

**Titre:** Planification du réseau d'accès pour l'amélioration de la rentabilité  
Title: de l'infrastructure d'un réseau FTTN

**Auteur:** Annick Ntareme  
Author:

**Date:** 2010

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Ntareme, A. (2010). Planification du réseau d'accès pour l'amélioration de la rentabilité de l'infrastructure d'un réseau FTTN [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/481/>  
Citation:

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/481/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Steven Chamberland, & Samuel Pierre  
Advisors:

**Programme:** Génie informatique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PLANIFICATION DU RÉSEAU D'ACCÈS POUR L'AMÉLIORATION  
DE LA RENTABILITÉ DE L'INFRASTRUCTURE D'UN RÉSEAU FTTN

ANNICK NTAREME

DÉPARTEMENT DE GÉNIE INFORMATIQUE ET GÉNIE LOGICIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE INFORMATIQUE)

DÉCEMBRE 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

PLANIFICATION DU RÉSEAU D'ACCÈS POUR L'AMÉLIORATION DE LA  
RENTABILITÉ DE L'INFRASTRUCTURE D'UN RÉSEAU FTTN

présenté par : NTAREME Annick

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GAGNON Michel, Ph.D., président

M. CHAMBERLAND Steven, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PIERRE Samuel, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. QUINTERO Alejandro, Doct., membre

## REMERCIEMENTS

Je remercie premièrement mon directeur de recherche, M. Steven Chamberland, et mon codirecteur de recherche, M. Samuel Pierre, pour leur encadrement.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail.

Je remercie également les membres du LARIM pour leurs remarques avisées.

Je tiens à exprimer ma gratitude à mon père et ma mère qui, par leurs sacrifices et leur amour, m'ont permis de parvenir à cette étape. Je ne vous remercierai jamais assez pour tout ce que vous m'avez donné. Je dis aussi merci à mes frères Hervé et Fernand, ma sœur Inès qui m'ont toujours soutenue durant mes études.

## RÉSUMÉ

Étant donné l'offre de nouveaux services de réseau comme la télévision haute définition sur le protocole IP (*Internet Protocol*), de nouvelles architectures et technologies devraient être planifiées et introduites dans le réseau d'accès afin d'améliorer le taux d'accès. La meilleure solution est d'étendre le réseau de fibre jusqu'à l'abonné. Cependant, celle-ci est très coûteuse et ne peut être largement déployée de nos jours. Une alternative intéressante est la technologie FTTN (*Fiber-to-the-node*) qui réduit la portion de réseau utilisant le cuivre.

Dans ce mémoire, on commence par présenter un modèle de programmation mathématique de réseau d'accès dans le but d'améliorer la rentabilité de l'infrastructure d'un réseau FTTN. Ce modèle consiste à trouver le nombre et la localisation des nœuds, et sélectionner les chemins qui seront utilisés d'un nœud à chaque point de demande. Le problème a des contraintes qui limitent la capacité des nœuds et la distance entre chaque point de demande et le nœud qui le dessert. Le but est de minimiser la somme du coût des paires de cuivre à installer et du coût d'installation des nœuds. Par la suite, la complexité du problème est analysée.

Nous montrons que des instances du problème de grande taille ne peuvent être résolues de manière exacte dans un temps raisonnable, car le problème est NP-difficile. Nous proposons donc une heuristique basée sur la recherche taboue dans le but de trouver de bonnes solutions dans un temps raisonnable. Les résultats obtenus en utilisant l'heuristique taboue proposée sont comparés avec une borne inférieure obtenue en relâchant des contraintes du modèle mathématique. Celle-ci est calculée en utilisant le résolveur commercial CPLEX qui utilise l'algorithme d'évaluation et séparation.

Des tests effectués avec des exemplaires du problème générés de façon aléatoire montrent que l'heuristique proposée donne des résultats satisfaisants. En effet, la moyenne des écarts est de 0,34 et le temps d'exécution est raisonnable.

## ABSTRACT

Considering the introduction of new Internet Protocol (IP) services, new architecture and network technologies should be designed and introduced for the access network to improve the access rate. Actually, the best solution is to extend the fiber network and use the fiber-to-the-home (FTTH) architecture. However, this solution is still too costly and cannot be widely deployed. An interesting alternative is the fiber-to-the-node (FTTN) architecture, which reduces the copper portion of the access network.

In this document, an integer mathematical programming model is proposed for the access network design in order to improve the profitability of the FTTN infrastructure. It consists in finding the number and the location of the nodes, and selecting the way each point of demand will be connected with the node that is assigned to serve it. The problem has constraints that limit the nodes capacity and the distance between each point of demand and the node that is assigned to serve it. The goal is to minimise the cost of deploying the copper links and the cost of setting the nodes. The problem complexity will then be analysed.

We show that large problem instances cannot be solved to the optimum in a reasonable amount of time because the problem is NP-hard. Next, we propose a heuristic based on the tabu search to find good solutions. The results of the tabu heuristic are compared to a lower bound found by solving a relaxed version of the model with CPLEX that uses the branch-and-bound algorithm.

The heuristic was tested with randomly generated instances of the problem. The results show that the proposed heuristic finds good quality solutions.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	V
TABLE DES MATIÈRES.....	VI
LISTE DES TABLEAUX .....	X
LISTE DES FIGURES .....	XI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	XII
LISTE DES ANNEXES .....	XIII
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION..... 1	
1.1    Définitions de base .....	1
1.2    Les technologies xDSL .....	3
1.2.1    ADSL .....	3
1.2.2    ADSL2 et ADSL2+.....	4
1.2.3    VDSL et VDSL2 .....	4
1.3    Architectures FTTx .....	5
1.3.1    Fibre jusqu'à l'immeuble (FTTB).....	5
1.3.2    Fibre jusqu'au nœud (FTTN) .....	6
1.3.3    Fibre jusqu'au domicile (FTTH) .....	7
1.4    Éléments de la problématique .....	7
1.5    Objectifs de recherche .....	8
1.6    Méthodologie .....	9
1.7    Plan du mémoire.....	9

<b>CHAPITRE 2 LE RÉSEAU D'ACCÈS .....</b>	<b>10</b>
2.1    Processus de conception d'un réseau .....	10
2.2    Approches de résolution du problème de planification du réseau d'accès .....	13
2.2.1    L'arbre de recouvrement minimum avec capacité (CMST).....	13
2.2.2    L'arbre de recouvrement minimum avec capacité et plusieurs centres (MCMST).....	15
2.2.3    Problème de localisation des concentrateurs.....	17
2.2.4    Réseau en arbre avec des concentrateurs .....	18
2.2.5    Autres topologies.....	20
<b>CHAPITRE 3 MÉTHODE DE RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE PLANIFICATION DU RÉSEAU D'ACCÈS PROPOSÉES.....</b>	<b>22</b>
3.1    Rappel de la problématique.....	22
3.1.1    Suppositions .....	22
3.1.2    Le modèle de programmation mathématique .....	24
3.1.3    Contraintes .....	25
3.1.4    Complexité du problème de planification du réseau d'accès dans une infrastructure FTTN .....	29
3.2    Algorithme de recherche taboue proposé.....	32
3.2.1    Principes de la recherche taboue .....	32
3.2.2    Configuration initiale et voisinage .....	35
3.2.3    La fonction d'évaluation .....	36
3.2.4    Liste taboue .....	37
3.2.5    Critère d'aspiration.....	38

3.2.6	Diversification .....	38
3.2.7	Réduction du voisinage .....	38
3.2.8	Intensification .....	39
3.2.9	La condition d'arrêt .....	40
3.3	La résolution avec CPLEX .....	41
 CHAPITRE 4 IMPLÉMENTATION DES MÉTHODES DE RÉSOLUTION .....		44
4.1	Détails d'implémentation .....	44
4.1.1	La résolution du modèle mathématique .....	44
4.1.2	Implémentation de la recherche taboue .....	45
4.2	Environnement d'expérimentation .....	46
4.3	Plan d'expérience .....	46
4.3.1	Facteurs .....	46
4.3.2	Niveaux .....	47
4.3.3	La borne inférieure .....	48
4.4	Génération des exemplaires du problème .....	49
4.4.1	Exemple d'instance du problème .....	50
4.5	Analyse des résultats .....	53
4.5.1	Génération des résultats .....	53
4.5.2	Analyse du temps d'exécution .....	55
4.5.3	Analyse de la qualité des solutions .....	55
 CHAPITRE 5 CONCLUSION .....		58
5.1	Synthèse .....	58

5.2	Limitations .....	58
5.3	Travaux futurs .....	58
BIBLIOGRAPHIE .....		60
ANNEXES .....		65

## **LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 3-1: Variation du temps de calcul de l'heuristique et de la qualité de la solution en fonction de la taille de liste taboue .....	37
Tableau 3-2: Comparaison du temps d'exécution avec ou sans la réduction du voisinage .....	39
Tableau 4-1: Les facteurs et les niveaux du plan d'expérience .....	47
Tableau 4-2: Les types de classes de service .....	48
Tableau 4-3: Les types de nœuds .....	48
Tableau 4-4: Variation du temps de résolution du modèle mathématique.....	49
Tableau 4-5: Exemple de données générées .....	51
Tableau 4-6: Exemple de données générées .....	51
Tableau 4-7: Résultats pour $NS = 4$ et 5 services par point de demande.....	53
Tableau 4-8: Résultats pour $NS = 4$ et 10 services par point de demande.....	54
Tableau 4-9: Résultats pour $NS = 5$ et 5 services par point de demande.....	54
Tableau 4-10: Résultats pour $NS = 5$ et 10 services par point de demande.....	55

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1: Illustration d'un réseau simple .....	2
Figure 1-2: Topologies de base: (a) l'anneau; (b) le maillage; (c) l'étoile; (d) l'arbre .....	2
Figure 1-3: Architectures FTTx: a) Fibre jusqu'à l'immeuble(FTTB); b) Fibre jusqu'au domicile (FTTH); c) Fibre jusqu'au noeud (FTTN).....	5
Figure 2-1: Processus de conception d'un réseau .....	12
Figure 2-2: Arbre de recouvrement minimum .....	13
Figure 2-3: Arbre de recouvrement minimum avec plusieurs centres .....	15
Figure 2-4: Problème de la localisation des concentrateurs .....	17
Figure 2-5: Problème de concentrateurs hiérarchiques .....	19
Figure 3-1: Les classes de complexité des problèmes.....	30
Figure 3-2: Illustration du nœud fictif.....	32
Figure 3-3: Déroulement général de la recherche taboue .....	34
Figure 3-4: Mouvement où le nouveau père est un nœud .....	35
Figure 3-5: Mouvement où le nouveau père est un point de demande .....	36
Figure 3-6: Description de l'intensification .....	39
Figure 3-7: Algorithme de recherche taboue proposé .....	41
Figure 4-4-1: Exemple de format .lp .....	45
Figure 4-2: Illustration de la disposition des points de demande et des sites pour installer les nœuds .....	52
Figure 4-3: Configuration optimale de l'instance.....	52
Figure 4-4: Variation de la qualité des solutions avec 4 neouds .....	56
Figure 4-5: Variation de la qualité des solutions avec 5 nœuds .....	57

## **LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS**

DSL	Digital Subscriber Line
ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line
VDSL	Very high-bit-rate Digital Subscriber Line
DSLAM	Digital Subscriber Line Access Multiplexer
FTTN	Fiber-to-the-node
FTTC	Fiber-to-the-curb
FTTB	Fiber-to-the-building
FTTH	Fiber-to-the-home
Mbps	Mega bits par seconde
IPTV	Internet Protocol Television
DMT	Discrete multitone technique

**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE 1: Résultats détaillés des tests.....65

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Les dernières années ont été marquées par l'introduction de nouveaux services qui exigent une grande largeur de bande tels que la vidéo à la demande, la voix sur IP ou la télévision haute définition. L'offre de ces services nécessite la planification ainsi que l'introduction de nouvelles technologies dans les réseaux de télécommunication et particulièrement dans le réseau d'accès. Par conséquent, les compagnies de télécommunication ont entrepris de moderniser l'infrastructure réseau en augmentant la portion occupée par la fibre optique. En effet, la fibre optique est le support physique qui offre la plus grande largeur de bande actuellement, en plus de présenter une faible atténuation du signal. Installer la fibre jusqu'au domicile (FTTH) constitue présentement la meilleure solution. Cependant, une telle architecture est très coûteuse et ne peut être déployée pour tous les abonnés pour le moment. Des architectures intermédiaires comme la fibre jusqu'au nœud (FTTN) sont ainsi envisagées. Ce mémoire traite de la planification du réseau d'accès dans une architecture FTTN. Dans ce chapitre d'introduction, nous présentons d'abord quelques concepts de base et nous décrivons la problématique. Puis, nous énonçons nos objectifs de recherche, la méthodologie utilisée et le plan du mémoire.

### 1.1 Définitions de base

Un réseau de télécommunication est un ensemble d'équipements interconnectés par des liens de communication. Un équipement peut être un ordinateur, une imprimante, un routeur ou tout autre équipement pouvant transmettre et/ou recevoir des données provenant des autres nœuds du réseau (Forouzan, 2007).

Les réseaux de télécommunication sont constitués principalement de trois parties : le réseau de commutation, le réseau d'agrégation (*edge network*) et le réseau d'accès. Le réseau d'accès relie les équipements terminaux des abonnés aux routeurs du réseau d'agrégation. Celui-ci rassemble le flux de trafic aux routeurs du réseau de commutation. Ce dernier est constitué de routeurs de grande capacité interconnectés par des liens de grande vitesse dans une topologie maillée (Chamberland, 2007). La figure 1-1 montre un réseau simple ayant un réseau de commutation de six nœuds. Les nœuds 1 à 4 sont des nœuds périphériques rattachés au réseau d'accès.

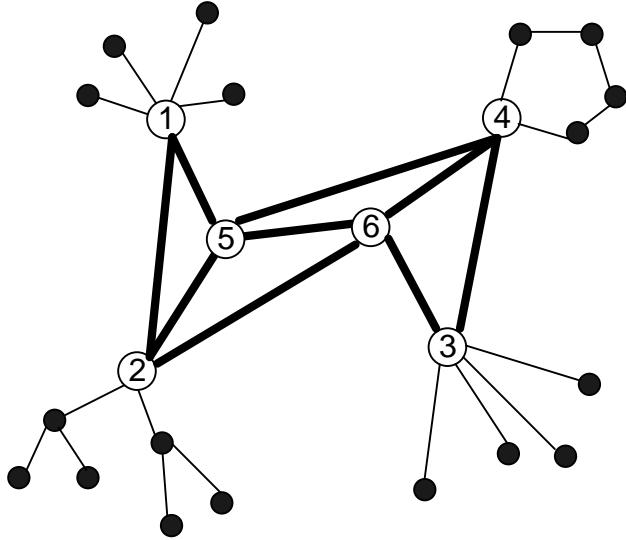


Figure 1-1: Illustration d'un réseau simple

La topologie physique d'un réseau est la représentation géométrique des branchements entre les équipements et les liens du réseau (Forouzan, 2007). Il existe cinq topologies de base : le bus, l'anneau, l'arbre, l'étoile et le maillage. Notons que la topologie en bus est rarement utilisée en raison de ses nombreux inconvénients. La Figure 1-2 illustre les quatre topologies les plus couramment employées. Il existe également des topologies formées par la combinaison de ces topologies de base.

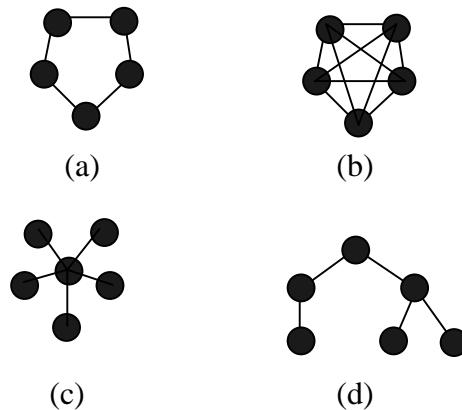


Figure 1-2: Topologies de base: (a) l'anneau; (b) le maillage; (c) l'étoile; (d) l'arbre

## 1.2 Les technologies xDSL

xDSL (*Digital Subscriber Line*) est un ensemble de technologies de transmission des données à hauts débits sur le réseau d'accès fait de câbles de paires torsadées en cuivre dont les noms diffèrent par la première lettre. Parmi ces technologies, ADSL (*Asymmetric DSL*), ADSL2+ et VDSL2 (*Very high-bit-rate DSL*) sont les plus importantes. Une paire torsadée est formée de deux conducteurs de cuivre, chacun enveloppé dans une protection en plastique et enroulé l'un autour de l'autre pour éviter les interférences. Les paires torsadées peuvent transmettre de hauts débits sur de courtes distances et sont économiques. Cependant, elles présentent une forte atténuation du signal (Forouzan, 2007).

### 1.2.1 ADSL

Comme son nom l'indique, l'ADSL est asymétrique et fournit un débit plus élevé en flux descendant qu'en flux ascendant. Cette technologie est définie dans la recommandation UIT-T G.992.1. La technique de modulation employée par ce standard est DMT (*Discrete Multitone Technique*) et la transmission utilise une seule paire torsadée. ADSL utilise une technologie adaptative qui teste la bande passante disponible et les conditions de la ligne avant de fixer le taux de transmission. Par conséquent, le taux de transmission d'ADSL varie suivant les conditions et le type du câble. La bande passante disponible de 1.1 MHz est divisée en 256 canaux égaux. Le premier canal est utilisé pour la transmission de la voix. Les canaux 1 jusqu'au canal 5 séparent la transmission de la voix et celle des données. La transmission des données vers l'amont utilise les canaux 6 à 30 tandis que celle vers l'aval emploie les canaux 31 à 255. Théoriquement, ADSL peut atteindre un débit de 1.44 Mbps vers l'amont et 3.4 Mbps vers l'aval (ITU-T G.992.1, 1999).

ADSL *lite* est une version d'ADSL définie dans la recommandation UIT-T G.992.2 qui ne requiert pas l'installation de séparateurs à l'entrée des locaux des abonnés. Elle permet de faire des économies d'énergie dans le centre de commutation et dans les locaux des abonnés grâce à des procédures de gestion d'énergie et de contrôle de l'état de la liaison (UIT-T G.992.2, 1999).

### **1.2.2 ADSL2 et ADSL2+**

ADSL2 est défini par la recommandation UIT-T G.992.3. ADSL2 spécifie des modes de fonctionnement additionnels qui augmentent la portée d'ADSL et la variété des services offerts par les fournisseurs de services. ADSL2 offre des taux de transmission allant jusqu'à 15Mbps vers l'aval et jusqu'à 3.8Mbps vers l'amont. Ce standard définit un mode qui permet d'allonger la portée d'ADSL et spécifie des modes uniquement numériques. ADSL2 définit également des fonctions de reconnaissance de problèmes dans la boucle locale. Il existe également une version d'ADSL2 qui n'emploie pas de séparateur à l'entrée des locaux des abonnés défini dans la recommandation UIT-T G.992.4.

ADSL2+, qui est un standard défini dans la recommandation UIT-T G.992.5 est une évolution d'ADSL2 qui lui est compatible. En effet, un modem ADSL2+ possède toutes les fonctionnalités d'un modem ADSL2. ADSL2+ double la bande de fréquence employée pour la transmission des données et le nombre de sous-porteuses utilisées.

### **1.2.3 VDSL et VDSL2**

VDSL (*Very high-bit-rate DSL*) offre un grand débit sur de courtes distances. La technique de modulation employée est DMT. La portée ainsi que le taux de transmission vers l'amont et vers l'aval de VDSL dépendent du plan de fréquence utilisé (UIT-T G.993.1, 2005). Celui-ci est la manière de partager la bande passante disponible entre le flux ascendant et le flux descendant (Jayant, 2005).

VDSL2 est le standard le plus récent des technologies xDSL. Il est défini par la recommandation UIT-T G.993.2. Il atteint un débit symétrique de 100 Mbps sur une distance de 350m. Il utilise également la technique de modulation DMT. VDSL2 définit huit profiles pour différents déploiements. Ces profiles diffèrent par la bande passante, le nombre de canaux, la largeur des canaux et la puissance du signal. Le débit atteint par le profile utilisé en Amérique du Nord est de 25 Mbps vers l'aval sur des distances de moins de 900m. Dans le but d'augmenter la bande passante disponible, VDSL2 permet que deux câbles soient déployés dans la boucle locale pour un même abonné. Cette technique s'appelle le *cable bonding*. Ce standard autorise le fonctionnement des modems VDSL2 en mode ADSL2 (Walko, 2005).

## 1.3 Architectures FTTx

Dans le but d'améliorer la performance des technologies xDSL, de nouvelles architectures ont été proposées. La Figure 1-3 illustre les architectures fibre jusqu'au domicile (FTTH, *Fiber-to-the-home*), fibre jusqu'à l'immeuble (FTTB, *Fiber-to-the-building*), fibre jusqu'au nœud (FTTN, *Fiber-to-the-node*) et fibre jusqu'au micro-nœud (FTTn, *Fiber-to-the-micro-node*).

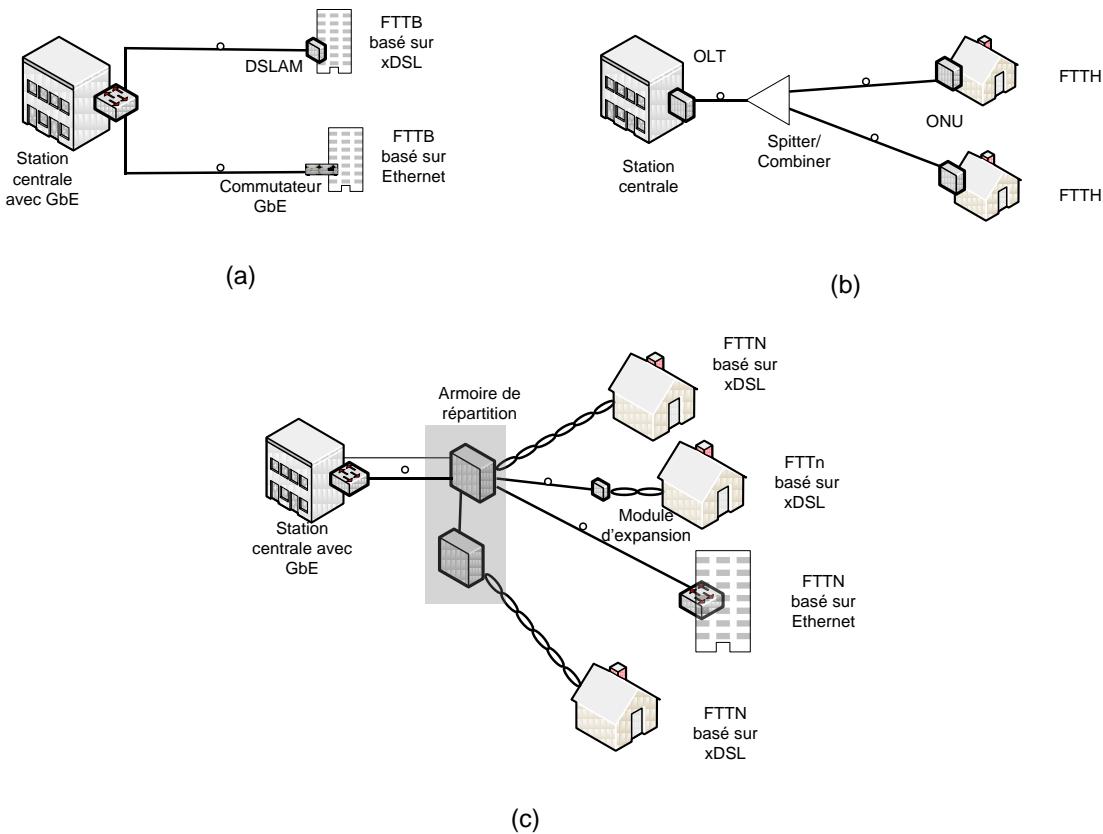


Figure 1-3: Architectures FTTx: a) Fibre jusqu'à l'immeuble(FTTB); b) Fibre jusqu'au domicile (FTTH); c) Fibre jusqu'au nœud (FTTN) et fibre jusqu'au micro-nœud (FTTn)

### 1.3.1 Fibre jusqu'à l'immeuble (FTTB)

Dans une architecture FTTB, des équipements sont placés à la station centrale et dans les locaux des abonnés. La connexion entre ces équipements est passive et de type point-à-point. FTTB peut être utilisé pour un seul abonné ou pour un immeuble contenant plusieurs abonnés. Dans ce dernier cas, un DSLAM ou un commutateur Ethernet est placé dans le bâtiment des abonnés

habituellement dans le sous-sol. Des câbles xDSL ou de catégorie 5/5E/6 sont ensuite déployés pour atteindre chacun des abonnés.

Lorsque FTTB sert un unique abonné, un lien de fibre optique partant de la station centrale jusqu'à l'abonné lui est dédié. Ceci est coûteux à cause du coût de la fibre optique. Par conséquent, cette solution est seulement envisageable dans le cas où la distance entre la station centrale et l'abonné est très courte (Alcatel-Lucent b, 2007).

### **1.3.2 Fibre jusqu'au nœud (FTTN)**

Cette architecture est aussi appelée FTTCab (*Fiber-to-the-cabinet*). La portion de cuivre dans la boucle locale est réduite par l'installation de la fibre optique jusqu'aux nœuds se trouvant à proximité des abonnés. Dans une architecture FTTN, le nœud est un DSLAM (*Digital Subscriber Line Access Multiplexer*) qui se trouve à terminaison du lien optique. Celui-ci combine les signaux provenant de plusieurs lignes xDSL (*Digital Subscriber Line*) et les envoie sur la fibre optique en utilisant des techniques de multiplexage. Il effectue la conversion des signaux optiques en signaux électriques et vice versa. Le nœud est composé d'un module principal et d'un ou plusieurs modules d'expansion. Le module principal renferme un commutateur de grande capacité. Il est muni d'interfaces des liens optiques vers l'amont ainsi que de fentes de terminaison des lignes xDSL. Les modules d'expansion servent à ajouter des interfaces clients sans ajouter la capacité de commutation. Ces modules d'expansions peuvent être co-localisés avec le module principal ou déployés à distance et connectés au module principal par des liens optiques. Dans ce dernier cas, l'architecture est appelée fibre jusqu'au micro-nœud (FTTn, *Fiber-to-the-micro-node*). FTTn permet de connecter les abonnés qui sont loin des armoires de répartition avec un débit élevé. Un nœud peut servir plusieurs centaines d'abonnés (Alcatel-Lucent a, 2007).

L'architecture FTTN peut être basée sur les technologies xDSL ou sur Ethernet. Cependant, FTTN basée sur Ethernet est rarement envisagée parce qu'il requiert un important système d'alimentation en énergie (Chamberland, 2009).

### 1.3.3 Fibre jusqu'au domicile (FTTH)

FTTH fait référence au déploiement des câbles de fibre optique entre la station centrale et l'abonné. Bien qu'elle soit la plus coûteuse, elle offre aux abonnées le débit le plus élevé. Le déploiement de FTTH est souvent basé sur la technologie PON (*Passive Optical Network*). La terminaison de ligne optique (OLT, *Optical Line Termination*) se trouvant à la station centrale est reliée aux diviseurs optiques d'où partent les câbles de fibre optique vers les terminaisons de réseau optiques (ONT, *Optical Network Termination*) des usagers. Une terminaison de ligne optique est reliée à un ou plusieurs réseaux de distribution optique et assure l'interface du côté réseau pour le réseau d'accès optique. Une terminaison de réseau optique est une unité de réseau optique employée pour le raccordement de l'abonné qui incorpore la fonction de port de l'utilisateur (UIT-T G.983.1, 2005).

## 1.4 Problématique

La planification du réseau d'accès vise à trouver une topologie optimale en sélectionnant l'emplacement des liens et des nœuds. Étant donné que ce problème est complexe, il est plus facile de le subdiviser en des problèmes plus simples. Gouveia et Lopes (1997) le décomposent en 4 sous-problèmes :

- trouver le nombre optimal d'équipements qui joueront le rôle de concentrateurs;
- trouver la localisation de ces équipements;
- assigner chaque point de demande à un concentrateur;
- interconnecter les points de demande jusqu'au concentrateur.

La planification des réseaux d'accès est une procédure qui coûte énormément cher aux compagnies de télécommunication. En effet, l'investissement dans les réseaux d'accès représente 80 à 90 % de l'investissement total dans tout le réseau (Pujolle, 2007). Il est donc crucial de minimiser les coûts d'installation des réseaux d'accès. De plus, le réseau d'accès est une source de goulot d'étranglement entre les réseaux locaux et le réseau dorsal qui sont de grande capacité. La planification efficace du réseau d'accès est par conséquent primordiale pour garantir un débit correspondant aux services offerts.

La topologie optimale du réseau d'accès est celle qui a le coût minimum. En recherchant cette topologie, il faut également s'assurer que la distance entre chaque point de demande et le nœud auquel il est relié ne dépasse pas la distance maximale définie pour ce point de demande. En effet, le débit offert à un point de demande dépend de la distance qui le sépare du nœud qui le dessert.

Pour s'assurer de trouver la topologie optimale du réseau d'accès, il faut calculer le coût de toutes les solutions possibles et choisir la solution qui a le coût minimal. Cependant, le nombre de topologies possibles augmente exponentiellement avec le nombre de nœuds et de points de demande. Faire un calcul exact prendrait un temps colossal pour des instances de taille réelle. Par conséquent, des méthodes heuristiques seront employées pour trouver de bonnes solutions avec des temps de calcul raisonnables. L'avantage de ces méthodes est la faible variation du temps d'exécution en fonction de la taille du problème bien que la solution trouvée n'est généralement pas optimale. Une bonne méthode heuristique permet, toutefois, de trouver une solution dont le coût est proche de celui de la solution optimale.

## 1.5 Objectifs de recherche

L'objectif principal de ce mémoire est de résoudre le problème de planification du réseau d'accès pour l'amélioration de la rentabilité de l'infrastructure d'un réseau FTTN. Plus précisément, nous cherchons à :

- formuler un modèle de programmation mathématique permettant de résoudre le problème de façon exacte;
- proposer une méthode de résolution des instances du problème de grande taille en un temps raisonnable;
- évaluer la performance de l'heuristique proposée en comparant ses résultats avec une borne inférieure.

La section suivante présente la méthodologie employée pour atteindre ces objectifs.

## 1.6 Méthodologie

Nous commençons par présenter un modèle de programmation mathématique pour la résolution du problème. Par la suite, nous utilisons le résolveur commercial CPLEX pour résoudre des exemplaires du problème de façon optimale. Ensuite, nous proposons une méthode heuristique qui essaie d'approcher la solution optimale dans un temps raisonnable. L'objectif est de minimiser le coût total du réseau d'accès.

Nous effectuons ensuite des tests pour vérifier le bon fonctionnement de l'algorithme proposé. Des comparaisons sont faites avec une borne inférieure obtenue en relaxant des contraintes du modèle de programmation mathématique.

## 1.7 Plan du mémoire

Ce chapitre d'introduction sera suivi par une revue de la littérature sur le sujet de la planification des réseaux d'accès. Le troisième chapitre présente le modèle mathématique utilisé et l'implémentation des procédures de résolution du problème. Le quatrième chapitre décrit les résultats des expérimentations. Le cinquième chapitre conclut ce mémoire par une synthèse et les limitations des solutions proposées.

## **CHAPITRE 2 LE RÉSEAU D'ACCÈS**

La planification du réseau d'accès constitue une phase très importante de la conception d'un réseau de télécommunication. C'est également la phase qui exige la plus grande part de l'investissement total (Pujolle, 2007). Elle consiste à définir les topologies qui seront utilisées, la manière dont les points de demande seront reliés entre eux et la façon dont ils seront connectés au réseau dorsal. Les types et les emplacements des liens et des concentrateurs sont sélectionnés également au cours de cette phase. Résoudre ces problèmes pour des réseaux de télécommunication servant un nombre important d'abonnés est une tâche difficile. Au cours de ce chapitre, nous présenterons le processus de conception des réseaux de télécommunication. Par la suite, nous présenterons une revue de la littérature des travaux effectués sur le problème de la planification des réseaux d'accès.

### **2.1 Processus de conception d'un réseau**

La conception d'un réseau de télécommunication est un processus itératif comportant plusieurs étapes. La figure 2-1 illustre ce processus (Piliouras, 2005).

La première étape consiste à définir les exigences du réseau. Pour ce faire, les données doivent être collectées pour déterminer les sources et les destinations du trafic, le volume et les caractéristiques des flux de trafic ainsi que les types et les coûts associés aux équipements de transport du trafic. Après avoir estimé le volume de trafic entre chaque source et destination du réseau, des liens de capacité appropriée sont choisis. La capacité et la longueur des liens servent par la suite à estimer le coût de ces liens. Lorsque les données de trafic et de coûts ne sont pas disponibles, des outils de génération de trafic et de coûts sont utilisés. Dans le but de limiter les erreurs et diminuer le temps de la collecte des données, des outils de génération automatique des données de coût de trafic sont recommandés.

La deuxième étape consiste à faire la planification du réseau sur la base des exigences du réseau en employant plusieurs techniques et algorithmes de planification. Cette étape détermine la localisation des liens et des points de connexion, le routage du trafic ainsi que le dimensionnement des équipements. Le choix des équipements dépend des exigences du réseau concernant la compatibilité des protocoles et le fonctionnement du réseau. L'emplacement des points de connexion peut être une donnée du problème de planification ou devoir être calculé.

Dans ce dernier cas, leur localisation peut être trouvée en employant divers algorithmes de localisation de points de connexion. Le choix de la topologie du réseau dépend des exigences des protocoles et de la technologie utilisés. Lorsque l'emplacement et la topologie de tous les points du réseau ont été trouvés, le flux de trafic passant par les points de connexion est estimé. Le choix de la stratégie de routage dépend des caractéristiques des équipements utilisés et de la technologie utilisée dans le réseau.

Le protocole de gestion du réseau doit également être déterminé. Il existe des protocoles de gestion propriétaires ou ouverts. Ils sont utilisés pour la gestion de la configuration, de la performance, des erreurs, de la sécurité et de la facturation. La sécurité doit être considérée dans le choix des équipements et des services offerts. Les risques pour la sécurité du réseau sont l'accès non autorisé aux données, la mascarade, l'accès non autorisé aux équipements du réseau, la répudiation et le déni de service. Pour faire face à ces risques, il existe des techniques de sécurité basées sur les protocoles de sécurité, le cryptage des données et le fonctionnement sécuritaire du réseau.

Après qu'un réseau candidat est obtenu, une analyse de performance est effectuée. Elle consiste à analyser le coût, le délai, la fiabilité et le taux d'utilisation du réseau. Les coûts relatifs au réseau comprennent : les coûts de tarif de tous les liens du réseau, les coûts périodiques des autres équipements et logiciels du réseau, les coûts d'installation et les coûts reliés à l'usage.

Plusieurs itérations sont effectuées dans le but d'avoir plusieurs réseaux candidats parmi lesquels le réseau final sera choisi. Lorsqu'un réseau est choisi, des améliorations peuvent être nécessaires concernant le dimensionnement des liens, le routage et le placement des points de connexion. Cette étape est la dernière étape du processus de conception d'un réseau.

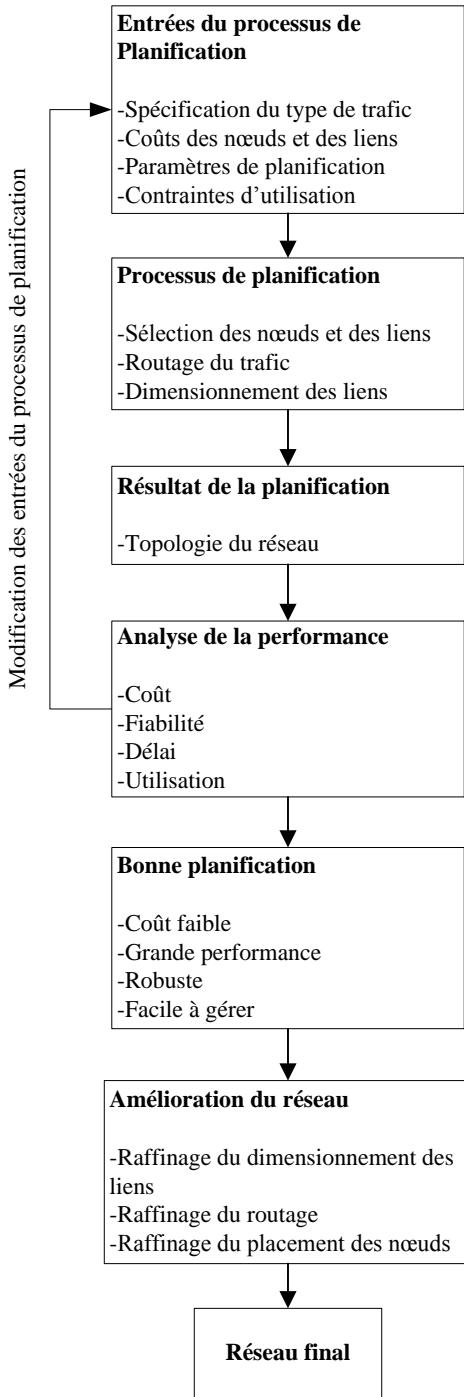


Figure 2-1: Processus de conception d'un réseau

## 2.2 Approches de résolution du problème de planification du réseau d'accès

De nombreux travaux ont été effectués sur le problème de la planification du réseau d'accès. Dans le but d'établir un cadre de travail pour résoudre le problème, ces travaux s'appuient généralement sur une topologie particulière du réseau. Nous allons présenter quelques-unes des ces topologies dans les sections suivantes. Balakrishnan et al. (1991), Gavish (1991) ainsi que Klincewicz (1998) présentent une revue plus complète de modèles et de méthodes de résolution du problème de planification du réseau d'accès.

### 2.2.1 L'arbre de recouvrement minimum avec capacité (CMST)

Le problème de l'arbre de recouvrement minimum avec capacité consiste à trouver un arbre ayant le coût minimum qui passe par tous les nœuds d'un graphe sans que la quantité de trafic passant par chaque arête ne dépasse la capacité maximale de cette arête. Papadimitriou (1978) a démontré que ce problème est NP-complet. Une illustration de CMST est présentée à la Figure 2-2. Dans cet exemple, une unité de demande existe à chaque point de demande et la capacité maximale de chaque arête est de 5. Ce problème diffère du problème de planification étudié dans le sens qu'il ne considère qu'un seul arbre et une seule racine. De plus, la distance entre chaque point de demande et le nœud central n'est pas limitée.

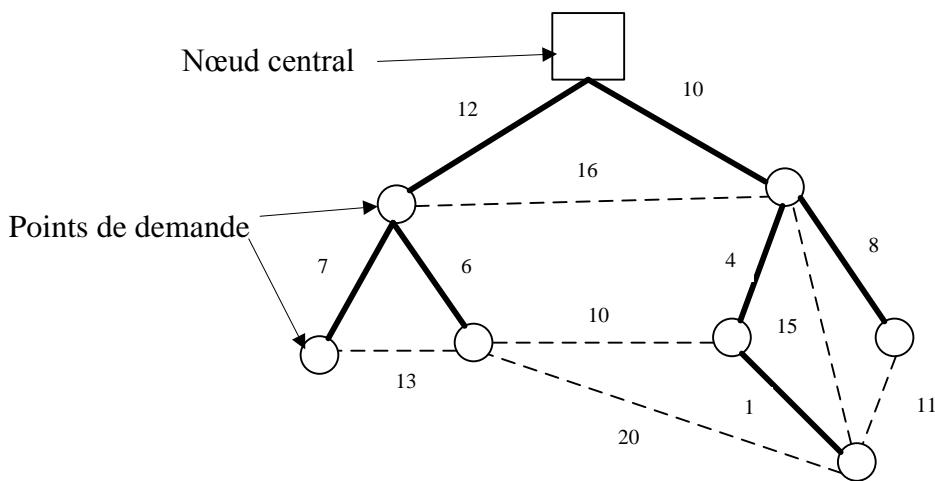


Figure 2-2: Arbre de recouvrement minimum

Gouveia et Lopes (1997) modélisent le problème de design des réseaux d'accès en réunissant les réseaux d'accès par un nœud central fictif. Ils divisent l'ensemble des nœuds en trois sous-ensembles : le nœud central fictif, le sous-ensemble de concentrateurs  $C$  et le sous-ensemble de terminaux  $T$ . De la même façon, ils divisent les arcs en deux sous-ensembles. Le premier sous-ensemble contient les arcs reliant le nœud central fictif aux nœuds dans  $C$  et ayant un coût égal à zéro. Le second sous-ensemble contient les arcs reliant un nœud de  $C \cup T$  et un nœud de  $T$ . Les concentrateurs ont une capacité maximale qui ne doit pas être dépassée. Ils suggèrent deux heuristiques pour obtenir des solutions réalisables. La première est une modification de l'algorithme d'Esau-Williams (Esau et Williams, 1966) comportant deux phases. La première consiste à construire une solution réalisable multi-étoiles. La seconde phase consiste à améliorer cette dernière en faisant des échanges locaux. La deuxième heuristique proposée par ces auteurs est un algorithme qui effectue plusieurs itérations de la première heuristique à laquelle des modifications sont appliquées. Ces modifications consistent à forcer un ensemble d'arcs à être dans la configuration courante et à empêcher un autre ensemble d'arcs d'être dans la configuration courante. À chaque itération de l'algorithme, ces deux ensembles sont modifiés. Par la suite, la première heuristique est appliquée à cette nouvelle configuration dans le but de trouver la solution ayant le meilleur coût.

Patterson et Rolland (2002) ont proposé une méthode qui décompose le problème d'une façon hiérarchique en deux sous-problèmes. Le premier sous-problème est le problème CMST avec des demandes et des capacités uniformes. Le second sous-problème est le problème de réseau en arbre avec des concentrateurs. La résolution est effectuée par une heuristique ayant une mémoire adaptative similaire à la recherche taboue. À chaque itération, un algorithme glouton est exécuté pour trouver une solution au premier sous-problème. La solution obtenue est utilisée pour résoudre le second en utilisant une autre méthode gloutonne. Une mémoire à court terme est implantée par des contraintes qui empêchent que certains éléments de la solution soient considérés par l'heuristique gloutonne. À tout moment de l'algorithme, il existe donc un ensemble de contraintes actives pour assurer ces interdictions. La durée de ces interdictions dépend du coût de la solution et d'une variable aléatoire. La mémoire à long terme contient les contraintes de prohibition qui sont actives lorsque de bonnes solutions sont trouvées. Des principes d'apprentissage sont ajoutés à l'algorithme.

## 2.2.2 L'arbre de recouvrement minimum avec capacité et plusieurs centres (MCMST)

Ce problème ressemble au CMST mais à la différence que les points de demande peuvent être connectés à un nœud parmi plusieurs nœuds, comme le montre la Figure 2-3. Cependant, ce problème ne limite pas la distance entre chaque point de demande et le commutateur auquel il est relié.

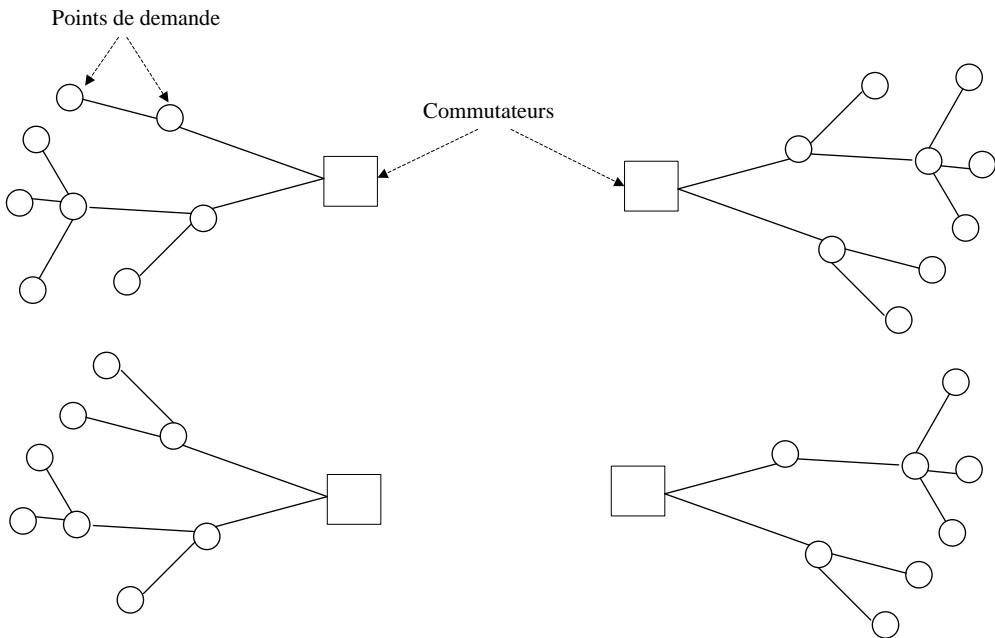


Figure 2-3: Arbre de recouvrement minimum avec plusieurs centres

Girard et al. (2001) formulent le problème de design du réseau d'accès comme un MCMST avec différentes capacités des ports des noeuds centraux et des types de lien différents. Ils n'incluent pas cependant de limite de distance entre un point de demande et le nœud auquel il est rattaché. Ils proposent une recherche taboue dans le but de minimiser le coût total des connexions. Afin d'avoir un seul arbre au lieu d'une forêt, ils introduisent un nœud artificiel qui relie tous les commutateurs. Ils améliorent l'algorithme tabou de base en introduisant un critère d'aspiration et la diversification. Celui-ci est implémenté en mettant dans une seconde liste taboue les mouvements dont la fréquence dépasse un seuil.

Gupta et Pirkul (2000) proposent une heuristique basée sur la relaxation lagrangienne pour minimiser le coût d'installation d'un réseau HFC (*Hybrid fiber-coaxial*). Les points de demandes

sont reliés à un ONU (*Optical network Unit*) par des câbles coaxiaux. Les ONU sont ensuite reliés à un site central régional par des liens de fibre optique dédiés. L'heuristique proposée a trois phases. La première phase consiste à connecter tous les points de demandes à des ONU qui sont utilisés. Ensuite, les points de demandes reliés à un ONU dont la capacité a été dépassée sont transférés dans un autre arbre ou vers un ONU nouvellement ouvert. La dernière phase recherche une topologie qui minimise le coût total et qui ne viole pas la contrainte de capacité des liens de fibre optique.

Carpenter et al. (2001) emploient cette approche pour modéliser le problème de placement des nœuds dans un réseau FTTC. Ils présentent trois versions de ce problème. La première est utilisée comme une base pour la formulation des variantes suivantes. Dans cette version, les clients sont servis par un nœud se trouvant dans un rayon limité et le nombre de clients ne dépasse pas la capacité des convertisseurs optique/électrique placés aux nœuds. Le but est de minimiser le coût de service des clients. La seconde variante ajoute une contrainte n'autorisant une intersection entre un chemin allant d'un client à un nœud potentiel et un chemin d'un autre client que si ces deux clients sont servis par un même nœud. La troisième version exige que l'ensemble des nœuds pouvant servir les clients soit restreint aux nœuds qui sont déjà sur le chemin entre le client et le site central, dans le but de réutiliser le réseau de câbles de cuivre existant. Les trois versions ne considèrent pas cependant le coût des liens et la capacité des nœuds. Ils proposent ensuite un algorithme de programmation dynamique pour résoudre les deux dernières versions. L'algorithme commence par les feuilles de l'arbre formé par les nœuds potentiels et progresse jusqu'à la racine qui est le site central.

Soni et al. (2004) présentent une variante de cette architecture ayant un réseau dorsal constitué de commutateurs. Les points de demande sont reliés à un multiplexeur et chaque multiplexeur est relié à deux commutateurs dans le but d'assurer la fiabilité du réseau. Les points de demandes sont connectés au multiplexeur dans une topologie en arbre. Ils proposent une méthode de résolution basée sur le recuit simulé. La solution initiale est obtenue en utilisant des algorithmes de regroupement. Ils développent huit types de recuits, qui sont utilisés aléatoirement à chaque itération. Les solutions trouvées sont comparées à une borne inférieure obtenue par une relaxation linéaire.

### 2.2.3 Problème de localisation des concentrateurs

Étant donné un ensemble de points de demande et un ensemble de sites potentiels pour installer des concentrateurs, le problème est de trouver le nombre et la localisation des concentrateurs ainsi que les points de demande qui seront assignés à chaque concentrateur tout en ne dépassant pas la capacité des concentrateurs. Le but est de minimiser le coût du réseau incluant les coûts  $c_{ij}$  de l'établissement d'un lien entre un concentrateur  $i$  et un point de demande  $j$  ainsi que les coûts  $p_j$  pour installer un concentrateur au site  $j$  qui est relié au site central. La Figure 2.4 illustre cette topologie. Celle-ci est également appelée topologie étoile/étoile car les points de demande forment une topologie en étoile avec le concentrateur et les concentrateurs forment aussi une topologie en étoile avec le site central.

Ce problème se distingue du problème présenté dans ce mémoire en ne considérant qu'un seul nœud central. De plus, les points de demande et le concentrateur auquel ils sont reliés sont interconnectés en étoile. La distance entre chaque point de demande et le nœud central n'est pas non plus limitée. Ce problème considère également deux niveaux de points de connexion, car les points de demandes sont reliés au nœud central par l'intermédiaire de concentrateurs.

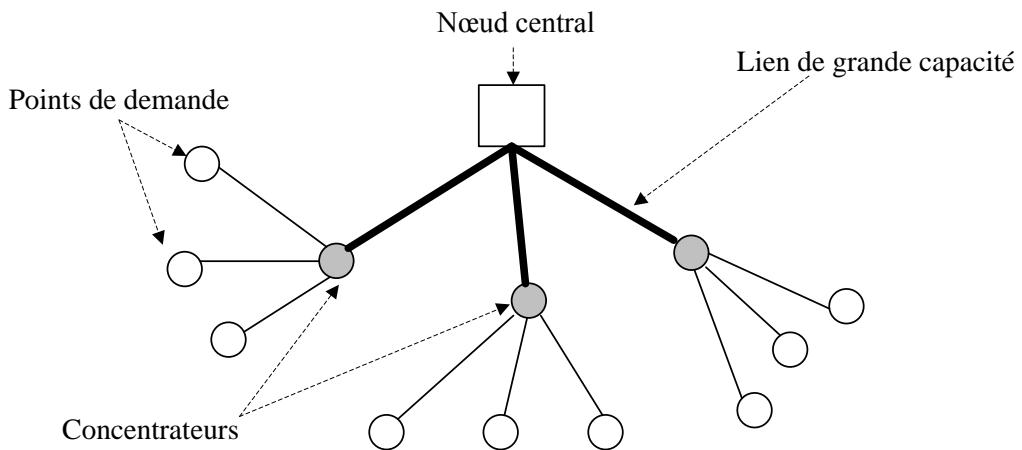


Figure 2-4: Problème de la localisation des concentrateurs

Lee (1993) présente une variante de ce problème en spécifiant le type de concentrateur qui devrait être installé à un site. Il propose une méthode de décomposition croisée qui combine la décomposition de Benders et la relaxation lagrangienne. Cette méthode procède par une

succession de solutions à un sous-problème primal de Benders et à un sous-problème dual de relaxation lagrangienne.

Filho et Galvão (1998) proposent un algorithme de recherche taboue dont les caractéristiques sont les suivantes. La solution initiale est obtenue par une heuristique de recherche locale. Les mouvements sont de deux types : les mouvements d'ajout d'un concentrateur et les mouvements de retrait d'un concentrateur. Une pénalité est ajoutée lorsque la capacité des concentrateurs est dépassée. La durée pendant laquelle un mouvement reste tabou est dynamique. Elle dépend du type de mouvement et de l'amélioration apportée à la fonction objectif par ce mouvement. L'algorithme utilise deux types de critères d'aspiration. L'algorithme termine lorsqu'un nombre maximum d'itérations est atteint ou lorsque la valeur de la fonction objectif n'est pas améliorée après un nombre maximal d'itérations. Une borne inférieure est calculée en utilisant la relaxation lagrangienne dans le but d'évaluer la méthode recherche taboue proposée.

#### **2.2.4 Réseau en arbre avec des concentrateurs**

Cette formulation est plus complexe et considère le cas où les concentrateurs forment une structure hiérarchique et sont reliés à une passerelle. Les points de demande sont assignés directement à un concentrateur, comme le montre la Figure 2.5. Dans cette topologie, les points de demande sont connectés en étoile à un concentrateur tandis que les concentrateurs forment une structure en arbre. Les concentrateurs peuvent être de différentes capacités. Dans ce cas, les concentrateurs ayant une grande capacité sont plus près du site central dans la hiérarchie que ceux ayant une faible capacité.

Ce problème se différencie du problème étudié dans ce mémoire par la topologie en étoile de l'interconnexion des points de demande et le concentrateur auquel ils sont reliés. En outre, comme le problème précédent, il considère deux niveaux de points de connexion.

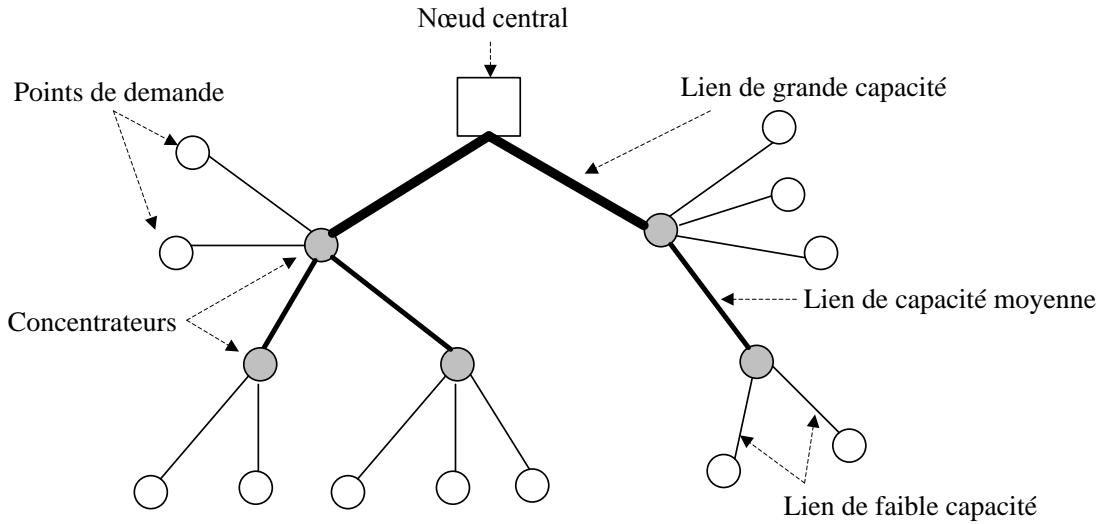


Figure 2-5: Problème de concentrateurs hiérarchiques

Une version de ce problème est présentée par Pirkul et Nagarajan (1992). Ils proposent une approche en deux phases. La première phase consiste à partitionner les points de demande en régions géographiques. Au cours de la deuxième phase, un chemin est établi entre le point de demande situé à l'extrémité de chaque région et le nœud central. Ce chemin contient des concentrateurs auxquels les autres points de demande de la région sont assignés.

Un algorithme basé sur la recherche taboue est présenté par Xu et al. (1996) pour résoudre ce problème. Celui-ci est modélisé comme un arbre de Steiner dont les points de Steiner sont les concentrateurs. L'algorithme proposé commence par sélectionner une partie des concentrateurs à partir desquels un arbre de recouvrement est formé. Les mouvements sont de trois types : les mouvements de construction qui rendent actif un point de Steiner, les mouvements de destruction qui rendent inactif un point de Steiner et les mouvements d'échange entre un point de Steiner actif et un autre inactif. Ces derniers mouvements sont utilisés pour produire des perturbations périodiques. La sélection du meilleur mouvement est effectuée suivant une approche probabiliste. L'évaluation d'une solution est faite en calculant la somme de l'estimation du coût de l'arbre de recouvrement minimum reliant les concentrateurs et du coût de connexion de chaque point de demande au un concentrateur le plus proche. Le critère d'aspiration utilisé autorise qu'un mouvement soit effectué s'il conduit à une nouvelle meilleure solution. La mémoire à long terme est basée sur la fréquence des mouvements.

Chamberland et al. (2000) présentent un algorithme de recherche taboue pour résoudre le problème de design la topologie d'un réseau ayant des commutateurs modulaires. Ils considèrent le cas où les commutateurs forment une topologie en anneau et le cas où les commutateurs forment une topologie en arbre semblable à celle présentée ci-haut. La solution initiale est obtenue par une heuristique gloutonne. Un mouvement consiste à changer le type de port installé dans une fente d'un commutateur donné dans la solution courante. La fente impliquée dans le mouvement devient alors taboue pendant un nombre d'itérations choisi aléatoirement dans un intervalle. Le critère d'aspiration utilisé consiste à ne pas tenir compte du statut tabou d'une fente lorsqu'un mouvement l'impliquant conduit à une nouvelle meilleure solution. Une technique de perturbation est effectuée de façon périodique. L'algorithme termine après un nombre maximal d'itérations.

### 2.2.5 Autres topologies

Chamberland (2008) propose de résoudre le problème de la planification du réseau d'accès de façon globale dans le but d'avoir une bande passante suffisante pour offrir la télévision haute définition sur le protocole internet (IPTV) en utilisant les architectures FTTN/n et FTTP. Ce problème comprend :

- la sélection des nœuds et des micro-nœuds et leurs types dans le réseau FTTN/n;
- la sélection du nombre de cartes à insérer dans les nœuds;
- la connexion des nœuds et des micro-nœuds aux sites centraux avec des liens optiques;
- la localisation des répartiteurs optiques et leur connexion aux sites centraux par un réseau optique passif;
- la connexion des abonnés aux réseaux FTTN/n et FTTP;
- la sélection des abonnés nécessitant l'utilisation de plusieurs câbles de cuivre (*cable bonding*).

Les abonnés se trouvant dans les régions ayant déjà une infrastructure peuvent être connectés au réseau FTTN/n ou FTTP tandis que ceux qui sont dans des régions n'ayant pas encore d'infrastructure sont connectés uniquement au FTTP. Un modèle de programmation mathématique en nombres entiers est proposé ainsi qu'une heuristique basée sur la recherche taboue. Celle-ci produit des solutions ayant un écart moyen de 2,59% et de 2,36% de la solution optimale obtenue en résolvant le modèle mathématique avec le résolveur CPLEX.

La formulation du problème de planification du réseau d'accès FTTN exposé dans cet article diffère de celui utilisé dans ce mémoire en ce qui concerne les distances. En effet, la formulation proposée utilise une constante représentant la distance entre un point de demande et chaque nœud avec lequel il peut être relié. Nous considérons, par contre, plusieurs constantes représentant les longueurs des conduits disponibles pour installer les câbles. La distance entre un point de demande et le nœud avec lequel il est relié étant la somme des longueurs des conduits dans lesquels passent les câbles connectant les deux sites.

## **CHAPITRE 3 MÉTHODE DE RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE PLANIFICATION DU RÉSEAU D'ACCÈS PROPOSÉES**

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle de programmation mathématique et un algorithme de recherche taboue pour la résolution du problème de planification du réseau d'accès. L'objectif du modèle de programmation mathématique est de minimiser le coût total des nœuds et des câbles déployés pour offrir des services aux points de demande. Nous commençons par un bref rappel de la problématique. Ensuite, nous présentons les suppositions et les paramètres connus du problème. Nous détaillons par la suite le modèle de programmation mathématique en exposant la notation, les contraintes et la fonction objectif. Nous prouvons que le problème traité est NP-difficile et nous proposons une méthode de recherche taboue afin de pouvoir trouver de bonnes solutions pour des instances de grande taille en des temps raisonnables.

### **3.1 Rappel de la problématique**

Comme nous l'avons présenté au chapitre 1, il est ardu de trouver une configuration optimale d'un problème de planification du réseau d'accès. Les méthodes exactes permettent d'obtenir des configurations optimales, mais elles présentent plusieurs inconvénients. Leur temps d'exécution est prohibitif et elles consomment beaucoup d'espace mémoire. Pour ces raisons, les méthodes exactes ne sont pas appropriées pour résoudre des instances de grande taille. Par contre, les méthodes heuristiques peuvent générer de bonnes solutions en des temps raisonnables. Cependant, ces méthodes ne garantissent pas l'optimalité. Ce chapitre expose chacune de ces deux approches.

#### **3.1.1 Suppositions**

Pour traiter le problème de planification du réseau d'accès dans une architecture FTTN, nous avons fait les suppositions suivantes pour définir le cadre de travail.

- Un site potentiel pour installer un nœud ne peut contenir qu'un seul nœud;
- Un ou plusieurs services peuvent être offerts à un point de demande correspondant à une maison, un immeuble, etc;

- Le nombre de services clients pouvant être desservis par un nœud ne peut dépasser la capacité de ce nœud;
- La distance maximale jusqu'au nœud pour un service de classe donnée ne peut être dépassée;
- Chaque point de demande est connecté à un nœud.

On suppose également que l'information suivante est connue :

- L'emplacement des sites potentiels pour installer les nœuds;
- Les coordonnées des points de demande pour installer un ou plusieurs services clients;
- L'ensemble des conduits pouvant être utilisés pour installer les câbles;
- La longueur de chaque conduit;
- Les classes de services disponibles;
- Le nombre de services de chaque classe qui sont offerts à chaque point de demande;
- La distance maximale du point de demande jusqu'au nœud pour chaque classe de service;
- La capacité des nœuds;
- Le coût d'installation d'un nœud à un site et de son raccordement au réseau de fibre optique;
- Le coût d'installation de paires de cuivre dans les conduits;
- Les différents types de nœuds et leurs coûts.

Le modèle de programmation mathématique et la méthode de recherche taboue proposés se basent sur ces suppositions et ces informations. Nous exposerons en premier lieu le modèle de programmation mathématique et nous étudierons la complexité du problème. Ensuite, nous présenterons la méthode de recherche taboue proposée.

### 3.1.2 Le modèle de programmation mathématique

Un modèle de programmation mathématique consiste à minimiser une fonction objectif tout en respectant un certain nombre de contraintes. Le modèle proposé est un modèle de programmation linéaire à variables mixtes, car certaines variables sont entières et d'autres sont continues. L'objectif de ce modèle est la minimisation de la somme du coût des nœuds utilisés et du coût des câbles installés. Nous allons commencer par exposer la notation utilisée, puis nous présenterons la fonction objectif et enfin, nous décrirons les contraintes de ce modèle.

#### 3.1.2.1 La notation

##### 3.1.2.1.1 Les ensembles

- $C$ , classes de services disponibles;
- $N_D$ , ensemble des points de demande pour installer un ou des services xDSL;
- $N_s$ , ensemble des sites potentiels pour installer les nœuds;
- $N = N_D \cup N_s$ , ensemble des nœuds correspondants aux points de demande et aux sites pour installer les nœuds;
- $M$ , ensemble des conduits pouvant être utilisés pour installer les câbles;
- $T$ , ensemble des indices des arbres de distribution possibles.

##### 3.1.2.1.2 Les variables

- $v_j^t$ , variable 0-1 tel que  $v_j^t = 1$  si et seulement si le point de demande  $j \in N_D$  est desservi par l'arbre de distribution  $t \in T$ ;
- $w_j^t$ , variable 0-1 tel que  $w_j^t = 1$  si et seulement si l'arbre de distribution  $t \in T$  passe par le point de demande  $j \in N_D$  sans le desservir;
- $x_{ij}^t$ , variable 0-1 tel que  $x_{ij}^t = 1$  si et seulement si le conduit  $(i, j) \in M$  est utilisé dans l'arbre  $t \in T$ ;
- $n_{ij}^t$ , nombre de câbles de cuivre dans le conduit  $(i, j) \in M$  pour l'arbre de distribution  $t \in T$ ;

- $d_j$ , distance en km entre le point de demande  $j \in N_D$  et le nœud qui le dessert;
- $y_{ijk}^t$ , variable 0-1 telle que  $y_{ijk}^t = 1$  si et seulement si le conduit  $(i, j) \in M$  est utilisé dans l'arbre  $t \in T$  pour servir le point de demande  $k \in N_D$ .

#### 3.1.2.1.3 Constantes

- $\alpha$ , nombre maximum de clients pouvant être desservi par un nœud;
- $\beta^c$ , distance maximale en km jusqu'au nœud pour un service de classe  $c \in C$ ;
- $\theta_j^c$ , nombre de services de classe  $c \in C$  au point de demande  $j \in N_D$ ;
- $\delta_j^c$ , constante 0-1 tel que  $\delta_j^c = 1$  si et seulement si il y a un ou des services de classe  $c \in C$  au point de demande  $j \in N_D$ ;
- $l_{ij}$ , distance (en km) du conduit  $(i, j) \in M$ ;

#### 3.1.2.1.4 Coûts

- $a_{ij}(n)$ , coût (en \$) en fonction du nombre de paires de cuivre  $n$  à installer dans le conduit  $(i, j) \in M$  pour un arbre de distribution incluant les câbles, tuyaux, l'installation, etc.;
- $b_j$ , coût (en \$) d'un nœud au site  $j \in N_S$  et de son raccordement au réseau de fibre incluant le nœud, l'alimentation, la fibre de raccordement, l'installation, l'activation, etc.

#### 3.1.2.2 Fonction à minimiser

$$z = \min \sum_{t \in T} \sum_{(i, j) \in M} a_{ij}(n_{ij}^t) + \sum_{i \in N_S} b_i \sum_{t \in T} u_i^t$$

La fonction objectif consiste à minimiser la somme du coût des câbles utilisés dans la configuration et du coût des nœuds employés.

### 3.1.3 Contraintes

#### 3.1.3.1 Contraintes de topologie en arbres multiples

*Limite du nombre de câbles incidents au nœud*

$$\sum_{j \in N_D : (i,j) \in M} x_{ij}^t \leq \alpha u_i^t \quad \forall i \in N_s, t \in T \quad (1)$$

*Condition d'existence d'un arbre*

$$x_{ij}^t \leq \sum_{k \in N_S} u_k^t \quad \forall (i,j) \in M, t \in T \quad (2)$$

*Nombre maximum de nœuds par arbre*

$$\sum_{i \in N_S} u_i^t \leq 1 \quad \forall t \in T \quad (3)$$

*Nombre maximum de nœud par site*

$$\sum_{t \in T} u_i^t \leq 1 \quad \forall i \in N_S \quad (4)$$

*Nombre de liens dans l'arbre*

$$\sum_{(i,j) \in M} x_{ij}^t = \sum_{k \in N_D} (v_k^t + w_k^t) \quad \forall (i,j) \in M, t \in T \quad (5)$$

*Le point de demande  $j$  est desservi ou non*

$$v_j^t + w_j^t \leq 1 \quad \forall j \in N_D, t \in T \quad (6)$$

*Condition de service au point de demande  $j$*

$$v_j^t \leq \sum_{c \in C} \delta_j^c \quad \forall j \in N_D, t \in T \quad (7)$$

*Lien en les variables d'utilisation des conduits et les variables d'utilisation des points de demande*

$$\begin{aligned} x_{ij}^t &\leq v_i^t + w_i^t \quad \forall i, j \in N_D, (i,j) \in M, t \in T \\ x_{ij}^t &\leq v_j^t + w_j^t \quad \forall i, j \in N_D, (i,j) \in M, t \in T \end{aligned} \quad (8)$$

*Lien entre les variables d'utilisation des conduits et les variables d'utilisation des sites*

$$x_{ij}^t \leq u_i^t \quad \forall i \in N_S, j \in N_D, (i,j) \in M, t \in T \quad (9)$$

*Chaque point doit être desservi par un arbre*

$$\sum_{t \in T} v_j^t = 1 \quad \forall j \in N_D \quad (10)$$

Les contraintes (1) limitent le nombre de conduits utilisés incidents au nœud dans chaque arbre. Les contraintes (2) et (3) garantissent qu'un arbre de distribution ne peut exister que si un nœud est installé pour cet arbre et qu'un arbre de distribution ne peut avoir qu'un seul nœud. Les contraintes (4) exigent la présence d'au plus un nœud à un site potentiel pour abriter un nœud. Les contraintes (5) imposent que le nombre de conduits utilisés dans chaque arbre de distribution doive être égal au total des points de demande où l'arbre de distribution passe, qu'ils soient desservis ou pas. Les contraintes (6) spécifient qu'un point de demande est desservi s'il existe au moins un service client à ce point de demande. Les contraintes (7) indiquent qu'un point de demande ne pourra être desservi par un arbre de distribution que s'il y a un ou plusieurs services à ce point de demande. Les contraintes (8) assurent qu'il ne pourra exister un conduit entre deux points de demande  $i$  et  $j$  que si un arbre de distribution passe par le point de demande  $i$  et/ou  $j$  en le desservant ou non. Les contraintes (9) indiquent qu'un nœud ne peut être installé à un site que s'il existe au moins un conduit qui part de ce site. Notons que la connectivité sera assurée par les contraintes de flot (conservation des câbles) entre les nœuds et les points de demande. Les contraintes (10) exigent que chaque point de demande soit desservi par un des arbres de distribution disponibles.

### 3.1.3.2 Contraintes de flot (conservation des câbles)

*Lien en les variables d'utilisation des conduits et les variables de flot*

$$n_{ij}^t \leq \alpha x_{ij}^t \quad \forall (i, j) \in M, t \in T \quad (11)$$

*Lien entre les variables d'utilisation des conduits et les variables d'utilisation des conduits pour un point de demande*

$$y_{ijk}^t \leq x_{ij}^t \quad \forall (i, j) \in M, k \in N_D, t \in T \quad (12)$$

*Conservation de flot*

$$\sum_{j \in N: (j,i) \in M} n_{ji}^t - \sum_{j \in N: (i,j) \in M} n_{ij}^t = v_i^t \sum_{c \in C} \theta_i^c \quad \forall i \in N_D, t \in T \quad (13)$$

$$\sum_{t \in T, i \in N: (i,j) \in M} y_{ijk}^t - \sum_{t \in T, i \in N_D: (j,i) \in M} y_{jik}^t = 1 \quad \forall j = k, j, k \in N_D \quad (14)$$

$$\sum_{t \in T, i \in N: (i,j) \in M} y_{ijk}^t - \sum_{t \in T, i \in N_D: (j,i) \in M} y_{jik}^t = 0 \quad \forall j \neq k, j, k \in N_D$$

*Capacité au nœud de l'arbre*

$$\sum_{j \in N_D: (i,j) \in M} n_{ij}^t \leq \alpha u_i^t \quad \forall i \in N_S, t \in T \quad (15)$$

Les contraintes (11) indiquent que le nombre de câbles dans un conduit doit être au plus égal au nombre maximum de clients pouvant être desservis par un nœud. Les contraintes (12)-(14) sont des contraintes de conservation de flot. Les contraintes (15) assurent que le nombre de câbles partant de chaque noeud ne pourra pas dépasser sa capacité.

### 3.1.3.3 Calcul des distances et contraintes de performance

*Contraintes de distance*

$$d_k = \sum_{(i,j) \in M} l_{ij} y_{ijk}^t \quad \forall k \in N_D \quad (16)$$

*Contraintes de performance*

$$d_k \leq \beta^c \delta_j^c \quad \forall k \in N_D, c \in C \quad (17)$$

La distance entre le point de demande et le nœud qui le dessert est calculée par les contraintes (16). Elle est égale à la somme des distances des conduits utilisés pour desservir ce point de demande. La contrainte (17) indique que la distance entre un point de demande et le nœud qui le dessert doit être inférieure à la distance maximale jusqu'au nœud pour chaque service offert à ce point de demande.

### 3.1.3.4 Intégralité

$$\begin{aligned}
 u_j^t &\in \{0,1\} \quad \forall j \in N_S, t \in T \\
 v_j^t &\in \{0,1\} \quad \forall j \in N_D, t \in T \\
 w_j^t &\in \{0,1\} \quad \forall j \in N_D, t \in T \\
 x_{ij}^t &\in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in M, t \in T \\
 y_{ijk}^t &\in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in M, k \in N_D, t \in T \\
 n_{ij}^t &\in \{0,1,2,\dots,\alpha\} \quad \forall (i,j) \in M, t \in T
 \end{aligned} \tag{18}$$

### 3.1.4 Complexité du problème de planification du réseau d'accès dans une infrastructure FTTN

La complexité réfère au degré de difficulté de la résolution par un algorithme d'un problème donné. La réduction est un concept central pour analyser la complexité d'un problème. Soient deux problèmes  $A$  et  $B$ . Une réduction du problème  $A$  au problème  $B$  est un algorithme qui, pour un exemplaire  $E_A$  du problème  $A$  fourni en entrée, produit en sortie un exemplaire  $E_B$  du problème  $B$  qui a la même réponse que l'exemplaire  $E_A$ . Si la complexité de cet algorithme est polynomiale, la réduction est dite polynomiale. La réduction permet d'associer la difficulté d'un problème à celle d'autre problème. Ainsi, pour prouver qu'un problème est NP-complet, il suffit de démontrer que ce problème se rapporte, par réduction, à un autre problème dont la NP-complétude est déjà prouvée. Ceci est souvent plus simple que d'analyser le problème à partir de ses principes. Il existe plusieurs classes de complexité, comme le montre la Figure 3-1.

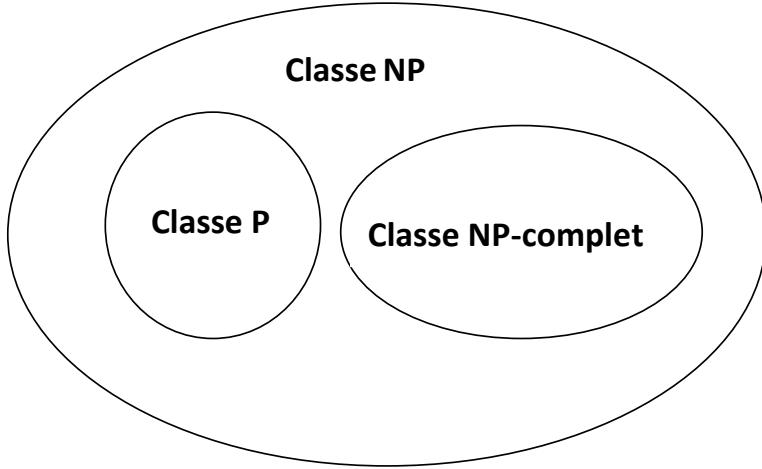


Figure 3-1: Les classes de complexité des problèmes

La classe P contient des problèmes de décision pour lesquels il existe des algorithmes de complexité polynomiale permettant de les résoudre. Le problème de l’arbre de recouvrement minimum est un exemple de problème de la classe P. La classe NP contient des problèmes qui peuvent être résolus par un algorithme s’exécutant sur une machine non déterministe en un temps polynomial.

Un problème  $X$  est NP-complet s’il satisfait les conditions suivantes :

1.  $X$  appartient à la classe NP;
2. Tout autre problème de la classe NP peut être réduit à  $X$  en temps polynomial.

Un exemple de problème NP-complet est le problème du voyageur de commerce. Il n’existe pas d’algorithmes déterministes polynomiaux efficaces connus pour résoudre des problèmes NP-complets. Puisque les algorithmes exacts existants pour ce type de problèmes ont un temps de calcul prohibitif, il est plus approprié d’utiliser des algorithmes heuristiques.

**Proposition.** Le problème de planification du réseau d’accès dans une infrastructure FTTN est NP-difficile.

### Preuve

Le problème étudié peut être réduit au problème de l’arbre de Steiner. Soit un graphe  $G = (V, E)$  où  $V$  est l’ensemble des sommets et  $E$  l’ensemble des arcs.  $V$  est partitionné en deux sous-ensembles  $R$  et  $S$ .  $R$  est l’ensemble de sommets obligatoires et  $S$  est l’ensemble de sommets

optionnels. Chaque arc  $e \in E$  a un coût  $\omega(e)$  qui lui est associé. Le problème de l'arbre de Steiner consiste à trouver un sous-arbre de  $G$  de coût minimum qui inclut tous les sommets de  $R$ . Il a été prouvé que ce problème est NP-complet (Garey and Johnson, 1971).

Dans le but de prouver que notre problème peut être réduit au problème de l'arbre de Steiner, nous avons fait certaines suppositions. Nous supposons en premier lieu qu'il existe un nœud fictif ajouté aux données du problème, comme illustré à la Figure 3-2. Celui-ci a une capacité infinie et est relié à tous les nœuds par des liens de coût nul. Deuxièmement, nous considérons que les points de demande et le nœud fictif sont des sommets obligatoires et que les nœuds sont des sommets facultatifs. Ainsi, nous obtenons un seul arbre de distribution dont la racine est le nœud fictif. Les variables  $w_j^t$  et  $u_j^t$  disparaissent également du modèle. Troisièmement, nous supposons que la capacité des nœuds est infinie ( $\alpha = \infty$ ) et que la distance maximale du point de demande jusqu'au nœud pour chaque service est aussi infinie ( $\beta^c = \infty \forall c \in C$ ). En conséquence, la variable  $d_k$  disparaît du modèle. Si nous supposons que le coût des nœuds est nul, la fonction objectif devient

$$\min \sum_{(i,j) \in M} a_{ij} n_{ij}$$

Nous obtenons ainsi le problème de l'arbre de Steiner.

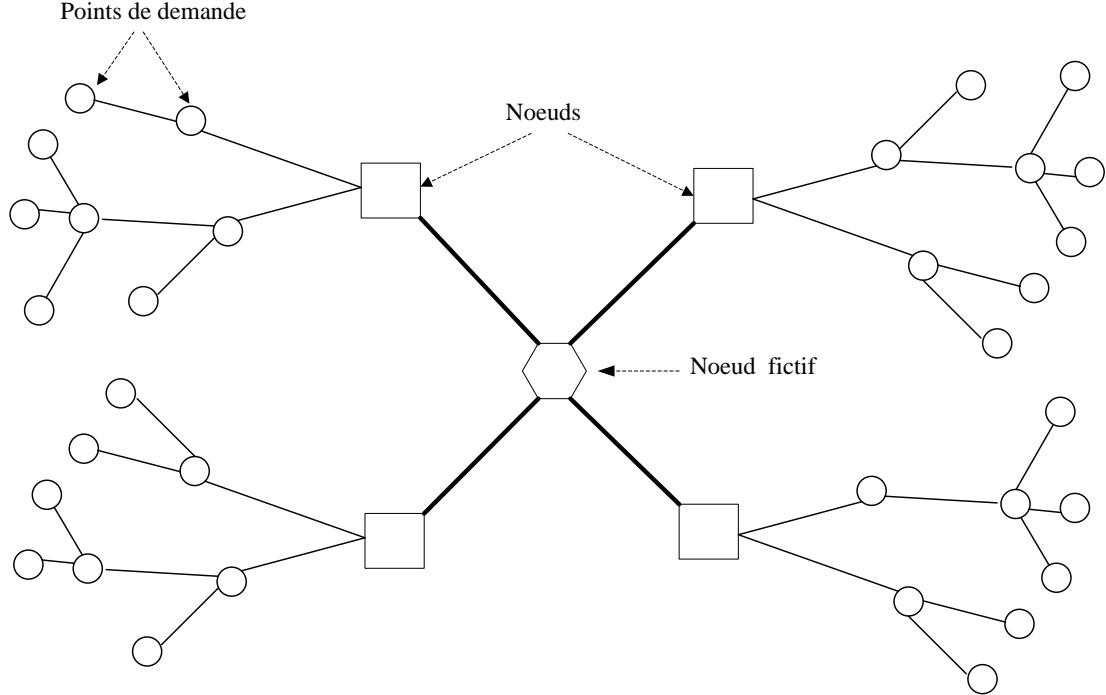


Figure 3-2: Illustration du nœud fictif

### 3.2 Algorithme de recherche taboue proposé

Dans cette section, nous présentons d'abord les principes de la recherche taboue. Ensuite, nous décrivons les adaptations faites pour résoudre le problème traité.

#### 3.2.1 Principes de la recherche taboue

La recherche taboue est une sorte de métaheuristique. Les métaheuristiques sont des algorithmes itératifs qui progressent vers un optimum global par échantillonnage de la fonction d'évaluation. Les métaheuristiques utilisent le concept d'un voisinage défini sur l'ensemble des configurations de l'espace de recherche : la recherche progresse d'une configuration  $S$  à une autre configuration qui se trouve dans le voisinage de  $S$ . Les métaheuristiques ne donnent pas de garantie d'obtention de la configuration optimale. Le coût de la configuration trouvée par ces méthodes est supérieur ou égal à celui de la configuration optimale.

La recherche taboue est une méthode itérative qui visite des solutions qui se trouvent dans un espace de recherche  $E$ . À chaque itération, la recherche passe d'une configuration  $S$  à une autre

$S'$  se trouvant dans le voisinage  $N(S)$  de  $S$ . Ce voisinage est constitué de toutes les configurations qu'on peut obtenir en appliquant à  $S$  un mouvement. Celui-ci est une modification de la configuration  $S$  dont le résultat est une nouvelle configuration  $S'$ . Le choix d'un mouvement est fait par rapport à une fonction  $f(S)$  d'évaluation de la qualité d'une solution.

Le concept principal de la recherche taboue est une liste taboue de longueur  $l$ . Sa fonction est d'empêcher la recherche de retourner trop rapidement vers des configurations déjà visitées. Pour ce faire, elle mémorise les  $l$  configurations les plus récemment visitées. Une configuration qui devient taboue demeure donc taboue pendant un nombre d'itérations égale à  $l$ . Ainsi, la recherche évite les cycles de longueur inférieure ou égale à  $l$ . Pour des raisons d'économie d'espace de stockage et de temps de calcul, la liste taboue contient plutôt des attributs de la solution courante au lieu de mémoriser toute la configuration. On peut également mémoriser le mouvement qui conduit à une configuration taboue. Dans ce cas, lorsqu'un mouvement est exécuté, le mouvement mis dans la liste taboue est le mouvement inverse qui reconduirait à la configuration qui vient d'être visitée.

Dans certains cas, les interdictions de la liste taboue peuvent s'avérer trop fortes et restreindre l'exploration de l'espace de recherche. De ce fait, il est nécessaire d'ignorer le statut tabou de certains mouvements. Ce mécanisme est appelé critère d'aspiration. Le plus simple critère d'aspiration consiste à permettre un mouvement tabou si celui-ci conduit à une configuration dont le coût est inférieur à la meilleure configuration déjà trouvée.

L'intensification et la diversification sont des techniques utilisant une mémoire à long terme qui sont souvent incorporées dans la recherche taboue dans le but d'améliorer sa performance. L'intensification se base sur l'apprentissage de caractéristiques qui sont fréquentes dans les meilleures solutions. L'évaluation des voisins de la solution courante est alors modifiée pour favoriser ces caractéristiques. L'intensification peut aussi être effectuée en retournant vers une des meilleures solutions déjà trouvées.

Une difficulté de la recherche taboue est le confinement de la recherche dans une région de l'espace de recherche. L'algorithme risque alors de ne pas explorer des régions qui pourraient contenir de bonnes solutions. Il faut donc diversifier l'exploration de l'espace de recherche.

L'objectif de la diversification est de diriger la recherche vers des régions non encore explorées. Elle se sert souvent d'une mémoire de la fréquence des attributs dans la solution courante et d'une mémoire de l'ancienneté des attributs dans la solution courante. Les attributs les plus fréquents sont pénalisés selon leur fréquence dans la configuration courante. Les attributs les plus anciens dans la configuration courante sont incités à être remplacés tandis que ceux qui sont absents de la solution depuis longtemps sont incités à revenir dans la configuration courante. La diversification peut être également effectuée par relances en construisant une nouvelle configuration contenant des attributs de fréquence faible. La Figure 3.2 montre le déroulement général de la recherche taboue. De plus amples détails sont fournis dans Glover et Laguna, (1997).

### **Initialisation**

```

Engendrer une configuration initiale  $S_0$  ;
 $S^* := S_0$            //Initialisation de la meilleure configuration  $S^*$ 
 $S := S_0$             //Initialisation de la configuration courante  $S$ 
 $f^* := f(S)$         // $f^*$  est la meilleure valeur de la fonction d'évaluation
 $T := \{\}$            //La liste taboue  $T$  est vide au départ

```

### **Répéter**

```

 $m :=$  Meilleur mouvement parmi les mouvements non tabous et les
mouvements tabous exceptionnels (critère d'aspiration)
 $S := S \oplus m$       //Le mouvement  $m$  est appliqué à  $S$ 
Si  $f^* > f(S)$ 
     $S^* := S$ 
     $f^* = f(S)$ 
Mettre à jour  $T$ 

```

### **Jusqu'à la condition de fin**

**Retourner  $S^*$**

Figure 3-3: Déroulement général de la recherche taboue

Les principes de la recherche taboue doivent être adaptés au problème à résoudre. Les sections suivantes vont décrire les adaptations au problème traité.

### 3.2.2 Configuration initiale et voisinage

Pour notre problème, la configuration initiale est obtenue de façon aléatoire. À chaque itération, la configuration courante est un graphe dirigé dans lequel chaque point de demande est relié à un nœud. Les voisins d'une configuration  $S$  sont les configurations obtenues en lui appliquant un mouvement. Celui-ci consiste à changer le père d'un point de demande donné et se décompose en deux étapes :

- supprimer un lien entre un point de demande  $i$  et son père  $j$ , puis supprimer les câbles desservant  $i$  qui passaient par  $j$  jusqu'au nœud;
- ajouter un lien entre  $i$  et  $k$  puis ajouter les câbles desservant  $i$  en passant par  $k$  jusqu'au nœud,

où  $k$  peut être un nœud ou un point de demande puisqu'un point de demande peut être relié à un nœud ou un autre point de demande. Les Figures 3.4 et 3.5 montrent les deux types de mouvements. Dans ces figures, le point de demande 5 change de père. Dans la Figure 3.4, le nouveau père est un nœud et dans la Figure 3.5, le nouveau père est un point de demande.

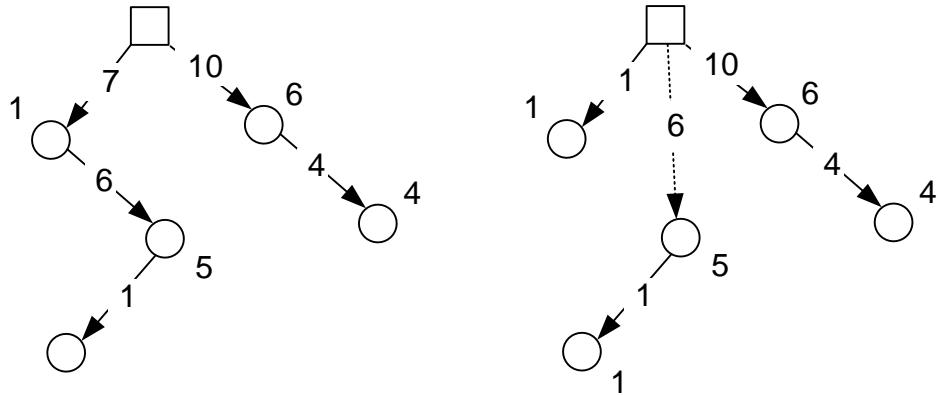


Figure 3-4: Mouvement où le nouveau père est un nœud

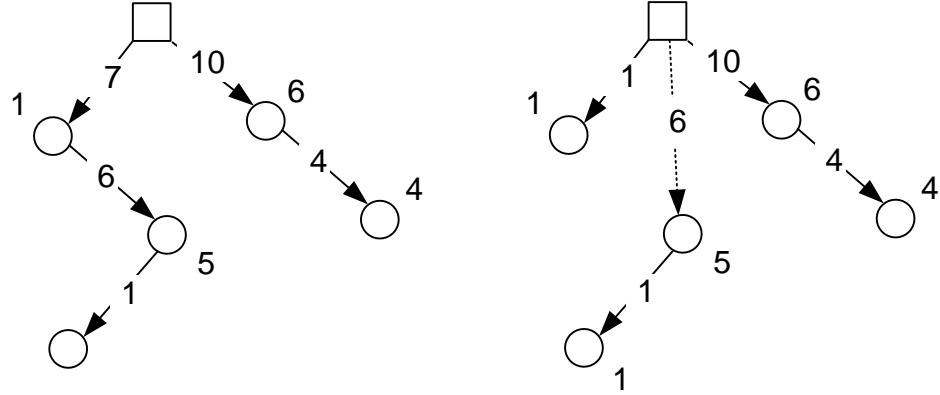


Figure 3-5: Mouvement où le nouveau père est un point de demande

Le mouvement n'est exécuté que lorsqu'il ne génère pas de cycle dans la configuration. Cette vérification est faite en remontant dans l'arbre de distribution jusqu'au nœud. Ces mouvements ont l'avantage d'économiser le temps de calcul, car un sous-arbre est déplacé en entier. En effet, la fonction d'évaluation est recalculée seulement à partir de la racine de ce sous-arbre jusqu'au nœud.

### 3.2.3 La fonction d'évaluation

L'évaluation de la qualité de la solution est différente selon que la solution est réalisable ou pas. Pour une solution réalisable, la fonction d'évaluation est la même que la fonction objectif  $z$  du modèle mathématique. Par contre, si la solution n'est pas réalisable, une pénalité est introduite dans la fonction d'évaluation. Soit  $q_j$  la distance maximale qui devrait être entre le point de demande  $j$  et le nœud qui le dessert. L'ampleur de la violation de la contrainte de distance est  $p_j^+ = \max(0, (d_j - q_j))$ .

Étant donné le coefficient de pénalité  $\omega$ , la fonction d'évaluation pour une solution non réalisable devient :

$$\tilde{z} = z + \omega \sum_{j \in N_D} p_j^+,$$

où  $z$  est la fonction objectif. Notons que la contrainte de capacité des nœuds est considérée comme une contrainte ne pouvant pas être violée.

### 3.2.4 Liste taboue

À chaque fois qu'un mouvement est effectué, le mouvement inverse est mis dans la liste taboue. De cette façon, le lien créé après ce mouvement ne pourra pas être changé pendant un nombre d'itérations égal à la longueur de la liste taboue.

Tableau 3-1: Variation du temps de calcul de l'heuristique et de la qualité de la solution en fonction de la taille de liste taboue

Nombre de noeuds	Nombre de points de demande	Nombre de services	Taille de la liste taboue	Écart (%)	temps moyen (s)
4	40	5	10	0,00	37,47
			20	0,00	44,69
			40	0,00	51,11
			80	0,00	41,86
5	40	10	10	0,00	35,65
			20	0,00	54,99
			40	0,10	50,03
			80	0,04	50,43

Dans le but d'établir la longueur de liste taboue, des tests ont été effectués en employant deux exemplaires et en variant la longueur de la liste taboue. Les valeurs de la liste taboue utilisées sont  $|N_D|/4$ ,  $|N_D|/2$ ,  $|N_D|$ , et  $|N_D| * 2$ .  $N_D$  étant l'ensemble des points de demande pour installer un ou des services xDSL. La longueur de la liste taboue est proportionnelle à  $N_D$  car le nombre de configurations possibles est également proportionnel à  $N_D$ .

Le tableau 3-1 présente les résultats obtenus pour les différentes tailles de la liste taboue. Le temps de calcul de l'heuristique est moins élevé lorsque la longueur de la liste taboue est égale à  $|N_D|/4$  pour les deux exemplaires. De plus, l'écart entre le coût optimal et celui obtenu par l'heuristique est le moins élevé pour les valeurs  $|N_D|/4$ ,  $|N_D|/2$  de la longueur de la liste taboue. Par conséquent, la longueur de la liste taboue a été fixée à  $|N_D|/4$ .

### 3.2.5 Critère d'aspiration

Le critère d'aspiration le plus simple a été implémenté. Il consiste à lever le statut tabou d'un mouvement lorsque celui-ci conduit à une solution de coût moindre que la meilleure solution déjà trouvée.

### 3.2.6 Diversification

La technique de diversification utilisée est basée sur la durée de résidence des liens dans la configuration courante. Les arcs qui sont les plus anciens dans la solution courante sont incités à être remplacés en incluant un biais lors du choix du mouvement à effectuer. Lors du choix du point de demande qui va changer de père, deux cas peuvent se produire, chacune avec une probabilité de 0,5. Dans le premier cas, ce point de demande sera choisi aléatoirement parmi tous les points de demande. Dans le second cas, il sera un point de demande d'un arc choisi aléatoirement dans les  $|N_D|/10$  premiers arcs les plus anciens dans la solution. Ce qui va conduire au remplacement de cet arc.

### 3.2.7 Réduction du voisinage

La recherche du meilleur voisin d'une configuration prend beaucoup de temps en raison du nombre élevé de voisins. Cependant, certains mouvements ne sont pas susceptibles de faire baisser le coût total de la configuration. Par conséquent, ces mouvements ont été omis dans le but de diminuer le temps de recherche du meilleur voisin. Posons

- $j$  un point de demande qui va changer de père;
- $i$  le nœud qui le dessert;
- $k$  un point de demande ou un nœud qui peut devenir le père de  $j$  ;
- $\tilde{d}_j$  la distance entre  $j$  et le nœud qui le dessert dans la configuration courante.

Les sites  $k$  tels que  $l_{kj} > \tilde{d}_j$  sont ignorés lors de la recherche du meilleur voisin.

Le tableau 3-2 illustre une comparaison du temps d'exécution et de la qualité des solutions lorsque le voisinage est réduit et lorsqu'il ne l'est pas. On constate que le temps d'exécution est beaucoup plus long lorsque l'algorithme prend en considération tout le voisinage. De plus, quand le nombre de points de demande augmente, le temps d'exécution devient prohibitif.

Tableau 3-2: Comparaison du temps d'exécution avec ou sans la réduction du voisinage

Nombre de nœuds	Nombre de points de demande	Nombre de services	Valeur optimale	Temps de calcul moyen (s)	
				Sans réduction du voisinage	Avec réduction du voisinage
4	10	5	6475	2,071	0,27
4	20	5	11465	37,056	5,65
4	30	5	27120	408,235	17,55
4	40	5	16845	502,234	31,30

### 3.2.8 Intensification

À chaque fois que la meilleure solution est améliorée, le voisinage de celle-ci est considéré comme une région prometteuse. Une période d'intensification est ensuite effectuée pendant  $MAX\_I_1$  itérations. Lorsque cette période débute, la liste taboue est réinitialisée. À chaque itération, la recherche retourne à la meilleure configuration déjà trouvée. La Figure 3-6 décrit le déroulement de l'intensification.

```

Réinitialiser la liste taboue
It := MAX_I1           //Initialiser les itérations à MAX_I1
TANT QUE It > 0
    S := S*
    It := It - 1
    Choisir le meilleur mouvement
    SI f* > f(S) ET S est réalisable
        S* := S
        It := MAX_I1
    Mettre à jour la liste taboue
    Mettre à jour la durée de résidence des liens

```

Figure 3-6: Description de l'intensification

En outre, l'algorithme retourne à la meilleure configuration trouvée après  $MAX\_I_2$  d'itérations sans amélioration de la meilleure configuration trouvée.

### 3.2.9 La condition d'arrêt

La recherche se termine si la borne inférieure est trouvée ou si la meilleure solution réalisable n'est pas améliorée après  $MAX\_A = 100 \times |N_D|$ . En effet, nous avons remarqué que lorsque cette limite est dépassée, la meilleure solution trouvée n'est plus améliorée. Comme l'espace de recherche croît en fonction de la taille de l'exemplaire, ce critère prend en compte le nombre de points de demande.

Le déroulement de l'algorithme de recherche taboue proposé est présenté à la Figure 3-7.

```

Engendrer une configuration initiale aléatoire  $S_0$  ;
 $S^* := S_0$ 
 $S := S_0$ 
 $f^* := f(S)$ 
 $T := \{\}$ 
TANT QUE la condition d'arrêt n'est pas vérifiée
  SI  $S^*$  n'a pas été amélioré depuis  $MAX\_I_2$  itérations
     $S = S^*$ 
    Choisir un point de demande  $j$ 
       $j :=$  un point de demande aléatoire avec une probabilité de 0.5
       $j :=$  un point de demande faisant partie des  $|N_D|/10$  arcs avec
      une probabilité de 0.5
    Supprimer le lien entre  $j$  et son père  $i$ 
    Dans un voisinage réduit, trouver le meilleur lien entre  $j$  et un autre site
     $k$  parmi les sites non tabous et les sites tabous qui satisfont le critère
    d'aspiration
    Établir un lien entre  $j$  et  $k$  pour trouver la nouvelle solution courante  $S$ 
    SI  $f^* > f(S)$ 
       $S^* := S$ 
    SI la solution  $S$  est réalisable
       $f^* = f(S)$ 
      Faire une intensification
      Ajouter dans la liste taboue le point de demande  $j$ 
      Mettre à jour la durée de résidence des liens
    Retourner  $S^*$ 
FIN

```

Figure 3-7: Algorithme de recherche taboue proposé

### 3.3 La résolution avec CPLEX

La résolution exacte du problème a été effectuée avec le solutionnaire ILOG CPLEX Mixed Integer Optimizer. Celui-ci est une application utilisée pour résoudre des problèmes de programmation linéaire, quadratique et les problèmes à variables mixtes. CPLEX utilise l'algorithme d'évaluation et séparation progressive(*branch and bound*). Cet algorithme résout séquentiellement une série de sous-problèmes de programmation linéaire. Chaque problème est représenté par un arbre d'énumération où chaque nœud représente un problème linéaire.

L'algorithme de séparation et évaluation commence par résoudre le problème à variables mixtes comme un problème linéaire en relaxant les contraintes d'intégralité. Si la solution est entière, le problème est résolu. Sinon, la recherche continue dans l'arbre d'énumération. La procédure générale de l'algorithme de *branch and bound* est la suivante (Williams, 1978) :

#### Étape 1 : Choisir un nœud attendant d'être examiné

Résoudre le problème linéaire correspondant. Un des quatre cas suivants peut arriver :

- 1) le problème est irréalisable;
- 2) la valeur de la fonction objectif est moins bonne que la meilleure solution entière déjà trouvée;
- 3) le problème donne une solution entière;
- 4) le problème donne une solution réelle;

Si les cas 1) et 2) arrivent, le problème est ignoré et la recherche retourne à l'étape 1. Si le cas 3) se produit, le résultat est considéré comme une solution possible du problème. Si c'est meilleure solution trouvée, elle est sauvegardée comme étant la meilleure solution trouvée sinon, la recherche retourne à l'étape 1. Si le cas 4) arrive, l'étape 2 est effectuée.

#### Étape 2 : Choisir une variable de séparation $\gamma$

$\gamma$  est une variable entière dont la valeur est réelle dans la solution optimale du problème linéaire courant. Supposons que la valeur courante de  $\gamma$  est  $N+f$  où  $N$  est un entier et  $0 < f < 1$ . Comme  $\gamma$  est entière, une des contraintes suivantes sera ajoutée au problème courant :

$$(i) \quad \gamma \leq N$$

$$(ii) \quad \gamma \geq N+1$$

#### Étape 3 : Choisir une direction de séparation

Cette étape consiste à choisir laquelle des contraintes (i) et (ii) sera ajoutée au problème linéaire courant. Le résultat est un sous-problème qui est résolu et traité comme à l'étape 1. La contrainte

qui n'est pas choisie est ajoutée au sous-problème pour augmenter la pondération d'un nœud en attente. L'algorithme termine lorsqu'il n'y a plus de nœuds en attente d'être examiné.

## CHAPITRE 4    IMPLÉMENTATION DES MÉTHODES DE RÉSOLUTION

Maintenant que la description des méthodes de résolution du problème a été présentée, ce chapitre décrit leur implémentation. Nous détaillons l'implémentation de l'heuristique en exposant les fonctions employées dans le programme informatique. Par la suite, nous présentons le plan d'expérience sur lequel nous nous sommes basées pour effectuer les tests. Ensuite, nous exposons le programme informatique utilisé pour générer les exemplaires aléatoires employés pour les tests. Finalement, nous analysons le temps d'exécution et la qualité des solutions obtenues.

### **4.1 Détails d'implémentation**

Cette section détaille la résolution du modèle mathématique avec CPLEX et par la suite, décrit l'implémentation de l'heuristique taboue.

#### **4.1.1 La résolution du modèle mathématique**

La résolution du modèle mathématique a été effectuée avec le solutionnaire CPLEX. Les paramètres employés ont tous leurs valeurs par défaut. CPLEX prend en entrée son fichier spécifique ayant une extension *.lp*. Ce fichier a été généré par un programme écrit dans le langage C++. Ce programme prend en entrée les données du problème et génère un fichier respectant les règles de syntaxe du format *.lp*. La Figure 4-1 montre un exemple de ce format.

Nous avons utilisé les paramètres par défaut de CPLEX sauf la limite du temps de calcul à 30 heures.

<p><b>Le problème</b>  <b>Minimiser a + b + 3 ab</b>  <b>Sujet à</b>  <math>a + b \leq 20</math>  <math>a, b \geq 0</math></p> <p>S'écrit dans le format <i>lp</i> de cette manière :</p> <p><b>Minimize</b>  <b>obj: a + b + 3 a*b</b>  <b>Subject To</b>  <b>c1: a + b &gt;= 20</b>  <b>End</b></p>
---

Figure 4-4-1: Exemple de format *.lp*

#### 4.1.2 Implémentation de la recherche taboue

L'algorithme de recherche taboue a été programmé en utilisant le langage de programmation C++. Nous présentons les fonctions les plus importantes du programme.

Le programme informatique est constitué de deux fichiers:

- le fichier contenant le code source *source.cpp*;
- le fichier d'entête *entete.h* contenant la définition des fonctions utilisées.

Le fichier *source.cpp* lit les fichiers de données et initialise les structures de données qui représentent l'instance du problème. Ensuite, il appelle les fonctions de résolution du problème.

Les fonctions les plus importantes sont :

- **initialisation()**: cette fonction génère la configuration initiale et initialise toutes les structures de données utilisées dans le programme;
- **algo\_tabou()**: cette fonction implémente l'algorithme tabou;
- **appliquer\_mvt()**: cette fonction met à jour la configuration courante en lui appliquant le meilleur mouvement trouvé;
- **tester\_point()**: cette fonction calcule le coût d'une configuration si on lui applique un certain mouvement. Cette fonction est appelée lors de la recherche du meilleur mouvement;
- **actualiser\_meilleure()**: cette fonction met à jour la meilleure configuration trouvée;

- est\_tabou(): vérifie si le mouvement est tabou;
- actualiser\_cout(): actualise le coût de la configuration courante.
- cycle(): vérifie si un cycle est créé si un mouvement est effectué
- mise\_a\_jour\_residence(): met à jour le nombre d'itérations pendant lequel un lien est demeuré inchangé dans la configuration courante;
- voisinage\_red(): cette fonction vérifie s'il est nécessaire de vérifier qu'un mouvement peut être effectué dans le but de réduire le voisinage;
- intensification(): réinitialise la configuration courante en l'égalisant à la meilleure configuration déjà trouvée.

## 4.2 Environnement d'expérimentation

Les tests de résolution des exemplaires du problème avec l'heuristique taboue proposée ont été effectués sur un ordinateur ayant un processeur Intel(R) Core(TM)2 Quad Q6700, une vitesse de processeur de 2.66 GHz et une mémoire vive de 8 Giga-octets. La version de CPLEX utilisée pour obtenir la borne inférieure est CPLEX Interactive Optimizer 9.1.3 with Simplex, Mixed Integer & Barrier Optimizers.

## 4.3 Plan d'expérience

Le but des expérimentations est d'observer la performance de l'algorithme de planification du réseau d'accès proposé. Nous considérons quelques facteurs qui peuvent influencer cette performance. Ces facteurs sont contrôlés dans une série d'exemplaires du problème étudié. Nous observons leur impact sur le temps d'exécution de l'algorithme et la qualité des solutions obtenues. Celle-ci est définie comme l'écart entre la valeur de la fonction objectif de la borne inférieure et le coût total obtenu par l'algorithme proposé.

### 4.3.1 Facteurs

Les facteurs qui sont contrôlés sont le nombre de sites potentiels pour installer un nœud, le nombre de points de demande et le nombre de services par point de demande. Le coût total du réseau est proportionnel au nombre de services par point de demande et au nombre de câbles dans

les conduits. La taille du réseau d'accès dépend du nombre de points de demande et du nombre de sites potentiels pour installer un nœud. Le nombre de conduits possibles pouvant être utilisés pour installer des câbles varie en fonction de ces deux derniers facteurs. Ceci a un impact en théorie sur le temps de calcul de l'algorithme proposé.

En outre, l'algorithme tabou proposé peut ne pas donner des solutions optimales dans le cas où les câbles qui desservent un ou plusieurs points de demande ne passent pas par des chemins optimaux. Dans ce cas, l'impact sur la qualité de la solution est plus grand lorsqu'il existe plusieurs services par point de demande.

### 4.3.2 Niveaux

La taille de l'exemplaire dépend du nombre de nœuds et de points de demande. Le nombre de configurations possibles augmente avec la taille de l'exemplaire. De ce fait, la recherche de la solution optimale prend plus de temps. Lorsque le nombre de points de demande dépasse 80, le temps de résolution du modèle mathématique en employant CPLEX va au-delà de 30 heures. Par conséquent, la limite supérieure du nombre de points de demande a été fixée à 80. Étant donné que plusieurs services peuvent être présents à un point de demande, nous avons fait varier le nombre de services par point de demande dans l'intervalle [5,10]. Le tableau 4-2 résume les facteurs et les niveaux qui ont été choisis.

Tableau 4-1: Les facteurs et les niveaux du plan d'expérience

Facteurs	Niveaux							
	4	5						
Nombre de sites potentiels pour installer un nœud	4	5						
Nombre de services par point de demande	5	10						
Nombre de points de demande	10	20	30	40	50	60	70	80

Trois classes de services ont été considérées et correspondent à trois différentes de vitesses en utilisant VDSL2 (Chamberland, 2008). Le tableau 4-2 illustre les types de classes de services utilisées dans les tests et montre la distance maximale jusqu'au nœud de chaque type classe de

service. Nous avons employé deux types de nœuds d'une capacité de 400 services clients comme le montre le tableau 4-3.

Tableau 4-2: Les types de classes de service

Type	Vitesse (Mbps)	Distance maximale (m)
A	40	500
B	35	600
C	25	900

Tableau 4-3: Les types de nœuds

Type	Capacité (clients)	Coût (\$)
A	400	1000
B	400	1500

Le coût par mètre des câbles n'a pas d'influence sur la performance des méthodes de résolution utilisées. Par conséquent, nous avons fixé le coût par mètre de câble déployé à 1\$.

Étant donné que les câbles ne suivent pas dans la réalité une ligne droite, la distance entre chaque paire de points a été calculée suivant la norme 1. La distance entre deux points  $A$  et  $B$  dont les coordonnées sont  $(x_A, y_A)$  et  $(x_B, y_B)$  est donc calculée de la manière suivante:

$$d_{AB} = |x_B - x_A| + |y_B - y_A|$$

### 4.3.3 La borne inférieure

Les résultats obtenus en employant l'heuristique taboue seront comparés avec une borne inférieure. Celle-ci est obtenue en relâchant les contraintes de distance et de performance du modèle mathématique. En effet, ces contraintes exigent un temps de calcul prohibitif. Le tableau 4-4 montre la variation du temps de résolution du modèle mathématique incluant ou non les contraintes de distance et de performance. La résolution d'un exemplaire du problème ayant 4 nœuds et seulement 15 points de demande exige plus de 30 heures. Par conséquent, ces

contraintes ont été relâchées dans le but de pouvoir réaliser des tests avec des exemplaires plus étendus.

En enlevant ces deux contraintes, la variable  $y$  n'est plus nécessaire. Par conséquent, les contraintes (12) et (14) peuvent être supprimées. Le modèle mathématique devient moins volumineux et exige moins de temps de calcul.

Tableau 4-4: Variation du temps de résolution du modèle mathématique

Nombre de nœuds	Nombre de points de demande	Nombre de services	Valeur optimale	Temps de calcul	
				(s)	
				Sans les contraintes de distance	Avec les contraintes de distance
4	5	5	5605	0,03	1,89
4	10	5	6475	54,76	1080,79
4	15	5	14845	510,99	>108000

Étant donné que certaines contraintes ont été relâchées lors de la résolution exacte par CPLEX, il se peut qu'un exemplaire soit irréalisable. Cependant, tous les exemplaires utilisés dans les tests sont réalisables dans le but de mieux mesurer la qualité des solutions obtenues par l'heuristique taboue. Un programme écrit dans le langage C++ a été conçu pour vérifier la réalisabilité d'un exemplaire. Ce programme prend en entrée un fichier *.txt* contenant la solution obtenue par le résolveur CPLEX. Il vérifie ensuite que la contrainte de performance a été respectée pour tous les points de demande.

#### 4.4 Génération des exemplaires du problème

Un programme écrit dans le langage de programmation C++ génère automatiquement les données des instances du problème utilisées. Ce programme prend en entrée le nombre de nœuds, le nombre de points de demande ainsi que le nombre de services offerts à un point de demande. En tenant compte de ces données, un exemplaire est ensuite généré de façon aléatoire. Cinq fichiers de données décrivant cet exemplaire sont créés:

- *coordonnees.txt* contient les coordonnées des positions des points de demande et des sites pour installer un nœud qui sont situé sur une aire carrée dont le côté mesure 1,5 km ;
- *topologie.txt* contient les distances entre chaque paire de points de demande et entre chaque point de demande et chaque nœud;
- *nœuds.txt* spécifie le coût de chaque type de nœud;
- *classe\_serv.txt* indique le nombre de classes de service à chaque point de demande.
- *demandes.txt* mentionne le nombre de services de chaque classe de service existant à chaque point de demande ainsi que la distance maximale requise pour cette classe de service. Notons que le nombre de services total à chaque point de demande est toujours égal à celui spécifié en entrée.

Ces cinq fichiers de données décrits ci-dessus sont employés pour générer le fichier .lp dans le but de résoudre le modèle mathématique avec le résolveur CPLEX. Ils sont aussi les entrées du programme qui implémente la recherche taboue.

#### **4.4.1 Exemple d'instance du problème**

Nous présentons une instance du problème ayant 4 nœuds et 20 points de demande chacun ayant 5 services. Les données générées par le programme informatique sont présentées dans les tableaux 4-5 et 4-6. Le tableau 4-5 montre le type de nœud qui peut être installé à chaque site. Le tableau 4-6 montre le nombre de services présents à chaque point de demande et leur classe de service. La figure 4-2 illustre la disposition des points de demande et des sites pour installer les nœuds tandis que la figure 4-3 montre la configuration optimale de cette instance. Nous remarquons que le site 3 n'a pas été utilisé pour installer un nœud.

Tableau 4-5: Exemple de données générées

<b>Numéro du site</b>	<b>Type de nœud</b>
1	B
2	A
3	B
4	A

Tableau 4-6: Exemple de données générées

<b>Numéro du point de demande</b>	<b>Nombre de services</b>		
	<b>Classe A</b>	<b>Classe B</b>	<b>Classe C</b>
5	0	0	5
6	5	0	0
7	4	0	1
8	4	0	1
9	5	0	0
10	3	2	0
11	0	5	0
12	1	0	4
13	3	0	2
14	3	0	2
15	2	0	3
16	0	0	5
17	5	0	0
18	0	5	0
19	0	0	5
20	2	3	0
21	4	1	0
22	4	1	0
23	1	0	4
24	5	0	0

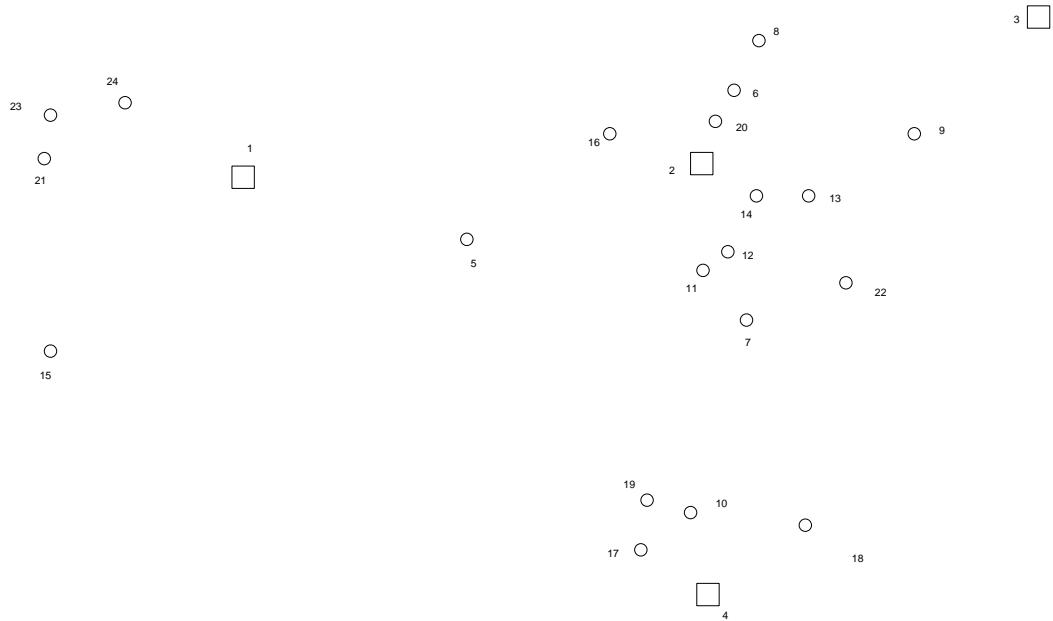


Figure 4-2: Illustration de la disposition des points de demande et des sites pour installer les nœuds

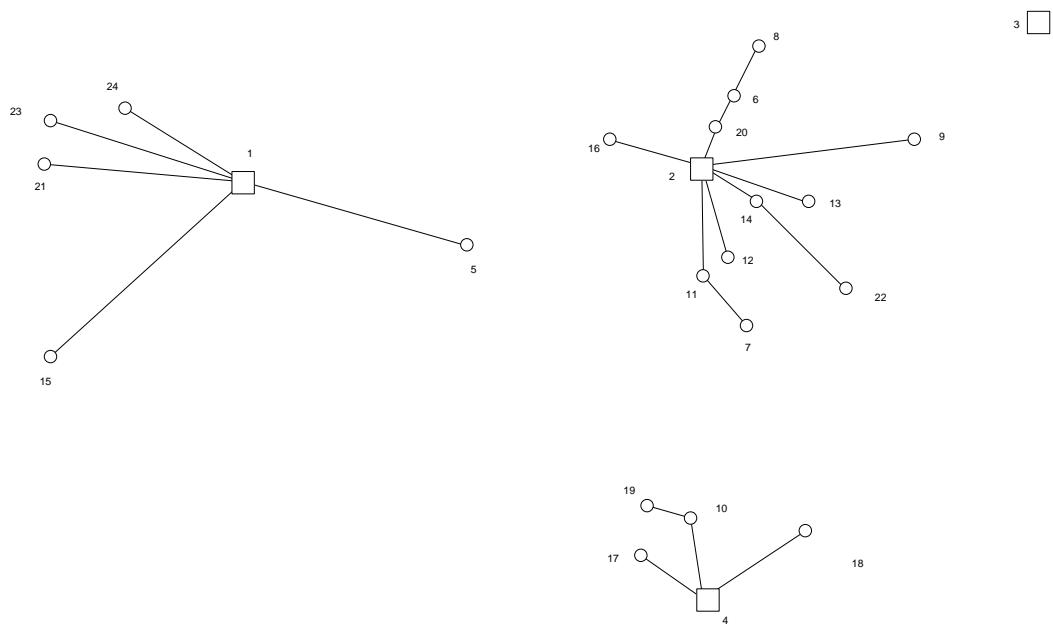


Figure 4-3: Configuration optimale de l'instance

## 4.5 Analyse des résultats

Après avoir effectué, les tests, nous présentons dans cette section les résultats obtenus ainsi que l'analyse du temps de calcul et de la qualité des solutions.

### 4.5.1 Génération des résultats

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux 4-8 à 4-10. Pour chaque jeu de données, cinq exécutions ont été effectuées avec l'heuristique taboue. Dans la première colonne,  $|N_D|$  est le nombre de points de demande. Les 3 colonnes suivantes présentent l'écart minimum, maximum et moyen en pourcentage entre le coût de l'exemplaire obtenu en utilisant l'heuristique et la valeur objectif de la borne inférieure. La colonne suivante présente le temps de calcul moyen de 5 exécutions de l'heuristique taboue. La dernière colonne montre le temps de calcul de la borne inférieure avec CPLEX. L'annexe 1 détaille ces résultats.

Tableau 4-7: Résultats pour  $|N_S| = 4$  et 5 services par point de demande

ND	Écart			Temps moyen	
	Min (%)	Max (%)	Moy (%)	Heuristique (s)	CPLEX (s)
10	0,00	0,00	0,00	0,27	54,76
20	0,00	0,00	0,00	5,65	493,27
30	0,00	0,02	0,00	17,55	764,44
40	0,00	1,10	0,47	31,30	16327,55
50	0,03	0,51	0,27	50,88	2815,38
60	0,02	0,48	0,31	39,29	7152,58
70	0,11	0,64	0,34	101,89	7168,60
80	N/A	N/A	N/A	90,885	>180000

Tableau 4-8: Résultats pour  $|N_S| = 4$  et 10 services par point de demande

$ N_D $	Écart			Temps moyen	
	Min (%)	Max (%)	Moy (%)	Heuristique (s)	CPLEX (s)
10	0,00	0,00	0,00	0,21	54,76
20	0,00	0,55	0,00	2,11	966,14
30	0,07	0,55	0,15	12,51	552,21
40	0,00	0,86	0,55	43,78	846,86
50	0,00	0,54	0,01	128,61	1288,58
60	0,00	1,39	0,54	162,05	3081,67
70	0,02	0,00	1,39	99,75	15937,63
80	N/A	N/A	N/A	220,98	>108000

Tableau 4-9: Résultats pour  $|N_S| = 5$  et 5 services par point de demande

$ N_D $	Écart			Temps moyen	
	Min (%)	Max (%)	Moy (%)	Heuristique (s)	CPLEX (s)
10	0,00	0,00	0,00	0,34	82,09
20	0,00	0,00	0,00	5,72	7568,99
30	0,00	0,04	0,01	34,08	4083,32
40	0,00	0,03	0,01	47,26	14015,24
50	0,00	0,29	0,09	78,82	11461,74
60	0,08	0,40	0,20	199,92	65326,23
70	0,04	1,13	0,51	224,19	90348,56
80	N/A	N/A	N/A	167,17	>108000

Tableau 4-10: Résultats pour  $|N_S| = 5$  et 10 services par point de demande

$ N_D $	Écart			Temps moyen	
	Min (%)	Max (%)	Moy (%)	Heuristique (s)	CPLEX (s)
10	0,00	4,93	0,99	0,24	191,66
20	0,00	0,00	0,00	4,47	362,52
30	0,00	2,87	1,97	35,17	6046,34
40	0,00	0,18	0,06	51,57	30538,43
50	0,60	1,28	0,88	139,09	29210,13
60	0,00	0,61	0,19	94,55	33484,15
70	0,41	1,29	0,69	239,31	42813,07
80	0,63	1,97	1,30	242,86	60175,06

### 4.5.2 Analyse du temps d'exécution

Nous constatons que la limite du temps de calcul de 30 heures a été dépassée pour trois jeux de données en calculant la borne inférieure. En effet, le nombre de configurations possibles accroît très rapidement lorsque la taille de l'instance augmente. Par conséquent, CPLEX ne peut être utilisé pour la planification de réseaux d'accès de grande taille. C'est pour cette raison que nous proposons une heuristique taboue.

Les temps d'exécution de l'algorithme tabou proposé sont raisonnables. En effet, le plus long temps d'exécution de l'heuristique taboue proposé est de 242,86 secondes qui a été obtenu avec un jeu de données de 5 nœuds, 80 points de demande ayant chacun 10 services.

### 4.5.3 Analyse de la qualité des solutions

L'heuristique taboue proposée donne des solutions de très bonne qualité. En effet, nous constatons que l'écart le plus élevé entre le coût obtenu en utilisant l'heuristique taboue et le coût de la borne inférieure est 1.97 %. De plus, nous observons que cet écart ne varie pas beaucoup d'une exécution à une autre. Nous remarquons également que l'heuristique taboue atteint la borne inférieure pour plusieurs jeux de données. Notons que nous comparons les résultats obtenus par l'heuristique taboue avec des configurations réalisables.

Les figures 4-4 et 4-5 comparent les variations de la qualité des solutions dans le cas où le nombre de sites potentiels pour installer les nœuds est 4 et dans le cas où il est égal à 5. Ces figures ne permettent pas de déterminer une relation entre la qualité des solutions et le nombre de services par point de demande. Nous avons expliqué plus haut que lorsque le chemin pour atteindre un point de demande n'est pas optimal, le coût de déploiement des câbles est plus élevé en augmentant le nombre de services. Cependant, ceci est observable si les conditions suivantes sont remplies :

- Les instances doivent être identiques à l'exception du nombre de services par point de demande;
- Si l'heuristique taboue n'obtient pas des configurations optimales, les erreurs faites doivent être situées aux mêmes endroits.

Cette dernière condition n'a pas pu être remplie, car la configuration obtenue par l'heuristique taboue est différente d'une exécution à une autre. Par conséquent, l'augmentation du coût de la configuration trouvée en fonction du nombre de points de demande ne peut être observée.

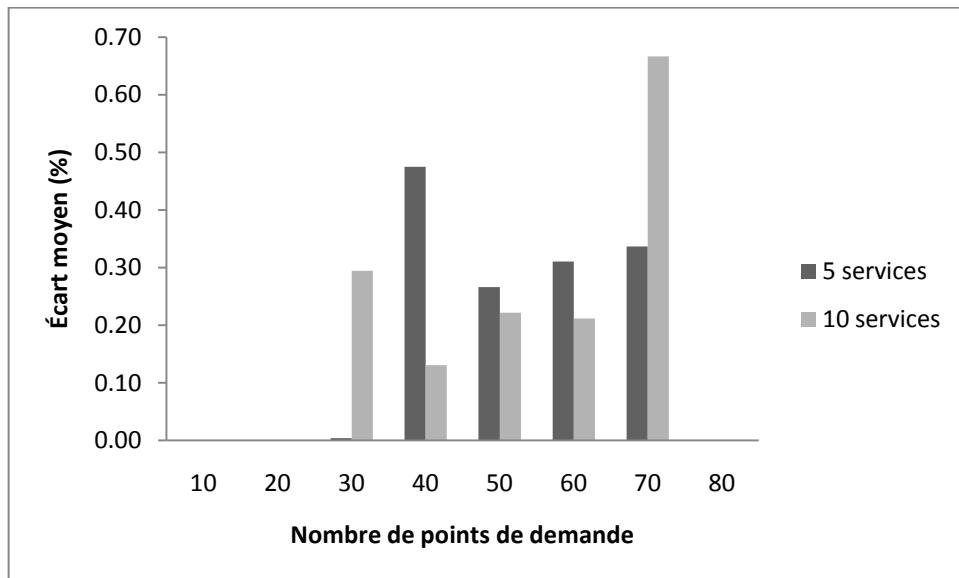


Figure 4-4: Variation de la qualité des solutions avec 4 noeuds

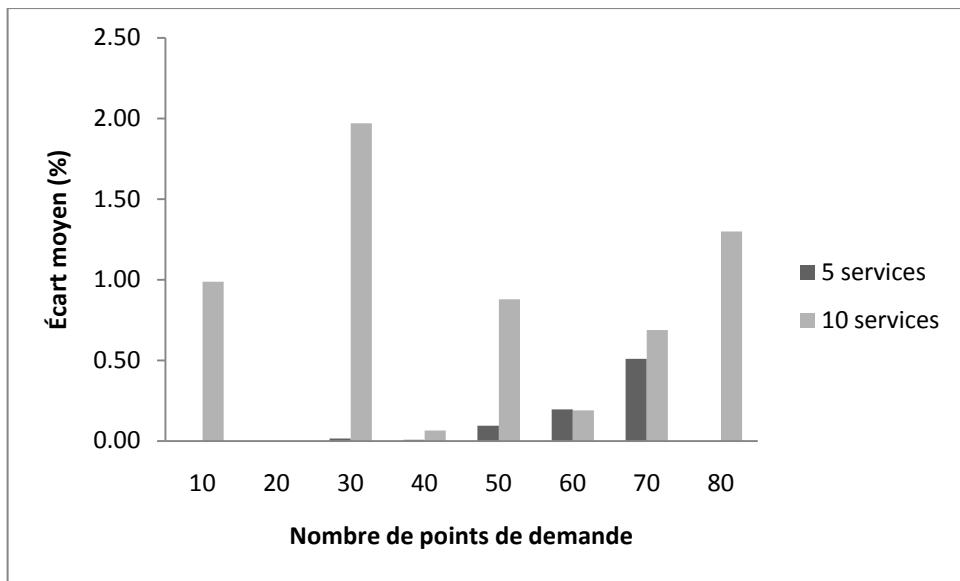


Figure 4-5: Variation de la qualité des solutions avec 5 nœuds

## CHAPITRE 5 CONCLUSION

Ce chapitre retournera sur les principales étapes de ce travail et les conclusions qui ont été dégagées. Nous présenterons ensuite, les limitations de ce travail et des avenues de recherche envisageables.

### **5.1 Synthèse**

Dans ce travail, nous étudions le problème de planification du réseau d'accès dans le but de rentabiliser l'infrastructure d'un réseau FTTN. Nous avons présenté un modèle de programmation mathématique qui représente ce problème. Nous avons ensuite prouvé que ce problème est NP-complet. Par la suite, une heuristique taboue a été proposée pour trouver de « bonnes » solutions après un temps de calcul raisonnable. Les résultats obtenus avec cette heuristique ont été comparés avec une borne inférieure obtenue avec le résolveur commercial CPLEX. Celle-ci est trouvée en relâchant des contraintes du modèle mathématique, car le temps de calcul est extrêmement long même pour des instances du problème de petite taille. Nous avons constaté que l'heuristique taboue donne des résultats de bonne qualité et dans des temps raisonnables.

### **5.2 Limitations**

Les tests ont été effectués sur des instances du problème qui ne dépassent pas 80 points de demande en raison du temps de calcul élevé de la borne inférieure.

De plus, le modèle mathématique ne prend en compte qu'un seul nœud par site. Cependant, les compagnies de télécommunication peuvent utiliser plusieurs sortes de nœuds de différentes capacités par site.

### **5.3 Travaux futurs**

Pour améliorer la performance de l'architecture FTTN étudiée, la technique de *cable bonding* peut être envisagée. Elle consiste à déployer deux ou plusieurs câbles de cuivre dans la boucle locale. Elle permet d'allonger la portée d'une technologie pour une même performance ou d'augmenter le débit sur une même distance (Chamberland, 2008).

Dans le but d'atteindre des clients éloignés des nœuds, des micro-nœuds peuvent être déployés. Ceux-ci sont des nœuds de petite capacité qui sont déployés dans le but d'atteindre les clients éloignés des nœuds ou pour remédier à la mauvaise qualité de la boucle locale faite de câbles de cuivre.

Le modèle de coût pour les câbles est simple et prend en considération la distance seulement. Pour mieux représenter la réalité, trois modèles de coûts sont proposés par (Piliouras, 2005). Le premier estime le coût  $C_{ij}$  des liens entre deux points  $i$  et  $j$  par cette égalité:

$C_{ij} = F + V(d_{ij})$  où  $F$  et  $V$  sont des constantes qui dépendent du type de lien  $d_{ij}$  la distance entre  $i$  et  $j$ .

Le second modèle ressemble au premier sauf que  $V$  varie en fonction de la distance. Le troisième modèle est un modèle par paliers dans lequel le coût est fixe entre un intervalle et ne comporte pas de composante variable.

## BIBLIOGRAPHIE

Alcatel-Lucent a(2007). *Alcatel-Lucent 7330 ISAM FTTN*. Alcatel-Lucent Inc. Alcatel-Lucent.  
Consulté le 02 juillet 2010, tiré de <http://www.alcatel-lucent.com/>

Alcatel-Lucent b(2007). *Deploying fiber-to-the-most-economic point*. Alcatel-Lucent. Consulté le 02 juillet 2010, tiré de <http://www.alcatel-lucent.com/>

Balakrishnan A., Magnanti T.L., Shulman A. & Wong R.T. (1991). Models for planning capacity expansion in local access telecommunications networks. *Annals of Operations Research*. 33, 239-284.

Carpenter, T., Eiger, M., Shallcross, D. & Seymour, P. (2001). Node Placement and Sizing for Copper Broadband Access Networks. *Annals of Operations Research*. 106, 199-228.

Chamberland, S., Sanso, B. & Marcotte, O. (2000). Topological design of two-level telecommunication networks with modular switches. *Operations Research*. 48(5), 745-60.

Chamberland, S. (2007). An analysis of three-level IP network topologies. *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2007*. 336-340.

Chamberland, S. (2008). Designing low cost access networks with IPTV performance constraints. *2008 Next Generation Internet Networks (NGI '08)*. 45-52.

Chamberland, S. (2009). Planning multitechnology access networks with performance constraints. *AccessNets, LNICST*. 6, 410-426.

Esau L. & Williams K. (1966). On teleprocessing system design, Part II: A method for approximating the optimal network. *IBM Systems Journal*. 5, 142-147.

Filho V. J. M. F. & Galvão R. D. (1998). A tabu search heuristic for the concentrator location problem. *Location Science*. 6(1). 189-209.

Forouzan B.A. (2007). *Data communications and networking* (4<sup>e</sup> éd.). McGraw-Hill Higher Education.

Garey M.R. & Johnson D.S. (1971). *Computers and intractability : A guide to the theory of NP-completeness*. W.H. Freeman, Sans Francisco.

Gavish B. (1991). Topological design of telecommunications networks - Local access design methods. *Annals of Operations Research*. 33, 17-71.

Girard, A., Sanso, B. & Danjo, L. (2001). A tabu search algorithm for access network design. *Annals of Operations Research*. 106, 229-262.

Glover, F. & Laguna, M. (1997). *Tabu search*. Kluwer Academic Publishers.

Gouveia, L. & Lopes, M.J. (1997). Using generalized capacitated trees for designing the topology of local access networks. *Telecommunication Systems*. 7, 315-337.

Gupta, R. & Pirkul H. (2000). Hybrid fiber co-axial CATV network design with variable capacity optical network units. *European Journal of Operational Research*. 123, 73-85.

Jayant, N. (2005). *Broadband Last Mile: Access Technologies for Multimedia Communications*. Taylor & Francis.

Klincewicz, J.G. (1998). Hub location in backbone/tributary network design: A review. *Location Science*. 6, 307-335.

Lee, C.Y. (1993). Algorithm for the design of multitype concentrator networks. *Journal of the Operational Research Society*. 44, 471-482.

Papadimitriou, C.H. (1978). The complexity of the capacitated tree problem. *Networks*. 8, 217-230.

Patterson, R.A. & Rolland, E.( 2002). Hybrid fiber coaxial network design. *Operations research*. 50(3), 538–551.

Piliouras, T.C. (2005). *Network design : management and technical perspectives* (2<sup>e</sup> éd.). Boca Raton, Fla. : Auerbach Publications

Pirkul, H. & Nagarajan, V. (1992). Locating concentrators in centralized computer networks. *Annals of Operations Research*. 36, 247-262.

Pujolle G. (2007). *Les réseaux: Édition 2008*. Eyrolles.

Soni, S., Narasimhan, S. & LeBlanc, L.J. (2004). Telecommunication Access Network Design With Reliability Constraints. *IEEE Transactions on reliability*. 53, 532- 541.

UIT-T. (1999). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique asymétrique*. UIT-T, Recommandation UIT-T G.992.1.

UIT-T. (1999). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique asymétrique sans filtre séparateur*. UIT-T, Recommandation G.992.2.

UIT-T. (2002). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique asymétrique sans filtre séparateur 2*. UIT-T, Recommandation G.992.4.

UIT-T. (2003). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique asymétrique (ADSL)- ADSL2 à largeur de bande étendue (ADSL2+)*. UIT-T, Recommandation G.992.5.

UIT-T. (2004). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique à très grande vitesse*. UIT-T, Recommandation G.993.1.

UIT-T. (2005). *Systèmes d'accès optique à large bande basés sur les réseaux optiques passifs*. UIT-T, Recommandation G.983.1.

UIT-T. (2006). *Émetteurs-récepteurs de ligne d'abonné numérique à très grande vitesse 2 (VDSL2)*. UIT-T, Recommandation G.993.2.

UIT-T. (2009). *Asymmetric digital subscriber line transceiver 2 (ADSL2)*. UIT-T, Recommandation G.992.3.

Walko, J. (2005). Click here for VDSL2. *IEE Communications Engineer*. 3(4), 9-12.

Williams, H.P. (1978). *Model building in mathematical programming*. Wiley.

Xu, J., Chiu, S.Y. & Glover, F. (1996). Using tabu search to solve the Steiner tree-star problem in telecommunications network design. *Telecommunication Systems*. 6, 117-125.

## ANNEXE 1 – Résultats détaillés des tests

Nombre de nœuds	Nombre de points de demande	Nombre de services	CPLEX		Heuristique taboue		Écart moyen
			Valeur (\$)	Temps CPLEX (s)	Valeur moyenne (\$)	temps moyen (s)	
4	10	5	6475	54,76	6475,00	0,27	0,00
4	20	5	11465	493,27	11465,00	5,65	0,00
4	30	5	27120	764,44	27121,00	17,55	0,00
4	40	5	16845	16327,55	16925,00	31,30	0,47
4	50	5	19540	2815,38	19592,00	50,88	0,27
4	60	5	20630	7152,58	20694,00	39,29	0,31
4	70	5	22600	7168,6	22676,00	101,89	0,34
4	80	5	N/A	>108000	27000,00	90,89	N/A
4	10	10	18030	12,95	18030,00	0,21	0,00
4	20	10	27440	966,14	27440,00	2,11	0,00
4	30	10	45580	552,21	45714,00	12,51	0,29
4	40	10	67430	846,86	67518,00	43,78	0,13
4	50	10	68910	1288,58	69062,50	128,61	0,22
4	60	10	90800	3081,67	90992,00	162,05	0,21
4	70	10	102960	15937,63	103646,00	99,75	0,67
4	80	10	N/A	>108000	125870,00	220,98	N/A
5	10	5	6330	82,09	6330,00	0,34	0,00
5	20	5	11295	7568,99	11295,00	5,72	0,00
5	30	5	13840	4083,32	13842,00	34,08	0,01
5	40	5	14585	14015,24	14586,00	47,26	0,01
5	50	5	19080	11461,74	19098,00	78,82	0,09
5	60	5	45365	65326,23	45453,75	199,92	0,20
5	70	5	60970	90348,56	61280,00	224,19	0,51
5	80	5	27610	>108000	27755,00	167,17	N/A
5	10	10	12570	191,66	12694,00	0,24	0,99
5	20	10	37350	362,52	37350,00	4,47	0,00
5	30	10	44670	6046,34	45550,00	35,17	1,97
5	40	10	50040	30538,43	50072,00	51,57	0,06
5	50	10	61710	29210,13	62252,00	139,09	0,88
5	60	10	91680	33484,15	91854,00	94,55	0,19
5	70	10	107400	42813,07	108138,00	239,31	0,69
5	80	10	122880	60175,06	124475,00	242,86	1,30