov-type schemes to transient mixed flows. *Journal of Hydraulic Research*, 47, 147-156.
- León, A.S., Ghidaoui, M.S., Schmidt, A.R., & Garcia, M.H. (2010). A robust two-equation model for transient-mixed flows. *Journal of Hydraulic Research*, 48, 44-56.
- León, A.S., Liu, X., Ghidaoui, M.S., Schmidt, A.R., & Garcia, M.H. (2009). *Boundary conditions for simulating complex storm-sewer systems in free surface, pressurized and mixed flow conditions*. Communication présentée à World Environmental and Water Resources Congress 2009: Great Rivers, May 17, 2009 - May 21, 2009, Kansas City, MO, United states (vol. 342, p. 5557-5567).

- León, A.S., Nania, L.S., Schmidt, A., & Garcia, M.H. (2009). *A robust and fast model for simulating street flooding*. Communication présentée à World Environmental and Water Resources Congress 2009: Great Rivers, May 17, 2009 - May 21, 2009, Kansas City, MO, United states (vol. 342, p. 5364-5373).
- León, A.S., & Oberg, N. (2010). Illinois Transient Model: Two-Equation Model V.1.2, User's Manual. Boise State University College of Engng.: <http://coen.boisestate.edu/ce/faculty/aleon/Codes.html>, 58p.
- Li, J., & McCorquodale, A. (1999). Modeling mixed flow in storm sewers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(11), 1170-1180.
- Li, J., & McCorquodale, A. (2001). *Modeling the transition from gravity to pressurized flows in sewers*, Orlando, FL, United states (p. 134-145).
- Martin, C.S. (1976). Entrapped Air in Pipelines. Proceedings of the 2nd International Conference on Pressures Surges, London, England. Edited by H.S. Stephens, A.L. King and C.A. Stapleton.
- Mays, L.W. (1999). *Hydraulic design handbook : [ressource électronique] Larry W. Mays, editor-in-chief*. New York: McGraw-Hill.
- Mays, L.W. (2001). *Stormwater collection systems design handbook*. New York ; Toronto: McGraw-Hill.
- Milne-Thomson, L.M. (1938). Theoretical hydrodynamics. Macmillan, New York, 660.
- Musy, A., Bérod, D., Consuegra, D., Higy, C., Joerin, C., & Overney, O. (Édit.). (2003). *Hydrologie appliquée: cours polycopié à l'intention des étudiants de la faculté ENAC*. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Nguyen, T.D. (1999). Numerical simulation of the flow in a conduit, in the presence of a confined air cushion. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 29(4), 485-498.
- Politano, M., Odgaard, A.J., & Klecan, W. (2007a). Case study: Numerical evaluation of hydraulic transients in a combined sewer overflow tunnel system. *J. Hydr. Engng.*, 133(10), 1103-1110.
- Politano, M., Odgaard, A.J., & Klecan, W. (2007b). Case study: Numerical evaluation of hydraulic transients in a combined sewer overflow tunnel system. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(10), 1103-1110.
- Preissmann, A., & Werner, G. (1961). Application of solitary surge calculations on electronic computer to various practical cases; Application du calcul des intumescences sur machine électronique a divers cas pratiques. *Houille Blanche*, 16(5), 613-621.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., & Vetterling, W.T. (1989). Numerical Recipes in Pascal. . Cambridge University Press. .
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., & Flannery, B.P. (1995). *Numerical recipes in C : the art of scientific computing* (2nd^e éd.). Cambridge [Angleterre]: Cambridge University Press.

- Rivard, G. (2005). *Gestion des eaux pluviales en milieu urbain*. Laval, Québec, Canada.: Alias Communication Design,.
- Roe, P.L. (1981). Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2), 357-372.
- Rouse, H. (1965). Critical analysis of open-channel resistance. *American Society of Civil Engineers Proceedings, Journal of the Hydraulics Division*, 91(HY4, Part 1), 1-25.
- Sanders, B.F., & Bradford, S.F. (2011). Network Implementation of the Two-Component Pressure Approach for Transient Flow in Storm Sewers *J. Hydr. Engrg.*, 137(2), 15.
- Schmidt, A.R., Ghidaoui, M.S., León, A.S., & M.H., G. (2005). *Review of sewer surcharging phenomena and models*. Communication présentée à XXXI IAHR CONGRESS : Water Engineering for the future-Choices and Challenges, Seoul, Korea, pp 1094-1105 (vol. XXXI, p. 1094-1105).
- Song, C.C.S. (1978). Verification of transient mixed-flow model. 690-701.
- Song, C.C.S. (1985). *Pressurization and depressurization in pipe flows*, Lake Buena Vista, FL, USA (p. 944-948).
- Song, C.C.S., & Cardle, J. (1983). *Transient flow model for pressurization surges in storm sewer systems*, Bath, Avon, Engl (p. 165-174).
- Song, C.C.S., & Cardle, J.A. (1982). *Transient mixed-flow models for storm sewer systems*, Honolulu, HI, USA (p. 360-367).
- Song, C.C.S., Cardle, J.A., & Kim Sau, L. (1983). Transient mixed-flow models for storm sewers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(11), 1487-1504.
- Song, C.C.S., Cardle, J.A., & McDonald, G.C. (1982). *Application of a transient mixed-flow model to the design of a combined sewer storage-conveyance system*, Lexington, KY, USA (p. 423-429).
- Song, C.C.S., Guo, Q., & Zheng, Y. (1988). Hydraulic transient modeling of tarp systems. *Project Report - University of Minnesota, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory*(270).
- Song, C.C.S., Leung, K.S., & Cardle, J.A. (1979). Dynamic mixed-flow model for metropolitan st. louis sewer district. *Project Report - University of Minnesota, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory*(185).
- Stoker, J.J. (1953). *Numerical Solution of Flood Prediction and River Regulation Problems. Report I. Derivation of Basic Theory and Formulation of Numerical Methods of Attack*. DTIC Document.
- Streeter, V.L., & Wylie, B.E. (1967). *Hydraulic Transients*. McGraw-Hill Book Company, New York, 329.
- Streeter, V.L., & Wylie, E.B. (1967). *Hydraulic transients*. New York: McGraw-Hill.
- Sturm, T.W. (2000). *Open channel hydraulics*, McGraw-Hill, . 512pp.
- Toro, E.F. (2001). *Shock capturing methods for free surface shallow flows*. John Wiley and Sons 326pp.

- Trajkovic, B., Ivetic, M., Calomino, F., & D'Ippolito, A. (1999a). *Investigation of transition from free surface to pressurized flow in a circular pipe*, London, UK (vol. 39, p. 105-112).
- Trajkovic, B., Ivetic, M., Calomino, F., & D'Ippolito, A. (1999b). Investigation of transition from free surface to pressurized flow in a circular pipe. *Water Science and Technology*, 39(9), 105-112.
- Vaes, G., & Berlamont, J. (1999). *Selection of appropriate short rainfall series for design of combined sewer systems*. . Belgium: University of Leuven, Hydraulic Laboratory.
- Valentin, F. (1981). Continuous discharge measurement for the transition between partly filled and pressurized conduit flow in sewerage systems. *Water Science and Technology*, 13(8), 81-87.
- Vasconcelos, J.G., & Wright, S.J. (2003). *Surges associated with air expulsion in near-horizontal pipelines*, Honolulu, HI, United states (vol. 2 D, p. 2897-2905).
- Vasconcelos, J.G., & Wright, S.J. (2005). Experimental investigation of surges in a stormwater storage tunnel. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(10), 853-861.
- Vasconcelos, J.G., & Wright, S.J. (2007). Comparison between the two-component pressure approach and current transient flow solvers. *Journal of Hydraulic Research*, 45(2), 178-187.
- Vasconcelos, J.G., & Wright, S.J. (2011). Geysering Generated by Large Air Pockets Released through Water-Filled Ventilation Shafts. *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(5), 543-555.
- Vasconcelos, J.G., Wright, S.J., & Roe, P.L. (2006a). Current Issues on modeling extreme inflows in stormwater systems. *Intelligent Modeling of Urban Water Systems,, Monograph 14*.
- Vasconcelos, J.G., Wright, S.J., & Roe, P.L. (2006b). Current Issues on Modeling Extreme Inflows in Stormwater Systems. Dans *Intelligent Modeling of Urban Water Systems* (vol. 14): W. James, K.N.Irvine, E.A. McBean and R.E. Pitt, Eds.
- Vasconcelos, J.G., Wright, S.J., & Roe, P.L. (2006c). Improved simulation of flow regime transition in sewers: Two-component pressure approach. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(6), 553-562.
- Vasconcelos, J.G., Wright, S.J., & Roe, P.L. (2009). Numerical oscillations in pipe-filling bore predictions by shock-capturing models. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(4), 296-305.
- Vasconcelos, J.G.a.W., S. J. (2004). Numerical modeling of the transition between free surface and pressurized flow in storm sewers. In: *Innovative Modeling of Urban Water Systems*, Monograph 12, W. James, ed., CHI Publications, Ontario, Canada, ISBN 0968368190.
- Wang, K.-H., Shen, Q., & Zhang, B. (2003). Modeling propagation of pressure surges with the formation of an air pocket in pipelines. *Computers and Fluids*, 32(9), 1179-1194.
- Wang, T., & Hsieh, J.S. (1979). WATERHAMMER LOAD WITH AIR ENTRAPMENT. *Dyn of Fluid-Struct Syst in the Energy Ind, Presented at the Natl Congr on Pressure Vessel and Piping*, 3rd, 161-172.

- Wiggert, D.C. (1972a). Transient flow in free- surface, pressurized systems. 98(HY1), 11-27.
- Wiggert, D.C. (1972b). Transient flow in free- surface, pressurized systems. *ASCE J Hydraul Div*, 98(HY1), 11-27.
- Wilkinson, D.L. (1982). Motion of air cavities in long horizontal ducts. *Journal of Fluid Mechanics*, 118, 109-122.
- Wright, S.J., Lewis, J.W., & Vasconcelos, J.G. (2011). Geysering in Rapidly Filling Storm-Water Tunnels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(1), 112-115.
- Wright, S.J., Lewis, J.W., & Vasconcelos, J.G. (2011a). Physical Processes Resulting in Geysers in Rapidly Filling Storm-Water Tunnels. *Journal of Irrigation and Drainage Engng.*, 137(3), 199-202.
- Wylie, B.E., & Streeter, V.L. (1993). *Fluid Transients in Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 07632, USA., pp.
- Yen, B.C. (1973). Open-channel flow equations revisited. 99(EM5), 979-1009.
- Yen, B.C. (1978). *Hydraulic Instabilities of Storm Sewer Flows*. Communication présentée à Urban storm drainage : proc. of the inter. Conf. held at the University of Southampton, London, England, pp282-293. (vol. New York ;Toronto : Wiley, [1978] p. 282-293).
- Yen, B.C. (1986a). Hydraulics of Sewers. *Advances in Hydrosience*, 14, 1-122.
- Yen, B.C. (1986b). Hydraulics of sewers. *Advances in Hydrosience, urban storm drainage*, 14, Chap. 1, Academic, London, 1-122.
- Yen, B.C. (2002). Open channel flow resistance. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(1), 20-39. doi: 10.1061/(asce)0733-9429(2002)128:1(20)
- Yevjevich, V.M., Khalid; Miller, William A.Jr. . (1975). Unsteady flow in open channels, Volumes 1, 2, and 3, 1974. *Unsteady Flow in Open Channels, Lect.*
- Zech, Y., Delmee-Willemsens, C., Dewandre, J.F., & Jacquemart, J.L. (1984). *Instability problems in urban storm sewers*, Goteborg, Swed (p. 417-426).
- Zhao, M., & Ghidaoui, M.S. (2004). Godunov-type solutions for water hammer flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130, 341-348.
- Zhou, F., Hicks, F., & Steffler, P. (2002a). *Effects of trapped air during rapid filling of partially full pipes*, Montreal, QB, Canada (vol. 2002, p. 559-568).
- Zhou, F., Hicks, F., & Steffler, P. (2004). Analysis of effects of air pocket on hydraulic failure of urban drainage infrastructure. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1), 86-94.
- Zhou, F., Hicks, F.E., & Steffler, P.M. (2002b). Observations of air-water interaction in a rapidly filling horizontal pipe. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(6), 635-639.
- Zhou, F., Hicks, F.E., & Steffler, P.M. (2002c). Transient flow in a rapidly filling horizontal pipe containing trapped air. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(6), 625-634.
- Zhou, F., Ward, C., Hicks, P., & Steffler, P. (1999). *Sewer rupture due to pressure oscillations in trapped air pockets*, Regina Saskatchewan, Canada (vol. 2, p. 491-500).