



**Titre:** Assimilation de données hydrogéophysiques par filtre de Kalman d'ensemble pour l'estimation de la teneur en eau en restauration minière  
**Title:**

**Auteur:** Anne Isabelle  
**Author:**

**Date:** 2022

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Isabelle, A. (2022). Assimilation de données hydrogéophysiques par filtre de Kalman d'ensemble pour l'estimation de la teneur en eau en restauration minière [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.  
**Citation:** <https://publications.polymtl.ca/10294/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/10294/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de recherche:** Gabriel Fabien-Ouellet  
**Advisors:**

**Programme:** Génie minéral  
**Program:**

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Assimilation de données hydrogéophysiques par filtre de Kalman d'ensemble  
pour l'estimation de la teneur en eau en restauration minière**

**ANNE ISABELLE**

Département des génies civil, géologique et des mines

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
Génie minéral

Avril 2022

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Assimilation de données hydrogéophysiques par filtre de Kalman d'ensemble  
pour l'estimation de la teneur en eau en restauration minière**

présenté par **Anne ISABELLE**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**Denis MARCOTTE**, président

**Gabriel FABIEN-OUELLET**, membre et directeur de recherche

**Li Zhen CHENG**, membre

## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, j'aimerais remercier mon directeur de recherche, le professeur Gabriel Fabien-Ouellet, pour ses conseils, sa disponibilité, sa compréhension et son soutien jusqu'à la fin du projet. Je remercie Rio Tinto (Centre de recherche et de développement Arvida), le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie (CRSNG), l'Institut de recherche en mines et en environnement (IRME) ainsi que la fondation KEGS pour leur soutien financier pour ce projet de recherche. Je souhaite également remercier Monsieur Maxime Fortin (Po 2004) pour la bourse «Prestige» qui m'a été octroyée pour mon stage de recherche aux États-Unis (la Fondation et Alumni de Polytechnique Montréal et Polytechnique Montréal International). Je tiens également à remercier Sebastian Uhlemann pour l'opportunité d'effectuer un stage au Lawrence Berkeley National Laboratory, pour son encadrement et les connaissances transmises. De plus, j'aimerais remercier mes collègues et amis de Polytechnique pour les discussions ayant permis de faire avancer ce projet et pour les pauses café pré-Covid! Finalement, je remercie ma famille et mes amis qui m'ont toujours soutenue et encouragée durant mes études.



## RÉSUMÉ

Le drainage minier acide (DMA) est une problématique environnementale majeure dans l'industrie minière qui survient lorsque les rejets miniers contenant des sulfures réagissent avec l'eau et l'oxygène. Les risques de génération de DMA peuvent être mitigés par la construction de couvertures à effet de barrière capillaire (CEBC) sur les aires d'entreposage des rejets miniers. En effet, ces couvertures possèdent une couche de matériaux fins qui conservent une saturation supérieure à 85 %, ce qui permet de limiter les flux d'oxygène de l'atmosphère vers les rejets réactifs. La performance de la CEBC dépend donc directement du degré de saturation dans la couche de rétention d'eau. La saturation doit ainsi être mesurée adéquatement sur l'ensemble de l'aire d'entreposage des rejets miniers, qui s'étend souvent sur plusieurs hectares. Il s'agit d'un défi important puisque ce suivi repose habituellement sur des mesures précises, mais locales de la teneur en eau. La méthode de tomographie de résistivité électrique (ERT) est intéressante dans ce contexte puisqu'elle permet d'estimer la résistivité électrique sur de larges étendues à faibles coûts. La résistivité peut ensuite être convertie en teneur en eau à l'aide d'une relation pétrophysique. Cependant, les données ERT sont souvent utilisées de façon qualitative en raison des incertitudes reliées à leur traitement par inversion et à la relation pétrophysique.

Un traitement conjoint des données ERT et des sondes hydrogéologiques permettrait d'estimer précisément et à grande échelle l'état de teneur en eau dans la CEBC au cours du temps. À cet effet, ce projet propose une approche basée sur les filtres de Kalman d'ensemble (EnKF), qui est une méthode d'assimilation de données séquentielles, capable d'estimer les variables dynamiques (teneur en eau) ou statiques (paramètres de modèles) d'intérêts pour des problèmes non linéaires. L'estimation de la teneur en eau par EnKF repose d'abord sur la prédiction issue d'un modèle théorique (écoulement non saturé unidimensionnel), qui est ensuite corrigée en tenant compte des données disponibles (sondes de teneur en eau et données ERT). Cette approche est prometteuse puisque la combinaison de la prédiction et des données hydrogéophysiques permet d'obtenir la meilleure estimation de la teneur en eau, en minimisant son incertitude.

La performance des EnKFs pour l'estimation de la teneur en eau dans la CEBC a d'abord été évaluée à l'aide de cas synthétiques, permettant ainsi de déterminer les paramètres d'assimilation optimaux. Par exemple, l'effet de la taille de l'ensemble, du format des données ERT et du nombre de données assimilées a été étudié. L'assimilation de données par EnKF a généralement permis d'estimer la teneur en eau avec une bonne exactitude (erreur moyenne

$< 0.01 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ) et une faible incertitude (écart-type  $< 0.02 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ), ce qui est similaire à la précision des sondes de teneur en eau. Dans les cas où les données assimilées étaient peu sensibles à l'état de teneur en eau, l'estimation était tout de même disponible, mais avec une incertitude importante (écart-type  $\simeq 0.1 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ). De plus, l'algorithme montre une certaine robustesse face à un modèle théorique inexact, l'erreur moyenne demeurant inférieure à  $0.02 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . Ces performances sont atteintes même en réduisant significativement le nombre de données assimilées, par exemple en ne gardant qu'une seule sonde de teneur en eau dans les résidus. Enfin, l'algorithme a été modifié pour permettre d'estimer simultanément la teneur en eau ainsi que les propriétés hydrogéologiques des matériaux (porosité, perméabilité et paramètres de Van Genuchten).

Pour tester l'approche dans des conditions réalistes, une colonne de laboratoire a été construite en reproduisant la structure (géométrie et matériaux) d'une CEBC en cours d'investigation à la mine Canadian Malartic, une mine d'or située au Québec. Des sondes de teneur en eau et des électrodes ont mesuré la teneur en eau et la résistance au cours des 3 mois de drainage de la colonne. De même que pour les cas synthétiques, l'assimilation des données expérimentales hydrogéophysiques a permis d'estimer la distribution de teneur en eau au cours du temps ainsi que les propriétés hydrogéologiques des résidus et stériles miniers. De plus, la teneur en eau estimée par l'assimilation des données ERT a permis de mettre en évidence un biais dans la relation pétrophysique puisque la teneur en eau estimée était inférieure à la teneur en eau mesurée par les sondes. Des pistes de solution ont été proposées afin d'améliorer la relation entre la teneur en eau et la conductivité électrique comme l'estimation des paramètres pétrophysiques par EnKF.

Finalement, l'étude du cas synthétique et du cas expérimental simplifié a permis de démontrer le potentiel de l'assimilation de données hydrogéophysiques par EnKF pour l'estimation de la teneur en eau dans les résidus miniers. Plusieurs recommandations ont été effectuées afin d'assimiler des données hydrogéophysiques à plus grande échelle en conditions réelles. Par exemple, la prise en compte des variations de température et de conductivité électrique ainsi que la parallélisation pour accélérer la vitesse de calcul.

## ABSTRACT

For the mining industry, acid mine drainage (AMD) is a major environmental issue occurring when tailings containing sulfide minerals are exposed to water and oxygen. Building a cover with capillary barrier effects (CCBE) is generally an efficient way to prevent AMD because the moisture-retaining layer keeps a low gas diffusion coefficient which leads to low oxygen flux from the atmosphere to the reactive wastes. The performance of such covers relies on precise control of the saturation degree in the moisture-retaining layer, which should remain above 85%. Current methods for evaluating the water content uses point measurements (capacitance or TDR sensors) and their representativity is limited since the waste storage facilities often cover several hectares. Time-lapse electrical resistivity tomography (ERT) shows promise as it can monitor changes in the electrical conductivity (EC) of soil on a large scale. EC is directly related to saturation, but it is also affected by other factors such as temperature, porosity, and electrical conductivity of pore water. Also, some well-known limitations are associated with the inversion process (smoothed and non-unique solution), often leading to the use of ERT data in a qualitative way.

The interpretation of ERT data could be improved by processing simultaneously other quantitative information (e.g. point measurements of water content, hydrogeological properties of the materials) in order to estimate water content in the CCBE over large areas with good accuracy. To this end, the project put forward the Ensemble Kalman Filter (EnKF) which is a probabilistic data assimilation approach used for nonlinear problems that have been used successfully for various hydrogeological and geophysical applications, although not widely applied in mining engineering. It uses an ensemble of realizations to estimate the state variables (e.g. saturation degree, hydrogeological properties) by comparing a theoretical prediction (e.g. 1D unsaturated flow model) and some measurements (e.g. moisture probes data or resistance data). Prediction and hydrogeophysical data are combined in order to provide the best estimate of the water content distribution, minimizing its uncertainty.

The accuracy of the water content estimation by the EnKF algorithm has been tested with synthetic experiments. We have discussed the effect of different parameters: the ensemble size, the assimilated data resolution, and the ERT data type. In general, the water content distribution was evaluated with good accuracy (mean error  $< 0.01 m^3/m^3$ ) and low uncertainty (standard deviation  $0.02 m^3/m^3$ ). In cases where the assimilated data had a low sensitivity to the water content state, an estimation was still available, but with significant uncertainty (standard deviation  $0.1 m^3/m^3$ ). Moreover, the algorithm is fairly robust against

an inaccurate theoretical model, the average error remains below  $0.02 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . This performance is achieved even when the number of assimilated data is significantly reduced, for example by keeping only one water content probe in the tailings. Lastly, the algorithm was modified to allow simultaneous estimation of the water content as well as the hydrogeological properties of the materials (porosity, permeability and Van Genuchten parameters).

To test the approach under realistic conditions, an experimental column was built, reproducing the structure of a large-scale CCBE (geometry and materials) under investigation at Canadian Malartic Mine, a gold mine located in Quebec, Canada. Water content and resistance were measured by probes and electrodes during a 3-month infiltration test. As for the synthetic cases, the assimilation of experimental hydrogeophysical data was able to estimate the water content distribution over time as well as the hydrogeological properties of tailings and waste rocks. Moreover, the water content estimated by ERT data assimilation has highlighted a bias in the petrophysical relationship since the estimated water content was lower than the water content measured by the probes. Some solutions have been proposed to improve the relationship between water content and electrical conductivity such as the estimation of petrophysical parameters by EnKF.

Finally, the study of the synthetic case and the simplified experimental case allowed to demonstrate the potential of hydrogeophysical data assimilation by EnKF for the water content estimation in tailings. Several recommendations have been made to extend the methodology to larger-scale hydrogeophysical data under field conditions. For example, taking into account variations in temperature and electrical conductivity as well as parallelization to accelerate the calculation speed.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xxiii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xxvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Mise en contexte . . . . .	1
1.2 Énoncé de la problématique . . . . .	6
1.3 Objectifs de recherche . . . . .	7
1.4 Plan du mémoire . . . . .	8
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	9
2.1 Tomographie de résistivité électrique . . . . .	9
2.1.1 Conductivité électrique des milieux poreux . . . . .	9
2.1.2 Relation pétrophysique . . . . .	11
2.1.3 Modélisation de la distribution du potentiel électrique dans le sol . . . . .	14
2.1.4 Acquisition de données . . . . .	16
2.1.5 Inversion . . . . .	19
2.2 Sondes de teneur en eau . . . . .	22
2.2.1 Permittivité diélectrique des milieux poreux . . . . .	23
2.2.2 Mesure de la permittivité diélectrique . . . . .	26
2.3 Modélisation hydrogéologique . . . . .	31
2.3.1 Écoulement saturé . . . . .	31
2.3.2 Écoulement non-saturé . . . . .	34
2.4 Assimilation de données - Filtre de Kalman . . . . .	38

2.4.1	Filtre de Kalman . . . . .	39
2.4.2	Filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	46
CHAPITRE 3 ESSAI EXPÉRIMENTAL EN COLONNE . . . . .		54
3.1	Construction de la colonne de laboratoire . . . . .	54
3.1.1	Géométrie de la colonne . . . . .	54
3.1.2	Propriétés hydrogéologiques des matériaux de la colonne . . . . .	54
3.1.3	Évaluation de la variabilité des propriétés des matériaux . . . . .	56
3.1.4	Mise en place des matériaux . . . . .	60
3.1.5	Instrumentation . . . . .	60
3.1.6	Expérimentation . . . . .	61
3.2	Mesure de teneur en eau . . . . .	61
3.2.1	Calibration des sondes de teneur en eau . . . . .	62
3.2.2	Incertitude des mesures . . . . .	64
3.2.3	Données temporelles . . . . .	66
3.3	Mesures ERT . . . . .	70
3.3.1	Acquisition de données . . . . .	70
3.3.2	Prétraitement des données . . . . .	71
3.3.3	Incertitude des mesures . . . . .	73
3.3.4	Données temporelles . . . . .	75
3.3.5	Inversion des données . . . . .	77
3.4	Comparaison des données . . . . .	80
3.4.1	Conductivité électrique . . . . .	80
3.4.2	Relation pétrophysique . . . . .	83
3.4.3	Teneur en eau . . . . .	86
3.5	Amélioration de l'expérimentation . . . . .	90
CHAPITRE 4 ASSIMILATION DE DONNÉES EN HYDROGÉOPHYSIQUE . . . . .		91
4.1	Méthodologie . . . . .	91
4.1.1	Fonction de prédiction : Modélisation hydrogéologique . . . . .	92
4.1.2	Fonction d'observation : Sondes de teneur en eau . . . . .	96
4.1.3	Fonction d'observation : Tomographie de résistivité électrique . . . . .	97
4.1.4	Augmentation de l'état . . . . .	100
4.1.5	Mesure de la performance de l'assimilation de données . . . . .	101
4.2	Assimilation de données synthétiques . . . . .	102
4.2.1	Données synthétiques . . . . .	102
4.2.2	Ensemble initial . . . . .	104

4.2.3	Présentation des scénarios testés . . . . .	106
4.2.4	Effet de la taille de l'ensemble . . . . .	108
4.2.5	Effet de la densité de mesures . . . . .	113
4.2.6	Effet d'un biais dans la fonction de prédiction . . . . .	120
4.2.7	Effet du format des données ERT . . . . .	122
4.2.8	Estimation des paramètres hydrogéologique par EnKF . . . . .	123
4.3	Assimilation de données expérimentales . . . . .	128
4.3.1	Données expérimentales . . . . .	129
4.3.2	Présentation des scénarios testés . . . . .	129
4.3.3	Assimilation des données de teneur en eau . . . . .	129
4.3.4	Assimilation des données ERT . . . . .	134
4.4	Discussion . . . . .	136
CHAPITRE 5 CONCLUSION . . . . .		141
5.1	Synthèse des travaux . . . . .	141
5.2	Limitations et recommandations . . . . .	143
RÉFÉRENCES . . . . .		146
ANNEXES . . . . .		159

## LISTE DES TABLEAUX

2.1	Exemple d'articles ayant utilisé l'ERT dans le contexte de l'environnement minier . . . . .	21
2.2	Permittivité diélectrique relative des matériaux . . . . .	25
2.3	Articles assimilant des données ERT à un modèle hydrogéologique avec un filtre de Kalman d'ensemble ou une de ses variantes. . . . .	52
3.1	Propriétés des matériaux miniers utilisés dans la colonne expérimentale, tiré de Sylvain et al. (2019) . . . . .	55
3.2	Propriétés granulométriques des résidus de la mine Canadian Malartic pour différentes études, adapté de Boudrias (2018) . . . . .	56
3.3	Propriétés granulométriques des stériles de la mine Canadian Malartic pour différentes études . . . . .	57
3.4	Moyenne et écart-type des propriétés hydrogéologiques des résidus et des stériles considérées comme des variables aléatoires suivant une distribution normale ou log-normale. . . . .	59
3.5	Incertitude des mesures effectuées avec les sondes Teros 12 selon le fabricant (MeterGroup, 2019) . . . . .	62
3.6	Caractérisation de l'erreur des mesures de teneur en eau volumique calibrées . . . . .	65
3.7	Paramètres d'acquisition pour les mesures de résistivité . . . . .	71
3.8	Critères pour le filtrage des données brutes . . . . .	72
3.9	Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers	85
3.10	Caractérisation de l'erreur de la relation d'Archie . . . . .	85
4.1	Paramètres géostatistiques pour la réalisation de l'ensemble initial de saturation . . . . .	106
4.2	Scénarios d'assimilation de données synthétiques . . . . .	108
4.3	Durée des calculs pour l'assimilation de données de teneur en eau et de données ERT synthétiques avec des ensembles de 10, 20, 50, 100 et 250 membres . . . . .	113
4.4	Scénarios d'assimilation de données synthétiques pour l'étude de l'effet d'une relation de prédiction biaisée. . . . .	120
4.5	Distribution de probabilité des propriétés hydrogéologiques initiales des résidus et des stériles pour les scénarios 14 et 15 du tableau 4.2. . . .	123



4.6	Propriétés hydrogéologiques des résidus et stériles estimées par assimilation des données de teneur en eau synthétiques, comparées aux valeurs utilisées pour le cas synthétique. . . . .	127
4.7	Scénarios d'assimilation de données expérimentales . . . . .	129
4.8	Moyenne et écart-type des propriétés hydrogéologiques des résidus et stériles estimés par assimilation des données de teneur en eau expérimentales. . . . .	131
B.1	Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers	169
B.2	Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers obtenus par régression linéaire . . . . .	172

## LISTE DES FIGURES

1.1	Schéma d'une mine à ciel ouvert comprenant un parc à résidus et une halde à stériles, tiré de Dimech (2020) . . . . .	1
1.2	Structure interne typique d'une couverture à effet de barrière capillaire construit sur un parc à résidus ou une halde à stériles (tiré de Dimech (2020), modifié à partir de Aubertin et al., 2002, 2015). . . . .	3
1.3	Vue satellite Google Earth de la mine Canadian Malartic en Abitibi-Témiscamingue (QC) actuelle (2019), tirée de Dimech (2020) . . . . .	6
2.1	Démarche de traitement de données en tomographie de résistivité électrique . . . . .	9
2.2	Modes de conduction dans les milieux poreux à l'échelle du grain solide, modifiée de Dimech (2020). Les lignes de courant rouges, vertes et jaunes correspondent respectivement à la conduction électronique, la conduction ionique et la conduction de surface. . . . .	10
2.3	Potentiel généré par l'injection de courant dans un demi-espace de conductivité électrique homogène et isotrope, adapté de Telford et al. (1990) . . . . .	14
2.4	Dispositif de mesures de résistivité électrique avec 4 électrodes $A, B, M$ et $N$ , adapté de Telford et al. (1990) . . . . .	17
2.5	Protocoles de mesures standards et leur facteur géométrique. Les points rouges ( $A, B$ ) et bleus ( $M, N$ ) correspondent respectivement aux électrodes de courant et de potentiel, tiré de Dimech (2020). . . . .	18
2.6	Permittivité diélectrique en fonction de la fréquence, adapté de Geyer et al. (1990) et de Orłowska (2003) . . . . .	24
2.7	Schéma d'une sonde à capacitance (Teros 12) tiré de MeterGroup (2019)	26
2.8	Schéma d'une sonde TDR (CS605), tiré de Campbell Scientific (2021)	26
2.9	Démarches de traitement de données des sondes à capacitance . . . . .	26
2.10	Circuit électrique RC équivalent. . . . .	28
2.11	Démarche de traitement de données des sondes à réflectométrie dans le domaine temporel . . . . .	29
2.12	Schéma d'une sonde TDR, adapté de Noborio (2001) . . . . .	30
2.13	Schéma de l'algorithme récursif d'assimilation séquentielle de données	39

3.1	Géométrie de la colonne expérimentale. Les points bleus correspondent aux électrodes géophysiques et les rectangles blancs correspondent aux sondes hydrogéologiques. . . . .	55
3.2	a) Comparaison des modèles de courbe de rétention d'eau permettant d'estimer les paramètres de Van Genuchten et b) fonction de perméabilité selon le modèle de Mualem obtenue en utilisant les propriétés de Van Genuchten. . . . .	58
3.3	Courbes de rétention d'eau (modèle de Van Genuchten) et fonctions de perméabilité (modèle de Mualem) calculées à partir des propriétés granulométriques contenues dans les études des tableaux 3.2 et 3.3. La couleur de la courbe se réfère à l'étude et le type de trait se réfère au matériau. . . . .	58
3.4	Photo du dispositif de laboratoire comprenant le résistivimètre, le boîtier d'acquisition des sondes hydrogéologiques et la colonne expérimentale. . . . .	61
3.5	Dispositif pour la calibration des sondes pour les résidus miniers . . .	63
3.6	Relation de calibration pour les mesures de teneur en eau volumique par les sondes Teros 12 pour les résidus de la mine Canadian Malartic	64
3.7	Teneur en eau mesurée par la méthode gravimétrique en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques après calibration.	65
3.8	Données expérimentales de a) teneur en eau volumique, b) conductivité électrique, c) température et d) conductivité électrique du fluide au cours du temps issues des six sondes hydrogéologiques. . . . .	67
3.9	Conductivité électrique en fonction de la teneur en eau volumique issue des données expérimentales des sondes hydrogéologiques. . . . .	69
3.10	Illustration du protocole de mesure utilisé pour l'acquisition de données de résistivité. . . . .	71
3.11	Distribution des paramètres de filtrage des données du tableau 3.8. Les zones ombragées correspondent aux intervalles de données filtrées. . .	72
3.12	Erreur réciproque en fonction de la résistance moyenne. Les données sont regroupées par fenêtres afin de calculer la moyenne de l'erreur réciproque. . . . .	74
3.13	Résistance au cours du temps mesurée par tomographie de résistivité électrique dans la colonne expérimentale pour des espacements d'électrodes de a) 6 cm (1 élec.) b) 36 cm (6 élec.) et c) 66 cm (11 élec.). La légende comprend la profondeur apparente pour chaque configuration.	76

3.14	Distributions de résistivité obtenues par inversion 3D aux temps a) Initial b) 1h30 c) 2h30 d) 25h e) 9 jours f) 22 jours g) 34 jours h) 44 jours i) 74 jours j) 89 jours . . . . .	79
3.15	Distribution de la sensibilité de l'inversion en trois dimensions des données ERT prises à 2h30 (figure 3.14 c). Les points rouges correspondent à la position des électrodes. . . . .	80
3.16	Schéma de la colonne expérimentale incluant la position des électrodes et des sondes hydrogéologiques. Les zones ombragées autour des sondes correspondent à leur volume d'investigation. . . . .	81
3.17	Comparaison entre la conductivité électrique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues par inversion . . . . .	81
3.18	Comparaison de la conductivité électrique obtenue par inversion et mesurée par les sondes hydrogéologiques. . . . .	82
3.19	Données expérimentales de conductivité électrique obtenues par inversion en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes à différentes hauteurs dans la colonne utilisée pour la calibration de la relation d'Archie. . . . .	83
3.20	Distributions de la teneur en eau obtenues par inversion des données ERT et loi d'Archie aux temps a) Initial b) 1h30 c) 2h30 d) 25h e) 9 jours f) 22 jours g) 34 jours h) 44 jours i) 74 jours j) 89 jours . . . . .	87
3.21	Comparaison entre la teneur en eau volumique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues à partir des données de tomographie de résistivité électrique. . . . .	88
3.22	Comparaison entre la teneur en eau obtenue par inversion des données ERT et mesurée par les sondes hydrogéologiques pour certaines positions dans la colonne expérimentale. . . . .	89
4.1	Schéma de la méthodologie de l'assimilation séquentielle de données par filtre de Kalman d'ensemble. . . . .	91
4.2	Exemple de a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité pour les résidus dont les propriétés sont tirées aléatoirement à partir des distributions de probabilité du tableau 3.4 . . . . .	93
4.3	Exemple de a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité pour les stériles dont les propriétés sont tirées aléatoirement à partir des distributions de probabilité du tableau 3.4 . . . . .	94

4.4	Résultats de modélisations hydrogéologiques avec les résidus et stériles ayant les propriétés aléatoires illustrées aux figures 4.2 et 4.3. Chaque résultat présente la TEV mesurée à 10, 30, 50, 70, 90 et 110 cm. . . .	95
4.5	Exemple graphique de la matrice d'observation de la teneur en eau de taille $6 \times 240$ . Les valeurs en violet sont nulles et celles en jaune sont égales à $1/12$ . . . . .	96
4.6	Étapes pour la simulation des observations ERT . . . . .	97
4.7	Relation pétrophysique exacte (ligne continue) et bruitée (points) pour l'estimation de la conductivité électrique du milieu à partir de la teneur en eau volumique. . . . .	98
4.8	Géométrie de la colonne expérimentale pour la modélisation directe en ERT. Les points verts sont les électrodes et les points noirs sont les points utilisés pour la construction et le raffinement du maillage. . . . .	99
4.9	Données synthétiques de teneur en eau exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique A . . . . .	103
4.10	Données synthétiques de résistances exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique A pour quelques configurations . . . . .	104
4.11	Cas synthétique B : Teneur en eau au cours du temps durant le drainage de la colonne expérimentale avec précipitations . . . . .	105
4.12	a) Ensembles initiaux correspondant la distribution de la saturation à l'intérieur de la colonne et b) leur matrice de covariance échantillonnale pour des ensembles comprenant 10, 50, 100 et 1000 membres. . . . .	107
4.13	Teneur en eau au cours du temps estimée par EnKF avec a) 5 b) 10 et c) 250 membres et comparée avec la teneur en eau réelle, issue du cas synthétique A. La zone ombragée correspond à plus ou moins un écart-type de l'état <i>a posteriori</i> . . . . .	109
4.14	Teneur en eau de l'état <i>a posteriori</i> en fonction de la teneur en eau du cas synthétique pour différentes tailles d'ensemble (scénario 1 du tableau 4.2). . . . .	110
4.15	Distribution de la différence entre la moyenne de l'état <i>a posteriori</i> et le cas synthétique pour tous les paramètres et tous les pas de temps pour des ensembles de a) 5, b) 10 et c) 250 membres. Les lignes verticales et horizontales correspondent à la moyenne et à l'écart-type de la distribution. . . . .	111

4.16	Erreur de la moyenne de l'état <i>a posteriori</i> au cours du temps pour différentes taille d'ensemble lors de l'assimilation des données synthétiques de teneur en eau. La courbe continue est obtenue après le lissage des erreurs réelles indiquées par les points. . . . .	111
4.17	Erreur de la moyenne de l'état <i>a posteriori</i> en fonction de la taille de l'ensemble pour les scénarios d'assimilation 1, 2, 5, 6, 7 du tableau 4.2.	112
4.18	Position des sondes de teneur en eau utilisée dans les scénarios 10 et 11 ayant a) 2 sondes à 10 et 110 cm, b) 1 sonde à 70 cm, c) 4 sondes à 30, 50, 70 et 90 cm et d) 6 sondes à 10, 30, 50, 70, 90 et 110 cm. . .	114
4.19	Teneur en eau de l'état <i>a posteriori</i> et des cas synthétiques A ou B lors de l'assimilation de données a) et c) de deux sondes hydrogéologiques dans les stériles b) et d) d'une sonde dans les résidus. . . . .	115
4.20	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de teneur en eau à différentes positions, générées à partir du cas synthétique A (Scénario 10 du tableau 4.2) . . . . .	117
4.21	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de teneur en eau à différentes positions, générées à partir du cas synthétique B (Scénario 11 du tableau 4.2) . . . . .	117
4.22	Positions des électrodes et protocoles de mesure des scénarios 12 et 13 pour un espacement vertical des électrodes de a) 6 cm (32 élec., 120 config.) b) 12 cm (16 élec., 28 config.), c) 18 cm (12 élec., 15 config.), d) 24 cm (8 élec., 6 config.) et e) 36 cm (8 élec., 6 config.). . . . .	118
4.23	Teneur en eau de l'état <i>a posteriori</i> en fonction de la teneur en eau du cas synthétique lors de l'assimilation de données de conductance pour différents espacements d'électrodes (scénario 13 du tableau 4.2). . . .	119
4.24	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de conductance générées à partir du cas synthétique B pour différents espacements d'électrodes (Scénario 13 du tableau 4.2) . . . . .	119
4.25	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de 1 et 6 données de teneur en eau tous les deux jours pour les cas synthétiques A et B. . .	120
4.26	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de conductance tous les 9 jours pour les cas synthétiques A et B et un espacement d'électrodes de 6 et 36 cm. . . . .	121
4.27	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> au cours du temps lors de l'assimilation de données de résistance, conductance et conductivité apparente générées à partir du cas synthétique A. . . . .	122

4.28	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> au cours du temps lors de l'assimilation de données de résistance, conductance et conductivité apparente générées à partir du cas synthétique B. . . . .	123
4.29	Propriétés hydrogéologiques estimées au cours du temps pour chaque membre (lignes fines) en comparaison avec les propriétés réelles des matériaux (lignes pointillées) pour les scénarios 14 (gauche) et 15 (droite).	125
4.30	Erreur AAB des paramètres hydrogéologiques estimés au cours du temps pour les scénarios 14 (gauche) et 15 (droite). . . . .	126
4.31	Comparaison des a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité réelles et estimées par assimilation de données de teneur en eau synthétiques. . . . .	128
4.32	Résultat d'assimilation de données de teneur en eau expérimentales, comparée avec la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques	130
4.33	État <i>a posteriori</i> moyen au cours du temps lors de l'assimilation de données de teneur en eau expérimentales tous les cinq jours. . . . .	131
4.34	Estimation de a ) la porosité, b) la perméabilité, et des paramètres de Van Genuchten c) $\alpha_{vg}$ , d) $m_{vg}$ et e) $\theta_{r,vg}$ des résidus et des stériles lors de l'assimilation de données de teneur en eau expérimentales pour chacun des membres de l'ensemble. . . . .	132
4.35	Comparaison des a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité initiales et estimées par assimilation de données de teneur en eau expérimentales. . . . .	133
4.36	État <i>a posteriori</i> au cours du temps lors de l'assimilation de données de conductances expérimentales. . . . .	134
4.37	Résultat d'assimilation de données de conductance expérimentales, comparées avec la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques.	135
4.38	Résultat d'assimilation de données de conductance expérimentales, comparée avec la teneur en eau obtenue par inversion . . . . .	136
A.1	Gauche : Circuit électrique RC équivalent. Droite : Différence de potentiel lors du chargement du condensateur dans le circuit RC. . . . .	159
A.2	Fonction de densité cumulative et fonction de densité de probabilité pour une distribution normale de moyenne nulle et variance unitaire .	161
B.1	Données expérimentales de conductivité électrique obtenues par inversion en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes à différentes hauteurs dans la colonne utilisée pour la calibration de la relation d'Archie. . . . .	170

B.2	Comparaison entre la teneur en eau volumique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues à partir des données de tomographie de résistivité électrique. . . . .	170
B.3	Comparaison entre la teneur en eau obtenue par inversion des données ERT et mesurée par les sondes hydrogéologiques pour certaines positions dans la colonne expérimentale. . . . .	171
C.1	Teneur en eau au cours du temps durant le drainage de la colonne expérimentale : Comparaison entre le cas synthétique A et les données expérimentales . . . . .	181
C.2	Données synthétiques de teneur en eau exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique B . . . . .	182
C.3	Données synthétiques de résistances exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique B . . . . .	182
C.4	a) Ensembles initiaux correspondant la distribution de la teneur en eau volumique à l'intérieur de la colonne et b) leur matrice de covariance échantillonnale pour différentes tailles d'ensemble. . . . .	183
C.5	Exemple d'itération d'assimilation de données de teneur en eau comprenant a) l'ensemble <i>a priori</i> et b) sa matrice de covariance, c) l'ensemble d'observations assimilées et d) sa matrice de covariance, e) le gain de Kalman, f) la correction à appliquer à l'état <i>a priori</i> , g) l'ensemble <i>a posteriori</i> et h) sa matrice de covariance. . . . .	184
C.6	Scénario 1 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneurs en eau quotidiennes générées à partir du cas synthétique A, pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	185
C.7	Scénario 2 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de teneurs en eau quotidiennes générées à partir du cas synthétique B, pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	186



C.8	Scénario 3 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A avec 50 membres et pour différentes fréquences d'assimilation, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	187
C.9	Scénario 4 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique B avec 50 membres et pour différentes fréquences d'assimilation, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	188
C.10	Scénario 5 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de résistances quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	189
C.11	Scénario 6 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de conductance quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	190
C.12	Scénario 7 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état <i>a posteriori</i> lors de l'assimilation de données de conductivités apparentes quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	191
C.13	Scénario 8 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données ERT quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes formes de données, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	192

C.14	Scénario 9 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données ERT quotidiennes générées à partir du cas synthétique B et pour différentes formes de données, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	193
C.15	Scénario 10 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A et pour différents positionnements des sondes, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	194
C.16	Scénario 11 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique B et pour différents positionnements des sondes, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	195
C.17	Scénario 12 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de conductances générées à partir du cas synthétique A et pour différents nombres d'électrodes et de configurations, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	196
C.18	Scénario 13 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de conductances générées à partir du cas synthétique B et pour différents nombres d'électrodes et de configurations, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	197
C.19	Scénario 14 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A pour différentes tailles d'ensemble b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	198

C.20	Scénario 15 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l’erreur AAB lors de l’assimilation de données de de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A pour différentes tailles d’ensemble b) biais de l’estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l’estimation et le cas synthétique à différentes positions. . . . .	199
C.21	Données expérimentales de résistance interpolées quotidiennement pour les configurations carrées avec un espacement de 6 cm entre les électrodes d’injection et de potentiel . . . . .	200
C.22	Première itération de l’assimilation de données de conductance expérimentale comprenant a) l’ensemble initial et b) sa matrice de covariance, c) l’ensemble observations assimilées et d) sa matrice de covariance, le gain de Kalman, f) la correction appliquée à l’état <i>a priori</i> , g) l’état <i>a posteriori</i> obtenue et h) sa matrice de covariance. . . . .	201
C.23	Dernière itération de l’assimilation de données de conductance expérimentale comprenant a) l’ensemble <i>a priori</i> et b) sa matrice de covariance, c) l’ensemble observations assimilées et d) sa matrice de covariance, le gain de Kalman, f) la correction appliquée à l’état <i>a priori</i> , g) l’état <i>a posteriori</i> obtenu et h) sa matrice de covariance. . . . .	202

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Abbréviations

1D	Une dimension
2D	Deux dimensions
3D	Trois dimensions
AEV	Pression d'entrée d'air ( <i>Air Entry Value</i> )
CEBC	Couverture à effet de barrière capillaire
CRE	Courbe de rétention d'eau
CM	Canadian Malartic
DMA	Drainage minier acide
ERT	Tomographie de résistivité électrique ( <i>Electrical Resistivity Tomography</i> )
EnKF	Filtre de Kalman d'ensemble ( <i>Ensemble Kalman Filter</i> )
KCM	Kozeny-Karman modifié
KDE	Estimation de la densité par noyau ( <i>Kernel Density Estimation</i> )
KF	Filtre de Kalman ( <i>Kalman Filter</i> )
PF	Filtre particulaire ( <i>Particle Filter</i> )
TEV	Teneur en eau volumique
TDR	Réfectométrie dans le domaine temporel ( <i>Time Domain Reflectometry</i> )

### Symboles mathématiques et physiques

#### *Alphabet latin*

$a_a$	Coefficient de saturation dans la loi d'Archie (–)
$a_c$	Coefficient d'adhésion (–)
$C_G$	Coefficient pour les sols granulaires dans l'équation de KCM (–)
$C_U$	Coefficient d'uniformité du sol (–)
$D$	Champ électrique de déplacement ( $C/m^2$ )
$D_{10}$	Diamètre des particules correspondant à 10% du passant ( $mm$ )
$D_{30}$	Diamètre des particules correspondant à 30% du passant ( $mm$ )
$D_{60}$	Diamètre des particules correspondant à 60% du passant ( $mm$ )
$d_{obs}$	Données observées
$e$	Indice des vides (–)

$E$	Champ électrique ( $V/m$ )
$F$	Facteur de formation dans la loi d'Archie ( $-$ )
$g$	Accélération gravitationnelle ( $m/s^2$ )
$h$	Charge hydraulique ( $m$ )
$h_c$	Charge hydraulique - Énergie cinétique ( $m$ )
$h_{co,G}$	Hauteur de la remontée capillaire pour un sol granulaire ( $m$ )
$h_p$	Charge hydraulique - Énergie de pression ( $m$ )
$h_z$	Charge hydraulique - Énergie potentielle ( $m$ )
$i$	Gradient hydraulique ( $-$ )
$I$	Courant électrique ( $A$ )
$J_C$	Densité de courant de conduction ( $A/m^2$ )
$k$	Facteur géométrique ( $m$ )
$k$	Perméabilité ( $m^2$ )
$K$	Conductivité hydraulique ( $m/s$ )
$K_r$	Conductivité hydraulique relative ( $-$ )
$K_{sat}$	Conductivité hydraulique saturée ( $m/s$ )
$m$	Paramètres du modèle en inversion
$m_{vg}$	Paramètre de Van Genuchten ( $-$ )
$m_a$	Facteur de cimentation ou premier exposant d'Archie ( $-$ )
$n$	Porosité ( $-$ )
$n_a$	Exposant de la saturation ou second exposant d'Archie ( $-$ )
$n_{vg}$	Paramètre de Van Genuchten ( $-$ )
$p_{abs}$	Pression absolue ( $Pa$ )
$p_{atm}$	Pression atmosphérique ( $Pa$ )
$q$	Vitesse de Darcy ( $m/s$ )
$Q$	Débit hydraulique ( $m^3/s$ )
$R$	Résistance ( $\Omega$ )
$S$	Terme source/puits en hydrogéologie ( $m^3/m^3$ )
$S_r$	Saturation (%)
$v$	Vitesse d'écoulement d'un fluide ( $m/s$ )
$V$	Potentiel électrique ( $V$ )
$W_d$	Matrice de pondération des données
$(x_s, y_s, z_s)$	Coordonnées de la source ponctuelle de courant en ERT

*Alphabet grec*

$\alpha_{vg}$	Paramètre de Van Genuchten ( Unité de pression $^{-1}$ : $m^{-1}$ ou $Pa^{-1}$ )
$\beta$	Coefficient du terme de régularisation
$\delta$	Distribution de Dirac
$\epsilon$	Permittivité diélectrique ( $F/m$ )
$\epsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide ( $F/m$ )
$\epsilon_r$	Permittivité diélectrique relative ( $-$ )
$\epsilon_{r,a}$	Permittivité diélectrique relative de l'air ( $-$ )
$\epsilon_{r,w}$	Permittivité diélectrique relative de l'eau ( $-$ )
$\epsilon_{r,s}$	Permittivité diélectrique relative de la matrice solide ( $-$ )
$\gamma_w$	Poids volumique de l'eau ( $N/m^3$ )
$\mu_w$	Viscosité dynamique de l'eau ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\omega_L$	Limite de liquidité (%)
$\Phi$	Fonction de coût en inversion
$\Phi_d$	Fonction de coût en inversion - Terme d'écart entre les données mesurées et simulées
$\Phi_m$	Fonction de coût en inversion - Terme de régularisation
$\psi$	Pression relative du fluide ( $Pa$ )
$\rho$	Résistivité électrique ( $\Omega m$ )
$\rho_w$	Masse volumique de l'eau ( $kg/m^3$ )
$\rho_a$	Résistivité électrique apparente ( $\Omega m$ )
$\sigma$	Conductivité électrique ( $S/m$ )
$\sigma_a$	Conductivité électrique apparente ( $S/m$ )
$\sigma_w$	Conductivité électrique du fluide interstitiel ( $S/m$ )
$\theta$	Teneur en eau volumique ( $m^3/m^3$ )
$\theta_e$	Teneur en eau équivalente ( $m^3/m^3$ )
$\theta_r$	Teneur en eau résiduelle ( $m^3/m^3$ )

### Filtre de Kalman

$\mathbf{x}^a$	État <i>a priori</i> ( $N \times 1$ )
$\epsilon^a$	Erreur de l'état <i>a priori</i> tel que $\epsilon^a \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{xx}^a)$ ( $N \times 1$ )
$\mathbf{C}_{xx}^a$	Covariance de l'état <i>a priori</i> ( $N \times N$ )
$\mathbf{x}^b$	État <i>a posteriori</i> ( $N \times 1$ )
$\epsilon^b$	Erreur de l'état <i>a posteriori</i> tel que $\epsilon^b \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{xx}^b)$ ( $N \times 1$ )
$\mathbf{C}_{xx}^b$	Covariance de l'état <i>a posteriori</i> ( $N \times N$ )
$f$	Fonction de prédiction non linéaire
$\mathbf{F}$	Fonction de prédiction linéaire ( $N \times N$ )
$\epsilon^f$	Erreur de la prédiction tel que $\epsilon^f \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff})$ ( $N \times 1$ )

$\mathbf{C}_{ff}$	Covariance de l'erreur de la prédiction ( $N \times N$ )
$\mathbf{d}$	Observations ( $M \times 1$ )
$\epsilon^d$	Erreur des observations ( $M \times 1$ )
$\mathbf{C}_{dd}$	Covariance des observations tel que $\epsilon^d \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{dd})$ ( $M \times M$ )
$\mathbf{z}$	Observations prédites à partir de l'état <i>a priori</i> ( $M \times 1$ )
$h$	Fonction d'observation non linéaire
$\mathbf{H}$	Fonction d'observation linéaire ( $M \times N$ )
$\mathbf{K}$	Gain de Kalman ( $N \times M$ )
$\mathbf{I}$	Matrice identité ( $N \times N$ )
$N$	Nombre de variables dans l'état
$M$	Nombre d'observations simultanées
$T$	Nombre de pas de temps
$a$	Exposant indiquant l'état <i>a priori</i>
$b$	Exposant indiquant l'état <i>a posteriori</i>
$q$	Exposant indiquant le membre
$Q$	Nombre de membre dans l'ensemble
$t$	Indice de temps

### Opérations mathématiques

$\nabla$	Opérateur gradient
$\nabla \cdot$	Opérateur divergent
$\partial$	Dérivée partielle
$\mathcal{F}$	Opérateur de modélisation directe

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	Documents complémentaires à la revue de littérature . . . . .	159
Annexe B	Documents complémentaires au chapitre 3 . . . . .	169
Annexe C	Documents complémentaires au chapitre 4 . . . . .	173



## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Mise en contexte

L'activité minière contribue significativement à l'économie québécoise et canadienne. L'augmentation de la population et le développement des énergies renouvelables laissent croire que cette industrie continuera à se développer au cours des prochaines décennies. L'activité minière génère cependant une quantité importante de rejets miniers, qui sont des matériaux n'ayant pas de valeur économique. On peut les diviser en deux catégories : les stériles qui sont des roches extraites afin de permettre l'accès au minerai et les résidus qui sont des roches finement broyées pour permettre l'extraction du minéral recherché. La figure 1.1 schématise une mine à ciel ouvert comprenant une fosse à ciel ouvert et des aires d'entreposage des rejets miniers, soit une halde à stériles et un parc à résidus. On y retrouve aussi un exemple de bilan de masse typique pour une mine d'or à ciel ouvert ayant une teneur moyenne de  $1\text{ g}/T$  : pour un gramme d'or concentré, deux tonnes de stériles sont extraites et une tonne de résidus est produite.

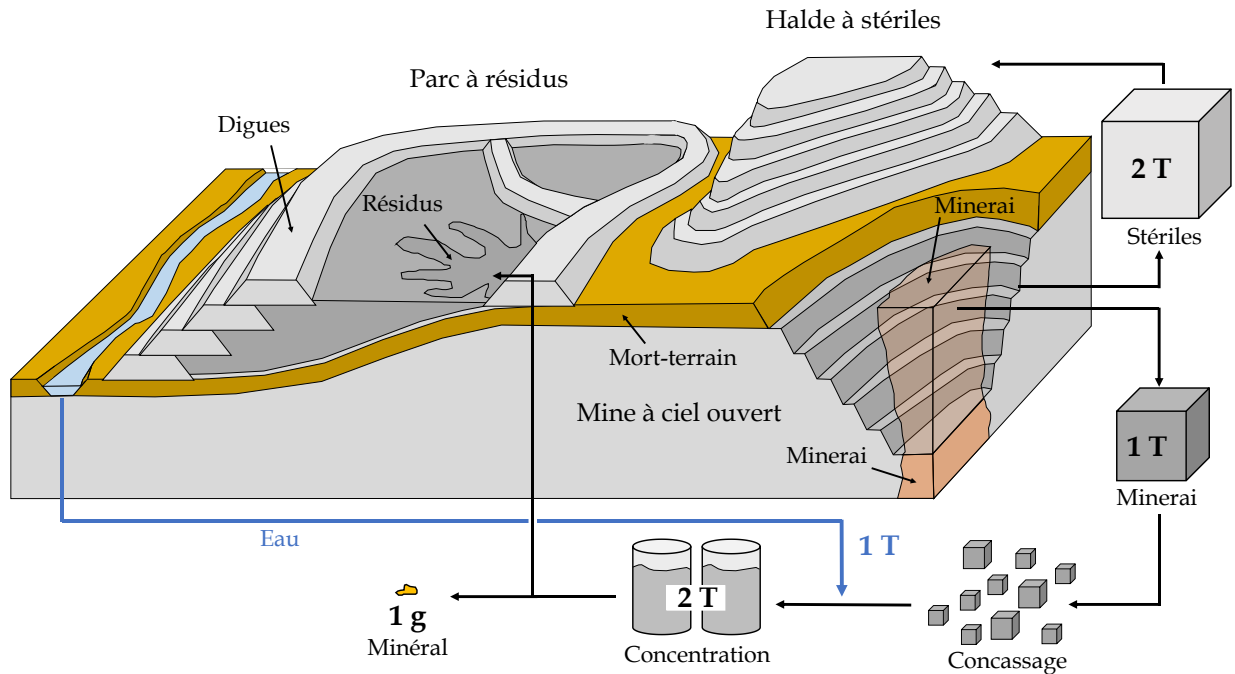
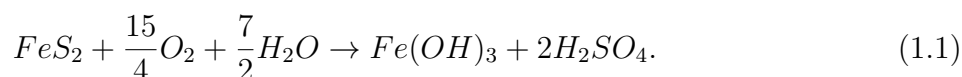


FIGURE 1.1 Schéma d'une mine à ciel ouvert comprenant un parc à résidus et une halde à stériles, tiré de Dimech (2020)

Les aires d'entreposage des rejets miniers sont de très grandes structures, souvent étendues sur plusieurs  $km^2$  et pouvant mesurer quelques centaines de mètres de hauteur (Aubertin et al., 2002). Ces structures peuvent engendrer des problèmes de stabilité géotechnique et géochimique, tels que des ruptures de digues et la génération de drainage minier contaminé (DMC). En effet, le DMC est une problématique environnementale importante puisque certains rejets peuvent s'oxyder et engendrer une pollution de l'eau souterraine et de surface et ainsi occasionner des problèmes pour la faune, la flore et l'approvisionnement en eau (Bussière et Guittonny, 2020). La génération de drainage minier contaminé peut se produire lorsque les rejets miniers contenant des sulfures sont exposés à l'eau et à l'oxygène. Dans ces conditions, l'oxydation des sulfures contribue à la diminution du pH de l'eau et à l'augmentation des teneurs en métaux. À des fins de simplification, l'équation d'oxydoréduction de la pyrite est souvent utilisée pour représenter le drainage minier acide (Aubertin et al., 2016) :



En réalité, la génération du drainage minier acide est beaucoup plus complexe et dépend de la minéralogie des résidus, de la granulométrie, de la température, de l'état d'oxydation et de l'activité biologique (Blowes et al., 2003).

Si une mine produit des rejets potentiellement générateurs de DMC, des méthodes de restauration des aires d'entreposage doivent être mises en place afin de s'assurer que les rejets ne contaminent pas l'environnement. Différentes méthodes de restaurations peuvent être envisagées pour les haldes à stériles et les parcs à résidus, il sera ici question des méthodes utilisées pour les parcs à résidus. Afin d'empêcher la réaction d'oxydoréduction de la pyrite, on peut envisager d'éliminer un des trois réactifs de l'équation 1.1. Une barrière à l'eau (géomembrane, géocomposite bentonitique, recouvrement de type «store-divert-release») peut être installée sur l'ensemble de l'aire d'entreposage afin de dévier complètement les précipitations et empêcher l'infiltration d'eau vers les rejets réactifs. Cependant, ces solutions sont moins efficaces dans un climat continental humide comme celui du Québec. Les barrières à oxygène sont donc souvent favorisées afin de bloquer ou limiter suffisamment le flux d'oxygène vers les rejets. En pratique, puisque la diffusion de l'oxygène est très lente dans l'eau, un recouvrement en eau ou un recouvrement ayant une couche saturée en eau (recouvrement monocouche avec nappe surélevée, recouvrement avec effet de barrière capillaire) sont des méthodes efficaces pour bloquer l'oxygène. Bussière et Guittonny (2020) présentent un ouvrage complet sur la prédiction du drainage minier acide jusqu'aux méthodes de restauration.

Dans ce mémoire, il sera question de la couverture à effet de barrière capillaire (CEBC) qui consiste à empiler des couches de matériaux afin d'empêcher la migration de l'oxygène

jusqu'aux résidus réactifs. La figure 1.2 représente les différentes couches de la CEBC et leur fonction, épaisseur et composition sont détaillées par Bussière et al. (2001).

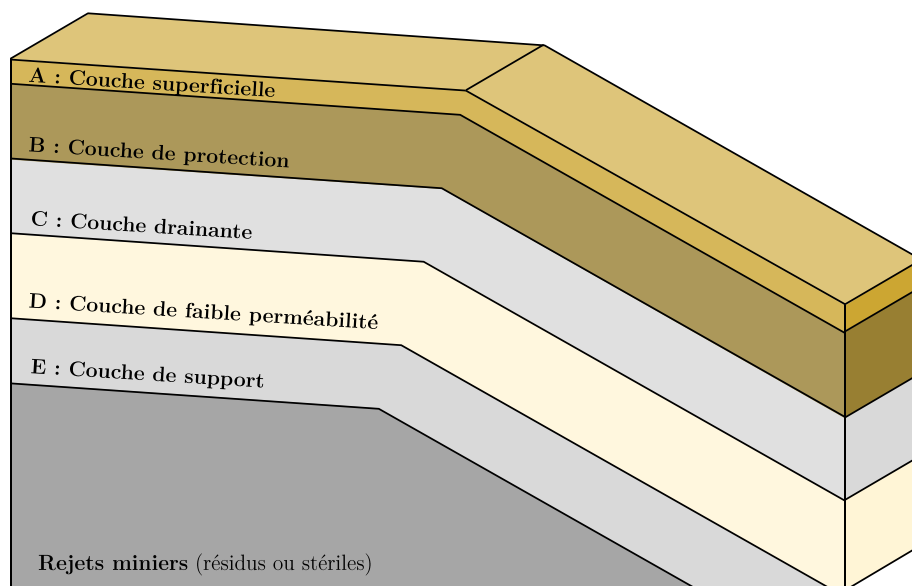


FIGURE 1.2 Structure interne typique d'une couverture à effet de barrière capillaire construit sur un parc à résidus ou une halde à stériles (tiré de Dimech (2020), modifié à partir de Aubertin et al., 2002, 2015).

La couche superficielle (A) et la couche de protection (B) permettent à la végétation de pousser tout en protégeant les trois couches sous-jacentes (C, D et E) qui sont les couches fonctionnelles de la couverture. La couche drainante (C) est constituée de matériaux granulaires ayant une conductivité hydraulique saturée élevée. Elle favorise le drainage latéral de l'eau et limite l'assèchement de la couche D par remontée capillaire. La couche de rétention d'eau (D) est constituée de matériaux silteux ayant une conductivité hydraulique assez faible. Cette couche demeure près de la saturation puisque le contraste de conductivité hydraulique entre la couche D et la couche E crée un effet de barrière capillaire. En gardant un degré de saturation supérieur à 85%, la couche de rétention d'eau (D) réduit les flux d'oxygène vers les rejets miniers réactifs d'un facteur  $10^5$  (Mbonimpa et al., 2003; Aubertin, 1995).

Avant la mise en place d'un recouvrement sur un parc à résidus, divers tests sont effectués à différentes échelles afin de prédire l'efficacité du recouvrement avec les matériaux disponibles et choisir la méthode de restauration à privilégier. Parmi ces tests, on compte l'élaboration de colonnes de laboratoire, de cellules expérimentales sur le terrain et de modèles numériques. Après la construction du recouvrement, un suivi de la performance est mis en place afin de s'assurer que la solution de restauration retenue fonctionne comme prévu. La surveillance de

la géochimie de l'effluent final est obligatoire (Ministère du Développement Durable, 2012). Cependant, si des changements sont observés dans l'effluent final, cela signifie que la réaction d'oxydation est déjà entamée depuis un certain temps et il peut être difficile de localiser la zone non fonctionnelle du recouvrement. En pratique, la performance de la CEBC est suivie de façon préventive en mesurant l'état de teneur en eau dans le recouvrement et les facteurs influençant cet état (succion, météo). Des stations de mesures sont habituellement installées dans le recouvrement, chaque station comprenant un profil vertical de sondes de teneur en eau et de succion. Pour choisir le positionnement de l'instrumentation, les aires d'entreposage sont divisées en zones ayant des caractéristiques communes (hauteur de la nappe phréatique, conception du recouvrement, pente, végétation, etc ...) et chacune de ces zones est surveillée avec au moins une station de mesure. Ces instruments fournissent des données primordiales et de qualité, mais le volume d'investigation des sondes étant de quelques centimètres cubes, l'extension spatiale des mesures est infime par rapport à la dimension du recouvrement. Par exemple, le site minier Les Terrains Aurifères possède 50 stations de mesure de teneur en eau et de succion pour une superficie de 66 hectares, ce qui correspond en moyenne à une surface de 1.3 hectare par station (MEND, 2000). Des densités d'instrumentation similaires sont rapportées pour le suivi de la performance des recouvrements aux sites miniers Lorraine (Québec), Equity (Colombie-Britannique) et Goldstrike (Nevada) (avec respectivement 0.8, 6.7 et 18.9 hectares/station) (Zhan et al., 2006; Dagenais et al., 2005; Liu et al., 2017). L'ajout de stations de mesure est notamment limité par le coût des sondes hydrogéologiques.

Une baisse de la performance du recouvrement pourrait survenir entre les stations de mesures, sans être détectée (due par exemple à l'hétérogénéité des matériaux, de la construction du recouvrement ou à la formation de chemins d'écoulement préférentiel). Pour ces raisons, il serait avantageux d'utiliser des méthodes de suivi de la performance ayant une plus grande extension spatiale afin d'éviter ce type de problématique, et ce à un coût raisonnable.

La géophysique est prometteuse dans ce contexte puisqu'elle permet d'obtenir de l'information continue sur une grande superficie pour compléter les mesures de suivi traditionnelles (Dimech et al., 2018). Plusieurs méthodes sont sensibles à la teneur en eau du milieu telles que le géoradar, les méthodes sismiques et la tomographie de résistivité électrique (ERT). L'ERT est probablement la méthode la plus adaptée pour le suivi temporel de la teneur en eau et plusieurs études fructueuses l'ont utilisée, par exemple, pour le suivi de glissement de terrain ou pour des études hydrogéologiques (Chambers et al., 2014; Cassiani et al., 2009; Michot et al., 2003; Uhlemann et al., 2017). Généralement, le traitement des données électriques se fait par inversion ce qui permet d'obtenir la distribution spatiale de la conductivité électrique qui est fonction de la teneur en eau du milieu (Hübner et al., 2017; Michot et al., 2003). Certains défis subsistent pour l'application de l'ERT comme méthode de suivi de la

teneur en eau. Par exemple, le support des données brutes ne permet pas une comparaison directe avec d'autres types de données. Il est nécessaire d'effectuer un traitement de données (comme l'inversion) afin de retrouver la distribution de la conductivité électrique du sol. Par ailleurs, l'inversion a souvent comme effet de lisser les résultats, ce qui peut engendrer une perte de résolution et introduire un biais dans la solution. Aussi, l'incertitude des résultats d'inversion est difficilement quantifiable. Pour finir, les mesures ERT sont sensibles à la teneur en eau, mais aussi à d'autres paramètres qui peuvent varier au cours du temps, comme la température et la conductivité électrique du fluide. Si ces paramètres évoluent simultanément, il devient alors problématique de départager les causes des changements observés de conductivité. Une relation pétrophysique aussi précise que possible doit donc être développée pour quantifier la teneur en eau à partir des mesures ERT.

Pour répondre à ces défis, l'assimilation de données par filtre de Kalman d'ensemble (EnKF) est un outil prometteur puisqu'elle permet de tenir compte de différents types d'information (données mesurées, modèles numériques) pour estimer l'état d'un système et son incertitude au cours du temps. En hydrogéophysique, l'assimilation de données est un domaine de recherche très actif puisque cette approche peut remplacer l'inversion déterministe des données géophysiques en plus d'inclure différents types de données hydrogéologiques ayant des supports et des volumes d'investigation différents. De plus, l'assimilation de données permet d'estimer directement les variables d'intérêts comme la teneur en eau, la concentration en contaminant ou la conductivité hydraulique du sol (Bouzaglou et al., 2018; Kang et al., 2018; Tso et al., 2019). Par ailleurs, les EnKFs permettent de considérer chacune des sources d'information ainsi que leur incertitude afin d'obtenir la meilleure estimation possible ainsi que son incertitude, ce qui est un avantage important par rapport à l'inversion déterministe en géophysique. Dans le contexte du suivi de la performance des recouvrements miniers, la méthode permettrait de combiner l'information apportée par les sondes de teneur en eau, par la tomographie de résistivité électrique et par la modélisation hydrogéologique du recouvrement afin d'estimer la teneur en eau dans la couche de rétention d'eau de la CEBC.

## Site à l'étude

La mine Canadian Malartic est une mine d'or à ciel ouvert, située au sud du village de Malartic, en Abitibi-Témiscamingue au Québec. La figure 1.3 correspond à une vue satellite de la mine en 2019 où l'on peut identifier la fosse à ciel ouvert, la halde à stériles, le parc à résidus et la ville de Malartic.

Avec une teneur en or d'environ 1  $g/T$ , il s'agit d'une mine dite de «fort tonnage - faible teneur», qui a une production élevée de résidus (GP, 2015b; Ltée, 2021). À la fin des activités

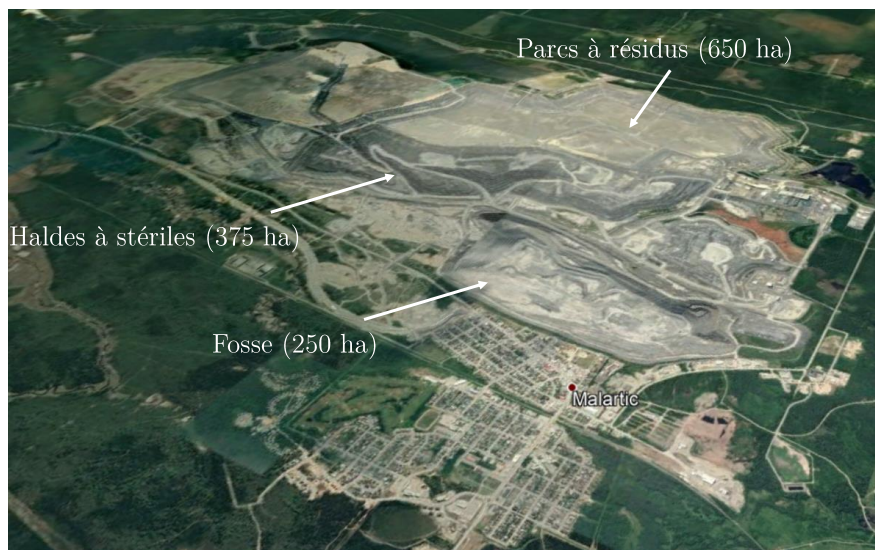


FIGURE 1.3 Vue satellite Google Earth de la mine Canadian Malartic en Abitibi-Témiscamingue (QC) actuelle (2019), tirée de Dimech (2020)

d'exploitation de la mine en 2029, le parc à résidus aura une superficie de 619 hectares. Les résidus Canadian Malartic sont classifiés comme potentiellement générateurs de drainage minier acide selon les standards de la directive 019 (Ministère du Développement Durable, 2012). Toutefois, les essais de laboratoire et in situ effectués sur les matériaux ne montrent pas d'oxydation des sulfures après 5 ans. D'autres essais sont en cours afin de confirmer ou d'infirmer le potentiel acidogène des résidus de la mine (GP, 2015a; Pétel, 2017). En parallèle, des études sont effectuées afin d'évaluer les méthodes de restauration appropriée pour la mine. Entre autres, des cellules expérimentales à grande échelle ( $30\ 000\ m^2$ ) ont été mises en place sur une section du parc à résidus de Canadian Malartic afin d'évaluer la performance à long terme de quatre types de recouvrement (Malartic, 2020). Parmi les recouvrements, une CEBC a été construite où de l'instrumentation géophysique et hydrogéologique a été installée dans le cadre du projet de doctorat d'Adrien Dimech. Dans ce mémoire, nous utiliserons ce contexte afin de développer une méthodologie d'assimilation de données géophysiques.

## 1.2 Énoncé de la problématique

En raison de la grande étendue des aires d'entreposage des rejets miniers, il est complexe et coûteux de surveiller la performance des recouvrements sur l'ensemble de leur surface.

Les sondes hydrogéologiques permettent d'obtenir de l'information primordiale pour le suivi de la performance, mais leur faible volume d'investigation pose des problèmes de représentativité spatiale. Ces mesures pourraient être complétées par l'ERT, qui permet d'évaluer la

distribution de conductivité électrique, puis de la teneur en eau sur de plus vastes superficies. Toutefois, cette méthode comprend plusieurs incertitudes qui sont difficiles à quantifier.

L'utilisation de filtres de Kalman d'ensemble semble prometteuse pour ce type d'application puisque cela permettrait de combiner l'information de modèles numériques, des données ERT et des sondes hydrogéologiques afin d'estimer la teneur en eau. À notre connaissance, cette technique de traitement de données n'a pas été appliquée dans le domaine de la restauration minière. Dans ce contexte, il semble pertinent de développer une approche d'assimilation de données hydrogéophysiques et de la tester en conditions contrôlées afin d'évaluer l'apport de cette méthode pour le suivi de la performance des recouvrements en restauration minière.

### 1.3 Objectifs de recherche

Ce projet de recherche a pour objectif global de développer une méthodologie d'assimilation de données par filtre de Kalman d'ensemble qui soit applicable au suivi de la teneur en eau dans les recouvrements miniers. Le premier objectif consiste à mettre en place un dispositif de laboratoire afin d'obtenir des données hydrogéophysique réelles, mais en conditions contrôlées. Il se divise en plusieurs sous-objectifs.

- 1.1 Construire un montage expérimental reproduisant une couverture avec effet de barrière capillaire à partir de matériaux miniers et recueillir des données expérimentales de tomographie de résistivité électrique et des sondes hydrogéologiques lors de la désaturation des matériaux.
- 1.2 Caractériser les propriétés hydrogéologiques des matériaux et quantifier leur incertitude.
- 1.3 Quantifier l'incertitude des données expérimentales de tomographie de résistivité électrique et de sondes hydrogéologiques après leur prétraitement.
- 1.4 Déterminer une relation pétrophysique entre la teneur en eau et la conductivité électrique pour les matériaux miniers et estimer la teneur en eau au cours du temps dans la colonne par tomographie de résistivité électrique.

Le second objectif consiste à développer et appliquer une méthodologie d'assimilation de données pour l'estimation de la teneur en eau dans le recouvrement au cours du temps, il comporte trois sous-objectifs.

- 2.1 Développer les outils numériques nécessaires à l'assimilation de données, incluant des modélisations hydrogéologique et électrique du dispositif expérimental ainsi que l'algorithme de filtre de Kalman d'ensemble.

- 2.2 Réaliser un cas synthétique reproduisant numériquement les données expérimentales et mesurer la performance théorique de l'assimilation de données pour l'estimation de la teneur en eau en utilisant différents paramètres d'assimilation.
- 2.3 Assimiler les données expérimentales de teneur en eau et de tomographie de résistivité électrique pour estimer la teneur en eau dans la colonne de laboratoire.

#### 1.4 Plan du mémoire

Le chapitre 2 comprend une revue de la littérature ayant comme thèmes principaux la tomographie de résistivité électrique, le fonctionnement des sondes de teneur en eau, la modélisation hydrogéologique et l'assimilation de données par filtre de Kalman. Au chapitre 3, la colonne de laboratoire est d'abord présentée en incluant la caractérisation des matériaux, la description de l'instrumentation hydrogéophysique et les données recueillies. Ensuite, le pré-traitement des données est effectué : les données des sondes hydrogéologiques sont calibrées pour les matériaux et les données de tomographie de résistivité électrique sont filtrées. Finalement, les données géophysiques sont traitées par inversion et comparées avec celles des sondes hydrogéologiques afin de déduire une relation pétrophysique entre la conductivité électrique et la teneur en eau. Le chapitre 4 présente premièrement la méthodologie d'assimilation de données hydrogéophysiques par filtre de Kalman d'ensemble pour l'estimation de la teneur en eau. Deuxièmement, l'assimilation de données synthétique est effectuée pour tester l'algorithme, effectuer des études de sensibilité pour différents paramètres des filtres et sélectionner les paramètres optimaux qui seront utilisés pour l'assimilation des données expérimentales. Ce chapitre présente finalement l'assimilation des données expérimentales pour l'estimation de la teneur en eau au cours du temps dans la colonne de laboratoire. Le chapitre 5 conclut ce mémoire en faisant une synthèse des travaux et en présentant les limitations ainsi que des recommandations pour les travaux futurs.



## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

### 2.1 Tomographie de résistivité électrique

La tomographie de résistivité électrique est une méthode géophysique ayant pour objectif de retrouver la distribution de la résistivité électrique du sous-sol (ou son inverse, la conductivité électrique). Suite à l'injection de courants électriques dans le sol et aux mesures de différences de potentiel, il est possible d'estimer la distribution de la résistivité en utilisant l'inversion. La figure 2.1 schématise la démarche utilisée en ERT pour obtenir la distribution de teneur en eau à partir des données de différence de potentiel.

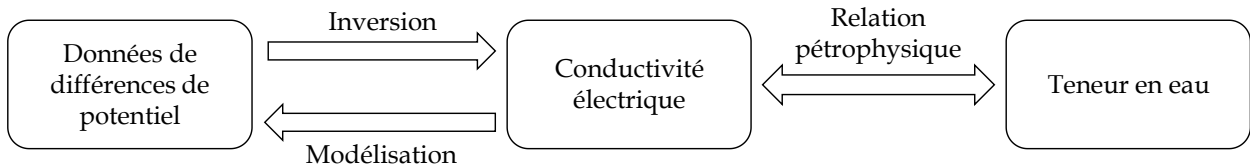


FIGURE 2.1 Démarche de traitement de données en tomographie de résistivité électrique

#### 2.1.1 Conductivité électrique des milieux poreux

La conductivité électrique décrit la capacité d'un milieu à conduire un courant électrique sous l'effet d'un champ électrique (Telford et al., 1990). La loi d'Ohm (équation 2.1) décrit la densité de courant de conduction  $\mathbf{J}_C$  ( $A/m^2$ ) produite par un champ électrique  $\mathbf{E}$  ( $V/m$ ) dans un milieu continu ayant une conductivité électrique  $\sigma$  ( $S/m$ ). Elle s'exprime comme :

$$\mathbf{J}_C = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.1)$$

Le courant de conduction est produit par les électrons et les ions qui se déplacent respectivement dans les milieux solides et aqueux (Telford et al., 1990). En tomographie de résistivité électrique, nous faisons l'hypothèse que le courant électrique est uniquement induit par le mouvement des charges électriques mobiles (courant de conduction) puisque l'injection de courant se fait à une fréquence nulle. Les effets de polarisations ou d'induction sont ainsi négligés.

Trois mécanismes de conduction peuvent se produire dans les milieux poreux, ils sont illustrés à la figure 2.2. Le premier mode est la conduction électronique produite par le mouvement des

électrons libres dans les minéraux conducteurs, elle est généralement considérée comme négligeable par rapport aux deux autres modes de conduction (Rhoades et al., 1976). Le deuxième est la conduction ionique causée par le déplacement des ions dans le fluide interstitiel. Cette contribution est proportionnelle à la concentration en ions, inversement proportionnelle à la viscosité du fluide et fonction de la conductivité électrique de chaque espèce ionique (Samouëlian et al., 2005). Le troisième est la conduction de surface qui se produit à la surface des particules solides, plus précisément dans la double couche d’Helmoltz (couche de Stern et couche diffuse) (Revil et al., 2014). Elle est proportionnelle à la surface spécifique des grains et devient significative dans les silts et argiles (Rhoades et al., 1989; Corwin et Lesch, 2005).

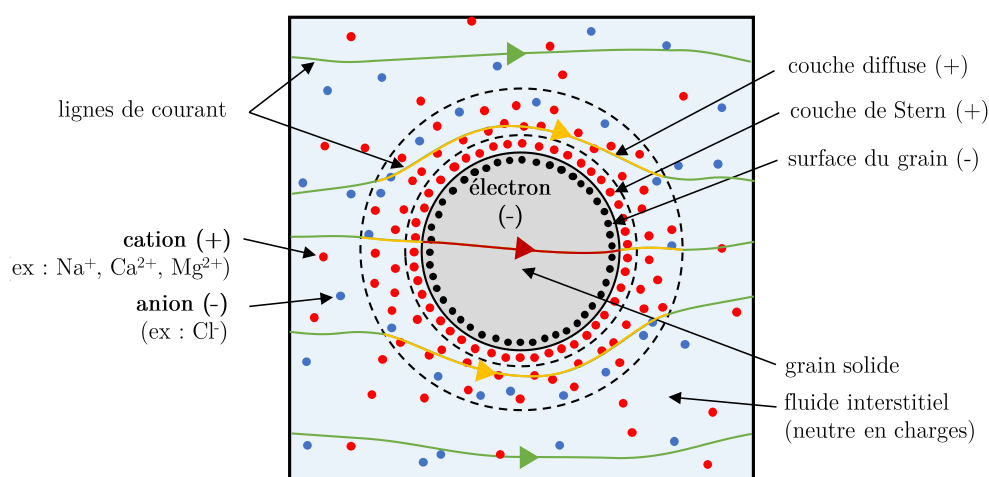


FIGURE 2.2 Modes de conduction dans les milieux poreux à l’échelle du grain solide, modifiée de Dimech (2020). Les lignes de courant rouges, vertes et jaunes correspondent respectivement à la conduction électronique, la conduction ionique et la conduction de surface.

Friedman (2005) note trois catégories de paramètres influençant la conductivité électrique totale d’un milieu poreux. En premier lieu, on retrouve la proportion volumique des trois phases du sol, soit la porosité, la teneur en eau et la matrice de grains solides. En second lieu, les paramètres des grains solides tels que la forme et l’orientation des grains, leur distribution granulométrique, la capacité d’échange cationique et la mouillabilité, qui sont relativement fixes au cours du temps. En dernier lieu, les paramètres relatifs à l’eau interstitielle, comme la composition cationique et la température, qui peuvent souvent changer au cours du temps tels que la conductivité électrique du fluide.

Dans ce projet, on s’intéresse à la variation de la conductivité électrique produite par un changement de la teneur en eau du milieu. Toutefois, avec des matériaux miniers, la conductivité électrique du fluide et la température sont susceptibles de faire varier la conductivité

électrique du milieu de façon significative au cours du temps. Il peut alors être nécessaire de suivre les variations de ces paramètres afin d'isoler la composante de la conductivité électrique attribuable à la teneur en eau.

### 2.1.2 Relation pétrophysique

Beaucoup d'études traitent de la relation entre la teneur en eau volumique et la conductivité électrique d'un milieu poreux (Samouëlian et al., 2005; Lesmes et Friedman, 2005; Friedman, 2005; Attia et al., 2008). La loi d'Archie est un des premiers modèles empiriques décrivant cette relation et reste aujourd'hui l'un des plus répandus, elle s'exprime par

$$\sigma = \frac{1}{F} S_r^{m_a} \sigma_w, \quad (2.2)$$

où  $\sigma$  est la conductivité électrique du milieu,  $F$  est le facteur de formation,  $S_r$  est le degré de saturation,  $m_a$  est l'exposant de la saturation et  $\sigma_w$  est la conductivité électrique du fluide interstitiel (Archie et al., 1942; Rubin et Hubbard, 2006). Le facteur de formation regroupe les termes qui sont stables dans le temps, il est défini par

$$F = a_a n^{-n_a}, \quad (2.3)$$

où  $a_a$  est le coefficient de saturation,  $n$  est la porosité et  $n_a$  est le facteur de cimentation. Les paramètres d'Archie  $m_a$ ,  $a_a$  et  $n_a$  sont généralement déterminés de façon empirique.

Lors de mesures de suivi temporel, les changements de conductivité électrique sont proportionnels aux changements de saturation si la conduction ionique est prédominante et que la concentration en ions est stable (Vereecken et al., 2006). La relation suivante est déduite à partir de la relation d'Archie,

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma(t_0)} = \left( \frac{S_r(t)}{S_r(t_0)} \right)^{n_a}, \quad (2.4)$$

où  $\sigma(t)$  et  $S_r(t)$  correspondent respectivement à la conductivité électrique et à la saturation au temps  $t$ .

Il existe plusieurs autres relations pétrophysiques reliant la teneur en eau volumique et la conductivité électrique. Par exemple, Gupta et Hanks (1972) ont proposé des relations linéaires, en considérant qu'il n'y avait pas de changement de porosité, de salinité, ni de température. La relation de Waxman et Smits (1968) reprend la relation d'Archie, mais en ajoutant un terme afin de tenir compte de la conduction de surface.

La validité de la relation pétrophysique peut être compromise pour plusieurs raisons. Premièrement, les hétérogénéités dans le sol peuvent induire un effet d'échelle sur la relation pétrophysique (Rubin et Hubbard, 2006; Moysey et Knight, 2004). Ainsi, des relations différentes pourraient être obtenues en laboratoire et sur le terrain. Deuxièmement, les changements temporels de conductivité électrique peuvent être attribués aux variations de teneur en eau, mais également de conductivité électrique du fluide ou de la température (Rubin et Hubbard, 2006). Troisièmement, les cycles de mouillage-séchage ou de gel-dégel peuvent modifier les propriétés physiques du sol au cours du temps, il s'agit de l'effet d'hystérésis (Hen-Jones et al., 2017; Wu et al., 2017). Finalement, la relation pétrophysique choisie peut être simplifiée et ne pas inclure tous les modes de conduction significatifs par exemple.

D'ailleurs, il est important de souligner que la mesure de la conductivité électrique peut varier d'un instrument à l'autre, notamment à cause de la fréquence utilisée. Idéalement, la relation pétrophysique devrait être calibrée avec le même instrument de mesure utilisé à plus grande échelle.

### Aperçu d'articles mesurant la teneur en eau dans les rejets miniers

Des études antérieures ont mesuré la résistivité électrique et estimé la relation pétrophysique des résidus miniers. Par exemple, Mollehuara Canales et al. (2020) ont caractérisé la résistivité électrique et la relation pétrophysique des résidus d'une mine de sulfures de fer en Australie. Ils ont utilisé un modèle pétrophysique d'Archie généralisé qui considère la contribution de chaque phase pour l'estimation de la conductivité électrique totale, ce modèle s'exprime par

$$\sigma = \sigma_w n^{n_a} S_r^{m_a} + \sigma_s \phi_s^{m_s} + \sigma_c \phi_c^{m_c}, \quad (2.5)$$

où le premier terme correspond à la relation d'Archie présentée précédemment et les deux termes suivants correspondent à la contribution de la phase solide et argileuse, respectivement présentes en proportion  $\phi_s$  et  $\phi_c$  et dont la conductivité électrique est  $\sigma_s$  et  $\sigma_c$ .

À la suite des travaux de laboratoire, ils ont obtenu des valeurs de  $n_a = 2.95$ ,  $m_a = 2.67$ ,  $m_s = 0.745$ ,  $m_c = 0.742$ ,  $\sigma_w$  entre 0.8 et 6.3 mS/cm,  $\sigma_s = 0.16$  mS/cm,  $\sigma_c = 0.6$  mS/cm,  $\phi_s = 0.52$ ,  $\phi_c = 0.01$ . Les résidus saturés avaient une résistivité de moins de 40  $\Omega m$ , tandis que les résidus non-saturés avaient une résistivité entre 40 et 100  $\Omega m$ , ils ont donc été capables d'estimer la teneur en eau des résidus à partir de la conductivité électrique.

De même, Sylvain et al. (2019) ont suivi la teneur en eau à l'intérieur de colonnes de laboratoire comprenant des résidus de la mine Canadian Malartic en utilisant des sondes de teneur en eau et la méthode ERT. Ils ont obtenu des valeurs de résistivité entre 10 et 50  $\Omega m$  et ont

utilisés les paramètres d'Archie  $n = 0.39$ ,  $n_a = 3.3$ ,  $F = 2.4$  et  $\rho_w = 4 \Omega m$ . Ils ont pu suivre l'évolution de la saturation au cours d'un essai d'infiltration dans la colonne de laboratoire à partir des modèles de conductivité électrique inversée.

En revanche, les stériles miniers peuvent être plus compliqués à caractériser notamment en raison de leur granulométrie très étalée, certaines études ont tout de même pu étudier leurs propriétés électriques. D'une part, Dimech et al. (2019) ont surveillé un essai d'infiltration dans une halde à stériles d'ilménite à l'aide de l'ERT et des sondes hydrogéologiques. Des modèles pétrophysiques avaient préalablement été obtenus en laboratoire pour chaque matériau présent dans la halde expérimentale (Dimech et al., 2018). La combinaison des deux jeux de données a permis de proposer un modèle hydrogéologique conceptuel de la halde à stérile, où l'ERT a permis d'apporter de l'information plus en profondeur. Les sondes de teneur en eau ont mesuré des résistivités entre 10 et 1100  $\Omega m$  dans les stériles tandis que l'inversion a retrouvé des résistivités entre 100 et 2000  $\Omega m$ . Les auteurs expliquent l'écart entre les valeurs de résistivités mesurées par les sondes hydrogéologiques et par l'ERT par la différence de volume d'investigation des deux méthodes. D'autre part, Dawood et al. (2011) ont étudié les stériles d'ilménite en laboratoire afin de caractériser les propriétés électriques des matériaux et ensuite les utiliser sur des essais sur le terrain. Pour la fraction de stériles  $< 10 \text{ mm}$ , la relation d'Archie est définie par une porosité de 24%,  $\rho_w = 3.1 \Omega m$ ,  $n_a$  et  $m_a \simeq 2$ . La résistivité obtenue par l'inversion de la colonne de laboratoire était entre 30 et 90  $\Omega m$ , tandis qu'elle était entre 100 et 2000  $\Omega m$  pour l'inversion des données de terrain. Ils ont donc pu caractériser les propriétés électriques en laboratoire et sur le terrain, l'imagerie ERT leur a permis de différencier les couches de matériaux ainsi que leur homogénéité.

En résumé, la résistivité électrique des résidus est plus faible que celle des stériles ce qui est notamment attribuable à la granulométrie des matériaux. En règle générale, les résidus ont souvent une granulométrie semblable à celle d'un silt sableux, et sont assez homogènes, tandis que les stériles ont une granulométrie très étalée, allant de 1  $\mu m$  jusqu'aux blocs  $> 0.3m$  (Boudrias, 2018). Il a été possible d'estimer la teneur en eau dans les résidus miniers à partir de leur conductivité électrique, après la création de modèles empiriques reliant les deux paramètres. Au niveau des stériles, des relations pétrophysiques ont pu être déterminées à l'échelle du laboratoire afin d'estimer la teneur en eau. Par contre, à l'échelle du terrain, l'hétérogénéité des matériaux pose un problème pour l'estimation quantitative de la teneur en eau.

### 2.1.3 Modélisation de la distribution du potentiel électrique dans le sol

En géophysique, la fonction de modélisation directe  $\mathcal{F}$  permet de simuler des observations  $\mathbf{d}$  à partir de paramètres physiques du sous-sol  $\mathbf{m}$ , elle se note

$$\mathbf{d} = \mathcal{F}(\mathbf{m}). \quad (2.6)$$

Le problème de modélisation directe en ERT consiste à calculer la distribution de potentiel (observations) sous l'effet d'une injection de courant pour un milieu de conductivité électrique connue (paramètres) (Dey et Morrison, 1979; Rucker et al., 2006; Loke, 2018; Telford et al., 1990). La figure 2.3 illustre les lignes de courant et les équipotentielles générées par une injection ponctuelle de courant dans un demi-espace de conductivité électrique homogène et isotrope.

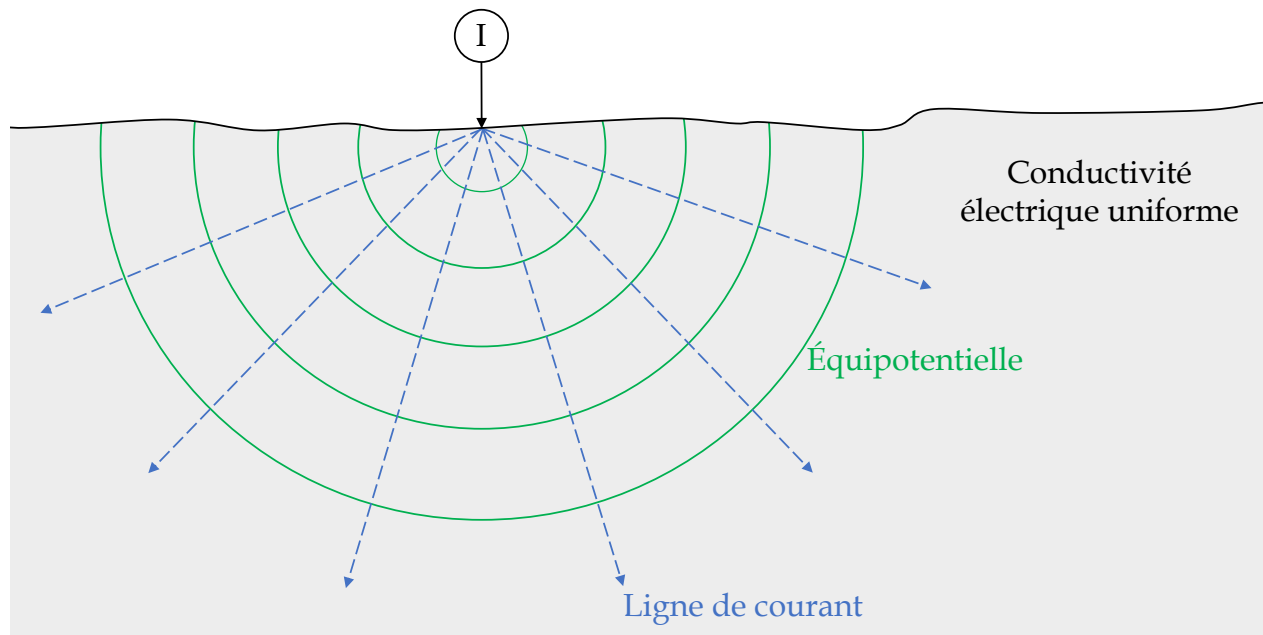


FIGURE 2.3 Potentiel généré par l'injection de courant dans un demi-espace de conductivité électrique homogène et isotrope, adapté de Telford et al. (1990)

La loi d'Ohm régit la façon dont le courant électrique se propage dans un milieu, elle s'exprime par

$$\mathbf{J}_C = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{J}_C$  ( $A/m^2$ ) correspond à la densité de courant de conduction, c'est-à-dire le courant par unité de surface traversée ( $\mathbf{J}_C = I/A$ ),  $\mathbf{E}$  ( $V/m$ ) correspond au champ électrique et  $\sigma$  ( $S/m$ ) correspond à la conductivité électrique du milieu continu.

Avec la méthode de résistivité, on mesure en pratique la différence de potentiel électrique entre deux électrodes, il nous convient donc d'écrire le champ électrique stationnaire  $\mathbf{E}$  comme le gradient négatif du potentiel électrique où  $\nabla$  est l'opérateur gradient. Par définition,

$$\mathbf{E} = -\nabla V. \quad (2.8)$$

Étant donné que la divergence de la densité de courant est nulle sur l'ensemble du domaine  $(x, y, z)$  à l'exception du volume infinitésimal localisé autour de la source de courant  $(x_s, y_s, z_s)$ , il est possible d'écrire

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_C = I\delta(x - x_s)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s) \quad (2.9)$$

où  $\nabla \cdot$  est l'opérateur divergence,  $I$  (A) est l'intensité de courant injecté et  $\delta$  correspond à la distribution de Dirac. En combinant les équations 2.7 et 2.8, la relation entre la densité de courant et la distribution de potentiel peut s'exprimer par

$$\mathbf{J}_C = -\sigma \nabla V. \quad (2.10)$$

En insérant cette dernière dans l'équation 2.9, on obtient l'équation différentielle décrivant le problème de modélisation directe en tomographie de résistivité électrique :

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = -I\delta(x - x_s)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s). \quad (2.11)$$

Sa résolution permet de calculer la distribution du potentiel électrique  $V(x, y, z)$  pour une injection de courant  $I$  à la position  $(x_s, y_s, z_s)$  dans un milieu de conductivité électrique  $\sigma(x, y, z)$ . L'équation 2.11 peut être développée et simplifiée afin d'obtenir

$$\sigma \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} = -I\delta(x - x_s)\delta(y - y_s)\delta(z - z_s). \quad (2.12)$$

Deux types de conditions frontières sont généralement reliées à ce problème. D'une part, une condition frontière de type Neumann est appliquée à la surface, c'est-à-dire que le gradient

du potentiel est nul  $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$  où  $n$  est un vecteur normal à la surface. D'autre part, le potentiel  $V$  tend vers 0 lorsque  $(x, y, z) - (x_s, y_s, z_s)$  tend vers l'infini. Il s'agit de conditions frontières de type Dirichlet.

La résolution de l'équation 2.12 avec les conditions frontières constitue le problème de modélisation de la tomographie de résistivité électrique. D'abord, à partir d'une distribution de conductivité électrique connue  $\sigma(x, y, z)$ , la distribution de potentiel  $V(x, y, z)$  produite par une injection de courant est calculée. Puis, en connaissant la position des électrodes, il est possible de simuler la différence de potentiel entre une paire d'électrodes. L'équation peut être résolue analytiquement pour des cas simples (Telford et al., 1990; Butler et Sinha, 2012). Néanmoins, les logiciels de modélisation utilisent plutôt des méthodes de différences finies ou d'éléments finis afin de résoudre l'équation avec des distributions de conductivité électrique arbitraires en deux ou trois dimensions (Rucker et al., 2017; Johnson, 2014).

#### 2.1.4 Acquisition de données

Les mesures ERT consistent à injecter un courant électrique dans le sol à l'aide de deux électrodes dites de courant ( $A$  et  $B$ ) et de mesurer la différence de potentiel entre deux autres électrodes dites de potentiel ( $M$  et  $N$ ). La figure 2.4 schématise le dispositif de mesure pour une injection de courant et inclut les équipotentielles et les lignes de courant pour un milieu homogène et isotrope.

Afin d'effectuer un relevé ERT, une série d'électrodes sont plantées dans le sol et chacune peut agir à titre d'électrode de courant ou de potentiel. En répétant les mesures pour des centaines ou milliers de configurations d'électrodes, on obtient une base de données contenant les différences de potentiel mesurées pour chacune des configurations. La loi d'Ohm, qui s'exprime par

$$R = \frac{\Delta V}{I}, \quad (2.13)$$

permet de calculer la résistance  $R$  ( $\Omega$ ) en divisant la différence de potentiel mesurée  $\Delta V$  ( $V$ ) par l'intensité de courant injecté  $I$  ( $A$ ). Par la suite, la résistivité apparente  $\rho_a$  ( $\Omega m$ ) est obtenue avec

$$\rho_a = kR, \quad (2.14)$$

où  $k$  ( $m$ ) correspond au facteur géométrique, qui est fonction de la position des électrodes. Si la distribution de la résistivité du milieu était homogène, la résistivité réelle du sol serait



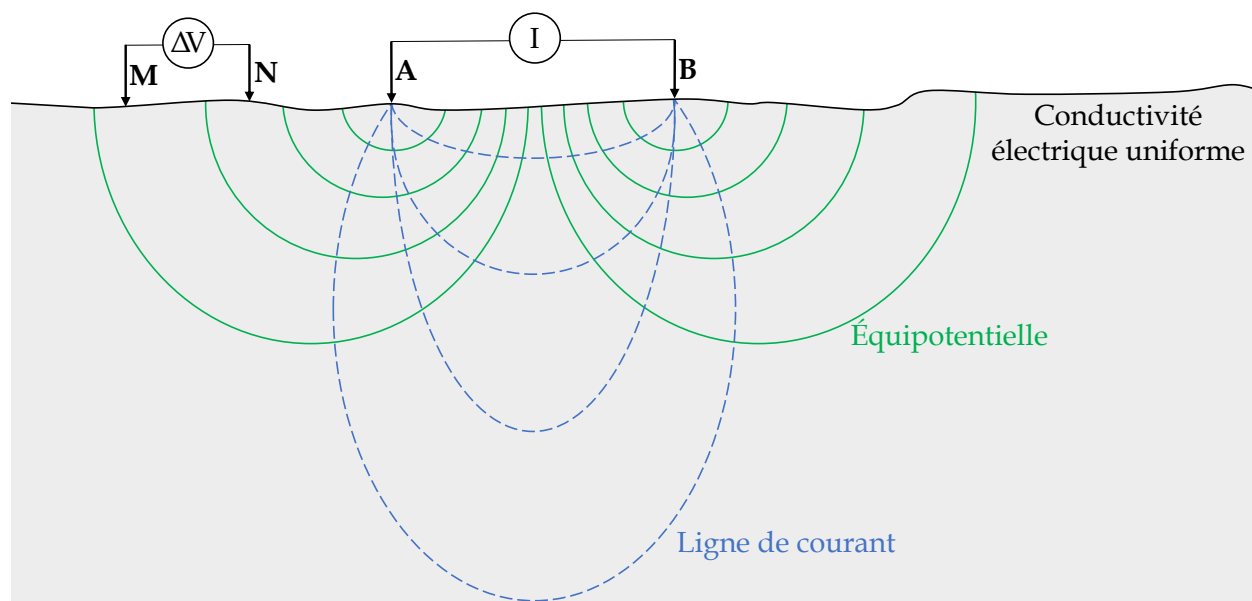


FIGURE 2.4 Dispositif de mesures de résistivité électrique avec 4 électrodes  $A$ ,  $B$ ,  $M$  et  $N$ , adapté de Telford et al. (1990)

simplement égale à la résistivité apparente. Cependant, comme c'est rarement le cas, l'inversion est nécessaire afin de retrouver la distribution réelle de la conductivité électrique. Cette démarche est expliquée à la section 2.1.5.

Les mesures ERT sont modulables en fonction de la profondeur, la sensibilité et la résolution souhaitées. Par exemple, il est possible de choisir l'espacement entre les électrodes, un plus grand espacement augmentera la profondeur d'investigation, mais diminuera la résolution spatiale (Loke, 2018). De la même façon, les électrodes peuvent être positionnées en surface, en forage ou même sous l'eau pour cibler la zone d'intérêt (Kuras et al., 2009; Dahlin et Loke, 2018). Le protocole de mesures, qui définit quelles électrodes seront utilisées pour injecter le courant et lesquelles mesureront la différence de potentiel, est aussi un élément important dans la conception des relevés ERT. Pour une acquisition de données comprenant  $N$  électrodes, il existe  $\frac{(N-3)(N-2)(N-1)N}{4}$  configurations d'électrodes possibles (Loke, 2018). Il n'est pas envisageable de toutes les utiliser puisque le temps d'acquisition et de traitement des données serait trop long par rapport au gain d'information. En pratique, les configurations sont souvent choisies en passant par l'utilisation d'un protocole de mesures standards. Ceux-ci sont illustrés à la figure 2.5. Le choix du protocole de mesure a une influence sur la résolution, le bruit, la profondeur d'investigation et la sensibilité des mesures (Samouëlian et al., 2005; Seaton et Burbey, 2002; Loke, 2018).

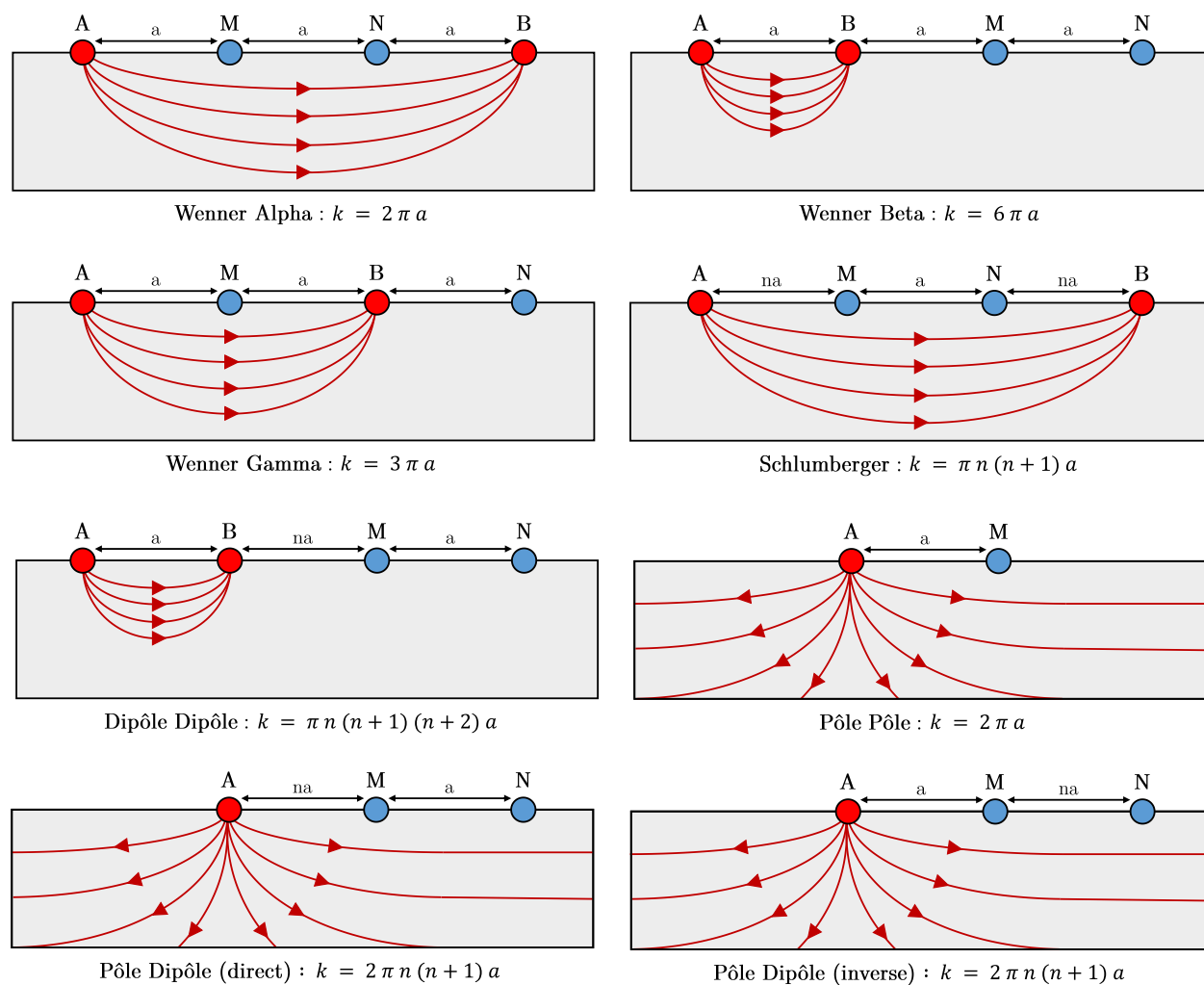


FIGURE 2.5 Protocoles de mesures standards et leur facteur géométrique. Les points rouges (A, B) et bleus (M, N) correspondent respectivement aux électrodes de courant et de potentiel, tiré de Dimech (2020).

### 2.1.5 Inversion

Le processus d'inversion en géophysique permet de déduire la distribution des propriétés physiques du sous-sol  $\mathbf{m}$  à partir de données observables  $\mathbf{d}$ . Dans le cas de la tomographie de résistivité électrique, l'inversion permet donc de retrouver une distribution de la conductivité électrique du sous-sol à partir des différences de potentiel observées.

Si la fonction de modélisation présentée à la section 2.1.3 était inversible, on pourrait écrire

$$\mathbf{m} = \mathcal{F}^{-1}(\mathbf{d}), \quad (2.15)$$

où  $\mathcal{F}^{-1}$  correspondrait à la fonction inverse de la modélisation directe. Puisque  $\mathcal{F}$  n'est pas inversible, il s'agit en réalité d'un problème d'optimisation où l'on cherche à minimiser une fonction de coût  $\Phi(\mathbf{m})$  en modifiant les paramètres du modèle  $\mathbf{m}$  (Oldenburg et Li, 2005; Johnson, 2014; Günther et al., 2006; Loke, 2018). Le problème de minimisation s'exprime comme

$$\underset{\mathbf{m}}{\text{minimiser}} \Phi(\mathbf{m}) = \Phi_d(\mathbf{m}) + \beta\Phi_m(\mathbf{m}), \quad (2.16)$$

où le premier terme  $\Phi_d(\mathbf{m})$  correspond à l'écart entre données mesurées et simulées et le second terme  $\Phi_m(\mathbf{m})$  correspond à la régularisation pondérée avec un coefficient  $\beta$ . L'écart des données est défini comme

$$\Phi_d(\mathbf{m}) = \|\mathbf{W}_d(\mathcal{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})\|^2, \quad (2.17)$$

où  $\mathbf{W}_d$  est une matrice de pondération des données permettant d'attribuer un poids différent à chacune des erreurs. Si le modèle  $\mathbf{m}$  représentait parfaitement la géologie, la différence entre  $\mathcal{F}(\mathbf{m})$  et  $\mathbf{d}$  serait attribuable aux erreurs de mesures ainsi qu'aux erreurs de modélisation (conditions frontières, discrétisation, position des électrodes). Prendre en compte l'erreur sur les mesures permet en effet de définir des critères d'arrêt robuste de l'inversion, de réduire l'influence des données incertaines et d'estimer les incertitudes sur le modèle inversé. Par exemple, l'optimisation peut s'arrêter lorsque l'écart des données est inférieur à l'erreur estimée  $\Phi_d(\mathbf{m}) < \Phi_d^*$  (Rucker et al., 2017). La minimisation de  $\Phi_d(\mathbf{m})$  est un problème hautement mal-posé puisqu'il y a beaucoup plus de paramètres à déterminer que de données. L'ajout de contraintes à l'inversion permet de limiter le nombre de solutions possibles et stabilise l'inversion. Il s'agit de la régularisation.

Dans la fonction de coût, le terme de régularisation permet de contraindre l'inversion en ajoutant de l'information *a priori*, son importance est pondérée par le coefficient  $\beta$  (Tikhonov

et Arsenin, 1977). On retrouve une variété importante de régularisation dans la littérature (Astic et al., 2020; Johnson et al., 2012; Johnson, 2014). La plus fréquente est la régularisation de lissage qui pénalise les contrastes importants entre deux cellules voisines ou favorise les contrastes dans une direction particulière. Aussi, une régularisation par rapport à un modèle de référence pénalise des modèles qui s'éloignent trop de la géologie ou de la signature pétrophysique attendues (Astic et al., 2020). De façon semblable, la régularisation par semi-variogramme favorise une distribution spatiale des paramètres suivant les paramètres statistiques de la moyenne, la variance et la portée, ce qui permet de ne pas favoriser l'homogénéité du modèle (Johnson et al., 2012). Si l'ERT est utilisé pour du suivi temporel, il est également possible d'ajouter un terme de régularisation dans le temps afin de pénaliser les différences importantes entre deux pas de temps consécutifs (Singha et al., 2015; Hayley et al., 2011).

Plusieurs logiciels d'inversion en libre accès permettent de résoudre les équations présentées dans cette section, on compte par exemple pyGIMLi (Rucker et al., 2017), E4D (Chambers et al., 2014) et SimPEG (Cockett et al., 2015). Dans ce travail, pyGIMLi est utilisé pour la modélisation et l'inversion de données ERT. Il s'agit d'une librairie Python orientée objet pour la modélisation et l'inversion de plusieurs méthodes géophysiques (méthodes sismiques, électriques, gravimétrique, électromagnétiques). Le logiciel pyGIMLi a été choisi pour sa facilité d'utilisation et la disponibilité d'exemples d'utilisation et de documentation. Également, le développement du logiciel est suffisamment avancé pour les besoins de cette étude. Aussi, étant donné qu'il s'agit d'une librairie Python, il est facile de le combiner au reste du travail qui est codé en langage Python.

### **Aperçu d'articles utilisant l'ERT en environnement minier**

La tomographie de résistivité électrique est un outil déjà employé pour plusieurs activités dans le domaine de l'environnement minier, le tableau 2.1 comprend quelques exemples.

Par exemple, Martínez et al. (2016) ont effectué un relevé ERT sur une mine abandonnée en Espagne dont les résidus contiennent des sulfures. D'abord, le profil ERT a permis de déterminer la profondeur du roc, l'épaisseur de la pile de résidus et a permis de choisir l'emplacement du piézomètre et de l'échantillonnage. Par la suite, en combinant les analyses géochimiques, hydrogéologiques et l'ERT, ils ont pu identifier les zones ayant de plus fortes concentrations en métaux ainsi que le niveau de la nappe phréatique permettant ainsi de cibler les zones à plus fort risque de contamination. Maqsood et al. (2011) ont utilisé l'ERT en complément de mesures de teneur en eau, de succion et de géoradar afin de mesurer la teneur en eau dans une CEBC en pente. Avec le profil de résistivité électrique inversé, ils

Auteurs (Année)	Contexte	Données ERT
Greer et al. (2017)	Caractérisation hydrogéologique d'une halde à stériles par essai d'infiltration	2D, TL, 90m à 315m
Martínez et al. (2016)	Caractérisation de la structure interne d'un parc à résidus	2D, 290m
Bortnikova et al. (2018)	Caractérisation hydrogéologique et suivi du DMA	3D, 500m x 350m
Sjödahl et al. (2005)	Évaluation de la stabilité géotechnique d'un parc à résidus	2D, 4 lignes, 150m à 825m
Maqsood et al. (2011)	Évaluation de la teneur en eau dans une CEBC	2D, 30m
Martin et al. (2019)	Estimation des volumes de stériles valorisables	2D, 27 lignes, 25m à 215m

TABLEAU 2.1 Exemple d'articles ayant utilisé l'ERT dans le contexte de l'environnement minier

ont pu identifier les zones de la couche de rétention d'eau ayant une saturation plus élevée. Ces résultats étaient cohérents avec les mesures des sondes TDR et avec les modélisations hydrogéologiques. Sur le profil de résistivité électrique inversée, des variations locales sont observées et les auteurs les attribuent à l'hétérogénéité des matériaux du recouvrement. Bortnikova et al. (2018) ont effectué des mesures ERT sur un parc à résidus d'une mine d'or en Russie ayant une forte teneur en sulfures. L'oxydation de ces résidus avait généré de l'acidité ( $\text{pH} < 2$ ) des concentrations en métaux et métalloïdes ( $\text{As} > 4.1 \text{ g/L}$ ) dans un bassin de rétention d'eau. L'écoulement de surface provenant du bassin avait contaminé une rivière, et les mesures ERT ont permis la découverte d'une zone de roc fracturé sous le bassin permettant l'écoulement de l'eau contaminée vers la nappe phréatique.

Dans ces études, les données ERT sont traitées indépendamment des autres jeux de données disponibles et les résultats sont souvent utilisés de façon qualitative, par exemple, afin d'étendre spatialement l'interprétation des données ponctuelles. Ainsi, l'ERT apparaît souvent en complément des mesures hydrogéologiques et géochimiques, apportant de l'information nouvelle en profondeur et entre les points de mesures ponctuels.

### Avantages et limites

Samouëlian et al. (2005) et Dimech (2020) font une revue des avantages et limites de l'ERT, cette section aborde quelques-uns de ces aspects. Les mesures ERT sont non-destructives, ce qui est un avantage important par rapport aux autres méthodes de caractérisation en géotechnique et en hydrogéologie (e.g. forage, puits, tranchées, échantillonnage). Elles se font à partir de la surface, en enfonçant des électrodes de quelques centimètres dans le sol, ce qui modifie peu le milieu. Aussi, la méthode peut s'appliquer à différentes échelles. Il est possible de réaliser des mesures ERT sur de petites cellules de laboratoire (quelques centimètres) ou de couvrir de grandes étendues spatiales (plusieurs centaines de mètres) (Falzone et al.,

2019; Parsekian et al., 2015). Dans le même ordre d'idée, les relevés ERT peuvent facilement être adaptés en fonction de l'objectif des mesures. Par exemple, il est possible de choisir la position (surface, forage, enterré, 2D, 3D), l'espacement et la quantité d'électrodes. Pour imager l'évolution de la conductivité électrique, des mesures en suivi temporel peuvent être effectuées à la fréquence adéquate (quelques minutes, quelques années). Enfin, les résultats d'inversion permettent d'imager la distribution de la conductivité électrique en 2D ou 3D ce qui peut compléter les données ponctuelles et faciliter leur interpolation.

Parmi les limitations de la méthode ERT, on compte la non-unicité de la solution d'inversion puisqu'elle dépend beaucoup de la régularisation qui est appliquée par le géophysicien. Aussi, le choix adéquat du protocole de mesure est important afin de minimiser le bruit et maximiser la sensibilité des mesures pour contraindre l'inversion. Dans un autre ordre d'idée, l'ERT permet d'imager la distribution de la conductivité électrique, mais celle-ci est rarement le paramètre géologique d'intérêt. Il est nécessaire d'avoir recours à une relation pétrophysique afin de relier la conductivité électrique du milieu et le paramètre d'intérêt (concentration en contaminant, teneur en eau, température, etc.) et de prendre en compte les variations de la conductivité électrique produites par d'autres facteurs (Tso et al., 2019). Des relations pétrophysiques issues de la littérature peuvent être utilisées en première approximation, mais une calibration spécifique pour le milieu à l'étude apporte une information beaucoup plus fiable. Ensuite, la durée des mesures peut nuire à l'imagerie de l'évolution temporelle d'un phénomène avec l'ERT. Pour fonctionner, le temps d'acquisition doit être négligeable par rapport à la durée du phénomène, ce qui limite le nombre de configurations dans le protocole de mesure ainsi que la résolution. Pour finir, des enjeux de qualité des données (résistance de contact, bruits) et de résolution des mesures pourraient aussi avoir un effet sur la qualité du modèle inversé.

## **2.2 Sondes de teneur en eau**

Le suivi temporel de la teneur en eau dans les recouvrements miniers est habituellement effectué à l'aide de sondes hydrogéologiques. Celles-ci mesurent la permittivité diélectrique du milieu qui est ensuite traduite en teneur en eau à l'aide de relations pétrophysiques.

À la section 2.2.1, on décrit la permittivité diélectrique ainsi que les facteurs influençant cette propriété dans les milieux poreux. Les relations pétrophysiques reliant la teneur en eau et la permittivité diélectrique  $y$  sont également décrites. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour mesurer la permittivité diélectrique d'un sol. À la section 2.2.2, on discutera de méthodes à la base du fonctionnement des sondes hydrogéologiques à capacitance et TDR.

### 2.2.1 Permittivité diélectrique des milieux poreux

La permittivité diélectrique  $\epsilon$  ( $F/m$ ) quantifie la capacité des charges électriques à se polariser sous l'effet d'un champ électrique externe. Dans un milieu diélectrique (isolant électrique), les charges ne peuvent pas se déplacer afin de conduire un courant électrique. Cependant, elles peuvent s'orienter par rapport au champ électrique externe  $\mathbf{E}$ , produire un champ électrique dans le sens opposé et ainsi réduire l'intensité du champ externe. Cette polarisation est proportionnelle à la permittivité diélectrique du milieu qui peut s'exprimer par

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{E}$  ( $V/m$ ) est le champ électrique externe et  $\mathbf{D}$  ( $C/m^2$ ) est le champ électrique de déplacement. La permittivité diélectrique d'un matériau est souvent exprimée relativement à la permittivité diélectrique du vide par

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}, \quad (2.19)$$

où  $\epsilon_r$  (-) est la permittivité diélectrique relative du matériau,  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} F/m$  est la permittivité électrique du vide et  $\epsilon$  est la permittivité absolue du matériau.

À l'échelle microscopique, trois modes de polarisation participent à la permittivité diélectrique, ils sont illustrés à la figure 2.6 (Geyer, 1990). Premièrement, la polarisation électronique correspond au déplacement du nuage d'électrons autour du noyau selon le champ électrique externe. Le déplacement atteint l'équilibre rapidement, soit en  $10^{-15}$  seconde. Deuxièmement, la polarisation atomique correspond au déplacement des atomes dans une molécule sous l'effet d'un champ électrique, elle se produit en  $10^{-12}$  seconde. Troisièmement, la polarisation d'orientation correspond à la polarisation des molécules possédant un moment dipolaire permanent en réponse au champ électrique externe. La vitesse de polarisation dépend de la molécule, elle peut varier entre  $10^{-9}$  et  $10^{-1}$  seconde (Orlowska, 2003).

D'autres mécanismes de polarisation sont observés à l'échelle du milieu poreux pour des fréquences inférieures à  $10^5 Hz$ . La polarisation de Maxwell-Wagner (polarisation interfaciale) se produit dans un milieu hétérogène, des charges s'accumulent alors à la frontière des deux milieux, elle regroupe la polarisation de membrane et la polarisation d'électrode (Geyer, 1990; Orlowska, 2003). D'une part, la polarisation de membrane se produit dans la phase aqueuse du milieu poreux lorsque les ions négatifs sont bloqués dans les plus petits pores ou lorsque la présence d'argile (chargée négativement) attire les charges positives et bloque le transport des charges négatives. D'autre part, la polarisation d'électrodes se produit lorsqu'un grain

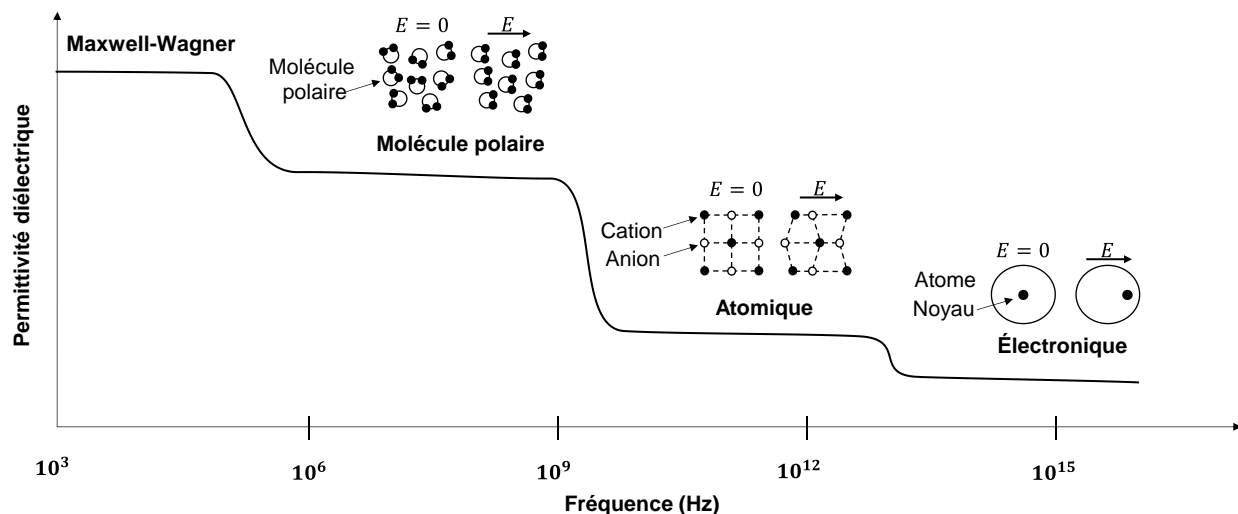


FIGURE 2.6 Permittivité diélectrique en fonction de la fréquence, adapté de Geyer et al. (1990) et de Orłowska (2003)

conducteur bloque un pore ce qui génère une accumulation de charges ioniques de part et d'autres du grain pour établir un nouvel équilibre.

Généralement, les principales phases influençant la permittivité diélectrique sont l'air et l'eau puisqu'ils ont respectivement de faibles et hautes permittivité relative (1 et 80) par rapport au sol ou à la roche (2 à 15). Le tableau 2.2 comprend les valeurs de permittivité diélectrique pour plusieurs matériaux (Rosenholtz et Smith, 1936; Heagy et al., 2019; Rubin et Hubbard, 2006). La plupart des sols secs, roches et minéraux ont une permittivité diélectrique relative de 12 ou moins ce qui permet de bien les distinguer par rapport à l'eau. Cependant, certains minéraux parfois présents dans les résidus ou stériles miniers ont une permittivité entre 34 et 81 (pyrite, ilménite) ou même plus grande de 81 (pyrrhotite, chalcopirite), ce qui peut rendre plus complexe l'estimation de la teneur en eau de ces milieux (Rosenholtz et Smith, 1936).

Dans une moindre mesure, la permittivité diélectrique des milieux poreux est influencée par la géométrie des pores et des grains, la structure laminaire, la température et la salinité du fluide interstitiel (Rubin et Hubbard, 2006).

Plusieurs modèles théoriques et empiriques plus ou moins complexes existent pour calculer la permittivité diélectrique d'un milieu poreux saturé, ils sont bien expliqués par Rubin et Hubbard (2006). En première approximation, il est possible d'utiliser la loi des mélanges, définie par



Matériaux	$\epsilon_r$
Air	1
Eau	80
Glace	3-4
Sol sec	2-6
Roche	2-15
Minéraux	4 et plus

TABLEAU 2.2 Permittivité diélectrique relative des matériaux

$$\epsilon_r^\beta = \sum_{n=1}^N (f_n \cdot \epsilon_{r,n})^\beta \quad \text{avec} \quad \sum_{n=1}^N f_n = 1, \quad (2.20)$$

où  $\beta$  correspond au facteur géométrique du modèle (par exemple,  $\beta = 1$  si les phases sont disposées en parallèle et  $\beta = -1$  si les phases sont disposées en série),  $N$  correspond au nombre de phases et  $\epsilon_{r,n}$  correspond à la permittivité diélectrique relative de la phase présente en proportion  $f_n$ .

En particulier, le modèle d'indice de réfraction complexe, issu de la loi des mélanges, propose une valeur empirique de  $\beta = 0.5$  (Birchak et al., 1974; Wharton et al., 1980; Lesmes et Friedman, 2005). La permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$  (-) d'un milieu poreux non-saturé est alors estimée par

$$\epsilon_r^{0.5} = \theta \epsilon_{r,w}^{0.5} + (n - \theta) \epsilon_{r,a}^{0.5} + (1 - n) \epsilon_{r,s}^{0.5}, \quad (2.21)$$

où  $n$  correspond à la porosité du milieu,  $\theta$  est la teneur en eau et  $\epsilon_{r,w}$ ,  $\epsilon_{r,a}$  et  $\epsilon_{r,s}$  sont respectivement les permittivités diélectriques relatives de l'eau, l'air et des grains solides.

Afin de calculer la teneur en eau à l'aide de la relation 2.21, la porosité et la permittivité de la matrice solide doivent être connues, ce qui est rarement le cas. Plusieurs relations empiriques ont donc été développées afin de relier directement la teneur en eau et la permittivité diélectrique du milieu, la plus répandue est celle Topp et al. (1980), définie par

$$\epsilon_r = 3.03 + 9.3 \theta + 146 \theta^2 - 76.7 \theta^3. \quad (2.22)$$

Cette relation fonctionne bien pour des sables ou silts. Cependant, pour des milieux poreux plus fins, les molécules d'eau interagissent significativement avec la surface des grains, diminuant leur polarisabilité et ainsi la permittivité du milieu (Rubin et Hubbard, 2006). Si le milieu contient des minéraux ayant une permittivité diélectrique élevée (parfois plus éle-

vée que l'eau), la relation de Topp sous-estimera la teneur en eau réelle. Généralement, des mesures en laboratoire sont effectuées afin de calibrer la relation pour les matériaux à l'étude.

## 2.2.2 Mesure de la permittivité diélectrique

Il existe plusieurs façons d'évaluer la permittivité diélectrique d'un milieu poreux, et ce, à différentes échelles. Les sondes de teneur en eau dites, à capacitance et TDR, mesurent indirectement la permittivité diélectrique, elles sont illustrées aux figures 2.7 et 2.8. Leur fonctionnement est ensuite expliqué.

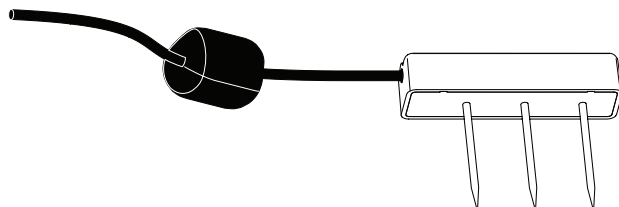


FIGURE 2.7 Schéma d'une sonde à capacitance (Teros 12) tiré de MeterGroup (2019)

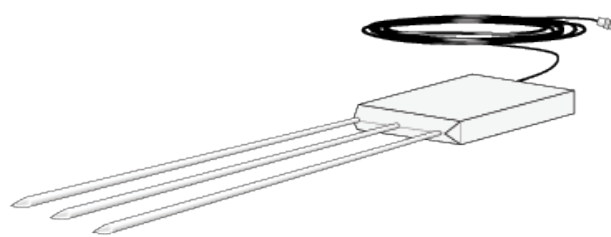


FIGURE 2.8 Schéma d'une sonde TDR (CS605), tiré de Campbell Scientific (2021)

### Sondes à capacitance

Les sondes à capacitance mesurent indirectement la capacité électrique qui est proportionnelle à la permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$  d'un sol. Le fonctionnement des sondes à capacitance est représenté à la figure 2.9 et les étapes sont décrites ci-dessous (Atkins et al., 1998).

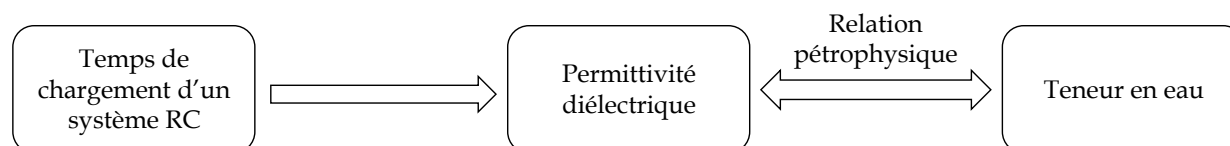


FIGURE 2.9 Démarches de traitement de données des sondes à capacitance

Tel que décrit à l'équation 2.18, la permittivité diélectrique est définie par

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}.$$

Pour un condensateur composé de deux plaques horizontales, le champ de déplacement  $\mathbf{D}$

( $C/m^2$ ) et le champ électrique  $\mathbf{E}$  peuvent s'exprimer en termes scalaires par

$$D = \frac{Q}{A} \quad \text{et} \quad E = \frac{\Delta V_C}{d}, \quad (2.23)$$

où  $Q$  ( $C$ ) correspond à la quantité de charges qui s'accumule à la surface de l'armature,  $A$  ( $m^2$ ) correspond à l'aire de la surface de l'armature,  $\Delta V_C$  ( $V$ ) est la différence de potentiel appliquée aux bornes du condensateur et  $d$  ( $m$ ) est la distance entre les deux plaques horizontales. L'équation 2.18 peut donc être reformulée par

$$\frac{Q}{A} = \epsilon \frac{\Delta V_C}{d}. \quad (2.24)$$

Finalement, la capacité électrique  $C$  ( $F$ ) d'un condensateur se définissant par

$$Q = C \Delta V_C, \quad (2.25)$$

en combinant les équations 2.24 et 2.25, il est possible d'exprimer la capacité d'un condensateur en fonction de la permittivité diélectrique de l'isolant avec

$$C = \frac{\epsilon A}{d}. \quad (2.26)$$

Afin de mesurer la capacité du milieu, les sondes envoient un signal sinusoïdal de fréquence suffisamment élevée (typiquement 70 MHz) afin que le courant de conduction soit nul et que la résistance du milieu poreux tende vers l'infini. Cela permet de représenter la sonde comme un circuit électrique comprenant un générateur d'ondes sinusoïdales  $\textcircled{S}$ , une résistance  $R$  et un condensateur  $C$  dont le milieu isolant correspond au sol, ce circuit est représenté à la figure 2.10.

En pratique, les sondes à capacitance mesurent le temps de chargement du condensateur lorsqu'une différence de potentiel est appliquée. La démarche afin de définir la différence de potentiel au cours du temps pour un système RC est disponible à l'annexe A.

Finalement, en définissant

$$\tau_{63} = RC, \quad (2.27)$$

où  $\tau_{63}$  ( $s$ ) est le temps de chargement afin que la différence de potentiel aux bornes du condensateur atteigne 63 % de la valeur maximale et en utilisant l'équation 2.26, il est possible de calculer la permittivité diélectrique relative du milieu en mesurant  $\tau_{63}$  lors du chargement du condensateur avec

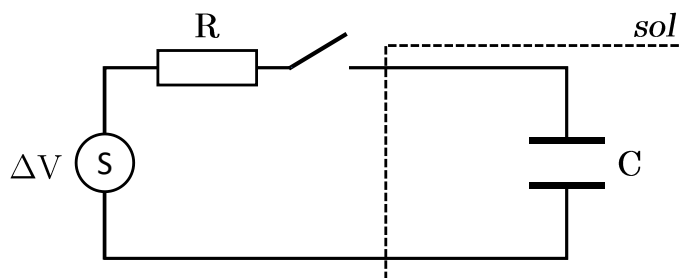


FIGURE 2.10 Circuit électrique RC équivalent.

$$\epsilon = \frac{\tau_{63} d}{R A}. \quad (2.28)$$

En résumé, une différence de potentiel est d'abord appliquée et le temps de chargement du condensateur (système RC) est mesuré. Ce temps de chargement est relié à la permittivité diélectrique qui est elle-même reliée à la teneur en eau par des relations pétrophysiques (discuté à la section 2.2.1). Par ailleurs, l'utilisation de hautes fréquences (50 à 100 MHz) permet d'avoir une mesure précise de la permittivité diélectrique pour des sols ayant une conductivité électrique plus faible que  $800 \text{ mS/cm}$  (MeterGroup, 2019).

Certaines sondes à capacitance permettent également de mesurer la conductivité électrique du milieu (e.g. Teros 12 de MeterGroup). Pour ce faire, un courant alternatif est appliqué entre deux tiges, la résistance est ensuite mesurée puis convertie en conductivité électrique à l'aide d'un facteur géométrique (démarche équivalente aux relations 2.13 et 2.14). Ces sondes estiment donc la conductivité électrique du fluide interstitiel avec la relation de Hilhorst (2000), définie par

$$\sigma_w = \frac{\epsilon_w(T) \cdot \sigma}{\epsilon - \epsilon_0}, \quad (2.29)$$

où  $\epsilon_w(T)$  correspond à la permittivité électrique de l'eau normalisée à  $20^\circ \text{ C}$ ,  $\sigma$  ( $\text{mS/cm}$ ) est la conductivité électrique du milieu mesurée par la sonde,  $\epsilon$  est la permittivité diélectrique relative du milieu mesurée par la sonde, et  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du milieu pour une conductivité électrique du milieu équivalente à  $0 \text{ mS/cm}$ . Hilhorst (2000) souligne que dans la plupart des cas, la constante  $\epsilon_0$  peut être fixée à 4.1, mais propose également une méthode pour la déterminer et ainsi améliorer l'estimation de la conductivité électrique du fluide.

## Sondes à réflectométrie dans le domaine temporel (TDR)

Noborio (2001) fait une revue du fonctionnement des sondes TDR pour la mesure de la teneur en eau dans le sol. Les étapes principales sont illustrées à la figure 2.11 et décrites ci-dessous.

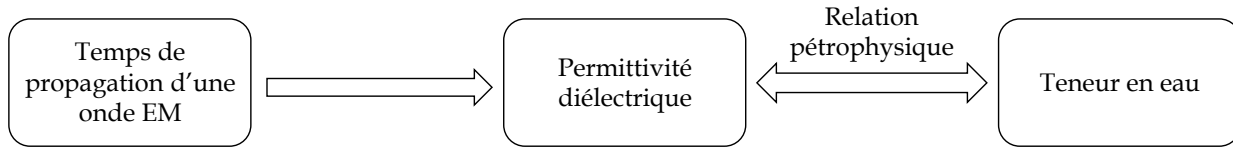


FIGURE 2.11 Démarche de traitement de données des sondes à réflectométrie dans le domaine temporel

La vitesse d'une onde électromagnétique dans le vide correspond à la vitesse de la lumière ( $c = 3 \times 10^8 m/s$ ). Dans tout autre milieu, l'onde se propage moins rapidement. Sa vitesse dépend alors de l'indice de réfraction  $n$  du milieu qu'on peut relier à la permittivité diélectrique relative par  $n^2 = \epsilon_r$  avec

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}. \quad (2.30)$$

Les sondes TDR mesurent le temps de propagation  $t_a$  (s) d'une onde électromagnétique pour un parcours correspondant à 2 fois la longueur de la sonde  $L$  (m) (Evet, 2003), il s'exprime par

$$t_a = \frac{2L}{v}. \quad (2.31)$$

En combinant les équations 2.30 et 2.31, la permittivité diélectrique du milieu peut s'exprimer en fonction du temps de propagation avec

$$\epsilon_r = \left( \frac{ct_a}{2L} \right)^2. \quad (2.32)$$

La figure 2.12 est une représentation schématisée d'une sonde TDR. Un générateur d'ondes sinusoïdales envoie une onde électromagnétique se propageant dans le brin intérieur du câble coaxial, puis dans la branche centrale de la sonde. Deux réflexions peuvent alors être observées : la première lors du passage de l'onde du câble coaxial vers la sonde et la seconde lorsqu'elle atteint l'extrémité de la tige centrale de la sonde. Le retour de l'onde se produit par les deux tiges latérales, puis par le brin extérieur du câble coaxial pour finalement être mesuré

par l'oscilloscope. La différence de temps entre les deux réflexions correspond au temps de propagation de l'onde. Le terme  $ct/2$  est souvent remplacé par la longueur apparente de la sonde  $L_a$  et la permittivité est évaluée avec  $\epsilon_r = (L_a/L)^2$  (Noborio, 2001).

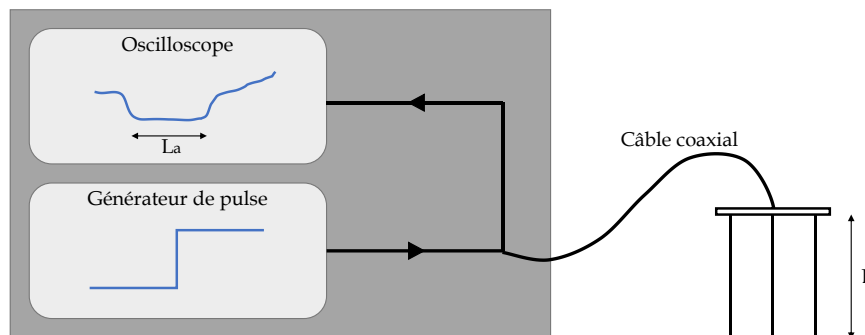


FIGURE 2.12 Schéma d'une sonde TDR, adapté de Noborio (2001)

En résumé, le temps de propagation d'une onde électromagnétique est d'abord mesuré, il permet ensuite de calculer la permittivité électrique avec l'équation 2.32. Finalement, la teneur en eau est obtenue après l'application d'une relation pétrophysique (section 2.2.1). D'autre part, il est possible d'utiliser cette méthode à très haute fréquence ( $> 1$  GHz). La perte par conduction ionique est alors plus faible que pour les sondes à capacitance. Cela rend la technique très stable, indépendante de la température et de la texture du sol, elle est toutefois relativement coûteuse et nécessite davantage d'énergie pour fonctionner, ce qui peut compliquer son utilisation pour le suivi de recouvrements miniers sur le long terme en régions éloignées (Nwogwu et al., 2018).

### Avantages et limitations

L'utilisation des sondes hydrogéologiques pour la mesure de la teneur en eau du sol présente plusieurs avantages. Premièrement, les mesures sont habituellement très précises, notamment lorsqu'une calibration est effectuée pour le matériau (par exemple,  $\pm 0.02 m^3/m^3$  pour la sonde Teros12 (MeterGroup, 2019)). De plus, l'installation de ce type de sonde est facile, il suffit de l'insérer dans le sol à partir d'une tranchée ou d'un forage, l'enregistrement des données se fait aussi simplement en passant par un boîtier d'acquisition. Finalement, les données sont habituellement disponibles en termes de teneur en eau, elles sont donc directement interprétables.

Une des limitations concerne le volume d'investigation ( $\sim 1$  L) de ce type de sondes (MeterGroup, 2019). Ce faible volume est un avantage si l'objectif des mesures est d'obtenir une

valeur locale, par exemple, pour constituer un profil vertical de la saturation en utilisant plusieurs sondes. Toutefois, cela peut devenir limitant dans le cadre de la surveillance de la performance des recouvrements où de très grandes surfaces ( $> km^2$ ) doivent être surveillées. D'ailleurs, afin de s'assurer de la précision de la mesure, il est nécessaire d'effectuer des calibrations spécifiques pour chaque matériau ou de vérifier l'homogénéité des matériaux, ce qui implique des travaux de laboratoire importants.

## 2.3 Modélisation hydrogéologique

### 2.3.1 Écoulement saturé

L'écoulement de l'eau dans le sol est produit par un transfert d'énergie : l'eau s'écoule de la plus grande vers la plus faible charge hydraulique  $h$  ( $m$ ), qui correspond à la quantité d'énergie par unité de poids du fluide. Le théorème de Bernouilli permet de définir la charge d'un fluide incompressible et parfait sous l'hypothèse d'un écoulement irrotationnel (Fetter, 2018; Freeze et Cherry, 1979), il s'exprime comme

$$h = h_z + h_p + h_c, \quad (2.33)$$

où  $h_z$  ( $m$ ) est l'énergie potentielle,  $h_p$  ( $m$ ) est l'énergie de pression et  $h_c$  ( $m$ ) est l'énergie cinétique. Ces termes sont définis respectivement par

$$h_z = z, \quad h_p = \frac{p}{\gamma_w} \quad \text{et} \quad h_c = \frac{v^2}{2g}, \quad (2.34)$$

où  $z$  ( $m$ ) représente une hauteur de référence arbitraire,  $p$  ( $Pa$ ) correspond à la pression relative du fluide,  $\gamma_w$  ( $N/m^3$ ) représente le poids volumique du fluide,  $v$  ( $m/s$ ) est la vitesse d'écoulement et  $g$  ( $m/s^2$ ) est l'accélération gravitationnelle. En raison de la faible vitesse d'écoulement de l'eau souterraine, le terme de l'énergie cinétique est généralement négligeable par rapport aux deux autres termes et la charge totale du fluide est souvent exprimé par  $h = h_z + h_p$  (Freeze et Cherry, 1979).

En pratique, le terme  $h_z$  permet de comparer la hauteur relative des points de mesures et le terme  $h_p$  permet de situer les points de mesures par rapport à la nappe phréatique. La pression  $p$  est positive lorsque le point de mesure se trouve sous la nappe phréatique et négative lorsqu'il est au-dessus, il s'agit alors d'une succion (souvent notée  $\psi$ ) qui est une grandeur importante pour l'écoulement non-saturé (section 2.3.2). À partir de la pression relative du fluide, il est possible de calculer la pression absolue  $p_{abs}$  ( $Pa$ ) avec

$$p_{abs} = p_{atm} + p, \quad (2.35)$$

où  $p_{atm}$  ( $Pa$ ) est la pression atmosphérique.

La conductivité hydraulique saturée  $K_{sat}$  ( $m/s$ ) régit la vitesse à laquelle un fluide peut s'écouler à travers un milieu poreux sous l'effet d'un gradient hydraulique (Fetter et al., 2017). Pour un milieu isotrope, elle s'exprime par

$$K_{sat} = \frac{k\rho_w g}{\mu_w}, \quad (2.36)$$

où  $k$  ( $m^2$ ) correspond à la perméabilité du sol,  $\rho_w$  ( $kg/m^3$ ) et  $\mu_w$  ( $\frac{kg}{m \cdot s}$ ) représentent respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide et  $g$  ( $m/s^2$ ) est l'accélération gravitationnelle (Huang et al., 2011).

Il est possible d'estimer la conductivité hydraulique d'un sol en laboratoire, *in situ* ou en utilisant des modèles prédictifs, selon la précision recherchée, l'échelle étudiée, la granulométrie du sol, la disponibilité d'échantillons représentatifs, le temps et les moyens financiers disponibles. Au laboratoire, les perméamètres à parois rigides, des essais triaxiaux ou des colonnes instrumentées permettent de mesurer la conductivité hydraulique d'un échantillon de sol. Sur le terrain, il est possible d'utiliser des essais de perméabilité, des essais d'infiltration (double anneau, simple anneau) ou des essais de pompage (Benson et Gribb, 1997). Les modèles prédictifs permettent d'estimer la conductivité hydraulique en s'appuyant sur d'autres paramètres connus du sol. Plusieurs modèles prédictifs ainsi que leurs hypothèses et limitations sont décrits par Chapuis (2012). Le modèle de Kozeny-Carman modifié par Mbonimpa et al. (2002) permet d'exprimer  $K_{sat}$  ( $cm/s$ ) en fonction des propriétés granulométriques et de compactage et a été utilisé à plusieurs reprises pour des matériaux miniers. Son expression est

$$K_{sat} = C_G \frac{\gamma_w}{\mu_w} \frac{e^{3+x}}{1+e} \cdot C_u^{1/3} D_{10}^2, \quad (2.37)$$

où  $e$  ( $-$ ),  $C_U$  ( $-$ ) et  $D_{10}$  ( $cm$ ) sont respectivement l'indice des vides, le coefficient d'uniformité et le diamètre des particules correspondant à 10% du passant et  $C_G$  ( $-$ ) et  $x$  ( $-$ ) sont des constantes qui sont fonction du type de sol.  $C_G$  est un coefficient utilisé pour les sols granulaires, c'est-à-dire des sols ayant une faible cohésion et une faible plasticité, incluant les matériaux silteux, il peut généralement être fixé à 0.1. Le paramètre  $x$  prend en compte la tortuosité du milieu et peut être fixé à 2 pour la plupart des matériaux. Cette relation



fonctionne bien pour des matériaux avec  $4.0 \times 10^{-8} \text{cm/s} \leq K_{sat} \leq 3.0 \times 10^2 \text{cm/s}$ ,  $0.35 \leq e \leq 1.27$ ,  $1 \leq C_U \leq 227$ ,  $4 \times 10^{-6} \text{cm} \leq D_{10} \leq 1.5 \text{cm}$  et une limite de liquidité  $w_L \leq 20\%$  (Mbonimpa et al., 2002).

La loi de Darcy décrit l'écoulement de l'eau en une dimension dans un milieu saturé de conductivité hydraulique sous l'effet d'un gradient hydraulique. Elle se note

$$q = -K_{sat} \cdot i, \quad (2.38)$$

où  $q$  ( $m/s$ ) est la vitesse de Darcy et  $i$  ( $-$ ) est le gradient hydraulique qui s'exprime en une dimension par

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l}, \quad (2.39)$$

où  $\Delta h$  ( $m$ ) correspond à la différence de charge hydraulique sur la longueur  $\Delta l$  ( $m$ ). Plusieurs conditions doivent être respectées afin que la loi de Darcy soit vérifiée. D'abord, l'écoulement doit être laminaire et isotherme. De plus, le fluide doit être incompressible et parfait (non-visqueux). Pour terminer, le milieu poreux doit être saturé, incompressible, parfait et isotrope. Cependant, la loi de Darcy peut être généralisée pour un milieu anisotrope en trois dimensions avec

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K}_{sat} \cdot \nabla h, \quad (2.40)$$

où le vecteur de la vitesse de Darcy, le tenseur de conductivité hydraulique et le gradient hydraulique s'expriment respectivement par

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{sat} = \begin{pmatrix} K_{sat,xx} & K_{sat,xy} & K_{sat,xz} \\ K_{sat,yx} & K_{sat,yy} & K_{sat,yz} \\ K_{sat,zx} & K_{sat,zy} & K_{sat,zz} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \nabla h = \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Le débit hydraulique  $Q$  ( $m^3/s$ ) correspond au débit de fluide qui s'écoule dans le milieu poreux à travers une surface, il peut être calculé à partir de la vitesse de Darcy avec

$$Q = q \cdot A, \quad (2.42)$$

où  $A$  ( $m^2$ ) correspond à l'aire de la surface traversée.

### 2.3.2 Écoulement non-saturé

Au-dessus de la nappe phréatique, l'eau est susceptible de remonter vers la surface par capillarité. Ce phénomène s'explique par la tension interfaciale entre l'air et l'eau et par l'attraction moléculaire entre l'eau et les grains solides (Fetter, 2018). Le milieu poreux minimise l'énergie du système en augmentant sa surface de contact avec le fluide avec lequel il a le plus d'affinité, soit l'eau (Bear et Braester, 1972). L'intensité de la remontée capillaire est notamment affectée par la distribution granulométrique et peut être caractérisée par la courbe de rétention d'eau (CRE). La CRE est une propriété des milieux poreux permettant de relier la succion  $\psi$  (Pa) (ou la hauteur au-dessus de la nappe phréatique  $h_p$  (m)) et la teneur en eau du milieu. Il est possible de la mesurer en laboratoire, sur le terrain ou d'utiliser des modèles pour la prédire. Il existe aussi plusieurs modèles descriptifs de CRE permettant de la représenter simplement, à l'aide de quelques paramètres clés.

Sur le terrain, il est possible de mesurer la succion à l'aide d'un tensiomètre et de mesurer la teneur en eau avec une sonde à capacitance ou TDR. On peut ensuite se servir de ces deux mesures au cours du temps afin de retrouver la courbe de rétention d'eau représentative des conditions de terrain. Il est également possible d'effectuer des mesures au laboratoire sur des échantillons de sol, par exemple avec des cellules Tempe ou des plaques de pression (ASTM, 2016; Aubertin, 1995). Ces expérimentations consistent à placer les échantillons entre deux pierres poreuses, d'augmenter la pression jusqu'à l'atteinte de la succion recherchée et par la suite, de mesurer la teneur en eau massique (ASTM, 2019). Finalement, un modèle descriptif peut être calibré à partir des observations  $\psi - \theta$  afin de représenter la courbe de rétention d'eau du sol.

S'il n'est pas possible de mesurer la CRE, des modèles prédictifs permettent néanmoins d'en obtenir une approximation à partir des propriétés connues du sol. Le modèle de Kovács (1981) modifié par Aubertin et al. (2003) se base sur l'équation de la remontée capillaire dans un tube et débute par le calcul de la remontée capillaire pour un sol granulaire  $h_{co}$  (cm)

$$h_{co} = \frac{1}{e D_{10}} \frac{0.75}{1.17 \log(C_u) + 1}. \quad (2.43)$$

Les composantes adhésive  $S_a$  et capillaire  $S_c$  de la saturation peuvent ensuite être calculées avec

$$S_c(\psi) = 1 - \left( \left( \frac{h_{co}}{\psi} \right)^2 + 1 \right)^m \exp \left( -m \left( \frac{h_{co}}{\psi} \right) \right) \quad (2.44)$$

$$S_a(\psi) = a_c \left( 1 - \frac{\ln(1 + \psi/\psi_r)}{\ln(1 + \psi_0/\psi_r)} \right) \frac{(h_{co}/\psi_n)^{2/3}}{e^{1/3}(\psi/\psi_n)^{1/6}}, \quad (2.45)$$

où  $a_c (-)$  est le coefficient d'adhésion qui peut être fixé à 0.01 pour des sols granulaires. Les paramètres  $\psi_r$  ( $cm$ ) et  $\psi_0$  ( $cm$ ) correspondent respectivement à la succion à saturation résiduelle et nulle tandis que  $\psi_n$  est un facteur de normalisation qui vaut 1 lorsque les unités de l'axe de succion  $\psi$  sont en  $cm$ . L'expression suivante permet finalement de calculer la saturation en fonction de la succion  $S_r(\psi)$

$$S_r(\psi) = S_c(\psi) + S_a^*(\psi)(1 - S_c(\psi)), \quad (2.46)$$

où

$$S_a^*(\psi) = 1 - \langle 1 - S_a(\psi) \rangle \quad (2.47)$$

et  $\langle \rangle$  sont les crochets de Macaulay, définis par

$$\langle x \rangle = \frac{x + |x|}{2}. \quad (2.48)$$

L'équation 2.47 permet de s'assurer que la composante adhésive de la saturation ne dépasse pas l'unité (Aubertin et al., 2003).

Les modèles descriptifs de la courbe de rétention permettent de la représenter simplement, en utilisant seulement quelques paramètres et sont souvent utilisés par les logiciels de modélisation hydrogéologique. Les modèles de Van Genuchten (1980) et de Brooks et Corey (1964) comptent parmi les plus utilisés, mais il en existe plusieurs autres (Too et al., 2014). Dans ce projet, la relation de Van Genuchten est utilisée puisqu'elle est compatible avec le logiciel de modélisation hydrogéologique utilisé pour ce projet. Elle est décrite ci-dessous.

L'équation suivante présente la teneur en eau équivalente  $\theta_e$  ( $m^3/m^3$ ) en fonction de la succion  $\psi$  ( $cm$ ) selon le modèle de Van Genuchten

$$\theta_e(\psi) = (1 + (\alpha_{vg}\psi)^{n_{vg}})^{-m_{vg}}, \quad (2.49)$$

où  $\alpha_{vg}$  ( $m^{-1}$ ) est un paramètre relié à la pression d'entrée d'air, son unité est l'inverse de celle de la succion. Les paramètres  $m_{vg}$  ( $-$ ) et  $n_{vg}$  ( $-$ ) sont reliés à la courbure de la CRE, en général  $m_{vg} = 1 - 1/n_{vg}$ . La teneur en eau équivalente étant définie par

$$\theta_e(\psi) = \frac{\theta(\psi) - \theta_{r,vg}}{\theta_s - \theta_{r,vg}}, \quad (2.50)$$

où  $\theta_{r,vg}$  ( $m^3/m^3$ ) et  $\theta_s$  ( $m^3/m^3$ ) sont les teneurs en eau résiduelle et saturée, en combinant les équations 2.49 et 2.50, on obtient la teneur en eau en fonction de la succion

$$\theta(\psi) = \theta_{r,vg} + (\theta_s - \theta_r) (1 + (\alpha_{vg}\psi)^{n_{vg}})^{-m_{vg}}. \quad (2.51)$$

L'inverse de la courbe de rétention d'eau de Van Genuchten se note alors

$$\psi(\theta) = \frac{1}{\alpha_{vg}} \left( \left( \frac{\theta - \theta_{r,vg}}{\theta_s - \theta_{r,vg}} \right)^{m_{vg}} - 1 \right)^{-n_{vg}}. \quad (2.52)$$

Dans un milieu poreux non-saturé, l'eau s'écoule à travers les pores interconnectés remplis d'eau ou à travers un film d'eau à la surface des grains. L'eau s'écoule donc plus facilement dans un sol ayant une saturation élevée, la conductivité hydraulique est fonction de la teneur en eau volumique  $K(\theta)$  qui est elle-même fonction de la succion  $\theta(\psi)$  (Fetter, 2018). Afin de pouvoir généraliser l'équation de Darcy pour des milieux non-saturés, il est nécessaire de déterminer la relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau (ou la succion). Comme il est difficile de déterminer expérimentalement cette relation, divers modèles prédictifs existent tels que celui de Mualem (1976), qui s'exprime par

$$K_r(\psi) = \theta_e(\psi)^{1/2} \left( 1 - \left( 1 - \theta_e(\psi)^{1/m_{vg}} \right)^{m_{vg}} \right)^2, \quad (2.53)$$

où  $K_r(-)$  est la conductivité hydraulique relative représentant un pourcentage de la conductivité hydraulique maximale  $K_{sat}$  ( $m/s$ ),  $\theta_e(-)$  est la teneur en eau équivalente telle que décrite à l'équation 2.50 et  $m_{vg}(-)$  est le paramètre de Van Genuchten tel qu'observé à l'équation 2.51. La conductivité hydraulique non-saturée  $K(\psi)$  ( $m/s$ ) est alors définie par

$$K(\psi) = K_{sat} \cdot K_r(\psi). \quad (2.54)$$

La loi de Darcy en trois dimensions (équation 2.40) peut être généralisée pour des milieux non-saturés en incluant la conductivité hydraulique comme une fonction de la succion

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K}(\psi) \cdot \nabla h, \quad (2.55)$$

où  $\mathbf{q}$  ( $m/s$ ) est la vitesse de Darcy,  $\mathbf{K}(\psi)$  ( $m/s$ ) est la matrice de conductivité hydraulique

selon les directions principales,  $\psi (m)$  et  $h (m)$  sont respectivement les champs de succion et de charge totale dans le domaine considéré. En considérant que  $h = z + \psi (m)$ , le gradient de la charge hydraulique peut aussi s'exprimer en fonction de la succion avec

$$\nabla h = \nabla \psi + \mathbf{k}, \quad (2.56)$$

où  $\mathbf{k}$  correspond au vecteur unitaire dans la direction  $z$ .

Dans un volume élémentaire, la variation de la teneur en eau au cours du temps résulte de la différence entre les flux entrants et sortants et/ou de l'apport d'eau dans le système. La loi de conservation de la masse lors de l'écoulement de l'eau en trois dimensions s'écrit donc

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + S, \quad (2.57)$$

où  $\partial \theta / \partial t$  est la dérivée de la teneur en eau par rapport au temps,  $\nabla \cdot \mathbf{q}$  est la divergence du flux par rapport aux trois directions principales et  $S$  est un terme source/puits permettant de tenir compte des variations de la masse d'eau causées, par exemple, par le pompage ou l'injection (Huang et al., 2011; Hillel, 1998).

En combinant les équations 2.55, 2.56 et 2.57, on obtient l'équation de Richards (1931) régissant l'écoulement de l'eau dans un milieu non-saturé (Pabst, 2011) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{K}(\psi) \cdot \nabla \psi) + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{K}(\psi) + S. \quad (2.58)$$

Plusieurs logiciels de modélisation hydrogéologique gratuits peuvent résoudre l'équation 2.58 tels que Pflotran (Hammond et al., 2014), Hydrus-1D (Simunek et al., 1998) et SimPEG (Cockett et al., 2015). Dans ce projet, on utilise Pflotran qui est un logiciel de modélisation de l'écoulement et de transport réactif de l'eau souterraine.

### Avantages et limitations

La modélisation hydrogéologique est un outil très flexible puisqu'elle permet d'adapter, par exemple, la géométrie, les propriétés des matériaux, les phénomènes physiques pris en compte et la durée de la modélisation en fonction des objectifs. Après l'évaluation des propriétés des matériaux (en laboratoire ou par calibration d'un modèle), elle devient un outil de prédiction du comportement du système. Ainsi, la modélisation hydrogéologique peut être utilisée pour évaluer différents scénarios de restauration et simuler différentes conditions, par exemple, en modifiant des conditions météorologiques ou des propriétés des matériaux. De plus, les

résultats de modélisation hydrogéologique peuvent être comparés de façon indépendante avec des données de terrain, ce qui permet de valider le modèle.

La validité du modèle hydrogéologique repose notamment sur l'évaluation des propriétés hydrogéologiques qui peut être une étape longue et coûteuse. Également, le modèle hydrogéologique peut difficilement être parfaitement représentatif de la réalité, il s'agit souvent d'une représentation simplifiée, par exemple, si certains phénomènes physiques ne sont pas modélisés, ou si l'hétérogénéité des matériaux n'est pas connue. Par ailleurs, l'incertitude de la modélisation hydrogéologique n'est habituellement pas connue ou facilement quantifiable.

## 2.4 Assimilation de données - Filtre de Kalman

Tel que défini par Carrassi et al. (2017), « l'assimilation de données englobe toute la séquence d'opérations qui, à partir des **observations** d'un **système**, et de compléments statistiques et dynamiques d'informations (comme un **modèle dynamique**), fournit une estimation de son **état**. » Dans cette définition, un système correspond à un objet ou phénomène que l'on souhaite étudier et qui évolue au cours du temps. Quant à l'état du système, il comprend les caractéristiques d'intérêt du système, ou autrement dit, les variables que l'on souhaite estimer. De même, un modèle dynamique est un modèle théorique représentant le système dynamique, il est généralement constitué d'équations différentielles. Finalement, une observation est une mesure du système à un temps donné.

Le filtre de Kalman développé par Kalman et al. (1960) permet d'assimiler des données discrètes à un modèle dynamique linéaire. Il s'agit maintenant d'un sujet de recherche et de développement en pleine expansion. Les filtres de Kalman sont d'autant plus utilisés depuis l'augmentation de la puissance de calcul et le développement de méthodes capables de gérer de grandes quantités de variables et de fortes non-linéarités, tels que les filtres de Kalman d'ensemble (Aanonsen et al., 2009). Ces derniers ont été appliqués dans une variété de domaines comme la météorologie (Houtekamer et al., 2005; Dowell et al., 2004), les sciences océaniques (Keppenne et Rienecker, 2002) et en géosciences (Reichle et al., 2002; Aanonsen et al., 2009; Moran et al., 2004). Une multitude de ressources intéressantes sont disponibles pour comprendre l'origine et l'application des différentes variantes des filtres de Kalman (Welch et al., 1995; Evensen, 2009; Haykin, 2004; Labbe, 2014; Brown et Hwang, 2012; Musoff et Zarchan, 2009; Houtekamer et Mitchell, 2005).

L'assimilation séquentielle de données intègre les données dès qu'elles sont disponibles contrairement au traitement par lots qui estime l'évolution de l'état au cours du temps une fois que toutes les données ont été recueillies (Labbe, 2014). L'assimilation séquentielle est très inté-

ressante dans le contexte de la surveillance de la performance en restauration minière puisque des modèles hydrogéologiques (modèles dynamiques) sont souvent déjà créés pour la conception des recouvrements (système) et que les différents types de données recueillies sur le terrain (observations) peuvent être aisément intégrés à ce modèle pour estimer, par exemple, la teneur en eau (état) en temps réel.

La figure 2.13 schématise les deux étapes principales d'un algorithme d'assimilation séquentielle de données. Premièrement, lors de l'étape de prédiction, l'état du système ainsi que son incertitude sont projetés dans le temps à l'aide d'un modèle dynamique. À ce moment, l'état *a priori* et son incertitude sont calculés. Deuxièmement, à l'étape de mise à jour, l'état *a priori* ainsi que les observations du système sont combinés afin d'obtenir la meilleure estimation possible de l'état. L'état *a posteriori* et son incertitude sont alors calculés.

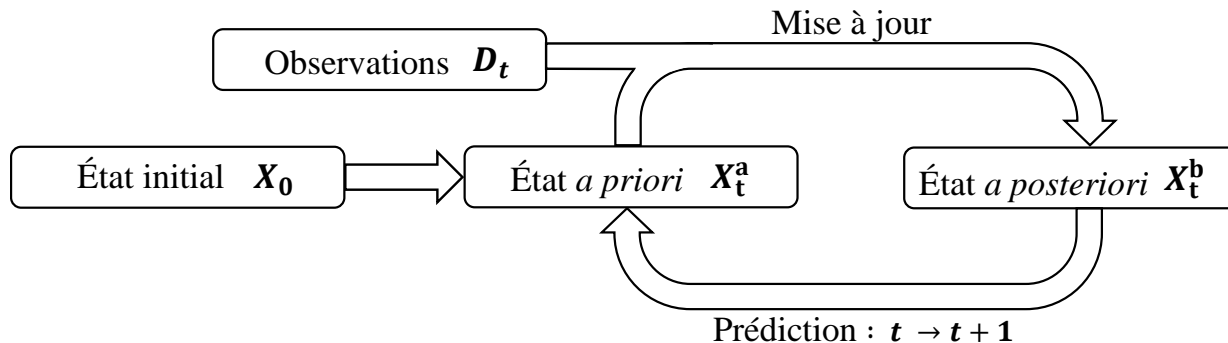


FIGURE 2.13 Schéma de l'algorithme récursif d'assimilation séquentielle de données

L'état du système ainsi que les observations sont considérés comme des variables aléatoires gaussiennes. Elles peuvent être décrites complètement par leur moyenne et variance en utilisant la loi normale (équation A.11 en annexe). La moyenne et la variance représentent respectivement la valeur la plus probable de l'état et l'incertitude liée à cette valeur. Les propriétés des variables gaussiennes sont donc utilisées pour effectuer les étapes récursives de prédiction et de mise à jour. L'annexe A introduit les notions de probabilités et statistiques à la base des filtres de Kalman. La section 2.4.1 présente l'algorithme complet du filtre de Kalman et la section 2.4.2 présente le filtre de Kalman d'ensemble s'appliquant aux problèmes ayant des fonctions de transfert non-linéaires.

#### 2.4.1 Filtre de Kalman

**État** L'état d'un système  $\mathbf{x}$  est discrétisé et représenté par une grille numérique ayant  $N$  paramètres,

$$\mathbf{x} = x_1, \dots, x_N. \quad (2.59)$$

L'état du système correspond aux variables à estimer, par exemple, dans cette étude, il s'agit de l'état de teneur en eau. Ces paramètres  $x_n$  ne correspondent pas à une valeur unique, mais plutôt à une fonction de densité de probabilité normale de moyenne  $\bar{x}_n$  et de variance  $\sigma_{x_n}^2$  décrivant la probabilité que la variable aléatoire  $x_n$  prenne une certaine valeur. L'état peut donc être représenté par

$$\mathbf{x} = \mathcal{N}(\bar{x}_1, \sigma_{x_1}^2), \dots, \mathcal{N}(\bar{x}_N, \sigma_{x_N}^2). \quad (2.60)$$

La moyenne et la covariance de l'état correspondent donc respectivement à

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_{xx} = \begin{pmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \dots & \sigma_{x_1, x_N} \\ \vdots & \ddots & \\ \sigma_{x_N, x_1} & & \sigma_{x_N}^2 \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

Pour la suite, les variables aléatoires des états *a priori* et *a posteriori* sont respectivement dénotées par les exposants  $a$  et  $b$  tel que

$$\mathbf{x}_t^a \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_t^a, \mathbf{C}_{xx,t}^a) \quad \text{et} \quad \mathbf{x}_t^b \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_t^b, \mathbf{C}_{xx,t}^b), \quad (2.62)$$

où l'indice  $t$  correspond au temps. Finalement, il est possible de définir l'erreur des états *a priori* et *a posteriori* par

$$\boldsymbol{\epsilon}_t^a = \mathbf{x}_t^a - \mathbf{x}_t^r \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\epsilon}_t^b = \mathbf{x}_t^b - \mathbf{x}_t^r \quad (2.63)$$

où  $\mathbf{x}_t^r$  correspond à l'état réel du système au même temps. Comparativement aux autres variables,  $\mathbf{x}_t^r$  n'est pas une variable aléatoire, il s'agit plutôt d'une constante puisque sa variance est nulle. Il est à noter que l'état réel du système n'est pas connu, il est plutôt estimé par les états *a priori* et *a posteriori*. Dans les équations ayant permis le développement des filtres de Kalman, on fait l'hypothèse que l'erreur est une variable aléatoire de moyenne nulle,

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_t^a = 0 \quad \text{et} \quad \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_t^b = 0, \quad (2.64)$$

c'est-à-dire que les états  $\mathbf{x}_a$  et  $\mathbf{x}_b$  sont non-biaisés. La covariance de l'erreur peut alors être exprimée par



$$\text{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_t^a) = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^a - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_t^a})^2} = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^a)^2} \quad \text{et} \quad \text{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_t^b) = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_t^b})^2} = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^b)^2}. \quad (2.65)$$

Étant donné que  $\mathbf{x}_t^r$  est une constante, il est possible de déduire que la covariance de l'erreur de l'état est équivalente à la covariance de l'état

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_t^a) = \text{Cov}(\mathbf{x}_t^a - \mathbf{x}_t^r) = \text{Cov}(\mathbf{x}_t^a) \quad \text{et} \quad \text{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_t^b) = \text{Cov}(\mathbf{x}_t^b - \mathbf{x}_t^r) = \text{Cov}(\mathbf{x}_t^b). \quad (2.66)$$

Ce qui permet finalement de définir les erreurs des états *a priori* et *a posteriori* par les fonctions de densité de probabilité

$$\boldsymbol{\epsilon}_t^a \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{xx,t}^a) \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\epsilon}_t^b \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{xx,t}^b). \quad (2.67)$$

**État initial** À la première itération,  $\mathbf{x}_0$  est une estimation de l'état initial du système. L'état initial, défini par

$$\mathbf{x}_0 \sim \mathcal{N}(\overline{\mathbf{x}}_0, \mathbf{C}_{xx,0}), \quad (2.68)$$

est défini par l'utilisateur en fonction de l'expérimentation.

**Étape de prédiction** L'étape de prédiction a comme objectif de prédire l'état au prochain pas de temps, c'est-à-dire de définir l'état *a priori* au temps  $t$  à partir de l'état *a posteriori* au temps  $t - 1$ . Sachant que les états suivent des distributions normales, il est nécessaire de calculer la moyenne  $\overline{\mathbf{x}}_t^a$  et la covariance  $\mathbf{C}_{xx,t}^a$  de l'état *a priori* pour le définir complètement.

Dans un premier temps, grâce à la stabilité par linéarité de la loi normale (équation A.13), la moyenne de l'état *a priori* peut être calculée avec

$$\overline{\mathbf{x}}_t^a = \mathbf{F}\overline{\mathbf{x}}_{t-1}^b, \quad (2.69)$$

où  $\mathbf{F}$  ( $N \times N$ ) est une fonction de prédiction linéaire. La fonction de prédiction est un modèle dynamique du système et permet de prédire l'état au prochain pas de temps, à partir de l'état précédent. Il est à noter que la fonction de prédiction peut comprendre une certaine erreur  $\boldsymbol{\epsilon}_t^f$  telle que

$$\mathbf{x}_t^r = \mathbf{F}\mathbf{x}_{t-1}^r + \boldsymbol{\epsilon}_t^f, \quad (2.70)$$

où  $\mathbf{x}_{t-1}^r$  et  $\mathbf{x}_t^r$  sont respectivement les états réels au temps  $t - 1$  et au temps  $t$ . On fait l'hypothèse que la prédiction est sans biais et que l'erreur peut donc être représentée par une distribution normale de moyenne nulle et de covariance  $\mathbf{C}_{ff,t}$  :

$$\boldsymbol{\epsilon}_t^f \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t}). \quad (2.71)$$

Dans un second temps, il est nécessaire de calculer la covariance de l'état *a priori*  $\mathbf{C}_{xx}^a$ . En combinant les équations 2.65 et 2.66, il est possible d'écrire

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \overline{(\mathbf{x}_t^a - \mathbf{x}_t^r)^2}. \quad (2.72)$$

Puis, les termes  $\mathbf{x}_t^a$  et  $\mathbf{x}_t^r$  peuvent être remplacés par les équations 2.69 et 2.70 afin d'obtenir

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \overline{(\mathbf{F}\mathbf{x}_{t-1}^b - \mathbf{F}\mathbf{x}_{t-1}^r - \boldsymbol{\epsilon}_t^f)^2}. \quad (2.73)$$

L'équation précédente peut ensuite être simplifiée avec

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \overline{(\mathbf{F}(\mathbf{x}_{t-1}^b - \mathbf{x}_{t-1}^r) - \boldsymbol{\epsilon}_t^f)^2}, \quad (2.74)$$

puis développée avec

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \mathbf{F}\overline{(\mathbf{x}_{t-1}^b - \mathbf{x}_{t-1}^r)^2}\mathbf{F}^\top + \overline{(-\boldsymbol{\epsilon}_t^f)^2} - 2\mathbf{F}\overline{(\mathbf{x}_{t-1}^b - \mathbf{x}_{t-1}^r)\boldsymbol{\epsilon}_t^f}. \quad (2.75)$$

Le dernier terme de l'équation est nul puisque  $(\mathbf{x}_{t-1}^b - \mathbf{x}_{t-1}^r) = \boldsymbol{\epsilon}_{t-1}^b$  et que les erreurs  $\boldsymbol{\epsilon}_{t-1}^b$  et  $\boldsymbol{\epsilon}_t^f$  ne sont pas corrélées. Finalement, en combinant avec les équations 2.67 et 2.71, il est possible d'obtenir l'expression de la covariance de l'état *a priori*, en fonction de la covariance de l'état *a posteriori* précédent et l'erreur de la fonction de prédiction :

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \mathbf{F}\mathbf{C}_{xx,t-1}^b\mathbf{F}^\top + \mathbf{C}_{ff,t}. \quad (2.76)$$

Le premier terme de l'équation ( $\mathbf{F}\mathbf{C}_{xx,t-1}^b\mathbf{F}^\top$ ) permet de projeter dans le temps l'incertitude associée à  $\mathbf{x}_{t-1}^b$ . En revanche, le second terme ( $\mathbf{C}_{ff,t}$ ) correspond à l'incertitude associée à la fonction de prédiction qui modélise le système dynamique avec une certaine erreur.

Les équations 2.69 et 2.76 correspondent donc respectivement à la moyenne et à la covariance de l'état *a priori* comportant  $N$  variables aléatoires gaussiennes. Il s'agit de l'étape de prédiction dans l'algorithme du filtre de Kalman.

**Étape de mise à jour** À l'étape de mise à jour, les observations  $\mathbf{d}_t$  sont comparées aux observations synthétiques de l'état *a priori*  $\mathbf{x}_t^a$  afin d'obtenir une estimation améliorée de l'état, soit l'état *a posteriori*  $\mathbf{x}_t^b$ . L'objectif de cette étape est de calculer la moyenne  $\bar{\mathbf{x}}_t^b$  et la covariance  $\mathbf{C}_{xx}^b$  de l'état *a posteriori* tel que

$$\mathbf{x}_t^b \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_t^b, \mathbf{C}_{xx}^b). \quad (2.77)$$

Le vecteur d'observation  $\mathbf{d}_t = d_1, \dots, d_m$  comprend  $M$  termes, qui sont également considérés comme des variables aléatoires gaussiennes. Les observations peuvent donc être décrites par leur moyenne et covariance

$$\mathbf{d}_t \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{d}}_t, \mathbf{C}_{dd,t}), \quad (2.78)$$

où la covariance des observations correspond à leur incertitude. En considérant que les observations sont non-biaisées, l'erreur des observations s'exprime donc par la distribution

$$\boldsymbol{\epsilon}_t^d \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{dd,t}). \quad (2.79)$$

Tout d'abord, la fonction d'observation linéaire  $\mathbf{H}$  ( $M \times N$ ) permet de passer de l'espace de l'état à l'espace des observations afin de calculer les observations qui seraient mesurées avec l'état *a priori*  $\mathbf{x}_t^a$

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t^a, \quad (2.80)$$

où  $\mathbf{z}_t = z_1, \dots, z_m$  sont les observations prédites. En considérant que la fonction d'observation ne comprend pas d'erreur, les observations peuvent aussi s'exprimer en fonction de leur erreur et de l'état réel par

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t^r + \boldsymbol{\epsilon}_t^d. \quad (2.81)$$

Ensuite, le théorème de Bayes (équation A.10 en annexe) permet de formuler le problème de la mise à jour, il s'exprime par la fonction de densité de probabilité (*probability density*

function, PDF) conditionnelle l'état  $\mathbf{x}_t$  connaissant les observations  $\mathbf{d}_t$  :

$$f(\mathbf{x}_t|\mathbf{d}_t) \propto f(\mathbf{x}_t)f(\mathbf{d}_t|\mathbf{x}_t), \quad (2.82)$$

où

$$f(\mathbf{x}_t|\mathbf{d}_t) \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_t^b, \mathbf{C}_{xx,t}^b) \quad f(\mathbf{x}_t) \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_t^a, \mathbf{C}_{xx,t}^a) \quad f(\mathbf{d}_t|\mathbf{x}_t) \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{d}}_t, \mathbf{C}_{dd,t}). \quad (2.83)$$

À l'équation précédente,  $f(\mathbf{x}_t)$  correspond à la PDF de l'état  $\mathbf{x}_t$  sans tenir compte des observations, il s'agit de la PDF de l'état *a priori* définie à l'étape de prédiction. L'expression  $f(\mathbf{d}_t|\mathbf{x}_t)$  est la vraisemblance (*likelihood*), qui peut être interprétée comme la PDF conditionnelle des observations  $\mathbf{d}_t$  connaissant l'état  $\mathbf{x}_t$ . Finalement,  $f(\mathbf{x}_t|\mathbf{d}_t)$  est la PDF conditionnelle de l'état  $\mathbf{x}_t$  connaissant les observations  $\mathbf{d}_t$ . Il s'agit de l'état *a posteriori*, l'étape de mise à jour a pour objectif de définir sa moyenne et sa covariance.

Puisque la PDF de l'état *a priori* et la vraisemblance suivent la loi normale (équation A.11 en annexe), elles sont également proportionnelles aux expressions suivantes

$$f(\mathbf{x}_t) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_t^a - \bar{\mathbf{x}}_t^b)(\mathbf{C}_{xx,t}^a)^{-1}(\mathbf{x}_t^a - \bar{\mathbf{x}}_t^b)\right) \quad (2.84)$$

et

$$f(\mathbf{d}_t|\mathbf{x}_t) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b)(\mathbf{C}_{dd,t})^{-1}(\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b)\right). \quad (2.85)$$

En combinant les équations 2.82, 2.84, 2.85, la PDF *a posteriori* peut s'exprimer par

$$f(\mathbf{x}_t|\mathbf{d}_t) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathcal{J}(\bar{\mathbf{x}}_t^b))\right), \quad (2.86)$$

où

$$\mathcal{J}(\bar{\mathbf{x}}_t^b) = (\mathbf{x}_t^a - \bar{\mathbf{x}}_t^b)^\top (\mathbf{C}_{xx,t}^a)^{-1} (\mathbf{x}_t^a - \bar{\mathbf{x}}_t^b) + (\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b)^\top (\mathbf{C}_{dd,t})^{-1} (\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b). \quad (2.87)$$

Le maximum de la PDF  $f(\mathbf{x}|\mathbf{d})$  correspond à la moyenne  $\bar{\mathbf{x}}_t^b$ , qui est l'état le plus probable et qui permet de minimiser la variance  $\mathbf{C}_{xx,t}^b$ . Dans la mesure où cet état correspond également au minimum de la fonction  $\mathcal{J}(\bar{\mathbf{x}}_t^b)$ , il est possible de poser

$$\frac{\mathcal{J}(\bar{\mathbf{x}}_t^b)}{\partial \bar{\mathbf{x}}_t^b} = 2(\mathbf{C}_{xx,t}^a)^{-1}(\mathbf{x}_t^a - \bar{\mathbf{x}}_t^b) + 2\mathbf{H}^\top (\mathbf{C}_{dd,t})^{-1}(\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b) = 0 \quad (2.88)$$

et de résoudre pour  $\bar{\mathbf{x}}^b$  (démarche disponible à l'annexe A) afin d'obtenir la moyenne de l'état *a posteriori* :

$$\bar{\mathbf{x}}_t^b = \mathbf{x}_t^a + (\mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top)(\mathbf{C}_{dd,t} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top)^{-1}(\mathbf{d}_t - \mathbf{H}\mathbf{x}_t^a). \quad (2.89)$$

L'équation 2.89 est généralement présentée en deux parties par

$$\bar{\mathbf{x}}_t^b = \mathbf{x}_t^a + \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_t - \mathbf{z}_t) \quad (2.90)$$

et

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top (\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd,t})^{-1}, \quad (2.91)$$

où  $\mathbf{K}_t$  est le gain de Kalman. Il est calculé à partir des matrices de covariances de l'état *a priori*  $\mathbf{C}_{xx,t}^a$  et des observations  $\mathbf{C}_{dd,t}$  et représente la contribution des données à réduire l'incertitude de l'état *a priori*.

Les équations

$$\lim_{\mathbf{C}_{xx,t}^a \rightarrow 0} \mathbf{K}_t = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\mathbf{C}_{xx,t}^a \rightarrow 0} \bar{\mathbf{x}}_t^b = \bar{\mathbf{x}}_t^a \quad (2.92)$$

mettent en évidence que si l'incertitude de l'état *a priori* est très petite par rapport à l'incertitude des observations, l'état *a posteriori* sera équivalent à l'état *a priori*. Dans le cas contraire, les observations simulées à partir de l'état *a posteriori* seront équivalentes aux observations  $\mathbf{d}_t$  :

$$\lim_{\mathbf{C}_{dd,t} \rightarrow 0} \mathbf{K}_t = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{\mathbf{C}_{dd,t} \rightarrow 0} \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_t^b = \mathbf{d}_t. \quad (2.93)$$

Afin de définir complètement l'état *a posteriori*, en plus de sa moyenne, il est nécessaire de calculer sa matrice de covariance  $\mathbf{C}_{xx,t}^b$ , qui est définie à l'équation 2.66 par la covariance de l'erreur de l'état *a posteriori*, il est donc possible d'écrire

$$\mathbf{C}_{xx,t}^b = \overline{(\mathbf{x}_t^b - \mathbf{x}_t^r)^2}. \quad (2.94)$$

En remplaçant le terme  $\mathbf{x}_t^b$  par l'équation 2.90, on obtient

$$\mathbf{C}_{xx,t}^b = \overline{(\mathbf{x}_t^a + \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_t - \mathbf{z}_t) - \mathbf{x}_t^r)^2}, \quad (2.95)$$

ce qui permet par la suite de substituer les termes  $\mathbf{x}_t^a - \mathbf{x}_t^r$ ,  $\mathbf{d}_t$  et  $\mathbf{z}_t$  respectivement par les équations 2.63, 2.81 et 2.80 afin d'obtenir l'expression

$$\mathbf{C}_{xx,t}^b = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^a + \mathbf{K}_t(\mathbf{H}\mathbf{x}_t^r + \boldsymbol{\epsilon}_t^d - \mathbf{H}(\mathbf{x}_t^r + \boldsymbol{\epsilon}_t^a)))^2}. \quad (2.96)$$

qui peut ensuite être simplifiée et exprimée par

$$\mathbf{C}_{xx,t}^b = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^a + \mathbf{K}(\boldsymbol{\epsilon}_t^d - \mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}_t^a))^2}. \quad (2.97)$$

Sachant que

$$\mathbf{C}_{xx,t}^a = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^a)^2}, \quad \mathbf{C}_{dd,t} = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_t^d)^2}, \quad \text{et} \quad \mathbf{K}_t = \mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top (\mathbf{H} \mathbf{C}_{xx,t}^a \mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd,t})^{-1},$$

l'équation 2.97 peut être simplifiée (disponible à l'annexe A) afin d'exprimer la covariance de l'état *a posteriori* en fonction de la covariance de l'état *a priori*  $\mathbf{C}_{xx,t}^a$  et de la covariance des observations  $\mathbf{C}_{dd,t}$  avec

$$\mathbf{C}_{xx,t}^b = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}) \mathbf{C}_{xx,t}^a. \quad (2.98)$$

L'état *a posteriori* peut donc être décrit complètement et exactement en calculant sa moyenne et sa matrice de covariance à l'aide des équations 2.90 et 2.98. Une autre approche permettant de calculer l'état *a posteriori* et sa covariance pour un cas scalaire est disponible à l'annexe A. En résumé, l'étape de mise à jour de l'état combine donc l'état *a priori* prédit par le modèle dynamique théorique  $\mathbf{F}$  ainsi que les observations en fonction de leur incertitude respective de façon à obtenir la variance minimale  $\mathbf{C}_{xx,t}^b$  pour l'estimation *a posteriori*  $\mathbf{x}_t^b$ . La méthode d'assimilation de données par filtres de Kalman est résumée par l'algorithme 1.

## 2.4.2 Filtre de Kalman d'ensemble

Le bon fonctionnement des filtres de Kalman est conditionnel à la linéarité du modèle dynamique et la fonction d'observation. En effet, les propriétés d'additivité et de linéarité de la loi normale (équation A.12 et A.13) permettent de calculer exactement la moyenne et la variance de variables aléatoires lorsque l'on applique des fonctions de transfert linéaires comme  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{H}$  (Labbe, 2014). Si ces fonctions de transfert sont non-linéaires, le résultat ne suivra pas nécessairement une loi normale et il ne sera pas possible de calculer la moyenne et la covariance de ce résultat directement.

```

1. Initialisation
 $\mathbf{x}_{t-1}^b = \mathbf{x}_0$ 
 $\mathbf{C}_{xx,t-1}^b = \mathbf{C}_{xx,0}$ 
for  $t$  in range( $T$ ) :
    2. Étape de prédiction
     $\bar{\mathbf{x}}_t^a = \mathbf{F}\bar{\mathbf{x}}_{t-1}^b$ 
     $\mathbf{C}_{xx,t}^a = \mathbf{F}\mathbf{C}_{xx,t-1}^b\mathbf{F}^\top + \mathbf{C}_{ff,t}$ 
    3. Étape de mise à jour
     $\mathbf{z}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t^a$ 
     $\mathbf{K}_t = \mathbf{C}_{xx,t}^a\mathbf{H}^\top(\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx,t}^a\mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd,t})^{-1}$ 
     $\bar{\mathbf{x}}_t^b = \mathbf{x}_t^a + \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_t - \mathbf{z}_t)$ 
     $\mathbf{C}_{xx,t}^b = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t\mathbf{H})\mathbf{C}_{xx,t}^a$ 

```

ALGORITHME 1 : Filtre de Kalman

Plusieurs d’extensions des filtres de Kalman pour les systèmes non-linéaires ont été proposées. Par exemple, le filtre de Kalman étendu fait une approximation linéaire des fonctions de transfert et les filtres de Kalman d’ensemble (EnKF) utilisent une méthode Monte-Carlo pour estimer les moments statistiques (Evensen, 2009). Le filtre de Kalman d’ensemble est de plus en plus populaire, notamment puisqu’il est relativement simple à implémenter, parce que son coût de calcul est raisonnable et qu’il fonctionne bien avec des fonctions fortement non-linéaires (Evensen, 2009). C’est ce qui sera utilisé dans ce mémoire.

Le principe des filtres de Kalman d’ensemble est de créer un ensemble de réalisations de variables aléatoires représentant l’état du système. Lorsque vient le temps d’évaluer la valeur la plus probable et l’incertitude de l’état, il suffit alors de calculer la moyenne et la covariance de l’ensemble des réalisations. Si les filtres de Kalman d’ensemble sont utilisés avec des fonctions de transfert linéaire, la solution du EnFK converge vers celle du FK lorsqu’on augmente la taille de l’ensemble.

L’algorithme du filtre de Kalman d’ensemble est identique au filtre de Kalman linéaire décrit à la section précédente à l’exception de deux aspects fondamentaux : les fonctions de transfert non-linéaires  $f$  et  $h$  sont appliquées à chacun des membres de l’ensemble et les moyennes et covariances des PDFs sont estimées à partir de l’ensemble. De la même façon, il comporte les étapes de prédiction et de mise à jour. Les équations présentées dans cette section sont adaptées de Houtekamer et Mitchell (2005).

## Ensemble initial

Un ensemble initial  $\mathbf{X}_0$  comprenant  $Q$  membres est premièrement créé

$$\mathbf{X}_0 = (\mathbf{x}_0^1, \dots, \mathbf{x}_0^Q), \quad (2.99)$$

où chaque membre  $\mathbf{x}_0^q$  est un vecteur comprenant  $N$  paramètres et représentant un état possible du système. Par exemple, dans cette étude, l'état initial comprend  $Q$  profils de teneur en eau pouvant correspondre à l'état initial du système.

Lors de la création de l'ensemble initial, la moyenne et la covariance de l'ensemble doivent représenter respectivement l'état initial le plus probable et l'incertitude reliée à l'état initial. Ils se calculent avec

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_0^q \quad \hat{\mathbf{C}}_{xx,0} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_0^q - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{x}_0^q - \hat{\mathbf{X}}_0)^\top, \quad (2.100)$$

où  $\hat{\mathbf{X}}_0$  et  $\hat{\mathbf{C}}_{xx,0}$  sont respectivement la moyenne échantillonnale et la covariance de l'ensemble initial.

## Étape de prédiction

Par la suite, la fonction de prédiction non-linéaire  $f$  est appliquée à chacun des membres de l'état *a posteriori* au temps  $t-1$  afin de prédire l'état du système au temps suivant avec

$$\mathbf{x}_t^{a,q} = f(\mathbf{x}_{t-1}^{b,q}) + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t}). \quad (2.101)$$

Le terme  $\mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t})$  permet d'ajouter une perturbation à chacun des membres de l'état prédit afin de prendre en compte l'incertitude de la prédiction. L'ensemble de l'état *a priori* se notant

$$\mathbf{X}_t^a = (\mathbf{x}_t^{a,1}, \dots, \mathbf{x}_t^{a,Q}), \quad (2.102)$$

sa moyenne et sa covariance échantillonnale s'expriment par

$$\hat{\mathbf{X}}_t^a = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_t^{a,q} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{C}}_{xx,t}^a = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)(\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)^\top. \quad (2.103)$$



## Étape de mise à jour

À l'étape de mise à jour, les observations sont intégrées à l'état *a priori* afin d'améliorer l'estimation de l'état et de minimiser sa variance. D'abord, un ensemble d'observation  $\mathbf{D}_t$  est créé à partir des observations originales  $\mathbf{d}_t$  afin d'ajouter un bruit gaussien représentant l'incertitude des mesures avec

$$\mathbf{d}_t^q = \mathbf{d}_t + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{dd,t}). \quad (2.104)$$

L'ensemble des observations se définit alors par

$$\mathbf{D}_t = (\mathbf{d}_t^1, \dots, \mathbf{d}_t^Q) \quad (2.105)$$

avec une moyenne et une covariance échantillonnables correspondant à

$$\hat{\mathbf{D}}_t = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{d}_t^q \simeq \mathbf{d}_t \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{C}}_{dd,t} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{d}_t^q - \hat{\mathbf{D}}_t)(\mathbf{d}_t^q - \hat{\mathbf{D}}_t)^\top \simeq \mathbf{C}_{dd,t}. \quad (2.106)$$

La fonction d'observation non-linéaire  $h$  permet de projeter chacun des membres de l'état *a priori* dans l'espace des observations avec

$$\mathbf{z}_t^q = h(\mathbf{x}_t^{a,q}), \quad (2.107)$$

où  $\mathbf{z}_t^q$  correspond aux observations simulées à partir du membre  $\mathbf{x}_t^{a,q}$  et  $\mathbf{Z}_t = (\mathbf{z}_t^1, \dots, \mathbf{z}_t^Q)$  est l'ensemble des observations simulées.

Il est ensuite possible de calculer les covariances échantillonnables  $\hat{\mathbf{C}}_{zz,t}$  et  $\hat{\mathbf{C}}_{xz,t}$  représentant l'incertitude de l'état *a priori* avec

$$\hat{\mathbf{C}}_{zz,t} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)(\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)^\top, \quad (2.108)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{xz,t} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)(\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)^\top. \quad (2.109)$$

Le gain de Kalman peut alors s'exprimer par

$$\hat{\mathbf{K}}_t = \hat{\mathbf{C}}_{xz,t}(\hat{\mathbf{C}}_{zz,t} + \hat{\mathbf{C}}_{dd,t})^{-1}, \quad (2.110)$$

où l'inverse est habituellement calculé à l'aide de la méthode de décomposition en valeur singulière tronquée ou par la décomposition Cholesky. Le gain de Kalman permet ensuite de calculer l'ensemble de l'état *a posteriori* avec l'équation suivante

$$\mathbf{X}_t^b = \mathbf{X}_t^a + \hat{\mathbf{K}}_t(\mathbf{D}_t - \mathbf{Z}_t). \quad (2.111)$$

$$\mathbf{z}_t^q = h(\mathbf{x}_t^{a,q}),$$

Si nécessaire, les moments statistiques de l'état *a posteriori* peuvent être calculés par

$$\hat{\mathbf{X}}_t^b = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_t^{b,q} \quad \hat{\mathbf{C}}_{xx,t}^b = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{b,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^b)(\mathbf{x}_t^{b,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^b)^\top. \quad (2.112)$$

Les étapes du filtre de Kalman d'ensemble peuvent se résumer à l'aide de l'algorithme 2.

### Aperçu d'articles utilisant les EnKFs en hydrogéophysique

Plusieurs articles récents ont utilisé les filtres de Kalman pour l'assimilation de données ERT dans différents contextes hydrogéologiques, ils sont listés au tableau 2.3.

Bouzaglou et al. (2018) emploient une expérimentation de laboratoire représentant un aquifère côtier, où l'intrusion d'eau salée est surveillée par ERT et par des mesures de la concentration en sel afin de tester l'assimilation par EnKFs. L'expérience de laboratoire est reproduite numériquement par modélisation de l'écoulement (dépendant de la densité du fluide) et transport non réactif en milieu poreux. Deux approches d'EnKF (assimilation conjointe et séquentielle) sont testées avec des ensembles initiaux biaisés et non-biaisés. Dans l'assimilation conjointe, la fonction d'observation simule les résistances mesurées et celles-ci sont comparées aux résistances réelles  $R$ . Dans l'assimilation séquentielle, les données ERT sont d'abord inversées et c'est la distribution de conductivité électrique  $\sigma$  qui est assimilée. Les deux approches permettent de réduire l'incertitude reliée au champ de conductivité hydraulique  $K_{x,y}$  et dans une moindre mesure, aux dispersivités longitudinale  $\alpha_L$  et transversale  $\alpha_T$  de l'aquifère. Toutefois, l'approche séquentielle serait plus susceptible de diverger à cause du grand nombre d'observations par rapport au nombre de membres.

```

1. Initialisation
    $\mathbf{X}_{t-1}^b = \mathbf{X}_0$ 
for t in range(T) :
   2. Étape de prédiction
   for q in range(Q) :
        $\mathbf{x}_t^{a,q} = f(\mathbf{x}_{t-1}^{b,q}) + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t})$ 
        $\hat{\mathbf{X}}_t^a = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_t^{a,q}$ 
        $\hat{\mathbf{C}}_{xx,t}^a = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)(\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)^\top$  (facultatif)
   3. Étape de mise à jour
   for q in range(Q) :
        $\mathbf{z}_t^q = h(\mathbf{x}_t^{a,q})$ 
        $\mathbf{d}_t^q = \mathbf{d}_t + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{dd,t})$ 
        $\hat{\mathbf{C}}_{zz,t} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)(\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)^\top$ 
        $\hat{\mathbf{C}}_{xz,t} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{a,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^a)(\mathbf{z}_t^q - \hat{\mathbf{Z}}_t)^\top$ 
        $\hat{\mathbf{K}}_t = \hat{\mathbf{C}}_{xz,t}(\hat{\mathbf{C}}_{zz,t} + \hat{\mathbf{C}}_{dd,t})^{-1}$ 
        $\mathbf{X}_t^b = \mathbf{X}_t^a + \hat{\mathbf{K}}_t(\mathbf{D}_t - \mathbf{Z}_t)$ 
        $\hat{\mathbf{X}}_t^b = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_t^{b,q}$ 
        $\hat{\mathbf{C}}_{xx,t}^b = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{x}_t^{b,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^b)(\mathbf{x}_t^{b,q} - \hat{\mathbf{X}}_t^b)^\top$  (facultatif)

```

ALGORITHME 2 : Filtre de Kalman d'ensemble

Tso et al. (2019) utilisent un algorithme *Ensemble Smoothers with Multiple Data Assimilation* (ES-MDA) qui se différencie du filtre de Kalman d'ensemble par le fait que les observations sont toutes assimilées en même temps. De plus, l'étape de mise à jour est répétée plusieurs fois en ajoutant différents niveaux de bruit sur les données, ce qui permettrait d'améliorer l'estimation lorsque la fonction d'observation est fortement non linéaire. Le modèle hydrogéologique utilisé pour la prédiction décrit un écoulement non-saturé/saturé et le transport de contaminant en trois dimensions. Les observations de résistance mesurées par l'ERT sont directement assimilées au modèle afin d'estimer la localisation de la source de contamination  $(x_0, y_0)$ , le moment initial de la contamination  $t_0$ , les paramètres  $m, n$  d'Archie et la valeur moyenne du champ de conductivité hydraulique  $K_{x,y,z}$  ainsi que leur incertitude. Les auteurs soulignent l'importance d'avoir des données initiales non-biaisées.

Kang et al. (2018) utilisent des mesures ERT en forage pour compléter les données hydrogéologiques dispersées et détecter les hétérogénéités géologiques qui ont un impact important sur la distribution des DNAPLs. Ils inversent les données électriques par *Restart-EnKF* qui se différencie des EnKFs par le fait que la modélisation hydrogéologique recommence toujours au temps initial  $t_0$ , au lieu de recommencer au temps précédent  $t_{i-1}$ , ce qui permet

Auteurs (Année)	Contexte hydrogéologique	Fonction de prédiction	Variabes estimées	Algorithme	Données assimilées
Bouzaglou et al. (2018)	Intrusion d'eau salée	Écoulement saturé et transport en 2D	$C_{NaCl}, K_{x,z},$ $\alpha_L, \alpha_T$	R-EnKF	$R, \sigma,$ $C_{NaCl}$
Kang et al. (2018)	Suivi de contaminants	Écoulement et transport multiphasés en 3D	$K_{x,y,z},$ $C_{DNAPL}$	R-EnKF	$\rho_a$
Kang et al. (2019)	Essai de traceur	Écoulement saturé et transport en 2D	$K_{x,z}$	ES-MDA	$\rho_a, C_{NaCl}$
Crestani et al. (2015)	Essai de traceur	Écoulement saturé et transport en 2D et 3D	$K_z$	EnKF	$\Delta\sigma$
Camporese et al. (2015)	Essai de traceur	Écoulement et transport en 2D	$K_{x,z}, C_{NaCl}$	EnKF	$R, \rho$
Tso et al. (2020)	Suivi de contaminants	Écoulement non-saturé et transport en 3D	$(x_0, y_0), q,$ $t_0, m, n, K$	ES-MDA	$R$
Manoli et al. (2015)	Essai d'infiltration en milieu poreux	Écoulement non-saturé en 3D	$K_{x,y,z}$	PF	$\Delta V$
De Carlo et al. (2019)	Essai d'infiltration dans le roc	Écoulement non-saturé en 1D	$\theta$	EnKF	$\Delta\rho$

TABLEAU 2.3 Articles assimilant des données ERT à un modèle hydrogéologique avec un filtre de Kalman d'ensemble ou une de ses variantes.

de s'assurer de la conservation de masse au cours du temps. L'inversion par EnKF permet de mieux localiser la source et la géométrie du panache de contaminant comparativement à l'inversion traditionnelle puisque celle-ci lisse trop le modèle inversé.

### Avantages et limitations

L'utilisation des filtres de Kalman d'ensemble démontre plusieurs avantages pour le traitement des données géophysiques et plus globalement, pour l'estimation de l'état d'un système dynamique. Tout d'abord, en raison de leur nature Monte Carlo, les filtres de Kalman d'ensemble ne nécessitent pas de calculer la dérivée de fonctions complexes et sont adaptés à la parallélisation, ce qui est un avantage par rapport à l'inversion traditionnelle. De manière analogue, contrairement à l'inversion, les FK permettent d'évaluer l'incertitude reliée aux paramètres qui sont estimés, que ce soit l'état d'un système (e.g. teneur en eau) ou les paramètres d'un modèle (e.g. un modèle hydrogéologique ou pétrophysique). Ensuite, la méthodologie est très polyvalente, il est possible de l'appliquer à différentes problématiques en autant que les outils numériques (fonction d'observation, fonction de prédiction) soient disponibles dans un format pouvant être intégré à l'algorithme.

La méthodologie présente cependant quelques limitations. Par exemple, des problèmes d'écrasement de la covariance peuvent survenir si tous les membres de l'état se ressemblent trop. Les observations auront alors un poids négligeable dans l'étape de mise à jour et l'état  $a$

*posteriori* sera égal à l'état *a priori*. Pour cette raison, il faut ajouter une erreur lors de l'étape de prédiction et s'assurer d'avoir un nombre suffisant de membres dans l'ensemble (Anderson et Anderson, 1999; Bouzaglou, 2016). Dans le même ordre d'idée, il peut y avoir apparition de fausses corrélations. Si la taille de l'ensemble est trop petite, les matrices de covariances pourraient être mal estimées et pourraient comprendre de fausses corrélations. Durant l'étape de mise à jour, il y aurait alors une correction de l'état *a priori* en fonction de ces fausses corrélations (Bouzaglou, 2016). D'autre part, il est important de valider l'efficacité des filtres de Kalman avec des situations plus compliquées telles que l'introduction de biais (par exemple dans l'état initial ou dans les fonctions de transfert) ou avec des fonctions de transfert fortement non-linéaires. Aussi, le coût de calcul peut devenir un enjeu pour l'application de la méthode en raison des fonctions de prédiction et d'observation qui demandent souvent la résolution numérique d'équations différentielles.

## CHAPITRE 3 ESSAI EXPÉRIMENTAL EN COLONNE

La revue de littérature a démontré le potentiel des filtres de Kalman d'ensemble pour l'assimilation de données hydrogéologiques ponctuelles et de tomographie de résistivité électrique pour l'estimation de la teneur en eau dans les recouvrements miniers. Habituellement, les algorithmes sont d'abord développés et validés à l'aide de jeux de données synthétiques. Étant donné que cet algorithme pourrait être appliqué au suivi de recouvrements expérimentaux sur le terrain, nous souhaitons également le tester à petite échelle et en conditions contrôlées à l'aide d'un essai en colonne. Ce dispositif ainsi que les données expérimentales recueillies sont décrits dans cette section.

### 3.1 Construction de la colonne de laboratoire

#### 3.1.1 Géométrie de la colonne

Dans le cadre d'un projet d'évaluation de la performance des recouvrements pour la restauration minière, la mine Canadian Malartic a construit, à partir de 2019, 4 cellules expérimentales à grande échelle (20 m  $\times$  375 m chacune) sur une partie du parc à résidus. Une des cellules correspond à une couverture à effet de barrière capillaire construite avec des matériaux se trouvant sur le site minier (Malartic, 2020). Dans le cadre d'un projet de recherche connexe, la CEBC a été instrumentée avec des électrodes durant sa construction et des mesures ERT sont effectuées 4 fois par jour (Dimech, 2023). Des sondes de teneur en eau enregistrent également des mesures régulièrement. La colonne de laboratoire décrite dans cette section a comme objectif de reproduire en conditions contrôlées et à petite échelle ce recouvrement (mêmes matériaux, géométrie et instrumentation similaires) afin de fournir des données similaires à celles acquises sur le terrain.

La colonne de laboratoire est constituée de trois sections de plastique transparent et rigide qui sont reliées par un système de fixation étanche. Chaque section mesure 40 *cm* de hauteur et 15 *cm* de diamètre, pour une hauteur totale de 120 *cm*. Le haut de la colonne est ouvert et le bas comprend un robinet permettant de contrôler la sortie de fluide. La figure 3.1 schématise la géométrie de la colonne et l'emplacement des sondes et des matériaux.

#### 3.1.2 Propriétés hydrogéologiques des matériaux de la colonne

Les résidus et les stériles de la mine Canadian Malartic sont utilisés dans cette expérimentation. Les matériaux ont été échantillonnés dans le parc à résidus et la halde à stériles par

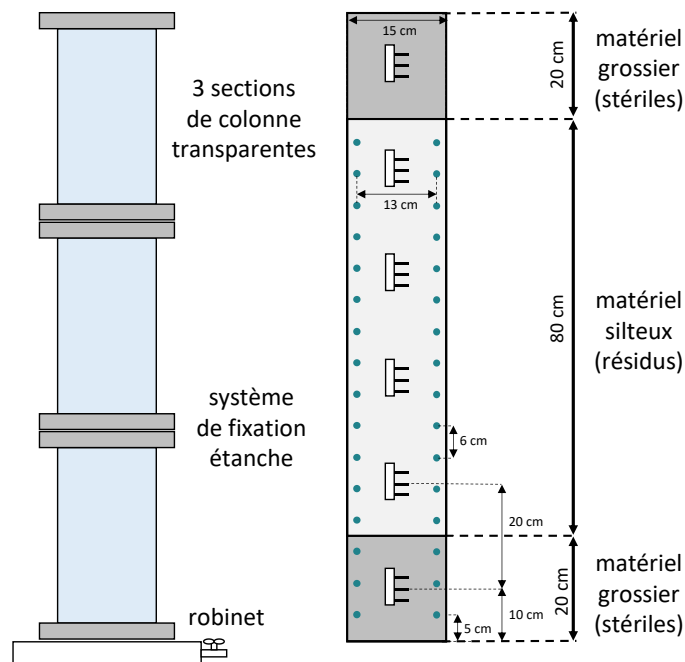


FIGURE 3.1 Géométrie de la colonne expérimentale. Les points bleus correspondent aux électrodes géophysiques et les rectangles blancs correspondent aux sondes hydrogéologiques.

la mine et envoyé à Polytechnique Montréal dans le cadre d'un projet de recherche mené par Sylvain et al. (2019). La caractérisation des matériaux a été effectuée par Sylvain et al. (2019) et les résultats sont résumés au tableau 3.1. Il est à noter que la fraction des stériles inférieure à 25 mm a été conservée pour cette caractérisation.

Propriétés	Résidus	Stériles
Densité relative (-)	2.71	2.76
Porosité (-)	0.39	0.41
$D_{10}$ (mm)	0.0035	0.07
$D_{60}$ (mm)	0.041	11.1
$K_{sat}$ (cm/s)	$4 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-2}$
Pression d'entrée d'air (AEV) (cm)	200	< 1

TABLEAU 3.1 Propriétés des matériaux miniers utilisés dans la colonne expérimentale, tiré de Sylvain et al. (2019)

Dans ce projet, les stériles ont été tamisés de nouveau afin de conserver les particules de taille inférieures à 1.5 mm afin que la taille maximale des particules soit suffisamment faible par rapport au diamètre de la colonne de laboratoire.

### 3.1.3 Évaluation de la variabilité des propriétés des matériaux

Dans la suite de ce travail, nous utilisons les propriétés non-saturées de Van Genuchten (VG) afin d'effectuer des modélisations hydrogéologiques. Pour notre implémentation du filtre de Kalman d'ensemble, il est nécessaire de connaître la valeur moyenne et l'écart-type des paramètres VG afin de les représenter sous forme de variables aléatoires gaussiennes. Ces distributions de propriétés permettront de générer aléatoirement un certain nombre de modélisations hydrogéologiques différentes qui auront, en moyenne, le comportement attendu.

La caractérisation hydrogéologique des matériaux de la mine Canadian Malartic a été effectuée dans plusieurs études antérieures (Boudrias, 2018; Contreras Romero, 2013; L-Bolduc, 2012; Essayad, 2015; Sylvain et al., 2019; Mbemba, 2016; Doucet et al., 2015; Poncelet, 2012; Grimard, 2018). Dans ces études, l'échantillonnage des matériaux a été effectué à différents endroits dans le parc à résidus et dans la halde à stériles et ce, à différentes étapes d'exploitation de la mine. Des analyses granulométriques ont été effectuées et les paramètres  $D_{10}$  et  $D_{60}$  obtenus sont rassemblés aux tableaux 3.2 et 3.3.

Source	D10 ( <i>mm</i> )	D60 ( <i>mm</i> )
L-Bolduc (2012)	0.0013 – 0.003	0.018 - 0.019
Poncelet (2012)	0.0029	0.021
Contreras Romero (2013)	0.0022 – 0.0030	0.02 - 0.025
Doucet et al. (2015)	0.003	0.036
Essayad (2015)	0.0046	0.037
Mbemba (2016)	0.004 – 0.0045	0.035 – 0.041
Boudrias (2018)	0.0031 – 0.0036	0.035 – 0.045
Sylvain et al. (2019)	0.0035	0.041
Grimard (2018)	0.0035 – 0.0042	0.041 – 0.047
Lavoie-Deraspe (2019)	0.004 – 0.006	0.041 – 0.045
Dimech (2023) <sup>1</sup>	0.0030 – 0.0037	0.034 – 0.048

TABLEAU 3.2 Propriétés granulométriques des résidus de la mine Canadian Malartic pour différentes études, adapté de Boudrias (2018)

Il est important de noter que la porosité des matériaux diffère d'une étude à l'autre. Étant donné que les résidus dans la colonne ont été compactés pour atteindre une porosité de 0.4, cette valeur est utilisée pour la détermination des CRE et des fonctions de perméabilité. De plus, puisque différentes fractions des stériles ont été utilisées dans ces études, la variabilité des stériles utilisés pour la construction de la colonne de laboratoire devrait être considérablement plus faible.



Source	D10 ( <i>mm</i> )	D60 ( <i>mm</i> )	Fraction ( <i>mm</i> )
L-Bolduc (2012)	6.5	28.5	< 100
Mbemba (2016)	1.2	21	< 100
Sylvain et al. (2019)	0.07	11.1	< 25
Lavoie-Deraspe (2019)	0.68 – 20	18 – 43	< 38
Dimech (2023)	0.59	15.8	< 50

TABLEAU 3.3 Propriétés granulométriques des stériles de la mine Canadian Malartic pour différentes études

À partir de ces propriétés granulométriques, la courbe de rétention d'eau du matériau peut être calculée à l'aide du modèle prédictif Kovacs modifié (équation 2.46). Les paramètres Van Genuchten ( $\alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}, \theta_{r,vg}$ ) peuvent ensuite être évalués en minimisant l'équation suivante

$$\underset{\alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}, \theta_{r,vg}}{\text{minimiser}} \sqrt{\underbrace{\left( nS_r(\psi, D_{10}, D_{60}, n) \right)}_{Kovacs} - \underbrace{\theta(\psi, \alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}, \theta_{r,vg}, n)}_{VanGenuchten}}^2, \quad (3.1)$$

où  $nS_r(\psi, D_{10}, D_{60}, n)$  correspond à la courbe de rétention d'eau calculée avec le modèle Kovacs modifié (équation 2.46) et  $\theta(\psi, \alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}, \theta_{r,vg}, n)$  correspond à la courbe de rétention d'eau issue du modèle de Van Genuchten (équation 2.51). Avant d'estimer ces paramètres, la porosité des résidus et des stériles est fixée aux valeurs respectives de 0.4 et 0.3 afin de concorder avec la porosité de mise en place dans la colonne expérimentale. Un exemple de solution à l'équation de minimisation ayant permis d'estimer les paramètres de Van Genuchten est disponible à la partie gauche de la figure 3.2.

Par la suite, le modèle de Kozeny-Carman modifié (équation 2.37) permet d'estimer la conductivité hydraulique saturée du matériau à partir des paramètres granulométriques. La fonction de perméabilité peut ensuite être estimée à l'aide de la conductivité hydraulique saturée et des paramètres de Van Genuchten en utilisant le modèle de Mualem (équation 2.53). La partie droite de la figure 3.2 montre un exemple de fonction de perméabilité estimée de cette façon. Pour chacune des études présentées aux tableaux 3.2 et 3.3, la figure 3.3 illustre les courbes de rétention d'eau et les fonctions de perméabilité estimées à l'aide de cette méthodologie. Lorsqu'un intervalle de valeur pour les paramètres  $D_{10}$  ou  $D_{60}$  était disponible pour une étude, la valeur moyenne du paramètre a été utilisée.

Finalement, il est possible de calculer la moyenne des propriétés hydrogéologique et leur écart-type permettant ainsi de considérer ces paramètres comme des variables aléatoires. Étant donné le faible nombre de données, il est difficile de caractériser la distribution des

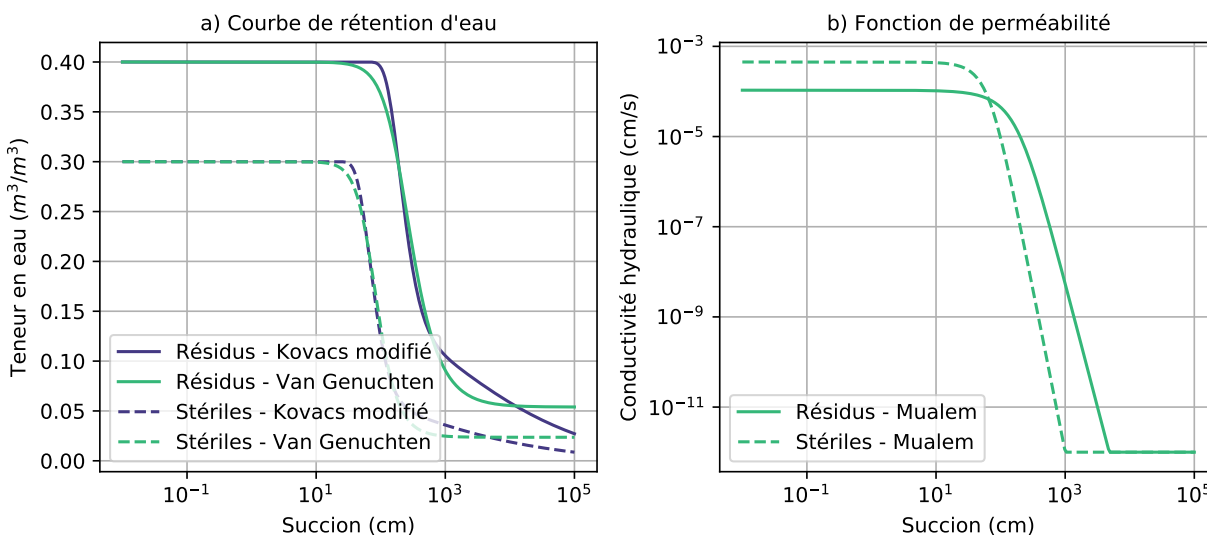


FIGURE 3.2 a) Comparaison des modèles de courbe de rétention d'eau permettant d'estimer les paramètres de Van Genuchten et b) fonction de perméabilité selon le modèle de Mualem obtenue en utilisant les propriétés de Van Genuchten.

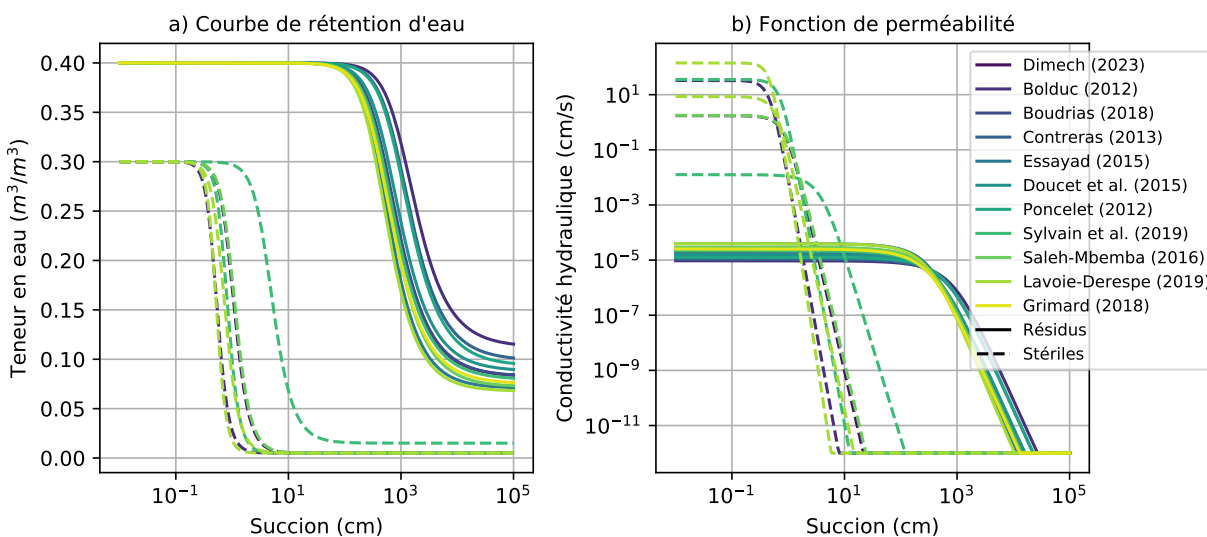


FIGURE 3.3 Courbes de rétention d'eau (modèle de Van Genuchten) et fonctions de perméabilité (modèle de Mualem) calculées à partir des propriétés granulométriques contenues dans les études des tableaux 3.2 et 3.3. La couleur de la courbe se réfère à l'étude et le type de trait se réfère au matériau.

paramètres. Nous ferons donc l'hypothèse qu'ils suivent une distribution normale ou log-normale. Le tableau 3.4 présente les résultats de la moyenne et de l'écart-type pour les

propriétés des résidus.

Propriété	Distribution	Stériles	Résidus	
		Moyenne	Moyenne	Écart-type
$n (-)$	$\mathcal{N}$	0.300	0.400	0.013
$m_{vg}(-)$	$\mathcal{N}$	0.680	0.580	0.042
$\alpha_{vg}(cm^{-1})$	$\log_{10}\mathcal{N}$	-1.8	-2.3	0.2
$\theta_{r,vg}(m^3/m^3)$	$\mathcal{N}$	0.021	0.052	0.006
Perméabilité ( $m^2$ )	$\log_{10}\mathcal{N}$	-12.3	-13.0	0.4

TABLEAU 3.4 Moyenne et écart-type des propriétés hydrogéologiques des résidus et des stériles considérées comme des variables aléatoires suivant une distribution normale ou log-normale.

Il est important de noter que la porosité des résidus dans la colonne n'est probablement pas parfaitement homogène. Pour représenter cette variabilité, un écart-type de 0.013 a été posé arbitrairement pour que les différents matériaux aléatoires aient chacun une porosité légèrement différente. En ce qui concerne les résidus, leur perméabilité moyenne est évaluée à  $10^{-13} m^2$ , ce qui concorde avec les résultats obtenus par L-Bolduc (2012) et Mbemba (2016) qui se situaient entre  $10^{-12} m^2$  et  $10^{-13} m^2$  lors de la caractérisation en laboratoire. Les études de Boudrias (2018) et de Mbemba (2016) ont respectivement obtenu des AEV entre 500 et 650  $cm$  pour les résidus, ce qui est supérieur à la valeur de 250  $cm$  obtenue avec cette démarche. Un AEV de 250  $cm$  est tout de même une valeur plausible pour des résidus miniers (Bussière, 2007).

En ce qui concerne les stériles, les propriétés ne sont pas nécessairement comparables entre elles puisque des fractions granulométriques très différentes ont été utilisées pour leur caractérisation. La moyenne des propriétés hydrogéologiques a donc plutôt été estimée à partir de l'étude de Sylvain et al. (2019) puisqu'il s'agit de la granulométrie la plus près de celle utilisée pour la colonne de laboratoire. L'AEV obtenu avec ces propriétés est d'environ 40  $cm$ , ce qui est supérieur aux AEVs de 10 et 0.2  $cm$  obtenus respectivement par Mbemba (2016) et Lavoie-Deraspe (2019), mais qui est justifié par la granulométrie plus fine des stériles de la colonne. Mbemba (2016) souligne que la perméabilité des stériles est généralement entre  $10^{-10}$  et  $10^{-12} m^2$  et dans ce cas-ci, elle est estimée à  $1 \times 10^{-12.3} m^2$  ( $5 \times 10^{-13} m^2$ ), ce qui concorde également avec la granulométrie plus fine. Enfin, étant donné que la variabilité des stériles était surestimée par cette méthodologie et que cela pouvait poser problème au niveau de la convergence des modélisations hydrogéologiques, nous considérerons qu'elle est équivalente à la variabilité des résidus.

Finalement, lors de l'application des filtres de Kalman d'ensemble, les distributions des propriétés hydrogéologiques du tableau 3.4 pourront être utilisées afin de sélectionner des valeurs aléatoires des paramètres.

### 3.1.4 Mise en place des matériaux

Une première couche de 20 *cm* de stériles a été déposée à la base de la colonne puis les vides ont été remplis d'eau afin que les stériles soient à saturation. Les résidus ont préalablement été séchés puis humidifiés avec de l'eau déminéralisée afin qu'ils soient à saturation lors de la déposition, considérant une porosité de 0.4. Les résidus ont été déposés et compactés par couches de 5 *cm* afin d'obtenir une porosité de 0.4 pour les 80 *cm* d'épaisseur. Une seconde couche de 20 *cm* de stériles a été déposée au-dessus des résidus et amenée à saturation de la même manière que la couche inférieure de stériles.

### 3.1.5 Instrumentation

Tel qu'illustré à la figure 3.1, six sondes Teros 12 de MeterGroup ont été installées dans la colonne expérimentale (MeterGroup, 2019). La sonde la plus basse se trouve dans les stériles, elle est positionnée horizontalement à une hauteur de 10 *cm*. Les cinq autres sondes sont espacées verticalement de 20 *cm*, quatre se retrouvent dans les résidus et une dans les stériles de la partie supérieure de la colonne. Tous les câbles des sondes sortent par le haut de la colonne et sont connectés au système d'acquisition ZL6 de MeterGroup. Les données sont accessibles et téléchargées à partir de la plateforme en ligne Zentra Cloud.

En ce qui concerne l'installation du dispositif de mesures ERT, deux profils verticaux de 16 électrodes chacun ont d'abord été construits. Les électrodes sont faites de rondelles en acier inoxydable de 1 *cm* de diamètre extérieur et sont attachées à une tige en plastique à l'aide de rivets en acier inoxydable. Les câbles électriques reliant les électrodes au système d'acquisition sont coincés entre le rivet et la rondelle afin d'assurer le contact électrique. Sur la tige de plastique, les électrodes sont espacées verticalement de 6 *cm*. Comme le montre la figure 3.1, l'électrode la plus basse étant à une hauteur de 5 *cm*, 6 électrodes se trouvent dans la couche de stériles inférieure et les 26 autres électrodes sont positionnées dans les résidus. Aucune électrode ne se trouve dans la couche de stériles supérieure. Les deux profils verticaux d'électrodes ont été positionnés sur les parois intérieures de la colonne, avant la mise en place des matériaux. Les câbles électriques des 32 électrodes remontent le long de la tige de plastique afin de sortir par le dessus de la colonne et être reliés au système d'acquisition électrique ABEM Terrameter LS (ABEM, 2016). Une photo de la colonne expérimentale et

des systèmes d'acquisition de mesure est présentée à la figure 3.4.

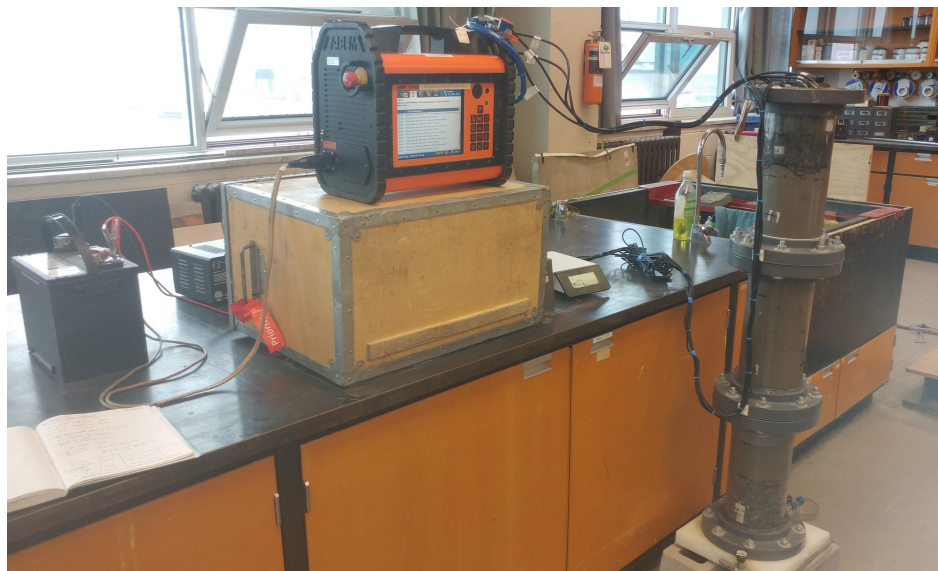


FIGURE 3.4 Photo du dispositif de laboratoire comprenant le résistivimètre, le boîtier d'acquisition des sondes hydrogéologiques et la colonne expérimentale.

### 3.1.6 Expérimentation

Au début de l'expérimentation, les matériaux de la colonne avaient une saturation de 100%. La première mesure des sondes de teneur en eau et de résistivité électrique correspond à cet état. Le robinet au bas de la colonne a ensuite été ouvert afin de suivre la désaturation de la colonne au cours du temps. À partir de ce moment, les sondes de teneur en eau prenaient des mesures automatiquement chaque 5 minutes tandis que les mesures ERT étaient déclenchées manuellement jusqu'à 3 fois par jour, avec une fréquence plus élevée au début de l'expérimentation. Quarante jours après le début de l'expérimentation, un ventilateur a été ajouté sur le dessus de la colonne expérimentale afin d'accélérer les variations de teneur en eau dans les résidus miniers. Au total, des mesures ont été prises durant cinq mois, mais puisqu'aucune variation n'est observée au cours des deux derniers mois, les données des trois premiers mois seront présentées.

## 3.2 Mesure de teneur en eau

Les sondes Teros 12 sont utilisées afin de mesurer la teneur en eau, la conductivité électrique et la température au cours du temps. Ce sont des sondes à capacitance, leur fonctionnement est décrit à la section 2.2.2.

L'incertitude des mesures des sondes Teros 12 est disponible au tableau 3.5.

Paramètre mesurée	Incertitude	Condition
$\epsilon (-)$	$\pm 1$	$0 < \epsilon < 40$
	15%	$\epsilon > 40$
$\theta (m^3/m^3)$	$\pm 0.03$	sans calibration
	$\pm 0.02$	avec calibration
$\sigma (mS/cm)$	$\pm 5 \% + 0.01$	$0 < \sigma < 10$
	$\pm 8 \%$	$10 < \sigma < 20$
$\sigma_w$	20 %	$\theta > 0.10 m^3/m^3$

TABLEAU 3.5 Incertitude des mesures effectuées avec les sondes Teros 12 selon le fabricant (MeterGroup, 2019)

Le fabricant mentionne que la résolution des sondes est de  $\pm 0.001 m^3/m^3$  pour les mesures de teneur en eau volumique. Lorsque la sonde est calibrée pour un milieu spécifique, la mesure est exacte à  $\pm 0.02 m^3/m^3$  et en utilisant les calibrations génériques proposées par le groupe Meter, l'incertitude serait plutôt de  $\pm 0.03 m^3/m^3$ . L'incertitude des mesures de permittivité diélectrique relative est de  $\pm 1$  unité pour les valeurs entre 0 et 40 et de 15% pour les valeurs entre 40-80 (MeterGroup, 2019). Les sondes Teros 12 peuvent mesurer la conductivité électrique du sol si elle est inférieure à  $20 mS/cm$ . La précision de la mesure est de  $0.001 mS/cm$  et l'exactitude est de  $\pm 5 \% + 0.01 mS/cm$  pour les mesures entre 0 et  $10 mS/cm$  et de  $\pm 8 \%$  pour les mesures entre 10 et  $20 mS/cm$ . La conductivité électrique du fluide, calculée à partir de l'équation 2.29, a une incertitude de 20% pour des teneurs en eau supérieure à  $0.10 m^3/m^3$ . Pour les faibles teneurs en eau, la mesure est beaucoup moins fiable.

Le volume d'investigation des sondes est de  $1010 mL$ , soit d'environ  $3 cm$  de part et d'autre de la sonde.

### 3.2.1 Calibration des sondes de teneur en eau

Afin d'améliorer l'exactitude des mesures de teneur en eau pour les matériaux miniers, il est préférable de calibrer préalablement les sondes. Cette démarche consiste à mesurer la teneur en eau du matériau à l'aide de la sonde et de mesurer la teneur en eau réelle par méthode gravimétrique. Une relation est ensuite déduite par régression linéaire et une correction peut

être appliquée aux données futures avec

$$\theta_{calibre} = a\theta_{lecture} + b. \quad (3.2)$$

Une calibration a été effectuée pour des teneurs en eau allant de 0 à  $0.4 \text{ m}^3/\text{m}^3$  en suivant les étapes décrites ci-après. Premièrement, les matériaux prélevés sur le terrain sont placés au four à une température de  $60^\circ\text{C}$  jusqu'à ce qu'ils soient complètement séchés. Deuxièmement, la même masse de matériau sec, dans ce cas-ci,  $3200 \text{ g}$ , est déposée à l'intérieur de 10 sacs plastiques étanches et un certain volume d'eau distillée est ajouté dans chacun des sacs afin d'atteindre une teneur en eau volumique de 0, 0.1, 0.2, 0.3 et  $0.4 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , connaissant la densité relative des grains ( $D_r = 2.71$  (Sylvain et al., 2019)) et la porosité visée ( $n = 0.4$ ). Les matériaux et l'eau sont bien mélangés puis mis de côté durant 24 heures. Troisièmement, les échantillons sont compactés dans un béccher à parois rigides afin d'obtenir la porosité visée, la sonde est insérée dans le sol puis recouverte de matériaux. La teneur en eau de l'échantillon est ensuite mesurée avec une ou plusieurs sondes Teros 12. Quatrièmement, une partie de l'échantillon est mis au four afin de déterminer la teneur en eau massique qui est ensuite traduite en teneur en eau volumique. Finalement, la relation entre la teneur en eau "réelle" (mesurée par la méthode gravimétrique) et la teneur en eau mesurée par la sonde est établie. La figure 3.5 présente des photos du dispositif utilisé pour la calibration des sondes.

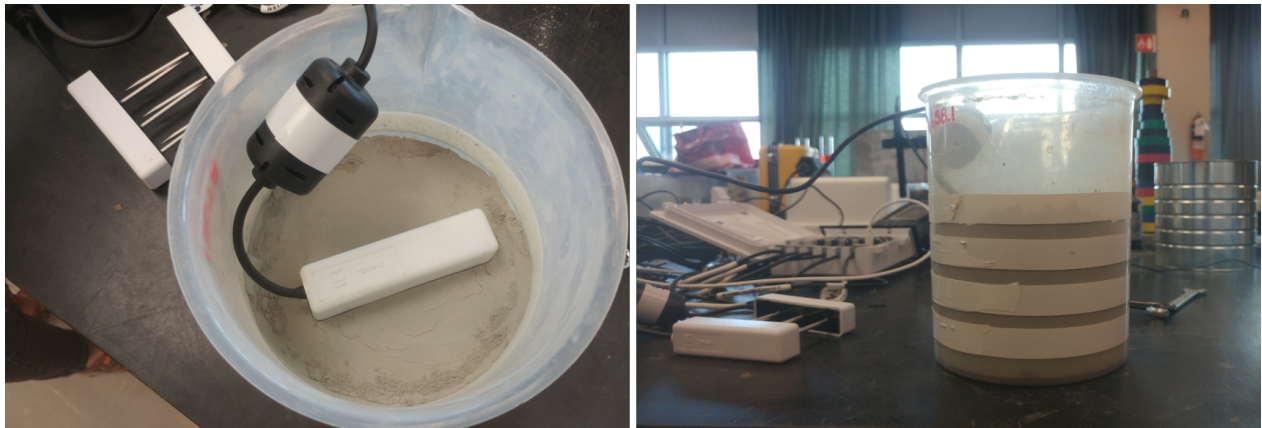


FIGURE 3.5 Dispositif pour la calibration des sondes pour les résidus miniers

La figure 3.6 présente les données utilisées pour la calibration des sondes pour les résidus miniers ainsi que les résultats obtenus.

L'équation 3.3 sera donc utilisée pour calibrer la teneur en eau mesurée dans les résidus avec les sondes Teros 12

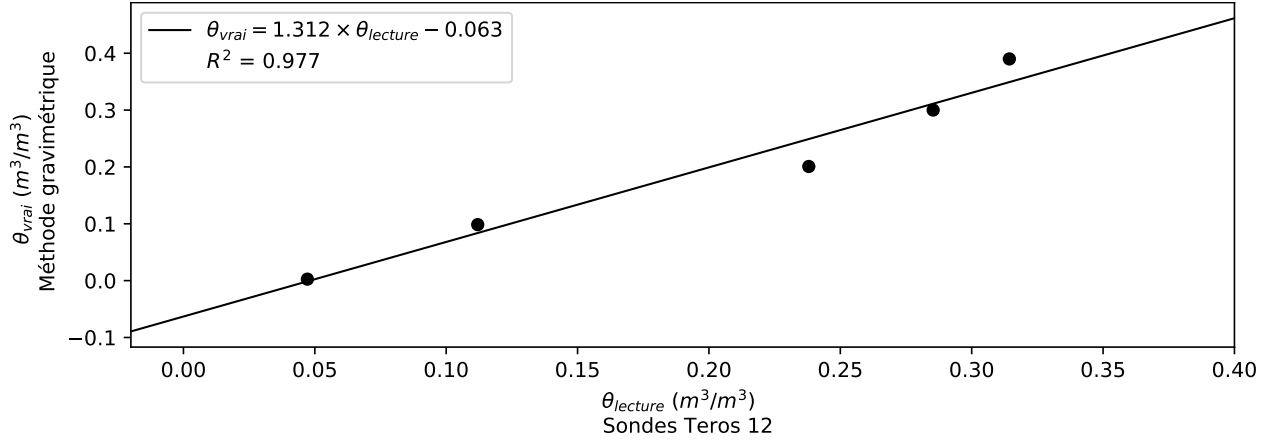


FIGURE 3.6 Relation de calibration pour les mesures de teneur en eau volumique par les sondes Teros 12 pour les résidus de la mine Canadian Malartic

$$\theta_{calibre} = \langle 1.312 \cdot \theta_{lecture} - 0.063 \rangle, \quad (3.3)$$

où les crochets de Macaulay, définies à l'équation 2.48, évitent d'obtenir des valeurs négatives.

La relation de calibration des mesures de teneur en eau effectuée dans les stériles miniers est plus compliquée à déterminer puisqu'il est difficile d'humidifier les matériaux avec une teneur en eau plus élevée que  $0.1 m^3/m^3$  (Lavoie-Deraspe, 2019). La calibration effectuée par Lavoie-Deraspe (2019) sera utilisée pour les roches stériles de Canadian Malartic, elle s'exprime par

$$\theta_{calibre} = \langle 0.5924 \cdot \theta_{lecture} - 0.0164 \rangle. \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Incertitude des mesures

Pour l'assimilation des données de teneur en eau par filtres de Kalman d'ensemble, il est nécessaire d'estimer l'erreur des données afin d'ajouter un bruit représentatif de l'incertitude à chacun des membres de l'ensemble. L'erreur sur la mesure de teneur en eau peut être approximée par la différence entre la teneur en eau volumique mesurée par la méthode gravimétrique ( $\theta_{vrai}$ ) et la teneur en eau volumique mesurée par la sonde et calibrée ( $\theta_{calibre}$ ), définie par

$$\epsilon_{\theta} = \theta_{vrai} - \theta_{calibre}. \quad (3.5)$$

Nous cherchons à définir la moyenne et l'écart-type de l'erreur afin de la représenter comme une variable aléatoire gaussienne. Le graphique 3.7 présente les données de teneur en eau



réelle en fonction des données mesurées par les sondes et calibrées à l'aide de l'équation 3.3.

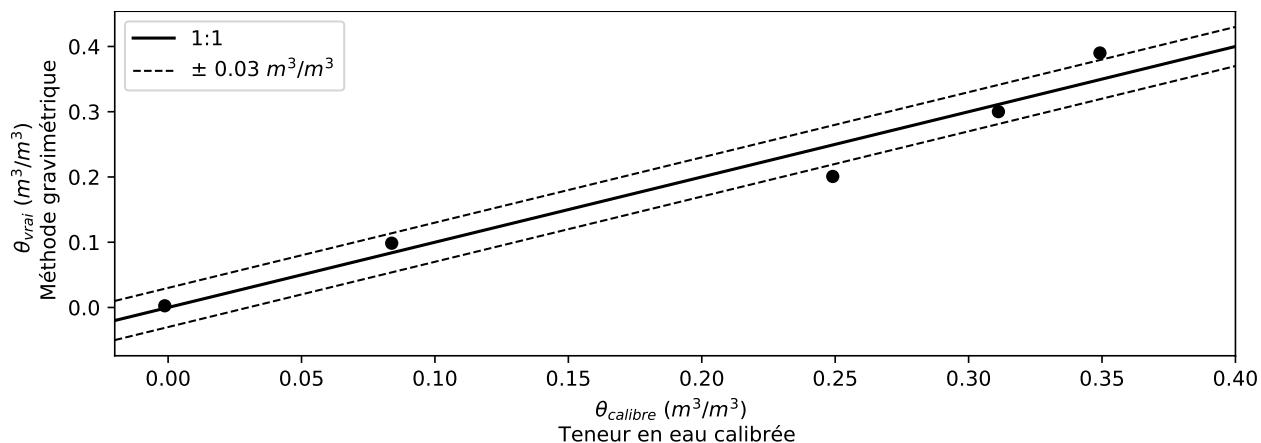


FIGURE 3.7 Teneur en eau mesurée par la méthode gravimétrique en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques après calibration.

On remarque que deux données sur cinq ont une erreur supérieure à  $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . La moyenne de l'erreur, la moyenne de l'erreur absolue et l'écart-type de l'erreur se définissent par

$$\mu_{\epsilon_{\theta}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{\theta,i}, \quad \mu_{|\epsilon_{\theta}|} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\epsilon_{\theta,i}| \quad \text{et} \quad \sigma_{\epsilon_{\theta}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{\theta,i} - \mu_{\epsilon_{\theta}})^2} \quad (3.6)$$

et les résultats sont disponibles au tableau 3.6.

Paramètre	Valeur ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ )
$\mu_{\epsilon_{\theta}}$	0.000
$\mu_{ \epsilon_{\theta} }$	0.024
$\sigma_{\epsilon_{\theta}}$	0.029

TABLEAU 3.6 Caractérisation de l'erreur des mesures de teneur en eau volumique calibrées

La moyenne de l'erreur absolue qualifie la précision de la mesure, elle suggère que la valeur de teneur en eau calibrée se situe en moyenne à  $0.024 \text{ m}^3/\text{m}^3$  de la vraie teneur en eau. Par comparaison, la moyenne de l'erreur absolue était de  $0.037 \text{ m}^3/\text{m}^3$  avant la calibration des mesures, soit 50% de plus. Ces valeurs sont légèrement plus élevées que celles indiquées par le fournisseur, ce qui peut probablement être expliqué par la faible quantité de données.

La moyenne de l'erreur permet de quantifier l'exactitude des mesures. Étant donné que les données semblent distribuées également de part et d'autre de la ligne 1 : 1 (figure 3.7) et que

la moyenne de l'erreur est nulle (en raison de la régression linéaire), nous considérerons que les mesures de teneur en eau sont sans biais.

Finalement, cela permet de définir l'erreur des sondes pour la mesure de teneur en eau dans les résidus miniers par la distribution normale de moyenne nulle et d'écart-type  $0.029 \text{ m}^3/\text{m}^3$  avec

$$\epsilon_\theta \sim \mathcal{N}(0, 0.029^2). \quad (3.7)$$

La même relation sera utilisée pour l'erreur de mesure dans les stériles miniers étant donné que la calibration des sondes de teneur en eau dans ces matériaux n'a pas pu être effectuée.

### 3.2.3 Données temporelles

Les sondes Teros 12 ont mesuré la teneur en eau volumique, la conductivité électrique et la température à une fréquence d'une mesure par 5 minutes durant 90 jours. La figure 3.8 montre les données brutes issues des sondes de teneur en eau au cours du temps.

Au graphique 3.8 a), on remarque que la teneur en eau diminue au cours du temps durant le drainage de la colonne : la teneur en eau était proche de 0.4 pour chaque sonde au début de l'expérience et atteint des valeurs proches de 0.25 au bout de 3 mois de drainage. Pour les sondes situées dans les stériles, soit celles positionnées à 10 et 110 cm, la désaturation est très rapide et la teneur en eau se stabilise après 5 jours, à une valeur proche de la teneur en eau résiduelle. Pour les sondes situées dans les résidus, dans le haut de la colonne, soit celles positionnées à 70 et 90 cm, on observe une désaturation rapide au début de l'expérimentation. De plus, la sonde à 70 cm mesure la teneur en eau la plus faible tout au long de l'expérimentation, ce qui pourrait être expliquée par une plus faible porosité à cet endroit. La teneur en eau passe de 0.4 à environ  $0.33 \text{ m}^3/\text{m}^3$  au cours des 5 premiers jours. Le rythme de désaturation reste par la suite presque constant. Pour les sondes situées dans le bas des résidus, soit celles à 30 et 50 cm, la désaturation se produit lentement au cours des 40 premiers jours et on observe une désaturation importante durant les 30 jours suivants à la suite de l'ajout d'un ventilateur. Pour toutes les sondes, les mesures de teneur en eau sont stabilisées après 80 jours.

Les données de teneur en eau permettent également de discuter de quelques aspects concernant l'efficacité de la couverture à effet de barrière capillaire. Au cours des 40 premiers jours de drainage (et sans ajout d'eau dans le système), les résidus demeurent près de la saturation dans la moitié inférieure de la colonne et au-dessus de 80% de saturation dans la moitié supérieure, ce qui permettrait probablement de limiter suffisamment les flux d'oxy-

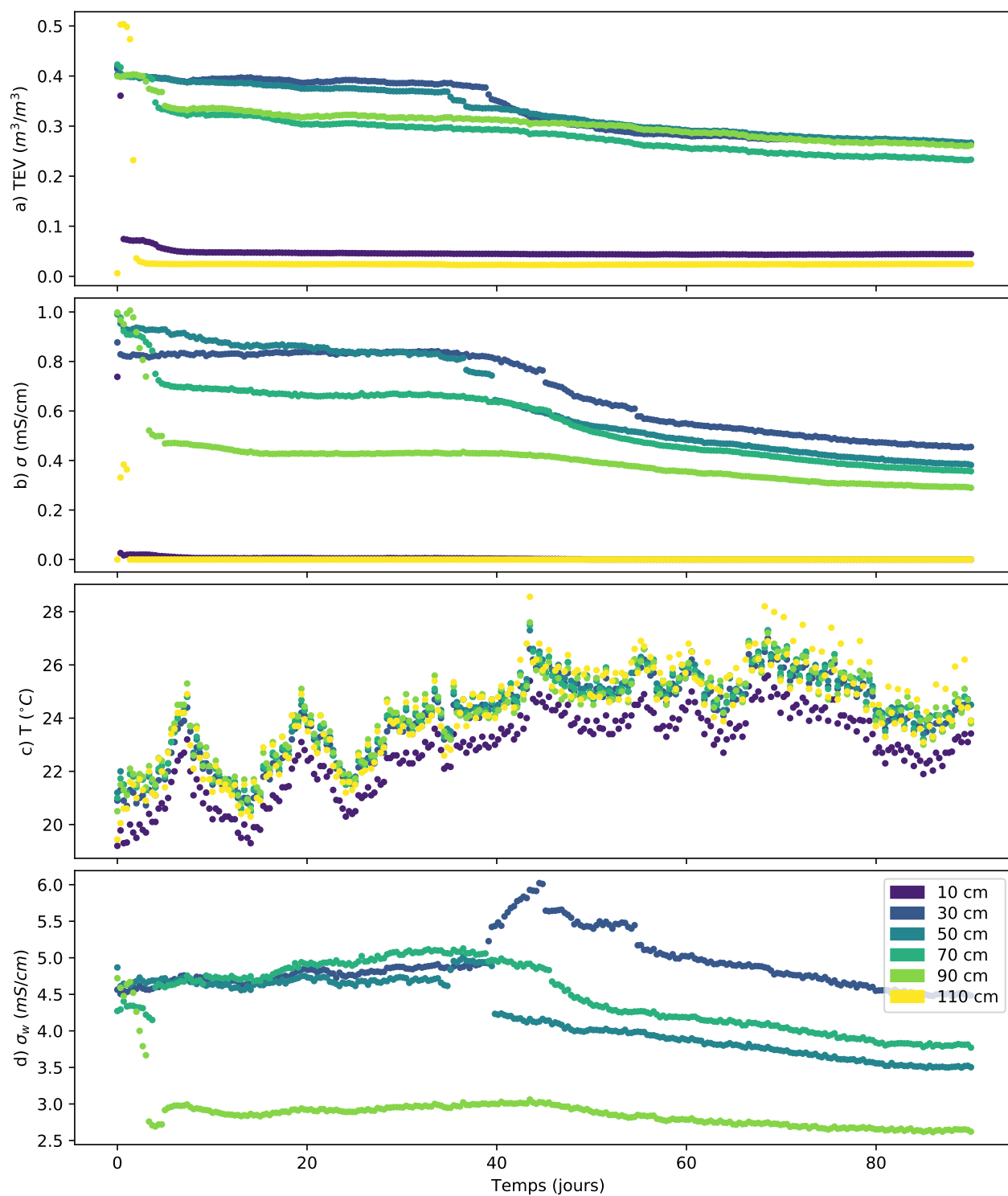


FIGURE 3.8 Données expérimentales de a) teneur en eau volumique, b) conductivité électrique, c) température et d) conductivité électrique du fluide au cours du temps issues des six sondes hydrogéologiques.

gène pour éviter la génération de drainage minier acide. Après 40 jours, l'ajout du ventilateur a provoqué une désaturation rapide des résidus dont la saturation a diminué sous le seuil de 85% dans l'ensemble de la couche (environ 60% de saturation). Dans ces conditions, l'efficacité de la CEBC serait remise en question après 40 à 50 jours de sécheresse et de vent. Cependant, l'expérimentation telle qu'elle est conçue ne permet pas d'évaluer avec justesse la performance du recouvrement pour plusieurs raisons. D'abord, des chemins d'écoulement préférentiel ont pu se former le long des câbles électriques reliés aux sondes hydrogéologiques et aux électrodes, accélérant ainsi la désaturation des matériaux. De plus, la granulométrie des stériles a été choisie en fonction du diamètre de la colonne expérimentale et l'épaisseur des couches était limitée par sa hauteur. Pour ces raisons, la colonne expérimentale pourrait ne pas être représentative d'une CEBC construite sur le terrain. De plus, une CEBC possède normalement une couche superficielle et une couche de protection (voir figure 1.2), ce qui pourrait limiter la perte d'eau par évaporation.

Au graphique 3.8 b), la conductivité électrique diminue également au cours du temps. Cela est attendu puisque la teneur en eau diminue également et que les deux paramètres varient proportionnellement (équation 2.2). Pour les sondes situées dans les stériles (10 et 110 cm), la conductivité électrique diminue très rapidement : elle passe de 1 à presque 0  $mS/cm$  en 2 jours. Pour les sondes situées dans les résidus, plus la sonde est haute dans la colonne, plus la conductivité électrique diminue rapidement. Pour toutes ces sondes, il y a une diminution plus drastique autour du 50<sup>e</sup> jour puis la conductivité électrique semble se stabiliser au 90<sup>e</sup> jour.

À la figure 3.8 c), des variations cycliques de la température sont observées tout au long de l'expérimentation. La température varie entre 20 et 27°C avec une moyenne qui augmente généralement au cours du temps.

La figure 3.8 d) présente la conductivité électrique du fluide au cours du temps calculée à partir de l'équation 2.29. Les données sont disponibles uniquement pour les sondes situées dans les résidus. En effet, les stériles ayant une teneur en eau est très faible, les mesures de conductivité électrique étaient peu fiables. Cependant, il est attendu que la conductivité électrique du fluide soit plus faible dans les stériles que dans les résidus. En effet, en raison de l'origine des résidus miniers, il est probable qu'ils contiennent beaucoup d'ions participant à l'augmentation de la conductivité électrique du fluide. D'abord, il est possible de noter que la conductivité électrique du fluide initiale est d'environ 4.5  $mS/cm$  pour toutes les sondes. Le transport de l'eau moins conductrice des stériles situés au-dessus de la colonne vers les résidus pourrait expliquer la diminution rapide de la conductivité électrique du fluide à 90  $cm$ . Par la suite, une augmentation rapide est observée au 40<sup>e</sup> jour pour la sonde à 30  $cm$ , tandis que

les sondes à 50 et 70 *cm* montrent une diminution progressive. Le degré d'incertitude relié à ces mesures est assez élevé puisqu'il repose sur une relation pétrophysique qui n'est pas calibrée spécifiquement pour le milieu. Pour cette raison, ces données ne seront pas utilisées de façon quantitative dans cette étude.

À partir des données expérimentales des sondes hydrogéologiques, il est possible d'obtenir un premier aperçu de la relation pétrophysique entre la teneur en eau volumique et la conductivité électrique. Celle-ci est illustrée à la figure 3.9, pour chacune des sondes de teneur en eau et pour tous les pas de temps.

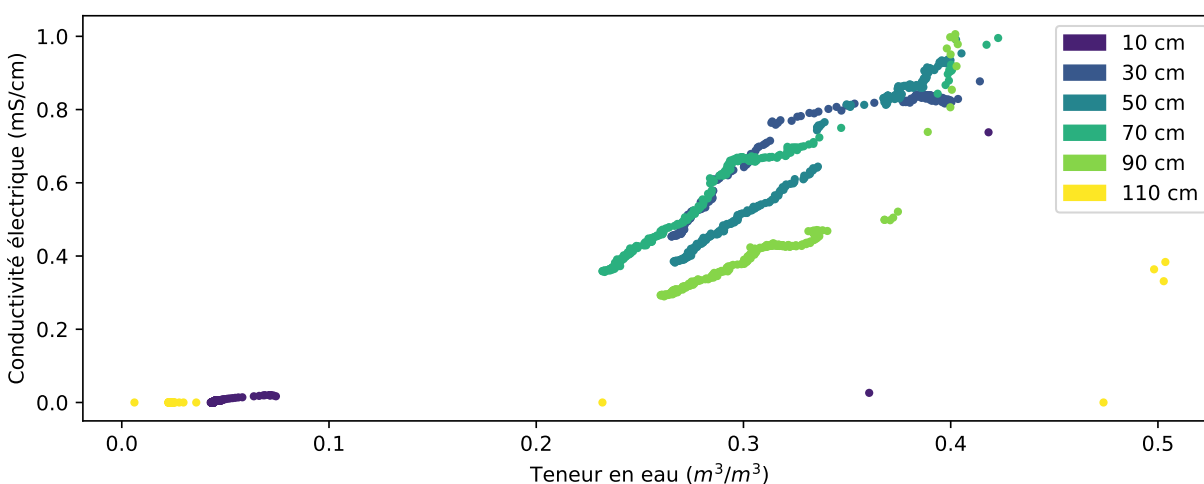


FIGURE 3.9 Conductivité électrique en fonction de la teneur en eau volumique issue des données expérimentales des sondes hydrogéologiques.

À la figure 3.9, les données ayant les teneurs en eau les plus élevées correspondent au début de l'expérimentation. Initialement, on note que la relation pétrophysique pour toutes les sondes dans les résidus (30, 50, 70, 90 *cm*) est presque équivalente. Cela peut probablement être expliqué par le fait qu'au départ, la conductivité électrique du fluide est la même pour toutes les sondes (figure 3.8 d). Par la suite, lors de la désaturation de la colonne, la relation semble varier légèrement d'une sonde à l'autre. Par exemple, la sonde à 90 *cm* possède la conductivité électrique la plus faible en raison de la faible conductivité électrique du fluide à cet emplacement. Il est possible de noter que pour les sondes situées dans les stériles, la conductivité électrique est très faible sauf pour les teneurs en eau très élevées ( $\theta > 0.25 m^3/m^3$ ).

### 3.3 Mesures ERT

#### 3.3.1 Acquisition de données

Les mesures électriques ont été effectuées à l'aide du résistivimètre ABEM Terrameter LS qui est un système d'acquisition pour des mesures de potentiel, de résistivité et de polarisation provoquée (ABEM, 2016). Ce système d'acquisition peut utiliser jusqu'à 64 électrodes et la technologie multicanal permet de mesurer simultanément auprès de 8 receveurs lors d'une injection de courant.

Trente-deux électrodes sont utilisées pour l'acquisition de données dans la colonne expérimentale, elles sont divisées en deux profils verticaux de 16 électrodes. Afin de forcer le courant à pénétrer dans le milieu poreux lors de l'injection, le protocole de mesure comprend uniquement des mesures où les deux électrodes d'injection (A et B) sont situées sur des profils verticaux différents. La même stratégie est utilisée pour les électrodes de potentiel (M et N). La figure 3.10 illustre les types de configuration de mesures qui ont été utilisés. La colonne a) correspond aux numéros d'électrodes. La colonne b) illustre une configuration où l'injection de courant se fait par les deux électrodes du bas et les mesures de potentiel se font entre chaque couple d'électrodes alignées horizontalement. Pour chaque injection, il y a 15 mesures de potentiel. Une injection de courant est effectuée pour chacune des paires d'électrodes alignées horizontalement, il y a donc 16 injections au total. Les configurations des colonnes c) et d) sont similaires : il y a 15 injections possibles et pour chaque injection, 14 mesures de potentiel sont effectuées. Ce protocole comprend donc 660 mesures, dont la moitié sont des mesures réciproques. Une mesure réciproque consiste à interchanger les électrodes de courant et de potentiel par rapport à une autre configuration, soit la mesure directe. Par exemple, la configuration ABMN (où les électrodes AB injectent le courant) correspond à la mesure réciproque de la configuration MNAB (où les électrodes MN injectent le courant). Les mesures directes et réciproques mesurent habituellement des résistances équivalentes, ce qui permet d'évaluer l'incertitude des données.

Les paramètres d'acquisition sont disponibles au tableau 3.7.

La durée d'acquisition des données était d'environ 15 minutes pour les 660 configurations. La prise de données s'enclenchait manuellement et au début de l'expérimentation, des mesures étaient effectuées quotidiennement. La fréquence a diminué en fonction de la disponibilité de l'appareil de mesure et des changements attendus dans la saturation de la colonne.

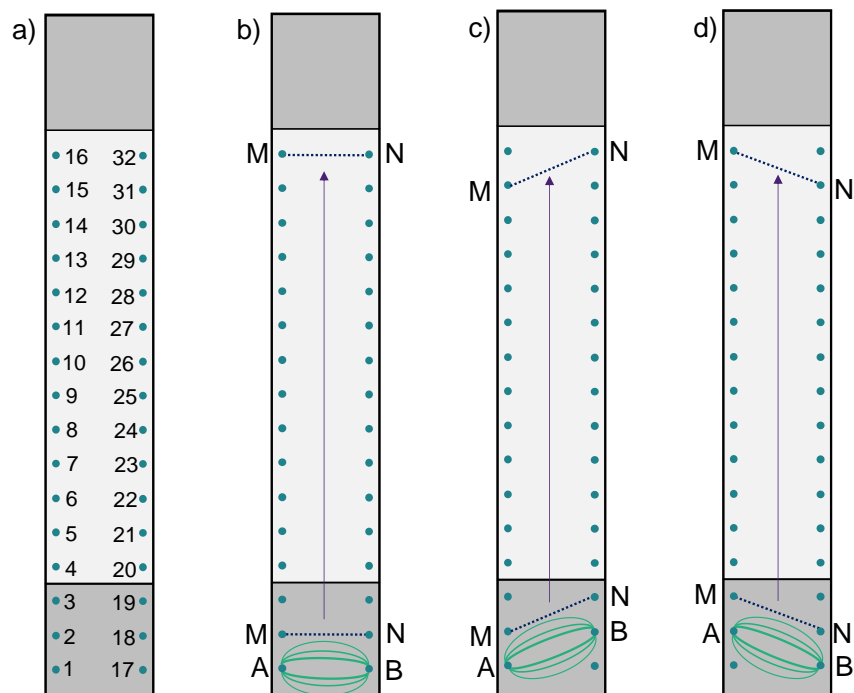


FIGURE 3.10 Illustration du protocole de mesure utilisé pour l'acquisition de données de résistivité.

Courant minimal	1 mA
Courant maximal	20 mA
Puissance maximale	10 W
Voltage de sortie maximal	600 V
Durée d'injection	0.2 s
Délais entre les injections	0.2 s
Nombre de répétition	2

TABLEAU 3.7 Paramètres d'acquisition pour les mesures de résistivité

### 3.3.2 Prétraitement des données

En tomographie de résistivité électrique, le prétraitement des données permet d'éliminer les données de faible qualité, il s'agit d'une étape cruciale avant de procéder à l'inversion. Les fichiers de données brutes comprennent, entre autres, les courants injectés, la résistance de contact, la différence de potentiel mesurée, l'erreur de répétabilité et les résistances mesurées.

Une des méthodes permettant d'évaluer la qualité des données est de comparer les mesures des configurations directes et réciproques, qui normalement devraient être équivalentes (La-

Brecque et Daily, 2008). Il est possible de calculer l'erreur réciproque  $\epsilon_{R,\%}$  avec

$$\epsilon_{R,\%} = \frac{R_D - R_R}{(R_D + R_R)/2} \cdot 100, \quad (3.8)$$

où  $R_D$  et  $R_R$  sont les résistances mesurées pour les configurations directes et réciproques. Le tableau 3.8 présente les critères qui ont été utilisés pour le filtrage des données ERT.

Paramètres	Minimum	Maximum
Courant injecté (mA)	1	$1 \times 10^3$
Différence de potentiel (V)	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^3$
Erreur de répétabilité (%)	0	10
Erreur réciproque (%)	0	20

TABLEAU 3.8 Critères pour le filtrage des données brutes

Les erreurs de mesures pourraient être dues à une résistance de contact élevée qui causerait une erreur systématique lors de l'utilisation de cette électrode, à une erreur aléatoire associée au résistivimètre ou à un bruit externe (Slater et al., 2000). Les erreurs de répétabilité et réciproques permettent d'évaluer la précision des mesures et d'identifier les valeurs aberrantes. Tso et al. (2017) soulignent toutefois que l'erreur de répétabilité mesurée par l'appareil sous-estime souvent l'erreur réelle. Le filtrage par rapport au courant injecté et à la différence de potentiel permet d'éliminer les données pour lesquelles l'intensité de courant injectée n'est pas suffisante, ce qui peut être associé à un mauvais rapport signal sur bruit.

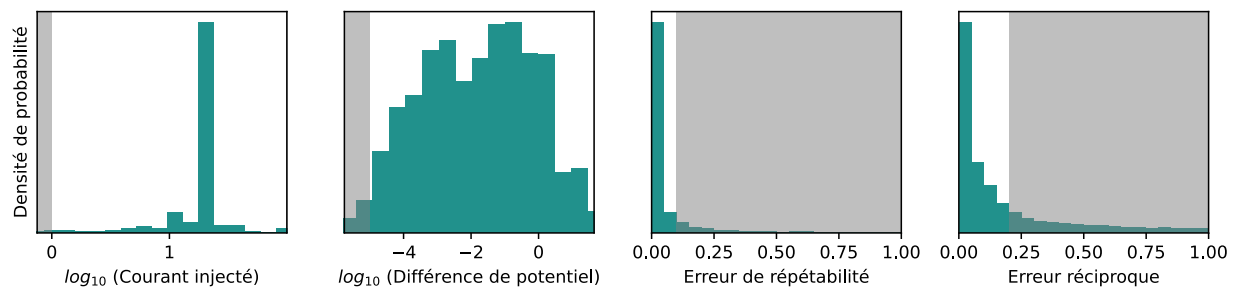


FIGURE 3.11 Distribution des paramètres de filtrage des données du tableau 3.8. Les zones ombragées correspondent aux intervalles de données filtrées.

Au total, 30 131 données ont été recueillies durant l'expérience de laboratoire. Parmi celles-ci, 363, 5150, 7105 et 12 390 données se retrouvaient respectivement à l'extérieur de la plage de données acceptable pour le courant injecté, la différence de potentiel, l'erreur de répétabilité



et l'erreur réciproque. Au total, 13 764 données ont été filtrées, la base de données en contient donc 16 767 données valides.

### 3.3.3 Incertitude des mesures

L'incertitude des mesures de résistance doit être évaluée pour deux objectifs distincts, premièrement pour l'inclure lors de l'inversion des données et deuxièmement pour ajouter un bruit aléatoire lors de l'assimilation des données ERT par filtre de Kalman d'ensemble.

La méthodologie pour déterminer l'incertitude des mesures est inspirée de Koestel et al. (2008). Afin de déterminer l'incertitude, nous utilisons uniquement les valeurs valides (après le filtrage des données) puisque ce sont ces données qui seront utilisées par la suite. D'abord, l'erreur réciproque est calculée avec l'équation 3.8 pour chaque paire de configurations réciproques. Les données sont ensuite séparées en  $N$  fenêtres espacées également sur une échelle logarithmique. L'utilisation de fenêtres permet d'accorder un poids équivalent à l'ensemble de l'axe de résistance, indépendamment du nombre de données se trouvant dans chaque groupe. Par la suite, la moyenne  $\mu_{\epsilon_{R,\%}}^n$  de l'erreur réciproque est calculée pour chacune des fenêtres avec

$$\mu_{\epsilon_{R,\%}}^n = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \epsilon_{R,\%}^m \quad (3.9)$$

où  $M$  correspond au nombre de données dans la fenêtre  $n$ . Le graphique 3.12 présente l'erreur réciproque en fonction de la résistance moyenne pour l'ensemble des données ainsi que la moyenne de l'erreur réciproque pour chaque fenêtre.

Au graphique 3.12, on remarque que la moyenne de l'erreur réciproque se trouve entre 3 et 6% pour les fenêtres ayant une résistance moyenne inférieure à  $10^2 \Omega$  tandis que les données ayant une résistance moyenne supérieure à  $10^2 \Omega$  ont une réciproque entre 5 et 9%. Il est probable que les valeurs élevées d'erreurs réciproques soient associées aux mesures dans les stériles miniers. Les stériles se désaturant très rapidement, ils présentent une résistance élevée lors des mesures, ce qui limite l'intensité de courant qui peut être injectée et diminue la différence de potentiel entre les électrodes de potentiel. Comme la différence de potentiel est très faible, le rapport signal sur bruit diminue, ce qui affecte la stabilité des données. À des fins de simplification, nous ferons l'hypothèse que la moyenne de l'erreur réciproque ne varie pas en fonction de la résistance. L'erreur moyenne de la résistance peut alors se définir par

$$\mu_{\epsilon_{R,\%}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mu_{\epsilon_{R,\%}}^n, \quad (3.10)$$

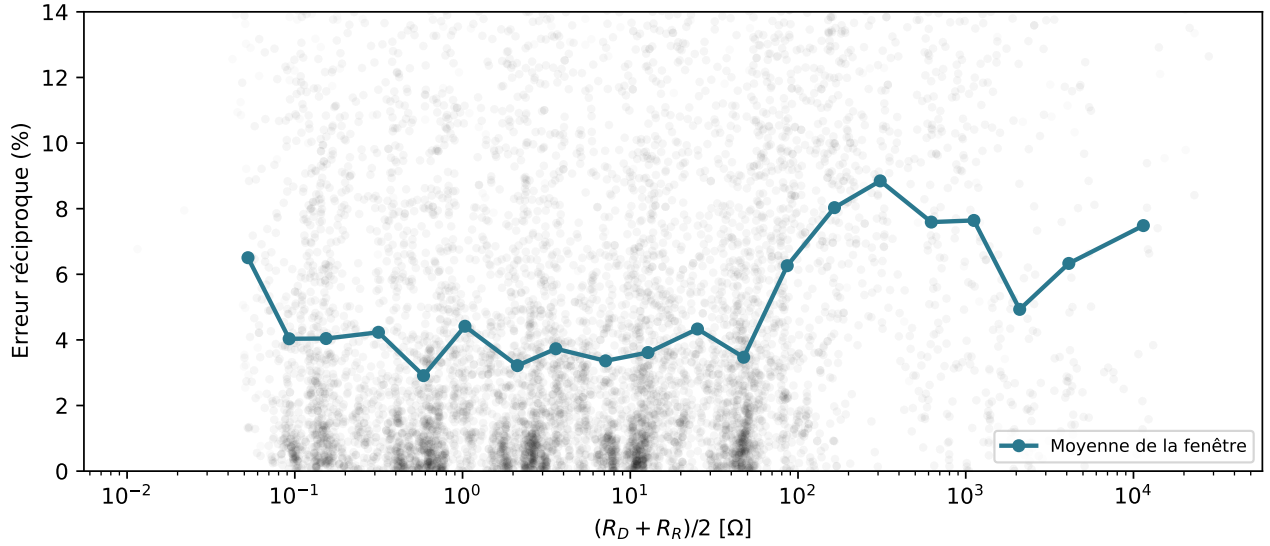


FIGURE 3.12 Erreur réciproque en fonction de la résistance moyenne. Les données sont regroupées par fenêtres afin de calculer la moyenne de l’erreur réciproque.

et équivaut à 5.2 %.

**Incertitude pour l’inversion des données** Tel que mentionné à la section 2.1.5, l’inversion est un processus visant à minimiser la différence entre les données mesurées et les données simulées avec

$$\underset{\mathbf{m}}{\text{minimiser}} \|\mathbf{W}_d(\mathcal{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})\|^2.$$

La matrice  $\mathbf{W}_d$  permet d’attribuer un poids différent à chaque terme d’erreur en fonction de leur l’incertitude. Une sous-estimation de l’erreur créera des artefacts dans le modèle inversé tandis qu’une surestimation donnera un modèle lissé (Koestel et al., 2008). Habituellement, il n’est pas conseillé d’utiliser directement les erreurs réciproques des données puisque certaines erreurs seront très faibles auront un poids trop important dans l’inversion. Il convient donc de déterminer une relation entre l’erreur et la valeur de résistance, afin de bien prendre en compte toutes les données dans l’inversion. Dans ce cas-ci, nous utiliserons la valeur moyenne de l’erreur réciproque, soit 5.2 % et nous ajouterons une erreur minimale de 0.001  $\Omega$  afin de ne pas sous-estimer l’erreur des faibles résistances. L’expression 3.11 permet d’estimer l’erreur absolue d’une mesure de résistance pour cette expérimentation

$$\epsilon_R = 0.052 \cdot R + 0.001. \quad (3.11)$$

Loke (2018) soutient que le modèle inversé sera de meilleure qualité si les données ont des erreurs comparables. Ce modèle d'erreur, permettant d'attribuer une erreur proportionnelle à la valeur de résistance, sera donc utilisé pour l'inversion des données expérimentales de résistivité.

**Incertitude pour les EnKFs** Dans un second temps, pour l'utilisation des filtres de Kalman d'ensemble, il est nécessaire définir l'erreur des données de résistance en termes de distribution de probabilité afin d'ajouter un bruit aléatoire sur les mesures. Étant donné que l'erreur réciproque est systématiquement positive puisque la valeur réelle de résistance n'est pas connue, nous considérerons que la moyenne de l'erreur de la résistance est nulle. Ainsi, l'erreur réciproque peut être considérée comme une variable aléatoire suivant une loi demi-normale, c'est-à-dire, qu'elle correspond à la valeur absolue d'une distribution normale centrée en 0 :

$$\epsilon_R \sim |\mathcal{N}(0, \sigma^2)|. \quad (3.12)$$

L'écart-type de la loi normale associée peut être estimé par

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu_{\epsilon_R, \%}, \quad (3.13)$$

où  $\mu_{\epsilon_R, \%}$  correspond à la moyenne de la loi demi-normale (Olmos et al., 2012). L'écart-type obtenu est alors de 6.7 % que nous utiliserons en plus d'ajouter une erreur minimale de 0.001  $\Omega$ . Pour les filtres de Kalman, le bruit sur les mesures de résistances sera donc tiré aléatoirement dans la distribution normale suivante

$$\epsilon_R \sim \mathcal{N}(0, (0.067 \cdot R)^2) + \mathcal{N}(0, 0.001^2). \quad (3.14)$$

### 3.3.4 Données temporelles

Les données brutes de résistivité électrique sont présentées sous la forme de graphique de la résistance au cours du temps. À la figure 3.13, chaque graphique comprend l'évolution de la résistance pour différentes configurations d'électrodes ayant le même facteur géométrique.

Pour chacune des configurations à la figure 3.13, la résistance augmente au cours du temps puisque la diminution de la teneur en eau dans la colonne abaisse la conductivité électrique du milieu, ce qui augmente la résistance mesurée par tomographie de résistivité électrique.

Pour les configurations utilisant des électrodes situées dans les stériles (1, 2, 3, 17, 18, 19), les

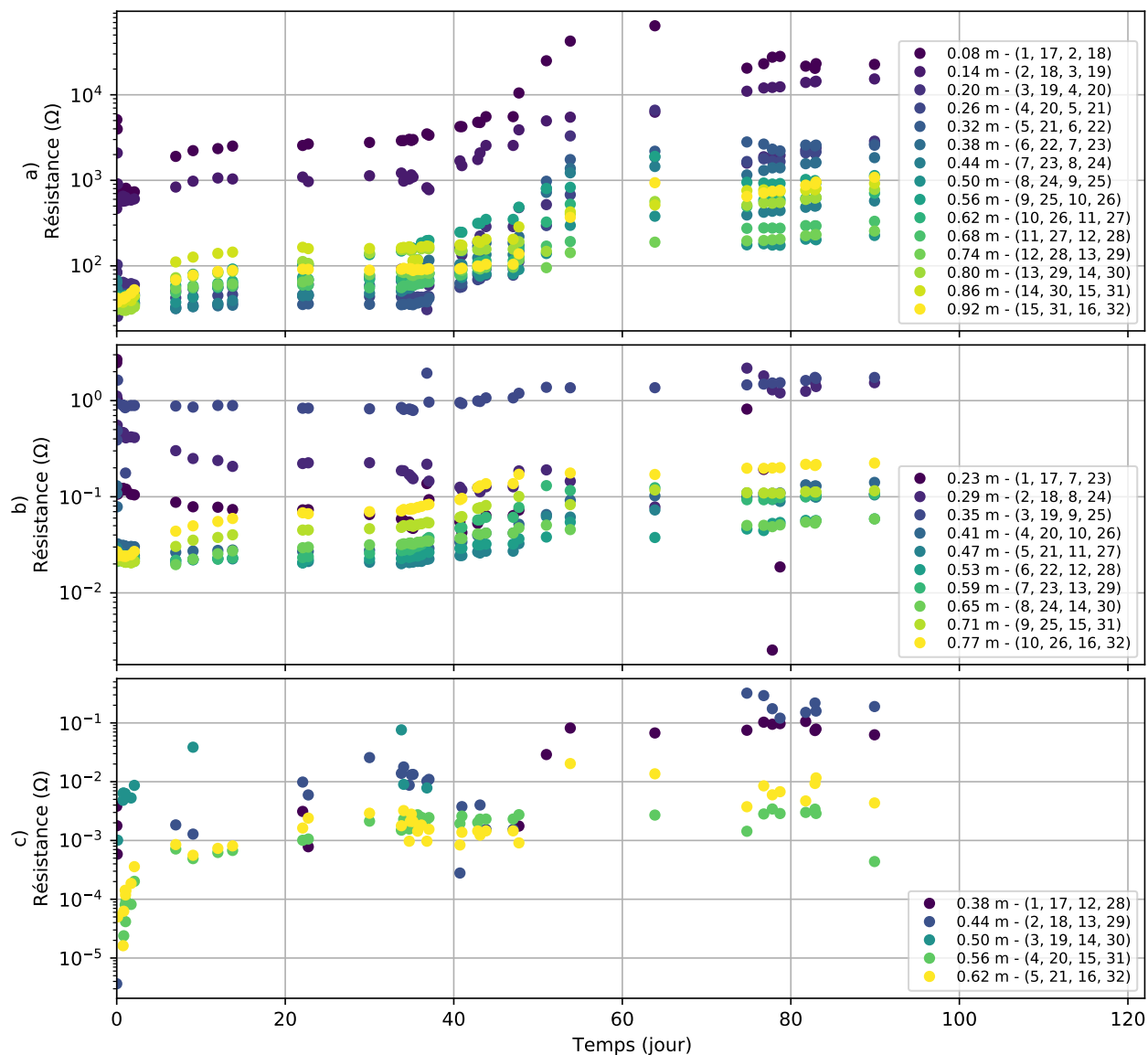


FIGURE 3.13 Résistance au cours du temps mesurée par tomographie de résistivité électrique dans la colonne expérimentale pour des espacements d'électrodes de a) 6 *cm* (1 élec.) b) 36 *cm* (6 élec.) et c) 66 *cm* (11 élec.). La légende comprend la profondeur apparente pour chaque configuration.

résistances mesurées sont plus élevées que les configurations utilisant des électrodes dans les résidus uniquement. Puisque les stériles atteignent rapidement un degré de saturation plus faible, ils ont une résistivité électrique plus élevée.

Les configurations ayant un plus grand espacement d'électrodes ont des variations temporelles moins importantes. Par exemple, les configurations ayant un espacement de 6 *cm* semblent varier d'une à deux ordres de grandeur tandis que les celles ayant un espacement de 36 *cm*

semblent plutôt varier d'un ordre de grandeur ou moins. Finalement, on remarque que le bruit sur les mesures est beaucoup plus élevé à la figure 3.13 c) en raison du grand espacement entre les électrodes. En effet, pour une même injection de courant, la différence de potentiel mesurée diminue lorsque les électrodes de potentiel s'éloignent, ce qui diminue le ratio signal sur bruit. Par ailleurs, comme le facteur géométrique augmente pour les grands espacements, une faible erreur est décuplée lors de sa multiplication par le facteur géométrique.

### 3.3.5 Inversion des données

Dans cette section, les données filtrées présentées à la section précédente sont inversées afin d'obtenir la distribution de résistivité au cours du temps à l'intérieur de la colonne. La résolution du problème inverse en tomographie de résistivité électrique est développée à la section 2.1.5 de la revue de littérature.

Cinquante-deux jeux de données ERT ont été mesurés au cours des 90 premiers jours de l'expérimentation. Cependant, après le filtrage des données, seuls 44 jeux de données contenant plus de 100 configurations ont été conservés pour l'inversion. Pour chacun de ces jeux de données, l'erreur a été estimée à l'aide du modèle présenté à la section précédente (équation 3.11). Le code d'inversion, utilisant les bibliothèques pyGIMLi et pyBERT, est disponible à l'annexe C. La géométrie de la colonne, incluant les nœuds utilisés pour la création du maillage, les conditions frontières et la position des électrodes est disponible à l'annexe C et est décrite plus en détail à la section 4.1.3. Les données sont inversées, en choisissant un facteur de régularisation de lissage relativement faible ( $\lambda = 10$ ) dans ce cas-ci et l'optimisation s'arrête lorsqu'un des critères d'arrêt suivant est atteint

$$\chi^2 = \frac{\Phi_d}{N} \leq 1 \quad \text{ou} \quad \Delta\Phi_d = 1 - \left( \frac{\Phi_{d,t}}{\Phi_{d,t-1}} \right) \leq 0.02. \quad (3.15)$$

avec

$$\Phi_d = \sum_{i=1}^N \left( \frac{(d_i - f_i(\mathbf{m}))}{\epsilon_i} \right)^2 \quad (3.16)$$

Ces inversions durent entre 42 et 67 secondes chacune et permettent d'obtenir un modèle de résistivité en trois dimensions. À la fin de l'inversion les erreurs  $\chi^2$  se situaient entre 3 et 20. Dans la mesure où un  $\chi^2 = 1$  signifie que la différence entre les données réelles et les données simulées correspond au modèle d'erreur, celui défini par l'équation 3.11 semble sous-estimer l'erreur des données.

Pour visualiser le modèle inversé, une coupe est effectuée au centre de la colonne, dans le plan contenant les électrodes. Les cellules situées à 2 *cm* de part et d'autre du plan sont conservées pour faire une interpolation sur une grille régulière en deux dimensions. Les résultats de l'inversion sont présentés à la figure 3.14 pour 10 pas de temps.

La tendance générale de la figure 3.14 montre une augmentation de la résistivité au cours du temps, elle est due à la désaturation de la colonne. Les 20 *cm* du haut et du bas de la colonne présentent une résistivité élevée puisqu'on y retrouve des stériles et que ceux-ci se désaturent rapidement, tel que nous l'avons constaté avec les données des sondes hydrogéologiques. Ce phénomène est effectivement observé pour les stériles du bas, la résistivité passe de 30 à 300  $\Omega m$  au cours de la première journée. Toutefois, étant donné que les électrodes sont positionnées entre 0.05 et 1 *m*, la sensibilité des mesures est très faible entre 1 et 1.2 *m* et l'inversion ne permet pas de reconstruire la résistivité élevée dans le haut de la colonne. Dans plusieurs résultats d'inversion (a, c, d, e, f, h et i), il y a une zone plus conductrice entre 0.2 et 0.4 *m*, qui est plus prononcée aux extrémités qu'au centre de la colonne. Il s'agit probablement de la zone où les résidus ont le degré de saturation le plus élevé et donc, la conductivité électrique la plus élevée. Il est possible que cette zone soit mieux reconstruite près des électrodes puisque la sensibilité des mesures y est plus élevée.

La sensibilité d'une cellule du modèle correspond à la variation des données mesurées lors d'un changement de la résistivité électrique de cette cellule : une zone ayant une faible sensibilité aura peu d'influence sur les données mesurées. La figure 3.15 présente la distribution de la sensibilité pour l'inversion de la figure 3.14 c).

La distribution de sensibilité diffère légèrement d'une inversion à l'autre puisque les configurations de mesures peuvent varier à cause de l'étape de filtrage. Certaines tendances sont tout de même valides pour toutes les distributions de sensibilité. Tout d'abord, la sensibilité est maximale au niveau des électrodes situées dans les résidus (entre 0.2 et 1 *m*). De plus, malgré les électrodes placées entre 0 et 0.2 *m*, la sensibilité est plus faible dans cette zone puisque les stériles au bas de la colonne sont très résistifs. Finalement, la sensibilité est minimale dans les stériles dans le haut de la colonne (entre 1 et 1.2 *m*) puisqu'il n'y a pas d'électrodes dans cette zone. Les régions ayant une sensibilité élevée peuvent être interprétées avec plus de confiance.

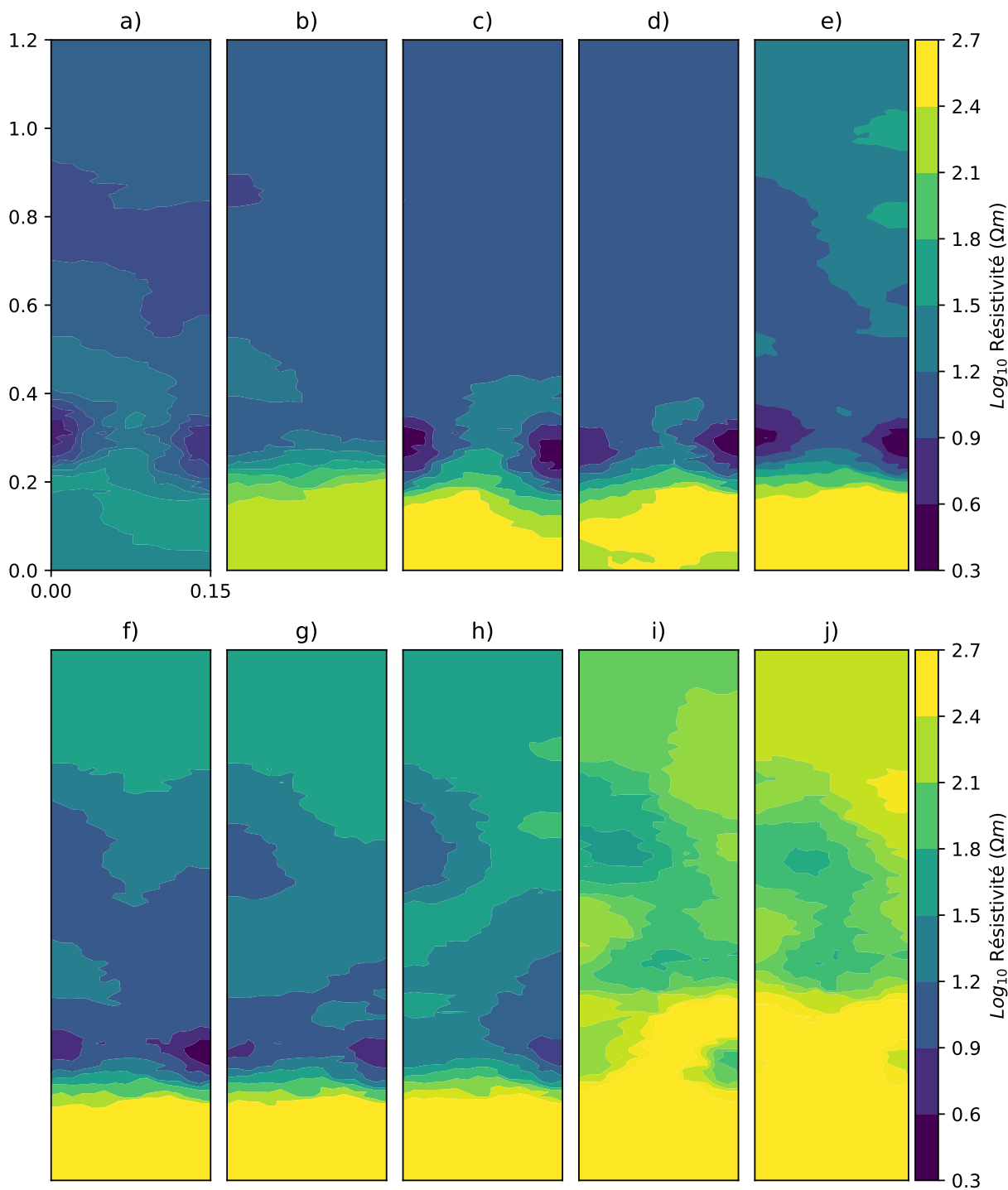


FIGURE 3.14 Distributions de résistivité obtenues par inversion 3D aux temps a) Initial b) 1h30 c) 2h30 d) 25h e) 9 jours f) 22 jours g) 34 jours h) 44 jours i) 74 jours j) 89 jours

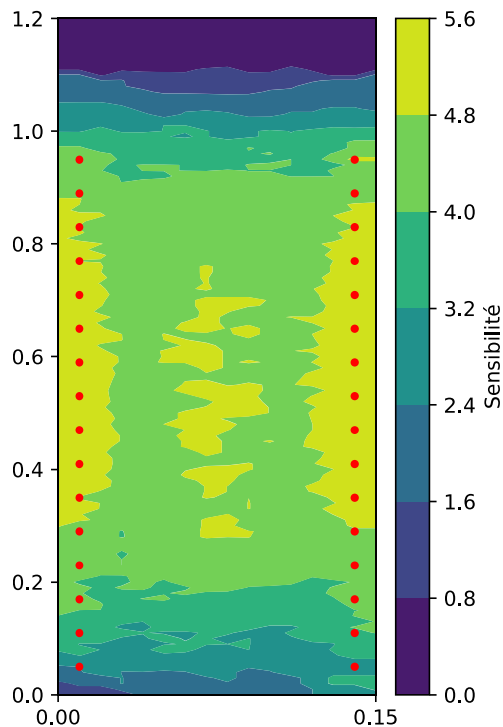


FIGURE 3.15 Distribution de la sensibilité de l'inversion en trois dimensions des données ERT prises à 2h30 (figure 3.14 c). Les points rouges correspondent à la position des électrodes.

### 3.4 Comparaison des données

#### 3.4.1 Conductivité électrique

D'une part, les sondes hydrogéologiques Teros 12 mesurent la conductivité électrique  $\sigma_{sondes}$  à 6 emplacements dans la colonne. D'autre part, l'inversion 3D des données ERT donne une distribution de la résistivité électrique, qui correspond à l'inverse de la conductivité électrique. À partir de la distribution de la conductivité électrique en trois dimensions, il est possible d'obtenir la conductivité électrique vis-à-vis des sondes hydrogéologiques en calculant la moyenne des valeurs qui se trouvent à l'intérieur du volume d'investigation des sondes avec

$$\sigma_{inversion} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_n, \quad (3.17)$$

où  $\sigma_n$  correspond à la conductivité électrique de la cellule  $n$  et  $N$  correspond au nombre de cellules faisant partie du volume d'investigation de la sonde. Le volume d'investigation des sondes est illustré par la zone ombragée à la figure 3.16.

La figure 3.17 permet donc de comparer les conductivités électriques mesurées par les sondes



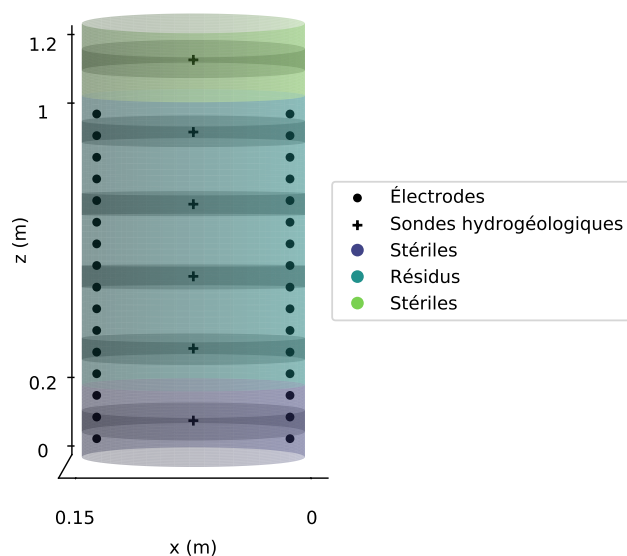


FIGURE 3.16 Schéma de la colonne expérimentale incluant la position des électrodes et des sondes hydrogéologiques. Les zones ombragées autour des sondes correspondent à leur volume d'investigation.

et par l'ERT aux mêmes emplacements. Étant donné que la sensibilité des mesures ERT dans les stériles est très faible, ces données ne sont pas incluses dans ce graphique.

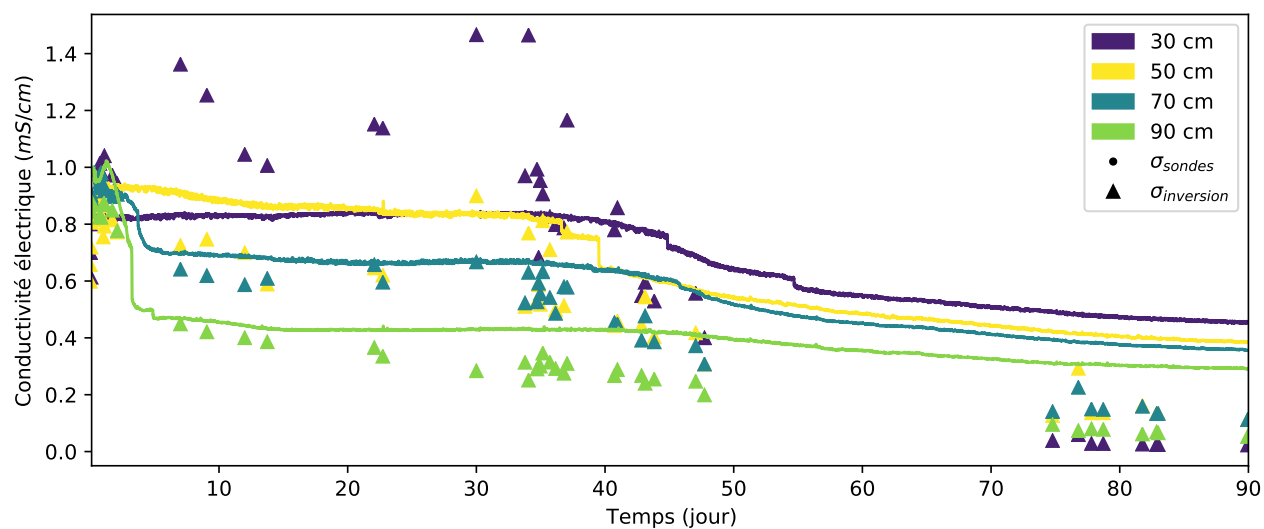


FIGURE 3.17 Comparaison entre la conductivité électrique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues par inversion

On remarque premièrement que la conductivité électrique obtenue par inversion et celle mesurée par les sondes hydrogéologiques ont le même ordre de grandeur ainsi qu'une évolution

similaire au cours du temps. À l'exception des données situées à 30 *cm*, la conductivité électrique mesurée par l'ERT est toujours légèrement plus faible que celle mesurée par les sondes. Au cours des premiers jours de l'expérimentation, la conductivité électrique se situe entre 0.8 et 1 *mS/cm* pour les deux méthodes de mesures. Par la suite, il y a une décroissance qui est plus rapide lorsque la mesure est effectuée avec l'ERT. Entre 75 et 90 jours, la conductivité électrique mesurée par l'inversion se situe entre 0.05 et 0.15 *mS/cm* tandis que celle mesurée par les sondes se situe entre 0.3 et 0.45 *mS/cm*. Pour les sondes hydrogéologiques à 70 et 90 *cm*, la conductivité électrique obtenue par inversion est relativement stable dans le temps malgré le fait qu'aucune régularisation dans le temps n'ait été appliquée lors de l'inversion des données.

La figure 3.18 permet de comparer les valeurs de conductivité électrique mesurée par les sondes et obtenues par inversion, pour tous les pas de temps et aux mêmes emplacements.

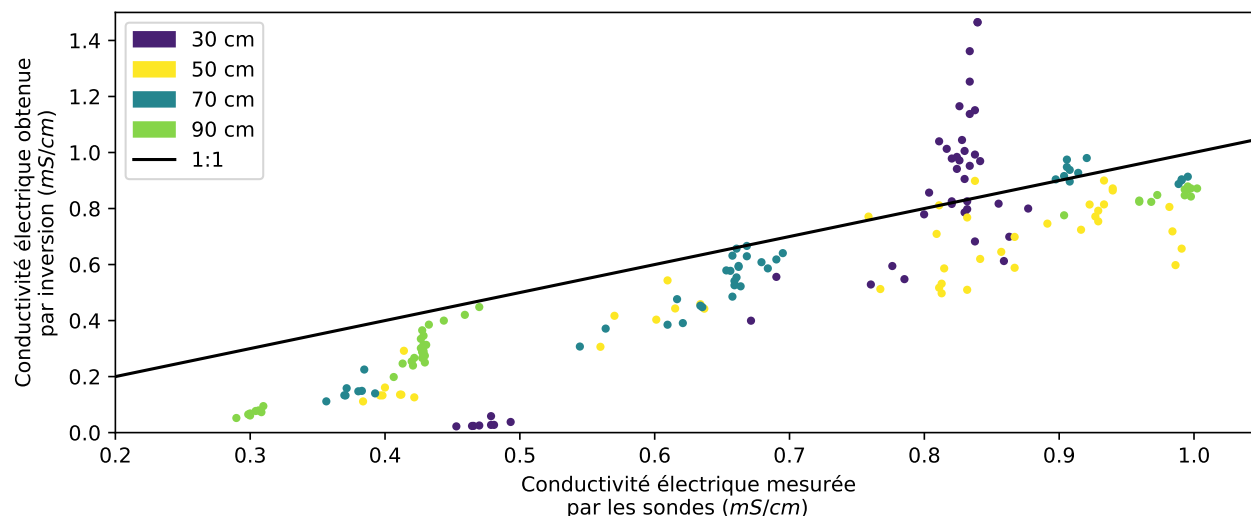


FIGURE 3.18 Comparaison de la conductivité électrique obtenue par inversion et mesurée par les sondes hydrogéologiques.

Pour l'ensemble des données à l'exception de celles mesurées à 30 *cm*, la conductivité électrique obtenue par inversion est plus faible que celle mesurée par les sondes hydrogéologiques. Étant donné la proximité de la sonde à 30 *cm* avec les stériles miniers, il est probable qu'une sous estimation de la conductivité électrique des stériles soit compensée par une surestimation de la conductivité dans les résidus lors de l'inversion des données. Par ailleurs, Hen-Jones et al. (2017) ont montré que la résistivité mesurée avec l'ERT (avec 4 points de mesure) est jusqu'à 10 fois plus faible que si elle était mesurée avec les sondes hydrogéologiques (avec 2 points de mesures) pour les teneurs en eau inférieures à 0.2  $m^3/m^3$  et que la différence était négligeable pour les teneurs en eau plus élevées. Cela concorde avec les résultats de la

figure 3.18 puisque les données présentées correspondent toutes à une teneur en eau supérieure à  $0.25 \text{ m}^3/\text{m}^3$  et les valeurs de conductivités électriques par ERT et par les sondes sont similaires.

### 3.4.2 Relation pétrophysique

Afin de pouvoir évaluer la teneur en eau du sol à partir des mesures de tomographie de résistivité électrique, il est nécessaire de définir une relation pétrophysique telle que la relation d'Archie qui relie la teneur en eau et la conductivité électrique (équation 2.2). La figure 3.19 présente les données de conductivité électrique obtenues par inversion en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes Teros 12 pour tous les pas de temps.

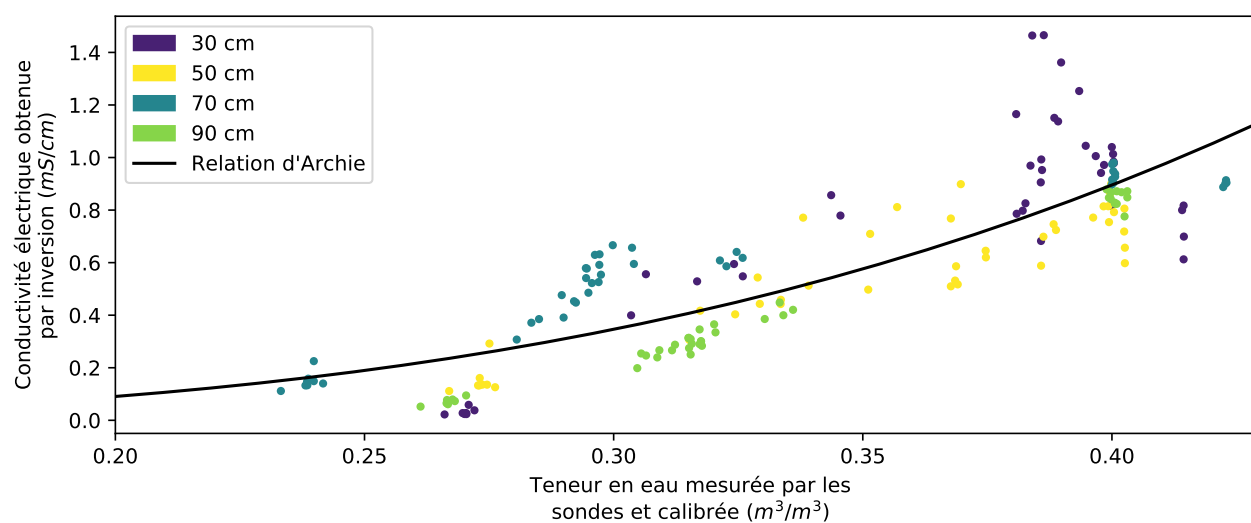


FIGURE 3.19 Données expérimentales de conductivité électrique obtenues par inversion en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes à différentes hauteurs dans la colonne utilisée pour la calibration de la relation d'Archie.

À la figure 3.19, la relation entre la teneur en eau mesurée par les sondes et la conductivité électrique obtenue par inversion est relativement diffuse et varie d'une sonde à l'autre. Par exemple, une teneur en eau de  $0.3 \text{ m}^3/\text{m}^3$  peut être associée à une conductivité électrique entre  $0.2$  et  $0.65 \text{ mS/cm}$  et une conductivité électrique de  $0.8 \text{ mS/cm}$  peut être associée à une teneur en eau entre  $0.34$  et  $0.42 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . Cette dispersion de la relation pétrophysique peut être expliquée par plusieurs facteurs. D'abord, les changements temporels de température, de conductivité électrique du fluide ou de porosité ne sont pas pris en compte dans cette analyse, mais ces paramètres pourraient avoir une influence sur la mesure de conductivité électrique du milieu. Pour cette étude, aucune correction n'a été appliquée sur la relation

pétrophysique pour la température et la conductivité électrique du fluide, mais cela constituerait une amélioration intéressante puisque ces données sont disponibles grâce aux mesures des sondes hydrogéologiques (figure 3.8). Ensuite, l'inversion a généralement comme effet de lisser le modèle inversé, ce qui pourrait introduire un biais dans l'estimation de la conductivité électrique à certains emplacements. À partir de ces données, nous cherchons à déterminer une relation pétrophysique unique afin d'estimer la teneur en eau à partir de la conductivité électrique ou l'inverse, estimer la conductivité électrique à partir de la teneur en eau.

Les paramètres  $a_a$ ,  $n_a$ ,  $m_a$  et  $\sigma_w$  de la relation d'Archie (équation 2.2) peuvent être déduits en résolvant l'équation de minimisation suivante,

$$\underset{a_a, n_a, m_a, \sigma_w}{\text{minimiser}} \sqrt{\left(\epsilon_{\sigma_{Archie}}\right)^2 + \left(\epsilon_{\theta_{Archie}}\right)^2}, \quad (3.18)$$

où  $\epsilon_{\sigma_{Archie}}$  ( $mS/cm$ ) et  $\epsilon_{\theta_{Archie}}$  ( $m^3/m^3$ ) correspondent respectivement aux erreurs de la relation d'Archie lors de l'estimation de la teneur en eau et de la conductivité électrique. Ces erreurs sont définies par

$$\epsilon_{\sigma_{Archie}} = \sigma_{Archie} - \sigma_{inv} \quad (3.19)$$

et

$$\epsilon_{\theta_{Archie}} = \theta_{Archie} - \theta_{calibre}, \quad (3.20)$$

où  $\sigma_{inv}$  correspond à la conductivité électrique obtenue par inversion et  $\theta_{calibre}$  à la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques (données illustrées à la figure 3.19). Les expressions  $\sigma_{Archie}$  et  $\theta_{Archie}$  sont respectivement les estimations de la conductivité électrique et de la teneur en eau par la relation d'Archie. Elles s'expriment par

$$\sigma_{Archie} = f_{Archie}(\theta_{calibre}, a_a, n_a, m_a, \sigma_w) = \frac{n^{n_a}}{a_a} \left(\frac{\theta_{calibre}}{n}\right)^{m_a} \sigma_w \quad (3.21)$$

et

$$\theta_{Archie} = f_{Archie}^{-1}(\sigma_{inv}, a_a, n_a, m_a, \sigma_w) = n \left(\frac{\sigma_{inv} a_a}{\sigma_w n^{n_a}}\right)^{-m_a}, \quad (3.22)$$

où la porosité  $n$  est fixée à 0.4 puisque cela correspond à la porosité des résidus dans la colonne expérimentale. En pratique, cette approche consiste donc à trouver un modèle d'Archie qui permet de minimiser la distance entre chaque couple  $(\theta, \sigma)$  et la courbe théorique du modèle d'Archie (courbe noire sur la figure 3.19). Les limites des paramètres  $a_a$ ,  $n_a$  et  $m_a$  ont été

choisies d'après Liu et al. (2015) et les limites de la conductivité électrique du fluide ont été déterminées à partir de la figure 3.8. Le tableau 3.9 présente ces limites ainsi que les valeurs des paramètres d'Archie décrivant la relation pétrophysique dans les résidus miniers. La relation obtenue est comparée aux données à la figure 3.19.

Paramètres d'Archie	Limite inférieure	Limite supérieure	Valeur obtenue par optimisation
$a_a$ (-)	0.5	1.5	1.0
$n_a$ (-)	1	3	1.6
$m_a$ (-)	1	4	3.3
$\sigma_w$ (mS/cm)	1	10	4.0

TABLEAU 3.9 Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers

**Incertitude de la loi d'Archie** La relation d'Archie étant utilisée dans les filtres de Kalman d'ensemble, il est avantageux de caractériser son erreur afin de pouvoir ajouter un bruit gaussien représentant son incertitude. La moyenne, la moyenne de la valeur absolue et l'écart-type des erreurs définies par les équations 3.19 et 3.20 peuvent être calculés avec

$$\mu_\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \epsilon_n, \quad \mu_{|\epsilon|} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\epsilon_n| \quad \text{et} \quad \sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\epsilon_n - 0)^2} \quad (3.23)$$

Pour la caractérisation de l'erreur sur la conductivité électrique, nous utilisons l'erreur relative puisque les valeurs de conductivité électrique peuvent varier sur plusieurs ordres de grandeur. Les résultats de la caractérisation de l'erreur relative de la conductivité électrique et l'erreur absolue de la teneur en eau estimées par la relation d'Archie sont disponibles au tableau 3.10.

Paramètre	$\epsilon_{\%,\sigma_{Archie}}$ (%)	$\epsilon_{\theta_{Archie}}$ ( $m^3/m^3$ )
$\mu_\epsilon$	-0.1	0.008
$\mu_{ \epsilon }$	30.0	0.033
$\sigma_\epsilon$	27.3	0.044

TABLEAU 3.10 Caractérisation de l'erreur de la relation d'Archie

Les moyennes des erreurs  $\epsilon_{\%,\sigma_{Archie}}$  et  $\epsilon_{\theta_{Archie}}$  sont respectivement de -0.1 % et de 0.008  $m^3/m^3$ . Puisque les moyennes sont très proches de 0 et que l'erreur ne comprend pas de biais systématique (observé à la figure 3.19), nous utiliserons une moyenne nulle pour les deux distributions d'erreur. À titre indicatif, les moyennes des erreurs en valeurs absolues

sont de 30 % pour la conductivité électrique et de  $0.033 \text{ m}^3/\text{m}^3$  pour la teneur en eau. Il est à noter que les écarts-types sont calculés en considérant une moyenne nulle, ils sont de 27.3 % pour l'estimation de la conductivité électrique et de  $0.044 \text{ m}^3/\text{m}^3$  pour l'estimation de la teneur en eau. Finalement, pour l'utilisation de la relation d'Archie dans les filtres de Kalman d'ensemble, nous faisons l'hypothèse que les erreurs des relations directe et inverse peuvent être considérées comme des variables aléatoires suivant les lois normales suivantes

$$\epsilon_{\sigma_{Archie}} \sim \mathcal{N}(0, (0.27 \cdot \sigma_{Archie})^2) \quad \text{et} \quad \epsilon_{\theta_{Archie}} \sim \mathcal{N}(0, 0.044^2). \quad (3.24)$$

### 3.4.3 Teneur en eau

Par la suite, la relation pétrophysique décrite précédemment permet de calculer la distribution de la teneur en eau volumique à partir des distributions de résistivité obtenue par inversion (figure 3.14). La figure 3.20 illustre la distribution de teneur en eau au cours du temps à l'intérieur de la colonne expérimentale. Quelques valeurs de teneur en eau étaient plus élevées que la porosité; elles ont donc été modifiées pour obtenir une saturation maximale de 100%.

À la figure 3.20, les stériles situés dans les 20 centimètres inférieurs de la colonne se désaturent dès la première heure tandis que les résidus situés entre 20 et 80 centimètres se désaturent progressivement au cours des 90 jours. Étant donné que la sensibilité de l'inversion est très faible dans les 20 *cm* supérieurs de la colonne, on observe une désaturation progressive de ces matériaux, ce qui ne concorde pas avec les observations des sondes hydrogéologiques. En effet, la figure 3.8 montre une désaturation rapide des stériles dans le haut de la colonne (110 *cm*).

Il est maintenant possible de comparer les données de teneur en eau volumique mesurées par les sondes hydrogéologiques et celles obtenues par inversion aux mêmes endroits. La figure 3.21 présente ces résultats à 4 hauteurs différentes dans les résidus miniers de la colonne expérimentale.

Tout d'abord, on note qu'au cours des deux premiers jours de mesure, les deux méthodes mesurent une teneur en eau volumique très similaire. Toutefois, entre le 10<sup>e</sup> et 50<sup>e</sup> jour, la teneur en eau est surestimée par la méthode électrique par rapport aux mesures des sondes à 30 et 70 *cm*, tandis qu'elle est sous-estimée à 50 et 90 *cm*. Les valeurs de teneur en eau mesurées par les deux méthodes à 50 et 70 *cm* semblent comprendre la plus faible erreur ( $< 0.05 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ) ce qui peut s'expliquer par un meilleur ajustement de la relation pétrophysique pour ces emplacements tel qu'illustré à la figure 3.19. Ensuite, les variations temporelles de

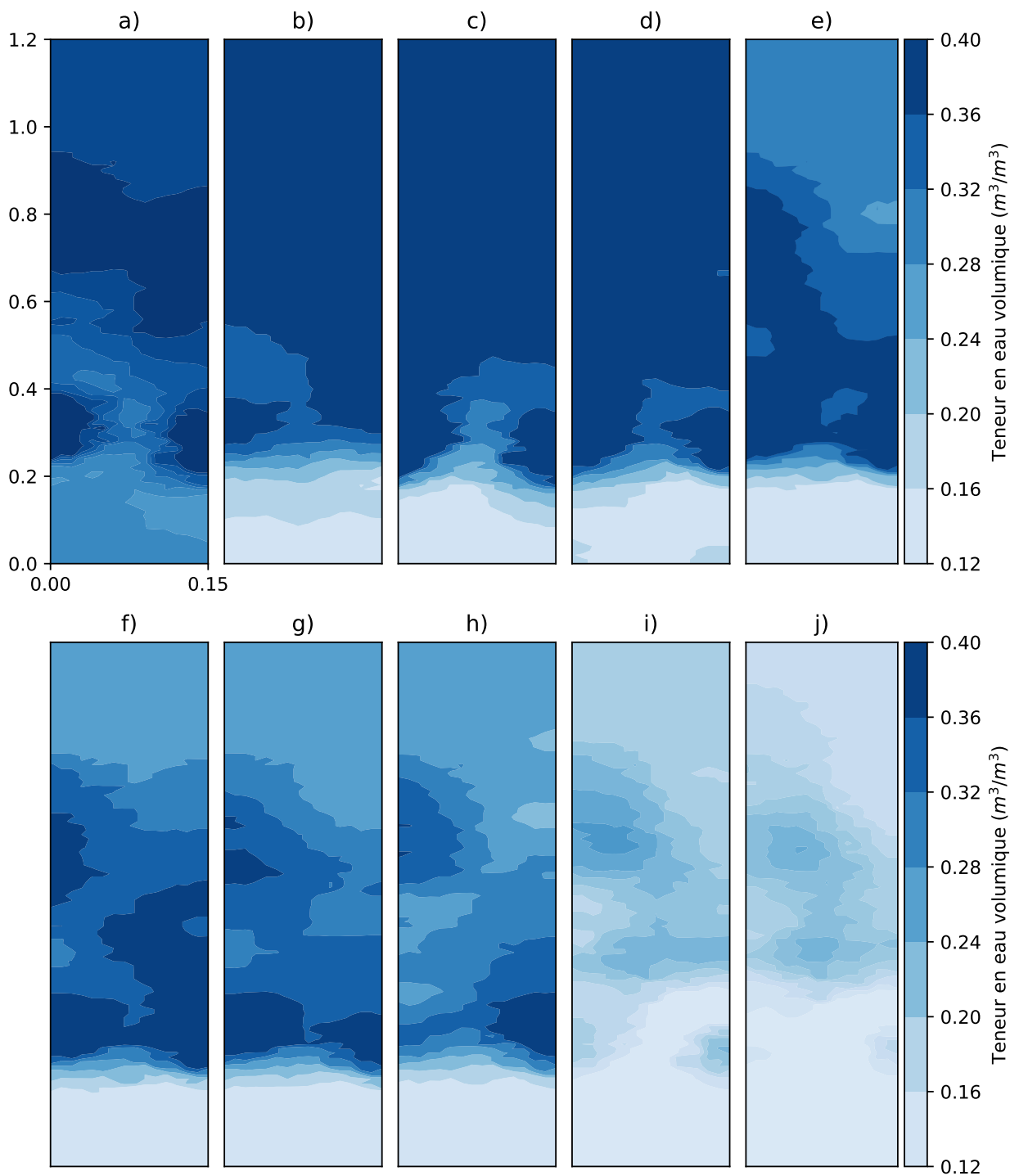


FIGURE 3.20 Distributions de la teneur en eau obtenues par inversion des données ERT et loi d'Archie aux temps a) Initial b) 1h30 c) 2h30 d) 25h e) 9 jours f) 22 jours g) 34 jours h) 44 jours i) 74 jours j) 89 jours

teneur en eau volumique sont similaires pour les deux méthodes de mesures : il y a une

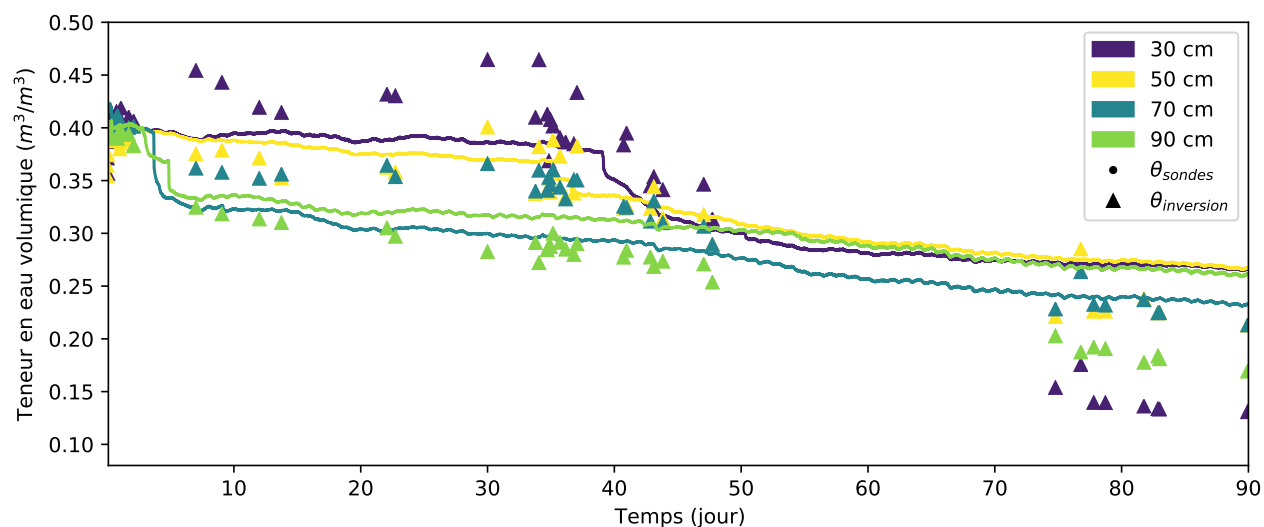


FIGURE 3.21 Comparaison entre la teneur en eau volumique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues à partir des données de tomographie de résistivité électrique.

diminution au cours du temps et elle est plus marquée vers le 40<sup>e</sup> jour pour les sondes à 30 et 50 *cm*. En résumé, on note que la teneur en eau volumique est relativement bien estimée par la méthode électrique au cours des 50 premiers jours puis elle est systématiquement sous-estimée.

La figure 3.22 permet de visualiser la précision et l'exactitude de l'estimation de la teneur en eau par tomographie de résistivité électrique.

Les résultats de la figure 3.22 concordent avec ceux obtenus à la figure 3.19 b) où il est possible de noter que les points sont distribués également de part et d'autre de la ligne 1 : 1, ce qui signifie que la moyenne de l'erreur entre la teneur en eau obtenue par inversion et par les sondes hydrogéologiques est proche de 0. De plus, la plupart des points ont une erreur inférieure à  $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$  tandis que quelques points ont une erreur supérieure à  $0.05 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . On remarque enfin que la teneur en eau estimée par inversion est beaucoup plus faible que la teneur en eau mesurée par les sondes après 75 jours de drainage. Ceci peut s'expliquer par le fait que la relation d'Archie optimisée ne corresponde pas aux données mesurées pour des faibles valeurs de teneur en eau.

La méthodologie décrite ci-après est généralement suivie pour estimer la teneur en eau à partir des données ERT. Les données de résistance sont d'abord inversées afin de retrouver la distribution de la conductivité électrique. La distribution de la conductivité électrique est ensuite transformée en distribution de la teneur en eau en utilisant un modèle pétrophysique comme la loi d'Archie. Pour cette expérimentation de laboratoire, il est possible de conclure que la méthodologie permet d'estimer la teneur en eau avec une erreur absolue moyenne



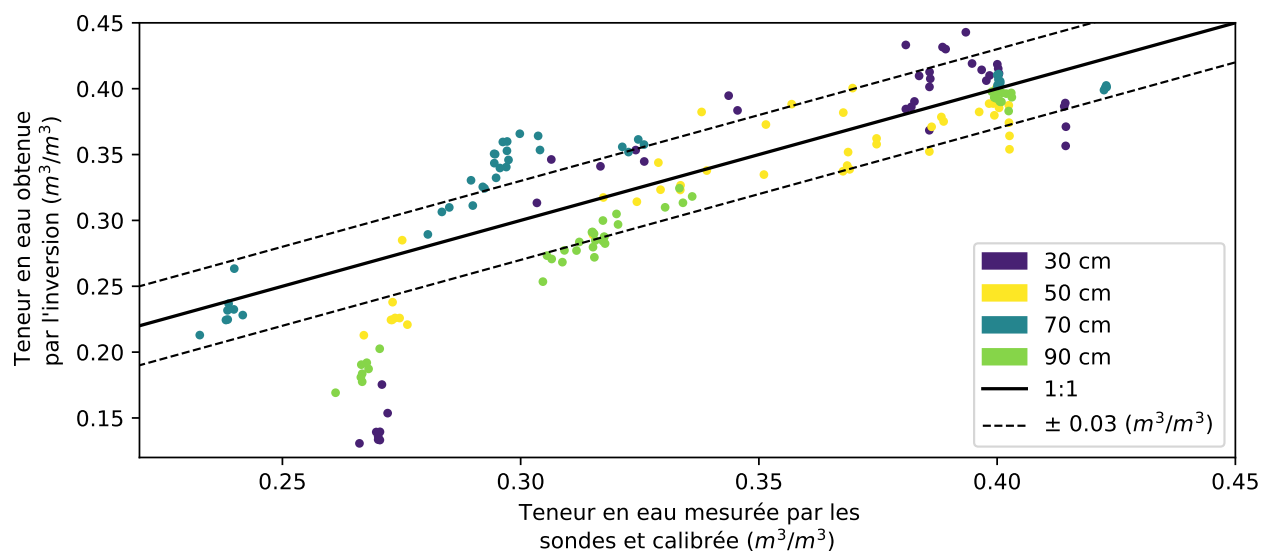


FIGURE 3.22 Comparaison entre la teneur en eau obtenue par inversion des données ERT et mesurée par les sondes hydrogéologiques pour certaines positions dans la colonne expérimentale.

de  $0.033 m^3/m^3$  (tableau 3.10). Ces résultats sont obtenus en considérant que la teneur en eau réelle est celle mesurée par les sondes hydrogéologiques après calibration. Cette erreur est comparable à celle de la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques, qui vaut  $0.024 m^3/m^3$  considérant que la teneur en eau réelle est obtenue par la méthode gravimétrique (tableau 3.6).

Ces résultats démontrent que la tomographie de résistivité électrique permet d'estimer adéquatement la teneur en eau volumique dans les résidus miniers pour une expérimentation de laboratoire contrôlée. Plusieurs facteurs favorables ont permis d'obtenir cette précision moyenne de  $0.033 m^3/m^3$ . Par exemple, la colonne de laboratoire ayant un volume relativement restreint, l'utilisation de seulement 32 électrodes a permis d'imager la conductivité électrique avec une bonne résolution spatiale. De plus, puisque les données ont été prises en laboratoire, dans un environnement contrôlé, les variations de la température (écarts de  $7^\circ C$ ) et de la conductivité électrique du fluide (écarts de  $2.5 mS/cm$ ) n'ont pas compromis significativement la qualité des résultats. Selon le modèle développé par Hayley et al. (2007), une variation de  $7^\circ C$  modifierait d'environ 15% la conductivité électrique mesurée. Dans une situation plus complexe, l'estimation de la teneur en eau par ERT pourrait être améliorée, par exemple, en prenant en compte les changements temporels de température et de conductivité électrique du fluide afin d'isoler les variations de conductivité électriques du milieu uniquement dues aux fluctuations de la teneur en eau. De plus, l'inversion des données pourrait être effectuée avec des méthodes plus avancées. D'une part, l'inversion pétrophysique conjointe des données ERT et des données de teneur en eau aurait pu permettre

de contraindre les résultats d'inversion en fonction des mesures de teneur en eau des sondes. D'autre part, une contrainte temporelle aurait pu être ajoutée lors de l'inversion des données afin de minimiser les différences entre deux pas de temps consécutifs et ainsi stabiliser davantage les résultats d'inversion. Une autre amélioration aurait pu consister à calibrer la relation pétrophysique en utilisant la conductivité électrique mesurée par la méthode ERT et la teneur en eau mesurée avec la méthode gravimétrique, ce qui aurait demandé une étape de calibration supplémentaire semblable à la calibration des sondes hydrogéologiques.

### **3.5 Amélioration de l'expérimentation**

Certains aspects de l'expérimentation de laboratoire auraient pu être améliorés. Par exemple, dans la configuration actuelle, les électrodes sont fixées sur des tiges verticales, le long desquelles remontent également les câbles des sondes hydrogéologiques. Cet alignement vertical pourrait produire des chemins d'écoulement préférentiel. Idéalement, les câbles des électrodes et des sondes hydrogéologiques devraient sortir horizontalement en perçant la colonne et en s'assurant de l'étanchéité. De plus, il aurait été intéressant d'obtenir des données ayant davantage de variations de teneur en eau, par exemple, en effectuant des cycles de mouillage/-séchage. À certains moments, il aurait aussi été avantageux d'avoir une meilleure résolution temporelle pour les mesures ERT, notamment entre le 50<sup>e</sup> et 75<sup>e</sup> jour où aucune donnée n'est disponible. Finalement, le démantèlement de la colonne à la fin de l'expérimentation aurait permis de vérifier la teneur en eau réelle à l'aide de la méthode gravimétrique afin de s'assurer de l'exactitude des mesures des sondes après quelques mois d'utilisation.

## CHAPITRE 4 ASSIMILATION DE DONNÉES EN HYDROGÉOPHYSIQUE

### 4.1 Méthodologie

Au dernier chapitre, l'expérimentation de laboratoire représentant une couverture à effet de barrière capillaire a été présentée. Des données ERT et de sondes hydrogéologiques ont été acquises afin d'obtenir de l'information sur l'état de teneur en eau dans la couche de rétention d'eau de la CEBC. Cette section permet de développer une méthodologie d'assimilation de données par filtre de Kalman d'ensemble afin d'estimer l'état de teneur en eau ( $\mathbf{X}$ ) à partir des observations de résistivité électrique et de teneur en eau ( $\mathbf{D}$ ) mesurées dans la colonne de laboratoire au cours du temps. La figure 4.1 présente cette démarche.

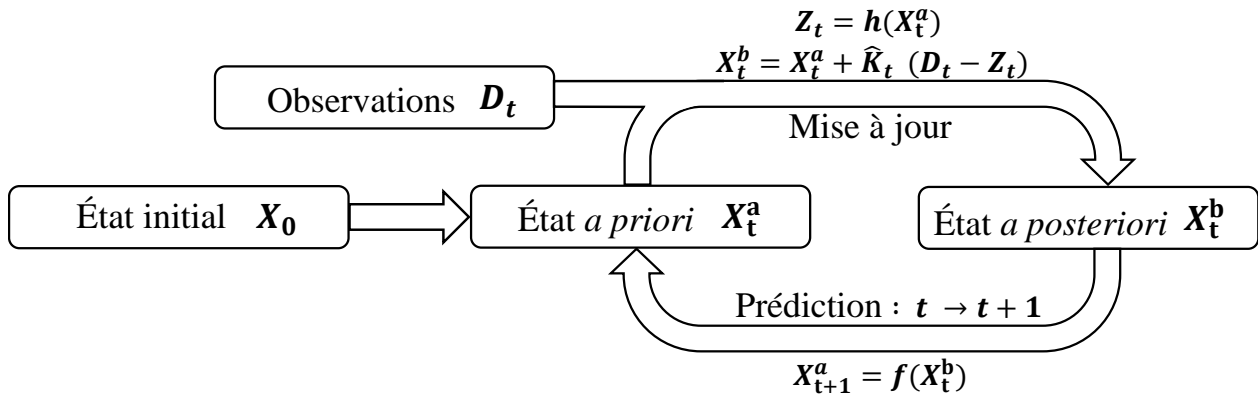


FIGURE 4.1 Schéma de la méthodologie de l'assimilation séquentielle de données par filtre de Kalman d'ensemble.

Dans les filtres de Kalman d'ensemble, l'étape de prédiction, définie par l'équation 2.101, s'exprime par

$$\mathbf{x}_t^{a,q} = f(\mathbf{x}_{t-1}^{b,q}) + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t}),$$

où la fonction de prédiction  $f$  et la covariance de l'état *a priori*  $\mathbf{C}_{ff,t}$  doivent être définies. Dans ce cas-ci, la fonction de prédiction correspond à une modélisation hydrogéologique régissant l'écoulement de l'eau à l'intérieur de la colonne, elle est décrite à la section 4.1.1. L'étape de mise à jour vise à combiner l'état *a priori* et les observations avec l'équation

$$\mathbf{X}_t^b = \mathbf{X}_t^a + \hat{\mathbf{K}}_t(\mathbf{D}_t - \mathbf{Z}_t).$$

où  $\mathbf{Z}_t$  correspond aux observations simulées à partir de l'état *a priori*

$$\mathbf{Z}_t = h(\mathbf{X}_t^a) + \mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{hh,t}).$$

Il est donc nécessaire de définir la fonction d'observation  $h$  permettant de simuler les observations de l'état *a priori*. Des perturbations de la fonction d'observation peuvent également être ajoutées. Dans ce cas-ci, nous définirons deux fonctions d'observation, la première utilisée pour simuler les observations des sondes hydrogéologiques (section 4.1.2) et la seconde pour simuler les observations de la tomographie de résistivité électrique (section 4.1.3).

#### 4.1.1 Fonction de prédiction : Modélisation hydrogéologique

La fonction de prédiction  $f$  correspond à la modélisation hydrogéologique de l'expérimentation de laboratoire puisqu'elle permet de prédire l'état de teneur en eau au temps  $t$  à partir de l'état au temps précédent  $t - 1$ . L'écoulement de l'eau dans un milieu poreux non saturé est décrit par l'équation de Richards (équation 2.58) qui s'exprime par

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla (\mathbf{K}(\psi) \cdot \nabla \psi) + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{K}(\psi) + S. \quad (4.1)$$

Dans ce projet, nous utilisons le logiciel Pflotran pour la résolution de l'équation de Richards en 1D. Les paramètres nécessaires pour la modélisation hydrogéologique sont décrits ci-dessous.

Premièrement, un maillage permettant de discrétiser la colonne de laboratoire est créé. Afin d'être utilisée comme fonction de prédiction pour les filtres de Kalman d'ensemble, la modélisation hydrogéologique doit être suffisamment rapide. Le nombre de cellules doit donc être minimisé tout en gardant une résolution suffisante et en évitant les problèmes de convergence. En faisant l'hypothèse que la colonne expérimentale est homogène horizontalement, la modélisation hydrogéologique peut être effectuée en une seule dimension. La colonne expérimentale est donc discrétisée en une grille structurée ayant une seule cellule en  $X$  et  $Y$ , et 240 cellules en  $Z$ . Les cellules ont respectivement des dimensions de 0.1  $m$ , 0.1  $m$  et 0.005  $m$  en  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  afin d'atteindre la hauteur réelle de 1.2  $m$ .

Deuxièmement, les propriétés des matériaux sont définies et les matériaux sont assignés aux cellules du maillage. Il est nécessaire de définir la porosité, la tortuosité, la perméabilité et les

propriétés non saturées de chacun des matériaux. La courbe de rétention d'eau et la fonction de perméabilité sont définies respectivement par les modèles de Van Genuchten (équation 2.51) et de Mualem (équation 2.53), en spécifiant la valeur des paramètres  $m_{vg}$ ,  $\alpha_{vg}$ ,  $\theta_{r,vg}$  et la perméabilité. Ces propriétés sont considérées comme homogènes pour chacun des matériaux. Cependant, afin d'ajouter une perturbation à la fonction de prédiction  $\mathcal{N}(0, \mathbf{C}_{ff,t})$ , chacun des membres de l'ensemble a des propriétés légèrement différentes, tirées aléatoirement à partir des distributions normales présentées au tableau 3.4. Les figures 4.2 et 4.3 présentent un exemple de dix courbes de rétention d'eau et de fonctions de perméabilité des résidus et stériles miniers obtenues par cette démarche.

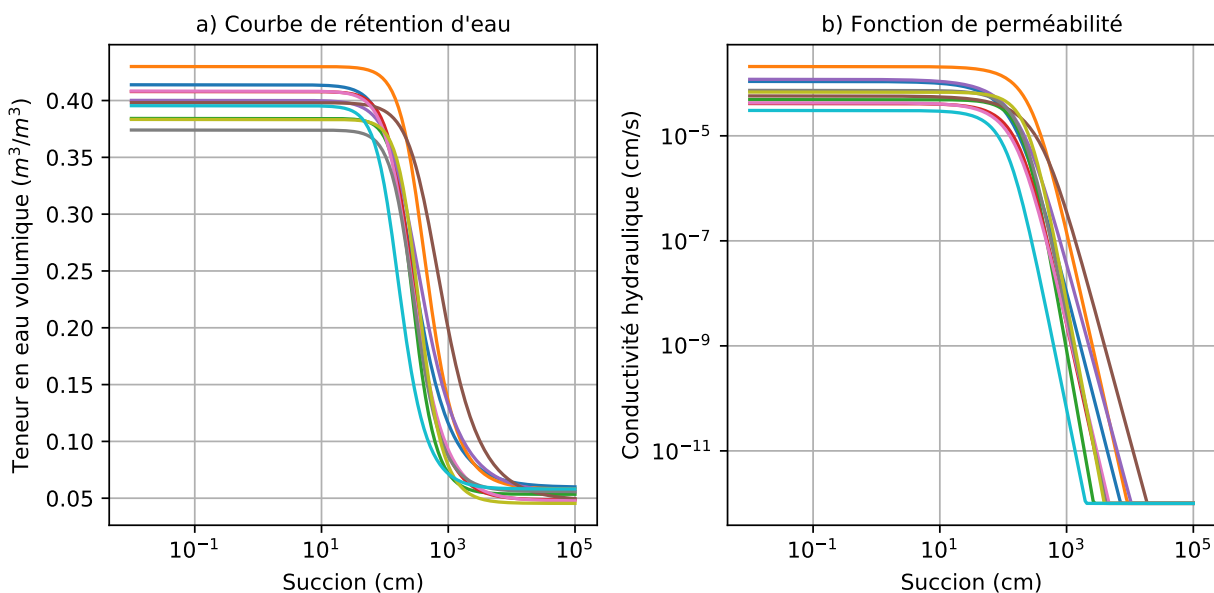


FIGURE 4.2 Exemple de a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité pour les résidus dont les propriétés sont tirées aléatoirement à partir des distributions de probabilité du tableau 3.4

Enfin, tel qu'illustré à la figure 3.1, la colonne expérimentale comprend trois couches de matériaux, soit 20 *cm* de stériles, 80 *cm* de résidus et 20 *cm* de stériles. Les propriétés des matériaux sont attribuées aux cellules du modèle en fonction de cette géométrie.

Troisièmement, les conditions aux frontières et initiales sont définies. Tout d'abord, une condition de Neumann représentant un flux nul est imposée à la frontière supérieure de la colonne. L'évaporation de l'eau par le haut de la colonne est alors négligée, ce qui est une simplification par rapport au dispositif expérimental. Puis, à la base de la colonne, une condition de Dirichlet impose une valeur de succion constante à la base de la colonne afin de représenter la nappe phréatique à une profondeur de 5 m. Enfin, la condition initiale de

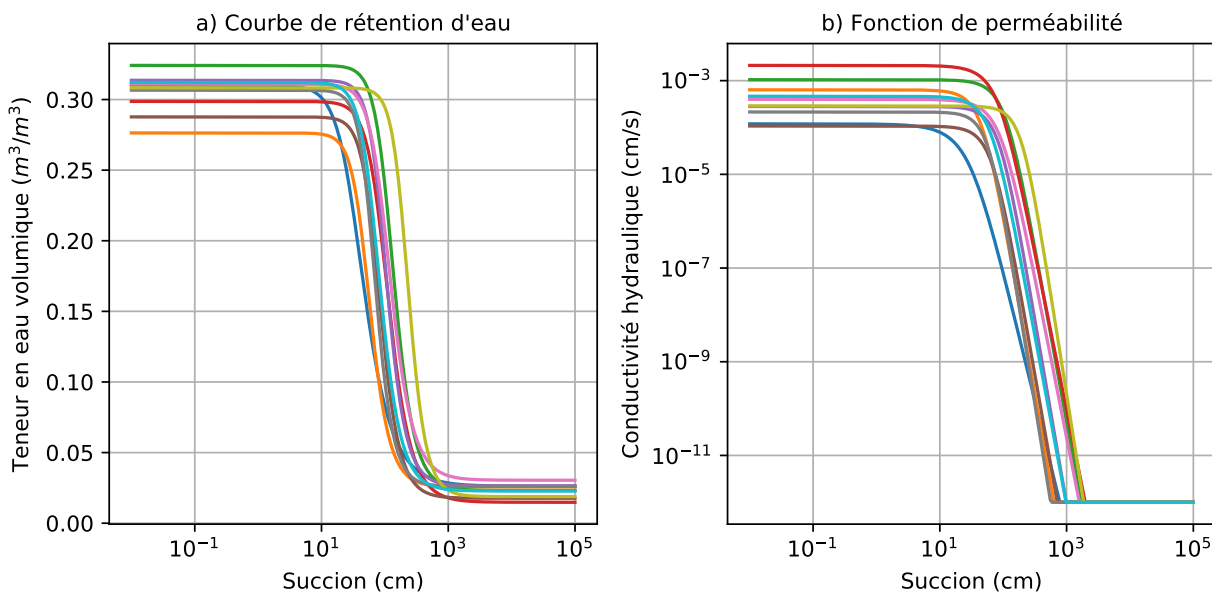


FIGURE 4.3 Exemple de a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité pour les stériles dont les propriétés sont tirées aléatoirement à partir des distributions de probabilité du tableau 3.4

la modélisation doit représenter la distribution de teneur en eau à l'intérieur de la colonne expérimentale. Cependant, le logiciel Pflotran ne permet pas d'utiliser directement la teneur en eau comme condition initiale, mais permet plutôt l'utilisation d'un profil de pression absolue. Par conséquent, le profil de teneur en eau est préalablement converti en profil de pression à partir des équations 2.35 et 2.52. La condition initiale de pression absolue est ensuite appliquée à tout le domaine pour y imposer une saturation de 100%.

Finalement, la durée de la modélisation est définie en fonction du pas de temps pour lequel la prochaine observation est disponible pour l'assimilation de données. À la fin de la modélisation, le profil de teneur en eau est enregistré, il correspond directement à l'état *a priori*. À titre d'exemple, la figure 4.4 présente des modélisations hydrogéologiques où varient uniquement les propriétés des matériaux afin d'observer l'influence de ces variations sur la teneur en eau au cours du temps.

Ainsi, à la figure 4.4, il est possible de noter la grande variabilité des modélisations hydrogéologiques pour les distributions de propriétés décrites ci-haut. À titre d'exemple, la teneur en eau dans les résidus les plus fins reste proche de la saturation tout au long de la modélisation (courbes oranges et brunes) tandis qu'elle atteint des valeurs proches de la teneur en eau résiduelle dans les cas pour lesquels le contraste entre les propriétés hydrogéologiques des résidus et des stériles est moins marqué (courbes vertes et jaunes). Cette désaturation plus rapide semble donc être associée à une moins bonne performance de l'effet de barrière

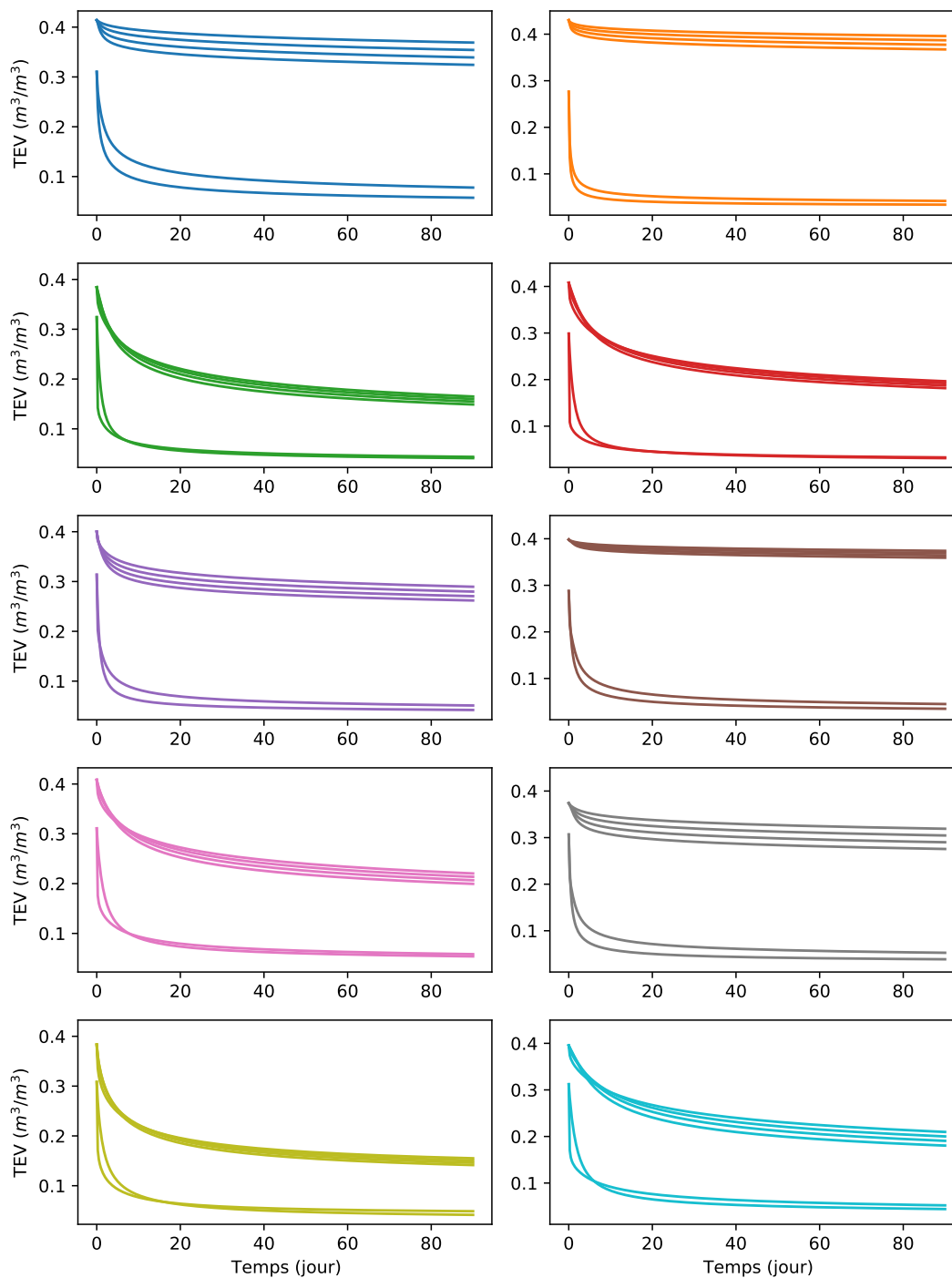


FIGURE 4.4 Résultats de modélisations hydrogéologiques avec les résidus et stériles ayant les propriétés aléatoires illustrées aux figures 4.2 et 4.3. Chaque résultat présente la TEV mesurée à 10, 30, 50, 70, 90 et 110 cm.

capillaire. Cette méthodologie assure une variabilité au sein de l'ensemble *a priori* à chaque itération de l'assimilation de données, évitant ainsi de sous-estimer la covariance de l'état *a*

*priori*.

#### 4.1.2 Fonction d'observation : Sondes de teneur en eau

À l'étape de mise à jour, des observations sont simulées à partir de l'état *a priori* afin de pouvoir les comparer aux observations réelles. Tel que décrit à la section 3.1.5, la colonne de laboratoire comprend 6 sondes hydrogéologiques Teros 12. Il est donc nécessaire de créer une fonction d'observation  $\mathbf{H}_{T12}$  permettant de simuler la lecture des sondes hydrogéologiques à l'intérieur de la colonne pour une distribution de teneur en eau donnée.

Le volume d'investigation des sondes Teros12 est de 1010 *mL*, lorsqu'elles sont placées à l'horizontale, comme dans la colonne expérimentale, le volume d'influence s'étend de 3 *cm* au-dessus et 3 *cm* en dessous de la sonde (MeterGroup, 2019).

Pour simuler les observations  $\mathbf{z}_t$  à partir de la distribution de la teneur en eau  $\mathbf{x}_t^a$ , il suffit d'effectuer une opération matricielle telle que

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H}_{T12}\mathbf{x}_t^a, \quad (4.2)$$

où la matrice d'observation  $\mathbf{H}_{T12}$  prend en compte la position et le volume d'investigation des sondes. Par exemple, si l'état  $\mathbf{x}_t^a$  comprend 240 paramètres et que  $\mathbf{z}_t$  comprend 6 observations, la matrice  $\mathbf{H}_{T12}$  peut être représentée graphiquement par la figure 4.5, où une mesure de teneur en eau correspond à la moyenne de 12 cellules autour de la sonde.



FIGURE 4.5 Exemple graphique de la matrice d'observation de la teneur en eau de taille  $6 \times 240$ . Les valeurs en violet sont nulles et celles en jaune sont égales à  $1/12$ .

De plus, un bruit peut être ajouté aux observations simulées. Sachant que l'erreur des sondes Teros 12 par rapport à la teneur en eau réelle est caractérisée par l'équation 3.7, la fonction d'observation des sondes hydrogéologiques peut être définie par

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H}_{T12}\mathbf{x}_t^a + \mathcal{N}(0, 0.029^2), \quad (4.3)$$



### 4.1.3 Fonction d'observation : Tomographie de résistivité électrique

Deux étapes sont nécessaires pour simuler les observations ERT à partir de la distribution de teneur en eau, elles sont schématisées à la figure 4.6. En premier lieu, la relation pétrophysique permet de traduire le vecteur de teneur en eau en conductivité électrique du milieu. En second lieu, la modélisation électrique permet de reproduire les mesures de résistance.

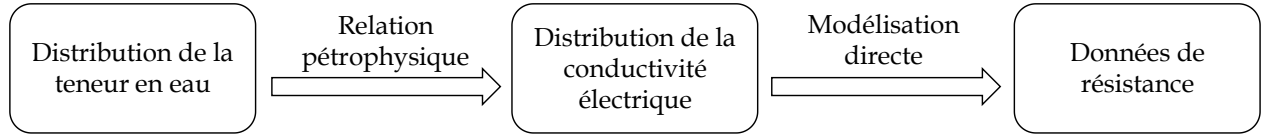


FIGURE 4.6 Étapes pour la simulation des observations ERT

#### Relation pétrophysique

La relation pétrophysique utilisée pour cette expérimentation est décrite précédemment à la section 3.4.2, il s'agit de la relation d'Archie, exprimée par

$$f_{Archie}(\theta) = \frac{n^{n_a}}{a_a} \left( \frac{\theta}{n} \right)^{m_a} \sigma_w$$

où  $a_a$ ,  $n_a$ ,  $m_a$  et  $\sigma_w$  valent respectivement 1.0 (–), 1.6 (–), 3.3 (–) et 4.0 ( $mS/cm$ ). De plus, l'incertitude de la relation pétrophysique étant caractérisée par l'équation 3.24, la première partie de la fonction d'observation ERT est définie par

$$\sigma = f_{Archie}(\theta) + \mathcal{N}(0, (0.27 \cdot f_{Archie}(\theta))^2), \quad (4.4)$$

où  $\theta$  correspond à la teneur en eau volumique de l'état *a priori*  $\mathbf{x}_t^a$  et  $\sigma$  correspond à la distribution de la conductivité électrique. La figure 4.7 illustre la conversion des données de teneur en eau en conductivité électrique avec l'ajout de bruit.

#### Modélisation géophysique

Tel que mentionné à la section 2.1.3, la modélisation directe  $\mathcal{F}$  permet de simuler des mesures ERT à partir de la distribution de la conductivité électrique à l'intérieur de la colonne

$$R = \mathcal{F}(\sigma). \quad (4.5)$$

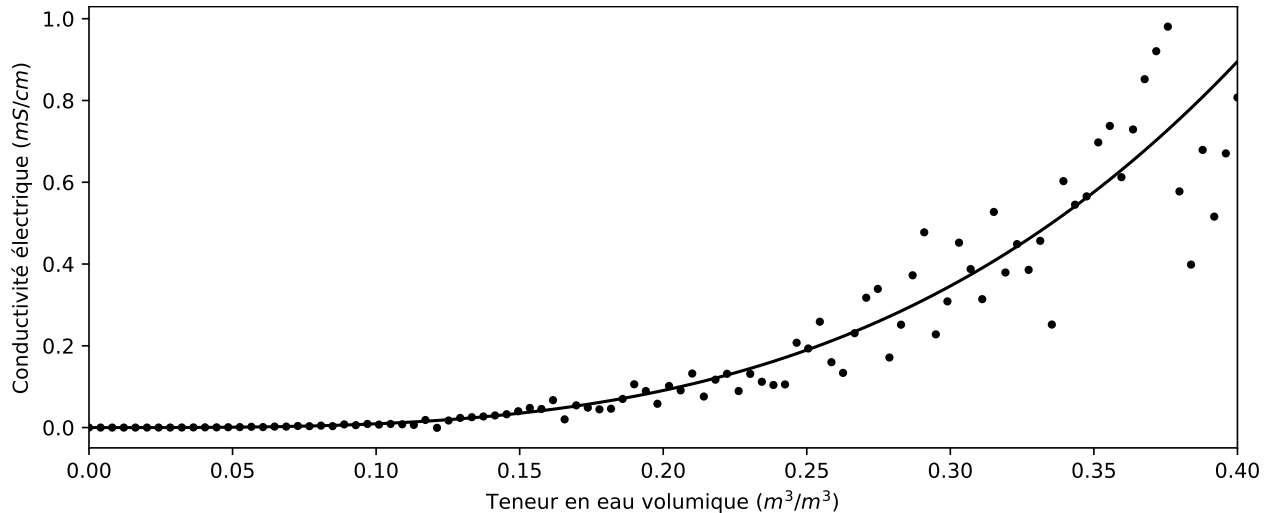


FIGURE 4.7 Relation pétrophysique exacte (ligne continue) et bruitée (points) pour l'estimation de la conductivité électrique du milieu à partir de la teneur en eau volumique.

L'équation différentielle 2.12 correspond au problème de modélisation en tomographie de résistivité électrique, il est possible de la résoudre pour n'importe quelle géométrie et configuration de mesures à l'aide du logiciel pyGIMLi/pyBERT. Les principales étapes sont décrites ci-dessous.

La première partie consiste en la création de la géométrie de la colonne expérimentale. La colonne de laboratoire est discrétisée en trois dimensions par un cylindre d'un diamètre de 15 cm et d'une hauteur de 1.2 m. Avant la création du maillage, des nœuds sont ajoutés à la géométrie afin d'intégrer la position des électrodes et de raffiner le maillage. Par la suite, puisque la géométrie de la colonne de laboratoire est fermée, des conditions frontières de type Neumann sont assignées pour toutes les surfaces du cylindre afin d'imposer un gradient du potentiel électrique nul aux frontières. Ensuite, le maillage non structuré composé de cellules tétraédriques est généré par triangulation de Delaunay avec le logiciel *TetGen* (Si, 2015). Dans ce cas-ci, en choisissant un raffinement moyen, le maillage contient 5685 cellules. La figure 4.8 représente la géométrie de la colonne avant la création du maillage.

Les arguments d'entrée à la modélisation électrique sont le profil vertical de conductivité électrique en 1D et leur position  $z$ . À partir de ces arguments, une valeur de conductivité électrique est assignée à chaque cellule du maillage tridimensionnel en fonction de leur position  $z$  par interpolation linéaire. Puis, le protocole de mesure définissant les électrodes de courant et de potentiel est enregistré. Il s'agit du protocole de mesure utilisé pour les mesures expérimentales et décrit à la section 3.3.1. Finalement, les données ERT en 3D sont simulées pour la distribution de conductivité donnée en entrée afin d'obtenir les valeurs de résistance qui seraient mesurées dans ces conditions. Un bruit aléatoire représentatif de l'incertitude des

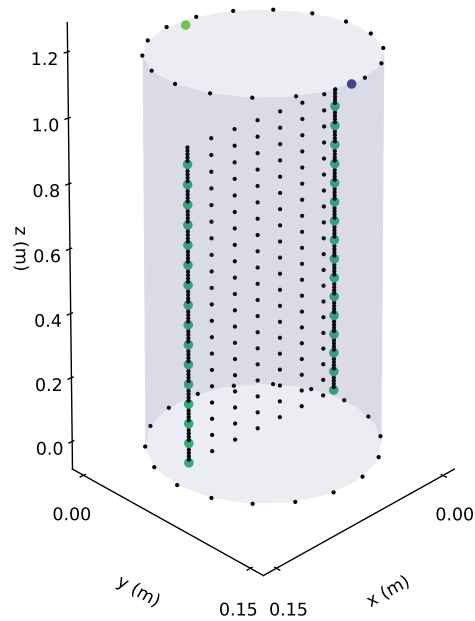


FIGURE 4.8 Géométrie de la colonne expérimentale pour la modélisation directe en ERT. Les points verts sont les électrodes et les points noirs sont les points utilisés pour la construction et le raffinement du maillage.

données de résistances expérimentales peut ensuite être ajoutée à l'aide de l'équation 3.14. La seconde partie de la fonction d'observation ERT est donc définie par

$$R = \mathcal{F}(\sigma) + \mathcal{N}(0, (0.067 \cdot \mathcal{F}(\sigma))^2) + \mathcal{N}(0, 0.001^2) \quad (4.6)$$

Les données de résistances peuvent être assimilées directement, ou sous d'autres formes, par exemple, sous la forme de la conductance  $C$  ( $S$ ) ou de la conductivité apparente  $\sigma_a$  ( $S/m$ ) définies par

$$C = \frac{1}{R} \quad \text{et} \quad \sigma_a = \frac{1}{kR}. \quad (4.7)$$

où  $k$  est le facteur géométrique de chaque configuration de mesure électrique ( $m$ ).

Les codes pour la génération de la géométrie en trois dimensions et la modélisation ERT sont disponibles à l'annexe C.

#### 4.1.4 Augmentation de l'état

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré que l'état du système dynamique  $\mathbf{x}_t$  correspondait à la distribution verticale de la teneur en eau à l'intérieur de la colonne à un certain temps  $t$ . L'état comprend alors  $N$  variables dynamiques qui sont estimées au cours du temps, lorsque des observations sont disponibles. Comme nous l'avons vu à la section 2.4.2, des paramètres statiques du système peuvent être ajoutés à l'état afin de les estimer. Par exemple, Bouzaglou et al. (2018), Kang et al. (2018) et Camporese et al. (2015) estiment le champ de conductivité hydraulique de leur modèle en plus de la concentration d'un contaminant au cours du temps.

Il pourrait être intéressant dans notre cas de tester cette approche pour que le filtre de Kalman estime simultanément les propriétés des matériaux permettant de minimiser l'erreur entre les données réelles et synthétiques, et la teneur en eau en tout point de l'espace et au cours du temps. Cette extension des filtres de Kalman pourrait donc être l'équivalent d'une inversion hydrogéologique puisque les matériaux sont optimisés pour représenter le mieux possible le comportement hydrogéologique des matériaux réels.

Si  $K$  paramètres statiques du système sont ajoutés à l'état afin de les estimer, ces paramètres  $\mathbf{y}$  et le nouvel état  $\mathbf{x}$  peuvent être définis par les expressions suivantes

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}^K \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Ainsi, à l'étape de prédiction, les propriétés  $\mathbf{y}$  sont utilisées dans la modélisation hydrogéologique pour prédire la distribution de la teneur en eau  $\mathbf{x}_t^a$  à partir de  $\mathbf{x}_{t-1}^b$  :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_t^a \\ \mathbf{y}^a \end{pmatrix} = f \left( \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{t-1}^b \\ \mathbf{y}^b \end{pmatrix} \right), \quad (4.9)$$

où  $\mathbf{y}^b$  et  $\mathbf{y}^a$  sont égaux puisqu'ils ne sont pas modifiés à l'étape de prédiction.

Les paramètres  $\mathbf{y}$  sont modifiés à l'étape de mise à jour avec

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_t^b \\ \mathbf{y}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_t^a \\ \mathbf{y}^a \end{pmatrix} + \mathbf{K}_t \left( \begin{pmatrix} \mathbf{d}_t \\ 0 \end{pmatrix} - h \begin{pmatrix} \mathbf{x}_t^a \\ \mathbf{y}^a \end{pmatrix} \right). \quad (4.10)$$

À la section suivante, les paramètres hydrogéologiques des résidus et des stériles sont estimés dans certains cas d'assimilation. Ainsi, pour ces cas, l'état est augmenté des paramètres  $\mathbf{y}$  qui sont définis par

$$\mathbf{y} = (\mathbf{n}, \mathbf{k}, \boldsymbol{\alpha}_{vg}, \mathbf{m}_{vg}, \boldsymbol{\theta}_{r,vg}) \quad (4.11)$$

où  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{k}$  et  $(\boldsymbol{\alpha}_{vg}, \mathbf{m}_{vg}, \boldsymbol{\theta}_{r,vg})$  correspondent respectivement à la porosité, la perméabilité, et les paramètres de Van Genuchten pour les résidus et les stériles.

#### 4.1.5 Mesure de la performance de l'assimilation de données

La performance des différents scénarios d'assimilation de données synthétiques peut être évaluée en comparant l'état *a posteriori*  $\mathbf{x}^b$  estimé par les filtres et l'état réel  $\mathbf{x}^r$ , issu du cas synthétique. En premier lieu, la moyenne de déviation absolue  $\epsilon_{AAB}$  (*average absolute bias*) permet de mesurer l'écart absolu de chacun des membres par rapport à l'état réel. Elle s'exprime par

$$\epsilon_{AAB} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |\mathbf{x}_n^{b,q} - \mathbf{x}_n^r|, \quad (4.12)$$

où  $N$  correspond au nombre de paramètres dans l'état,  $Q$  à la taille de l'ensemble,  $\mathbf{x}^b$  à l'état *a posteriori* et  $\mathbf{x}^r$  à l'état réel. En second lieu, l'état *a posteriori* moyen  $\hat{\mathbf{X}}^b$  correspondant à la meilleure estimation du filtre, il est possible de calculer l'erreur absolue par rapport à l'état réel  $\mathbf{x}^r$  avec

$$\epsilon^b = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{\mathbf{X}}_n^b - \mathbf{x}_n^r|, \quad (4.13)$$

où

$$\hat{\mathbf{X}}_n^b = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{x}_n^{b,q}. \quad (4.14)$$

Il est plus compliqué d'évaluer la performance de l'assimilation de données expérimentales puisque l'état réel  $\mathbf{x}^r$  n'est pas connu. L'état *a posteriori* obtenu par assimilation des données ERT expérimentales sera comparée aux données expérimentales des sondes hydrogéologiques, permettant ainsi d'évaluer la performance de la méthode pour l'estimation de la teneur en eau. De plus, il sera comparé à la teneur en eau obtenue par inversion afin d'évaluer la performance des deux méthodes de traitement de données ERT.

## 4.2 Assimilation de données synthétiques

Pour valider l'efficacité d'un algorithme, il est avantageux d'utiliser des données synthétiques générées par des modèles dont les propriétés sont connues. Le premier cas synthétique reproduit des données semblables à celles acquises lors de l'expérimentation de laboratoire présentée au chapitre précédent. Ce cas permet ainsi de tester l'algorithme d'assimilation de données dans un contexte similaire à l'expérimentation. Dans cette section, nous souhaitons vérifier si l'assimilation de données hydrogéophysiques permet d'estimer correctement la teneur en eau au cours du temps.

### 4.2.1 Données synthétiques

Deux cas synthétiques ont été créés afin de générer des données synthétiques qui seront ensuite assimilées par EnKF. Cette démarche permettra de valider l'efficacité de l'algorithme de filtre de Kalman d'ensemble pour l'estimation de la teneur en eau. Ces cas synthétiques sont présentés ci-dessous.

#### Cas synthétique A

Tel que décrit à la section 4.1.1, la fonction de prédiction est une modélisation hydrogéologique permettant d'estimer l'état de teneur en eau au temps  $t$  à partir de l'état de teneur en eau au temps  $t - 1$ ,

$$\mathbf{X}_t^a = f(\mathbf{X}_{t-1}^b).$$

Les conditions initiales de la modélisation sont fonction de la teneur en eau au temps précédent. Des conditions frontières sont imposées dans cette modélisation hydrogéologique de telle sorte qu'il n'y ait aucun apport d'eau dans le système. Ainsi, les changements entre les états  $\mathbf{X}_{t-1}^b$  et  $\mathbf{X}_t^a$  peuvent uniquement être expliqués par une désaturation de la colonne par le bas.

La modélisation hydrogéologique du cas synthétique A correspond à celle de la fonction de prédiction pour des conditions initiales à saturation. Toutefois, il est important de noter que les propriétés des matériaux utilisés dans la fonction de prédiction varient légèrement d'un membre à l'autre. En revanche, pour un nombre suffisamment élevé de membres, la moyenne des propriétés tendra vers celles des matériaux utilisés dans le cas synthétique. En somme, la fonction de prédiction n'est pas biaisée lorsqu'elle est appliquée au cas A.

Ce cas synthétique est utilisé dans l'objectif de valider que l'algorithme ne comprend pas d'erreur et qu'il produit une solution non biaisée. De plus, il permettra de tester l'assimilation

de données pour différentes formes de données ERT pour voir si des différences dans les résultats peuvent être observées. Finalement, il s'agit d'une modélisation hydrogéologique similaire à l'expérimentation de laboratoire, ce qui permettra de vérifier la performance du filtre dans ces conditions. D'ailleurs, la figure C.1 à l'annexe permet de comparer les teneurs en eau expérimentales et issues de ce cas synthétique.

À partir des résultats de modélisation hydrogéologique, des données synthétiques sont générées en utilisant les fonctions d'observation présentées précédemment. Les figures 4.9 et 4.10 présentent les observations de teneur en eau et de résistance issues de ce cas synthétique. Des bruits correspondant aux équations 3.7 et 3.14 ont respectivement été ajoutés aux données de teneur en eau et de résistance. Ils sont définis par

$$\epsilon_{\theta} \sim \mathcal{N}(0, 0.029^2) \quad \text{et} \quad \epsilon_R \sim \mathcal{N}(0, (0.067 \cdot R)^2) + \mathcal{N}(0, 0.001). \quad (4.15)$$

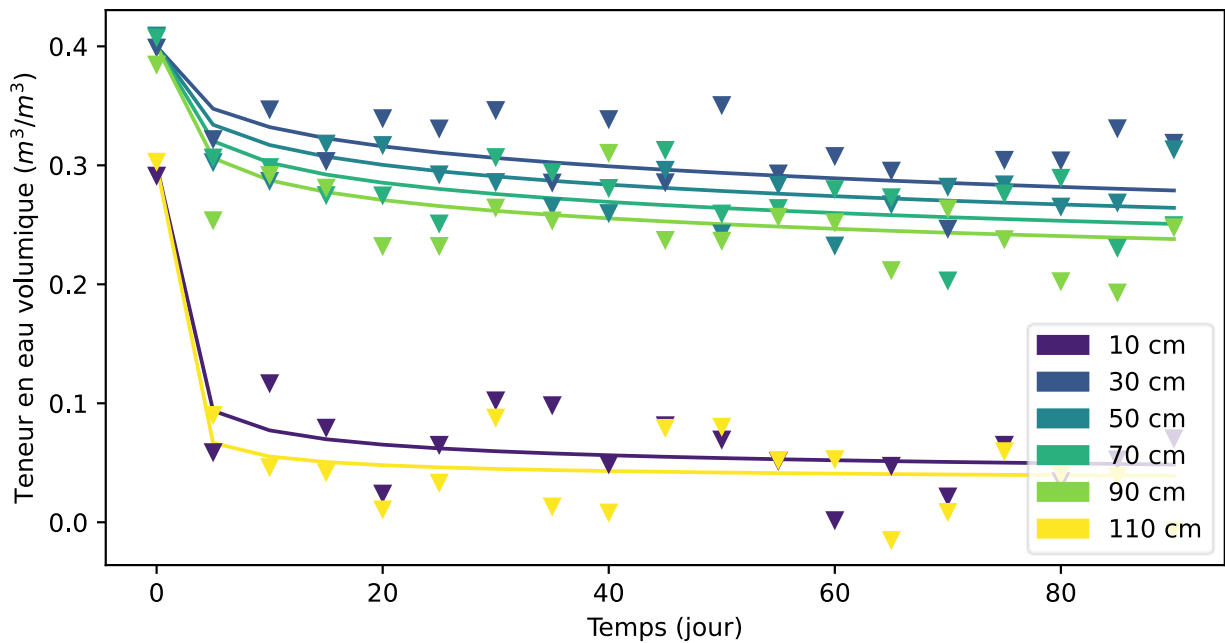


FIGURE 4.9 Données synthétiques de teneur en eau exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique A

### Cas synthétique B

Des événements de précipitation quotidiens ont été ajoutés en plus des matériaux aléatoires pour le cas B. Ceux-ci sont intégrés en modifiant les conditions aux frontières au-dessus de la colonne afin d'imposer un flux positif lorsque des précipitations sont simulées. Les données de

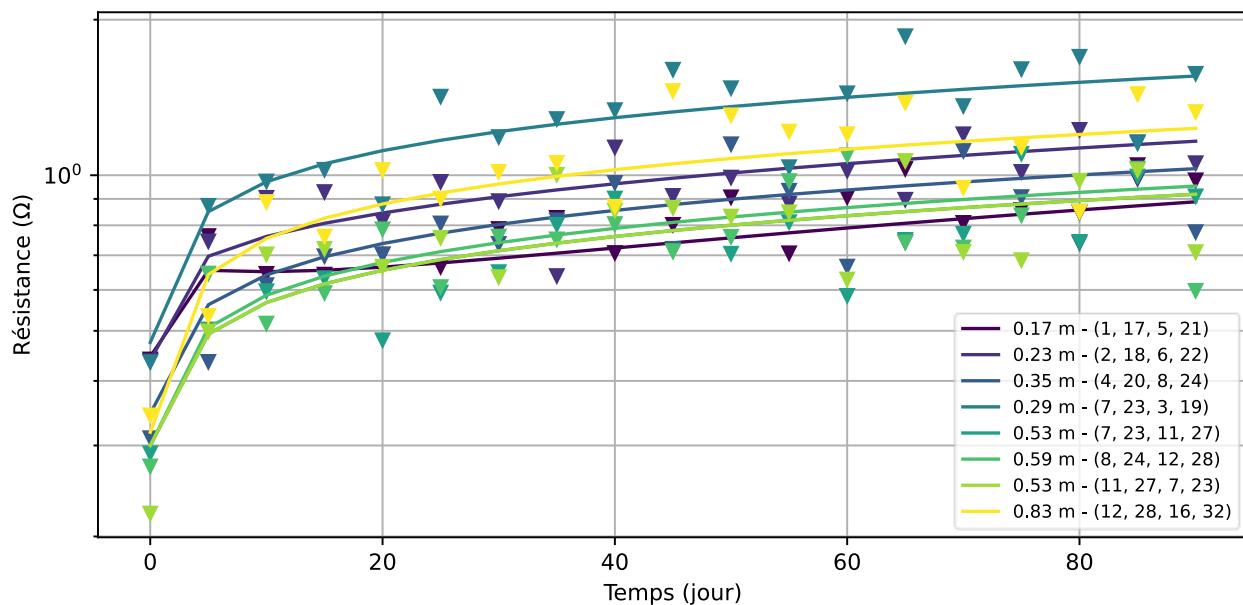


FIGURE 4.10 Données synthétiques de résistances exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique A pour quelques configurations

précipitations sont tirées des données météorologiques réelles de la mine Canadian Malartic entre le 4 juin et le 2 septembre 2021.

Ces précipitations ne sont pas prises en compte par la fonction de prédiction qui permet uniquement une désaturation de la colonne. Cela engendrera nécessairement une sous-estimation de la teneur en eau de l'état *a priori* lorsqu'il y a des précipitations.

L'utilisation de ce cas synthétique permettra de vérifier le comportement du filtre lorsque la fonction de prédiction est biaisée. De plus, ces données sont plus représentatives de ce qui pourrait être observé sur le terrain. La figure 4.11 présente les données météorologiques utilisées ainsi que les résultats de la modélisation hydrogéologique au niveau des sondes de teneur en eau.

Des données bruitées également sont simulées à partir de cette modélisation hydrogéologique, des exemples de données synthétiques de teneurs en eau et de résistances sont disponibles aux figures C.2 et C.3 à l'annexe.

#### 4.2.2 Ensemble initial

Tel que décrit à la section 3.1, la colonne expérimentale est de forme cylindrique, d'une hauteur de 120 cm et de 15 cm de diamètre, il s'agit du système dynamique que nous voulons étudier. Pour l'application des filtres de Kalman, la colonne est discrétisée en une dimension



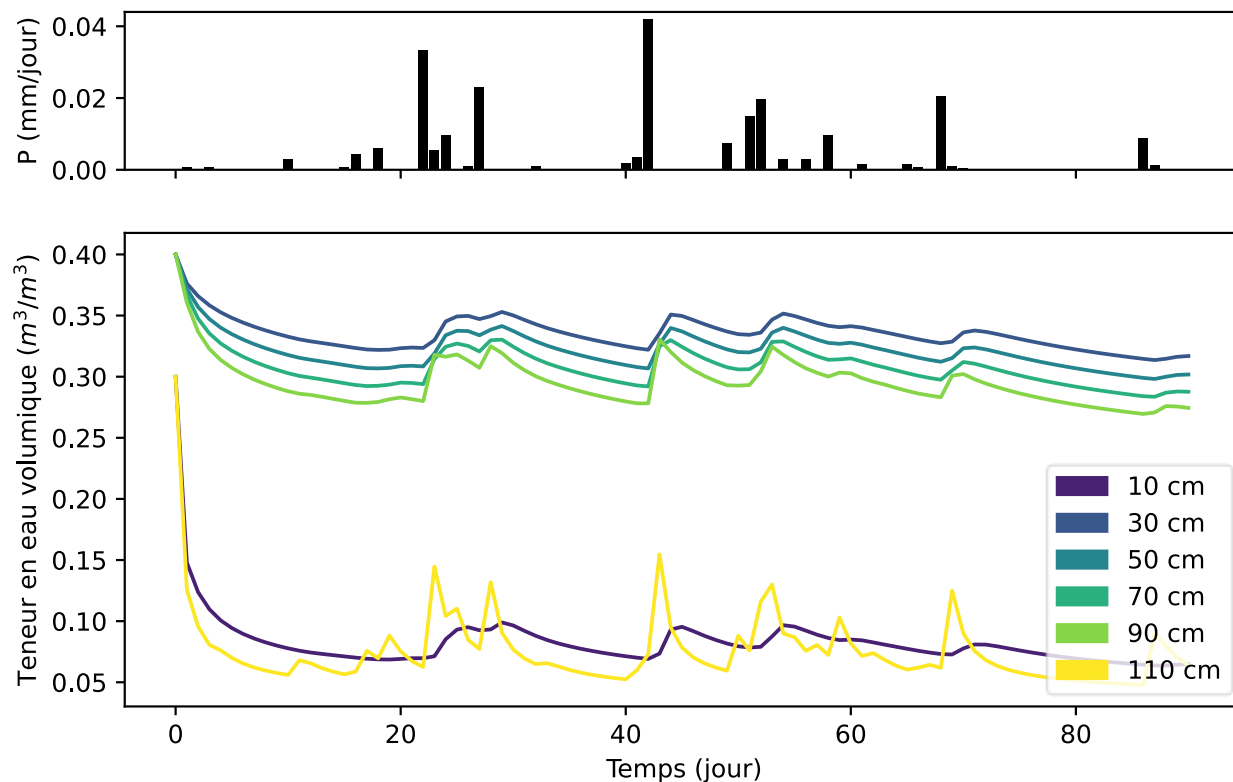


FIGURE 4.11 Cas synthétique B : Teneur en eau au cours du temps durant le drainage de la colonne expérimentale avec précipitations

par 240 cellules de 0.5 cm de hauteur. L'état que nous souhaitons estimer correspond donc au profil de la teneur en eau au niveau de ces 240 cellules.

Il est nécessaire de créer un ensemble initial où chaque membre correspond à un état possible de distribution de la teneur en eau à l'intérieur de la colonne au début de l'expérimentation. Premièrement, pour les cas synthétiques présentés ci-dessus et pour la colonne expérimentale, les matériaux sont initialement à saturation. L'état initial le plus probable correspond donc à une distribution de la teneur en eau équivalente à la distribution de la porosité dans la colonne. Cet état le plus probable doit correspondre à la moyenne de l'ensemble initial. Deuxièmement, une variabilité doit être introduite dans chacun des membres afin de représenter l'incertitude par rapport à l'état initial. La covariance échantillonnale de l'ensemble initial devrait représenter cette incertitude. Comme le suggère Evensen (2003) et De Carlo et al. (2018), l'ensemble initial est simplement obtenu en utilisant une distribution normale autour de l'état initial le plus probable. Par conséquent, les membres de l'ensemble sont des réalisations géostatistiques dont les paramètres sont disponibles au tableau 4.1.

Le choix de la moyenne et de la variance a été effectué en fonction de trois critères. En premier

Paramètres	Valeur
Moyenne (–)	0.97
Variance (–)	0.01 <sup>2</sup>
Portée ( <i>cm</i> )	3
Variogramme	Gaussien
Bornes	[0, 1]

TABLEAU 4.1 Paramètres géostatistiques pour la réalisation de l'ensemble initial de saturation

lieu, la moyenne devait être le plus près possible de la saturation ( $S_r \simeq 1$ ). En second lieu, la variance devait être maximisée afin de ne pas trop contraindre l'algorithme par l'état initial. En dernier lieu, le nombre de valeurs non physiques ( $S_r < 0$  ou  $S_r > 1$ ) devait être minimisé. Une portée de 3 *cm* est utilisée au lieu de simplement tirer des valeurs aléatoires d'une distribution normale afin de permettre à la première modélisation hydrogéologique d'avoir une condition initiale réaliste, ne variant pas de façon abrupte d'une cellule à l'autre. La figure 4.12 présente des exemples d'ensemble initiaux créés avec ces paramètres géostatistiques.

À la partie gauche de la figure, les valeurs de saturation se trouvent généralement entre 0.94 et 1. À la partie droite, on remarque que la matrice de covariance échantillonnale s'approche de la matrice de covariance exacte en augmentant le nombre de membres. En théorie, la variance des paramètres (diagonale principale de la matrice de covariance) devrait être de 0.01<sup>2</sup> et en dehors de la portée, les termes de covariances devraient être nuls. L'augmentation du nombre de membres réduit donc les fausses corrélations et permet une meilleure approximation de la variance et de la portée. L'ensemble initial de teneur en eau est obtenu en multipliant l'état initial de saturation par la porosité, un exemple est disponible à l'annexe C.4.

### 4.2.3 Présentation des scénarios testés

Différents scénarios d'assimilation de données ont été testés afin d'évaluer l'influence de certains paramètres de l'assimilation de données. Pour chacun de ces scénarios, la durée de l'expérimentation est de 90 jours et les données synthétiques simulées comportent un bruit équivalent à l'expression 4.15.

Pour chacun des scénarios, un résumé des résultats est disponible à l'annexe C et les principaux résultats sont détaillés dans cette section.

À titre d'exemple, la figure C.5 en annexe présente un exemple d'itération d'assimilation de données de teneur en eau par filtre de Kalman d'ensemble.

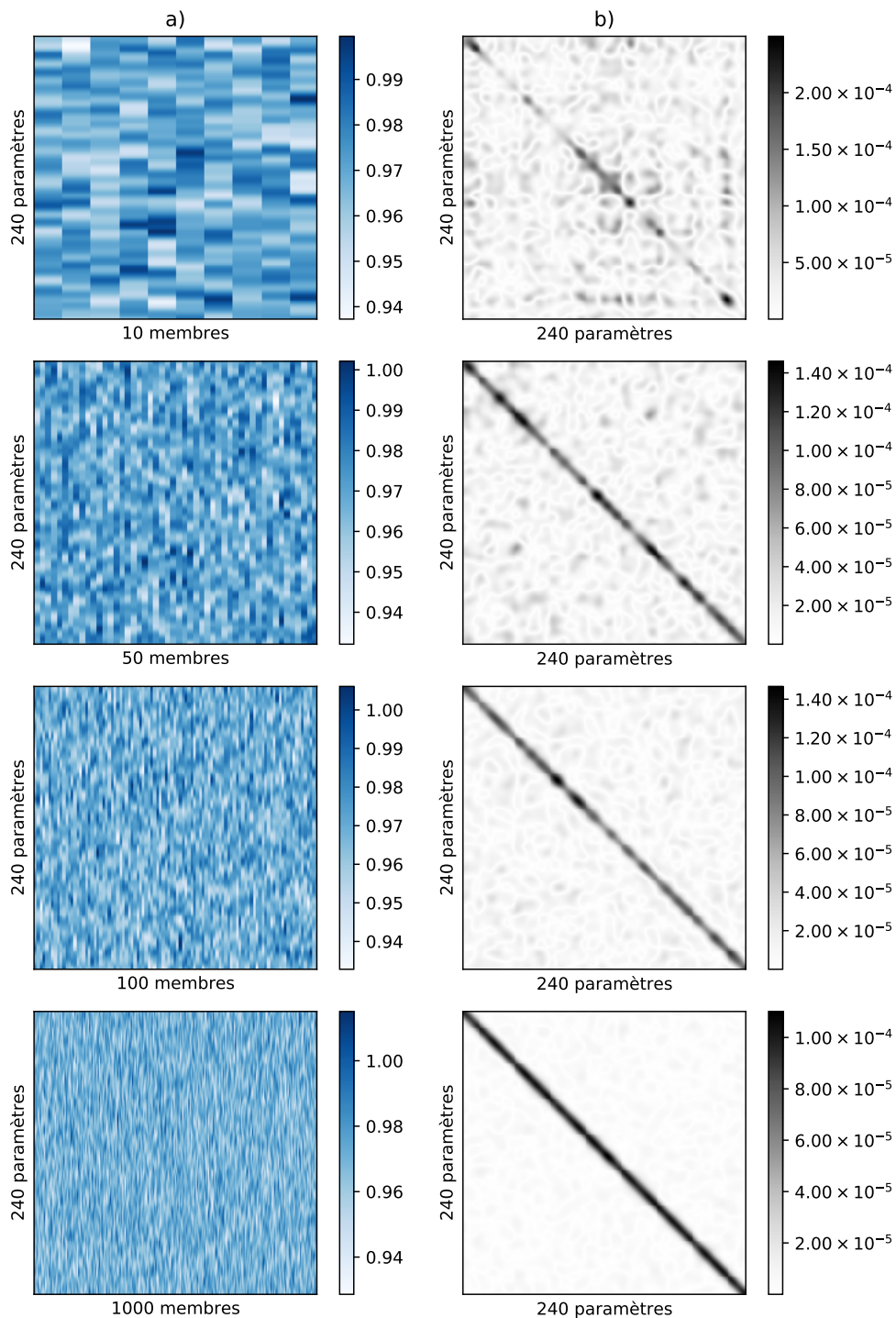


FIGURE 4.12 a) Ensembles initiaux correspondant la distribution de la saturation à l'intérieur de la colonne et b) leur matrice de covariance échantillonnale pour des ensembles comprenant 10, 50, 100 et 1000 membres.

#	Cas synthétique	Paramètres estimés	Type de données	Nombre de données	Taille de l'ensemble	Période d'assimilation	Figure
1	A	$\theta_z$	$\theta$	6	5, 10, 20, 50, 100, 250	1 jour	C.6
2	B	$\theta_z$	$\theta$	6	5, 10, 20, 50, 100, 250	1 jour	C.7
3	A	$\theta_z$	$\theta$	6	50	$1/2, 1, 2, 5, 9$ jours	C.8
4	B	$\theta_z$	$\theta$	6	50	$1/2, 1, 2, 5, 9$ jours	C.9
5	A	$\theta_z$	$R$	92	5, 10, 20, 50, 100, 250	1 jour	C.10
6	A	$\theta_z$	$1/R$	92	5, 10, 20, 50, 100, 250	1 jour	C.11
7	A	$\theta_z$	$\sigma_a$	92	5, 10, 20, 50, 100, 250	1 jour	C.12
8	A	$\theta_z$	$R, 1/R, \sigma_a$	92	20	1 jour	C.13
9	B	$\theta_z$	$R, 1/R, \sigma_a$	92	20	1 jour	C.14
10	A	$\theta_z$	$\theta$	1, 2, 4, 6	20	2 jours	C.15
11	B	$\theta_z$	$\theta$	1, 2, 4, 6	20	2 jours	C.16
12	A	$\theta_z$	$1/R$	6, 6, 15, 28, 120	20	9 jours	C.17
13	B	$\theta_z$	$1/R$	6, 6, 15, 28, 120	20	9 jours	C.18
14	A	$\theta_z, n, k, \alpha_{vg}, \theta_{r,vg}, m_{vg}$	$\theta$	6	20	2 jours	C.19
15	A	$\theta_z, n, k, \alpha_{vg}, \theta_{r,vg}, m_{vg}$	$\theta$	6	20	2 jours	C.20

TABLEAU 4.2 Scénarios d'assimilation de données synthétiques

#### 4.2.4 Effet de la taille de l'ensemble

Le choix du nombre de membres dans l'ensemble est un paramètre très important dans l'application des filtres de Kalman d'ensemble. L'objectif des EnKF est de minimiser la variance de l'état *a posteriori* en s'appuyant sur la covariance de l'état *a priori* et des observations afin de combiner judicieusement ces deux informations. D'un côté, en augmentant la taille de l'ensemble, les matrices de covariance de l'état *a priori* et des observations seront mieux définies, ce qui améliorera la performance du filtre de Kalman d'ensemble. À titre d'exemple, la figure 4.12 présente un exemple de la matrice de covariance de l'état initial en fonction du nombre de membres. D'un autre côté, le temps de calcul augmente proportionnellement à la taille de l'ensemble et ce qui peut être un facteur limitant pour l'applicabilité des EnKFs.

Le scénario 1 du tableau 4.2 permet de vérifier l'influence du nombre de membres pour l'assimilation des données de teneur en eau pour le cas synthétique A. La figure 4.13 présente les résultats de l'assimilation de données au cours du temps pour un ensemble de 5, 10 et 250 membres. Les lignes continues et pointillées correspondent respectivement à la TEV de la moyenne de l'état *a posteriori* et à la TEV vraie. La zone ombragée correspond à plus ou moins un écart-type de l'état *a posteriori* et permet de représenter l'incertitude de l'estimation.

À la figure 4.13, on remarque premièrement que l'assimilation avec 10 et 250 membres permet d'estimer la teneur en eau correctement puisque la valeur réelle se trouve à l'intérieur d'un

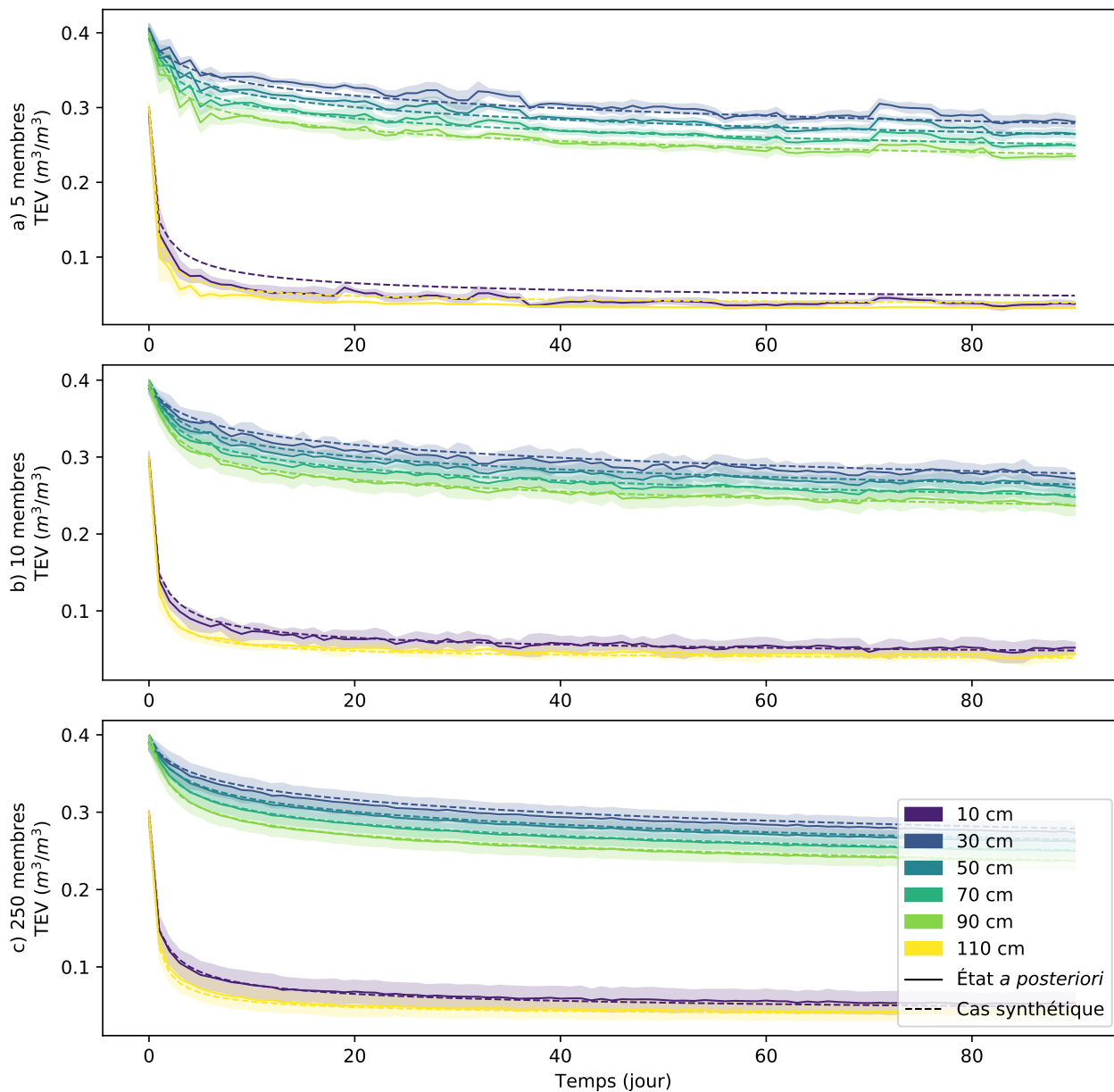


FIGURE 4.13 Teneur en eau au cours du temps estimée par EnKF avec a) 5 b) 10 et c) 250 membres et comparée avec la teneur en eau réelle, issue du cas synthétique A. La zone ombragée correspond à plus ou moins un écart-type de l'état *a posteriori*.

écart-type durant les 90 jours tandis que l'assimilation des données avec 5 membres semble moins bien fonctionner. Effectivement, l'écart-type semble plus faible comparativement aux cas de 10 et 250 membres et la valeur réelle se trouve parfois à l'extérieur d'un écart-type autour de l'état *a posteriori*, notamment pour la sonde située à 10 cm. De plus, l'estimation est moins stable puisque des variations marquées sont observées au cours du temps.

La précision et l'exactitude de la moyenne de l'état *a posteriori*  $\hat{\mathbf{X}}^b$  peuvent également être

évaluées en comparant  $\hat{\mathbf{X}}^b$  aux teneurs en eau issues du cas synthétique  $\mathbf{x}^r$ . Ces TEV sont présentées à la figure 4.14 pour l'assimilation des données avec 5, 10 et 250 membres.

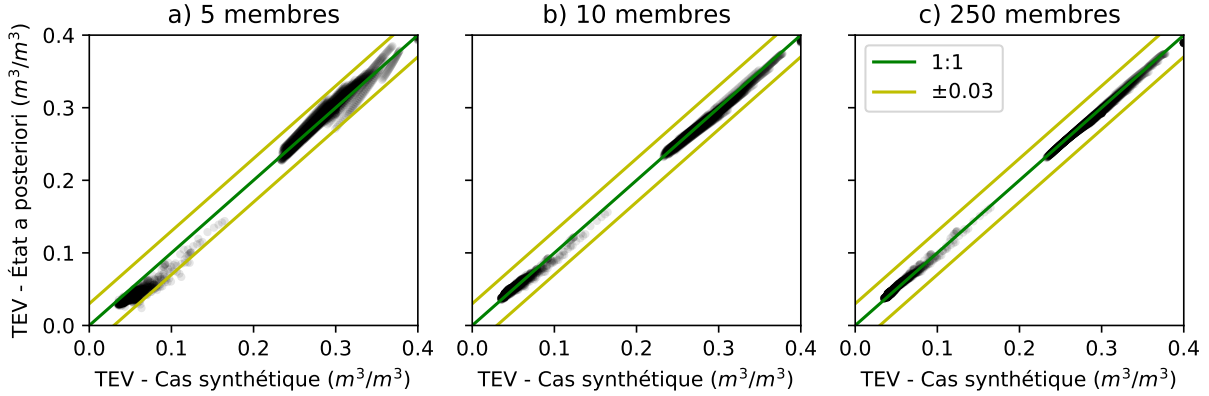


FIGURE 4.14 Teneur en eau de l'état *a posteriori* en fonction de la teneur en eau du cas synthétique pour différentes tailles d'ensemble (scénario 1 du tableau 4.2).

À la figure 4.14, on remarque que l'augmentation du nombre de membres a pour effet de diminuer l'erreur et ainsi de concentrer les points autour de la ligne 1 : 1. De plus, les assimilations avec 10 et 250 membres ne semblent pas comprendre de biais, les points sont également répartis en dessous et au-dessus de la ligne 1 : 1. Toutefois, lors de l'assimilation avec 5 membres, les teneurs en eau dans les stériles (inférieures à  $0.2 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ) sont systématiquement sous-estimées par l'état *a posteriori*. Finalement, peu importe la taille de l'ensemble, l'assimilation de 6 données de teneur en eau permet d'estimer la teneur en eau sur l'ensemble du domaine avec une précision presque toujours inférieure à  $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$ .

Dans le même ordre d'idée, la figure 4.15 présente des histogrammes de la différence entre la moyenne de l'état *a posteriori* et le cas synthétique ( $\hat{\mathbf{X}}^b - \mathbf{x}^r$ ) pour trois tailles d'ensemble.

Pour chacune des tailles d'ensemble de la figure 4.15, l'erreur de l'état *a posteriori* semble suivre une distribution gaussienne et ayant une moyenne légèrement supérieure à zéro. De plus, avec l'augmentation de la taille de l'ensemble, la moyenne de l'erreur s'approche de zéro et son écart-type diminue, ce qui démontre une amélioration de l'estimation.

La figure 4.16 permet de comparer l'erreur de la moyenne de l'état *a posteriori*, calculée avec l'équation 4.13, pour toutes les tailles d'ensemble testées.

Il est à noter que  $\bar{\epsilon}^b$  correspond à la moyenne de  $\epsilon^b$  pour tous les pas de temps

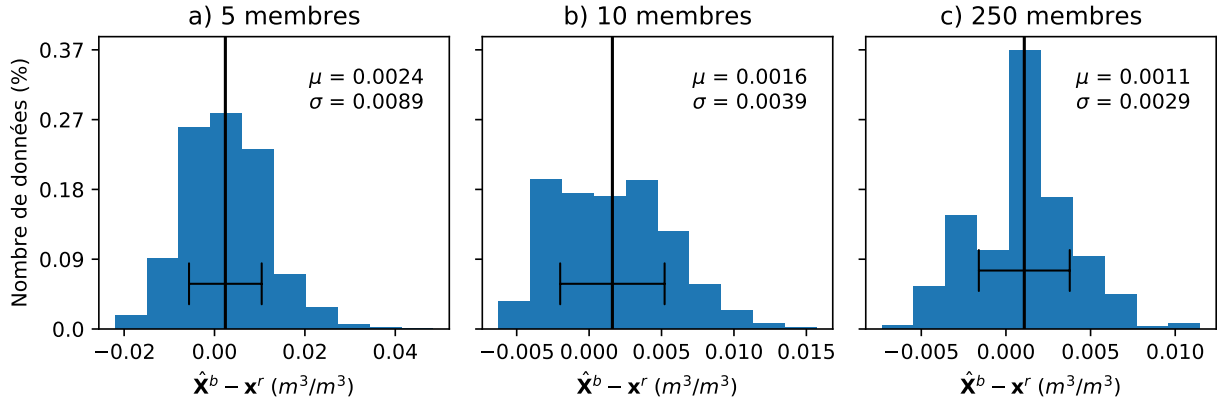


FIGURE 4.15 Distribution de la différence entre la moyenne de l'état *a posteriori* et le cas synthétique pour tous les paramètres et tous les pas de temps pour des ensembles de a) 5, b) 10 et c) 250 membres. Les lignes verticales et horizontales correspondent à la moyenne et à l'écart-type de la distribution.

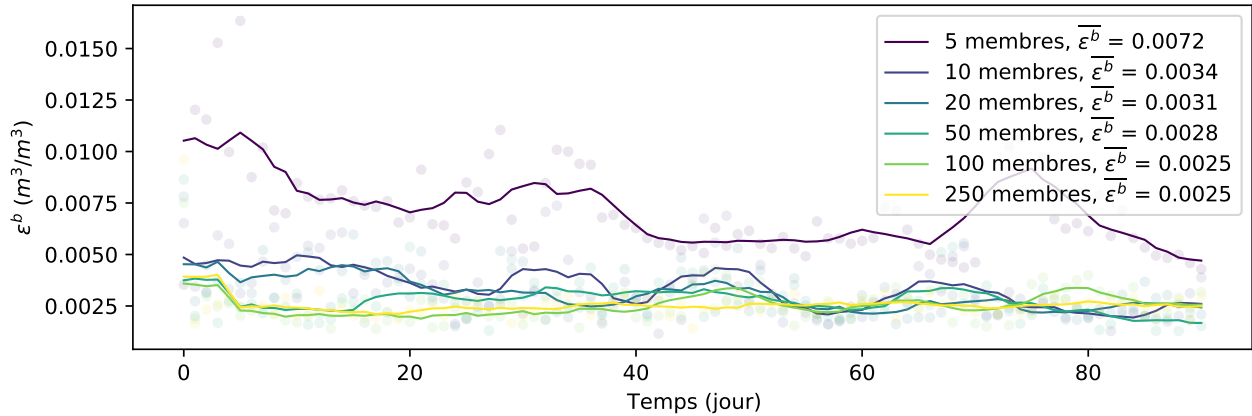


FIGURE 4.16 Erreur de la moyenne de l'état *a posteriori* au cours du temps pour différentes taille d'ensemble lors de l'assimilation des données synthétiques de teneur en eau. La courbe continue est obtenue après le lissage des erreurs réelles indiquées par les points.

$$\bar{\epsilon}^b = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \epsilon_t^b, \quad (4.16)$$

où  $\epsilon_t^b$  correspond à l'erreur au temps  $t$  et  $T$  au nombre de pas de temps. À la figure 4.16, on remarque tout d'abord que l'ensemble comportant 5 membres a une erreur 2 à 3 fois plus importante que les autres ensembles durant les 90 jours. De plus, il est possible de noter que l'augmentation du nombre de membres stabilise l'erreur au cours du temps. En effet, des variations temporelles de l'erreur sont observées pour toutes les tailles d'ensemble à l'exception de l'assimilation avec 250 membres.

De la même façon, les scénarios 2, 5, 6 et 7 visent à vérifier l'influence du nombre de membres sur la qualité des résultats d'assimilation. Ils démontrent des résultats similaires au scénario 1 et un résumé de ces résultats est présenté à l'annexe C. La figure 4.17 présente l'erreur moyenne pour tous les pas de temps  $\bar{\epsilon}^b$  en fonction de la taille de l'ensemble pour les 5 scénarios.

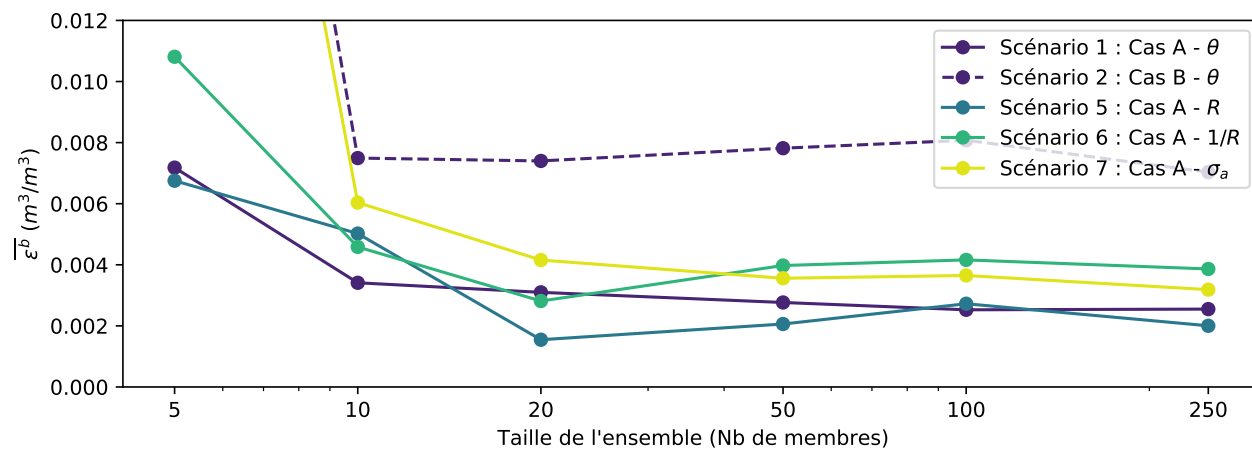


FIGURE 4.17 Erreur de la moyenne de l'état *a posteriori* en fonction de la taille de l'ensemble pour les scénarios d'assimilation 1, 2, 5, 6, 7 du tableau 4.2.

À la figure 4.17, pour tous les scénarios, l'augmentation de 5 à 10 membres permet de diminuer l'erreur de façon très importante. D'une part, pour l'assimilation des données de teneur en eau (scénarios 1 et 2), les tailles d'ensemble supérieures à 10 membres n'apportent qu'un bénéfice limité pour le cas A et aucun bénéfice pour le cas B. D'autre part, pour l'assimilation des données ERT, l'erreur continue de décroître en passant de 10 à 20 membres. Il est à noter qu'au scénario 2, assimilant des données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique B, la performance obtenue est équivalente pour toutes les tailles d'ensemble à l'exception de l'assimilation avec 5 membres qui montre une erreur environ 20 fois plus élevée. Semblablement, l'assimilation des données de conductivité apparente (scénario 7) avec 5 membres ne semble pas converger et présente une erreur très élevée. Il est important de mentionner que moins il y a de membres dans l'ensemble, plus les résultats sont variables d'une assimilation à l'autre. Idéalement, il faudrait répéter la même assimilation de données plusieurs fois et utiliser le résultat moyen pour l'interprétation, notamment pour des petites tailles d'ensemble. Pour conclure, d'après les résultats obtenus dans cette section, une taille d'ensemble de 10 à 20 membres semble donc être suffisante afin d'obtenir une bonne estimation de la teneur en eau lors de l'assimilation des données de teneur en eau ou des données ERT.



À titre indicatif, le tableau 4.3 présente le temps de calcul pour l'assimilation de données quotidiennes en fonction de la taille de l'ensemble.

Taille ensemble	Données assimilées	Temps de calcul
10	$\theta$	$\sim 7$ minutes
20	$\theta$	$\sim 14$ minutes
50	$\theta$	$\sim 36$ minutes
100	$\theta$	$\sim 1$ heure 30 minutes
250	$\theta$	$\sim 4$ heures
10	$R, 1/R$ ou $\sigma_a$	$\sim 40$ minutes
20	$R, 1/R$ ou $\sigma_a$	$\sim 1$ heure 30 minutes
50	$R, 1/R$ ou $\sigma_a$	$\sim 4$ heures
100	$R, 1/R$ ou $\sigma_a$	$\sim 9$ heures 30 minutes
250	$R, 1/R$ ou $\sigma_a$	$\sim 26$ heures

TABLEAU 4.3 Durée des calculs pour l'assimilation de données de teneur en eau et de données ERT synthétiques avec des ensembles de 10, 20, 50, 100 et 250 membres

Pour un ensemble de 10 membres, il faut environ 7 minutes pour l'assimilation des données de teneur en eau et la durée de calcul augmente environ proportionnellement au nombre de membres dans l'ensemble. L'assimilation des données ERT prend davantage de temps en raison de la fonction d'observation qui comporte une modélisation ERT supplémentaire. Pour 10 membres, l'assimilation de données ERT quotidiennes prend environ 40 minutes, et un peu plus d'une journée lorsque 250 membres sont utilisés. Les calculs ont été effectués avec un ordinateur ayant un processeur Intel Zeon E5-2620 (8 core, 2.10GHz, 20MB Cache) et une carte graphique PRO NVIDIA Quadro P6000 (24 GB). Il est à noter que pour cette étude, il n'était pas nécessaire d'optimiser l'algorithme afin de minimiser le temps de calcul, mais cela pourrait être une amélioration intéressante. Dans le même ordre d'idée, dû à la nature d'ensemble du filtre, le temps de calcul pourrait également être réduit par la parallélisation du code puisque chacun des membres doit effectuer certaines opérations indépendamment des autres.

#### 4.2.5 Effet de la densité de mesures

Dans le contexte de la surveillance de la performance de la restauration minière, la quantité d'instrumentation nécessaire est un enjeu important étant donné la vaste étendue des aires d'entreposage des rejets miniers. Un compromis doit être trouvé entre la quantité d'instruments de mesure, engendrant des coûts importants, et la résolution nécessaire.

D'une part, les scénarios 10 et 11 permettent d'étudier l'influence du nombre de sondes de teneur en eau ainsi que leur position sur la qualité de l'estimation de la teneur en eau. La figure 4.18 représente la répartition des sondes de teneur en eau pour les 4 cas qui sont comparés.

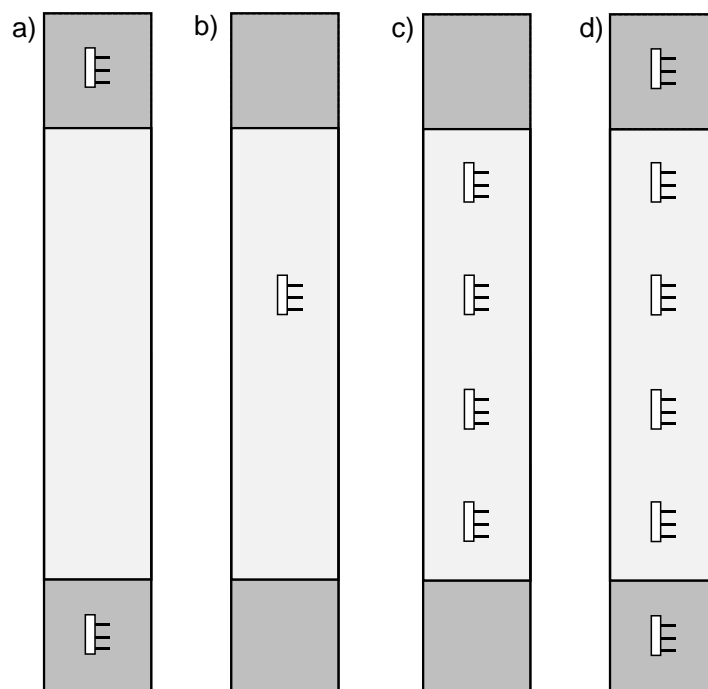


FIGURE 4.18 Position des sondes de teneur en eau utilisée dans les scénarios 10 et 11 ayant a) 2 sondes à 10 et 110 cm, b) 1 sonde à 70 cm, c) 4 sondes à 30, 50, 70 et 90 cm et d) 6 sondes à 10, 30, 50, 70, 90 et 110 cm.

La figure 4.19 présente les résultats d'assimilation de données avec des sondes situées uniquement dans les stériles (a et c) ou uniquement dans les résidus (b et d).

Au graphique 4.19 a), l'évaluation de la teneur en eau dans les stériles (10 et 110 cm) est bonne : les estimations de l'état *a posteriori* et du cas synthétique sont superposées. De plus, l'incertitude illustrée par la zone ombragée est faible puisque des données de teneur en eau se trouvant uniquement dans les stériles sont assimilées. Toutefois, tel qu'attendu, l'estimation dans les résidus (30, 50, 70, 90 cm) montre des performances inférieures. En effet, l'incertitude de la teneur en eau au niveau des résidus est très grande et l'état *a posteriori* sous estime l'état de teneur en eau réel, notamment entre le 60<sup>e</sup> et 90<sup>e</sup> jour. Étant donné qu'aucune observation n'est disponible dans les résidus, l'estimation de la teneur en eau dans cette couche s'appuie uniquement sur l'état *a priori*, prédit par la fonction de prédiction. Dans la

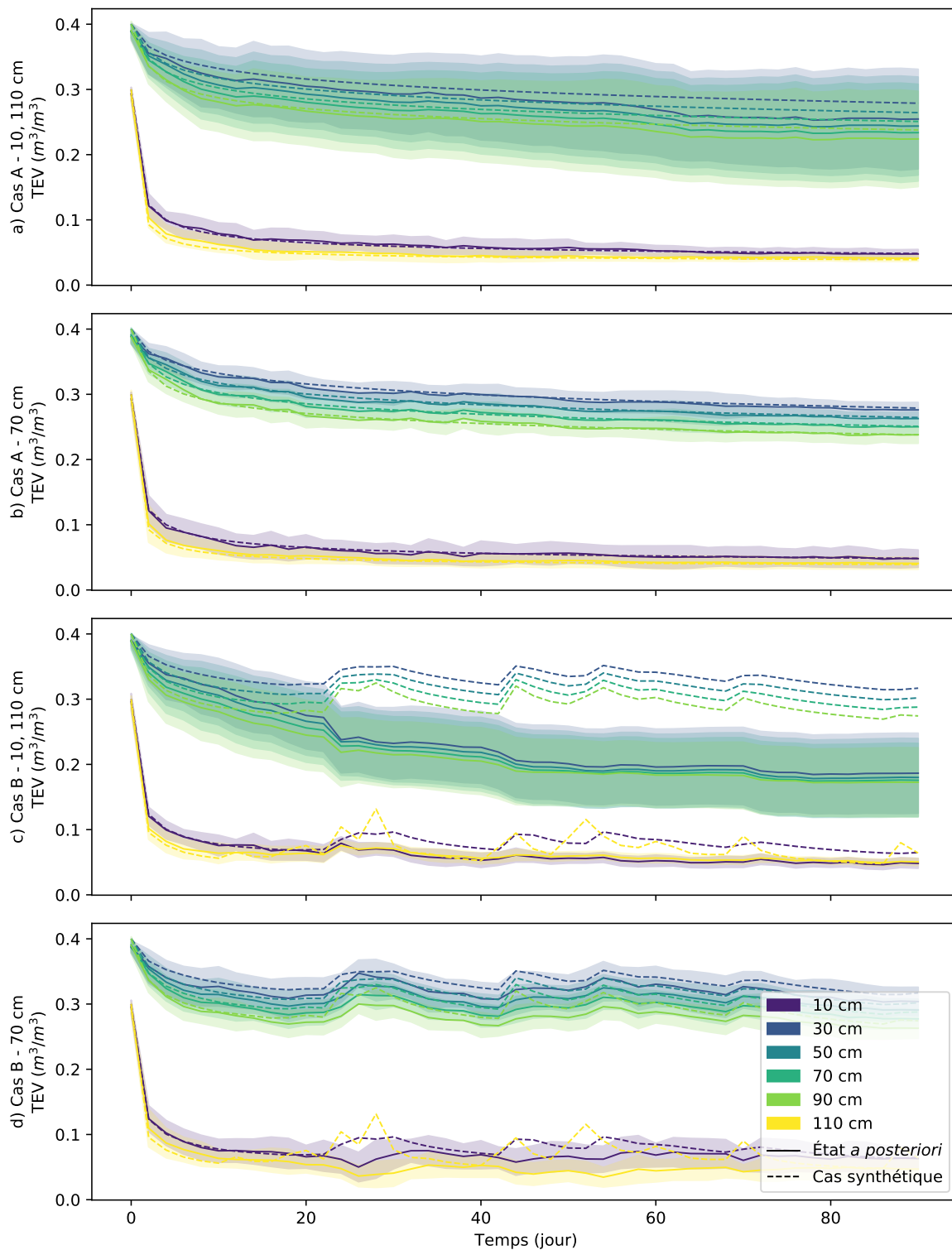


FIGURE 4.19 Teneur en eau de l'état *a posteriori* et des cas synthétiques A ou B lors de l'assimilation de données a) et c) de deux sondes hydrogéologiques dans les stériles b) et d) d'une sonde dans les résidus.

mesure où cette fonction de prédiction n'est pas biaisée, l'estimation de la teneur en eau dans les résidus demeure acceptable.

Au graphique 4.19 b), on remarque qu'en assimilant une seule sonde à l'intérieur des résidus, l'estimation de la teneur en eau dans l'ensemble de la couche de résidus est nettement améliorée. En effet, l'état *a posteriori* et le cas synthétique sont pratiquement superposés à toutes les positions. De plus, on remarque que l'incertitude de l'estimation dans les stériles augmente légèrement par rapport à la figure a), mais l'estimation de la teneur en eau dans les stériles demeure adéquate, et cela, même si aucune sonde n'y est positionnée.

À la partie c) du graphique 4.19, on remarque que l'estimation de la teneur en eau dans les résidus et les stériles ne fonctionne pas. Tout comme à la figure 4.19 a), étant donné qu'aucune observation n'est située dans les résidus, l'état *a posteriori* repose uniquement sur l'état *a priori* pour l'estimation de la teneur en eau dans les résidus et puisque la fonction de prédiction est biaisée à cause des précipitations, l'état *a posteriori* l'est également. En effet, puisque la fonction de prédiction ne comprend pas de précipitations, l'état *a priori* sous-estime systématiquement l'état de teneur en eau réel. Dans ce cas-ci, les observations dans les stériles ne sont pas suffisantes pour augmenter la teneur en eau dans les résidus de l'état *a posteriori*. L'estimation de la teneur en eau dans les résidus ne fait donc que diminuer ce qui dégrade l'estimation au cours du temps et on remarque que l'incertitude de cette prédiction dans les résidus est importante.

La figure 4.19 d) montre que malgré le fait que la fonction de prédiction soit biaisée, lorsqu'au moins une sonde est positionnée dans les résidus, l'estimation de la teneur en eau par l'état *a posteriori* est grandement améliorée. En raison de la matrice de covariance de l'état *a priori* qui montre de fortes corrélations pour tous les paramètres dans les résidus, une seule observation dans ce matériau suffit à corriger la teneur en eau de l'ensemble de la couche. À chaque itération, l'état *a priori* prédit une diminution de la teneur en eau tandis que les observations prédisent une augmentation et l'état *a posteriori* résultant est une combinaison de ces deux estimations. On note d'ailleurs que l'état *a posteriori* sous-estime légèrement la teneur en eau réelle pour toutes les positions.

Les figures 4.20 et 4.21 présentent les résultats d'assimilation pour tous les arrangements de sondes illustrées à la figure 4.18, pour les cas synthétiques A et B.

Aux figures 4.20 et 4.21, on remarque que l'ajout de sondes permet généralement de diminuer l'erreur sur l'estimation de la teneur en eau. Cependant, l'utilisation d'une seule sonde dans les résidus (à 70 cm par exemple) amène une résolution satisfaisante, avec une erreur moyenne inférieure à  $0.01 \text{ m}^3/\text{m}^3$  pour le cas synthétique A et inférieure à  $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$  pour le cas B. Il est intéressant de noter qu'à la figure 4.21, les plus grandes erreurs coïncident avec les

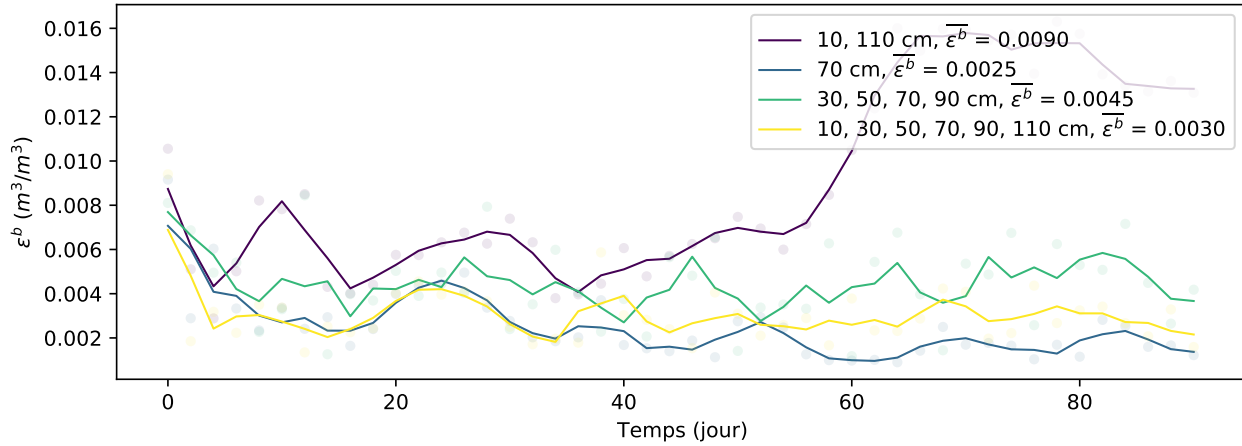


FIGURE 4.20 Erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de teneur en eau à différentes positions, générées à partir du cas synthétique A (Scénario 10 du tableau 4.2)

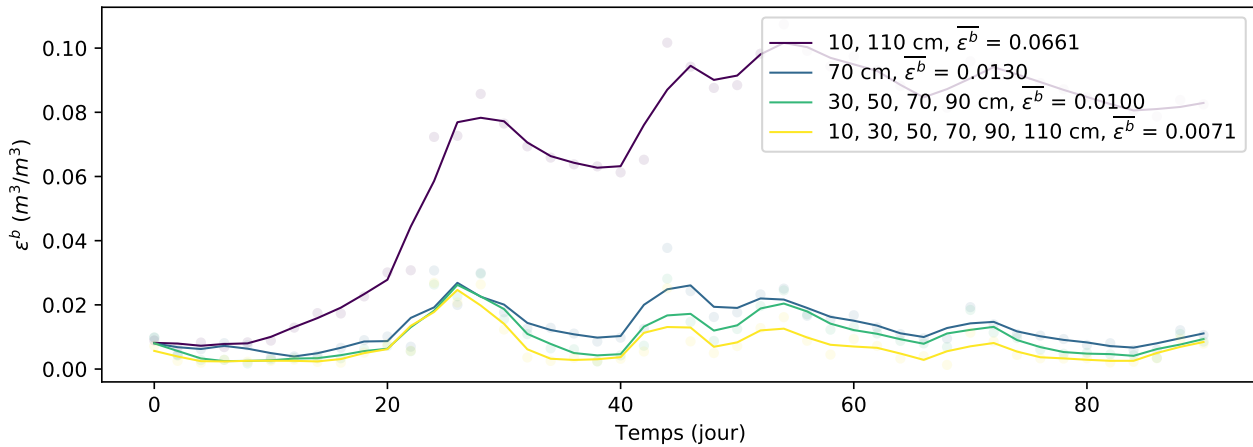


FIGURE 4.21 Erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de teneur en eau à différentes positions, générées à partir du cas synthétique B (Scénario 11 du tableau 4.2)

événements de précipitation du cas synthétique B et l'erreur diminue ensuite progressivement, au fur et à mesure que de nouvelles données de teneur en eau non biaisées sont assimilées.

D'autre part, les scénarios 12 et 13 permettent de tester l'influence de l'espacement des électrodes sur l'estimation de la teneur en eau lors de l'assimilation de données de conductance. Les configurations de type carrées ont été utilisées, c'est-à-dire, les configurations dont les électrodes A et B sont à la même hauteur, tout comme les électrodes M et N. Toutes les paires d'électrodes situées au même niveau horizontal servent successivement d'électrodes d'injection (A, B) et le potentiel est mesuré avec toutes les paires d'électrodes situées au-dessus (M, N). Le nombre de configurations varie en fonction du nombre d'électrodes utilisées, la figure 4.22 représente les différents cas testés.

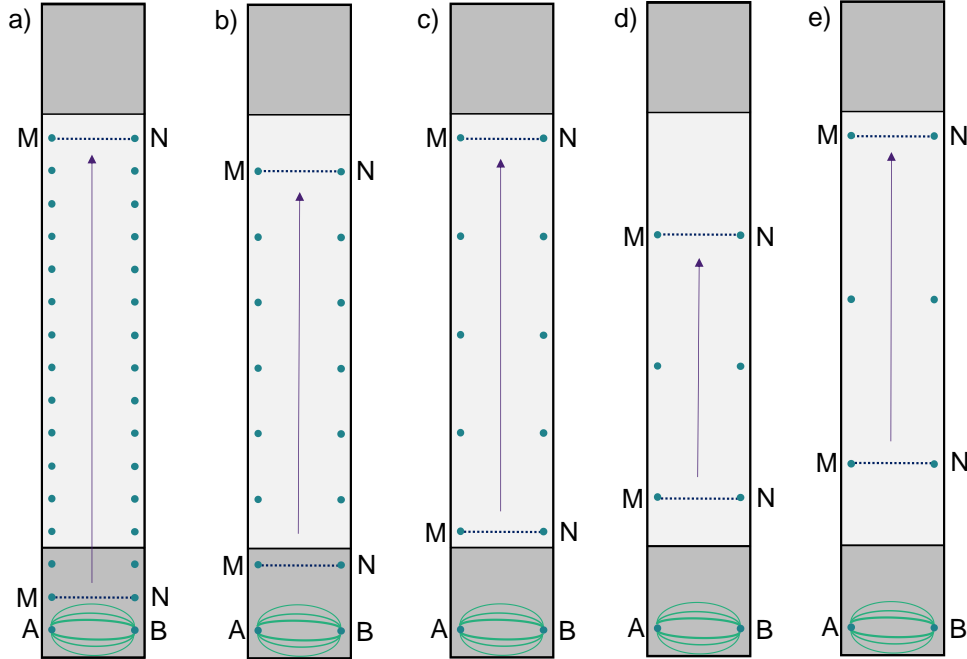


FIGURE 4.22 Positions des électrodes et protocoles de mesure des scénarios 12 et 13 pour un espacement vertical des électrodes de a) 6 cm (32 élec., 120 config.) b) 12 cm (16 élec., 28 config.), c) 18 cm (12 élec., 15 config.), d) 24 cm (8 élec., 6 config.) et e) 36 cm (8 élec., 6 config.).

Un résumé des résultats d'assimilation des scénarios 12 et 13 est disponible aux annexes C.17 et C.18. Étant donné que des conclusions similaires peuvent être tirées des deux cas, les résultats du scénario 13 seront présentés ci-dessous. D'abord, la figure 4.23 permet de comparer la teneur en eau de l'état *a posteriori* avec celle du cas synthétique B pour l'assimilation de données avec 8, 12 et 32 électrodes (espacements verticaux de 36, 18 et 6 cm).

À la figure 4.23 a) et b), on remarque que l'estimation de la teneur en eau est améliorée en passant d'un espacement de 36 à 18 cm, notamment pour les teneurs en eau élevées ( $\theta > 0.25 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ). En comparant les figures b) et c), le gain de résolution obtenu en réduisant l'espacement vertical des électrodes de 18 à 6 cm est moins évident. D'ailleurs, on remarque que la teneur en eau dans les stériles ( $\theta < 0.15 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ) est moins bien estimée que la teneur en eau dans les résidus ( $\theta > 0.25 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ) puisque la sensibilité des mesures ERT est très faible dans les stériles (et particulièrement dans la couche du haut, où aucune électrode n'a été installée). Finalement, à l'exception de quelques valeurs dans les stériles, l'état *a posteriori* estime la teneur en eau avec une précision supérieure à  $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , et ce peu importe l'espacement vertical des électrodes. La figure 4.24 permet de comparer l'erreur au cours du temps pour tous les cas qui ont été testés.

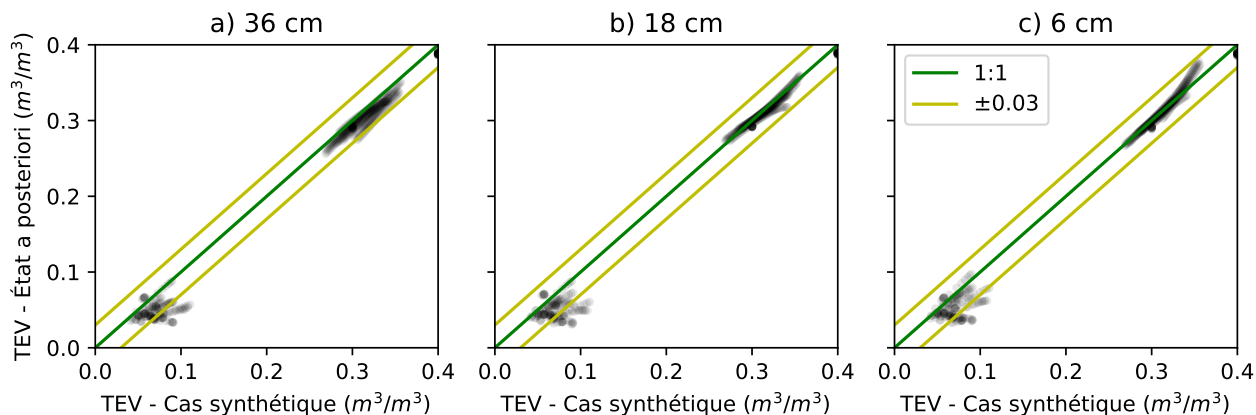


FIGURE 4.23 Teneur en eau de l'état *a posteriori* en fonction de la teneur en eau du cas synthétique lors de l'assimilation de données de conductance pour différents espacements d'électrodes (scénario 13 du tableau 4.2).

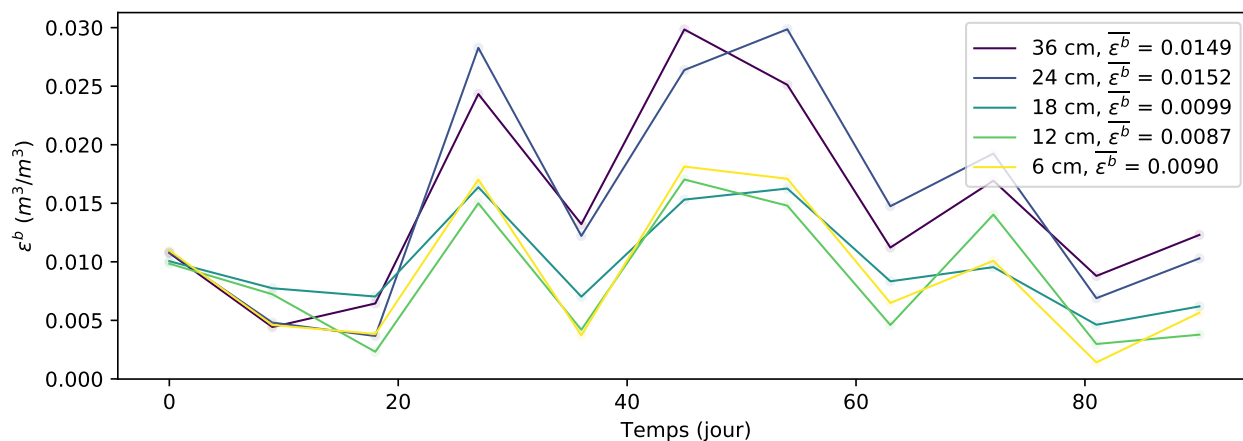


FIGURE 4.24 Erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de conductance générées à partir du cas synthétique B pour différents espacements d'électrodes (Scénario 13 du tableau 4.2)

À la figure 4.24, on remarque qu'une performance similaire est obtenue lors de l'assimilation données de conductance avec un espacement des électrodes de 24 et 36 cm. En effet, la démarche permet d'estimer la teneur en eau avec une erreur moyenne d'environ  $0.015 m^3/m^3$  lorsque la fonction de prédiction est biaisée. L'assimilation avec un espacement d'électrodes inférieur ou égale à 18 cm offre également des performances équivalentes : la teneur en eau peut être estimée avec une erreur moyenne d'environ  $0.09 m^3/m^3$ . À titre comparatif, lorsque la fonction de prédiction n'est pas biaisée (cas A), la teneur en eau est estimée avec une erreur moyenne de  $0.003$  et  $0.009 m^3/m^3$  en utilisant des espacements d'électrodes de 6 et 36 cm (annexe C.17).

#### 4.2.6 Effet d'un biais dans la fonction de prédiction

Plusieurs scénarios d'assimilation de données décrits au tableau 4.2 permettent de vérifier l'influence d'un biais sur la fonction de prédiction. Le tableau 4.4 présente les scénarios qui sont utilisés dans cette section afin de comparer les résultats d'assimilation avec les cas synthétiques A et B.

Cas synthétique	Type de données	Nombre de données	Taille de l'ensemble	Période d'assimilation	Figure
A et B	$\theta$	1, 6	20	2 jours	4.25
A et B	$1/R$	6, 120	20	9 jours	4.26

TABLEAU 4.4 Scénarios d'assimilation de données synthétiques pour l'étude de l'effet d'une relation de prédiction biaisée.

Les figures 4.25 et 4.26 permettent de comparer l'erreur de l'état *a posteriori* au cours du temps lorsque la fonction de prédiction est non biaisée (cas A) ou biaisée (cas B).

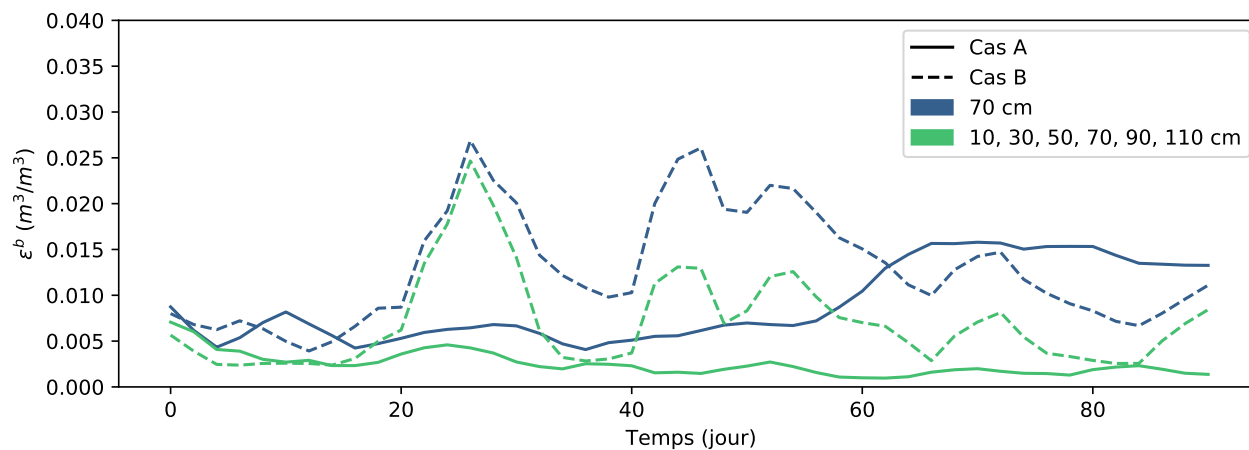


FIGURE 4.25 Erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de 1 et 6 données de teneur en eau tous les deux jours pour les cas synthétiques A et B.

Aux figures 4.25 et 4.26, l'erreur de l'état *a posteriori* est la même pour les cas A et B jusqu'aux premières précipitations importantes vers le jour 22. Ensuite, pour les cas synthétiques B, l'erreur de l'état *a posteriori* augmente drastiquement à la suite des événements de précipitations autour des jours 22, 40, 50 et 70. Toutefois, il est possible de noter qu'après une certaine période sans précipitations, l'erreur diminue suffisamment pour atteindre à nouveau le niveau d'erreur du cas A. De plus, on note qu'à la suite d'événement de précipitations, l'erreur diminue environ au même rythme, peu importe le nombre de données assimilées.



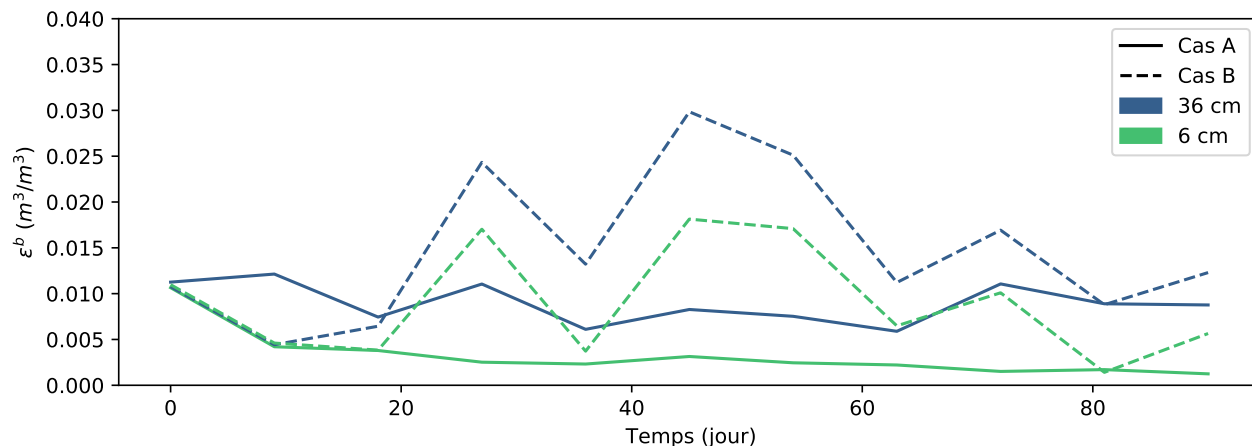


FIGURE 4.26 Erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de conductance tous les 9 jours pour les cas synthétiques A et B et un espacement d'électrodes de 6 et 36 cm.

Certaines conclusions peuvent être tirées en s'appuyant également sur les résultats de la figure 4.19, où l'état *a posteriori* représente bien l'état de teneur en eau réel pour les parties a), b) et d), et le représente très mal pour la partie c). La variabilité de l'état *a priori* est expliquée par les différences de propriétés hydrogéologiques des matériaux pour chacun des membres qui entraînent des écarts importants de teneur en eau dans l'ensemble *a priori*. D'un côté, si les données assimilées sont corrélées à l'état et que leur incertitude est inférieure à l'incertitude de l'état *a priori*, l'état *a posteriori* s'appuiera sur l'estimation la plus fiable, soit celle provenant des données. C'est par exemple ce qui se produit aux figures 4.19 b) et d), où la teneur en eau est estimée correctement et avec une incertitude relativement faible.

D'un autre côté, si les données ont une incertitude élevée par rapport à l'incertitude de l'état *a priori* ou si les données ne sont pas corrélées aux paramètres de l'état, l'estimation de l'état *a posteriori* s'appuiera davantage sur l'état *a priori*. C'est par exemple ce qui se produit aux figures 4.19 a) et c). À la partie a), l'estimation de la teneur en eau reste acceptable puisque la moyenne des fonctions de prédiction est centrée sur le cas synthétique tandis qu'à la partie c) l'estimation est grandement dégradée à cause du biais contenu dans la fonction de prédiction.

Dans ce cas-ci, les incertitudes sur la fonction de prédiction et sur les observations semblent avoir été évaluées correctement puisqu'elles permettent d'obtenir un équilibre lors de la combinaison de l'état *a priori* et des observations à l'étape de mise à jour. Ultérieurement, il serait intéressant d'évaluer l'impact de différents niveaux d'incertitudes sur la qualité de l'estimation de la teneur en eau.

#### 4.2.7 Effet du format des données ERT

La figure 4.17 montrée précédemment illustre l'erreur moyenne de l'état *a posteriori* en fonction de la taille de l'ensemble lors de l'assimilation de données ERT sous la forme de résistance, conductance et conductivité apparente. Il est possible de noter que pour l'assimilation avec le cas synthétique A, les trois formats ont une performance moyenne similaire, à l'exception de l'assimilation avec seulement 5 membres où l'erreur où l'assimilation des données de conductivité apparente présente une erreur beaucoup plus élevée.

Les scénarios 8 et 9 permettent de comparer la performance de l'assimilation de données ERT quotidienne avec les cas synthétiques A et B pour un ensemble comprenant 20 membres. L'erreur de l'état *a posteriori* au cours du temps est illustrée aux figures 4.27 et 4.28 pour ces scénarios.

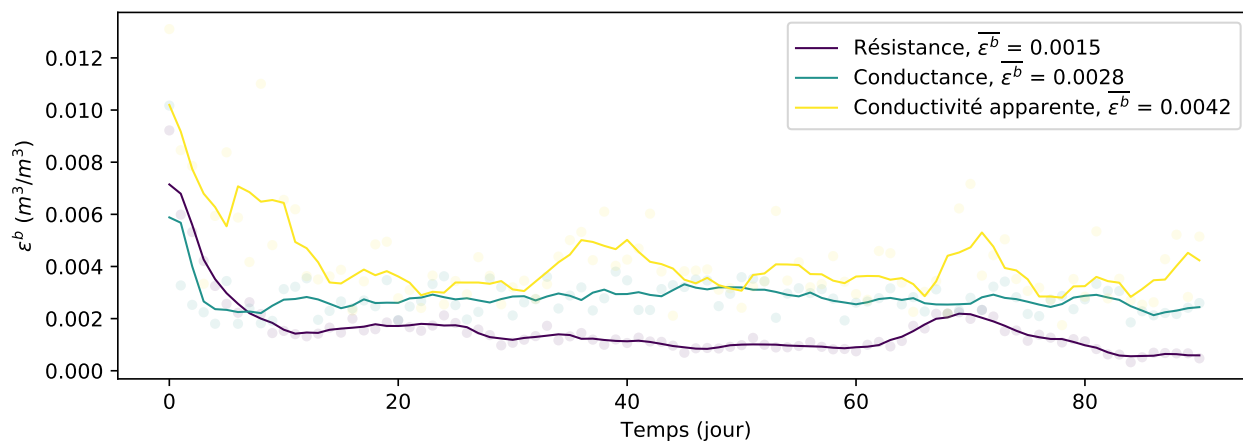


FIGURE 4.27 Erreur de l'état *a posteriori* au cours du temps lors de l'assimilation de données de résistance, conductance et conductivité apparente générées à partir du cas synthétique A.

À la figure 4.27, l'assimilation des données de résistance montre la meilleure performance pour l'estimation de la teneur en eau. Cependant, toutes les formes de données ERT ont des erreurs moyennes très faibles, soit entre 0.0015 et 0.0042  $m^3/m^3$ . À la figure 4.28, où le cas synthétique B a été utilisé, la plus faible erreur est obtenue par l'assimilation des données de conductance. L'assimilation de la résistance et de la conductivité apparente montrent des performances similaires.

En somme, pour le cas d'assimilation de données ERT par EnKF présentée dans cette section, les trois formats de données ERT ont des performances comparables et permettent tous d'estimer la teneur en eau avec une erreur inférieure à 0.01  $m^3/m^3$  pour le cas synthétique A et inférieure à 0.03  $m^3/m^3$  pour le cas B.

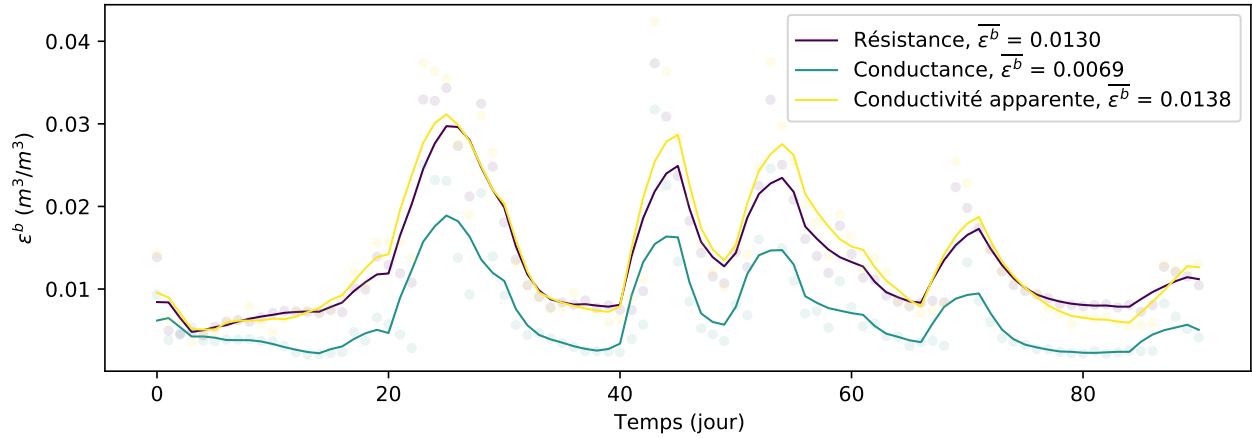


FIGURE 4.28 Erreur de l'état *a posteriori* au cours du temps lors de l'assimilation de données de résistance, conductance et conductivité apparente générées à partir du cas synthétique B.

#### 4.2.8 Estimation des paramètres hydrogéologique par EnKF

Les scénarios étudiés précédemment montrent qu'avec l'assimilation de données synthétiques, l'utilisation d'un filtre de Kalman d'ensemble permet d'estimer la teneur en eau au cours du temps avec une bonne précision. Les scénarios 14 et 15 du tableau 4.2 visent à tester le potentiel de la méthode d'assimilation de données pour l'estimation des paramètres hydrogéologiques. Comme décrit à la section 4.1.4, pour ces scénarios, l'état a été augmenté avec les paramètres utilisés pour la modélisation hydrogéologique à l'étape de prédiction, soit la porosité  $n$  ( $-$ ), la perméabilité  $k$  ( $m^2$ ) et les paramètres de Van Genuchten  $\alpha_{vg}$  ( $cm^{-1}$ ),  $m_{vg}$  ( $-$ ) et  $\theta_{r,vg}$  ( $m^3/m^3$ ) des résidus et des stériles. Il est à noter que le paramètre  $n_{vg}$  n'est pas estimé puisqu'il est calculé à partir de  $m_{vg}$ .

Deux scénarios présentés diffèrent par leur distribution des paramètres hydrogéologiques pour la création de l'ensemble initial, ces paramètres sont disponibles au tableau 4.2.

Propriété	Distribution	Scénario 14		Scénario 15	Écart-type
		Moy. stériles	Moy. résidus	Moy. stériles et résidus	
$n$ ( $-$ )	$\mathcal{N}$	0.300	0.400	0.35	0.013
$m_{vg}$ ( $-$ )	$\mathcal{N}$	0.680	0.580	0.630	0.042
$\alpha_{vg}$ ( $cm^{-1}$ )	$\log_{10} \mathcal{N}$	-1.8	-2.3	-2.05	0.2
$\theta_{r,vg}$ ( $m^3/m^3$ )	$\mathcal{N}$	0.021	0.052	0.037	0.006
Perméabilité ( $m^2$ )	$\log_{10} \mathcal{N}$	-12.3	-13.0	-12.65	0.4

TABLEAU 4.5 Distribution de probabilité des propriétés hydrogéologiques initiales des résidus et des stériles pour les scénarios 14 et 15 du tableau 4.2.

Pour le scénario 14, des propriétés différentes sont utilisées pour les stériles et les résidus.

Les moyennes des distributions de probabilité correspondent aux propriétés qui sont utilisées pour le cas synthétique. Ce premier cas permettra de vérifier si l'incertitude des paramètres diminue au fil des itérations lorsque la distribution initiale des paramètres n'est pas biaisée. Au scénario 15, les propriétés initiales des résidus et des stériles sont les mêmes, il s'agit de leur moyenne. Ce second cas permettra de vérifier si les propriétés réelles des matériaux peuvent être retrouvées lorsque leur estimation initiale est biaisée. Le même écart-type est utilisé pour les deux matériaux et dans les deux scénarios.

Dans les deux cas, six données de teneur en eau bruitées sont assimilées tous les 2 jours en utilisant un ensemble de 20 membres. La figure 4.29 présente l'estimation des propriétés hydrogéologiques au cours du temps pour chaque membre de l'ensemble, comparée aux propriétés hydrogéologiques du cas synthétique. Ensuite, l'erreur AAB pour chacun des paramètres  $y$  est présentée, cette erreur est calculée avec

$$\epsilon_{AAB}(y) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |\mathbf{x}_y^{b,q} - \mathbf{x}_y^r|. \quad (4.17)$$

D'abord, à la partie gauche de la figure 4.29, on remarque que les propriétés initiales des résidus et des stériles sont différentes, elles correspondent à des réalisations des distributions de probabilités indiquées au tableau 4.5, qui sont centrées avec les valeurs réelles. La variabilité des propriétés est maximale au temps initial, puis elle diminue rapidement au cours des 10 premiers jours avant de se stabiliser. En général, à la fin de l'assimilation de données, les ensembles se sont approchés des valeurs réelles des propriétés. Cependant, pour les paramètres  $n$ ,  $\alpha_{vg}$  et  $m_{vg}$ , les ensembles sont décentrés par rapport aux valeurs réelles. De plus, certaines propriétés semblent mieux contraintes que d'autres, par exemple, la perméabilité  $k$  et  $m_{vg}$  montrent une plus grande variabilité que les autres paramètres. Il est probable que plusieurs agencements de propriétés des matériaux puissent reproduire les données qui sont assimilées (non unicité de la solution). Par exemple, un biais sur l'estimation d'un paramètre pourrait être compensé par une erreur sur une autre propriété. Tout comme avec l'inversion, il pourrait être avantageux d'ajouter des contraintes afin de limiter le nombre de solutions possibles. À la partie gauche de la figure 4.30, toutes les propriétés montrent une amélioration de l'erreur AAB par rapport à l'erreur initiale. Cela permet de conclure qu'en moyenne, les propriétés de chacun des membres se sont approchées des valeurs réelles au cours de l'assimilation de données. Toutefois, pour l'estimation de  $m_{vg}$  des résidus et de  $\alpha_{vg}$ , après la diminution initiale de l'erreur, celle-ci augmente légèrement jusqu'à la fin de l'assimilation.

À la partie droite de la figure 4.29, les distributions initiales des propriétés sont équivalentes pour les résidus et les stériles. Ensuite, leurs propriétés se différencient généralement dès

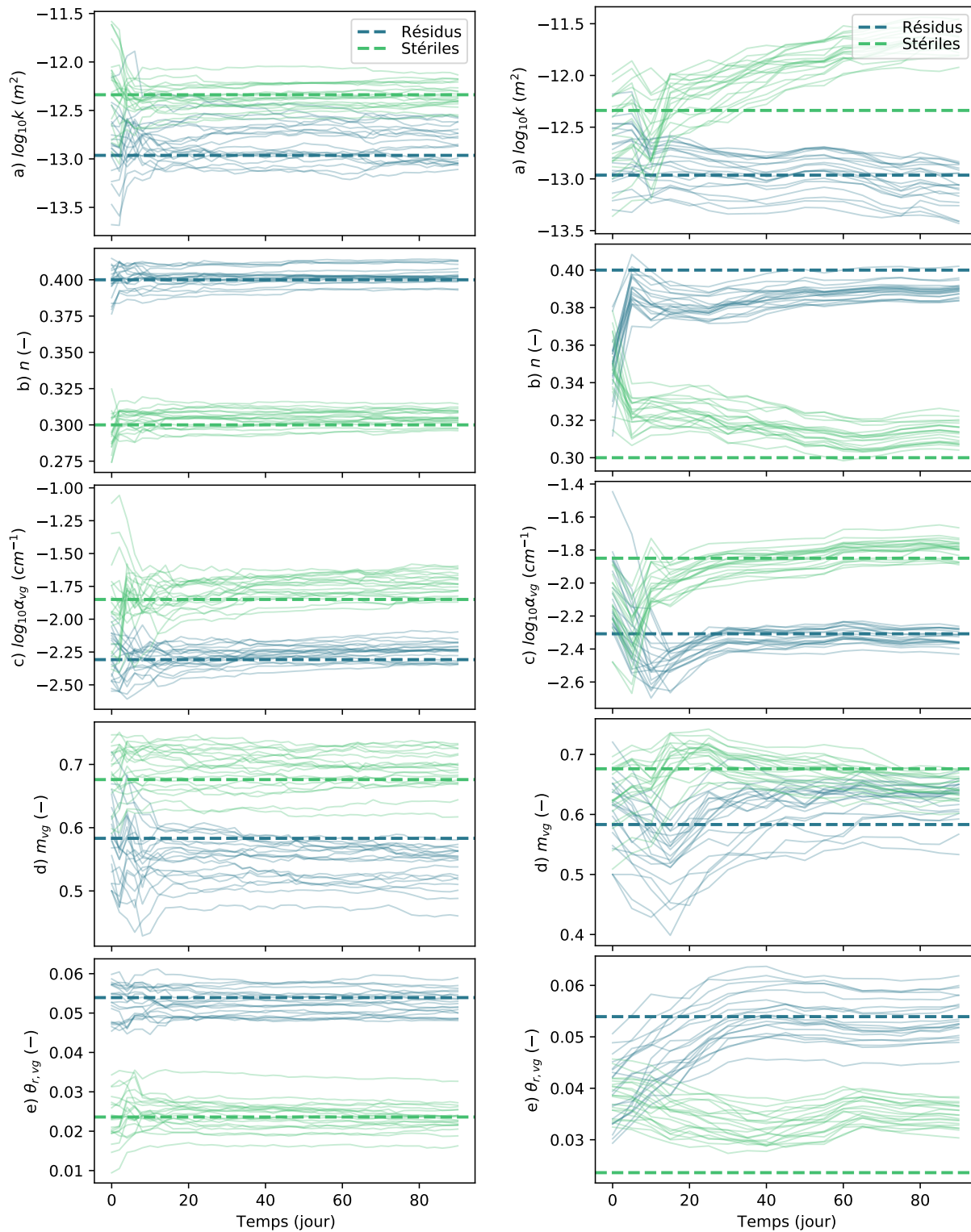


FIGURE 4.29 Propriétés hydrogéologiques estimées au cours du temps pour chaque membre (lignes fines) en comparaison avec les propriétés réelles des matériaux (lignes pointillées) pour les scénarios 14 (gauche) et 15 (droite).

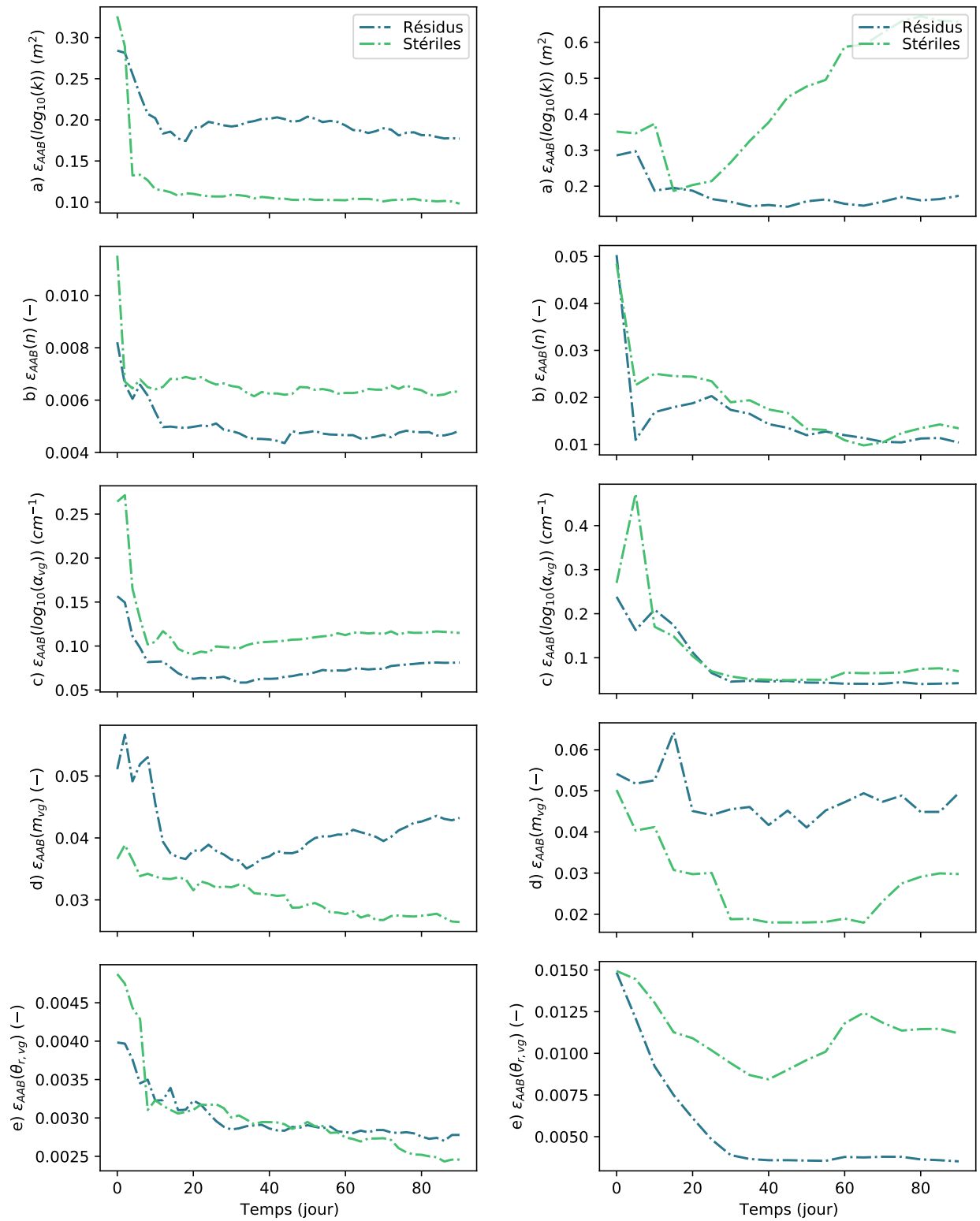


FIGURE 4.30 Erreur AAB des paramètres hydrogéologiques estimés au cours du temps pour les scénarios 14 (gauche) et 15 (droite).

les premières itérations. Pour les résidus, l'ensemble réussit à bien estimer les propriétés. Cependant,  $m_{vg}$  semble un peu surestimé et la porosité, sous-estimée. En ce qui concerne les stériles, la porosité,  $\alpha_{vg}$  et  $m_{vg}$  sont relativement bien estimés tandis que la perméabilité et  $\theta_{r,vg}$  sont surestimées. À la partie droite de la figure 4.30, on remarque qu'en général, l'erreur AAB diminue au cours du temps et atteint parfois le même niveau que pour le scénario 14 qui débutait avec une estimation non biaisée des propriétés (par exemple pour  $\theta_{r,vg}$  et  $k$  des résidus,  $\alpha_{vg}$  pour les deux matériaux). D'ailleurs, le tableau 4.6 présente les propriétés hydrogéologiques moyennes estimées pour les résidus et les stériles obtenues à la dernière itération de l'assimilation de données.

Propriété	Estimé par EnKF		Cas synthétique	
	Résidus	Stériles	Résidus	Stériles
$n$ (—)	0.39	0.31	0.4	0.3
$m_{vg}$ (—)	0.626	0.646	0.580	0.680
$\log_{10} \alpha_{vg}(cm^{-1})$	-2.33	-1.79	-2.3	-1.8
$\theta_{r,vg}(m^3/m^3)$	0.054	0.035	0.052	0.021
$\log_{10} k$ ( $m^2$ )	-13.1	-11.7	-13	-12.3

TABLEAU 4.6 Propriétés hydrogéologiques des résidus et stériles estimées par assimilation des données de teneur en eau synthétiques, comparées aux valeurs utilisées pour le cas synthétique.

La figure 4.31 présente les courbes de rétentions d'eau selon le modèle de Van Genuchten (équation 2.51) et fonction de perméabilité de Mualem (équation 2.53) tracées à partir des propriétés du tableau 4.6.

À la figure 4.31, on remarque que les courbes de rétention d'eau réelles et obtenues par EnKF sont équivalentes pour les teneurs en eau situées entre la teneur en eau résiduelle et la porosité. Aux teneurs en eau extrêmes, il existe un léger décalage. En ce qui concerne les fonctions de perméabilité, comme l'indiquait la figure 4.29, la conductivité hydraulique des stériles est surestimée par rapport à la conductivité hydraulique réelle. La fonction de perméabilité des résidus est bien retrouvée par cette méthodologie.

Pour conclure, l'augmentation de l'état par les paramètres est intéressante du point de vue de la caractérisation hydrogéologique puisqu'avec uniquement des données de teneur en eau au cours du temps, il est possible d'estimer les paramètres hydrogéologiques de matériaux, et ce, même si l'estimation initiale des propriétés est biaisée.

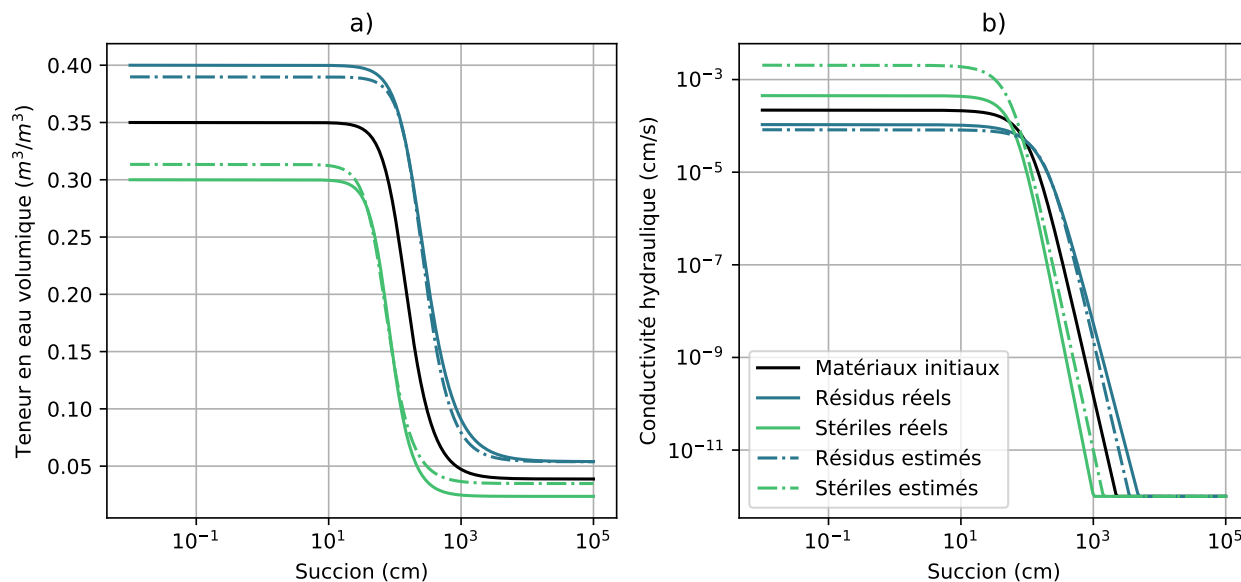


FIGURE 4.31 Comparaison des a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité réelles et estimées par assimilation de données de teneur en eau synthétiques.

### 4.3 Assimilation de données expérimentales

La section précédente a permis de confirmer l'efficacité de l'algorithme de filtre de Kalman d'ensemble pour l'assimilation de données synthétiques et d'effectuer une analyse de sensibilité pour différents paramètres d'assimilation. Lors de l'assimilation de données synthétiques, les mêmes outils sont utilisés pour la génération des données et pour les fonctions de prédiction et d'observation, ce qui maximise les chances de succès de l'assimilation de données. Cette section vise à tester l'algorithme pour des données expérimentales où les phénomènes physiques qui sont modélisés par les fonctions de transfert sont probablement simplifiés par rapport au cas réel. Par exemple, il peut y avoir un écart entre la modélisation hydrogéologique utilisée dans la fonction de prédiction et les conditions hydrogéologiques réelles de la colonne de laboratoire, entre autres, au niveau des conditions aux frontières, de l'hétérogénéité des matériaux, des propriétés des matériaux, ou si des chemins d'écoulement préférentiel se sont formés à l'intérieur de la colonne. Dans la fonction d'observation des sondes, le volume d'investigation et l'incertitude des données peuvent être mal définis. Dans la fonction d'observation ERT, il pourrait y avoir une erreur sur la relation pétrophysique ou une erreur dans la modélisation directe due à une simplification du modèle (par exemple, effet de la taille des électrodes, des sondes hydrogéologiques placées au centre de la colonne, difficulté d'obtenir des données fiables dans les stériles avec l'ERT).



### 4.3.1 Données expérimentales

Dans un premier temps, les données expérimentales de teneur en eau ont été prises toutes les cinq minutes tandis que les données ERT ont été mesurées à une fréquence irrégulière. Comme nous souhaitons assimiler ces données tous les 5 jours, il est nécessaire d'effectuer un échantillonnage des mesures de teneur en eau et une interpolation des données ERT. La figure C.21 en annexe présente un exemple d'interpolation des données de résistance. Comme pour les observations synthétiques, un bruit a été ajouté aux données expérimentales lors de la création de l'ensemble d'observation.

### 4.3.2 Présentation des scénarios testés

Le tableau 4.7 présente les deux cas d'assimilation de données expérimentales qui ont été testés.

#	Paramètres estimés	Type de données	Nombre de données	Taille de l'ensemble	Période d'assimilation
1	$\theta_z, n, k, \alpha_{vg}, \theta_{r,vg}, m_{vg}$	$\theta$	6	20	5 jours
2	$\theta_z$	$1/R$	15	20	5 jours

TABLEAU 4.7 Scénarios d'assimilation de données expérimentales

Dans un premier temps, six données de teneur en eau expérimentales sont assimilées afin d'estimer la distribution de la teneur en eau à l'intérieur de la colonne  $\theta_z$  au cours du temps ainsi que les paramètres hydrogéologiques  $n, k, \alpha_{vg}, m_{vg}$  et  $\theta_{r,vg}$  pour les résidus et les stériles. Dans un second temps, la teneur en eau au cours du temps est déduite par l'assimilation séquentielle de quinze données de conductance expérimentales.

### 4.3.3 Assimilation des données de teneur en eau

L'évolution temporelle de l'état *a posteriori* peut être comparée aux données expérimentales en multipliant l'état par la fonction d'observation linéaire décrite à la section 4.1.2, afin d'obtenir la teneur en eau observée au niveau des sondes hydrogéologiques. Cette comparaison est présentée à la figure 4.32.

À la figure 4.32, on remarque que l'ordre de grandeur et la dynamique des données de teneur en eau expérimentales et l'état *a posteriori* sont semblables tout au long de l'assimilation. Cependant, la sonde à 70 cm possède la TEV la plus faible dans les résidus, tandis qu'elle se situe entre la TEV des sondes à 50 et 90 cm pour l'état *a posteriori*.

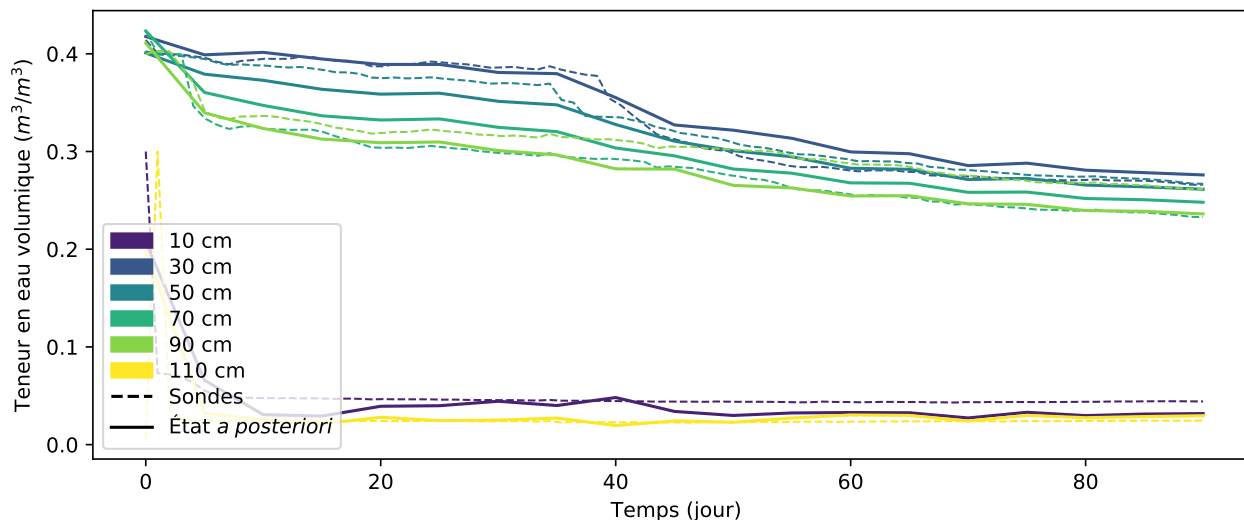


FIGURE 4.32 Résultat d’assimilation de données de teneur en eau expérimentales, comparée avec la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques

D’un côté, la dynamique de désaturation des données expérimentales est retrouvée par l’état *a posteriori*. En effet, les sondes à 70 et 90 cm présentent une désaturation presque constante dans l’état *a posteriori* et dans les données expérimentales. De plus, dans les données expérimentales, les sondes à 30 et 50 cm montrent une cassure vers le 40<sup>e</sup> jour, qui est reproduite, mais lissée, par l’état *a posteriori*. Les données expérimentales sont donc bien prises en compte lors de l’estimation de la teneur en eau par EnKF.

D’un autre côté, entre le 60<sup>e</sup> et le 90<sup>e</sup> jour, l’état *a posteriori* montre une gradation de la teneur en eau dans les résidus : la sonde la plus basse possède la TEV la plus élevée et la plus haute possède la TEV la plus faible. Cette information ne peut provenir des données expérimentales puisque la teneur en eau mesurée est équivalente pour les sondes situées à 10, 30 et 90 cm. Il semblerait alors que la fonction de prédiction contraigne l’état *a posteriori* à garder cette gradation verticale de la teneur en eau. À la figure précédente, il est donc intéressant de noter comment la fonction de prédiction et les données (comparés ensemble à la figure C.1 à l’annexe) sont combinées afin d’obtenir l’état *a posteriori*.

Dans le contexte du suivi temporel de la teneur en eau, un avantage important de l’assimilation de données par rapport aux mesures des sondes hydrogéologiques est que l’estimation de la teneur en eau est disponible sur l’ensemble du domaine d’intérêt. Ainsi, la figure 4.33 présente la distribution 1D de la teneur en eau à l’intérieur de la colonne de laboratoire estimée par assimilation de données expérimentales de teneur en eau.

Avec l’augmentation de l’état par les propriétés hydrogéologiques, l’assimilation de données permet d’estimer ces paramètres pour les résidus et les stériles de la colonne de laboratoire.

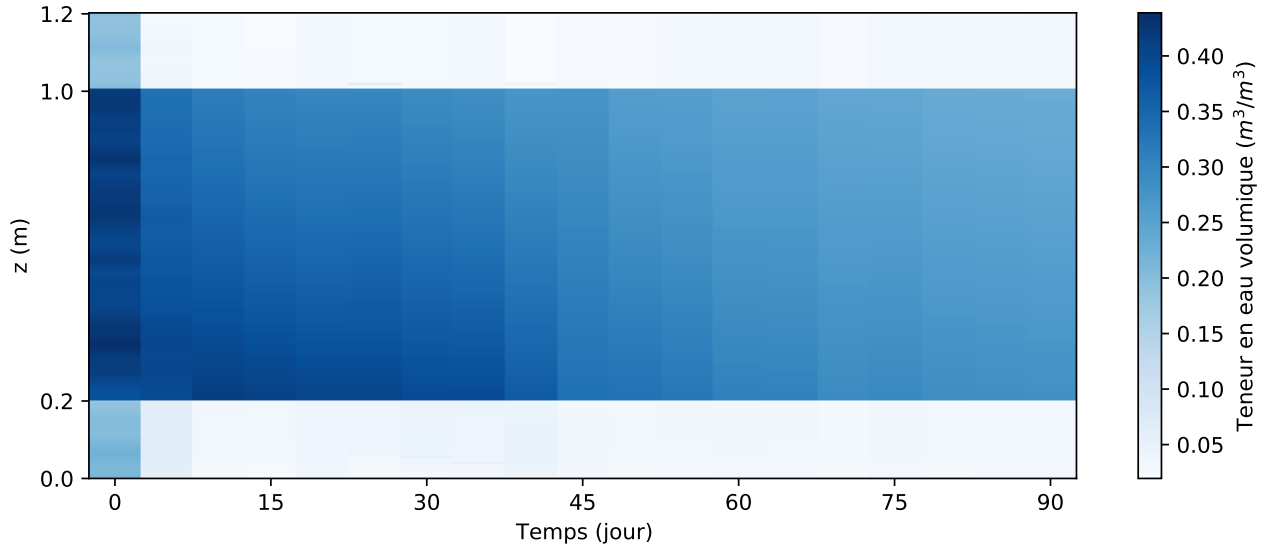


FIGURE 4.33 État *a posteriori* moyen au cours du temps lors de l'assimilation de données de teneur en eau expérimentales tous les cinq jours.

La figure 4.34 présente l'estimation de la porosité, de la perméabilité et des paramètres de Van Genuchten au fil des itérations.

Au temps initial, on observe les propriétés de chaque membre de l'ensemble qui correspondent à des réalisations des variables aléatoires décrites précédemment au tableau 3.4. Pour toutes les propriétés estimées, on remarque une stabilisation de l'estimation après 3 ou 4 itérations, c'est-à-dire après 15 ou 20 jours. À ce moment, il y a également une diminution de la variabilité des paramètres au sein de l'ensemble, tous les membres ont des propriétés de plus en plus similaires. Le tableau 4.8 présente la moyenne des propriétés et leur écart-type pour les résidus et les stériles à la dernière itération de l'assimilation de données.

Propriété	Résidus		Stériles	
	Moyenne	Écart-type	Moyenne	Écart-type
$n$ (-)	0.441	0.003	0.227	0.005
$m_{vg}$ (-)	0.493	0.023	0.812	0.016
$\log_{10} \alpha_{vg} (cm^{-1})$	-2.078	0.055	-1.619	0.060
$\theta_{r,vg} (m^3/m^3)$	0.057	0.003	0.019	0.002
$\log_{10} k (m^2)$	-12.50	0.15	-11.69	0.13

TABLEAU 4.8 Moyenne et écart-type des propriétés hydrogéologiques des résidus et stériles estimés par assimilation des données de teneur en eau expérimentales.

L'écart-type initial des propriétés hydrogéologiques disponible au tableau 3.4 est 2 à 3 fois plus élevé que l'écart-type obtenu à la fin de l'assimilation de données. Par exemple, initialement,

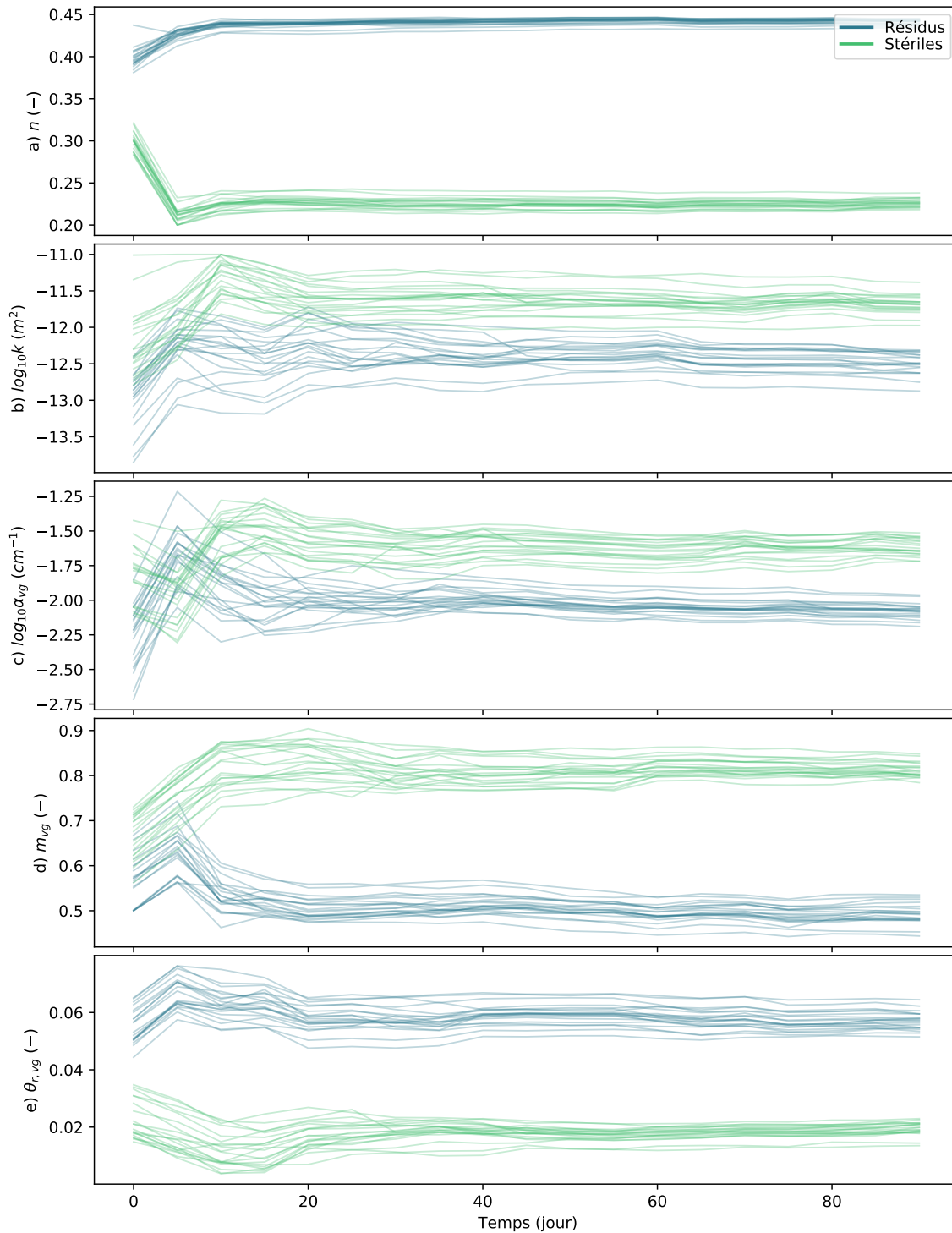


FIGURE 4.34 Estimation de a ) la porosité, b) la perméabilité, et des paramètres de Van Genuchten c)  $\alpha_{vg}$ , d)  $m_{vg}$  et e)  $\theta_{r,vg}$  des résidus et des stériles lors de l'assimilation de données de teneur en eau expérimentales pour chacun des membres de l'ensemble.

l'écart-type de la porosité et de la perméabilité étaient respectivement de 0.0013 et  $0.4 \text{ m}^2$  et ils sont de 0.005 et de  $0.13 \text{ m}^2$  après l'assimilation de données. À partir de la moyenne

des propriétés du tableau 4.8, il est possible de tracer les courbes de rétention d'eau et de fonction de perméabilité en utilisant les modèles de Van Genuchten et de Mualem. Ainsi, la figure 4.35 compare l'estimation initiale des propriétés hydrogéologiques non saturées des matériaux et celle obtenue par EnKF.

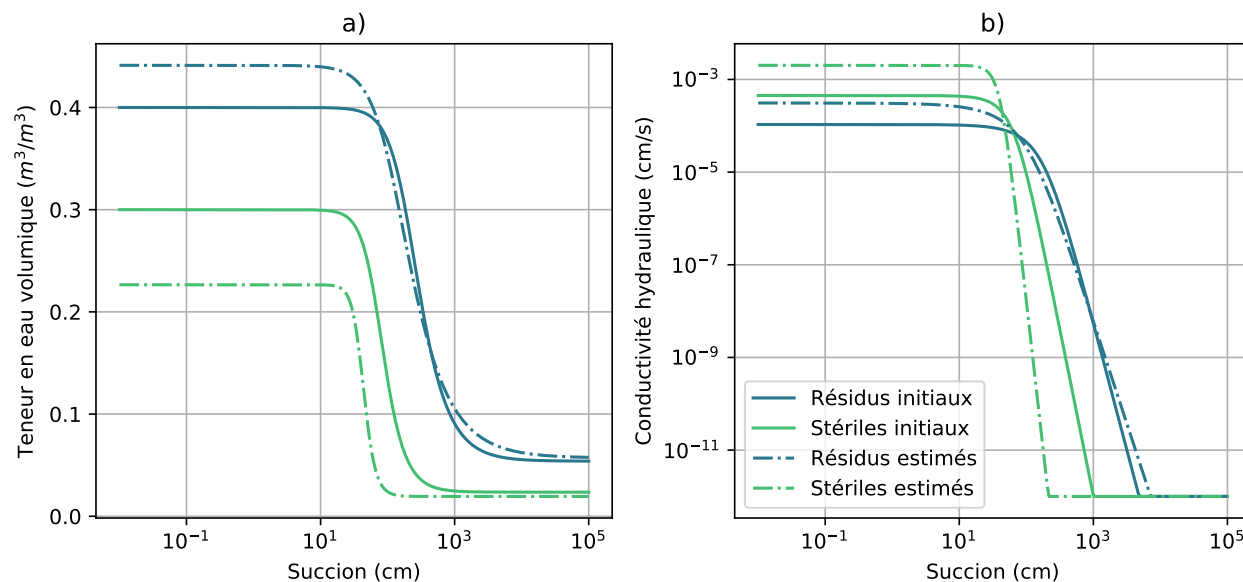


FIGURE 4.35 Comparaison des a) courbes de rétention d'eau et b) fonctions de perméabilité initiales et estimées par assimilation de données de teneur en eau expérimentales.

Aux figures 4.34 et 4.35, on remarque que les résidus estimés par EnKF ont une porosité et une perméabilité plus élevées que l'estimation initiale, la porosité passe de 0.4 à 0.44 et la perméabilité passe de  $1 \times 10^{-13}$  à  $3.2 \times 10^{-13} m^2$ . Ces propriétés demeurent des valeurs plausibles pour les résidus et les variations des autres paramètres ont peu d'impacts sur ses propriétés hydrogéologiques non saturées. En ce qui concerne les stériles, un écart plus important est observé entre l'estimation initiale des propriétés et l'estimation par EnKF. En effet, la porosité estimée par EnKF est de 0.23 comparativement à l'estimation initiale de 0.3. De plus, la perméabilité initiale était de  $5 \times 10^{-13} m^2$  et elle est estimée à  $2 \times 10^{-12} m^2$  avec l'assimilation de données.

À la section précédente, nous avons vu que l'assimilation de données synthétiques de teneur en eau permettait d'estimer correctement les propriétés hydrogéologiques des matériaux puisque l'estimation du filtre a été comparée aux valeurs réelles, issues du cas synthétique. Cependant, avec l'assimilation des données expérimentales, il est difficile de confirmer l'exactitude de ces estimations puisque la caractérisation des matériaux n'a pas été faite spécifiquement pour ce projet.

#### 4.3.4 Assimilation des données ERT

Pour l'assimilation des données ERT, seules les configurations carrées ont été utilisées, c'est-à-dire celles dont les deux électrodes de potentiel sont à la même hauteur, tout comme les électrodes de courant. Les figures C.23 et C.22 en annexe présentent la première et la dernière itération de l'assimilation de données de conductances expérimentales, où sont illustrés l'état *a priori*, les observations assimilées, l'état *a posteriori* et leurs matrices de covariance.

La figure 4.36 présente l'état *a posteriori* au cours du temps lors de l'assimilation de ces données de conductances. De même que pour la figure 4.33, on remarque que les stériles en haut et en bas de la colonne se désaturent plus rapidement que les résidus (dès la 2<sup>e</sup> itération). La teneur en eau dans les stériles du haut semble relativement bruitée, ce qui est cohérent avec la faible sensibilité des mesures ERT dans cette couche (pas d'électrodes). En ce qui concerne les résidus, la teneur en eau diminue graduellement au cours du temps, et semble s'accélérer à partir de la 9<sup>e</sup> itération (40<sup>e</sup> jour). Finalement, on remarque que la teneur en eau est plus basse dans le bas des résidus que dans le haut à la fin de l'expérience, ce qui n'était pas observé pour l'assimilation des données des sondes de teneur en eau.

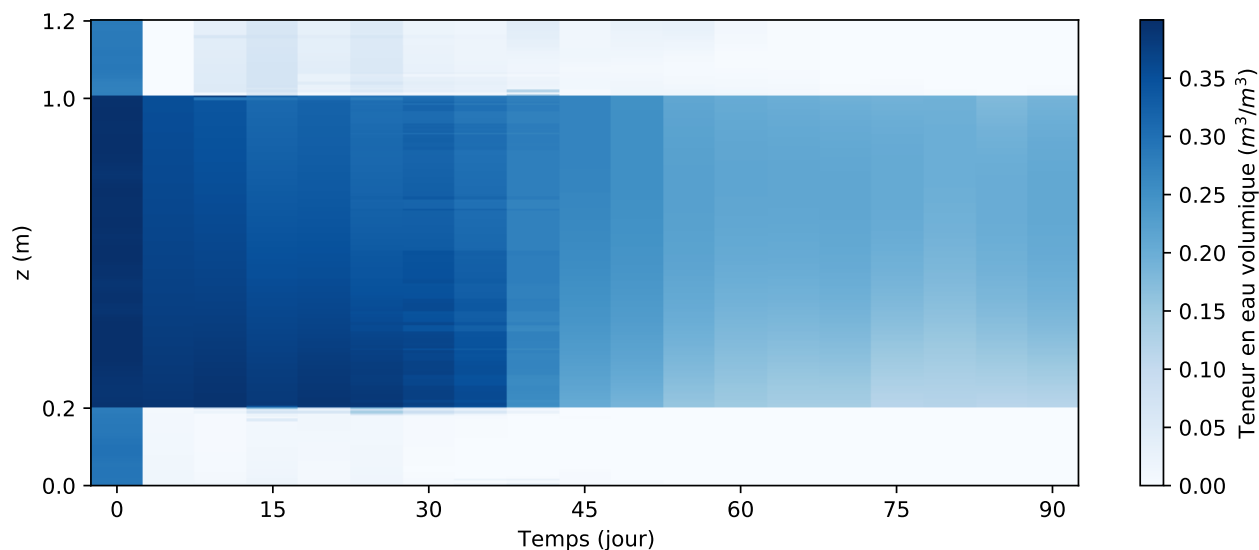


FIGURE 4.36 État *a posteriori* au cours du temps lors de l'assimilation de données de conductances expérimentales.

La figure 4.37 permet de comparer les résultats d'assimilation des données de conductance avec les mesures des sondes hydrogéologiques au cours du temps.

À la figure 4.37, on remarque que durant les 40 premiers jours, la teneur en eau estimée par EnKF est similaire à celle mesurée par les sondes hydrogéologiques, à l'exception de la

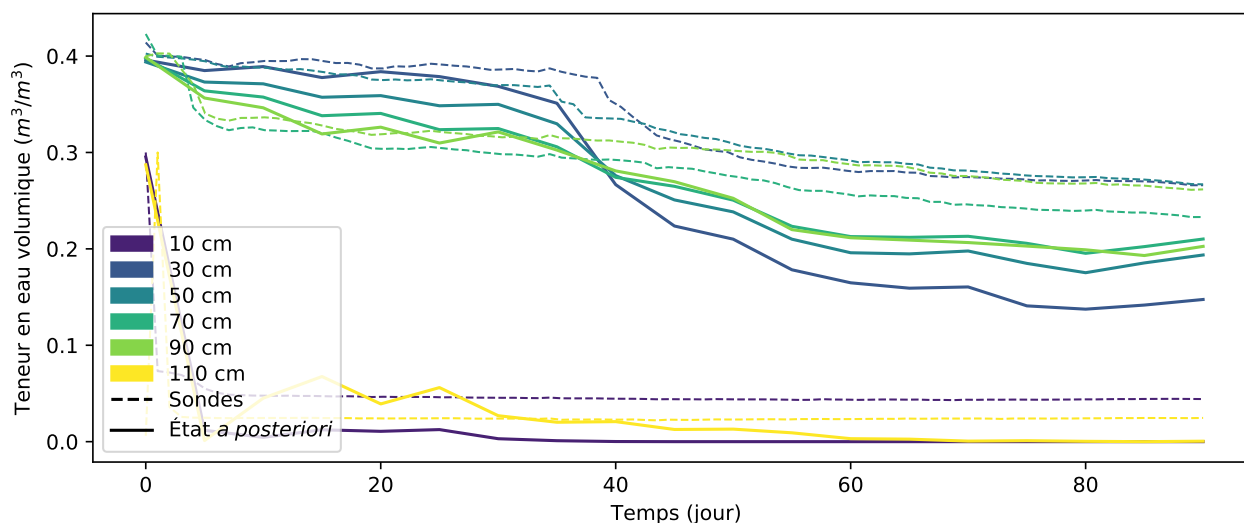


FIGURE 4.37 Résultat d’assimilation de données de conductance expérimentales, comparées avec la teneur en eau mesurée par les sondes hydrogéologiques.

sonde à 70 *cm* qui possède une teneur en eau plus élevée que la sonde à 90 *cm* dans l’état *a posteriori*, ce qui n’est pas le cas dans les données expérimentales. Ensuite, le filtre détecte une désaturation rapide à 30 et 50 *cm* : la TEV de ces sondes devient inférieure à la TEV des sondes à 70 et 90 *cm*, ce qui est inattendu par rapport aux données de teneur en eau et à la modélisation hydrogéologique. En effet, une désaturation beaucoup plus modérée est observée par les sondes hydrogéologiques aux mêmes emplacements. À la fin de l’expérimentation, les sondes hydrogéologiques mesurent des teneurs en eau entre 0.25 et 0.3  $m^3/m^3$  tandis que l’état *a posteriori* estime plutôt une teneur en eau entre 0.15 et 0.23  $m^3/m^3$ . Comme il est possible de le voir à la figure 4.38, ces résultats sont semblables à ceux obtenus par inversion des données ERT.

À la figure 4.38, on remarque qu’au cours des 90 jours, la teneur en eau obtenue par inversion est presque équivalente à celle obtenue par assimilation de données de conductance, notamment à 90 *cm*. Cependant, pour les sondes à 30 et 50 *cm*, la désaturation autour du 40<sup>e</sup> jour se produit beaucoup plus rapidement avec l’assimilation de données. De plus, l’estimation de la teneur en eau obtenue par assimilation de données est plus lisse dans le temps que celle obtenue par inversion. Toutefois, il est à noter qu’aucune régularisation temporelle n’a été utilisée pour l’inversion des données. L’inversion comprend aussi quelques données non physiques (teneur en eau estimée plus élevée que la porosité des matériaux), ce qui ne se produit pas avec l’assimilation de données.

Avec l’inversion et l’assimilation de données, la teneur en eau après 40<sup>e</sup> jour est beaucoup plus faible comparativement à ce qui est observé dans les données expérimentales des sondes hydrogéologiques (figures 4.37 et 4.38). Cette différence peut probablement être expliquée

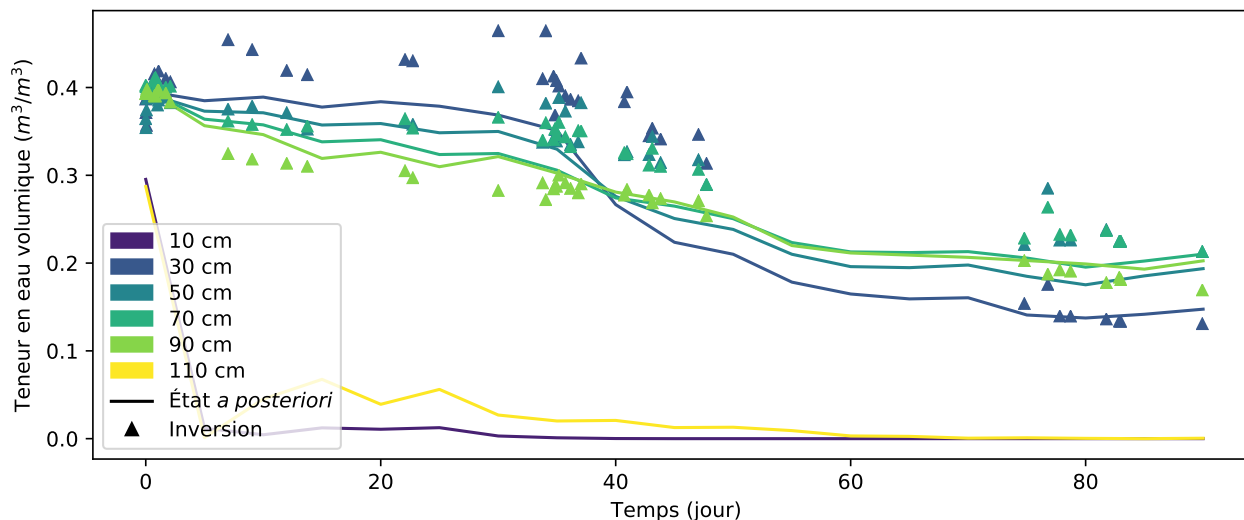


FIGURE 4.38 Résultat d'assimilation de données de conductance expérimentales, comparée avec la teneur en eau obtenue par inversion

par la relation pétrophysique utilisée qui comporte une erreur d'autant plus importante que la teneur en eau est faible. En effet, comme il est possible de le voir à la figure définissant la relation pétrophysique (figure 3.19), pour les faibles valeurs de conductivité électrique, un léger changement de la conductivité électrique engendre une variation importante de teneur en eau.

#### 4.4 Discussion

L'assimilation des données synthétiques a permis de tester l'algorithme pour des conditions optimales et d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur la qualité de l'estimation de la teneur en eau. Globalement, l'assimilation des données synthétiques de sondes hydrogéologiques ou de tomographie de résistivité électrique par EnKF a permis d'estimer la teneur en eau avec une bonne précision. En effet, lorsque 10 membres ou plus étaient utilisés pour l'assimilation, l'erreur moyenne pour l'estimation de la teneur en eau se situait entre 0.0015 et 0.01  $m^3/m^3$  pour le cas synthétique A et entre 0.006 et 0.015  $m^3/m^3$  pour le cas synthétique B. Un avantage important de l'assimilation de données est la disponibilité de l'incertitude de l'estimation. Pour la plupart des cas présentés, l'incertitude des estimations était inférieure à  $\pm 0.02 m^3/m^3$ . De plus, lors de l'assimilation de données peu sensibles à l'état de teneur en eau dans les résidus, l'incertitude de l'estimation augmente et devient l'incertitude de la fonction de prédiction, soit environ  $\pm 0.1 m^3/m^3$ . Ainsi, une évaluation de la teneur en eau est toujours disponible, sur l'ensemble du domaine d'intérêt, mais avec une fiabilité variable, dépendante des données disponibles. Des performances équivalentes sont obtenues lors de



l'assimilation des données géophysiques ou hydrogéologiques, ce qui démontre la sensibilité de la tomographie de résistivité électrique à l'état de teneur en eau. Cela est prometteur pour le suivi de la teneur en eau à grande échelle puisque l'ERT peut contraindre l'état de teneur en eau à plus grande échelle tandis que les sondes hydrogéologiques peuvent donner une information locale.

En ce qui concerne la taille de l'ensemble, les résultats de l'assimilation de données synthétiques obtenus à la section 4.2.4 ont permis de déduire qu'une taille d'ensemble entre 10 et 20 membres est suffisante afin d'estimer correctement la teneur en eau dans la plupart des cas et le gain est nul lorsque plus de 50 membres sont utilisés. De plus, l'utilisation de 20 membres pour l'assimilation de données expérimentales semble également être suffisant. Ces résultats sont en accord avec l'étude de Yin et al. (2015) qui s'appuie sur les équations des filtres de Kalman d'ensemble afin de déterminer mathématiquement la taille de l'ensemble maximisant l'efficacité du filtre (en effectuant la dérivée de la variance de l'erreur de l'état *a posteriori* par rapport au nombre de membres). En théorie, ces auteurs obtiennent une taille d'ensemble optimale de 12 membres qu'ils ont attestée avec l'assimilation de données synthétiques en utilisant différentes tailles d'ensemble (2, 5, 12, 30, 50, 100 et 300 membres). Kumar et al. (2008) ont également étudié l'effet de la taille de l'ensemble (4, 12, 50, 100 membres) pour l'estimation de la teneur en eau par EnKF et ont conclu qu'une taille d'ensemble supérieure à 10 membres n'apportait qu'une amélioration limitée.

L'étude sur la densité d'instrumentation a permis de déduire que lorsqu'on augmente le nombre de données assimilées, l'estimation de la teneur en eau est généralement améliorée. Cependant, pour l'assimilation des données des sondes hydrogéologiques, la teneur en eau est bien estimée sur l'ensemble du profil lorsqu'au moins une sonde est présente dans la couche de résidus. Lorsque les données ERT sont assimilées, l'assimilation de seulement 6 configurations (espacement vertical des électrodes de 36 cm) permet d'estimer correctement la teneur en eau dans les résidus. Ces résultats sont prometteurs pour la surveillance de la teneur en eau dans des recouvrements puisque l'assimilation de quelques sondes de teneur en eau, couplée à la modélisation hydrogéologique, permettrait de reconstituer un profil vertical réaliste de teneur en eau dans le recouvrement. Habituellement, la solution suivie pour augmenter la résolution verticale de l'estimation de la teneur en eau est d'installer un grand nombre de sondes rapprochées, ce qui correspond à des coûts importants et à de grands volumes de données à traiter.

À la section 4.2.6, un biais est introduit dans la fonction de prédiction lorsque des précipitations sont simulées. L'estimation de la teneur en eau est alors biaisée durant une certaine période, c'est à dire jusqu'à ce que suffisamment de données aient été assimilées. Dans ce

cas-ci, le filtre de Kalman d'ensemble est donc relativement robuste aux biais temporaires dans la fonction de prédiction. Ces conclusions concordent avec l'étude de De Lannoy et al. (2007) qui ont testé l'effet d'un biais dans la fonction de prédiction pour l'estimation de la teneur en eau avec un filtre de Kalman d'ensemble conventionnel. Des variantes du filtre ont également été conçues et testées afin d'estimer le biais de la prédiction et ainsi, corriger son effet sur l'état *a posteriori*. Ils ont déduit que le EnKF conventionnel permettait de corriger une partie du biais, mais que l'estimation de la teneur en eau était grandement améliorée lorsque le biais était estimé par le filtre. Pour une fonction d'observation systématiquement biaisée ou incertaine, il serait intéressant d'appliquer une telle approche.

La section 4.2.7 a permis de déduire que le format d'assimilation des données ERT affectait peu les résultats d'assimilation, ce qui est peu surprenant puisque la résistance, conductance ou conductivité apparente sont des données ERT brutes. Camporese et al. (2015) ont comparé l'assimilation de données de résistance et de résistivité inversée et ont trouvé que l'assimilation des données de résistance permettait de contraindre plus rapidement l'état *a posteriori* en raison de la faible incertitude des données. En effet, le traitement de données par inversion contribue à augmenter l'incertitude et à lisser le modèle, ce qui diminuait la vitesse de convergence vers l'état réel. Finalement, l'assimilation de données ERT pour l'estimation de variables hydrogéologiques semble bien fonctionner, et ce, peu importe le format des données ERT, ce qui est appuyé par les différents articles du tableau 2.3 qui ont estimé avec succès leurs variables d'intérêts en utilisant une variété importante de formats de données ERT.

Lors de l'assimilation de données synthétiques de teneur en eau (section 4.2.8), l'augmentation de l'état par les paramètres a permis d'estimer les propriétés hydrogéologiques des matériaux, et ce, même si l'estimation initiale des propriétés était biaisée. En effet, même si le processus démarrait avec des propriétés différentes de celles utilisées pour le cas synthétique, l'assimilation de données permettait de converger vers les propriétés hydrogéologiques non saturées réelles. Cela est prometteur pour l'estimation des paramètres hydrogéologiques lorsqu'une caractérisation des matériaux ne peut être effectuée ou pour évaluer la distribution des propriétés à grande échelle. L'estimation de plusieurs paramètres différents peut poser problème du fait de la non-unicité de la solution, il demeure donc nécessaire d'avoir des mesures a priori, par le biais de calibration en laboratoire. Il pourrait aussi être avantageux d'ajouter des contraintes lors de l'estimation de ces paramètres, comme des valeurs minimales ou maximales ou de réduire le nombre de paramètres à estimer. De plus, il peut être intéressant d'effectuer une analyse de sensibilité afin de mieux comprendre quels paramètres peuvent être contraints par les données assimilées comme l'ont effectué Tso et al. (2020). Étant donné que l'on considère les propriétés des matériaux homogènes, cinq propriétés hydrogéologiques sont estimées pour chaque matériau. Cependant, cette méthode peut également être utilisée

afin de caractériser la distribution d'une propriété en deux ou trois dimensions. Par exemple, les champs de conductivité hydraulique ont été estimés par Bouzaglou et al. (2018), Manoli et al. (2015) et Kang et al. (2018).

À la section 4.3.3, l'assimilation des données expérimentales de teneur en eau avec les outils définis dans ce mémoire semble bien fonctionner. En effet, l'état *a posteriori* est contraint à la fois par le modèle hydrogéologique et par les données mesurées, donnant ainsi une estimation plausible de l'état de teneur en eau au cours du temps à l'intérieur de la colonne de laboratoire. Cela indique que l'incertitude associée à la fonction de prédiction est adéquate par rapport à l'incertitude des sondes. Dans le cas contraire, l'état *a posteriori* s'approcherait davantage des observations ou de l'état *a priori* issu de la fonction de prédiction. De plus, l'augmentation de l'état par les paramètres du modèle hydrogéologique a été testée avec les données expérimentales. Comme avec le cas synthétique, les propriétés convergeaient vers une valeur différente de l'estimation initiale après quelques itérations. Cela semble démontrer l'applicabilité de la méthode pour l'estimation des propriétés hydrogéologiques des matériaux à partir de mesures de teneur en eau. Toutefois, il serait intéressant de reproduire une démarche similaire, mais avec une caractérisation plus exhaustive des propriétés des matériaux, afin de s'assurer de l'exactitude de l'estimation.

Durant la première moitié de l'expérimentation, l'assimilation des données ERT semble également bien estimer la teneur en eau dans la couche de résidus. Cependant, durant la seconde moitié, la teneur en eau estimée par EnKF est sous-estimée par rapport à la teneur en eau réelle. En effet, durant cette période, des différences supérieures à  $0.1 \text{ m}^3/\text{m}^3$  sont observées entre l'état *a posteriori* et les mesures des sondes hydrogéologiques. Cette différence étant également observée dans les résultats d'inversion, cela met en évidence un biais présent dans la relation pétrophysique qui sous-estime systématiquement la teneur en eau pour les faibles valeurs de conductivité électrique. Plusieurs options sont envisageables afin d'améliorer la relation pétrophysique.

D'abord, une relation mieux ajustée pour les faibles conductivités électriques et faibles teneurs en eau pourrait être développée, par exemple, en calibrant la relation pétrophysique en utilisant le logarithme des valeurs de conductivité électrique et de teneur en eau. Les erreurs définies aux équations 3.19 et 3.20 deviendraient alors

$$\epsilon_{\sigma_{Archie}} = \log(\sigma_{Archie}) - \log(\sigma_{inv}) \quad (4.18)$$

et

$$\epsilon_{\theta_{Archie}} = \log(\theta_{Archie}) - \log(\theta_{calibre}), \quad (4.19)$$

lors de la calibration des paramètres d'Archie par résolution du problème de minimisation définie à l'équation 3.18. La relation pétrophysique obtenue avec cette démarche est disponible à l'annexe B, où l'on voit que les faibles teneurs en eau sont mieux ajustées qu'avec la relation pétrophysique initialement décrite.

Dans un autre ordre d'idée, les paramètres définissant la relation pétrophysique pour les résidus et les stériles pourraient être inclus dans l'état et estimés lors de l'assimilation de données. Initialement, chacun des membres de l'ensemble aurait des paramètres d'Archie légèrement différents, qui seraient utilisés dans la fonction d'observation afin de simuler les données à partir de l'état *a priori*. Ces paramètres seraient ensuite modifiés à l'étape de mise à jour, de la même façon que les variables de teneur en eau. Cette méthodologie a par exemple été utilisée par Tso et al. (2020) qui ont estimé avec succès les paramètres  $n$  et  $m$  d'Archie lors de l'assimilation de données ERT synthétique. Cependant, l'assimilation de données expérimentales de terrain semblait peu sensible au paramètre  $m$  et donnait une évaluation surprenante de  $n$ . Les paramètres d'Archie étaient alors plutôt considérés comme des hyperparamètres permettant d'ajuster la fonction d'observation. Finalement, ce constat démontre l'importance d'avoir testé l'algorithme avec des données réelles, à petite échelle et en conditions contrôlées. En effet, ce biais dans la relation pétrophysique n'aurait pas pu être identifié par assimilation de données synthétiques uniquement.

## CHAPITRE 5 CONCLUSION

L'objectif principal de ce projet de maîtrise était de développer une méthodologie d'assimilation de données par filtre de Kalman d'ensemble qui soit applicable au suivi de la teneur en eau dans les recouvrements miniers et d'évaluer sa performance à l'aide de données synthétiques et expérimentales. Dans ce chapitre, la première section vise à répondre aux objectifs du projet et présente les principaux résultats. Par la suite, les limitations de cette étude et des recommandations pour les travaux futurs sont présentées.

### 5.1 Synthèse des travaux

Afin de répondre à l'objectif 1.1, une colonne de laboratoire représentant une couverture à effet de barrière capillaire a été construite avec des résidus et des stériles de la mine Canadian Malartic puis instrumentée avec 6 sondes de teneur en eau et 32 électrodes. Les matériaux étant initialement à saturation, le drainage de la colonne a été suivi à l'aide de mesures de sondes de teneur en eau et de résistivité électrique. La teneur en eau dans les résidus a diminué graduellement, en passant de 0.4 à environ  $0.27 m^3/m^3$  au bout de trois mois tandis que les stériles ont atteint leur saturation résiduelle après quelques jours. De même, les mesures de tomographie de résistivité électrique ont mis en évidence une augmentation de la résistance au cours du temps, obtenant ainsi des jeux de données hydrogéophysiques réalistes pour les matériaux miniers.

La détermination de l'incertitude des mesures est une étape importante préalable à l'application des filtres de Kalman d'ensemble et correspondait à l'objectif 1.3 énoncé précédemment. D'abord, la comparaison entre la teneur en eau mesurée par la méthode gravimétrique et la lecture des sondes après calibration a permis de définir l'incertitude des sondes hydrogéologiques comme une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type  $0.029 m^3/m^3$ . Ensuite, après le filtrage des données ERT, l'incertitude des mesures de résistance a été déterminée à partir des erreurs réciproques et comporte une composante relative équivalente à 6.7% de la valeur de résistance et une composante absolue de  $0.001 \Omega$ . Finalement, des intervalles de valeurs possibles pour les propriétés hydrogéologiques non saturées des résidus et des stériles (porosité, perméabilité et paramètres de Van Genuchten) ont été estimés à partir d'études antérieures ayant caractérisé les propriétés granulométriques des matériaux. Une moyenne et un écart-type ont été déterminés pour chacune des propriétés afin de les représenter comme des variables aléatoires, permettant ainsi de répondre à l'objectif 1.2.

L'objectif 1.4 consistait à caractériser la relation pétrophysique entre la teneur en eau et la conductivité électrique permettant ensuite d'estimer la distribution temporelle de la teneur en eau par ERT. Pour y répondre, les données de résistivité électrique ont d'abord été traitées par inversion en trois dimensions avec la librairie pyGIMLi/pyBERT, où une erreur de 5% a été utilisée. Ces résultats montrent que la résistivité des stériles au bas de la colonne augmente d'environ 30 à 500  $\Omega m$  en une journée, tandis que la résistivité des résidus passe de 15 à 250  $\Omega m$  en 90 jours. La minimisation de l'erreur quadratique entre la conductivité électrique inversée et la teneur en eau mesurée par les sondes a permis de calibrer une relation pétrophysique pour les résidus miniers. Ainsi, les paramètres d'Archie obtenus sont  $\sigma_w = 4$   $mS/cm$ ,  $a_a = 1$ ,  $n_a = 1.6$  et  $m_a = 3.3$  et l'erreur de la relation d'Archie serait d'environ 27% lors de la traduction de la teneur en eau en conductivité électrique. Finalement, la distribution de la conductivité électrique obtenue par inversion a été transférée en distribution de teneur en eau en utilisant la relation d'Archie. L'écart-type de l'erreur lors de l'estimation de la teneur en eau par inversion était alors de 0.044  $m^3/m^3$ .

L'expérimentation de laboratoire a permis d'obtenir des jeux de données hydrogéophysiques temporels et de caractériser l'incertitude des données. De plus, les données ERT ont été traitées avec la démarche d'inversion déterministe, qui peut ensuite servir de comparaison pour l'évaluation de la performance des EnKF.

L'objectif 2.1 a été atteint par le développement d'outils numériques nécessaires à l'assimilation des données hydrogéophysiques permettant ainsi d'estimer la teneur en eau à l'intérieur de la colonne de laboratoire. D'abord, une fonction de prédiction a été définie afin de prédire l'état de teneur en eau après un certain temps. Il s'agit d'une modélisation hydrogéologique de l'écoulement non saturé en une dimension effectuée avec le logiciel Pflotran. Ensuite, deux fonctions d'observation ont été définies afin de simuler des mesures des sondes hydrogéologiques et de résistivité électrique. La première consiste en une multiplication matricielle tenant compte du volume d'investigation des sondes. La seconde est divisée en deux étapes. Dans un premier temps, l'état de teneur en eau est converti en conductivité électrique avec la relation pétrophysique. Dans un second temps, des données de résistivité électrique sont simulées par modélisation directe à l'aide de la librairie pyGIMLi/pyBERT.

L'utilisation de cas synthétiques a permis de valider la performance de l'assimilation de données hydrogéophysiques pour l'estimation de la teneur en eau et identifier les paramètres d'assimilation optimaux, répondant ainsi à l'objectif 2.2. D'abord, la méthodologie a permis d'estimer la teneur en eau avec très bonne précision. En effet, l'erreur moyenne de l'estimation de la teneur en eau se situait entre 0.0015 et 0.01  $m^3/m^3$  si la fonction de prédiction n'était pas biaisée et qu'au moins 10 membres étaient utilisés. Ces cas synthétiques ont également permis

de tester l'influence de plusieurs paramètres d'assimilation. D'abord, une taille d'ensemble entre 10 et 20 membres était suffisante dans la plupart des cas et le gain était nul lorsque plus de 50 membres étaient utilisés. De plus, en général, lorsqu'on augmentait le nombre de données assimilées, l'estimation de la teneur en eau était améliorée. Cependant, pour l'assimilation des données des sondes hydrogéologiques, la teneur en eau était estimée avec une très bonne précision sur l'ensemble du profil lorsqu'au moins une sonde était présente dans la couche de résidus. En effet, avec la fonction de prédiction biaisée, l'erreur moyenne sur l'estimation de la teneur en eau était de  $0.013 \text{ m}^3/\text{m}^3$  avec l'assimilation d'une sonde dans les résidus tandis qu'elle était de  $0.066 \text{ m}^3/\text{m}^3$  avec l'assimilation de deux sondes dans les stériles. Lorsque les données ERT étaient assimilées, l'utilisation de seulement 6 configurations permettait d'estimer correctement la teneur en eau dans les résidus. Ensuite, lorsque la fonction de prédiction était biaisée par rapport à l'état réel, l'estimation de la teneur en eau était affectée temporairement, jusqu'à ce que suffisamment de données aient été assimilées ce qui a permis de démontrer une certaine robustesse de la méthode au biais dans la fonction de prédiction. L'utilisation de ces cas synthétiques a également permis de déduire que le format d'assimilation des données ERT (résistance, conductance ou conductivité apparente) affectait peu la performance de l'assimilation. Finalement, l'augmentation de l'état par les paramètres a permis d'améliorer l'estimation des propriétés hydrogéologiques des matériaux, et ce, même si l'estimation initiale des propriétés était biaisée.

Suivant l'objectif 2.3, l'approche d'assimilation de données a finalement été appliquée sur les données expérimentales. L'assimilation des données de teneur en eau expérimentale avec l'augmentation de l'état par les paramètres hydrogéologiques a permis d'estimer la distribution de la teneur en eau au cours du temps ainsi que les propriétés hydrogéologiques des résidus et des stériles de la colonne de laboratoire. L'assimilation des données ERT a permis de résoudre le problème inverse en tomographie de résistivité électrique en estimant directement la distribution de la teneur en eau à l'intérieur de la colonne et en estimant l'incertitude de cette prédiction de teneur en eau. Cela a également permis de mettre en évidence l'importance de l'exactitude de la relation pétrophysique, notamment pour les faibles conductivités électriques.

## 5.2 Limitations et recommandations

La section suivante présente quelques limitations reliées à ce projet ainsi que des recommandations pour l'application de cette méthodologie pour des travaux futurs.

La loi d'Archie est la relation pétrophysique utilisée pour convertir la conductivité électrique du milieu en teneur en eau, et ce, pour les résidus et les stériles. L'inversion et l'assimilation

des données électriques ont mis en évidence que cette relation semblait peu appropriée pour les faibles valeurs de conductivité électrique puisque la teneur en eau était systématiquement sous-estimée dans les résidus miniers. Plusieurs avenues peuvent être envisagées afin d'améliorer la relation pétrophysique. D'abord, la relation d'Archie fait l'hypothèse que la conduction de surface est nulle, ce qui est une simplification puisque les résidus de la mine Canadian Malartic contiennent environ 8% de particules argileuses pouvant contribuer à la conduction de surface (Boudrias, 2018). Un modèle d'Archie généralisé ou de Waxman-Smits pourrait être utilisé, ce qui contribuerait à augmenter la conductivité électrique du milieu à basse teneur en eau (Mollehuara Canales et al., 2020; Waxman et Smits, 1968). Ensuite, tel que mentionné précédemment, la calibration des paramètres d'Archie pourrait être effectuée à partir du logarithme des conductivités électriques et des teneurs en eau, ce qui permettrait de mieux ajuster les faibles valeurs. De plus, les relations décrites précédemment négligent l'effet des variations de conductivité électrique du fluide ou de température, elles sont considérées comme des constantes. D'une part, puisque la conductivité électrique varie d'environ 2% par °C, une correction peut être appliquée lorsque des changements importants de température sont attendus, par exemple, pour des données de terrain s'échelonnant sur plusieurs mois. Plusieurs modèles simples sont disponibles pour effectuer cette correction en fonction de la température mesurée (Ma et al., 2011). D'autre part, il serait intéressant d'effectuer une correction similaire pour la conductivité électrique du fluide, ce qui nécessiterait cependant d'obtenir une estimation fiable de ce paramètre. Pour ce faire, lors d'une expérimentation de laboratoire ou sur le terrain, il serait intéressant de recueillir l'eau interstitielle et de mesurer sa conductivité électrique à une fréquence régulière. Ces mesures pourraient également être utilisées pour valider la conductivité électrique du fluide mesurée par les sondes hydrogéologiques. Une dernière approche consisterait à estimer les paramètres d'Archie en les intégrant à l'état lors de l'assimilation des données ERT, ce qui permettrait, entre autres, de prendre en compte l'évolution temporelle de la conductivité électrique (Tso et al., 2020). De plus, comme il est possible que la conductivité électrique du fluide varie d'un emplacement à l'autre, la méthodologie permettrait d'intégrer cette hétérogénéité et d'obtenir son estimation sur l'ensemble de la zone à l'étude.

Étant donné que la colonne de laboratoire est discrétisée en une dimension, seulement 240 variables de teneur en eau sont estimées. De plus, ce cas d'application est relativement simple : la distribution de la teneur en eau à l'intérieur des couches de résidus et de stériles varie peu verticalement, il y a donc une covariance élevée entre les variables d'une même couche. La méthode devrait être testée afin d'évaluer la teneur en eau dans un milieu plus hétérogène, ou pour la détection d'une anomalie, afin de vérifier son efficacité pour un modèle plus complexe. De plus, le temps de calcul relativement important pour ce cas simplifié pourrait



rendre difficile l'application de la méthode à plus grande échelle, où la durée d'exécution des fonctions de prédiction et d'observation serait plus longue. Pour des problèmes plus complexes, une parallélisation de la modélisation pourrait être effectuée (Tso et al., 2020).

À l'étape de prédiction, la teneur en eau au temps  $t$  est prédite par modélisation hydrogéologique à partir de la teneur en eau au temps précédent  $t - 1$ . L'état *a priori* respecte donc les lois d'écoulement non saturé et la conservation de la masse. Cependant, à l'étape de mise à jour, l'état *a posteriori* est calculé en combinant l'état *a priori* et les observations. Ainsi, l'état *a posteriori* pourrait avoir une teneur en eau supérieure à l'état précédent, la conservation de la masse n'est pas garantie avec l'algorithme EnKF. Une variante du filtre comme celle proposée par Gu et Oliver (2007), nommée *Restart-Enkf*, pourrait être utilisée, où à chaque itération, la modélisation hydrogéologique débute au temps initial  $t_0$  et se poursuit jusqu'à ce que les nouvelles observations soient disponibles, assurant ainsi la conservation de la masse.

Le potentiel de l'assimilation de données pour l'estimation des paramètres hydrogéologiques a été démontré à l'aide de cas synthétiques et semble fonctionner avec l'assimilation de données expérimentales. Cependant, l'exactitude de l'estimation des propriétés hydrogéologiques des matériaux expérimentaux n'a pas pu être confirmée puisque cela ne constituait pas un objectif principal de ce projet et que les matériaux n'ont pas été caractérisés spécifiquement pour cette étude. Il serait intéressant de confirmer l'efficacité de cette méthode avec un dispositif expérimental comprenant des matériaux dont les propriétés sont bien connues. De plus, les paramètres qui ne sont pas inclus dans l'état sont considérés comme des constantes connues ce qui est une simplification importante. Pour des problèmes plus complexes, il pourrait être avantageux d'inclure davantage de variables (comme la conductivité électrique du fluide) et de paramètres de modèle dans l'état (paramètres de la relation pétrophysique ou autres paramètres hydrogéologiques). Finalement, en raison de la nature stochastique des filtres de Kalman, il aurait été préférable d'exécuter plusieurs fois la même assimilation de données et d'utiliser le résultat moyen lors de l'interprétation, notamment lorsqu'une faible taille d'ensemble est utilisée.

## RÉFÉRENCES

- Aanonsen, S. I., G. Nøvdal, D. S. Oliver, A. C. Reynolds, et B. Vallès (2009, 09). The Ensemble Kalman Filter in Reservoir Engineering—a Review. *SPE Journal* 14(03), 393–412.
- ABEM, A. (2016). Terrameter LS Instruction Manual.
- Anderson, J. L. et S. L. Anderson (1999). A monte carlo implementation of the nonlinear filtering problem to produce ensemble assimilations and forecasts. *Monthly weather review* 127(12), 2741–2758.
- Archie, G. E. et al. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of the AIME* 146(01), 54–62.
- Astic, T., L. J. Heagy, et D. W. Oldenburg (2020, 08). Petrophysically and geologically guided multi-physics inversion using a dynamic Gaussian mixture model. *Geophysical Journal International* 224(1), 40–68.
- ASTM (2016). *Standard Test Methods for Determination of the Soil Water Characteristic Curve for Desorption Using Hanging Column, Pressure Extractor, Chilled Mirror Hygrometer, or Centrifuge*. ASTM International.
- ASTM (2019). *Standard Test Methods for Laboratory Determination of Water (Moisture) Content of Soil and Rock by Mass*. ASTM International.
- Atkins, R., T. Pangburn, R. Bates, et B. Brockett (1998, 01). Soil moisture determinations using capacitance probe methodology. pp. 49.
- Attia, A., D. Fratta, et Z. Bassiouni (2008). Irreducible water saturation from capillary pressure and electrical resistivity measurements. *Oil & Gas Science and Technology-Revue de l'IFP* 63(2), 203–217.
- Aubertin, M. (1995). *Évaluation en laboratoire de barrières sèches construites à partir de résidus miniers*. École Polytechnique de Montréal.
- Aubertin, M., B. Bussière, T. Pabst, M. James, et M. Mbonimpa (2016). Review of the reclamation techniques for acid-generating mine wastes upon closure of disposal sites. *Geo-Chicago 2016*, 343–358.
- Aubertin, M., O. Fala, B. Bussière, V. Martin, D. Campos, A. Gamache-Rochette, M. Chouteau, et R. Chapuis (2002). Analyse des écoulements de l'eau en conditions non saturées dans les haldes à stériles. *Symposium Rouyn-Noranda : L'Environnement et les Mines*.

- Aubertin, M., M. Mbonimpa, B. Bussière, et R. Chapuis (2003). A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Canadian Geotechnical Journal* 40(6), 1104–1122.
- Bear, J. et C. Braester (1972). On the flow of two immiscible fluids in fractured porous media. In *Developments in Soil Science*, Volume 2, pp. 177–202. Elsevier.
- Benson, C. et M. Gribb (1997). Measuring unsaturated hydraulic conductivity in the laboratory and the field. *Geotechnical special publication*, 113–168.
- Birchak, J. R., C. G. Gardner, J. E. Hipp, et J. M. Victor (1974). High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture. *Proceedings of the IEEE* 62(1), 93–98.
- Blowes, D., C. Ptacek, J. Jambor, et C. Weisener (2003). The geochemistry of acid mine drainage. *Environmental geochemistry* 9, 149–204.
- Bortnikova, S., V. Olenchenko, O. Gaskova, N. Yurkevich, N. Abrosimova, E. Shevko, A. Edelev, T. Korneeva, I. Provornaya, et L. Eder (2018). Characterization of a gold extraction plant environment in assessing the hazardous nature of accumulated wastes (kemerovo region, russia). *Applied Geochemistry* 93, 145–157.
- Boudrias, G. (2018). Évaluation numérique et expérimentale du drainage et de la consolidation de résidus miniers à proximité d’une inclusion de roches stériles.
- Bouzaglou, V. (2016). *Calibration de paramètres hydrogéologiques par assimilation de données électriques dans le suivi d’une contamination*. Ph. D. thesis, Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique.
- Bouzaglou, V., E. Crestani, P. Salandin, E. Gloaguen, et M. Camporese (2018). Ensemble kalman filter assimilation of ert data for numerical modeling of seawater intrusion in a laboratory experiment. *Water* 10(4), 397.
- Brooks, R. H. et A. T. Corey (1964). Hydraulic properties of porous media and their relation to drainage design. *Transactions of the ASAE* 7(1), 26–0028.
- Brown, R. G. et P. Y. Hwang (2012). *Introduction to random signals and applied Kalman filtering : with MATLAB exercises*. J Wiley & Sons.
- Bussière, B. (2007). Colloquium 2004 : Hydrogeotechnical properties of hard rock tailings from metal mines and emerging geoenvironmental disposal approaches. *Canadian Geotechnical Journal* 44(9), 1019–1052.
- Bussière, B., M. Aubertin, et M. Julien (2001). Couvertures avec effets de barrière capillaire pour limiter le drainage minier acide : aspects théoriques et pratiques. *Vecteur environnement* 34(3), 37–50.

- Bussière, B. et M. Guittonny (2020). *Hard Rock Mine Reclamation : From Prediction to Management of Acid Mine Drainage*. CRC Press.
- Butler, S. et G. Sinha (2012). Forward modeling of applied geophysics methods using comsol and comparison with analytical and laboratory analog models. *Computers & Geosciences* 42, 168 – 176.
- Camporese, M., G. Cassiani, R. Deiana, P. Salandin, et A. Binley (2015). Coupled and uncoupled hydrogeophysical inversions using ensemble kalman filter assimilation of ert-monitored tracer test data. *Water Resources Research* 51(5), 3277–3291.
- Cassiani, G., A. Godio, S. Stocco, A. Villa, R. Deiana, P. Frattini, et M. Rossi (2009). Monitoring the hydrologic behaviour of a mountain slope via time-lapse electrical resistivity tomography. *Near Surface Geophysics* 7(5-6), 475–486.
- Chambers, J., D. Gunn, P. Wilkinson, P. Meldrum, E. Haslam, S. Holyoake, M. Kirkham, O. Kuras, A. Merritt, et J. Wragg (2014). 4d electrical resistivity tomography monitoring of soil moisture dynamics in an operational railway embankment. *Near Surface Geophysics* 12(1), 61–72.
- Chapuis, R. P. (2012). Predicting the saturated hydraulic conductivity of soils : a review. *Bulletin of engineering geology and the environment* 71(3), 401–434.
- Cockett, R., S. Kang, L. J. Heagy, A. Pidlisecky, et D. W. Oldenburg (2015). Simpeg : An open source framework for simulation and gradient based parameter estimation in geophysical applications. *Computers & Geosciences* 85, 142–154.
- Contreras Romero, C. A. (2013). *Comportement dynamique du sol pulvérulent" résidus miniers"*. Ph. D. thesis, École Polytechnique de Montréal.
- Corwin, D. et S. Lesch (2005). Apparent soil electrical conductivity measurements in agriculture. *Computers and electronics in agriculture* 46(1-3), 11–43.
- Crestani, E., M. Camporese, et P. Salandin (2015). Assessment of hydraulic conductivity distributions through assimilation of travel time data from ert-monitored tracer tests. *Advances in Water Resources* 84, 23–36.
- Dagenais, A.-M., M. Aubertin, B. Bussière, et V. Martin (2005). Large scale applications of covers with capillary barrier effects to control the production of acid mine drainage. *Proceedings of post-mining*, 16–17.
- Dahlin, T. et M. H. Loke (2018). Underwater ert surveying in water with resistivity layering with example of application to site investigation for a rock tunnel in central stockholm. *Near Surface Geophysics* 16(3), 230–237.

- Dawood, I., M. Aubertin, R. Intissar, et M. Chouteau (2011). A combined hydrogeological–geophysical approach to evaluate unsaturated flow in a large waste rock pile. *Proceedings of the 14th Pan-American conference on soil mechanics and geotechnical engineering (PCSMGE), 64th Canadian geotechnical conference (CGC), and 5th Pan-American conference on teaching and learning of geotechnical engineering (PCTLGE), Toronto, ON, Canada.*
- De Carlo, L., A. Battilani, D. Solimando, et M. C. Caputo (2019). Application of time-lapse ert to determine the impact of using brackish wastewater for maize irrigation. *Journal of Hydrology*, 124465.
- De Carlo, L., M. Berardi, M. Vurro, et M. C. Caputo (2018). Geophysical and hydrological data assimilation to monitor water content dynamics in the rocky unsaturated zone. *Environmental monitoring and assessment* 190(5), 1–17.
- De Lannoy, G. J., R. H. Reichle, P. R. Houser, V. R. Pauwels, et N. E. Verhoest (2007). Correcting for forecast bias in soil moisture assimilation with the ensemble kalman filter. *Water Resources Research* 43(9).
- Dey, A. et H. F. Morrison (1979). Resistivity modeling for arbitrarily shaped three-dimensional structures. *Geophysics* 44(4), 753–780.
- Dimech, A. (2020). *Revue de littérature : Application de la tomographie de résistivité électrique au suivi de la performance des ouvrages de restauration minière*. Ph. D. thesis, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue.
- Dimech, A. (2023). *Application de la tomographie de résistivité électrique au suivi de la performance des ouvrages de restauration minière*. Ph. D. thesis, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue.
- Dimech, A., M. Chouteau, M. Aubertin, B. Bussière, V. Martin, et B. Plante (2019). Three-dimensional time-lapse geoelectrical monitoring of water infiltration in an experimental mine waste rock pile. *Vadose Zone Journal* 18(1).
- Dimech, A., M. Chouteau, B. Bussière, V. Martin, M. Aubertin, et B. Plante (2018). 3d time-lapse geoelectrical monitoring of moisture content in an experimental waste rock pile : validation using hydrogeological data. *FastTIMES Special Issue Mine Site and Mining Geophysics (from SAGEEP 2018)*.
- Dimech, A., M. Chouteau, V. Martin, M. Aubertin, B. Bussière, et B. Plante (2018). 3d time-lapse geoelectrical monitoring of moisture content in an experimental waste rock pile : Validation using hydrogeological data. In *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems 2018*, pp. 240–250. Society of Exploration Geophysicists and Environment and Engineering . . . .

- Doucet, K., N. Pepin, et M. Kissiova (2015). Thickened tailings characterization program for a tailings storage facility design update : case study.
- Dowell, D. C., F. Zhang, L. J. Wicker, C. Snyder, et N. A. Crook (2004). Wind and temperature retrievals in the 17 may 1981 arcadia, oklahoma, supercell : Ensemble kalman filter experiments. *Monthly Weather Review* 132(8), 1982–2005.
- Essayad, K. (2015). *Développement de protocoles expérimentaux pour caractériser la consolidation de résidus miniers saturés et non saturés à partir d'essais de compression en colonne*. Ph. D. thesis, École Polytechnique de Montréal.
- Evensen, G. (2003). The ensemble kalman filter : Theoretical formulation and practical implementation. *Ocean dynamics* 53(4), 343–367.
- Evensen, G. (2009). *Data assimilation : the ensemble Kalman filter*. Springer Science & Business Media.
- Evett, S. R. (2003). Soil water measurement by time domain reflectometry. *Encyclopedia of water science*, 894–898.
- Falzone, S., J. Robinson, et L. Slater (2019). Characterization and monitoring of porous media with electrical imaging : a review. *Transport in Porous Media* 130(1), 251–276.
- Fetter, C. W. (2018). *Applied hydrogeology*. Waveland Press.
- Fetter, C. W., T. Boving, et D. Kremer (2017). *Contaminant hydrogeology*. Waveland Press.
- Freeze, R. A. et J. A. Cherry (1979). Groundwater. Technical report.
- Friedman, S. P. (2005). Soil properties influencing apparent electrical conductivity : a review. *Computers and electronics in agriculture* 46(1-3), 45–70.
- Geyer, R. G. (1990). Dielectric characterization and reference materials.
- GP, C. M. (2015a). Plan de restauration - mise à jour 2015. pp. 127.
- GP, C. M. (2015b). Rapport de développement durable 2015. *Projet d'agrandissement de la mine aurifère Canadian Malartic et de déviation de la route 117 à Malartic*, 60.
- Greer, B. M., T. J. Burbey, C. E. Zipper, et E. T. Hester (2017). Electrical resistivity imaging of hydrologic flow through surface coal mine valley fills with comparison to other landforms. *Hydrological processes* 31(12), 2244–2260.
- Grimard, L.-P. (2018). *Étude de laboratoire du comportement de résidus miniers soumis à des essais de compression non drainés et à une baisse du confinement, avec mesures de vitesse des ondes de cisaillement*. Ph. D. thesis, Ecole Polytechnique, Montreal (Canada).
- Gu, Y. et D. S. Oliver (2007, 12). An Iterative Ensemble Kalman Filter for Multiphase Fluid Flow Data Assimilation. *SPE Journal* 12(04), 438–446.

- Gupta, S. et R. Hanks (1972). Influence of water content on electrical conductivity of the soil. *Soil Science Society of America Journal* 36(6), 855–857.
- Günther, T., C. Rücker, et K. Spitzer (2006). Three-dimensional modelling and inversion of DC resistivity data incorporating topography—II. Inversion. *Geophysical Journal International* 166(2), 506–517.
- Hammond, G. E., P. C. Lichtner, et R. T. Mills (2014). Evaluating the performance of parallel subsurface simulators : An illustrative example with pflotran. *Water Resources Research* 50, 208–228.
- Haykin, S. (2004). *Kalman filtering and neural networks*, Volume 47. John Wiley & Sons.
- Hayley, K., L. Bentley, M. Gharibi, et M. Nightingale (2007). Low temperature dependence of electrical resistivity : Implications for near surface geophysical monitoring. *Geophysical research letters* 34(18).
- Hayley, K., A. Pidlisecky, et L. Bentley (2011). Simultaneous time-lapse electrical resistivity inversion. *Journal of Applied Geophysics* 75(2), 401–411.
- Heagy, L. J., D. Oldenburg, S. Kang, A. T. Melo, et F. Perez (2019). Interactive geophysics : Geosci. xyz. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, Volume 2019, pp. ED52A–01.
- Hen-Jones, R., P. Hughes, R. Stirling, S. Glendinning, J. Chambers, D. Gunn, et Y. Cui (2017). Seasonal effects on geophysical–geotechnical relationships and their implications for electrical resistivity tomography monitoring of slopes. *Acta Geotechnica* 12(5), 1159–1173.
- Hilhorst, M. (2000). A pore water conductivity sensor. *Soil Science Society of America Journal* 64(6), 1922–1925.
- Hillel, D. (1998). *Environmental soil physics : Fundamentals, applications, and environmental considerations*. Elsevier.
- Houtekamer, P. L. et H. L. Mitchell (2005). Ensemble kalman filtering. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society : A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography* 131(613), 3269–3289.
- Houtekamer, P. L., H. L. Mitchell, G. Pellerin, M. Buehner, M. Charron, L. Spacek, et B. Hansen (2005). Atmospheric data assimilation with an ensemble kalman filter : Results with real observations. *Monthly weather review* 133(3), 604–620.
- Huang, M., S. Lee Barbour, A. Elshorbagy, J. D. Zetl, et B. Cheng Si (2011). Infiltration and drainage processes in multi-layered coarse soils. *Canadian Journal of Soil Science* 91(2), 169–183.
- Huang, P. M., Y. Li, et M. E. Sumner (2011). *Handbook of soil sciences : properties and processes*. CRC Press.

- Hübner, R., T. Günther, K. Heller, U. Noell, et A. Kleber (2017). Impacts of a capillary barrier on infiltration and subsurface stormflow in layered slope deposits monitored with 3-D ERT and hydrometric measurements. *Hydrology and Earth System Sciences* 21(10), 5181.
- Johnson, T. (2014). E4d : a distributed memory parallel electrical geophysical modeling and inversion code user guide, version 1.0. Technical report, PNNL-SA-23783, Pacific Northwest National Lab, Richland, WA.
- Johnson, T. C., L. D. Slater, D. Ntarlagiannis, F. D. Day-Lewis, et M. Elwaseif (2012). Monitoring groundwater-surface water interaction using time-series and time-frequency analysis of transient three-dimensional electrical resistivity changes. *Water Resources Research* 48(7).
- Johnson, T. C., R. J. Versteeg, M. Rockhold, L. D. Slater, D. Ntarlagiannis, W. J. Greenwood, et J. Zachara (2012). Characterization of a contaminated wellfield using 3d electrical resistivity tomography implemented with geostatistical, discontinuous boundary, and known conductivity constraints. *Geophysics* 77(6), EN85–EN96.
- Kalman, R. E. et al. (1960). Contributions to the theory of optimal control. *Bol. soc. mat. mexicana* 5(2), 102–119.
- Kang, X., X. Shi, Y. Deng, A. Revil, H. Xu, et J. Wu (2018). Coupled hydrogeophysical inversion of dnapl source zone architecture and permeability field in a 3d heterogeneous sandbox by assimilation time-lapse cross-borehole electrical resistivity data via ensemble kalman filtering. *Journal of hydrology* 567, 149–164.
- Kang, X., X. Shi, A. Revil, Z. Cao, L. Li, T. Lan, et J. Wu (2019). Coupled hydrogeophysical inversion to identify non-gaussian hydraulic conductivity field by jointly assimilating geochemical and time-lapse geophysical data. *Journal of Hydrology* 578, 124092.
- Keppenne, C. L. et M. M. Rienecker (2002). Initial testing of a massively parallel ensemble kalman filter with the poseidon isopycnal ocean general circulation model. *Monthly weather review* 130(12), 2951–2965.
- Koestel, J., A. Kemna, M. Javaux, A. Binley, et H. Vereecken (2008). Quantitative imaging of solute transport in an unsaturated and undisturbed soil monolith with 3-d ert and tdr. *Water Resources Research* 44(12).
- Kovács, G. (1981). *Seepage hydraulics*, Volume 10. Elsevier.
- Kumar, S. V., R. H. Reichle, C. D. Peters-Lidard, R. D. Koster, X. Zhan, W. T. Crow, J. B. Eylander, et P. R. Houser (2008). A land surface data assimilation framework using the land information system : Description and applications. *Advances in Water Resources* 31(11), 1419–1432.



- Kuras, O., J. D. Pritchard, P. I. Meldrum, J. E. Chambers, P. B. Wilkinson, R. D. Ogilvy, et G. P. Wealthall (2009). Monitoring hydraulic processes with automated time-lapse electrical resistivity tomography (alert). *Comptes Rendus Geoscience* 341(10-11), 868–885.
- L-Bolduc, F. (2012). *Une étude sur l'utilisation des roches stériles comme inclusions drainantes dans les résidus miniers*. Ph. D. thesis, École Polytechnique de Montréal.
- Labbe, R. (2014). Kalman and bayesian filters in python. *Chap 7*, 246.
- LaBrecque, D. et W. Daily (2008). Assessment of measurement errors for galvanic-resistivity electrodes of different composition. *Geophysics* 73(2), F55–F64.
- Lavoie-Deraspe, J. (2019). *Étude du comportement hydrogéologique de couvertures avec effets de barrière capillaire sur une halde à stériles de grande dimension*. Ph. D. thesis, Polytechnique Montréal.
- Lesmes, D. P. et S. P. Friedman (2005). Relationships between the electrical and hydrogeological properties of rocks and soils. In *Hydrogeophysics*, pp. 87–128. Springer.
- Liu, J., S. Dong, L. Zhang, Q. Ma, et C. Wu (2015). Estimation of archie parameters by a novel hybrid optimization algorithm. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 135, 232–239.
- Liu, Z., C. Huang, L. Ma, K. Morin, M. Aziz, et C. Meints (2017). Observations and explanations from the monitoring data of equity silver mine, canada. In *IN : 9th Australian Workshop on Acid and Metalliferous Drainage*, pp. 146–155.
- Loke, M. H. (2018). Tutorial : 2-d and 3-d electrical imaging surveys.
- Ltée, R. A. O. (2021). Canadian malartic (au). *Redevance en production*, 45.
- Ma, R., A. McBratney, B. Whelan, B. Minasny, et M. Short (2011). Comparing temperature correction models for soil electrical conductivity measurement. *Precision Agriculture* 12(1), 55–66.
- Malartic, C. (2020). Rapport de développement durable 2020. pp. 55.
- Manoli, G., M. Rossi, D. Pasetto, R. Deiana, S. Ferraris, G. Cassiani, et M. Putti (2015). An iterative particle filter approach for coupled hydro-geophysical inversion of a controlled infiltration experiment. *Journal of Computational Physics* 283, 37–51.
- Maqsoud, A., B. Bussiere, M. Aubertin, M. Chouteau, et M. Mbonimpa (2011). Field investigation of a suction break designed to control slope-induced desaturation in an oxygen barrier. *Canadian Geotechnical Journal* 48(1), 53–71.
- Martin, V., T. Pabst, B. Bussière, B. Plante, et M. Aubertin (2019). A new approach to control contaminated mine drainage generation from waste rock piles : Lessons learned after

4 years of field monitoring. Proceedings of GeoEnvironmental Engineering 2019 Concordia Montréal.

Martínez, J., M. Hidalgo, J. Rey, J. Garrido, C. Kohfahl, J. Benavente, et D. Rojas (2016). A multidisciplinary characterization of a tailings pond in the linaires-la carolina mining district, spain. *Journal of Geochemical Exploration* 162, 62–71.

Mbemba, F. S. (2016). *Évaluation du drainage, de la consolidation et de la dessiccation des résidus miniers fins en présence d'inclusions drainantes*. Ph. D. thesis, Ecole Polytechnique, Montreal (Canada).

Mbonimpa, M., M. Aubertin, M. Aachib, et B. Bussière (2003). Diffusion and consumption of oxygen in unsaturated cover materials. *Canadian Geotechnical Journal* 40(5), 916–932.

Mbonimpa, M., M. Aubertin, R. Chapuis, et B. Bussière (2002). Practical pedotransfer functions for estimating the saturated hydraulic conductivity. *Geotechnical & Geological Engineering* 20(3), 235–259.

MEND (2000). 2.22.4 - field performance of the les terrains aurifères composite dry covers. *Canadian Mine Environment Neutral Drainage Program*.

MeterGroup (2019). *Teros 11/12 - User Manual*.

Michot, D., Y. Benderitter, A. Dorigny, B. Nicoullaud, D. King, et A. Tabbagh (2003). Spatial and temporal monitoring of soil water content with an irrigated corn crop cover using surface electrical resistivity tomography. *Water Resources Research* 39(5).

Ministère du Développement Durable, E. e. P. (2012). *Directive 019 sur l'industrie minière*. Gouvernement du Québec. Bibliothèque et Archives nationales du Québec.

Mollehuara Canales, R., E. Kozlovskaya, J. Lunkka, H. Guan, E. Banks, et K. Moisio (2020). Geoelectric interpretation of petrophysical and hydrogeological parameters in reclaimed mine tailings areas. *Journal of Applied Geophysics* 181, 104139.

Moran, M. S., C. D. Peters-Lidard, J. M. Watts, et S. McElroy (2004). Estimating soil moisture at the watershed scale with satellite-based radar and land surface models. *Canadian journal of remote sensing* 30(5), 805–826.

Moysey, S. et R. Knight (2004). Modeling the field-scale relationship between dielectric constant and water content in heterogeneous systems. *Water Resources Research* 40(3).

Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water resources research* 12(3), 513–522.

Musoff, H. et P. Zarchan (2009). *Fundamentals of Kalman filtering : a practical approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

- Noborio, K. (2001). Measurement of soil water content and electrical conductivity by time domain reflectometry : a review. *Computers and electronics in agriculture* 31(3), 213–237.
- Nwogwu, N., N. Okereke, S. Ohanyere, et M. Chikwue (2018). A concise review of various soil moisture measurement techniques. *Expanded Committees* 613.
- Oldenburg, D. W. et Y. Li (2005). Inversion for applied geophysics : A tutorial. In *Near-surface geophysics*, pp. 89–150. Society of Exploration Geophysicists.
- Olmos, N. M., H. Varela, H. W. Gómez, et H. Bolfarine (2012). An extension of the half-normal distribution. *Statistical Papers* 53(4), 875–886.
- Orlowska, S. (2003). *Conception et prédiction des caractéristiques diélectriques des matériaux composites à deux et trois phases par la modélisation et la validation expérimentale*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- Pabst, T. (2011). *Étude expérimentale et numérique du comportement hydro-géochimique de recouvrements placés sur des résidus sulfureux partiellement oxydés*. Ph. D. thesis, École Polytechnique de Montréal.
- Parsekian, A., K. Singha, B. J. Minsley, W. S. Holbrook, et L. Slater (2015). Multiscale geophysical imaging of the critical zone. *Reviews of Geophysics* 53(1), 1–26.
- Pétel, K. (2017). *Évaluation en laboratoire de recouvrements spécifiquement adaptés au contrôle du drainage neutre contaminé*.
- Poncelet, N. (2012). *Élaboration et implémentation d'un protocole de laboratoire pour l'étude du potentiel de liquéfaction de résidus miniers*. Ph. D. thesis, École Polytechnique de Montréal.
- Reichle, R. H., D. B. McLaughlin, et D. Entekhabi (2002). Hydrologic data assimilation with the ensemble kalman filter. *Monthly Weather Review* 130(1), 103 – 114.
- Revil, A., P. Kessouri, et C. Torres-Verdín (2014). Electrical conductivity, induced polarization, and permeability of the fontainebleau sandstone. *Geophysics* 79(5), D301–D318.
- Rhoades, J., N. Manteghi, P. Shouse, et W. Alves (1989). Soil electrical conductivity and soil salinity : New formulations and calibrations. *Soil Science Society of America Journal* 53(2), 433–439.
- Rhoades, J., P. Raats, et R. Prather (1976). Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity 1. *Soil Science Society of America Journal* 40(5), 651–655.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics* 1(5), 318–333.

- Rosenholtz, J. L. et D. T. Smith (1936). The dielectric constant of mineral powders. *American Mineralogist : Journal of Earth and Planetary Materials* 21(2), 115–120.
- Rubin, Y. et S. S. Hubbard (2006). *Hydrogeophysics*, Volume 50. Springer Science & Business Media.
- Rucker, C., T. Gunther, et K. Spitzer (2006). Three-dimensional modelling and inversion of dc resistivity data incorporating topography—i. modelling. *Geophysical Journal International* 166(2), 495–505.
- Rucker, C., T. Gunther, et F. M. Wagner (2017). pygimli : An open-source library for modelling and inversion in geophysics. *Computers and Geosciences* 109, 106–123.
- Samouëlian, A., I. Cousin, A. Tabbagh, A. Bruand, et G. Richard (2005). Electrical resistivity survey in soil science : a review. *Soil and Tillage research* 83(2), 173–193.
- Samouëlian, A., I. Cousin, A. Tabbagh, A. Bruand, et G. Richard (2005). Electrical resistivity survey in soil science : a review. *Soil and Tillage Research* 83(2), 173–193.
- Seaton, W. J. et T. J. Burbey (2002). Evaluation of two-dimensional resistivity methods in a fractured crystalline-rock terrane. *Journal of Applied Geophysics* 51(1), 21–41.
- Si, H. (2015). Tetgen, a delaunay-based quality tetrahedral mesh generator. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* 41(2), 1–36.
- Simunek, J., M. Sejna, H. Saito, M. Sakai, et M. T. Van Genuchten (1998). Hydrus-1d. *Simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media, version 2*.
- Singha, K., F. D. Day-Lewis, T. Johnson, et L. D. Slater (2015). Advances in interpretation of subsurface processes with time-lapse electrical imaging. *Hydrological Processes* 29(6), 1549–1576.
- Sjödahl, P., T. Dahlin, et S. Johansson (2005). Using resistivity measurements for dam safety evaluation at enemossen tailings dam in southern sweden. *Environmental geology* 49(2), 267–273.
- Slater, L., A. Binley, W. Daily, et R. Johnson (2000). Cross-hole electrical imaging of a controlled saline tracer injection. *Journal of applied geophysics* 44(2-3), 85–102.
- Sylvain, K., T. Pabst, et A. Dimech (2019). Waste rock valorization in monolayer covers with elevated water table. Proceedings of GeoEnvironmental Engineering 2019 Concordia Montréal.
- Telford, W. M., W. Telford, L. Geldart, R. E. Sheriff, et R. E. Sheriff (1990). *Applied geophysics*. Cambridge university press.
- Tikhonov, A. N. et V. Y. Arsenin (1977). Solutions of ill-posed problems. *New York*, 1–30.

- Too, V. K., C. T. Omuto, E. K. Biamah, J. P. Obiero, et al. (2014). Review of soil water retention characteristic (swrc) models between saturation and oven dryness. *Open Journal of Modern Hydrology* 4(04), 173.
- Topp, G. C., J. Davis, et A. P. Annan (1980). Electromagnetic determination of soil water content : Measurements in coaxial transmission lines. *Water resources research* 16(3), 574–582.
- Tso, C.-H. M., T. C. Johnson, X. Song, X. Chen, O. Kuras, P. Wilkinson, S. Uhlemann, J. Chambers, et A. Binley (2020). Integrated hydrogeophysical modelling and data assimilation for geoelectrical leak detection. *Journal of Contaminant Hydrology* 234, 103679.
- Tso, C.-H. M., O. Kuras, et A. Binley (2019). On the field estimation of moisture content using electrical geophysics : The impact of petrophysical model uncertainty. *Water Resources Research* 55(8), 7196–7211.
- Tso, C.-H. M., O. Kuras, P. B. Wilkinson, S. Uhlemann, J. E. Chambers, P. I. Meldrum, J. Graham, E. F. Sherlock, et A. Binley (2017). Improved characterisation and modelling of measurement errors in electrical resistivity tomography (ert) surveys. *Journal of Applied Geophysics* 146, 103–119.
- Uhlemann, S., J. Chambers, P. Wilkinson, H. Maurer, A. Merritt, P. Meldrum, O. Kuras, D. Gunn, A. Smith, et T. Dijkstra (2017). Four-dimensional imaging of moisture dynamics during landslide reactivation. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface* 122(1), 398–418.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils 1. *Soil science society of America journal* 44(5), 892–898.
- Vereecken, H., A. Binley, G. Cassiani, A. Revil, et K. Titov (2006). Applied hydrogeophysics. In *Applied Hydrogeophysics*, pp. 1–8. Springer.
- Waxman, M. H. et L. Smits (1968). Electrical conductivities in oil-bearing shaly sands. *Society of Petroleum Engineers Journal* 8(02), 107–122.
- Welch, G., G. Bishop, et al. (1995). An introduction to the kalman filter.
- Wharton, R. P., R. N. Rau, et D. L. Best (1980). Electromagnetic propagation logging : Advances in technique and interpretation. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. OnePetro.
- Wu, Y., S. Nakagawa, T. J. Kneafsey, B. Dafflon, et S. Hubbard (2017). Electrical and seismic response of saline permafrost soil during freeze-thaw transition. *Journal of Applied Geophysics* 146, 16–26.

Yin, J., X. Zhan, Y. Zheng, C. R. Hain, J. Liu, et L. Fang (2015). Optimal ensemble size of ensemble kalman filter in sequential soil moisture data assimilation. *Geophysical Research Letters* 42(16), 6710–6715.

Zhan, G., W. Schafer, M. Milczarek, K. Myers, J. Giraudo, et R. Espell (2006, 03). The evolution of evapotranspiration cover systems at barrick goldstrike mines 1.

## ANNEXE A DOCUMENTS COMPLÉMENTAIRES À LA REVUE DE LITTÉRATURE

### Résolution d'équation pour le système RC d'un condensateur

La sonde hydrogéologique peut être considérée comme un circuit électrique comprenant un générateur d'ondes sinusoïdales  $\textcircled{S}$ , une résistance  $R$  et un condensateur  $C$  dont le milieu isolant correspond au sol, ce circuit est représenté à la partie gauche de la figure suivante.

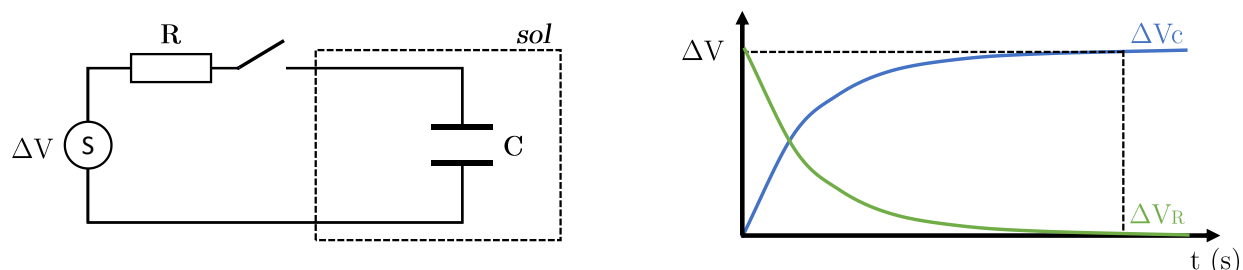


FIGURE A.1 Gauche : Circuit électrique RC équivalent. Droite : Différence de potentiel lors du chargement du condensateur dans le circuit RC.

En pratique, les sondes à capacitance mesurent le temps de chargement du condensateur lorsqu'une différence de potentiel est appliquée.

Pour un système de résistance et condensateur en série, la différence de potentiel totale  $\Delta V$  s'exprime par

$$\Delta V = \Delta V_R + \Delta V_C, \quad (\text{A.1})$$

où  $\Delta V_C$  correspond à la tension aux bornes du condensateur, définie par l'équation 2.25, et  $\Delta V_R$  correspond à la tension aux bornes de la résistance, définie par la loi d'Ohm :

$$\Delta V_R = RI, \quad (\text{A.2})$$

où  $R$  ( $\Omega$ ) est la résistance et  $I$  ( $A$ ) est l'intensité de courant. Les courbes de  $\Delta V_C$  et de  $\Delta V_R$  en fonction du temps sont schématisées à la partie droite de la figure 2.10.

La dérivée de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps correspond à

$$\frac{d}{dt}(\Delta V_C) = \frac{dQ}{dtC} = \frac{I}{C}, \quad (\text{A.3})$$

alors

$$I = C \frac{d}{dt}(\Delta V_C). \quad (\text{A.4})$$

L'intensité de courant varie en fonction du chargement du condensateur et devient nulle lorsque le condensateur est complètement chargé. En combinant les équations A.1, A.2 et A.4, l'équation différentielle suivante est obtenue

$$\Delta V = RC \frac{d}{dt}(\Delta V_C) + \Delta V_C. \quad (\text{A.5})$$

En résolvant l'équation pour  $\Delta V_C$ , on obtient l'expression de l'évolution de la différence de potentiel aux bornes du condensateur au cours du temps, en fonction de la capacité, de la résistance et de la différence de potentiel appliquée :

$$\Delta V_C(t) = \Delta V (1 - e^{-t/RC}). \quad (\text{A.6})$$

## Introduction statistique

**Fonctions de densité de probabilité** Si  $\mathbf{x}$  est une variable aléatoire continue, la densité de probabilité  $f(x)$  permet de calculer la probabilité que  $x$  se retrouve entre  $a$  et  $b$  selon

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(t)dt. \quad (\text{A.7})$$

La fonction de densité cumulative  $F(x)$  correspond à la probabilité qu'une réalisation de  $\mathbf{x}$  prenne une valeur plus faible ou égale à  $x$ . La fonction de densité cumulative et la densité de probabilité sont liées par

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x')dx'. \quad (\text{A.8})$$

La figure suivante comprend un exemple de la fonction de densité cumulative et de la fonction de densité de probabilité pour une loi normale de moyenne nulle et de variance unitaire  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2) = \mathcal{N}(0, 1)$ .



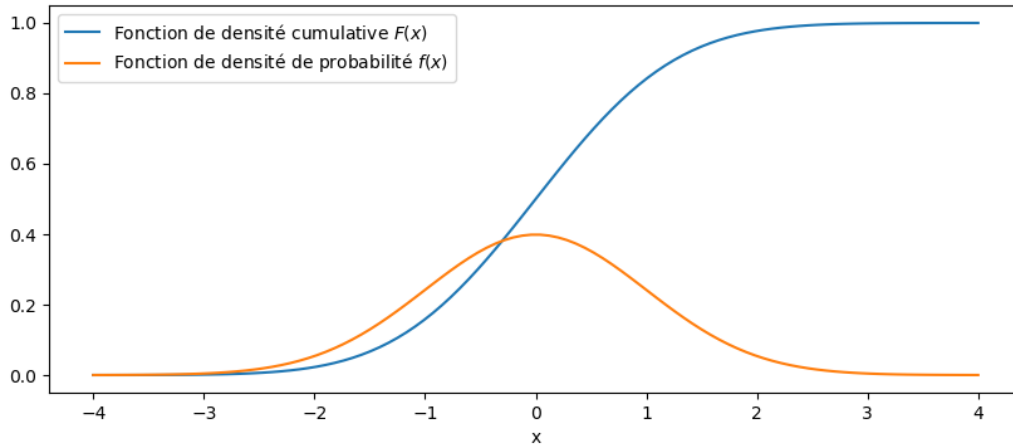


FIGURE A.2 Fonction de densité cumulative et fonction de densité de probabilité pour une distribution normale de moyenne nulle et variance unitaire

Si  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont deux variables aléatoires continues, la fonction de densité de probabilité (*probability density function*, PDF) conjointe  $f(x, y)$  décrit la probabilité que deux évènements surviennent ensemble. La PDF conditionnelle  $f(x|y)$  décrit la probabilité d'un évènement  $x$  sachant que l'évènement  $y$  est survenu, elle est aussi appelée la PDF *a posteriori*. La PDF marginale  $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy$  correspond à la probabilité qu'un évènement  $x$  survienne en ignorant toute information par rapport à l'évènement  $y$ . Elle est également appelée PDF *a priori*.

La PDF conjointe de deux évènements  $f(x, y)$  correspond à la PDF conditionnelle de  $x$  sachant qu' $y$  est survenu, multipliée par la PDF marginale de  $y$ , elle s'exprime par

$$f(x, y) = f(x|y)f(y) = f(y|x)f(x). \quad (\text{A.9})$$

Il est à noter que deux variables  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  sont indépendantes si la densité de probabilité conjointe équivaut à la multiplication de leur densité de probabilité marginale  $f(x, y) = f(x)f(y)$ . Le théorème de Bayes, s'exprimant par

$$f(x|y) = \frac{f(x)f(y|x)}{f(y)}, \quad (\text{A.10})$$

est un résultat général découlant de l'équation A.9. Dans le contexte de l'assimilation de donnée, ce théorème est utilisé afin de prédire la PDF conditionnelle d'un état du système connaissant des observations  $f(\text{état}|\text{observations})$  en considérant que l'état et les observations peuvent être représentés par des variables aléatoires.

**Loi normale** Dans l'algorithme des filtres de Kalman, nous faisons l'hypothèse que les variables aléatoires sont gaussiennes et que leur PDF peuvent être décrites par la loi normale, exprimée par

$$f(x) = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right), \quad (\text{A.11})$$

où  $\mu$ ,  $\sigma$  et  $\sigma^2$  correspondent respectivement à la moyenne, l'écart-type et la variance de  $x$ . La loi normale possède des propriétés remarquables à la base des filtres de Kalman. Pour deux variables aléatoires  $\mathbf{x}_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  et  $\mathbf{x}_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  indépendantes, la variable aléatoire  $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$  suit également la loi normale décrite par

$$\mathcal{N}(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) = \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2) \cdot \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2). \quad (\text{A.12})$$

De plus, la loi normale est stable linéairement, si la variable aléatoire  $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  suit une loi normale, alors la variable aléatoire  $a\mathbf{x} + b$  suivra la distribution

$$\mathcal{N}(a\mu + b, a^2\sigma^2) \quad (\text{A.13})$$

**Moments statistiques** Connaissant la PDF de la variable aléatoire  $\mathbf{x}$ , on peut calculer son espérance ( $\mu$ ) et sa variance ( $\sigma^2$ ) à l'aide des équations

$$\mu = E[\mathbf{x}] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (\text{A.14})$$

et

$$\sigma^2 = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^2 f(x) dx = E[\mathbf{x}^2] - E[\mathbf{x}]^2. \quad (\text{A.15})$$

Ces moments statistiques permettent de résumer la PDF de façon simplifiée. La covariance entre deux variables aléatoires  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  décrit la façon dont ces deux variables varient l'une par rapport à l'autre et est définie par

$$\begin{aligned} C_{xy} = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])(\mathbf{y} - E[\mathbf{y}])] &= \int \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])(\mathbf{y} - E[\mathbf{y}]) f(x, y) dx dy \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) dx dy - E[\mathbf{x}]E[\mathbf{y}]. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Les équations A.14, A.15 et A.16 correspondent aux valeurs exactes de la moyenne, variance

et covariance. Cependant, les PDF  $f(x)$ ,  $f(y)$  et  $f(x, y)$  ne sont pas toujours connues et lorsque le nombre de variables aléatoires augmente, il devient numériquement très lourd d'évaluer l'intégrale multiple. Il convient alors de calculer la moyenne, variance et covariance échantillonnale en se basant sur les méthodes de Monte Carlo. Lorsqu'un nombre  $N$  suffisant de réalisations indépendantes de la PDF est disponible, les moments statistiques peuvent être estimés par

$$\mu = E[\mathbf{x}] \simeq \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (\text{A.17})$$

$$\sigma^2 = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^2] \simeq \overline{(x - \bar{x})^2} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2, \quad (\text{A.18})$$

et

$$C_{xy} = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])(\mathbf{y} - E[\mathbf{y}])] \simeq \overline{(x - \bar{x})(y - \bar{y})} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}). \quad (\text{A.19})$$

Pour le calcul de la variance et de la covariance échantillonnale, le dénominateur  $N - 1$  est utilisé afin d'obtenir une estimation non biaisée de la variance.

## Développements mathématiques des filtres de Kalman

### Étape de mise-à-jour du filtre de Kalman : cas scalaire

Le développement suivant permet de comprendre l'origine des filtres de Kalman en présentant la démarche pour un cas simplifié. On cherche à estimer l'état d'un système représenté par une seule variable et combiné avec une seule observation.

Deux évaluations d'un état réel  $x^r$  sont disponibles : une évaluation faite par un modèle  $x^a$  (état *a priori*) ayant une erreur inconnue  $\epsilon^a$  exprimée par

$$x^a = x^r + \epsilon^a, \quad (\text{A.20})$$

et une observation de l'état  $d$  ayant une erreur inconnue  $\epsilon^d$  exprimée par

$$d = x^r + \epsilon^d. \quad (\text{A.21})$$

Nous faisons l'hypothèse que ces estimations ont des erreurs non biaisées

$$\overline{\epsilon^a} = 0 \quad \overline{\epsilon^d} = 0, \quad (\text{A.22})$$

non corrélées

$$\overline{\epsilon^a \epsilon^d} = 0, \quad (\text{A.23})$$

et une certaine variance non nulle

$$\overline{(\epsilon^a)^2} = C_{xx}^a, \quad \overline{(\epsilon^d)^2} = C_{dd}. \quad (\text{A.24})$$

Nous souhaitons combiner linéairement les deux estimations de façon à obtenir une estimation améliorée  $x^b$ , soit l'état *a posteriori*, plus près de l'état réel c'est-à-dire avec une erreur plus faible que  $\epsilon^a$  et  $\epsilon^d$ . L'état *a posteriori* recherché peut s'exprimer par

$$x^b = x^r + \epsilon^b = \alpha_1 x^a + \alpha_2 d, \quad (\text{A.25})$$

où  $\epsilon^b$  est l'erreur de l'état *a posteriori* et  $\alpha_1, \alpha_2$  sont les deux facteurs de la combinaison linéaire que nous voulons déduire. Il est à noter que l'erreur de l'état *a posteriori* est également non

biaisée

$$\overline{\epsilon^b} = 0, \quad (\text{A.26})$$

et de variance non nulle

$$\overline{(\epsilon^b)^2} = C_{xx}^b. \quad (\text{A.27})$$

En combinant les équations A.20, A.21 et A.25, il est possible d'exprimer l'état *a posteriori* par

$$x^b = x^r + \epsilon^b = \alpha_1(x^r + \epsilon^a) + \alpha_2(x^r + \epsilon^d), \quad (\text{A.28})$$

et son espérance par

$$\overline{x^b} = x^r = \alpha_1 x^r + \alpha_2 x^r = x^r(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (\text{A.29})$$

L'équation précédente permet ainsi de déduire que

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (\text{A.30})$$

En reprenant l'équation A.25, il est maintenant possible d'écrire une estimation  $x^b$  non biaisée de  $x^r$  avec

$$x^b = (1 - \alpha_2)x^a + \alpha_2 d = x^a + \alpha_2(d - x^a). \quad (\text{A.31})$$

En prenant les équations A.20, A.21 et A.25, on peut suivre un raisonnement identique aux étapes précédentes (à partir de A.28) et écrire l'expression de l'erreur de l'état *a posteriori*

$$\epsilon^b = \epsilon^a + \alpha_2(\epsilon^d - \epsilon^a). \quad (\text{A.32})$$

En sachant que les erreurs  $\epsilon^a$  et  $\epsilon^d$  sont non corrélées (équation A.23) et connaissant leur variance (équation A.24), il est possible de calculer la variance de l'erreur de l'état *a posteriori* avec

$$\begin{aligned}
\overline{(\epsilon^b)^2} = C_{xx}^b &= \overline{(\epsilon^a + \alpha_2(\epsilon^d - \epsilon^a))^2} \\
&= \overline{(\epsilon^a)^2} + 2\alpha_2\overline{\epsilon^a(\epsilon^d - \epsilon^a)} + \alpha_2^2\overline{(\epsilon^d)^2 - 2\epsilon^d\epsilon^a + (\epsilon^a)^2} \\
&= C_{xx}^a - 2\alpha_2 C_{xx}^a + \alpha_2^2(C_{dd} + C_{xx}^a)
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Ensuite, afin d'obtenir un estimateur optimal, nous souhaitons calculer le facteur  $\alpha_2$  qui minimise la variance d'erreur de la nouvelle estimation. Il suffit donc de trouver le minimum de la fonction précédente en dérivant par rapport à  $\alpha_2$ , la dérivée s'exprime alors par

$$\frac{dC_{xx}^b}{d\alpha_2} = -2C_{xx}^a + 2\alpha_2(C_{dd} + C_{xx}^a) = 0. \tag{A.34}$$

En résolvant l'équation précédente pour  $\alpha_2$ , nous obtenons le facteur

$$\alpha_2 = \frac{C_{xx}^a}{C_{dd} + C_{xx}^a} \tag{A.35}$$

Finalement, les deux approximations  $x^a$  et  $d$  ayant respectivement les variances d'erreur de  $C_{xx}^a$  et  $C_{dd}$  peuvent être combinées linéairement afin d'obtenir un estimateur  $x^b$  à variance d'erreur minimale avec

$$x^b = x^a + \frac{C_{xx}^a}{C_{dd} + C_{xx}^a}(d - x^a). \tag{A.36}$$

En remplaçant  $\alpha_2$  dans l'équation A.33, la variance de la nouvelle estimation peut s'exprimer par

$$C_{xx}^b = C_{xx}^a - 2\frac{C_{xx}^a}{C_{dd} + C_{xx}^a}C_{xx}^a + \left(\frac{C_{xx}^a}{C_{dd} + C_{xx}^a}\right)^2(C_{dd} + C_{xx}^a) = C_{xx}^a \left(1 - \frac{C_{xx}^a}{C_{xx}^a + C_{dd}}\right) \tag{A.37}$$

On peut comprendre intuitivement le résultat de l'équation A.36 : Si l'erreur de  $d$  possède une grande variance par rapport à l'erreur de  $x^a$ , autrement dit si  $C_{dd} \gg C_{xx}^a$ , alors  $x^b$  tendra vers  $x^a$  puisque c'est l'estimation la plus certaine. Inversement, si  $C_{xx}^a \gg C_{dd}$ ,  $x^b$  tendra vers  $d$ .

## Étape de mise-à-jour du filtre de Kalman : cas multivarié

### Calcul de la moyenne de l'état *a posteriori*

$$\frac{\mathcal{J}(\bar{\mathbf{x}}^b)}{\partial \bar{\mathbf{x}}^b} = 2(\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}(\mathbf{x}^a - \bar{\mathbf{x}}^b) + 2\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^b) \quad \rightarrow \quad \text{équation 2.88}$$

$$0 = 2(\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}(\mathbf{x}^a - \bar{\mathbf{x}}^b) + 2\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^b)$$

$$0 = (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}(\mathbf{x}^a - \bar{\mathbf{x}}^b) + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^b)$$

$$0 = (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\mathbf{x}^a - (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\bar{\mathbf{x}}^b + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d} - \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^b$$

$$0 = (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\mathbf{x}^a + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d} - (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})\bar{\mathbf{x}}^b$$

$$(\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})\bar{\mathbf{x}}^b = (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\mathbf{x}^a + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d}$$

$$\bar{\mathbf{x}}^b = (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})^{-1}((\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\mathbf{x}^a + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d})$$

$$\bar{\mathbf{x}}^b = \mathbf{x}^a + (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})^{-1}((\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1}\mathbf{x}^a - (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})\mathbf{x}^a + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d})$$

$$\bar{\mathbf{x}}^b = \mathbf{x}^a + (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})^{-1}(-\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H}\mathbf{x}^a + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{d})$$

$$\bar{\mathbf{x}}^b = \mathbf{x}^a + (\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H} + (\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1})^{-1}\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{x}^a)$$

Pour poursuivre, nous devons utiliser une identité provenant de l'expression suivante :

$$\mathbf{H}^\top + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top = \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{C}_{dd} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top) = ((\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1} + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H})\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top$$

Comme  $(\mathbf{C}_{dd} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top)$  et  $((\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1} + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H})$  sont définies positives, leur inverse existe. Multipliant les deux expressions précédentes par les inverses à droite et à gauche :

$$((\mathbf{C}_{xx}^a)^{-1} + \mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd})^{-1} = \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top)^{-1}.$$

En utilisant cette dernière identité, nous obtenons le résultat final (équation 2.89) :

$$\bar{\mathbf{x}}^b = \mathbf{x}^a + \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top(\mathbf{C}_{dd} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top)^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{x}^a).$$

Calcul de la covariance de l'état *a posteriori*

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{xx}^b &= \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^b)^2} \\
&= \overline{(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^r)^2} \\
\text{Sachant que } \mathbf{x}^b &= (\mathbf{x}^a + \mathbf{K}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{x}^a)) : \\
&= \overline{(\mathbf{x}^a + \mathbf{K}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{x}^a) - \mathbf{x}^r)^2} \\
&= \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^a + \mathbf{K}(\mathbf{H}\mathbf{x}^r + \boldsymbol{\epsilon}^d - \mathbf{H}(\mathbf{x}^r + \boldsymbol{\epsilon}^a)))^2} \\
&= \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^a + \mathbf{K}(\boldsymbol{\epsilon}^d - \mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}^a))^2} \quad \rightarrow \quad \text{équation 2.97} \\
&= \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^a + \mathbf{K}\boldsymbol{\epsilon}^d - \mathbf{K}\mathbf{H}\boldsymbol{\epsilon}^a)^2} \\
&= \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^a(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H}) - \mathbf{K}\boldsymbol{\epsilon}^d)^2} \\
&= \overline{((\boldsymbol{\epsilon}^a(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H}))^2 + (\mathbf{K}\boldsymbol{\epsilon}^d)^2}
\end{aligned}$$

Puisque les erreurs sont non corrélées,  $\mathbf{C}_{xx}^a = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^a)^2}$  et  $\mathbf{C}_{dd} = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}^d)^2}$  :

$$\begin{aligned}
&= (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{C}_{xx}^a(\mathbf{I} + \mathbf{K}\mathbf{H})^\top + \mathbf{K}\mathbf{C}_{dd}\mathbf{K}^\top \\
&= (\mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a)(\mathbf{I} - \mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top) + \mathbf{K}\mathbf{C}_{dd}\mathbf{K}^\top \\
&= \mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top + \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top + \mathbf{K}\mathbf{C}_{dd}\mathbf{K}^\top \\
&= \mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top + \mathbf{K}(\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd})\mathbf{K}^\top
\end{aligned}$$

Sachant que  $\mathbf{K} = \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top(\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd})^{-1}$  :

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top + \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top(\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd})^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top + \mathbf{C}_{dd})\mathbf{K}^\top \\
&= \mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top + \mathbf{C}_{xx}^a\mathbf{H}^\top\mathbf{K}^\top \\
&= \mathbf{C}_{xx}^a - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{C}_{xx}^a \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{C}_{xx}^a \quad \rightarrow \quad \text{équation 2.98}
\end{aligned}$$



## ANNEXE B DOCUMENTS COMPLÉMENTAIRES AU CHAPITRE 3

### Relation pétrophysique

#### Optimisation en fonction du logarithme de la teneur en eau et de la conductivité électrique

Les paramètres de la relation d'Archie peuvent être évalués en utilisant le logarithme de la conductivité électrique et de la teneur en eau afin de linéariser la relation. Ainsi, les erreurs définies aux équations 3.19 et 3.20 deviendraient alors

$$\epsilon_{\sigma_{Archie}} = \log(\sigma_{Archie}) - \log(\sigma_{inv}) \quad (\text{B.1})$$

et

$$\epsilon_{\theta_{Archie}} = \log(\theta_{Archie}) - \log(\theta_{calibre}), \quad (\text{B.2})$$

lors de la calibration des paramètres d'Archie par résolution du problème de minimisation définie à l'équation 3.18. Les paramètres d'Archie obtenus sont disponibles au tableau B.1.

Paramètres d'Archie	Limite inférieure	Limite supérieure	Valeur obtenue par optimisation
$a_a$ (-)	0.5	1.5	1.0
$n_a$ (-)	1	3	1.6
$m_a$ (-)	1	6	4.7
$\sigma_w$ (mS/cm)	1	10	4.0

TABLEAU B.1 Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers

Les figures suivantes permettent de comparer cette relation pétrophysique aux données de conductivité électrique obtenues par inversion et de teneur en eau mesurées par les sondes hydrogéologiques.

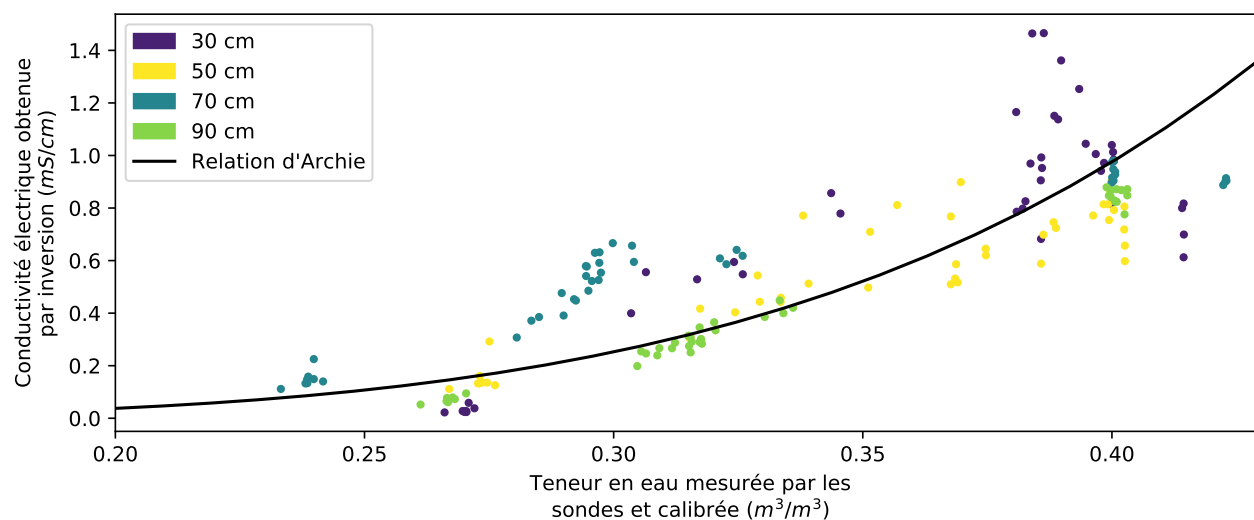


FIGURE B.1 Données expérimentales de conductivité électrique obtenues par inversion en fonction de la teneur en eau mesurée par les sondes à différentes hauteurs dans la colonne utilisée pour la calibration de la relation d'Archie.

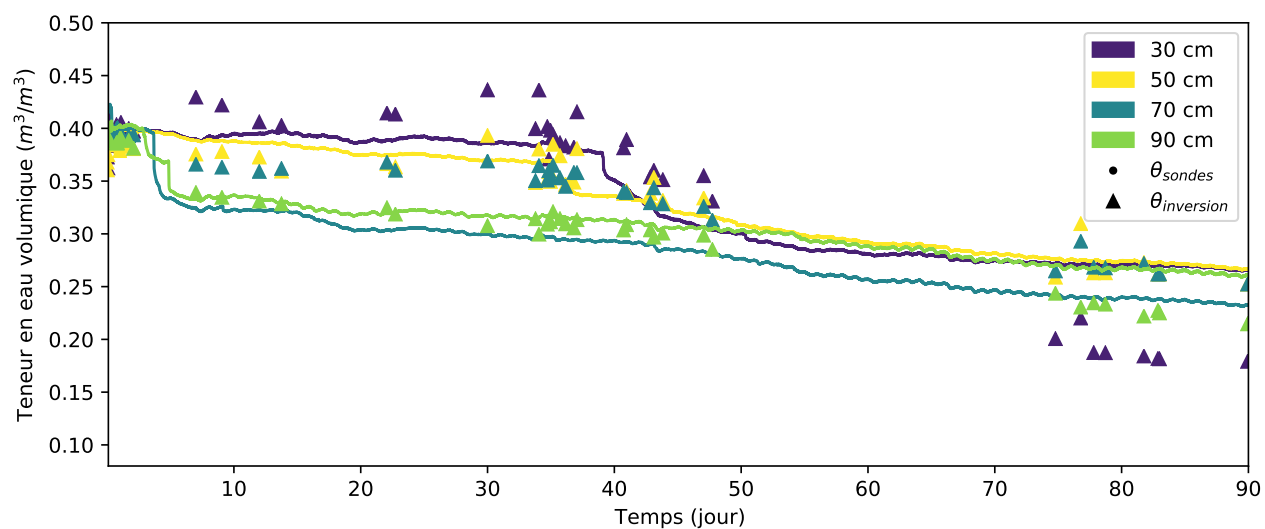


FIGURE B.2 Comparaison entre la teneur en eau volumique mesurée par les sondes hydrogéologiques et obtenues à partir des données de tomographie de résistivité électrique.

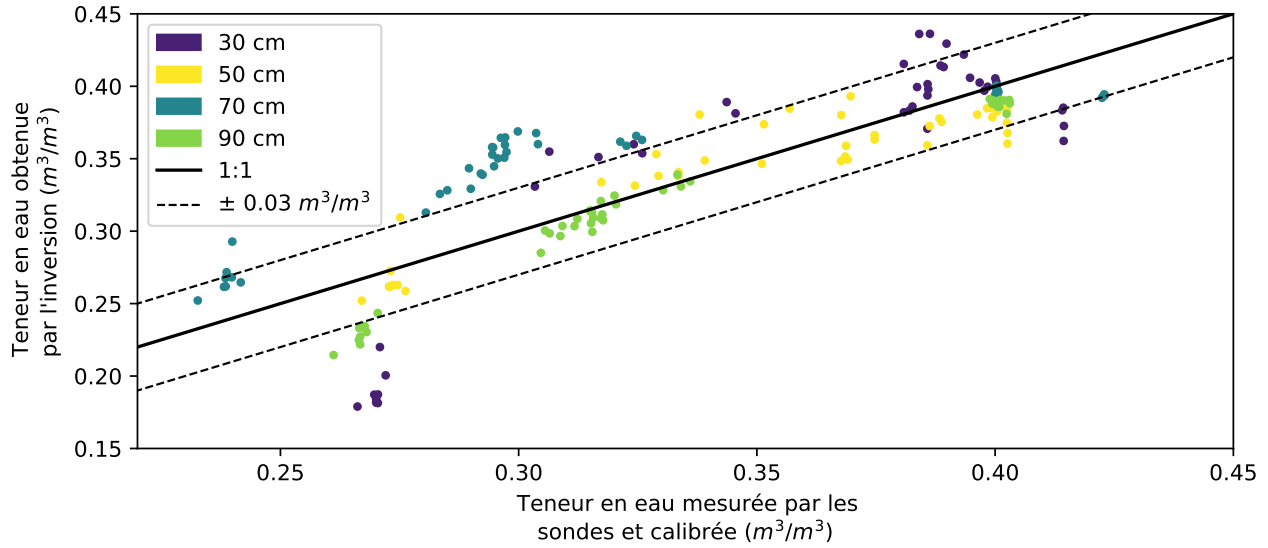


FIGURE B.3 Comparaison entre la teneur en eau obtenue par inversion des données ERT et mesurée par les sondes hydrogéologiques pour certaines positions dans la colonne expérimentale.

### Régression linéaire

En fixant les paramètres  $n$ ,  $a_a$  et  $\sigma_w$ , les paramètres d'Archie  $n_a$  et  $m_a$  peuvent être déterminés en effectuant une régression linéaire.

La loi d'Archie (équation 2.2) s'exprime par

$$\sigma = \frac{\sigma_w}{a_a} \cdot n^{n_a} \cdot \left(\frac{\theta}{n}\right)^{m_a}, \quad (\text{B.3})$$

ce qui est équivalent à l'expression

$$\log(\sigma) = \log\left(\frac{\sigma_w}{a_a}\right) + \log(n^{n_a}) + \log\left(\left(\frac{\theta}{n}\right)^{m_a}\right). \quad (\text{B.4})$$

L'équation précédente peut être simplifiée à

$$\log(\sigma) = \underbrace{\log\left(\frac{\sigma_w}{a_a}\right) + n_a \log(n)}_B + \underbrace{m_a}_{A} \log\left(\frac{\theta}{n}\right). \quad (\text{B.5})$$

La régression linéaire de  $\log(\sigma)$  en fonction de  $\log\left(\frac{\theta}{n}\right)$  permet d'obtenir directement le paramètre  $m_a$ , qui correspond à la pente  $A$ . Le paramètre  $n_a$  peut être calculé à partir de

l'ordonnée à l'origine  $B$ ,

$$n_a = \frac{B - \log\left(\frac{\sigma_w}{a_a}\right)}{\log(n)} \quad (\text{B.6})$$

Par exemple, en posant que  $\sigma_w$  équivaut à la conductivité électrique mesurée par les sondes Teros 12 au début de l'expérimentation, soit  $4.5 \text{ mS/cm}$ , que la porosité vaut 0.4 et que  $a_a$  vaut 1, les paramètres de la relation obtenus par régression linéaire sont  $n_a = 1.8$  et  $m_a = 4.6$ . Ces paramètres d'Archie, semblables à ceux obtenus à la section précédente, sont disponibles au tableau B.2.

Paramètres d'Archie	Valeur
$a_a$ (-)	1.0
$n_a$ (-)	1.8
$m_a$ (-)	4.6
$\sigma_w$ (mS/cm)	4.5

TABLEAU B.2 Paramètres d'Archie pour la relation pétrophysique des résidus miniers obtenus par régression linéaire

## ANNEXE C DOCUMENTS COMPLÉMENTAIRES AU CHAPITRE 4

### Inversion et modélisation en tomographie de résistivité électrique

#### Géométrie de la colonne pour la modélisation et l'inversion ERT

```

1  def get_3d_column_plc(nb_seg: int=18):
2      radius = column_geometry['diameter']/2
3      origin = pg.RVector3(radius, radius, column_geometry['height']/2)
4      # create a cylindrical geometry
5      plc = mt.createCylinder(radius=radius,
6                             height=column_geometry['height'],
7                             pos=origin,
8                             nSegments=nb_seg)
9
10     # set all the boundaries to Homogeneous Neumann (marker -1)
11     [bound.setMarker(-1) for bound in plc.boundaries()]
12
13     # creates nodes for electrodes and add points to refine the mesh vertically
14     coords_elec = get_electrodes_position()
15     x_elec = coords_elec[0]
16     y_elec = coords_elec[1]
17
18     y_refinement = 0.01 # meters
19     y_elec_spacing = y_elec[1] - y_elec[0]
20     y_refined = np.arange(np.min(y_elec), np.max(y_elec) + y_elec_spacing, y_refinement)
21
22     xx, yy = np.meshgrid(np.unique(x_elec), y_refined)
23     nodes = np.vstack((xx.flatten(), yy.flatten()))
24
25     # refine mesh in the center of the column by adding nodes
26     x_refinement = 0.02
27     x_refined = np.arange(np.min(x_elec)+x_refinement/2, np.max(x_elec), x_refinement)
28     y_refinement = 0.05 # meters
29     y_refined = np.arange(np.min(y_elec), np.max(y_elec) + y_elec_spacing, y_refinement)
30     xx, yy = np.meshgrid(x_refined, y_refined)
31     nodes = np.hstack((nodes, np.vstack((xx.flatten(), yy.flatten()))))
32
33     def is_sensor(node):
34         """Verify if node position == electrode positions"""
35         return np.max((np.round(node, 2) == np.round(coords_elec.T, 2)).all(1))
36
37     for node in nodes.T:
38         pos = (np.round(node[0], 2), radius, np.round(node[1], 2))
39         if is_sensor(node):
40             plc.createNode(pos, -99) # electrodes
41         else:
42             plc.createNode(pos) # other nodes for refinement
43
44     # reference node inside the PLC
45     dx = 0.005
46     plc.createNode([radius, 0+dx, 1.2-dx], marker=-999)
47
48     # reference node on the boundary
49     plc.createNode([radius, radius*2, 1.2], marker=-1000)
50
51     return plc

```

## Modélisation directe ERT en trois dimensions

```

1  def fm_ert_3d(sigma_input: np.ndarray, z_input: np.ndarray):
2      # geometry
3      plc = get_3d_column_plc()
4
5      # unstructured 3d mesh
6      mesh = mt.createMesh(plc, quality=2)
7
8      path = '../Data/TimeLapse_ErtData/example_column_3d.ohm'
9      scheme = pg.DataContainerERT(path)
10
11     # create electrical resistivity vector to fit the mesh
12     rho_input = 10 / (sigma_input) # mS/cm to Ohm.m
13     f = interp1d(z_input, rho_input) # create 1D interpolator
14
15     # find z positions for each cell of the mesh
16     z_cells = np.array(pg.z(mesh.cellCenters()))
17     rho_cells = f(z_cells) # interpolate resistivity
18
19     # create ert manager
20     ert = pb.ERTManager()
21     data = ert.simulate(mesh, scheme, rho_cells, noiseLevel=0, noiseAbs=0)
22     data['r'] = data['rhoa'] * data['k']
23
24     return np.array(data['r'])

```

## Inversion ERT en trois dimensions

```

1  import pybert as pb
2  import pygimli as pg
3  import pygimli.meshtools as mt
4  from pygimli.physics.ert import createGeometricFactors
5  import numpy as np
6
7  from gimli_column_geometry import get_3d_column_plc
8
9  def invert_3d(ertData: pg.DataContainerERT, lam: float = 20):
10
11     plc = get_3d_column_plc()
12
13     # set 3d electrodes positions
14     x = np.array(pg.x(ertData.sensorPositions()))
15     z = np.array(pg.y(ertData.sensorPositions()))
16     ertData.setSensorPositions(np.vstack((x, np.ones_like(x) * 0.15 / 2, z)).T)
17
18     # create unstructured 3d mesh
19     mesh = mt.createMesh(plc, quality=2)
20
21     # calculating geometric factor and apparent resistivity
22     ertData['k'] = createGeometricFactors(scheme=ertData, mesh=mesh, numerical=True)
23     ertData['rhoa'] = ertData['r'] * ertData['k']
24
25     # run inversion
26     ert = pb.ERTManager()
27     ert.invert(data=ertData, mesh=mesh, lam=lam)
28     return ert

```

## Algorithme de filtre de Kalman d'ensemble

```

1  import numpy as np
2  from BaseFilter import BaseFilter
3  from matrix_operations import inv
4
5
6  class EnKF(BaseFilter):
7
8      var_names = ['post',
9                  'obs_post',
10                 'prior',
11                 'obs_prior',
12                 'kalman_gain',
13                 'correction',
14                 'residual']
15
16     var_shapes = {'post': ('N', 'T', 'Q'),
17                 'obs_post': ('M', 'T', 'Q'),
18                 'prior': ('N', 'T', 'Q'),
19                 'obs_prior': ('M', 'T', 'Q'),
20                 'kalman_gain': ('N', 'M', 'T'),
21                 'correction': ('N', 'T', 'Q'),
22                 'residual': ('M', 'T', 'Q')}
23
24
25     def __init__(self, init_state, obs_time, obs, obs_func, prediction_func, enkf_params, workdir):
26
27         """
28         :param init_state: "Ensemble" object, obs.values.shape = (Nx1xQ)
29         :param obs_time: np.ndarray, shape = (Tx1)
30         :param obs: "Ensemble" object, obs.values.shape = (MxTxQ)
31         :param obs_func: Any object having the "simulate" method :
32             obs = obs_func.simulate(state)
33         :param prediction_func: Any object having the "predict_state" method :
34             state[t] = prediction_func.predict_state(state[t-1])
35         :param enkf_params: dict containing the parameters of the filter
36         :param workdir:
37         """
38
39         super().__init__(init_state, obs_time, obs, obs_func, prediction_func, workdir)
40
41         self.enkf_params = enkf_params
42         self.Q = enkf_params['nb_member']
43
44     def run(self):
45
46         initial_values = self.initialize_variables(EnKF.var_names, EnKF.var_shapes)
47         post, obs_post, prior, obs_prior, kalman_gain, correction, residual = initial_values
48
49         for t in range(self.T):
50
51             if t == 0:
52                 prior[:, 0, :] = self.init_state
53                 obs_prior[:, 0, :] = self.obs_func.simulate(prior[:, 0, :])
54             else:
55                 # prediction
56                 timestep = self.obs_time[t] - self.obs_time[t-1]

```

```

57         prior[:, t, :] = self.prediction_func.predict_state(timestep, post[:, t-1, :])
58         obs_prior[:, t, :] = self.obs_func.simulate(prior[:, t, :])
59
60         residual[:, t, :] = self.obs[:, t, :] - obs_prior[:, t, :]
61
62         kalman_gain[:, :, t] = self.kalman_gain(prior[:, t, :],
63                                               obs_prior[:, t, :],
64                                               self.obs[:, t, :])
65
66         correction[:, t, :] = kalman_gain[:, :, t] @ residual[:, t, :]
67
68         post[:, t, :] = prior[:, t, :] + correction[:, t, :]
69
70         obs_post[:, t, :] = self.obs_func.simulate(post[:, t, :])
71
72         values = post, obs_post, prior, obs_prior, kalman_gain, correction, residual
73         self.save_variables(EnKF.var_names, values)
74         return values
75
76     def kalman_gain(self, prior, obs_prior, obs):
77
78         inff = self.enkf_params['inflation_factor']
79
80         std_prior = inff * (prior.transpose() - prior.mean(1)).transpose()
81         std_obs_prior = inff * (obs_prior.transpose() - obs_prior.mean(1)).transpose()
82
83         cov_obs_prior = 1 / (self.Q - 1) * std_obs_prior @ std_obs_prior.transpose()
84         cov_prior = 1 / (self.Q - 1) * std_prior @ std_obs_prior.transpose()
85
86         kalman_gain = cov_prior @ inv(cov_obs_prior + np.cov(obs))
87
88         return kalman_gain

```



## Modélisation hydrogéologique

### Fichier d'entrée pour la modélisation hydrogéologique en une dimension avec Pflotran

---

```

SIMULATION
  SIMULATION_TYPE SUBSURFACE
  PROCESS_MODELS
  SUBSURFACE_FLOW flow
  MODE RICHARDS
/
/

```

---

```

GRID
  TYPE structured
  NXYZ 1 1 240
  DXYZ
    0.100
    0.100
    0.005
/
/

```

---

```

MATERIAL_PROPERTY cm_tailings
  ID 1
  CHARACTERISTIC_CURVES unsat_cm_tailings
  POROSITY 0.40
  TORTUOSITY 0.5
  PERMEABILITY
    PERM_X 1e-13
    PERM_Y 1e-13
    PERM_Z 1e-13
/
/
MATERIAL_PROPERTY cm_wasterocks
  ID 2
  CHARACTERISTIC_CURVES unsat_cm_wasterocks
  POROSITY 0.3
  TORTUOSITY 0.5
  PERMEABILITY
    PERM_X 5e-13
    PERM_Y 5e-13
    PERM_Z 5e-13
/
/

```

---

```

CHARACTERISTIC_CURVES unsat_cm_tailings
  SATURATION_FUNCTION VAN_GENUCHTEN

```

```

M 0.118
ALPHA 0.0035
LIQUID_RESIDUAL_SATURATION 0.058
/
PERMEABILITY_FUNCTION MUALEM_VG_LIQ
M 0.0025
LIQUID_RESIDUAL_SATURATION 0.058
/
/
CHARACTERISTIC_CURVES unsat_cm_wasterocks
SATURATION_FUNCTION VAN_GENUCHTEN
M 0.82
ALPHA 0.91
LIQUID_RESIDUAL_SATURATION 0.003
/
PERMEABILITY_FUNCTION MUALEM_VG_LIQ
M 0.82
LIQUID_RESIDUAL_SATURATION 0.003
/
/

```

---

```

TIME
FINAL_TIME 86400 s
MAXIMUM_TIMESTEP_SIZE 3600 s
/

```

---

```

REGION all
COORDINATES
0 0 0
0.100 0.100 1.2
/
/
REGION top_layer
COORDINATES
0 0 1
0.100 0.100 1.2
/
/
REGION middle_layer
COORDINATES
0 0 0.2
0.100 0.100 1
/
/
REGION bottom_layer
COORDINATES
0 0 0
0.100 0.100 0.2
/
/
REGION bottom
FACE bottom

```

```

        COORDINATES
            0 0 0
            0.100 0.100 0
        /
    /
REGION top
    FACE top
    COORDINATES
        0 0 1.2
        0.100 0.100 1.2
    /
/

```

---

```

DATASET pressure_init
    HDF5_DATASET_NAME pressure_calc
    FILENAME dataset.h5
/

```

---

```

FLOW_CONDITION no_flux
    TYPE
        FLUX NEUMANN
    /
    FLUX 0
/
FLOW_CONDITION water_table_bottom
    TYPE
        PRESSURE HYDROSTATIC
    /
    PRESSURE 101325 Pa
    DATUM 0 0 0
/
FLOW_CONDITION pressure_profile
    TYPE
        PRESSURE DIRICHLET
    /
    PRESSURE DATASET pressure_init
/

```

---

```

INITIAL_CONDITION
    FLOW_CONDITION pressure_profile
    REGION all
/
BOUNDARY_CONDITION
    FLOW_CONDITION no_flux
    REGION top
/
BOUNDARY_CONDITION
    FLOW_CONDITION water_table_bottom
    REGION bottom
/

```

---

```
STRATA
  REGION bottom_layer
  MATERIAL cm_wasterocks
```

```
/
STRATA
  REGION middle_layer
  MATERIAL cm_tailings
```

```
/
STRATA
  REGION top_layer
  MATERIAL cm_wasterocks
```

```
/
```

---

```
OUTPUT
  SNAPSHOT_FILE
  FORMAT HDF5
  TIMES 86400 s
  VARIABLES
    LIQUID_SATURATION
```

```
/
/
/
```

---

## Cas synthétiques

### Comparaison entre le cas synthétique A et les données expérimentales

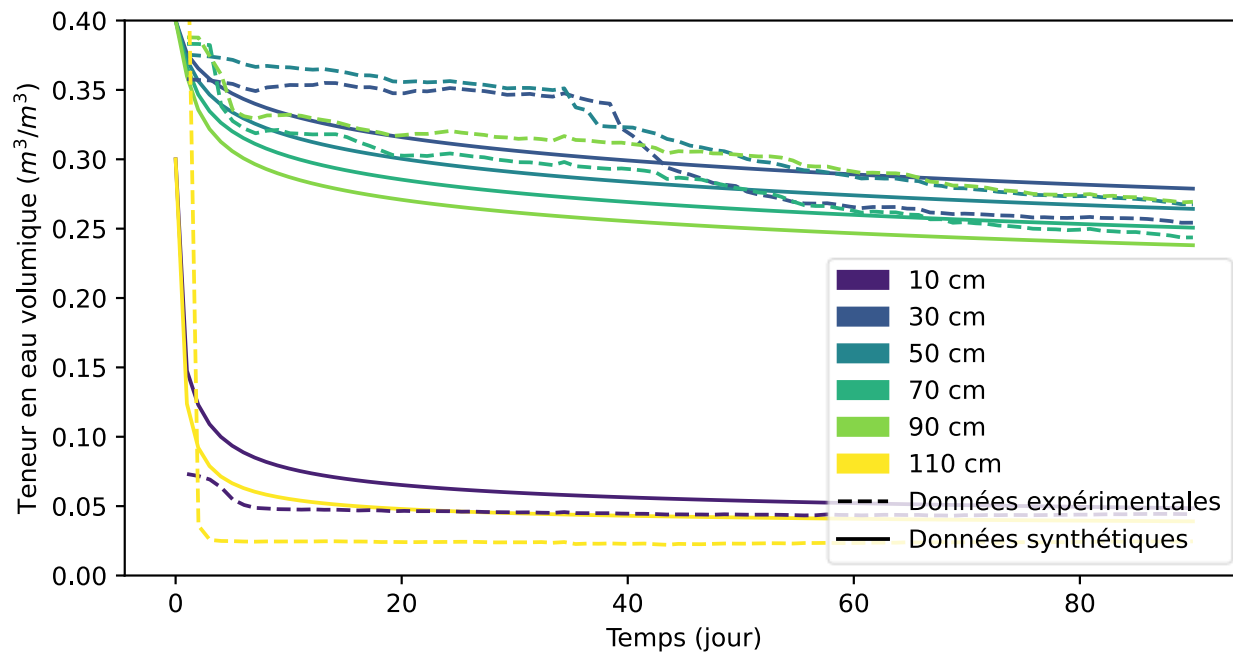


FIGURE C.1 Teneur en eau au cours du temps durant le drainage de la colonne expérimentale : Comparaison entre le cas synthétique A et les données expérimentales

## Données synthétiques générées à partir du cas B

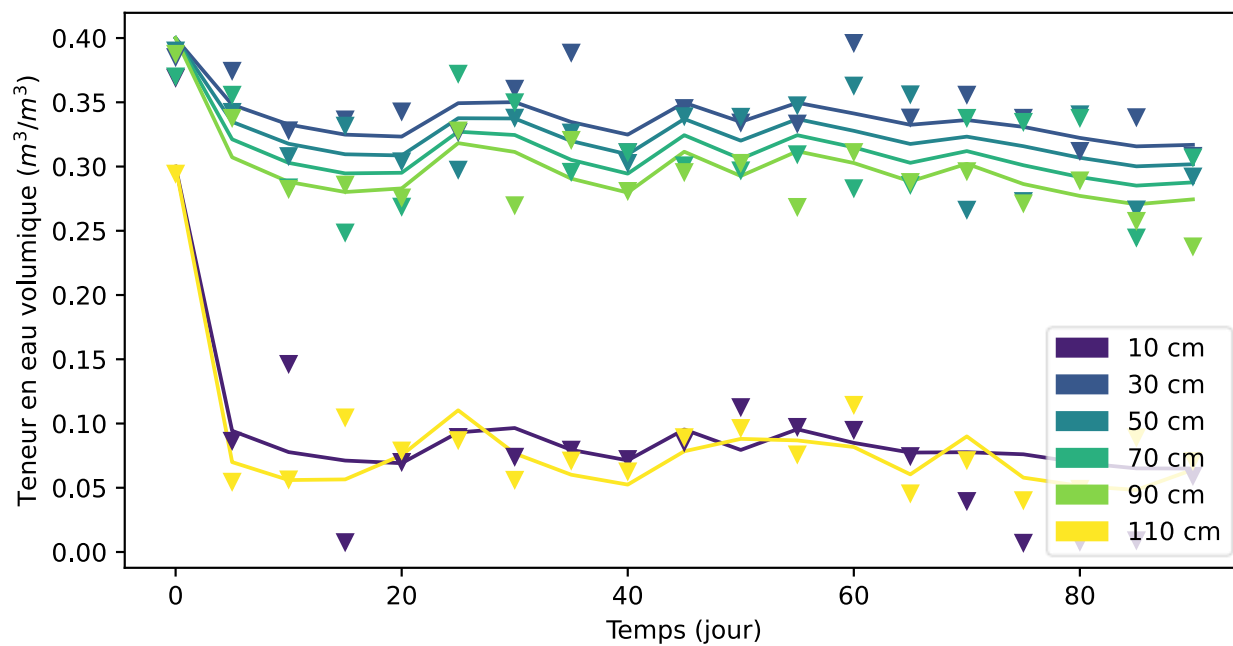


FIGURE C.2 Données synthétiques de teneur en eau exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique B

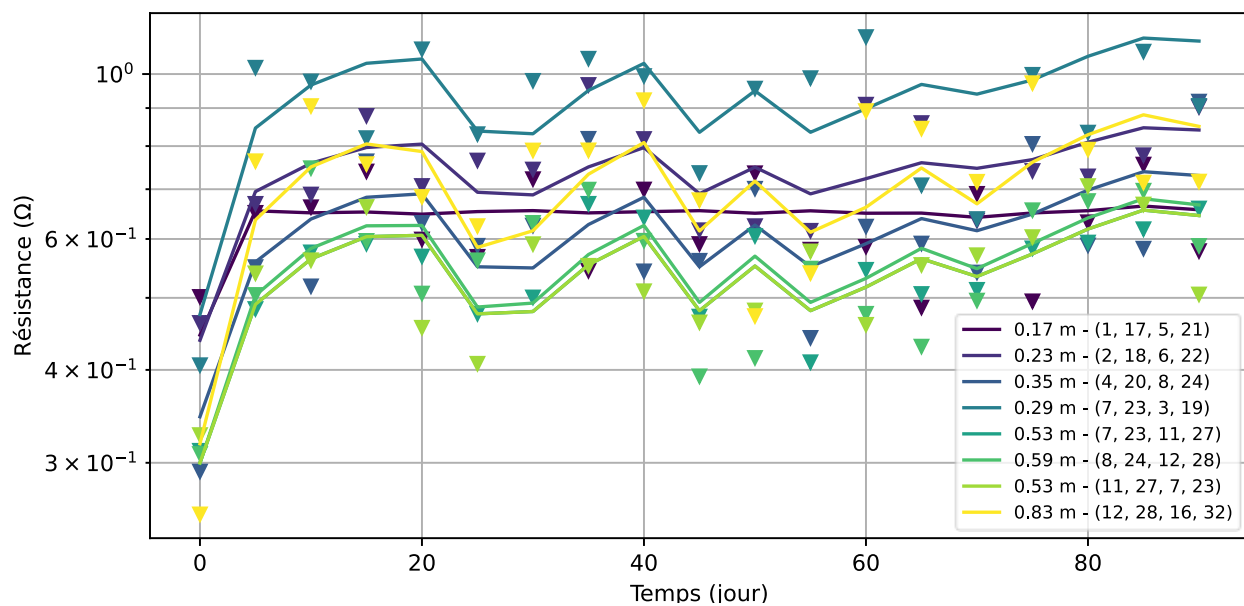


FIGURE C.3 Données synthétiques de résistances exactes (lignes continues) et bruitées (triangles) simulées à partir du cas synthétique B

## Ensemble initial de teneur en eau volumique

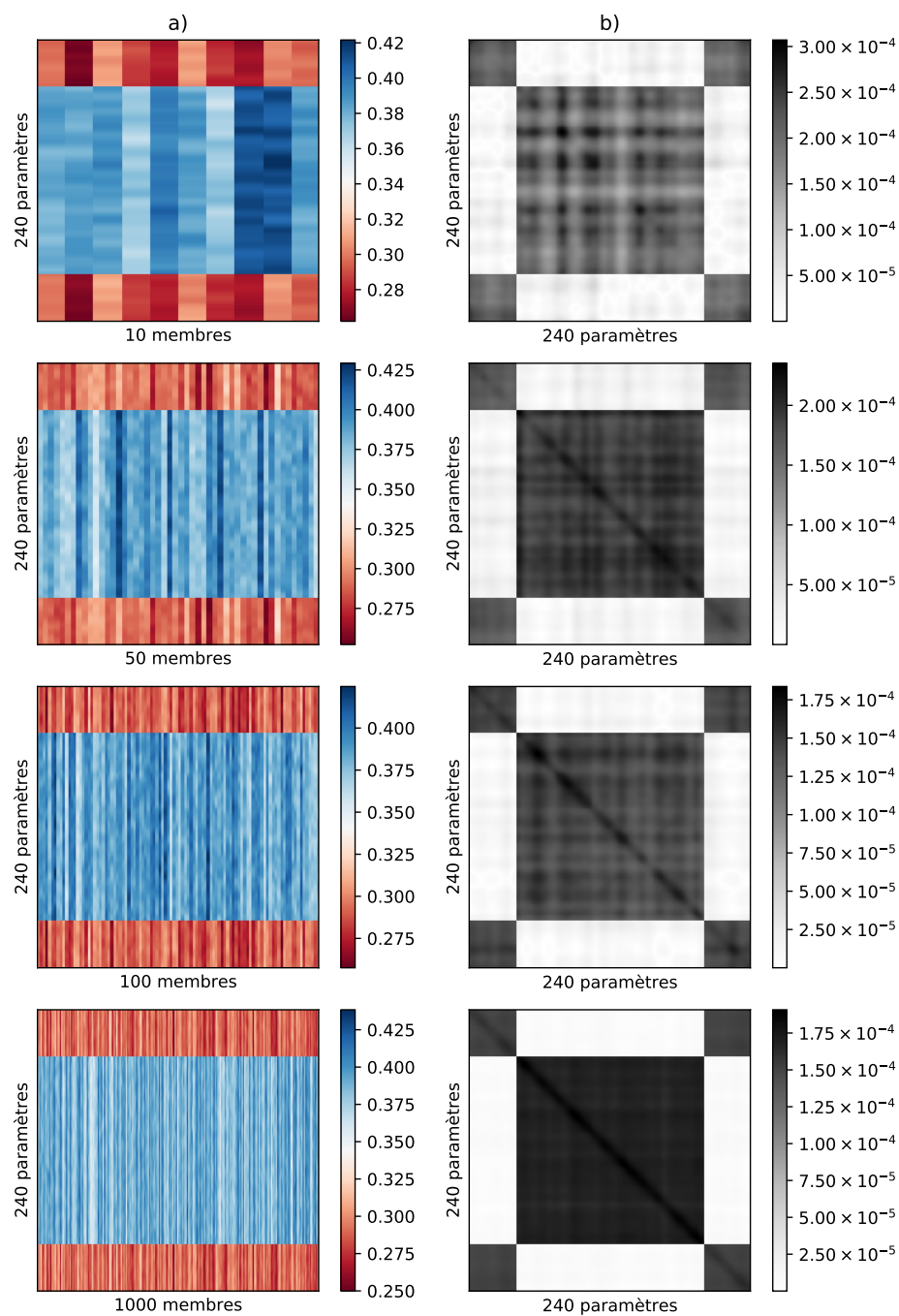


FIGURE C.4 a) Ensembles initiaux correspondant la distribution de la teneur en eau volumique à l'intérieur de la colonne et b) leur matrice de covariance échantillonnale pour différentes tailles d'ensemble.

## Assimilation de données synthétiques

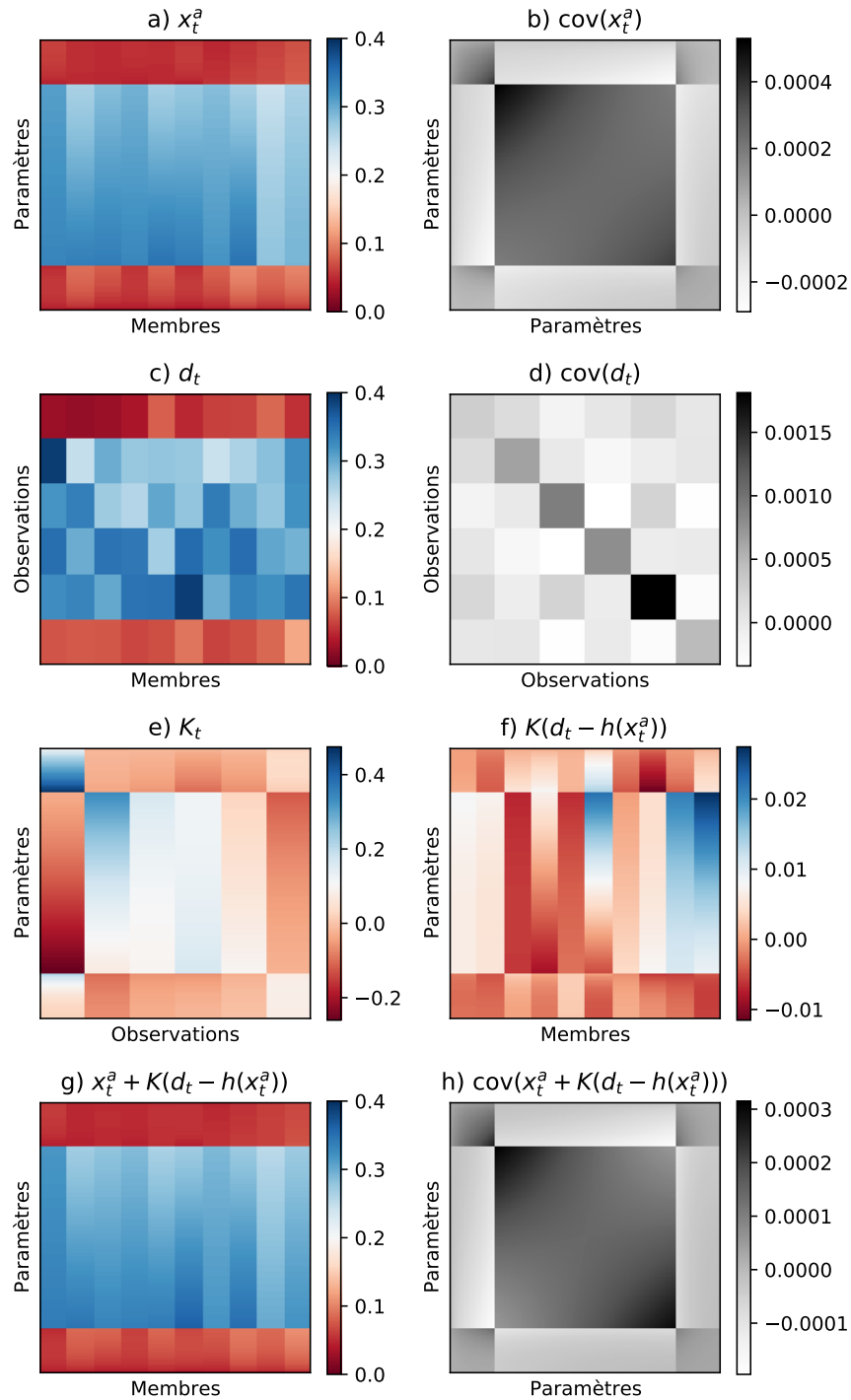


FIGURE C.5 Exemple d'itération d'assimilation de données de teneur en eau comprenant a) l'ensemble *a priori* et b) sa matrice de covariance, c) l'ensemble d'observations assimilées et d) sa matrice de covariance, e) le gain de Kalman, f) la correction à appliquer à l'état *a priori*, g) l'ensemble *a posteriori* et h) sa matrice de covariance.



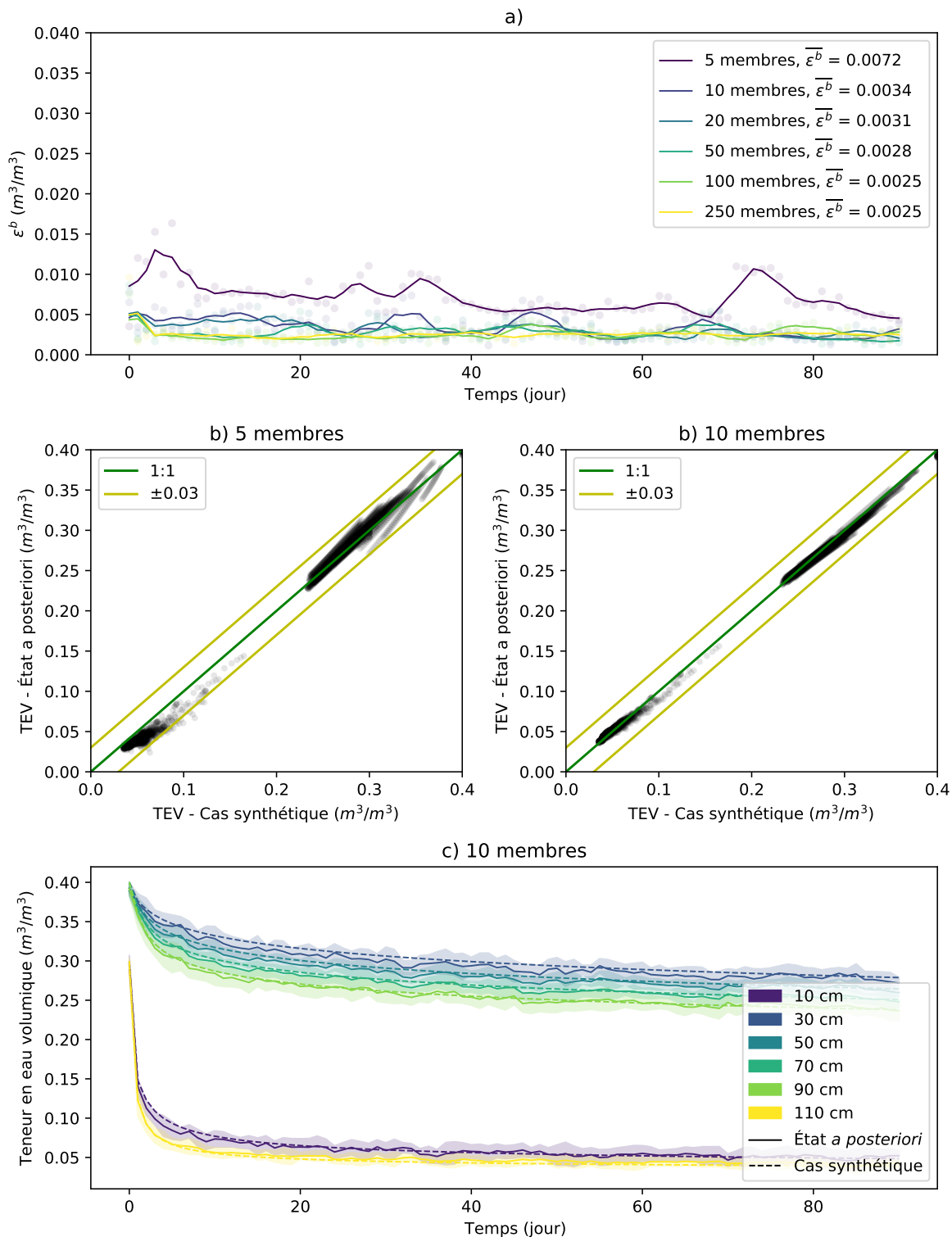


FIGURE C.6 Scénario 1 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneurs en eau quotidiennes générées à partir du cas synthétique A, pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

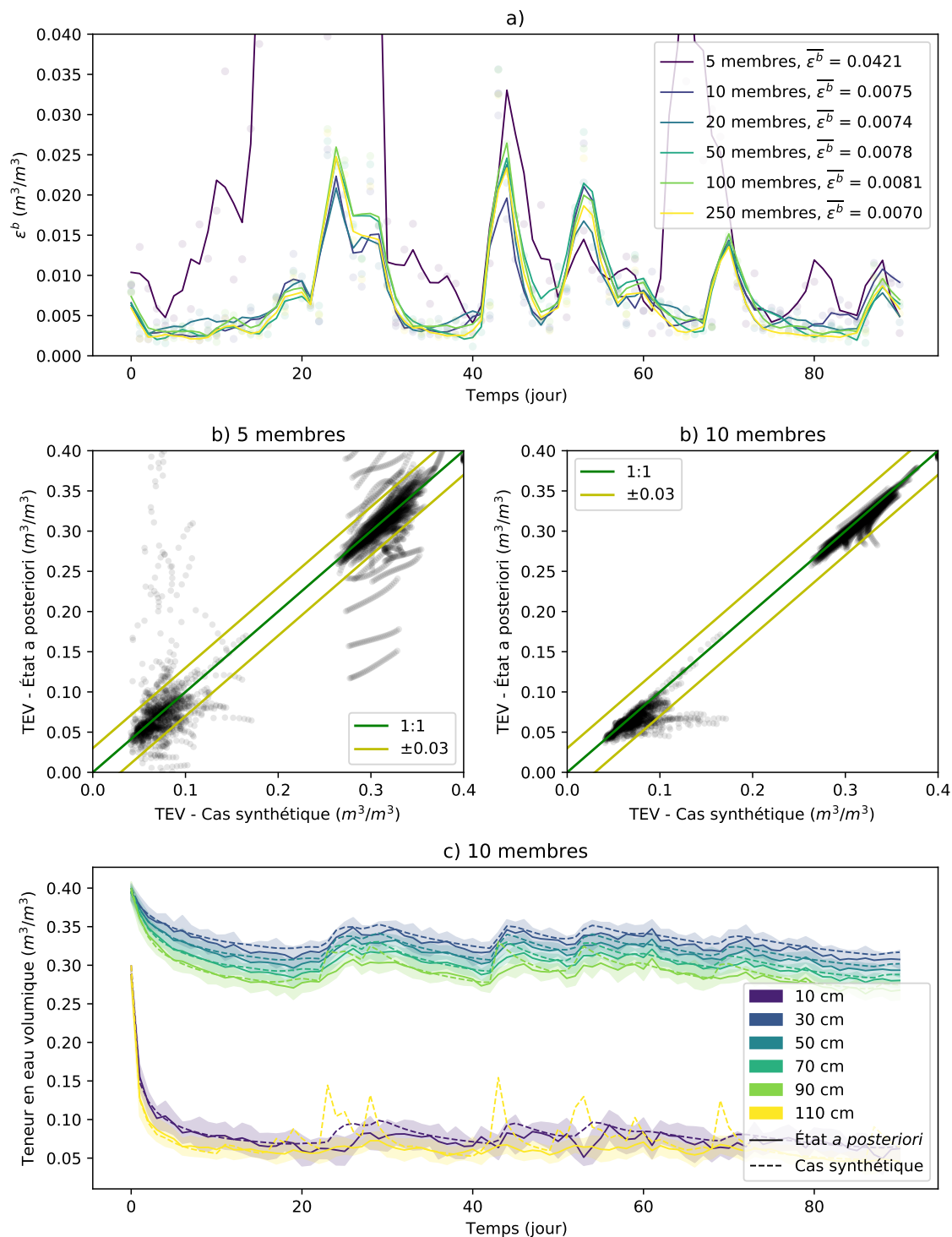


FIGURE C.7 Scénario 2 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de teneurs en eau quotidiennes générées à partir du cas synthétique B, pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

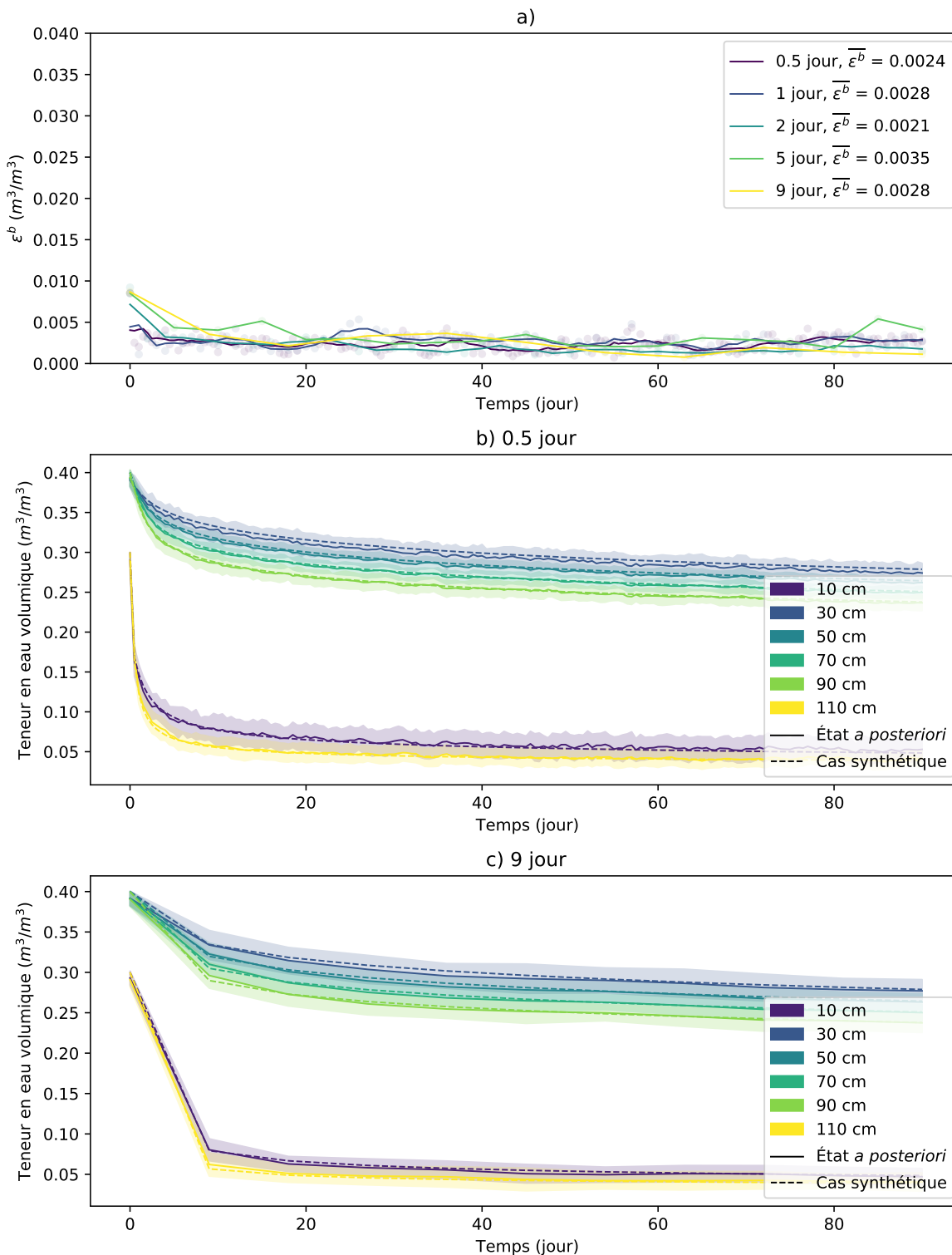


FIGURE C.8 Scénario 3 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A avec 50 membres et pour différentes fréquences d'assimilation, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

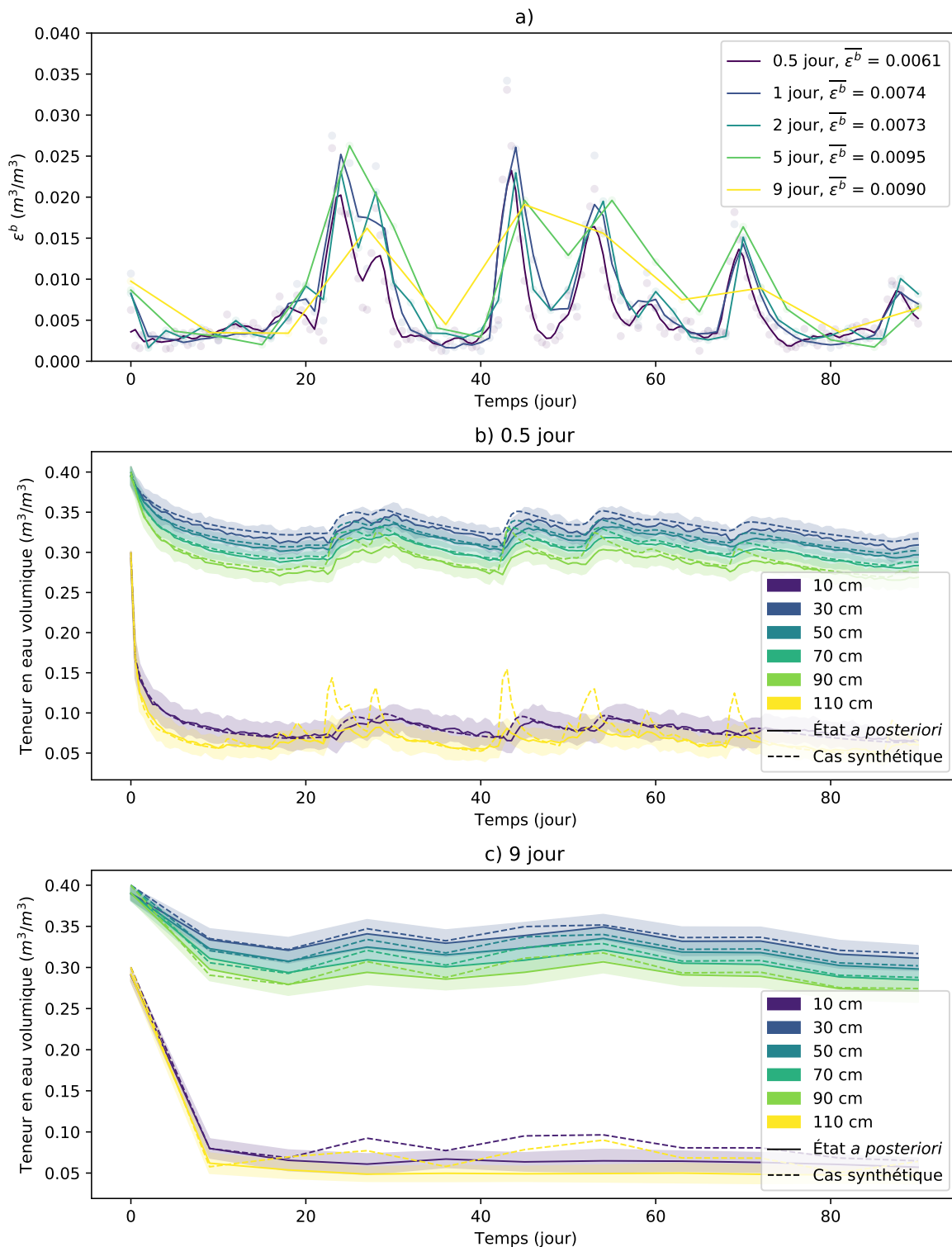


FIGURE C.9 Scénario 4 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique B avec 50 membres et pour différentes fréquences d'assimilation, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

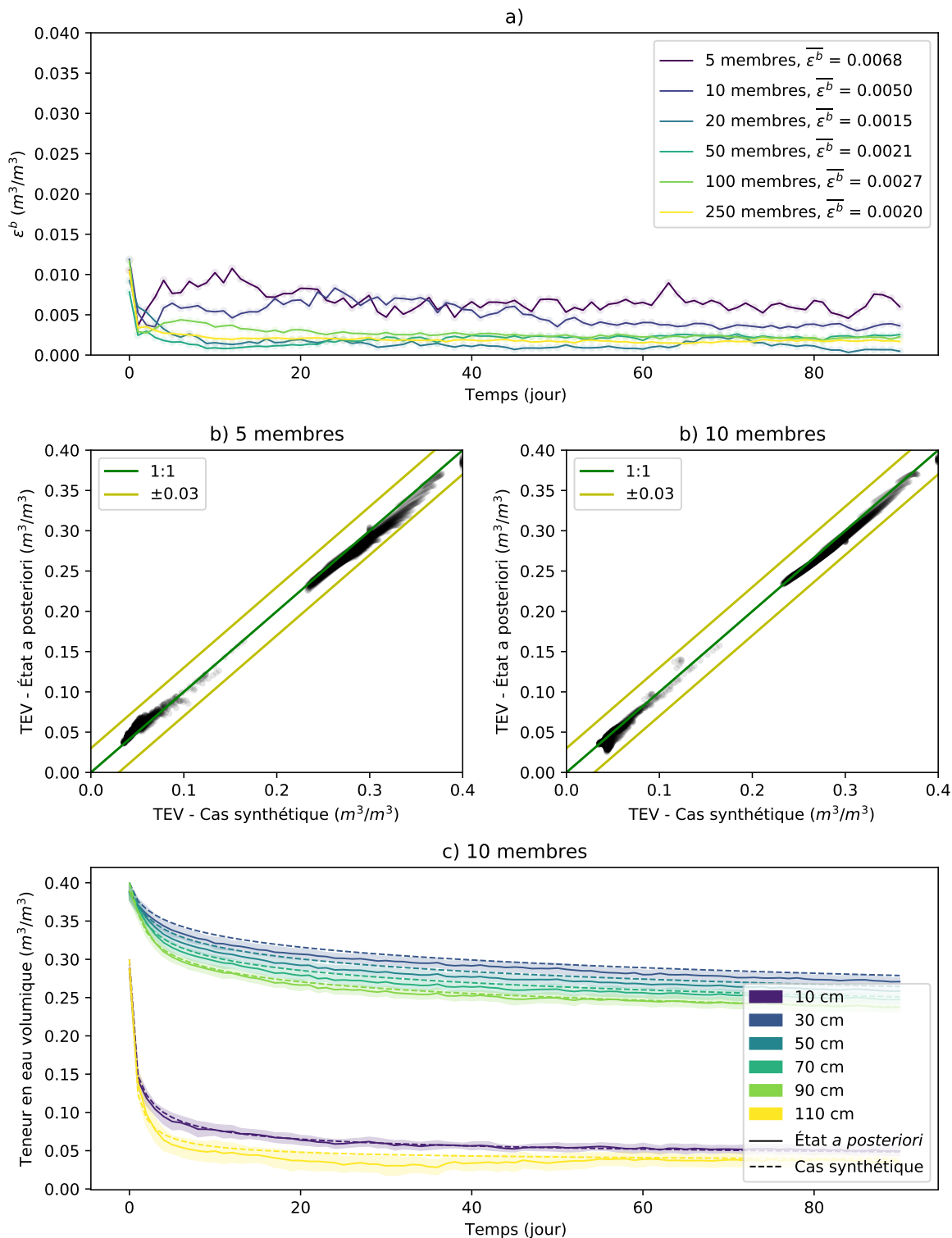


FIGURE C.10 Scénario 5 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de résistances quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

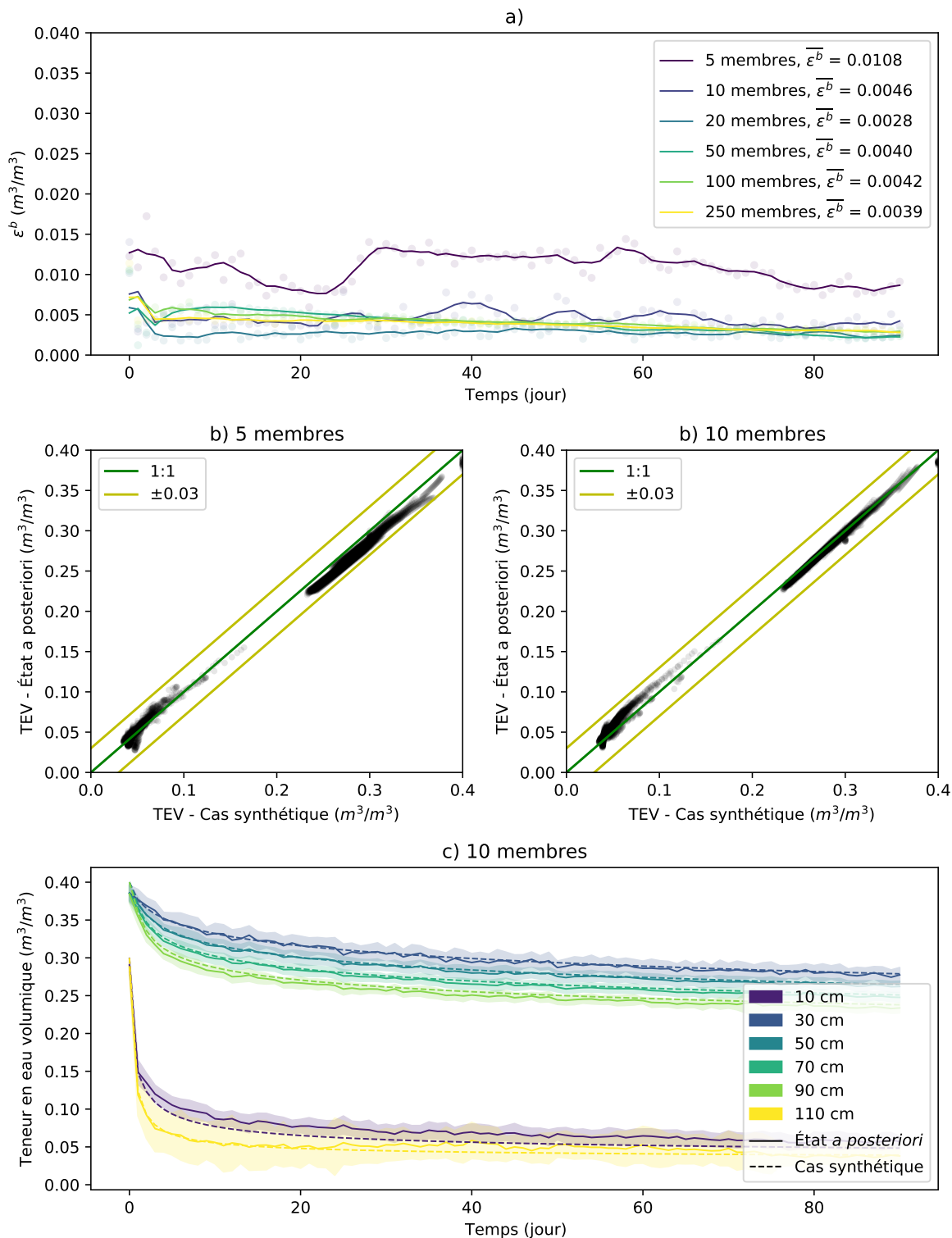


FIGURE C.11 Scénario 6 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de conductance quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

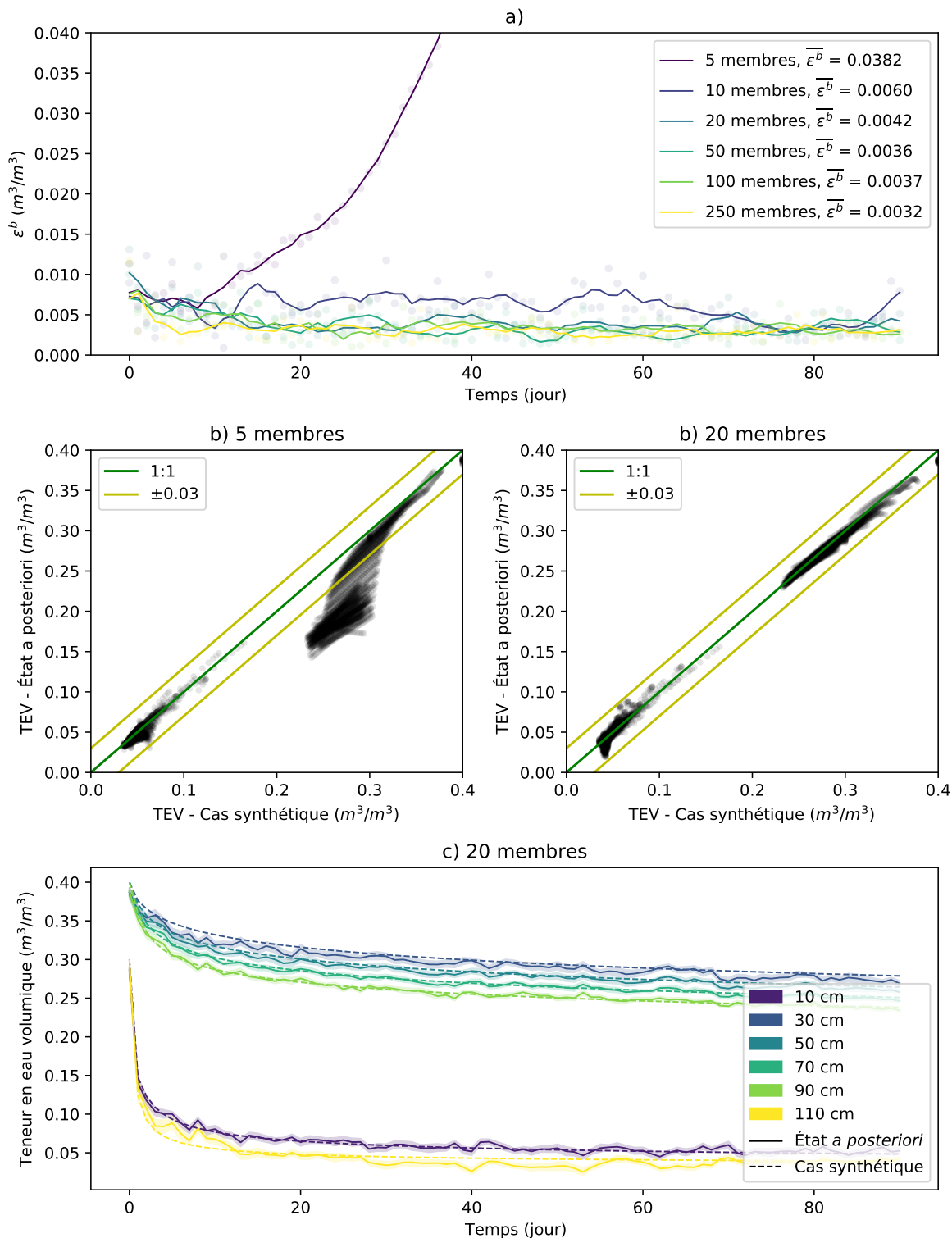


FIGURE C.12 Scénario 7 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur de l'état *a posteriori* lors de l'assimilation de données de conductivités apparentes quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes tailles d'ensemble, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

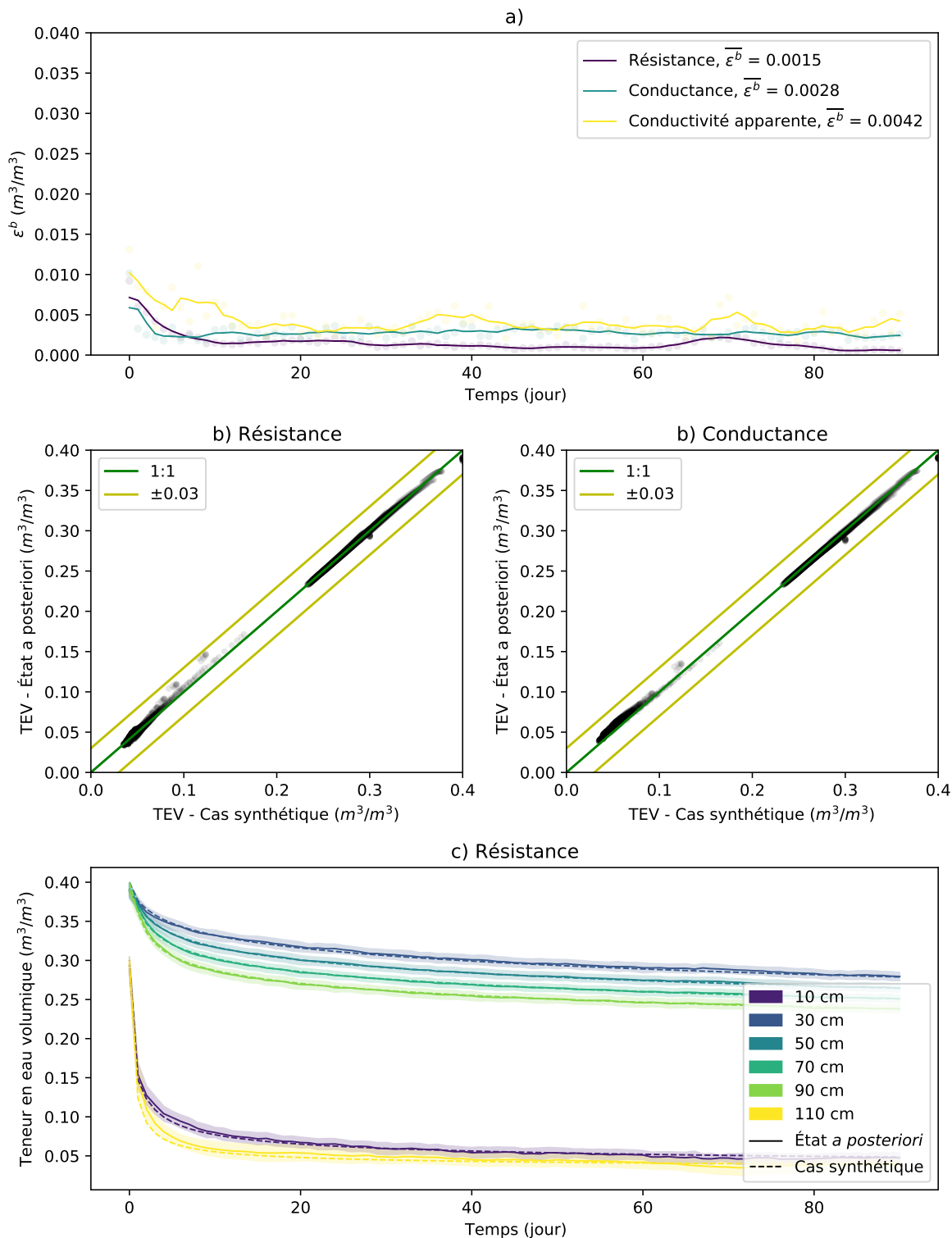


FIGURE C.13 Scénario 8 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données ERT quotidiennes générées à partir du cas synthétique A et pour différentes formes de données, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.



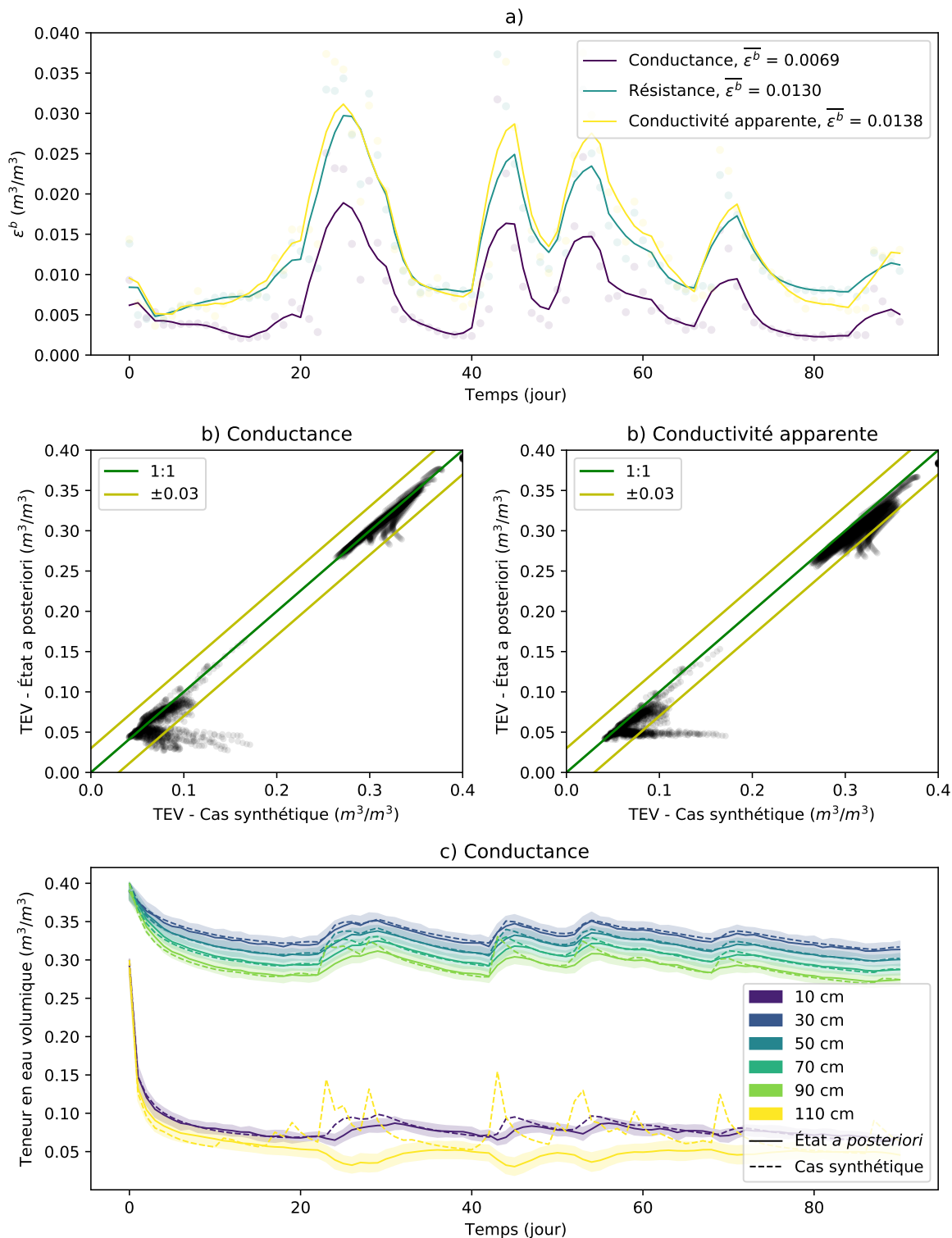


FIGURE C.14 Scénario 9 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données ERT quotidiennes générées à partir du cas synthétique B et pour différentes formes de données, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

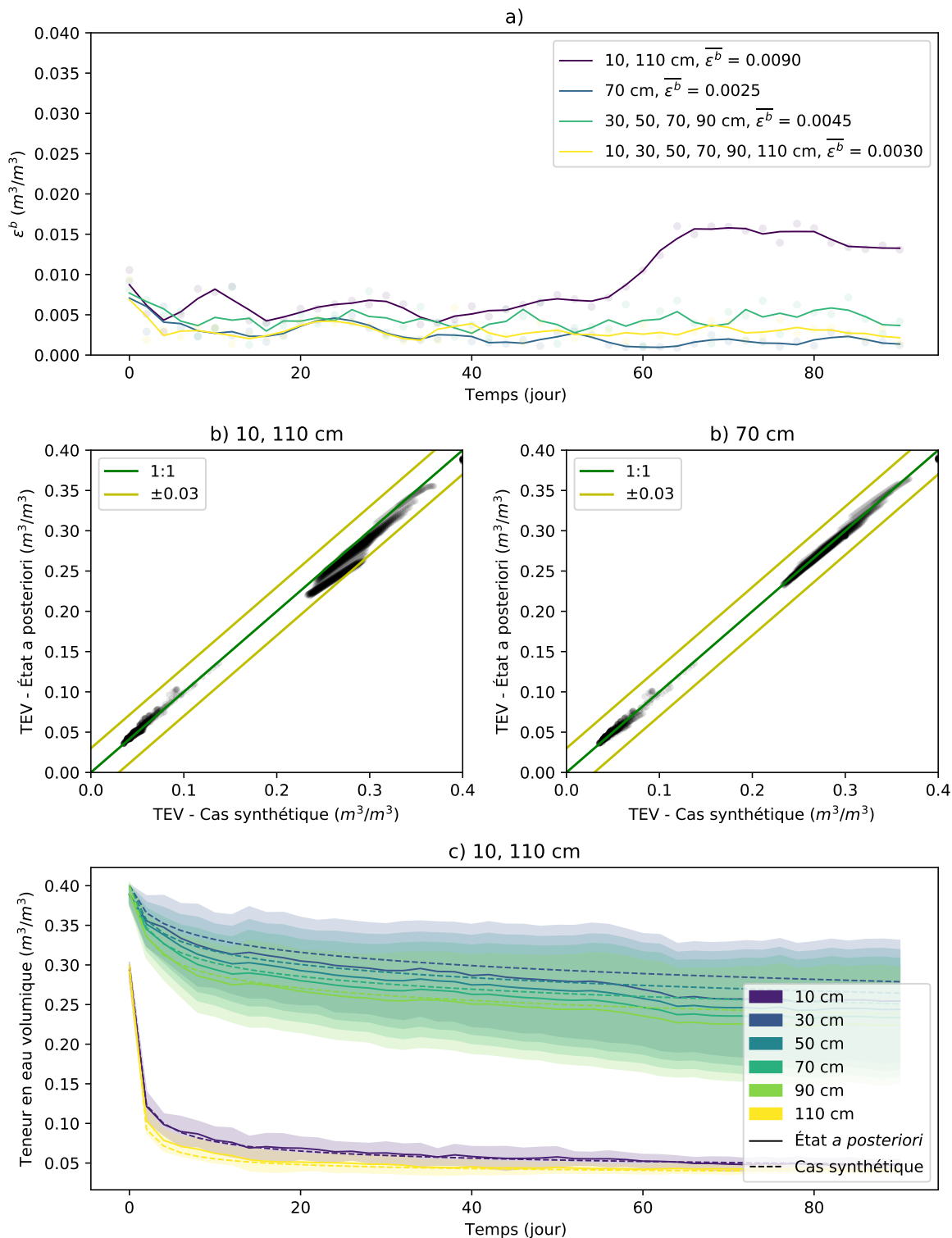


FIGURE C.15 Scénario 10 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A et pour différents positionnements des sondes, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

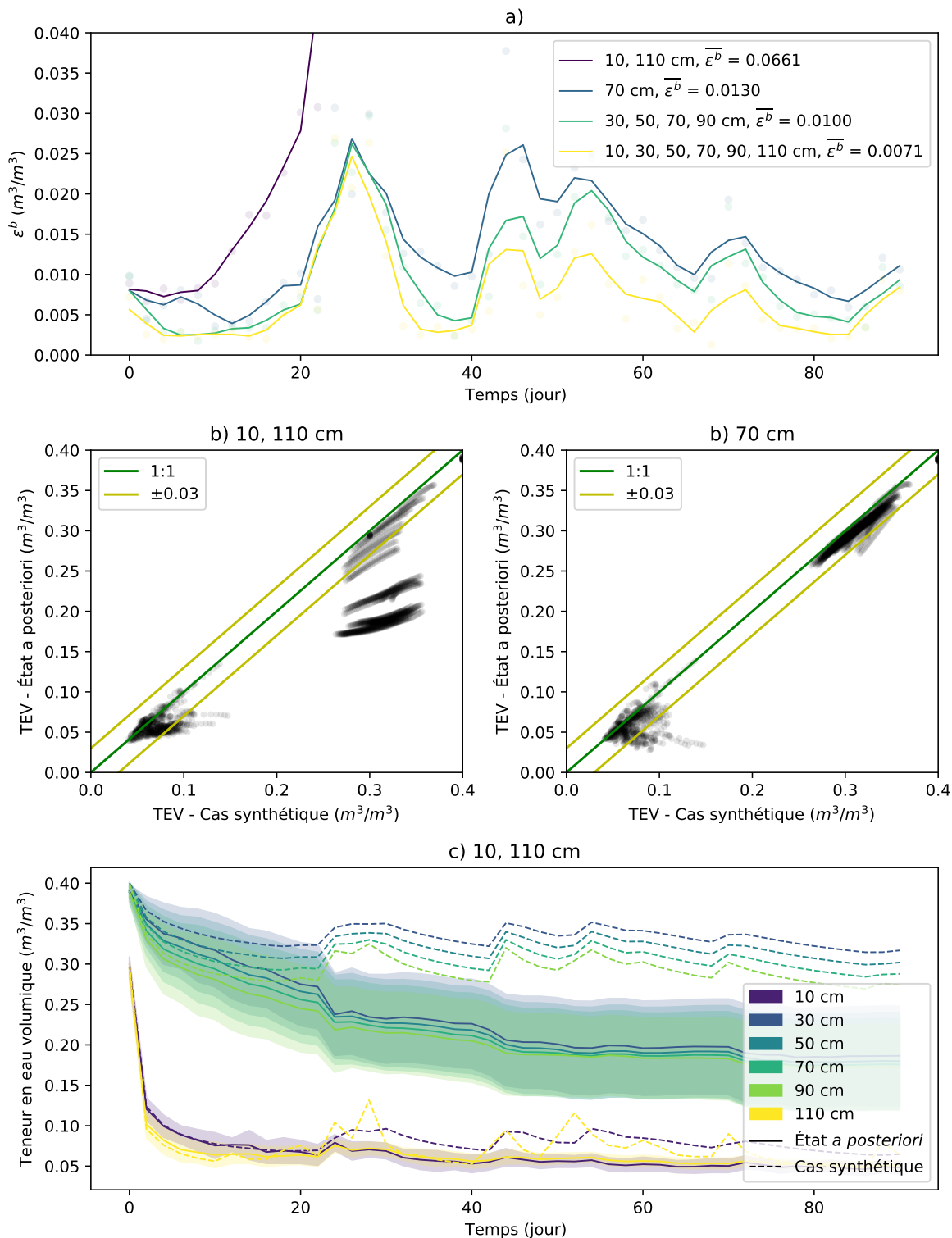


FIGURE C.16 Scénario 11 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de teneur en eau générées à partir du cas synthétique B et pour différents positionnements des sondes, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

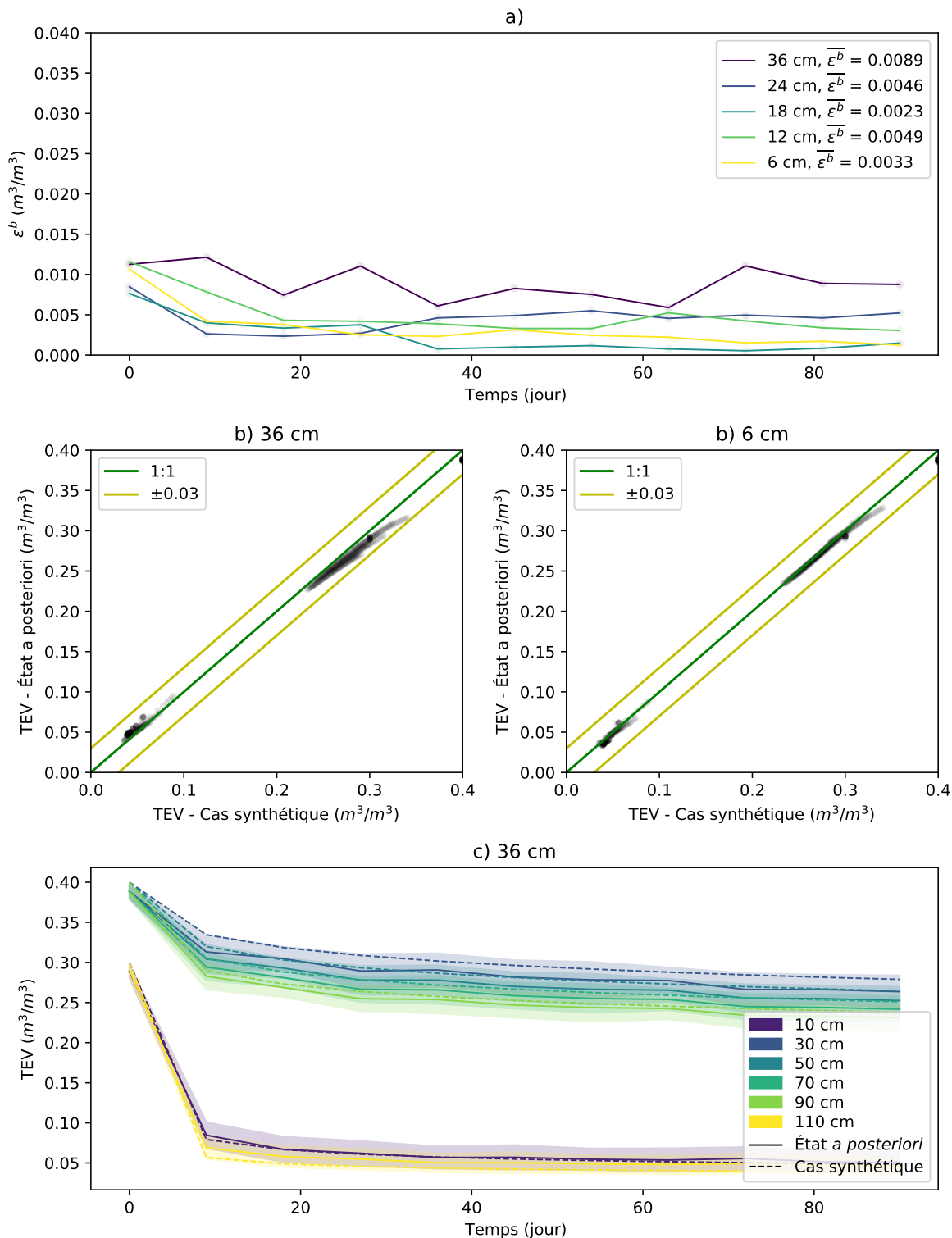


FIGURE C.17 Scénario 12 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de conductances générées à partir du cas synthétique A et pour différents nombres d'électrodes et de configurations, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

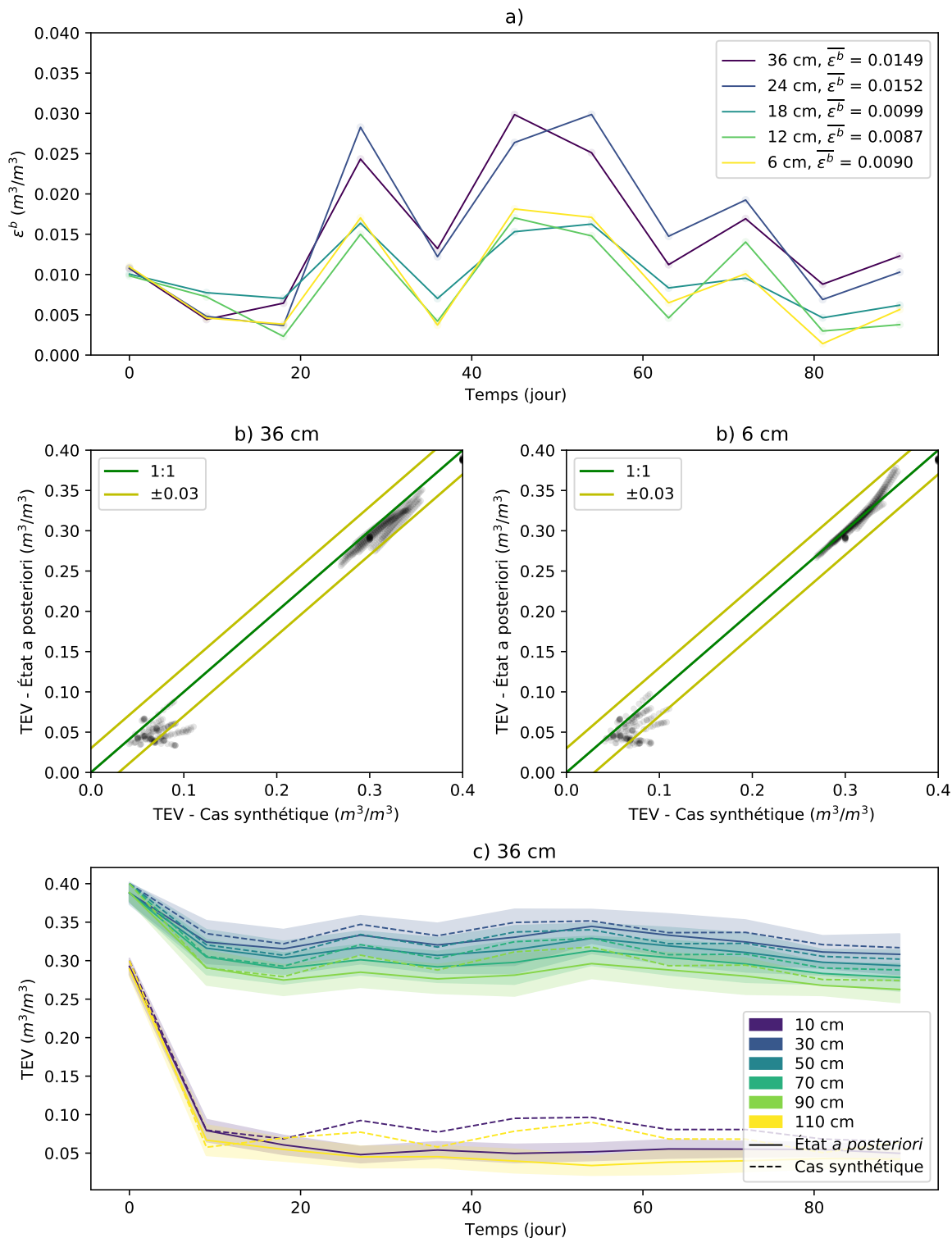


FIGURE C.18 Scénario 13 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de conductances générées à partir du cas synthétique B et pour différents nombres d'électrodes et de configurations, b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

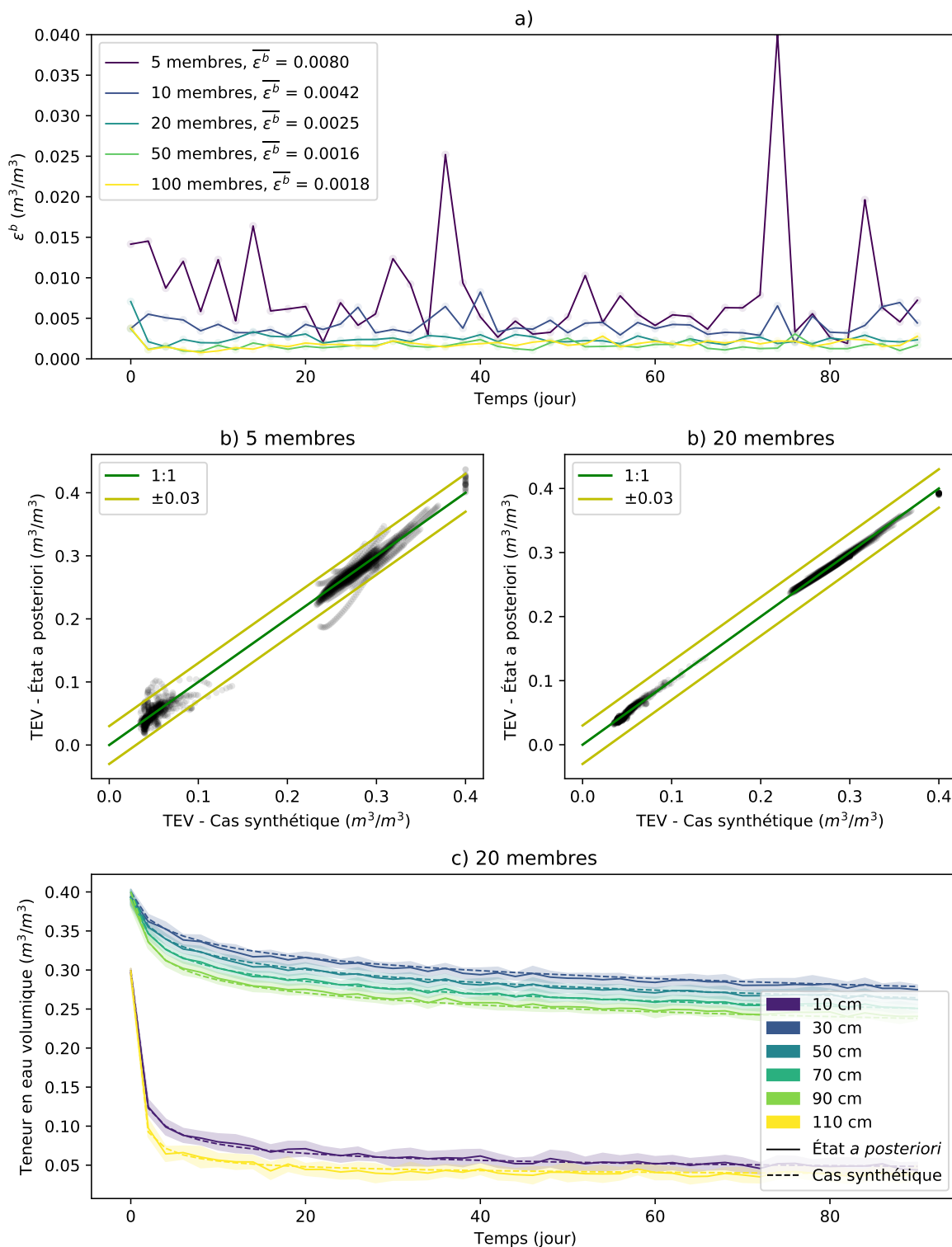


FIGURE C.19 Scénario 14 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A pour différentes tailles d'ensemble b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

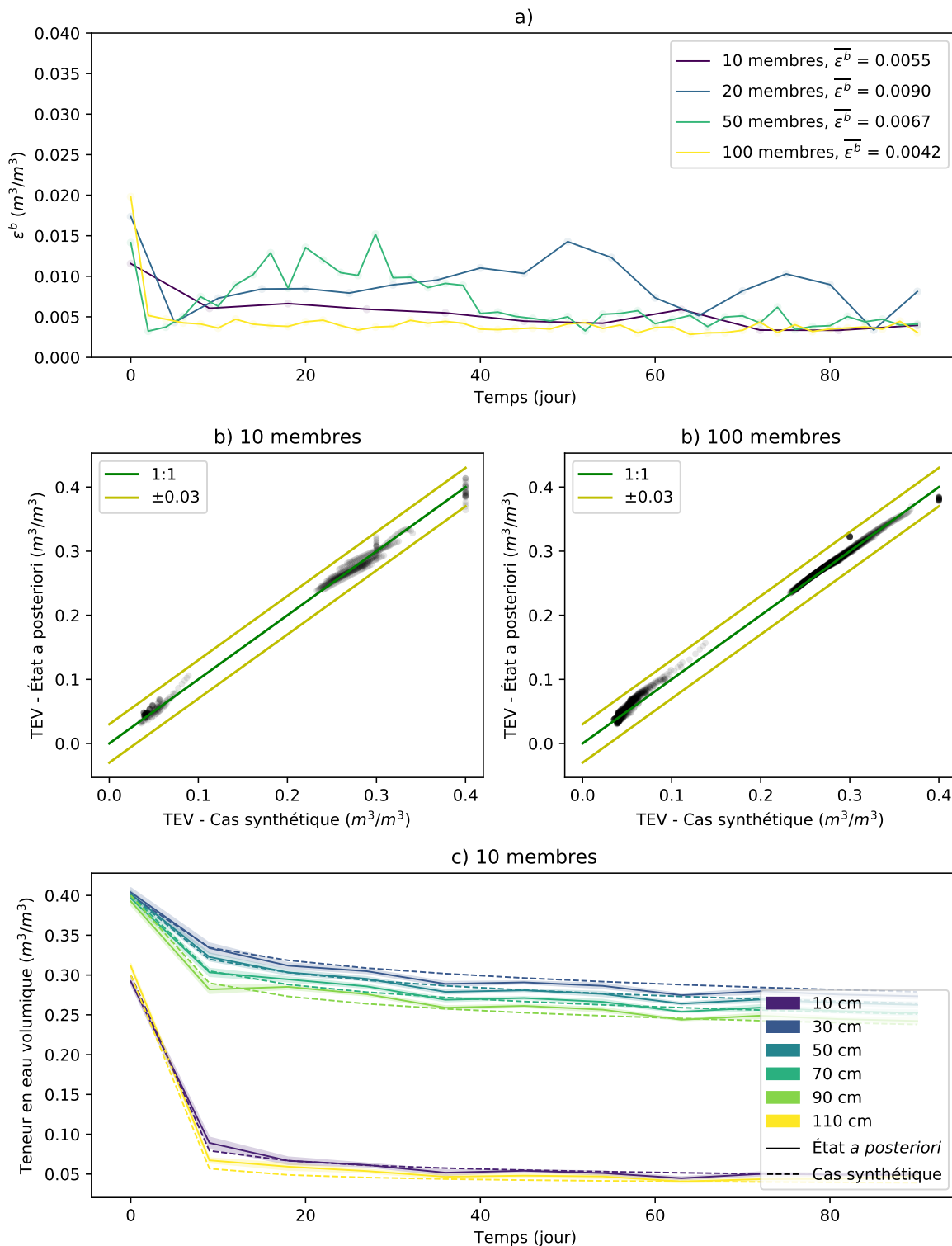


FIGURE C.20 Scénario 15 du tableau 4.2 : a) Comparaison de l'erreur AAB lors de l'assimilation de données de de teneur en eau générées à partir du cas synthétique A pour différentes tailles d'ensemble b) biais de l'estimation par rapport au cas synthétique et c) teneur en eau au cours du temps pour l'estimation et le cas synthétique à différentes positions.

## Assimilation de données expérimentales

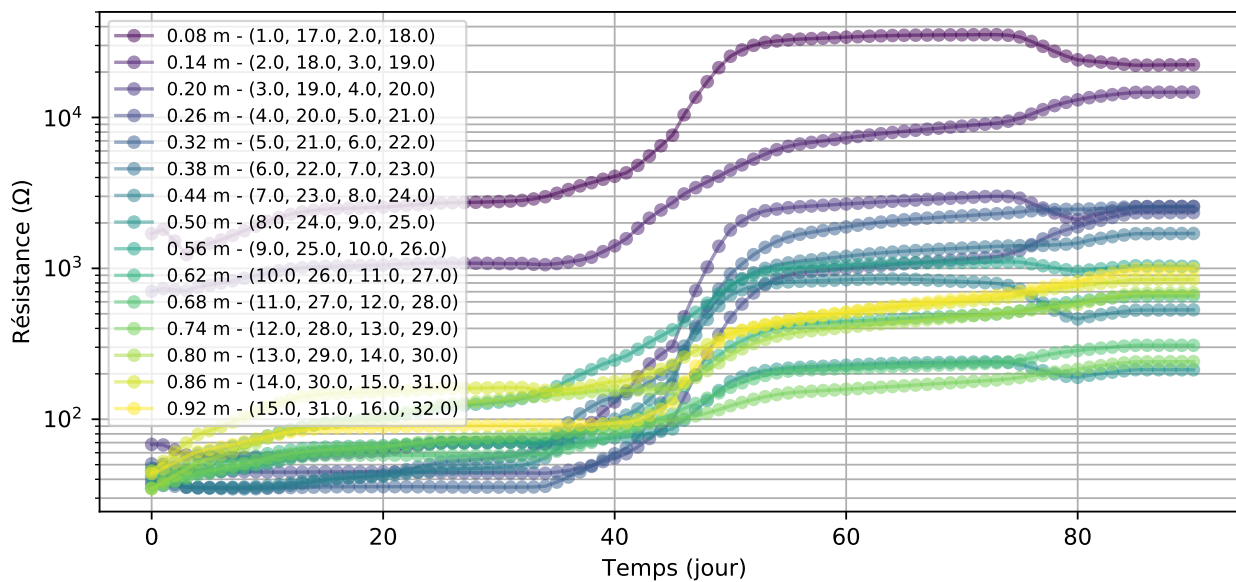


FIGURE C.21 Données expérimentales de résistance interpolées quotidiennement pour les configurations carrées avec un espacement de 6 cm entre les électrodes d'injection et de potentiel



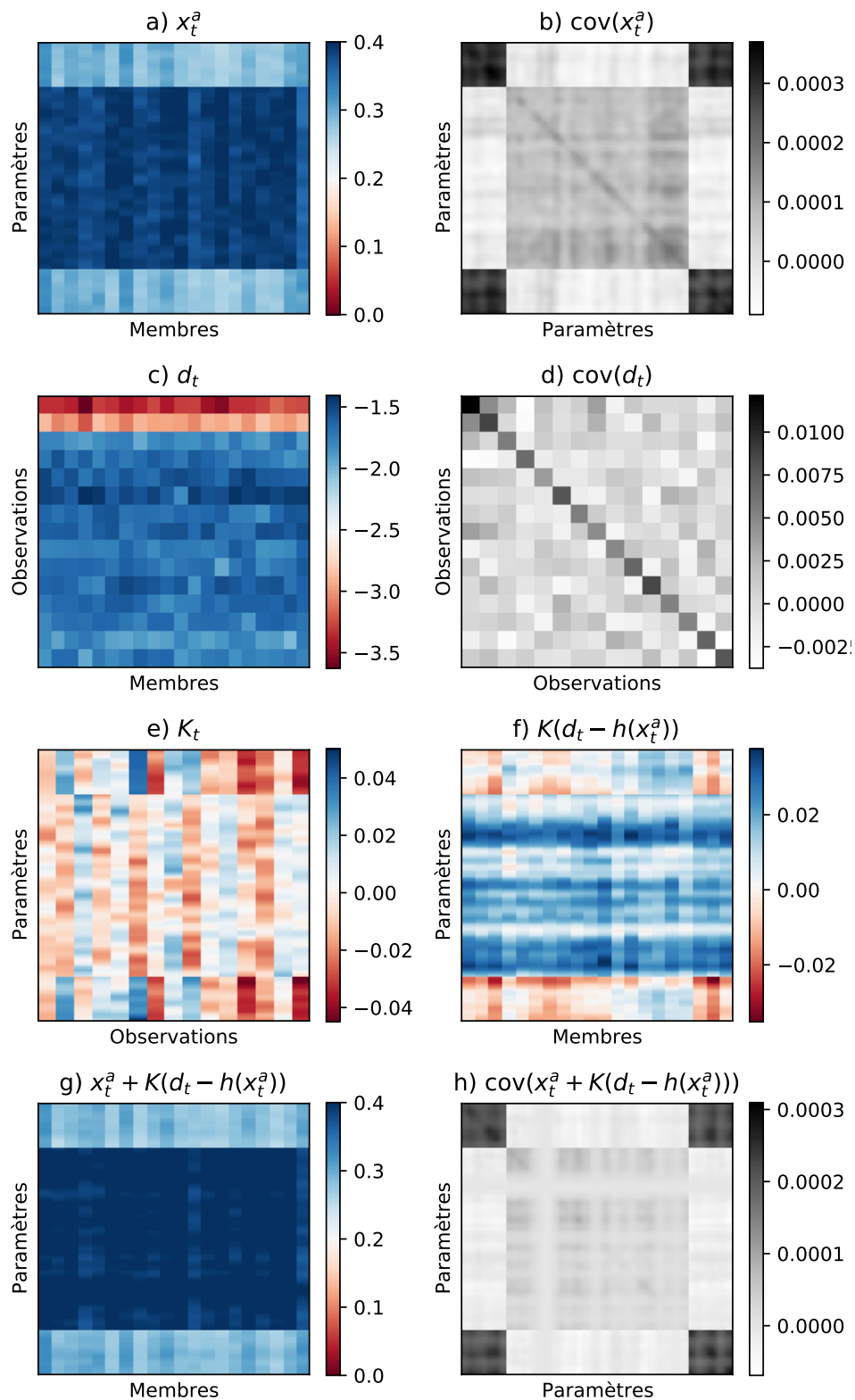


FIGURE C.22 Première itération de l'assimilation de données de conductance expérimentale comprenant a) l'ensemble initial et b) sa matrice de covariance, c) l'ensemble observations assimilées et d) sa matrice de covariance, le gain de Kalman, f) la correction appliquée à l'état *a priori*, g) l'état *a posteriori* obtenue et h) sa matrice de covariance.

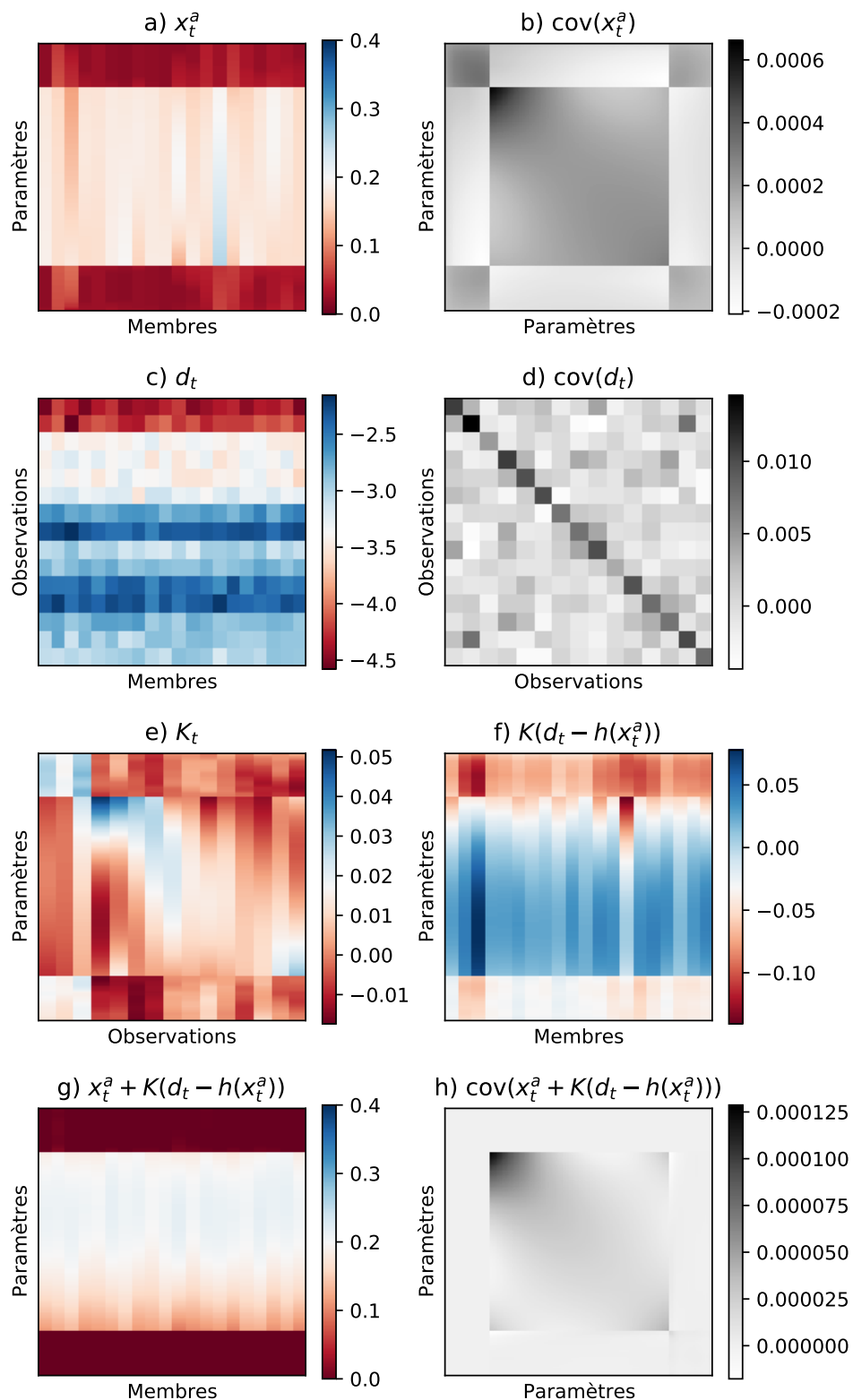


FIGURE C.23 Dernière itération de l'assimilation de données de conductance expérimentale comprenant a) l'ensemble *a priori* et b) sa matrice de covariance, c) l'ensemble observations assimilées et d) sa matrice de covariance, le gain de Kalman, f) la correction appliquée à l'état *a priori*, g) l'état *a posteriori* obtenu et h) sa matrice de covariance.